

15/91

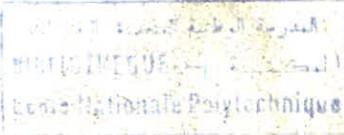
وزارة الجامعات  
Ministère aux Universités

Es

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT

*Genie Civil*



## PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

*Calcul des poutres métalliques  
par la méthode  
matricielle = éléments finis*

Proposé par :

M<sup>r</sup> AMEUR

Etudié par :

BOUAY. Abdelkum

Dirigé par :

M<sup>r</sup> B. AMEUR

PROMOTION

*Juin 1991*



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

إِقْرَأْ بِاسْمِ رَبِّكَ الَّذِي خَلَقَ،

خَلَقَ الْإِنْسَانَ مِنْ عَلَقٍ،

إِقْرَأْ وَرَبُّكَ الْأَكْبَرُ،

الَّذِي عَلَّمَ بِالْقَلَمِ،

عَلَّمَ الْإِنْسَانَ مَا لَمْ يَعْلَمِ

## DEDICACES

*A mes chers parents*

*A mes frères et soeurs*

*A tous les miens qui partagent mes vœux et mes peines*

*Et à tous ceux qui travaillent pour qu'un jour la lueur  
de la justice divine prône sur l'univers*

*Je dédie ce modeste travail*

*Djouah adbelkrim*

## REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier M. AMEUR qui a bien voulu m'encadrer et auprès duquel j'ai trouvé toute l'aide nécessaire pour accomplir à bien mon travail.

Je voudrai aussi exprimer ma profonde gratitude au personnel du centre de calcul pour leur dévouement dans la tâche et pour l'aide précieuse qu'ils m'ont offerte.

Que tous ceux qui ont contribué à ma formation trouvent ici l'expression de mes remerciements les plus sincères

# SOMMAIRE



## I. INTRODUCTION

- I.1- Définitions et généralités
- I.2- Historique
- I.3- Types de palplanches métalliques
  - I.3.1- Les palplanches à module
  - I.3.2- Les palplanches plates
  - I.3.3- Les emboîtements
  - I.3.4- Qualités de l'acier

## II. LES PRINCIPALES UTILISATIONS DES PALPLANCHES METALLIQUES

### III. MISE EN OEUVRE

- III.1- Techniques de fonçage des palplanches
- III.2- Arrachage des palplanches

### IV. POUSSEE ET BUTEE DES TERRES

- IV.1- Introduction
- IV.2- Etats limites d'équilibre et leur calcul
  - IV.2.1- Théorie de RANKINE
  - IV.2.2- Théorie de COULOMB-PONCELET
  - IV.2.3- Théorie de BOUSSINESQ-CAQUOT-KERISEL
  - IV.2.4- Influence de la cohésion
  - IV.2.5- Influence d'une surcharge uniforme
  - IV.2.6- Influence de l'eau
  - IV.2.7- Cas du sol hétérogène (stratifié)

### V. METHODES DE CALCUL DES RIDEAUX DE PALPLANCHES

- V.1- Généralités
- V.2- Calcul classique des rideaux de palplanches

V.2.1- Rideaux sans ancrage

V.2.2- Rideaux ancrés encastrés en pieds

a) Méthode de la ligne élastique

b) Méthode de BLUM, dite de la poutre équivalente

V.2.3- Rideaux ancrés simplement butés en pied

V.2.4- Remarques

V.2.5- Critique des méthodes classiques

V.3- Nouvelles méthodes de calcul des rideaux ancrés

V.3.1- Méthode de TSCHEBOTARIOFF

V.3.2- Méthode de ROWE

V.4- Condition de RENARD

## VI. METHODE MATRICIELLE (DES ELEMENTS FINIS) APPLIQUEE AUX PALPLANCHES METALLIQUES

VI.1- Introduction

VI.2- Modélisation

VI.3- Méthode des éléments finis appliquée aux palplanches

## VII. PROGRAMMATION

VII.1- Hypothèses et codification à choisir

VII.2- La non-linéarité des déformations et la stabilité du rideau

VII.3- Détermination du vecteur des charges

VII.4- Module de réaction du sol :  $K_s$

VII.5- Constantes de rigidité des ressorts

VII.6- Objet du programme

VII.7- Organigramme

VII.8- Exemple d'application

## VIII. CONCLUSION

## BIBLIOGRAPHIE

I- INTRODUCTION :

I-1 DEFINITIONS ET GENERALITES :

Les palplanches constituent une importante catégorie d'ouvrages de soutènement que l'on réalise par des rideaux continus, formés de pièces jointives enfoncées dans le sol, préalablement aux fouilles, chacune de ces pièces est la palplanche proprement dite.

On s'en sert lorsqu'on a à soutenir des terres dont la consistance est telle qu'elles ne permettent pas l'exécution économique de fouilles légèrement blindées .

Comme soutènement des parois de grandes fouilles, les palplanches ont l'avantage de ne nécessiter que relativement peu d'étais (pièces en bois ou en acier soutenant un mur) et d'étrésillons (éléments de construction placés entre deux parties qui tendent à se rapprocher) ce qui facilite appréciablement les travaux d'épuisement et de terrassement.

L'enclenchement est l'opération qui consiste à solidariser transversalement une palplanche à une autre par emboîtement des joints.

I-2 HISTORIQUE :

Les palplanches dans une forme simplifiée, existent depuis plusieurs siècles .Il s'agissait à l'origine de simples planches en bois munies d'un système d'assemblage(exp : rainures et languettes)

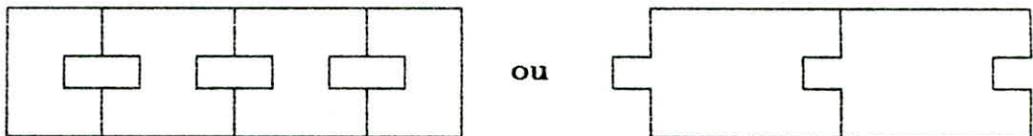


Fig I.1 : Rainures et languettes

Ces planches étaient battues dans le sol comme un pieu (pal) et avaient généralement un rôle provisoire (blindage de fouilles) plus rarement définitif (écran para fouille).

Elles ont été assez largement utilisées lorsque vers la fin du 19<sup>ème</sup> siècle, pour les réalisations d'enceintes à l'abri desquelles étaient exécutées les fondations d'ouvrages anciens en site aquatique.

Les premières palplanches en acier étaient constituées par des assemblages par rivures de profils divers : fers Z ,fers U, poutrelles, cornières.

Ces assemblages présentaient divers inconvénients : faible résistance , prix de revient élevé , etc... c'est pour ces raisons que l'on fut amené à réaliser des profils spéciaux mieux adaptés aux conditions d'emploi et c'est aux Etas-Unis, vers 1890 que furent laminés les premiers profils de palplanches métalliques en forme U avec joints rapportés par rivetage.

Ce n'est qu'en 1914 que l'on peut trouver les premières palplanches à module sous leur forme actuelle , c-à-d avec joints obtenus directement par laminage.

Il existe aujourd'hui une très grande variété de palplanches métalliques dont l'emploi s'étend aux ouvrages les plus divers dans lesquels elles peuvent assurer notamment des rôles de soutènement , d'étanchéité , de portance ou de protection .

Ce procédé de construction s'est beaucoup perfectionné et développé dans ces dernières années .

Dans de nombreux cas , il a remplacé le procédé de fondations à l'air comprimé et d'autres procédés particuliers tels que congélation du sol, solidification par produits chimiques, assèchement du sous sol, etc..

### I-3 TYPES DE PALPLANCHES :

Il existe deux catégories de palplanches :

1- Les palplanches à module ou à inertie : qui se comportent comme des poutres résistant à la flexion ; En effet le rideau est soumis d'un côté à la poussée de la terre ou de l'eau, et sera dans certains cas étançonné [étayé avec des pièces en bois ou en acier] du côté de la fouille.

2- Les palplanches plates : conçues pour résister principalement à des efforts de traction qui les sollicitent transversalement.

### I-3-1 / Les palplanches à modules :

Elles peuvent être classées en fonction de leur procédé de fabrication et à l'intérieur de celui-ci, en fonction de la forme de leur section droite.

#### a) Les palplanches laminées à chaud :

Les profils de palplanches, à partir d'une épaisseur de 5 à 6mm sont généralement obtenus par laminage à chaud.

Les profils existants se distinguent entre eux essentiellement par la forme géométrique de leur section droite. Cette classification est obtenue suivant l'emplacement des joints :

a) Si le joint se trouve sur l'axe de symétrie du profil en ABCD (fig I.2), on obtient la palplanche U.

Le profil en U présente généralement l'avantage d'une certaine robustesse (résistance) qui facilite sa mise en oeuvre, mais la position du joint sur l'axe du rideau ne lui confère pas un rendement géométrique très élevé.

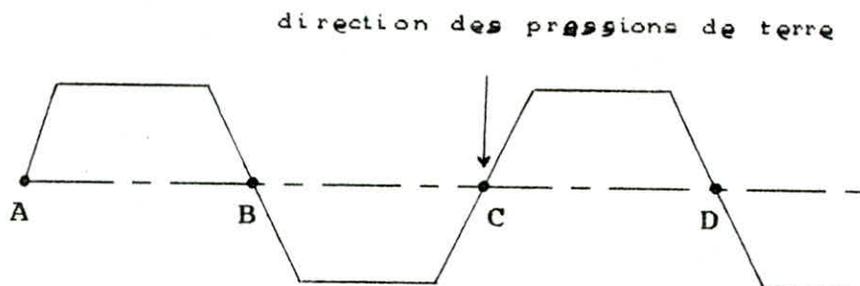


Fig I.2

b) Si le joint se trouve au milieu des limites extrêmes du profil A'B'C'D' (fig I.3), on obtient la palplanche en Z .

le profil en Z a les joints situés dans la partie la plus éloignée de l'axe neutre du rideau, ce qui lui confère un rendement géométrique très élevé. en contre partie, sa mise en oeuvre est généralement plus délicate .

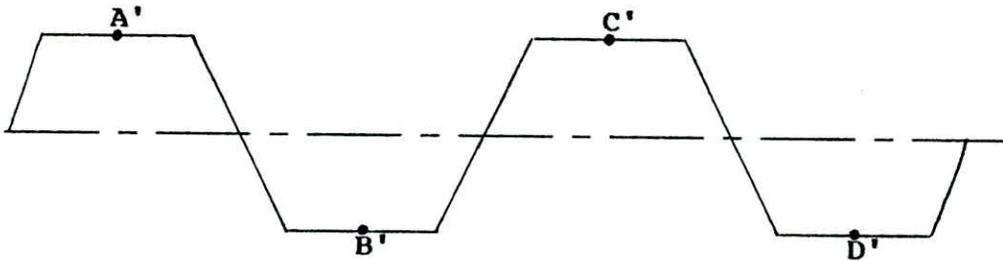


Fig I.3

c) Si le joint n'existe qu'en un point sur deux : ACE (fig I.4), on obtient une palplanche S.

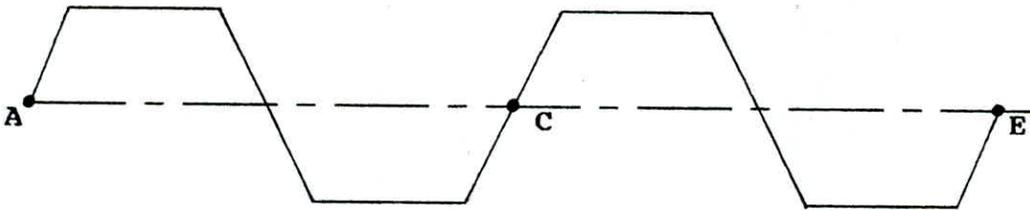


Fig I.4

d) Si l'on assemble d'une manière quelconque plusieurs palplanches ondulées (fig I.5), on obtient un profil en caissons ou tubulaire, son module de résistance peut être très élevé et on peut éventuellement remplir les caissons par du béton, ce qui augmente leur raideur. On constitue également des caissons successifs par accolements de deux rideaux ondulés de palplanches, en prenant ou non, le soin de les river ensemble.

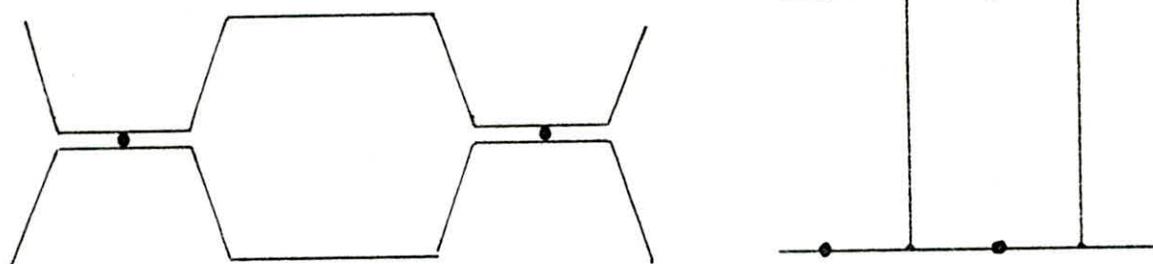


Fig I.5

Les caissons sont couramment utilisés, soit seuls comme éléments de fondation (pieux métalliques), soit incorporés à des rideaux, pour accroître leur force portante, leur rigidité ou leur résistance.

β) Les palplanches profilées à froid :

Le laminage à chaud n'étant pas possible en dessous d'une épaisseur de 5 à 6 mm, les palplanches de faible module sont fabriquées par profilage à froid des tôles sur machine à galets, elles sont appelées souvent "légères".

I-3-2 / Les palplanches plates :

Elles sont essentiellement utilisées pour la réalisation de parois cylindriques qui contiennent un remblai, l'ensemble étant appelé "gabion".

La juxtaposition de gabions permet la réalisation d'ouvrages massifs provisoires (batardeaux) ou définitifs (digues, murs de quai).

Les efforts de traction qui se développent dans les parois cylindriques des gabions nécessitent que les joints des palplanches soient conçus pour offrir des résistances importantes vis-à-vis du risque de dégrafage.

Les différents types de palplanches plates se distinguent entre eux par la forme des joints.

Les palplanches plates sont fabriquées par laminage à chaud, et ne sont pratiquement pas utilisées dans le domaine terrestre.

### I-3-3 / Les emboîtements :

Un bon joint doit satisfaire aux trois conditions principales suivantes :

a) Etre suffisamment robuste (résistant), de manière à réduire les risques de desemboîtement, d'où résultent la plupart des graves accidents qui se sont produits lors de l'emploi des palplanches métalliques;

b) Assurer une bonne étanchéité;

c) Permettre un arrachage facile de la palplanche en vue de son réemploi.

on distingue les emboîtements à griffes et bourrelets circulaires (exp fig I.6.a); les emboîtements à crochets (exp fig I.6.b) et enfin les doubles emboîtements avec pièces intermédiaires (exp fig I.6.c).

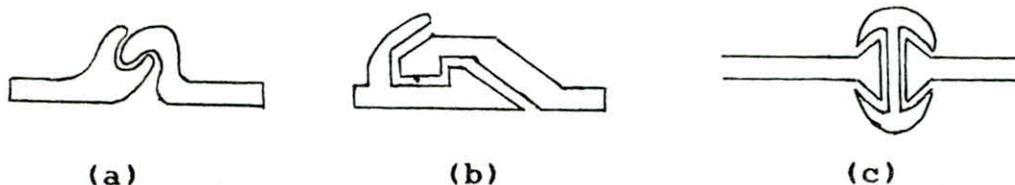


Fig I.6

### I-3-4 / Qualités de l'acier :

On sait que les palplanches subissent des sollicitations statiques et dynamiques qui dérivent de leur but même et du battage. De plus, elles sont attaquées par les agents corrosifs, ce qui limite leur durée.

Pour obtenir une palplanche idéale, on devra la réaliser d'un métal présentant les caractéristiques suivantes : Résistance mécanique élevée; élasticité; grande résistance aux agents physiques et chimiques.

## II: LES PRINCIPALES UTILISATIONS DES PALPLANCHES METALLIQUES:

A L'origine , c'est tout naturellement dans l'eau ou à proximité immédiate de celle - ci , là où la construction d'ouvrages classiques en maçonnerie ou en béton armé s'avérait difficile et coûteuse que les palplanches métalliques ont trouvé un domaine d'emploi privilégié.

Elles ont été et sont encore aujourd'hui largement utilisées , à titre définitif comme à titre provisoire , pour la construction de murs de quai fluviaux et maritimes , de protection de berges , d'écluses , de batardeaux , de môles , de jetées et d'ouvrages les plus divers.

En site terrestre , leur emploi s'est longtemps limité presque exclusivement à la réalisation d'ouvrages provisoires (blindage de fouilles et de tranchées).

A l'heure actuelle , si les palplanches métalliques sont encore très souvent employées pour la réalisation de tels ouvrages , notamment en site urbain , pour permettre l'exécution de constructions les plus diverses ( conduits enterrés , passages souterrains , sous - sols de bâtiments , parkings , enceintes autour de massifs de fondation afin d'encoffrer un terrain fluent et de le protéger contre les affouillements et les filtrations ) , elles sont de plus en plus fréquemment intégrées à titre définitif dans ces constructions .

On utilise également des enceintes en palplanches comme encoffrement de fondations de machines ou de turbines , afin d'amortir l'effet des vibrations.

En terrain argileux , on peut éviter des glissements de l'assise des bâtiments ou des murs de soutènement , en battant devant les fondations , un rideau de palplanches de profondeur suffisante.

Dans le domaine routier , également , l'emploi des palplanches s'est longtemps limité presque exclusivement à la réalisation de batardeaux et de blindages de fouilles destinés à permettre l'exécution de fondations d'ouvrages d'art en site aquatique ou aquifère .

Aujourd'hui ,elles sont très couramment employées à titre définitif pour la construction de plusieurs ouvrages tels que:

-rideaux de soutènement ,

-tranchées ouvertes et couvertes ,

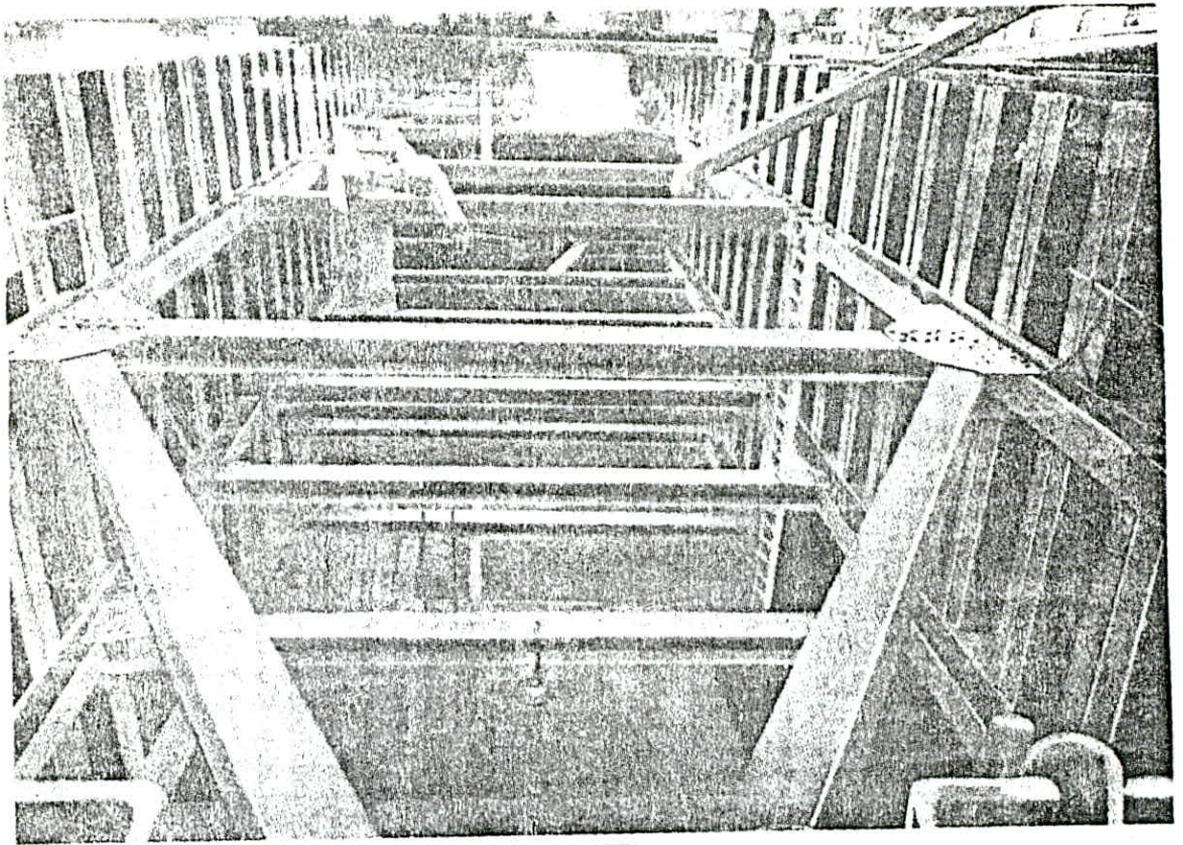
-culées d'ouvrages , surtout pour des traversées fluviales ,

-divers ouvrages de protection :

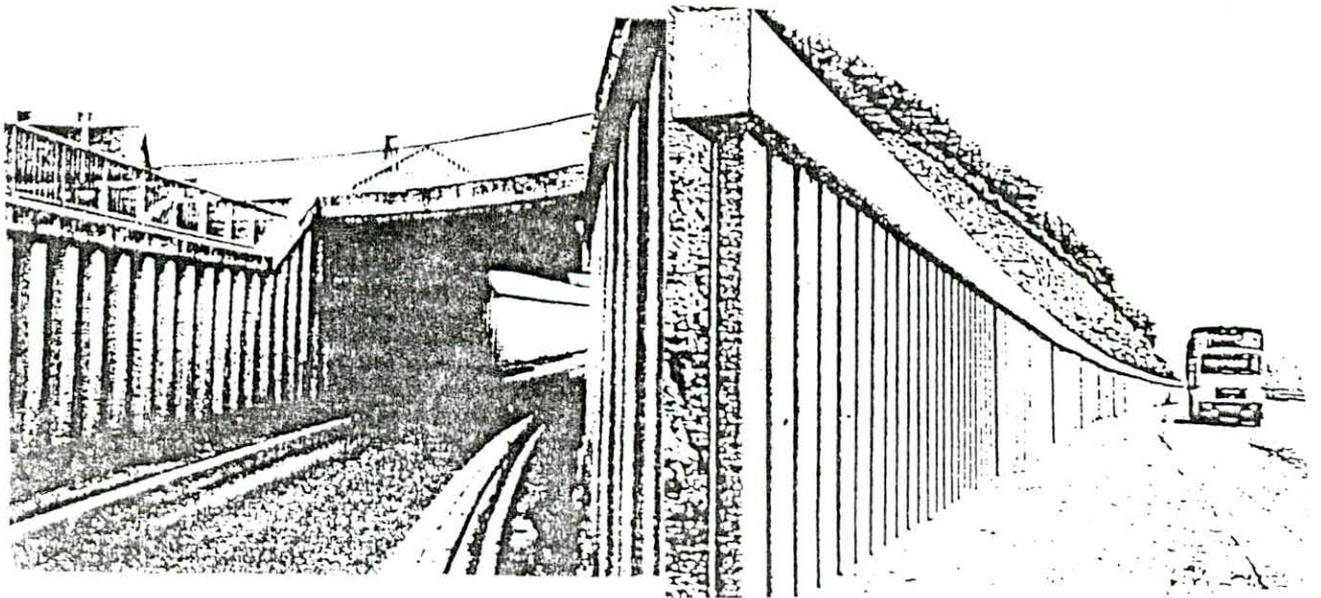
protection des berges ( empêchement de leur affouillement ),

protection contre les chutes de pierre etc...

Fig. 20 — Vue intérieure d'un batardeau pour la construction d'une pile de pont sur l'Escaut à Termonde.



vue intérieure d'un batardeau pour la construction d'une pile de pont.



passage routier inférieur

palplanches en site terrestre (ouvrage de protection contre les chutes de pierres)

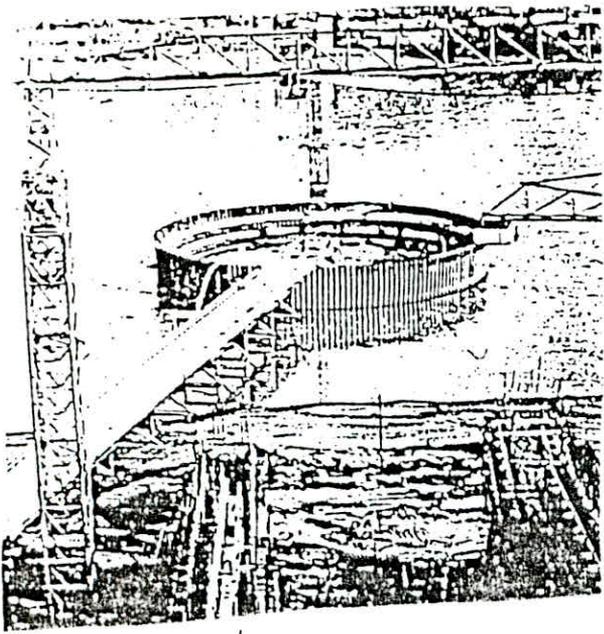


fig. batardeau

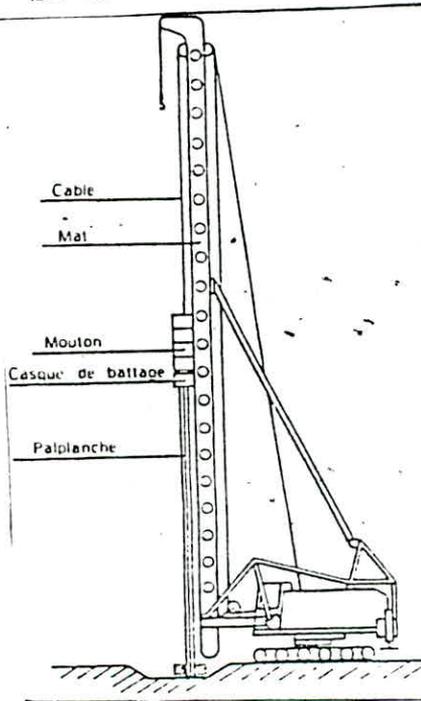


fig. sonnette de battage avec mouton à chute libre

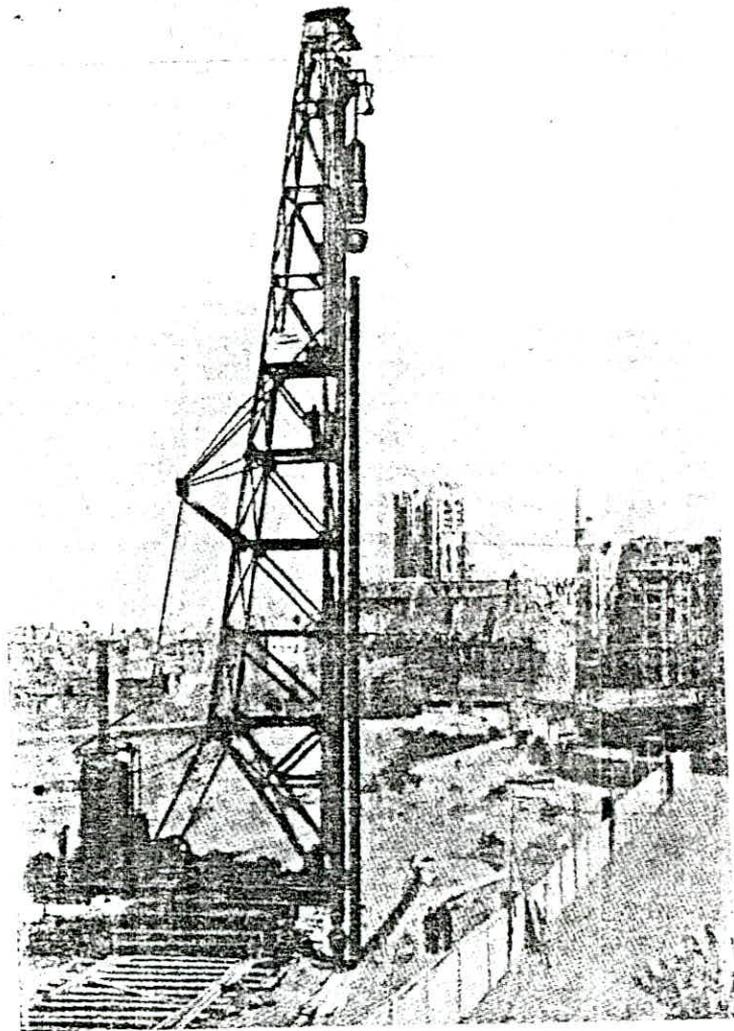


FIG. 21 — Battage des palplanches métalliques pour l'exécution des travaux du tunnel de la jonction Nord-Midi, à Bruxelles.

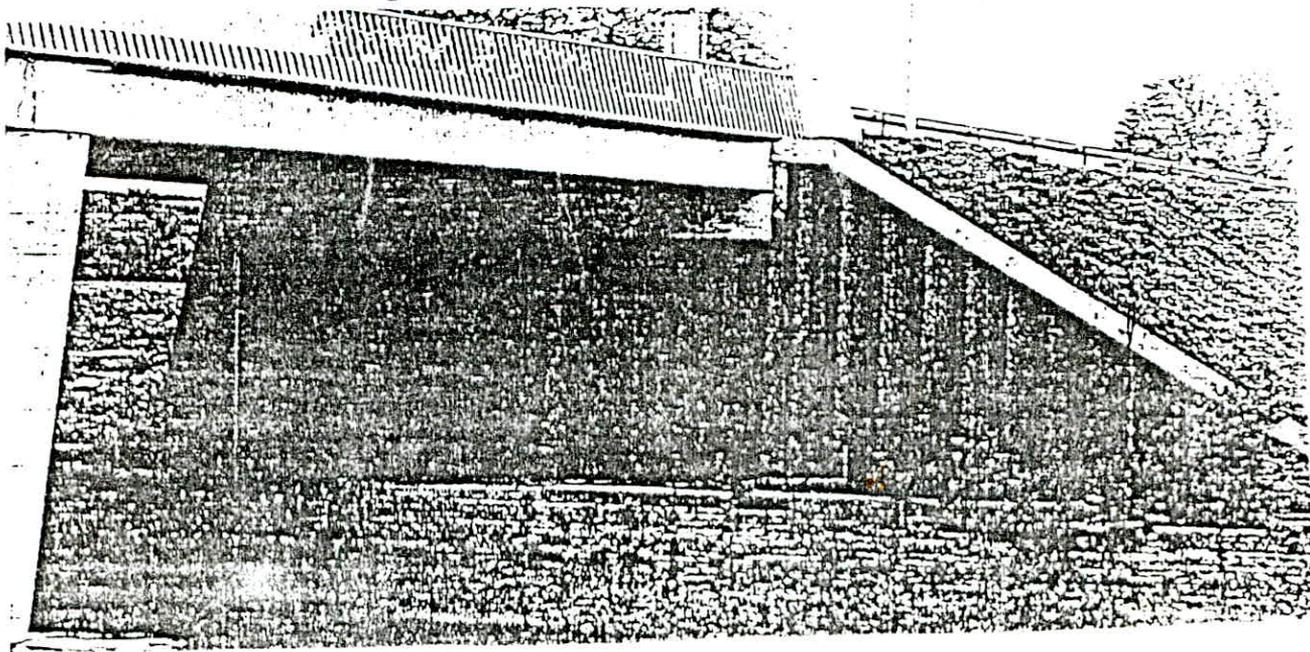


fig culée d'ouvrage hydraulique

### III) MISE EN OEUVRE :

#### III-1) TECHNIQUES DE FONÇAGE DES PALPLANCHES :

##### a) Le battage :

C'est la plus ancienne technique. Il consiste à foncer l'élément à l'aide d'une masse pesante qui agit par percussion (choc) en tête de celui-ci : c'est le mouton. Le choix du mouton dépend de la nature du terrain, des dimensions et du type de palplanches utilisées. Par ordre d'apparition chronologique, on trouve :

-Les moutons à chute libre : Simples masses suspendues par câbles.

-Les moutons à simple effet : Comportent essentiellement un cylindre et un piston.

-Les moutons à double effet ou marteaux trépideurs : ( donnant des secousses rapides ) Comportent un cylindre et un piston. Ces moutons de faibles dimensions offrent de faibles énergies de frappe, mais ont une cadence élevée, ce qui provoque une vibration continue de la palplanche favorable à une meilleure pénétration de celle-ci dans les sols granuleux, peu à moyennement compacts.

-Les moutons diesel : Comportent un cylindre et un piston. Ils permettent d'obtenir de bonnes énergies de frappe et sont d'une utilisation beaucoup plus souple.

##### REMARQUES :

1- Excepté pour les marteaux trépideurs, le battage nécessite l'emploi de casques sur la tête des palplanches pour répartir l'énergie de frappe sur toute la section du profil à foncer, afin d'éviter la détérioration de la partie supérieure de ce dernier. Le casque est généralement constitué d'une pièce métallique à l'intérieur de laquelle se loge un martyr ou 'tête de turc' en bois ou en plastique, permettant d'amortir le bruit et le choc sur le casque.

2- Le battage convient dans pratiquement tous les terrains sauf les roches dures à faible porosité où d'ailleurs aucun autre procédé ne convient ( granite, basalte, schiste et calcaire sain, gneiss..) et dans les sols pulvérulents très compacts où la pénétration par percussion seule est très difficile.

3- Pour des obstacles plus conséquents, il est conseillé d'effectuer une préfouille pour les dégager.

4- Les marteaux trépideurs conviennent surtout dans les terrains granuleux peu à moyennement compacts, là où la vibration s'avère efficace. Ils sont souvent utilisés pour la première phase du battage étant donné leur caractère très maniable. Leur principal inconvénient est le niveau sonore quasi continu, vue la cadence élevée. Ce qui est encore plus gênant c'est que les sons émis sont aigus (absence de casque). On peut remédier à ça par des housses d'insonorisation constituées de "sandwichs" de matériaux lourds et absorbants.

#### b) Le vibrofonçage :

Le vibrage est une technique dont l'application au fonçage des palplanches est très récente. Le vibreur fait chuter le frottement latéral sol-palplanches et permet donc un fonçage rapide et relativement silencieux, en particulier dans les sols granuleux peu à moyennement compacts, saturés.

Technique très importante dans les sols où il convient, le vibrofonçage supprime les risques de déformation et de détérioration des têtes (souvent des pieds aussi) de palplanches, mais il exige des moyens de levage puissants.

Le vibrage convient moins bien dans les sols plus durs ou dans les sols granuleux, secs, compacts; dans ce cas on y associe un lançage d'eau sous pression.

#### c) Le lançage :

Généralement associé au vibrage, en particulier dans les sols granuleux ou sableux secs et compacts, le lançage consiste à envoyer dans le sol un jet d'eau sous pression au voisinage du pied de la palplanche à l'aide d'un tube métallique rigide de petit diamètre, appelé lance, afin de décompacter et d'ameublir le sol.

Si cette technique s'avère efficace dans certains cas et très peu bruyante, elle s'accompagne toutefois d'une importante décompaction du sol avec diminution de la butée espérée et aggravation des risques de renard et par suite des tassements dans les constructions avoisinantes.

Dans tous les cas, lors de la dernière phase du fonçage des palplanches, le lançage sera prohibé et le dernier mètre sera foncé par battage ou vibrage seul.

### III-2 CENTRAGE ET GUIDAGE DES ENGIN DE BATTAGE :

Pour être efficace et limiter les risques d'apparition de certains incidents graves lors de la mise en oeuvre des palplanches (déviations, déversements, déformations,...), l'engin de battage doit être parfaitement centré sur celles-ci et sur le martyr du casque de battage. Pour les mêmes raisons, l'engin de battage doit être parfaitement guidé dans ses déplacements.

### III-3 LES PROCEDES DE FONCAGE DES PALPLANCHES :

a) Fonçage de chaque palplanche (ou paire de palplanches) d'une traite jusqu'à sa côte définitive.

b) Fonçage par panneaux :

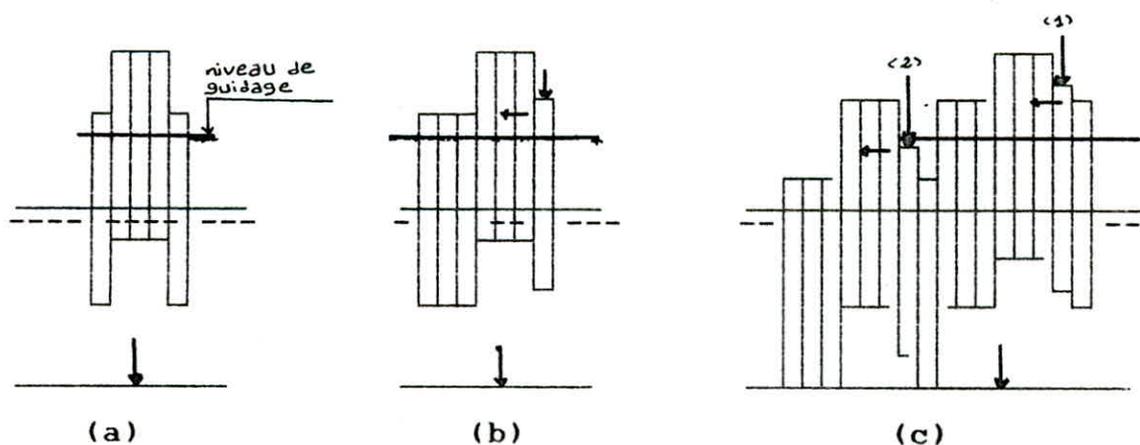


Fig III.1

Ce procédé (fig III.1) est l'un des plus utilisés, le plus recommandé lorsque la fiche des palplanches est grande ; c'est aussi le seul qui pourra permettre de faire traverser un obstacle par les palplanches elles mêmes, guidées par leurs voisines, ancrées dans le sol.

#### III-4 ARRACHAGE DES PALPLANCHES :

Les palplanches métalliques sont des éléments coûteux, on s'efforce donc, dans la mesure du possible, de les arracher pour les réutiliser, lorsqu'elles sont employées pour l'exécution d'ouvrages provisoires. Pour cela deux conditions sont nécessaires :

- D'une part, elles ne doivent être arrachées que si cela ne présente pas de risques pour la stabilité des ouvrages voisins.

Par exemple, pour un blindage de fouille où un batardeau à l'abris duquel ont été exécutées les fondations sur semelle(s) d'un ouvrage, il est souvent déconseillé d'arracher les palplanches car des tassements des fondations, parfois assez importants et pas forcément uniformes, sont alors à craindre. En effet outre l'empreinte laissée par les palplanches dans le sol , il est à craindre que celles-ci, lors de l'arrachage, entraînent du terrain dans leur remontée, ce qui se produit assez fréquemment lorsque le battage a été difficile et que les palplanches sont déformées en pied.

- D'autre part, elles ne doivent être arrachées que si l'opération peut être économiquement avantageuse, c-à-d si les palplanches ne sont pas trop déformées pour qu'il soit possible à la fois de les arracher facilement et de les réutiliser par la suite.

Une bonne récupération impose également d'éviter de détériorer les palplanches, en tête notamment, durant l'arrachage.

**Moyens utilisés :**

- Marteaux trépideurs utilisés à l'envers.
- Arracheurs spécialement conçus pour l'arrachage.
- Arracheurs diesel.
- Vibrateurs : surtout utilisés lorsque la mise en oeuvre des palplanches a été effectuée par vibrage.

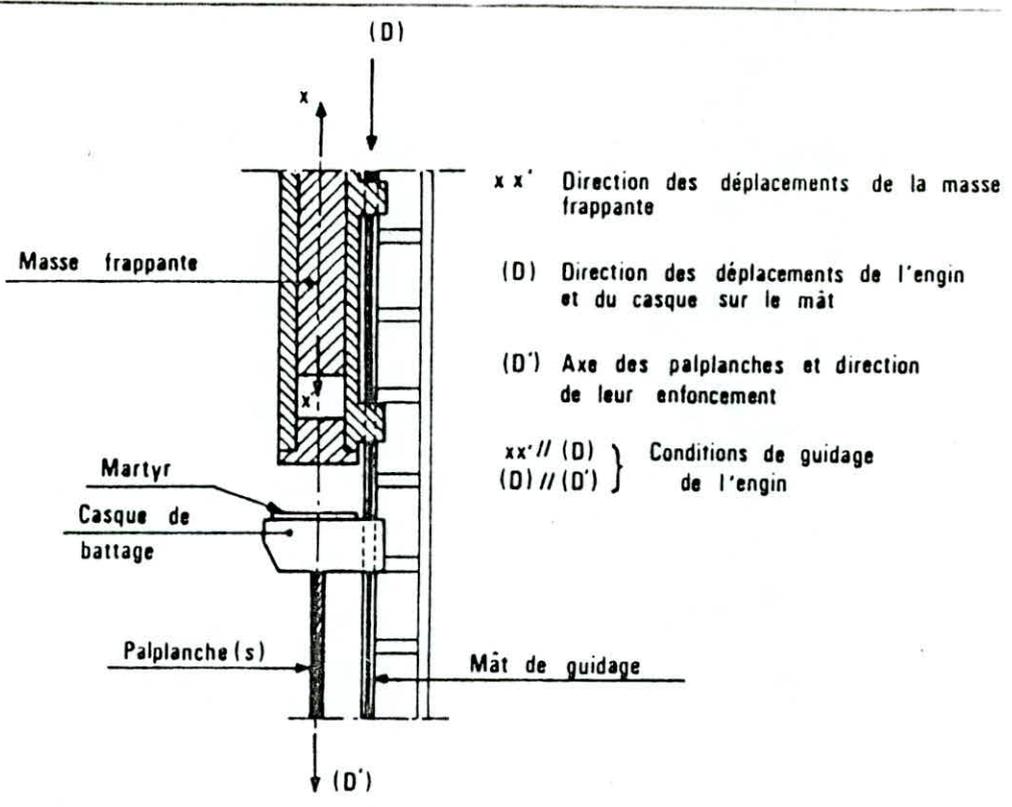


Figure 17 : Guidage de l'engin de battage

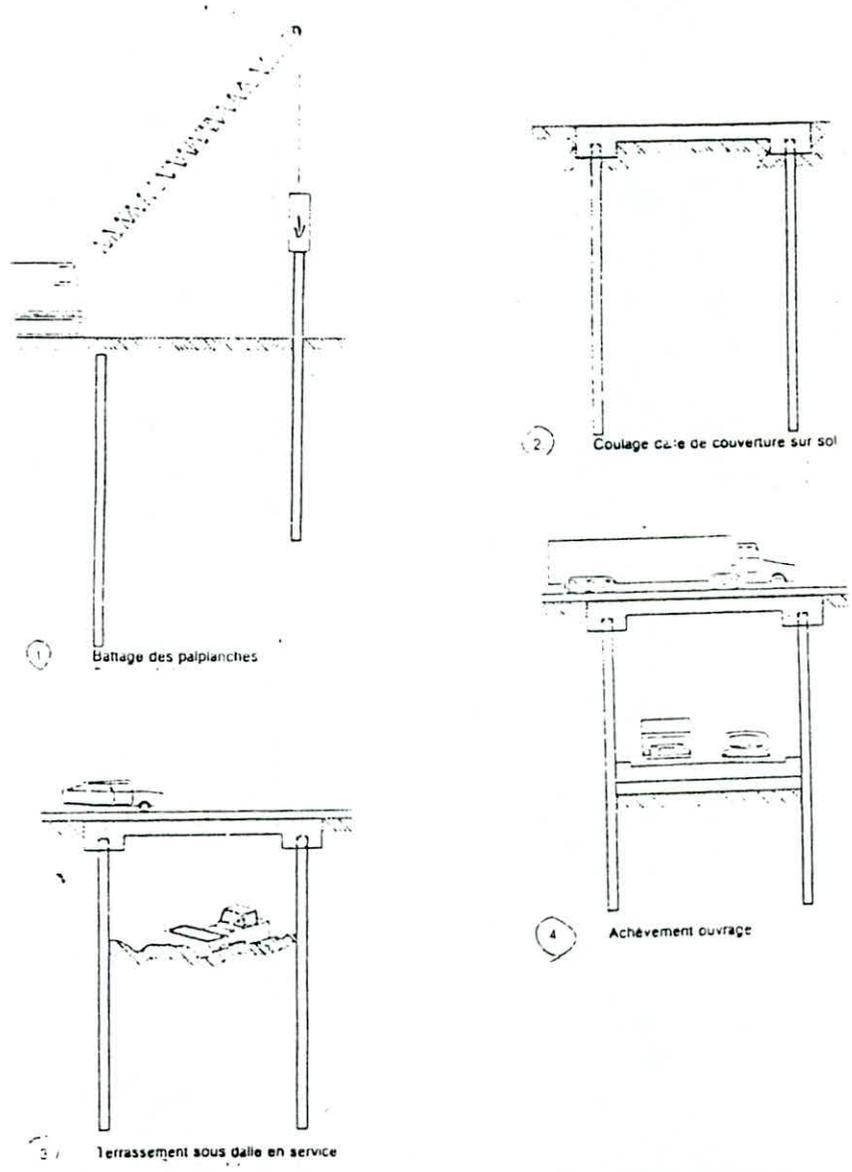


PHOTO : EXEMPLE DE PHASAGE

phasage prévis-  
ionnel des travaux

phase 1 :

- prédragage
- battage du rideau.

phase 2 :

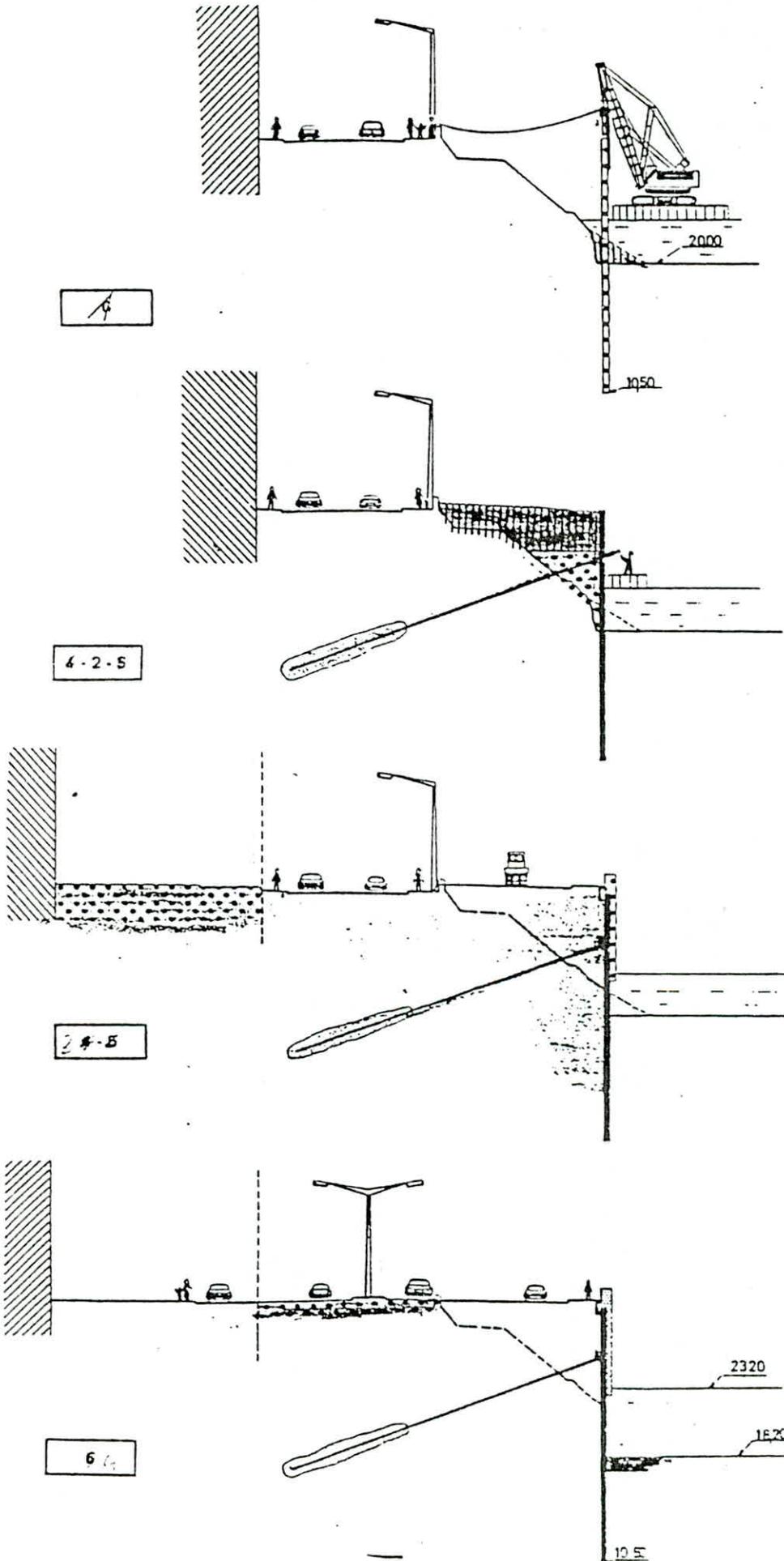
- Remblaiement partiel.
- Mise en place et prétention des tirants
- remblaiement

phase 3

- Mise en tension des tirants.
- fin du remblaiement
- compactage

phase 4 :

- dragage
- finition
- Mise en service



Canne de lançage 40/49 ou 50/60

Crosse d'élingage

Flexible d'alimentation

Pompe

Manœuvre en va et vient  
de la canne de lançage  
de  $\pm 1.00\text{m}$  par rapport au  
pied de la palplanche

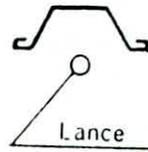
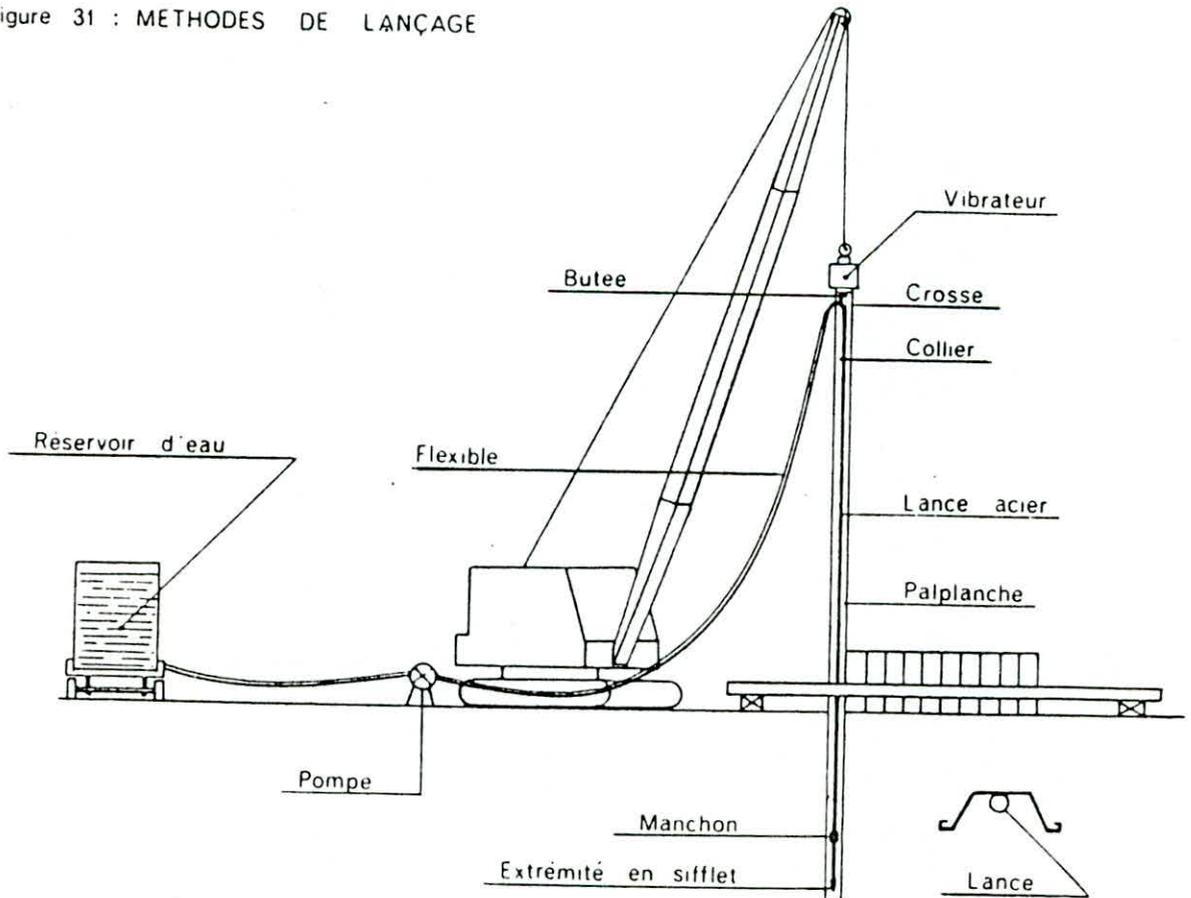


Figure 31 : METHODES DE LANÇAGE



## IV POUSSEE ET BUTEE DES TERRES :

### IV.1 INTRODUCTION:

Le calcul de la poussée ou de la butée des terres agissant sur un écran dépend avant tout, du déplacement de l'écran et de la résistance au cisaillement du sol.

On peut distinguer trois cas de déplacement de l'ouvrage:

#### 1)-Ecran libre de se déplacer:

Si le terrain situé derrière le mur se dilate ou se comprime suffisamment, la valeur de la pression sur le parement atteint un minimum correspondant à la poussée des terres ( $K_a$ ) ou un maximum correspondant à la butée des terres ( $K_p$ ).

#### 2)-Ecran fixe et rigide:

Dans ce cas, la pression sur l'écran correspondant à la poussée au repos ( $K_0$ ), est la contrainte horizontale existant dans le sol en place.

#### 3)-Ecran ne pouvant pas se déplacer librement (ou écran souple):

La valeur des poussées derrière ces structures (palplanches, parois moulées) est comprise entre les valeurs extrêmes du cas -1- ci -dessus. Plusieurs théories semi-empiriques, basées sur l'observation de cas concrets et sur une étude phénoménologique des relations entre la poussée et les déplacements, ont été développées par divers auteurs.

### IV.2 LES ETATS D'EQUILIBRE LIMITES ET LEUR CALCUL :

La grandeur et la distribution de la pression latérale des terres qui agit sur un ouvrage de soutènement dépendent dans une large mesure du déplacement de l'écran qui provoque une déformation du massif de sol derrière l'ouvrage et de la mobilisation de la résistance au cisaillement du sol.

-Lorsque l'ouvrage de soutènement peut se déplacer en s'éloignant du massif de sol permettant ainsi sa dilatation, la pression des terres décroît. Si la dilatation se poursuit, il se produira une rupture par cisaillement du sol et le prisme du sol derrière l'ouvrage tend à glisser vers l'avant et vers le bas, dans cet état de rupture, la pression des terres sur l'écran est minimale; on la désigne sous le nom de "PRESSION ACTIVE DES TERRES".

Par contre, si l'ouvrage de soutènement subit de l'extérieur une poussée qui l'oblige à se déplacer vers le massif du sol, provoquant ainsi une compression latérale (la force nécessaire pour engendrer le mouvement est supérieure à la poussée au repos), la pression croît jusqu'au moment où l'on atteint la rupture et où le prisme du sol glisse vers l'arrière et vers le haut, dans cet état de rupture, la pression est maximale, on la désigne sous le nom de "pression passive des terres".

Le graphique de la figure IV.1 suivante illustre l'influence du déplacement relatif de la structure sur le coefficient de pression des terres  $K$ .

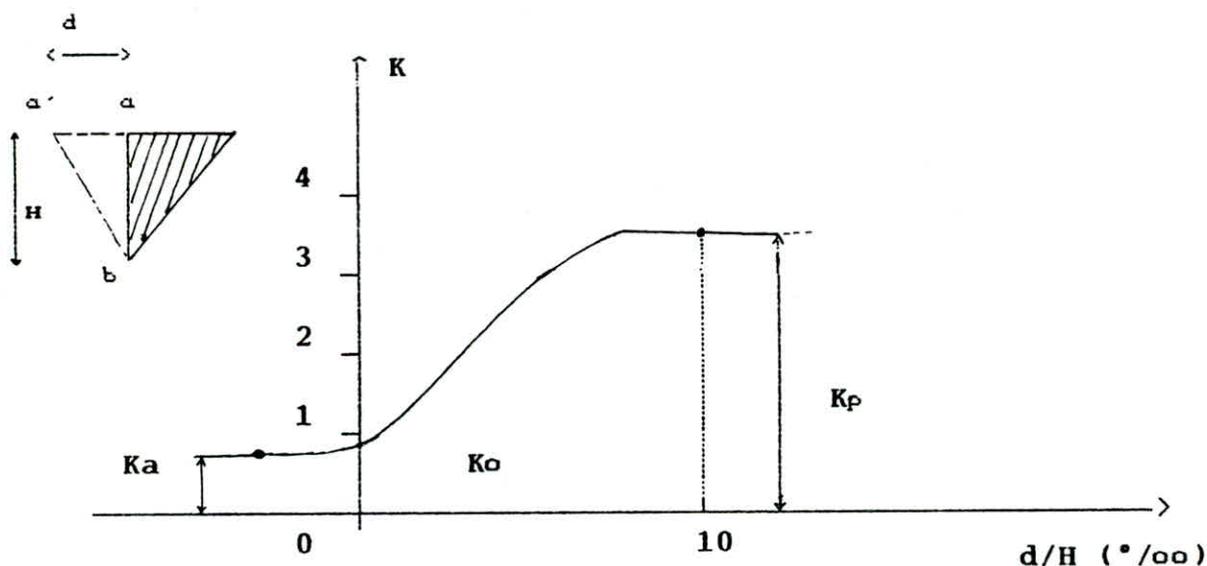


Fig IV.1

Dans la pratique il est donc nécessaire de déterminer dès le début du projet, la nature du mouvement, et le degré de rigidité pour effectuer un choix judicieux de la méthode d'évaluation de la pression des terres.

#### IV.2.1 / Théorie de RANKINE :

La théorie de RANKINE traite la pression des terres dans les conditions suivantes :

- 1- Le sol se trouve à l'état d'équilibre limite de rupture de MOHR-COULOMB. le déplacement de l'écran s'est donc produit de manière suffisante pour que la déformation du sol lui permet d'atteindre cet état.
- 2- L'état de déformation est plan, ( $\epsilon_z = 0$ ).
- 3- Aucun frottement n'existe entre le sol et l'ouvrage ( $\delta = 0$ ).
- 4- Le parement amont de l'écran est vertical et rectiligne.
- 5- la surface du sol derrière l'écran est plane.

Nous désignons par  $\sigma_{ha}$  et  $\sigma_{hp}$  les valeurs limites de  $\sigma_h$  correspondant à ces deux états. Leur valeur peut être calculée en exprimant la condition géométrique de tangence des cercles de MOHR avec la droite de COULOMB.

$$\sigma_{ha} = \sigma_h \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} - 2c \frac{\cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$

$$\sigma_{hp} = \sigma_h \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} + 2c \frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

On obtient par transformation trigonométrique et en tenant compte de  $\sigma_v = \gamma z$  (contrainte verticale) :

$$\sigma_{ha} = \gamma z - \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right) - 2c \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\sigma_{hp} = \gamma z - \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) + 2c \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

On désigne respectivement par  $K_a$ ,  $K_p$  : coefficient de poussée active, poussée passive, et qui prend la valeur

$$\operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} \right), \quad \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Selon la théorie de RANKINE, l'état d'équilibre limite est atteint simultanément en tout point du sol au moment où le déplacement du mur est suffisant.

Il apparait à cet instant des plans de rupture parallèles inclinés par rapport à l'horizontale d'un angle  $(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2})$  dans le cas de la pression active et d'un angle  $(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2})$  dans le cas de la pression passive.

#### IV.2.2 / Théorie de COULOMB-PONCELET :

Dans cette théorie, les hypothèses sont :

- Cette théorie est valable pour les sols pulvérulents, c'est à dire  $(c=0)$ , et des surcharges nulles  $(Q=0)$ .
- La surface du sol est rectiligne et inclinée d'un angle  $(\pm \beta)$  sur l'horizontale. Le parement de l'écran est plan; il est incliné d'un angle  $(\pm \lambda)$  par rapport à la verticale. La poussée ou la butée font un angle  $(\pm \delta)$  avec la normale au parement.
- L'écran se déplace librement et suffisamment pour que la résistance au cisaillement soit entièrement mobilisée.
- La surface de rupture est plane.

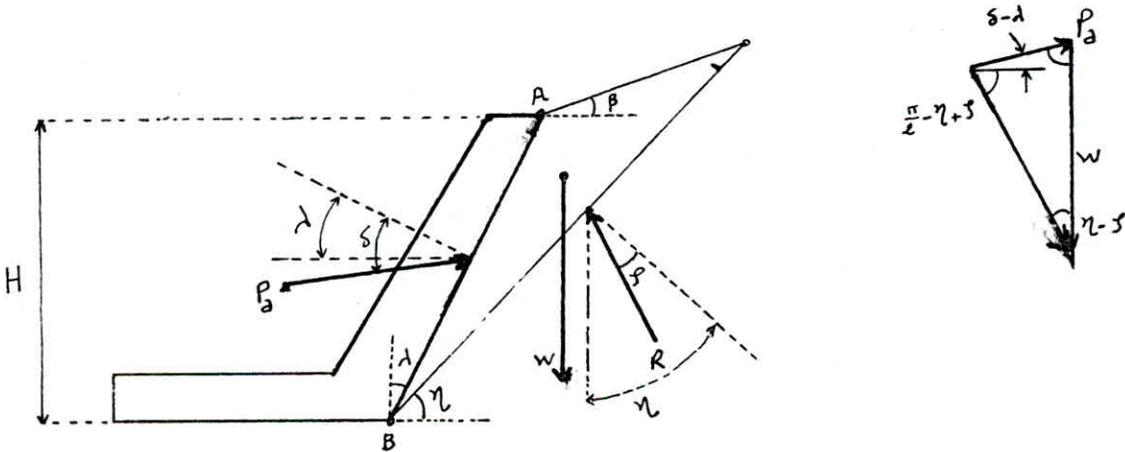


Fig IV.2

Dans ce cas, la poussée  $P_a$  peut être calculée analytiquement. Le poids  $w$  du prisme de poussée est donné par :

$$W = \frac{\gamma^2 H^2}{2} \frac{\cos(\lambda + \beta) \cos(\lambda + \tau)}{\cos^2 \lambda \sin(\tau - \beta)}$$

On peut exprimer  $P_a$  en fonction de  $W$  par le théorème des sinus appliqué au triangle du dynamique.

$$\frac{Pa}{\sin(\tau-\varphi)} = \frac{W}{\sin(\pi/2-\tau+\varphi+\delta-\lambda)}$$

$$D'où Pa = \frac{\gamma H^2}{2} \frac{\cos(\lambda+\beta)}{\cos^2\lambda} \frac{\cos(\lambda+\tau)}{\sin(\tau-\beta)} \frac{\sin(\tau-\varphi)}{\cos(\tau+\lambda-\varphi-\delta)}$$

La valeur maximale de Pa s'obtient en dérivant son expression par rapport à  $\tau$  (angle d'inclinaison du plan BC) et en annulant cette dérivée :

$$On \text{ aura ainsi : } \frac{\partial Pa}{\partial \tau} = 0 \longrightarrow \tau = \frac{\pi/2-\lambda+\varphi}{2}$$

$$D'où : Pa = \frac{\gamma}{2} \left( \frac{H}{\cos\lambda} \right)^2 Ka$$

On tire la valeur de Ka : (coefficient de poussée)

$$Ka = \frac{\cos^2(\varphi+\lambda)}{\cos(\delta-\lambda) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi+\delta) \sin(\varphi-\beta)}{\cos(\delta-\lambda) \cos(\lambda+\beta)}} \right]^2}$$

de la même manière :

$$Pp = \frac{\gamma}{2} \left( \frac{H}{\cos\lambda} \right)^2 Kp$$

(Kp : coef de butée) on le tire :

$$Kp = \frac{\cos^2(\varphi-\lambda)}{\cos(\delta-\lambda) \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\varphi-\delta) \sin(\varphi+\beta)}{\cos(\delta-\lambda) \cos(\lambda+\beta)}} \right]^2}$$

#### IV.2.3 / Théorie de BOUSSINESQ-CAQUOT-KERISEL :

Cette théorie admet comme hypothèses :

- 1) La massif du sol est pulvérulent (C=0)
- 2) Le long du mur de soutènement, l'obliquité  $\delta$  des contraintes sur l'écran est une donnée mécanique qui dépend du frottement des terres sur l'écran.

- 3) La surface du sol derrière l'écran est inclinée d'un angle  $(\pm \beta)$  par rapport à l'horizontale.
- 4) Le parement amont de l'écran est incliné d'un angle  $\pm \lambda$ .
- 5) Les surfaces de rupture sont toujours supposées planes.

Ainsi, le coefficient de poussée sera alors fonction des paramètres :  $(\beta, \delta, \lambda, \varphi)$  avec :

- $\beta$  : inclinaison du talus;
- $\delta$  : coefficient de frottement mur-sol;
- $\lambda$  : inclinaison du mur (ou écran);
- $\varphi$  : angle de frottement interne des terres.

Le calcul des coefficients  $K_a$  et  $K_p$  présente une grande importance pour les applications pratiques.

En effet, le calcul nécessite la résolution par les procédés du "Calcul Numérique" d'un système d'équations différentielles.

Pour éviter les calculs, on peut utiliser les "Tables de Poussée et Butée" établies par "CAQUOT ET KERISEL".

Récapitulation des méthodes utilisées dans la pratique pour le calcul des poussées et des butées sur les écrans rigides libres de se déplacer :

a) Poussée des terres

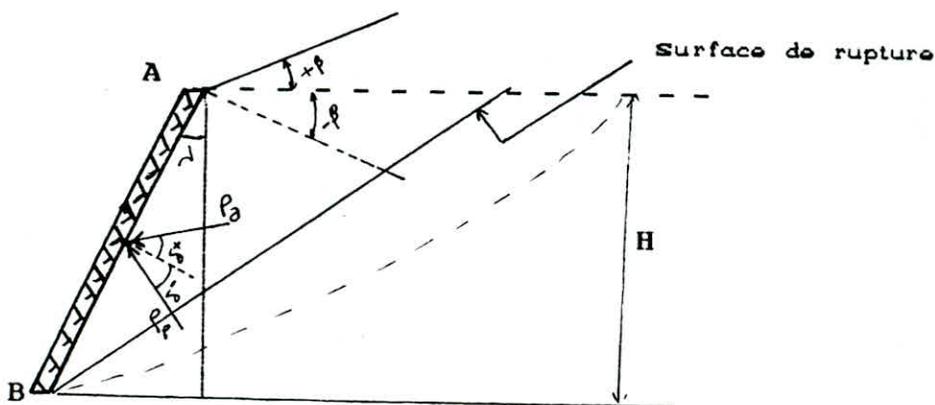


Fig IV.3

	Théorie	Domaine de validité
RANKINE	$K_a = \operatorname{tg}^2 (\pi/4 - \varphi/2)$	$\lambda=0, \beta=0, \delta=0; c \neq 0$ -Surface du terrain plane -Parement plan, vertical -Surcharge uniforme
COULOMB PANCELET	$K_a = \frac{2 \cos(\varphi + \lambda)}{\cos(\delta - \lambda) \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi + \delta) \sin(\varphi - \beta)}{\cos(\delta - \lambda) \cos(\lambda + \beta)}} \right]^2}$	$\lambda \neq 0, \beta \neq 0, \delta \neq 0; c = 0$ -Surface du terrain plane -Parement plan -Aucune surcharge
BOUSS CAQ-KER	Ka donnée par tables CAQUOT, KERISEL (1948)	$\lambda \neq 0, \beta \neq 0, \delta \neq 0; c = 0$ -Surface du terrain plane -Parement plan -Surcharges quelconques

#### b) Butée des terres:

Pour la butée des terres, les méthodes de RANKINE, de COULOMB-PANCELET, ne peuvent être utilisées que lorsque les angles  $\lambda$ ,  $\beta$  et  $\delta$  sont petits (inférieur à  $10^\circ$ ). Il est donc recommandé d'utiliser les tableaux de "CAQUOT-KERISEL".

#### IV.2.4 / Influence de la cohésion:

La cohésion est prise en compte par l'application du théorème des états correspondant qui permet de réduire l'étude d'un sol cohérent à celui d'un milieu pulvérulent soumis sur contour à une pression hydrostatique : ( $H = C / \operatorname{tg} \varphi$ ).

On est ramené à un problème d'un sol pulvérulent chargé uniformément de H.

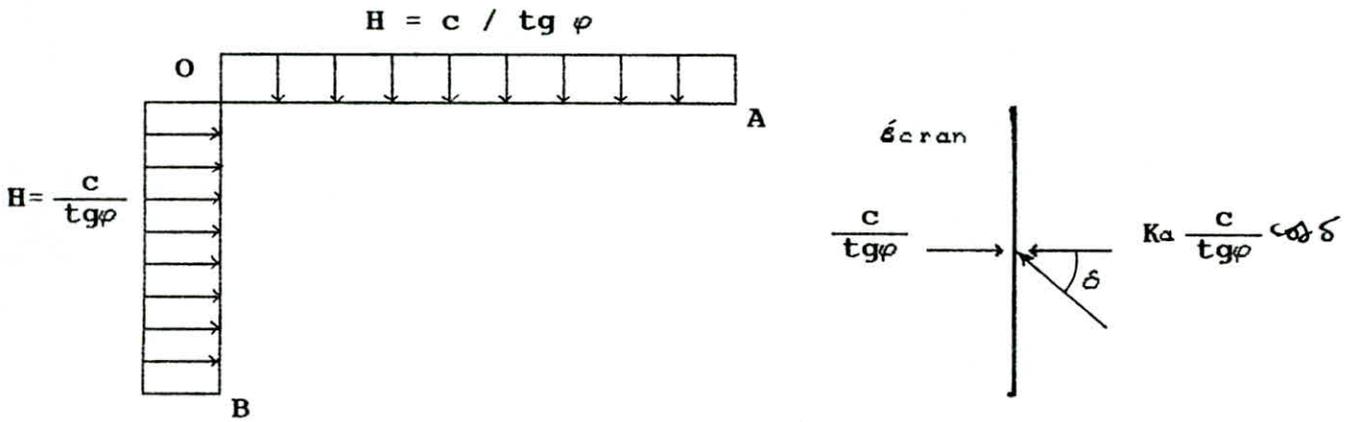


Fig IV.4

ainsi l'écran sera soumis à deux actions :

- une action directe correspondant à la pression  $(c/tg\varphi)$  sur OB .
- Une action indirecte de la surcharge sur OA .

La poussée due à cette surcharge est égale à :

$$Kq_a \cdot \frac{c}{tg\varphi} : \text{poussée active}$$

$$Kq_p \cdot \frac{c}{tg\varphi} : \text{poussée passive}$$

L'influence de la cohésion correspond à la somme géométrique de ces deux contraintes .

Enfin , la contrainte résultante due à la cohésion est égale à :

$$\frac{c}{tg\varphi} (1 - Kq_a \cos\delta) : \text{poussée active}$$

$$\frac{-c}{tg\varphi} (1 - Kq_p \cos\delta) : \text{poussée passive}$$

#### IV.2.5 / Influence d' une surcharge uniforme $q(kn/m^2)$ à la surface du remblai :

Pour déterminer l'influence de la surcharge, on fait l'hypothèse que le milieu est non pesant et on applique le principe de la superposition des états d'équilibre.

Dans le cas le plus général, la poussée  $P$ , à l'angle  $\delta$ , engendrée par une charge  $q$  uniformément répartie sur le talus supposé infini est résultante d'une densité uniforme  $q_e$  appliquée sur toute la hauteur de l'écran, et qui vaut:

$$q_e = q K_q \quad \text{avec}$$

$q_e, q$  : évalués au ml de leur surface d'application d'après la méthode de BOUSSINESQ; (développée par CAQUOT et KERISEL jusqu'à l'intégration complète) :

Pour la poussée active :

$$K_q = \frac{\cos \delta - \sin \varphi \cos \gamma}{1 + \sin \varphi} e^{-2\vartheta \operatorname{tg} \varphi}$$

$$\sin \gamma = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} ; \quad 2\vartheta = 2\beta - 2\lambda + (\gamma - \delta)$$

Pour la poussée passive :

$$K_q = \frac{\cos \delta + \sin \varphi \cos \delta}{1 - \sin \varphi} e^{-2\vartheta \operatorname{tg} \varphi}$$

$$2\vartheta = 2\omega - 2\beta + (\gamma + \delta)$$

$$\sin \gamma = \left( \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \right)$$

Voir schéma de notation

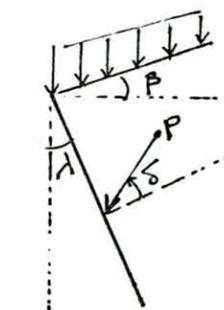


Fig IV.5

avec :  $K_q = K_{qa}$  ; pour la poussée active.

$K_q = K_{qp}$  , pour la poussée passive.

#### IV.2.6 / Influence de l'eau :

Dans certains cas, l'influence de l'eau sur l'écran peut être plus importante que celle des terres. On distingue deux effets dus à la présence de nappe phréatique :

- Effet statique.
- Effet dynamique.

##### α) Effet statique :

Pour traiter le cas d'une nappe souterraine sans écoulement agissant sur l'écran, il est nécessaire de raisonner en termes de contraintes effectives et de séparer la pression hydrostatique de la pression des terres dus aux contraintes effectives sur l'écran.

La poussée d'Archimède agissante sur les grains minéraux du sol, diminue les contraintes effectives ( $\sigma'$ ). Cela correspond à remplacer dans les équations :

$\gamma$  (poids spécifique apparent du sol) par  $\gamma' = \gamma_{\text{sat}} - \gamma_w$  (poids spécifique apparent déjaugé). La couche non immergée agit comme surcharge.

Pour le calcul de la pression totale sur le parement de l'écran dans la couche immergée, on détermine les diagrammes des contraintes effectives ( $\sigma'_h$ ), puis ceux des contraintes neutres ( $u = \gamma_w z$ ). La pression totale est égale à la somme des pressions dues à ces deux types de contraintes.

### $\beta$ ) Effet dynamique :

Lorsque la nappe est le siège d'écoulement, les lignes équipotentiellles ne sont plus horizontales. Il faut tracer le réseau d'équipotentielle et la pression en chaque point peut être déduite .

La connaissance du réseau des lignes de courant nous permet de vérifier la condition de " RENARD " qui est une condition de rupture .

### IV.2.7 / Cas du sol hétérogène (stratifié) :

Lorsque le sol est constitué de plusieurs couches de caractéristiques géotechniques différentes, on peut effectuer le calcul des diagrammes des contraintes sur le mur en considérant que les couches surmontant celles dont on calcule le diagramme sont des surcharges égales à leur poids total.

Cette manière de faire, introduit des discontinuités des diagrammes aux niveaux limites des couches, mais permet néanmoins d'évaluer valablement les poussées.

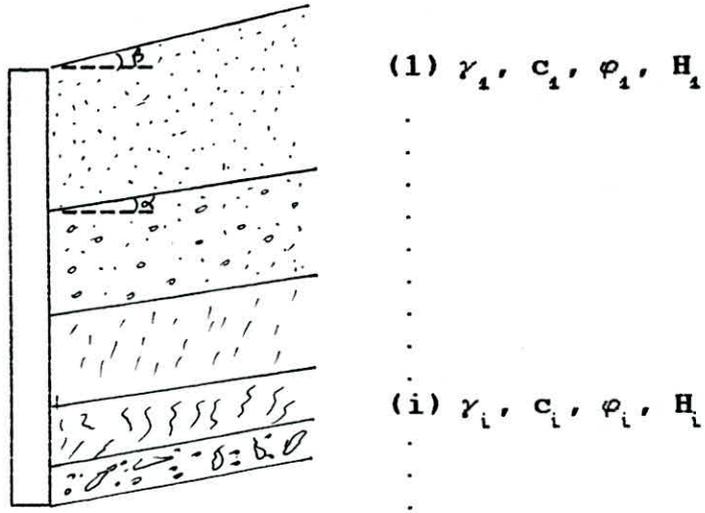


Fig IV.6

En conclusion pour déterminer la poussée des terres pour une couche (i), on peut superposer dans le cas général :

- a) La poussée due au poids de la couche (i).
- b) L'action des couches supérieures et de la surcharge.
- c) L'action de la cohésion.

## V METHODES DE CALCUL DES RIDEAUX DE PALPLANCHES:

### V-1) GENERALITES:

L'étude du rideau comporte les phases suivantes :

- Détermination d'une valeur de la fiche compatible avec la sécurité de l'ouvrage et l'économie du projet.
- Détermination de la force d'ancrage et dimensionnement des tirants d'ancrage .
- Détermination du moment fléchissant maximal et dimensionnement du rideau.

Des méthodes classiques de calcul des rideaux, élaborées vers 1930, donnaient des résultats très approximatifs pour le moment fléchissant maximal et pour les efforts dans les ancrages.

Elles sont encore très largement utilisées mais leurs insuffisances sont notoires.

Plusieurs nouvelles méthodes ont été proposées, mais aucune ne fait l'objet d'un usage général. On doit citer les noms de TSCHEBOTARIOFF (1943 à 1949) et de ROWE (à partir de 1952).

Les rideaux peuvent être ancrés ou sans ancrage.

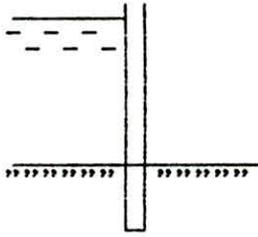
#### V-1-1 / Rideaux sans ancrage :

La stabilité du rideau est assurée uniquement par les réactions du sol sur la partie enterrée que l'on appelle la fiche, c'est le cas de la plupart des batardeaux (fig V.1.a) .

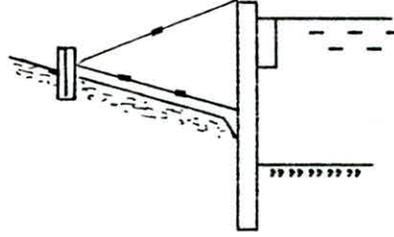
#### V-1-2 / Rideaux ancrés :

Ils doivent une partie de leur stabilité à une ou plusieurs lignes de tirants qui sont reliés à des plaques d'ancrage enterrées dans le sol à une certaine distance de la paroi.

Les murs de quai en palplanches sont généralement des rideaux ancrés (fig V-1-b) .



a) batardeau



b) mur de quai

FIG V.1 : Ouvrages en palplanches

Les rideaux ancrés résistent à la poussée des terres à la fois grâce aux efforts d'ancrage et grâce à la butée sur la fiche.

La flexibilité du rideau et l'importance de la fiche jouent un grand rôle dans la détermination de la butée.

De façon classique, on distingue le rideau simplement buté en pied qui correspond à une faible valeur de la fiche et le rideau encastré en pied qui correspond à une valeur plus élevée de la fiche. En principe, le pied de la palplanche pour ce cas est immobile et c'est la résistance de l'ancrage qui conditionne la stabilité du rideau.

## V-2) CALCUL CLASSIQUE DES RIDEAUX DE PALPLANCHES :

### V-2-1 / Rideaux sans ancrage :

La théorie classique considère que le rideau pivote autour d'un axe situé légèrement au dessus de son extrémité inférieure (au dessous du fond de fouille).

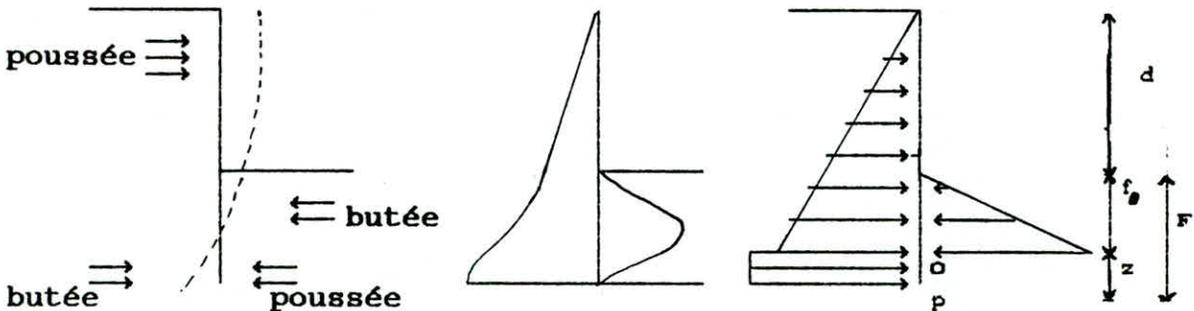
Le déplacement du rideau, s'il est assez important, provoque au dessus de l'axe de rotation la formation de deux zones plastiques correspondant au schéma de BOUSSINESQ : poussée à gauche et butée à droite (fig V-2-a).

Au dessous de l'axe de rotation au contraire, le terrain situé à gauche de la palplanche est refoulé, il oppose une contre-butée, tandis que le terrain à droite est décomprimé.

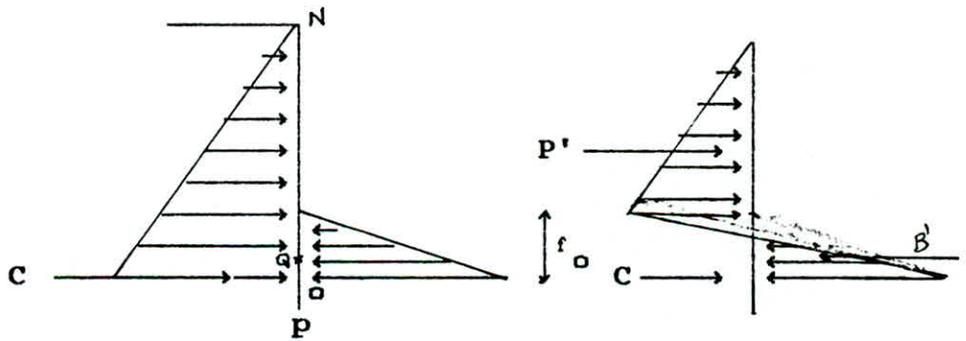
Au moment de la rupture, la distribution des contraintes normales doit ressembler à celle qui est indiquée sur la figure (V-2-b).

On trouve d'abord à partir du sommet du rideau et jusqu'au voisinage de l'axe de rotation, la distribution de BOUSSINESQ, tant en poussée qu'en butée.

Puis plus bas, la contrainte à gauche augmente brusquement, du fait de la contre butée, tandis qu'à droite, elle tend assez vite vers zéro.



a) déplacement du rideau.      b) contraintes      c) distribution simplifiée des contraintes.



( d ) Hypothèses admises :

FIG V-2 : Rideau sans ancrage

On choisie la distribution simplifiée des contraintes de la figure ( V-2-c):

Au dessus du point (O) à la profondeur ( $F_0$ ) , on a les deux distributions de BOUSSINESQ et au dessous de ce même point, on a uniquement une contrainte constante de contre butée.

La résultante des efforts de contre-butée est une force d'intensité  $C = \sigma_c \cdot Z$  appliquée au milieu du segment OP.

On admet que l'on peut sans grande erreur transporter cette force au point (O). Le calcul du trançon (NO) du rideau devient alors très facile. C'est un problème isostatique comportant deux inconnues : ( $F_o$ ) et C (fig V.2.d ).

En écrivant que le moment résultant en (O) de toutes les forces appliquées est nul, on obtient ( $F_o$ ) ; on en déduit l'intensité des forces de butée et de poussée et donc par différence la contre-butée ( C ), d'où l'on tire la valeur de la surprofondeur ( Z ) et de la fiche ( F ) (  $F = F_o + Z$  ) et l'on détermine la longueur des palplanches (on peut utiliser la formule approchée :  $F = 1,2 F_o$  qui est du côté de la sécurité ) . Pour trouver le moment fléchissant maximal (  $M_{max}$  ), il suffit de trouver le point ( Q ) où l'effort tranchant est nul.

La donnée de (  $M_{max}$  ) détermine le module de résistance de palplanche à utiliser (  $M_r$  ) :

$$\sigma = \frac{M_{max}}{M_r} = \sigma_a \rightarrow M_r \geq \frac{M_{max}}{\sigma_a} = M_{r.}$$

Du point de vue mathématique , les deux inconnues sont ( $F_o$ ) et ( C ) mais du point de vue pratique, ce sont la longueur totale et le module des palplanches.

La méthode que l'on vient d'exposer est un calcul à la rupture en ce qui concerne le sol, on divise alors les différents coefficients de butée calculés à partir des tables par le coefficient de sécurité désiré (2 en général) et on utilise ces nouveaux coefficients dans les calculs de fiche et de moment sans modifier les coefficients de poussée.

On adopte pour  $\sigma_a$  les valeurs utilisées normalement en construction métallique (140 à 160 MPA pour l'acier doux, par exemple).

## V-2-2 / RIDEAUX ANCRÉS ENCASTRES EN PIED :

On utilise pour le calcul des rideaux ancrés la même distribution de contraintes que pour les rideaux sans ancrage avec les mêmes simplifications :

### a) méthode de la ligne élastique :

Le problème est hyperstatique puisqu'il y'a trois inconnues : ( $f_0$ ) , ( $c$ ) et l'effort d'ancrage ( $A$ ) (fig V.3 ) .

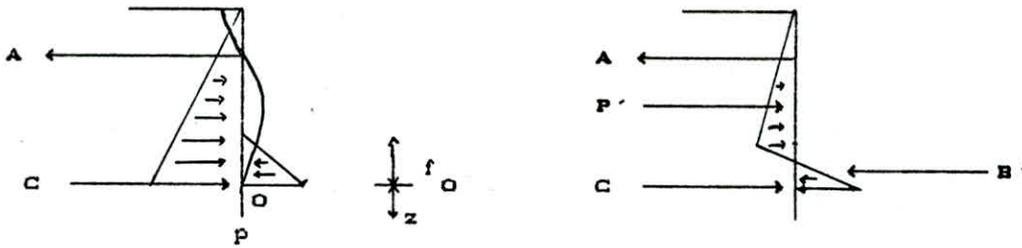


FIG V.3 Rideau encastré en pieds (hypothèses classiques)

L'étude de la déformation de la palplanche permet de lever l'indétermination. On impose en effet que la déformée de la palplanche ou " ligne élastique " satisfasse à certaines conditions :

le pied de la palplanche au niveau de la contre butée est immobile, la tangente à la palplanche en ce point reste verticale, la ligne élastique passe par l'extrémité du tirant d'ancrage.

En pratique ,le calcul est fait par approximations successives :On se donne une valeur ( $f_0$ ),on détermine les valeurs de ( $C$ ) et ( $A$ ) correspondantes au moyen des équations d'équilibre. On en déduit le diagramme des moments fléchissants et ,par une double intégration, la déformée du rideau (les deux constantes d'intégration sont déterminées en écrivant que le point d'encrage et le point O ne subissent aucun déplacement ).On calcule ensuite la rotation en O,qui n'est généralement pas nulle en premier essai .On recommence le calcul avec d'autres valeurs de ( $f_0$ ) jusqu'à ce que la condition de rotation nulle soit vérifiée .

Cette méthode qui conduit à des calculs longs et fastidieux est assez peu employée .

On lui préfère un calcul beaucoup plus rapide du à "BLUM", connu sous le nom de "méthode de la poutre équivalente".

- b) méthode de BLUM dite de la poutre équivalente :

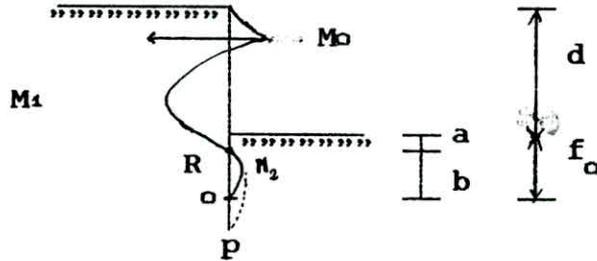


FIG V.4 réparation des moments fléchissants dans un rideau encasté en pied

L'idée de BLUM consiste à rendre le problème isostatique en fixant à priori la position de point  $R$  de moment nul.

En appliquant la méthode de la ligne élastique à de nombreux cas particuliers, BLUM a établi une relation empirique entre la position du point de moment nul ( $R$ ) (déterminée par la longueur ( $a$ ) de la figure (V-4) ) et l'angle de frottement interne du terrain fig (V-5).



FIGURE V-5 Détermination du point de moment nul (méthode de BLUM )

En pratique lorsque  $\varphi$  est compris entre  $25^\circ$  et  $35^\circ$  on peut admettre que  $a = 0,1 d$ . On se donne la valeur de 'a' et l'on rend ainsi le problème isostatique.

La partie NR de la palplanche peut être calculée comme une poutre droite reposant sur deux appuis, au point d'ancrage et au point de moment nul; on détermine ainsi l'effort d'ancrage A et l'effort tranchant T au point de moment nul (fig V.6).

La partie R<sub>0</sub> peut être calculée comme une poutre droite de portée inconnue (b) reposant sur deux appuis, au point de moment nul et au point d'action de la contre butée, la portée est inconnue mais on connaît l'autre réaction d'appuis T, les deux inconnues ici sont la portée  $b = f_0 - a$  et l'autre réaction d'appui (c-à-d la contre butée) (on adoptera  $f = 1.2 f_0$ )

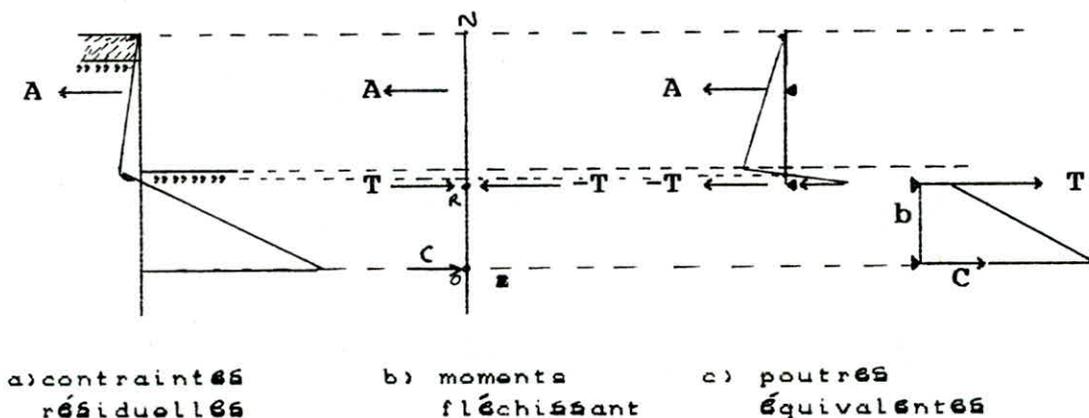


FIGURE V-6 : Méthode de la poutre équivalente ( BLUM )

Certains calculateurs préfèrent adopter pour règle :  
Point de moment nul est confondu avec le point de pression nulle (fig ( V-7 )).

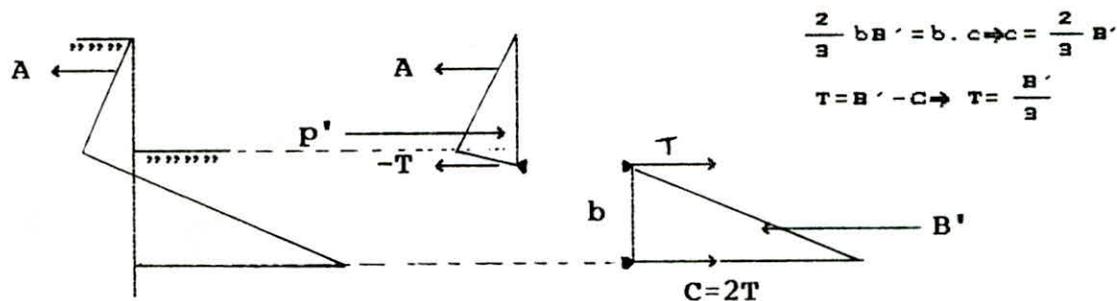


FIGURE ( V-7 ) : Méthode de BLUM modifiée

IL faut remarquer que le moment fléchissant maximal est généralement celui qui se produit vers le milieu de la palplanche là où la poussée est égale à l'effort d'ancrage ( moment  $M_1$  de la figure V-4 ).

Ce rideau est encastré en pied; alors certains auteurs avec TERZAGHI estiment inutile d'utiliser un coefficient de sécurité pour la butée.

V-2-3 / Rideaux ancrés simplement butés en pied :

La fiche de ces rideaux est en principe juste suffisante pour assurer la stabilité de l'ouvrage. Elle est suffisamment faible pour que des efforts de contre butée ne puissent se développer en amont du rideau.

Dans ces conditions, l'ensemble du rideau est susceptible de pivoter autour du point d'attache des tirants et chaque face ne supporte que des contraintes de butée ou que des contraintes de poussée.

La répartition des contraintes de part et d'autre du rideau dépend de l'amplitude de la rotation des palplanches, du déplacement de l'ancrage et de la flexibilité du rideau.

La théorie classique ignore ces phénomènes et l'on adopte, tant en poussée qu'en butée, les schémas de BOUSSINESQ.

Le problème est isostatique et comporte deux inconnues : La fiche (F) et l'effort d'ancrage (A) (fig V-8 ).

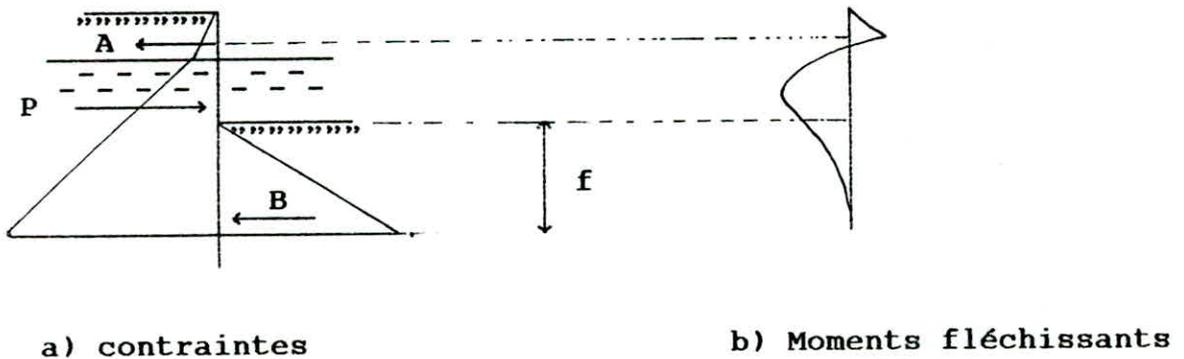


FIGURE V-8 : Rideau simplement buté en pied

En écrivant que le moment résultant par rapport au point d'ancrage de l'ensemble des forces appliquées est nul, on obtient  $F$ ; le calcul de  $A$  ensuite est immédiat ( $A = P - B$ ).

Le moment maximal se produit le plus souvent vers le bas de la partie libre de la palplanche.

Suivant que l'on étudie le rideau battu dans l'argile à long terme ou à court terme, on calcule la poussée et la butée à partir des paramètres de cisaillement intergranulaire  $c'$  et  $\varphi'$  ou de la cohésion non drainée  $c_u$ .

La butée du terrain est la seule force qui empêche le rideau de pivoter autour du point d'attache du tirant d'ancrage, il est donc indispensable d'introduire un coefficient de sécurité.

Il est de pratique courante de ne pas utiliser de coefficient de sécurité dans le calcul, mais de multiplier la valeur de la fiche par  $\sqrt{2}$  pour un rideau battu dans un sable; ce qui revient à prendre un coefficient de sécurité un peu inférieur à 2 sur la butée.

Lorsque le rideau est fiché dans un sol purement cohérent on obtient un coefficient de sécurité de 2 en doublant la fiche calculée.

V-2-4 / Remarques :

1- Une contre butée se développe en arrière d'un rideau flexible qui se comporte alors comme un rideau partiellement ou complètement encastré (fig V-9).

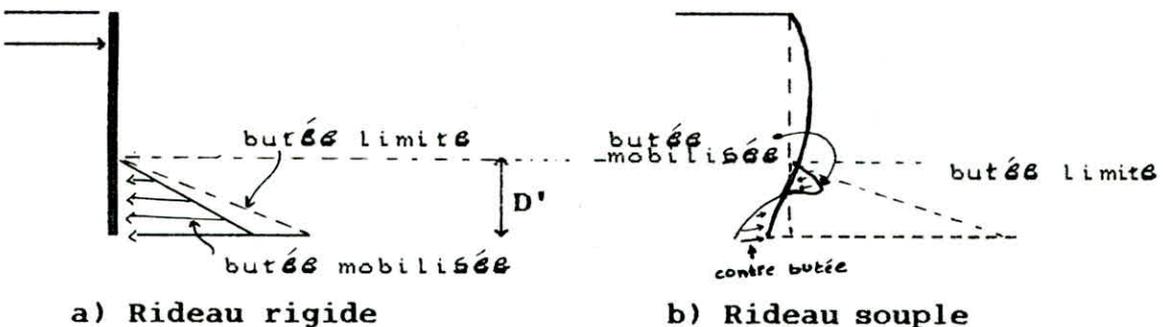


FIGURE V-9 Condition de travail d'un rideau calculé en butée simple

2- Pour le calcul des rideaux encastrés aussi ceux qui sont simplement butés, on a utilisé les distributions de contraintes représentées sur la figure (V.8.a) mais on sait que la réalité est assez différente.

TERZAGHI, en particulier, estime que l'on a tendance à sous-estimer les efforts dans les ancrages car l'on place trop bas la résultante des forces de poussée. Il conseille donc d'augmenter systématiquement de 20% les efforts calculés dans les ancrages.

#### V-2-5 / Critique des méthodes classiques :

-Il paraît difficile d'admettre dans la méthode de la ligne élastique que le pied de la palplanche est immobile et que simultanément la palplanche reste verticale.

-Dans le calcul des rideaux ancrés, on trouve généralement une fiche plus forte pour le rideau simplement buté que pour le rideau encastré. Le résultat est évidemment paradoxal et montre que le comportement réel du rideau n'a rien à avoir avec le comportement théorique.

-Les méthodes classiques ne tiennent pas compte des paramètres tels que la flexibilité du rideau, la compressibilité du sol dans lequel il est fiché, le déplacement de l'ancrage, l'amplitude de la rotation des palplanches, etc...; paramètres qui déterminent pour une large part le comportement du rideau.

### V-3) NOUVELLES METHODES DE CALCUL DES RIDEAUX ANCRES :

L'utilisation de la répartition linéaire des contraintes de butée et de poussée le long d'un rideau déformable n'est évidemment valable que dans la mesure où la distribution réelle des contraintes diffère peu de la distribution théorique. Certaines insuffisances des méthodes classiques qui découlent de ces schémas ont montré la nécessité de développer les recherches expérimentales dans ce domaine.

#### V-3-1 / Méthode de TSCHEBOTARIOFF :

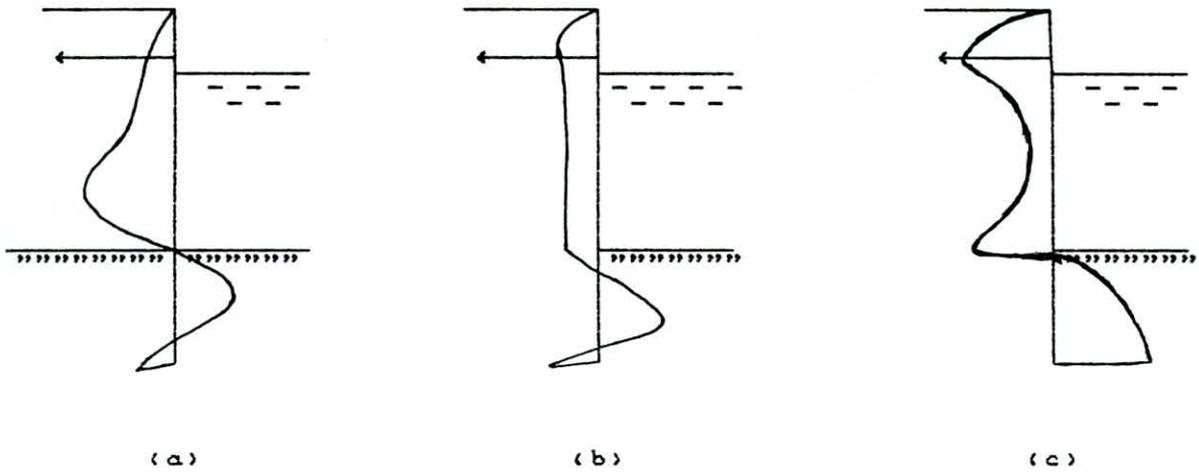
A l'heure actuelle, une ample moisson de renseignements a été obtenue tant sur la distribution des moments fléchissants et des contraintes que sur la déformation des palplanches.

Les expériences de TSCHEBOTARIOFF, entre autres, y ont contribué de façon fort importante. Elles se sont déroulées de 1943 à 1949 à l'université de Princeton. Elles ont été faites sur des modèles réduits de palplanches (la hauteur du rideau était de l'ordre de 1.50 m) qui étaient placés dans une grande cuve en béton, on pouvait mesurer directement la déformation de la palplanche. Des jauges de contraintes permettaient de mesurer les contraintes dans le métal, et par suite de déterminer la distribution des moments fléchissants le long de la palplanche.

Une double différentiation donnait enfin la distribution des contraintes résiduelles (différence entre les contraintes normales de part et d'autre de la palplanche).

Il est utile de distinguer les rideaux derrière lesquels on a constitué un remblai, des rideaux devant lesquels on a terrassé après battage.

Pour un rideau remblayé, la pression des terres se distribue suivant le diagramme triangulaire classique (fig V.10 a).



Après remblaiement

Après draguage  
(ouvrage déformable)

Après draguage  
(ouvrage indéformable)

Fig : Expériences de TSCHEBOTARIOFF (distributions de contraintes)  
(V.10)

Pour un rideau dragué et si le point d'ancrage ne subit aucun déplacement, les contraintes de poussée se concentrent au voisinage du fond de fouille et du point d'ancrage en raison de l'effet de voûte qui se développe entre ces deux niveaux (fig V.10 c).

En revanche, un déplacement d'ancrage provoque la redistribution de la poussée le long de la palplanche (fig V.10b).

Il apparait que le déplacement du point d'ancrage se manifeste toujours, à moins que les ancrages ne soient reliés à une construction suffisamment résistante.

La figure (V.11) fait ressortir les différences entre la distribution observée et la distribution classique, elle montre également l'allure de la déformée de la palplanche.

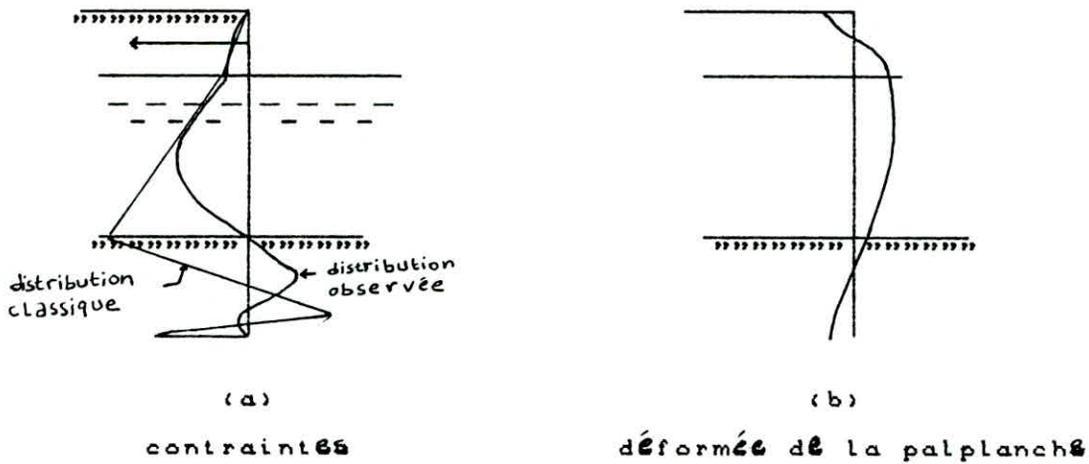


Fig V.11 : Comparaison des résultats de TSCHEBOTARIOFF avec les hypothèses classiques.

A partir de ces expériences, TSCHEBOTARIOFF a développé une méthode pratique de calcul des rideaux ancrés. Mais cette méthode, fondée sur des expériences faites dans des cas bien particuliers, n'est pas applicable à tous les problèmes de rideaux.

Pour un rideau battu dans un milieu granuleux et derrière lequel on remblaise ensuite avec un matériau également granuleux, TSCHEBOTARIOFF propose la méthode de calcul suivante (schématisée sur la figure V.12).

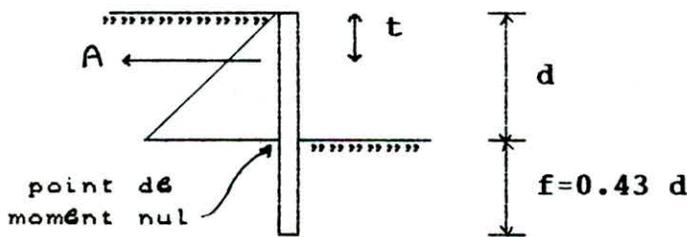


fig V.12 : Méthode de calcul de tschebotarioff

On adopte une fiche  $f = 0.43d$  qui doit donner, d'après les résultats des essais de PRINCETON, un coefficient de sécurité de l'ordre de 2 par rapport à la rupture d'ensemble. On admet ensuite que le point de moment nul est situé au niveau du fond de fouille et l'on trace la distribution des contraintes de poussée conformément au schéma classique.

TSCHEBOTARIOFF recommande d'adopter un coefficient de poussée

$$K'_a = K_a \left( 1 - 0.3 \frac{t}{d} \right)$$

et de prendre  $\phi = 30^\circ$  pour l'angle de frottement interne.

Puisque l'on s'est fixé le point de moment nul, le problème est isostatique et l'on détermine l'effort d'ancrage, le moment fléchissant au droit de l'ancrage et le moment fléchissant maximal dans la partie du rideau qui fait soutènement (on admet que le moment fléchissant maximal dans la fiche est plus faible).

Pour déterminer le module de la palplanche, on accepte une augmentation de 33 % des contraintes admissibles dans l'acier (ou, ce qui revient au même, on ne prend en compte que 75 % du moment fléchissant maximal, mais en conservant cette fois les contraintes admissibles habituelles).

Par contre, pour déterminer les ancrages, on majore l'effort d'ancrage calculé en le divisant par la quantité  $( 1 - 0.3 t/d )$ .

Si le matériau situé au voisinage du fond de fouille n'est pas de très bonne qualité, la méthode est légèrement modifiée, on place le point de moment nul en dessous du fond de fouille, à la partie supérieure du bon terrain.

La méthode de TSCHEBOTARIOFF est très simple, mais son caractère fortement empirique fait que son utilisation est discutable lorsque les conditions réelles diffèrent par trop des conditions des essais de PRINCETON.

### V-3-2 METHODE DE ROWE

Lorsque l'on désire aborder l'étude du comportement normal des palplanches sous un angle plus théorique, la principale difficulté réside dans la détermination des contraintes appliquées au rideau, et plus exactement dans la détermination mathématique de la relation qui lie la déformation du rideau et la distribution des contraintes.

#### HYPOTHESES : (fig V.13)

A une profondeur  $X$ , la palplanche s'est déplacée horizontalement de  $Y$ , ROWE admet à ce niveau la relation suivante :

$$\sigma = \sigma_0 - K_e \frac{x \cdot Y}{f}$$

$\sigma$  : contrainte résiduelle (somme algébrique des contraintes agissant sur les 2 faces de la palplanche )

$\sigma_0$  : contrainte résiduelle avant toute déformation (c-à-d lorsque de chaque côté de la palplanche le sol est en état d'équilibre de repos) ; par mesure de simplification ROWE admet que  $\sigma_0$  est constant le long de la fiche.

$K_e$  : caractérise l'élasticité horizontale du sol (il a la dimension d'un poids volumique).

$f$  : c'est la fiche.

Cette relation a reçu également une certaine confirmation expérimentale tant directe par la mesure effective des contraintes résiduelles qu'indirecte par la comparaison du comportement réel d'un modèle réduit de rideau avec les résultats des calculs fondés sur cette relation.

Les résultats théoriques de ROWE ne valent que ce que vaut l'hypothèse de départ.

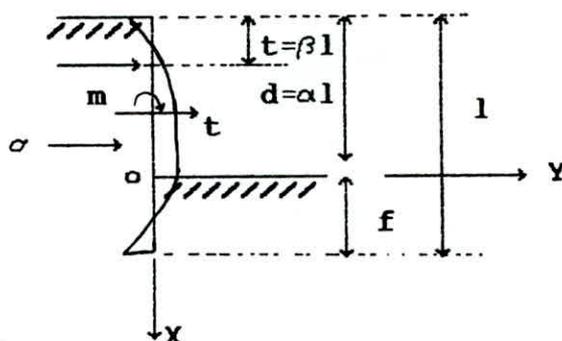


fig V.13 notations de ROWE

L'hypothèse de ROWE décrit le comportement "élastique" du sol, c.à.d les efforts réellement appliqués à la palplanche dans ses conditions normales de travail, on saisit là la différence fondamentale qui sépare la théorie de ROWE des théories classiques qui considèrent la palplanche au moment où sa stabilité d'ensemble est compromise.

La mise en équation du problème est simple:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dT}{dx} &= \frac{d^2M}{dx^2} = \sigma \\ \frac{d^2y}{dx^2} &= \frac{M}{EI} \rightarrow \frac{d^4y}{dx^4} = \frac{1}{EI} \frac{d^2M}{dx^2} \end{aligned} \right\} \rightarrow EI \frac{d^4y}{dx^4} = \sigma = P_a - P_b$$

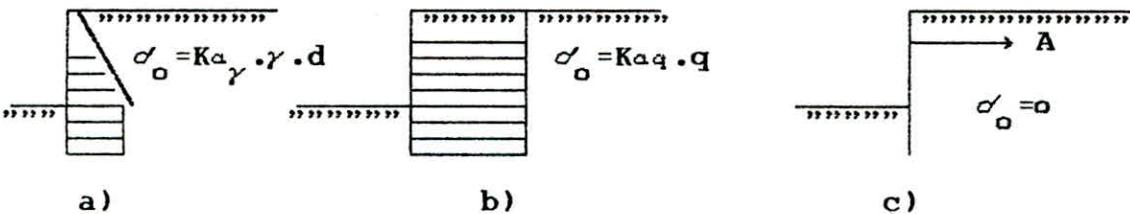
$P_a$ : contrainte résultante de poussée à la profondeur  $x$

$P_b$ : contrainte de butée à la profondeur  $x$ .

$$\text{soit } \frac{d^4y}{dx^4} = \frac{\sigma_o}{EI} - \frac{K_e}{EI} \frac{xy}{f} \quad \text{avec } x \geq 0 .$$

C'est une équation différentielle du quatrième degré, sa solution dépend de quatre constantes arbitraires qu'on détermine en posant qu'au niveau du fond de fouille, le moment fléchissant et l'effort tranchant ont des valeurs imposées par la distribution connue des contraintes le long de la partie de la palplanche qui fait soutènement (schémas classiques); on écrit ensuite qu'au pied de la palplanche le moment fléchissant et l'effort tranchant sont nuls.

ROWE traite en premier lieu des rideaux non ancrés dans les trois cas de charge différents représentés sur la figure ( V.14 )



- a) cas de charge pour un remblai pesant et non surchargé
- b) remblai non pesant et surchargé
- c) rideau soumis en tête à un effort connu A ( $\sigma_o = 0$ )

FIG V.14

La superposition des cas (a) et (b) permet de traiter un remblai pesant et surchargé.

La superposition des trois cas de charge permet le calcul des rideaux ancrés d'abord lorsque l'ancrage est indéformable, puis lorsque l'ancrage est déformable. Pour ces rideaux, on adopte encore les mêmes distributions de contraintes dans la partie supérieure de la palplanche.

#### INFLUENCE DE LA RIGIDITE DES PALPLANCHES :

L'étude des à ancrage déformable (qui constituent la majorité des rideaux réels) montre que l'influence du déplacement de l'ancrage est relativement faible puisque l'on s'est fixé à priori la distribution des contraintes le long de la partie de la palplanche qui fait soutènement et que l'on ne fait pas dépendre cette distribution du déplacement de l'ancrage. ROWE propose donc, pour les besoins de la pratique, de s'en tenir aux résultats relatifs aux ancrages indéformables.

Pour les applications, les deux grandeurs qui importent sont le moment fléchissant maximal et l'effort d'ancrage.

ROWE constate que ces résultantes sont généralement bien inférieures aux résultats classiques ( c'est l'une des conséquences les plus importantes de sa théorie ).

Il introduit donc un coefficient de réduction qui est le rapport du moment fléchissant maximal calculé selon sa théorie au moment fléchissant maximal déduit de la théorie classique, de même pour l'effort d'ancrage.

Dans le calcul de ces coefficients de réduction, ROWE constate qu'ils ne dépendent pratiquement ni de la position de l'ancrage ni de l'intensité de la surcharge, tout au moins dans le domaine habituel de variation de la fiche.

La figure ( V.15 ) montre la variation du moment fléchissant maximal en fonction du logarithme de  $\frac{Ke}{r}$  pour les valeurs les plus utiles de  $\alpha$  .

Soit  $r = \frac{EI}{l^4}$  : rigidité de la palplanche.

$l$  : longueur totale de la palplanche.

$K_e$  : coefficient caractérisant le sol.

$\alpha$  : caractérise l'importance relative de la fiche  
 $f = (1-\alpha) l$ .

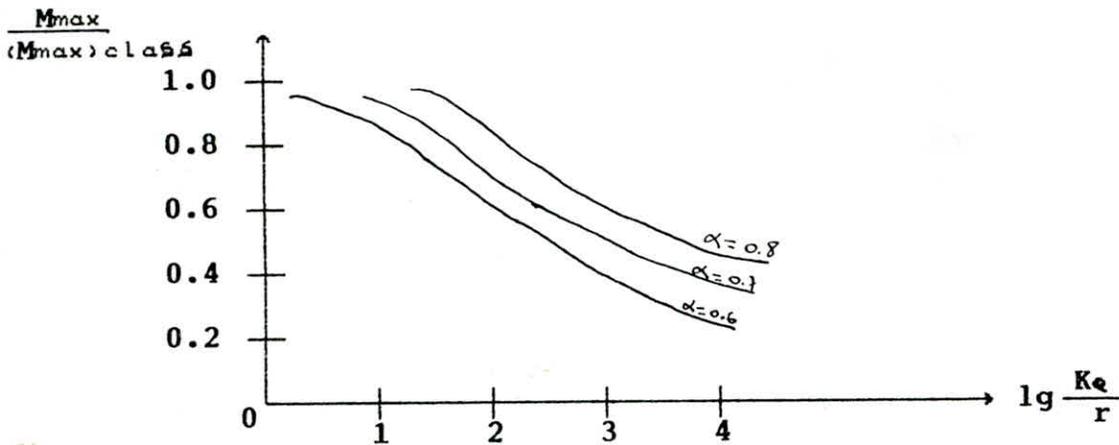


FIGURE V.15 : Réduction du moment fléchissant maximal en fonction de la rigidité de la palplanche

On voit bien que le coefficient de réduction varie en sens contraire de la rigidité de la palplanche: Plus la palplanche est raide, plus le moment réel est voisin du moment calculé par la méthode classique du rideau simplement buté en pied.

C'est l'existence de ce coefficient de réduction, fonction de la rigidité de la palplanche et indépendant de la plupart des autres caractéristiques du problème qui constitue en définitive le résultat fondamental de la théorie de ROWE.

#### VERIFICATIONS EXPERIMENTALES :

Les principales expériences de ROWE concernent le comportement des rideaux ancrés en milieu pulvérulent homogène. Ces expériences réalisées sur modèles réduits visaient un double but:

- déterminer la forme de la distribution de la pression des terres sur le rideaux;
  - étudier l'influence de la flexibilité du rideau sur les efforts qui lui sont appliqués, principalement sur les moments fléchissant.
- L'écran était tout d'abord noyé dans le sable lâche, puis le sable était enlever par étapes à l'aval du rideaux jusqu'au

niveau de dragage choisi, le point d'ancrage étant maintenu fixe, ensuite le tirant d'ancrage était relâché progressivement jusqu'à ce que le moment fléchissant atteigne sa valeur maximale.

Dans la plupart des essais une surcharge uniforme a été appliquée à la surface du sable retenu par le rideau. Au cours de l'expérimentation, différentes valeurs de la surcharge et différents niveaux d'ancrage ont été adoptés.

Une deuxième série d'essais a été réalisée sur des modèles de hauteur et d'inertie différentes.

Les expériences confirment l'indépendance du coefficient de réduction de l'intensité de la surcharge et du niveau de l'ancrage et sa variation avec la rigidité de la palplanche et l'état du sol.

Les courbes de la figure ( V.16 ) résument les résultats de près de 250 essais.

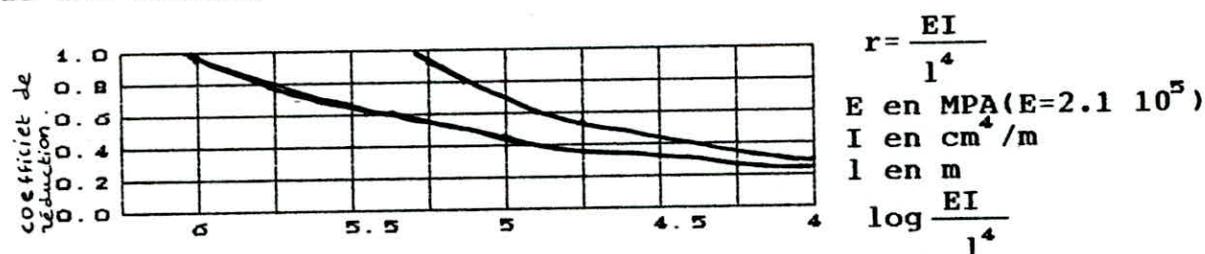


Fig V.16 : Résultats expérimentaux de ROWE

La théorie et l'expérience donnent des résultats concordants dans le cas des sols relativement compressibles; on note des écarts plus importants dans le cas des rideaux battus dans des sols denses ( compactes ). Ces écarts peuvent être dûs:

- aux variations de  $K_{a\gamma}$  résultant du déplacement du rideau.
- aux efforts de cisaillement qui se développent au niveau du fond de fouille en amont du rideau.
- au fait que dans certains cas, les valeurs de la butée calculées au voisinage du fond de fouille sont supérieures à la butée limite du sol.

On recommandera de s'en tenir aux valeurs expérimentales du coefficient de réduction représenté sur la fig ( V.16 ).

L'étude de la théorie n'était donc pas inutile, car les calculs théoriques justifient les résultats expérimentaux et précisent leur signification.

#### APPLICATION PRATIQUE :

L'application pratique de la méthode nécessite la détermination de la rigidité des palplanches.

Rowe propose la méthode de calcul suivante :

- on détermine tout d'abord la fiche en utilisant une des méthodes classiques avec le coefficient de sécurité convenable relativement à la rupture d'ensemble.

- on calcule ensuite le moment fléchissant maximal et l'effort d'ancrage par la méthode du rideau simplement buté en pied.

- on applique enfin au moment fléchissant maximal calculé le coefficient de réduction ( fonction de la rigidité de la palplanche , du rapport de la fiche à la longueur totale et de la nature du sol ) qu 'on peut relever sur les courbes de la figure ( V.16 ) .

On devrait aussi en principe affecter l'effort d'ancrage d'un autre coefficient de réduction , on s'en abstiendra pour des raisons analogues à celles qui ont été indiquées pour les rideaux ancrés simplement butés en pied.

On applique la méthode du rideau simplement buté d'une façon légèrement différente de la manière classique :

La fiche est maintenant une donnée , par contre le sol n'est pas en équilibre plastique de butée devant le rideau .

On admettra que la répartition des contraintes de butée est toujours triangulaire , mais le coefficient de butée correspondant est inconnu .

Les deux inconnues du problème sont donc l'effort d'ancrage et le coefficient réel de butée ; la résolution effective de ce problème isostatique est très facile .

Le rapport du coefficient de butée classique au coefficient de butée réel donne alors le coefficient de sécurité à l'égard de la rupture d'ensemble (c'est cette valeur du coefficient de sécurité qu'il faudrait choisir à priori pour obtenir par la méthode classique la valeur de la fiche que l'on s'est imposée ici).

Pour pouvoir effectuer les calculs , il faut connaître les valeurs des coefficients  $K_a$  et  $K_p$  , ce qui revient à dire qu'il faut estimer l'obliquité des contraintes sur le rideau , ROWE dans ses applications a choisi  $\delta = -\frac{2}{3} \varphi$  pour la poussée et  $\delta=0$  pour la butée.

Le moment fléchissant maximal ainsi calculé avec le coefficient de réduction est un moment réellement appliqué , il convient donc de faire travailler l'acier des palplanches sous l'action de ce moment avec le coefficient de sécurité normalement utilisé dans la construction métallique , c-à-d en pratique de fixer la contrainte admissible à 60% de la limite élastique environ .

Il faut bien voir enfin que la contrainte réelle dans l'acier dépend du module de la palplanche et que le coefficient de réduction dépend de la rigidité , donc de ce même module .

On ne peut dissocier le calcul du moment fléchissant maximal de la détermination du module de la palplanche , on procèdera par approximations successives , deux ou trois essais suffisent en général pour obtenir une solution satisfaisante .

On a rassemblé sur la figure ( V.17 ) les distributions de moment fléchissant le long d'une palplanche dans trois hypothèses différentes :

- a) rideau simplement buté,
- b) méthode de tschebotarioff ,
- c) théorie de rowe (un des cas possibles :  $\lg \frac{k_e}{r} = 1,8$  )

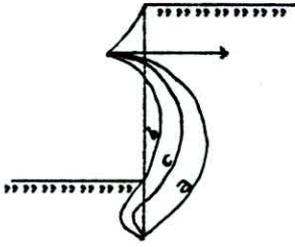


Fig V.17

La méthode de calcul proposée par ROWE consiste à faire abstraction de la distribution réelle (C) et à utiliser la distribution classique (a) dont le calcul est simple et bien connu, on applique ensuite au moment fléchissant maximal calculé un coefficient correcteur, on voit bien d'après les distributions de la figure précédente sa signification exacte.

La méthode pratique de ROWE qui masque la réalité ne présente d'intérêt que parcequ'elle permet d'utiliser une méthode classique et parce que le coefficient correcteur ne dépend heureusement que d'un nombre très limité de paramètres.

La théorie de ROWE s'applique en principe à un milieu pulvérulent et homogène mais en remarquant que le coefficient de réduction est indépendant du coefficient de poussée  $K_a$ , on suggère donc d'étendre la méthode telle quelle aux milieux non homogènes, en choisissant une valeur moyenne pour  $\lg K_e$ .

Pour les milieux cohérents, ROWE a développé une méthode analogue, sachant que l'étude d'un rideau battu dans une argile est plus complexe que celle d'un rideau battu dans un sable du fait de l'évolution du comportement de l'argile dans le temps :

A court terme, les efforts de poussée et de butée sont évalués à partir de la cohésion non drainée  $C_u$  du matériau, le calcul est fait en contraintes totales.

A long terme, l'étude est faite en contraintes effectives à partir des paramètres de cisaillement intergranulaire  $c'$  et  $\varphi'$  et des pressions interstitielles correspondant au régime permanent.

## V.4 Condition de Renard

### V.4.1 Effets hydrodynamiques, Renard

ON admet en général que l'eau est en équilibre hydrostatique de part et d'autre du rideau, même si les niveaux sont différents, on peut alors appliquer sans difficulté les méthodes exposées plus haut, il faut simplement, pour obtenir la distribution des contraintes totales agissant sur les palplanches, ajouter les contraintes effectives et la pression intersticielle.

Pour les contraintes effectives, on travaille avec le poids volumique déjaugé  $\gamma'$  au lieu du poids volumique  $\gamma$ .

Les contraintes résultant de la pression intersticielle sont nulles si les niveaux sont identiques de part et d'autre du rideau ; dans le cas contraire, on a la distribution représentée sur la figure ( V- 18 ) ;

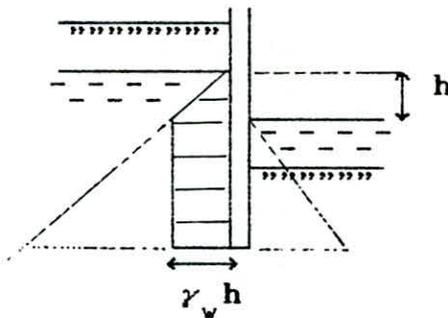


FIGURE ( V-18 ) : Pression intersticielle résiduelle

et en réalité, des effets hydrodynamiques s'ajoutent aux effets hydrostatiques, car il y a un écoulement d'eau le long de la palplanche et sous la palplanche du niveau amont vers le niveau aval.

Dans le cas de la figure (V-18), cet écoulement augmente les contraintes effectives à gauche du rideau donc accroît la poussée, diminue les contraintes effectives à droite donc réduit la butée.

Il y a là un effet doublement défavorable sur la stabilité du rideau.

On admet pour le calcul que l'eau est en équilibre hydrostatique; néanmoins, il faut se préoccuper des effets hydrodynamiques si le gradient hydraulique risque d'atteindre une valeur voisine de la valeur critique, ce qui peut se produire lorsque la dénivellation est importante de part et d'autre du rideau, ou lorsque la fiche est assez courte. On peut craindre alors la formation d'un "Renard", ce phénomène est particulièrement à redouter dans le cas des fouilles (Fig V-19 ), car l'on épuise à droite du rideau pour maintenir le rideau aval de l'eau au plafond de la fouille, de ce fait la dénivellation  $h$  est importante, si de plus la fiche est assez courte, un renard peut se produire.

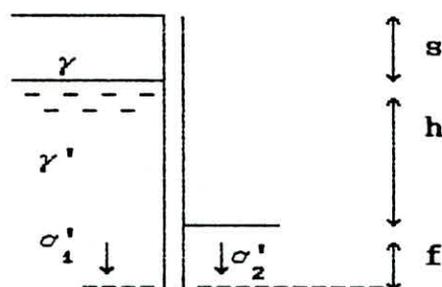


FIGURE V-19 Condition de RENARD

Le courant d'eau ascendant, à droite du rideau, exerce alors une pression suffisante sur les grains les plus fins pour les entrainer vers le fond de la fouille, ce qui diminue la densité du terrain, augmente sa perméabilité. Le phénomène s'amplifie, des grains plus gros sont entraînés, on constate de brusques venues d'eau dans la fouille accompagnées de remontées de matériau, des cavités se forment au pied du rideau et même derrière le rideau; finalement on observe la formation d'un véritable conduit souterrain qui met la nappe aquifère en communication avec le niveau aval, celui du fond de fouille.

Ce conduit est parcouru par un courant d'eau à grande vitesse et par conséquent le déchaussement du rideau est presque inévitable.

La dénivellation  $h$  est en général imposée; il convient donc de s'assurer que la fiche  $f$  est assez importante pour éviter la formation d'un ranard.

Soit  $\sigma'_1$  la composante normale de la contrainte effective sur une facette horizontale à proximité immédiate du pied du rideau et à gauche de celui-ci, soit  $\sigma'_2$  la contrainte correspond<sup>ante</sup> à droite du rideau fig ( V-19 ).

D'après Prandtl-Caquot, pour<sup>que</sup> l'ensemble des grains au voisinage du pied du rideau reste en équilibre, il faut que l'on ait :

$$\sigma'_2 \geq \frac{\sigma'_1}{N_q} \quad \text{avec } N_q = \text{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \text{tg} \varphi}$$

on peut introduire un coefficient de sécurité F en écrivant :

$$\sigma'_2 \geq \frac{F\sigma'_1}{N_q} \quad \text{avec } N_q = \text{tg}^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) e^{\pi \text{tg} \varphi}$$

Il en résulte donc que si la fiche du rideau est supérieure ou égale à la valeur de la fiche pour laquelle la relation

$$\sigma'_2 = \frac{F\sigma'_1}{N_q} \quad \text{est vérifiée, un renard ne peut se produire.}$$

C'est pourquoi cette relation est connue sous le nom de condition de renard.

En pratique, on calcule la fiche comme on l'a indiqué aux articles précédents et l'on s'assure que la valeur trouvée est bien supérieure à celle qui résulte de la condition de renard; s'il n'en est pas ainsi, c'est la condition de renard qui détermine la valeur de la fiche.

#### V.4.2 / Calcul pratique de la condition de renard

La contrainte normale totale à gauche du rideau et au voisinage du pied est égale à :

$$\sigma'_1 = \gamma S + (\gamma' + \gamma_v) (h+f)$$

On appellera h la perte de charge totale et mh la perte de charge entre le pied de la palplanche qui est à la pression u et à une altitude -f et le fond de la fouille qui est à une pression nulle et à une altitude nulle.

La contrainte effective a donc pour valeur :

$$\sigma'_1 = \gamma S + (\gamma' + \gamma_v) (h+f) - \gamma_v (mh+f)$$

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - u = \gamma S + \gamma' (h+f) - \gamma_v (1-m)h$$

On a de même :

$$\sigma_2 = (\gamma' + \gamma_v) f$$

$$\sigma'_2 = \sigma_2 - u = (\gamma'_v + \gamma) f - \gamma_v (f+mh) = \gamma' f - \gamma_v mh$$

On détermine maintenant f en écrivant  $\sigma'_2 = \frac{F\sigma'_1}{Nq}$

en remarquant que m est fonction de  $\frac{f}{h}$

## VI. METHODE MATRICIELLE (DES ELEMENTS FINIS) APPLIQUEE AUX PALPLANCHES METALLIQUES :

### 1- INTRODUCTION :

Les méthodes de dimensionnement classiques nous renseignent sur la fiche , le moment fléchissant maximal ainsi que la force d'ancrage dans un cas de soutènement donné.

Cependant, elles ne permettent pas de prévoir les déplacements de la paroi et leur principe très simplificateur ne tient pas compte de l'interaction sol - paroi.

C'est dans le souci de rendre l'étude plus complète et réaliste que nous aborderons ces problèmes dans ce chapitre.

Ils sont d'une grande complexité et nécessitent des calculs assez laborieux dont seul l'outil informatique peut les rendre aisés.

Comme moyen, nous choisirons le formalisme de la méthode matricielle ( méthode des éléments finis ) qui est un des outils les plus performants dans l'analyse des structures.

Le sol et la paroi ont donc besoin d'être représentés par des modèles simples applicables à la méthode des éléments finis.

## 2- MODELISATION :

L'étape la plus importante dans l'analyse d'une structure est la représentation de celle-ci par un modèle simple pouvant nécessiter des lois connues de la physique. La méthode des éléments finis qui repose essentiellement sur la manipulation des matrices s'applique à des structures de formes bien définies dont un certain nombre de résultats a été déjà établi (élément linéaire, triangulaire, rectangulaire..).

Pour ce qui nous concerne, nous abordons le problème de la façon suivante :

### - LA PAROI :

Elle travaille à la flexion et de ce fait peut être modélisée par une poutre reposant sur une fondation "élastique". La modélisation sera d'autant plus réaliste qu'en imaginant la poutre subir une rotation de 90° dans le plan vertical.

Pour répondre à l'idée de poutre, l'étude sera faite sur un mètre linéaire de paroi (élément linéaire).

La discrétisation de la paroi en segments doit se faire de façon à ce que les points particuliers soient automatiquement étudiés; il s'agit :

- du pied et de la tête du rideau
- du point où est localisée la nappe
- du point où est localisée le tirant d'ancrage
- du niveau de la fouille.

### - Le sol :

Le sol déformable supportant des charges est souvent représenté par plusieurs modèles pour décrire son comportement. Le modèle le plus fréquemment utilisé est celui des ressorts.

L'idée de ressort de raideur constante ou variable a été utilisée pour la première fois par M. E. WINKLER (1867).

La représentation du sol par une série de ressorts tient compte du module de réaction du sol dont le choix demeure le problème fondamental de cette théorie.

Pour le calcul du rideau, on enlève les ressorts représentant le sol au dessus du fond de fouille et on utilise 5 à 8 segments au dessus du fond de fouille et 4 à 6 segments au dessous.

Les segments au dessous du fond de fouille doivent avoir la même longueur pour qu'on puisse diviser la nouvelle fiche par le nombre de segments pour les différents cycles de programme.

### 3-METHODE DES ELEMENTS FINIS :

Elle consiste à remplacer la structure (dans notre cas linéaire) à étudier par un ensemble d'éléments supposés liés les uns aux autres en un nombre fini de points appelés points nodaux ou noeuds. La subdivision en éléments de la structure doit tenir compte de deux facteurs principaux :

-Les frontières des éléments doivent coïncider avec les discontinuités de la structure.

-Les points nodaux doivent coïncider avec les points d'application des charges concentrées. C-à-d que les éléments doivent être arrangés de manière que les chargements ponctuels équivalents aux charges réparties se produisent à leurs frontières.

La supposition des propriétés élastiques d'un élément permet de visualiser la dépendance entre les contraintes  $\{\sigma(x)\}$  et les déformations  $\{\varepsilon(x)\}$  par la relation :

$$\{ \sigma(x) \} = [D] \{ \varepsilon(x) \}$$

où  $[D]$  est la matrice des propriétés élastiques de l'élément ( module d'élasticité dans notre cas ).

Dans le plan, une section donnée possède trois déplacements possibles ( ou degrés de liberté ) :

- Les deux translations  $\left\{ \begin{array}{l} \text{horizontale} \\ \text{verticale} \end{array} \right.$
- La rotation

Soit un élément poutre délimité par les deux noeuds extrêmes ( origine (i), extrémité (j) ); la connaissance des déplacements de ces deux noeuds est suffisante pour connaître complètement le comportement de l'élément ( fig VI.1 ).

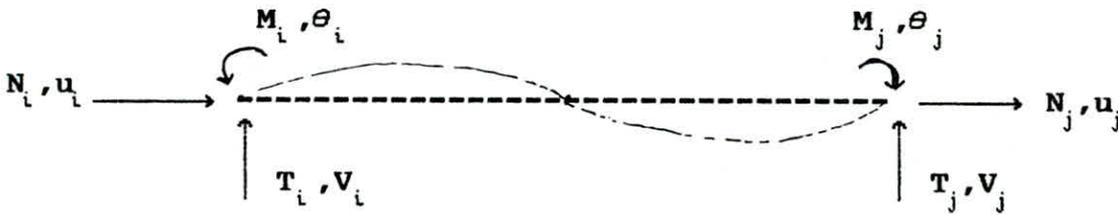


FIG VI.1

$u_k, V_k, \theta_k$  étant les déplacements respectivement dûs aux efforts  $N_k, T_k, M_k$ .

La déformation d'un élément de la structure est liée aux déplacements des noeuds qui la déterminent.

Le problème posé est de lier le vecteur déplacements des noeuds au vecteur des efforts à ces noeuds,

Par analogie à la relation  $F = k x$  liant l'effort appliqué à un ressort au déplacement (compression ou extension)  $x$  en fonction de la rigidité  $k$ ,

Nous écrivons plus généralement :

$$\{F\} = [K] \{\delta\}$$

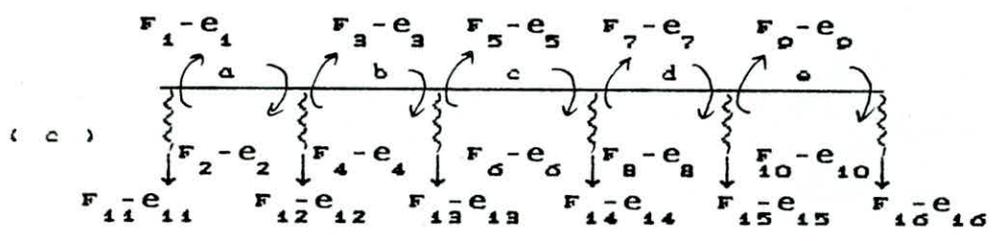
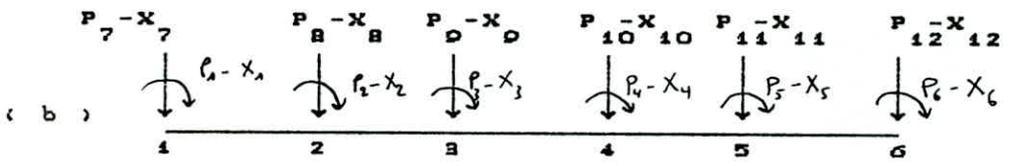
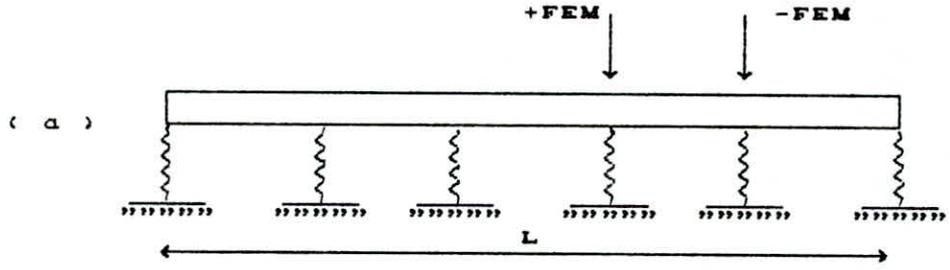
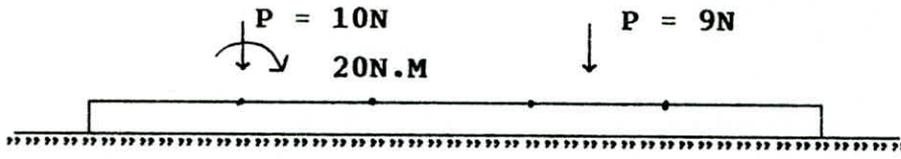
$\{F\}$  : vecteur force =  $\{N_i, T_i, M_i, N_j, T_j, M_j\}^T$

$\{\delta\}$  : vecteur déplacement =  $\{u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j\}^T$

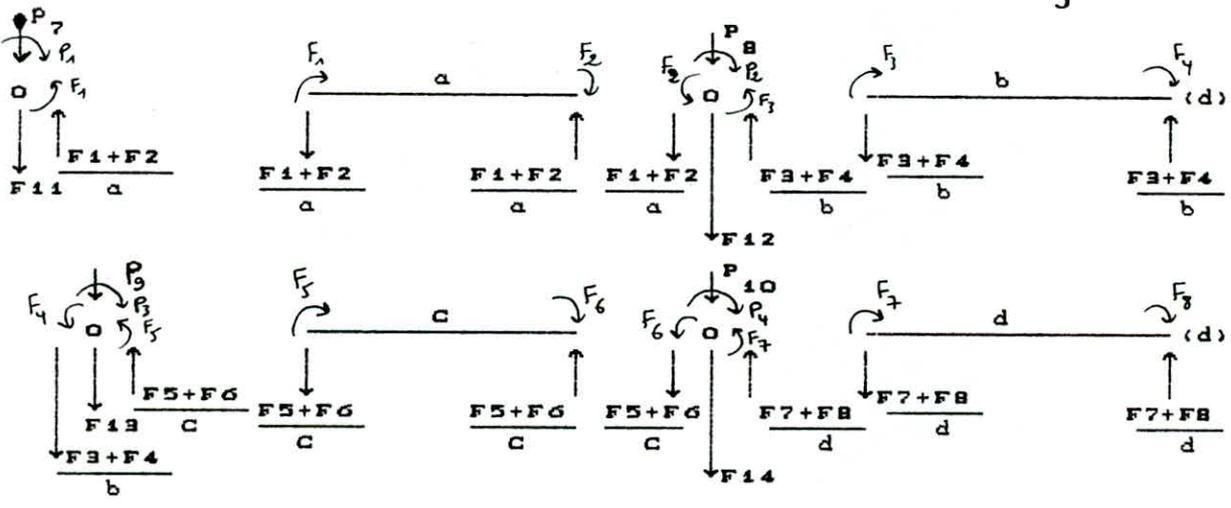
$[K]$  : Matrice de rigidité (dont le coefficient  $K_{ij}$  représente un facteur de rigidité); càd l'effort correspondant à un déplacement unitaire.

Soit une poutre de longueur  $L$  reposant sur un sol élastique et de chargement quelconque.

Imaginons cette poutre sur des appuis élastiques (déformables) représentés par des ressorts : modèle de WINCKLER ( fig VI.2 ).



Longueur des segments :  $a = b = c = d = e = \text{const} = \frac{L}{5}$ .



à suivre

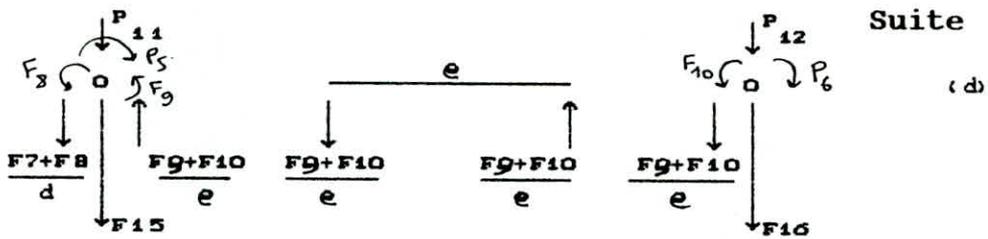


fig VI.2 Poutre en fondation élastique

- (a) : modèle de WINKLER avec la charge entre noeuds réglementée dans les noeuds adjacents, les moments des extrémités sont inclus.
- (b) : la codification P-X.
- (c) : la codification effort interne - déformation (F-e).
- (d) : formation de la matrice statique A en considérant des points immatériels libres dans les joints (noeuds).

Au noeud choisi de n'importe quelle structure, l'équation  $P_i = A_i F_i$  (a) est valable.

Elle met simplement en équation l'effort externe P en fonction de l'effort interne F en utilisant la constante de proportionnalité A.

En utilisant la notation matricielle pour l'ensemble des noeuds, elle devient :

$$P = A.F \quad (VI.1)$$

Aussi on peut mettre en relation la déformation interne dans le noeud de la membrure de la structure et le déplacement nodal extérieur, en considérant le même ensemble des noeuds de l'équation (VI.1) :

$$e = B . X \quad (VI.2)$$

On peut montrer que la matrice B est la transposée de la matrice A (WANG (1970) , LAURSEN (1969)) :

$$B = A^T \quad \rightarrow \quad e = A^T . X$$

L'effort intérieur à chaque membrure ( $F_i$ ) est relié au déplacement intérieur de la membrure ( $e_i$ ) comme suit :

$$F_i = S_i . e_i$$

Pour toutes les membrures et en utilisant la notation matricielle, elle devient :

$$F = S.e \quad (\text{VI.3})$$

Les équations (VI.1), (VI.2) et (VI.3) sont les équations fondamentales dans la méthode d'analyse matricielle des déplacements ou de rigidité.

En remplaçant (VI.2) dans (VI.3) nous obtenons :

$$F = S.A^T.X \quad (b)$$

La substitution de l'équation (b) dans (VI.1) donne :

$$P = A.S.A^T.X \quad (c)$$

noter l'ordre des termes et l'utilisation de  $A^T = B$ . l'équation (c) est résolue par rapport à X en inversant la matrice carrée  $A.S.A^T$  de dimension  $P \times P$  on obtient :

$$X = [A.S.A^T]^{-1}.P \quad (d) \quad \begin{array}{l} \text{C'est la déflexion} \\ \text{(translation ou rotation)} \end{array}$$

En remplaçant X, obtenue par l'équation (d), dans l'équation (b), les efforts internes des membrures dans les noeuds choisis sont obtenus :

$$F = S.A^T.X$$

$$F = S.A^T.[(A.S.A^T)^{-1}.P]$$

### La matrice A

Considérons la poutre supportée par le système de ressorts de rigidité K (fig.VI.2).

Dans la figure (VI-2-b), la poutre de la figure (VI.2.a) est soumise aux moments dans les joints ( $P_1$  jusqu'à  $P_6$  auxquels correspondent les rotations des joints  $X_1$  jusqu'à  $X_6$ ) et aux efforts externes dans les joints dans la direction verticale  $P_7$  jusqu'à  $P_{12}$  auxquelles correspondent les translations verticales des joints  $X_7$  jusqu'à  $X_{12}$ . C'est le diagramme P-X.

Noter que P peut être un moment ou une force extérieure et X peut être une rotation ou une translation.

L'ordre de numérotation de P est choisi tel qu'il convient dans la construction de la matrice S.

Ensuite, une examination de la figure (VI.2.C) montre qu'on a appliqué des forces internes dans les membrures à chaque limite de chacun des points noeuds qui divisent la poutre en cinq éléments finis.

Noter que  $F_1$  jusqu'à  $F_{10}$  sont les moments internes aux extrémités des éléments;  $F_{11}$  jusqu'à  $f_{16}$  sont les forces internes dans les ressorts; aussi,  $e_1$  jusqu'à  $e_{10}$  sont les rotations des extrémités des éléments;  $e_{12}$  jusqu'à  $e_{16}$  sont les compressions des ressorts. Il devra être évident qu'il y a une relation entre les forces nodales externes et internes.

De la statique nous pouvons écrire cette relation en forme condensée comme suit :

$$P = A \cdot F$$

Ici A relie les efforts externes aux efforts internes.

Expliquons cette équation en choisissant des exemples :

- au 1<sup>er</sup> joint (dans le noeud, non dans la membrure, noter l'action du ressort du sol sur le noeud) :

$$P_1 - F_1 = 0 \quad (a) \quad \text{ou} \quad P_1 = F_1 \quad (\text{moments}) \quad (b)$$

de même dans le sens vertical

$$P_7 - \frac{F_1}{a} - \frac{F_2}{a} + F_{11} = 0 \quad (\text{forces}) \quad (c)$$

$$P_7 = \frac{F_1}{a} + \frac{F_2}{a} - F_{11} \quad (d)$$

- au 2<sup>ème</sup> joint, on a :

$$P_2 = F_2 + F_3 \quad (\text{moments}) \quad (e)$$

On a aussi  $\sum F_v = 0$  (noter que toutes les longueurs des segments sont égales)

$$P_8 = -\frac{F_1}{a} - \frac{F_2}{a} + \frac{F_3}{a} + \frac{F_4}{a} - F_{12} \quad (f)$$

- au 6<sup>ème</sup> joint, la somme des moments donne :

$$P_6 = F_{10} \quad (g)$$

Et en sommant les forces verticales nous aurons :

$$P_{12} = -\frac{F_1}{a} - \frac{F_2}{a} - F_{16} \quad (h)$$

La figure (VI.3a) expose la matrice entière A de la poutre :

P \ F	F															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	1															
2		1	1													
3				1	1											
4						1	1									
5								1	1							
6										1						
7	Z	Z									-1					
8	-Z	-Z	Z	Z								-1				
9			-Z	-Z	Z	Z							-1			
10					-Z	-Z	Z	Z						-1		
11							-Z	-Z	Z	Z					-1	
12										-Z	-Z					-1

Fig (VI.3a)  
Matrice statique

longueur des segments  $a = \text{cst}$  ,  $Z = \frac{1}{a}$

On trouve les dimensions de cette matrice comme suit :

$$N = \text{nombre d'éléments} = 5$$

$$P = 2N + 2 = NP = 12$$

$$F = 3N + 1 = NF = 16$$

La matrice A est de dimensions  $NP \times NF$ .

### LA matrice B

Si le 1<sup>er</sup> joint tourne de  $\alpha = 1 \text{ rad}$ , il est évident que puisque le ressort du sol ne peut pas résister à la rotation (théorie de petites déformations), on aura :

$$e_1 = X_1 + \frac{X_7}{a} - \frac{X_8}{a}$$

de même :

$$e_2 = X_2 + \frac{X_7}{a} - \frac{X_8}{a}$$

$$e_3 = X_2 + \frac{X_8}{a} - \frac{X_0}{a}$$

$$e_4 = X_3 + \frac{X_8}{a} - \frac{X_0}{a}$$

$$e_5 = X_3 + \frac{X_0}{a} - \frac{X_{10}}{a}$$

$$e_6 = X_4 + \frac{X_0}{a} - \frac{X_{10}}{a}$$

$$e_7 = X_4 + \frac{X_{10}}{a} - \frac{X_{11}}{a}$$

$$e_8 = X_5 + \frac{X_{10}}{a} - \frac{X_{11}}{a}$$

$$e_9 = X_5 + \frac{X_{11}}{a} - \frac{X_{12}}{a}$$

$$e_{10} = X_6 + \frac{X_{11}}{a} - \frac{X_{12}}{a}$$

Les déformations internes du ressort  $e_1$  jusqu'à  $e_{10}$  sont :

$$e_{11} = - X_7 \quad , \quad e_{13} = - X_0 \quad , \quad e_{15} = - X_{11}$$

$$e_{12} = - X_8 \quad , \quad e_{14} = - X_{10} \quad , \quad e_{16} = - X_{12}$$

La matrice entière B est illustrée dans la figure (VI.3b).

Noter qu'elle est précisément la matrice A transposée ; et généralement il n'est pas nécessaire qu'elle soit formée car  $B = A^T$  ,  $A^T(I,J) = A(J,I)$  et l'ordinateur peut être programmé pour avoir les valeurs  $A^T(I,J)$  cherchées, directement à partir de la matrice  $A(I,J)$ .

$B=A^T =$

e \ X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12					
1	1						Z	-Z									
2		1					Z	-Z									
3			1					Z	-Z								
4				1				Z	-Z								
5					1				Z	-Z							
6						1			Z	-Z							
7							1			Z	-Z						
8								1		Z	-Z						
9									1		Z	-Z					
10										1	Z	-Z					
11												-1					
12													-1				
13														-1			
14															-1		
15																-1	
16																	-1

Fig (VI-3-b)  
Matrice de déformation

longueur des segments  $a = \text{const}$ ,  $z = \frac{1}{a}$

La matrice S

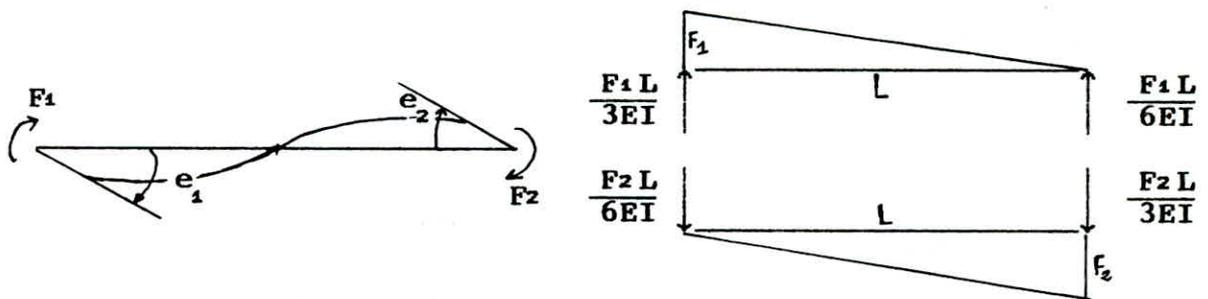


Fig (VI.4) : Relation entre les forces internes et les déformations utilisant les principes de la poutre conjuguée

Considérons la figure (VI.4) et en se rappelant des principes de la poutre conjuguée, on sait que les pentes des extrémités  $e_1$  et  $e_2$  sont :

$$\frac{F_1 L}{3EI} - \frac{F_2 L}{6EI} = e_1 \quad (i)$$

$$-\frac{F_1 L}{6EI} + \frac{F_2 L}{3EI} = e_2 \quad (j)$$

La résolution simultanée des équations (i) et (j) pour le 1<sup>er</sup> segment de la figure (VI.2) où  $a = L$ , nous donne :

$$F_1 = \frac{4EI}{a} e_1 + \frac{2EI}{a} e_2$$

$$F_2 = \frac{2EI}{a} e_1 + \frac{4EI}{a} e_2$$

par analogie :

$$F_3 = \frac{4EI}{b} e_3 + \frac{2EI}{b} e_4$$

$$F_4 = \frac{2EI}{b} e_3 + \frac{4EI}{b} e_4$$

$$F_5 = \frac{4EI}{c} e_5 + \frac{2EI}{b} e_6$$

$$F_6 = \frac{2EI}{c} e_5 + \frac{4EI}{c} e_6$$

$$F_7 = \frac{4EI}{d} e_7 + \frac{2EI}{d} e_8$$

$$F_8 = \frac{2EI}{d} e_7 + \frac{4EI}{d} e_8$$

$$F_9 = \frac{4EI}{e} e_9 + \frac{2EI}{e} e_{10}$$

$$F_{10} = \frac{2EI}{e} e_9 + \frac{4EI}{e} e_{10}$$

La force  $F_{11}$  est simplement :  $F_{11} = K_1 e_{11}$   
de même :

$$F_{12} = K_2 e_{12}$$

$$F_{13} = K_3 e_{13}$$

$$F_{14} = K_4 e_{14}$$

$$F_{15} = K_5 e_{15}$$

$$F_{16} = K_6 e_{16}$$

Le symbole K est utilisé ici car l'équation de deflection de ressort est  $F = K \delta$ .

La constante du ressort du sol qui aura la dimension  $F L^{-1}$  est obtenue à partir du module de réaction du sol  $K_s$ , largeur du pied B et longueur du segment h comme suit :

$$K_1 = a B K_s$$

$$K_2 = \frac{a+b}{2} B K_s$$

$$K_3 = \frac{b+c}{2} B K_s$$

$$K_4 = \frac{c+d}{2} B K_s$$

$$K_5 = \frac{d+e}{2} B K_s$$

$$K_6 = e B K_s$$

et si  $a = b = c = d = e = h$

$K_i = B h K_s$
-----------------

On peut utiliser d'autres méthodes pour former les constantes des ressorts.

En général, la constante  $K_s$  supposée ici, est suffisante. Les variations locales dans  $K_s$  pour les trous, etc ... peuvent être prises en compte par la lecture des valeurs particulières dans la matrice S.

La matrice complète S est montrée dans la figure (VI.3.c) et en 2 colonnes dans la figure (VI.3.d).

La formation et l'utilisation de la matrice S en 2 colonnes réduit le stockage de l'ordinateur de  $16^2 = 256$  à  $2 \times 16 = 32$  enregistrements.

S =

e \ F	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	A	B														
2	B	A														
3			A	B												
4			B	A												
5					A	B										
6					B	A										
7							A	B								
8							B	A								
9									A	B						
10									B	A						
11											K <sub>1</sub>					
12												K <sub>2</sub>				
13													K <sub>3</sub>			
14														K <sub>4</sub>		
15															K <sub>5</sub>	
16																K <sub>6</sub>

Fig (M-3-c)  
Matrice de rigidité

$$A = \frac{4EI}{a} \quad , \quad B = \frac{2EI}{a}$$

F	1	2
1	A	B
2	B	A
3	A	B
4	B	A
5	A	B
6	B	A
7	A	B
8	B	A
9	A	B
10	B	A
11	K <sub>1</sub>	0
12	K <sub>2</sub>	0
13	K <sub>3</sub>	0
14	K <sub>4</sub>	0
15	K <sub>5</sub>	0
16	K <sub>6</sub>	0

Figure (VI-3-d)  
Matrice S en 2 colonnes

### La matrice P

Le schéma représenté dans la figure (VI.2.b) expose P<sub>i</sub> comme forces extérieures (ou moments) s'appliquant aux joints.

En expliquant les équations (a) jusqu'à (h), nous avons :

$$P_1 = F_1 + 0 F_2 + \dots + 0 F_{16}$$

$$P_2 = 0 F_1 + F_2 + F_3 + \dots + 0 F_{16}$$

$$P_3 = 0 F_1 + \dots + F_4 + F_5 + \dots + 0 F_{16}$$

$$P_4 = 0 F_1 + \dots + F_6 + F_7 + \dots + 0 F_{16}$$

$$P_5 = 0 F_1 + \dots + F_8 + F_9 + \dots + 0 F_{16}$$

$$P_6 = 0 F_1 + \dots + F_{10} + \dots + 0 F_{16}$$

$$P_7 = \frac{F_1}{a} + \frac{F_2}{a} + \dots + F_{11} + 0 F_{16}$$

$$P_8 = -\frac{F_1}{a} - \frac{F_2}{a} + \frac{F_3}{b} + \frac{F_4}{b} - F_{12}$$

$$P_7 = -\frac{F_3}{b} - \frac{F_4}{b} + \frac{F_5}{c} + \frac{F_6}{c} - F_{13}$$

$$P_{10} = -\frac{F_5}{c} - \frac{F_6}{c} + \frac{F_7}{d} + \frac{F_8}{d} - F_{14}$$

$$P_{11} = -\frac{F_7}{d} - \frac{F_8}{d} + \frac{F_9}{e} + \frac{F_{10}}{e} - F_{15}$$

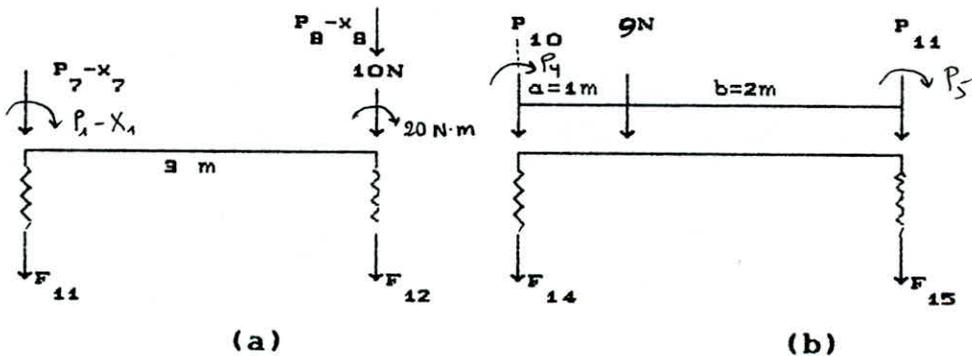
$$P_{12} = 0 F_1 + 0 F_2 + \dots - \frac{F_9}{e} - \frac{F_{10}}{e} + \dots - F_{16}$$

de cette écriture, il est évident que les valeurs de P sont les efforts externes aux noeuds et peuvent être nuls s'il n'existe plus d'efforts.

Il est également évident que si les efforts externes ont les mêmes directions que celles de la codification P, ils ont le signe plus dans la matrice P. On doit savoir que les charges situées entre les points de noeuds contribuent à la fois aux valeurs de l'effort tranchant et de moment fléchissant dans les extrémités avec des efforts P aux noeuds.

Considérons les deux exemples de la figure VI.5.

Dans la fig VI.5.a la charge est  $P_2 = 20 \text{ N.M}$  (c'est un moment)

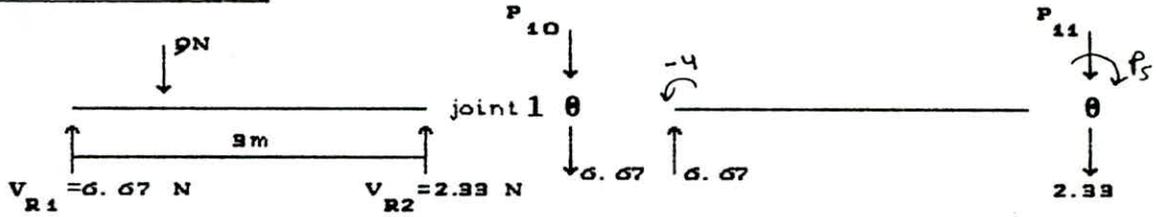


$$P_7 = 0, P_2 = 20 \text{ N.M}, P_B = 10 \text{ N}$$

$$FEM_1 = \frac{P a b^2}{l^2} = \frac{9 \times 1 \times 2^2}{3^2} = 4 \text{ N.M}$$

$$FEM_2 = \frac{P b a^2}{l^2} = 2 \text{ N.M}$$

Effort tranchant :



$$\sum M/i = 0 \quad \rightarrow \quad V_{R2} = 2.33 \text{ N}$$

$$\rightarrow \quad V_{R1} = 9 - 2.33 = 6.67 \text{ N}$$

$$P_4 = 4.0$$

$$P_5 = -2.0$$

$$P_{10} = 6.67$$

$$P_{11} = 2.33$$

FIGURE VI.5 : Relation entre les charges exterieures de la poutre et la matrice P pour la poutre de la fig(VI.2)

$P_8 = +10$  N car la charge 10 N est appliquée dans le noeud (joint) dans la même direction que  $P_8$ .

Dans la fig VI.5 la charge est entre les noeuds; elle est réglementée comme dans la figure utilisant

$$FEM_1 = \frac{P a b^2}{l^2} \quad \text{ou} \quad FEM_2 = \frac{P b a^2}{l^2} \quad (VI.4)$$

où a et b sont identifiées dans la figure ( VI.5.b ) .

On doit se rappeler que le moment d'extrémité pour une charge uniformément répartie est :

$$FEM = \frac{\omega L^2}{12}$$

Les signes sont montrés dans la figure VI.5 pour le calcul des efforts tranchants.

Si les FEM sont utilisées, les valeurs resultats F du moment à chaque noeud ne seront pas égales quand on utilise l'équation (b) mais différentes par FEM. La valeur correcte du moment est obtenue par la somme algébrique de la valeur F de l'équation (b) et FEM.

## VII .PROGRAMMATION :

### VII.1- HYPOTHESES ET CODIFICATION A CHOISIRE :

#### a)- Hypothèses :

- Sol pulvérulent homogène (  $\varphi$  ,  $c = 0$  )
- Surcharge normale à la surface libre et uniformément répartie.
- Surface libre horizontale.
- Paroi verticale.
- Un seul lit de tirants.
- Sol de butée = serie de ressorts de WINKLER.
- Paroi(étudiée sur un mètre lineaire de largeur)= poutre.
- Coefficient de poussée calculé par la méthode de coulomb.

#### b)-Codification :

Ce qui est très important à noter, c'est que l'ancrage a la dernière valeur d'effort; alors elle occupe le dernier enregistrement dans la matrice S.

Ce schéma de codification permet l'accès facile à la matrice S si l'on veut modifier l'ancrage ou traiter le sol comme non linéaire, il facilite aussi la modification du programme pour des ancrages supplémentaires, et permet, enfin, le passage aux rideaux sans ancrage en enlevant de la matrice S l'enregistrement de l'ancrage et la valeur correspondante de la matrice A.

**CODIFICATION A CHOISIR :**

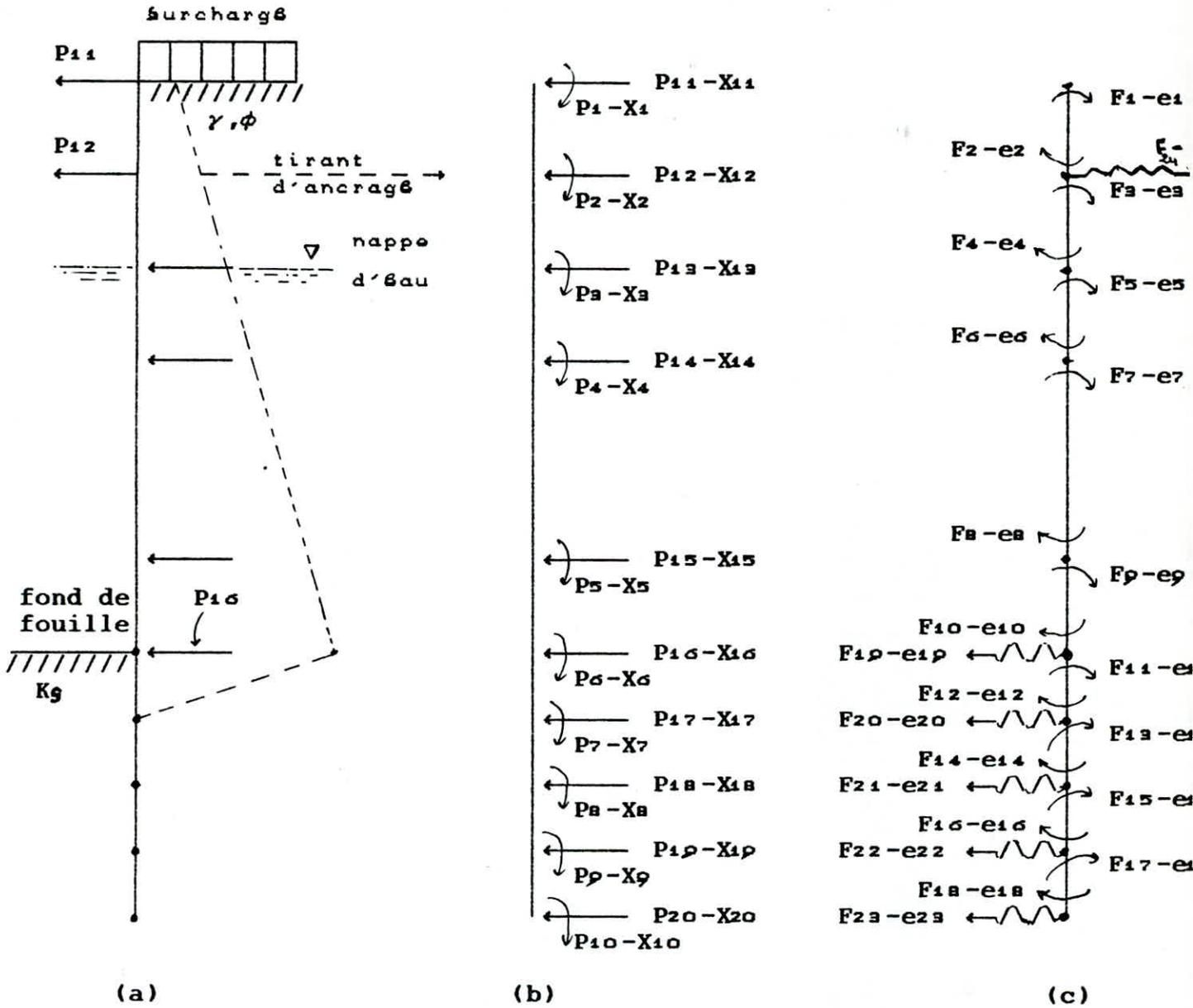


Fig VII.1 : Codification P - X pour une solution par éléments finis

Remarques :

- On peut avoir une surcharge.
- Le rideau peut être ancré ou non
- $NP = 2 ( N + M + 1 )$
- $NF = 2 ( N + M ) + M + 1 + AR$   $\begin{cases} 1 & \text{( rideau ancré )} \\ 0 & \text{( rideau sans ancrage )} \end{cases}$

Application Numérique :

$$NP = 2 ( 5 + 4 + 1 ) = 20$$

$$NF = 2 ( 5 + 4 ) + 4 + 1 + 1 = 24$$

-Noter que les ressorts du sol ont des efforts nodaux et non aux éléments.

- Le diagramme de pression montré dans la figure (a) est transformé à des forces latérales équivalentes comme une matrice P.

VII.2- LA NON LINEARITE DES DEFORMATIONS ET LA STABILITE DU

RIDEAU :

a) La non linéarité des déformations :

Elle est due à la mauvaise estimation du comportement du sol et mérite ainsi d'être corrigée.

Soit  $X_{max}$ , le déplacement transversal maximal ( linéaire élastique ) du noeud du fond de fouille permis.

Si depuis le fond de fouille jusqu'au pied du rideau le déplacement d'un noeud venait à dépasser  $X_{max}$ , il est considéré comme excessif.

Le ressort à ce noeud devra être considéré comme inexistant (annulé); ce qui revient à retrancher automatiquement la force correspondante de la matrice force P.

La force du ressort de raideur  $K(I)$  pour le déplacement  $X_{max}$  est :  $G(I) = - K(I).X_{max}$ .

On a donc les modifications suivantes :

$$K(I) = 0 \quad \text{dans la matrice } S$$

$$P(I) = P(I) + G(I)$$

Les calculs sont repris avec ces nouvelles valeurs et le test est refait...ainsi de suite jusqu'à ce que l'on ait tous les déplacements inférieurs ou égaux à  $X_{max}$ .

S'il arrive que tous les ressorts soient annulés alors nous sommes dans un cas d'instabilité.

#### b) LA STABILITE :

La stabilité est supposée régner lorsque le déplacement du noeud du fond de fouille est inférieur à la valeur limite imposée par l'utilisateur ( $X_{max}$ ). Au delà de cette valeur une rupture est supposée apparaître " dans le massif situé à l'aval et éventuellement à l'amont du rideau."

En cas d'instabilité, les calculs sont refaits avec une augmentation de la fiche (de 30cm ou de 60cm selon le cas) et un nouveau test est fait, ainsi de suite...

### VII.3- DETERMINATION DU VECTEUR DES CHARGES :

Le vecteur charges est l'ensemble des réactions en poutre simple aux noeuds résultant de l'action des poussées des terres.

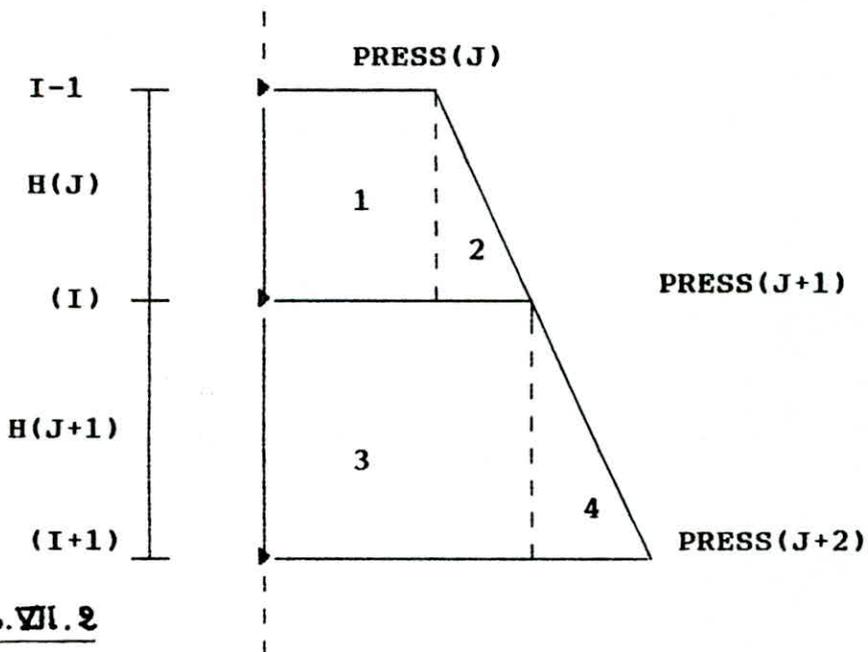


FIG. VII. 2

PRESS(J) : pression au noeud (J)

Soit  $R_i$ , réactions dues aux charges  $P_i$  ( $i=1, 4$ )

$$R(i) = \sum_{i=1}^4 R_i$$

$$P_1 = \text{PRESS}(J) \times H(J)$$

$$P_2 = [\text{PRESS}(J+1) - \text{PRESS}(J)] \times \frac{H(J)}{2}$$

$$P_3 = \text{PRESS}(J+1) \times H(J+1)$$

$$P_4 = [\text{PRESS}(J+2) - \text{PRESS}(J+1)] \times \frac{H(J+1)}{2}$$

On a en faisant  $\Sigma M = 0$  par rapport à un point (par exemple I)

$$R_1 = \frac{P_1}{2}, \quad R_2 = \frac{2}{3} P_2 \quad ; \quad R_3 = \frac{P_3}{2} \quad ; \quad R_4 = \frac{P_4}{3}$$

$$P(I) = R_1 + R_2 + R_3 + R_4$$

$$\Rightarrow P(I) = \frac{H(J)}{6} [\text{PRESS}(J) + 2 \text{PRESS}(J+1)] +$$

$$\frac{H(J+1)}{6} [2 \text{PRESS}(J+1) + \text{PRESS}(J+2)]$$

VII.4- MODULE DE REACTION DU SOL :  $K_s$

La méthode du module de réaction ou modèle de WINKLER ou encore méthode des ressorts est un modèle d'interaction sol-structure pour lequel la réaction exercée par le sol en un point est directement proportionnelle au déplacement de ce point.

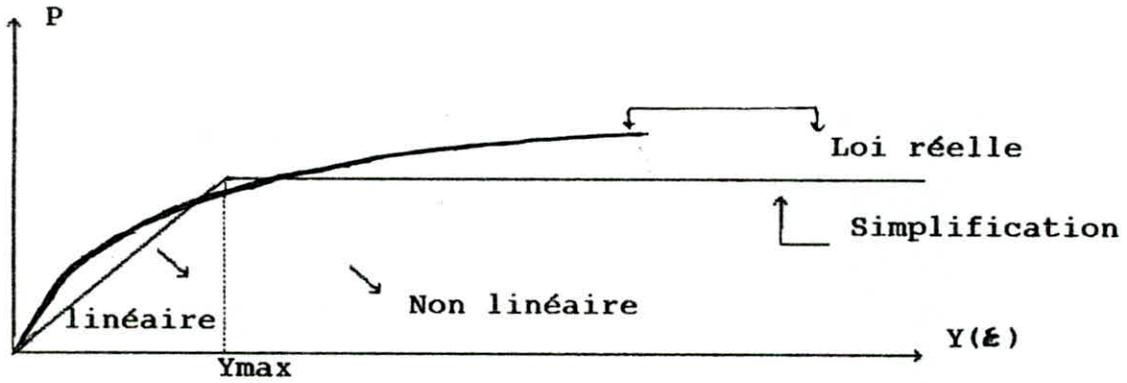


Fig VII.3

$$P = K_s \cdot Y \quad \rightarrow \quad K_s = \frac{P}{Y}$$

$K_s$  : module de réaction du sol ( $F \cdot L^{-3}$ )

$P$  : pression du sol ( $F \cdot L^{-2}$ )

$Y$  : déplacement du point dû à  $P$  ( $L$ )

Mais le module de réaction  $K_s$  est traditionnellement pris indépendant de la valeur du déplacement  $y$  et , le plus souvent constant sur une même couche de sol .

Il existe une gamme variée d'approches sur l'estimation de  $K_s$ . Cependant il n'est pas assez aisé d'en choisir une .

On distingue les approches selon :

1- Le laboratoire " Road research " qui propose :

$$K_s = \frac{P}{0.13} \quad (\text{Kg/cm}^3)$$

Où P est la pression qui correspond à 0.13cm de déplacement.

2- Le " Corps us of engineers " qui utilise la déformation correspondant à 0.7 Kg/cm<sup>2</sup> pour évaluer K<sub>s</sub> dans les argiles .

$$K_s = \frac{0.7}{y} \quad (\text{kg/cm}^3)$$

3- L'essai CBR qui considère la charge correspondant à la pénétration de 0.25 cm .

$$K_s = \frac{q_{\text{CBR}}}{0.25}$$

4- La méthode pressiométrique : MENARD , BOURDON et HOUY déduisent le module de réaction K<sub>s</sub> du module pressiométrique E en calculant la pression nécessaire pour provoquer un déplacement unitaire du rideau .

$$\frac{1}{k_s} = \frac{1}{E} \left[ \frac{\alpha h}{2} + 13(0.09 h)^\alpha \right]$$

h: fiche du rideau

α: coefficient caractéristique du sol=

1/3:sables et graves
1/2:limons
2/3:argiles

$$E = \left[ \frac{1}{0.7h - 0.5} \right] \int_{0.5}^{0.7h} E(z) dz \quad \text{:moyenne entre 0.5m et 0.7h}$$

5- L'essai de compression, pour les sols cohérents

$$K_s = 1.2 q_u \quad (\text{kg/cm}^3) \quad , q_u \text{ est une pression à déterminer .}$$

$$\text{pour les pieux : } K_s = 2.4 q_u \quad (\text{kg/cm}^3)$$

mais Terzaghi propose :  $K_s = 2.2 q_u$  comme une bonne approximation (1955) .

6 - Dans notre programme nous utiliserons la loi :

$K_s = A_s + B_s Z^n$  : ceci traduit la variation du module du sol en fonction de la profondeur.

bien que parfois :

$$K_s = A_s + B \left( \frac{Z}{L} \right)^n \text{ est utilisée.}$$

Les deux équations sont les mêmes si :  $B_s = \frac{B}{L^n}$ .

B : largeur de la poutre équivalente

L : longueur du segment

$n = 0.4 \div 0.8$  (cas des argiles)

$$A_s = 2.4 q_u \text{ (Kg/cm}^2\text{)}, q_u \text{ est une pression à déterminer (Kg/cm}^2\text{)}$$

Dans les sables :  $A_s = 0$  et  $Z = 1$

#### Autres estimations de $K_s$

$$* K_s = C_1 q_a \text{ avec } ( C_1 = 120 \text{ pour } q_a \text{ [KN/m}^2\text{] )}$$

$$* K_s = A_s + B_s \cdot Z^4 \text{ avec } A_s = C_2 ( c N_c + 0.5 \gamma B N_\gamma )$$

$$B_s = C_2 \gamma N_q$$

Où :

$$C_2 = 40 \text{ (si l'unité est en KN/m}^2\text{)}$$

$\gamma$  : poids spécifique humide

B : unité de largeur

$$N_c = \text{Cot } \varphi \left[ \frac{e^{2(\pi/4 - \varphi/2) \text{tg} \varphi}}{2 \cos^2 (\pi/4 + \varphi/2)} \right]$$

$$N_q = \frac{e^{2(\pi/4 - \varphi/2) \text{tg} \varphi}}{2 \cos^2 (\pi/4 + \varphi/2)}$$

$$N_\gamma = \frac{1}{2} \left[ \frac{K_p}{\cos^2 \varphi} - 1 \right] \text{tg} \varphi$$

$K_p$  : Coefficient de poussée passive

### VII.5 - CONSTANTES DE RIGIDITE DES RESSORTS :

Elle varie en fonction de la profondeur. La méthode choisie pour la détermination des valeurs de  $K_i$  en fonction de la profondeur est celle proposée par NEWMARK (1942) et qui est basée sur une parabole. Les ressorts du sol sont concentrés aux noeuds.

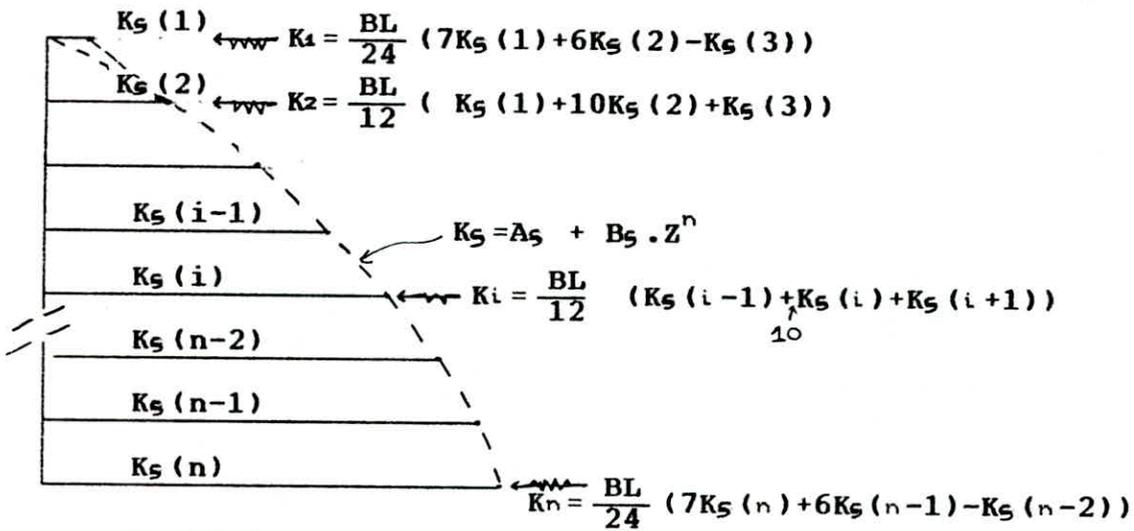


FIG. VII.4

### VII.6- OBJET DU PROGRAMME:

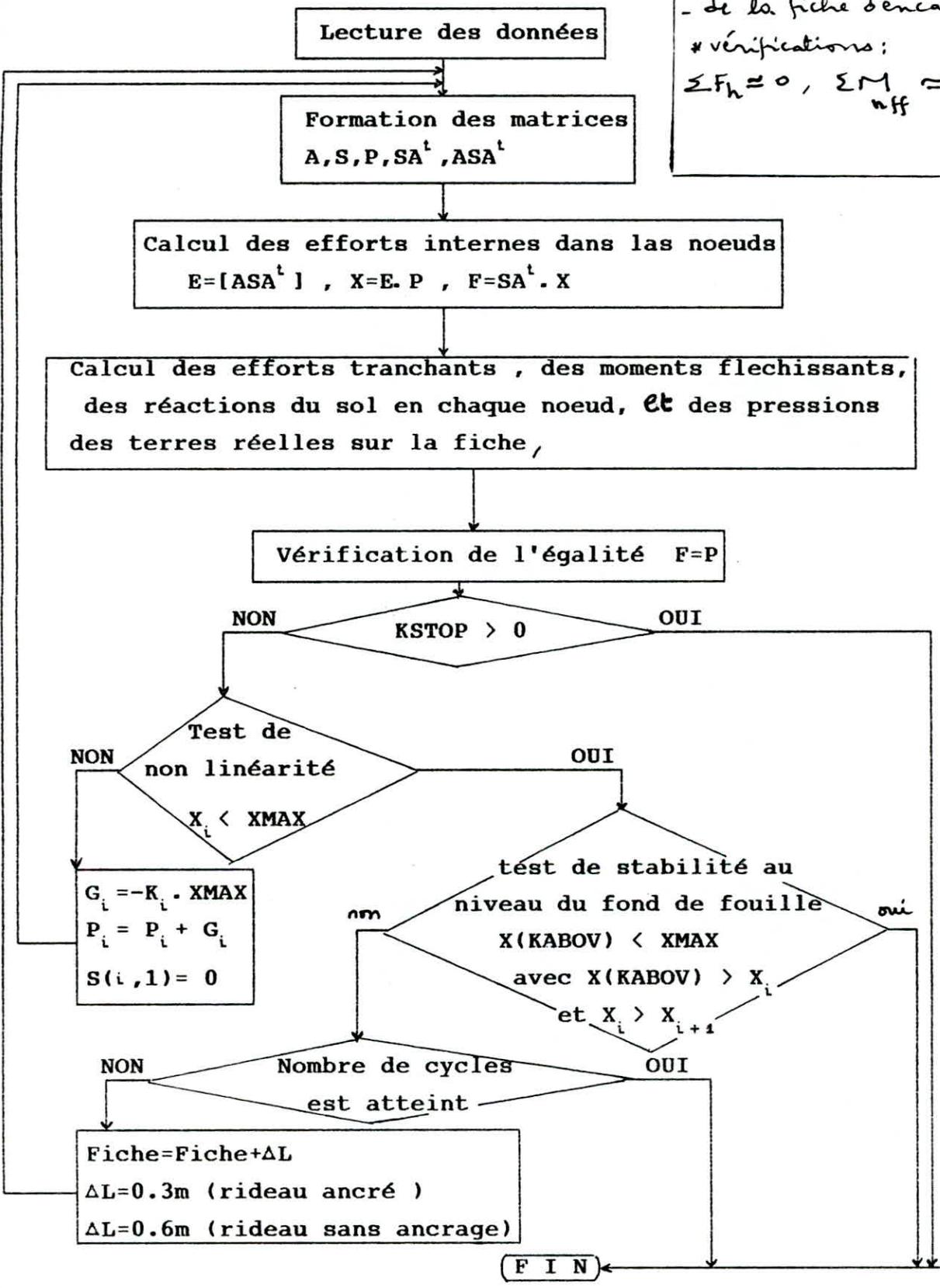
Les résultats recherchés, seront donnés à chaque noeud sont :

- La valeur de  $K_s$ .
- La matrice de charges.
- Les déplacements (Translations et rotations).
- Les efforts tranchants.
- Les moments de flexion.
- Les pressions du sol.
- La fiche d'encastrement de la paroi pour les résultats précédents.

Il effectue la vérification des équations de la statique : somme des efforts horizontaux est voisine de 0 et somme des moments par rapport au niveau du fond de la fouille est voisine de zéro.

VII.7 - ORGANIGRAMME DU PROGRAMME :

objet du programme  
 calcul :  
 - des déplacements (transet rot.)  
 - des eff tranch  
 - des mom. flech  
 - des pressions du sol.  
 - de la fiche d'encastrement  
 # vérifications :  
 $\sum F_h = 0$  ,  $\sum M_{aff} = 0$



## Explications :

Ce programme analyse les palplanches ancrées ou non.

Le premier ressort du sol dans le noeud du fond de fouille est réduit de 50 % et son voisin du côté inférieur est réduit de 25 % à cause des mauvaises conditions rencontrées généralement dans cette zone; on peut changer ces facteurs si l'on désire.

Si KSTOP = 0, le programme fait les calculs puis fait augmenter la fiche de 30 cm pour les rideaux ancrés et de 60 cm pour les rideaux non ancrés.

Le programme ensuite vérifie la condition de la non-linéarité de la déformation du sol, en augmentant aussi la fiche jusqu'à obtenir la stabilité du rideau.

Le programme s'arrête en faisant un seul calcul si KSTOP > 0. sinon, il s'arrêtera lorsque :

- Le nombre de cycles est atteint (paroi stable ou non)
- La stabilité est atteinte avant épuisement du nombre de cycles.

La constante de rigidité du tirant d'ancrage est :

$$K_{anc} = \frac{A E}{L} \quad \text{avec } A : \text{section du tirant}$$

L : longueur du tirant  
E : module d'élasticité

La force d'ancrage est :

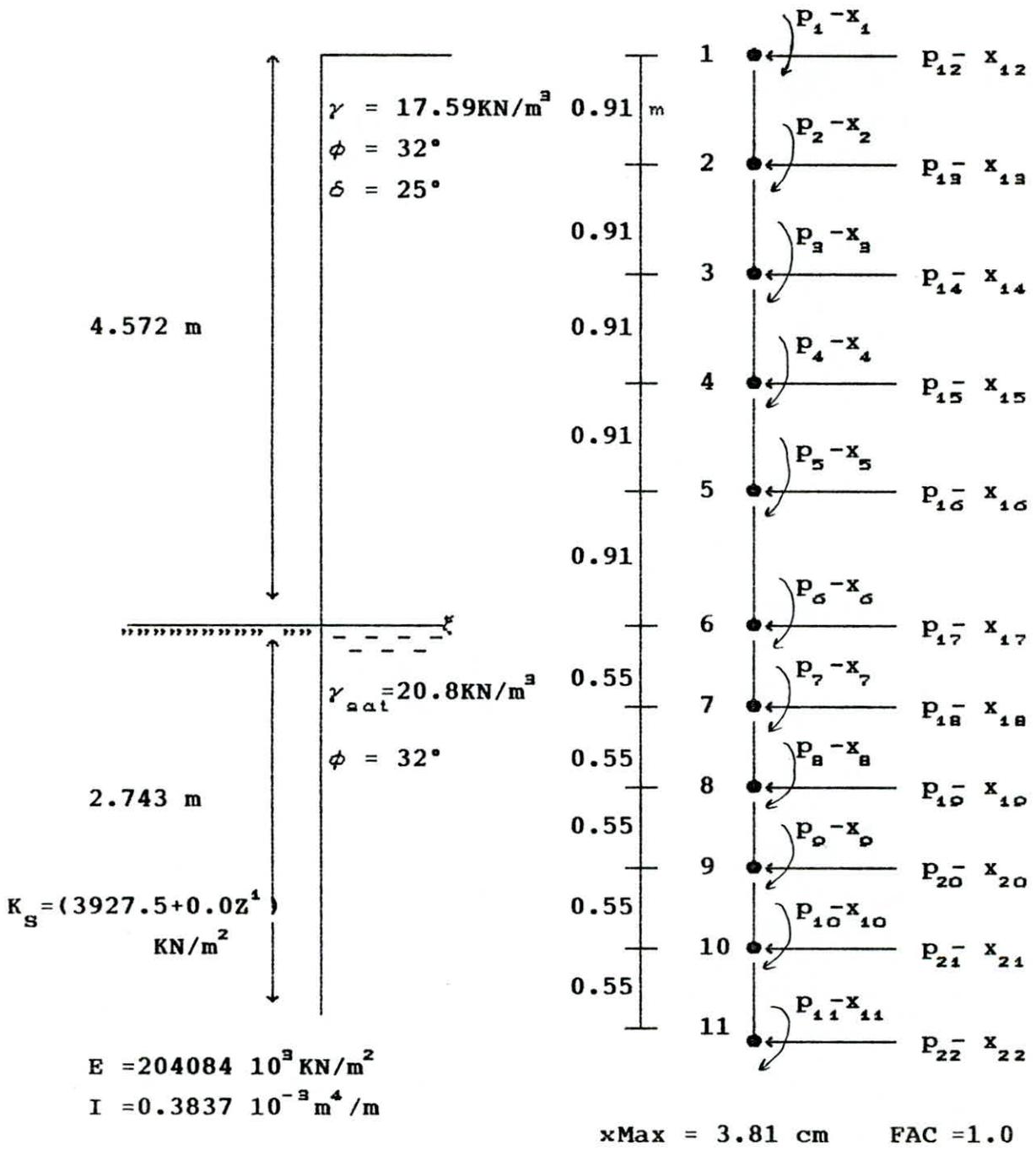
$$F = K_{anc} X$$

## REMARQUE :

Si l'étude est faite par unité de largeur avec un espacement s entre encrages inclinés de  $\beta$  par rapport à l'horizontale, on a :

$$K_{anc} = \frac{A E}{S L} \cos \beta$$

VII.8 - Exemple d'application :



SUITE:

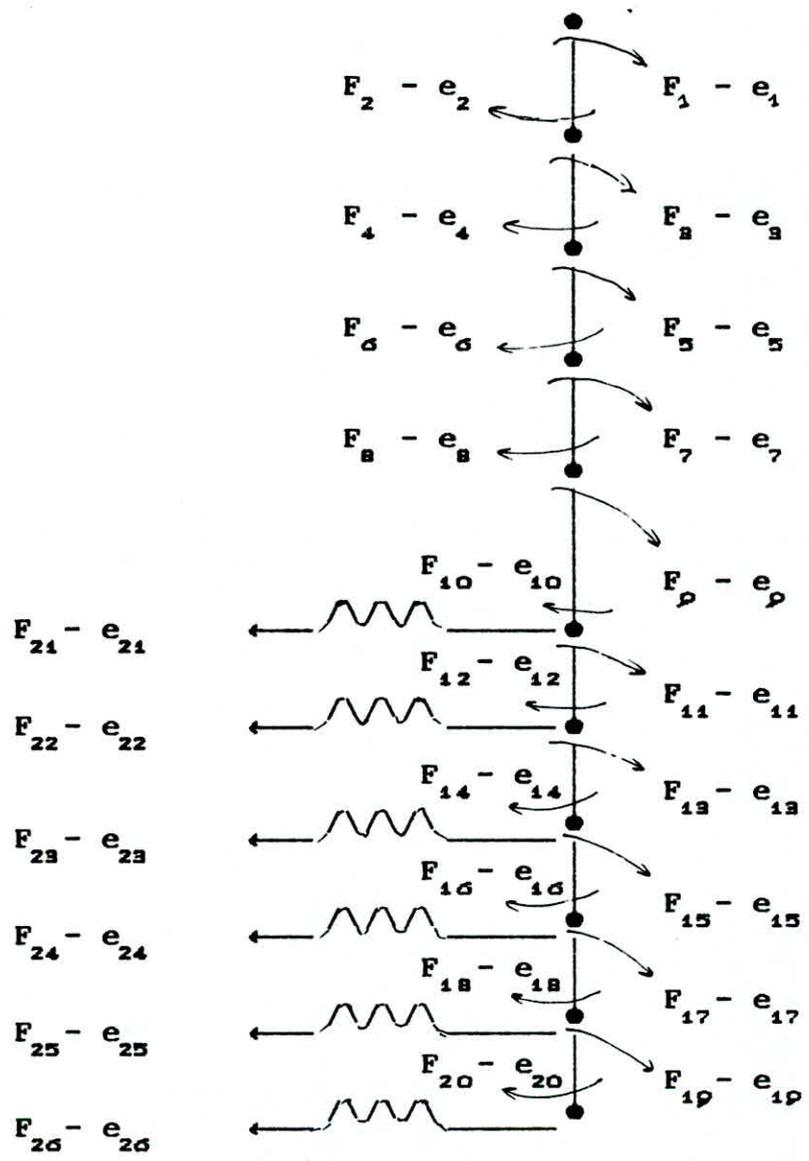


Fig VII.5

\*\*\*\*\*  
[ FICHER DE RESULTATS ]  
\*\*\*\*\*

N° SEGS: AU DESSUS DU FOND DE FOUILLE= 5  
          AU DESSOUS DE F-F = 5  
N° NOEUDS REQ. MATRICE CORRECT -S- = 0

HAUTEUR DU PALP AU DESSUS DU FOND DE FOUILLE= 4.572 M  
PROFENDEUR DE LA SURFACE DE LA TERRE AU TIRANT D"ANCRAGE= 0.000 M  
MOMENT D"INERTIE DE LA PALP= 0.38370E-03 m4  
MODULE D"ELASTICITE=204084000. KN/m2  
PROFENDEUR INITIALE SUPPOSEE DU PIED= 2.743 m  
COEF REDUCTEUR DE LA PRESSION DES TERRES=1.00

PROFENDEUR DE L"EAU/SURFACE= 4.572 m  
POIDS UNITAIRE SATURE DU SOL= 20.8000 KN/m3  
POIDS UNITAIRE HUMIDE DU SOL= 17.5900 KN/m3  
ANGLE DE FROT INTERNE DU SOL= 32.00 degrés  
DEFLEXION LINEAIRE MAX DU SOL= 3.81 cm  
PRESSION DE LA SURCHARGE= 0.000 KN/m2  
ANGLE DE FROT DE LA PALP= 25.00 degrés

MODULE DU SOL:  $KS = 3927.50 + 0.00 * Z^{**1.000}$  (KN/m3)

NOS DES SEGMENTS ET LONGUEURS SONT:

1	0.910	2	0.910	3	0.910	4	0.910	5	0.910
6	0.550	7	0.550	8	0.550	9	0.550	10	0.550

LE TIRANT SE TROUVE AU NOEUD \*\*\*\*  
NIVEAU DE L"EAU SE TROUVE AU NOEUD 6

NP= 22 NF= 26 NFM= 20 NEND= 26 NDEL= 4 KABOV= 17  
NPDL= 17 NABP1= 6 M= 11 MM1= 10 MP1= 12

PIED DE LA PALP EST AUGMENTE A 3.34 m

1	0.910	2	0.910	3	0.910	4	0.910	5	0.910
6	0.669	7	0.669	8	0.669	9	0.669	10	0.669

MAT-S- AVEC 2 COLONNES...Y COMPRIS LE NBRE-F-

1	344206.72	172103.36	14	284752.84	569505.69
2	172103.36	344206.72	15	569505.69	284752.84
3	344206.72	172103.36	16	284752.84	569505.69
4	172103.36	344206.72	17	569505.69	284752.84
5	344206.72	172103.36	18	284752.84	569505.69
6	172103.36	344206.72	19	569505.69	284752.84
7	344206.72	172103.36	20	284752.84	569505.69
8	172103.36	344206.72	21	656.48	0.00
9	344206.72	172103.36	22	1969.44	0.00
10	172103.36	344206.72	23	2625.93	0.00
11	569505.69	284752.84	24	2625.93	0.00
12	284752.84	569505.69	25	2625.93	0.00
13	569505.69	284752.84	26	1312.96	0.00

MAT DE LA CHARGE TOTALE      DEFLEXION DES JOINTS      MAT DE FORCE  
 KN OU KN.m EST                      m OU RADS SONT                      KN OU KN.m

DIR.CHARGE	1	0.0000	DIR=	1	-0.0192220	MOMENT	1	-0.0234
DIR.CHARGE	2	0.0000	DIR=	2	-0.0192185	MOMENT	2	0.5820
DIR.CHARGE	3	0.0000	DIR=	3	-0.0191868	MOMENT	3	-0.6094
DIR.CHARGE	4	0.0000	DIR=	4	-0.0190636	MOMENT	4	4.8438
DIR.CHARGE	5	0.0000	DIR=	5	-0.0187434	MOMENT	5	-4.8359
DIR.CHARGE	6	0.0000	DIR=	6	-0.0180783	MOMENT	6	16.3672
DIR.CHARGE	7	0.0000	DIR=	7	-0.0174750	MOMENT	7	-16.3477
DIR.CHARGE	8	0.0000	DIR=	8	-0.0168385	MOMENT	8	38.7656
DIR.CHARGE	9	0.0000	DIR=	9	-0.0163547	MOMENT	9	-38.7598
DIR.CHARGE	10	0.0000	DIR=	10	-0.0161072	MOMENT	10	75.7012
DIR.CHARGE	11	0.0000	DIR=	11	-0.0160445	MOMENT	11	-75.6973
DIR.CHARGE	12	0.6664	DIR=	12	0.1220686	MOMENT	12	96.0918
DIR.CHARGE	13	3.9983	DIR=	13	0.1045777	MOMENT	13	-96.0879
DIR.CHARGE	14	7.9967	DIR=	14	0.0870996	MOMENT	14	85.1670
DIR.CHARGE	15	11.9950	DIR=	15	0.0696855	MOMENT	15	-85.1621
DIR.CHARGE	16	15.9934	DIR=	16	0.0524636	MOMENT	16	52.5947
DIR.CHARGE	17	13.3571	DIR=	17	0.0356772	MOMENT	17	-52.5996
DIR.CHARGE	18	0.0000	DIR=	18	0.0237837	MOMENT	18	17.8613
DIR.CHARGE	19	0.0000	DIR=	19	0.0123170	MOMENT	19	-17.8652
DIR.CHARGE	20	0.0000	DIR=	20	0.0012333	MOMENT	20	0.0000
DIR.CHARGE	21	0.0000	DIR=	21	-0.0096051	**FORCE	21	-23.4214
DIR.CHARGE	22	0.0000	DIR=	22	-0.0203465	**FORCE	22	-46.8408
						**FORCE	23	-32.3436
						**FORCE	24	-3.2386
						**FORCE	25	25.2224
						**FORCE	26	26.7142

EFF. TRANCHANT	DS CHAQUE	MOMENT FLECH	NODAL	FORCE ET PRESSION DU SOL	
NOEUD KN	NOEUD,	KN.m	NOEUD	KN	
1 0.6664	1	-0.0234			
2 4.6647	2	-0.6094			
3 12.6614	3	-4.8359			
4 24.6565	4	-16.3477			
5 40.6499	5	-38.7598			
6 30.5856	6	-75.6973	6	23.4214	140.122 KN/m2
7 -16.2552	7	-96.0879	7	46.8408	93.411 KN/m2
8 -48.5988	8	-85.1621	8	32.3436	48.375 KN/m2
9 -51.8373	9	-52.5996	9	3.2386	4.844 KN/m2
10 -26.6150	10	-17.8652	10	-25.2224	-37.724 KN/m2
11 0.0992	11	0.0000	11	-26.7142	-79.911 KN/m2
SOMME DES REACTIONS DU SOL + LE TIRANT =				53.9078( 54.0070)	
***LONGUEUR FINALE DU PIED DE LA PALPLANCHE = 3.34 M					
IL FAUT SE METTRE AU DESSUS DE CETTE VALEUR DU PIED					

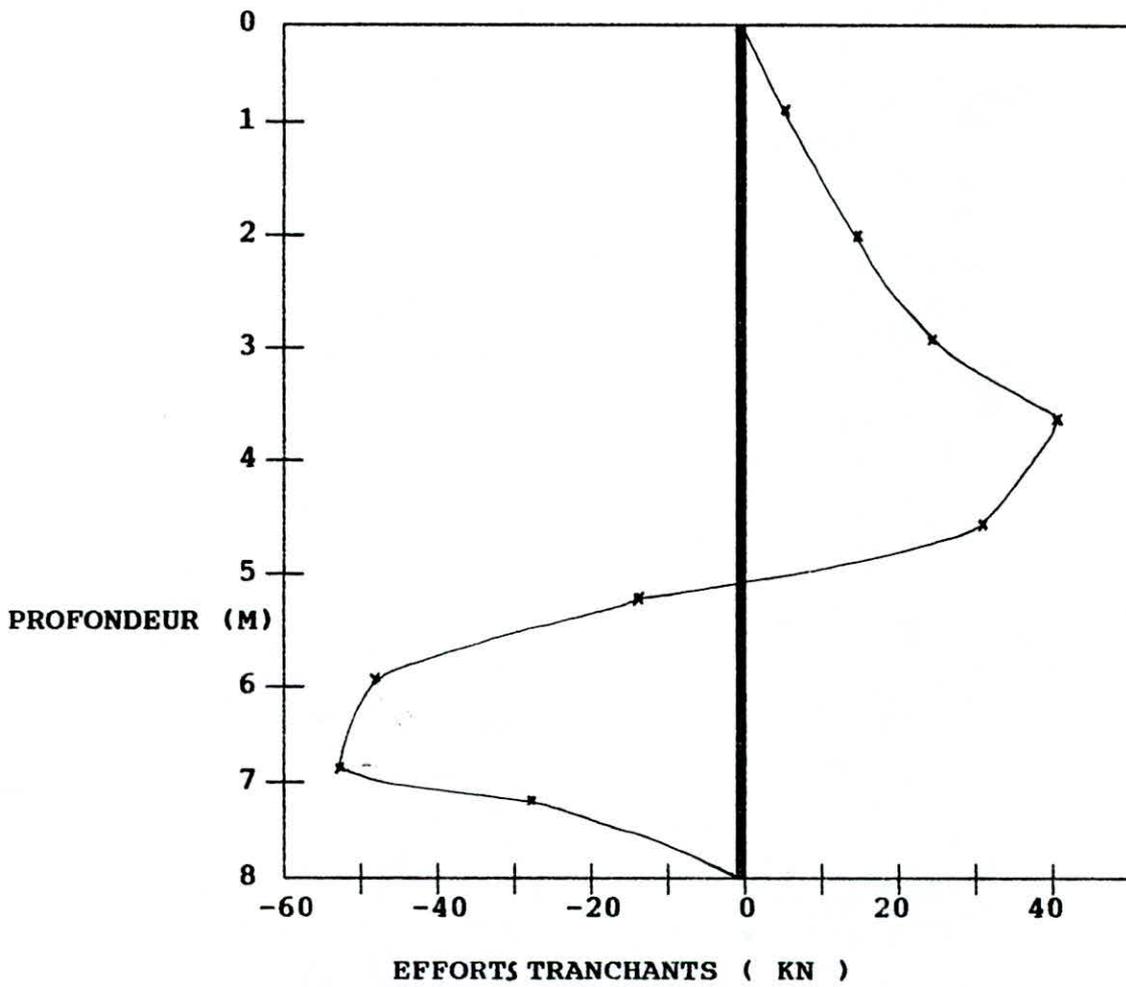


DIAGRAMME DES EFFORTS TRANCHANTS

FIG VII.6

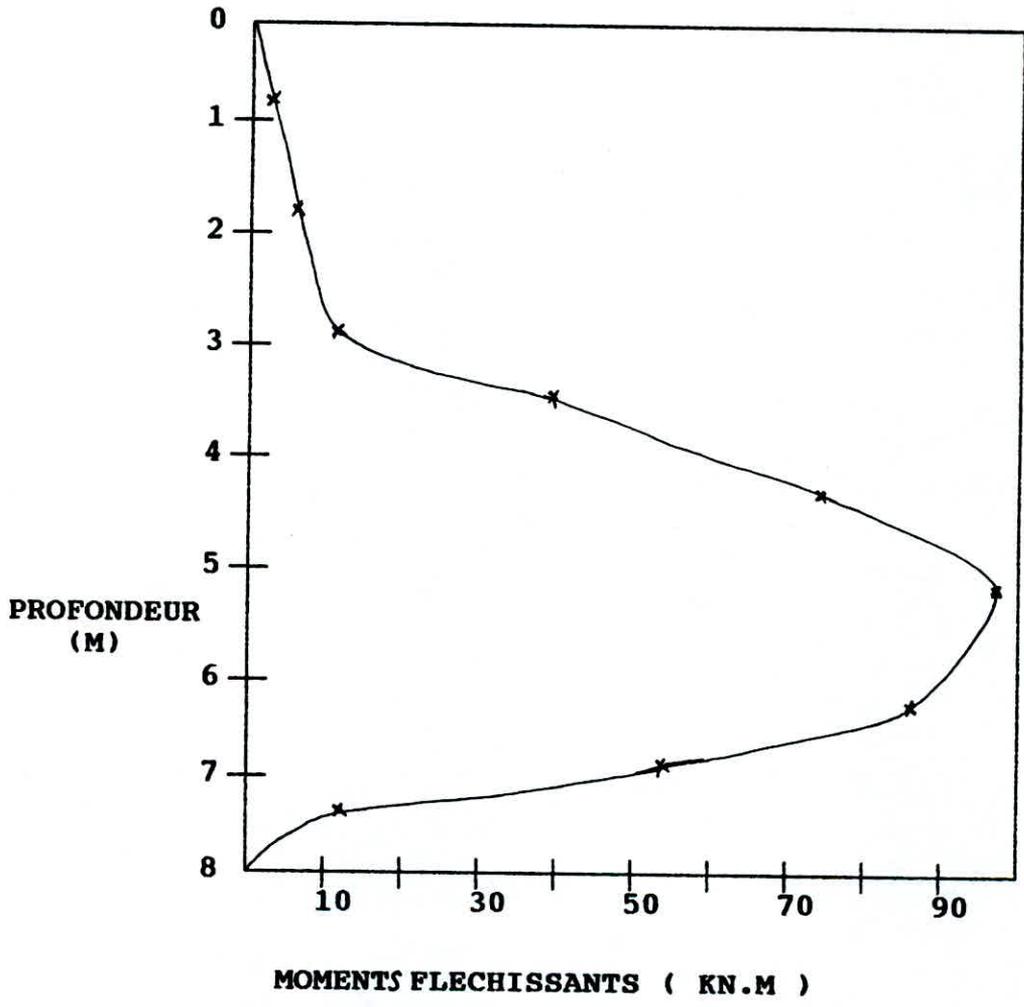


DIAGRAMME DES MOMENTS

FIG.VII.7

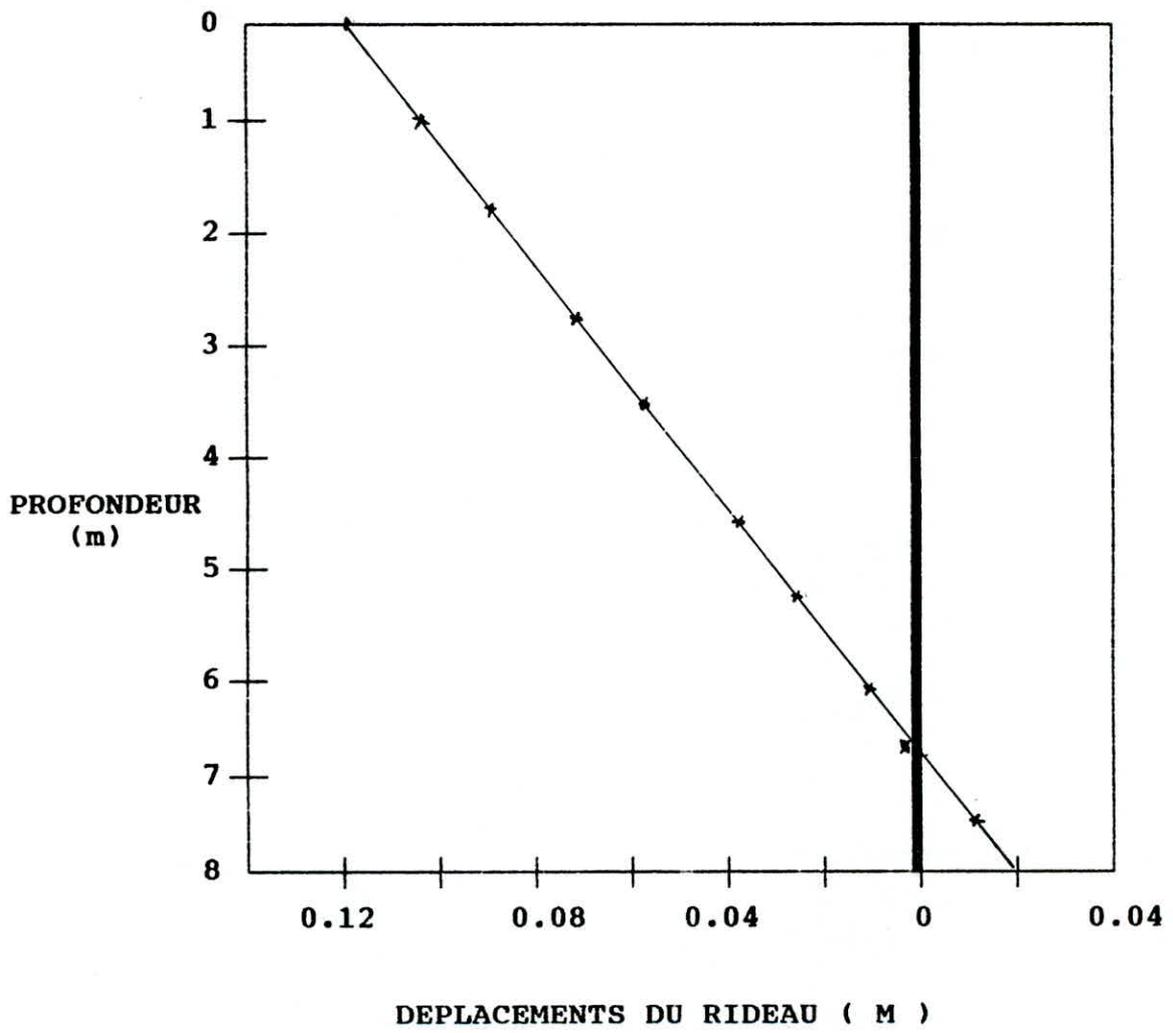


DIAGRAMME DES DEPLACEMENTS

FIG. VII.7

## VIII- CONCLUSION :

Les méthodes de dimensionnement classiques sont très pratiques, mais elles conduisent à un surdimensionnement.

Elles sont donc largement suffisantes au niveau des avant-projets ainsi que pour le dimensionnement de petits projets où l'influence du surdimensionnement sur le coût total du projet est relativement moindre.

La méthode qui tient compte de l'interaction sol-écran se révèle plus performante parce qu'elle considère la rigidité de la paroi et le comportement du sol. Elle permet de connaître les déplacements de la paroi et surtout de les limiter afin de minimiser leur influence sur les constructions voisines. Les résultats qu'elle donne sont moins grossiers, plus économiques et sécurisants.

La méthode des éléments finis est la méthode la plus efficace et la plus rationnelle pour l'analyse des rideaux de palplanches, elle est couramment valable.

Cette méthode donne le moment réduit de Rowe directement par considération directe de l'interaction sol-palplanche, flexibilité EI de la palplanche et sa hauteur.

La déformation du sol au niveau et au dessous du fond de fouille est considérée automatiquement, aussi bien que la force et la déformation de l'encrage si le système est ancré.

Le module de réaction du sol est encore utilisé dans cette analyse pour fournir le support latéral de WINKLER de la palplanche au dessous du fond de fouille.

Pour la vérification de la sécurité et la validité de ce concept, la pression des terres qui résulte du calcul des déflexions est calculée et comparée pour voir si les pressions des terres sont raisonnables ou possibles.

Il faut noter que les pressions des terres obtenues sont celles exigées pour la stabilité et sont presque indépendantes de la valeur du module du sol utilisé.

Les pressions des terres finales sont un peu influencées par la rigidité à la flexion de la palplanche et sa hauteur.

L'avantage réel de cette méthode est qu'on peut actuellement inspecter les pressions des terres et voir si elles sont raisonnables, et ainsi éliminer l'incertitude de la méthode de calcul des rideaux simplement butés, où une résistance passive est calculée, même si le sol ne peut la supporter.

Si l'ingénieur prévoit que le sol ne peut pas supporter les pressions des terres calculées, le système de palplanche doit être changé.

Il peut être exigé de rigidifier la section de palplanche, modifier le sol, repositionner le tirant d'ancrage, réduire la hauteur de la palplanche, ....etc.

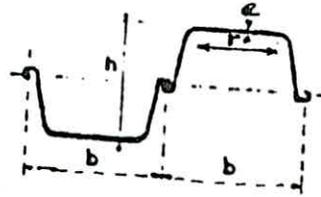
Cette méthode donne le tracé des moments et une estimation de la déformation latérale et de la pression du sol développée par la résistance passive au dessous du fond de fouille ;

les solutions classiques ne donnent aucune de ces informations directement, bien que le moment fléchissant peut être obtenu avec quelque difficulté.

. Cette méthode enfin est particulièrement avantageuse pour les rideaux de palplanches avec plusieurs dispositifs d'ancrages: il est particulièrement difficile d'obtenir les forces dans les tirants d'ancrage, les déformations de rideau et moments fléchissants pour le système à plusieurs niveaux de tirant d'ancrage utilisant les méthodes classiques.

ANNEXE

**CARACTERISTIQUES DES PALPLANCHES LARSEN**  
(Fabrication par SACILOR)

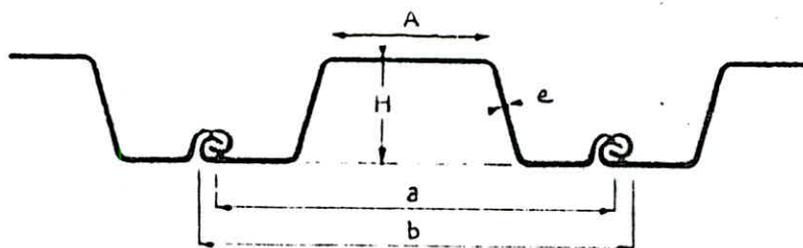


PROFIL	LARGEUR UTILE b mm	HAUTEUR h mm	EPAISSEUR e mm	LARGEUR DISPONIBLE ENTRE AILES r mm	PERIM. DÉVELOPPÉ (*) cm/ml	SECTION cm <sup>2</sup> /m	POIDS		MODULE DE RESISTANCE cm <sup>3</sup> /ml	MOMENT D'INERTIE cm <sup>4</sup> /ml	RAYON DE GIRATION cm
							PALPL kg/m	RIDEAU kg/m <sup>2</sup>			
SL1	365	80	5,0	255	220	72	20,5	56,2	1,52	608	2,91
SL2	450	130	6,0	305	230	92	32,4	72,0	300	1950	4,61
SL3	450	200	7,1	275	251	108	36,0	84,5	550	5550	7,10
SL4	450	250	8,9	270	273	133	46,9	104	850	10600	8,95
RLB5	600	270	9,0	320	247	118	55,5	92,5	850	11500	9,67
RL120	600	310	9,9	370	264	136	64,2	107	1200	18600	11,69
31	450	150	9,5	250	230	127	45,0	100	460	3450	5,21
III**	400	247	14,0	250	278	156	62,0	155	1360	16600	9,20
IV	400	310	15,5	250	318	238	74,8	167	2040	31600	11,50
V	420	352	24,0	240	313	303	100,0	238	2950	52100	13,30
VI	420	438	23,5	230	361	369	122,0	290	4200	92000	15,50
Iin	400	270	9,5	250	293	156	48,8	122	1100	14900	9,75
IIin	400	290	13,0	250	307	198	62,0	155	1600	23200	10,85
IIIs	500	340	12,3	280	282	177	69,6	139	1600	27500	12,44
IIIIs	500	360	14,1	270	294	201	75,0	158	2000	38000	13,73
IVs	500	440	15,5	240	311	224	88,0	176	2500	54600	15,70
Vs	500	450	20,6	230	317	270	106,0	212	3200	72000	16,33

(\*) Périmètre en contact avec le milieu extérieur, c'est-à-dire périmètre des joints exclu.  
 (\*\*) Profil soumis à conditions de tonnage minimal; consulter.

Se reporter également à la Norme NF A 45-020, qui précise également tolérances de fabrication.

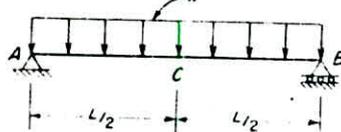
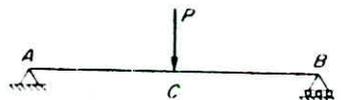
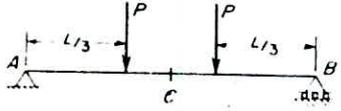
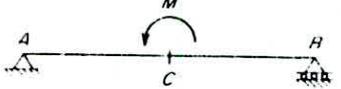
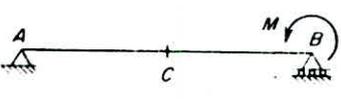
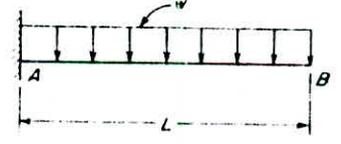
## caractéristiques usuelles des profils



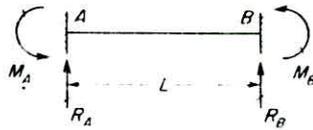
1 - PALPLANCHES NORMALES

SERIE	TYPE	ÉPAIS. - e - mm	LARGEUR			HAUT. - H - mm	POIDS		Modules de res I/V cm <sup>3</sup>	
			UTILE - a -	TOTALE - b - mm	- A - mm		par m. de profil	m <sup>2</sup> de tracé	par unite	par m
4 000	4 300	3	660	692	267	90	19,32	29,27	74	112
	4 350	3,5	660	692	267	90	22,50	34,14	85	129
	4 375	3,75	660	692	267	90	24,05	36,44	92	139
	4 400	4	660	692	267	90	25,53	38,68	98	148
	4 450	4,5	660	692	267	90	28,40	43,05	107	161
4 000 H	4 500 H	5	690	752	267	91	37,40	54,20	121	175
	4 550 H	5,5	690	752	267	91	41,00	59,40	132	191
	4 600 H	6	690	752	267	92	44,90	65,00	143	207
	4 650 H	6,5	690	752	267	92	48,60	70,40	154	223
	4 700 H	7	690	752	267	93	52,30	75,80	165	239
3 000	3 300	3	711	743	376	125	23,00	32,20	142	200
	3 350	3,5	711	743	376	125	27,50	38,75	165	232
	3 375	3,75	711	743	376	125	28,70	40,50	176	248
	3 400	4	711	743	376	125	30,60	43,00	187	263
	3 450	4,5	711	743	376	125	34,90	49,10	207	291
3 000 H	3 500 H	5	711	774	376	126	43,30	61,00	223	315
	3 550 H	5,5	711	774	376	127	47,60	66,90	245	345
	3 600 H	6	711	774	376	127	51,00	72,80	266	375
	3 650 H	6,5	711	774	376	128	56,00	78,70	288	405
	3 700 H	7	711	774	376	128	60,00	84,35	311	437
5 000	5 375	3,75	739	801	400	190	36,00	48,80	269	390
	5 400	4	739	801	400	190	38,40	51,90	307	415
	5 450	4,5	739	801	400	190	43,00	58,20	343	464
	5 500	5	739	801	400	190	47,60	64,40	380	514
	5 550	5,5	739	801	400	190	52,20	70,60	416	562
	5 600	6	739	801	400	190	56,90	77,00	450	610
	5 650	6,5	739	801	400	190	62,00	83,90	487	659
6 000	6 400	4	866	729	336	240	38,40	57,70	359	509
	6 450	4,5	866	729	336	240	43,00	64,60	403	565
	6 500	5	866	729	336	240	47,60	71,50	447	621
	6 550	5,5	866	729	336	240	52,30	78,50	489	675
	6 600	6	866	729	336	240	56,60	85,60	534	731

**Table A-3**  
Displacements of Prismatic Beams

Beam	Translations (positive downward)	Rotations (positive clockwise)
<p>1</p> 	$\Delta_c = \frac{5wL^4}{384EI}$	$\theta_A = -\theta_B = \frac{wL^3}{24EI}$
<p>2</p> 	$\Delta_c = \frac{PL^3}{48EI}$	$\theta_A = -\theta_B = \frac{PL^2}{16EI}$
<p>3</p> 	$\Delta_c = \frac{23PL^3}{648EI}$	$\theta_A = -\theta_B = \frac{PL^2}{9EI}$
<p>4</p> 	$\Delta_c = 0$	$\theta_A = \theta_B = \frac{ML}{24EI}$
<p>5</p> 	$\Delta_c = \frac{ML^2}{16EI}$	$\theta_A = \frac{ML}{6EI}$ $\theta_B = -\frac{ML}{3EI}$
<p>6</p> 	$\Delta_B = \frac{wL^4}{8EI}$	$\theta_B = \frac{wL^3}{6EI}$
<p>7</p> 	$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$	$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$
<p>8</p> 	$\Delta_B = \frac{ML^2}{2EI}$	$\theta_B = \frac{ML}{EI}$

**Table B-1**  
Fixed-End Actions Caused by Loads



1

$$M_A = \frac{Pab^2}{L^2} \quad M_B = -\frac{Pa^2b}{L^2}$$

$$R_A = \frac{Pb^2}{L^3}(3a + b) \quad R_B = \frac{Pa^2}{L^3}(a + 3b)$$

5

$$M_A = -M_B = \frac{Pa}{L}(L - a)$$

$$R_A = R_B = P$$

2

$$M_A = \frac{Mb}{L^2}(2a - b)$$

$$M_B = \frac{Ma}{L^2}(2b - a)$$

$$R_A = -R_B = \frac{6Mab}{L^3}$$

6

$$M_A = -M_B = \frac{wL^2}{12}$$

$$R_A = R_B = \frac{wL}{2}$$

3

$$R_A = \frac{Pb}{L} \quad R_B = \frac{Pa}{L}$$

7

$$M_A = \frac{wa^2}{12L^2}(6L^2 - 8aL + 3a^2)$$

$$M_B = -\frac{wa^3}{12L^2}(4L - 3a)$$

$$R_A = \frac{wa}{2L^3}(2L^3 - 2a^2L + a^3)$$

$$R_B = \frac{wa^3}{2L^3}(2L - a)$$

4

$$T_A = \frac{Tb}{L} \quad T_B = \frac{Ta}{L}$$

8

$$M_A = \frac{wL^2}{30} \quad M_B = -\frac{wL^2}{20}$$

$$R_A = \frac{3wL}{20} \quad R_B = \frac{7wL}{20}$$

**Table 4-1**  
Space Frame Member Stiffness Matrix

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$S_{Mij} =$	1	$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	$-\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0	
	2	0	$\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	$-\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	
	3	0	0	$\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$-\frac{6EI_y}{L^2}$	0	0	$\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$-\frac{6EI_y}{L^2}$	0	
	4	0	0	0	$\frac{GI_x}{L}$	0	0	0	0	$-\frac{GI_x}{L}$	0	0	
	5	0	0	$-\frac{6EI_x}{L^2}$	0	$\frac{4EI_x}{L}$	0	0	0	$\frac{6EI_x}{L^2}$	0	$\frac{2EI_x}{L}$	
	6	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{4EI_z}{L}$	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{2EI_z}{L}$
	7	$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0	$\frac{EA_x}{L}$	0	0	0	0	0
	8	0	$-\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	$\frac{12EI_z}{L^3}$	0	0	0	$-\frac{6EI_z}{L^2}$
	9	0	0	$-\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0	0	0	$\frac{12EI_y}{L^3}$	0	$\frac{6EI_y}{L^2}$	0
	10	0	0	0	$-\frac{GI_x}{L}$	0	0	0	0	0	$\frac{GI_x}{L}$	0	0
	11	0	0	$\frac{6EI_x}{L^2}$	0	$\frac{2EI_x}{L}$	0	0	0	$\frac{6EI_x}{L^2}$	0	$\frac{4EI_x}{L}$	0
	12	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{2EI_z}{L}$	0	$\frac{6EI_z}{L^2}$	0	0	0	$\frac{4EI_z}{L}$

**Table 4-38**  
Grid Member Stiffness Matrix for Structure Axes (Fig. 4-32c)

$S_{MSi} =$	$\frac{GI_x}{L} C_3^2 + \frac{4EI_z}{L} C_3^2$	$\left(\frac{GI_x}{L} - \frac{4EI_z}{L}\right) C_3 C_1$	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$-\frac{GI_x}{L} C_3^2 + \frac{2EI_z}{L} C_3^2$	$-\left(\frac{GI_x}{L} + \frac{2EI_z}{L}\right) C_3 C_1$	$-\frac{6EI_z}{L^2} C_1$
	$\left(\frac{GI_x}{L} - \frac{4EI_z}{L}\right) C_3 C_1$	$\frac{GI_x}{L} C_3^2 - \frac{4EI_z}{L} C_3^2$	$-\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$-\left(\frac{GI_x}{L} - \frac{2EI_z}{L}\right) C_3 C_1$	$-\frac{GI_x}{L} C_3^2 + \frac{2EI_z}{L} C_3^2$	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$
	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$-\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$\frac{12EI_z}{L}$	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$-\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$-\frac{12EI_z}{L}$
	$-\frac{GI_x}{L} C_3^2 - \frac{2EI_z}{L} C_3^2$	$-\left(\frac{GI_x}{L} + \frac{2EI_z}{L}\right) C_3 C_1$	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$\frac{GI_x}{L} C_3^2 - \frac{4EI_z}{L} C_3^2$	$\left(\frac{GI_x}{L} - \frac{4EI_z}{L}\right) C_3 C_1$	$-\frac{6EI_z}{L^2} C_1$
	$-\left(\frac{GI_x}{L} - \frac{2EI_z}{L}\right) C_3 C_1$	$-\frac{GI_x}{L} C_3^2 + \frac{2EI_z}{L} C_3^2$	$-\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$\left(\frac{GI_x}{L} - \frac{4EI_z}{L}\right) C_3 C_1$	$\frac{GI_x}{L} C_3^2 + \frac{4EI_z}{L} C_3^2$	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$
	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$-\frac{12EI_z}{L}$	$-\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$\frac{6EI_z}{L^2} C_1$	$\frac{12EI_z}{L}$

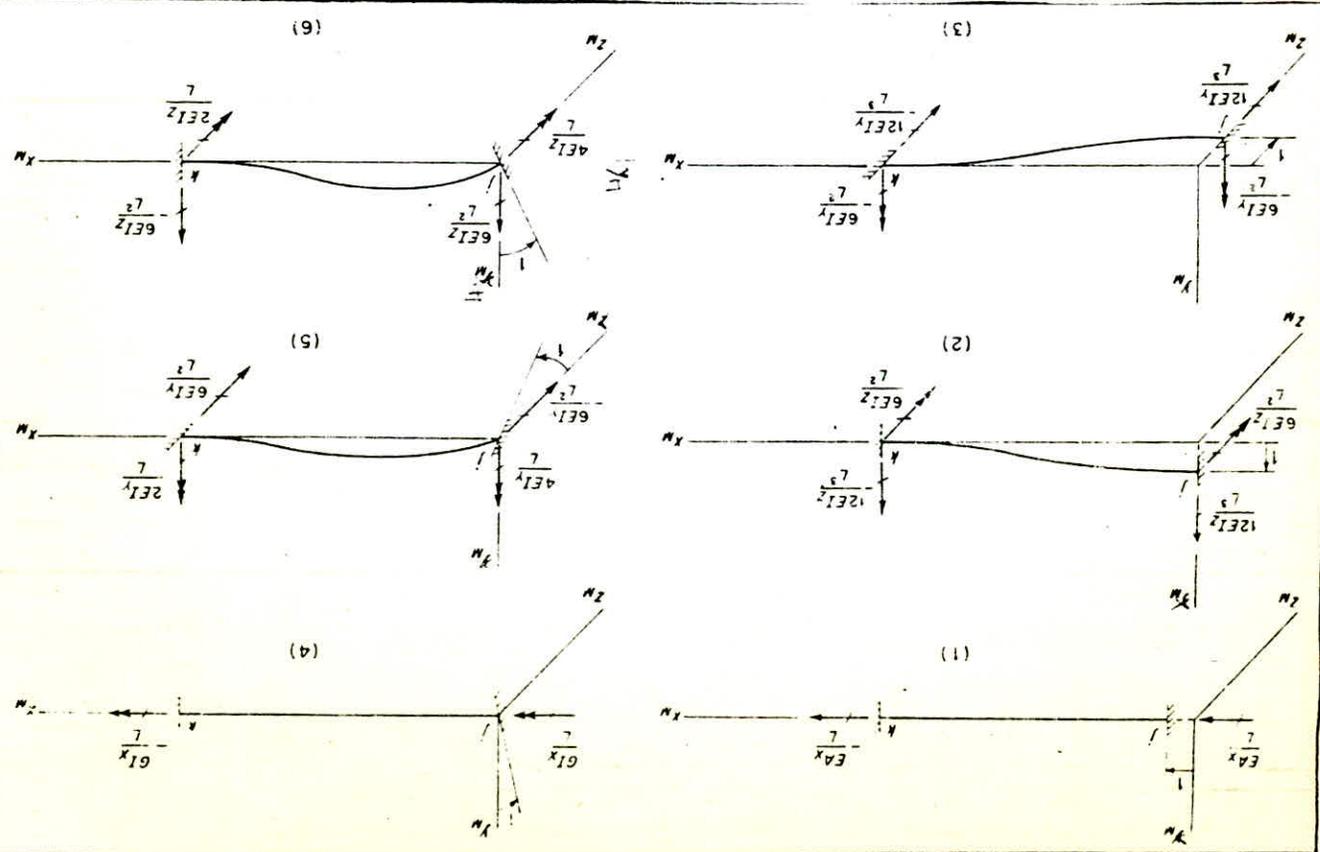
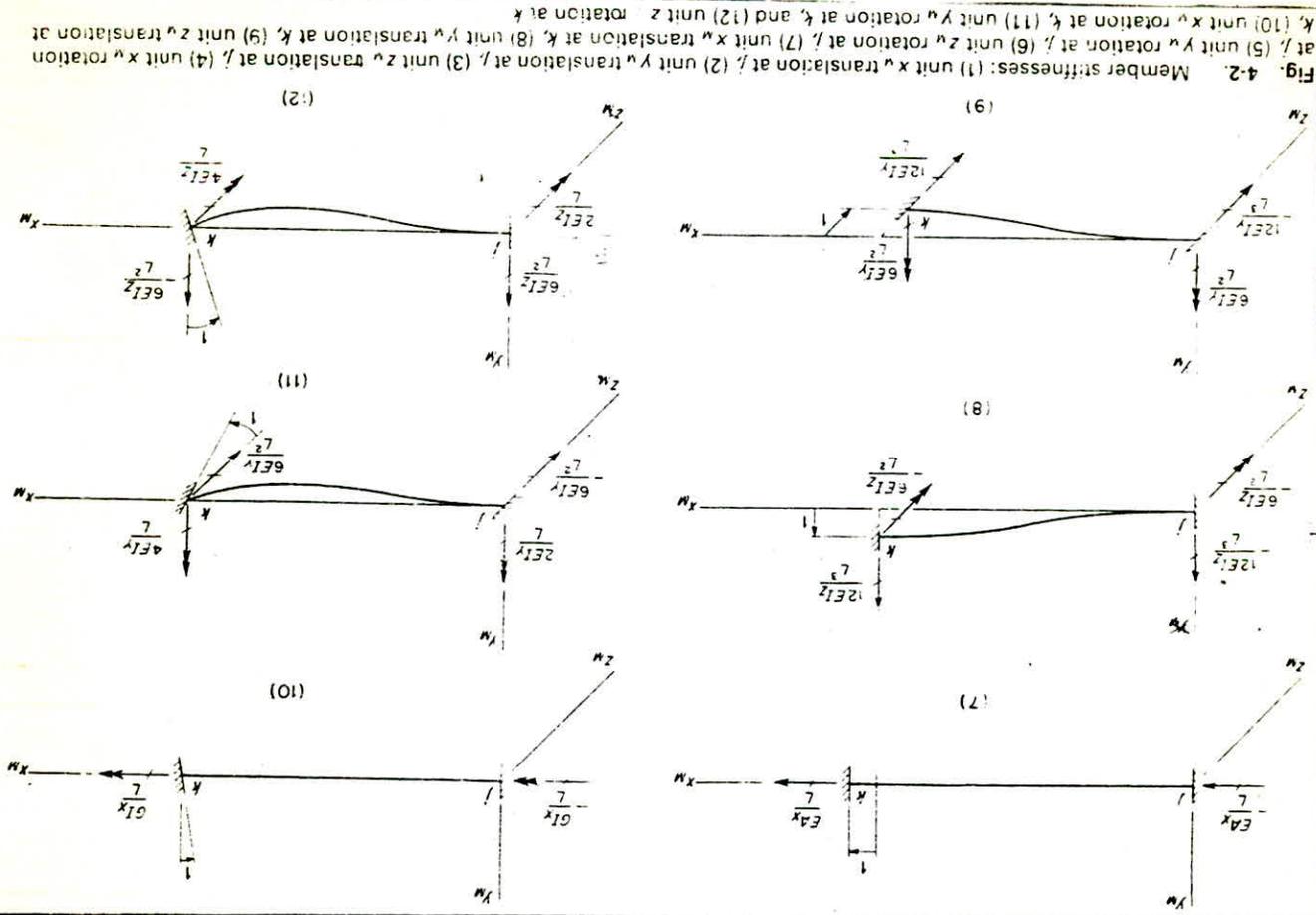


Fig. 4.2. Member stiffnesses: (1) unit  $x_u$  translation at  $j$ , (2) unit  $y_u$  translation at  $j$ , (3) unit  $z_u$  translation at  $j$ , (4) unit  $x_u$  rotation at  $j$ , (5) unit  $y_u$  rotation at  $j$ , (6) unit  $z_u$  rotation at  $j$ , (7) unit  $x_u$  translation at  $i$ , (8) unit  $y_u$  translation at  $i$ , (9) unit  $z_u$  translation at  $i$ , (10) unit  $x_u$  rotation at  $i$ , (11) unit  $y_u$  rotation at  $i$ , and (12) unit  $z_u$  rotation at  $i$ .

\*\*\*\*\*

## BIBLIOGRAPHIE

\*\*\*\*\*

- 1- Cours de Mécanique des sols  
J. COSTET et G. SANGLERAT , PARIS : Dunod, 1981-1983 .
- 2- Fondations et ouvrages en terre  
PHILIPPONAT, PARIS :eyrolles , 1979.
- 3- Analytical and computer methods in foundations engineering  
J. E. BOWLES
- 4- Foundation analysis and design  
J. E. BOWLES, NEW YORK: MCGRAW, 1968.
- 5- Etude des butées des ouvrages de fondations  
MARCEL et ANDRE REIMBERT, PARIS:eyrolles ,1974
- 6- Murs de soutènement : traité théorique et pratique  
M. REIMBERT, PARIS : EYROLLES ,1965-1969
- 7- Poussée des terres et stabilité des murs de soutènement  
DEVIDIAN, PARIS:eyrolles, 1966
- 8- Modélisation des structures pour calcul sur ordinateur  
A. CAPRA, M. HAUTCOEUR, PARIS: EYROLLES ,1983
- 9- Méthodes de calcul des rideaux de palplanches  
H. JOSSEAUME, E. N. S. M 1974
- 10- Documents SETRA DIVISION DES OUVRAGES D'ART
- 11- Revues L. C. P. C et I. T. B. T. P
- 12- cours de mécanique des sols  
BELKACEMI E. N. P
- 13- L'utilisation pratique des palplanches métalliques,  
leurs applications, leurs calcul et leurs choix  
A. COUARD, PARIS: BEZANGR 1949
- 14- Introduction à la méthode des éléments finis  
R. ROCKEY, PARIS:eyrolles 1979
- 15- Parois moulées dans le sol: techniques de réalisation,  
méthodes de calcul  
G. SCHNEEBELI, PARIS: eyrolles 1972

