

وزارة الجامعات والبحث العلمي  
Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
POLYTECHNIQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

## PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

INTERACTION SOL-STRUCTURE POUR  
DES STRUCTURES FONDEES  
SUPERFICIELLEMENT SOUMISES A UNE  
SOLLICITATION D'ORIGINE SISMIQUE.

Proposé par :

Mr ZEGHLACHE

Etudié par :

S. BOUZIANE  
H. BEKKI

Dirigé par :

Mr ZEGHLACHE

PROMOTION

1992

: ملخص

المهدف من هذا المشروع من جهة هو دراسة ظاهرة  
التأثير المتبادل بين التربة والمنشأة بسهولة عامة  
و من جهة اخرى البراز تأثير هذه الظاهرة على  
المنشآت السطحية ذوات الأساس الصلب .

#### RESUME

Le but de ce projet est d'une part d'etudier le phenomene  
d'interaction sol-structure et d'autre part de mettre en  
evidence ce phenomene pour des structures fondees superficiellement  
au moyen des fondations rigides .

#### SUMMARY

The goal of this project is firstly to study the soil-structure  
interaction and secondly to evaluate this interaction in this  
case of structure with rigid base fondeed on the surface .

### DEDICACES

*Je dedie ce travail à :*

- *Mes très chers parents .*
- *Mes très chers frères et soeurs .*
- *Toute la famille .*
- *Mes amis .*

*B. SALAH*

*Je dedis ce travail à :*

- *Ma mère*
- *Mon père*
- *Mes chers amis*

*B.HADJ*

## SOMMAIRE

|  |    |
|--|----|
| CHAPITRE I > INTRODUCTION . . . . .  | 1  |
| CHAPITRE II > FORMULATION ET RESOLUTION GENERALE DE L'EQUATION<br>DE MOUVEMENT |    |
| 1> Formulation générale de l'équation de<br>mouvement . . . . .                | 2  |
| 2> Résolution de l'équation de mouvement . . . . .                             | 2  |
| 2.1> Etude dans le domaine des temps . . . . .                                 | 3  |
| A> Méthodes d'intégrations directes . . . . .                                  | 3  |
| A.1> Méthode de différence centrales . . . . .                                 | 4  |
| A.2> Méthode de Houbolt . . . . .  | 4  |
| A.3> Méthode de l'accélération linéaire . . . . .                              | 5  |
| A.4> Méthode de Newmak . . . . .   | 7  |
| A.5> Méthode de $\theta$ Wilson . . . . .                                      | 8  |
| B> Méthode de superposition des modes . . . . .                                | 9  |
| 2.2> Etude dans le domaine des fréquences . . . . .                            | 11 |
| 2.2.1> Equation de base de l'étude<br>dans le domaine des fréquences . . . . . | 12 |
| 2.2.2> Transformation dite rapide<br>de Fourier . . . . .                      | 13 |
| 2.3> Etude d'après un Spectre de réponse . . . . .                             | 14 |
| ( Méthode spectrale )  |    |
| CHAPITRE III > DYNAMIQUE DES STRUCTURES  |    |
| 1> Méthodes de discretisation  |    |
| 1.1> Concentration des masses . . . . .  | 16 |

2.1> Méthodes numériques . . . . . 62  
 2.2> Méthodes analytiques . . . . . 63  
 3> Forme générale des fonctions d'impédance . 64  
 4> Fonctions d'impédance indépendantes de  
     la fréquence . . . . . 66  
 5> Fonctions d'impédance ramenées au  
     centre de gravité de la fondation . . . . . 68

**CHAPITRE VI : PROGRAMMATION**

1> Systeme à un seul degré de liberté . . . . . 70  
     A> Structure encastree a sa base . . . . . 71  
         A.1> Etude dans le domaine des temps . . . 71  
         A.2> Etude dans le domaine des fréquences . 72  
     B> Interaction sol-structure . . . . . 73  
 2> Interaction à plusieurs degrés de liberté . 74  
     A> structure encastree à sa base . . . . . 75  
     B> Interaction sol-structure . . . . . 76

**CHAPITRE VII : RESULTATS . . . . . 77**

**CHAPITRE VIII : CONCLUSION . . . . . 78**

**ANNEXE . . . . . 79**

**BIBLIOGRAPHIE**

**INTRODUCTION :**

Les désordres et les conséquences engendrés par les seismes, ont fait que la prise en compte du risque sismique dans la conception des ouvrages devienne nécessaire et ont contribué au développement des méthodes d'analyse du comportement des structures sous l'action des charges dynamiques.

Les premières méthodes d'analyse utilisées pour la détermination de la réponse sismique d'une structure ont été basées sur l'hypothèse de la rigidité infinie du sol qui supporte la structure, par conséquent l'influence du sol et l'action réciproque du sol et de la structure n'étaient pas prises en compte dans les calculs. En réalité le sol a une rigidité finie et de plus il a une influence notable sur le comportement dynamique des structures.

Ces dernières décennies, ces méthodes d'analyse ont connu un essor considérable qui s'est amplifié par les exigences rigoureuses de sécurité imposées à la conception des ouvrages importants tels que : les centrales nucléaires.

De nombreuses études faites dans ce domaine ont montré que lorsqu'une structure est soumise à une sollicitation (seisme), les efforts engendrés créent une variation des contraintes dans le sol de la fondation, d'où des perturbations du mouvement du sol vierge, qui vont à leur tour influencer sur la réponse de la structure, ce phénomène est appelé "Interaction sol-structure".

L'objet de ce présent projet est d'étudier l'effet de l'interaction sol-structure pour des structures (à un et à plusieurs degrés de liberté, et de faire une comparaison avec les résultats donnés par les mêmes structures, mais supposées encastrees à la base, pour mettre en évidence d'interaction sol-structure.



**CHAPITRE II**

**FORMULATION ET RESOLUTION  
GENERALE DE L'EQUATION  
DE MOUVEMENT**

Chapitre II

FORMULATION ET RESOLUTION GENERALE  
DE L'EQUATION DE MOUVEMENT

1- FORMULATION GENERALE DE L'EQUATION DE MOUVEMENT :

Soit un système à plusieurs degrés de liberté, caractérisé par les matrices  $K$ ,  $M$ ,  $C$  qui représentent respectivement la matrice rigidité, matrice masse et matrice amortissement.

Si on applique des forces variables dans le temps  $P_i(t)$ , il résulte des déformations dans la structure caractérisée par un vecteur déplacement noté  $U$ , les forces agissant sur la structure sont :

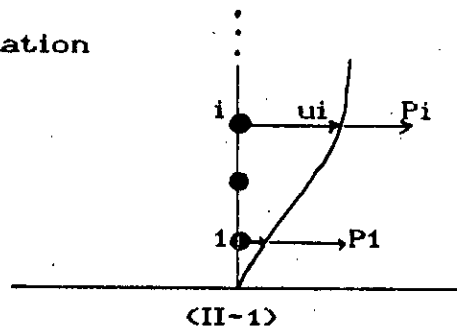
- les forces élastiques de rappel :  $F_1 = - K U$
- les forces d'amortissement :  $F_2 = - C \dot{U}$
- les forces d'excitation :  $P(t)$

L'équilibre des forces amène à l'équation de mouvement suivante :

$$F_1 + F_2 + p(t) = M \ddot{U}$$

ou bien :

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + K U = p(t)$$



où  $\ddot{u}$  et  $\dot{U}$  représentent les vecteurs accélération et vitesse.

2- RESOLUTION DE L'EQUATION DE MOUVEMENT :

Les méthodes de résolution se regroupent en deux, l'une nécessite les données du spectre de réponse de la secousse sismique et l'autre nécessite les données d'un accélérogramme.

La première méthode consiste en la recherche du maximum de réponse sur chacun des modes propres et d'en déduire la valeur maximale probable des efforts.



La deuxième méthode consiste à faire l'étude de la réponse de la structure suivant deux domaines :

- domaine des temps
- domaine des fréquences

### 2.1- Etude dans le domaine des temps :

Les méthodes de résolution utilisées , peuvent se regrouper en deux à savoir les méthodes d'intégration directe et la méthode de superposition des modes .

Le choix et l'application des deux méthodes est basé uniquement sur l'efficacité numérique .

#### A/ Méthodes d'intégration directe :

Ces méthodes consistent à faire une intégration numérique directe sans passer par les transformations.

De plus elles considèrent que la solution de l'équation de mouvement est approximative et n'est connue que dans des points déterminés , tout en supposant une allure de variation des accélérations de vitesses et de déplacements.

C'est le type de l'approche de ces variations (linéaires, paraboliques,...) qui différencie une méthode d'intégration directe d'une autre.

Le principe d'intégration directe peut se résumer comme suit :

Etant donné que  $U_0$ ,  $\dot{U}_0$ ,  $\ddot{U}_0$  sont connus à l'instant  $t$  égal à zéro. On cherche la solution sur un intervalle  $[ 0 , T ]$  . On subdivise ce dernier en "n" intervalles de même longueur  $\Delta t$  nommé "pas" :

$$\Delta t = T / n$$

On essaye alors d'approcher la solution dans les points :

$$t = 0, \Delta t, 2\Delta t, \dots, T-\Delta t, T$$

La solution est calculée à un instant  $t+\Delta t$  à partir de l'équation (II-1) à l'aide d'un certain algorithme , et ce en fonction de la solution à l'instant "t" comme on déjà calculée.

A.1/ Methode de differences centrales :

Dans la mesure où l'équation (II-1) de mouvement est une équation différentielle, il convient bien d'utiliser les différences finies par la résolution.

En utilisant les approximations aux différences finies, on peut exprimer l'accélération et la vitesse comme suit :

$$\ddot{U}_t = 1/\Delta t^2 (U_{t-\Delta t} - 2U_t + U_{t+\Delta t}) \quad \dots (II-2)$$

$$\dot{U}_t = 1/2\Delta t (U_{t+\Delta t} - U_{t-\Delta t}) \quad \dots (II-3)$$

Le déplacement à l'instant  $t+\Delta t$  s'obtient en considérant l'équation d'équilibre à l'instant  $t$  :

$$M \ddot{U}_t + C \dot{U}_t + K U = P_t$$

En substituant l'équation (II-2) et (II-3) dans cette dernière, on obtient :

$$(1/\Delta t^2 M + C/2\Delta t) U_{t+\Delta t} = P_t - (K - 2/\Delta t^2 M) U_t - (1/\Delta t^2 M - 1/2\Delta t C) U_{t-\Delta t}$$

Ainsi, cette méthode est appelée méthode d'intégration explicite, contrairement aux autres méthodes d'intégration implicites qui utilisent les conditions d'équilibre à l'instant  $t+\Delta t$ .

A.2/ Methode de HOUBOLT :

Analogiquement à la méthode des différences centrales, mais en utilisant des approximations aux différences finies développées, il résulte :

$$\ddot{U}_{t+\Delta t} = 1/\Delta t^2 (2U_{t+\Delta t} - 5U_t + 4U_{t-\Delta t} - U_{t-2\Delta t}) \dots (II-4)$$

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = 1/6\Delta t (11U_{t+\Delta t} - 18U_t + 9U_{t-\Delta t} - 2U_{t-2\Delta t}) \dots (II-5)$$

L'équation d'équilibre à l'instant  $t+\Delta t$ , s'écrit :

$$M \ddot{U}_{t+\Delta t} + C \dot{U}_{t+\Delta t} + K U_{t+\Delta t} = P_{t+\Delta t} \dots (II-6)$$

En substituant (II-4) et (II-5) dans (II-6), on obtient :

$$\begin{aligned} (2/\Delta t^2 M + 11/6\Delta t C + K)U_{t+\Delta t} &= P_{t+\Delta t} + (5/\Delta t^2 M + 3/\Delta t C) U_t \\ &- (4/\Delta t^2 M + 3/2\Delta t C) U_{t-\Delta t} \\ &+ (1/\Delta t^2 M + 1/3\Delta t C) U_{t-2\Delta t} \dots (II-7) \end{aligned}$$

Ainsi, on déduit le déplacement à l'instant  $t+\Delta t$

#### 4.3/ Méthode de l'accélération linéaire :

Ce procédé numérique comporte deux approximations :

- (a) l'accélération varie linéairement
- (b) les caractéristiques d'amortissement et de rigidité restent constantes sur tout l'incrément de temps.

A partir de ces deux hypothèses, on peut écrire :

$$\Delta \dot{U}(t) = \dot{U}(t) \Delta t + \Delta \ddot{U}(t) \Delta t/2$$

$$\Delta U(t) = \dot{U}(t) \Delta t + U(t) \Delta t^2/2 + \Delta \ddot{U}(t) \Delta t^2/2$$

d/ Calculer l'incrément de vitesse à partir de l'équation :

$$\Delta \dot{U}(t) = \dot{U}(t) \Delta t + \Delta \dot{U}(t) \Delta t/2$$

e/ Enfin, calculer les vecteurs vitesse et déplacement à la fin de l'incrément de temps à partir de :

$$\dot{U}(t+\Delta t) = \dot{U}(t) + \Delta \dot{U}(t)$$

$$U(t+\Delta t) = U(t) + \Delta U(t)$$

A.4/ Methode de NEWMARK :

La méthode de NEWMARK peut être considérée comme une extension de la méthode de l'accélération linéaire.

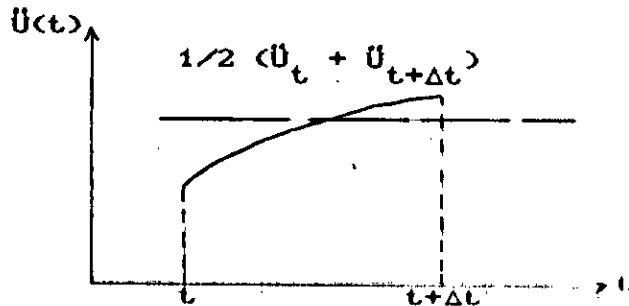
Dans cette approche , on utilise les developpements :

$$\dot{U}_{t+\Delta t} = \dot{U}_t + [(1-a) \ddot{U}_t + a \ddot{U}_{t+\Delta t}] \Delta t$$

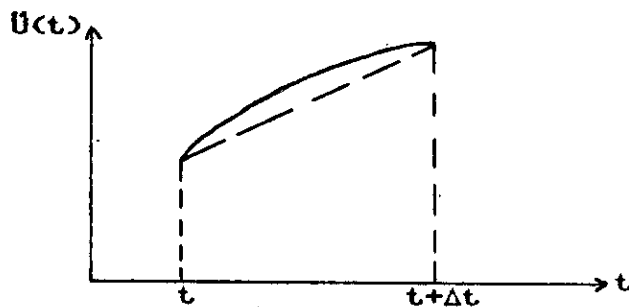
$$U_{t+\Delta t} = U_t + \Delta t \dot{U}_t + \Delta t^2/2 [(1-b) \ddot{U}_t + b \ddot{U}_{t+\Delta t}]$$

où a,b sont des coefficients réels, se déterminent en faisant une analyse de stabilité de la méthode .

- Lorsque  $a = b = 1/2$ , ces approximations consistent à considérer une accélération moyenne sur un intervalle  $[t, t + \Delta t]$ .



- Lorsque  $a = 1/2$  et  $b = 1/3$ , on considère une accélération linéaire sur l'intervalle  $[t, t + \Delta t]$



En substituant  $\dot{U}_{t+\Delta t}, \ddot{U}_{t+\Delta t}$  dans l'équation de mouvement écrite à l'instant  $t+\Delta t$ , on retrouve le système d'équations linéaires:

$$\bar{K} U_{t+\Delta t} = \bar{P}_{t+\Delta t} \quad \dots (II-10)$$

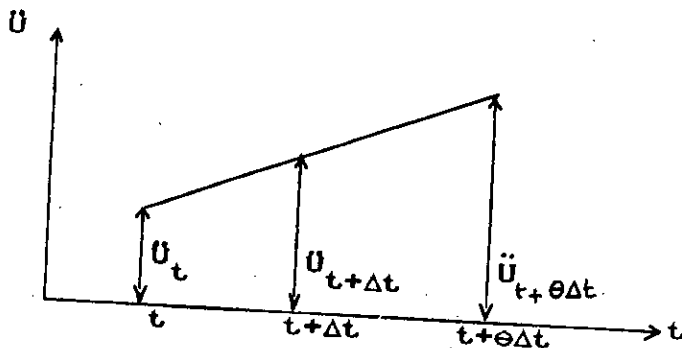
où :  $\bar{K} = M + \Delta t \cdot a \cdot C + \Delta t^2/2 \cdot b \cdot K$   
 et  $\bar{P}_{t+\Delta t} = \Delta t^2/2 \cdot b \cdot P_{t+\Delta t} + M(U_t + \Delta t \cdot \dot{U}_t + \Delta t^2/2 (1-b) \ddot{U}_t)$   
 $+ C (\Delta t \cdot a \cdot U_t + \Delta t^2/2 (2a-b) \dot{U}_t + \Delta t^3/2 (a-b) \ddot{U}_t)$

Après résolution du système (II-10), il faut calculer  $\ddot{U}_{t+\Delta t}$  puis  $\dot{U}_{t+\Delta t}$  et ce à l'aide des développements limités, on parcourt ainsi les points  $t = i\Delta t$ .

A.5/ Méthode de  $\theta$  WILSON :

La méthode de l'accélération linéaire et de NEWMARK sont toutes les deux conditionnellement stables, c'est à dire elles ne convergent que pour un intervalle d'intégration choisi en fonction des périodes de vibration.

Le pas d'intégration pour lequel la méthode d'accélération linéaire converge parfaitement est :  $\tau = \theta \Delta t$  où  $\theta > 1,37$ , la méthode de  $\theta$  WILSON est extension de la méthode d'accélération linéaire, car elle suppose que l'accélération varie linéairement sur un intervalle plus long  $\theta \Delta t$  avec :  $\theta > 1,37$  ( $\theta$  est en général pris égal à 1,4).  
 Ce choix de  $\theta$  est fait pour rendre la méthode inconditionnellement stable.



D'après la courbe décrivant la variation linéaire de l'accélération on peut tirer :

$$\ddot{U}_{t+\tau} = (\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}_t) \tau / \theta\Delta t \quad \dots(\text{II-11})$$

En intégrant cette équation, on obtient :

$$\dot{U}_{t+\tau} = (\dot{U}_{t+\theta\Delta t} - \dot{U}_t) \tau^2 / 2\theta\Delta t + \dot{U}_t \tau + \text{cte}(t)$$

pour  $\tau = 0 \rightarrow \dot{U}_t = \text{Cte}(t)$

d'où :

$$\dot{U}_{t+\tau} = \dot{U}_t + \tau \ddot{U}_t + (\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}_t) \tau^2 / 2\theta\Delta t \quad \dots(\text{II-12})$$

L'intégration de l'équation (II-12) amène à :

$$U_{t+\tau} = \dot{U}_t \tau + 1/2 \tau^2 \ddot{U}_t + \tau^3 / 6\theta\Delta t (\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}_t) + U_t \quad \dots(\text{II-13})$$

et pour :  $t + \tau = t + \theta \Delta t$ , on a :

$$U_{t+\theta\Delta t} = U_t + \theta\Delta t \dot{U}_t + \theta^2\Delta t^2 / 6 (\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} + 2\ddot{U}_t) \quad \dots(\text{II-14})$$

d'où :

$$\begin{aligned} \ddot{U}_{t+\theta\Delta t} &= 6/\theta^2\Delta t^2 (U_{t+\theta\Delta t} - U_t) - 6/\theta\Delta t \dot{U}_t - 2\ddot{U}_t \\ \ddot{U}_{t+\theta\Delta t} &= 3/\theta \Delta t (\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}_t) - 2\dot{U}_t - \theta\Delta t/2 \ddot{U}_t \end{aligned}$$

### B- Méthode de superposition des modes :

La méthode de superposition des modes est exclusivement utilisable pour des systèmes linéaires et peut être décrite par les étapes suivantes :

#### a/ Decouplage de mouvement :

On découple le vecteur "U" selon les "n" modes de vibration qui servent de base pour les déplacements :

$$U = \sum_{i=1}^n Y_i \phi_i$$

donc  $\dot{U} = \sum_{i=1}^n \dot{Y}_i \phi_i$  et  $\ddot{U} = \sum_{i=1}^n \ddot{Y}_i \phi_i$

l'équation de mouvement s'écrit alors :

$$M \sum_{i=1}^n \ddot{Y}_i \phi_i + C \sum_{i=1}^n \dot{Y}_i \phi_i + K \sum_{i=1}^n Y_i \phi_i = P(t)$$

pour calculer  $Y_i$ , on multiplie les deux membres de cette équation par le vecteur  $\phi_j^t$  (transposé du vecteur modal  $\phi_j$ ) :

$$\phi_j^t M \sum_{i=1}^n \ddot{Y}_i \phi_i + \phi_j^t C \sum_{i=1}^n \dot{Y}_i \phi_i + \phi_j^t K \sum_{i=1}^n Y_i \phi_i = \phi_j^t P(t)$$

on sait que les conditions d'orthogonalité

$$\phi_j^t M \phi_i = 0$$

si  $i \neq j$

$$\phi_j^t C \phi_i = 0$$

$$\phi_j^t K \phi_i = 0$$

Après développement et élimination des termes nuls, l'équation précédente devienne :

$$\phi_j^t M \phi_j \ddot{Y}_j + \phi_j^t C \phi_j \dot{Y}_j + \phi_j^t K \phi_j Y_j = \phi_j^t P(t)$$

ou bien :

$$M_j \ddot{Y}_j + C_j \dot{Y}_j + K_j Y_j = P_j(t)$$

avec :  $M_j = \phi_j^t M \phi_j$  : masse généralisée

$$K_j = \phi_j^t K \phi_j = \omega_j^2 M_j : \text{rigidité généralisée}$$

$$P_j(t) = \phi_j^t P(t) : \text{chargement généralisé}$$

$$C_j = 2\xi_j \omega_j M_j$$

La dernière equation peut s'écrire sous la forme :

$$\ddot{Y}_j + 2\xi_j w_j \dot{Y}_j + w_j^2 Y_j = P_j(t) / M_j \quad \dots(*)$$

b/ Resolution :

L'équation (\*) trouvée en (a) peut être résolue par l'intégrale DUHAMEL :

$$Y_j(t) = 1/M_j w_{\Delta j} \int_0^t P_j(\tau) e^{-\xi_j w_j (t-\tau)} \sin w_{\Delta j} (t-\tau) d\tau$$

avec :  $w_{\Delta j} = w_j \sqrt{1 - \xi_j^2}$  : Pulsation dynamique

c/ Calcul numerique de l'intégrale DUHAMEL :

$$y_j(t) = A(t) \sin w_{\Delta j} t - B(t) \cos w_{\Delta j} t$$

avec :

$$A(t) = 1/M_j w_{\Delta j} \int_0^t P_j(\tau) e^{\xi_j w_j \tau} / e^{\xi_j w_j t} \cos w_{\Delta j} \tau d\tau$$

$$B(t) = 1/M_j w_{\Delta j} \int_0^t P_j(\tau) e^{\xi_j w_j \tau} / e^{\xi_j w_j t} \sin w_{\Delta j} \tau d\tau$$

A(t) et B(t) se calculent par les méthodes d'intégration approximatives telle que la méthode des trapèzes ou la méthode de SIMPSON.

d/ Superposition des modes :

$$[U(t)] = [\phi] [y(t)]$$

II.2.2- Etude dans le domaine des frequences :

L'étude dans le domaine des temps est complètement générale et peut servir à déterminer la réponse de tout système linéaire soumis à une excitation, mais il est parfois plus commode d'effectuer l'étude dans le domaine des fréquences. La méthode consiste à exprimer le changement appliqué au moyen de composants harmoniques, à calculer la réponse de la structure à chaque composante, et à



superposer enfin les réponses harmoniques pour obtenir la réponse totale.

II.2.2.1/ Equation de base de l'étude dans le domaine des fréquences :

Soit un chargement exprimé en fonction en série de Fourier :

$$f(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n e^{-i n \bar{\omega}_1 t} \quad \dots(\text{II-15})$$

avec :

$$C_n = 1/T_p \int_0^{T_p} f(t) e^{-i n \bar{\omega}_1 t} dt \quad \dots(\text{II-16})$$

et  $\bar{\omega}_1 = 2\pi/T_p$

En utilisant une notation définie comme suit :

$$1/T_p = \bar{\omega}_1 / 2\pi = \Delta\bar{\omega} / 2\pi$$

$$n \bar{\omega}_1 = n \Delta\bar{\omega} = \bar{\omega}_n$$

$$C_n = 1/T_p C(\bar{\omega}_n) = \Delta\bar{\omega}/\pi C(\bar{\omega}_n)$$

les equations (II-15) et (II-16) deviennent :

$$f(t) = \Delta\bar{\omega} / 2\pi \sum_{-\infty}^{+\infty} C(\bar{\omega}_n) e^{-i \bar{\omega}_n t}$$

$$C(\bar{\omega}_n) = T_p C_n = \int_{-T_p/2}^{T_p/2} f(t) e^{-i \bar{\omega}_n t} dt$$

si :  $T_p \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta\bar{\omega} \rightarrow d\bar{\omega}$  donc :

$$f(t) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} C(\bar{\omega}) e^{i\bar{\omega}t} d\bar{\omega} \quad \dots(\text{II-17})$$

et :

$$C(\bar{\omega}) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\bar{\omega}t} dt \quad \dots(\text{II-18})^*$$

Les deux intégrales (II-17) et (II-18) sont connues sous le nom de formules de réciprocity de Fourier parceque la fonction du temps peut se deduire de la fonction de la fréquence et vice-versa par des procédés équivalents.

L'équation de mouvement pour une fonction d'excitation  $P(t)$  unité :

$$M\ddot{y}_j(t) + 2\xi\dot{y}_j(t) + k y_j(t) = P(t)$$

La solution en regime permanent est de la forme :

$$y_j(t) = H(\bar{w}) e^{i\bar{w}t}$$

avec :

$H(\bar{w})$ : fonction de réponse en fréquence complexe qui est donnée par la formule suivante :

$$H(\bar{w}) = 1 / K(-\beta^2 + 2i\beta\xi + 1) ; \beta = \bar{w} / w$$

donc : L'équation de base de l'étude de la réponse dans le domaine des fréquences :

$$y(t) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} H(\bar{w}) C(\bar{w}) e^{i\bar{w}t} dt \quad \dots(\text{II-19})$$

$$H(\bar{w}_1) = 1 / K(-n^2\beta^2 + 2i\beta\xi + 1) ; \beta_1 = \bar{w}_1 / w$$

### 2.2.2- Transformation dite rapide de Fourier (FFT) :

Si on divise l'intervalle d'une période  $T_p$  en intervalles élémentaires :

$$\Delta t = T_p / N_p$$

Le chargement  $f(t)$  est représenté par des points échantillonnés  $t = k.\Delta t$ , et l'intégrale donnant les coefficients peut se mettre sous la forme :

$$C_n = \Delta t / T \sum_{k=0}^{N_p-1} f(k) e^{-in\omega_1 k \Delta t}$$

ou encore :

$$C_n = 1/N_p \sum_{k=0}^{N_p-1} f(k) e^{-i2\pi/N_p nk} \quad \dots(\text{II-20})$$

on peut remarquer :  $C_{N_p-n} = C_{-n}$

en effet :

$$C_{N_p-n} = 1/N_p \sum_{k=0}^{N_p-1} f(k) e^{-i2\pi/N_p k(N_p-n)}$$

$$\text{or : } e^{-i2\pi X N_p k(N_p-n)} = e^{-i2\pi/N_p kn}$$

On peut donc effectuer la transformation inverse, c'est à dire connaissant les coefficients  $C_n$  du chargement en déduire la fonction  $f(t)$  :

$$f(k) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_n e^{-i2\pi/N_p kn}$$

En supposant que l'on connait les coefficients  $C_n$  de  $C_{-Np/2}$  à  $C_{Np/2}$  et que les autres peuvent être négligés, on peut écrire :

$$f(k) = \sum_{-Np/2}^{Np/2} C_n e^{-i2\pi/Np kn}$$

et comme :  $C_{Np-n} = C_{-n}$

$$\Rightarrow f(k) = \sum_{n=0}^{Np-1} C_n e^{i 2\pi/Np n k} \dots (II-21)$$

Remarque :

Pour calculer la transformée directe ou la transformée inverse de Fourier, on utilise l'algorithme de "COOLEY-TUKEY" (qui va être exposé dans le chapitre 3 - dynamique des structures - ).

Cet algorithme permet connaissant un vecteur force par points échantillonnés de déterminer les coefficients de Fourier ' $C_n$ ', ou réciproquement connaissant les coefficients de Fourier de donner une représentation par points de ce vecteur.

### 2.3- Etude d'après un spectre de reponse :

( Méthode spectrale ) :

Cette méthode est une simplification de la première, elle suppose que l'excitation sismique agisse dans une direction donnée et défini par le spectre de réponse de la structure.

Le calcul des efforts peut être décrit comme suit :

- a/ calcul des modes propres de vibrations
- b/ calcul des réponses modales

On étudie la réponse pour chaque mode propre de vibration séparément, en utilisant les deux spectres suivants :

\* spectre de déplacements :

les déplacements selon le mode  $j$  sont données par :  $X_j = x_j a_j \phi_j$

avec :  $a_j$  : étant coefficient de répartition

$$a_j = \frac{\sum_{k=1}^n m_k \phi_{kj}}{\sum_{k=1}^n m_k \phi_{kj}^2} \phi_{kj}$$

$x_j$  : étant la valeur lue sur le spectre .

$\phi_j$  étant le vecteur propre du mode j

Les efforts dans chaque élément de la structure sont ensuite calculées d'après les déformations qui résultent de ces déplacements.

\* spectre des accélérations :

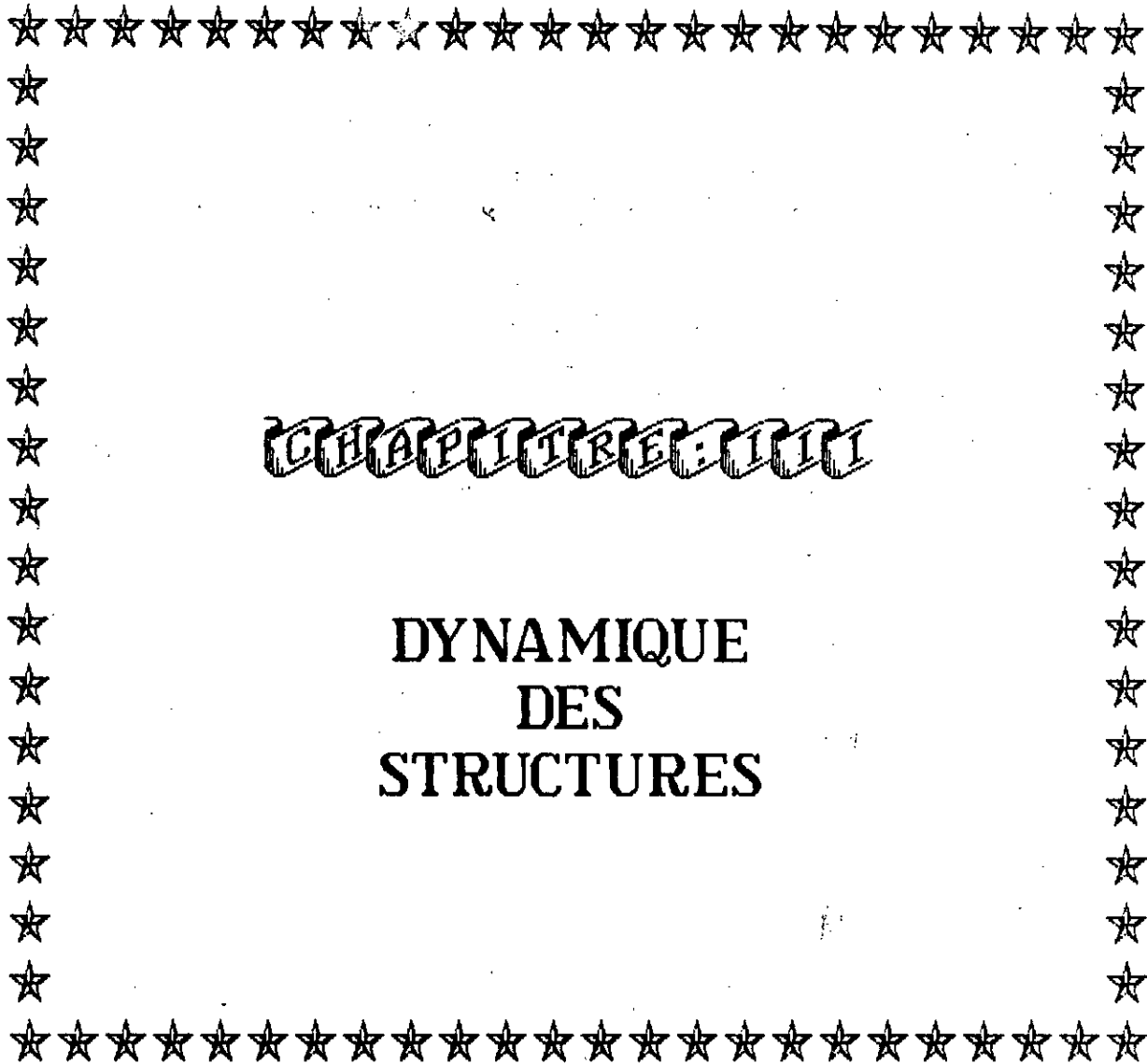
les pseudo-accelerations à appliquer aux masses sont données par :

$$\Gamma_j = \gamma_j a_j \phi_j$$

où

$\gamma_j$  est la valeur lue sur le spectre

Les forces statiques équivalentes sont le produit des masses par les pseudo-accelerations , appliquées à la structure, elles engendrent des déplacements et des efforts que l'on peut calculer par les méthodes usuels de la R.D.M.



**CHAPITRE III**

**DYNAMIQUE  
DES  
STRUCTURES**

## Chapitre III

## DYNAMIQUE DES STRUCTURES

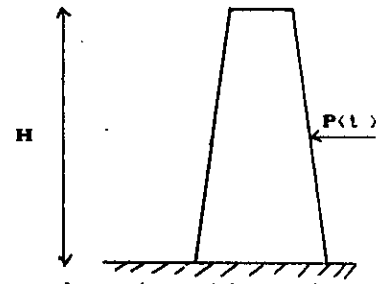
Une structure à plusieurs degrés de liberté, encastree à sa base, est composée de plusieurs masses et une base fixe. Ces différents éléments (masses) sont reliés entre eux par des ressorts et amortisseurs.

L'étude de structures encastrees fait appel aux méthodes de discrétisation par lesquelles le système considéré se prête à l'analyse mathématique.

## 1- METHODES DE DISCRETISATION :

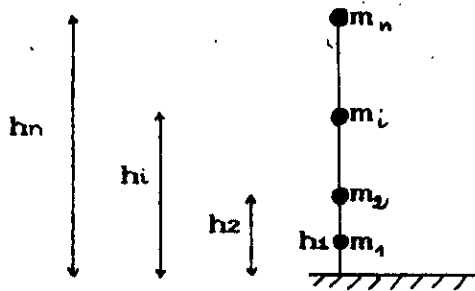
1.1- Concentration des masses :

En considérant le système dynamique ci-contre, il est évident que son étude est rendue considérablement plus complexe par le fait que les forces d'inertie sont produites par les déplacements de la structure, ces déplacements étant eux-mêmes influencés par les inerties des mêmes forces d'inertie .



Comme la masse de la structure est répartie de manière continue, les déplacements et les accélérations doivent être définis en chaque point de son axe si on veut que les forces d'inertie soient parfaitement définies. Il est dans ce cas nécessaire de formuler le problème à l'aide des équations aux dérivées partielles, car il faut prendre pour variable indépendantes à la fois le temps et la variable de position le long de la structure. Mais si la masse de la structure est considérée en un certain nombre de points séparés (ou discrets) comme le montre la figure ci-après , le problème se trouve grandement simplifié car les forces d'inertie ne peuvent

alors apparaitre en aucun autre point. Dans ce cas, il est nécessaire de définir les déplacements et les accélérations qu'en ces points.



Le nombre de composantes de déplacements à considérer pour pouvoir représenter les effets de toutes les forces d'inerties qui interviennent dans une structure peut-être appelé "nombre de degrés de liberté dynamiques de la structure". Si par exemple les déplacements du système ci-dessus sont contraints de sorte que les "n" points massiques ne puissent se déplacer que dans des directions horizontales, on dira qu'il s'agit d'un système à "n" degré de liberté.

### 1-2 Déplacements généralisés:

Cette méthode est utilisée pour limiter le nombre de degrés de liberté ( surtout dans le cas où la masse de système est uniformément répartie ). Elle est fondée sur l'hypothèse selon laquelle la déformée, c'est à dire l'ensemble des flèches définissant la configuration de la structure après déplacement, peut être exprimée comme une combinaison linéaire de certains motifs de déplacements; ces motifs jouent le rôle de coordonnées dans lesquelles on exprime les déplacements de la structure. En fait on peut utiliser n'importe quelle famille de motifs  $\varphi_n(x)$  compatible avec les conditions géométriques imposées par les appuis, et qui préservent la continuité voulue des déplacements internes. une expression généralisée pour les déplacements de

toute structure unidirectionnelle peut donc s'écrire :

$U(x) = \sum_n Z_n \varphi_n(x)$  , avec  $Z_n$  : représentent les coordonnées généralisées

1-3 Méthode des éléments finis :

Cette méthode permet d'exprimer les déplacements d'une structure donnée à l'aide d'un nombre fini de coordonnées discrètes de déplacements .

Elle combine certaines caractéristiques des procédés de concentration des masses et des coordonnées généralisées, et connaît à présent un grand succès. L'idéalisation de type éléments finis est applicable à des structures de tous genres.

2- FORMULATION DE L'EQUATION DE MOUVEMENT  
D'UNE STRUCTURE ENCASTREE

Considérons un système à " n " degrés de liberté comme l'indique la figure ci-contre:

Le point " E " est soumis à un déplacement horizontal  $U_g(t)$ , Les déplacements de la structure sont mesurés, soit dans repère relatif lié au point " E " (déplacement  $U(t)$ ), soit dans un repère absolu (déplacement  $V(t)$ ).

Le déplacement absolu de la structure a pour expression :

$$V(t) = U(t) + B U_g(t) , \text{ avec } B \text{ est un vecteur unitaire.}$$

Les forces agissant sur un tel système sont :

-Forces de rappel proportionnelles aux déplacements relatifs  $U(t)$ :

$$F_1 = - K U$$

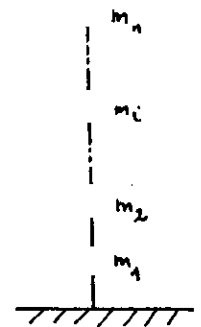
-Forces d'amortissements supposées proportionnelles aux vitesses relatives :

$$F_2 = - C \dot{U}$$

L'équation d'équilibre dans le repère absolu , s'écrit :

$$F_1 + F_2 = M \dot{V}$$

ou bien  $M \ddot{U} + C \dot{U} + K U = - M B \ddot{U}_g$





### 3- DETERMINATION DES MATRICES CARACTERISANT LES PROPRIETES DE LA STRUCTURE :

#### a- Matrice Masse :

##### a.1- Matrice de masses cohérentes :

Cette matrice est obtenue en considérant les coefficients d'influence de masse qui ne sont autres que les forces d'inertie s'opposant à des accélérations unités.

Ces forces d'inertie ont pour expression :

$$f_i(x) = m(x) \ddot{u}(x)$$

où  $x$  est l'abscisse du point qui subit un déplacement engendré par une accélération appliquée au point  $i$ .

$\ddot{u}(x)$  est l'accélération appliquée au point  $i$ .

$\psi_i(x)$  représente une fonction d'interpolation choisie pour exprimer la déformée.

$$\text{donc } f_i(x) = m(x) \psi_i(x) \ddot{u}_i$$

alors, l'expression du déplacement virtuel intérieur sera de la forme :  $m_{ij} = \int_0^L m(x) \psi_i(x) \psi_j(x) dx$

où  $L$  est la longueur de l'élément considéré.

ces  $m_{ij}$  représentent les éléments de la matrice masse dite cohérente.

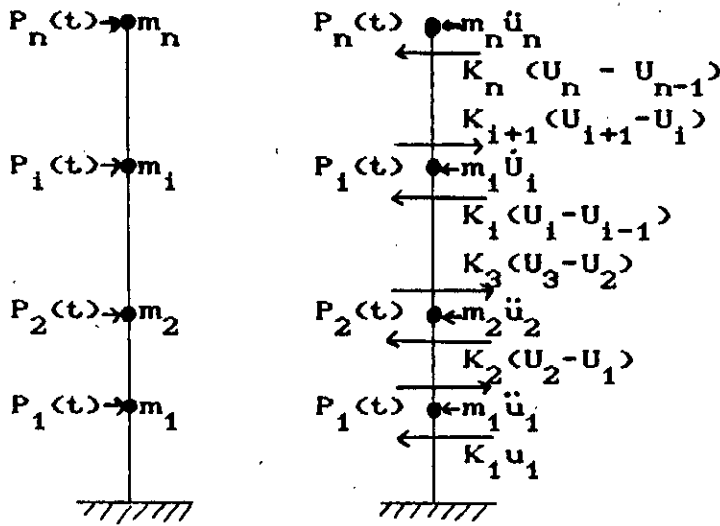
##### a.2- Matrice de masses concentrées :

L'étude dynamique d'un système avec matrice masse cohérente demande beaucoup de calcul puisque ses termes extra-diagonaux ne sont pas nuls. Afin de rendre le calcul plus simple, on fait appel à une méthode dont le principe consiste à considérer les masses comme étant concentrées aux points de définition des déplacements en translation. Pour un système dont on ne considère que les degrés de liberté de translation, la matrice masse a la forme diagonale :

$$M = \begin{bmatrix} m_n & & & & & \\ & m_{n-1} & & & & \\ & & \ddots & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & m_2 & \\ & & & & & & m_1 \end{bmatrix}$$

**b- Matrice rigidite :**

La matrice de rigidité se détermine en considérant l'équilibre de forces pour chaque noeud du système considéré :



L'équilibre de chaque masse donne :

$$m_n \ddot{u}_n - P_n(t) + K_n (u_n - u_{n-1}) = 0$$

$$m_{i+1} \ddot{u}_{i+1} - P_{i+1}(t) - K_{i+1} (u_{i+1} - u_i) + K_i (u_i - u_{i-1}) = 0$$

$$m_2 \ddot{u}_2 - P_2(t) - K_3 (u_3 - u_2) + K_2 (u_2 - u_1) = 0$$

$$m_1 \ddot{u}_1 - P_1(t) - K_1 (u_2 - u_1) + K_1 u_1 = 0$$

Après réarrangement, on obtient :

$$m_n \ddot{u}_n + K_n u_n - K_n u_{n-1} = P_n(t)$$

$$m_{i+1} \ddot{u}_{i+1} - K_{i+1} u_{i+1} + (K_{i+1} + K_i) u_i - K_i u_{i-1} = P_i(t)$$

$$m_2 \ddot{u}_2 - K_2 u_2 + (K_2 + K_1) u_1 - K_1 u_0 = P_2(t)$$

$$m_1 \ddot{u}_1 - K_1 u_1 + (K_1 + K_0) u_0 = P_1(t)$$

ou bien sous forme matricielle :

$$M \ddot{U} + K U + P(t)$$

avec  $U = \begin{bmatrix} u_n \\ \vdots \\ u_1 \end{bmatrix}$        $P(t) = \begin{bmatrix} P_n(t) \\ \vdots \\ P_1(t) \end{bmatrix}$

$$M = \begin{bmatrix} m_n & & & 0 \\ & & & \\ & & m_i & \\ & & & \\ 0 & & & & m_1 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -K_n & -K_n & & & & 0 \\ -K_n(K_n + K_{n-1}) & -K_{n-1} & & & & \\ & & -K_{i+1} & (K_i + K_{i+1}) & -K_{i-1} & \\ & & 0 & & & \\ & & & & -K_2 & (K_1 + K_2) & -K_1 \\ & & & & -K_2 & (K_1 + K_2) & \end{bmatrix}$$

c/ Matrice amortissement :

Le procédé de détermination de cette matrice s'explique en considérant la matrice diagonale complète des coefficients d'amortissement généralisées, obtenue en multipliant la matrice d'amortissement à droite et à gauche par la matrice des modes :

$$C = \phi^T C \phi = 2 \begin{bmatrix} (\xi_N w_N M_N) & & & 0 \\ & 0 & & \\ & & 0 & (\xi_2 w_2 M_2) \\ 0 & & & (\xi_1 \omega_1 M_1) \end{bmatrix}$$

donc  $C = [\phi^T]^{-1} C \phi^{-1} = [ \phi^T ]^{-1} \phi c \phi \phi^{-1} \dots *$

sachant  $\xi_n$ , on peut calculer C et enfin calculer C.

Mais vu que l'inversion de la matrice  $\phi$  présente de complexité, l'utilisation de la formule précédente se trouve limitée.

Il est commode de faire appel aux propriétés d'orthogonalité des modes par rapport à la matrice masse.

La matrice de masse généralisée s'obtient comme suit :

$$M = \phi^T M \phi$$

$$I = M^{-1} M = [ M^{-1} \phi^T M ] \phi = \phi^{-1} \phi$$

alors  $\phi^{-1} = M^{-1} \phi^T M$

en substituant  $\phi^{-1}$  par sa valeur dans l'équation (\*), on obtient :

$$G = [ M \phi M^{-1} ] C [ M^{-1} \phi^T M ]$$

sachant que  $C_n = 2 \xi_n M_n$  et en prenant  $\epsilon_n = 2 \xi_n w_n / M_n$

l'équation précédente devient :  $C = M \phi \epsilon \phi^T M$

où  $\epsilon$  représente la matrice diagonale des éléments  $\epsilon_n$ .

En pratique, il est plus commode d'utiliser le fait que chaque

facteur d'amortissement modal fournit une contribution indépendante à la matrice d'amortissement à savoir :  $C_n = M \phi_n \varepsilon_n \phi_n^T M$

La matrice d'amortissement totale peut s'écrire comme suit :

$$C = \sum_{n=1}^N C_n = M \left[ \sum_{n=1}^N \phi_n \varepsilon_n \phi_n^T \right] M$$

En utilisant la relation :  $\varepsilon_n = 2 \xi_n \omega_n / M_n$ , il résulte

$$C = M \left[ \sum_{n=1}^N 2 \xi_n \omega_n / M_n \phi_n \phi_n^T \right] M$$

III. 4- Résolution dans le domaine des temps :

Nous avons exposé dans le chapitre précédant les méthodes générales de résolution dans ce domaine, dans notre étude on va se limiter à la méthode de  $\theta$  wilson en raison de sa efficacité et de sa facilité à la programmation.

Méthode de  $\theta$  wilson :

Nous avons déjà vu que la vitesse et le déplacement peuvent s'écrire sous la forme :

$$\dot{U}_{t+\tau} = \dot{U}_t + \tau \ddot{U}_t + \left( \ddot{U}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}_t \right) \frac{\tau^2}{2\theta\Delta t}$$

$$U_{t+\tau} = \dot{U}_t \tau + 1/2 \ddot{U}_t \tau^2 + \tau^3 / 6\theta\Delta t (\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} - \ddot{U}_t) + U_t$$

pour  $\tau = \theta \Delta t$ , ces équations deviennent :

$$\dot{U}_{t+\theta\Delta t} = \dot{U}_t + \theta\Delta t / 2 (\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} + \ddot{U}_t)$$

$$U_{t+\theta\Delta t} = U_t + \theta\Delta t \dot{U}_t + \theta^2 \Delta t^2 / 6 (\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} + 2 \ddot{U}_t)$$

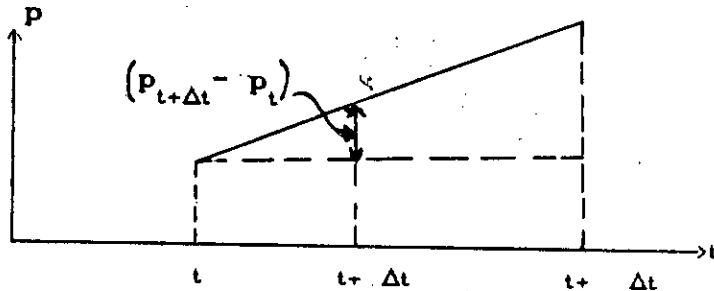
d'où on tire :

$$\ddot{U}_{t+\theta\Delta t} = 6/\theta^2 \Delta t^2 (U_{t+\theta\Delta t} - U_t) - 6/\theta\Delta t \dot{U}_t - 2 \ddot{U}_t$$

$$\dot{U}_{t+\theta\Delta t} = 3/\theta \Delta t (U_{t+\theta\Delta t} - U_t) - 2 \dot{U}_t - \theta\Delta t / 2 \ddot{U}_t$$

L'équation de mouvement à l'instant  $t + \Delta t$  s'écrit :

$$M \ddot{U}_{t+\theta\Delta t} + C \dot{U}_{t+\theta\Delta t} + K U_{t+\theta\Delta t} = P_{t+\theta\Delta t}$$



GRAPHE DE LA VARIATION LINEAIRE DU CHARGEMENT APPLIQUE

avec  $P_{t+\theta\Delta t} = P_t + \theta(P_{t+\Delta t} - P_t)$

ainsi, l'algorithme de cette méthode peut être formulé comme suit :

A/ calcul initiaux :

- 1- Calcul des matrices K, C et M
- 2- Initialisation de u,  $\dot{u}$ ,  $\ddot{u}$  :  $u_0$ ,  $\dot{u}_0$  et  $\ddot{u}_0$
- 3- Calcul des coefficients  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_8$

$$a_0 = \frac{6}{(\theta\Delta t)^2}, \quad a_1 = \frac{3}{\theta\Delta t}, \quad a_2 = 2a_0, \quad a_3 = \frac{3\Delta t}{2}, \quad a_4 = \frac{a_0}{8}$$

$$a_5 = -a_2/\theta, \quad a_6 = 1 - 3/\theta, \quad a_7 = \Delta t/2, \quad a_8 = \Delta t^2/6$$

- 4- formulation de la matrice de raideur r effective :

$$\bar{K} = K + a_0 M + a_1 C$$

- 5- inversion de la matrice  $\bar{K}$

B/ Calcul à effectuer pour chaque increment de temps :

- 1- calcul du chargement effectif :

$$\bar{P}_{t+\theta\Delta t} = P_t + \theta(P_{t+\Delta t} - P_t) + M(a_0 u_t + a_2 \dot{u}_t + 2\ddot{u}_t) + C(a_1 u_t + 2\dot{u}_t + a_3 \ddot{u}_t)$$

- 2- calcul de déplacement à l'instant  $t+\theta\Delta t$  :

$$U_{t+\theta\Delta t} = \bar{P}_{t+\theta\Delta t} / \bar{K}_{t+\theta\Delta t}$$

3- calcul de déplacements, vitesse, accélération à l'instant  $t+\theta\Delta t$

$$\ddot{u}_{t+\theta\Delta t} = a_4 (u_{t+\theta\Delta t} - u_t) + a_5 \dot{u}_t + a_6 \ddot{u}_t$$

$$\dot{u}_{t+\theta\Delta t} = \dot{u}_t + a_7 (\ddot{u}_{t+\Delta t} - \ddot{u}_t)$$

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + a_8 (\ddot{u}_{t+\Delta t} - 2\ddot{u}_t)$$

**5- RESOLUTION DANS LE DOMAINE DES FREQUENCES :**

a/ Etapes de calcul :

On peut résumer, la méthode de résolution dans le domaine des fréquences en 3 étapes principales :

1/ Transformation directe de fourier :

Connaissant les  $f(K)$  ;  $K= 0, \dots, N_p-1$  ; avec  $N_p$  points échantillonnées de l'accélérogramme, on détermine les coefficients de Fourier "Cn" :

$$C_n = \frac{1}{N_p} \sum_{k=0}^{N_p-1} f(K) e^{-i \frac{2\pi}{N_p} nK}$$

2/ Calcul des coefficients de la réponse :

$$A_n = H \left( n \frac{\omega_1}{\omega_1} \right) C_n$$

3/ Calcul de la réponse en utilisant la transformée inverse de Fourier :

$$Y_1(K) = \sum_{n=0}^{N_p-1} A_n e^{i \frac{2\pi}{N_p} nK}$$

**B/ Algorithme de COOLEY-TUKEY :**

Que l'on désire calculer la transformée directe ou la transformée inverse, on est amené à calculer des formules du type :

$$Y(K) = \sum_{j=0}^{N-1} X(j) W^{j.k}$$

avec :

$$W = e^{\pm i 2\pi/N} \quad \text{et : } 0 \leq k \leq N-1$$

On choisit, pour N une puissance de 2, soit :

$N = 2^n$  . On peut exprimer j et k selon les puissances de 2.

$$j = j_{n-1} \cdot 2^{n-1} + j_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + j_0 \cdot 2^0$$

$$k = k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + k_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + k_0 \cdot 2^0$$

compte tenu du fait que  $j_s$  vaut 0 ou 1 et que  $W$  élevé à la puissance  $N$  est égal à 1, la relation donnant  $Y(k)$  peut s'écrire :

$$\begin{aligned} & Y(k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + k_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + k_0 \cdot 2^0) \\ &= \sum_{j_{n-1}=0}^1 \sum_{j_{n-2}=0}^1 \dots \sum_{j_0=0}^1 X(j_{n-1} \cdot 2^{n-1} + j_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + j_0 \cdot 2^0) \\ &\quad \cdot W(k_0 \cdot 2^{n-1} + 0 \cdot 2^{n-2} + \dots + 0 \cdot 2^0) \cdot j_{n-1} \\ &\quad \cdot W(k_1 \cdot 2^{n-1} + k_0 \cdot 2^{n-2} + 0 \cdot 2^{n-3} \dots + k_0 \cdot 2^0) \cdot j_{n-2} \\ &\quad \dots \\ &\quad \cdot W(k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + k_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + k_0 \cdot 2^0) \cdot j_0 \end{aligned}$$

si on considère alors la formule de recurrence suivante :

$$\begin{aligned} & X_m(k_0 \cdot 2^{n-1} + k_1 \cdot 2^{n-2} + \dots + k_m \cdot 2^{n-m-1} + j_{n-m-2} \cdot 2^{n-m-2} + \dots + j_0 \cdot 2^0) \\ &= X_{m-1}(k_0 \cdot 2^{n-1} + k_1 \cdot 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} \cdot 2^{n-m} + 0 \cdot 2^{n-m-1} + j_{n-m-2} \cdot 2^{n-m-2} + \dots + j_0 \cdot 2^0) \\ &+ X_{m-1}(k_0 \cdot 2^{n-1} + k_1 \cdot 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} \cdot 2^{n-m} + 1 \cdot 2^{n-m-1} + j_{n-m-2} \cdot 2^{n-m-2} + \dots + j_0 \cdot 2^0) \\ &\cdot W(k_m \cdot 2^{n-1} + \dots + k_0 \cdot 2^{n-m-1} + 0 \cdot 2^{n-m-2} + \dots + 0 \cdot 2^0) \end{aligned}$$

et si on calcule les différents  $X_m$  pour les valeurs de  $m$  allant de 0 à  $n-1$  en identifiant les  $X_{-1}(m=0)$  aux  $X$  de la formule initiale, on a finalement :

$$Y(k_{n-1} \cdot 2^{n-1} + k_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + k_0 \cdot 2^0)$$

On peut alors remarquer que :



$$W^{r+2^{n-1}} = e^{i 2\pi/N (r + N/2)} = -W^r$$

d'où :

$$W (k_0 2^{n-1} + k_1 2^{n-2} + \dots) = -W (k_0 2^{n-1} + k_1 2^{n-2} + \dots)$$

La formule de récurrence peut être décomposée en :

$$X_m (k_0 2^{n-1} + \dots + k_{m-1} 2^{n-m} + 0.2^{n-m-1} + j_{n-m-2} 2^{n-m-2} + \dots + j_0 2^0)$$

$$= X_{m-1} (k_0 2^{n-1} + k_1 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} 2^{n-m} + 0.2^{n-m-1} + j_{n-m-2} 2^{n-m-2} + \dots + j_0 2^0)$$

$$+ X_{m-1} (k_0 2^{n-1} + k_1 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} 2^{n-m} + 0.2^{n-m-1} + j_{n-m-2} 2^{n-m-2} + \dots + j_0 2^0)$$

$$W (k_0 2^{n-1} + k_{m-1} 2^{n-2} + \dots + k_0 2^{n-m-1} + 0.2^{n-m-2} + \dots + 0 2^0)$$

et :

$$X_m (k_0 2^{n-1} + \dots + k_{m-1} 2^{n-m} + 0.2^{n-m-1} + j_{n-m-2} 2^{n-m-2} + \dots + j_0 2^0)$$

$$= X_{m-1} (k_0 2^{n-1} + k_1 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} 2^{n-m} + 0.2^{n-m-1} + j_{n-m-2} 2^{n-m-2} + \dots + j_0 2^0)$$

$$- X_{m-1} (k_0 2^{n-1} + k_1 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} 2^{n-m} + 0.2^{n-m-1} + j_{n-m-2} 2^{n-m-2} + \dots + j_0 2^0)$$

$$W (k_0 2^{n-1} + k_{m-1} 2^{n-2} + \dots + k_0 2^{n-m-1} + 0.2^{n-m-2} + \dots + 0 2^0)$$

On peut poser :

$$I1 = k_0 2^{n-1} + k_1 2^{n-2} + \dots + k_{m-1} 2^{n-m} + 0.2^{n-m-1} + j_{n-m-2} 2^{n-m-2} + \dots + j_0 2^0$$

$$I2 = I1 + 2^{n-m-1}$$

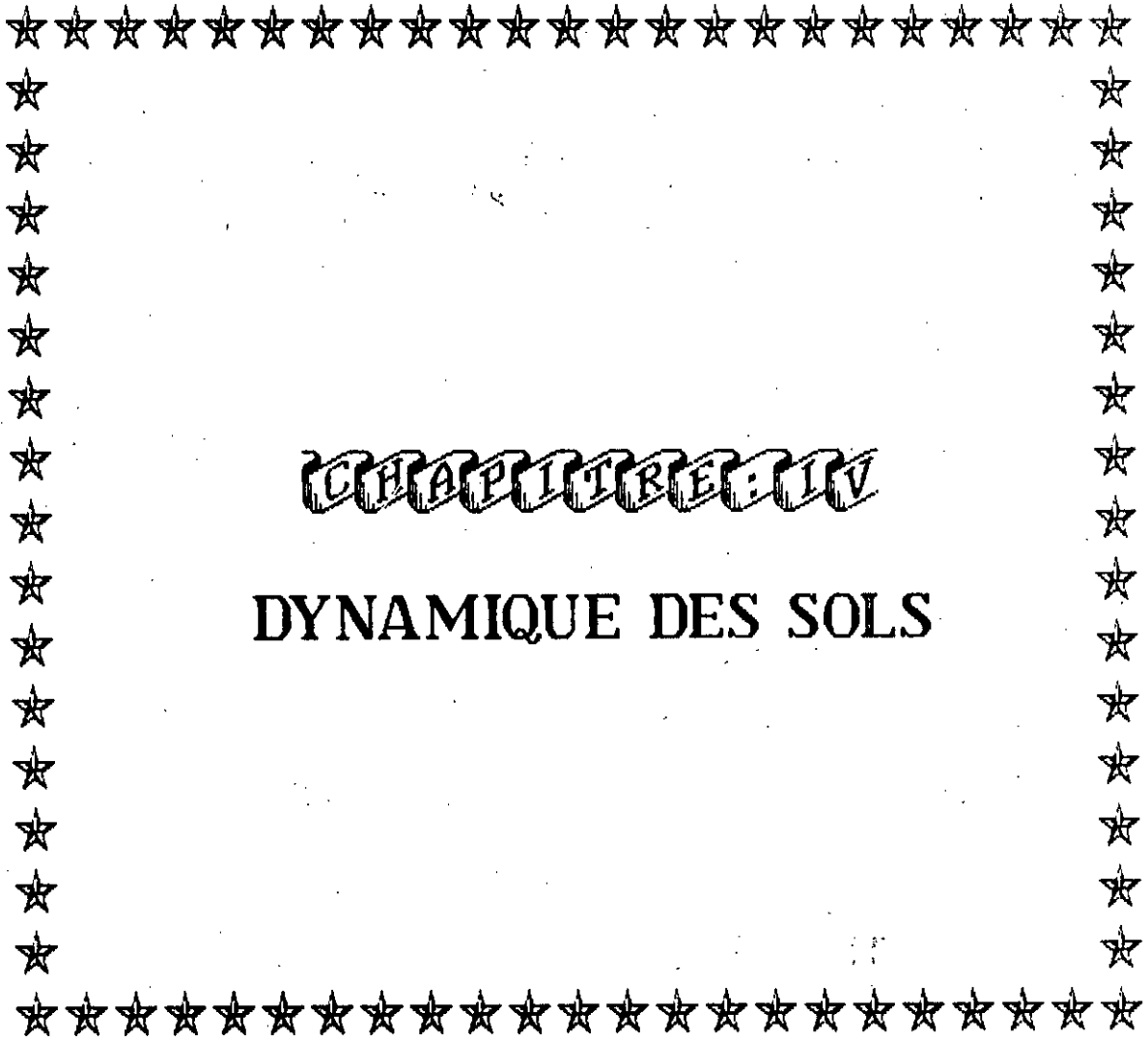
$$L = 0 2^{n-1} + k_{m-1} 2^{n-2} + \dots + k_0 2^{n-m-1} + 0.2^{n-m-2} + \dots + 0 2^0$$

On a alors les formules :

$$X_m (I1) = X_{m-1} (I1) + X_{m-1} (I2) \cdot W^L$$

$$X_m (I2) = X_{m-1} (I1) - X_{m-1} (I2) \cdot W^L$$

Pour une valeur de  $m$  donnée, en prenant toutes les combinaisons possibles des indices  $k_s$  et  $j_s$ , on peut déterminer l'ensemble des couples de coefficients  $I_1$  et  $I_2$ , nous permettant de calculer les  $N$  valeurs de  $X_m$  en fonction des valeurs de  $X_{m-1}$ .



**CHAPITRE IV**

**DYNAMIQUE DES SOLS**

## 2- METHODES DE PRISE EN COMPTE DE L'INTERACTION

### SOL-STRUCTURE :

Il existe différentes méthodes de la prise en compte de l'interaction sol-structure, chacune d'elle correspondant à une schématisation du modèle sol-structure . On distingue :

#### 2.1- Méthodes globales :

Les méthodes globales sont celles conduisant à une détermination simultanée du mouvement dans le sol et dans la structure.

##### a/ Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis est une méthode complète, c'est à dire que les mouvements du sol et de la structure sont déterminés simultanément.

Dans une étude par éléments finis , on distingue les parties suivantes :

- Modélisation de la géométrie, du comportement du sol et du mouvement.
- Formulation des matrices rigidités, de masse et d'amortissement.
- Résolution du système d'équations

Cette méthode permet de résoudre entre autres, les problèmes de fondations souples , la représentation du sol en éléments finis en général bidimensionnelle.

#### 2.2- Méthode des sous-structures :

La méthode des sous-structures est une méthode par étape, c'est à dire : analyse le problème d'interaction sol-structure en plusieurs étapes successives; chacune de ces étapes est réputée plus facile à résoudre de point de vue de la modélisation ou du traitement que le problème global.

Cette méthode est particulièrement puissante quand une partie du système (la fondation par exemple) a une géométrie simple (circulaire, rectangulaire, ...etc) .

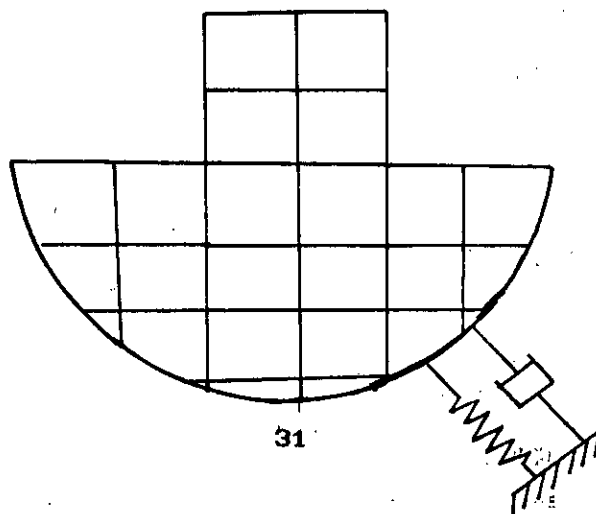
Il existe plusieurs méthodes de sous-structures selon le découpage qu'est fait entre la superstructure, ses fondations et le sol. Mais on retrouve généralement les étapes suivantes :

- 1/ Etude de la réponse du site en l'absence de structure.
- 2/ Etude de la réponse du sol et de la fondation supposée sans masse. La détermination des déplacements de la fondation constitue le résultat de cette étape.
- 3/ Détermination de l'impédance de la fondation, c'est à dire des coefficients de raideurs et d'amortissement en chaque point de liaison.
- 4/ Etude dynamique de la structure et ses fondations liées par les ressorts et amortisseurs déterminées à l'étape (3), à un repère soumis au mouvement déterminé en (2).

### 2.3- Méthode hybride :

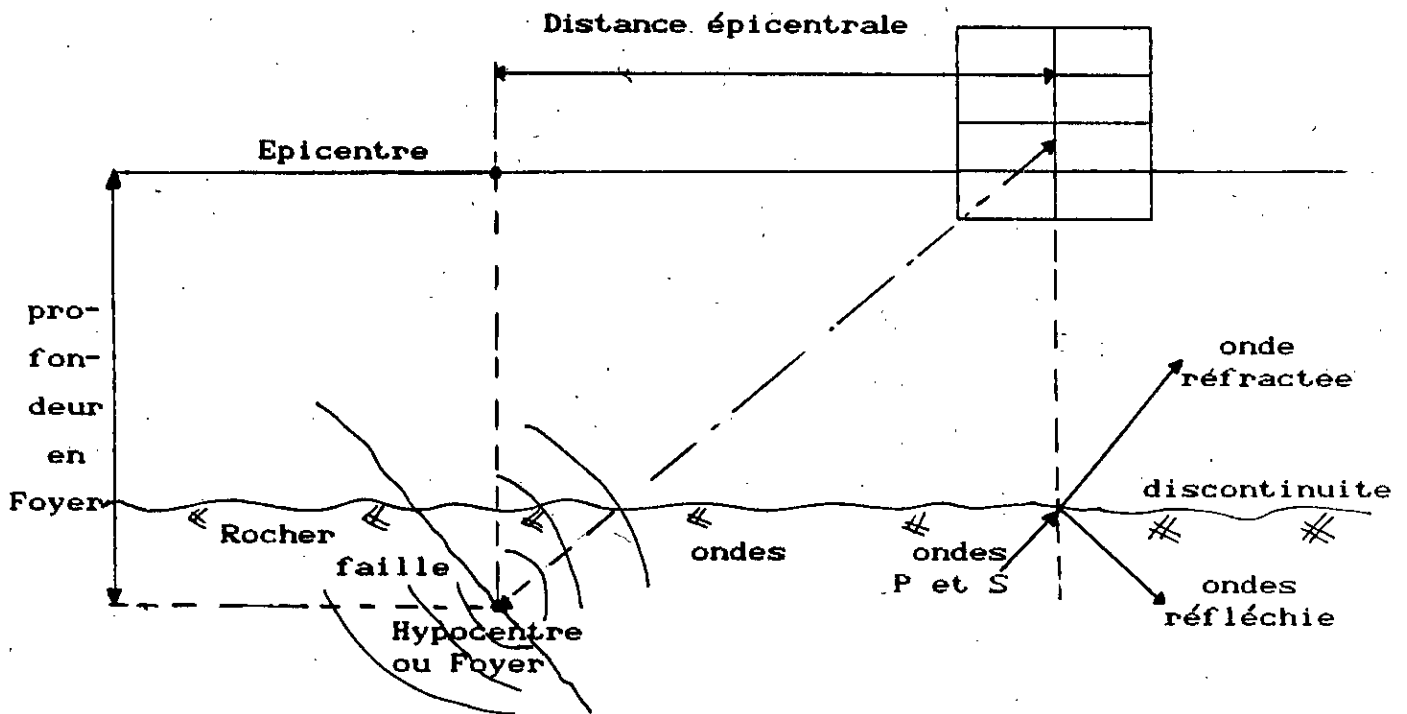
Elle consiste à séparer le sol en un champ libre et un champ lointain (figure ci-dessus), le champ lointain est modélisé à l'aide d'une matrice d'impédance. Le problème consiste à déterminer les coefficients de la matrice d'impédance du champ lointain.

GUPA et AL (1980) ont résolu ce problème à l'aide d'une méthode d'identification permettant de s'assurer que le modèle hybride redonne les impédances connues d'un disque circulaire en surface d'un semi-espace.



### 3- ONDES SISMIQUES ET PROPRIETES DYNAMIQUES DU SOL :

#### 3.1- Ondes sismiques :



A partir du foyer, la secousse sismique se propage sous forme d'ondes de divers type , on peut distinguer :

#### a/ Ondes de volume :

Elles prennent naissance dans le foyer et se propagent à l'intérieur de la terre sous deux formes :

##### a.1/ Ondes 'P' ou ondes longitudinales :

Ces ondes se propagent avec une vitesse de 7 à 8 Km/sec et s'accompagnent d'un changement de volume (compression et dilatation alternées).

##### a.2/ Ondes 'S' ou ondes transversales :

Ces ondes se déplacent avec une vitesse de 4 à 5 Km/sec et s'accompagnent d'une distorsion dans le plan perpendiculaire à la

direction de propagation provoquant un cisaillement sans changement de volume.

b/ Ondes de surface :

Les ondes de volume qui arrivent à la surface de la terre produisent des ondes de surface n'intéressant le sol que sur une profondeur extrêmement faible.

On distingue principalement :

b.1/ Ondes 'R' ou ondes de Rayleigh :

Ce sont des ondes pour les quelles les points du sol décrivent des ellipses dans le plan vertical de propagation. Ces ondes entraînent des compressions (ou des tractions) ainsi que des cisaillements dans le sol.

b.2/ Ondes 'Q' ou ondes de Love :

Ce sont des ondes pour les quelles les points du sol se déplacent dans le plan tangent à la surface, perpendiculairement à la direction de propagation. Elles n'engendrent que des contraintes de cisaillement.

3.2- Propriétés dynamiques du sol :

Le comportement du sol ne peut être tenu linéaire que dans des plages de déformations relativement faibles.

On constate aussi que les vibrations de faible amplitude agissant pendant un grand nombre de cycles, sont susceptibles d'affecter les caractéristiques du milieu.

L'expérience montre que tant que les déformations relatives linéaires ou angulaires, restent inférieures à une limite que l'on peut estimer à  $10^{-4}$ . On peut alors considérer cette valeur comme étant une limite d'un domaine élastique conventionnel à l'intérieur duquel le comportement du sol reste linéaire.

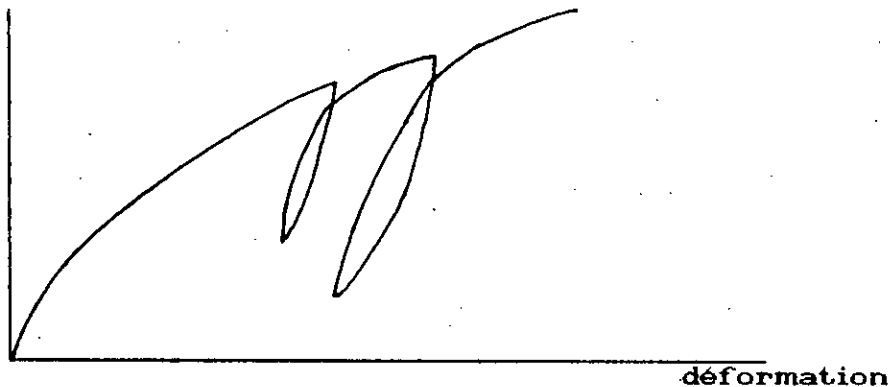
Amortissement :

L'amortissement est une réalité physique essentiellement liée à la plastification des matériaux, sa prise en compte résulte d'une analogie entre modèle mathématique et réalité physique basée sur l'équivalence de l'énergie.

- Amortissement interne :

Pour un chargement cyclique, on remarque que pour une même sollicitation, la déformation n'est pas la même à l'aller et au retour.

contrainte

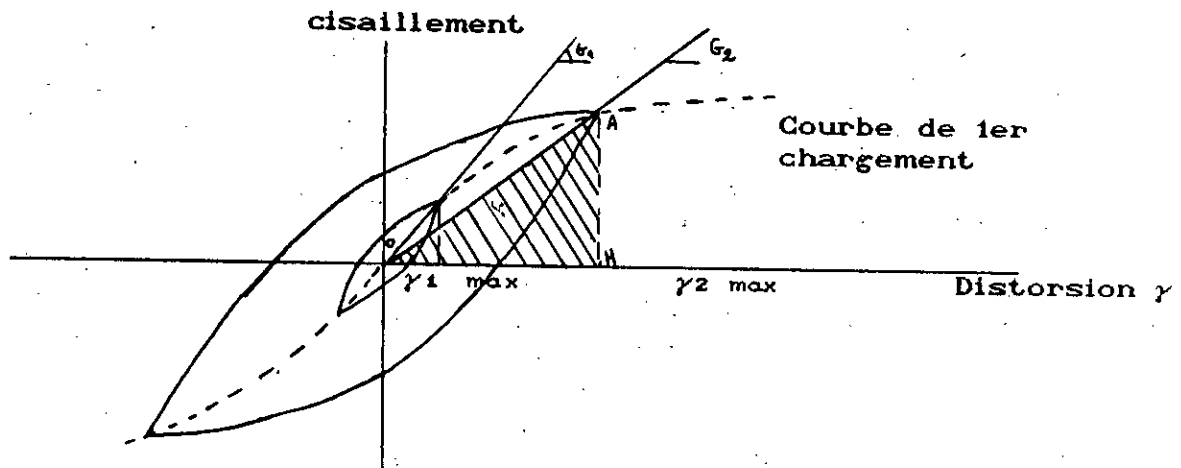


Donc , le travail de la sollicitation n'est plus le même . La différence est dissipée en chaleur , cette dissipation est caractérisée par l'amortissement , une mesure de l'efficacité d'amortissement est donnée par le rapport de l'aire de la boucle d'hystérésis à l'aire OA H.

Le pourcentage d'amortissement :

$$\xi = 1/4\pi \cdot (\text{aire de boucle}) / (\text{aire OAH})$$





#### - Amortissement visqueux :

L'amortissement visqueux exerce une réaction proportionnelle à la vitesse. Cet amortissement est caractérisé par un coefficient d'amortissement  $C$  ou par un pourcentage d'amortissement critique noté  $\xi$ .

$C$  et  $\xi$  sont reliés par la relation :  $\xi = C/2 (Km)^{0,5}$

#### Modèles dynamiques :

Le comportement du sol est généralement idéalisé par l'un des deux modèles : le modèle viscoélastique linéaire et le modèle viscoélastique linéaire équivalent.

Contrairement au milieu élastique, le milieu viscoélastique se souvient des sollicitations qui lui ont été imposées au cours du temps.

La vitesse de déformation joue un rôle important, elle agit directement sur les relations constitutives du milieu viscoélastique et se traduit par des modules élastiques dépendant de la fréquence reliant les contraintes complexes aux déformations complexes. Les parties réelles représentent le comportement purement élastique du milieu, tandis que les parties imaginaires sont associées au comportement visqueux et traduisent en fait la dissipation

d'énergie dans le milieu.

Pour un chargement harmonique, le comportement du sol se traduit par la relation :

$$\sigma e^{i\omega t} = G(\omega) e^{i\omega t} \quad (*)$$

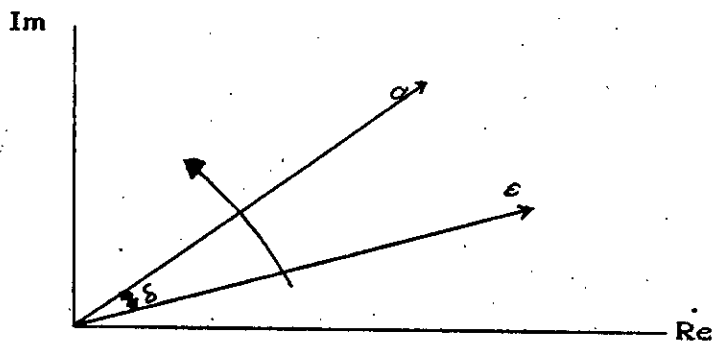
tels que :  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  sont les amplitudes complexes de contraintes et de déformation,  $G(\omega)$  représente le modèle élastique complexe dépendant de la fréquence.

$$\sigma = \sigma' + i \sigma''$$

$$\varepsilon = \varepsilon' + i \varepsilon''$$

$$G(\omega) = G'(\omega) + i G''(\omega)$$

La relation précédente (\*) peut être représentée comme suit :



$\delta(\omega)$  est l'angle de déphasage entre les vecteurs  $\sigma$  et  $\varepsilon$  qui tournent avec une vitesse  $\omega$ .

$$\operatorname{tg} \delta(\omega) = G''(\omega) / G'(\omega)$$

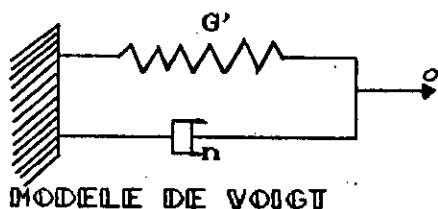
#### a/ Modèle visco-élastique linéaire :

Le solide de VOIET représente l'un de ces modèles de type visco-élastique linéaire. Dans ce modèle le comportement élastique du sol est représenté par un ressort de rigidité  $G'$  et le comportement visqueux par un amortisseur de viscosité  $n$

$$\text{avec } \sigma = G' \varepsilon + n \dot{\varepsilon}$$

$$\text{et } n = E / 2(1+\nu) \quad \text{où } E : \text{module de YOUNG}$$

$$\nu : \text{coefficient de poisson}$$



#### b/ Modele visco-élastique linéaire équivalent :

Le problème consiste à remplacer le modèle non linéaire par un modèle linéaire équivalent ayant les propriétés dissipatives plus ou moins équivalentes à celle du matériau réel. Cette équivalence dépend des caractéristiques du matériau et de la sollicitation.

En se basant sur des résultats expérimentaux, divers auteurs ont proposé des courbes donnant la variation du module  $G$  (module sécant) et du pourcentage d'amortissement ( $\xi$ ). Ces valeurs peuvent être utilisées dans des modèles visco-élastiques linéaires tels que ceux donnés par les relations suivantes :

$$G^* = G [ 1 - 2\xi^2 + 2i\xi \sqrt{1 - \xi^2} ]$$

où  $\xi = n / 2$

#### 4- METHODE DE SOUS STRUCTURE :

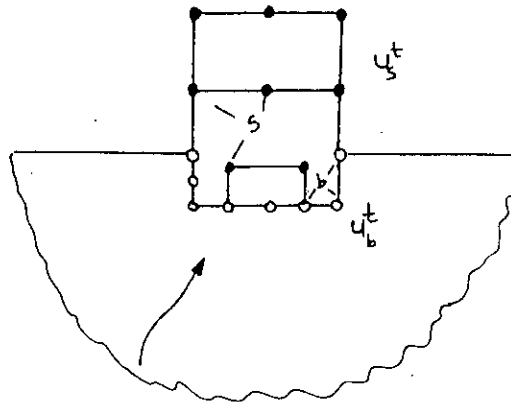
En outre de la facilité d'emploi, la méthode de sous structures présente l'avantage de permettre certaines modifications sans qu'il soit nécessaire de reprendre toute l'analyse ; par exemple une modification des caractéristiques de la structure ne requiert qu'une nouvelle analyse dynamique de la structure sans refaire celle du sol.

De plus cette méthode est très compatible aux structures fondées superficiellement dont elles faient l'objet de notre étude.

##### 4.1- Formulation générale de l'équation de mouvement :

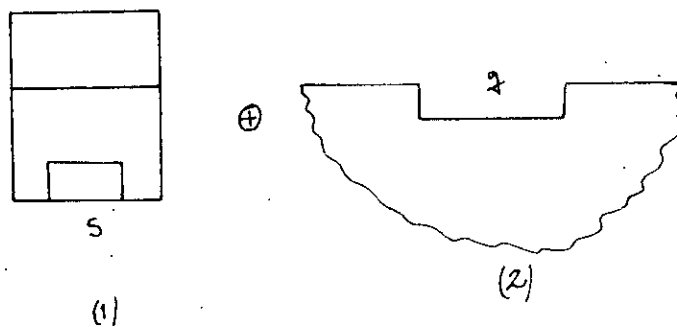
Considérons une structure encastree au sol et soumise à une

excitation sismique comme l'indique la figure suivante :



telsque :  $u_s^t$  est le déplacement total des noeuds de la structure  
 $u_b^t$  est le déplacement total des noeuds de l'interface  
 sol-structure.

La décomposition du système dynamique en deux sous-structures amène à la considération de la structure et du sol avec excavation



L'équation de mouvement sera formulée dans le domaine des fréquences telles que les amplitudes de déplacements totaux sont fonction de la valeur discrétisée de la fréquence.

L'équation de mouvement s'écrit :

$$\begin{aligned} M \dot{u}^t + C \dot{u}^t + K u &= P \\ \rightarrow -w^2 M u^t + i C w u^t + K u^t &= P \\ \rightarrow (-w^2 M + i C w + K) u^t &= P \\ \text{ou bien } S U^t &= P \dots\dots\text{IV-1} \end{aligned}$$

avec  $u^t = \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix}$  : déplacement total de la structure

$$S = K (1 + 2\xi i) - w^2 M \dots\text{IV-2}$$

avec  $2\xi = C w / K$

S est appelée matrice de raideur dynamique qui peut être décomposée suivant les différents degrés de liberté en  $[S_{ss}]$ ,  $[S_{sb}]$  et  $[S_{sb}^s]$

L'équation IV-1 devient :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P_s \\ P_b \end{Bmatrix}$$

avec :  $P_s$  représente l'amplitude de chargement

$P_b$  représente l'amplitude de la force d'interaction avec le sol.

Pour la partie sol, puisque on a affaire à la méthode de sous-structures, on aura besoin de la matrice  $[S_{bb}^s]$  (matrice de raideur dynamique du sol avec excavation), qu'est difficile à déterminer, illimitée avec une frontière géométrique qui peut être complexe pour l'excavation, c'est pour cette raison qu'on cherche à exprimer  $[S_{bb}^s]$  en fonction de  $[S_{bb}^f]$  qui représente la matrice de raideur dynamique du champ libre (sol sous excavation).

En effet :

$$IV-4 + IV-5 \rightarrow \begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^g] u_b^g \end{Bmatrix} \quad \dots IV-6$$

On remarque dans cette équation que l'excitation sismique est caractérisée par  $u_b^g$  : mouvement des nœuds situés sur la surface du sol avec excavation, le mouvement est appelé "Mouvement diffracté" qui n'est pas lui aussi facile à déterminer, il est préférable donc d'exprimer  $u_b^g$  en fonction de  $u_b^f$ .

Le système "champ libre" résulte par l'addition du sol excavé au sol avec excavation. En termes matricielles, on peut écrire :

$$[S_{bb}^e] + [S_{bb}^g] = [S_{bb}^f] \quad \dots IV-7$$

En stipulant que la structure consiste en la partie du sol excavé, l'équation IV-5 peut être formulée comme ci-dessous, avec :

$$[S_{bs}] = [0], [S_{bb}^s] = [S_{bb}^e] \text{ et } u_b^t = u_b^f$$

$$([S_{bb}^e] + [S_{bb}^g]) u_b^f = [S_{bb}^g] u_b^g \quad \dots IV-8$$

En remplaçant l'équation IV-7 dans l'équation IV-8, on obtient :

$$[S_{bb}^f] u_b^f = [S_{bb}^g] u_b^g \quad \dots IV-9$$

En utilisant IV-9 et IV-6, on obtient :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix} \quad \dots IV-10$$

En utilisant l'équation IV-7, on peut obtenir :

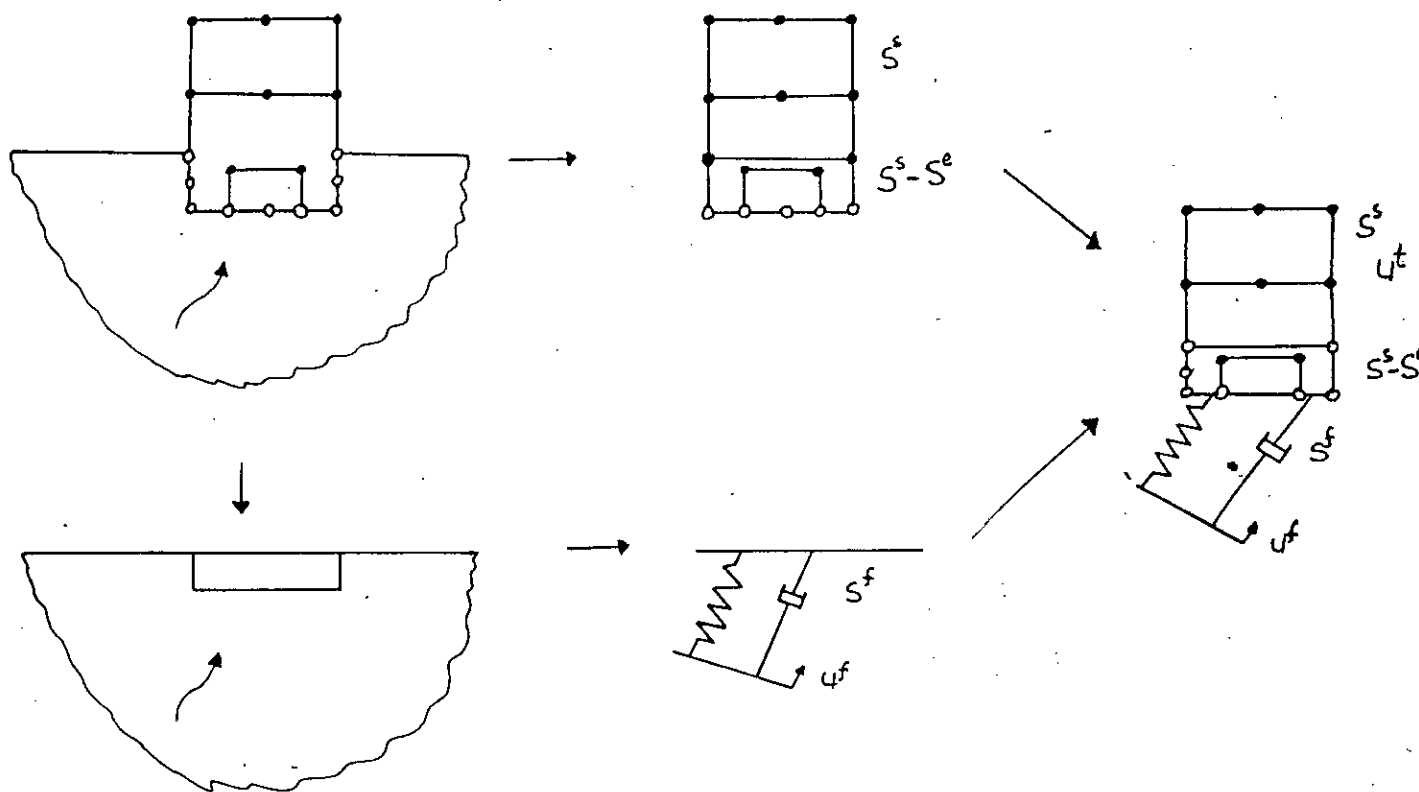
$$[S_{bb}^s] + [S_{bb}^g] = [S_{bb}^s] - [S_{bb}^e] + [S_{bb}^f] \quad \dots IV-11$$

Les equations IV-11 et IV-10 donnent :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] - [S_{bb}^e] + [S_{bb}^f] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix} \quad \text{..IV-12}$$

4.1.1- Interpretation physique de l'equation IV-12 :

L'équation précédente représente le mouvement d'un système discrétisé (superstructure et une partie entrée résultant de la différence de l'infrastructure et du sol) supporté par un ressort et un amortisseurs formant  $[S_{bb}^f]$  et excité par le mouvement du champ libre  $u_b^f$ .



4.1.2- Interaction cinématique et inertielle :

D'après l'équation IV-10, l'excitation sismique est appliquée aux noeuds situés sur l'interface. Mais en général, on préfère

travailler avec l'excitation inertielle (c'est à dire due à la masse de la structure) qu'est appliquée à tous les noeuds de la structure. Ainsi il devient intéressant de décomposer le mouvement comme suit :

$$u_s^t = u_s^k + u_s^i \quad \dots IV-13$$

$$u_b^t = u_b^k + u_b^i \quad \dots IV-14$$

avec  $u_s^t$  : déplacement total de la structure

$u_s^k$  : déplacement de la structure dû à l'interaction cinématique.

$u_s^i$  : déplacement de la structure dû à l'interaction inertielle.

de même,  $u_b^t$  : est le déplacement total des noeuds "b"

$u_b^k$  : est le déplacement des noeuds "b", dû à l'interaction cinématique.

$u_b^i$  est le déplacement des noeuds "b", dû à l'interaction inertielle.

Si on ne considère que l'interaction cinématique, la masse de la structure sera égal à zéro et par conséquent :

$$S = K (1 + 2 \xi i)$$

ainsi l'équation IV-6 devient :

$$\begin{bmatrix} (1+2\xi i) [K_{ss}] & (1+2\xi i) [K_{sb}] \\ (1+2\xi i) [K_{bs}] & (1+2\xi i) [K_{bb}^s] + [S_{bb}^s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^k \\ u_b^k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^s] u_b^s \end{Bmatrix} \quad \dots IV-15$$

de l'équation IV-15, on tire  $u_s^k$  :

$$u_s^k = - [K_{ss}]^{-1} [K_{sb}] u_b^k = [T_{sb}] u_b^k \quad \dots IV-16$$

La matrice  $[T_{sb}]$  représente la transformation quasistatique, car elle est fonction de la matrice de raideur statique.

Chaque colonne de  $[T_{sb}]$  représente le déplacement statique des



noeuds "S" de la structure si un déplacement unitaire est imposé à un noeud spécifique b.

En substituant l'équation IV-16 dans l'équation IV-15, on obtient :

$$((1+2\xi)([K_{bb}^s] - [K_{bs}][K_{ss}]^{-1}[K_{sb}]) + [S_{bb}^{\xi}]) u_b^k = [S_{bb}^{\xi}] u_b^{\xi}$$

$$= [S_{bb}^f] u_b^f \quad \dots IV-17$$

En substituant les équations IV-14 et IV-13 dans l'équation IV-16, on obtient :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^{\xi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^i + u_s^k \\ u_b^i + u_b^k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^{\xi}] u_b^{\xi} \end{Bmatrix}$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^{\xi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^i \\ u_b^i \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^{\xi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^k \\ u_b^k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^{\xi}] u_b^{\xi} \end{Bmatrix} \quad \dots IV-18$$

$$\beta = \underbrace{\begin{bmatrix} (1+2\xi)[K_{ss}] & (1+2\xi)[K_{sb}] \\ (1+2\xi)[K_{bs}] & (1+2\xi)[K_{bb}^s] + [S_{bb}^{\xi}] \end{bmatrix}}_{=\alpha} \begin{Bmatrix} u_s^k \\ u_b^k \end{Bmatrix} - w^2 \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sb}] \\ [M_{bs}] & [M_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^k \\ u_b^k \end{Bmatrix}$$

et

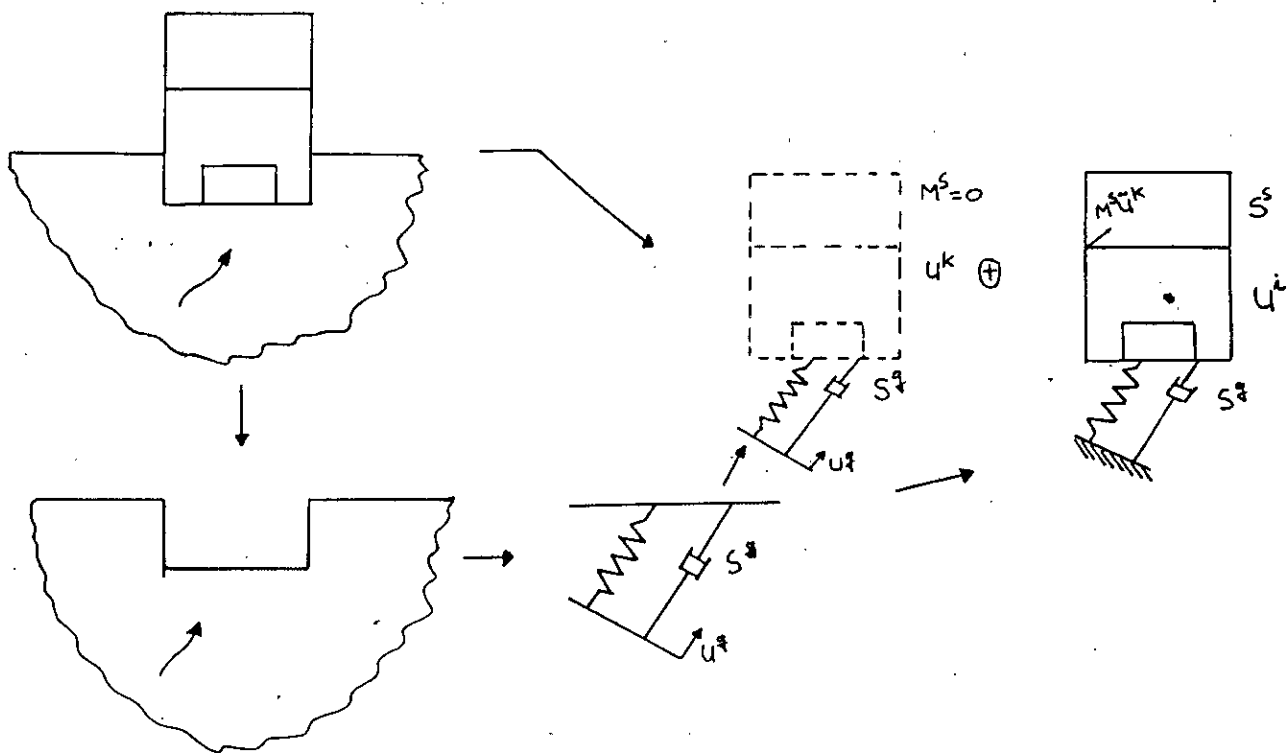
$$\alpha = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^{\xi}] u_b^{\xi} \end{Bmatrix}$$

L'équation IV-18 devient :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^c] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^i \\ u_b^i \end{Bmatrix} = w \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{sb}] \\ [M_{bs}] & [M_{bb}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^k \\ u_b^k \end{Bmatrix} \quad \text{..IV-19}$$

On constate ainsi qu'en faisant la décomposition IV-13 et IV-14, la réponse dynamique pour l'interaction inertielle est obtenue à partir d'un chargement de force d'amortissement engendré par un déplacement qui n'est autre que celui obtenu dans l'interaction cinématique, d'où l'intérêt d'une telle approche.

Interprétation physique de l'interaction inertielle et cinématique



La réponse totale de la structure s'obtient par décomposition comme suit : considérons au début la structure sans masse . Après application du vecteur chargement  $[S_{bb}^g]$   $u_b^g = [S_{bb}^f]$   $u_b^f$ , il résulte un déplacement dû à l'interaction cinématique :

$$u^k = \begin{matrix} u_s^k \\ u_b^k \end{matrix}$$

Ensuite , on considère la structure avec masse et soumettant la à un chargement  $[M] \ddot{u}^k$  (tel que  $\ddot{u}^k$  est l'accélération trouvée dans la première étape), il résulte donc un déplacement  $u^i = \begin{matrix} u_s^i \\ u_b^i \end{matrix}$

#### 4.2- Application de la méthode de sous structure :

Cette application est faite pour des structures reposant sur des fondations rigides superficielles et soumises à une onde sismique de cisaillement .

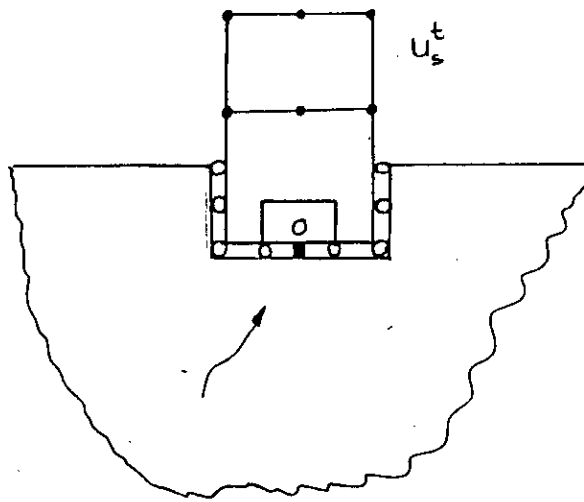
##### 4.2.1- Formulation de l'équation de mouvement pour une structure ayant une fondation rigide :

Le mouvement de la base  $u_b^t$  peut s'exprimer en mouvement total de corps rigide au point O (centre de gravité de la fondation).

$$u_b^t = [A] u_0^t \quad \dots IV-20$$

$u_0^t$  comporte 3 déplacements et 3 rotations du centre de gravité de la fondation rigide.

[A] représente la matrice de transformation cinématique obtenue à partir de considérations géométriques . C'est une matrice qui permet d'exprimer les déplacements des noeuds de l'interface sol-fondation à partir des déplacements du centre de gravité de la fondation.



$$IV-20 \rightarrow \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [0] & [A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_0^t \end{Bmatrix} \quad IV-21$$

En utilisant l'équation IV-20, l'équation IV-10 devient :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{s0}] \\ [S_{0s}] & [S_{00}^s] + [S_{00}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_0^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [A]^T [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix} \quad \dots IV-22$$

En effet ,

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix}$$

pour avoir le même membre droit que l'équation IV-22, on multiplie cette équation par  $[A]^T$ :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [A]^T [S_{bs}] & [A]^T [S_{bb}^s] + [A]^T [S_{bb}^g] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [A]^T [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix}$$

En remplaçant  $u_b^t$  par  $[A] u_0^t$ , on obtient :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}][A] \\ [A]^T[S_{bs}] & [A]^T[S_{bb}^s][A]^T + [A]^T[S_{bb}^e][A] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [A]^T [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix} \quad \text{IV-23}$$

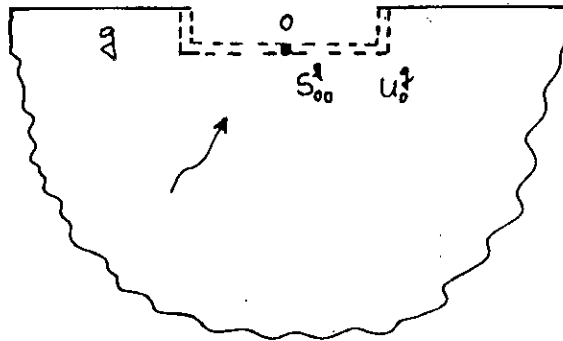
$$\text{d'où } [S_{s0}] = [S_{sb}][A]$$

$$[S_{00}^s] = [A]^T[S_{bb}^s][A]$$

$$[S_{00}^e] = [A]^T[S_{bb}^e][A]$$

$$[S_{0s}] = [S_{s0}]^T$$

$[S_{00}^e]$  représente la matrice de raideur dynamique du sol avec excavation pour une interface sol-structure rigide. Elle reflète les amplitudes de trois forces et trois moments appliqués en "0" qui mènent à des déplacements et rotations unitaires du même point "0".



$[A]^T [S_{bb}^f] u_b^f$  est un vecteur d'excitation de dimension 3, comportant 3 forces et 3 moments appliqués au centre de gravité "O" de la fondation rigide. Afin d'interpréter physiquement le vecteur chargement, on a intérêt à calculer le mouvement sismique du sol avec excavation.

D'après l'équation de compatibilité IV-20, on peut écrire :

$$u_b^s = [A] u_0^s \quad \dots \text{IV-24}$$

$$\text{On sait que } [S_{bb}^f] u_b^f = [S_{bb}^s] u_b^s$$

$$\text{avec } [S_{00}^s] = [A]^T [S_{bb}^s] [A]$$

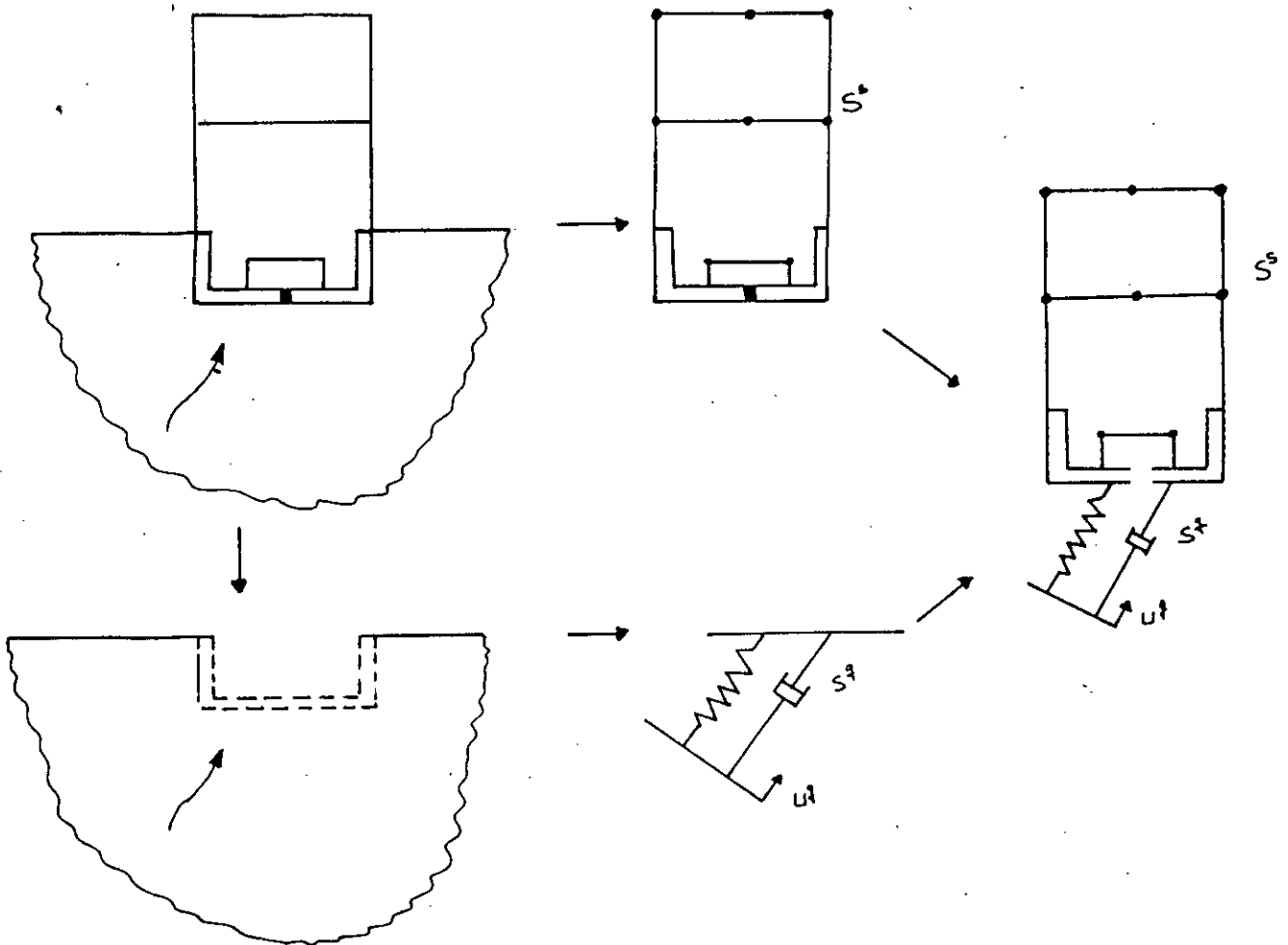
$$[S_{00}^s] u_0^s = [A]^T [S_{bb}^s] [A] [A]^T u_b^s$$

$$\rightarrow [S_{00}^s] u_0^s = [A]^T [S_{bb}^f] u_b^f \quad \dots \text{IV-25}$$

Par substitution de l'équation IV-25 dans l'équation IV-22, il résulte :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{s0}] \\ [S_{0s}] & [S_{00}^s] + [S_{00}^s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_0^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{00}^s] u_0^s \end{Bmatrix} \quad \dots \text{IV-26}$$

Cette dernière équation peut être interprétée physiquement, en considérant une structure discrétisée et caractérisée par la matrice de raideur dynamique  $S$ . Cette structure est supportée par un ressort généralisé caractérisé par  $[S_{00}^s]$ , ce dernier est excité par  $u_0^s$  qu'on détermine à partir de  $u_b^f$  et  $[S_{bb}^f]$ .

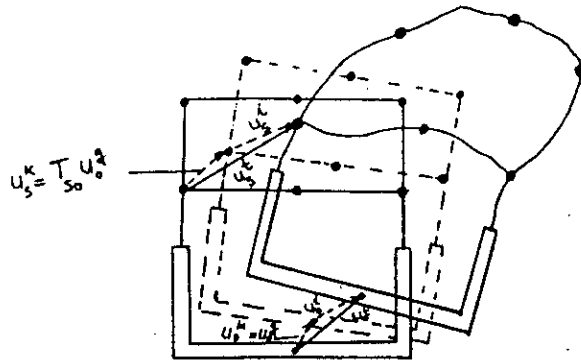


#### 4.2.2- Interaction inertielle et cinématique :

Le déplacement total du corps rigide peut être décomposé en deux composantes  $u_0^t = u_0^k + u_0^i$  où  $u_0^k$  est le déplacement du centre de gravité de la fondation dû à l'interaction cinématique.

$u_0^i$  est le déplacement du même point mais dû à l'interaction inertielle.

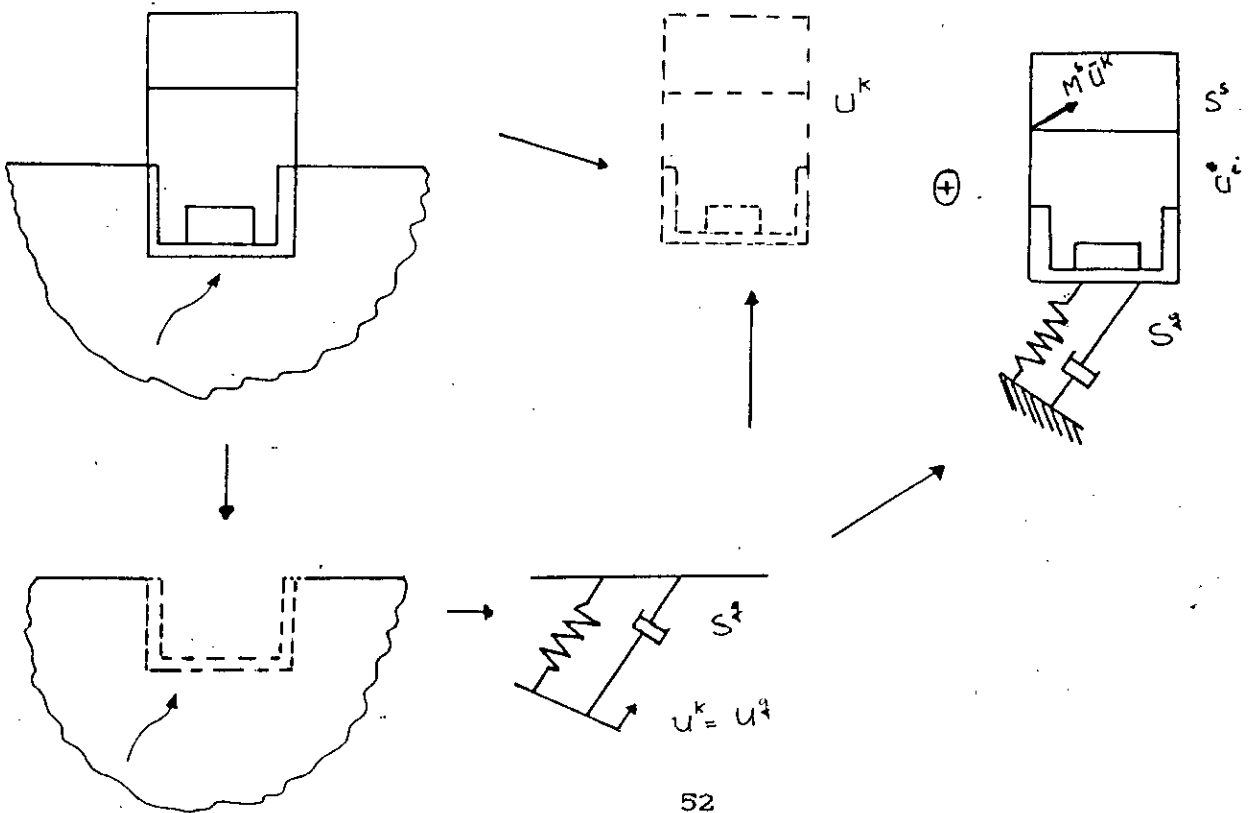
L'interaction cinématique correspond à une masse nulle, alors l'équation IV-26 devient :



De même que l'équation IV-19, l'équation de mouvement dû à l'interaction inertielle peut s'écrire :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{s0}] \\ [S_{0s}] & [S_{00}] + [S_{00}^s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^i \\ u_0^i \end{Bmatrix} = w^2 \begin{bmatrix} [M_{ss}] & [M_{s0}] \\ [M_{0s}] & [M_{00}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^k \\ u_0^k \end{Bmatrix} \quad \text{..IV-31}$$

Interpretation physique :





Connaissant  $u_b^f$ , on peut déterminer  $u_0^s$  par la relation :

$u_0^s = [S_{00}^s]^{-1} [A]^T [S_{bb}^f] u_b^f$  et par conséquent  $u_0^k$  sera connu, ce déplacement est appliqué le long de la structure et provoque un déplacement des noeuds :  $u_s^k = [T_{s0}] u_0^k$

L'obtention des déplacements dus à l'interaction inertielle se fait en appliquant à la structure des forces obtenues par :  $M^s \ddot{u}^k$  où  $\ddot{u}^k$  est l'accélération trouvée au début en considérant l'interaction cinématique.

A remarquer qu'aucun mouvement n'est appliqué à la base de la structure schématisant l'interaction inertielle.

4.3- Autres formulations :

Il est intéressant d'exprimer le mouvement total de la fondation en fonction du champ libre et d'explicitier l'équation fondamentale de mouvement en fonction du déplacement relatif de la fondation par rapport en champ libre.

$$u_b^t = u_b^f + u_b$$

où :  $u_b^t$  est le mouvement total de la base

$u_b$  est le mouvement par rapport au champ libre

$u_b^f$  est le mouvement du champ libre

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b + u_b^f \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^s] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b \end{Bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} [S_{sb}] \\ [S_{bb}^s] + [S_{bb}^s] \end{bmatrix} u_b^f = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix}$$

ce qui donne :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^e] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} [S_{sb}^f] \\ [S_{bb}^s] - [S_{bb}^e] \end{bmatrix} \quad u_b^f \quad \dots\text{IV} \cdot 32$$

toute en sachant que  $[S_{bb}^f] = [S_{bb}^e] + [S_{bb}^s]$

4.3.1- Transmission quasi-statique de la reponse du mouvement de la base :

La décomposition du déplacement total de la structure en un déplacement quasi-statique et un déplacement dynamique (relatif au déplacement quasi-statique) amène a :

$$u_s^t = u_s^s + u_s^d \quad \dots\text{IV-33}$$

$u_s^s$  s'obtient en faisant l'équilibre statique des noeuds de la structure, c'est à dire :

$$[K_{ss}] u_s^s + [K_{sb}] u_b^t = 0$$

$$\rightarrow u_s^s = - [K_{ss}]^{-1} [K_{sb}] u_b^t = [T_{sb}] u_b^t$$

l'équation IV-33 devient :

$$u_s^t = [T_{sb}] u_b^t + u_s^d \quad \dots\text{IV-34}$$

donc :

$$\begin{bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [T_{sb}] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^d \\ u_b^t \end{Bmatrix} \quad \text{IV-35}$$

En substituant l'équation IV-35 dans l'équation IV-10 et en multipliant par la transposée de la matrice transformée, on obtient

$$\begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [T_{sb}] & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [S_{ss}] & [S_{sb}] \\ [S_{bs}] & [S_{bb}^s] + [S_{bb}^e] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [I] & [T_{sb}] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^d \\ u_b^t \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [T_{sb}]^T & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix} \dots IV-36$$

sachant :  $[S_{ss}] = K_{ss} (1+2\xi i) - w^2 [M_{ss}]$

$$[S_{sb}] = K_{sb} (1+2\xi i) - w^2 [M_{sb}]$$

$$[S_{bb}^S] = K_{bb}^S (1+2\xi i) - w^2 [M_{bb}^S]$$

Après développement , il resulte :

$$\begin{bmatrix} [S_{ss}] & -w^2 ([M_{sb}] + [M_{ss}] [T_{sb}]^T) \\ -w^2 ([M_{sb}]^T + [T_{sb}]^T [M_{ss}]) & [S_{bb}^S] + [S_{bs}] [T_{sb}] - w^2 [T_{sb}]^T ([M_{sb}] + [M_{ss}] [T_{sb}]) + [S_{bb}^S] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_s^d \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ [S_{bb}^f] u_b^f \end{Bmatrix} \dots IV-37$$

de plus le déplacement dynamique de la structure peut s'écrire dans la base des vecteurs propres :

$$u_s^d = [\phi] y \dots IV-38$$

avec  $y$  : vecteur coordonnées généralisées relatives aux modes propres de vibration de la structure à base rigide.

Sous forme matricielle, on peut écrire :

$$\begin{Bmatrix} u_s^d \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\phi] & \\ & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ u_b^t \end{Bmatrix} \dots IV-39$$

En substituant l'équation IV-39 dans l'équation 35, on obtient :

$$\begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [T_{sb}] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\phi] \\ \\ \\ [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \\ \\ u_b^t \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\phi] & [T_{sb}] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y \\ \\ \\ u_b^t \end{Bmatrix}$$

$\underbrace{\quad\quad\quad}_{[\bar{\phi}]}$

où  $[\bar{\phi}]$  est la matrice de transformation.

#### 4.4- Reduction du nombre de degres de liberte des equations de mouvement :

Il s'agit de diminuer le nombre d'équations des mouvements relatives aux systèmes à grands nombre de degrés de liberté.

La technique de la décomposition modale habituellement n'est pas applicable du fait que les fonctions d'impédance de la fondation dépend de la fréquence d'excitation, même dans le cas où l'on utilise des fonctions d'impédances indépendantes de la fréquence.

La réduction de degrés de liberté est possible si la matrice d'amortissement de la structure à base rigide  $[C_{SS}]$  est écrite avec un amortissement de RAYLEIGH :

$$[C_{SS}] = \alpha [M_{SS}] + \beta [K_{SS}]$$

Les fréquences et les modes propres de vibration de la structure s'obtiennent à partir de l'équation caractéristique suivante :

$$\det ([K_{SS}] - \omega^2 [M_{SS}]) = 0 \quad \dots (a)$$

Considérons que les modes propres sont normalisés par rapport à la matrice de masse " $M_{SS}$ " :

$$[\phi]^T [M_{SS}] [\phi] = [I] \quad \dots (b)$$

$$[\phi] [K_{SS}] [\phi] = [\Omega] = [\omega_1^2] = [\Omega] \quad \dots (c)$$

$$[\phi]^T [C_{ss}] [\phi] = [2 \omega_i \xi_i] = [\beta] \dots (d)$$

où :  $\omega_i$  est la fréquence propre du mode  $i$

$\xi_i$  est le pourcentage d'amortissement critique du mode  $i$   
 signalons que la réponse sismique des structures est généralement gouvernée par le "m" premiers modes propres de vibrations ( $m \leq N_s$ )

On remarque donc que les matrices  $[\Omega]$  et  $[\beta]$  sont non seulement diagonales, mais aussi d'une dimension réduite par rapport au degrés de liberté de la structure.

L'équation de mouvement avec le nombre de degrés de liberté original, s'écrit sous la forme :

$$M \ddot{U} + C \dot{U} + K U = - M B \ddot{U}_g = P$$

avec  $u$  trouvé précédemment et vaut :

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u_s^t \\ u_b^t \end{Bmatrix} = [\phi] \begin{Bmatrix} y \\ u_b^t \end{Bmatrix} = [\phi] \{\bar{u}\} \quad (\text{on } [\bar{\phi}] \{ \bar{u} \})$$

$$\text{avec } [\bar{\phi}] = \begin{bmatrix} [\phi] & [T_{sb}] \\ [0] & [I] \end{bmatrix} \dots (e)$$

$y$  : vecteur de coordonnées généralisées relatives aux modes propres de vibration de la structure à base rigide.

La matrice  $[T_{sb}]$  se détermine à partir de l'équation :

$$[T_{sb}] = - [K_{ss}]^{-1} [K_{sb}] \dots (f)$$

L'équation (f) peut être démontrée en soulignant que la force développée dans la structure  $f_{sb}$  par le déplacement des points d'appui de la structure  $u_b$  sera en équilibre avec la force élastique  $f_{ss}$  développée dans la structure due au déplacement  $u_r$  de celle-ci :

$$f_{sb} + f_{ss} = 0 \quad \dots(g)$$

avec  $f_{sb} = [K_{sb}] u_b$  et  $f_{ss} = [K_{ss}] u_r$

d'où :

$$u_r = - [K_{ss}]^{-1} [K_{sb}] u_b$$

En introduisant d'équation (e) dans l'équation de mouvement :

$$[M] \ddot{u} + [C] \dot{u} + [K] u = - [M][B] \ddot{u}_g = P$$

et en multipliant celle-ci par  $[\bar{\phi}]^T$  :

$$\text{avec } [\bar{\phi}]^T = \begin{bmatrix} [\phi]^T & [0] \\ [T_{sb}]^T & [I] \end{bmatrix}$$

on obtient :

$$[\bar{M}] \ddot{\bar{u}} + [\bar{C}] \dot{\bar{u}} + [\bar{K}] \bar{u} = \bar{P} \quad \dots(h)$$

où :

$$[\bar{M}] = [\bar{\phi}]^T [M] [\bar{\phi}] \quad \dots(i)$$

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} [I] & [\phi]^T [M_{ss}] [T_{sb}] + [\phi]^T [M_{sb}] \\ [T_{sb}]^T [M_{ss}] [\phi] + [M_{sb}]^T [\phi] & [T_{s0}]^T [M_{ss}] [T_{sb}] + [T_{s0}]^T [M_{sb}] \\ & + [M_{bb}] + [M_{sb}]^T [T_{sb}] \end{bmatrix}$$

On définit une nouvelle matrice :

$$[\mu] = [\phi]^T [M_{ss}] [T_{s0}] = [\phi] [M_{ss}] [T_{sb}] \quad \dots(j)$$

d'où :

$$[\bar{M}] = \begin{bmatrix} [I] & [\mu] + [\phi]^T [M_{sb}] \\ [\mu]^T + [M_{sb}]^T [\phi] & [\mu]^T [\mu] + [T_{sb}]^T [M_{sb}] + [M_{sb}]^T [T_{sb}] + [M_{bb}] \end{bmatrix}$$

Remarque : Dans ce développement, on a utilisé les égalités suivantes :

$$[\phi][M_{ss}][\phi] = [I]$$

$$[T_{sb}] = [\phi][\mu]$$

$$[T_{s0}]^T [M_{ss}] [T_{s0}] = [\mu]^T [\phi]^T [M_{ss}] [\phi] [\mu] = [\mu]^T [\mu]$$

$$b/ [\bar{K}] = [\bar{\phi}]^T [K] [\bar{\phi}] \dots (k)$$

$$\begin{bmatrix} [\Omega] & [\phi]^T [K_{ss}] [T_{sb}] + [\phi]^T [K_{sb}] \\ [T_{sb}]^T [K_{ss}] [\phi] + [K_{sb}]^T [\phi] & [T_{s0}]^T [K_{ss}] [T_{s0}] + [T_{sb}]^T [K_{sb}] \\ & + [K_{sb}]^T [T_{sb}] + [K_{bb}] + [K_{bb}^{f(w)}] \end{bmatrix}$$

L'équation précédente peut être simplifiée vu que :

$$[K_{sb}] = - [K_{ss}] [T_{sb}] \dots (l)$$

$$[K_{bb}] = [T_{sb}]^T [K_{ss}] [T_{sb}] \dots (m)$$

L'équation (l) est équivalente à l'équation (f), quand à l'équation (m) peut être obtenue à partir d'un raisonnement similaire, à savoir que la force élastique développée aux points d'appui de la structure est due aux déplacements  $u_r$ , sera en équilibre avec la force élastique développée aux points d'appui  $f_{bb}$  due aux déplacements de ceux-ci  $u_b$ .

$$f_{bs} + f_{bb} = 0$$

$$\text{où } f_{bb} = [K_{bb}] u_b$$

$$\text{et } f_{bs} = [K_{bs}] u_r = [K_{sb}]^T u_r$$

$$\rightarrow [K_{bb}] u_b = - [K_{sb}] u_r$$

$$\text{sachant que : } u_r = - [K_{ss}]^{-1} [K_{sb}] u_b$$

$$\rightarrow [K_{bb}] = [K_{sb}]^T [K_{ss}]^{-1} [K_{sb}] \dots (n)$$

d'où :

$$[\bar{K}] = [\bar{\phi}][K]^T[\bar{\phi}] = \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & [K_{bb}^{f(w)}] \end{bmatrix} \dots\dots(p)$$

c/  $[\bar{C}] = [\bar{\phi}]^T[C][\bar{\phi}] \dots\dots(2)$

$$= \begin{bmatrix} [\beta] & [\phi]^T[C_{ss}][T_{sb}] + [\phi]^T[C_{sb}] \\ [T_{sb}][C_{ss}][\phi] & [T_{sb}]^T[C_{ss}][T_{sb}] + [T_{sb}][C_{sb}] \\ + [C_{sb}]^T[\phi] & + [C_{sb}]^T[T_{sb}] + [C_{bb}] + [C_{bb}^{f(w)}] \end{bmatrix}$$

Les matrices  $[C_{sb}]$  et  $[C_{bb}]$  peuvent être créés à partir de la matrice  $[C_{ss}]$  à l'aide des équations :

$$[C_{sb}] = -[C_{ss}][T_{sb}] \dots\dots(v)$$

$$[C_{bb}] = [T_{sb}]^T[C_{ss}][T_{sb}] \dots\dots(w)$$

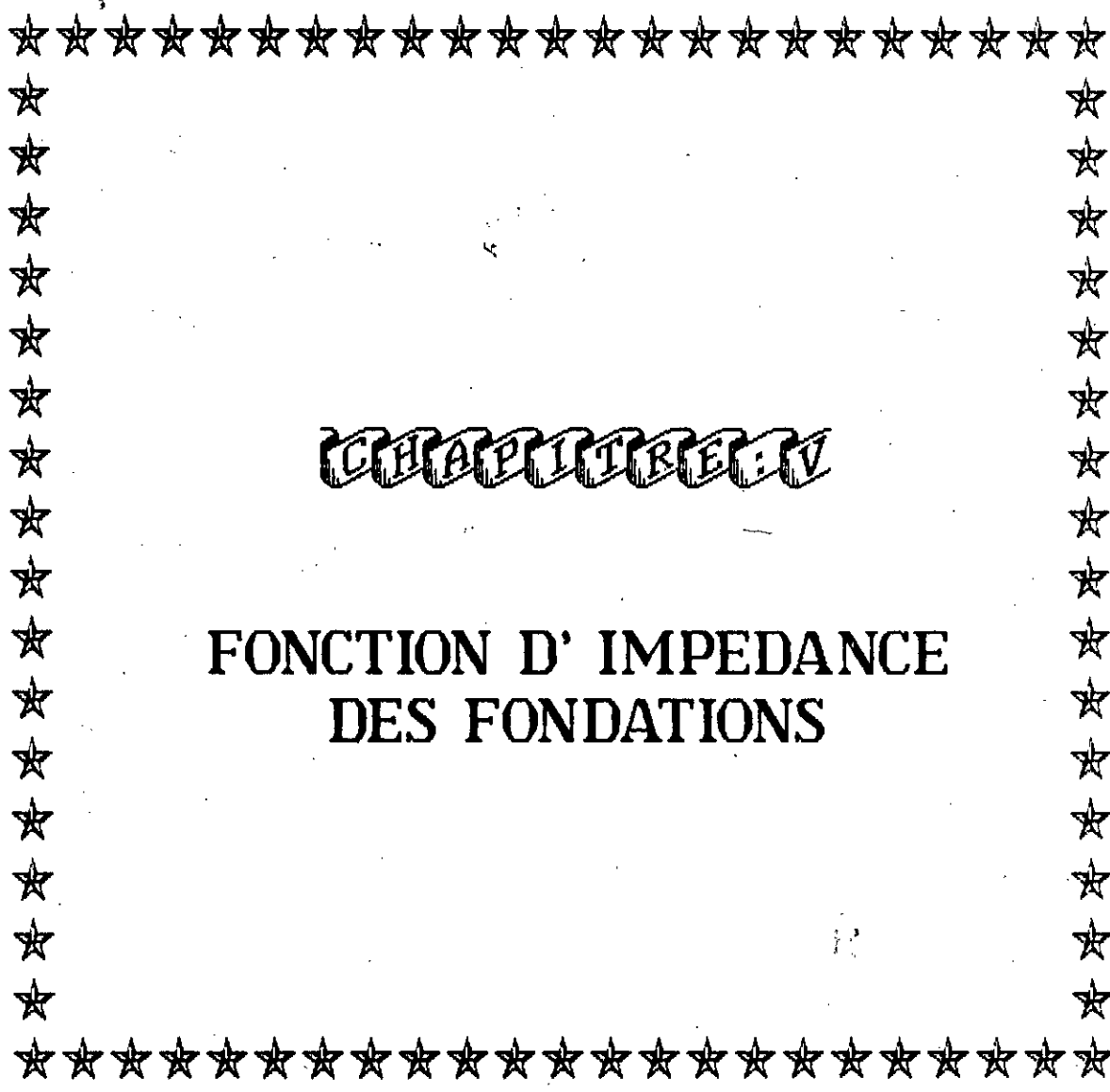
Signalons que ces équations sont similaires aux équations (l) et (m).

En reportant les equations (v) et (w) dans l'equation (2), on obtient :

$$[\bar{C}] = [\bar{\phi}]^T[C][\bar{\phi}] = \begin{bmatrix} [\beta] & [0] \\ [0] & [C_{bb}^{f(w)}] \end{bmatrix}$$

Enfin,  $P = [\bar{\phi}]^T[P] = - [\bar{\phi}]^T[M][B] \ddot{u}_g$





**CHAPITRE V**

**FONCTION D' IMPEDANCE  
DES FONDATIONS**

## Chapitre V

## FONCTIONS D'IMPEDANCE DES FONDATIONS

## 1- DEFINITION DE L'IMPEDANCE D'UNE FONDATION :

Considérons une fondation de forme quelconque reposant à la surface d'un milieu semi-infini et soumise à une force harmonique :

$$P_0 e^{i\omega t}$$

Outre la force appliquée, les forces s'exerçant sur la fondation sont les forces d'inertie et les forces de réaction du sol  $F(t)$ . Il en résulte un déplacement :  $U_0 e^{i\omega t}$  de la fondation.

Associés à la fondation réelle une fondation fictive de même caractéristiques géométriques, mais de masse nulle. Soit  $U(t)$  son déplacement lorsqu'elle est soumise à la force appliquée  $P(t)$ .

Par définition, on appelle impédance de la fondation le quotient de la force appliquée au déplacement de la fondation sans masse :

$$K(\omega) = P(t) / U(t) \dots (V-1)$$

Il est évident, les forces d'inertie de la fondation étant nulles, donc :

$$K(\omega) = F(t) / U(t) \dots (V-2)$$

## 2- METHODES DE DETERMINATION DES FONCTIONS D'IMPEDANCE :

La formulation du problème de détermination des fonctions d'impédance est identique à celle de tout problème de mécanique des milieux continus à savoir qu'en tout point :  $M(x,y,z)$  du milieu continu, on définit un tenseur des contraintes  $(\sigma_{ij})$ , un vecteur déplacement  $(U_i)$  et un tenseur de déformations  $(\epsilon_{ij})$ .

Le tenseur des déformations est défini à partir du vecteur déplacement par les équations géométriques :

$$\sigma_{ij} = f(U_i) \quad \dots(V-3)$$

On considère qu'il existe entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations une relation caractéristique du 'matériau'. C'est la "loi rhéologique" ou "loi de comportement" :

$$\sigma_{ij} = g(\epsilon_{ij}) \quad \dots(V-4)$$

L'équation d'équilibre dynamique d'un élément de volume concentré M permet d'établir les équations différentielles vérifiées par  $(\sigma_{ij})$

$$F(\sigma_{ij}, x, y, z, t) = 0 \quad \dots(V-5)$$

à l'aide des équations géométriques et de la loi de comportement, ces équations peuvent s'écrire :

$$\phi(u_i, x, y, z, t) = 0 \quad \dots(V-6)$$

La résolution de l'équation (V-6) nécessite de connaître les conditions initiales et les conditions aux limites appliquées au milieu continu.

La résolution des équations différentielles peut être faite par des méthodes numériques et dans le cas d'hypothèses simples par des méthodes analytiques.

#### 2.1- Méthodes numériques :

La méthode des éléments finis est utilisée pour la détermination des fonctions d'impédance des fondations, elle est basée sur la discrétisation du milieu continu en un certain nombre d'éléments de taille relativement petite ayant des formes dépendant de la géométrie du problème.

Une autre méthode numérique, nommée "méthode des équations intégrales" permet d'obtenir facilement les fonctions d'impédance

dans le cas du milieu homogène bicouche ou éventuellement tricouche. Dans cette méthode un problème écrit pour un milieu "Ω" se résout sur sa frontière.

Elle sera donc performante pour les problèmes de sollicitations en surface tels que les vibrations de fondations.

## 2.2- Méthodes analytiques :

Plusieurs solutions analytiques relatives à l'étude d'une fondation circulaire rigide de masse nulle reposant sur un milieu semi-infini ont été rapportées dans la littérature. Les solutions obtenues diffèrent suivant les conditions aux limites qui sont adoptées pour la résolution des équations différentielles.

Parmi ces solutions analytiques, on cite les travaux de :

a/ REISSNER : Vibration d'une fondation circulaire sur un demi-espace élastique linéaire, homogène isotrope sous l'effet d'une force verticale avec une distribution uniforme des contraintes verticales. ( $K_{zz}$  et  $C_{zz}$ ).

b/ SUNG : Vibration verticale d'une fondation circulaire reposant sur un milieu semi-infini, homogène, isotrope, élastique, linéaire sous l'effet d'un effort extérieur vertical dans les cas suivants :

- 1/ Distribution des déplacements verticaux est uniforme.
- 2/ Distribution des contraintes verticales est uniforme.
- 3/ Distribution des contraintes verticales est parabolique sur l'aire de contact entre la fondation et le sol.

c/ HSIEH : reprend les hypothèses de SUNG et complète avec les cas de pompage, tamis, roulis.

$$K_{xx}, C_{xx}, C_{\theta\theta}, K_{\theta\theta}, K_{\psi\psi}, C_{\psi\psi}$$

d/ DELEUZE : Vibration d'une fondation circulaire reposant sur un milieu semi-infini homogène, isotrope, élastique, linéaire pour les mouvements de pompage, tamis, roulis en considérant une distribution uniforme sur la zone de contact de la fondation avec le sol pour les 2<sup>ème</sup> types de mouvement et une distribution linéaire des contraintes sur celle-ci pour le mouvement de balancement.

$$K_{zz}, C_{zz}, K_{xx}, C_{xx}, K_{\theta\theta}, C_{\theta\theta}$$

$$K_{x\theta} = K_{\theta x} ; C_{x\theta} = C_{\theta x}$$

### 3- FORME GENERALE DES FONCTIONS D'IMPÉDANCE :

Les fonctions d'impédance obtenues lors de l'étude théorique repondant à l'équation suivante :

$$F_b(\omega) e^{i\omega t} = [K_{bb}(\omega)] u_b(\omega) e^{i\omega t} + i\omega [C_{bb}(\omega)] u_b(\omega) e^{i\omega t}$$

où :  $\omega$  : fréquence d'excitation

$F_b(\omega)$  = vecteur amplitudes de forces harmoniques appliquées à la fondation.

$u_b(\omega)$  = désigne le vecteur des amplitudes des déplacements harmoniques de la fondation .

$[K_{bb}(\omega)], [C_{bb}(\omega)]$  contiennent respectivement les parties réelles et imaginaires des fonctions d'impédance.

Compte tenu du fait que les forces appliquées et les déplacements subis sont harmoniques , l'équation (V-7) devient :

$$F_b(\omega) = [K_{bb}(\omega)] u_b(\omega) + [C_{bb}(\omega)] u_b(\omega)$$

où :  $u_b(\omega)$  = vecteur vitesse de la fondation;

Autrement dit les matrices des fonctions d'impédance de la

fondation  $[K_{bb}(w)]$  et  $[C_{bb}(w)]$  contiennent les coefficients de ressorts et amortisseurs équivalent au comportement de la fonction. Pour une fondation rigide à 6 degrés de liberté, on écrit :

$$F_b(w) = \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \\ M_\phi \\ M_\theta \\ M_\psi \end{Bmatrix} ; u_b(w) = \begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \\ u_\phi \\ u_\theta \\ u_\psi \end{Bmatrix}$$

$$[K_{bb}(w)] = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & 0 & K_{x\phi} & 0 & 0 \\ 0 & K_{yy} & 0 & 0 & K_{y\phi} & 0 \\ 0 & 0 & K_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ K_{\phi x} & 0 & 0 & K_{\phi\phi} & 0 & 0 \\ 0 & K_{\phi y} & 0 & 0 & K_{\phi\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & K_{\psi\psi} \end{bmatrix}$$

$$[C_{bb}(w)] = \begin{bmatrix} C_{xx} & 0 & 0 & C_{x\phi} & 0 & 0 \\ 0 & C_{yy} & 0 & 0 & C_{y\phi} & 0 \\ 0 & 0 & C_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ C_{\phi x} & 0 & 0 & C_{\phi\phi} & 0 & 0 \\ 0 & C_{\phi y} & 0 & 0 & C_{\phi\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{\psi\psi} \end{bmatrix}$$

Dans le cas d'une fondation circulaire rigide, on aura par symétrie :

$$\begin{aligned} K_{yy} &= K_{xx} \\ K_{\theta\theta} &= K_{\phi\phi} \\ K_{y\theta} &= K_{x\phi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{yy} &= C_{xx} \\ C_{\theta\theta} &= C_{\phi\phi} \\ K_{x\phi} &= C_{y\theta} \end{aligned}$$

#### 4- FONCTIONS D'IMPEDANCE INDEPENDANTES DE LA FREQUENCE :

, Du fait des difficultés de calcul que représente la prise en compte des fonctions d'impédance variable avec la fréquence, une simplification a été introduite qui consiste à proposer des valeurs des fonctions d'impédance indépendantes de la fréquence. L'idée a été donnée par LYSMER et a été développée par plusieurs chercheurs. Ces fonctions d'impédance constantes donnent des résultats proches de ceux obtenus à partir des valeurs dépendant de la fréquence si l'on considère la vibration d'une fondation circulaire rigide sur un espace semi-infini, homogène isotrope, élastique linéaire.

Nous citons ci-dessous quelques solutions classiques :

a/ NIETO, ROSENBLUTH, RASCON, BARKEN : ont donné les fonctions d'impédance des fondations circulaires et rectangulaires sur le tableau (1). Dans cette proposition on ajoute à la masse de la fondation une masse virtuelle représentée par un volume de terre ayant la même surface de base que la fondation et une hauteur variable suivant le mouvement de la fondation.

| Degré de liberté | hauteur du prisme de sol | amortissement visqueux | rigidité                       |                      |
|------------------|--------------------------|------------------------|--------------------------------|----------------------|
|                  |                          |                        | base circulaire                | base rectangulaire   |
| vertical         | $0,25 \sqrt{A}$          | $5,42 \sqrt{K.g.h^3}$  | $4Gr_0/(1-\nu)$                | $EVA Cs$             |
| horizontal       | $0,05 \sqrt{A}$          | $41,1 \sqrt{K.g.h^3}$  | $5,8\pi Gr_0(1-\nu)/(2-\nu)^2$ | $EVA K/(1-\nu)$      |
| balancement      | $0,35 \sqrt{A}$          | $0,79 \sqrt{K.g.h^3}$  | $2,7 Gr_0^3(\nu=0)$            | $EIK_\phi VA(1-\nu)$ |
| torsion          | $0,25 \sqrt{A}$          | $3,76 \sqrt{K.g.h^3}$  | $16 Gr_0^3/3$                  | $1,5EIK/VA(1-\nu^2)$ |

| a/b | C <sub>s</sub> | K <sub>T</sub> |       |       |       | K <sub>φ</sub> |
|-----|----------------|----------------|-------|-------|-------|----------------|
|     |                | 0,2            | 0,3   | 0,4   | 0,5   |                |
| 1   | 1,06           | 0,938          | 0,868 | 0,792 | 0,704 | 1,984          |
| 2,5 | 1,07           | 0,942          | 0,864 | 0,77  | 0,692 | 2,254          |
| 2   | 1,09           | 0,945          | 0,87  | 0,784 | 0,686 | 2,510          |
| 3   | 1,13           | 0,975          | 0,906 | 0,806 | 0,700 | 2,955          |
| 4   | 1,22           | 1,05           | 0,960 | 0,850 | 0,732 | 3,706          |
| 10  | 1,41           | 1,16           | 1,04  | 0,940 | 0,940 | 4,981          |

TABLEAU 1

b/ RICHART, WOODS, HALL : ont donné les fonctions d'impédance constantes relatives à une fondation circulaire rigide.

$$K_{zz} = 4Gr_0/(1-\nu) ; C_{zz} = 3,4 r_0^2 \sqrt{G.\rho}/(1-\nu) : \text{pompage}$$

$$K_{xx} = 32(1-\nu)Gr_0/(7-8\nu) ; C_{xx} = 18,4(1-\nu)r_0^2 \sqrt{G.\rho}/(7-8\nu) : \text{Tamis}$$

$$K_{\theta\theta} = 8Gr_0^3/3(1-\nu) ; C_{\theta\theta} = 0,8 r_0^4 \sqrt{G.\rho}/(1-\nu)(1+\nu) : \text{balancement}$$

$$K_{\psi\psi} = 16 Gr_0^3/3 ; C_{\psi\psi} = r_0^4 \sqrt{G.\rho.B\psi} / 1+2B\psi : \text{Lacet}$$

où :

$$B_\theta = 3(1-\nu)/8 \cdot I_\theta/\rho.r_0^5$$

$$B_\psi = I_\psi/\rho.r_0^5$$



$B_\theta, B_\psi$  : coefficients de masse

$I_\theta$  : designe le moment d'inertie polaire de la masse de la fondation par rapport aux axes y (ou x).

$I_\psi$  : moment d'inertie polaire de la masse de la fondation par rapport à l'axe z.

Les taux d'amortissement pour les mouvements de pompage, de tamis, de roulis et de lacet sont les suivants:

$$\xi_z = 0,425 / \sqrt{B_z} ; \xi_x = 0,288 / \sqrt{B_x}$$

$$\xi_\theta = 0,15 / (1+B_\theta) \sqrt{B_\theta} ; \xi_\psi = 0,5 / (1+2B_\psi)$$

où :

$$B_z = (1-\nu)m / 4(\rho.r_0^3) ; B_x = 7-8\nu / 32(1-\nu) m / \rho.r_0^3$$

#### 5- FONCTIONS D'IMPEDANCE RAMENEES AU CENTRE DE GRAVITE DE LA FONDATION :

Les fonctions d'impédance qu'on vient de présenter sont définies pour la zone de contact entre fondation et le sol.

Toutefois les fonctions d'impédance intervenant dans les équations du mouvement sont généralement celles ramenées au centre de gravité de la fondation.

Il est donc nécessaire d'apporter une modification aux fonctions d'impédance relatives aux mouvements de balancements.

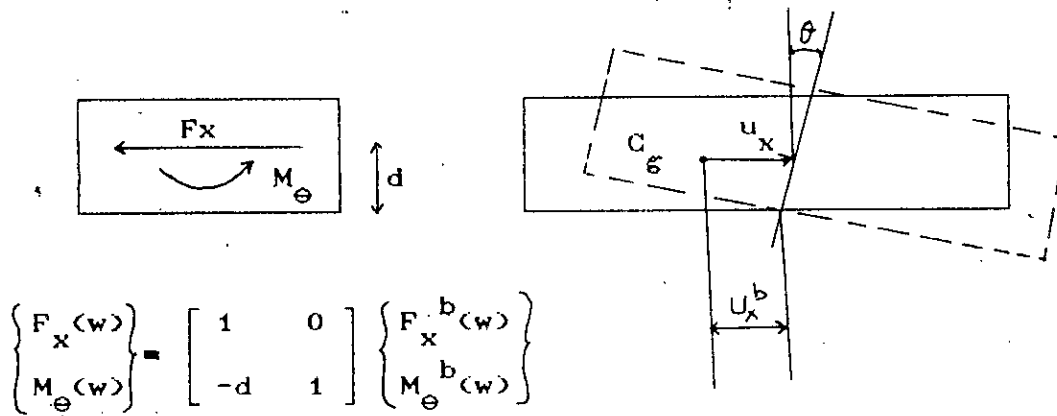
Supposons que  $F^b(w)$  et  $u^b(w)$ .

Soient les vecteurs de force et de déplacement relatifs au centre de la zone de contact de la fondation avec le sol et que :

$$\begin{Bmatrix} F_x(w) \\ M_\theta(w) \end{Bmatrix} \text{ et } \begin{Bmatrix} u_x(w) \\ u_\theta(w) \end{Bmatrix} \text{ soient ceux relatifs au centre de gravité de la}$$

fondation.

En se referant à la ligne suivante :



$$\begin{Bmatrix} F_x(w) \\ M_\theta(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -d & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_x^b(w) \\ M_\theta^b(w) \end{Bmatrix}$$

où  $d$  : désigne la hauteur du centre de gravité de la fondation à la surface du sol.

On désigne les relations "forces-déplacements" relatives au centre de la zone de contact de la fondation avec le sol et celles relatives au centre de gravité de la fondation par les équations suivantes :

$$\begin{Bmatrix} F_x^b(w) \\ M_\theta^b(w) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx}(w) & K_{x\theta}(w) \\ K_{x\theta}(w) & K_{\theta\theta}(w) \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} C_{xx}(w) & C_{x\theta}(w) \\ C_{x\theta}(w) & C_{\theta\theta}(w) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_x^b(w) \\ u_\theta^b(w) \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow K_{xx}(w) = K_{xx}(w)$$

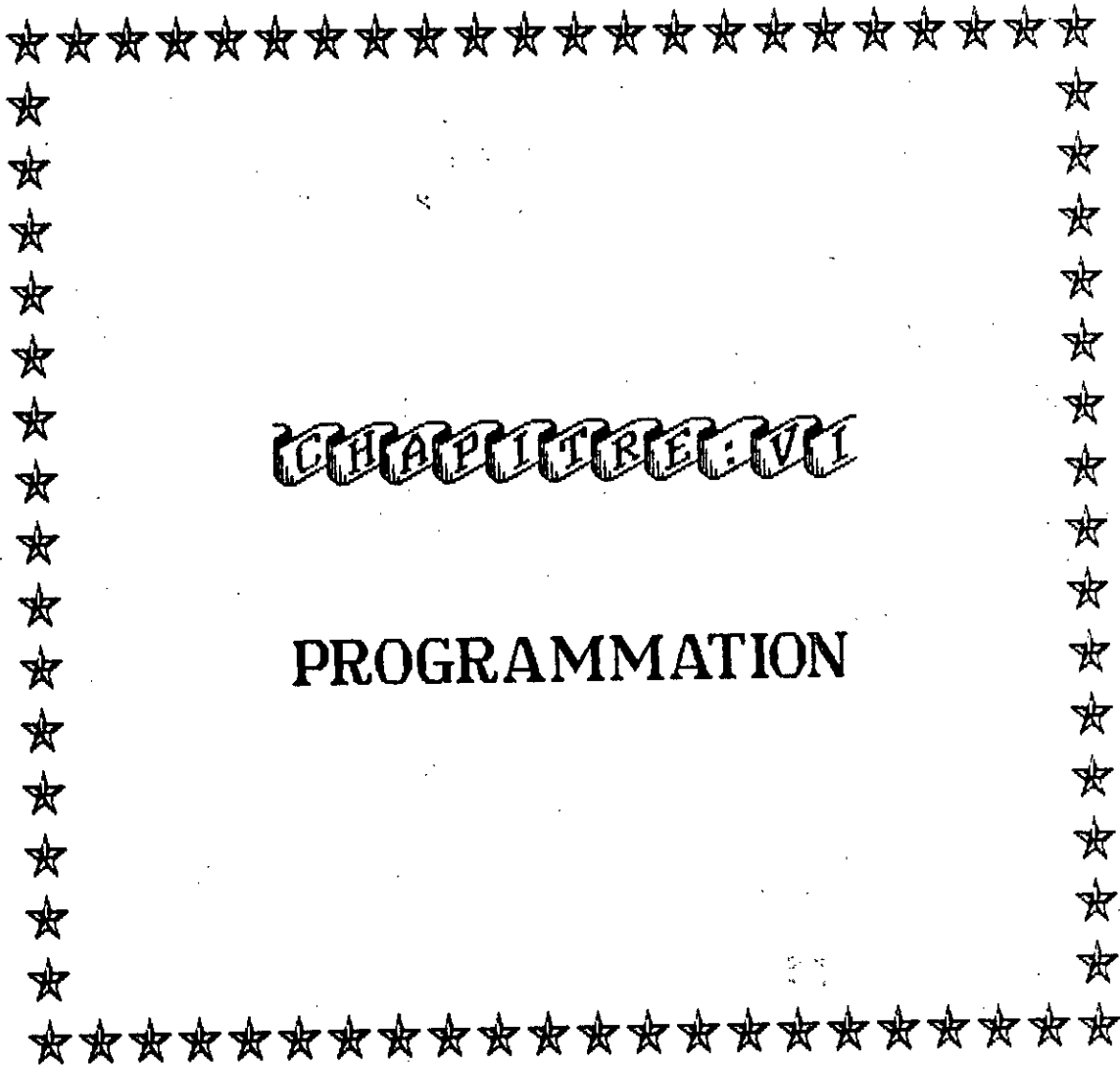
$$K_{x\theta}(w) = K_{x\theta}(w) - d K_{xx}(w)$$

$$K_{\theta\theta}(w) = K_{\theta\theta}(w) - 2 d K_{x\theta}(w) + d^2 K_{xx}(w)$$

$$C_{xx}(w) = C_{xx}(w)$$

$$C_{x\theta}(w) = C_{x\theta}(w) - d C_{xx}(w)$$

$$C_{\theta\theta}(w) = C_{\theta\theta}(w) - 2 d C_{x\theta}(w) + d^2 C_{xx}(w)$$



**CHAPITRE VI**

**PROGRAMMATION**

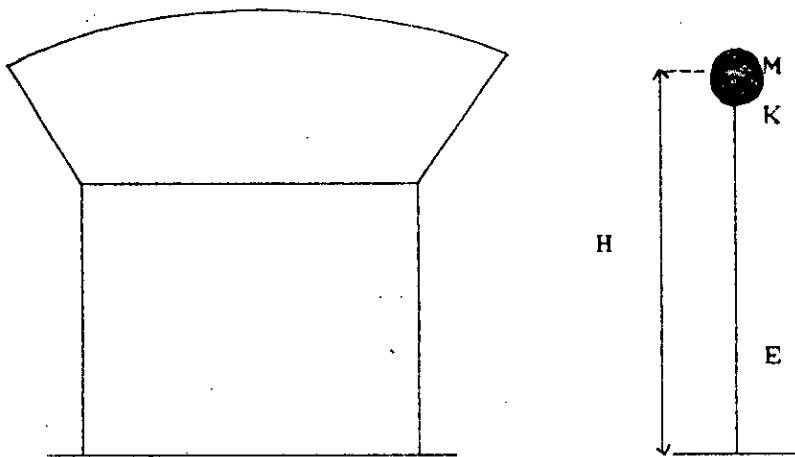


## Chapitre VI

## PROGRAMMATION

## 1- SYSTEME A UN SEUL DEGRE DE LIBERTE :

On a pris comme exemple un chateau d'eau :



$$E = 3,67 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$$

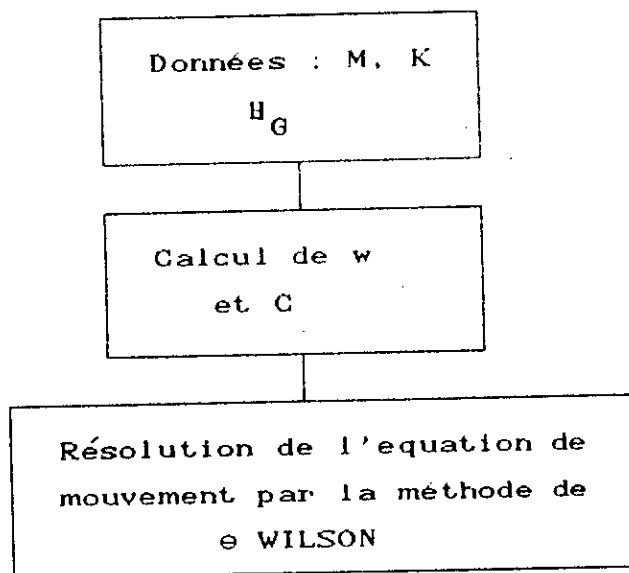
$$M = 928,56 \text{ t}$$

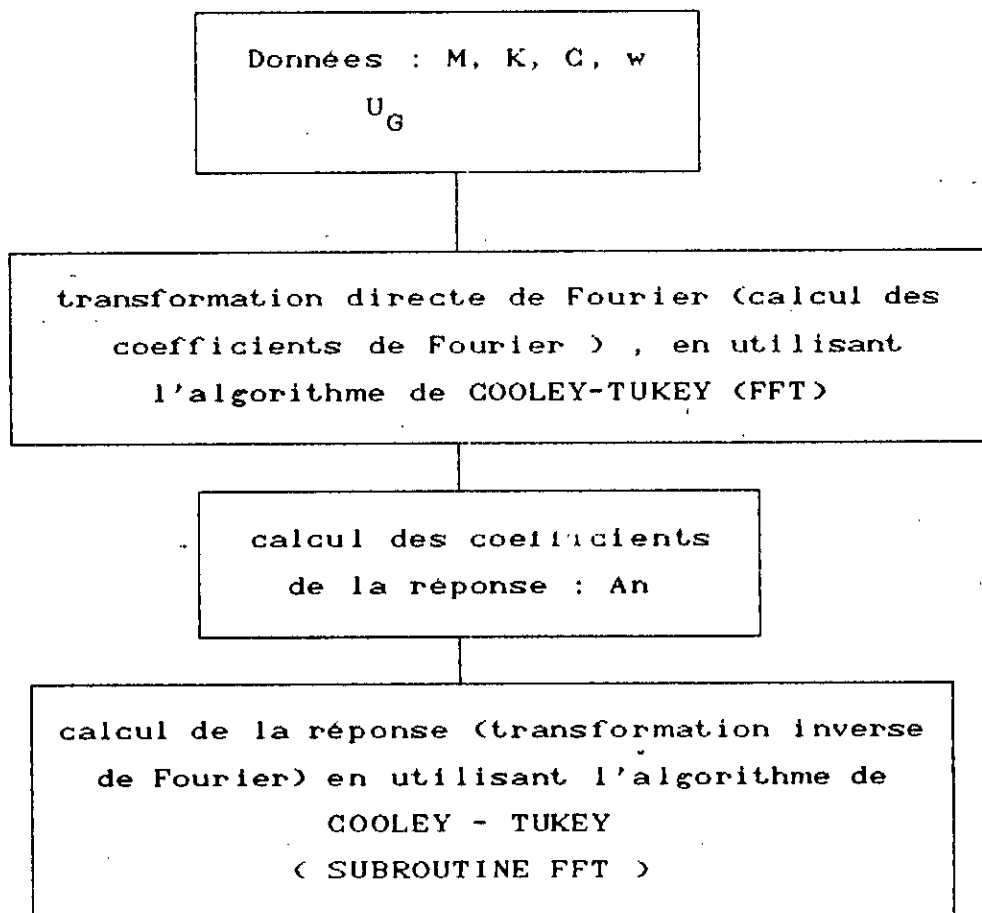
$$H = 28,86 \text{ m}$$

La fondation est un radier circulaire de rayon :  $R = 8 \text{ m}$

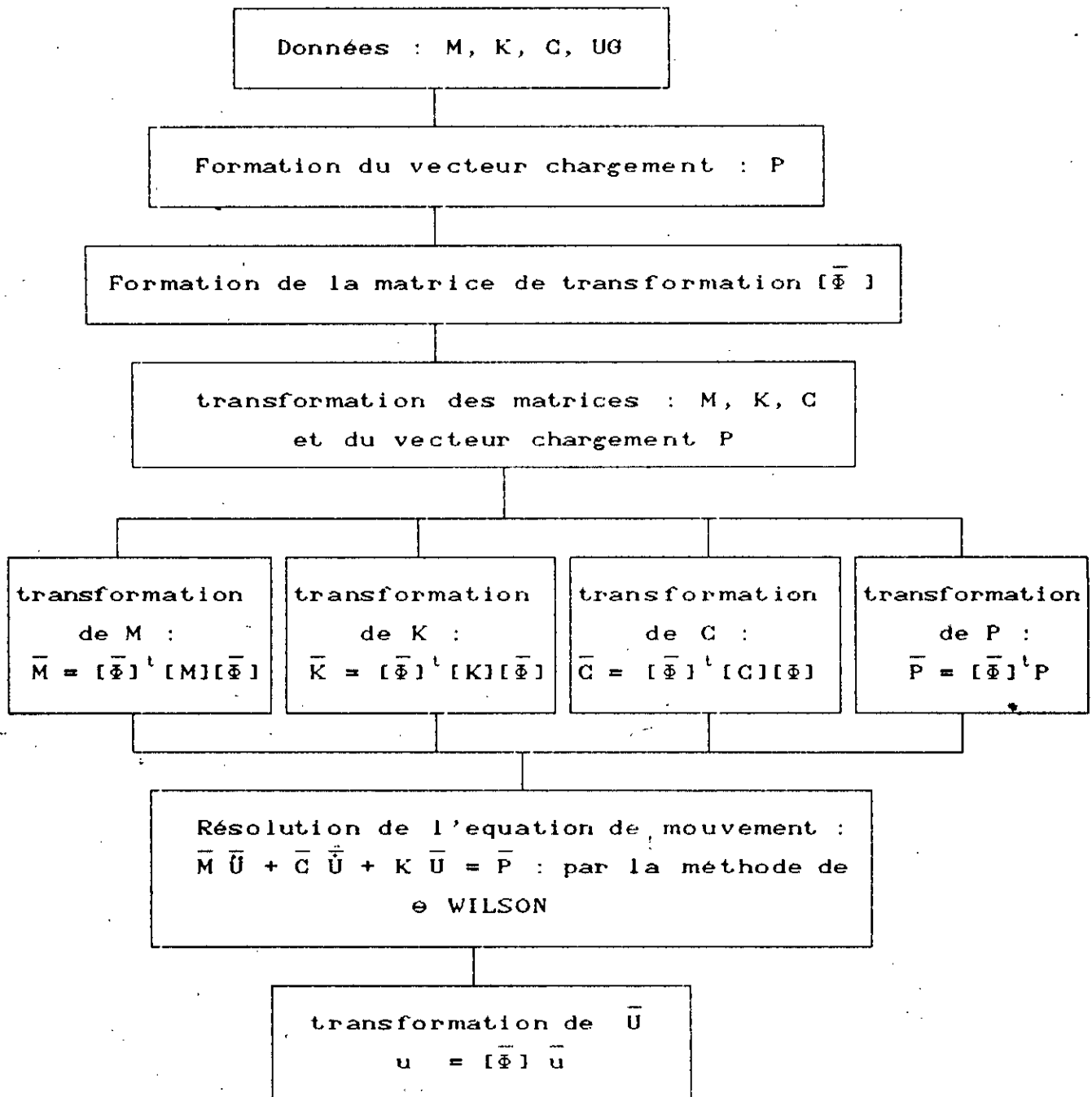
A/ Structure encastrée à sa base :

A.1/ Etude dans le domaine des temps :



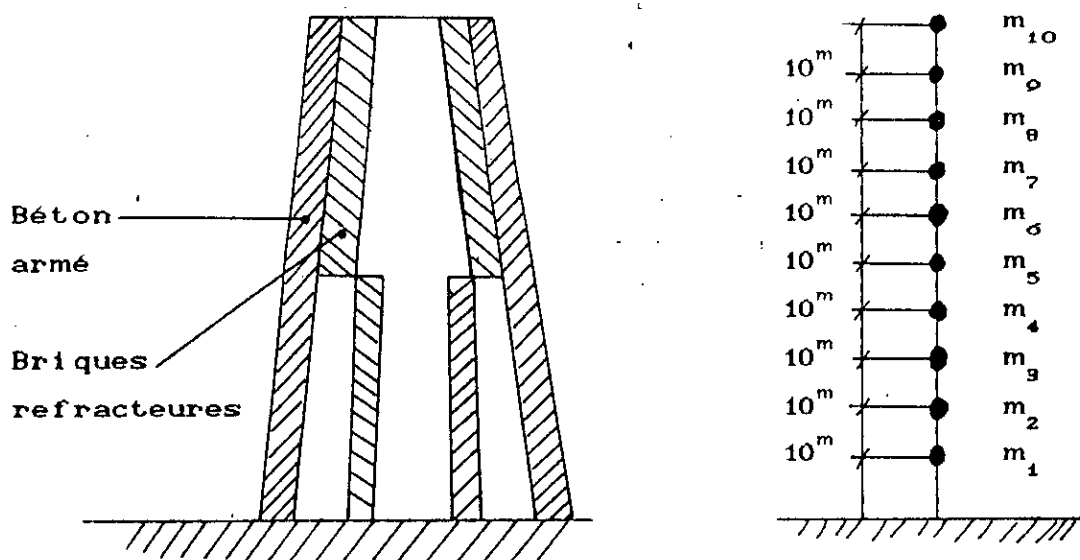
A.2/ Etude dans le domaine des fréquences :

B/ Interaction sol-structure : nbre de d.d.l = 3



2- SYSTEME A PLUSIEURS DEGRES DE LIBERTE :

On a pris comme exemple une cheminée :

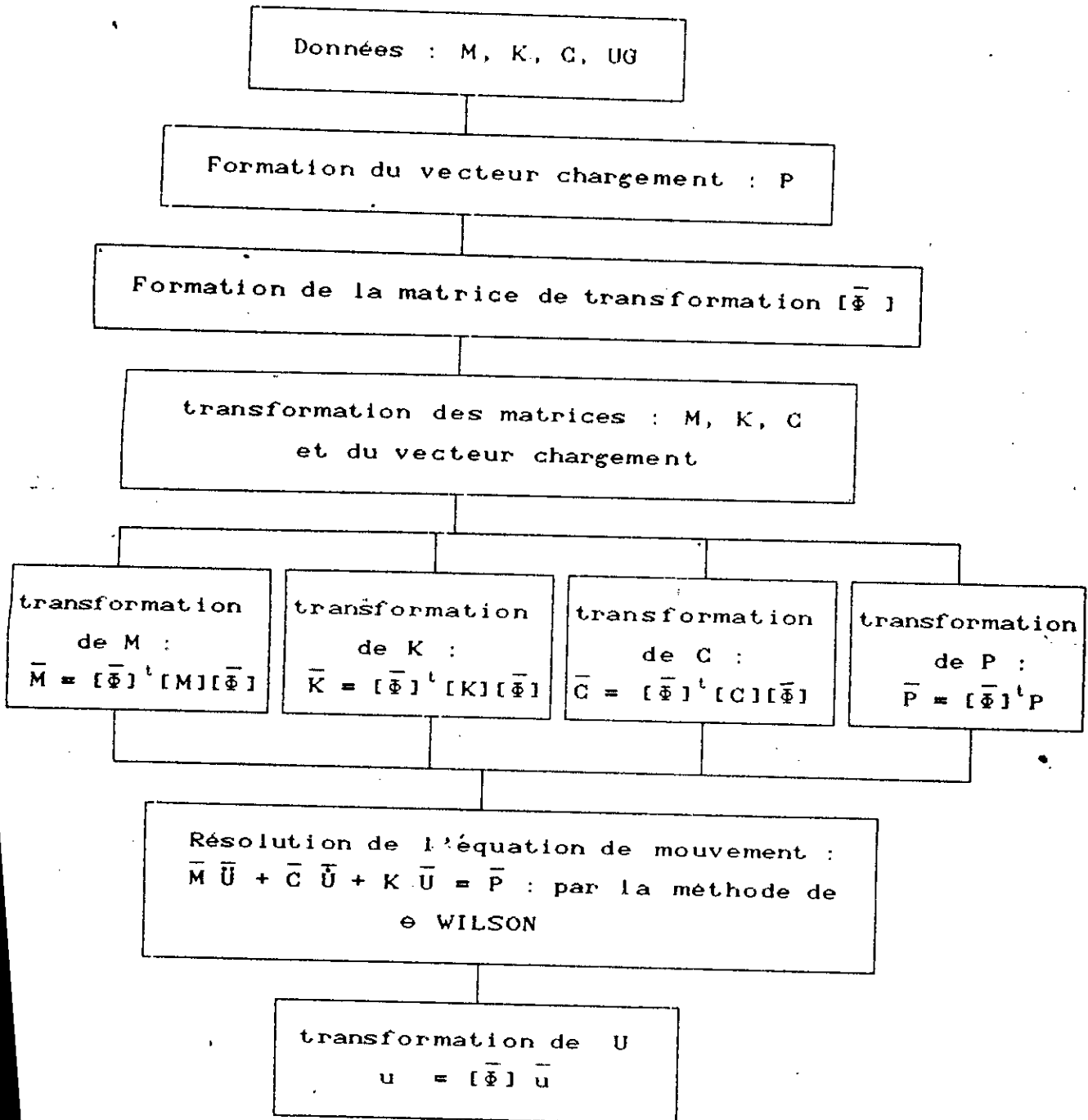


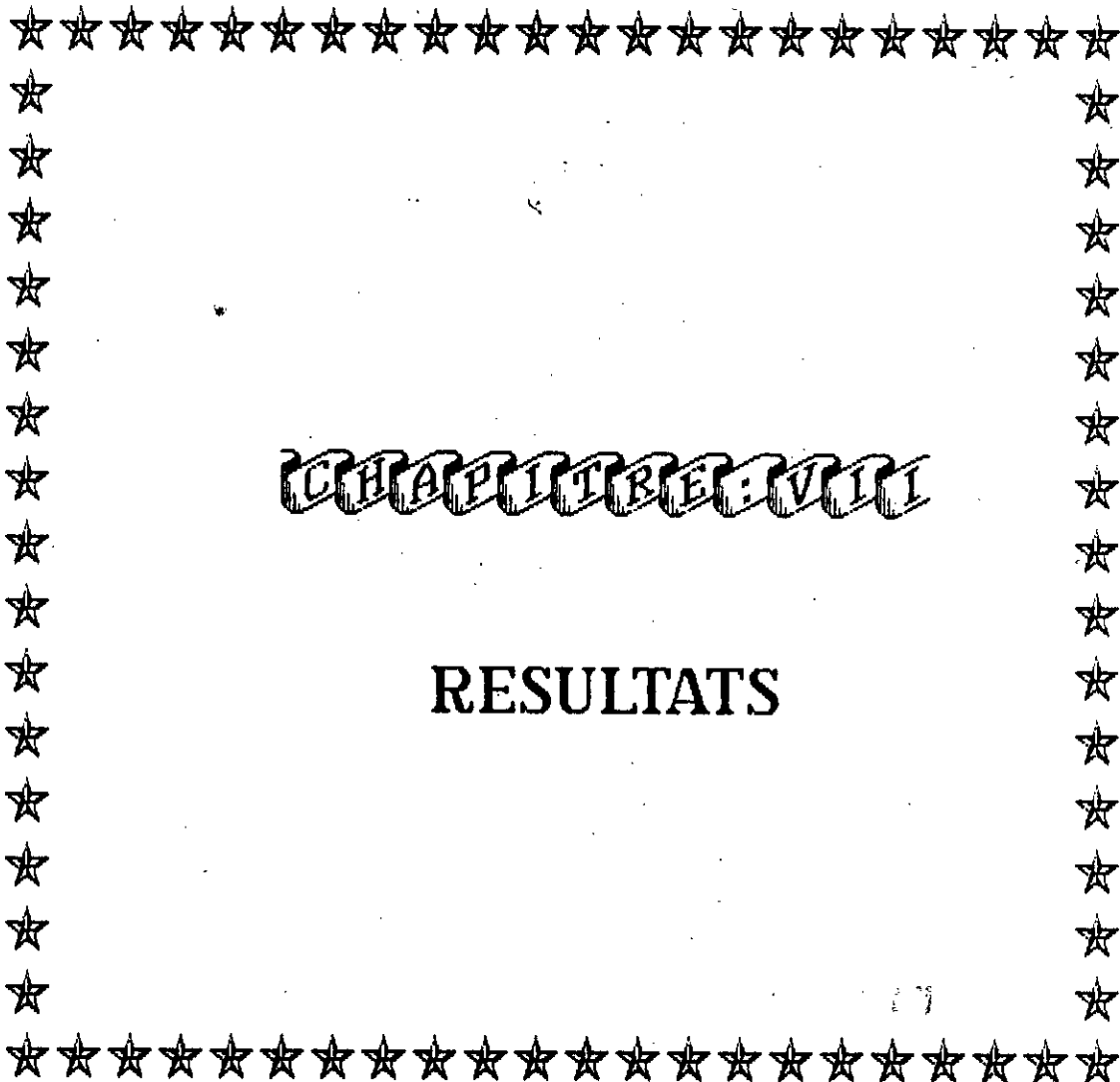
$E = 3,45 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$

La fondation est un radier circulaire de  $14^m$  de diamètre et 200 cm d'épaisseur.



B/ Interaction sol-structure : nbre de d.d.l = 12





CHAPITRE VII

RESULTATS

## Chapitre 7

## RESULTATS

L'analyse des resultats obtenu s nous a permis de dégager les résultats suivants :

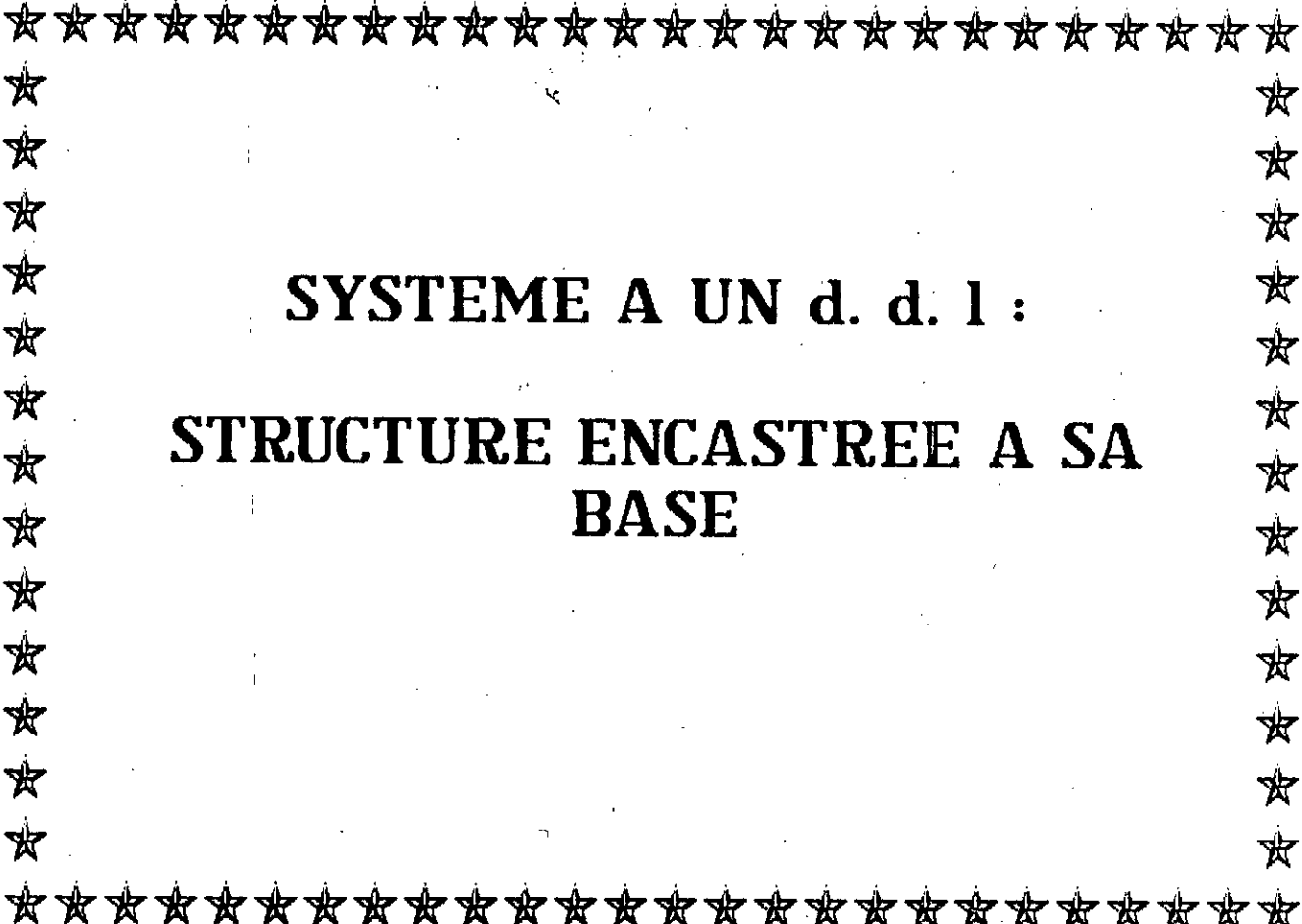
- Les déplacements obtenus pour une structure où on a pris en compte l'interaction sol-structure étaient plus grands que ceux obtenu s pour la même structure , mais supposé encastrée à sa base.

- Quand le module d'élasticité du sol est grand (fondation rigide), la réponse dynamique de la structure suit le mouvement imposé .

- Les déplacements de la structure obtenus pour un sol incompressible ( $\bar{\nu} = \frac{1}{2}$ ) étaient plus petit s que ceux obtenus pour un sol compressible ( $\bar{\nu} = 1/3$ ) .

- Pour le système a plusieurs degrés de liberté, les déplacements obtenus par masse pour la même structure traitée dans les deux cas, c'est-à-dire : avec et sans la prise en compte de l'interaction sol-structure, ont une particularité, c'est être proportionnels entre eux, c'est-à-dire : le déplacement de la masse "K" est proportionnel a celui de la masse "K+1" .

Remarque : Les resultats de l'analyse dans le domaine des frequences sont donnés sous forme de tableaux donnant , la partie réelle et imaginaire des déplacements ( voir annexe) .

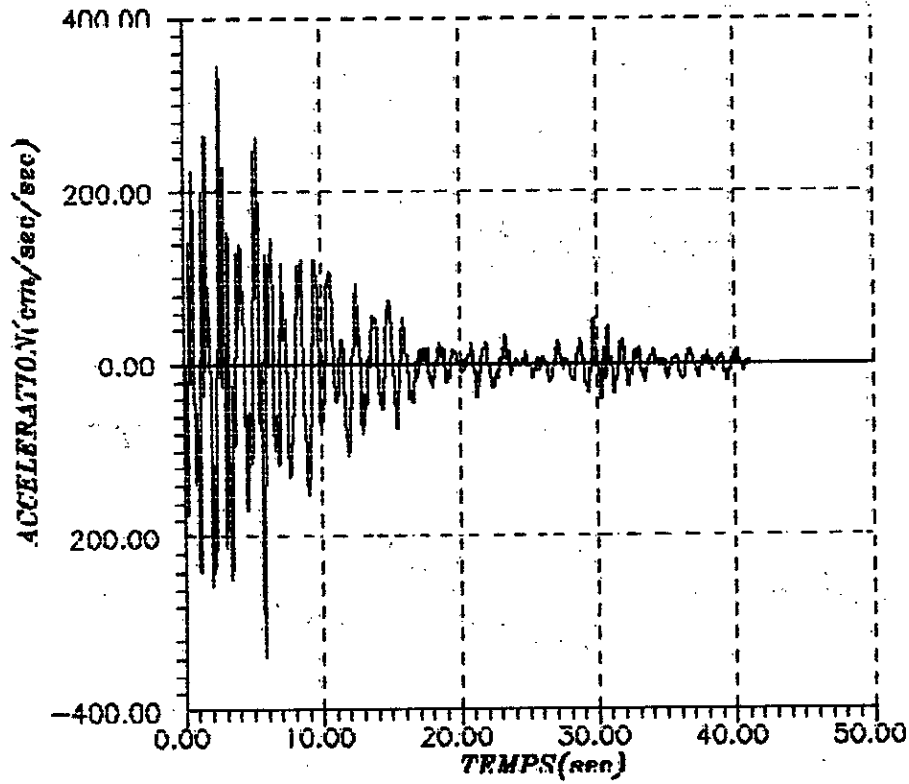


**SYSTEME A UN d. d. l :**

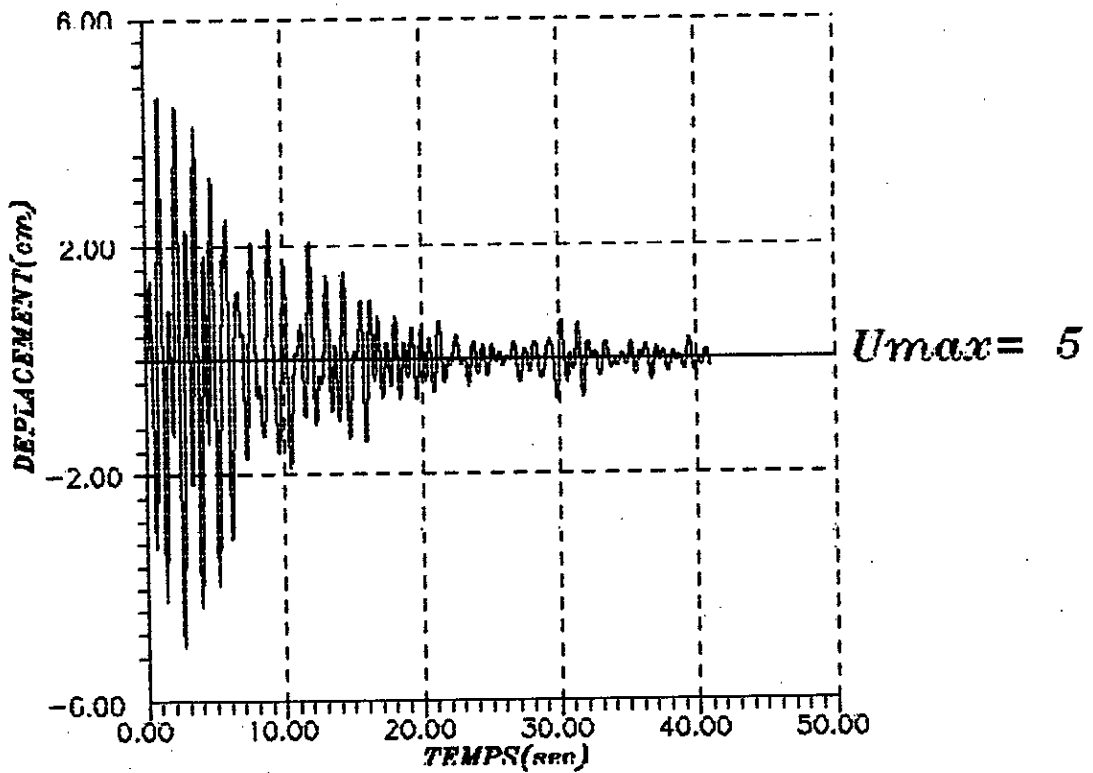
**STRUCTURE ENCASTREE A SA  
BASE**

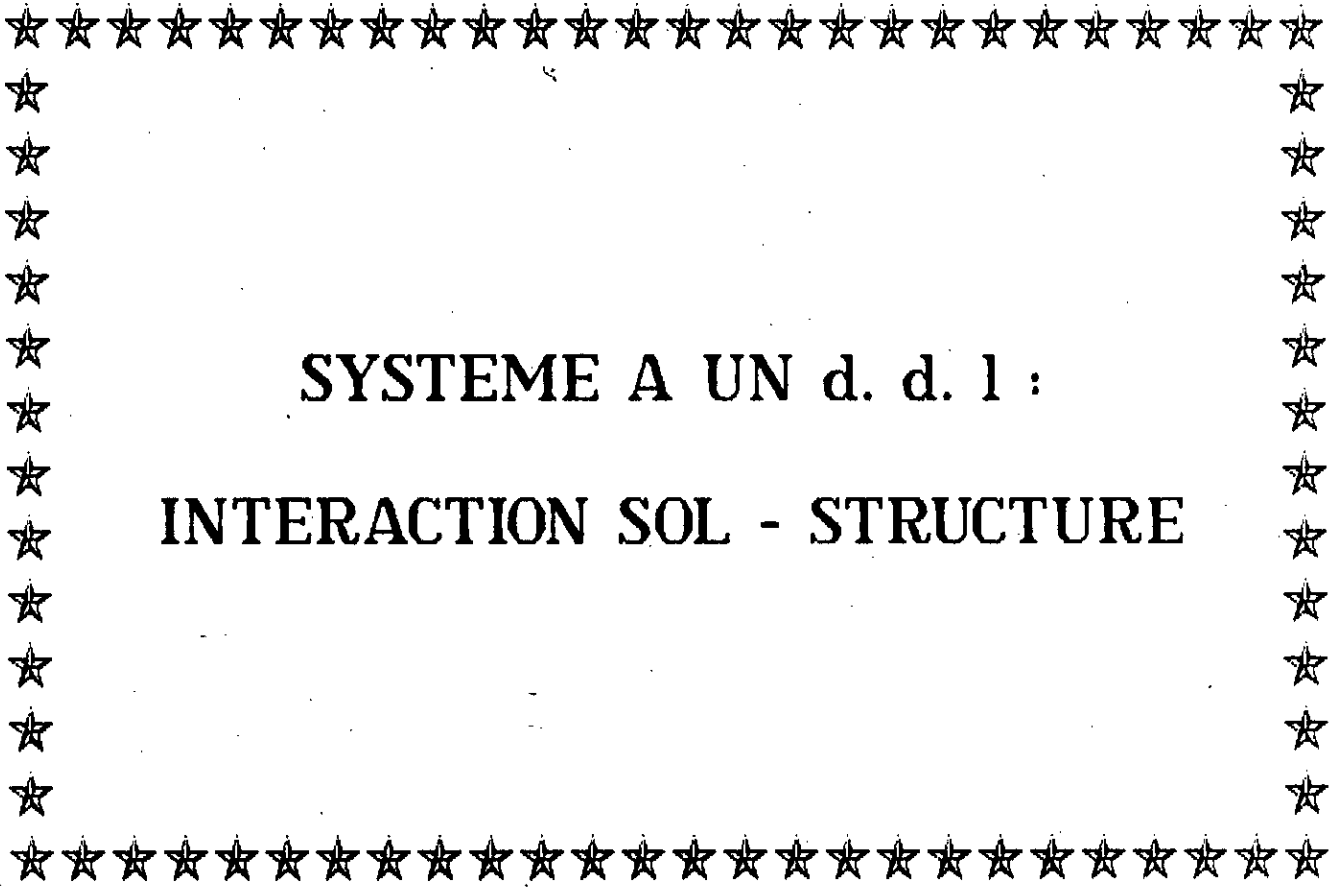
# ACCELEROGRAMME

$ACC_{max} = 345.66$



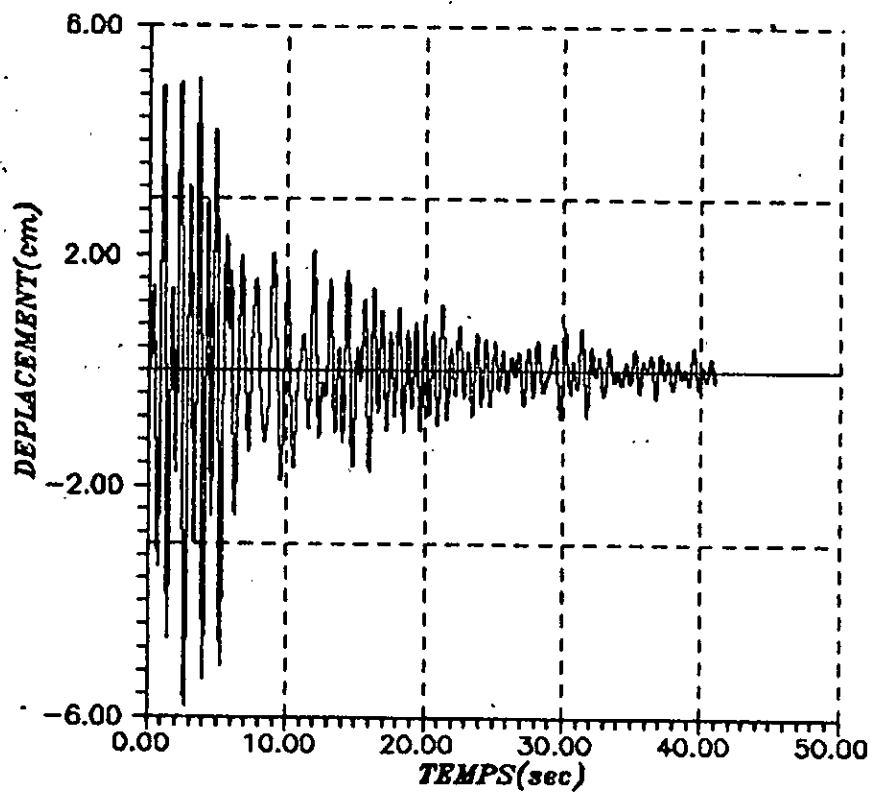
# DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU





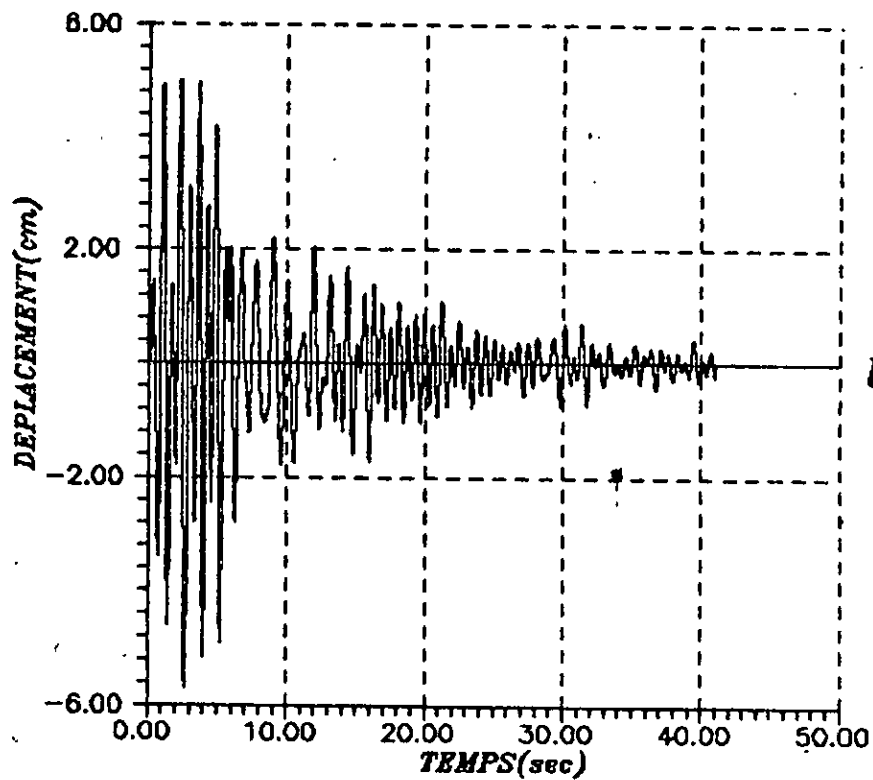
**SYSTEME A UN d. d. 1 :**  
**INTERACTION SOL - STRUCTURE**

# DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU



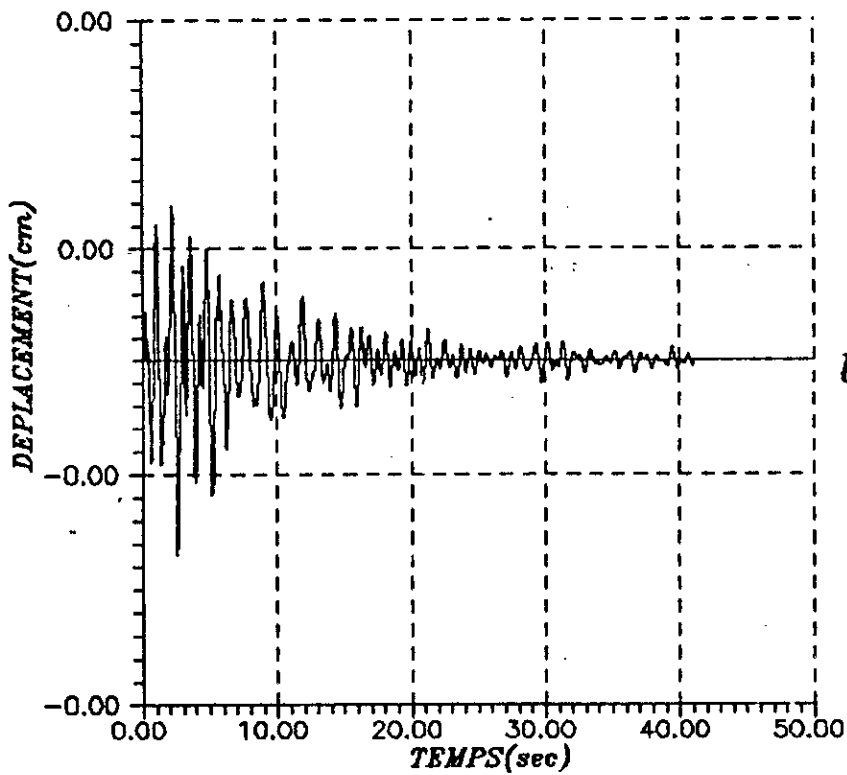
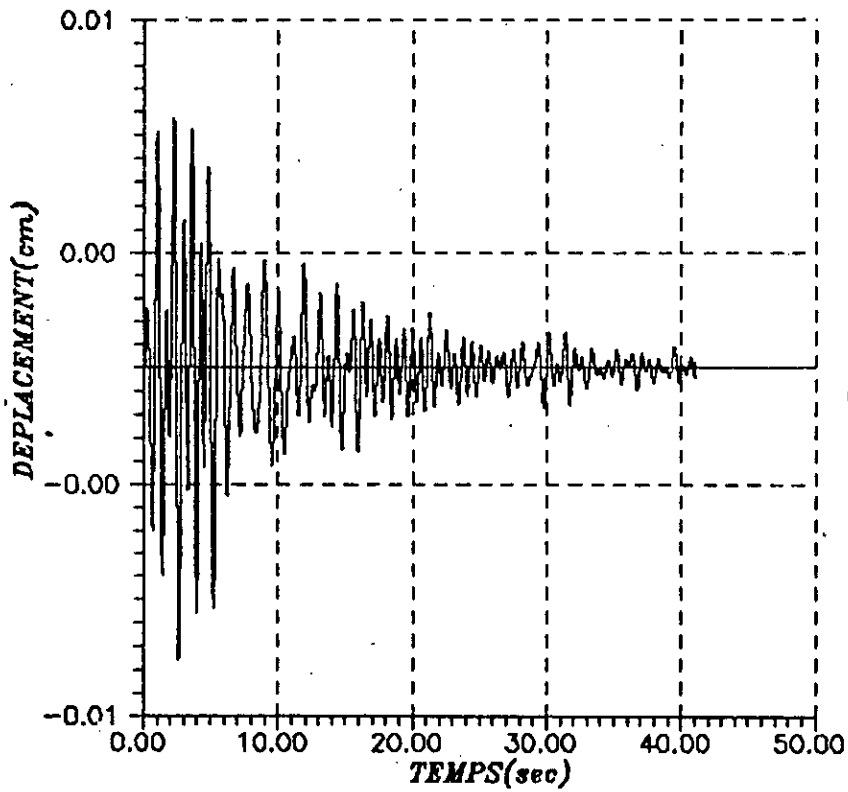
$\mu=1/3$   
 $U_{max}= 5.82$

X



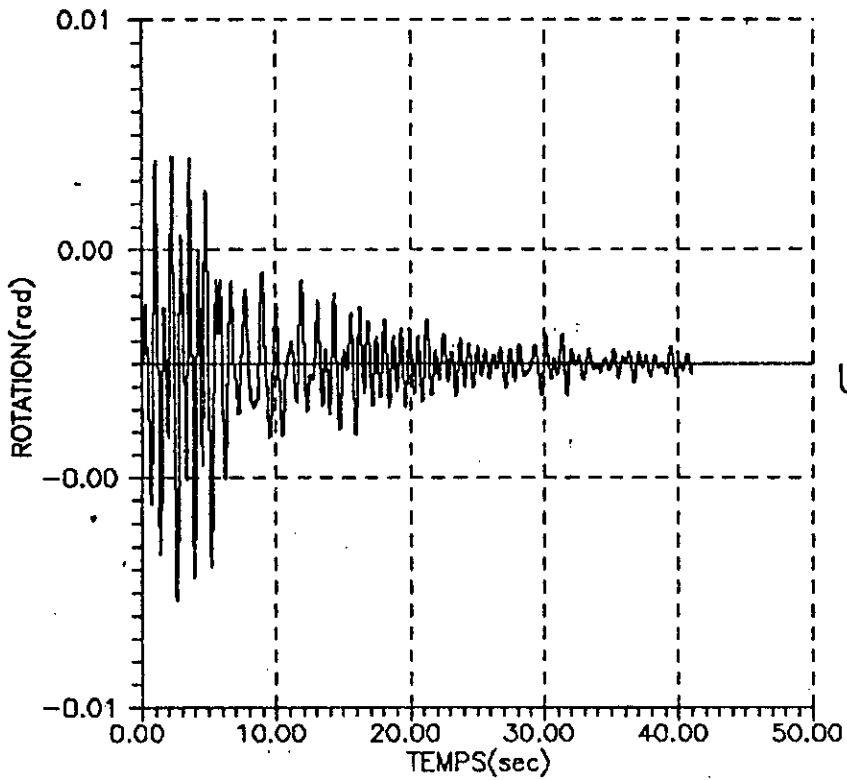
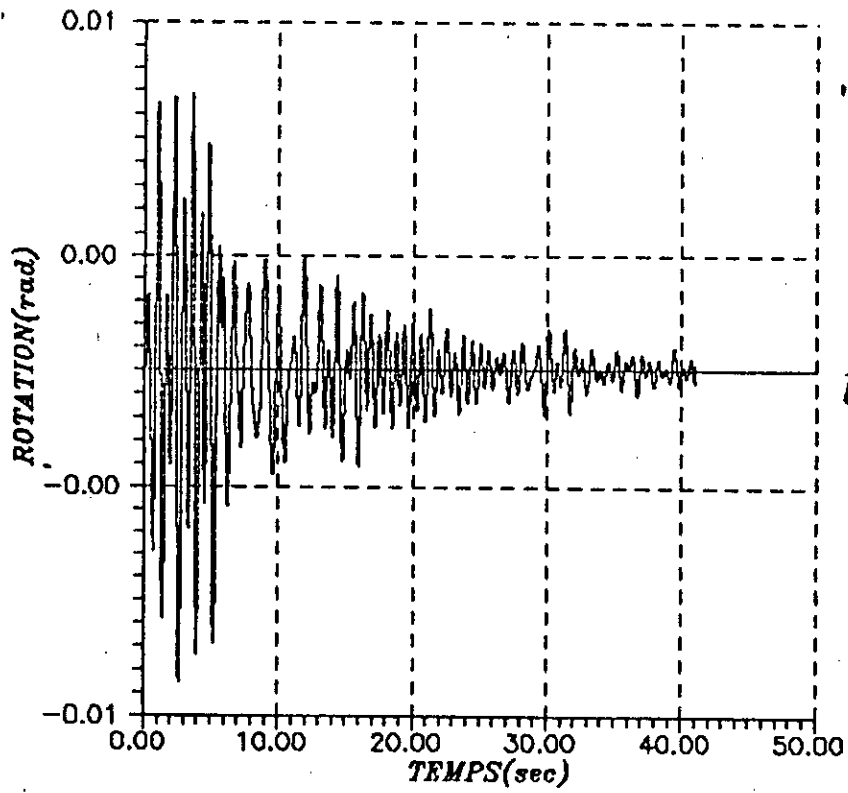
$\mu=1/2$   
 $U_{max}= 5.70$

# DEPLACEMENT DE LA FONDATION

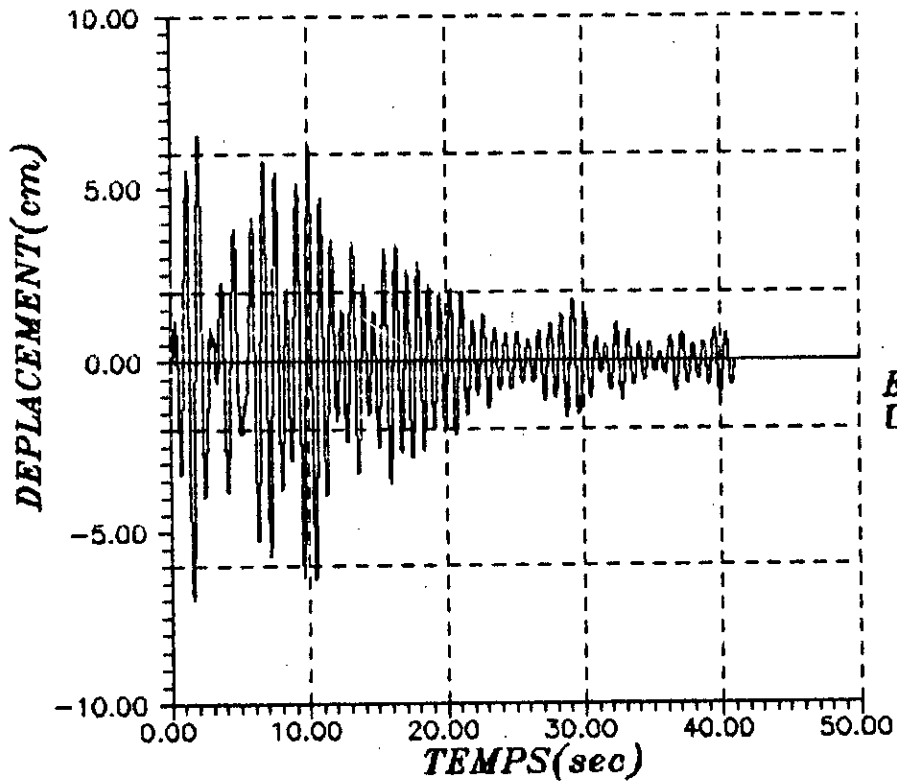
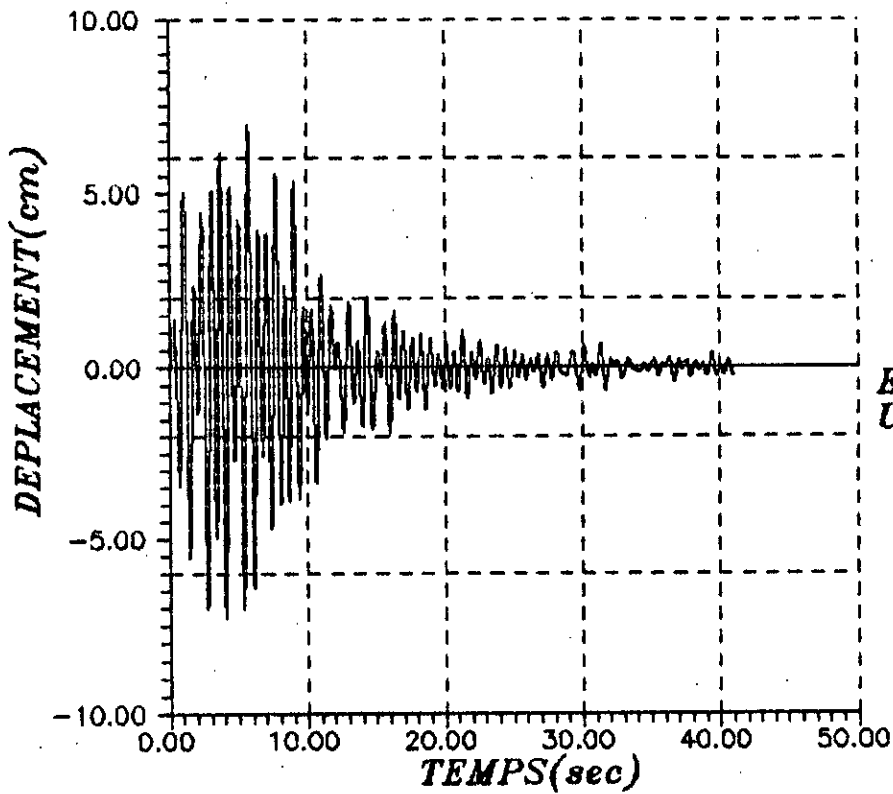




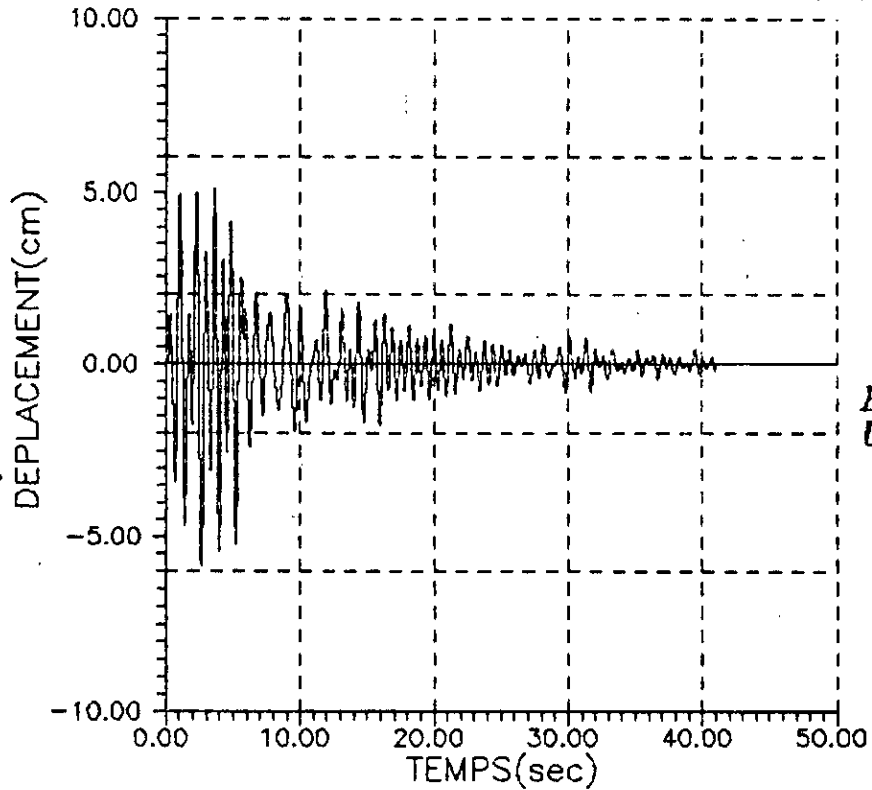
# ROTATION DE LA FONDATION



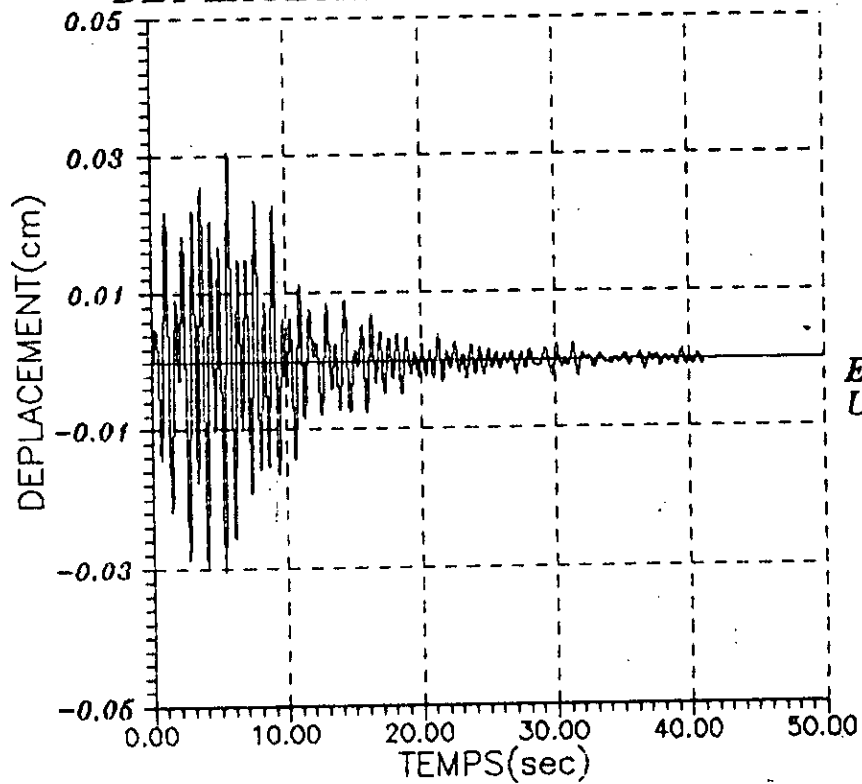
# DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU



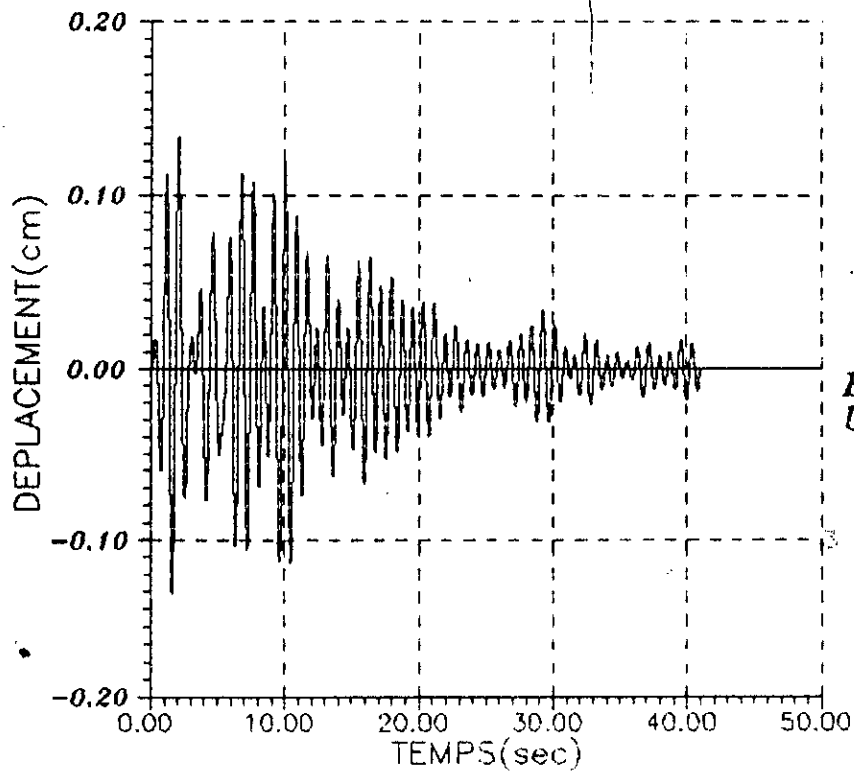
### DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU



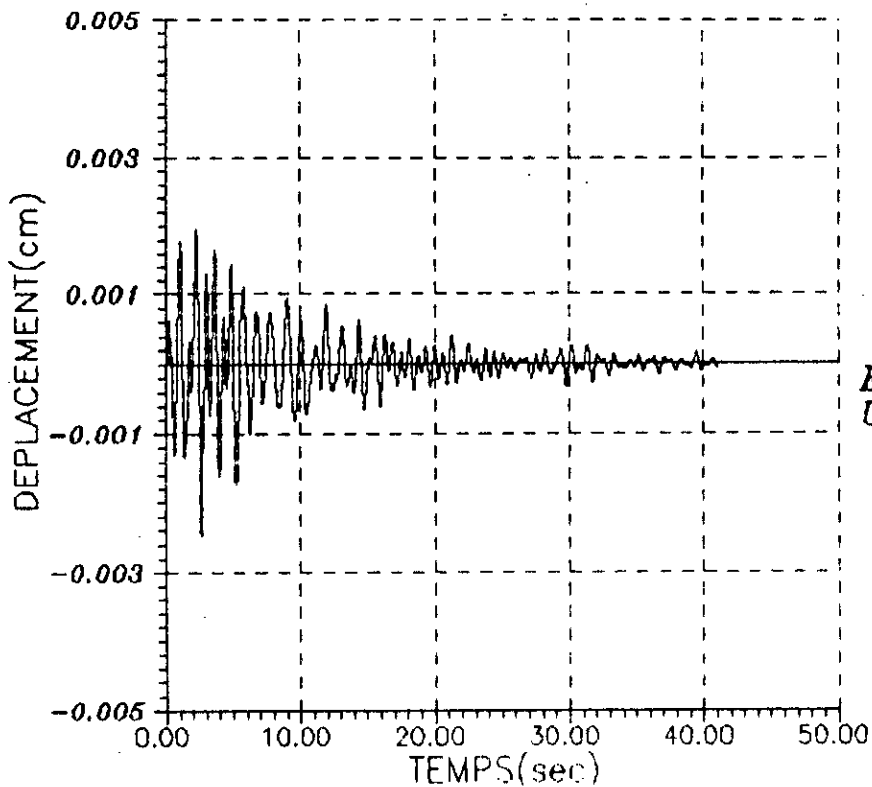
### DEPLACEMENT DE LA FONDATION



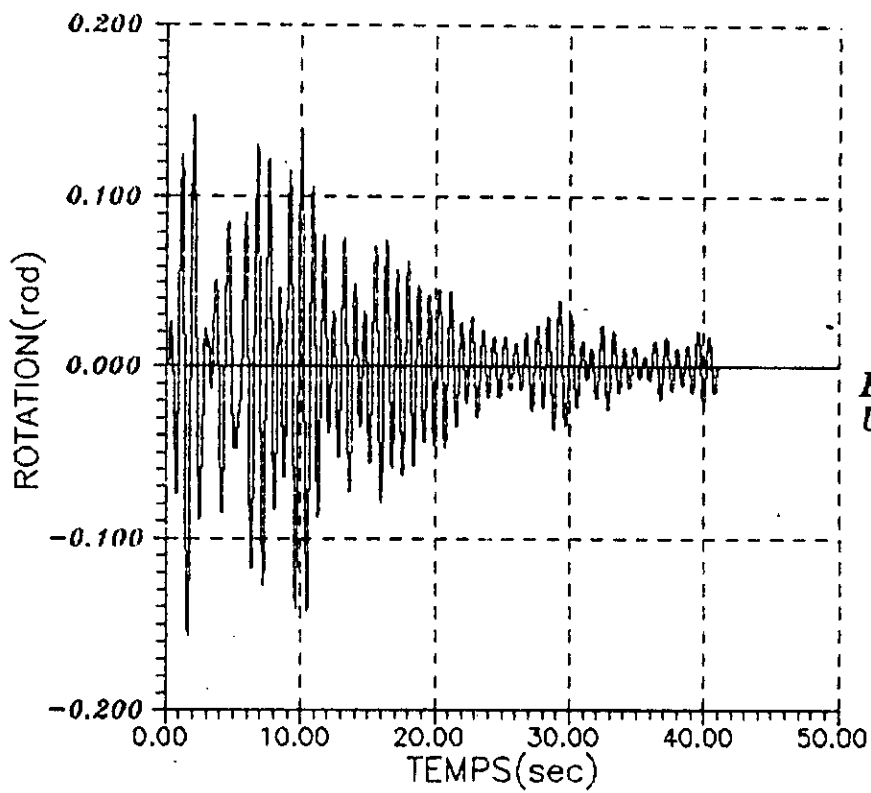
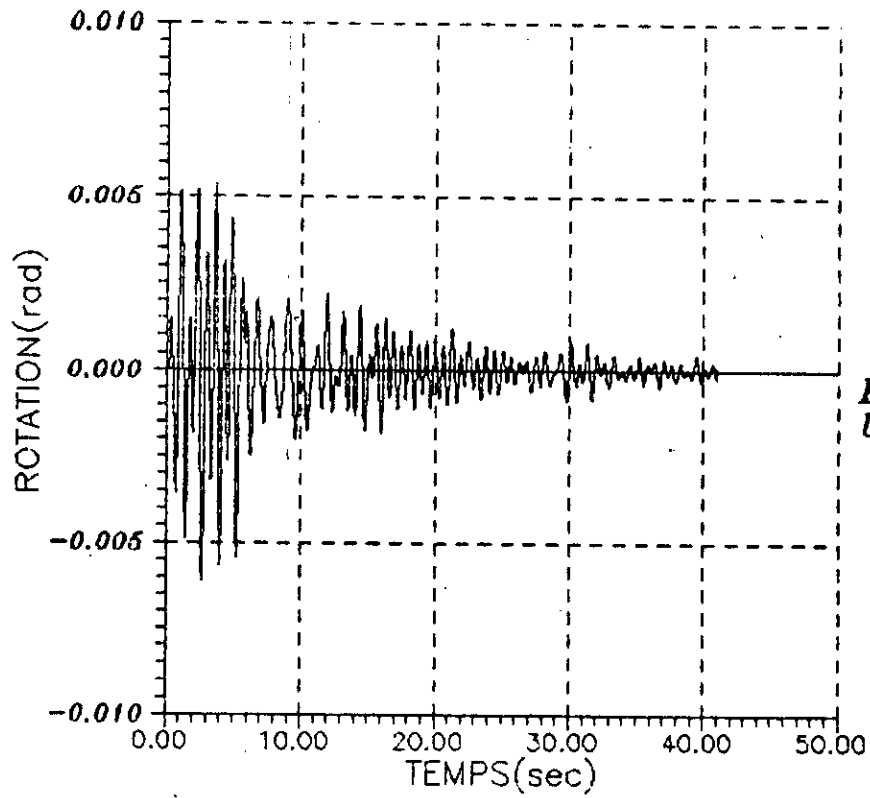
# DEPLACEMENT DE LA FONDATION

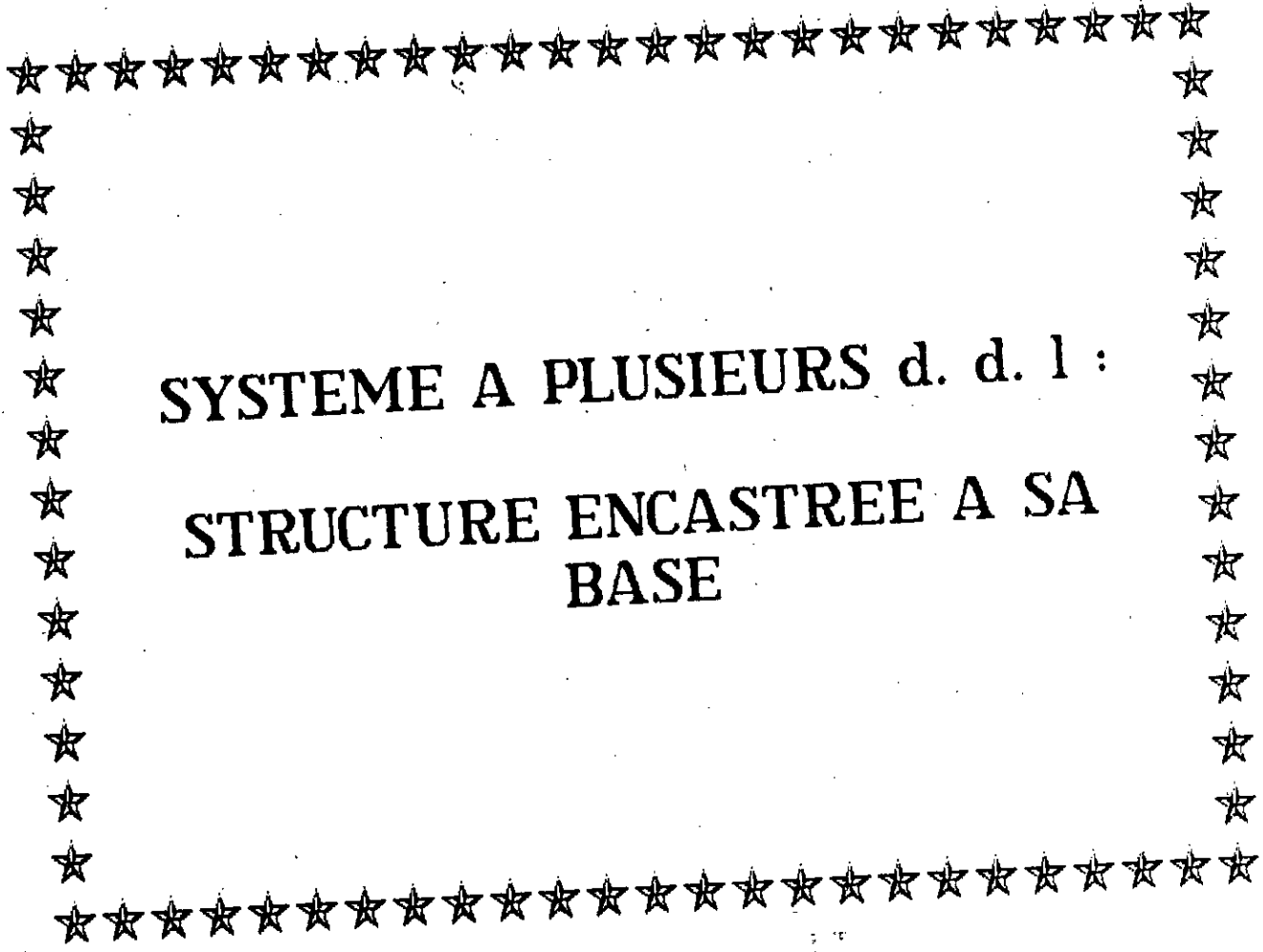


X



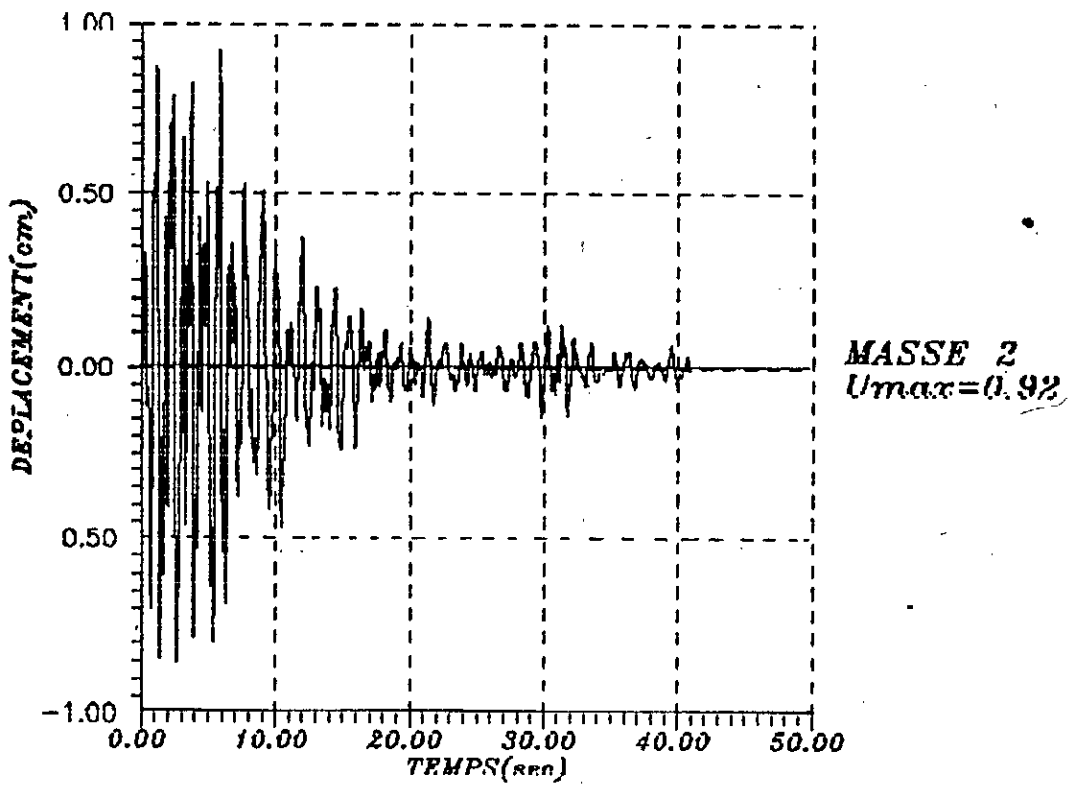
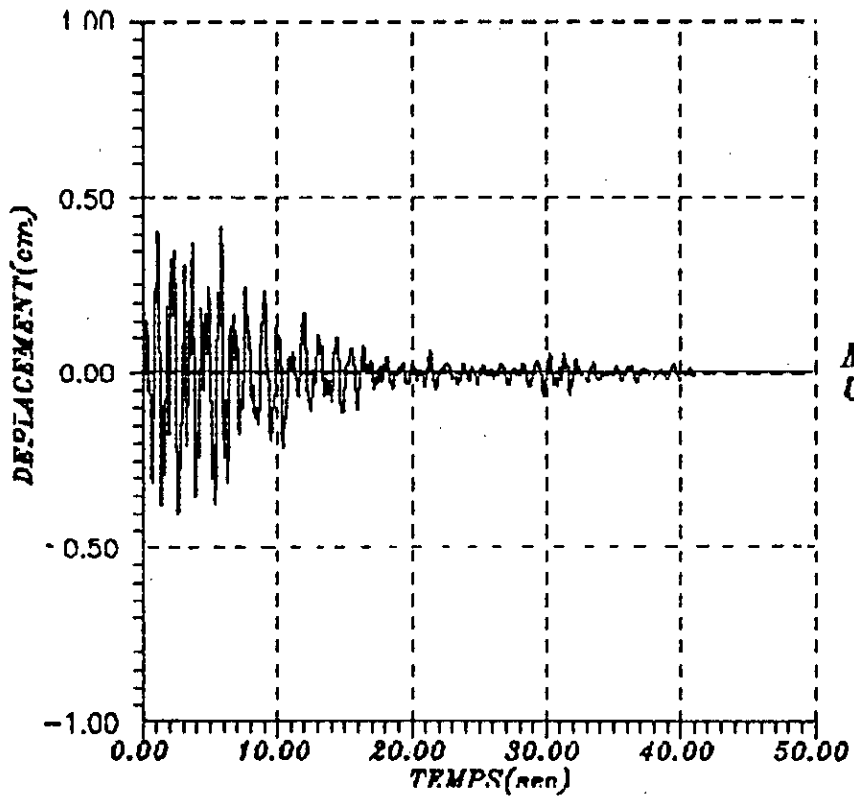
# ROTATION DE LA FONDATION



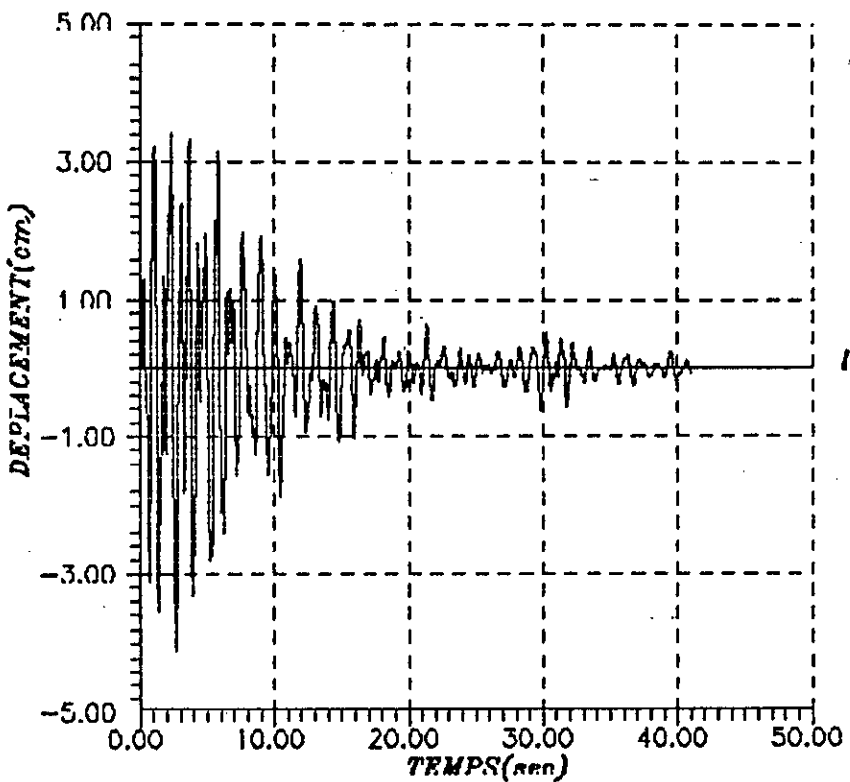
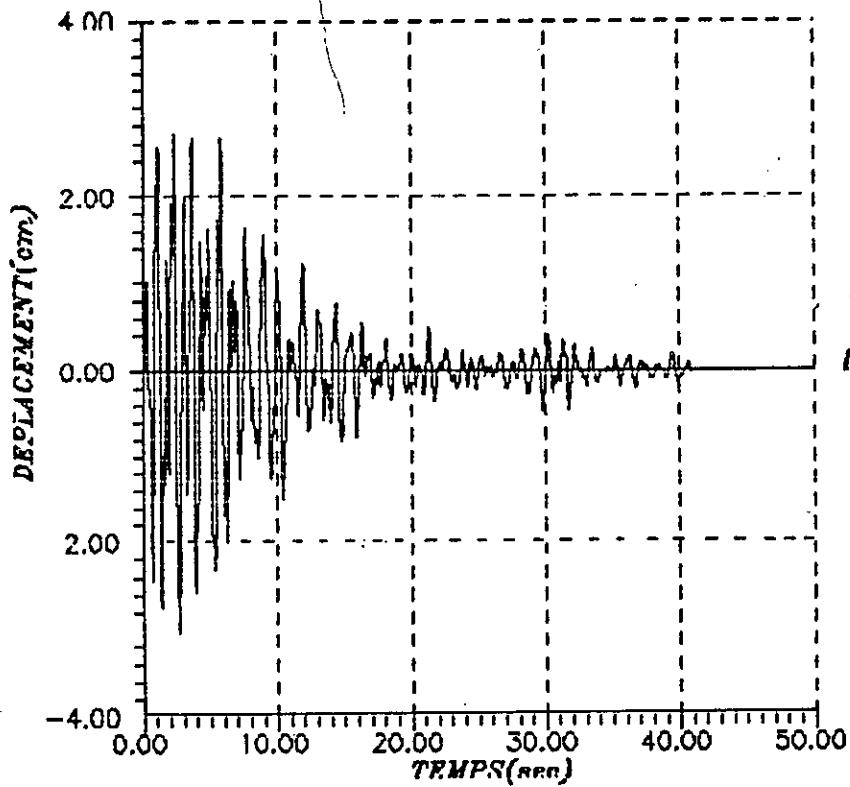


**SYSTEME A PLUSIEURS d. d. 1 :**  
**STRUCTURE ENCASTREE A SA**  
**BASE**

# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE

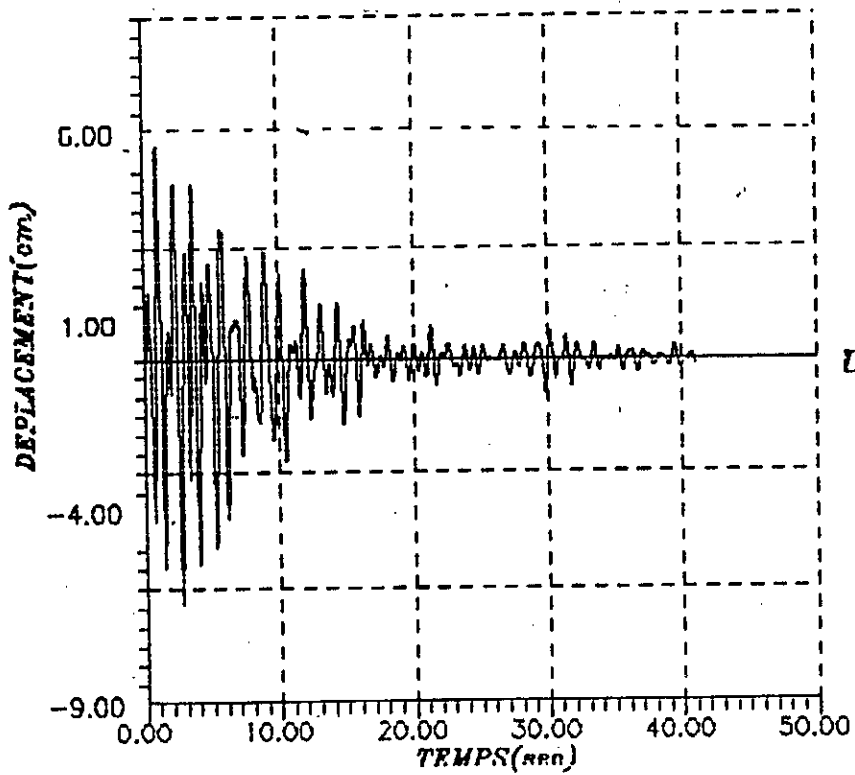
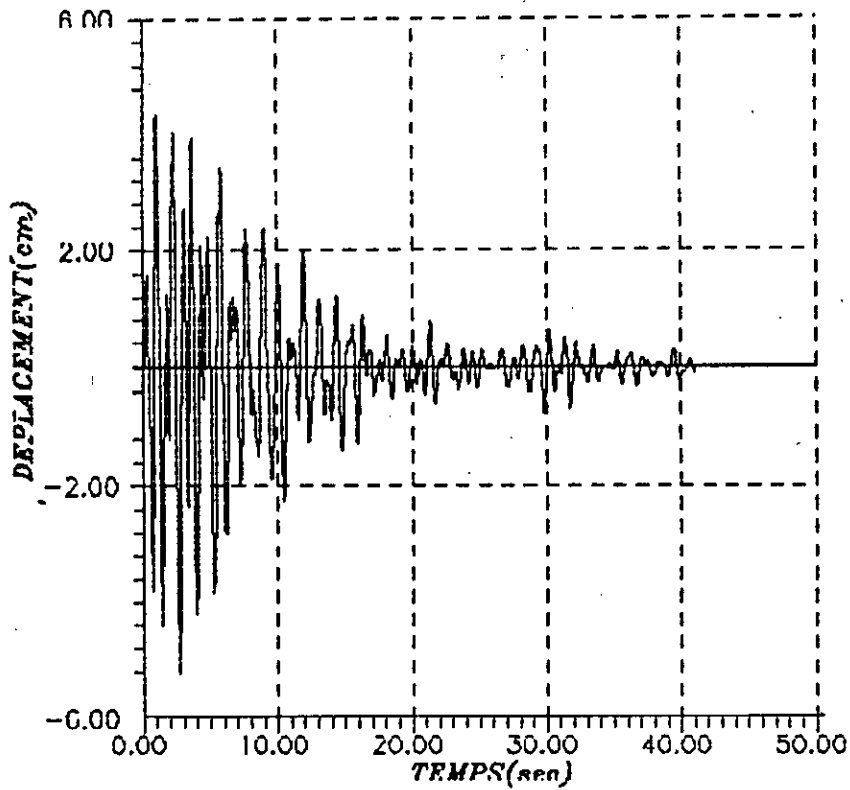


# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE

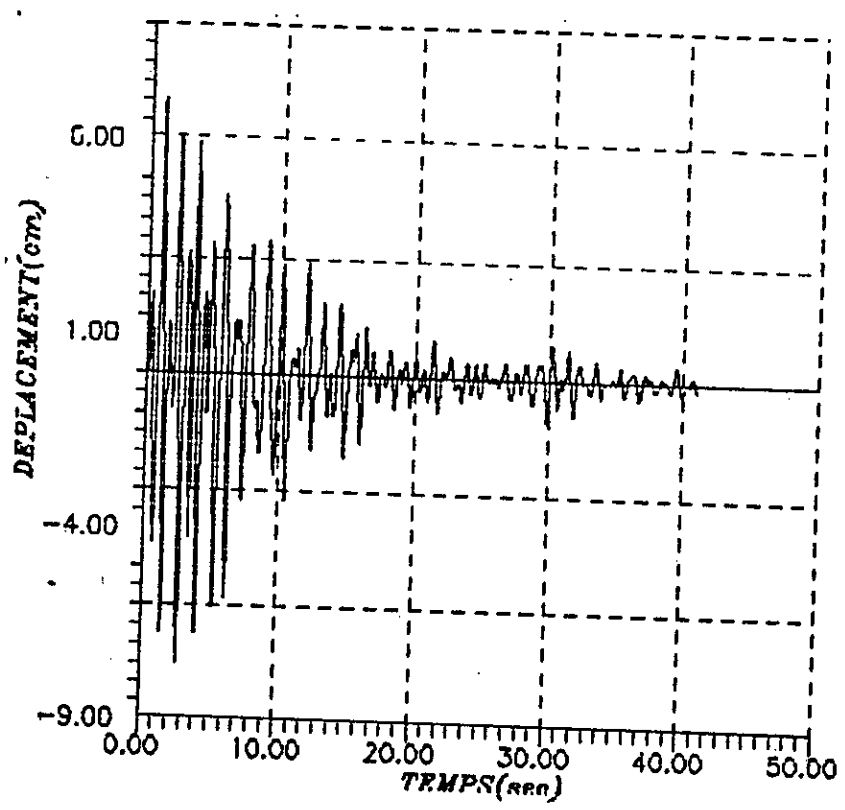




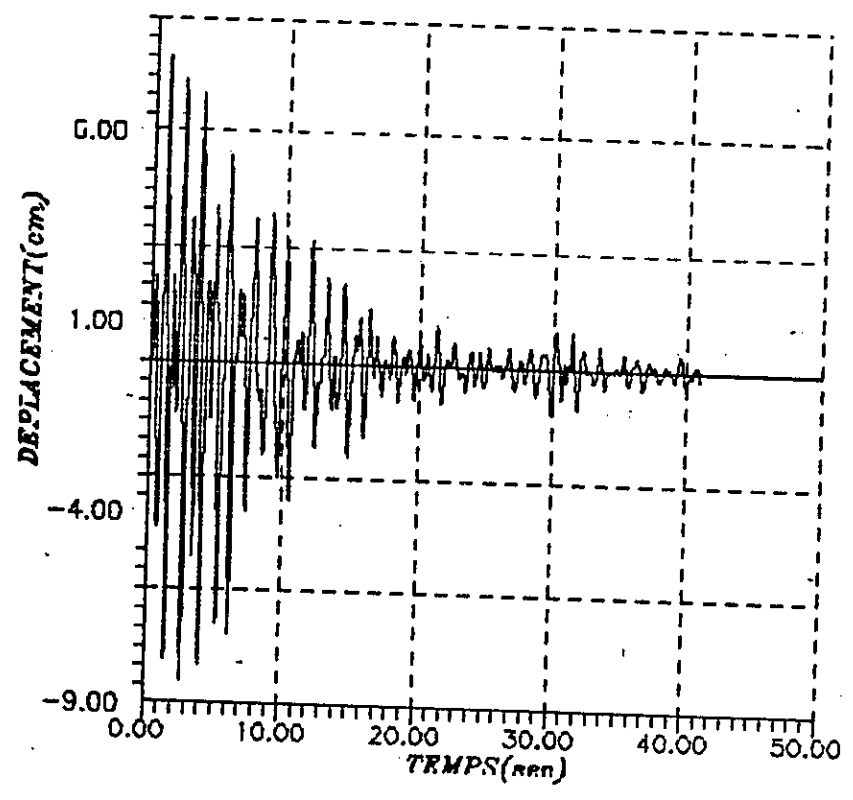
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



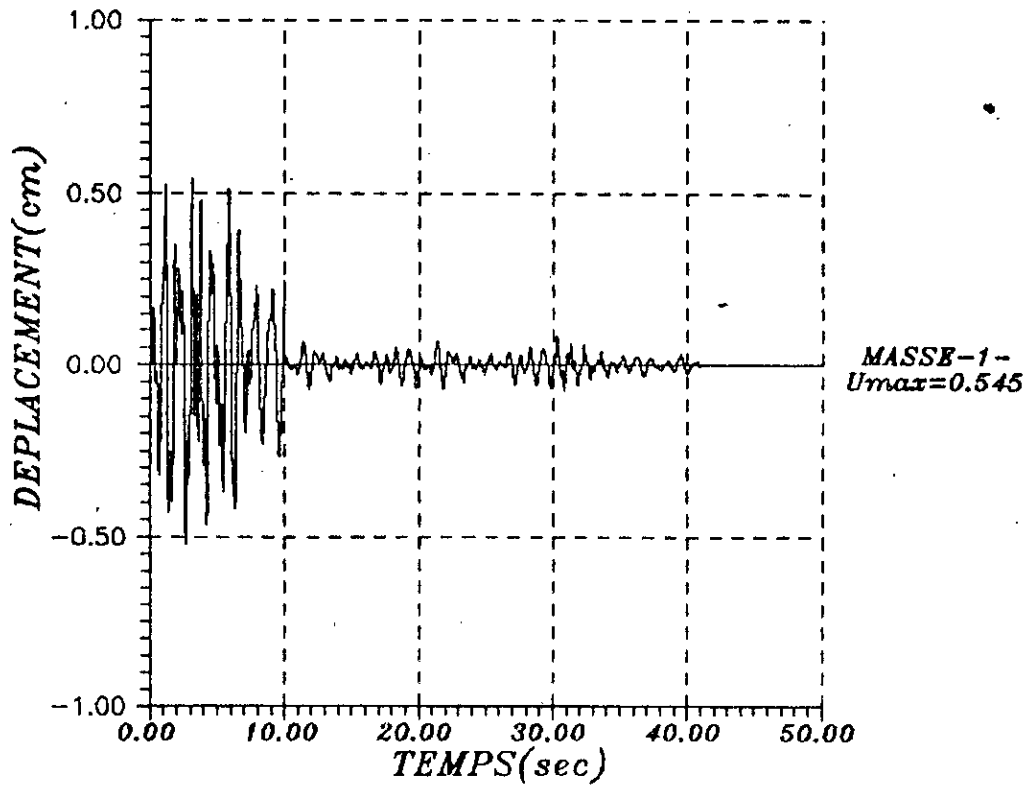
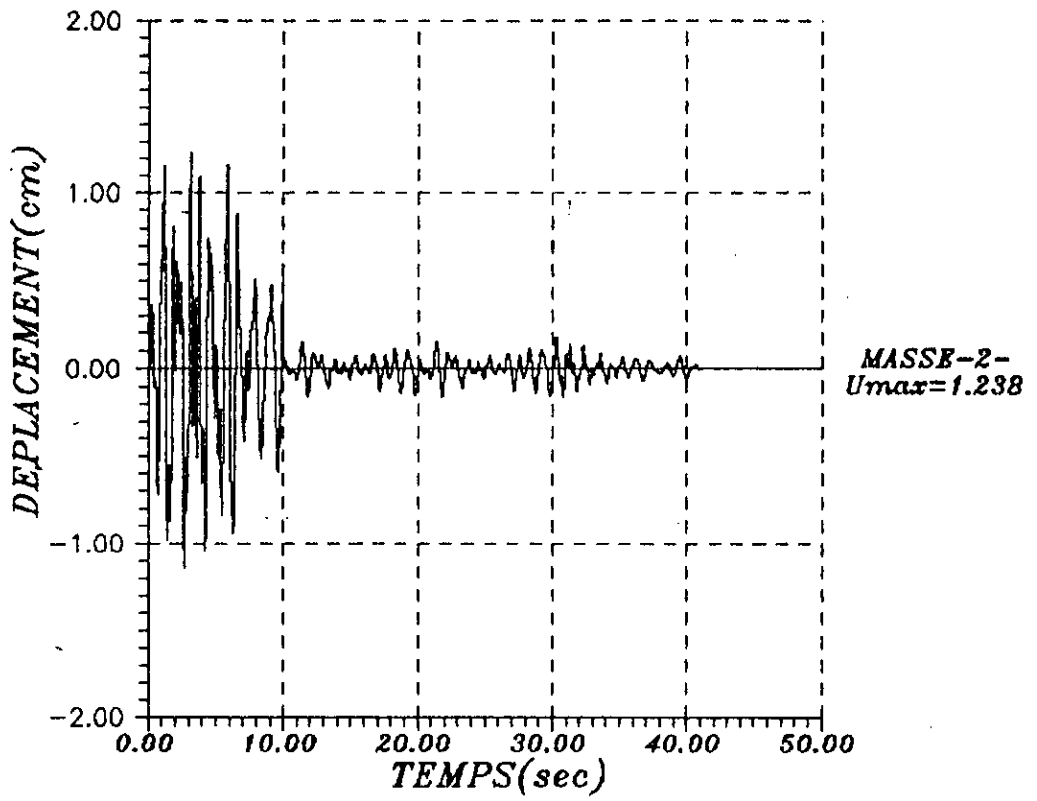
MASSE-9-  
 $U_{max} = 7.49$



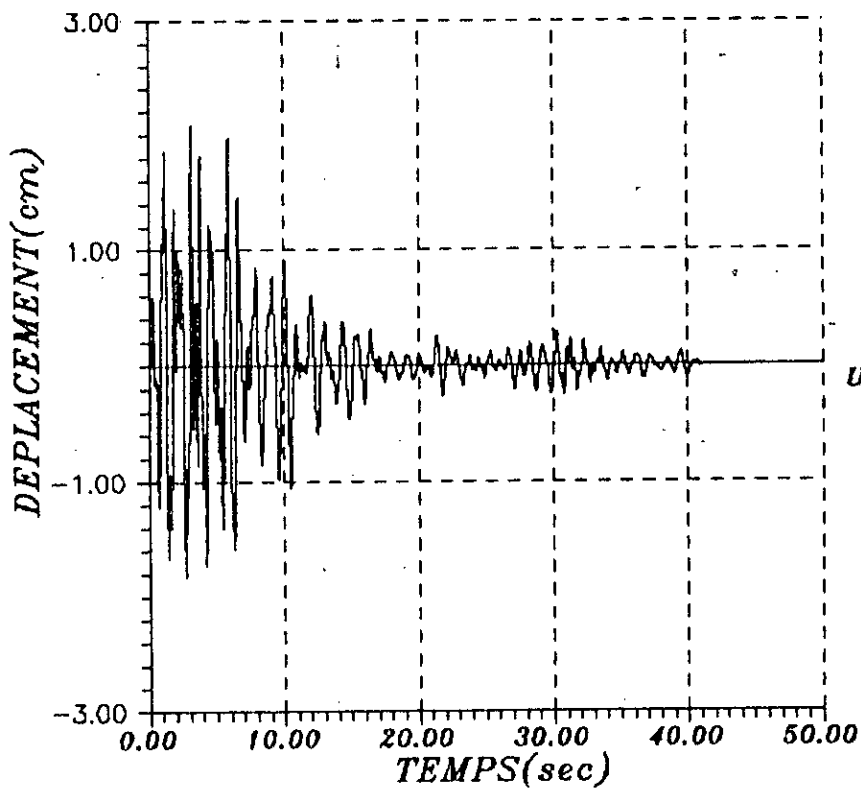
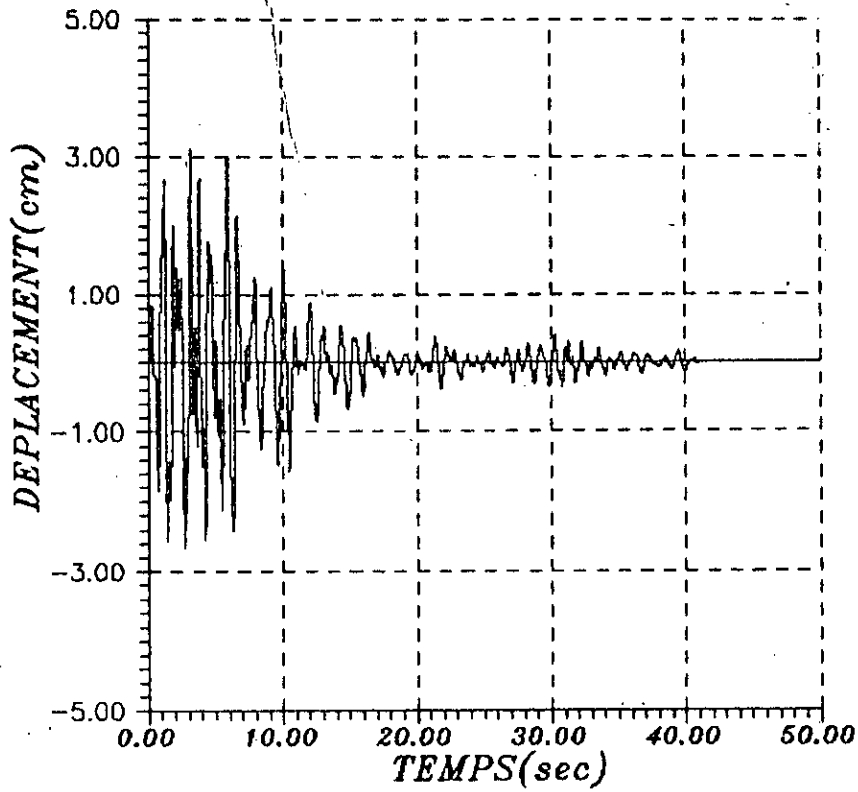
MASSE-10-  
 $U_{max} = 8.38$



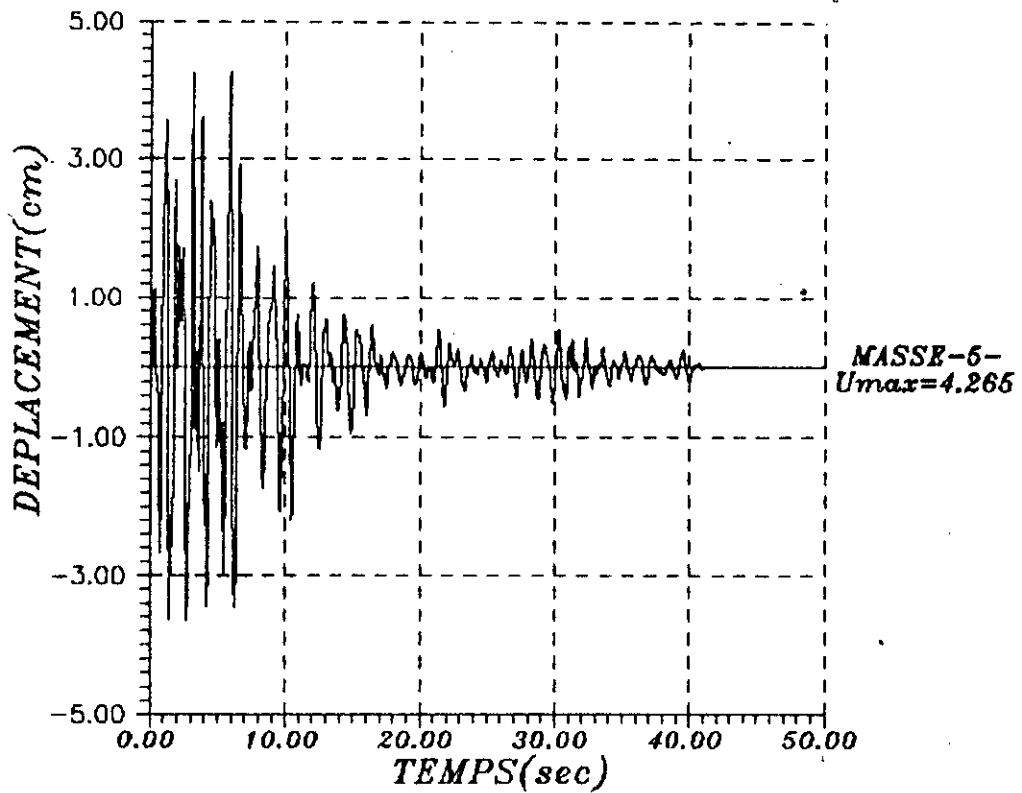
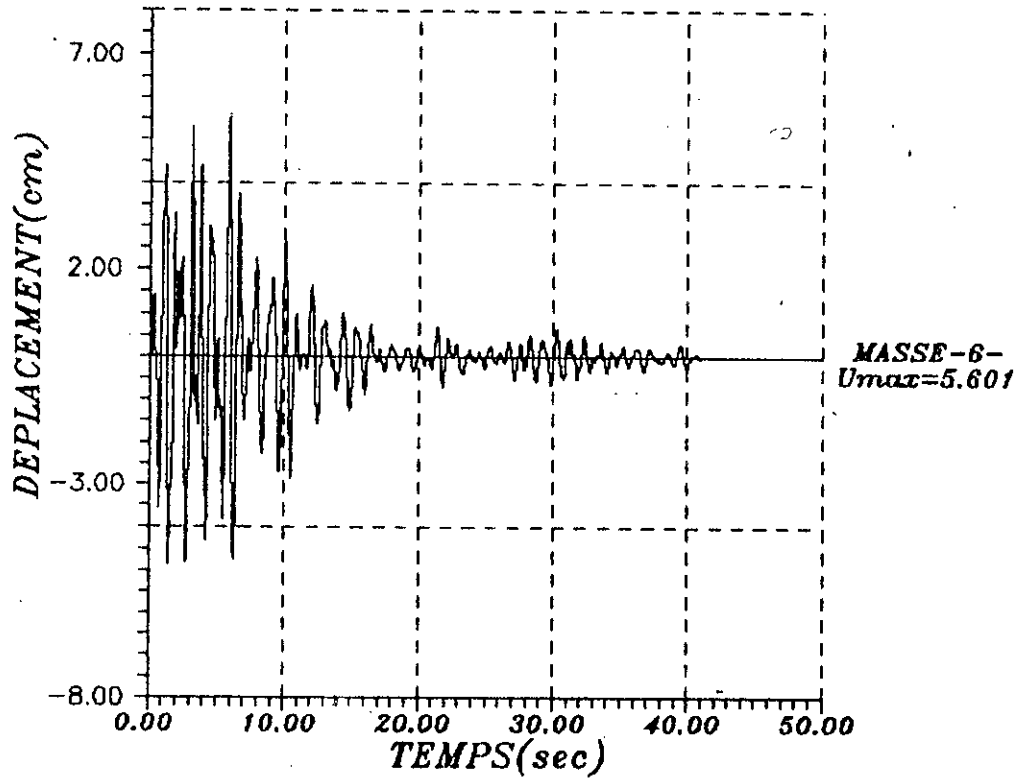
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



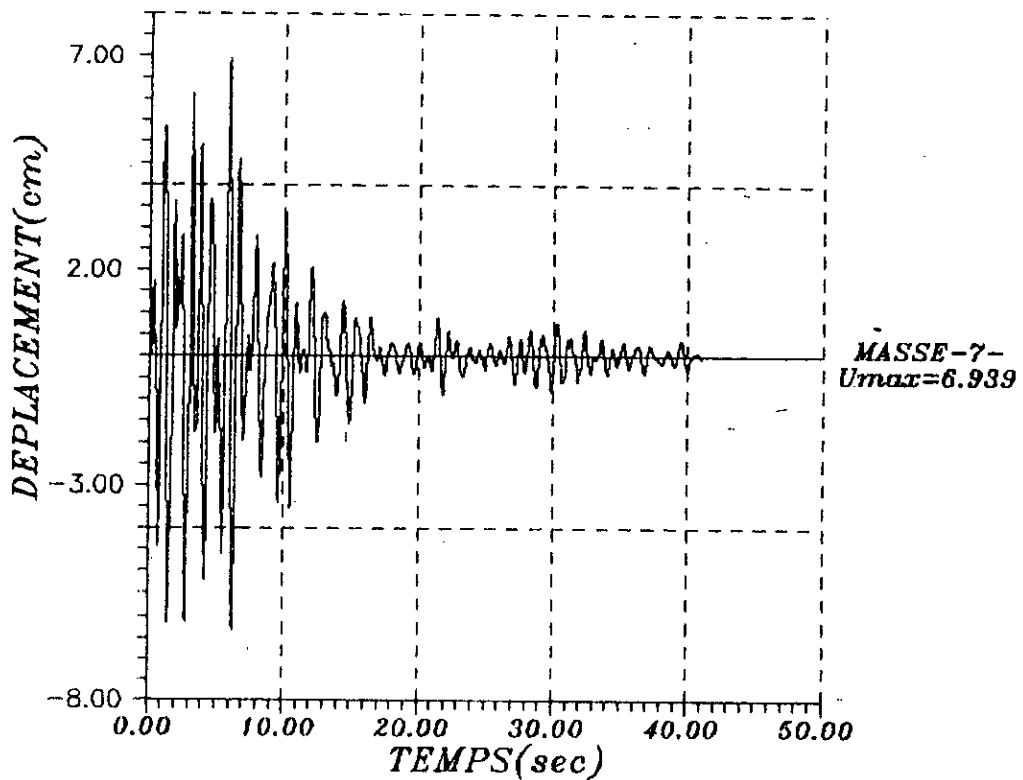
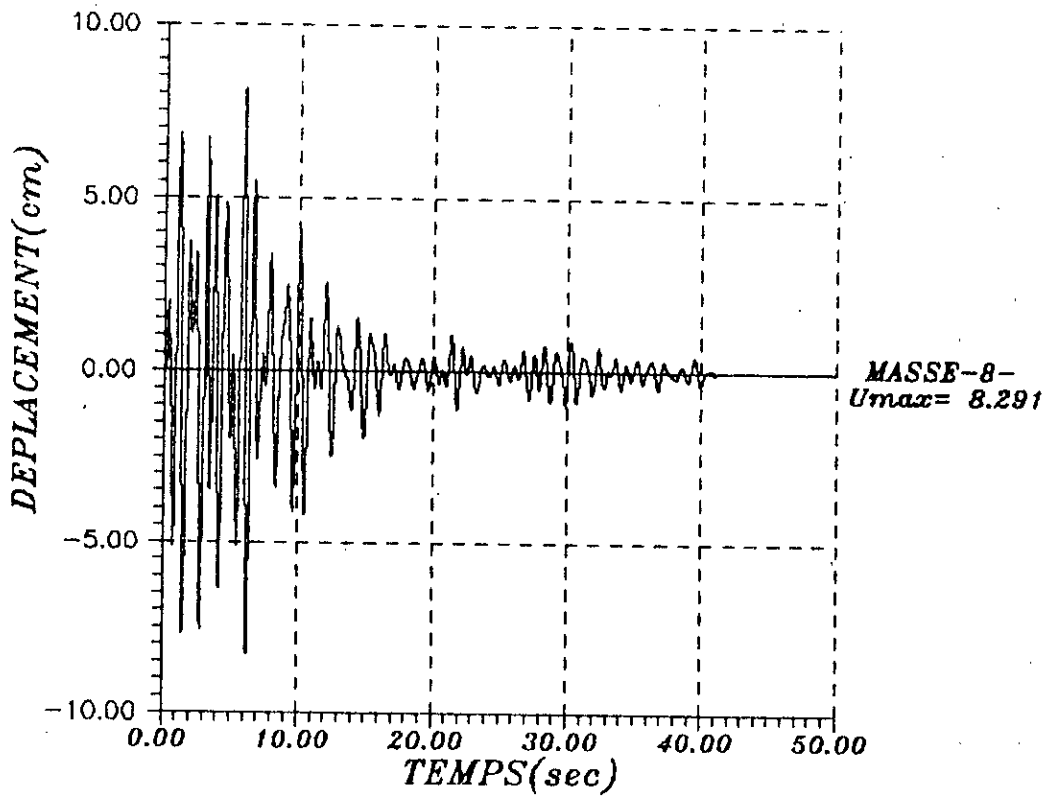
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



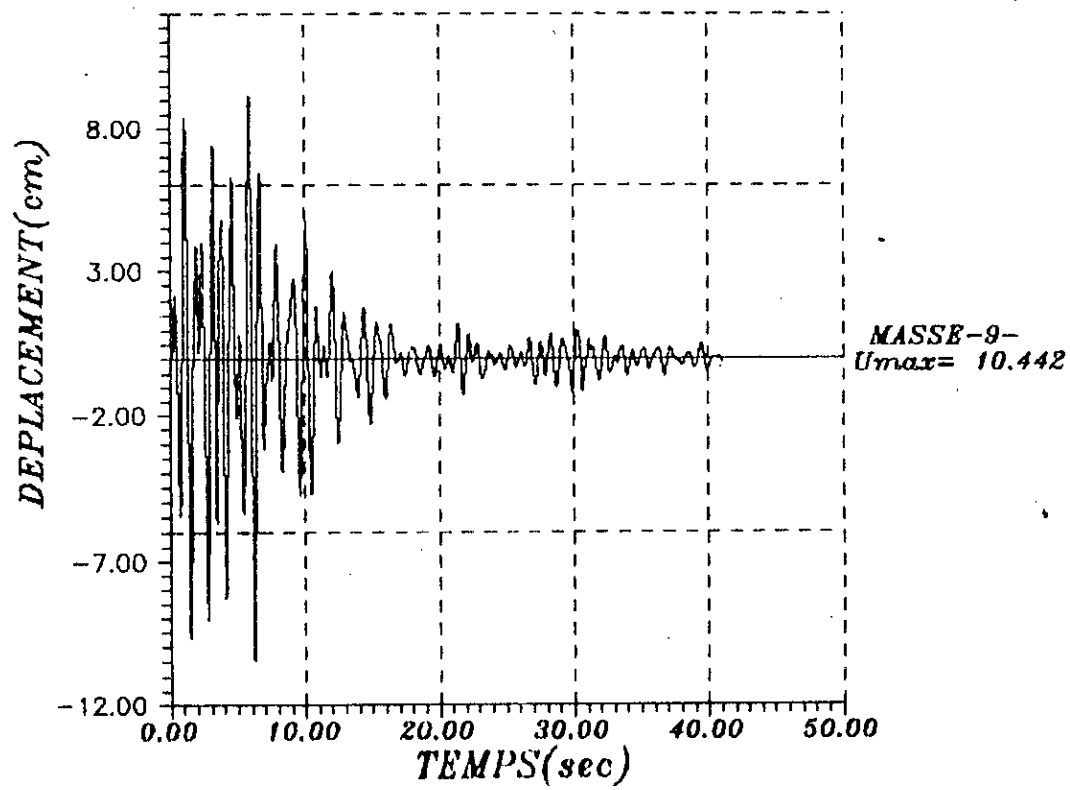
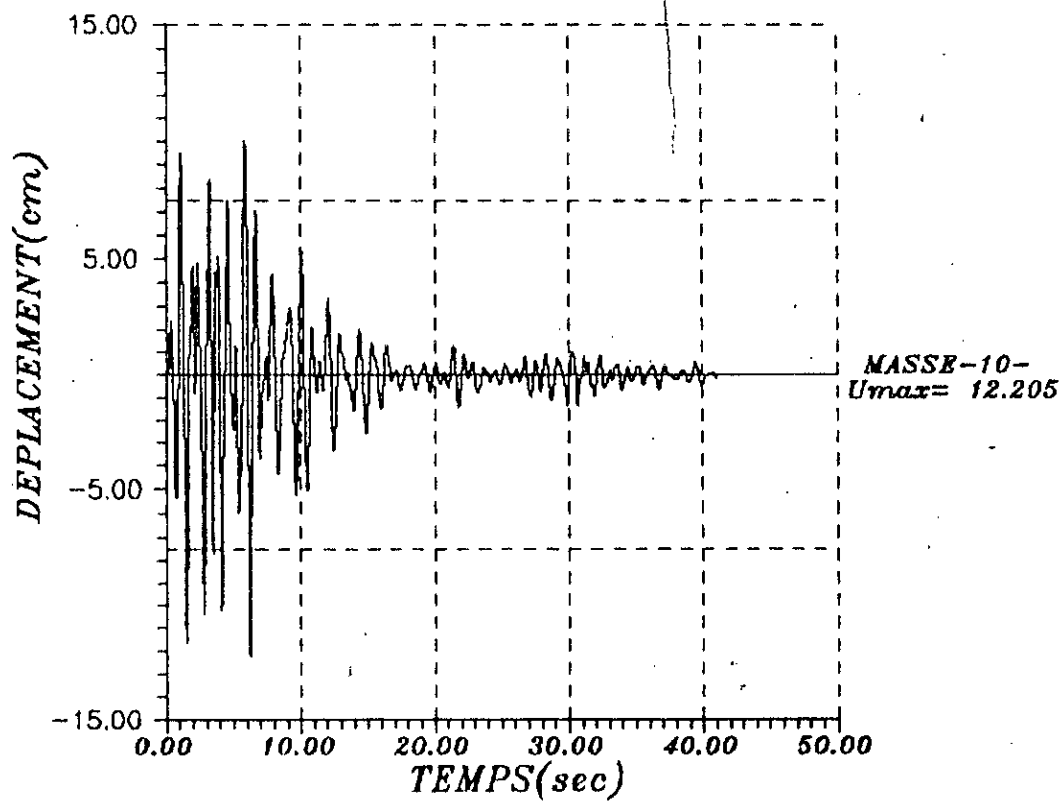
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



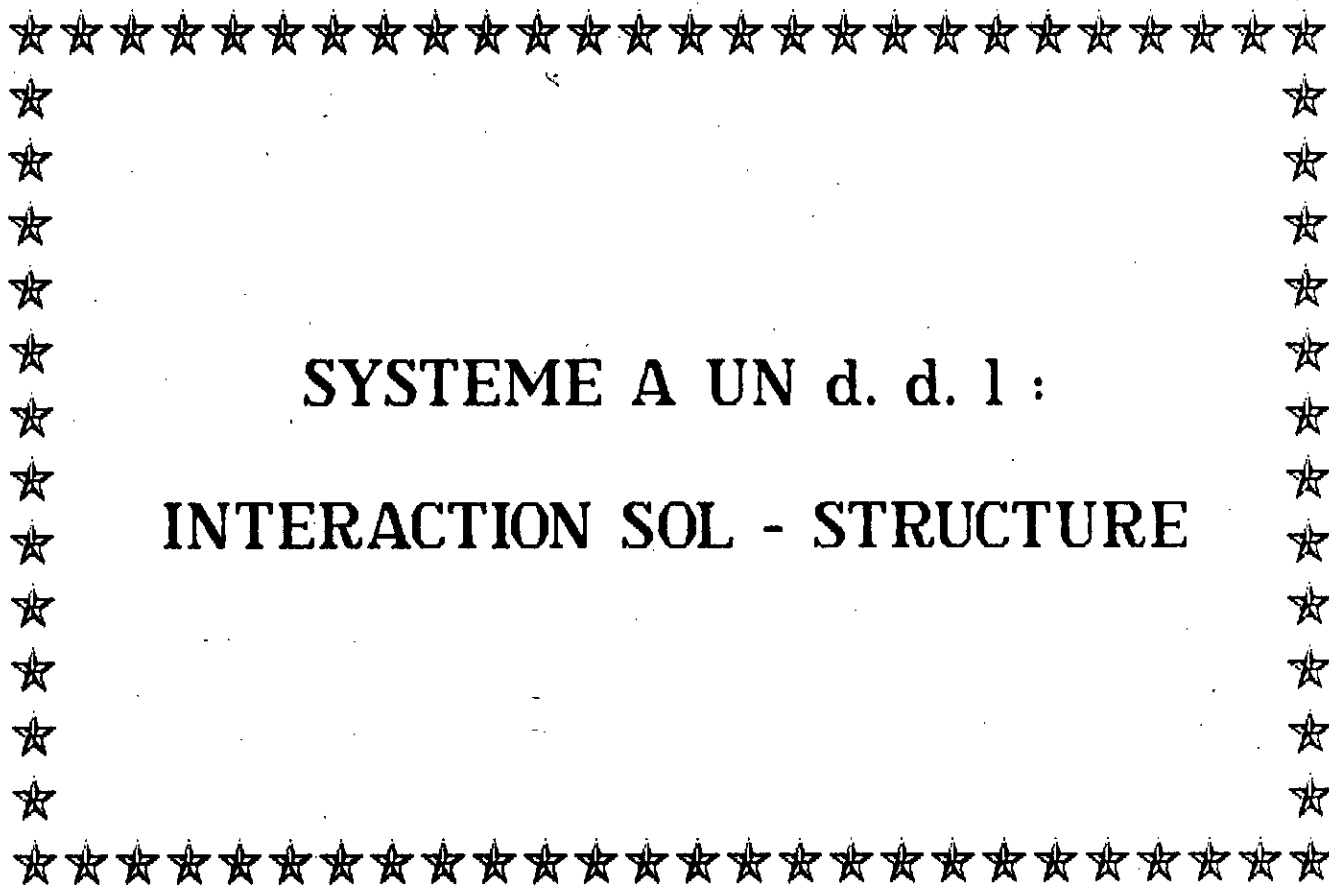
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE

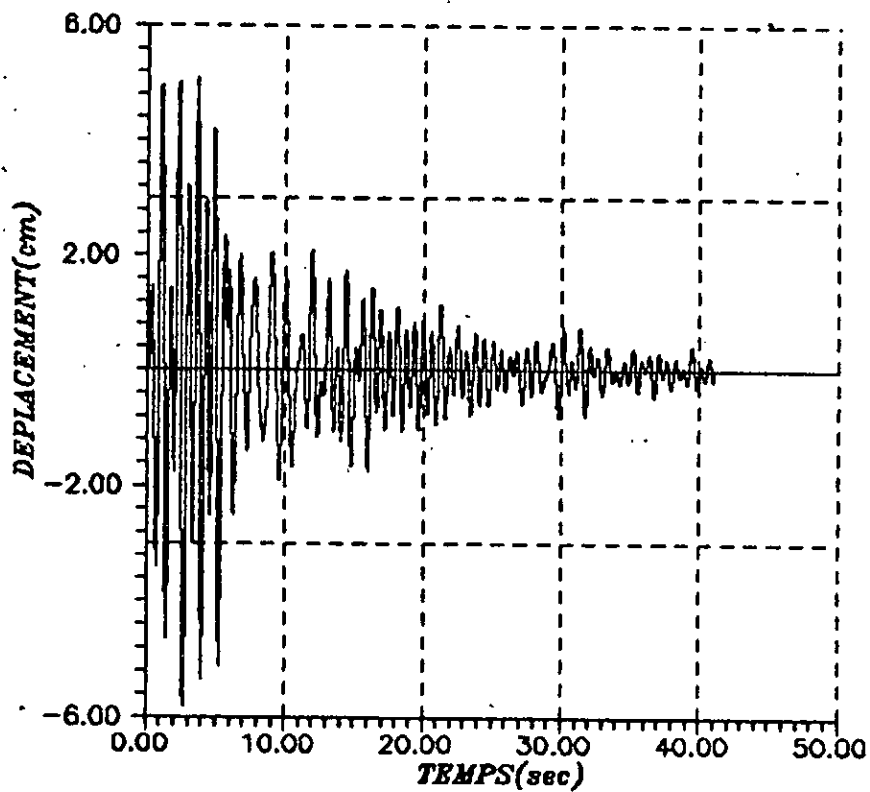




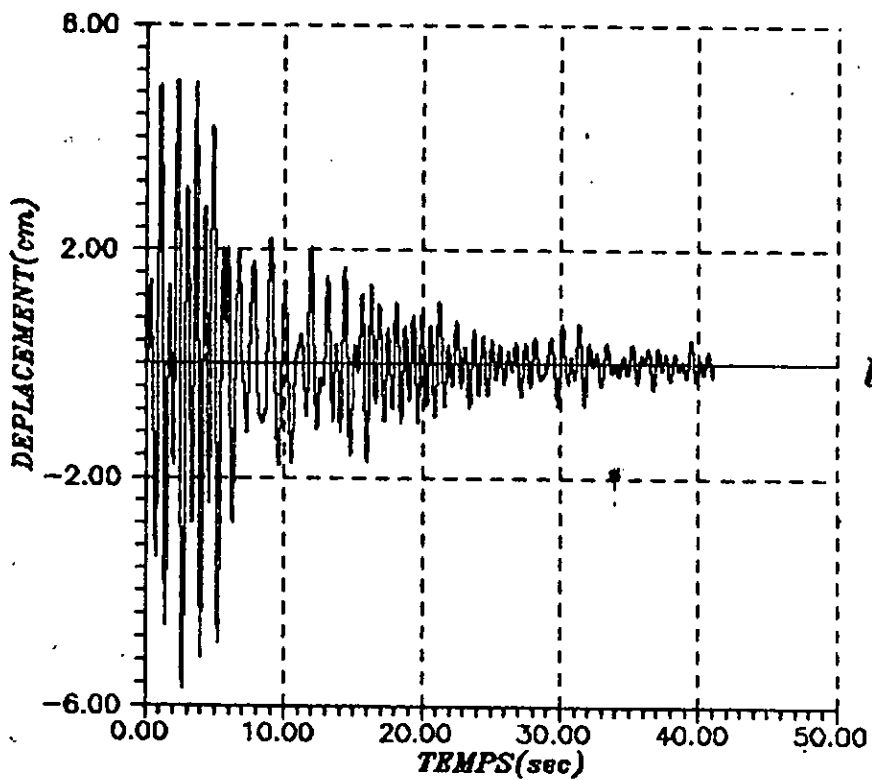


**SYSTEME A UN d. d. l :**  
**INTERACTION SOL - STRUCTURE**

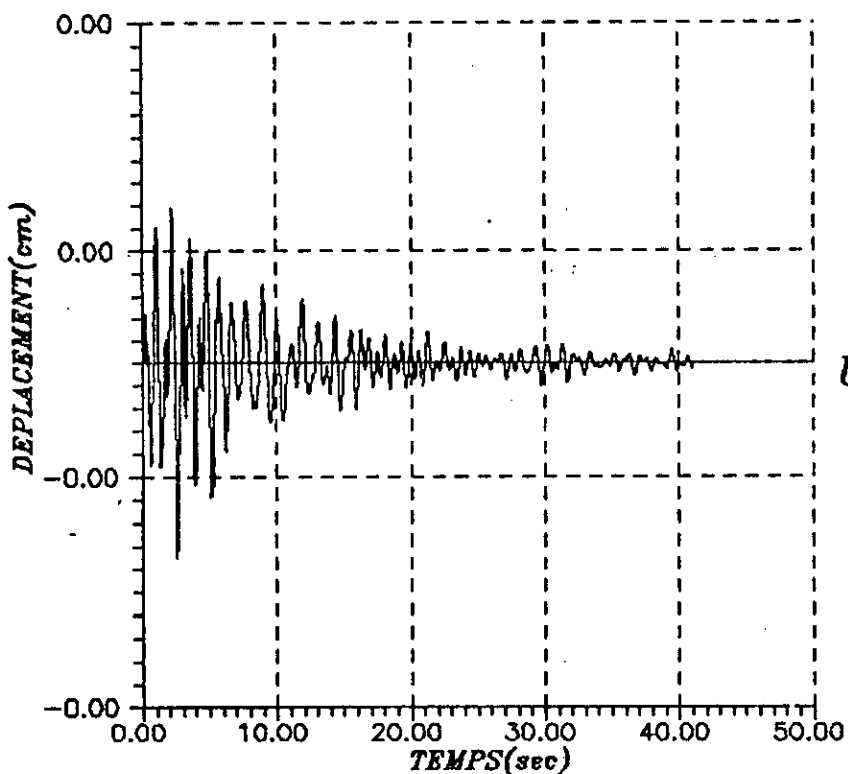
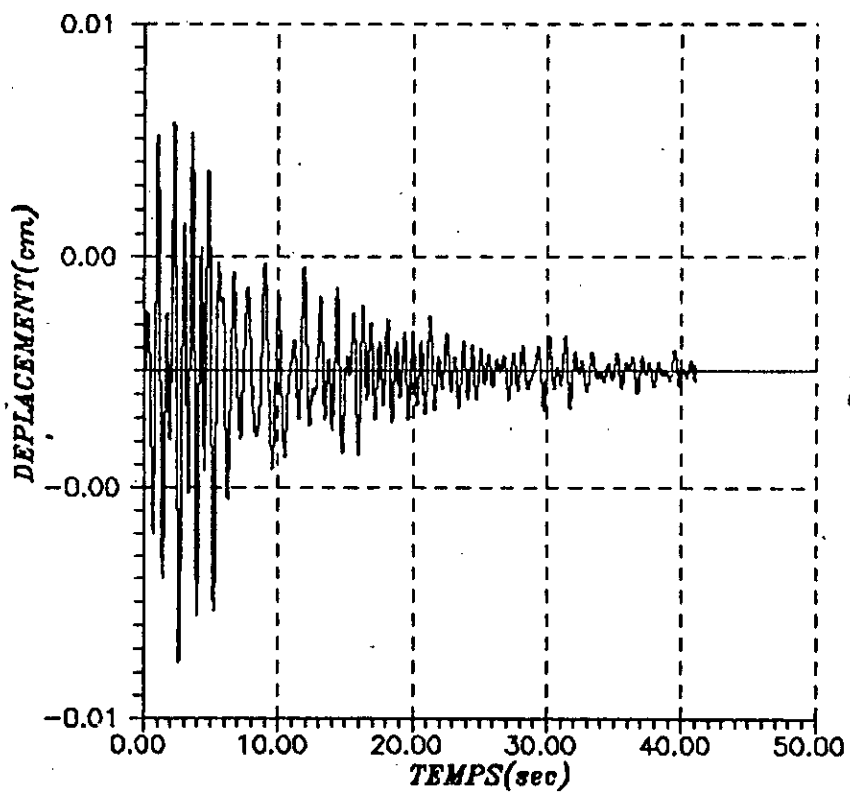
# DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU



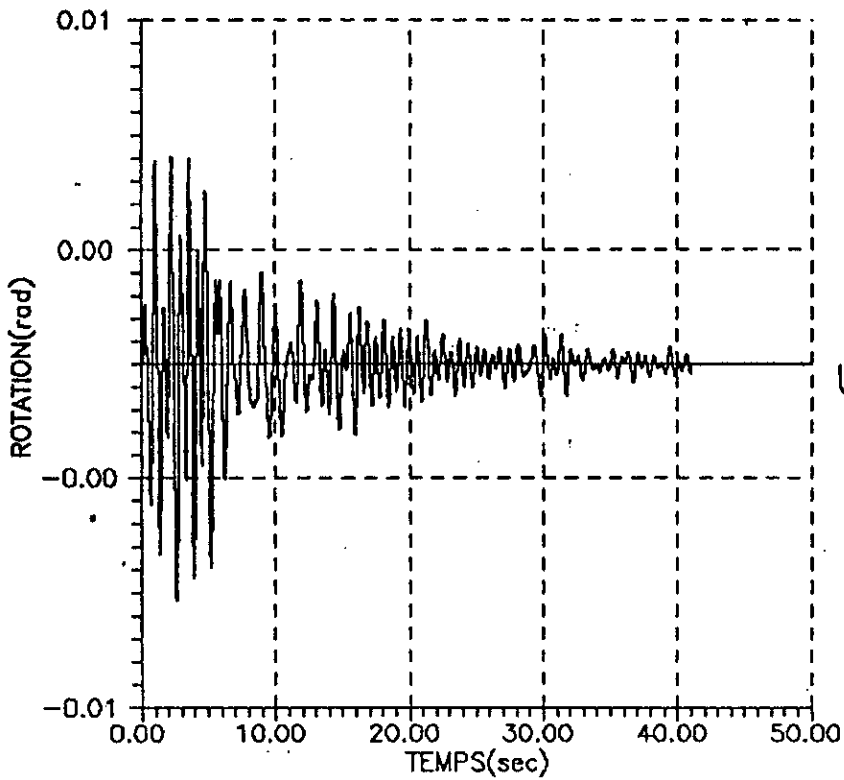
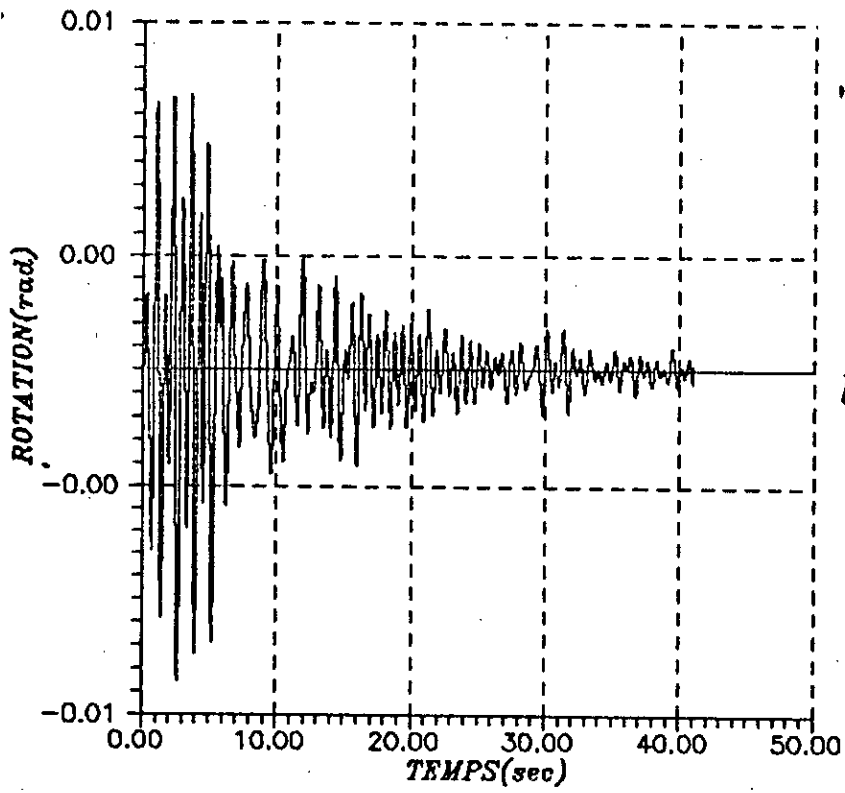
X



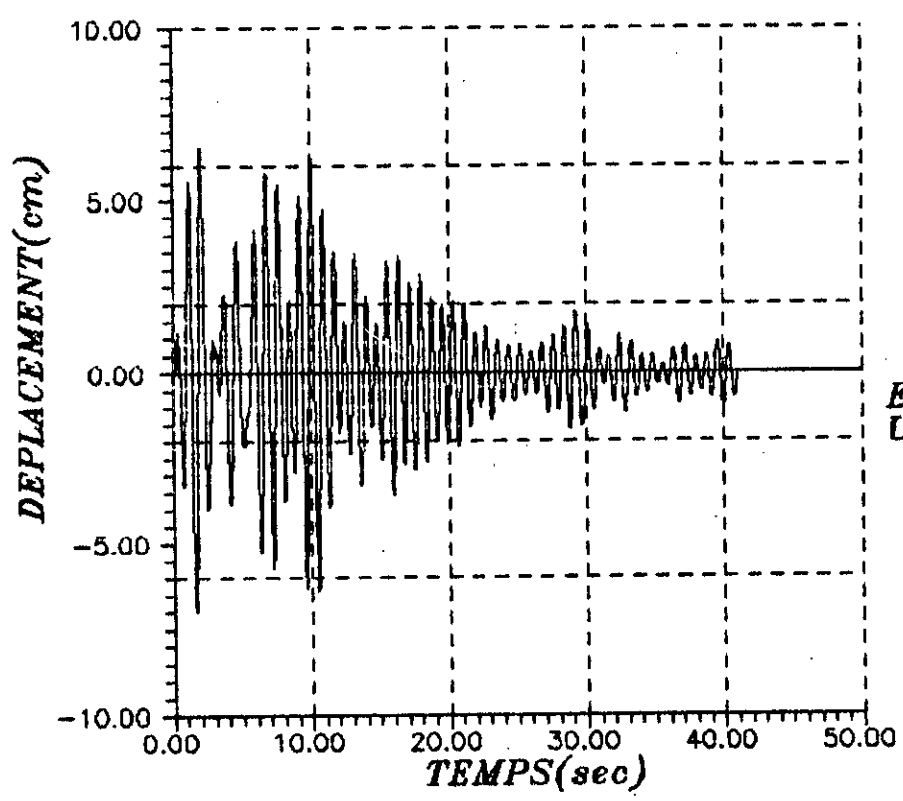
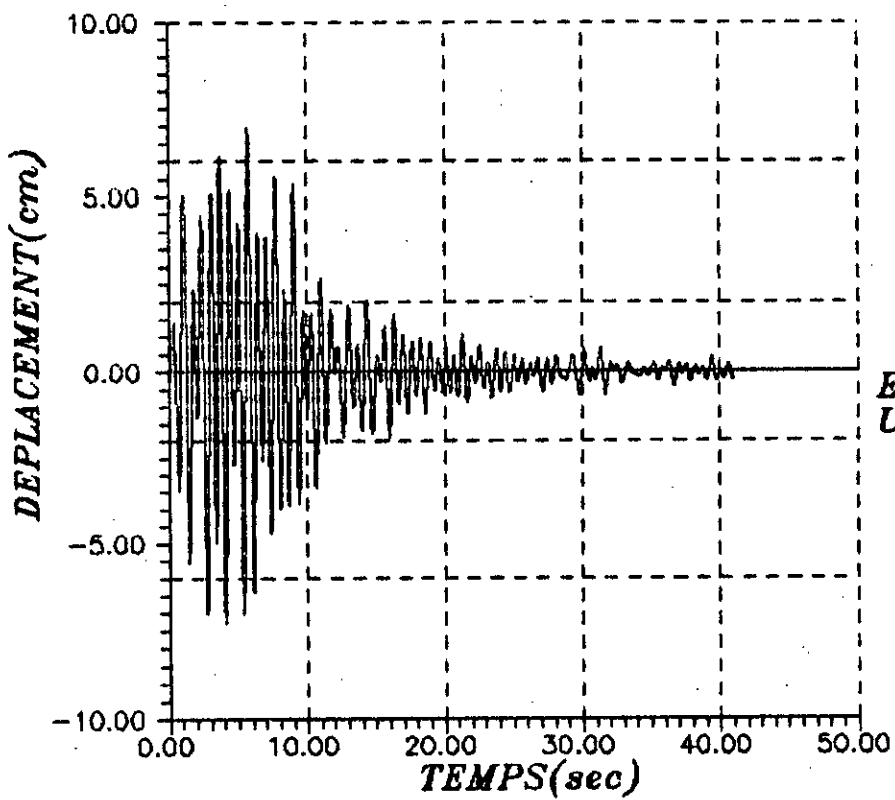
# DEPLACEMENT DE LA FONDATION



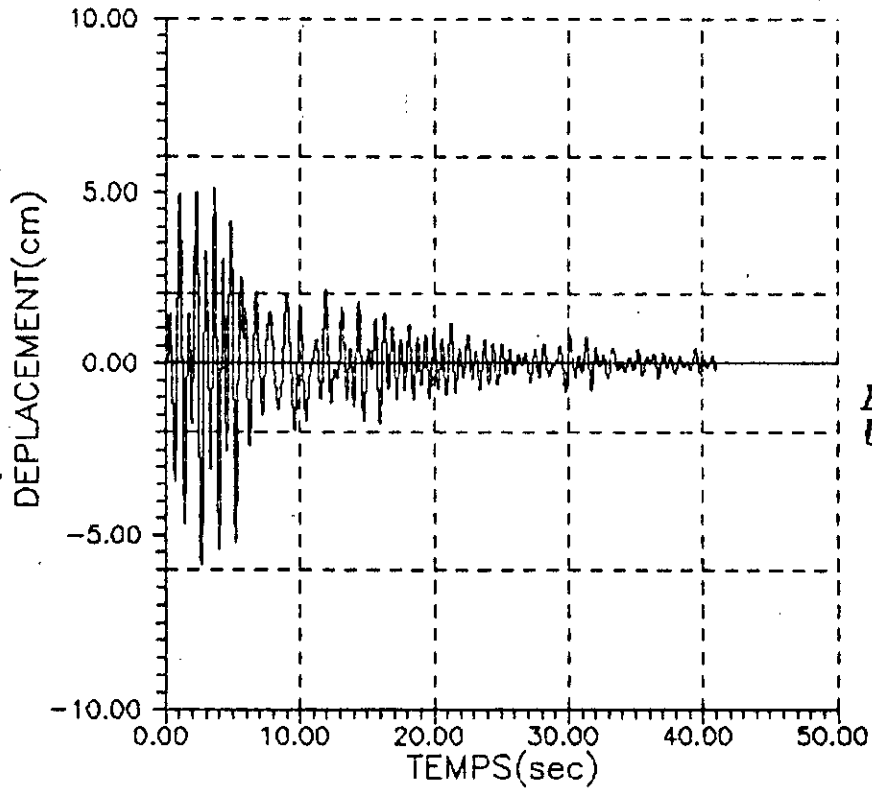
# ROTATION DE LA FONDATION



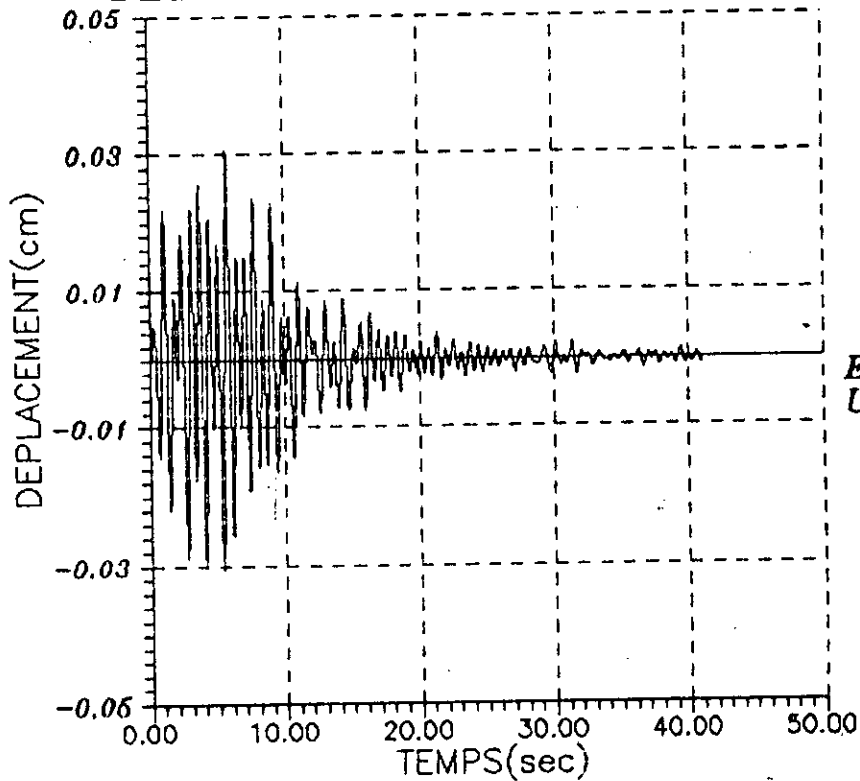
# DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU



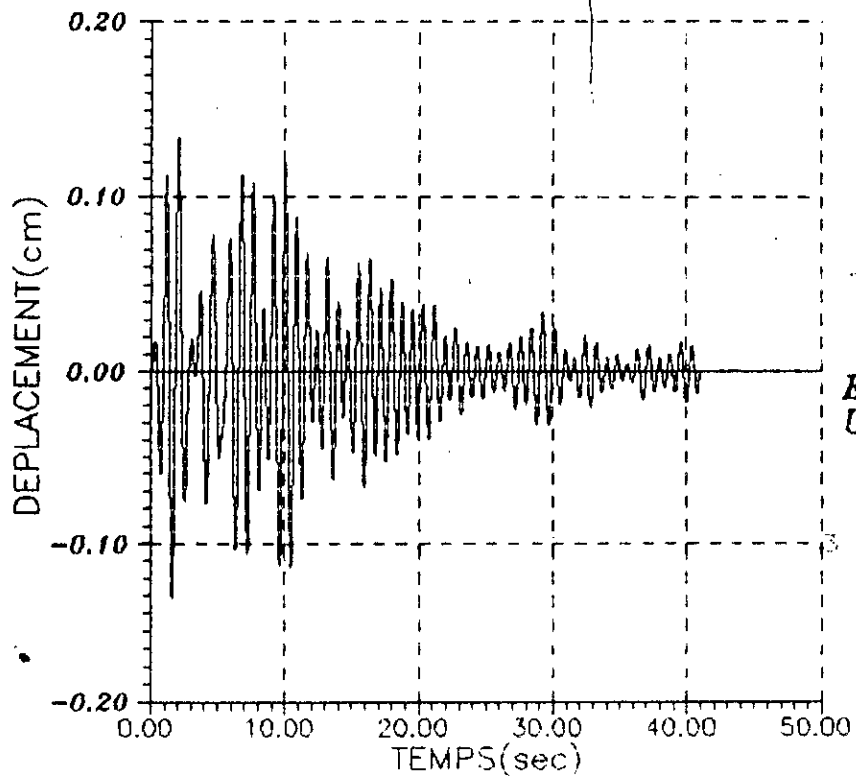
### DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU



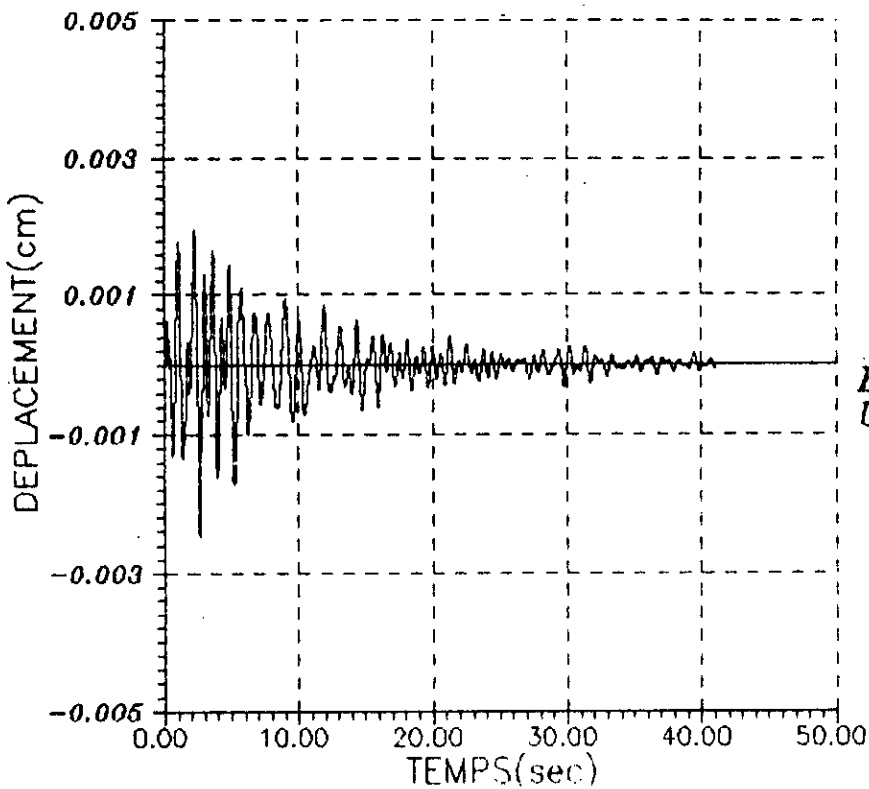
### DEPLACEMENT DE LA FONDATION



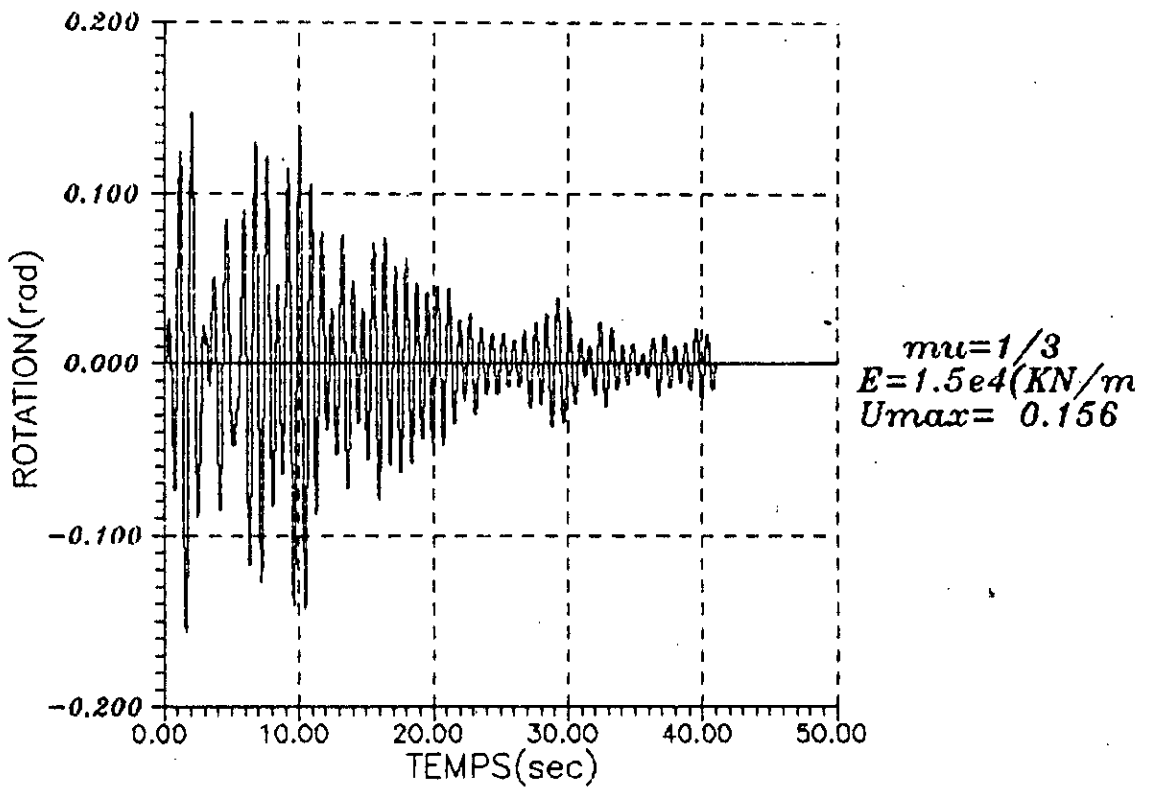
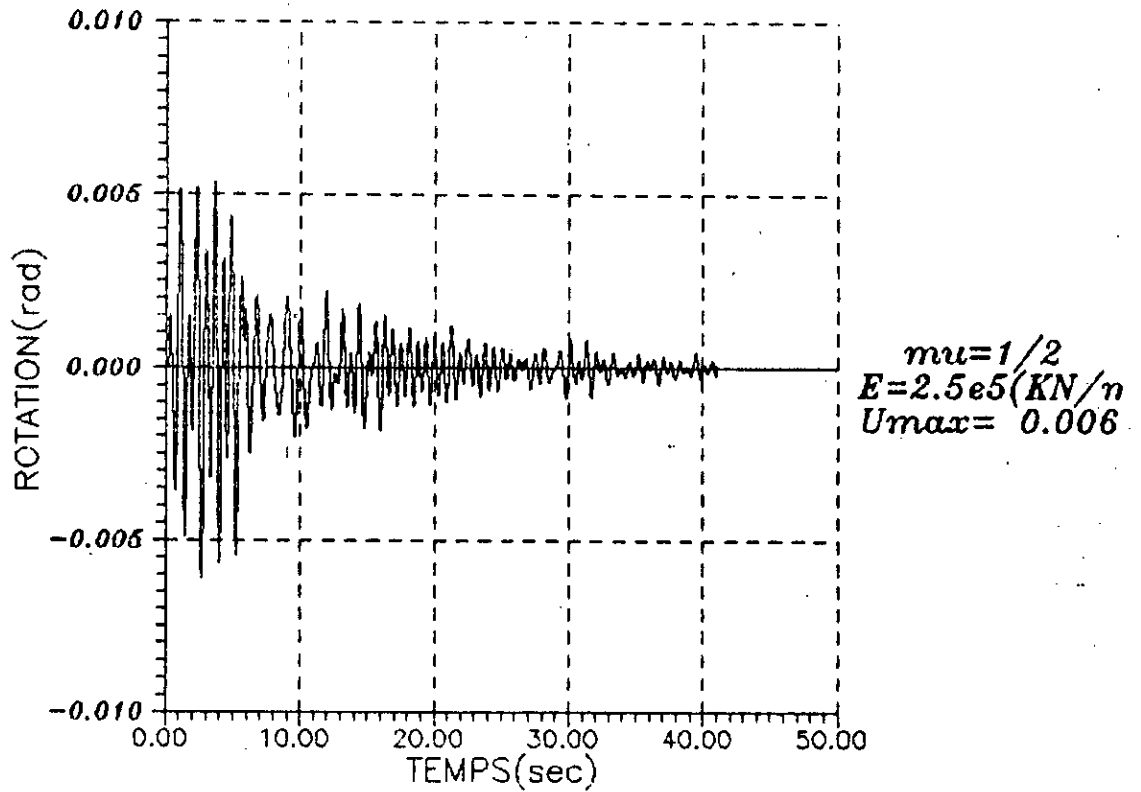
# DEPLACEMENT DE LA FONDATION



X



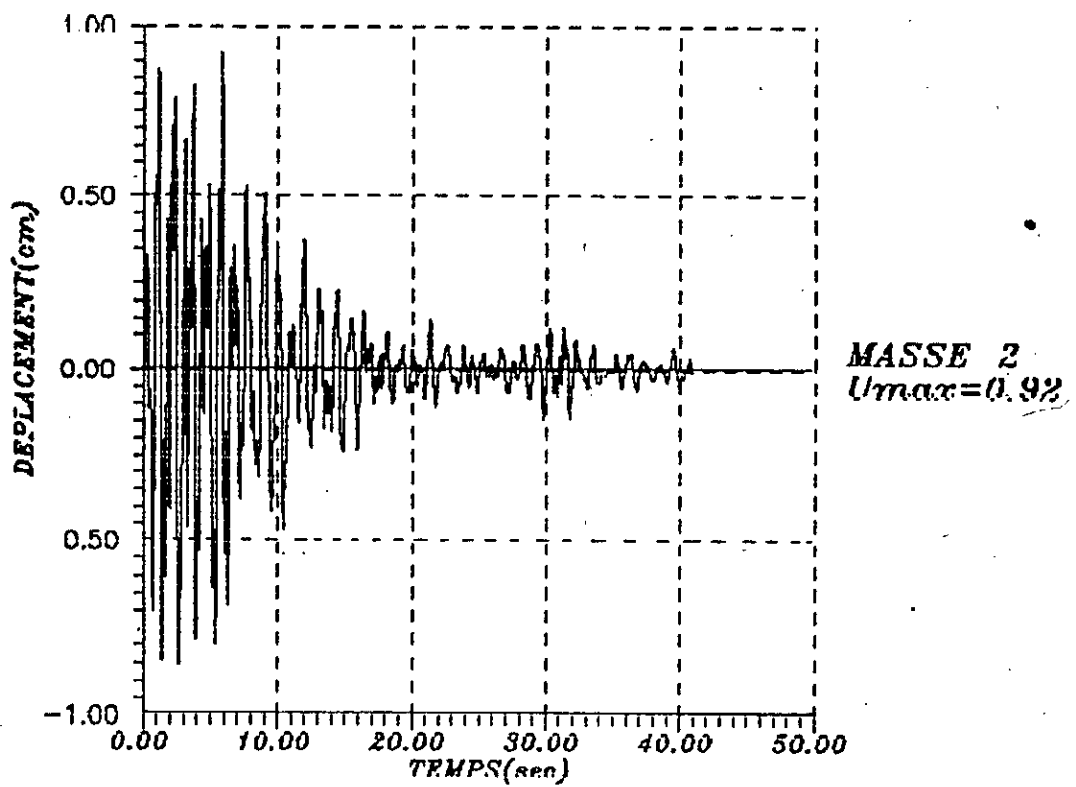
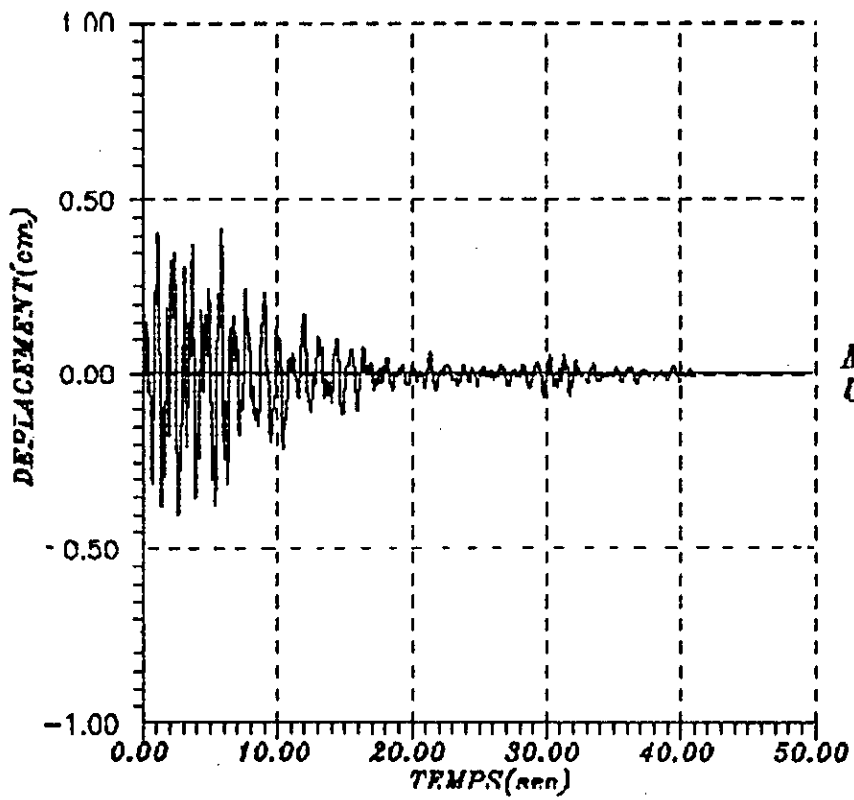
# ROTATION DE LA FONDATION



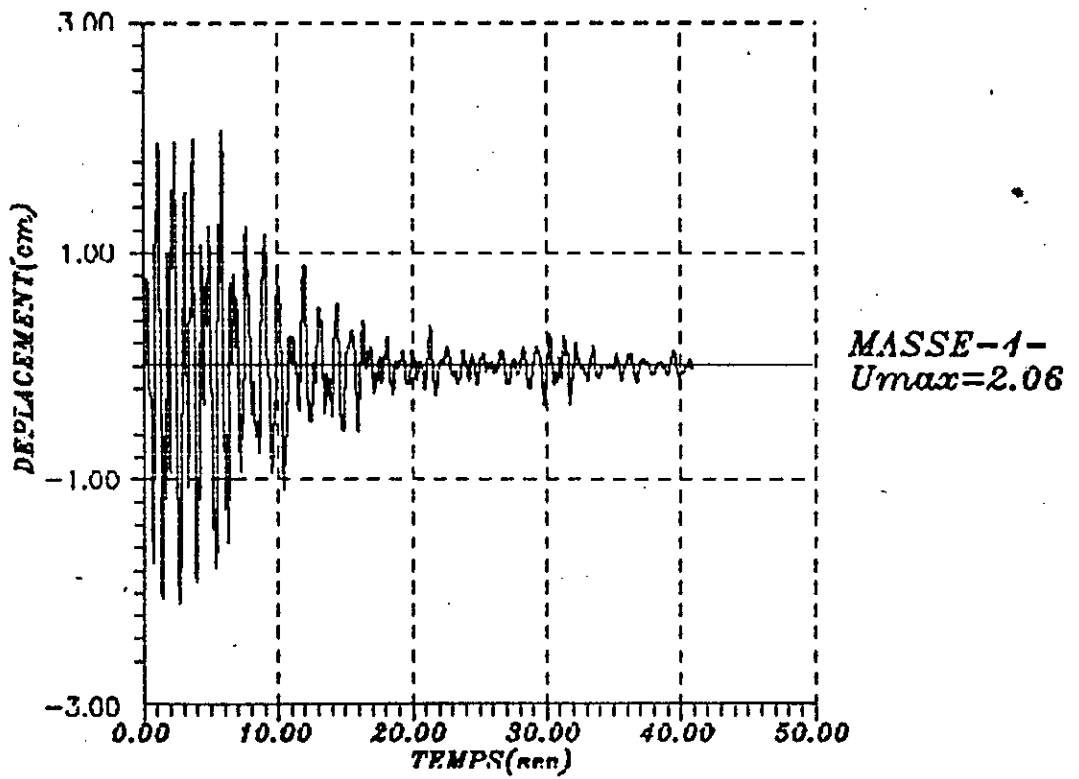
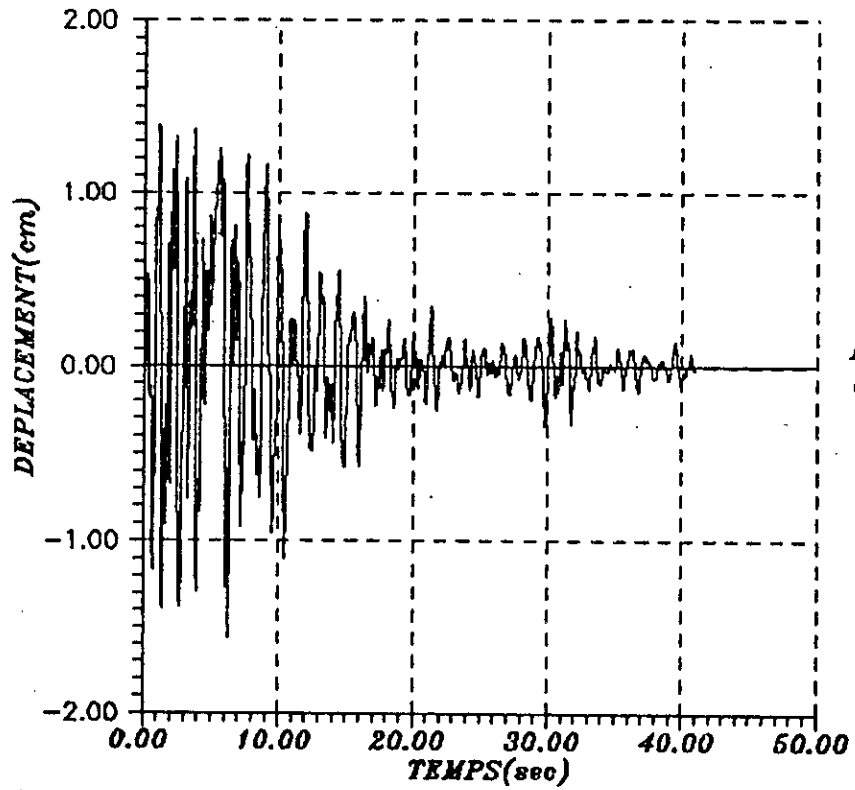




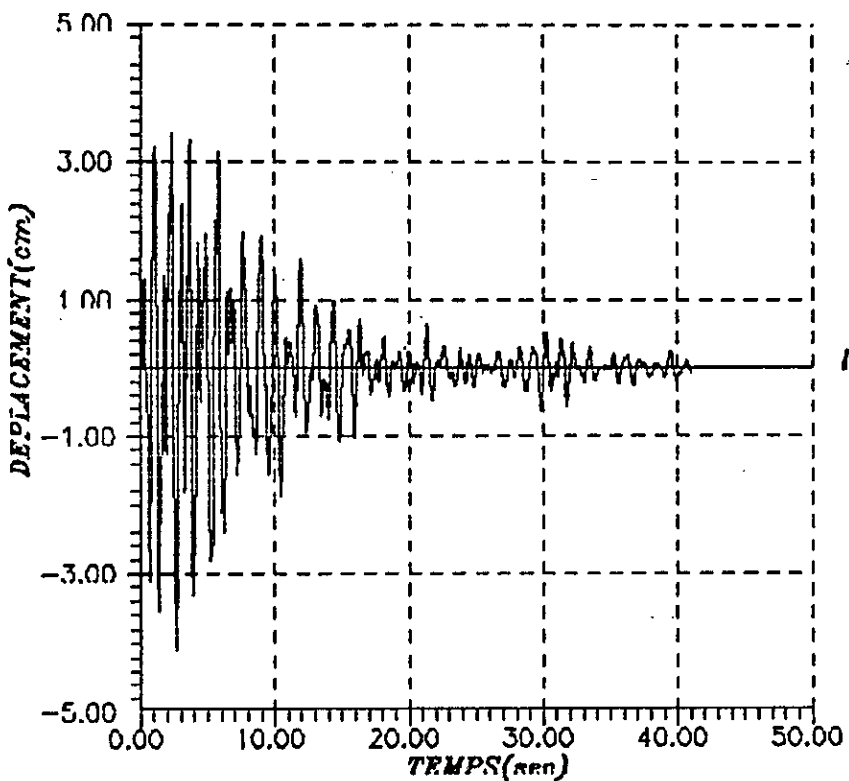
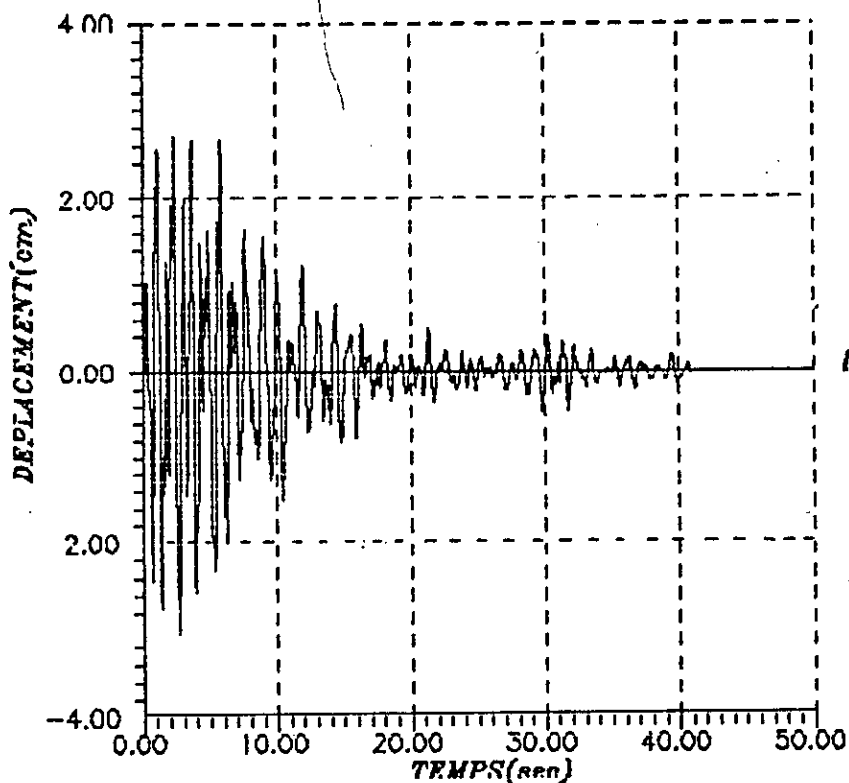
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



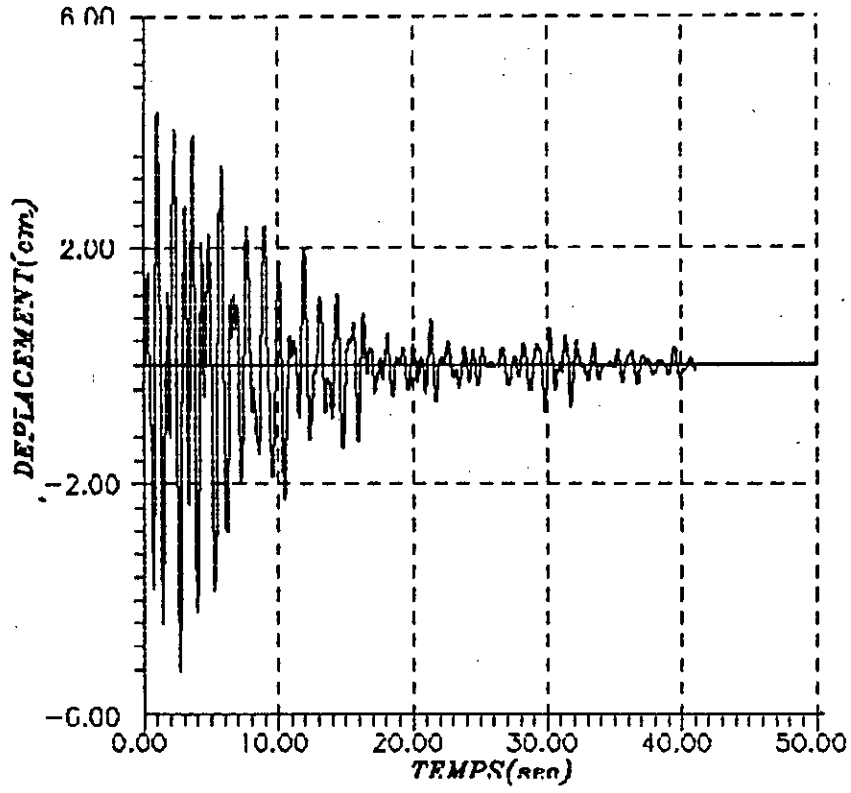
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



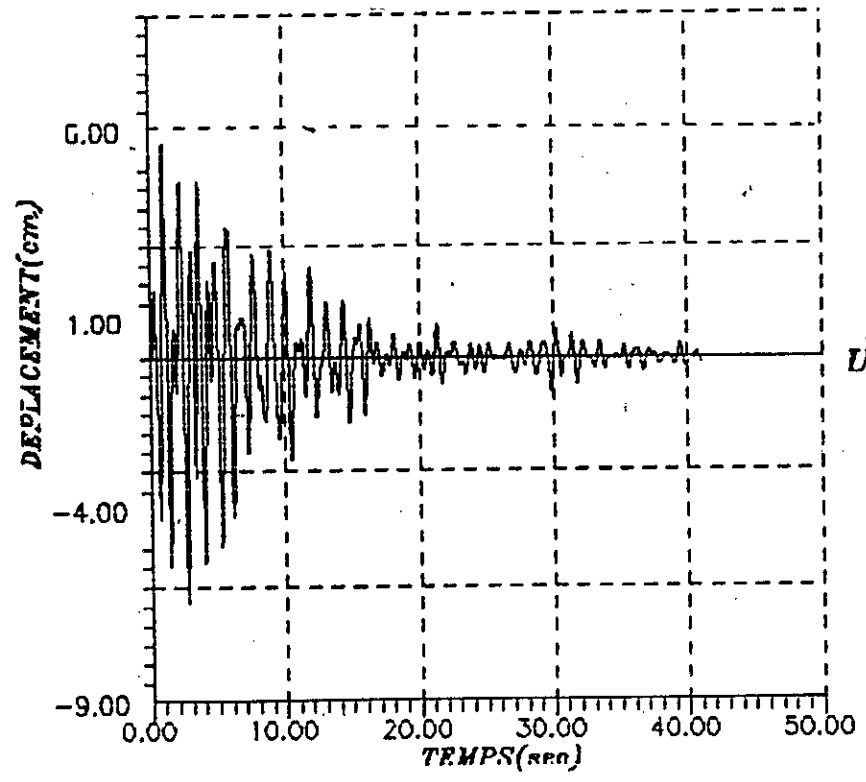
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE

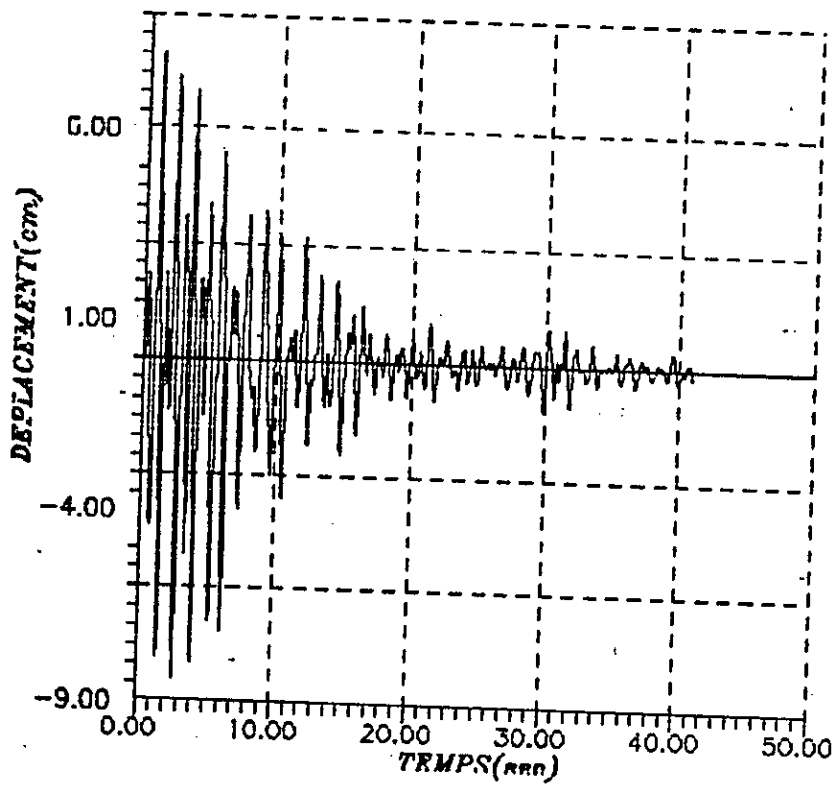
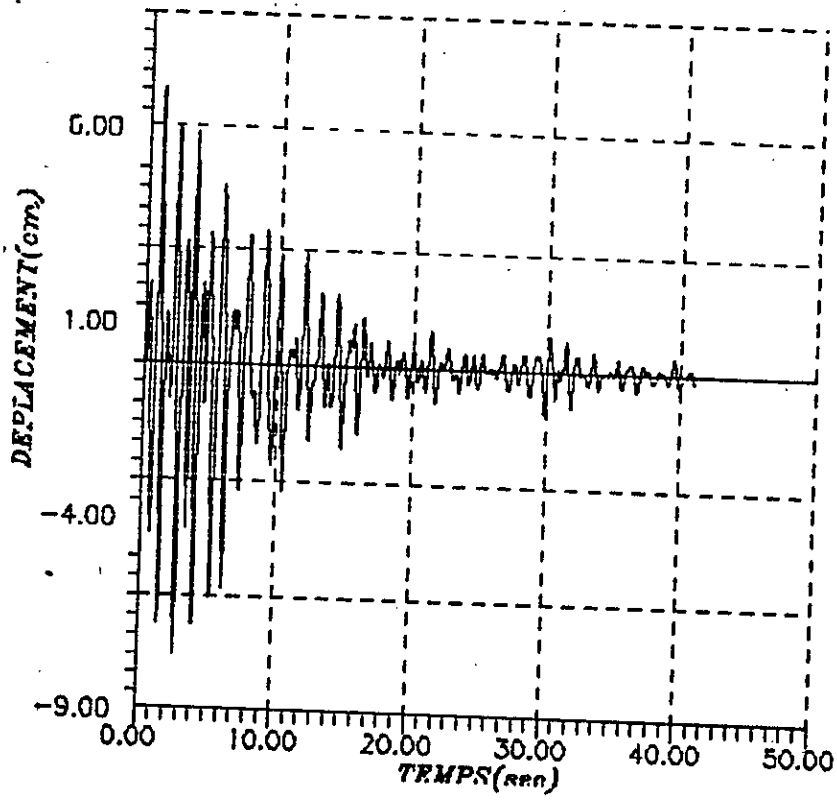


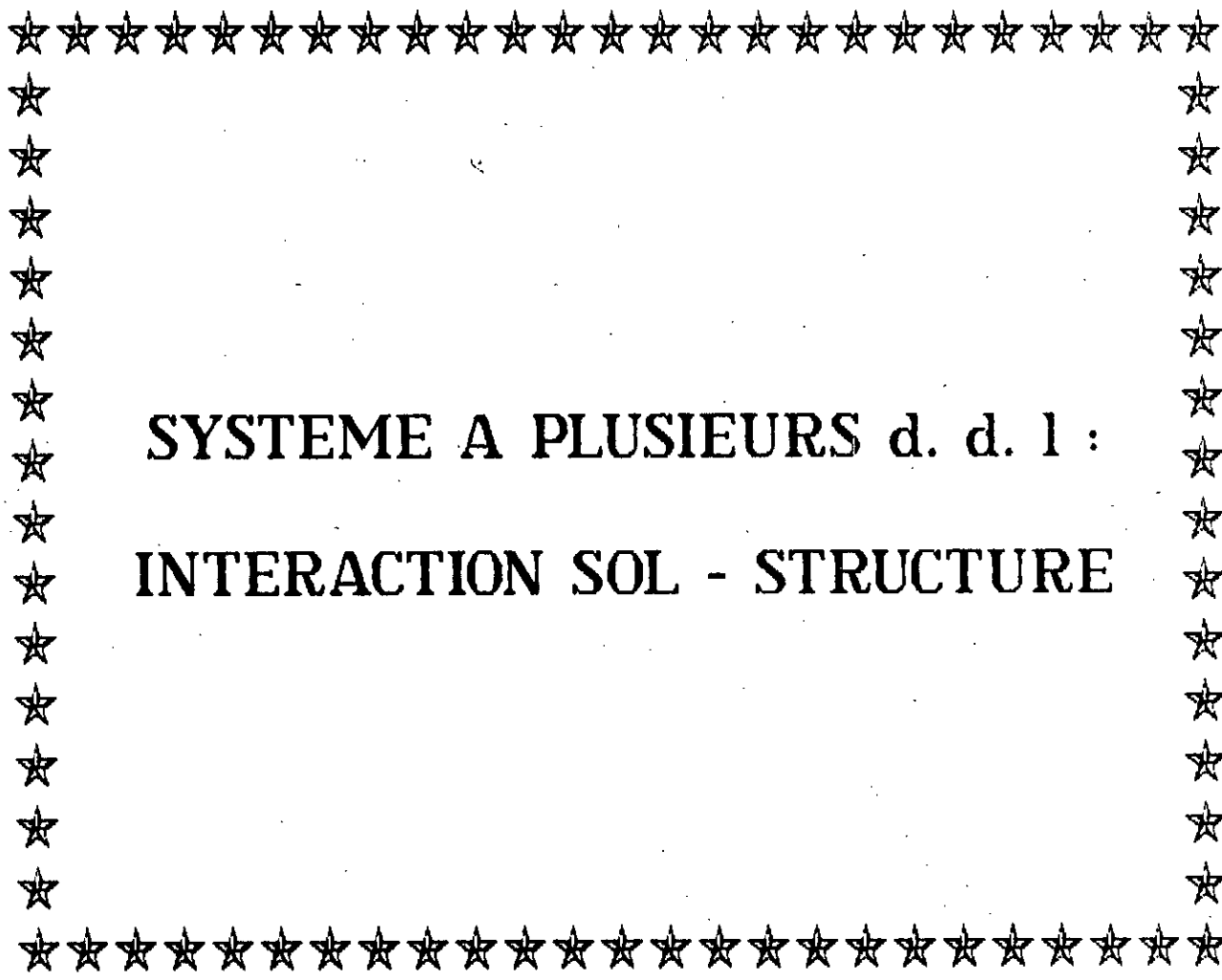
MASSE-7-  
 $U_{max} = 5.22$



MASSE-8-  
 $U_{max} = 6.37$

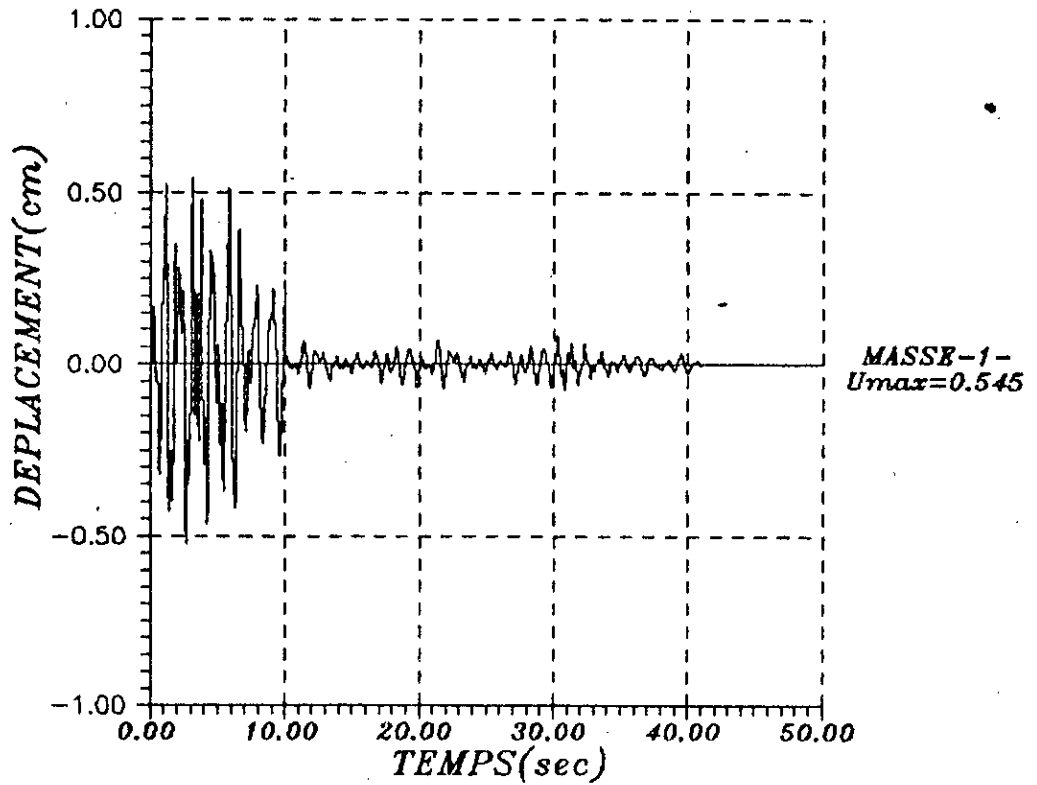
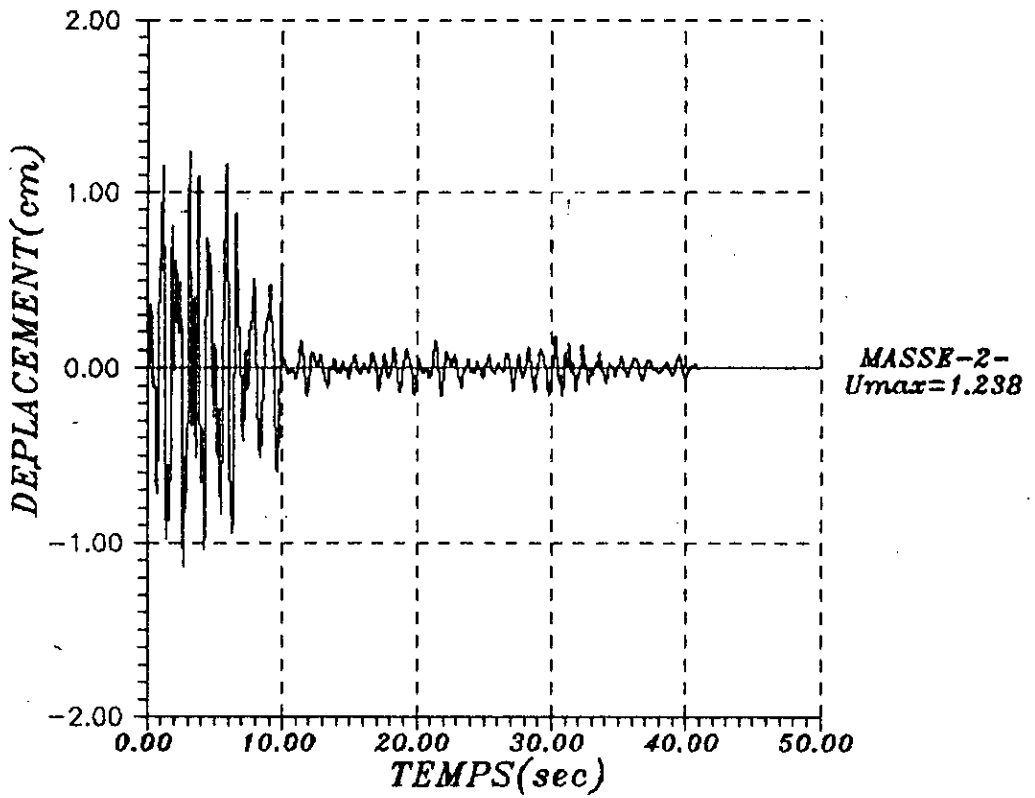
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE





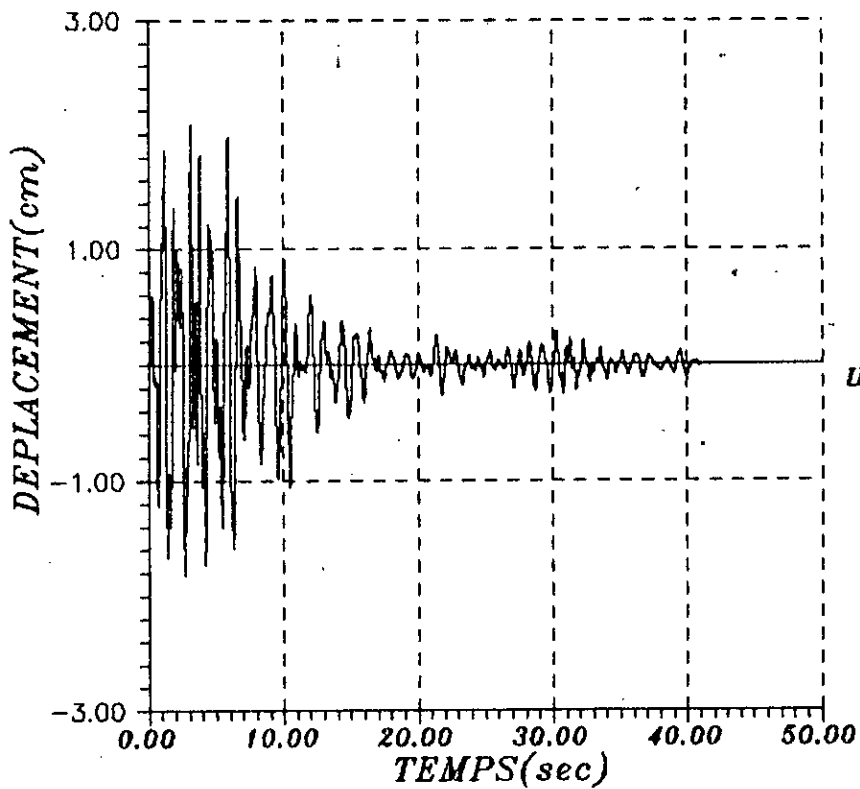
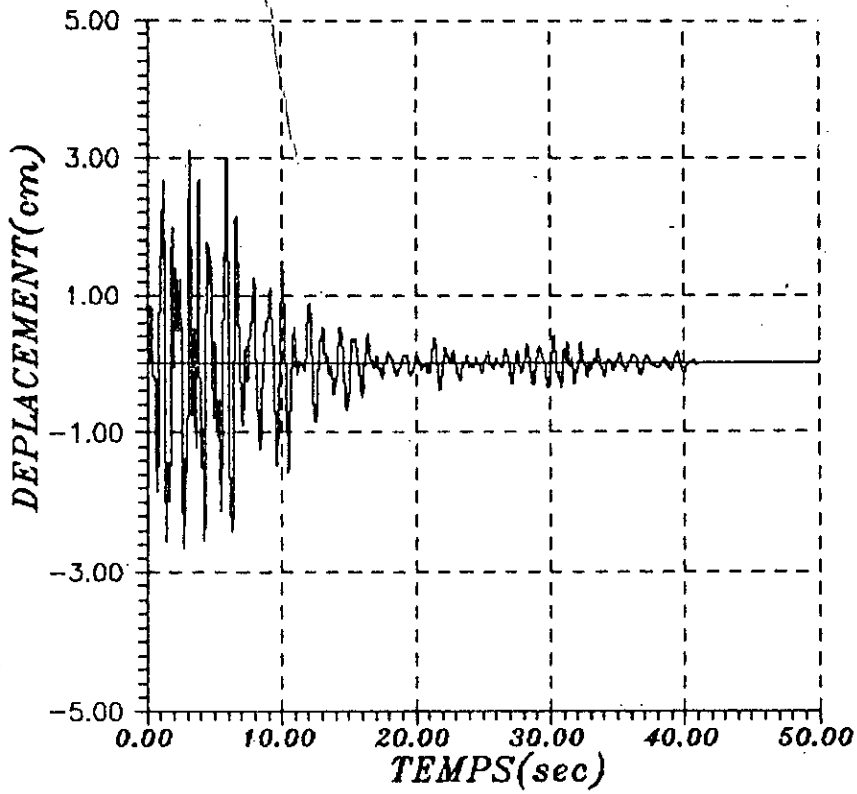
**SYSTEME A PLUSIEURS d. d. l :**  
**INTERACTION SOL - STRUCTURE**

# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE

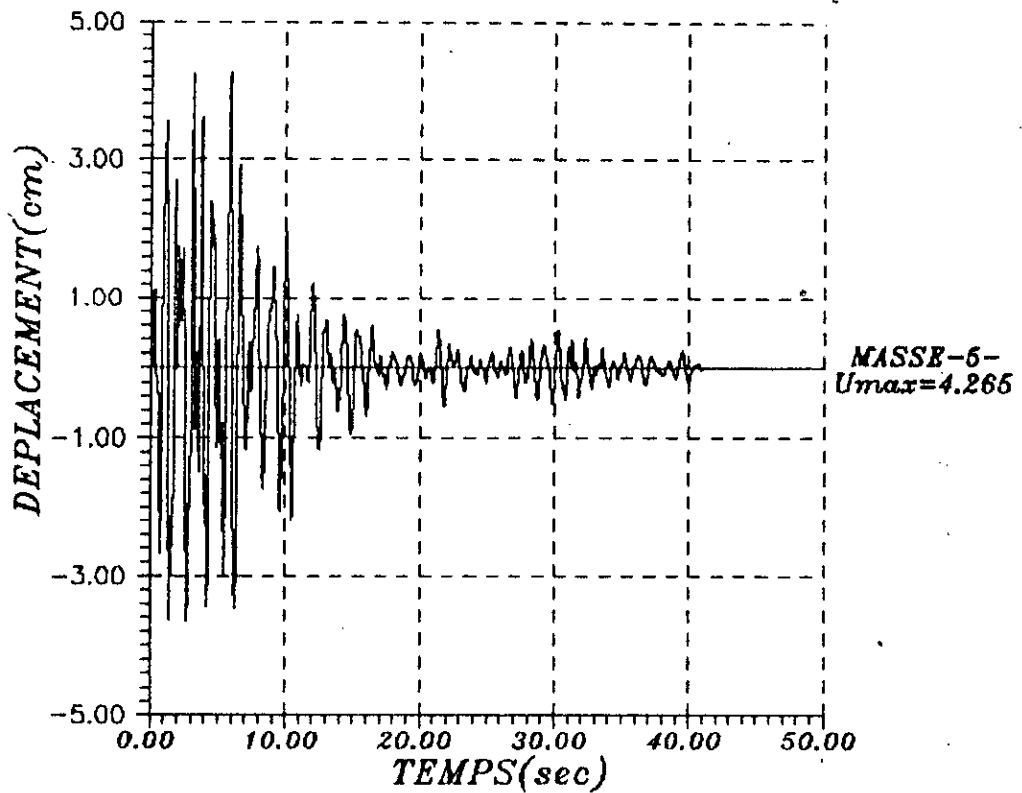
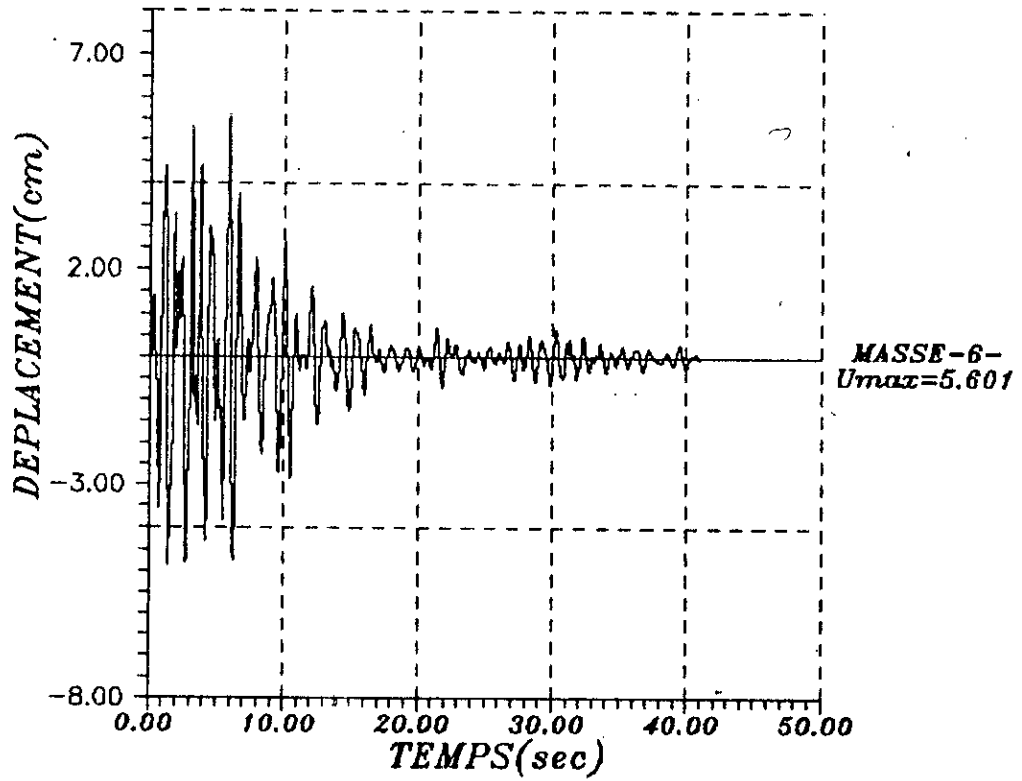




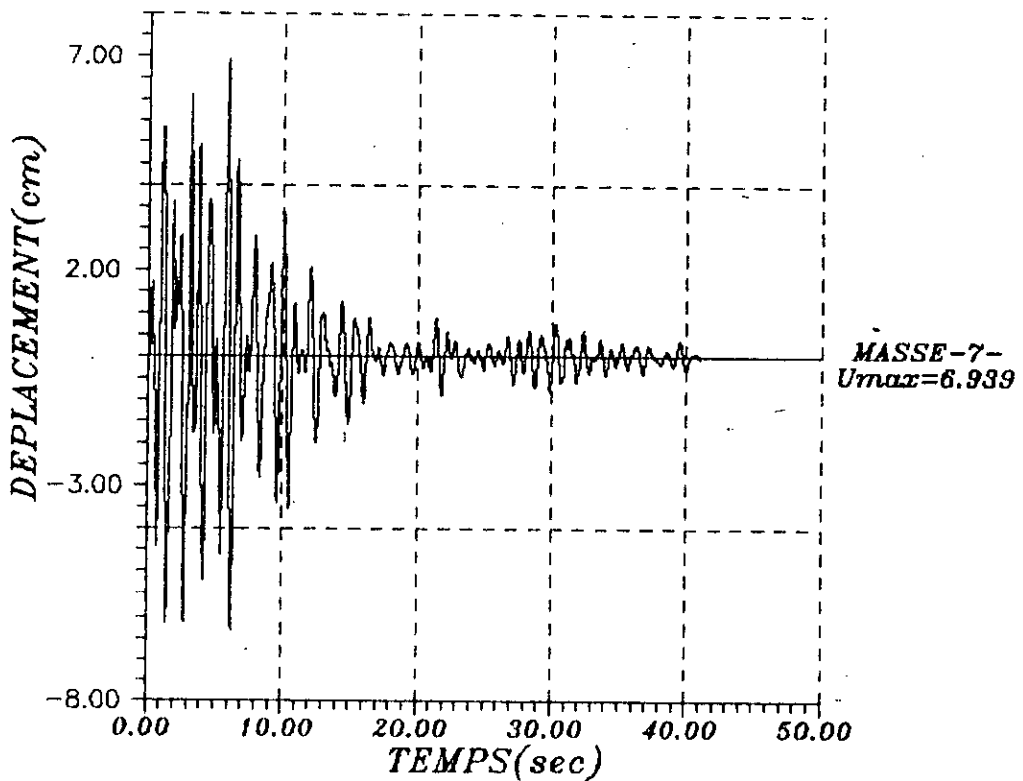
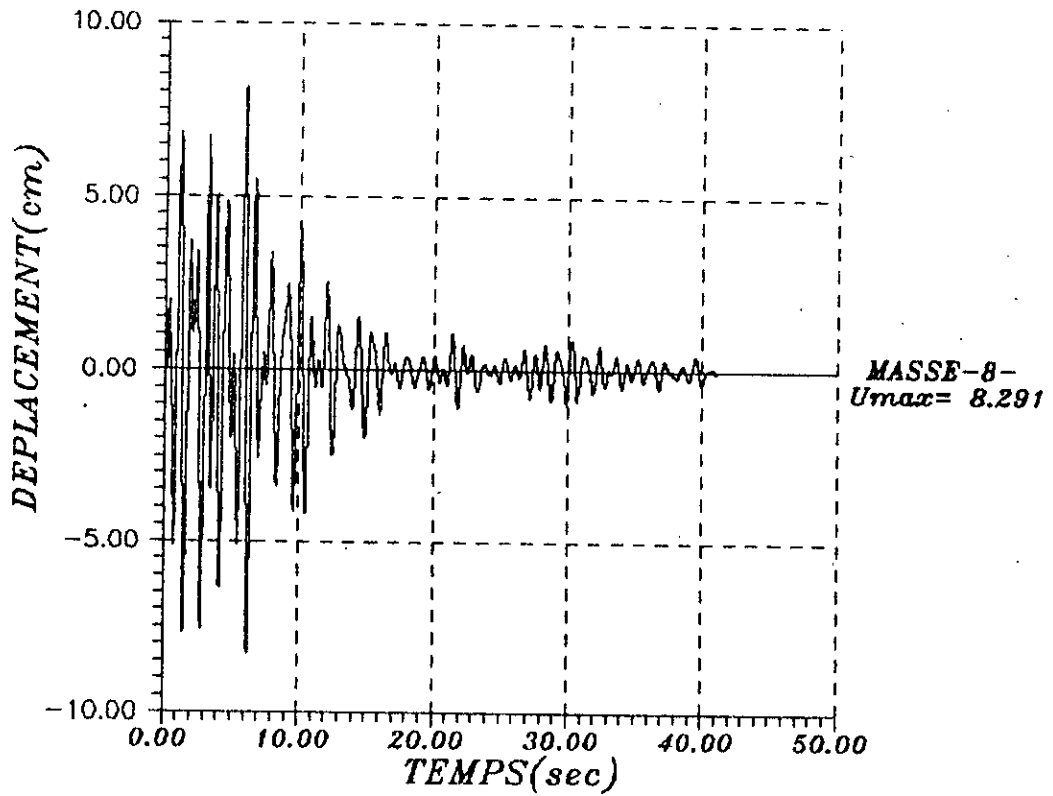
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



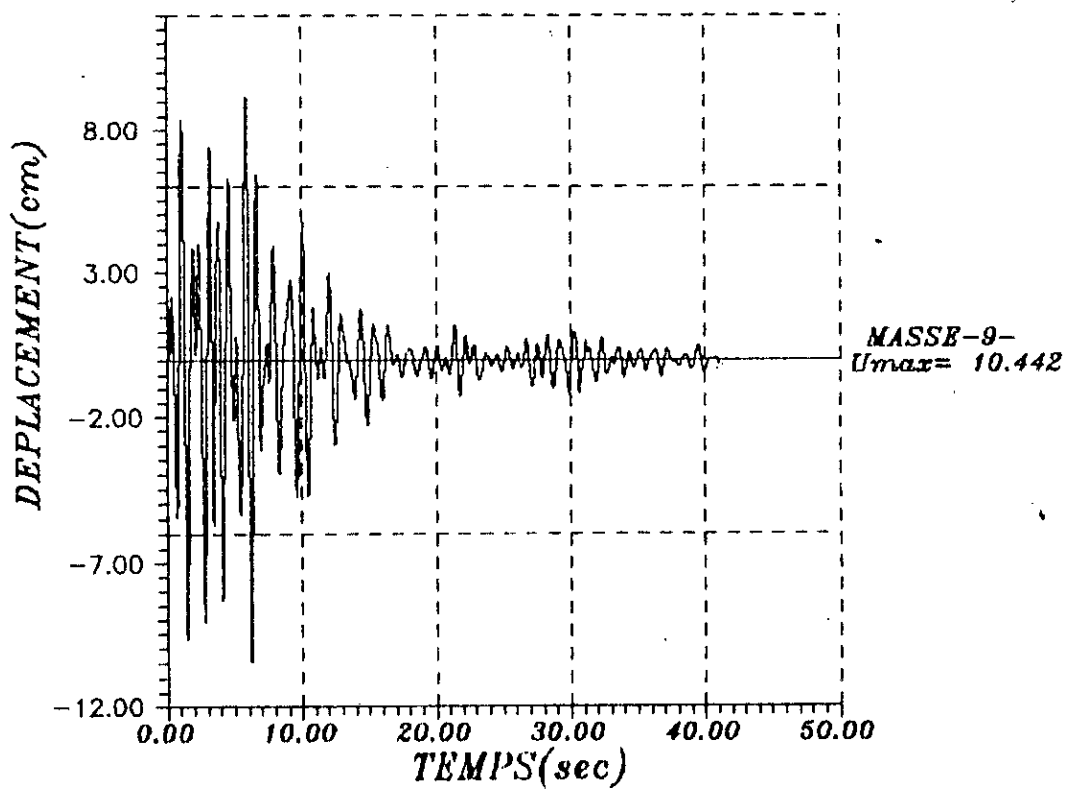
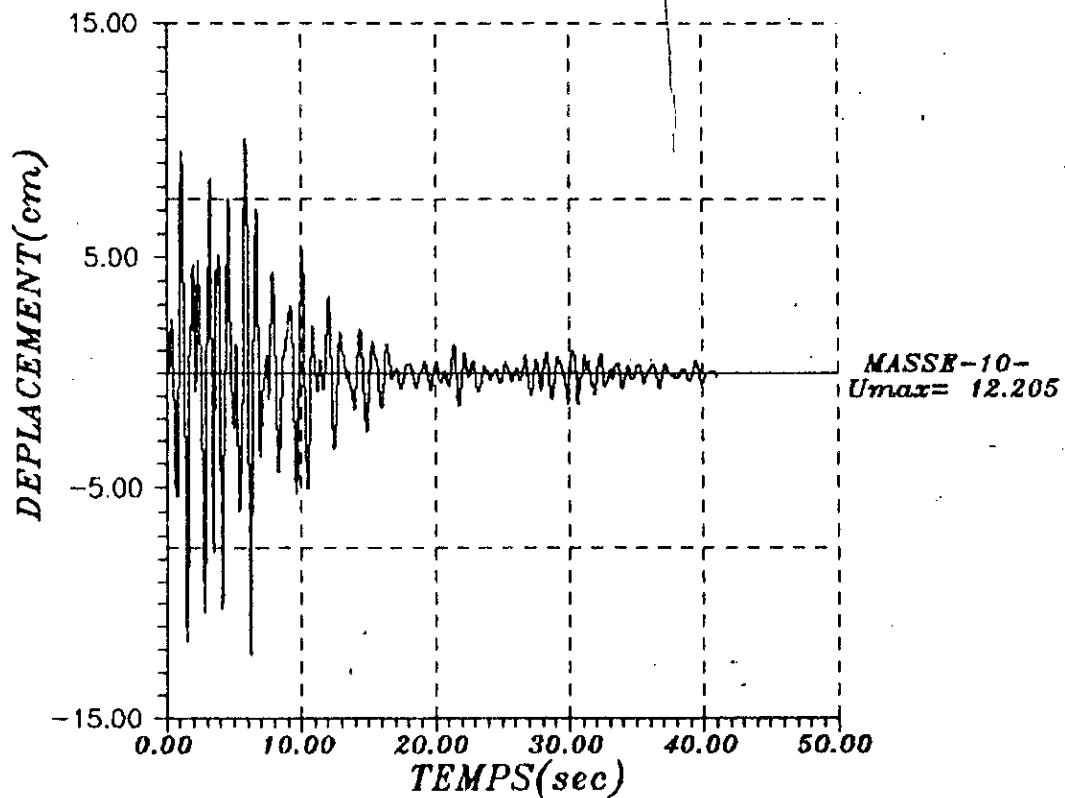
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



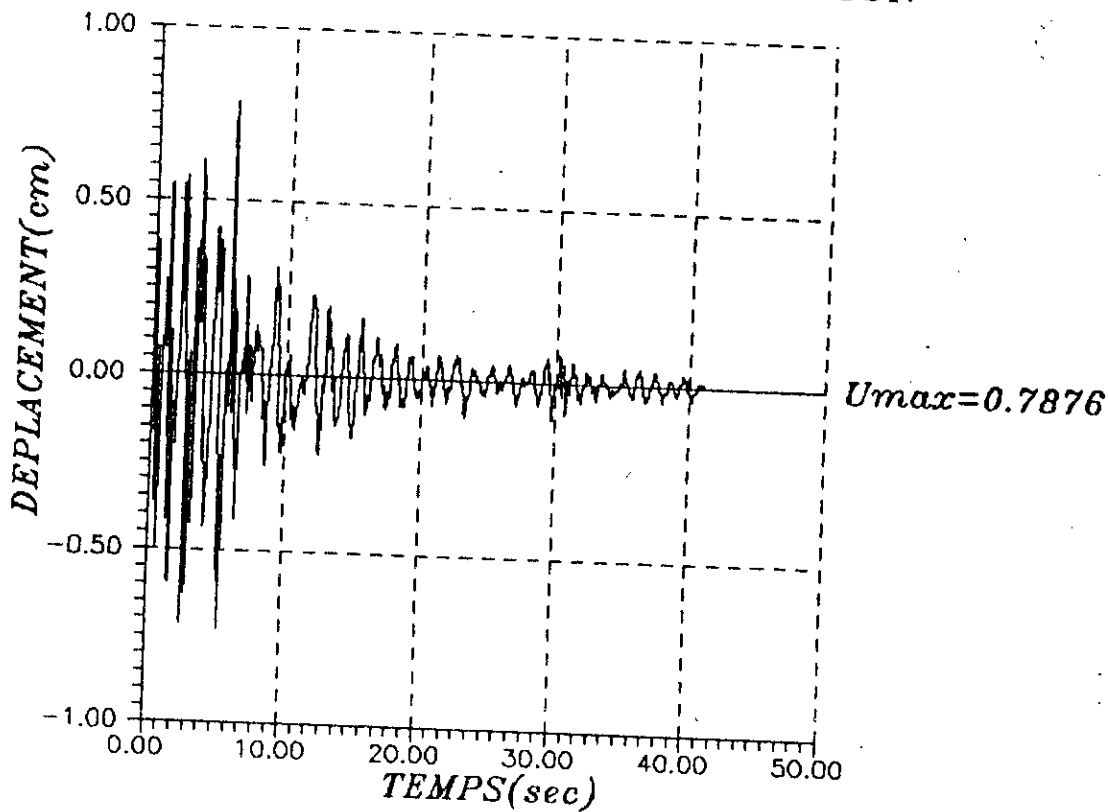
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE



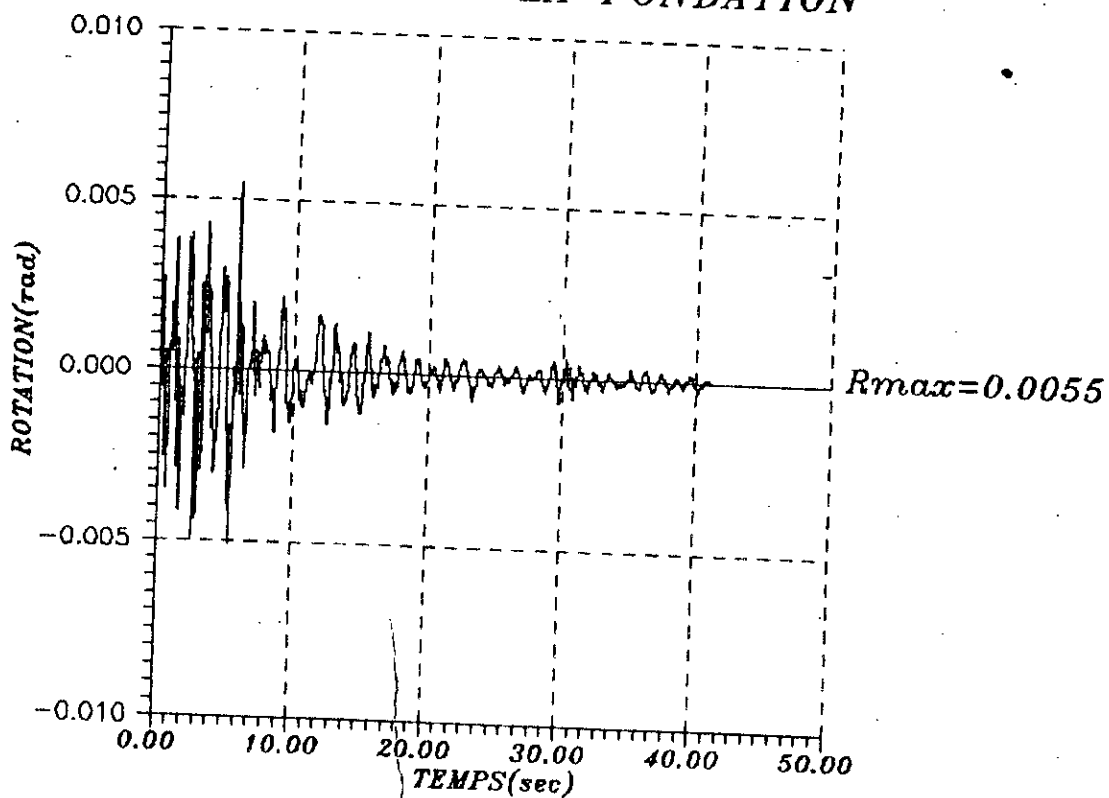
# DEPLACEMENT DE LA CHEMINEE

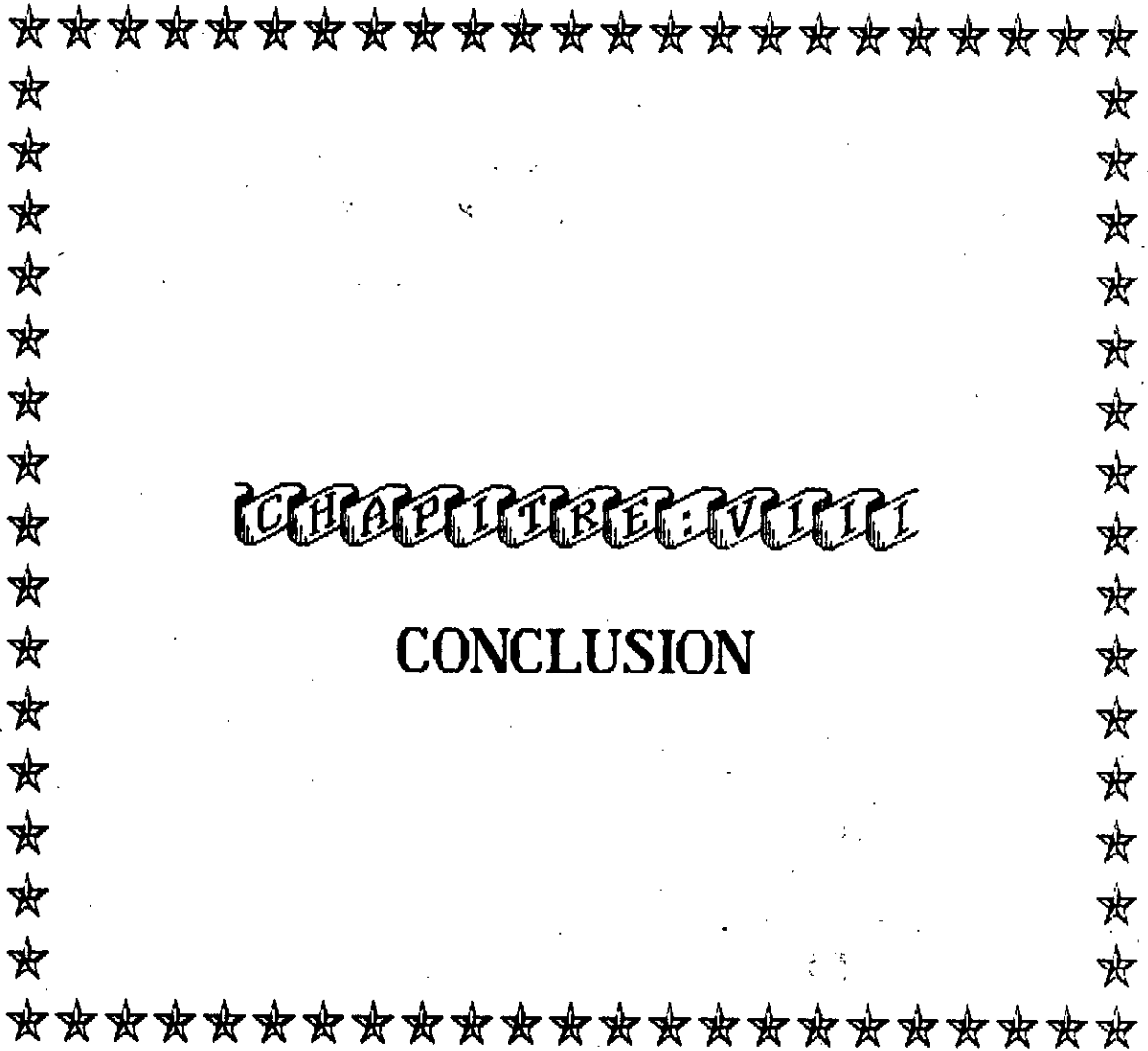


### DEPLACEMENT DE LA FONDATION



### ROTATION DE LA FONDATION





CHAPITRE VIII

CONCLUSION

## CONCLUSION

Les résultats obtenus dans ce présent projet montrent que l'interaction sol-structure a une influence sur la réponse dynamique des structures, même pour des ouvrages d'importance moyenne, ce qui met en évidence la nécessité de la prise en compte de cette interaction dans l'étude dynamique des ouvrages importants tels que : les barrages, les réservoirs de gaz liquifié, les centrales nucléaires.

D'autre part ces résultats ont montré aussi que cette interaction dépend :

- de la nature du sol.
- des caractéristiques de l'ouvrage et que l'hypothèse de la rigidité infinie du sol n'est pas toujours vérifiée, mais en réalité le sol a une rigidité finie et une influence notable sur le comportement dynamique de la structure.

Dans ce travail, il n'a été tenu compte de la déformabilité des fondations de la profondeur d'ancrages des fondations, du comportement complexe du sol, de la présence des structures avoisinantes, des ondes P, Love, Rayleigh.

Nous voyons donc que l'interaction sol-structure est un phénomène très complexe à étudier, son influence dans des cas simplifiés tels que ceux que nous avons étudiés : 'structure reposant sur une fondation rigide en surface soumise à une onde incidente verticale sismique de cisaillement (onde S)', est loin d'être négligeable et ce d'autant plus que les constructions sont massives et élancées.

Ce projet nous a permis d'acquérir un nombre de connaissances dans le domaine de la dynamique des sols, et plus particulièrement en interaction sol-structure.





ETUDE DANS LE DOMAINE DES FREQUENCES:

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i  | partie reelle: yr | partie imaginaire: yi |
|----|-------------------|-----------------------|
| 1  | -0.54324716E-02   | 0.00000000E+00        |
| 2  | -0.91031857E-03   | -0.15461157E-01       |
| 3  | 0.41757673E-02    | -0.26635828E-01       |
| 4  | 0.93627870E-02    | -0.36107864E-01       |
| 5  | 0.14633141E-01    | -0.44460391E-01       |
| 6  | 0.19979500E-01    | -0.51963543E-01       |
| 7  | 0.25391811E-01    | -0.58773267E-01       |
| 8  | 0.30366390E-01    | -0.64990752E-01       |
| 9  | 0.36395794E-01    | -0.70386554E-01       |
| 10 | 0.41977531E-01    | -0.75912544E-01       |
| 11 | 0.47593432E-01    | -0.80709318E-01       |
| 12 | 0.53249013E-01    | -0.85104948E-01       |
| 13 | 0.58934083E-01    | -0.89127516E-01       |
| 14 | 0.64642316E-01    | -0.92796653E-01       |
| 15 | 0.70367455E-01    | -0.96129655E-01       |
| 16 | 0.76103237E-01    | -0.99141228E-01       |
| 17 | 0.81843572E-01    | -0.10184412E+00       |
| 18 | 0.87582037E-01    | -0.10424950E+00       |
| 19 | 0.93312648E-01    | -0.10636728E+00       |
| 20 | 0.99029111E-01    | -0.10820637E+00       |

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i   | partie réelle yr | partie imaginaire yi |
|-----|------------------|----------------------|
| 81  | 0.23311989E+00   | 0.68084990E-01       |
| 82  | 0.23019273E+00   | 0.71726089E-01       |
| 83  | 0.22710485E+00   | 0.75257050E-01       |
| 84  | 0.22386555E+00   | 0.78671777E-01       |
| 85  | 0.22047218E+00   | 0.81964349E-01       |
| 86  | 0.21693035E+00   | 0.85128784E-01       |
| 87  | 0.21324375E+00   | 0.88159263E-01       |
| 88  | 0.20941622E+00   | 0.91049998E-01       |
| 89  | 0.20545177E+00   | 0.93795287E-01       |
| 90  | 0.20135459E+00   | 0.96389436E-01       |
| 91  | 0.19712895E+00   | 0.98826909E-01       |
| 92  | 0.19277928E+00   | 0.10110218E+00       |
| 93  | 0.18831020E+00   | 0.10320977E+00       |
| 94  | 0.18372635E+00   | 0.10514428E+00       |
| 95  | 0.17903259E+00   | 0.10690036E+00       |
| 96  | 0.17423382E+00   | 0.10847269E+00       |
| 97  | 0.16933512E+00   | 0.10985600E+00       |
| 98  | 0.16434161E+00   | 0.11104505E+00       |
| 99  | 0.15925855E+00   | 0.11203458E+00       |
| 100 | 0.15409138E+00   | 0.11281935E+00       |
| 101 | 0.14884547E+00   | 0.11339410E+00       |
| 102 | 0.14352637E+00   | 0.11375354E+00       |
| 103 | 0.13813975E+00   | 0.11389233E+00       |
| 104 | 0.13269127E+00   | 0.11380500E+00       |

X

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i    | partie réelle yr | partie imaginaire yi |
|------|------------------|----------------------|
| 1105 | 0.12718670E+00   | 0.11348599E+00       |
| 1106 | 0.12163190E+00   | 0.11292954E+00       |
| 1107 | 0.11603276E+00   | 0.11212977E+00       |
| 1108 | 0.11039527E+00   | 0.11108041E+00       |
| 1109 | 0.10472533E+00   | 0.10977493E+00       |
| 1110 | 0.99029123E-01   | 0.10820638E+00       |
| 1111 | 0.93312656E-01   | 0.10636729E+00       |
| 1112 | 0.87582105E-01   | 0.10424952E+00       |
| 1113 | 0.81843572E-01   | 0.10184412E+00       |
| 1114 | 0.76103293E-01   | 0.99141240E-01       |
| 1115 | 0.70367479E-01   | 0.96129673E-01       |
| 1116 | 0.64642316E-01   | 0.92796653E-01       |
| 1117 | 0.58934080E-01   | 0.89127534E-01       |
| 1118 | 0.53249031E-01   | 0.85104948E-01       |
| 1119 | 0.47593432E-01   | 0.80708324E-01       |
| 1120 | 0.41973581E-01   | 0.75912588E-01       |
| 1121 | 0.36395803E-01   | 0.70686566E-01       |
| 1122 | 0.30866423E-01   | 0.64990776E-01       |
| 1123 | 0.25391817E-01   | 0.58773285E-01       |
| 1124 | 0.19978515E-01   | 0.51963555E-01       |
| 1125 | 0.14633148E-01   | 0.44460421E-01       |
| 1126 | 0.93627870E-02   | 0.36107870E-01       |
| 1127 | 0.41757822E-02   | 0.26635858E-01       |
| 1128 | -0.91081857E-03  | 0.15461173E-01       |

X

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i  | partie reelle yr | partie imaginaire yi |
|----|------------------|----------------------|
| 61 | 0.25492957E+00   | -0.18081893E-01      |
| 62 | 0.25557956E+00   | -0.13584803E-01      |
| 63 | 0.25604435E+00   | -0.90676957E-02      |
| 64 | 0.25632339E+00   | -0.45371860E-02      |
| 65 | 0.25641646E+00   | 0.00000000E+00       |
| 66 | 0.25632339E+00   | 0.45371812E-02       |
| 67 | 0.25604438E+00   | 0.90676748E-02       |
| 68 | 0.25557956E+00   | 0.13584795E-01       |
| 69 | 0.25492957E+00   | 0.18081864E-01       |
| 70 | 0.25409501E+00   | 0.22552227E-01       |
| 71 | 0.25307679E+00   | 0.26989234E-01       |
| 72 | 0.25187596E+00   | 0.31386268E-01       |
| 73 | 0.25049379E+00   | 0.35736739E-01       |
| 74 | 0.24893164E+00   | 0.40034073E-01       |
| 75 | 0.24719124E+00   | 0.44271755E-01       |
| 76 | 0.24527445E+00   | 0.48443299E-01       |
| 77 | 0.24318316E+00   | 0.52542251E-01       |
| 78 | 0.24091961E+00   | 0.56562203E-01       |
| 79 | 0.23848614E+00   | 0.60496842E-01       |
| 80 | 0.23588533E+00   | 0.64339834E-01       |

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i  | partie reelle yr | partie imaginaire yi |
|----|------------------|----------------------|
| 21 | 0.10472532E+00   | -0.10977493E+00      |
| 22 | 0.11039523E+00   | -0.11108040E+00      |
| 23 | 0.11603274E+00   | -0.11212977E+00      |
| 24 | 0.12163190E+00   | -0.11292956E+00      |
| 25 | 0.12718670E+00   | -0.11348599E+00      |
| 26 | 0.13269124E+00   | -0.11380501E+00      |
| 27 | 0.13813972E+00   | -0.11389233E+00      |
| 28 | 0.14352636E+00   | -0.11375354E+00      |
| 29 | 0.14884546E+00   | -0.11339410E+00      |
| 30 | 0.15409137E+00   | -0.11281935E+00      |
| 31 | 0.15925854E+00   | -0.11203458E+00      |
| 32 | 0.16434159E+00   | -0.11104505E+00      |
| 33 | 0.16933509E+00   | -0.10985600E+00      |
| 34 | 0.17423380E+00   | -0.10847269E+00      |
| 35 | 0.17903257E+00   | -0.10690037E+00      |
| 36 | 0.18372634E+00   | -0.10514428E+00      |
| 37 | 0.18831019E+00   | -0.10320977E+00      |
| 38 | 0.19277927E+00   | -0.10110218E+00      |
| 39 | 0.19712893E+00   | -0.98826909E-01      |
| 40 | 0.20135457E+00   | -0.96389442E-01      |

---

- BIBLIOGRAPHIE -

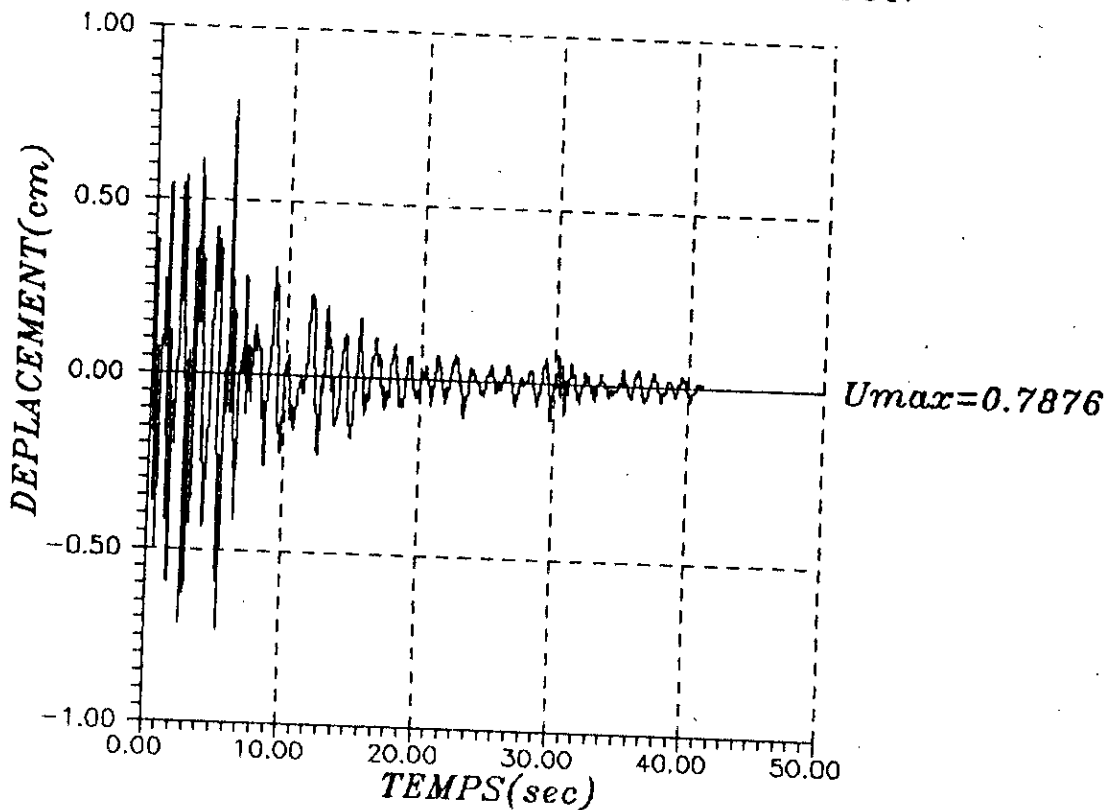
- 1> J. PENZIEN - R.W.GLOUGH  
Dynamics of structures .
- 2> JOHN.P.WOLF  
Dynamics Interaction sol-structures
- 3> A.PECKER  
Dynamique des sols
- 4> S.PRAKASH  
Soil dynamic
- 5> V. DAVIDOVICI  
Génie parasismique
- 6> A.CAPRA ET V.DAVIDOVICI  
Calcul dynamique des structures en zone sismique :
- 7> TZENOV-BONNEVILLE  
Calcul des structures parasismiques
- 8> K.J.BATHE  
Numérique méthodes in finite élément analysis
- 9> J.P.PELLETIER  
Techniques numériques appliquées au calcul scientifique
- 10> ANNALES DE L'INSTITUT TECHNIQUE DU BATIMENT ET DE TRAVAUX  
PUBLICS .

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

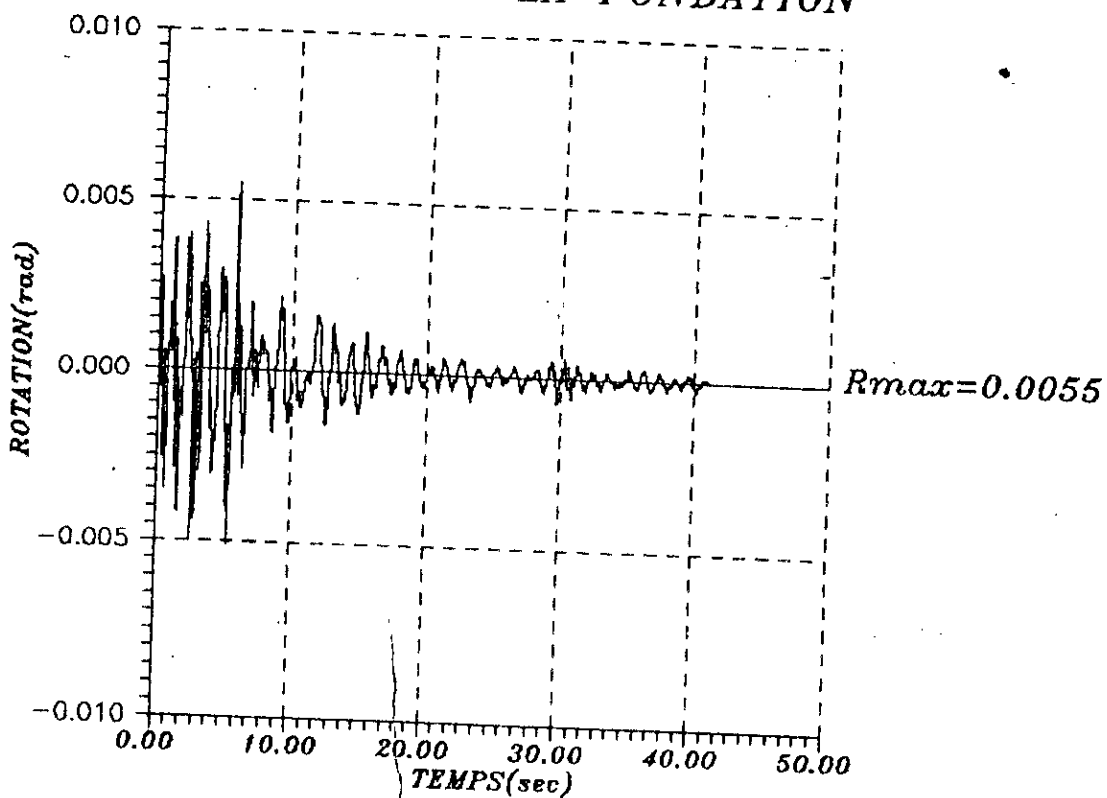
| i  | partie reelle yr | partie imaginaire yi |
|----|------------------|----------------------|
| 41 | 0.20545177E+00   | -0.93795287E-01      |
| 42 | 0.20941422E+00   | -0.91049998E-01      |
| 43 | 0.21324372E+00   | -0.88159269E-01      |
| 44 | 0.21693035E+00   | -0.85126802E-01      |
| 45 | 0.22047218E+00   | -0.81964349E-01      |
| 46 | 0.22386553E+00   | -0.78671789E-01      |
| 47 | 0.22710688E+00   | -0.75257056E-01      |
| 48 | 0.23019270E+00   | -0.71726107E-01      |
| 49 | 0.23311989E+00   | -0.68084990E-01      |
| 50 | 0.23588537E+00   | -0.64379846E-01      |
| 51 | 0.23848614E+00   | -0.60496854E-01      |
| 52 | 0.24091961E+00   | -0.56562215E-01      |
| 53 | 0.24318316E+00   | -0.52542269E-01      |
| 54 | 0.24527445E+00   | -0.48443299E-01      |
| 55 | 0.24719126E+00   | -0.44271770E-01      |
| 56 | 0.24893167E+00   | -0.40034097E-01      |
| 57 | 0.25049379E+00   | -0.35736745E-01      |
| 58 | 0.25187596E+00   | -0.31386286E-01      |
| 59 | 0.25307679E+00   | -0.26989242E-01      |
| 60 | 0.25409498E+00   | -0.22552239E-01      |

X

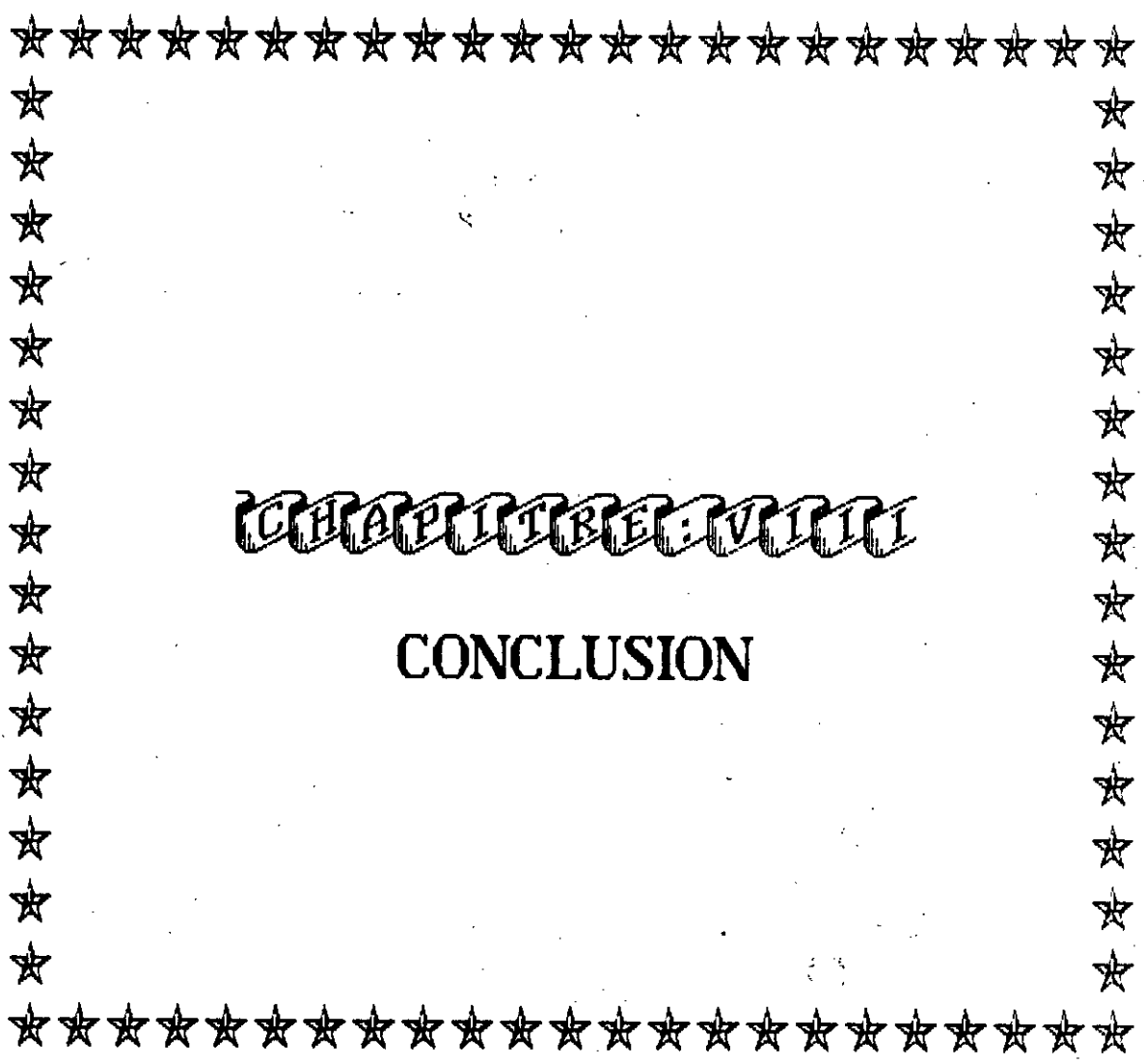
### DEPLACEMENT DE LA FONDATION



### ROTATION DE LA FONDATION







CHAPITRE VIII

CONCLUSION

## CONCLUSION

Les résultats obtenus dans ce présent projet montrent que l'interaction sol-structure a une influence sur la réponse dynamique des structures, même pour des ouvrages d'importance moyenne, ce qui met en évidence la nécessité de la prise en compte de cette interaction dans l'étude dynamique des ouvrages importants tels que : les barrages, les réservoirs de gaz liquifié, les centrales nucléaires.

D'autre part ces résultats ont montré aussi que cette interaction dépend :

- de la nature du sol .
- des caractéristiques de l'ouvrage et que l'hypothèse de la rigidité infinie du sol n'est pas toujours vérifiée, mais en réalité le sol a une rigidité finie et une influence notable sur le comportement dynamique de la structure .

Dans ce travail, il n'a été tenu compte de la déformabilité des fondations de la profondeur d'ancrages des fondations, du comportement complexe du sol, de la présence des structures avoisinantes, des ondes P, Love, Rayleigh .

Nous voyons donc que l'interaction sol-structure est un phénomène très complexe à étudier, son influence dans des cas simplifiés tels que ceux que nous avons étudiés : ' structure reposant sur une fondation rigide en surface soumise à une onde incidente verticale sismique de cisaillement ( onde S ) ', est loin d'être négligeable et ce d'autant plus que les constructions sont massives et élancées

Ce projet nous a permis d'acquérir un nombre de connaissances dans le domaine de la dynamique des sols , et plus particulièrement en interaction sol-structure .



ETUDE DANS LE DOMAINE DES FREQUENCES:

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i  | partie reelle: yr | partie imaginaire: yi |
|----|-------------------|-----------------------|
| 1  | -0.54324713E-02   | 0.00000000E+00        |
| 2  | -0.91051857E-03   | -0.15461157E-01       |
| 3  | 0.41757373E-02    | -0.26635828E-01       |
| 4  | 0.93627870E-02    | -0.36107864E-01       |
| 5  | 0.14633141E-01    | -0.44460391E-01       |
| 6  | 0.19978500E-01    | -0.51963543E-01       |
| 7  | 0.25391811E-01    | -0.58773267E-01       |
| 8  | 0.30866390E-01    | -0.64990752E-01       |
| 9  | 0.36395794E-01    | -0.70696554E-01       |
| 10 | 0.41973511E-01    | -0.75912564E-01       |
| 11 | 0.47593432E-01    | -0.80709318E-01       |
| 12 | 0.53249013E-01    | -0.85104948E-01       |
| 13 | 0.58934053E-01    | -0.89127516E-01       |
| 14 | 0.64642316E-01    | -0.92796653E-01       |
| 15 | 0.70367435E-01    | -0.96129655E-01       |
| 16 | 0.76103287E-01    | -0.99141223E-01       |
| 17 | 0.81843572E-01    | -0.10184412E+00       |
| 18 | 0.87582087E-01    | -0.10424950E+00       |
| 19 | 0.93312638E-01    | -0.10656728E+00       |
| 20 | 0.99029111E-01    | -0.10820637E+00       |

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i    | partie réelle yr | partie imaginaire yi |
|------|------------------|----------------------|
| ! 81 | 0.23311989E+00   | 0.68084990E-01       |
| ! 82 | 0.27019273E+00   | 0.71726089E-01       |
| ! 83 | 0.22710685E+00   | 0.75257050E-01       |
| ! 84 | 0.22386555E+00   | 0.78671777E-01       |
| ! 85 | 0.22047218E+00   | 0.81964349E-01       |
| ! 86 | 0.21693035E+00   | 0.85128784E-01       |
| ! 87 | 0.21324375E+00   | 0.88159263E-01       |
| ! 88 | 0.20941622E+00   | 0.91049998E-01       |
| ! 89 | 0.20545177E+00   | 0.93795287E-01       |
| ! 90 | 0.20135459E+00   | 0.96789436E-01       |
| ! 91 | 0.19712895E+00   | 0.99826909E-01       |
| ! 92 | 0.19277928E+00   | 0.10110218E+00       |
| ! 93 | 0.18831020E+00   | 0.10320977E+00       |
| ! 94 | 0.18372635E+00   | 0.10514428E+00       |
| ! 95 | 0.17903259E+00   | 0.10690036E+00       |
| ! 96 | 0.17423382E+00   | 0.10847269E+00       |
| ! 97 | 0.16933512E+00   | 0.10985600E+00       |
| ! 98 | 0.16434161E+00   | 0.11104505E+00       |
| ! 99 | 0.15925855E+00   | 0.11203458E+00       |
| !100 | 0.15409138E+00   | 0.11281935E+00       |
| !101 | 0.14884547E+00   | 0.11339410E+00       |
| !102 | 0.14352637E+00   | 0.11375354E+00       |
| !103 | 0.13813975E+00   | 0.11389233E+00       |
| !104 | 0.13269127E+00   | 0.11380500E+00       |

+

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i    | partie réelle $y_r$ | partie imaginaire $y_i$ |
|------|---------------------|-------------------------|
| 1105 | 0.12718670E+00      | 0.11348599E+00          |
| 1106 | 0.12163190E+00      | 0.11292956E+00          |
| 1107 | 0.11693276E+00      | 0.11212977E+00          |
| 1108 | 0.11039527E+00      | 0.11108041E+00          |
| 1109 | 0.10472533E+00      | 0.10977493E+00          |
| 1110 | 0.99029123E-01      | 0.10820638E+00          |
| 1111 | 0.93312656E-01      | 0.10636729E+00          |
| 1112 | 0.87582105E-01      | 0.10424952E+00          |
| 1113 | 0.81843572E-01      | 0.10184417E+00          |
| 1114 | 0.76103293E-01      | 0.99141240E-01          |
| 1115 | 0.70367479E-01      | 0.96129673E-01          |
| 1116 | 0.64642716E-01      | 0.92796653E-01          |
| 1117 | 0.58934080E-01      | 0.89127534E-01          |
| 1118 | 0.53249031E-01      | 0.85104948E-01          |
| 1119 | 0.47593432E-01      | 0.80708324E-01          |
| 1120 | 0.41973581E-01      | 0.75912588E-01          |
| 1121 | 0.36395807E-01      | 0.70684566E-01          |
| 1122 | 0.30866423E-01      | 0.64990776E-01          |
| 1123 | 0.25391817E-01      | 0.58773285E-01          |
| 1124 | 0.19978515E-01      | 0.51963555E-01          |
| 1125 | 0.14637148E-01      | 0.44460421E-01          |
| 1126 | 0.93627870E-02      | 0.36107870E-01          |
| 1127 | 0.41757822E-02      | 0.26635850E-01          |
| 1128 | -0.91081857E-03     | 0.15461173E-01          |

X

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i  | partie reelle yr | partie imaginaire yi |
|----|------------------|----------------------|
| 61 | 0.25492957E+00   | -0.18081893E-01      |
| 62 | 0.25557954E+00   | -0.13584803E-01      |
| 63 | 0.25604435E+00   | -0.90676957E-02      |
| 64 | 0.25632339E+00   | -0.45371860E-02      |
| 65 | 0.25641646E+00   | 0.00000000E+00       |
| 66 | 0.25632339E+00   | 0.45371812E-02       |
| 67 | 0.25604438E+00   | 0.90676748E-02       |
| 68 | 0.25557956E+00   | 0.13584795E-01       |
| 69 | 0.25492957E+00   | 0.18081864E-01       |
| 70 | 0.25409501E+00   | 0.22552227E-01       |
| 71 | 0.25307679E+00   | 0.26989236E-01       |
| 72 | 0.25187596E+00   | 0.31386268E-01       |
| 73 | 0.25049379E+00   | 0.35736739E-01       |
| 74 | 0.24893166E+00   | 0.40034073E-01       |
| 75 | 0.24719126E+00   | 0.44271755E-01       |
| 76 | 0.24527445E+00   | 0.48443299E-01       |
| 77 | 0.24318316E+00   | 0.52542251E-01       |
| 78 | 0.24091961E+00   | 0.56562203E-01       |
| 79 | 0.23848614E+00   | 0.60496842E-01       |
| 80 | 0.23588533E+00   | 0.64339834E-01       |

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i  | partie reelle yr | partie imaginaire yi |
|----|------------------|----------------------|
| 21 | 0.10472532E+00   | -0.10977493E+00      |
| 22 | 0.11039523E+00   | -0.11108040E+00      |
| 23 | 0.11603274E+00   | -0.11212977E+00      |
| 24 | 0.12163190E+00   | -0.11292956E+00      |
| 25 | 0.12718670E+00   | -0.11348599E+00      |
| 26 | 0.13269124E+00   | -0.11380501E+00      |
| 27 | 0.13813972E+00   | -0.11389233E+00      |
| 28 | 0.14352636E+00   | -0.11375354E+00      |
| 29 | 0.14884546E+00   | -0.11339410E+00      |
| 30 | 0.15409137E+00   | -0.11281935E+00      |
| 31 | 0.15925854E+00   | -0.11203458E+00      |
| 32 | 0.16434159E+00   | -0.11104505E+00      |
| 33 | 0.16933509E+00   | -0.10985600E+00      |
| 34 | 0.17423380E+00   | -0.10847269E+00      |
| 35 | 0.17903257E+00   | -0.10690037E+00      |
| 36 | 0.18372634E+00   | -0.10514628E+00      |
| 37 | 0.18831019E+00   | -0.10320977E+00      |
| 38 | 0.19277927E+00   | -0.10110218E+00      |
| 39 | 0.19712893E+00   | -0.98826909E-01      |
| 40 | 0.20135457E+00   | -0.96389442E-01      |



- BIBLIOGRAPHIE -

- 1> J. PENZIEN - R.W.GLOUGH  
Dynamics of structures .
- 2> JOHN.P.WOLF  
Dynamics Interaction sol-structures
- 3> A.PECKER  
Dynamique des sols
- 4> S.PRAKASH  
Soil dynamic
- 5> V. DAVIDOVICI  
Génie parasismique
- 6> A.CAPRA ET V.DAVIDOVICI  
Calcul dynamique des structures en zone sismique
- 7> TZENOV-BONNEVILLE  
Calcul des structures parasismiques
- 8> K.J.BATHE  
Numérique méthodes in finite élément analysis
- 9> J.P.PELLETIER  
Techniques numériques appliquées au calcul scientifique
- 10> ANNALES DE L'INSTITUT TECHNIQUE DU BATIMENT ET DE TRAVAUX  
PUBLICS .

DEPLACEMENT DU CHATEAU D'EAU:

| i  | partie réelle yr | partie imaginaire yi |
|----|------------------|----------------------|
| 41 | 0.20545177E+00   | -0.93795287E-01      |
| 42 | 0.20941622E+00   | -0.91049998E-01      |
| 43 | 0.21324372E+00   | -0.88159269E-01      |
| 44 | 0.21693035E+00   | -0.85126802E-01      |
| 45 | 0.22047218E+00   | -0.81964349E-01      |
| 46 | 0.22386553E+00   | -0.78671789E-01      |
| 47 | 0.22710688E+00   | -0.75257056E-01      |
| 48 | 0.23019270E+00   | -0.71726107E-01      |
| 49 | 0.23311989E+00   | -0.68084990E-01      |
| 50 | 0.23588533E+00   | -0.64339866E-01      |
| 51 | 0.23848614E+00   | -0.60496854E-01      |
| 52 | 0.24091961E+00   | -0.56562215E-01      |
| 53 | 0.24318316E+00   | -0.52542269E-01      |
| 54 | 0.24527445E+00   | -0.48443299E-01      |
| 55 | 0.24719126E+00   | -0.44271770E-01      |
| 56 | 0.24893167E+00   | -0.40034097E-01      |
| 57 | 0.25049379E+00   | -0.35736745E-01      |
| 58 | 0.25187596E+00   | -0.31386286E-01      |
| 59 | 0.25307679E+00   | -0.26989242E-01      |
| 60 | 0.25409498E+00   | -0.22552239E-01      |

X