

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

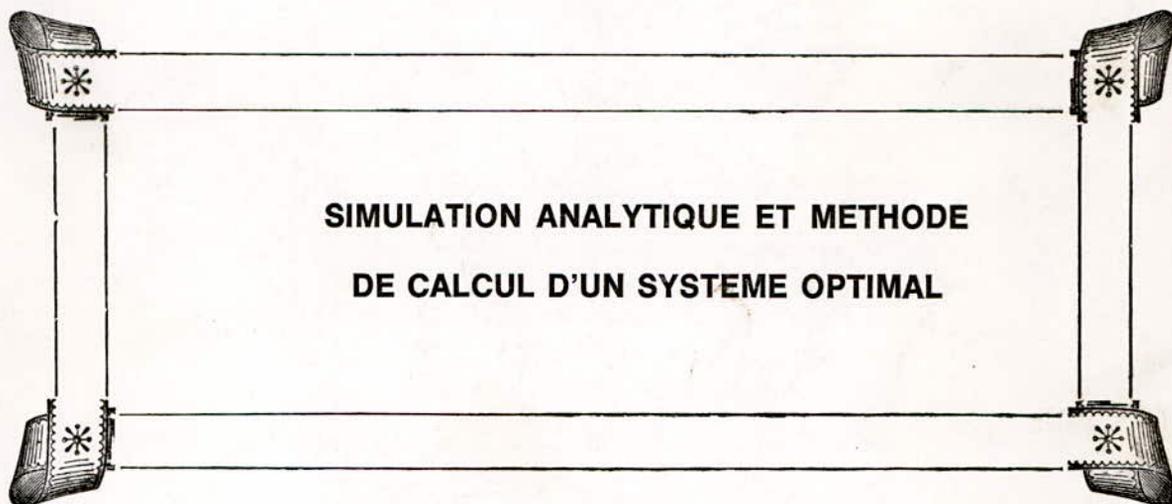
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Département : **ELECTRONIQUE**

THEME



Proposé par :

Mr LYSSOV

Etudié par :

AYOUAZ FAIZA
BENANE HAMID

Dirigé par :

Mr LYSSOV

PROMOTION - JUIN 1988

E.N.P. - 10, Avenue Hacén Badi - ALGER

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

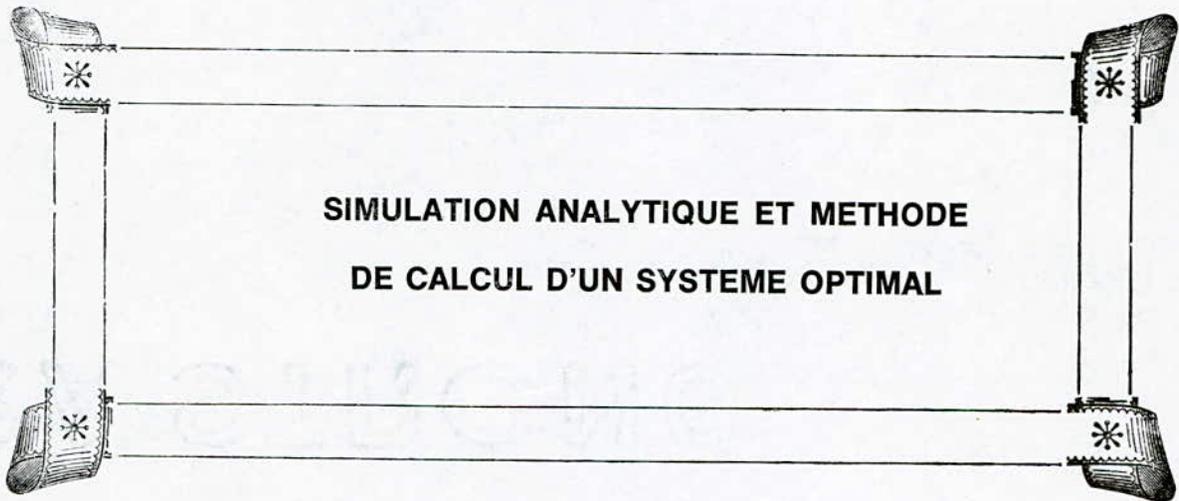
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية للتقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

Département : **ELECTRONIQUE**

THEME



Proposé par :

Mr LYSSOV

Etudié par :

AYOUAZ FAIZA
BENANE HAMID

Dirigé par :

Mr LYSSOV

PROMOTION - JUIN 1988

E.N.P. - 10, Avenue Hacén Badi - ALGER

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEDICACES

A mes parents

A toute ma famille

A toutes mes amies

A tous mes amis

A FAIZA

R E M E R C I E M E N T S

Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à ce travail. Nous sommes particulièrement très reconnaissants à Mr LYSSOV , pour l'aide précieuse et le soutien continuel qu'il n'a cessé de nous prodiguer.

S O M M A I R E

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION	1
CHAPITRE UN : LA COMMANDE SUBORDONNEE	2
I-REGULATION	2
I-1-DEFINITION ET PRINCIPE	2
I-2-CARACTERISTIQUES D'UNE REGULATION AUTOMATIQUE	2
I-3-DIFFERENTS TYPES DE REGULATION	3
II-STRUCTURE ET CARACTERISTIQUES GENERALES DES SYSTEMES SUBORDONNES	3
II-1-INTRODUCTION	3
II-2-CONCEPTION D'UN SYSTEME SUBORDONNE	3
II-3-LE CHOIX DE LA FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE OUVERTE	4
III-SYSTEME SUBORDONNE A COMMANDE AUTOMATIQUE PAR LE DEPLACEMENT	8
III-1-INTRODUCTION	8
III-2-CALCUL DES DIFFERENTS REGULATEURS	11
III-2-1-CALCUL DU REGULATEUR DE COURANT	11
III-2-2-CALCUL DU REGULATEUR DE VITESSE	14
III-2-3-CALCUL DU REGULATEUR DE POSITION	17
III-3-INTRODUCTION DE LA SATURATION	19
III-4-CHOIX DU REGULATEUR DE POSITION	20
III-4-1-REGULATEUR DE POSITION NON LINEAIRE	24
III-4-2-REGULATEUR DE POSITION LINEAIRE	24
III-5-L'ECART STATIQUE DANS LE SYSTEME SUBORDONNE EN FONCTION DU DEPLACEMENT	25
IV-FONCTIONNEMENT DU SYSTEME SUBORDONNE	27
IV-1-INTRODUCTION	27
IV-2-FONCTIONNEMENT	27
IV-3-APPLICATION NUMERIQUE	37
V-SIMULATION DU SYSTEME SUBORDONNE DE POSITION	40
CHAPITRE DEUX : LA COMMANDE OPTIMALE	41
I-GENERALITES	41
I-1-DEFINITION	41
I-2-DESCRIPTION D'UN SYSTEME DE COMMANDE OPTIMALE	41
I-3-OPTIMALISATION DYNAMIQUE	42
II-METHODES DE CALCUL D'UNE COMMANDE OPTIMALE	42
II-1-METHODE DU PLAN DE PHASE	42
II-1-1-INTRODUCTION	42
II-1-2-ETUDE DE LA METHODE DU PLAN DE PHASE	42
II-1-3-METHODE DES ISOCLINES	43
II-2-PRINCIPE DU MAXIMUM	46
II-2-1-INTRODUCTION	46
II-2-2-POSITION DU PROBLEME	46
II-2-3-EQUATION DE HAMILTON-JACOBI	47

II-2-4-HAMILTONIEN GENERALISE	48
II-2-5-PRINCIPE DU MAXIMUM	49
II-2-6-APPLICATION DU PRINCIPE DU MAXIMUM A UN SYSTEME DU 2ieme ORDRE	50
III-LA COMMANDE OPTIMALE DANS UN MOTEUR A COURANT CONTINU	53
IV-CONCEPTION D'UN SYSTEME A COMMANDE OPTIMALE	61
CHAPITRE TROIS : ETUDE ET REALISATION D'UNE COMMANDE ELECTRONIQUE DE REGULATION DE LA VITESSE D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU	65
I-SCHEMA DE PRINCIPE	65
II-CALCUL DES PARAMETRES DU SYSTEME	66
II-1-LE MOTEUR	66
II-1-1-RESISTANCE DE L'INDUIT	66
II-1-2-INDUCTANCE DE L'INDUIT	66
II-1-3-TENSION NOMINALE	67
II-1-4-CONSTANTE ELECTRIQUE	67
II-1-5-MOMENT D'INERTIE	67
II-1-6-CONSTANTE DU COUPLE	67
II-2-LE TACHYMETRE	67
II-3-LE THYRISTOR	68
II-4-LE DEPHASEUR	68
II-5-L'AMPLIFICATEUR	68
III-ETUDE DES DIFFERENTS CIRCUITS DU SYSTEME	69
III-1-ORGANE DE CONSIGNE	69
III-2-CIRCUIT DEPHASEUR	70
III-3-GENERATEUR D'IMPULSIONS	72
III-4-ORGANE DE COMMANDE	73
IV-1-SCHEMA ELECTRONIQUE DU CIRCUIT	75
IV-2-FONCTIONNEMENT	76
V-CALCUL DES TRANSFORMATEURS	77
V-1-SECTION DU NOYAU	77
V-2-DETERMINATION DU NOMBRE DE SPIRES	77
V-3-SECTION DU FIL	77
V-4-APPLICATION NUMERIQUE	77
V-4-1-POUR LE TRANSFORMATEUR D'ALIMENTATION	77
V-4-2-POUR LE TRANSFORMATEUR DU GENERATEUR BLOCKING	79
VI-PRESENTATION DE LA REALISATION.	79
CONCLUSION	83
ANNEXE	
BIBLIOGRAPHIE	

I N T R O D U C T I O N



Deux facteurs essentiels ont poussé au développement d'une science des systèmes automatiques . D'une part , le progrès technique a rendu l'homme capable de construire des systèmes de plus en plus grands et complexes , qu'il a bien fallu apprendre à diriger . D'autre part , des moyens de calcul nouveaux sont apparus , analogiques puis digitaux , permettant d'exploiter pratiquement les conclusions d'une analyse mathématique de ces systèmes .

Notre travail se compose de trois parties :

- Asservissement de position :

L'asservissement de position est un système , qui permet de commander le déplacement d'objets . Le fonctionnement en est gouverné par la différence entre la position réelle de l'objet et la position désirée . Différence qui sera réduite grâce à la mise en place d'un dispositif appelé "régulateur" . Ce dernier est calculé de manière à ce que le système réponde aux critères d'optimalité suivants : Amortissement de 4,3 % et temps de régime transitoire de 4,7 s .

- Méthodes de calcul d'une commande optimale :

Nous nous sommes intéressés au plan de phase et au principe de maximum de PONTRYAGUINE qui sont deux méthodes permettant le calcul d'une commande optimale . Afin de mieux comprendre ce qui précède , nous avons fait une application dans un moteur à courant continu . Application qui a été suivie par la conception d'une commande optimale .

- Réalisation d'un variateur de vitesse :

C'est la réalisation d'une commande électronique pour la régulation de la vitesse d'un moteur à courant continu . Cette régulation se fait par action sur un potentiomètre , qui fera tourner le moteur à la vitesse désirée .

CHAPITRE UN

LA COMMANDE SUBORDONNEE

I- REGULATION :

I-1- DEFINITION ET PRINCIPE :

La régulation automatique consiste à maintenir une quantité ou une variable d'état à une valeur déterminée, cela en mesurant sa valeur réelle, puis en utilisant la différence de cette valeur avec la valeur prescrite, un dispositif sera actionné afin de réduire cette différence.

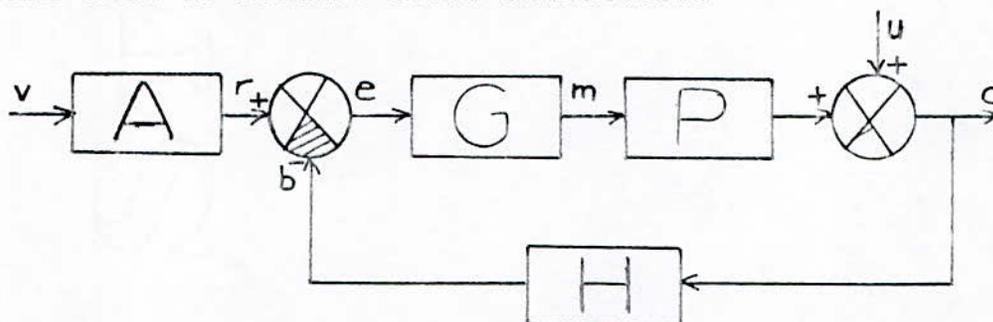


fig -I- 1

SCHEMA FONCTIONNEL D'UN REGULATEUR AUTOMATIQUE

Grandeurs :

V : valeur prescrite
r : grandeur de référence
e : signal d'écart
m : grandeur réglante
C : grandeur à régler
b : grandeur de réaction
u : signal de perturbation

Eléments :

A : élément d'entrée
G : élément de régulation
P : élément du système
H : élément de réaction

I-2- CARACTERISTIQUES D'UNE REGULATION AUTOMATIQUE :

Une régulation automatique est caractérisée par les trois conditions suivantes :

- Existence d'une boucle de régulation fermée.
- Irréversibilité du sens fonctionnel des signaux parcourants cette boucle.
- Inversion du signe d'un signal à son retour à son point de départ.

I-3- DIFFERENTS TYPES DE REGULATION :

Nous en connaissant deux types :

- (1) La régulation à boucles multiples (subordonnée).
- (2) La régulation à commutation parallèle.

Dans notre étude, nous avons opté pour la régulation à boucles multiples; D'abord parce que ce type de couplage est très utilisé dans les asservissements qui offrent une structure linéaire et vu qu'il présente les avantages suivants :

- Les non-linéarités et les constantes de temps élevées sont corrigées à l'intérieur de chaque boucle et ainsi elles seront masquées vis à vis des boucles extérieures.
- Les fermetures successives des différentes boucles facilitent la mise en marche du système.
- Les limitations sont introduites pour éviter une intervention trop brutale des régulateurs, lors de l'apparition de phénomènes transitoires importants.

-II- STRUCTURE ET CARACTERISTIQUES GENERALES DES SYSTEMES SUBORDONNES :

-II-1 INTRODUCTION :

Beaucoup de mécanismes fonctionnent en régime de démarrage-freinage. Le critère principal exigé par ce genre de mécanisme est la rapidité d'exécution. Pour obtenir un régime transitoire optimal, il est nécessaire de bien choisir le type de commande électrique, et les variables à contrôler.

-II-2 CONCEPTION D'UN SYSTEME SUBORDONNE :

C'est un système qui comporte autant de boucles que de variables à contrôler, qui sont généralement, pour une commande de position : courant, vitesse et déplacement de l'organe exécutif. Chaque variable est contrôlée par la régulation qui lui est propre. Toute boucle (i) est subordonnée à la boucle qui lui est immédiatement extérieure (i+1); La variable régulée correspondante est la référence de la boucle immédiatement intérieure (i-1); Toutefois les boucles la plus externe et la plus interne font exception à cette règle.

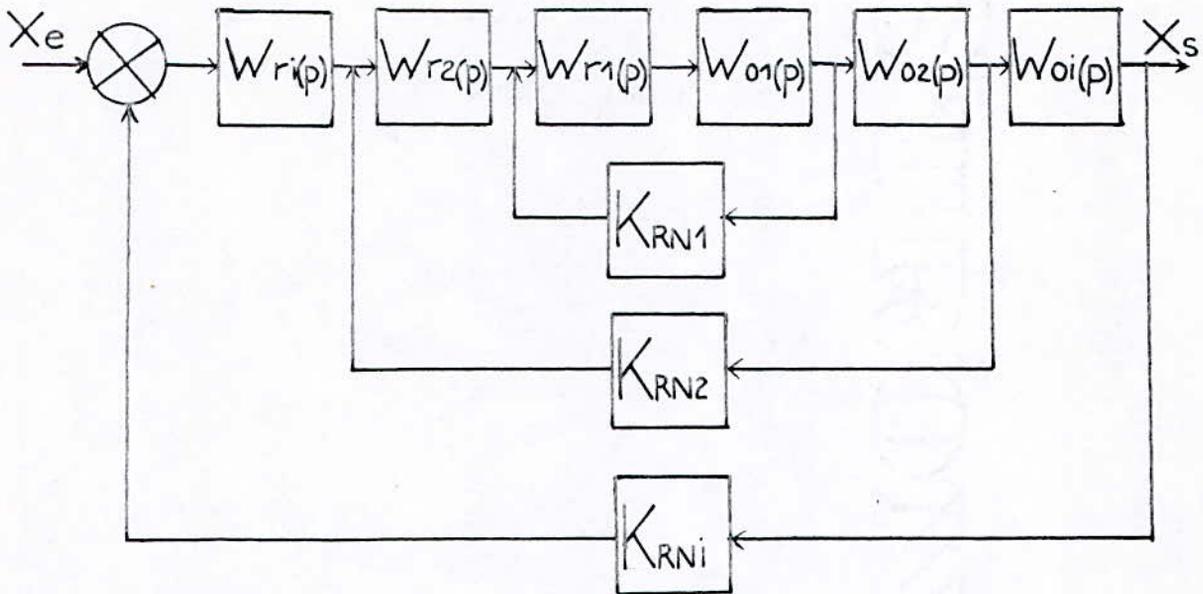


fig -I-2- SYSTEME SUBORDONNE

-II-3 LE CHOIX DE LA FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE OUVERTE :

Considérons une boucle du système subordonné. Elle comporte : un régulateur (W_r) ,un objet de réglage (W_o) et une réaction négative (K_{RN}) :

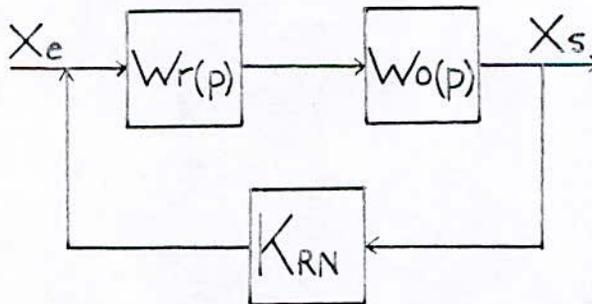


fig -I-3

N.B : Dans un but de simplification, prenons $K_{RN} = 1$

Afin d'optimiser le régime transitoire, nous considérons la fonction de transfert en boucle ouverte indépendante des constantes de temps, d'où :

$$W_{ov}(P) = W_r(P) \times W_o(P) = K$$

Avec $W_o(P)$: la fonction de transfert de l'objet qui peut être représentée sous forme de rapport de deux polynômes :

$$W_o(P) = F(P) / Q(P)$$

$$\text{Donc } W_r(P) = \frac{W_{ov}(P)}{W_o(P)} = K \cdot \frac{Q(P)}{F(P)}$$

Avec $F(P)$: polynôme de degré m en P

$Q(P)$: polynôme de degré n en P

Et $n \geq m$

Donc la réalisation de l'objet de réglage ne représente aucun problème par contre celle du régulateur n'est pas toujours facile.

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$\Phi(P) = \frac{X_s(P)}{X_e(P)}$$

$$\Phi(P) = \frac{K}{1+K} < 1$$

Nous remarquerons qu'il existe un écart statique, qui peut être éliminé avec un gain infini, mais cela entraînerait l'instabilité du système.

Si l'on pose $W_{ov} = 1 / T_o P$, la fonction de transfert en boucle fermée sera :

$$\Phi(P) = \frac{1}{T_o P + 1}$$

En régime permanent $P \rightarrow 0 \implies \Phi(P) \rightarrow 1 = \frac{X_s}{X_e}$

Donc aucun écart statique.

Avec $W_o(P) = \frac{F(P)}{Q(P)}$ et $W_r(P) = \frac{K}{P} \cdot \frac{Q(P)}{F(P)}$

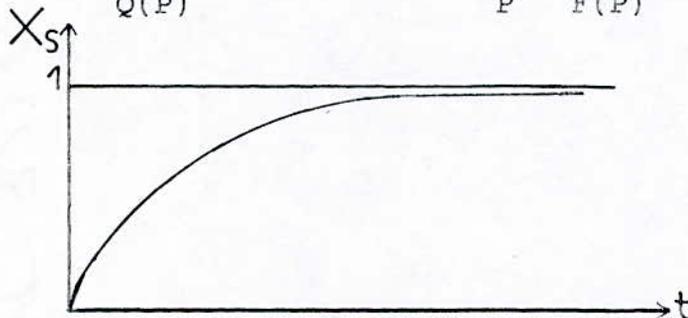


fig -I-4

Dans le cas où le régulateur reste toujours difficile à réaliser, nous pouvons encore prendre :

$$W_{ov} = \frac{1}{T_o P(T_u P + 1)}$$

La fonction de transfert en boucle fermée :

$$\Phi(P) = \frac{1}{T_o P(T_u P + 1) + 1}$$

donne aussi un écart statique nul.

Maintenant, analysons cette fonction de transfert en boucle fermée, pour avoir le temps transitoire le plus petit possible :

$$\Phi(P) = \frac{1}{T_o T_u P^2 + T_o P + 1}$$

Posons : $T^2 = T_o T_u$ et $2 \xi T = T_o$ (la constante ξ est appelée rapport d'amortissement).

$$\left. \begin{array}{l} T^2 = T_o T_u \implies T = \sqrt{T_o T_u} \\ 2 \xi T = T_o \implies T = \frac{T_o}{2 \xi} \end{array} \right\} \implies \frac{T_o}{2 \xi} = \sqrt{T_o T_u} \implies \frac{1}{2 \xi} = \sqrt{\frac{T_u}{T_o}}$$

Pour avoir le régime transitoire optimal, on prend $\xi = \sqrt{2}/2$, ce qui donne :

$$\underline{T_o = 2 T_u}$$

La fonction de transfert en boucle ouverte devient :

$$W_{ov}(P) = \frac{1}{T_o T_u P^2 + T_o P} = \frac{1}{2 T_u P(T_u P + 1)}$$

La fonction de transfert du régulateur sera :

$$W_r(P) = \frac{1}{2 T_u P(T_u P + 1)} \times \frac{1}{W_o P} \quad \text{et} \quad W_o(P) = \frac{F(P)}{Q(P)}$$

Le degré du dénominateur du régulateur est renforcé en P , ce qui entraîne une réalisation plus facile.

Remarque :

Si nous considérons une deuxième boucle, sa fonction de transfert en boucle ouverte serait :

$$W_{ov}(P) = \frac{1}{4 T_u P(2 T_u P + 1)}$$

Avec une troisième boucle, nous obtiendrons :

$$W_{ov}(P) = \frac{1}{8T_u P(4T_u P + 1)}$$

Nous remarquerons qu'à chaque ajout d'une boucle, la constante de temps est multipliée par 2, donc il y a une diminution dans la rapidité du système; c'est pour cette raison qu'on limite les systèmes subordonnés à 4 boucles, en général.

Pour voir si le système est stable, traçons le diagramme de Bode pour l'amplitude et pour la phase :

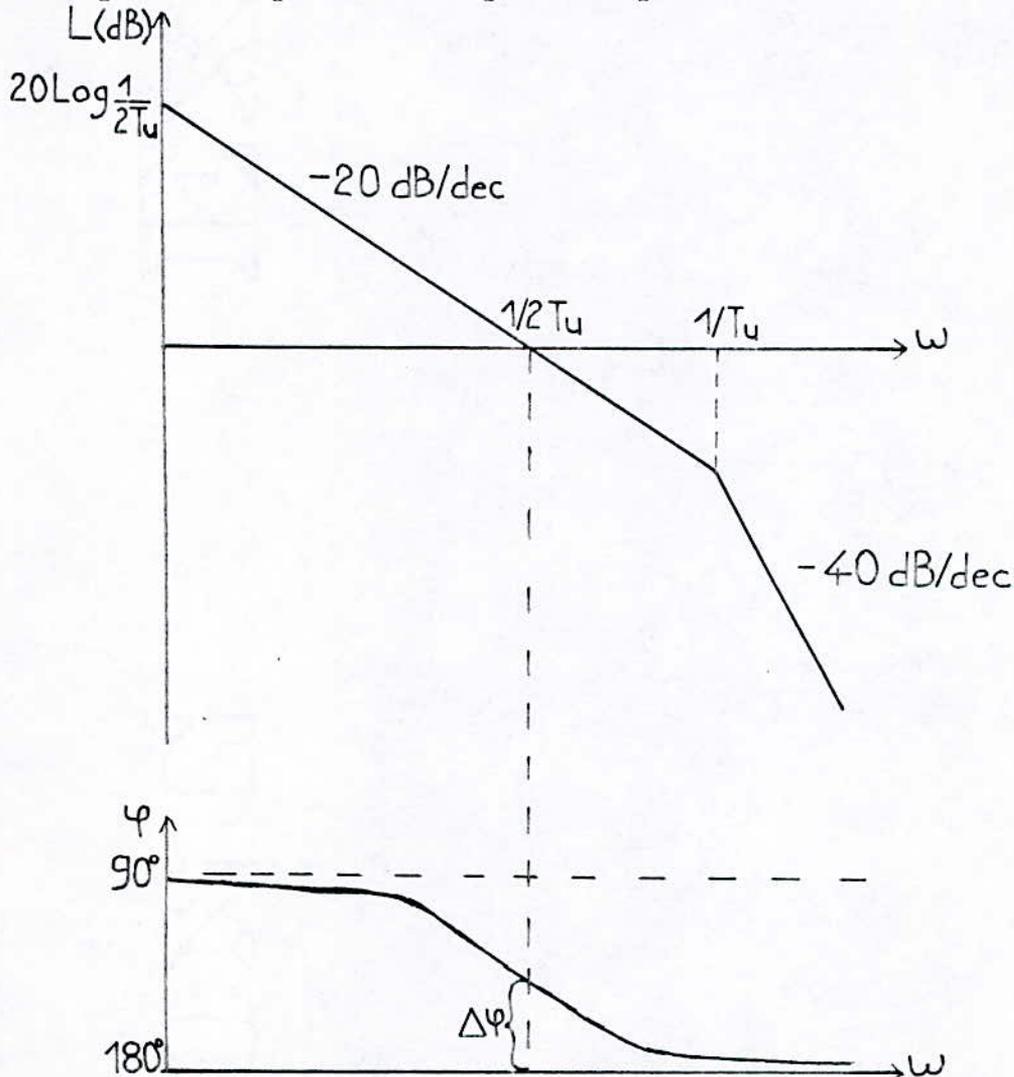


fig -I-5

Diagramme de Bode de : $W_{ov}(P) = \frac{1}{2T_u P(T_u P + 1)}$

D'après le graphe, le système est stable, du fait qu'au point $W = 1/2 T_u$ c.à.d là où $L(\text{dB})$ est nul, l'argument ne dépasse pas 180° .

$$\Delta\varphi = 180^\circ - (-90^\circ - \arctg 1/2) \implies \Delta\varphi = -63,5^\circ$$

La réponse temporelle, pour une entrée échelon unité, est donnée par la fonction suivante :

$$X_s(t) = 1 - e^{-t/T_u} \left(\sin \frac{t}{2T_u} + \cos \frac{t}{2T_u} \right)$$

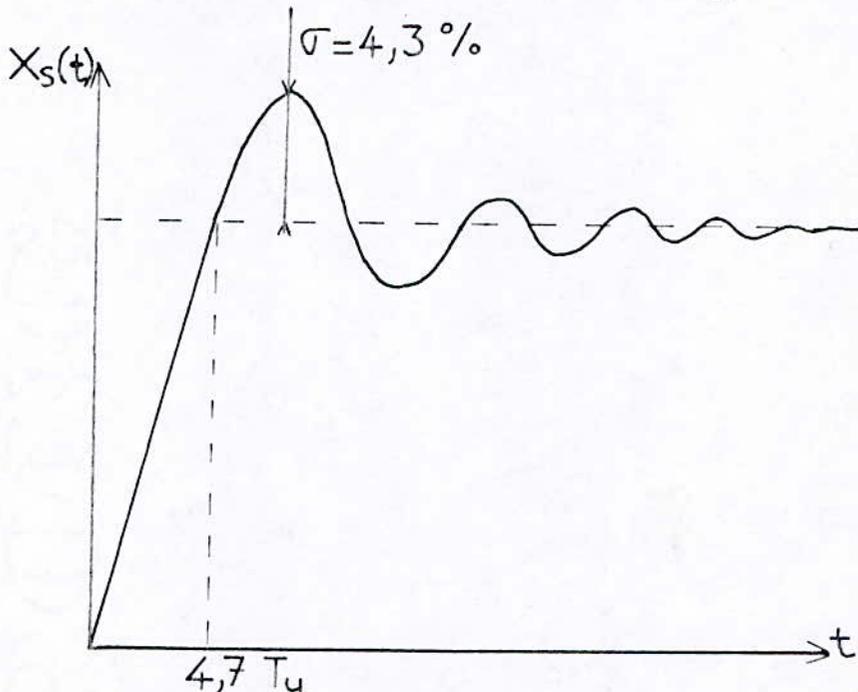


fig -I-6
Réponse temporelle

III- SYSTEME SUBORDONNE A COMMANDE AUTOMATIQUE PAR LE DEPLACEMENT :

III-1- INTRODUCTION :

Un grand nombre de systèmes automatiques sont utilisés pour assurer un déplacement d'objet dans un espace favorable, la commande automatique implique que la trajectoire suivie doit être contrôlée dans sa totalité : durée des intervalles de temps très petits, la position, la vitesse et le courant doivent être comparés à la position, la vitesse et le courant de référence. Les écarts doivent être annulés au moyen de commandes appropriées :

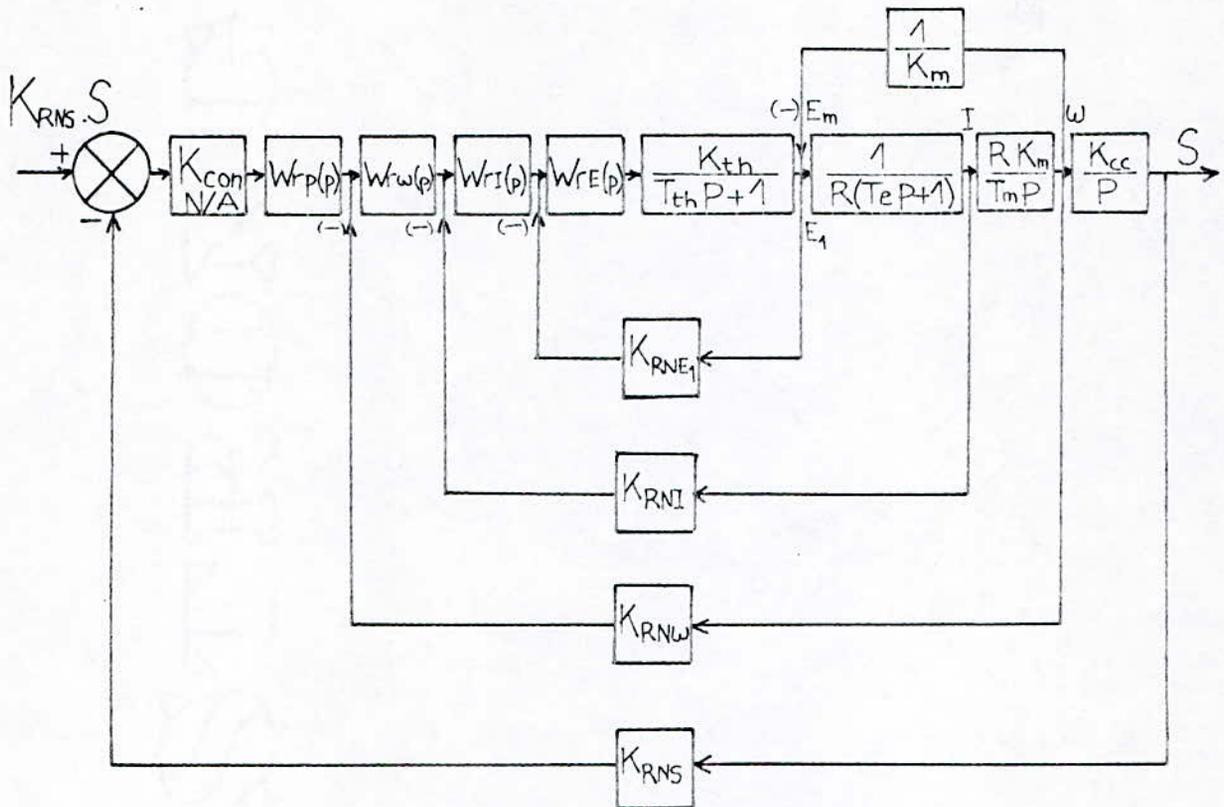


Fig-1-7

- Avec :
- $W_{rp}(P)$: Fonction de transfert du régulateur de position.
 - $W_{rw}(P)$: Fonction de transfert du régulateur de vitesse.
 - $W_{ri}(P)$: Fonction de transfert du régulateur de courant.
 - $W_{re}(P)$: Fonction de transfert du régulateur de f.c.e.m du convertisseur à thyristor.
 - K_{RNE1} : Boucle de réaction négative de la chaîne du convertisseur à thyristor.
 - K_{RNI} : Boucle de réaction négative de la chaîne du courant.
 - K_{RNW} : Boucle de réaction négative de la chaîne de vitesse.
 - K_{RNS} : Boucle de réaction négative de la chaîne de position.

K_m : Constante du moteur.
 K_{cc} : Constante de chaîne cinématique.
 R : Résistance induit du moteur .

$\frac{1}{R(T_e P + L)}$: Premier étage du moteur.

$\frac{R K_m}{T_m P}$: Deuxième étage du moteur.

T_m : Constante de temps mécanique.

T_e : Constante de temps électromagnétique.

T_{th} : Constante de temps du thyristor.

$T_{th} = \frac{1}{2mf}$: m : Nombre de phases.

f : Fréquence du réseau.
 $T_{th} = 0,003$ s dans le cas où $m=6$ et $f=50$ Hz.

Comme T_{th} est très petite , on peut éliminer le régulateur $W_{RE}(P)$ ainsi que la réaction négative K_{RNE1} .
 La variation du courant étant plus rapide que celle de la vitesse , on négligera $1/K_m$.
 Ces simplifications nous permettrons de calculer rapidement les différents régulateurs .
 D'où le schéma simplifié :

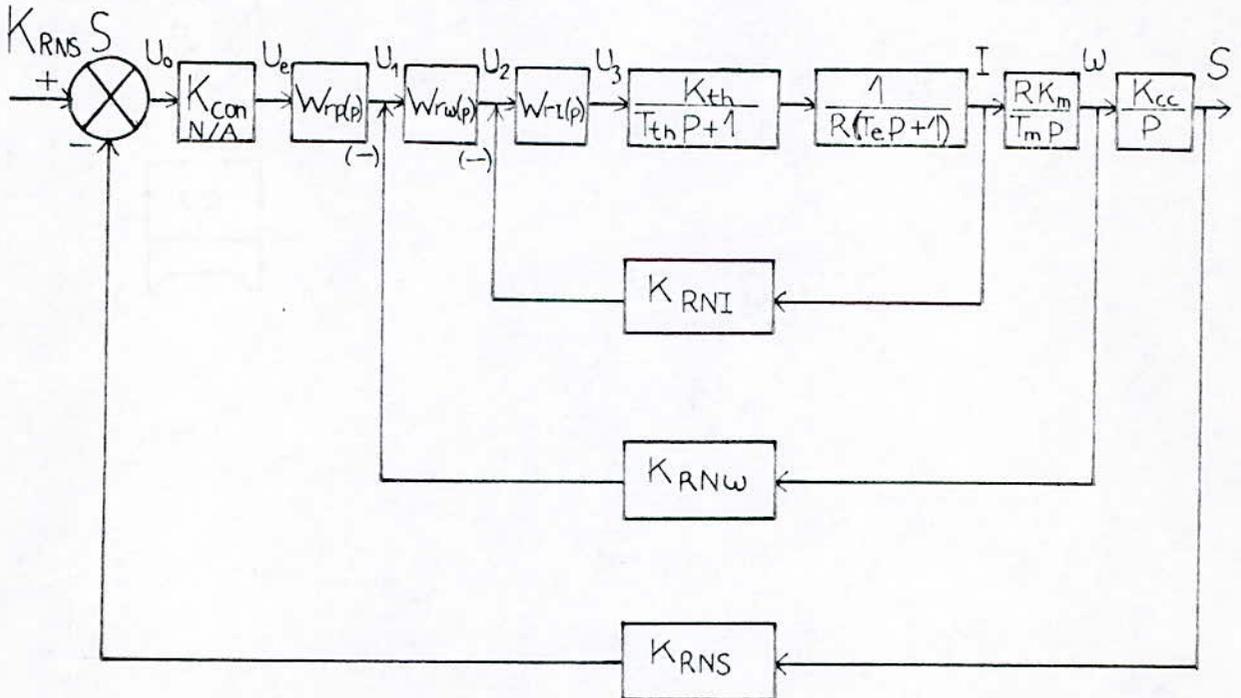


Fig-I-8

III-2- CALCUL DES DIFFERENTS REGULATEURS :

III-2-1- CALCUL DU REGULATEUR DE COURANT :

Considérons la boucle de courant :

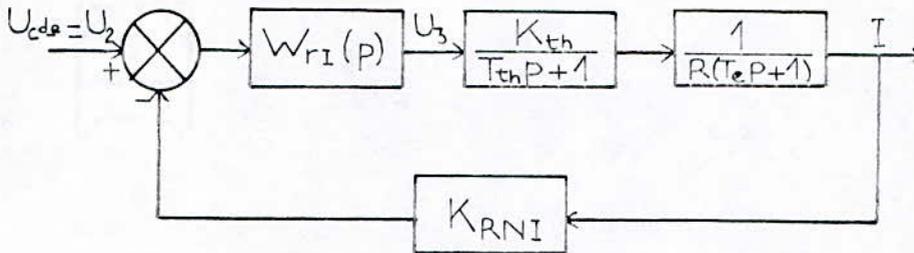


Fig-I-9

Soit $W_{o1}(P)$ l'objet de réglage dans la boucle de courant :

$$W_{o1}(P) = \frac{K_{th}}{(T_{th}P+1)(T_eP+1)R}$$

Pour avoir le système local optimal, il faut que la fonction de transfert en boucle ouverte, soit de la forme suivante :

$$W_{ov}(P) = \frac{1}{2T_{th}P(T_{th}P+1)} \quad \text{soit } T_u = T_{th}$$

D'après la figure I-9 nous avons :

$$W_{ov}(P) = W_{RI}(P) \cdot W_{o1}(P) \cdot K_{RNI}$$

$$W_{ov}(P) = W_{RI}(P) \cdot \frac{K_{th} \cdot K_{RNI}}{(T_{th}P+1)(T_eP+1)R}$$

$$\text{d'où } W_{RI}(P) = \frac{(T_{th}P+1)(T_eP+1)R}{2T_{th}P(T_{th}P+1)K_{th}K_{RNI}}$$

$$\implies W_{RI}(P) = \frac{T_eP+1}{2T_{th} \cdot \frac{K_{RNI} \cdot K_{th}}{R} P} \quad (1)$$

W_{RI} est donc un régulateur P.I (Proportionnel intégrateur). L'équation (1) peut se mettre sous forme :

$$W_{RI}(P) = \frac{A+B}{P} \quad \text{avec } A = \frac{T_e R}{2T_{th} K_{RNI} K_{th}} \quad \text{et } B = \frac{R}{2T_{th} K_{RNI} K_{th}}$$

Le signal de sortie du régulateur , pour une entrée échelon est donné par :

$$U_3(P) = \frac{1}{P} \left[A + \frac{B}{P} \right]$$

En utilisant la transformée inverse , on obtient :

$$U_3(t) = A + Bt .$$

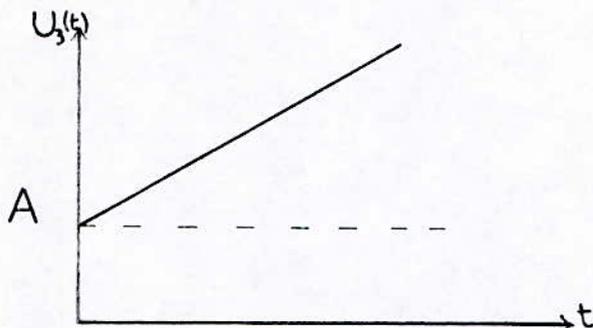


Fig -I-10

La réponse de l'action P.I est simplement l'addition de la réponse de l'action P seule avec celle de l'action I seule.

Schéma électrique du régulateur P.I :

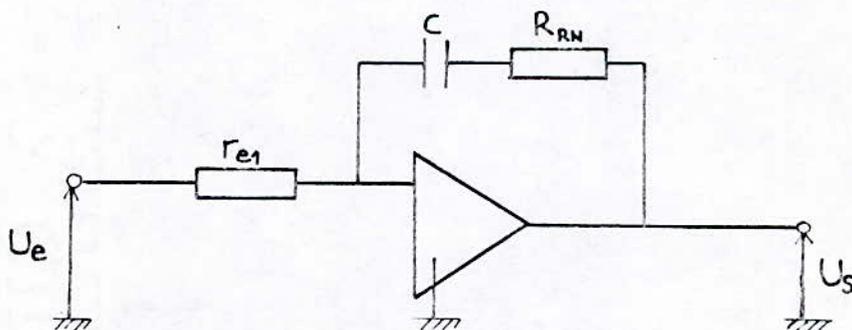


fig -I-11

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{T_1 P + 1}{T_2 P} \quad (2)$$

avec

$$\begin{aligned} T_1 &= C \cdot R_{RN} \\ T_2 &= C \cdot r_{e1} \end{aligned}$$

Schéma réel du régulateur de courant :

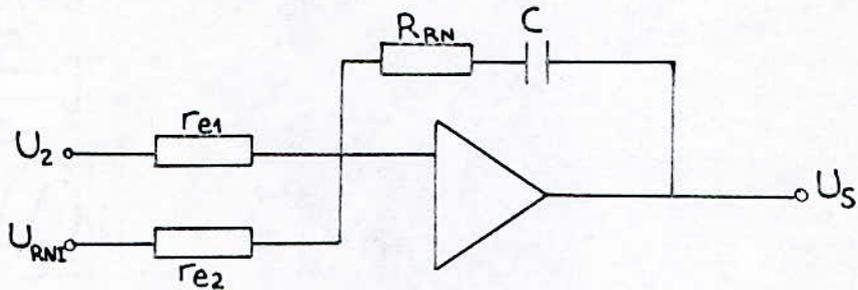


fig -I-12

Avec $U_s = U_s^* + U_{s1}^*$
 U_{s1}^* : la sortie partielle pour l'entrée U_2
 U_s^* : la sortie partielle pour l'entrée U_{RNI}

$$U_s^* = U_{RNI} \cdot \frac{Z}{r_{e2}} \quad \text{avec } Z = R_{RN} + \frac{1}{j\omega C}$$

$$U_{s1}^* = U_{RNI} \cdot \frac{Z}{r_{e2}} \cdot \frac{r_{e1}}{r_{e1}}$$

$$U_s^* = U_{RNI} \cdot \frac{Z}{r_{e1}} \cdot \frac{r_{e1}}{r_{e2}}$$

On pose $U_{RNIC} = U_{RNI} \cdot \frac{r_{e1}}{r_{e2}}$ et le schéma devient :

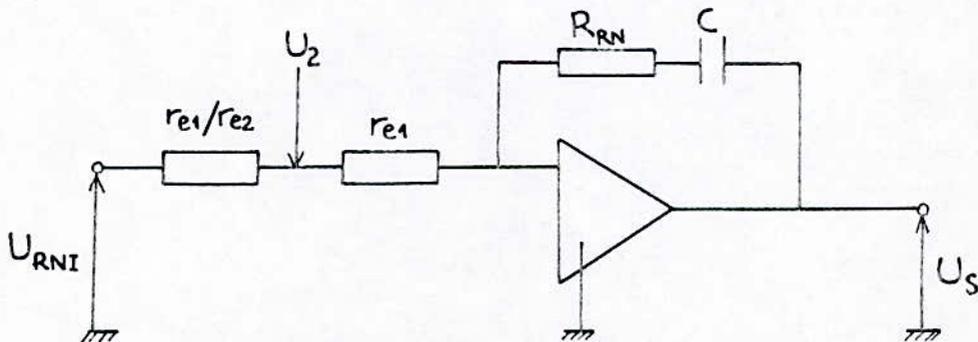


fig -I-13

Calcul des paramètres du régulateur :

$U_{RNIC} = K_{RNI} \cdot I$ et $U_{RNI} = K_C \cdot I$ avec K_C : capteur de courant
 DONC $U_{RNI} \cdot \frac{r_{e1}}{r_{e2}} = K_{RNI} \cdot I = K_{RNI} \cdot \frac{U_{RNI}}{K_C}$

d'où $K_{RNI} = K_C \cdot \frac{r_{e1}}{r_{e2}}$

En identifiant les équations (1) et (2) , on obtient :
 $T_{eP+1} = R_{RN}CP+1 \implies R_{RN} = T_e/C$

Et $2T_{th} \frac{K_{RNI} \cdot K_{th}}{R} P = r_{e1}CP$ (3)

En remplaçant K_{RNI} , par son expression, dans l'équation (3):
 $2T_{th} \cdot \frac{K_C \cdot r_{e1} K_{th}}{R r_{e2}} P = r_{e1}CP \implies r_{e2} = \frac{2T_{th} K_C K_{th}}{RC}$

$U_{RNIC} = U_{RNI} \cdot \frac{r_{e1}}{r_{e2}} = K_C \cdot I \cdot \frac{r_{e1}}{r_{e2}}$

$\implies r_{e1} = \frac{U_{RNIC} \cdot r_{e2}}{K_C \cdot I}$

Avec U_{RNIC} : Tension normalisée et I : Courant nominal
 La capacité C étant choisie entre 1 et 2 μF .

III-2-2- CALCUL DU REGULATEUR DE VITESSE :

La fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de courant :

$\Phi_I(p) = \frac{1/K_{RNI}}{2T_{th}p(T_{th}p+1)+1} = \frac{1/K_{RNI}}{2T_{th}^2p^2 + 2T_{th}p+1}$

Comme T_{th} est très petite donc $T_{th}^2 \ll 1$.
 D'où

$\Phi_I(p) = \frac{1/K_{RNI}}{2T_{th}p+1}$

Et la boucle de vitesse devient :

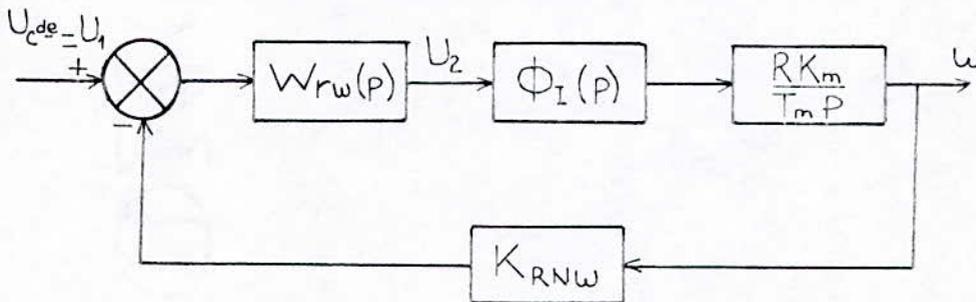


Fig-I-14

L'objet de réglage de la vitesse est :

$$W_{02}(p) = \Phi_I(p) \cdot \frac{R}{K_e T_m p} \quad \text{avec } K_e = 1/K_m$$

La fonction de transfert, désirée, en boucle ouverte est :

$$W_{ov}(p) = \frac{1}{4 T_{th} p (2 T_{th} p + 1)} \quad (4)$$

D'après la Fig-I-14, nous avons :

$$W_{ov}(p) = W_{rw}(p) \cdot W_{02}(p) \cdot K_{RNW} \cdot R$$

$$W_{ov}(p) = W_{rw}(p) \cdot \frac{1}{K_{RN1} (2 T_{th} p + 1) K_e T_m p} \cdot K_{RNW} \cdot R \quad (5)$$

Par identification des équations (4) et (5), nous aurons :

$$W_{rw}(p) = \frac{K_e \cdot T_m \cdot K_{RN1}}{4 T_{th} \cdot K_{RNW} \cdot R} \quad (6)$$

Nous remarquons que le régulateur de vitesse ne dépend pas de P , on l'appelle régulateur "proportionnel".

La fonction de transfert du régulateur étant égale à :

$$W_{rw}(p) = K_p \quad \text{avec } K_p = \frac{K_e K_{RN1} T_m}{4 T_{th} K_{RNW} R}$$

Pour un signal d'entrée du régulateur, égal à l'échelon unité, le signal de sortie sera :

$$U_2(p) = K_p / p$$

Par transformation inverse, on aura :

$$U_2(t) = K_p \quad \forall t \geq 0$$

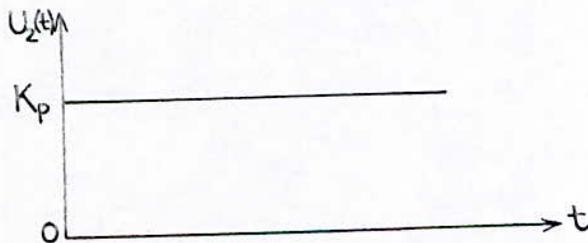
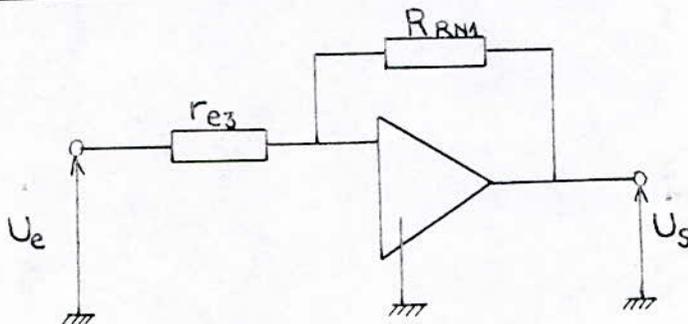


Fig-I-15

La réponse du régulateur est donc constante quelque soit t .

Schéma électrique du régulateur P :



$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{R_{RN1}}{r_{e3}} \quad (7)$$

Fig-I-16

Schéma réel du régulateur de vitesse :

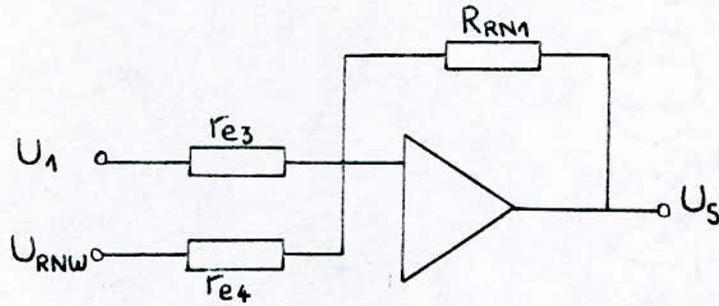


Fig-I-17

$$U_s = U_s^* + U_{s1}^*$$

Avec U_s^* : La sortie partielle pour l'entrée U_{RNW} .

U_{s1}^* : La sortie partielle pour l'entrée U_1 .

$$U_s^* = U_{RNW} \cdot \frac{R_{RN1}}{r_{e4}}$$

$$U_s^* = U_{RNW} \cdot \frac{R_{RN1}}{r_{e4}} \cdot \frac{r_{e3}}{r_{e3}}$$

$$U_s^* = U_{RNW} \cdot \frac{R_{RN1}}{r_{e3}} \cdot \frac{r_{e3}}{r_{e4}}$$

$$\text{Soit } U_{RNWC} = U_{RNW} \cdot \frac{r_{e3}}{r_{e4}}$$

D'où le schéma du régulateur :

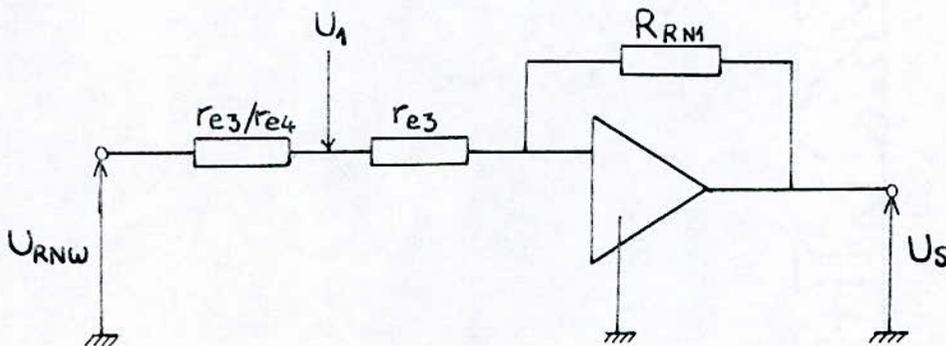


Fig-I-18

Calcul des paramètres du régulateur :

D'après la Fig-I-10 , nous avons :

$U_{RNWC} = K_{RNW} \cdot W$ et $U_{RNW} = K_w \cdot W$
 Avec K_w : Capteur de vitesse .

Il vient donc :

$\frac{r_{e3}}{r_{e4}} \cdot U_{RNW} = \frac{r_{e3}}{r_{e4}} \cdot K_w \cdot W = K_{RNW} \cdot W$
 D'où

$$K_{RNW} = K_w \cdot \frac{r_{e3}}{r_{e4}}$$

Par identification des équations (6) et (7) , on obtient :

$$\frac{R_{RN1}}{r_{e3}} = \frac{K_{RN1} \cdot K_e \cdot T_m}{4T_{th} \cdot R \cdot K_{RNW}}$$

En remplaçant K_{RN1} et K_{RNW} par leur expressions respectives :

$$R_{RN1} = \frac{T_m}{4T_{th}} \cdot \frac{K_e \cdot K_I \cdot r_{e1} \cdot r_{e4}}{K_w \cdot R \cdot r_{e2}}$$

$$U_{RNWC} = K_w \cdot W \cdot \frac{r_{e3}}{r_{e4}}$$

En pratique , r_{e3} est prise entre 50 et 100 $K\Omega$; U_{RNWC} et W sont des valeurs standards , d'où :

$$r_{e4} = \frac{K_w \cdot W}{U_{RNWC}} r_{e3}$$

III-2-3- CALCUL DU REGULATEUR DE POSITION :

La fonction de transfert en boucle fermée de la boucle de vitesse est donnée par :

$$\Phi_w(p) = \frac{1/K_{RNW}}{4T_{th}p(2T_{th}p+1)+1} = \frac{1/K_{RNW}}{8T_{th}^2p^2 + 4T_{th}p + 1}$$

La constante de temps T_{th} étant très petite , d'où :

$$\Phi_w(p) = \frac{1/K_{RNW}}{4T_{th}p+1}$$

La boucle correspondant au réglage de la position est :

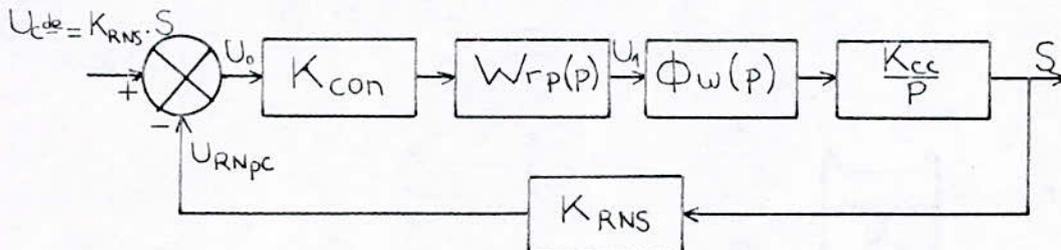


Fig-I-19

L'objet de réglage est donné par :

$$W_{03}(p) = \frac{\Phi_w(p) \cdot K_{con} \cdot K_{cc}}{p}$$

La fonction de transfert, désirée, en boucle ouverte :

$$W_{ov}(p) = \frac{1}{8T_{th}p(4T_{th}p+1)} \quad (8)$$

D'après la Fig-I-19 :

$$W_{ov}(p) = W_{rp}(p) \cdot W_{03}(p) \cdot K_{RNS} \implies W_{ov}(p) = \frac{W_{rp}(p) \cdot K_{con} \cdot K_{cc} \cdot K_{RNS}}{K_{RNW} \cdot (4T_{th}p+1) \cdot p} \quad (9)$$

Par identification des équations (8) et (9) :

$$\implies W_{rp}(p) = \frac{K_{RNW}}{8 \cdot T_{th} \cdot K_{con} \cdot K_{cc} \cdot K_{RNS}}$$

C'est donc un régulateur de type P ; Sa réponse indicielle est constante dans le temps .

Schéma électrique du régulateur de position :

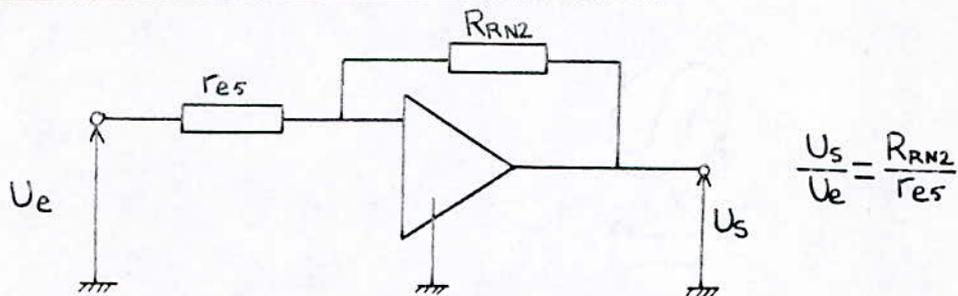


Fig-I-20

Schéma réel du régulateur de position :

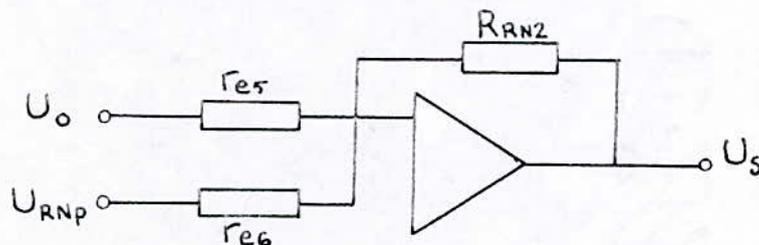


Fig-I-21

Suivant le même calcul que celui des paramètres du régulateur de vitesse, on aboutit aux résultats suivants :

$$K_{RNS} = K_P \cdot \frac{r_{e5}}{r_{e6}} \quad \text{avec } K_P : \text{Capteur de position .}$$

$$R_{RN2} = \frac{r_{e6} \cdot K_w \cdot r_{e3}}{8T_{th} \cdot K_c \cdot K_{cc} \cdot K_p \cdot r_{e4}}$$

$$U_{RNPC} = K_P \cdot \frac{r_{e5}}{r_{e6}} \cdot S \cdot$$

En choisissant l'une des 2 résistances r_{e5} ou r_{e6} , on déterminera les autres paramètres.

III-3- INTRODUCTION DE LA SATURATION :

En pratique, il est souvent nécessaire de limiter la tension de sortie d'un régulateur, pour éviter une intervention trop brutale lors de l'apparition des phénomènes transitoires importants. Pour cela le régulateur doit présenter une caractéristique non linéaire.

Cette limitation de la tension de sortie est obtenue en utilisant deux diodes en contre réaction comme l'indique la figure I-22. La sortie de l'amplificateur opérationnel est reliée par les potentiomètres P_1 et P_2 aux tensions auxiliaires $-E$ et $+E$.

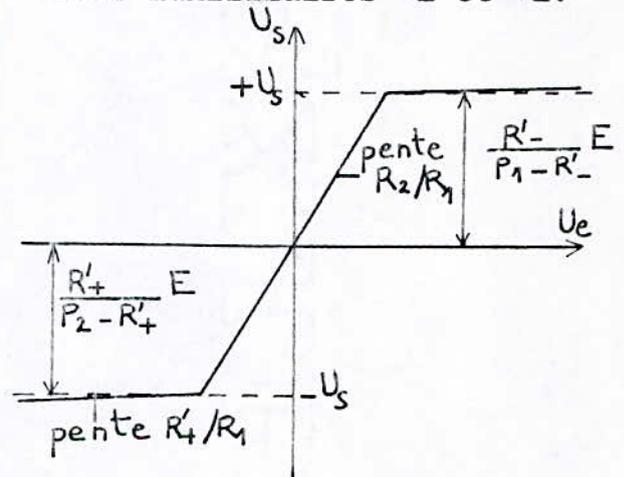
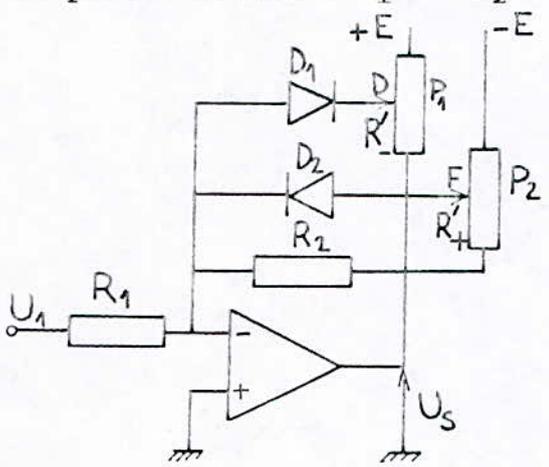


Fig-I-22
Simulation de la saturation

(a) $U_1 > 0$

La diode D_1 devient passante lorsque $U_D > 0$

$$U_D - U_s = \frac{R'_-}{P_1} (E - U_s)$$

$$\text{Pour } U_D = 0 \implies -U_s = \frac{R'_-}{P_1} (E - U_s) \implies -P_1 U_s = +R'_- \cdot (E - U_s)$$

$$\implies |U_s| = \frac{R'_-}{P_1 - R'_-} \cdot E$$

Pour cette valeur de U_s , R_2 devient en parallèle avec R'_- .

$$\implies U_s = \frac{R_2 R'_-}{R_2 + R'_-} \cdot \frac{1}{R_1} U_1$$

R' - doit être faible devant R_2 pour avoir une pente la plus faible possible pour la saturation

$$\implies U_s = \frac{R'_-}{R_1} \cdot U_1$$

(b) $U_1 < 0 \implies D_1$ est toujours bloquée :

$$D_2 \text{ devient passante lorsque } U_F < 0 \implies |U_s| = \frac{R'_+}{P_2 - R'_+} E$$

Et pour la saturation on a : $U_s = \frac{R'_+}{R'_1} U_1$

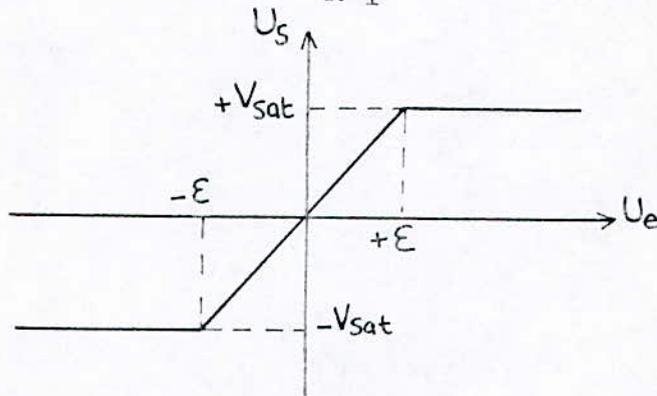


Fig-I-23

Ce système fonctionne en régime proportionnel de gain K tant que le signal d'entrée du régulateur ne dépasse pas la valeur E en valeur absolue. Pour des entrées supérieures, la tension se sature à V_{sat} ou $-V_{sat}$. Dans les deux cas, il fonctionne en régime linéaire par partie.

III-4-CHOIX DU REGULATEUR DE POSITION :

On distingue trois (3) modes de synthèse pour le système de déplacement, suite à l'écart qui existe entre le signal de commande et la réaction négative :

- "petit déplacement" : quand le courant dans le circuit d'induit du moteur n'atteint pas la valeur maximale.

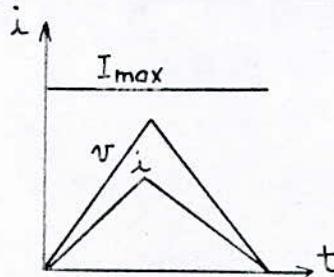


Fig -I-24

- "moyen déplacement" : quand la valeur du courant, et celle de l'accélération sont maximales.

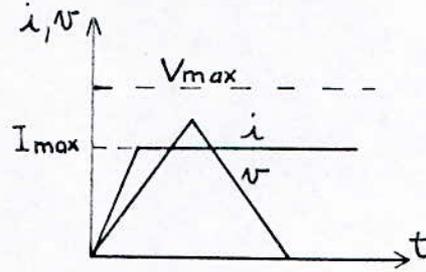


Fig -I-25

- "grand déplacement" : quand la valeur du courant, et celle de la vitesse sont maximales pendant un certain temps.

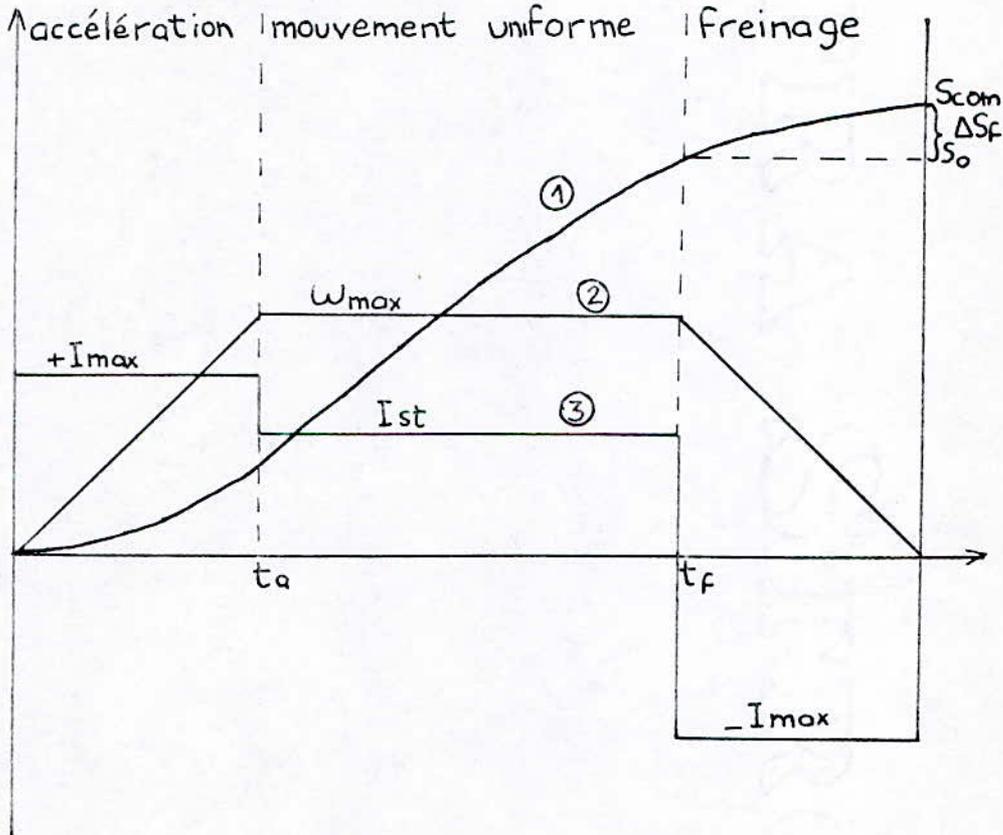


Fig -I-26

-La courbe (1) est celle du déplacement variant de 0 à S_{com} .
 -La courbe (2) est celle de la vitesse ; elle est composée de 3 parties :

- * Partie d'accélération.
- * Partie de mouvement uniforme avec W_{max} .
- * Partie de freinage.

-La courbe (3) est celle du courant qui assure l'accélération maximale a_{omax} et le freinage maximal aussi a_{fmax} .

Pour obtenir la caractéristique de fonctionnement (fig-I-26), il faut que le moteur ralentisse à mesure qu'il se rapproche de l'alignement . Ainsi, le système atteindra le point S_{com} avec un écart nul et une vitesse en ce point, nulle aussi. Mais si le moteur est animé d'une vitesse à l'instant où, dans des conditions idéales, il devrait s'arrêter, l'erreur entraînerait l'inversion du sens de rotation du moteur et provoquerait ainsi un nouveau déplacement dans l'autre sens et ne se stabilisera qu'après que l'écart serait nul ou la vitesse, en ce point serait nulle.

Sur le trançon de ralentissement , il faut freiner avec une accélération de freinage maximale a_{fmax} et avec l'écart ΔS_f : qui est la différence entre la position de l'objet au moment du début de freinage et la position d'arrêt de l'objet :

$$\Delta S_f = S_{com} - S_o .$$

La loi de mouvement uniformément retardé , nous donne l'expression de ΔS_f en fonction de l'accélération et de la vitesse de freinage :

$$\Delta S_f = \frac{K_m \cdot W_{ind}^2}{2a_{fmax}} \quad (10)$$

Le couple moteur est donné par :

$$\Gamma = K_e (I_{ind} + I_{st}) \quad (11)$$

Avec K_e : constante de couple

I_{ind} : courant d'induit

I_{st} : courant de charge

Le couple moteur permet d'accélérer l'inertie totale du moteur et de la charge , et de surmonter le couple visqueux.

D'où : $\Gamma = J \cdot \frac{dW}{dt} + F \cdot W$ avec F : constante de frottement visqueux
 J : moment d'inertie

Pour notre étude , on négligera les frottements :

$$\implies \Gamma = J \cdot \frac{dW}{dt} \quad (12)$$

Les équations (11) et (12) permettent d'écrire :

$$K_e (I_{ind} + I_{st}) = J \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

Or $\left(\frac{d\omega}{dt} \right)_{\max} = a_{f\max}$

D'où $a_{f\max} = \frac{I_{ind\max} + I_{st}}{J} \cdot K_e$

Sachant que $T_M = \frac{J \cdot R}{K_e \cdot K_M} \implies J = \frac{T_M \cdot K_e \cdot K_M}{R}$

D'où $a_{f\max} = \frac{I_{ind\max} + I_{st}}{T_M \cdot K_M}$

L'équation (10) permet d'écrire : $\omega_{inf} = \sqrt{\frac{2a_{f\max} \cdot \Delta S_f}{K_m}}$ (13)

Conclusion :

D'après l'équation (13), chaque grandeur ΔS_{fi} a une vitesse qui lui correspond. On conclut que le régulateur de position doit avoir une caractéristique non linéaire (caractéristique parabolique).

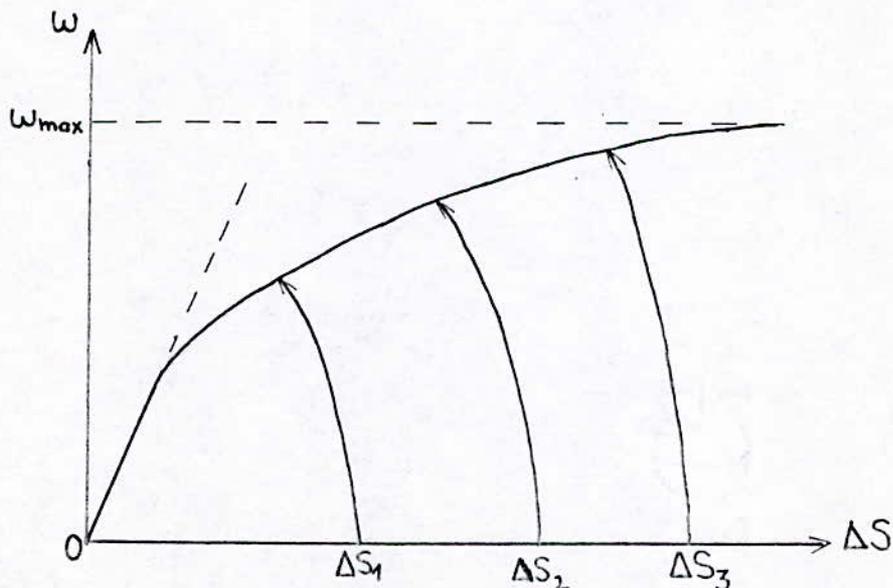


Fig -I-27

III-4-1 REGULATEUR DE POSITION NON LINEAIRE :

Le régulateur de position non linéaire ,est calculé de la façon suivante :

Suivant le phénomène physique ,engendré dans le système (fig-I-8), nous avons l'entrée du régulateur de position égal à :

$$U_e = K_{con} \cdot K_{RNS} (S_{com} - S)$$

$$U_e = K_{con} \cdot K_{RNS} \cdot \Delta S_f$$

La tension de sortie du régulateur est liée avec la tension d'entrée par l'expression suivante :

$$U_{SPD} = K_{RNL} \sqrt{K_{con} \cdot K_{RNS} \cdot \Delta S_f}$$

Avec K_{RNL} : facteur du régulateur non linéaire

Cette tension de sortie et celle de la réaction d'après la vitesse sont égales car le facteur du régulateur de vitesse est supposé assez grand :

$$K_{RNW} \cdot W = K_{RNL} \sqrt{K_{con} \cdot K_{RNS} \cdot S_f}$$

$$\implies K_{RNL} = \frac{K_{RNW} \cdot W}{\sqrt{K_{con} \cdot K_{RNS} \cdot S_f}} \quad (14)$$

L'équation (10) permet d'écrire : $K_{RNL} = \frac{W \cdot K_{RNW}}{\sqrt{K_{con} K_{RNS} \frac{W^2 \cdot K_m}{2 a_{fmax}}}}$

$$\implies K_{RNL} = K_{RNW} \sqrt{\frac{2 a_{fmax}}{K_{con} K_{RNS} K_m}}$$

D'après l'analyse de l'équation (14), nous remarquons que si la valeur ΔS_f tend vers zéro, la valeur de K_{RNL} devient très grande et provoquera l'instabilité du système .Pour remédier à cela ,on remplacera la partie initiale de la caractéristique parabolique par la caractéristique linéaire avec le gain K_{RNL} (voir fig-I-27-).

III-4-2- REGULATEUR DE POSITION LINEAIRE :

A l'instant de commencement de freinage ,le signal de commande et le signal de réaction ,à l'entrée du régulateur de vitesse ,sont identiques :

$$\Delta S_f \cdot K_{RNS} \cdot K_{con} \cdot K_{R1} = W_{inf} \cdot K_{RNW}$$

K_{R1} : facteur du régulateur de position linéaire

L'équation (10) ==> $\frac{K_m \cdot W_{inf}^2}{2a_{fmax}} \cdot K_{RNS} \cdot K_{CON} \cdot K_{r1} = W_{inf} \cdot K_{RNW}$

$$\text{==>} \quad K_{r1} = \frac{2a_{fmax} \cdot K_{RNW}}{K_m \cdot K_{RNS} \cdot K_{CON} \cdot W_{inf}} \quad (15)$$

Les paramètres qui définissent ainsi, le facteur du régulateur linéaire, sont connus ; en pratique, on prend $W_{inf} = W_n$. On voit d'après la relation (15) que si la vitesse de freinage est prise tel que $W_{inf} < W_n$, la valeur de K_{r1} devrait augmenter sa valeur pour compenser cette variation de vitesse, mais le régulateur n'est pas réglable et par conséquent, le processus de déplacement devient très long en fonction du temps.

Conclusion :

Les régulateurs linéaires sont utilisés pour des petits déplacements, alors que, les régulateurs non linéaires sont utilisés pour des moyens et grands déplacements.

III-5- L'ECART STATIQUE DANS LE SYSTEME SUBORDONNE EN FONCTION DU DEPLACEMENT :

Le moteur entraîne le mécanisme d'exécutif et dans le circuit d'induit, passe le courant I_{st} . Si ce courant est inférieur au courant de démarrage, le moteur ne tournerait pas:

$$I_d \geq I_{st} \quad \text{avec } I_{st} = \frac{\Gamma}{c_e \cdot \phi}$$

Pour cette raison, il y a une erreur statique dans le système que l'on calcule de la manière suivante :

Au cours du régime permanent, le signal de commande $U_{CI} = U_2$ de la boucle de courant est égal au signal de réaction négative en fonction du courant :

$$\begin{aligned} U_{CI} &= U_{RNI} \\ U_{RNI} &= K_{RNI} \cdot I_{st} \quad (\text{voir fig-I-8}) \\ U_{CI} &= U_{SRW} \end{aligned}$$

Avec U_{SRW} : tension de sortie du régulateur de la vitesse du moteur ; par conséquent, on peut écrire :

$$U_{SRW} = K_{RNI} \cdot I_{st} \quad (16)$$

Si le moteur ne tourne pas, dans ce cas le signal de réaction négative en fonction de la vitesse, est nul, et la tension de sortie du régulateur de position est :

$$U_{srp} = \frac{U_{slw}}{K_{rw}} \quad (17)$$

En même temps $U_{srp} = K_{rp} \cdot K_{con} \cdot K_{RNS} \cdot \Delta S_{st}$ (18)
Avec K_{rp} : facteur du régulateur de position

Les équations (16), (17) et (18) $\implies \frac{K_{RNI} \cdot I_{st}}{K_{rw}} = K_{rp} \cdot K_{con} \cdot K_{RNS} \cdot \Delta S_{st}$

D'où
$$\Delta S_{st} = \frac{K_{RNI}}{K_{rw} \cdot K_{rp} \cdot K_{con} \cdot K_{RNS}} \cdot I_{st}$$

Maintenant, faisons l'analyse de l'écart statique avec le régulateur linéaire et le régulateur non-linéaire :
Soit le régulateur linéaire de type P avec la fonction de transfert :

et
$$W_{rp}(P) = K_{rl}$$

$$K_{rl} = \frac{2a_{fmax} \cdot K_{RNW}}{K_m \cdot K_{RNS} \cdot K_c \cdot W_{inf}}$$

Dans ce cas :

$$\Delta S_{st1} = \frac{K_{RNI} \cdot K_m \cdot K_{RNS} \cdot K_{con} \cdot W_{inf} \cdot I_{st}}{K_{rw} \cdot 2a_{fmax} \cdot K_{RNW} \cdot K_{con} \cdot K_{RNS}}$$

$$\implies \Delta S_{st1} = \frac{K_{RNI} \cdot K_m \cdot W_{inf} \cdot I_{st}}{2a_{fmax} \cdot K_{RNW} \cdot K_{rw}}$$

Soit maintenant le régulateur non linéaire dont la caractéristique, a sa partie initiale linéaire :

$$W_{rp}(P) = \frac{K_{RNW}}{8T_{th} \cdot K_{con} \cdot K_{cc} \cdot K_{RNS}}$$

Dans ce cas :

$$\Delta S_{st2} = \frac{K_{RNI} \cdot 8T_{th} \cdot K_{con} \cdot K_{cc} \cdot K_{RNS} \cdot I_{st}}{K_{rw} \cdot K_{RNW} \cdot K_{con} \cdot K_{RNS}}$$

$$\implies \Delta S_{st2} = \frac{8T_{th} \cdot K_{RNI} \cdot K_{cc} \cdot I_{st}}{K_{rw} \cdot K_{RNW}}$$

Le rapport entre les écarts statiques avec le régulateur linéaire et le régulateur non linéaire donne :

$$\frac{\Delta S_{st1}}{\Delta S_{st2}} = \frac{K_{RNI} \cdot K_{cc} \cdot W_{inf} \cdot K_{rw} \cdot K_{rdw}}{2a_{fmax} \cdot K_{rw} \cdot K_{RNW} \cdot 8T_{th} \cdot K_{RNI} \cdot K_{cc}}$$

$$\implies \frac{\Delta S_{st1}}{\Delta S_{st2}} = \frac{W_{inf}}{16 a_{fmax} \cdot T_{th}}$$

Pour les systèmes modernes, le rapport est à peu près de 10 c.a.d l'écart statique avec le régulateur linéaire est 10 fois plus grand que celui avec le régulateur non linéaire.

IV - FONCTIONNEMENT DU SYSTEME SUBORDONNE :

IV-1- INTRODUCTION :

Considérons la figure I-29 , et pour un signal d'entrée échelon de 1 mètre , décrivons les différentes étapes suivies par les grandeurs de sorties de chaque boucle . les régulateurs de position de vitesse et de courant présentent une saturation .

La représentation du système non linéaire , dans notre étude , se fera par une approche d'un modèle linéaire par parties.

Les outils mathématiques utilisés sont : La méthode de KEVI-SSAI , le principe de CARSON et la transformation de LAPLACE:

-Le principe de CARSON , consiste à multiplier la grandeur d'entrée d'un système asservi , ainsi que les conditions initiales d'après LAPLACE , par P .

-La formule de KEVI-SSAI , nous permet d'accéder à la réponse temporelle d'un signal de sortie pour un signal d'entrée donné, sans pour autant procéder à la décomposition en éléments simples .

Soit une grandeur de sortie représentée par :

$$X_s(P) = \frac{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_0}{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_0} \quad \begin{array}{l} \text{Pour une entrée} \\ \text{impulsionnelle .} \end{array}$$

Avec $m \geq n$.

La formule de KEVI-SSAI donne :

$$X_s(t) = \frac{b_0}{a_0} + \sum_{i=1}^m \frac{B(p_i)}{A'(p_i) \cdot p_i} e^{p_i t}$$

Avec : p_i : Les racines du dénominateur .

$B(p_i)$: L'équation du numérateur pour $p = p_i$.

$A'(p_i)$: La dérivée première pour l'équation du dénominateur pour $p = p_i$.

IV-2- FONCTIONNEMENT :

En appliquant 1 mètre à l'entrée , nous aurons les tensions de sorties des régulateurs , dans la partie non linéaire, le signal d'entrée étant très grand .

Première étape :

Elle caractérise le démarrage . Le système représentant la position , la vitesse et le courant , fonctionnera en boucle ouverte tant que les tensions d'entrées des régulateurs correspondants ne se trouvent pas dans le régime proportionnel du gain (partie linéaire) .

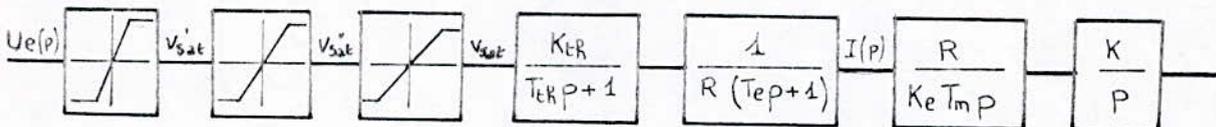


fig-I-28

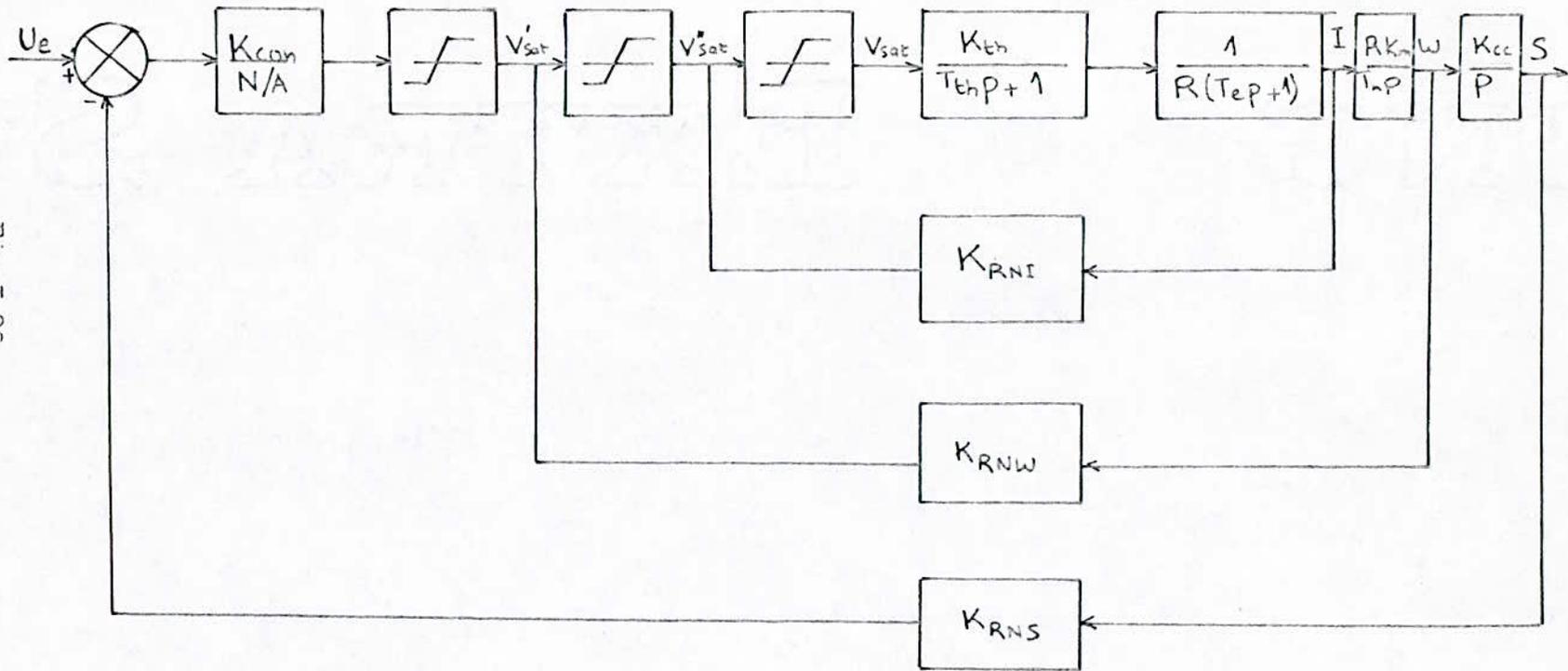


FIG-I-29

On tire :

$$I_1(p) = \frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{T_{th} p + 1} \cdot \frac{1}{R(T_e p + 1)}$$

$$\implies I_1(p) = \frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{R} \cdot \frac{1}{T_{th} T_e p^2 + (T_{th} + T_e) p + 1}$$

D'après la formule de KEVI-SSAI , la réponse temporelle est :

$$I_1(t) = \frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{R} + \frac{\frac{V_{sat} \cdot K_{th} / R}{[2T_{th} T_e (-\frac{1}{T_e}) + (T_{th} + T_e)] [-\frac{1}{T_e}]}}{e^{-t/T_e}}$$

$$+ \frac{\frac{V_{sat} \cdot K_{th} / R}{[2T_{th} T_e (-\frac{1}{T_{th}}) + (T_{th} + T_e)] [-\frac{1}{T_{th}}]}}{e^{-t/T_{th}}}$$

$$\text{Soit } I_1(t) = \frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{R} - \frac{T_e}{T_e - T_{th}} \frac{V_{sat} \cdot K_{th} / R}{e^{-t/T_e}} - \frac{T_{th}}{T_{th} - T_e} \frac{V_{sat} \cdot K_{th} / R}{e^{-t/T_{th}}}$$

Pour $t=0$, nous aurons $I_1(t)=0$, le courant commence donc , à varier à partir de zéro , avec des conditions initiales nulles. Au même instant , la vitesse sera donnée par :

$$W_1(p) = \frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{T_{th} p + 1} \cdot \frac{1}{R(T_e p + 1)} \cdot \frac{R}{K_e \cdot T_m \cdot p}$$

La décomposition en éléments simples donne :

$$W_1(p) = -\frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{K_e \cdot T_m \cdot (T_e - T_{th})} \left(\frac{T_{th}}{p} - \frac{T_{th}}{p + 1/T_{th}} - \frac{T_e}{p} + \frac{T_e}{p + 1/T_e} \right)$$

Par transformation inverse de LAPLACE , nous aurons :

$$W_1(p) = -\frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{K_e \cdot T_m \cdot (T_e - T_{th})} \left(T_{th} - T_{th} e^{-t/T_{th}} - T_e + T_e e^{-t/T_e} \right)$$

De même , on obtient l'équation décrivant la position :

$$S_1(p) = \frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{T_{th} p + 1} \cdot \frac{1}{R(T_e p + 1)} \cdot \frac{R}{K_e T_m p} \cdot \frac{K_{cc}}{p}$$

La décomposition en éléments simples donne :

$$S_1(p) = -\frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{K_e \cdot T_m \cdot (T_e - T_{th})} \left(\frac{T_{th}}{p^2} - \frac{T_e}{p^2} - T_{th} \left(\frac{T_{th}}{p} - \frac{T_{th}}{p + 1/T_{th}} \right) + T_e \left(\frac{T_e}{p} - \frac{T_e}{p + 1/T_e} \right) \right)$$

En passant au domaine temporel , on aura :

$$S_1(t) = -\frac{V_{sat} \cdot K_{th}}{K_e \cdot T_m \cdot (T_e - T_{th})} \left((T_{th} - T_e) t + T_e^2 - T_{th}^2 + T_{th}^2 e^{-t/T_{th}} - T_e^2 e^{-t/T_e} \right)$$

L'évolution de ces trois grandeurs de sorties ($I_1(t), W_1(t), S_1(t)$) se fait en même temps .

Deuxième étape :

Elle caractérise l'asservissement de courant .
A un certain temps t_1 , la grandeur de sortie de la boucle de courant , atteindra la valeur nominale I_n , qui permettra ainsi de ramener le système à fonctionner en boucle fermée (boucle de courant) , car l'écart qui existe entre la tension de sortie du régulateur de vitesse et celle de réaction négative du courant , se trouve dans la partie linéaire de la caractéristique du régulateur de courant .

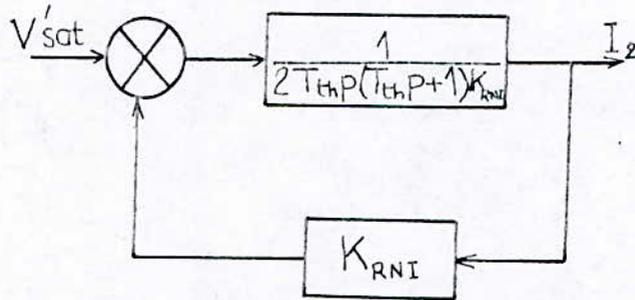


fig -I-30

Figure qui sera équivalente à :

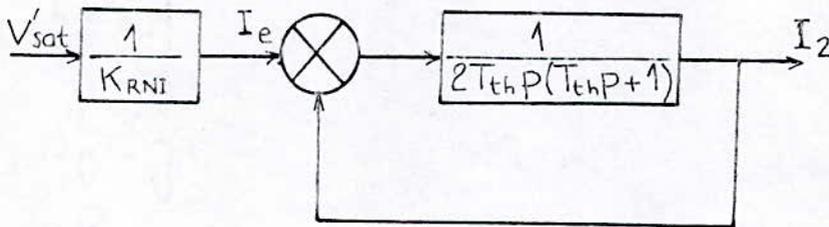


fig -I-31

$$\frac{I_2(p)}{I_e(p)} = \frac{1}{2T_{th}^2 p^2 + 2T_{th} p + 1} \quad \text{soit} \quad I_2(p) = \frac{I_e(p)}{2T_{th}^2 p^2 + 2T_{th} p + 1}$$

$$\text{or } I_e(p) = V'_{sat} / K_{RNI} \implies I_2(p) = \frac{V'_{sat} / K_{RNI}}{2T_{th}^2 p^2 + 2T_{th} p + 1}$$

T_{th} est considérée, comme la plus petite constante de temps (pour notre cas, on verra qu'elle est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$ s); d'où T_{th}^2 peut être négligée :

$$I_2(p) = \frac{V'_{sat} / K_{RNI}}{2T_{th} p + 1} \quad (19)$$

Il faut tenir compte de l'intervalle de démarrage, étant donnée que le système, dans cette étape, a commencé à fonctionner avec des conditions initiales non nulles :

$$(19) \implies (2T_{th} p + 1) \cdot I_2(p) = V'_{sat} / K_{RNI}$$

$$\text{Soit} \quad 2T_{th} \frac{dI_2}{dt} + I_2 = V'_{sat} / K_{RNI}$$

La transformation de Laplace donnera, dans ce cas :

$$2T_{th} (p I_2(p) - I_2(0)) + I_2 = V'_{sat} / K_{RNI}$$

$$I_2(p) = \frac{V'_{sat} / K_{RNI} + 2T_{th} \cdot I_2(0)}{2T_{th} p + 1}$$

Avec $I_2(0)$ correspondant à la valeur du courant pour $t = t_1$. Comme le principe de CARSON, n'est pas seulement appliqué à la valeur d'entrée, mais aussi aux conditions initiales, nous aurons :

$$I_2(p) = \frac{V'_{sat} / K_{RNI} + 2T_{th} \cdot I_2(0) \cdot p}{2T_{th} p + 1}$$

La formule de KEVI-SSAI permettra d'écrire :

$$I_2(t) = \frac{V'_{sat}}{K_{RNI}} - \frac{V'_{sat}}{K_{RNI}} \left(- \frac{I_2(0) \cdot K_{RNI}}{V'_{sat}} + 1 \right) \cdot e^{-t/2T_{th}}$$

Comme le moteur ne peut prendre de grandes valeurs du courant, on le limitera à la valeur I_{max} ($I_{max} = 2,5 I_n$).

Au même instant, le régulateur de vitesse fonctionne dans la partie non linéaire, avec une tension de sortie V'_{sat} , qui sera la valeur de consigne pour la boucle interne. Ainsi la vitesse de sortie sera donnée par :

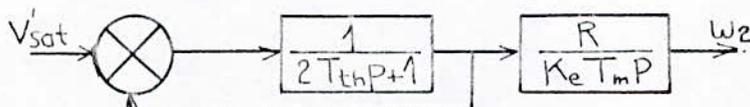


fig -I-32-

$$W_2(p) = \frac{V'_{sat} / K_{RNI} + 2 T_{th} I_2(0) P}{2 T_{th} p + 1} \cdot \frac{R}{K_e T_m p}$$

$$W_2(p) = \frac{V'_{sat} \cdot R}{K_e T_m K_{RNI}} \cdot \frac{\frac{2 T_{th} I_2(0) K_{RNI}}{V'_{sat}} p + 1}{(2 T_{th} p + 1) p}$$

Par décomposition en éléments simples :

$$W_2(p) = \frac{V'_{sat} \cdot R}{K_e T_m K_{RNI}} \cdot \left(\frac{1}{p} + \frac{\frac{2 T_{th} I_2(0) K_{RNI}}{V'_{sat}} - 2 T_{th}}{2 T_{th} p + 1} \right)$$

Et par transformation inverse , on obtient :

$$W_2(t) = \frac{V'_{sat} \cdot R}{K_e T_m K_{RNI}} \cdot \left(1 + \left(\frac{I_2(0) K_{RNI}}{V'_{sat}} - 1 \right) e^{-t/2T_{th}} \right)$$

Le régulateur de position fonctionne aussi dans la partie nonlinéaire :

$$S_2(p) = W_2(p) \cdot K_{cc} / p$$

$$S_2(p) = \frac{V'_{sat} \cdot R \cdot K_{cc}}{K_e \cdot T_m \cdot K_{RNI}} \cdot \left(\frac{\frac{2 T_{th} I_2(0) \cdot K_{RNI}}{V'_{sat}} p + 1}{(2 T_{th} p + 1) p^2} \right)$$

Equation qui peut se mettre sous forme :

$$S_2(p) = \frac{V'_{sat} \cdot R \cdot K_{cc}}{K_e T_m K_{RNI}} \cdot \left(\frac{1}{p^2} + \frac{\frac{2 T_{th} I_2(0) K_{RNI}}{V'_{sat}} - 2 T_{th}}{p} - 2 T_{th} \frac{\frac{2 T_{th} I_2(0) K_{RNI}}{V'_{sat}} - 2 T_{th}}{2 T_{th} p + 1} \right)$$

En passant au domaine temporel , on aura :

$$S_2(t) = \frac{V'_{sat} \cdot R \cdot K_{cc}}{K_e T_m K_{RNI}} \cdot \left(t + \frac{2 T_{th} I_2(0) K_{RNI}}{V'_{sat}} - 2 T_{th} - \left(\frac{2 T_{th} I_2(0) K_{RNI}}{V'_{sat}} - 2 T_{th} \right) e^{-t/2T_{th}} \right)$$

Troisième étape :

Elle caractérise l'asservissement de vitesse.

A l'instant $t = t_2$, le régulateur de vitesse va fonctionner en régime proportionnel de gain K ($K = \frac{K_{RNI} \cdot K_e \cdot T_m}{4T_{th} \cdot R \cdot K_{RNW}}$) pour une

vitesse nominale W_n , car l'entrée du régulateur de vitesse, qui est défini comme étant l'écart entre la tension de sortie du régulateur de position et celle de réaction négative de vitesse, se trouve dans la partie linéaire.

Le schéma fonctionnel pour la boucle de vitesse est donné par la figure suivante :

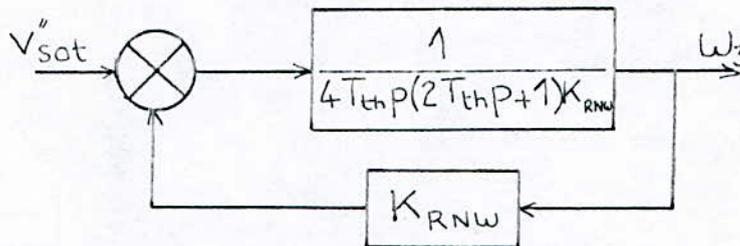


fig -I-33-

Figure qui sera équivalente à :

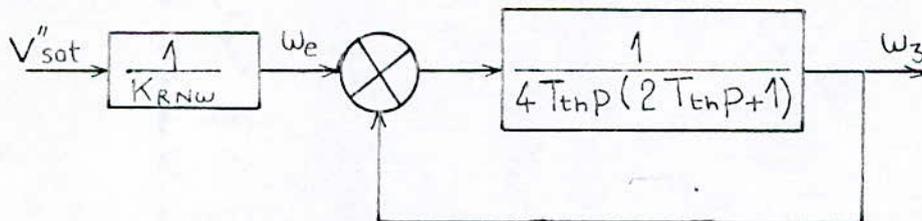


fig -I-34-

En négligeant T_{th}^2 :

$$\frac{w_3(p)}{w_e(p)} = \frac{1}{4T_{th}p+1} \implies w_3(p) = \frac{w_e(p)}{4T_{th}p+1} = \frac{V''_{sat}/K_{RNW}}{4T_{th}p+1}$$

en tenant compte des conditions initiales :

$$w_3(p)(4T_{th}p+1) = V''_{sat}/K_{RNW}$$

$$4T_{th} \frac{dw_3}{dt} + w_3 = V''_{sat}/K_{RNW}$$

soit $4T_{th}(pW_3(p) - W_3(0)) + W_3(p) = V''_{sat} / K_{RNW}$

$$W_3(p) = \frac{V''_{sat} / K_{RNW} + 4T_{th}W_3(0)p}{4T_{th}p + 1}$$

Dans le domaine temporel, on aura :

$$W_3(t) = \frac{V''_{sat}}{K_{RNW}} + \frac{V''_{sat} / K_{RNW} + 4T_{th}W_3(0)(-1/4T_{th})}{4T_{th}(-1/4T_{th})} e^{-t/4T_{th}}$$

$$W_3(t) = \frac{V''_{sat}}{K_{RNW}} - \left(\frac{V''_{sat}}{K_{RNW}} - W_3(0) \right) e^{-t/4T_{th}}$$

Cette vitesse doit être limitée à la valeur W_n .

Au même instant t_2 , la position de l'objet sera exprimée par :

$$S_3 = \frac{V''_{sat} / K_{RNW} + 4T_{th}W_3(0)p}{4T_{th}p + 1} \cdot \frac{K_{cc}}{p}$$

$$S_3 = K_{cc} \frac{V''_{sat} / K_{RNW} + 4T_{th}W_3(0)p}{p(4T_{th}p + 1)}$$

$$S_3 = K_{cc} \left(\frac{V''_{sat}}{K_{RNW}p} + \frac{4T_{th}W_3(0) - 4T_{th}V''_{sat} / K_{RNW}}{4T_{th}p + 1} \right)$$

En passant au domaine temporel, on aura :

$$S_3(t) = K_{cc} \left(\frac{V''_{sat}}{K_{RNW}} + \left(W_3(0) - \frac{V''_{sat}}{K_{RNW}} \right) e^{-t/4T_{th}} \right)$$

De même pour le courant, à l'instant t_2 , il aura comme valeur de consigne :

$$I_e(p) = \frac{1}{K_{RNI}} \left(V''_{sat} - K_{RNW} \cdot W_3(p) \right) \cdot K$$

Le courant de sortie sera :

$$\frac{I_3(p)}{I_e(p)} = \frac{1}{2T_{th}p + 1} \implies I_3(p) = \frac{I_e(p)}{2T_{th}p + 1}$$

$$\text{d'où } I_3(p) = K \frac{(V''_{sat} - K_{RNW} \cdot W_3) / K_{RNI}}{2T_{th}p + 1}$$

$$\text{soit } I_3(t) = \frac{K}{2T_{th}K_{RNI}} \cdot (V''_{sat} - K_{RNW} \cdot W_3) e^{-t/2T_{th}}$$

Cette étape est une partie de mouvement uniforme.

Quatrième étape :

Elle caractérise l'asservissement de position .

Soit t_3 , l'instant où, le système de déplacement fonctionne en boucle fermée.

La fonction de transfert est donnée par :

$$\frac{S_4(p)}{S_e(p)} = \frac{1/K_{RNP}}{\theta T_{th}p+1}$$

En tenant compte des conditions initiales :

$$S_4(p) = \frac{1/K_{RNP} + \theta T_{th} S_4(0)p}{\theta T_{th}p+1}$$

La formule de KEVI-ESSAI donne

$$S_4(t) = \frac{1}{K_{RNP}} \cdot \left(\frac{1}{K_{RNP}} - S_4(0) \right) e^{-t/\theta T_{th}}$$

Avec $S_4(0)$: la position de l'objet déplacé à l'instant $t=t_3$.

Maintenant que le système fonctionne en boucle fermée pour les trois grandeurs , voyons comment le signal d'entrée du régulateur de position agit sur les autres éléments constituant le système :

Soient K_1, K, K_3 les gains correspondants aux régulateurs de position, de vitesse et du courant.

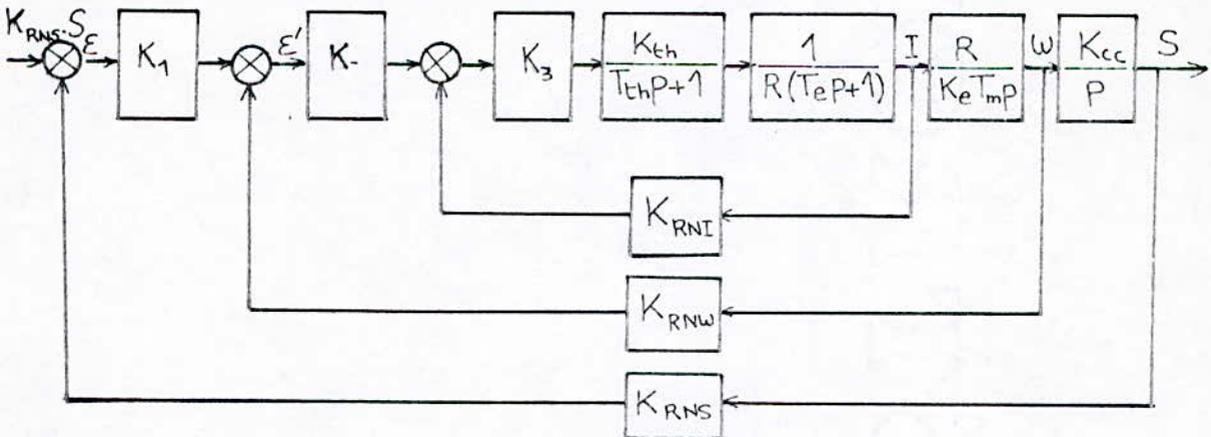


fig -I-35-

La tension de sortie du régulateur de position est liée à ϵ par:

$$U_p(p) = K_1 \cdot \epsilon(p)$$

Cette tension sera considérée comme la valeur de consigne pour la boucle de vitesse .

L'écart ε' représentant la tension d'entrée du régulateur de vitesse sera exprimée par :

$$\varepsilon'(p) = K_1 \varepsilon(p) - K_{RNW} \omega_4(p)$$

La tension de sortie de ce régulateur est donnée par :

$$U_w(p) = K \varepsilon'(p) = K (K_1 \varepsilon(p) - K_{RNW} \omega_4(p))$$

Tension qui sera considérée comme valeur de consigne pour la boucle de courant .

Nous remarquons que lorsque $S_4(p)$ se rapproche de la valeur de consigne , $U_w(p)$ et $U_p(p)$ tendent à diminuer .

La fonction de transfert pour la boucle de courant :

$$\frac{I_4(p)}{I_e(p)} = \frac{1}{2T_{th}p+1} \implies I_4(p) = \frac{U_w/K_{RNI}}{2T_{th}p+1}$$

En tenant compte des conditions initiales :

$$I_4(p) = \frac{U_w/K_{RNI} + 2T_{th} I_4(0)}{2T_{th}p+1}$$

Soit

$$I_4(t) = \left(\frac{U_w}{K_{RNI} \cdot 2T_{th}} + I_4(0) \right) e^{-t/2T_{th}}$$

$$I_4(t) = \left(\frac{K(K_1 \varepsilon - K_{RNW} \cdot \omega_4)}{K_{RNI} \cdot 2T_{th}} + I_4(0) \right) e^{-t/2T_{th}}$$

On remarque que pour ε tendant vers zéro , $I_4(t)$ devient négatif , ainsi la vitesse présentera une pente négative et le ralentissement de l'objet .

La fonction de transfert pour la vitesse est donnée par :

$$\frac{\omega_4(p)}{\omega_e(p)} = \frac{1}{4T_{th}p+1} \implies \omega_4(p) = \frac{\omega_e(p)}{4T_{th}p+1}$$

d'où

$$\omega_4(p) = \frac{U_p/K_{RNW}}{4T_{th}p+1}$$

En tenant compte des conditions initiales :

$$\omega_4(p) = \frac{U_p/K_{RNW} + 4T_{th} \omega_4(0)}{4T_{th}p+1}$$

Soit

$$\omega_4(t) = \frac{U_p/K_{RNW} + 4T_{th} \cdot \omega_4(0)}{4T_{th}} e^{-t/4T_{th}}$$

$$\omega_4(t) = \left(\frac{U_p}{4T_{th} K_{RNW}} + \omega_4(0) \right) e^{-t/4T_{th}}$$

$$\omega_4(t) = \left(\frac{K_1 \varepsilon}{4T_{th} K_{RNW}} + \omega_4(0) \right) e^{-t/4T_{th}}$$

On remarque que , quand \dot{E} diminue , la vitesse diminue aussi .

Les variations du courant étant plus rapides , que celles de la vitesse ; donc le courant devra passer d'une valeur positive à une valeur négative , alors que la vitesse diminue avec une pente négative sans pour autant devenir négative.

Ce qui caractérise cette étape , est le freinage de l'objet déplacé .

IV-3- APPLICATION NUMERIQUE :

Soient les paramètres du moteur :

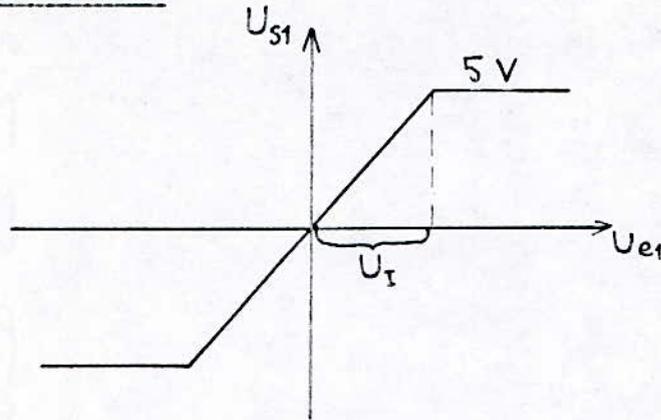
- La vitesse nominale : $N = 3000 \text{ tr/mn}$.
- Le moment d'inertie total : $J_e = 0,0019 \text{ N.m.s}^2$.
- La puissance nominale : $P_n = 0,45 \text{ KW}$.
- La tension nominale : $U_n = 220 \text{ V}$.
- Le courant d'induit nominal : $I_n = 2,37 \text{ A}$.
- Le courant maximal : $I_{\max} = 2,5 I_n$.
- La résistance d'induit : $R = 12,15 \Omega$
- L'inductance d'induit : $L = 0,28 \text{ H}$
- Le couple utile sur l'arbre du moteur : $C_n = 1,4 \text{ N.m}$
- La constante électrique : $C_e = (U - RI) / W = 0,6 \text{ V.S/rad}$
- La constante du couple : $C_T = P / W.I = 0,6 \text{ N.M / A}$
- La constante de temps mécanique : $T_m = \frac{J_e \cdot R}{C_e \cdot C_T} = 0,0067 \text{ S}$
- La constante de temps électrique : $T_e = L/R = 0,023 \text{ S}$

Le reste des paramètres sont donnés par :

- La constante de temps du thyristor : $T_{th} = 0,005 \text{ S}$
- Le gain de la boucle du retour pour le courant : (voir le sous-chapitre III-2-1) $K_{RNI} = 2$
- Le gain de la boucle du retour pour la vitesse : (voir sous-chapitre III-2-2) $K_{RNW} = 0,1$
- Le gain de la boucle de retour pour le déplacement est pris : $K_{RNP} = 1$
- La constante de chaîne cinématique : $K_{CC} = 0,3 \cdot 10^{-3}$
- Le gain du régulateur de position est :
 $K_1 = K_{RNW} / 8 \cdot T_{th} \cdot K_C \cdot K_{RNP} \cdot K_{CC} = 8333,3$
- Le gain du régulateur de vitesse est :
 $K = K_{RNI} \cdot K_e \cdot T_m / 4 T_{th} \cdot R \cdot K_{RNW} = 0,903$
- Le gain du régulateur de courant est :
 $K_2 = T_e \cdot R / 2 T_{th} \cdot K_{th} \cdot K_{RNI} = 0,63$

Calculons les tensions limites à appliquer aux différents régulateurs avant qu'ils fonctionnent dans la saturation :

Régulateur de courant :

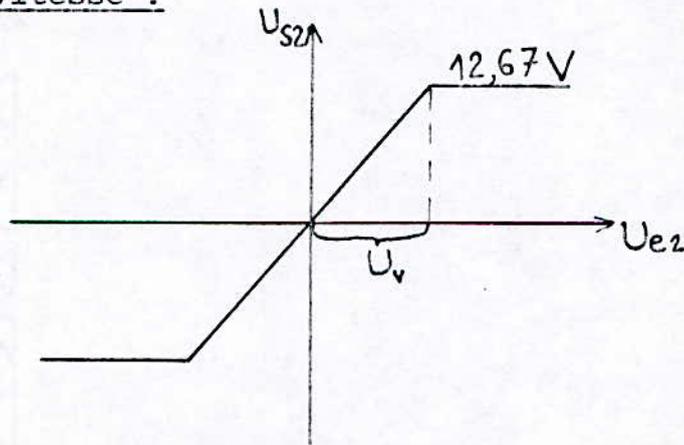


On fixe la tension de saturation à 5V :

$$\frac{U_{S1}}{U_I} = K_2 \implies U_I = \frac{U_{S1}}{K_2} = \frac{5}{0,63}$$

Soit $U_I = 7,93 \text{ V}$

Régulateur de vitesse :



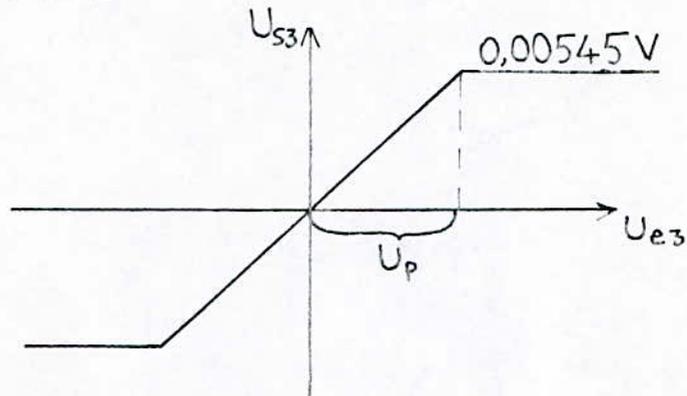
Sachant que $U_I = U_{S2} - K_{RNI} \cdot I \implies U_{S2} = U_I + K_{RNI} \cdot I$

$U_{S2} = 7,93 + 2 \cdot 2,37$ d'où $U_{S2} = 12,67 \text{ V}$

$$\frac{U_{S2}}{U_v} = K \implies U_v = \frac{U_{S2}}{K} = \frac{12,67}{0,903}$$

Soit $U_v = 14,038 \text{ V}$

Régulateur de position :



$$\text{Sachant que } U_v = U_{S3} - K_{RNW} \cdot W \implies U_{S3} = U_v + K_{RNW} \cdot W$$

$$U_{S3} = 14,038 + 0,1 \quad \text{d'où} \quad U_{S3} = 45,44 \text{ V}$$

$$\frac{U_{S3}}{U_p} = K_1 \implies U_p = \frac{U_{S3}}{K_1} = \frac{45,44}{8333,33}$$

$$\text{Soit } U_p = 0,00545 \text{ V}$$

L'évolution des grandeurs courant, vitesse et déplacement est donnée par le tableau suivant :

t (s)	I (A)	V (rad/s)	S (m)
0	0	0	0
$0,119386 \cdot 10^{-2}$	$0,546412 \cdot 10^{-1}$	56,3035	$0,772655 \cdot 10^{-5}$
$0,126406 \cdot 10^{-2}$	$0,604774 \cdot 10^{-1}$	62,7777	$0,902889 \cdot 10^{-5}$
$0,118156 \cdot 10^{-1}$	2,37002	215,7320	$0,116316 \cdot 10^{-3}$
$0,2011276 \cdot 10^{-1}$	//	235,8101	$0,127813 \cdot 10^{-3}$
$0,315732 \cdot 10^{-1}$	//	313,932	$0,218901 \cdot 10^{-3}$
0,9227160	//	//	$0,987654 \cdot 10^{-2}$
1,023457	//	//	$1,316872 \cdot 10^{-2}$
2,456891	//	//	$5,925924 \cdot 10^{-2}$
3,120000	//	//	$1,09576 \cdot 10^{-1}$
4,001210	//	//	$3,478801 \cdot 10^{-1}$
6,73420	//	//	$8,873214 \cdot 10^{-1}$
7,01200	//	//	$9,9981532 \cdot 10^{-1}$
7,23000	//	//	$9,9992511 \cdot 10^{-1}$
7,241460	- 0,253	236	$9,999351 \cdot 10^{-1}$
7,249557	- 0,5	215,63	$9,999372 \cdot 10^{-1}$
7,260308	- 2,37	61	$9,999654 \cdot 10^{-1}$
7,260378	- 2,37	56,7	$9,999677 \cdot 10^{-1}$
7,272132	0	50	1

Interpretation des valeurs obtenues :

- * Le démarrage se fait de $t = 0$ s à $t = 0,2011276 \cdot 10^{-1}$ s :
Pendant cette étape ,la vitesse et le déplacement augmentent;le courant augmente et devient constant.
- * Le mouvement uniforme a lieu entre $t = 0,315732 \cdot 10^{-1}$ s et $t = 7,23$ s :
Pendant cette étape,la vitesse et le courant sont constants,le déplacement augmente.
- * Le freinage se situe entre $t = 7,24146$ s et $t = 7,26378$ s :
Pendant cette étape ,le courant devient négatif et continue à diminuer . La vitesse diminue sans devenir négative . Le déplacement augmente toujours .
- * A $t = 7,272132$ s : Le courant et la vitesse s'annulent . Le déplacement s'arrête à 1 mètre .

V- SIMULATION DU SYSTEME SUBORDONNE DE POSITION :

Il s'agit de remplacer le système mécanique par un modèle électrique , réalisant la même fonction de transfert . L'outil principal utilisé , pour la simulation des systèmes asservis , est l'amplificateur opérationnel , lequel pour atteindre la perfection , doit avoir les propriétés suivantes :

- Très bonne linéarité .
- Très grand gain en boucle ouverte .
- L'impédance d'entrée doit être très grande .
- L'impédance de sortie doit être la plus faible possible .

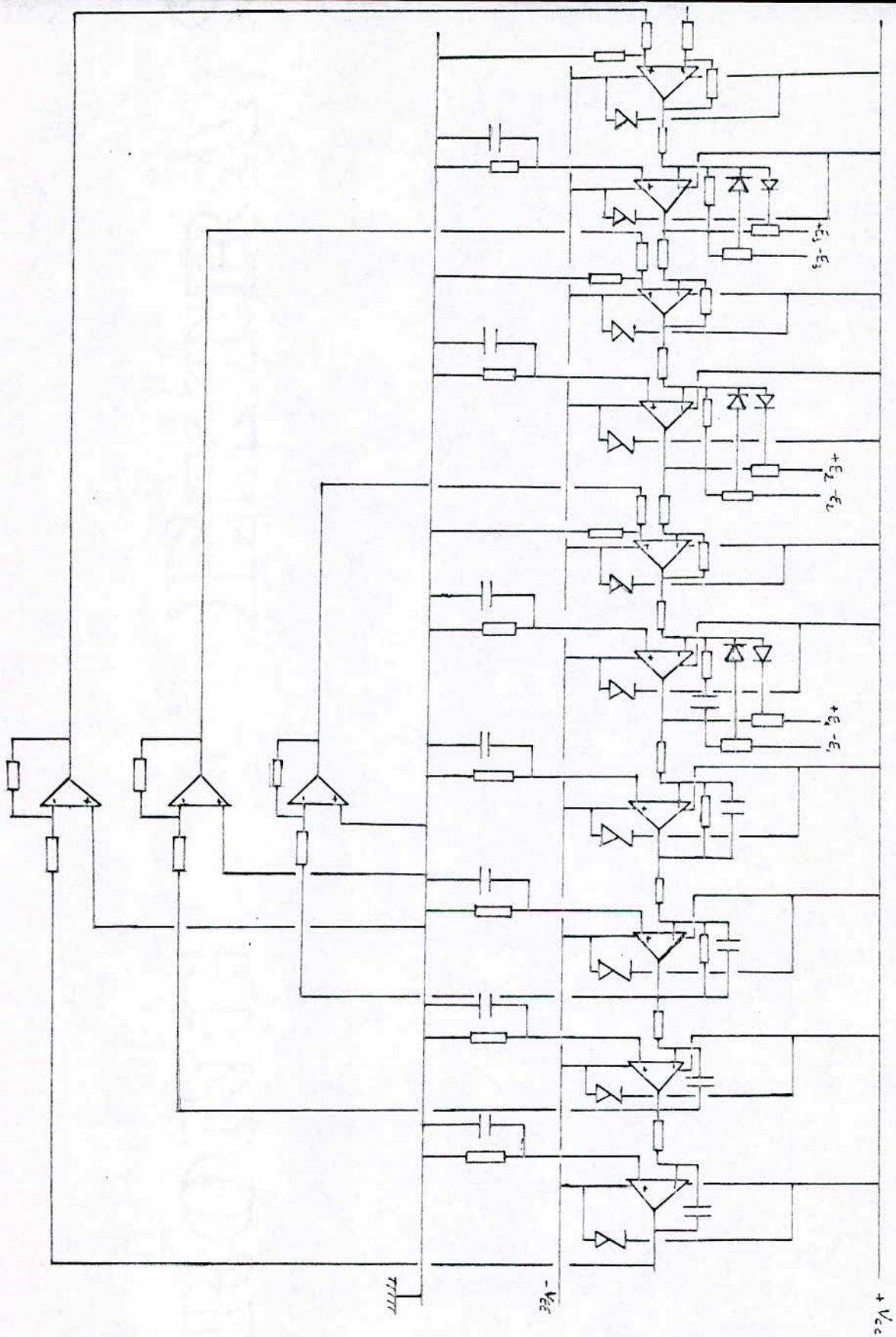


fig-I-36-

I-3- OPTIMALISATION DYNAMIQUE:

L'optimalisation est dynamique si le critère d'optimalité met en jeu le temps. Dans ce cas, on rencontre très souvent les fonctions de coût, qui sont de la forme suivante:

$$Q = \int_{t_0}^{t_1} q(u, x, t) dt$$

Les états du système aux instants t_0 et t_1 étant imposés, il s'agit alors de faire passer le système considéré de l'état initial à l'état final, en minimalisant la fonction de coût Q , tout en respectant certaines contraintes ($u \in U$).

On peut citer quelques exemples d'optimalisation dynamique :

- Minimalisation de l'erreur quadratique moyenne d'un servomécanisme au cours d'un intervalle de temps fini ou infini avec limitation de l'effort de commande.
- Programme d'ascension d'un avion avec minimalisation, soit du temps nécessaire (intercepteur), soit de la consommation de carburant (transporteur civil).
- Maximalisation de la vitesse de mise sur orbite d'un satellite artificiel.
- Maximalisation de la production d'une unité chimique, pendant une certaine période, avec choix des instants optimaux d'arrêt pour le changement des catalyseurs.

II-METHODES DE CALCUL D'UNE COMMANDE OPTIMALE :

Pour le calcul d'une commande optimale, nous étudierons deux méthodes qui sont : La méthode du plan de phase et le principe du maximum de PONTYAGUINE.

II-1- METHODE DU PLAN DE PHASE

II-1-1- INTRODUCTION :

Dans les systèmes de commande, nous ne pouvons pas toujours utiliser les méthodes linéaires, vu que réellement ces systèmes ne sont pas linéaires : Ce sont, soit des systèmes créés non-linéaires au départ, soit des systèmes sensiblement non-linéaires.

Mais le facteur le plus important, est que les systèmes de commande optimaux, sont de par leur nature non-linéaires, et l'expérience a permis de voir que la méthode du plan de phase est très commode pour leurs études.

II-1-2- ETUDE DE LA METHODE DU PLAN DE PHASE :

Nous avons toujours estimé le régime transitoire en coordonnées "temps-régime transitoire"; c'est à dire, on envisageait les équations du temps $x(t)$.

Supposons maintenant que la dérivée de $x(t)$ soit $\dot{x}(t)$, alors des équations $x = x(t)$ et $\dot{x} = \dot{x}(t)$ on peut éliminer le temps et obtenir la relation: $\Psi(x, \dot{x}) = 0$ (1) qui, à chaque instant, associe la valeur du processus à sa dérivée.

Relation qui peut encore s'écrire : $\dot{x} = \Psi(x)$ qui est une équation différentielle dont la résolution permet d'exprimer $x(t)$ sous la forme :

$$\int_{x_0}^x \frac{dx}{\Psi(x)} = t - t_0$$

où x_0 est la valeur du processus à l'instant $t = t_0$.

S'il faut observer le comportement du système dans des conditions initiales différentes, ceci peut se faire à l'aide de la famille de courbes de la forme (1).

Le plan à système de coordonnées (x, \dot{x}) s'appelle "plan de phase".

Il définit complètement l'évolution du système soumis à des entrées données. Les courbes vérifiant l'équation (1) (c'est à dire dont l'abscisse de chaque point est égale à la coordonnée du processus, et son ordonnée à la vitesse du processus au même instant) s'appellent "trajectoires de phase". Le point de la trajectoire de phase qui traduit l'état du système à un instant donné s'appelle "point représentatif".

Remarque :

Les trajectoires de phase sont graduées en temps: elles représentent l'évolution du système dans le temps.

II-1-3- METHODE DES ISOCLINES

C'est une méthode graphique qui permet la construction de l'ensemble des trajectoires de phase.

Soit un système de la forme : $f(x, \dot{x}, \ddot{x}) = 0$, qui peut encore s'écrire :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = f(x, \frac{dx}{dt}) \quad (2)$$

en posant $\frac{dx}{dt} = y$, l'équation (2) sera donc équivalente au

système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = y \quad (3) \\ \frac{dy}{dt} = f(x, y) \quad (4) \end{array} \right.$$

en divisant l'équation (4) par l'équation (3), on obtient :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}$$

en considérant le plan de phase (x, \dot{x}) ou (x, y) :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = t_{\alpha} \alpha$$

Donc on peut dire que $f(x,y)/y$ est la pente de la tangente à la trajectoire qui passe par le point (x,y) . On peut tracer plusieurs tangentes, puis raccorder les lignes polygonales obtenues : c'est la méthode des isoclines.

Application de la méthode des isoclines à un système du second ordre :

Pour mieux comprendre la méthode des isoclines, nous allons représenter dans le plan de phase, l'évolution d'un système linéaire du second ordre lorsqu'il est abandonné à lui-même à partir de conditions initiales non-nulles.

L'équation du système est :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2zw_n \frac{dx}{dt} + w_n^2 x = 0$$

Equation qui peut encore s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -2zw_n y - w_n^2 x \end{cases}$$

On en déduit que :

$$\frac{dy}{dx} = -2zw_n - w_n^2 \frac{x}{y}$$

En posant $\frac{dy}{dx} = q$:

L'isocline est la droite de pente q passant par l'origine et dont l'équation est :

$$\frac{y}{x} = - \frac{w_n^2}{q+2zw_n}$$

En choisissant $w_n = 1$, on aura :

$$\frac{y}{x} = - \frac{1}{q+2z}$$

D'où les résultats :

- Sur l'axe des x , c'est à dire pour $y = 0$, on aura q infini, donc des tangentes verticales.

- Sur l'axe des y , c'est à dire pour $x = 0$, les tangentes à toutes les trajectoires ont la même pente égale à $-2z$.

- Les tangentes sont horizontales sur l'isocline $y = - \frac{x}{2z}$.

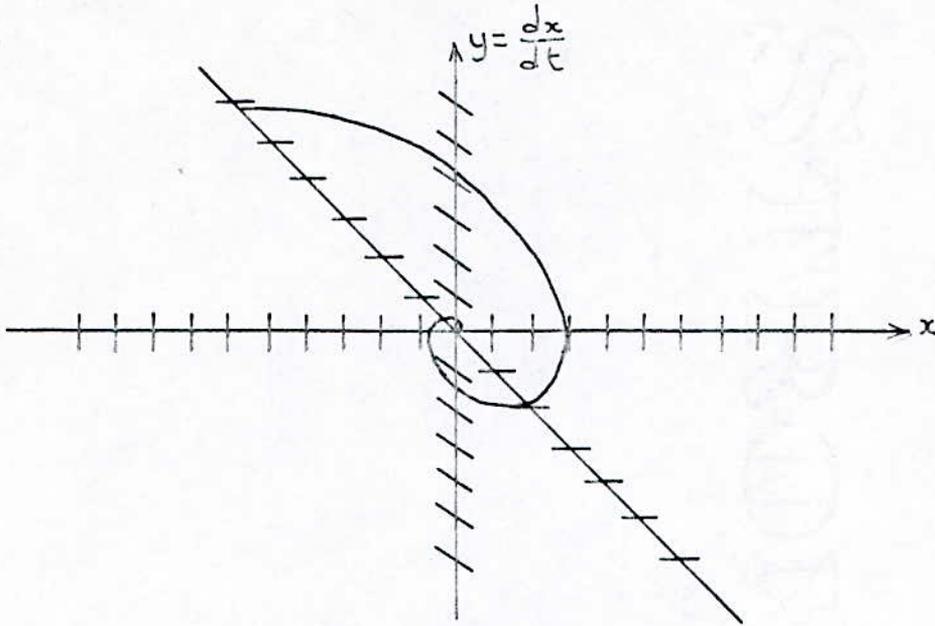


fig-II-1

Les valeurs choisies pour l'amortissement z permettent de préciser l'allure des trajectoires de phase :

- Pour $z = 0$: Les trajectoires sont des cercles; c'est le cas d'un système juste-oscillant.
- Pour $z > 0$: Les trajectoires sont des spirales qui s'enroulent autour de l'origine; c'est le cas d'une oscillation amortie.

Mais plus z augmente, plus les trajectoires tendent vers l'origine sans s'enrouler.

-Si par un dispositif auxiliaire, on réalisait artificiellement $z < 0$, on aurait des trajectoires s'éloignant indéfiniment.

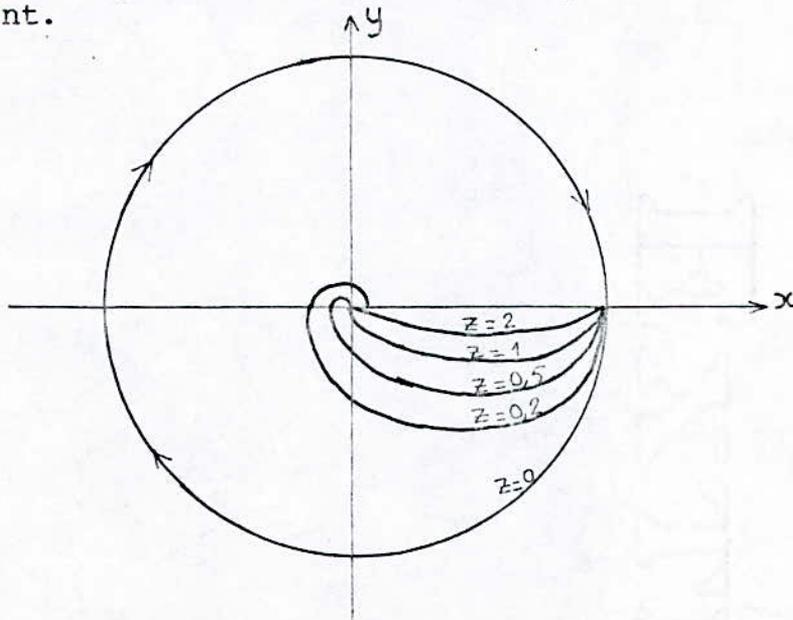


fig-II-2

II-2- PRINCIPE DU MAXIMUM :

II-2-1- INTRODUCTION :

En 1959, l'académicien L.PONTRYAGUINE a publié avec ses élèves V.BOLTIANSKI et R.GAMBRELIDZE, l'article dans lequel il a énoncé pour la première fois le principe rendant possible la résolution du problème général qui consiste à rechercher le processus transitoire optimal du point de vue du temps de transition dans les systèmes continus. PONTRYAGUINE; BOLTIANSKI et GAMBRELIDZE ont démontré que le principe du maximum est un critère nécessaire et suffisant d'un processus optimal dans les systèmes linéaires et un critère nécessaire dans les systèmes non-linéaires.

Avant d'énoncé le principe du maximum, nous donnerons un aperçu sur l'hamiltonien et des rappels sur certaines définitions nécessaires pour la compréhension du problème.

II-2-2- POSITION DU PROBLEME :

Etant donné un système dynamique :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

Et un vecteur de sortie :

$$s(t) = g[x(t), t]$$

Les vecteurs d'état $x(t)$ et de commande $u(t)$ sont assujettis à demeurer à l'intérieur d'un certain domaine.

Cependant dans la pratique, on ne sait traiter que les contraintes sur la commande $u(t)$. Ces contraintes prennent souvent la forme :

$$|u_i| \leq U$$

Et sont dites commandes admissibles.

Parmi ces commandes admissibles, il faut trouver celle qui minimise la fonction de coût suivante :

$$Q = \int_{t_0}^T q[s(t), u(t), t] dt \quad (5)$$

avec t_0 : L'instant initial et T : L'instant final.

Cette commande, ainsi que la trajectoire qui lui est associée, seront dites optimales et désignées respectivement par $\bar{u}(t)$ et $\bar{x}(t)$.

En considérant la fonction (5), le principe d'optimalité permet de dire, que la portion du processus total, comprise entre un instant intermédiaire quelconque et l'instant final T , constitue aussi un processus optimal, donc cela reviendrait à minimaliser la fonction de coût générale suivante :

$$Q(\tau) = \int_{\tau}^T q[s(t), u(t), t] dt$$

La loi de commande optimale $\bar{u}(t)$ qui ne dépend que de $x(\tau)$, permet d'écrire la valeur minimale \bar{Q} de la fonction de coût, sous la forme suivante :

$$\bar{Q}(x(\tau), \tau) = \min_{\substack{u(t) \\ \tau, T}} \int_{\tau}^T q(s(t), u(t), t) dt \quad (6)$$

La notation $\min_{\substack{u(t) \\ \tau, T}}$ signifie que le minimum est pris par rapport

à $u(t)$ dans l'intervalle $[\tau, T]$.

D'autre part, du fait qu'à l'instant final, l'objet commandé a atteint son objectif, nous avons :

$$\bar{Q}[x(T), T] = 0$$

II-2-3 EQUATION DE HAMILTON-JACOBI :

En considérant l'instant intermédiaire $\tau + \delta\tau$, on peut réécrire l'équation (6) :

$$\bar{Q}(x(\tau), \tau) = \min_u \left(\int_{\tau}^{\tau + \delta\tau} q(s(t), u(t), t) dt + \int_{\tau + \delta\tau}^T q(s(t), u(t), t) dt \right) \quad (7)$$

Or d'après la loi de commande optimale :

$$\int_{\tau + \delta\tau}^T q(s(t), u(t), t) dt = \bar{Q}(x(\tau + \delta\tau), \tau + \delta\tau)$$

D'où l'équation (7) devient :

$$\bar{Q}(x(\tau), \tau) = \min_u \left\{ \int_{\tau}^{\tau + \delta\tau} q(s(t), u(t), t) dt + \bar{Q}(x(\tau + \delta\tau), \tau + \delta\tau) \right\}$$

Et donc :

$$\bar{Q}(x(\tau), \tau) = \min_u \left\{ q[s(\tau), u(\tau), \tau] \delta\tau + \bar{Q}(x(\tau), \tau) + \delta\bar{Q} \right\}$$

Vu que $\bar{Q}[x(\tau), \tau]$ ne dépend pas de u , cette équation peut s'écrire :

$$0 = \min_u \{ q[s(\tau), u(\tau), \tau] \delta\tau + \delta\bar{Q}[x(\tau), \tau] \}$$

En faisant tendre $\delta\tau$ vers 0, on obtient :

$$0 = \min_u \{ q[s(\tau), u(\tau), \tau] + \frac{d\bar{Q}[x(\tau), \tau]}{d\tau} \}$$

Vu que \bar{Q} est en fonction de x et de z , d'où sa dérivée par rapport à z , s'écrit :

$$\frac{d\bar{Q}}{dz} = \frac{\partial \bar{Q}}{\partial z} + \sum_{n=1}^N \dot{x}_n \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x_n}$$

Toujours avec $\frac{\partial \bar{Q}}{\partial z}$, indépendant de la commande u :

$$\min_u \left\{ q(s(z), u(z), z) + \sum_{n=1}^N \dot{x}_n \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x_n} \right\} + \frac{\partial \bar{Q}(x(z), z)}{\partial z} = 0 \quad (8)$$

Avec $S(t) = g[x(z), z]$ et $\dot{x}_n = f_n[x(z), u(z), z]$

Si la commande u satisfait l'équation (8), on peut écrire :

$$q(s, \bar{u}, z) + \sum_{n=1}^N f_n(x, \bar{u}, z) \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x_n} + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial z} = 0$$

Et c'est l'équation connue sous le nom de "EQUATION DE HAMILTON-JACOBI", qui peut encore s'écrire :

$$q(s, \bar{u}, z) + \sum_{n=1}^N f_n(x, \bar{u}, z) P_n + P_0 = 0 \quad (9)$$

$$\text{avec } P_n = \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x_n} \quad \text{et} \quad P_0 = \frac{\partial \bar{Q}}{\partial z}$$

Les variables P_n sont dites "variables adjointes".

En considérant la fonction hamiltonienne suivante, l'équation (9) s'écrit :

$$H(x, u, p, z) = q(s, u, z) + \sum_{n=1}^N f_n(x, u, z) P_n$$

L'hamiltonien H étant minimalisé par la fonction de commande \bar{u} d'où :

$$\bar{H} = \min_u H(x, u, p, z)$$

Si le vecteur de commande optimale est \bar{u} , l'équation (9), s'écrit alors :

$$\bar{H}(x, p, z) + P_0 = 0$$

On définit aussi les équations de Pontryaguine :

$$\dot{x}_n = \frac{\partial \bar{H}}{\partial P_n} \quad \text{et} \quad \dot{P}_n = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial x_n}$$

Qui permettent, à l'aide de certaines conditions au limites, de fournir les variations optimales de x et de p , donc aussi celles de u .

II-2-4- HAMILTONIEN GENERALISE :

Nous avons déjà vu que :

$$H = q + \sum_{n=1}^N p_n \cdot \dot{x}_n$$

Qui peut encore s'écrire :

$$H = p_{N+1} \cdot \dot{x}_{N+1} + \sum_{n=1}^N p_n \cdot \dot{x}_n$$

C'est à dire que $q = p_{N+1} \cdot \dot{x}_{N+1}$; ce qui est vrai, en prenant $p_{N+1} = 1$ et en définissant une variable $x_{N+1}(t)$ telle que :

$$x_{N+1}(t) = \int_z^t q(x,u,t) dt$$

Et on voit que $\dot{x}_{N+1}(t) = q$.
D'où l'on peut écrire l'hamiltonien :

$$H = \sum_{n=1}^{N+1} P_n \cdot \dot{x}_n$$

L'équation de Hamilton-Jacobi s'écrit toujours :

$$\bar{H} + P_0 = 0$$

Afin de simplifier cette équation, on fera entrer P_0 dans la fonction hamiltonienne. Pour cela on introduit la variable supplémentaire : $x_0 = t \implies \dot{x}_0 = 1$

D'où le nouvel hamiltonien :

$$H' = \sum_{n=0}^{N+1} P_n \cdot \dot{x}_n$$

L'équation de Hamilton-Jacobi s'écrit alors :

$$\min_u H' = \bar{H}' = 0$$

u

Le vecteur de commande doit être choisi de manière à minimiser H' . Ce minimum est constamment nul le long de la trajectoire optimale. Les trajectoires optimales sont définies ici, par les $2N$ équations de Pontryaguine :

$$\dot{x}_n = \frac{\partial \bar{H}'}{\partial P_n} \quad \text{et} \quad \dot{P}_n = -\frac{\partial \bar{H}'}{\partial x_n}$$

II-2-5- PRINCIPE DU MAXIMUM :

L'exposé qui précède, étant fondé sur l'application de principe d'optimalité, conduit à minimaliser l'hamiltonien H ou H' par rapport au vecteur de commande. On en déduit la forme classique du principe du maximum de Pontryaguine en changeant le signe du vecteur adjoint :

Les nouvelles variables adjointes :

$$\Psi_n = -\frac{\partial \bar{Q}}{\partial x_n} \quad (n=0, 1, \dots, N+1).$$

$$\text{et } \Psi_{N+1} = -1$$

On définit aussi la nouvelle fonction Hamiltonienne :

$$\mathcal{H} = \sum_{n=0}^{N+1} \Psi_n \dot{x}_n \quad \text{ou} \quad \mathcal{H}' = \sum_{n=0}^{N+1} \Psi_n \cdot \dot{x}_n$$

L'équation de Hamilton-Jacobi s'écrit alors :

$$\max_u \mathcal{H} + \Psi_0 = 0 \quad \text{ou} \quad \max_u \mathcal{H}' = 0$$

Les trajectoires optimales sont définies par les 2N équations :

$$\dot{x}_n = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \psi_n} \quad (10) \quad \text{et} \quad \dot{\psi}_n = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x_n} \quad (11) \quad (n=1,2,\dots,N)$$

THEOREME :

Soit $u(t)$ une commande admissible telle que la trajectoire $x(t)$ vérifiant la relation (10), issue à l'instant t_0 passe à l'instant t_1 ; Pour que la commande $u(t)$ et la trajectoire $x(t)$ soient optimales, il est nécessaire qu'existe un vecteur fonction $\psi(t)$ continu et non nul, correspondant aux fonctions $u(t)$ et $x(t)$, vérifiant ainsi la relation (11) tel que :

1°) Quelque soit t , $t_0 \leq t \leq t_1$ la fonction \mathcal{H} de la variable $u \in U$ atteigne au point $u = u^*$ son maximum.

2°) A l'instant final t_1 , soient vérifiées les relations :

$$\psi_0(t_1) \leq 0, \quad M_{0x} \mathcal{H}' = 0$$

ENONCE DU PRINCIPE DE MAXIMUM :

La commande optimale jouit de cette propriété que le long de la trajectoire optimale, elle maximise à chaque instant l'Hamiltonien \mathcal{H} ; le maximum de ce dernier étant nul.

II-2-6- APPLICATION DU PRINCIPE DU MAXIMUM A UN SYSTEME DU 2^{ieme} ORDRE :

Soit le système défini par :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad \text{et} \quad \dot{x}_2 = u$$

Système que l'on veut faire passer de l'état initial :

$$x_1(t_0) = x_1^0 \quad \text{et} \quad x_2(t_0) = x_2^0$$

A l'état final :

$$x_1(T) = x_2(T) = 0$$

Dans un temps minimal T u étant soumise à la contrainte :

$$|u| \leq L$$

Nous pouvons prendre :

$$Q = \int_{t_0}^T dt \quad \text{soit} \quad q = 1$$

L'Hamiltonien s'écrit alors :

$$H = 1 + p_1 x_2 + p_2 u$$

La valeur de u qui le rend minimal est :

$$\bar{u} = -L \operatorname{sgn}(p_2)$$

La loi de commande est donc du type par plus ou moins, d'où :

$$H = 1 + p_1 x_2 - p_2 L \operatorname{sgn}(p_2)$$

Les équations de Pontryaguine s'écrivent alors :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 & \dot{p}_1 &= 0 \\ \dot{x}_2 &= -L \operatorname{sgn}(p_2) = \bar{u} & \dot{p}_2 &= -p_1\end{aligned}$$

La solution de ce système est de la forme :

$$\begin{aligned}p_1 &= C \\ p_2 &= -ct + D \\ x_2 &= -L \operatorname{sgn}(p_2)t + A \\ x_1 &= -L \operatorname{sgn}(p_2)\frac{t^2}{2} + At + B\end{aligned}$$

A, B, C et D étant des constantes dépendantes des conditions initiales.

En prenant pour L la valeur 1, et l'instant t_0 origine des temps. A partir de l'expression de p_2 , on peut dire qu'il s'annule au plus une fois entre 0 et T, par conséquent, la commande \bar{u} change de signe au plus une fois et cela le long des trajectoires passant par l'origine du plan de phase (x_1, x_2) , qui sont au nombre de deux, associées aux valeurs +1 et -1 de \bar{u} :

- Pour $\bar{u} = \dot{x}_2 = 1$, nous aurons :

$$x_2 = t + A \quad \text{et} \quad x_1 = \frac{t^2}{2} + At + B$$

Avec les conditions aux limites $x_2(T) = x_1(T) = 0$

$$\begin{aligned}0 &= T + A & \text{====>} & A = -T \\ 0 &= \frac{T^2}{2} + AT + B & \text{====>} & B = \frac{T^2}{2}\end{aligned}$$

$$\text{D'où } x_2 = t - T \quad \text{et} \quad x_1 = \frac{t^2}{2} - Tt + \frac{T^2}{2} = \frac{(t - T)^2}{2}$$

$$t \leq T \quad \text{donc} \quad x_1 = \frac{x_2^2}{2} \quad \text{pour} \quad x_2 \leq 0$$

- De même pour $\bar{u} = -1$, on trouve :

$$x_1 = -\frac{x_2^2}{2} \quad \text{pour} \quad x_2 > 0$$

En général, la courbe de commutation est définie par l'équation:

$$x_1 = -x_2|x_2|/2$$

Donc l'évolution du système dans le plan de phase est représentée par les courbes suivantes :

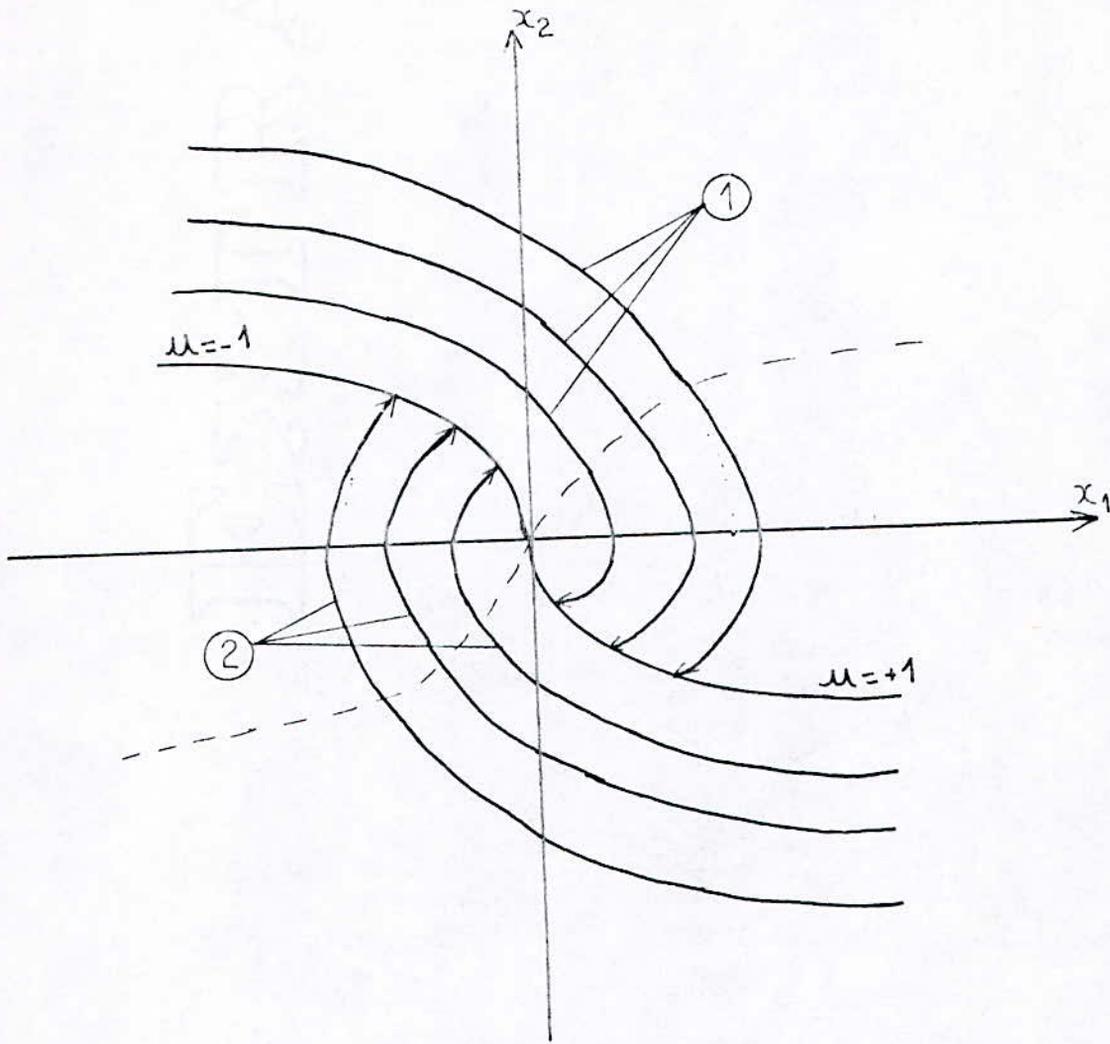


fig -II-3

Les courbes (1) et (2) représentent l'évolution du système avec d'autres conditions initiales.

III- LA COMMANDE OPTIMALE DANS UN MOTEUR A COURANT CONTINU :

Soit un moteur à courant continu destiné à réaliser le déplacement d'un mécanisme d'exécutif. L'objet de réglage est représenté par le produit d'un élément apériodique avec un élément intégrateur.

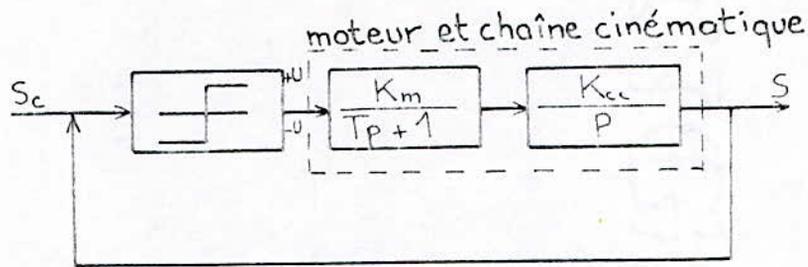


fig -II- 4

avec K_m : constante du moteur.

K_{cc} : constante de la chaîne cinématique.

T : constante de temps électromagnétique du moteur.

Pour optimiser la réponse transitoire de ce système, la méthode du plan de phase est très commandée dans ce cas là, c'est à dire cas d'un système linéaire commandé par un organe de commutation (relais).

Pour cela, calculons la fonction de transfert correspondante au moteur et chaîne cinématique.

$$\left. \begin{aligned} \frac{S}{U} &= \frac{K_m}{T p + 1} \cdot \frac{K_{cc}}{p} \\ \text{En posant } K &= K_m \cdot K_{cc} \end{aligned} \right\} \implies \frac{S}{U} = \frac{K}{p(T p + 1)}$$

$$\text{d'où } T S p^2 + S p = K \cdot U$$

et en utilisant les éléments différentiels on obtient :

$$T \frac{d^2 S}{dt^2} + \frac{dS}{dt} = K \cdot U \quad (12)$$

$$\text{on pose } \frac{dS}{dt} = y \implies dt = \frac{dS}{y} \quad (13)$$

$$\text{L'équation (12) donne : } T \frac{dy}{dt} + y = K \cdot U$$

avec l'équation (13), elle devient :

$$T \frac{dy}{dS} y + y = K \cdot U$$

$$\text{d'où } \frac{T y dy}{K u - y} = dS$$

Par intégration de cette équation, nous obtenons deux solutions possibles : suivant que le relais délivre au moteur la tension +U ou -U.

Pour $-U$, on aura $S^- = -T [y - K.U l_n | y + K.U | + C_1]$ (14)

Pour $+U$, on aura $S^+ = -T [y + K.U l_n | y - K.U | + C_2]$ (15)

Avec C_1 et C_2 : constantes d'intégration.

Remarque:

Ces deux solutions nous permettront de tracer les trajectoires de phase du système , lesquelles se déduisent les unes des autres par translation en S suivant les valeurs de C_1 et C_2 .

Pour tracer la trajectoire de commutation c'est à dire celle qui passe par l'origine des coordonnées , nous considérons des conditions initiales nulles :

Pour $y = 0$, $S^- = S^+ = 0$.

Et nous déterminerons les constantes C_1 et C_2 :

$$(14) \implies 0 = -T [-K U l_n | K U | + C_1]$$

et donc $C_1 = + K U l_n | K U |$

$$(15) \implies 0 = -T [K U l_n | - K U | + C_2]$$

et donc $C_2 = - K U l_n | - K U |$

La courbe de commutation est formée donc , par les deux branches :

$S^+ = -T [y - K U l_n | y + K U | + K U l_n | K U |]$

et

$S^- = -T [K U l_n | y - K U | - K U l_n | - K U |]$

branches qui sont contenues dans le deuxième quadrant ($S > 0$, $y < 0$) et le quatrième quadrant ($S < 0$, $y > 0$) .

Calculons maintenant quelques points particuliers de cette trajectoire , en vue de sa construction :

Pour $y = KU$ -----> $S^- = -0,3 T KU$.

$y = 2KU$ -----> $S^- = -0,9 T KU$.

$y = -KU$ -----> $S^+ = 0,3 T KU$.

$y = -2KU$ -----> $S^+ = 0,9 T KU$.

Pour tracer les autres trajectoires de phase , qui sont au nombre de deux familles , il faudra considérer d'autres conditions initiales.

Calculons quelques points particuliers d'une trajectoire , appartenant à l'une des deux familles , en considérant la condition initiale suivante :

$$S = A \text{ pour } y = 0 .$$

$$\text{d'où (14) } \implies A = -T [-K U \ln |KU| + C_1]$$

$$\text{et donc } C_1 = -\frac{A}{T} + K U \ln |KU|$$

d'où l'équation de cette trajectoire :

$$S = -T [y - K U \ln |y + KU| + K U \ln |KU|] + A$$

un point particulier de cette courbe :

$$\text{pour } y = K U \implies S = -0,3 T K U + A$$

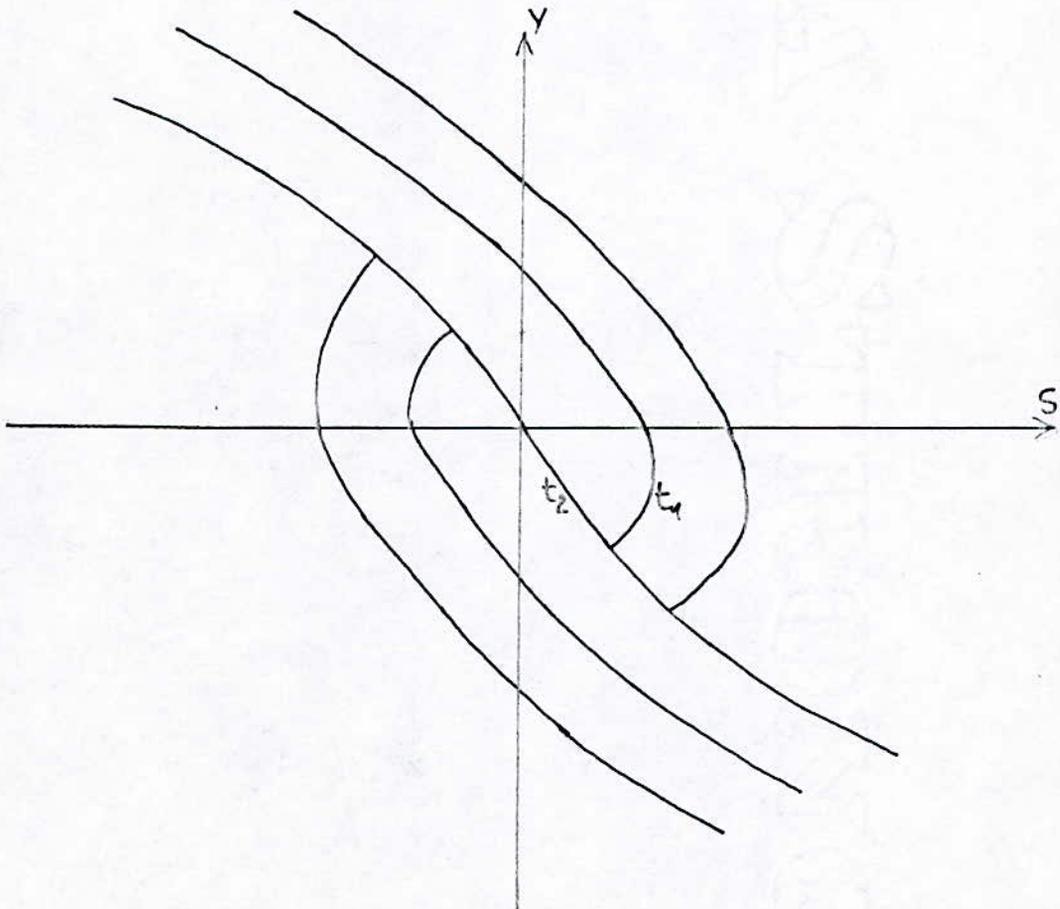


fig -II- 5

Conclusion :

L'examen des trajectoires indique qu'il y a une seule commutation, et c'est la commutation optimale (pour la rapidité de la réponse), qui se produit sur une branche de la trajectoire qui passe par l'origine : au début, c'est la tension $-U(+U)$ qui est appliquée au système jusqu'au temps t_1 , ensuite il y a déclenchement du relais (commutation) et c'est $+U(-U)$ qui sera appliquée jusqu'à l'origine des coordonnées : fin du temps t_2 .

Donc il serait intéressant de connaître à quel moment il y'a commutation et pour cela calculons les temps t_1 et t_2 .

Calcul de t_1 et t_2 :

Reprenons l'équation différentielle du second ordre du système à moteur, considérée précédemment :

$$T \frac{d^2 S}{dt^2} + \frac{dS}{dt} = K U$$

Dont la solution est de la forme suivante :

- Pour $0 \leq t \leq t_1$ avec $-U$: la tension délivrée par le relais

$$\left\{ \begin{array}{l} S = C_1 + C_2 \exp(-t/T) - K U t \quad (16) \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{1}{T} C_2 \exp(-t/T) - K U \quad (17) \end{array} \right.$$

En considérant les conditions initiales :

$$\text{à } t = 0 : S = A : \frac{dS}{dt} = 0$$

$$(17) \implies 0 = -\frac{1}{T} C_2 - K U \implies C_2 = -K U T$$

$$(16) \implies A = C_1 - K U T \implies C_1 = A + K U T$$

Donc le système formé par les équations (16) et (17) devient :

$$I \quad \left\{ \begin{array}{l} S = A - K U t + K U T (1 - \exp(-t/T)) \quad (18) \\ \frac{dS}{dt} = K U (\exp(-t/T) - 1) \quad (19) \end{array} \right.$$

- Pour $t_1 \leq t \leq \tau$, $\tau = t_1 + t_2$

Et avec $+U$: la tension délivrée par le relais

$$\left\{ \begin{array}{l} S = C_3 + C_4 \exp(-t/T) + K U t \quad (20) \\ \frac{dS}{dt} = -\frac{1}{T} C_4 \exp(-t/T) + K U \quad (21) \end{array} \right.$$

Avec les conditions initiales suivantes :

$$\text{à } t = \tau = t_1 + t_2 : S = 0 : \frac{dS}{dt} = 0$$

$$\text{D'où (21)} \implies 0 = -\frac{1}{T} C_4 \exp(-z/T) + KU \implies C_4 = KU T \exp(z/T)$$

$$\text{Et (20)} \implies 0 = C_3 + K U T \exp(z/T) \exp(-z/T) + K U z$$

$$\implies C_3 = -K U (T + z)$$

$$\text{D'où II} \quad \begin{cases} S = -K U (t-z) + K U T (\exp(-(t-z)/T) - 1) & (22) \\ \frac{ds}{dt} = K U (1 - \exp(-(t-z)/T)) & (23) \end{cases}$$

Les deux systèmes obtenus (I et II) permettent de voir l'évolution du déplacement réalisé par le système à moteur et le calcul des temps t_1 et t_2 :

Sachant qu'au temps t_1 il y a commutation donc on peut dire que le déplacement obtenu pour une tension $+U$ est identique à celui obtenu pour une tension $-U$:

à $t = t_1$, l'équation (19) est identique à l'équation (21) et l'équation (18) à l'équation (20) :

$$\text{D'où} \quad K U [\exp(-t_1/T) - 1] = K U (1 - \exp(-(t_1 - t_1 - t_2)/T))$$

$$\implies \exp(-t_1/T) = 2 - \exp(t_2 / T)$$

Et

$$A - K U t_1 + K U T (1 - \exp(-t_1/T)) = -K U t_2 + K U T (\exp(-t_2/T) - 1)$$

Et on trouve $t_2 = t_1 - A / KU$

Conclusion :

Afin d'obtenir un temps de régime transitoire optimal, il faut appliquer au moteur, une tension $+U$ jusqu'à un temps t_1 défini par l'équation suivante :

$$\exp(-t_1 / T) = 2 - \exp((t_1 - A / KU) / T)$$

Ensuite, une tension inverse $-U$, pendant un temps t_2 , déduit de t_1 par l'équation :

$$t_2 = t_1 - A / KU$$

Application :

Afin de mieux comprendre ce que nous avons exposé précédemment, faisons une application numérique :

Soit un moteur présentant les caractéristiques suivantes :

$$\begin{array}{lll} L = 212 \text{ mH} & U = 110 \text{ v} & N = 1000 \text{ tr / mn} \\ R = 0,12 \Omega & I = 1,365 \text{ A} & P = 150 \text{ W} \\ J = 2,36 \cdot 10^{-6} \text{ kg / m}^2 & & \end{array}$$

Et l'on veut réaliser le déplacement d'un objet sur une distance de 1 m, soit $A = 1$

Calcul de la constante du moteur :

$$K_m = \frac{W}{U - R I} = \frac{1000 \cdot \pi}{30(110 - 0,12 \times 1,365)}$$

Soit

$$\underline{K_m = 0,95}$$

Calcul de la constante de chaîne cinématique :

Le déplacement étant réalisé à l'aide d'une vis-mère (partie mécanique du système) dont le pas est de 2 mm ; d'où :

$$2\pi \text{ ----> } 1 \text{ tour de la vis-mère ----> } 1 \text{ pas} = 2 \text{ mm}$$

$$\text{====> } K_{oc} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot \pi}$$

$$\text{Soit } \underline{K_{oc} = 0,00032}$$

$$\text{d'où } K = K_{oc} \cdot K_m \text{ devient } \underline{K = 0,0003}$$

Calcul de la constante électromagnétique :

$$T = \frac{L}{R} = \frac{212 \cdot 10^{-3}}{0,12}$$

$$\text{d'où } T = 1,76 \text{ s}$$

Pour différentes tensions appliquées au moteur , comparons les temps de régime transitoire : prenons comme tensions : 10 V , 50 V et 110 V :

$$U = 10 \text{ V} :$$

$$t_1 = 334,54 \text{ s}$$

$$t_2 = 1,22 \text{ s}$$

$$\text{à } t = t_1 \text{ on aura } S = 0,00169 \text{ m}$$

$$U = 50 \text{ V} :$$

$$t_1 = 67,88 \text{ s}$$

$$t_2 = 1,22 \text{ s}$$

$$\text{à } t = t_1 \text{ on aura } S = 0,00820 \text{ m}$$

$$U = 110 \text{ V} :$$

$$t_1 = 31,52 \text{ s}$$

$$t_2 = 1,22 \text{ s}$$

$$\text{à } t = t_1 \text{ on aura } S = 0,01792 \text{ m}$$

Tracé des 3 courbes de déplacement , correspondantes
aux différentes tensions :

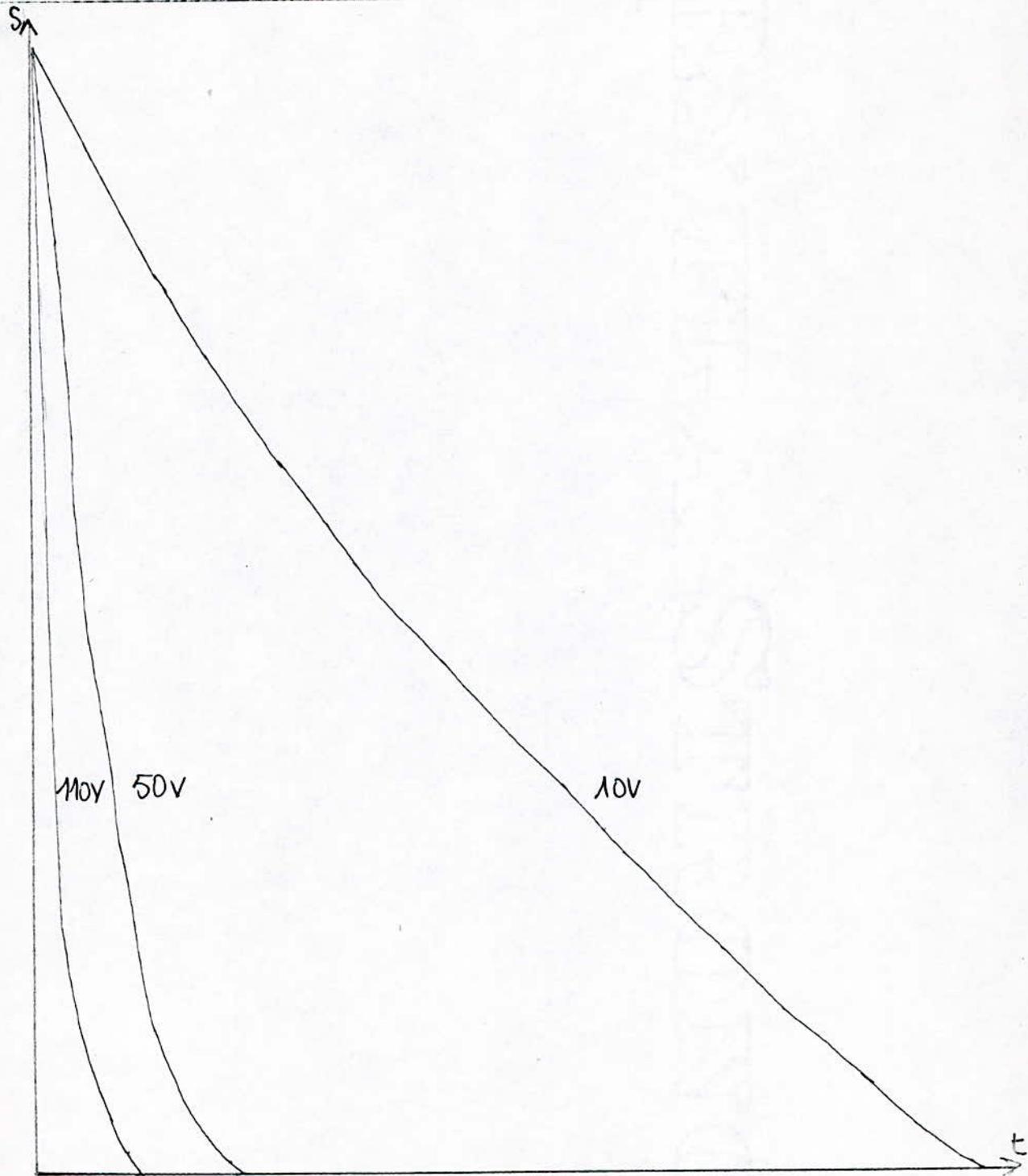


fig -II- 6

Conclusion :

Plus on augmente la tension que l'on applique au moteur , plus on obtient un système à régime transitoire plus court (optimisé). Mais on ne peut augmenter cette tension indéfiniment , il y a toujours une tension limite (contrainte) , qui est dans ce cas $u = 110 \text{ V}$.

IV - Conception d'un système à commande optimale :

Dans ce sous-chapitre , nous donnerons les grandes lignes d'une conception d'un système à commande optimale .C'est en fait, la conception d'un relais électronique pour le système à moteur , réalisant le déplacement d'organe d'exécutif ,étudié précédemment (fig -II- 4).

L'évolution du déplacement réalisé se fait suivant la courbe suivante :

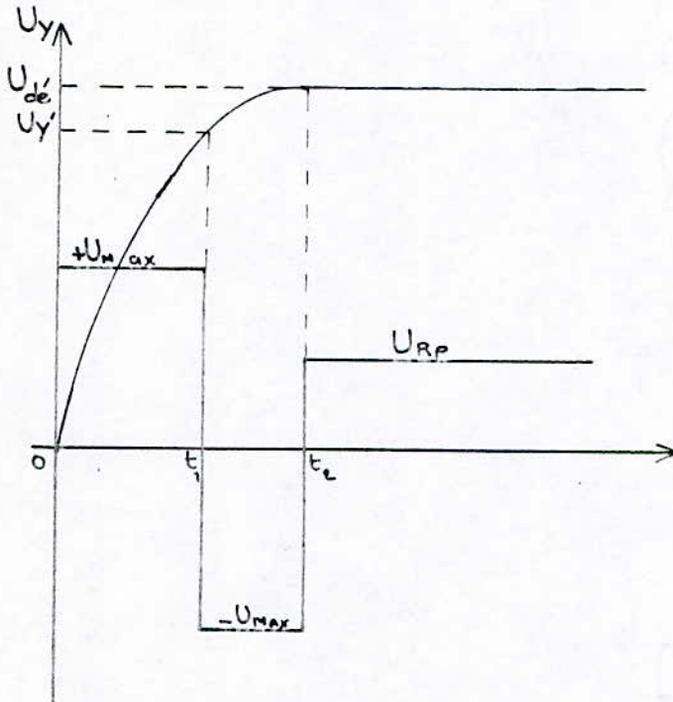


fig -II- 7

Avec U_y une tension proportionnelle au déplacement réalisé . Cette tension est obtenue à l'aide d'un capteur . Les tensions $+U_{\text{max}1}$, $-U_{\text{max}}$ et U_{RP} sont données par le relais électronique aux temps adéquats ($t = 0$, $t = t_1$ et $t = t_2$)

Le système conçu est le suivant :

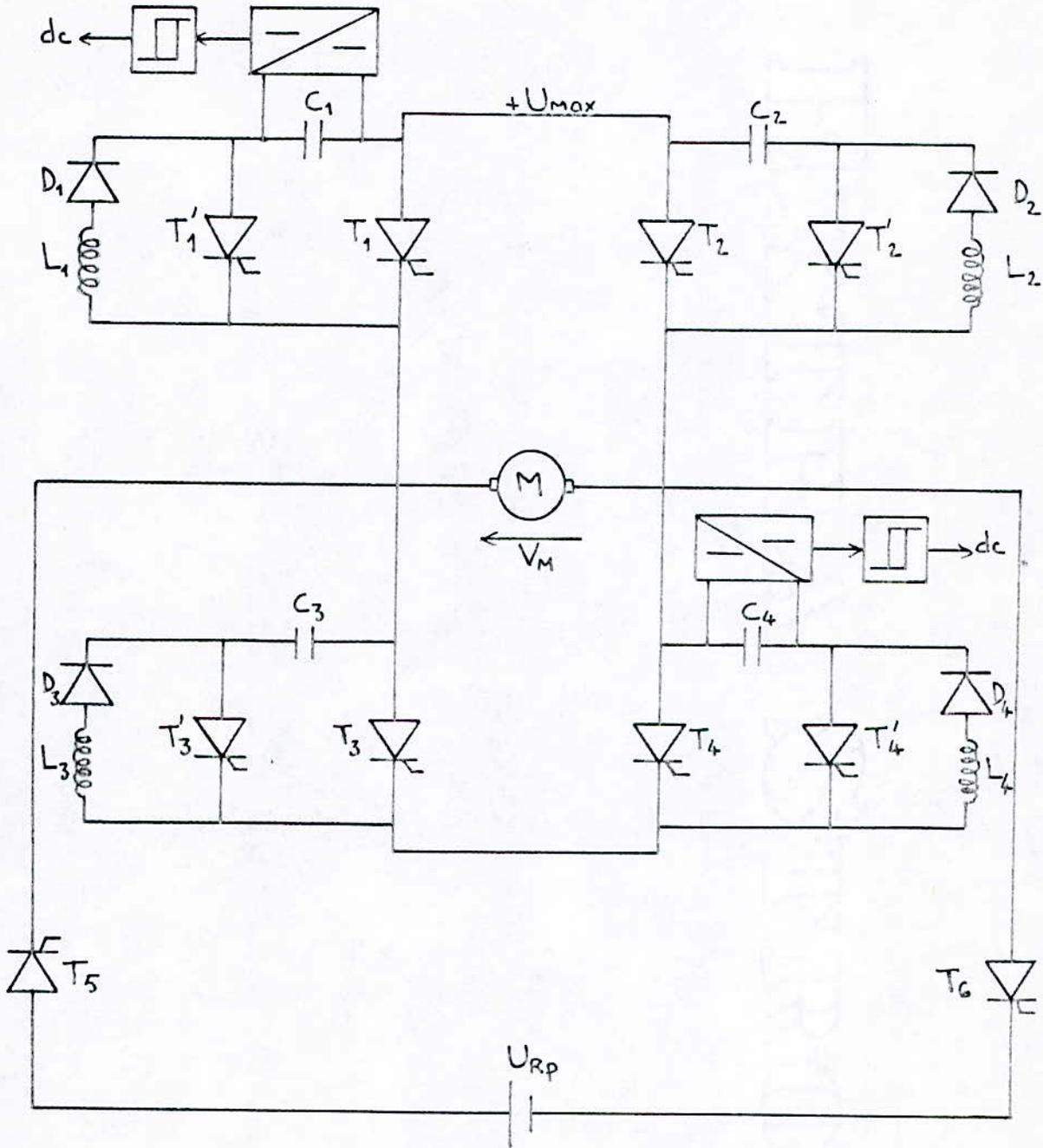


fig -II-8-

Différentes étapes de fonctionnement :

1ère étape : $U_y < U_y' \implies V_M = +U_{MAX}$

On donne des impulsions aux thyristors T_1', T_2', T_3' , et T_4' qui se mettent donc à conduire, et permettent la charge des quatre condensateurs, suivant une polarité bien définie. Une fois ces capacités chargées, le courant s'annule et T_1', T_2', T_3' et T_4' se bloquent automatiquement. Les signaux d_c sont à 1 ce qui permettra la conduction des thyristors T_1 et T_4 et donc $V_M = +U_{MAX}$

Remarque :

Le signal d_c est obtenu à l'aide d'un convertisseur continu-continu et d'une bascule de Schmitt. Le convertisseur continu-continu permet l'isolation galvanique c'est à dire qu'il permet de préserver le trigger de Schmitt, qui lui est à 1 si le condensateur est complètement chargé, et à 0 dans le cas contraire.

Dès que T_1 et T_4 se mettent à conduire, les condensateurs C_1 et C_4 se mettent à se décharger dans les inductances correspondantes (L_1 et L_4). Ces dernières se déchargent à leur tour dans C_1 et C_4 et inversion de polarité. Les diodes D_1 et D_4 se bloquent et évitent toute décharge des condensateurs dans le sens inverse.

2ième étape : $U'y < U_y \ll U_{d6} \implies V_M = -U_{MAX}$

On donne des impulsions aux thyristors T_2, T_3, T_1' et T_4' , ils deviennent donc conducteurs.

Les condensateurs C_2 et C_3 se déchargent respectivement dans les inductances L_2 et L_3 . Celles-ci se déchargent à leur tour dans C_2 et C_3 ce qui entraîne une inversion de polarité.

Les condensateurs C_1 et C_4 se déchargent : C_1 dans T_1 et T_1' .

Dans T_1 , il y a circulation de deux courants en sens opposés; dès qu'ils s'égalisent, il n'y aura aucun courant circulant dans T_1 , donc il se bloque.

De même pour T_4 , donc il se bloque aussi.

Dès que T_1 et T_4 se bloquent, C_1 et C_4 se mettent à se charger avec inversion de polarité. Une fois qu'ils se chargent complètement, les thyristors T_1' et T_4' se bloquent et on obtient:

$$V_M = -U_{MAX}$$

3ième étape : $U_y > U \implies V_M = U_{RP}$

On donne des impulsions aux thyristors T_5, T_6, T_2' et T_3' :

La conduction de T_2' et T_3' permet la décharge des condensateurs C_2 et C_3 : C_2 se décharge dans T_2 et T_2' et dès que le courant dans T_2 s'annule, il se bloque. C_2 se remet à se charger avec une polarité inverse. Dès qu'il se charge complètement, le courant s'annule et T_2' se bloque (même chose pour T_3 et T_3').

La conduction des thyristors T_5 et T_6 permet d'avoir aux bornes du moteur une tension $V_M = U_{RP}$.

Le circuit de commande pour le système conçu :

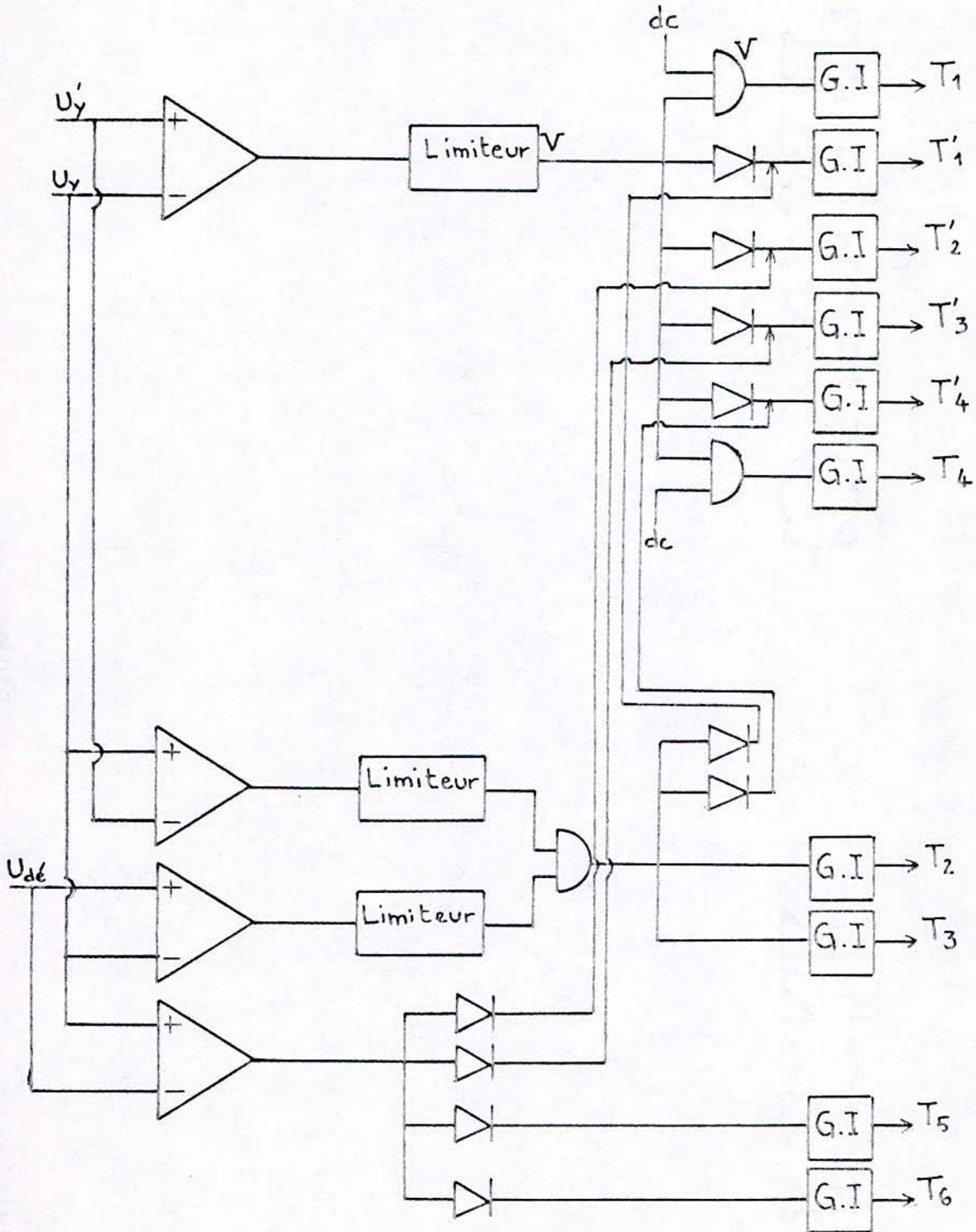


fig -II-9-

CHAPITRE TROIS

ETUDE ET REALISATION D'UNE COMMANDE ELECTRONIQUE DE REGULATION DE LA VITESSE D'UN MOTEUR A COURANT CONTINU

I-SCHEMA DE PRINCIPE :

La constitution de cette commande et son organisation interne, sont vues pour commencer, puis le calcul des paramètres des différents circuits. Enfin l'étude détaillée de chaque circuit et la présentation de la réalisation.

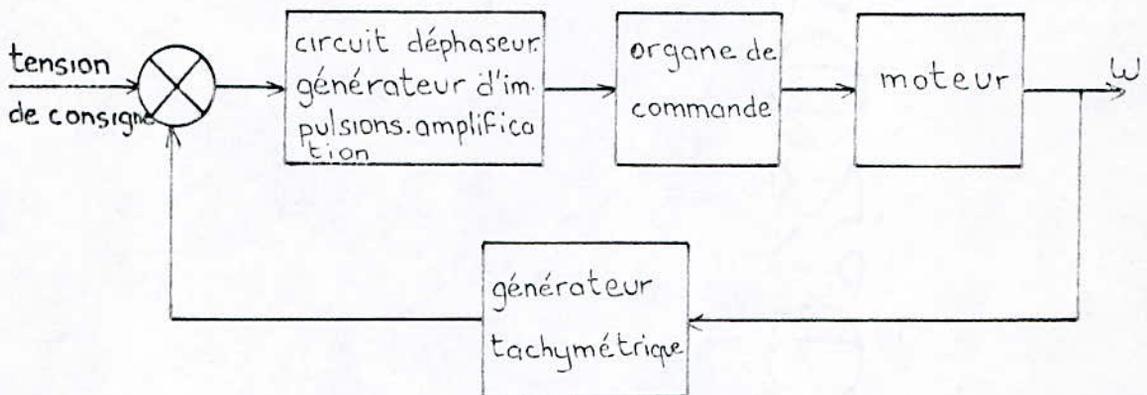


fig -III-1

L'inscription de la vitesse souhaitée, demande une tension continue, proportionnelle, qui est fournie par un potentiomètre manuel.

Le thyristor est l'élément principal du circuit de commande, qui assure l'entraînement du moteur.

Il faut prévoir un générateur d'impulsions qui fournira le signal à appliquer à la gachette. Ces impulsions doivent avoir un déphasage réglable, d'où l'utilisation d'un circuit déphaseur.

L'organe de commande et le générateur d'impulsions sont séparés galvaniquement, pour éliminer toute perturbation provenant du circuit de puissance, et pour ne pas gêner le fonctionnement du générateur d'impulsions.

La mesure de la vitesse est effectuée au moyen d'une petite machine tachymétrique, directement câlée, en bout d'arbre du moteur. Elle convertit ainsi, une grandeur mécanique en une grandeur électrique, et ceci afin de la comparer avec la tension de consigne.

Le moteur utilisé est un moteur universel de type série, car il peut fonctionner, aussi bien en courant continu qu'en courant alternatif. Ce type de moteur est très utilisé dans les applications domestiques.

CAHIER DE CHARGE :

Cette réalisation est conçue pour répondre aux exigences suivantes :

- L'erreur limite sur la stabilité du système : $\xi = 5 \%$
- L'erreur introduite par les perturbations dues au thyristor : $H_1 = 0,2 \text{ V}$
- L'erreur introduites par les perturbations dues au moteur :
 $H_2 = \Delta W = RI / C_o$
- Le temps de régime transitoire : $t_r = 0,05 \text{ s}$
- Le dépassement maximal désiré : $D = 15 \%$

II-CALCUL DES PARAMETRES DU SYSTEME :

II-1- LE MOTEUR :

Les grandeurs connues du moteur sont :

- Courant d'induit nominal : $I_n = 1,365 \text{ A}$
- Puissance nominale : $P_n = 150 \text{ W}$
- Vitesse nominale : $N = 1000 \text{ tr / mn}$

II-1-1- RESISTANCE DE L'INDUIT :

A l'aide d'un ohm-mètre, qu'on branche directement aux bornes du moteur, on mesure la résistance d'induit :

$$R = 0,12 \Omega$$

II-1-2- INDUCTANCE DE L'INDUIT :

A l'aide du montage ci-après, on trouve les différentes grandeurs (tension-courant) qui nous permettront de calculer l'inductance de l'induit :

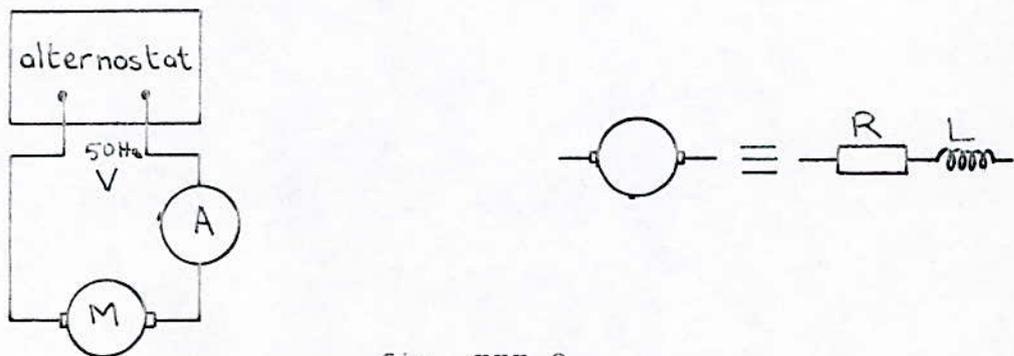


fig -III-2

On trouve : $V = 20 \text{ V}$ $I = 0,3 \text{ A}$
D'où : $L = 212 \text{ mH}$

II-1-3- TENSION NOMINALE :

Sachant que $P_n = I_n \cdot U_n \implies U_n = P_n / I_n$

$$U_n = 110 \text{ V}$$

II-1-4- CONSTANTE ELECTRIQUE :

En régime permanent, le moteur est régi par les équations suivantes :

$$U = RI + E \quad (1)$$

$$E = C_e \cdot \omega \quad (2)$$

De l'équation (1), on tire $E = U - RI$ }
De l'équation (2), on tire $C_e = E / \omega$ } $\implies C_e = (U - RI) / \omega$

D'où $C_e = 1,05 \text{ V/rad/s}$

II-1-5- MOMENT D'INERTIE :

Pour déterminer la valeur du moment d'inertie, nous avons considéré l'induit du moteur, comme étant un cylindre en cuivre, plein et homogène, de densité volumique :

$$d = 7,5 \text{ g/cm}^3$$

$$J = mr^2 / 2 = (d \cdot \pi \cdot h \cdot r^4) / 2$$

Avec : $h = 2 \text{ cm}$ et $r = 1 \text{ cm}$

On trouve : $J = 2,35 \cdot 10^{-6} \text{ kg.m}^2$

II-1-6- CONSTANTE DU COUPLE :

Le couple utile, disponible sur le rotor est donné par :

$$C_n = C_i \cdot I_n$$

Il est donné aussi par l'expression suivante :

$$C_n = P_n / \omega$$

$$C_i = P_n / \omega \cdot I_n$$

D'où : $C_i = 1,05 \text{ N.m/A}$

I-2- LE TACHYMETRE :

Le tachymètre est régi par l'équation :

$$E = K_{tg} \cdot \omega$$

où : E : tension délivrée par le tachymètre; et d'après le test effectué $E = 5,8 \text{ V}$

$$K_{tg} = 0,055 \text{ V/rad/s}$$

II-3- LE THYRISTOR :

La fonction de transfert correspondant à un convertisseur à thyristor est : $K_{th}/(T_{th}p+1)$

Avec $T_{th} = 1/2mf$

Le réseau est monophasé =====> $m = 1$

Fréquence du réseau $f = 50 \text{ hz}$

D'où

$$T_{th} = 0,01 \text{ s}$$

Et $K_{th} = U_T / \varphi$

U_T : potentiel anode cathode
du thyristor

φ : déphasage

=====> $K_{th} = 48/\pi$

Donc :

$$K_{th} = 15,27 \text{ V/rad/s}$$

II-4- LE DEPHASEUR :

Le gain du déphaseur est tel que :

$$K_d = \varphi / U_e$$

U_e : tension d'entrée du déphaseur

$$K_d = \pi / 0,6$$

Soit :

$$K_d = 5,23 \text{ rad/s.V}$$

Le gain équivalent au thyristor et au déphaseur :

$$K_{ath} = K_{th} \cdot K_d = 80$$

II-5- L'AMPLIFICATEUR :

Notre système peut se résumer dans le schéma bloc suivant :

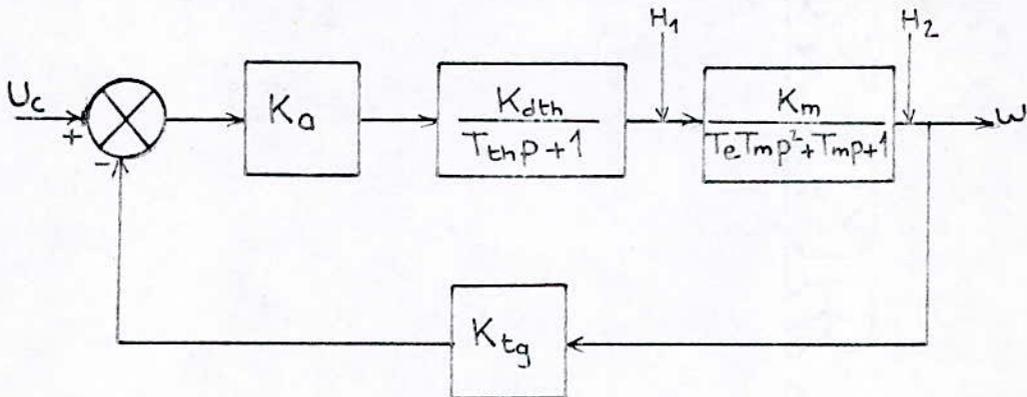


fig -III-3

Le signal de sortie dû aux perturbations H_1 et H_2 est donné par:

$$\xi = \frac{K_m H_1 / (T_m T_e p^2 + T_m p + 1)}{1 + K_m K_a K_{ath} K_{tg} / (T_{th} p + 1) (T_m T_e p^2 + T_m p + 1)} + \frac{H_2}{1 + K_m K_a K_{ath} K_{tg} / (T_{th} p + 1) (T_m T_e p^2 + T_m p + 1)}$$

En régime permanent : $p \rightarrow 0$

$$\xi = (K_m H_1 + H_2) / (1 + K_m K_a K_{ath} K_{tg})$$

D'où le gain de l'amplificateur :

$$K_a = (K_m H_1 + H_2 - \xi) / \xi \cdot K_m \cdot K_{ath} \cdot K_{tg}$$

On trouve :

$$K_a = 1,5$$

III- ETUDE DES DIFFERENTS CIRCUITS DU SYSTEME :

III-1- ORGANE DE CONSIGNE :

L'organe de consigne utilisé est un potentiomètre linéaire, qui délivre une tension continue variable à l'aide du curseur. La tension maximale qui peut être délivrée est celle d'une diode zèner qui se trouve aux bornes du potentiomètre.

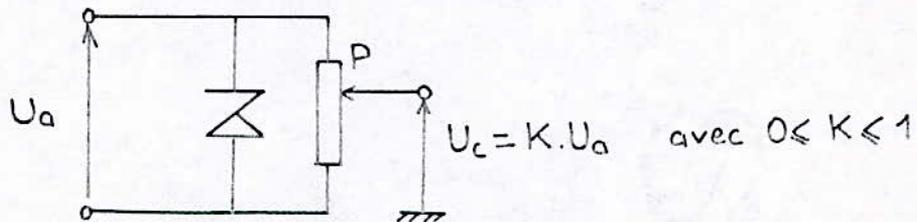


fig -III-4

III-2- CIRCUIT DEPHASEUR :

C'est un circuit déphaseur à résistance et capacité.

(a) Schéma :

Un transformateur à point milieu o, débite sur une résistance R et un condensateur C en série (point commun d); Nous allons montrer que la phase de la tension de sortie U_{od} du déphaseur est fonction de R, et que son amplitude est constante.

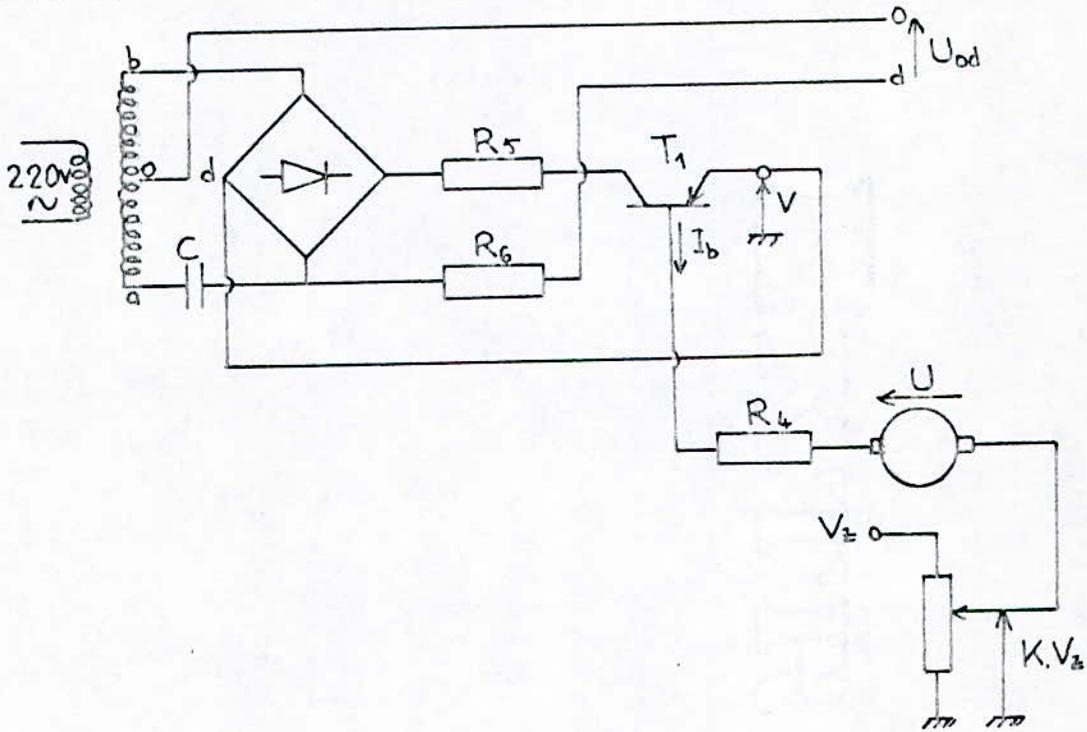


fig -III-5

Avec $R = R_5 + V_{ce} / I_c$

V_{ce} : tension collecteur-émetteur du transistor T_1

I_c : courant collecteur

U : f.c.e.m du tachygénérateur

Soit U_{ab} , la tension entre les extrêmités a et b, U_{ad} et U_{db} , les tensions respectives aux bornes de C et R :

$$\vec{U}_{ab} = \vec{U}_{ad} + \vec{U}_{db} \quad (3)$$

Si C et R sont parcourus par le même courant I, on aura :

$$U_{ad} = I/CW \quad \text{et} \quad U_{db} = RI$$

(b) Diagramme vectoriel :

L'égalité (3) représentée par trois vecteurs , forme un triangle rectangle :

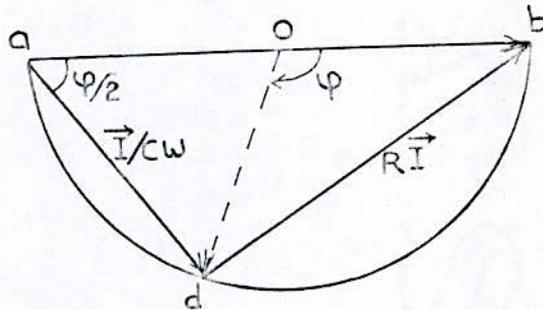


fig -III-6

La tension de sortie U_{od} , d'amplitude constante : $U_{od} = U_{ab}/2$, est déphasée en arrière de U_{ab} , d'un angle φ tel que :
 $t_g(\varphi/2) = RCW$ (4).

(c) Propriétés de la tension de sortie du déphaseur :

Le triangle abd étant rectangle (fig-III-6) , lorsque R varie , d décrit le demi-cercle de diamètre ab ; d'où l'amplitude de la tension de sortie du déphaseur est constante et le déphasage varie de 0° à 180° , quand R varie de 0 à l'infini.

(d) Variation du déphasage :

Pour faire varier φ , il faut varier R , du fait que C et W sont des constantes (voir l'équation (4)) .

Or $R = R_s + \frac{V_{ce}}{I_c}$: le seul paramètre qui peut faire varier cette

cette résistance est le courant collecteur .

Nous avons d'après le schéma du déphaseur :

$$V = V_{be} + R_4 I_b + U + K V_z$$

$$\implies I_b = I_c / \beta = (V - V_{be} - U - K V_z) / R_4$$

En faisant varier $K V_z$ grâce à un potentiomètre linéaire , on entraîne la variation du courant I_c et donc celle de R.

III-3 GENERATEUR D'IMPULSIONS :

Le générateur d'impulsions se compose d'un thyristor PNP(T_2) et d'un oscillateur blocking :

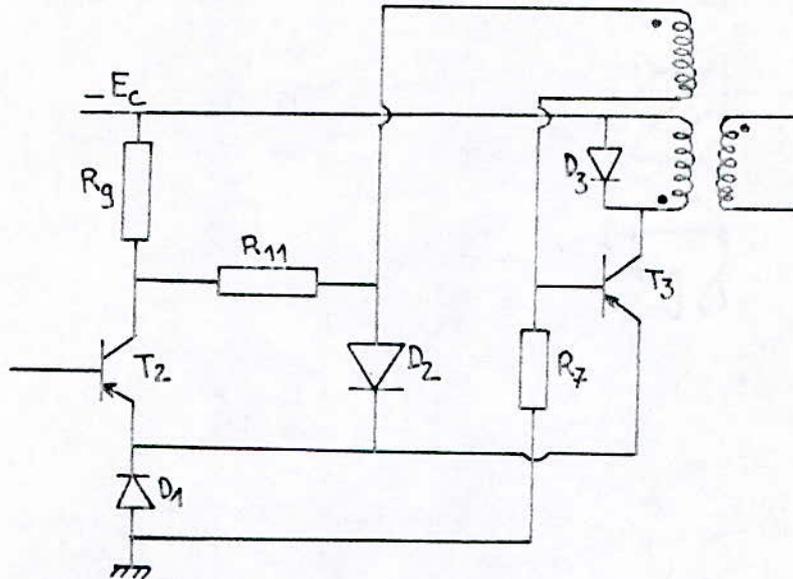


fig -III-7-

Le transistor T_2 fonctionnant en commutation , permet d'obtenir des impulsions de forme carrée.
L'oscillateur blocking permet la mise en forme des impulsions déjà obtenues.

L'oscillateur blocking :

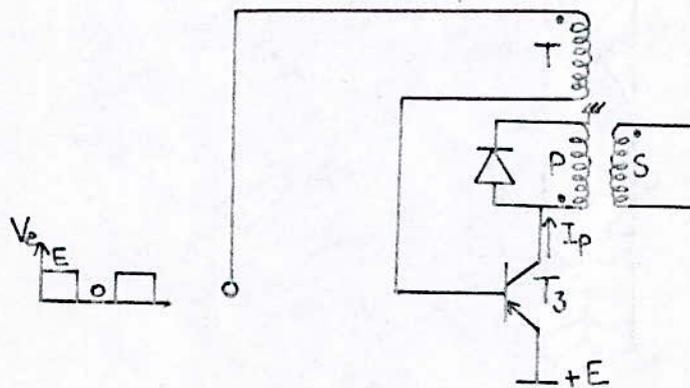


fig -III-8-

L'oscillateur blocking est réalisé à l'aide d'un transistor PNP(T_3) et d'un transformateur.

Fonctionnement :

-Initialement le courant I_p est nul ,donc il n y a aucune f.e.m induite dans le tertiaire;on peut dire alors que l'enroulement du tertiaire se réduit à une résistance de très faible valeur.

-On applique une impulsion $V_e = E$ à la base de T_3 , on aura $V_{be} = E - E = 0$ donc T_3 restera bloqué.

-Dès qu'on applique $V_e = 0$ à la base de T_3 ,le potentiel de l'émetteur sera supérieur à celui de la base ,d'ou la saturation de T_3 et ainsi de suite.

Remarque :

Dès que $V_{be} = - E$,il y a apparition d'un courant base I_b et cela ,un peu avant celle d'un courant collecteur I_p .

$$U_p = L \frac{dI_p}{dt} + M \frac{dI_b}{dt} \quad ; U_p : \text{tension primaire}$$

Mais vu l'enroulement du primaire et celui du secondaire dans le sens opposé, donc :

$$U_p = L \frac{dI_p}{dt} - M \frac{dI_b}{dt}$$

Les impulsions $L \frac{dI_p}{dt}$ et $M \frac{dI_b}{dt}$ sont d'amplitudes égales mais

l'une un peu en retard par rapport à l'autre.

U_p est donc ,une impulsion dont l'amplitude est égale à la différence des amplitudes de $L \frac{dI_p}{dt}$ et $M \frac{dI_b}{dt}$,et donc la durée

est égale au retard qui se trouve entre elles.

Le transformateur (primaire-secondaire) permet une séparation galvanique entre le circuit de commande et le circuit de puissance

III-4-ORGANE DE COMMANDE :

L'organe de commande est un thyristor , qui joue le rôle d'un commutateur de puissance , pouvant fonctionner sous quelques centaines de volts et conduisant des courants élevés.

Fonctionnement :

Pour l'amorçage : Il faut générer des impulsions entre gâchette et cathode , d'amplitude et de durée suffisantes pour amorcer le thyristor.

Pour le blocage ou la commutation : Il faut envisager plusieurs cas :

(a) La commutation naturelle par la source , souvent par la mise en service d'un autre thyristor , a lieu quand $V_{ak} < 0$ (tension anode-cathode).

(b) La commutation naturelle par la charge , a lieu si la charge impose un courant $i < I_m$ (I_m : intensité de courant de maintien) ; en pratique $i \approx 0$.

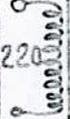
(c) La commutation forcée en tension , a lieu avec un circuit auxiliaire dit de commutation , qui impose , par une commande particulière , $V_{ak} < 0$ au thyristor afin de la bloquer.

(d) La commutation forcée en courant nécessite un circuit auxiliaire différent du précédent , qui impose $i \approx 0$ au thyristor pour le bloquer .

En résumé , on peut dire que pour bloquer un thyristor , il faut lui imposer pendant une durée supérieure à t_q (temps de désamorçage) , l'une des conditions : $V_{ak} < 0$ ou $I_{ak} = 0$
 t_q varie de 15 à 60 μs selon la "rapidité" annoncée par le constructeur .

NB : Pour notre réalisation , nous utiliserons le cas (b) , pour la commutation de thyristor.

IV-1 SCHEMA ELECTRONIQUE DU CIRCUIT :

220V/50Hz


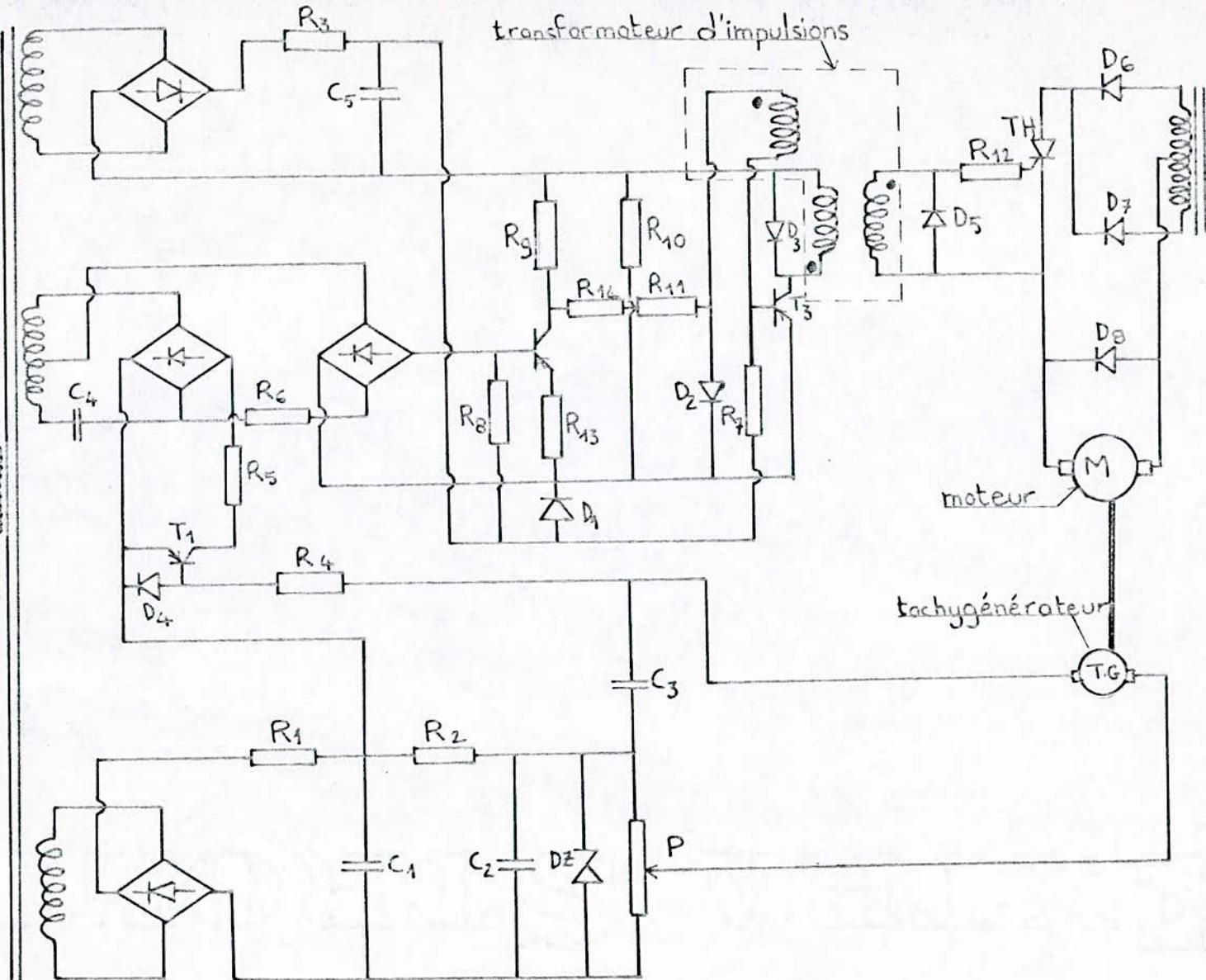
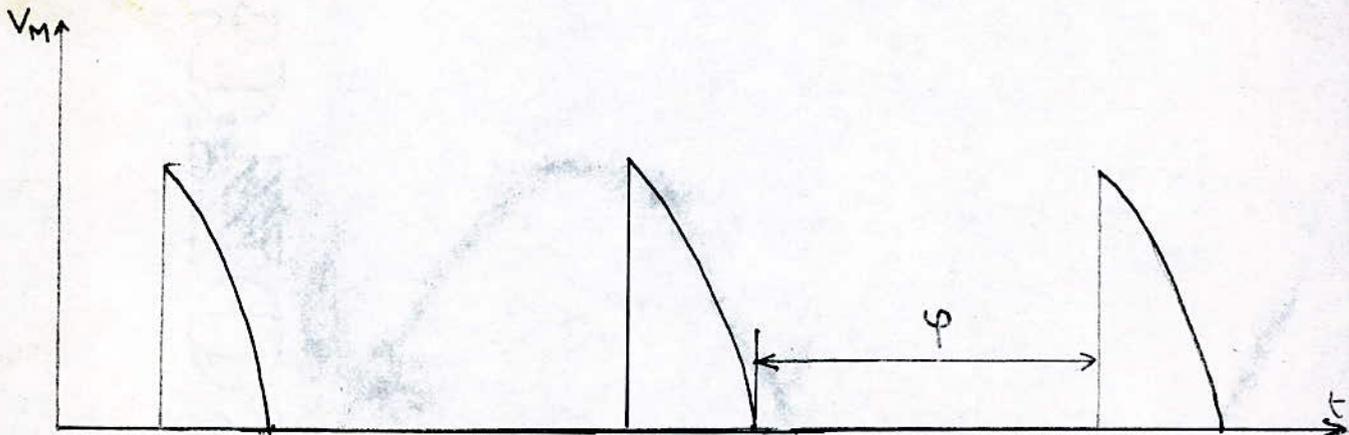
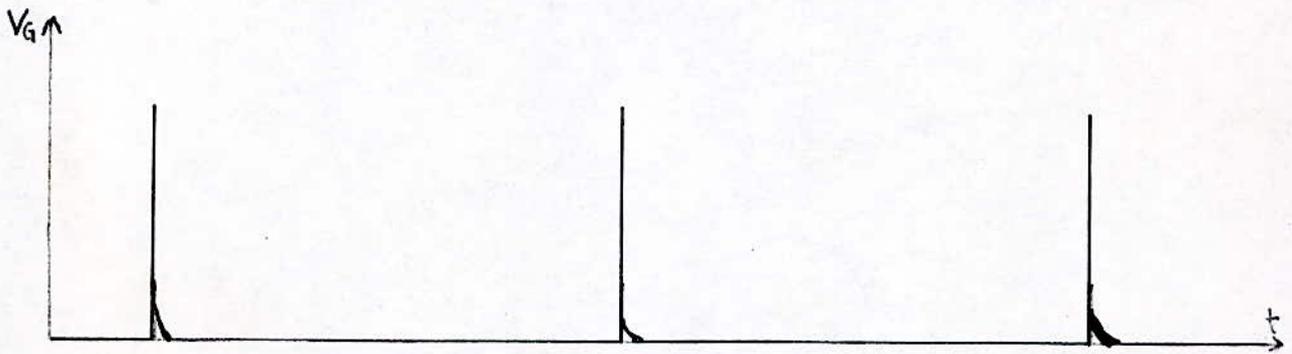
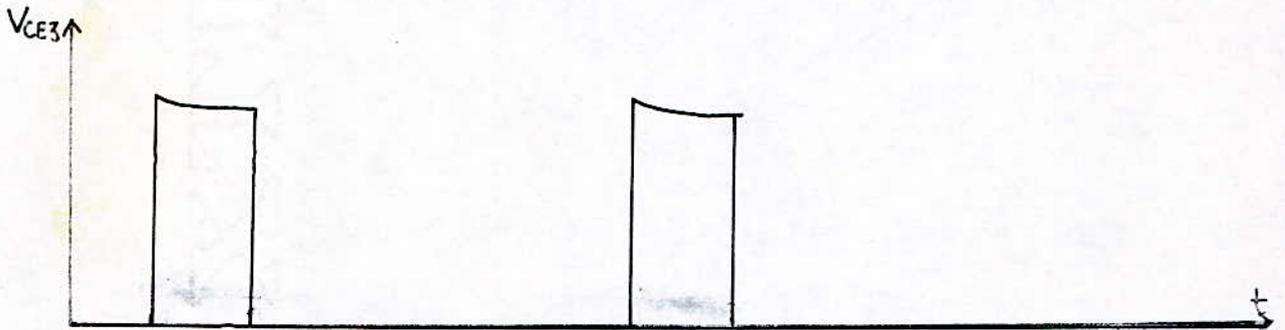
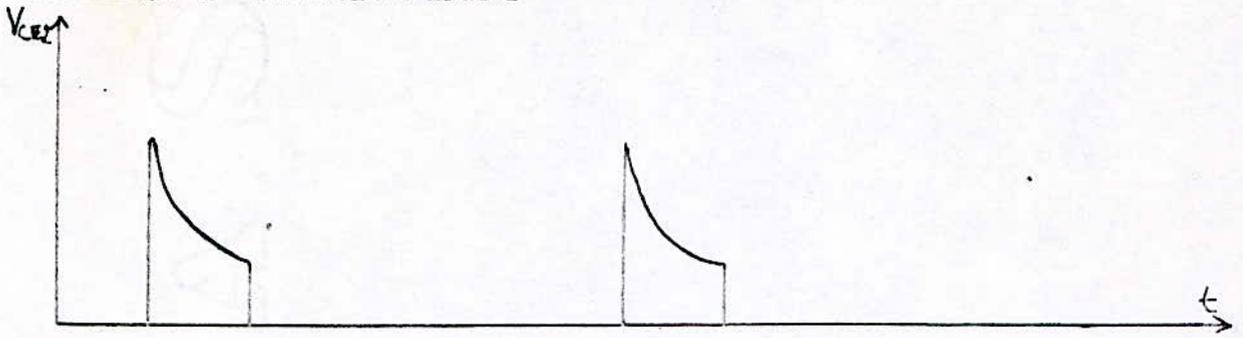


fig -III-9

IV-2- FONCTIONNEMENT



V - CALCUL DES TRANSFORMATEURS :

Pour le calcul d'un transformateur , il faut connaître la section du noyau de l'entrefer et le nombre de spires nécessaires pour avoir les tensions désirées :

V-1- SECTION DU NOYAU :

On détermine approximativement la meilleure section du noyau de l'entrefer pour les transformateurs cuirassés travaillant à une fréquence de 50 hz , à l'aide de la formule suivante :

$$S = 1,2 \sqrt{P}$$

S : Section du noyau en centimètre carrés (cm²) .

P : Puissance en voltampère (V.A) .

V-2- DETERMINATION DU NOMBRE DE SPIRES :

Pour une tension et une fréquence données , le nombre de tours d'un enroulement dépend de la section adaptée et de l'induction admise dans le fer pour engendrer le flux magnétique . Ceci est exprimée par la formule suivante :

$$10^{-8} \cdot 4,4 \cdot f \cdot S \cdot B \cdot N = U$$

f : fréquence en Hz.

S : section effective en cm² .

B : induction en Gauss .

N : nombre de spires .

U : tension électrique en volt .

En pratique , pour une tôle normale au silicium , l'induction B = 12000 Gauss .

V-3- SECTION DU FIL :

La section des fils de cuivre qui constituent les enroulements du transformateur est proportionnelle à l'intensité qui circule dans le fil et inversement proportionnelle à la densité de courant admise :

$$S = I/D$$

S : section du fil en mm² .

I : intensité en A .

D : densité de courant en A/mm² .

V-4- APPLICATION NUMERIQUE :

V-4-1- POUR LE TRANSFORMATEUR D'ALIMENTATION :

Le transformateur d'alimentation est un abaisseur de tension à une seule entrée et plusieurs sorties , dont deux sont à point milieu .

-La section du noyau pour un transformateur de 127 VA , se-rait de :

$$S = 1,2 \quad 127 = 13,5 \text{ cm}^2 .$$

-Calcul du nombre de spires :

(a) Le primaire : $U = 220 \text{ V}$

$$N = \frac{220}{4,4 \cdot 50 \cdot 12000 \cdot 10^{-8} \cdot 1,35}$$
$$N = 617 \text{ spires} .$$

(b) Le secondaire :

-Premier enroulement :

Il a pour tension de sortie 14 V , qui sert à l'obtention de la tension de consigne :

$$N_1 = N \cdot U_1 / U = 617 \cdot 14 / 220 .$$
$$N_1 = 39 \text{ spires}$$

-Deuxième enroulement :

Il a pour tension de sorties 17 V, qui sert à la polarisation des transistors T_2 et T_3 .

$$N_2 = N \cdot U_2 / U = 617 \cdot 17 / 220$$
$$N_2 = 48 \text{ spires}$$

-Troisième enroulement :

Il délivre une tension à point milieu de $2 \times 5 \text{ V}$, qui sert à l'alimentation du circuit déphaseur et la génération d'impulsions pour attaquer la base de T_2 .

$$N_3 = N \cdot U_3 / U = 617 \cdot 5 / 220$$
$$N_3 = 14 \text{ spires}$$

Donc pour avoir la tension 10 V , il faut $N'_3 = 2N_3$
Soit $N'_3 = 28 \text{ spires}$

-Quatrième enroulement :

La tension donnée par cet enroulement est de $2 \times 48 \text{ V}$, qui sert à l'alimentation de la partie commande :

$$N_4 = N \cdot U_4 / U = 617 \cdot 48 / 220$$
$$N_4 = 134 \text{ spires}$$

Pour avoir la tension 96 V, il faut $N'_4 = 2N_4$
Soit $N'_4 = 268 \text{ spires}$

-Evaluation de la section de fil :

La densité de courant maximale, admissible, en fonction de la puissance, pour un régime permanent est :

$$D = 3 \text{ A/mm}^2 \quad \text{pour une puissance de } 127 \text{ V.A}$$

Pour un courant de 0,4 A , la section du fil est donnée par:

$$S = \frac{0,4}{3} \quad \text{soit } S = 0,133 \text{ mm}^2$$

D'ou le diamètre du fil est de 0,4 mm

V-4-2- POUR LE TRANSFORMATEUR DU GENERATEUR BLOCKING :

Il présente 3 roulements :primaire,secondaire et tertiaire.

-Le transformateur utilisé ,présente une section du noyau de 1,26 cm²,d'ou une puissance : P = 1,10 V.A

-Calcul du nombre de spires :

(a) Le primaire :

$$N_1 = \frac{10}{4,4 \cdot 50 \cdot 12000 \cdot 10^{-8} \cdot 1,26}$$

$$N_1 = 300 \text{ spires}$$

(b) Le secondaire :

$$N_2 = \frac{13}{4,4 \cdot 50 \cdot 12000 \cdot 10^{-8} \cdot 1,26}$$

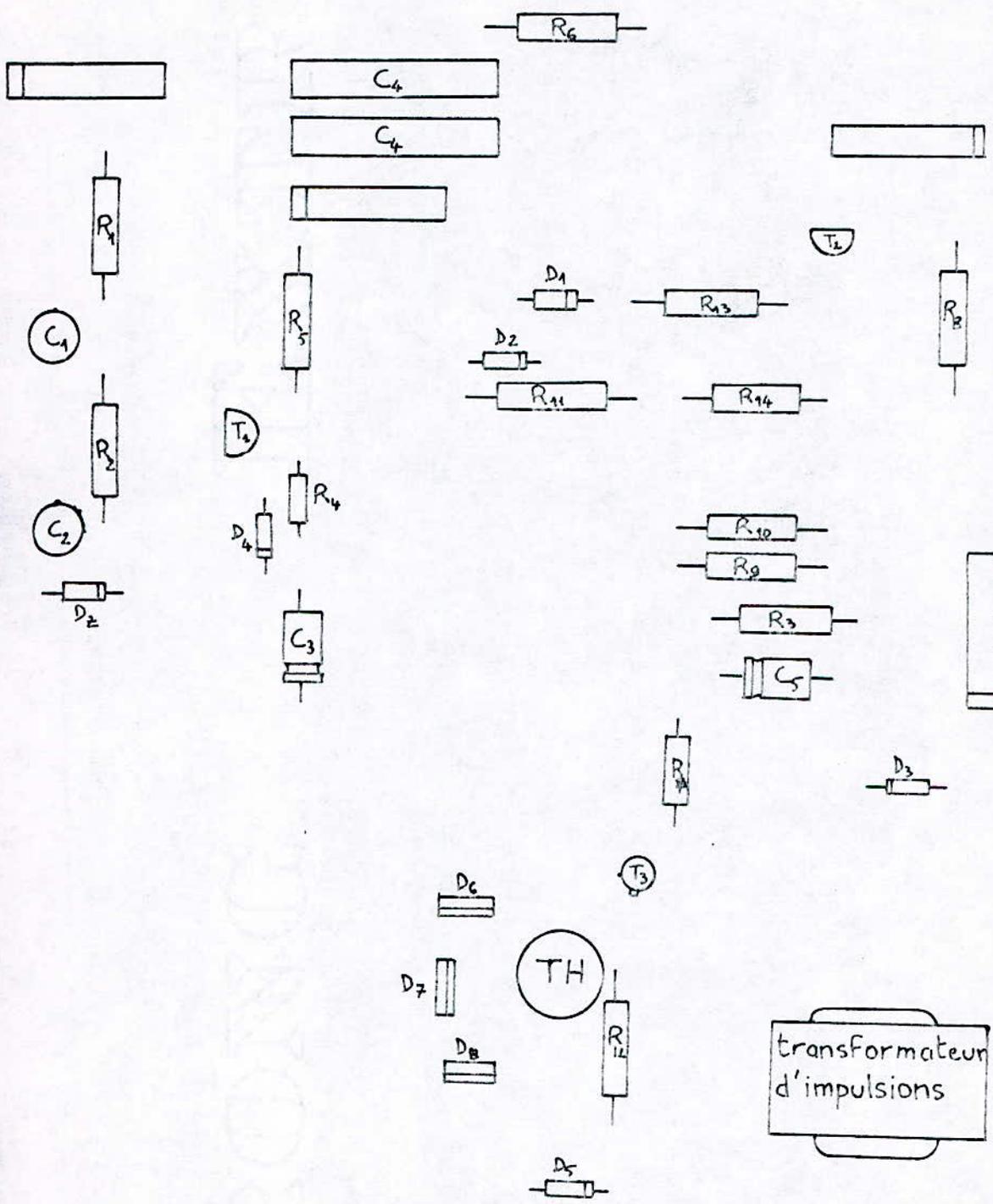
$$N_2 = 390 \text{ spires}$$

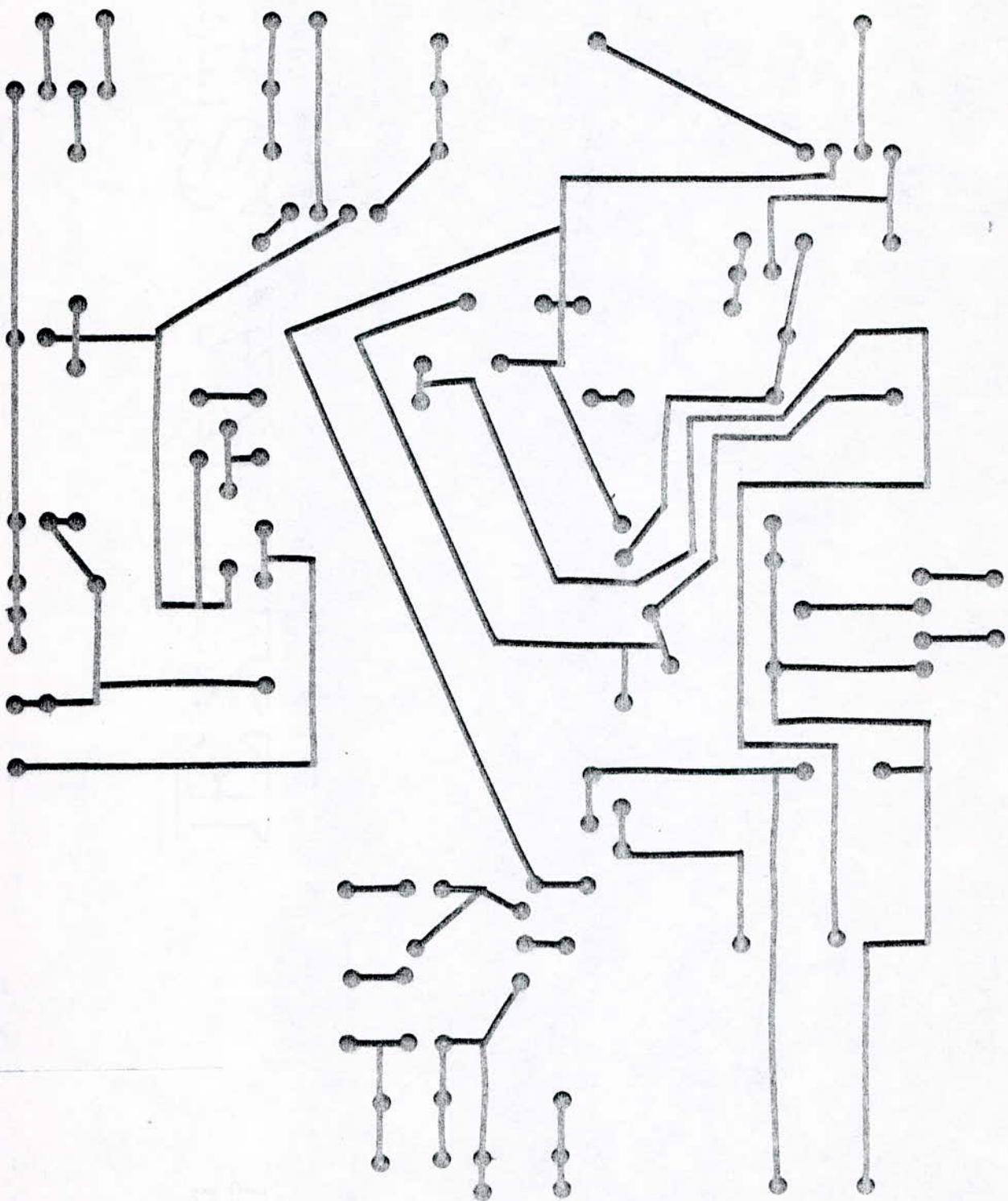
(c) Le tertiaire :

$$N_3 = \frac{2}{4,4 \cdot 50 \cdot 12000 \cdot 10^{-8} \cdot 1,26}$$

$$N_3 = 60 \text{ spires}$$

VI-PRESENTATION DE LA REALISATION :





LISTES DES COMPOSANTS

Résistances :

$R_1 = 100 \Omega$
 $R_2 = 68 \Omega$
 $R_3 = 1 \text{ K} \Omega$
 $R_4 = 2,2 \text{ K} \Omega$
 $R_5 = 330 \Omega$
 $R_6 = 2,2 \text{ K} \Omega$
 $R_7 = 22 \text{ K} \Omega$
 $R_8 = 2,2 \text{ K} \Omega$
 $R_9 = 3,3 \text{ K} \Omega$
 $R_{10} = 4,7 \text{ K} \Omega$
 $R_{11} = 4,7 \text{ K} \Omega$
 $R_{12} = 150 \Omega$
 $R_{13} = 100 \Omega$
 $P_1 = 45 \text{ K} \Omega$

Capacités :

$C_1 = 100 \mu\text{F}$
 $C_2 = 100 \mu\text{F}$
 $C_3 = 47 \mu\text{F}$
 $C_4 = 39 \mu\text{F}$
 $C_5 = 10 \mu\text{F}$

Transistors :

$T_1 = \text{BC } 307$
 $T_2 = \text{BC } 307$
 $T_3 = 2\text{N}2907$

Diodes :

$D_1 = 1\text{N}4719$
 $D_2 = \text{AA}119$
 $D_3 = \text{AA}119$
 $D_4 = \text{AA}119$
 $D_5 = \text{AA}119$
 $D_6 = \text{BYV}71800\text{RC}$
 $D_7 = \text{BYV}71800\text{RC}$
 $\text{DZ} = \text{BZX}46\text{C}$

Thyristor. :

TL 2003

C O N C L U S I O N

Ce présent travail , nous a permis d'approfondir nos connaissances en automatique ; Cela en la réalisation d'un variateur de vitesse et en l'étude de deux types de commandes :La commande subordonnée et la commande optimale . La première étant utilisée , très souvent , dans les projets courants , qui ne demandent pas de très grandes précisions ; Par contre , la deuxième n'est utilisée que pour les grands projets tels que les satellites , ou la complexité de réalisation et donc le coût se voient compenser par les résultats obtenues .

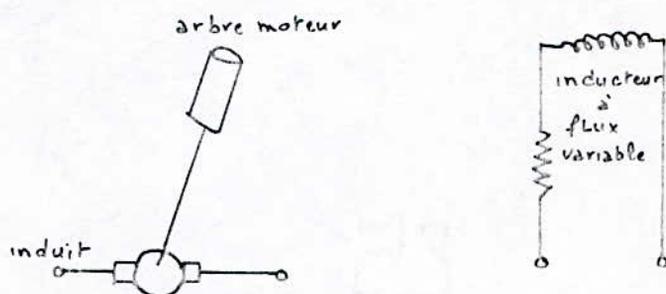
- ANNEXE -

I CARACTERISTIQUE DU MOTEUR A COURANT CONTINUE

Dans les servomécanismes on emploie les moteurs dans la configuration dite "à excitation séparée" c'est à dire que l'inducteur électromagnétique et l'induit sont alimentés séparément.

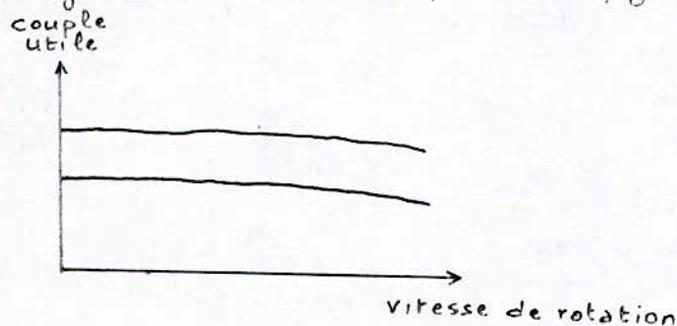
I-1 LE MOTEUR A COMMANDE D'INDUCTEUR

La figure ci-dessous montre le schéma conventionnel utilisé pour représenter ce type de commande.



Dans cette commande, l'inducteur est alimenté par une tension variable qui constitue la commande du moteur, tandis que l'induit est parcouru par une intensité constante.

En régime établi, on peut relever les caractéristiques couple - vitesse de rotation. Ces derniers, se présentent sous la forme d'une famille de droites horizontales comme l'indique cette figure.

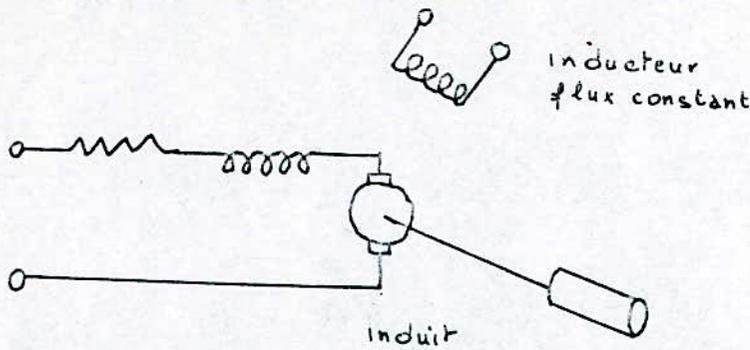


L'affaiblissement que l'on observe aux vitesses élevées tient à des phénomènes physiques non linéaires. On peut néanmoins remarquer que dans un large domaine de vitesse, le couple utile est insensible à cette variable en régime établi. On dit qu'on a affaire à un moteur couple.

I-2 LE MOTEUR A COMMANDE D'INDUIT

Cette commande est présentée conventionnellement par la

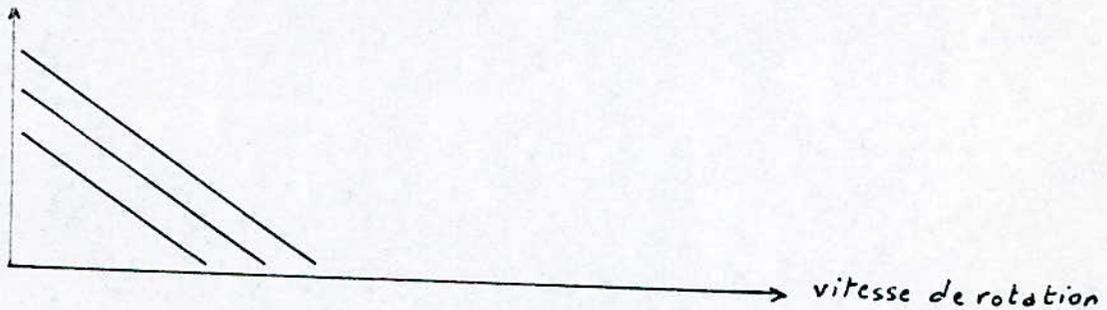
figure ci-dessous



Dans ce cas, l'inducteur est alimenté à intensité constante et produit donc un flux constant à l'image d'un aimant permanent. L'induit est alimenté par une tension variable qui constitue la variable de commande.

L'allure des courbes caractéristiques que l'on obtient en régime établi est assez différente de celle des moteurs à commande d'inducteur ainsi que le montre la figure qui suit.

couple utile



II. AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL

L'utilisation des amplificateurs opérationnels dans les circuits de simulation permettent d'effectuer diverses opérations mathématiques telles que sommation, changement de signe, intégration, dérivation.

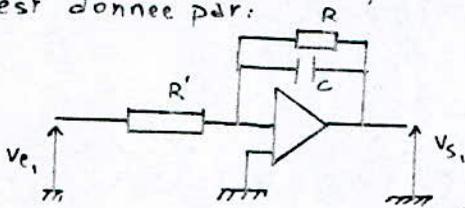
Le premier étage du moteur et le convertisseur à Thyristor est donnée par:

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{K R_1}{T R_1 p + 1} \cdot \frac{1}{R_{ind} (T_e p + 1)}$$

$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{V_s(p)}{V_i(p)} \cdot \frac{V_i(p)}{V_e(p)}$$

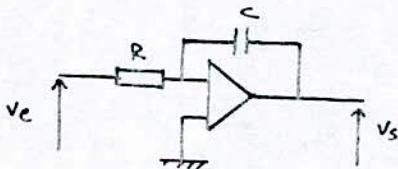
$$\frac{V_s(p)}{V_i(p)} = \frac{K R_1}{T R_1 p + 1} \quad \text{et} \quad \frac{V_i(p)}{V_e(p)} = \frac{1}{R_{ind} (T_e p + 1)}$$

Ces fonctions de transfert sont aperiodique, le schéma électrique est donnée par:



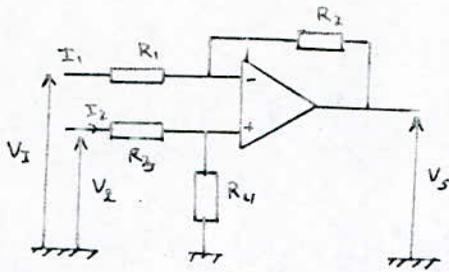
$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{R // C}{R'}$$

Le deuxième étage du moteur ainsi que le réducteur, sont présentés sous forme d'un intégrateur, le schéma électrique les présentant est:



$$\frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1/Cw}{R}$$

L'utilisation de l'amplificateur opérationnel comme comparateur est donnée par le schéma suivant.



D'après ce schéma, on peut écrire

$$V_1 = R_1 I_1 + R_2 I_2 + V_s = (R_1 + R_2) I_1 + V_s$$

$$V_2 = R_3 I_2 + R_4 I_2 = (R_3 + R_4) I_2$$

On a aussi $V_2 = R_1 I_1 + R_4 I_2$

En remplaçons I_2 tiré de (2) dans la relation (3), celle-ci devient :

$$V_1 = R_1 I_1 + \frac{R_4}{R_3 + R_4} V_2 \quad \text{donc} \quad I_2 = \frac{V_1}{R_1} - \frac{R_4}{R_1(R_3 + R_4)} V_2$$

Par conséquent, en reportant cette valeur dans (1)

$$V_1 = (R_1 + R_2) \left(\frac{V_1}{R_1} - \frac{R_4}{R_1(R_3 + R_4)} V_2 \right) + V_s \Rightarrow V_s = -\frac{R_2}{R_1} V_1 + \frac{1 + \frac{R_2/R_1}{1 + R_4/R_3} \frac{R_4}{R_3}}{1 + R_4/R_3} V_2$$

si $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$ et $R_2 = R_1$

On aura $V_s = V_2 - V_1$

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE UN:

- 1-Technologie et calcul pratique des systemes asservis
(P.NASLIN)
- 2-Theorie et calcul des asservissements lineaires
(P.DECAULNE ET M.PELEGRIN)
- 3-Etude d'un asservissement de position
(THESE D'INGENIORAT ANNEE 1978)
- 4-Amplificateur operationnel principe et application
(R.DAMAYE)

CHAPITRE DEUX:

- 1-Principes theoriques des systemes asservis optimaux
(A.FELDBAUM)
- 2-Introduction a la commande automatique
(A.MEEROV)
- 3-Introduction a la commande optimale
(P.NASLIN)
- 4-Machines electriques,electroniques de puissance
(M.PINARD ET A.HEBRET)
- 5-Optimalisation deterministe de la commande
(P.LEFEVRE)
- 6-Theorie mathematique des processus optimaux
(E.MICHTCHENKO ET L.PONTRIAGUINE)
- 7-Electronique de reglage et de commande
(H.BUHLER)

CHAPITRE TROIS:

- 1-Schemas electroniques
(J.MORNAND)