

10/98

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

D.E.R DE GENIE ELECTRIQUE & INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDE

SIJET

REGLAGE PAR MODE DE
GLISSEMENT MONOVARIALE ET
MULTIVARIABLE DE LA MACHINE
SYNCHRONNE AUTOPILOTEE
ALIMENTEE EN TENSION

Proposé par :

M^r : M.S BOUHRIT
M^r : L.NEZLI

Etudier par :

M^r : M.BOUSFET
M^r : T. REZOUG

Dirigé par :

M^r : M.S BOUHRIT
M^r : L.NEZLI

PROMOTION JUIN 1998

DEDICACES

*A ma mère, à qui je doit beaucoup,
A mon très cher père,
A toute ma famille,
A tous mes amis.*

Mahfoud

*A ma chère mère,
qu'elle reçoive le témoignage de ma
profonde affection,
A mon père,
qu'il trouve l'aboutissement de ses
sacrifices,
A tous mes frères,
A toutes mes sœurs,
A toute ma famille,
A tous mes amis.*

Tahar

AVANT-PROPOS

Nous tenons à exprimer notre reconnaissance à nos promoteurs Monsieur M.S BOUCHERIT et Monsieur L.NEZLI pour l'aide qu'ils nous ont apportée pour réaliser ce mémoire.

Nous adressons nos sincères remerciements à Messieurs les membres de jury, qui nous ont fait l'honneur de juger ce travail.

Sans oublier d'exprimer nos remerciements à tous nos amis, et tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin. En particulier, Abdelfettah, Adel Abdelhadi.

Nous remercions tous les enseignants, qui ont contribué à notre formation, reçoivent notre gratitude.

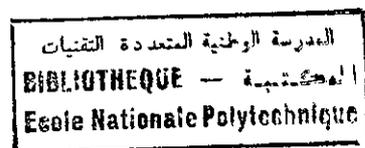
بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ملخص

يهدف هذا البحث الى تطبيق نظام التحكم الانزلاقي لضبط سرعة دوران المحرك التزامني ذاتي القيادة في حالة نظام أحادي المتغير ثم في حالة نظام متعدد المتغيرات و دعمنا ذلك بتمثيلات عديدة لاظهار خصائص القيادة في كلتا الحالتين. حيث قمنا باسبدال القيادة ذات الدالة المتقطعة بالقيادة ذات الدالة المستمرة التي مكنتنا من تجنب ظاهرة شاترين.

SOMMAIRE



INTRODUCTION GNERALE

CHAPITRE I : MODELISATION DE L'ASSOCIATION CONVERTISSEUR-MSA

I.1 Introduction	3
I.2 Description de système à régler	3
I.3 Modélisation de la Machine synchrone.....	4
I.3.1 Hypothèses	5
I.3.2 Equations électriques	5
I.3.4 Equations mécaniques	6
I.3.4 Modèle de PARK	6
I.3.5 Caractéristique statique de la machine	10
I.4 Simulations en boucle ouverte et interprétations	11
I.5 Modélisation de l'alimentation de la Machine.....	16
I.5.1 Introduction	16
I.5.2 Modélisation du redresseur	17
I.5.3 Modélisation de filtre	19
I.5.4 Modélisation de l'onduleur de tension	20
I.5.5 Modélisation de largeur d'impulsion	21
I.5.6 Modélisation de l'association convertisseur-machine	22
I.5.7 Simulations et Interprétations	22

CHAPITRE II : INTRODUCTION AU MODE DE GLISSEMEENT

II.1 Introduction	28
II.2 Notion de robustesse	28
II.3 Les systèmes à structure variable	29
II.4 Exemple d'introduction	30
II.5 Phénomène de chattering	31

CHAPITRE III : REGLAGE MONOVARIABLE PAR LA COMMANDE A RELAIS

III.1 Etude théorique.....	34
III.1.1 équations d'état du système	35
III.1.2 Configuration du réglage avec lois de commutation par contre-réaction d'états avec régulateur intégrateur	36
III.1.3 Equation d'état du système global	36
III.1.4 Grandeur de commande équivalente	36
III.1.5 Détermination des coefficients de contre réaction à l'aide de la forme canonique	38
III.1.6 Détermination de vecteur ligne de la contre réaction	38
III.1.7 Considération concernant le choix des pôles	40
III.1.8 Détermination de la matrice de transformation	40
III.1.9 Domaine de mode de glissement	42
III.1.9.1 Limite du domaine de mode de glissement	42
III.1.10 Robustesse des pôles.....	44
III.2. Application de la commande à relais	47
III.2.1 Simulation et interprétation	49

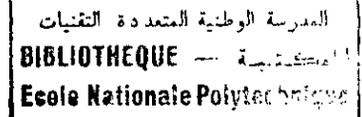
CHAPITRE IV : R2GLAGE PAR LA COMMANDE 2QUIVALENTE COMPOSEE

IV.1 Etude théorique	58
----------------------------	----

IV.1.1 Introduction	58
IV.1.2 réglage par la commande équivalente composée.....	60
IV.2 Applications	63
CHAPITRE V : Réglage par mode de glissement multivariable	
V.1 Etude théorique	72
V.1.1 Configuration avec loi de commutation par réaction d'état	72
V.1.1.1 Configuration Sans régulateur intégrateur	73
V.1.1.2 Configuration sans régulateur intégrateur multivariable	74
V.1.1.3 Equation d'état de système globale	75
V.1.1.4 Vecteur de commande équivalent	76
V.1.1.5 Equation d'état en mode de glissement	77
V.1.2 Détermination de la matrice de contre réaction	78
V.1.2.1 Transformation linéaire de l'équation d'état en mode de glissement... ..	78
V.1.2.2 Polynôme caractéristique	78
V.1.2.3 Système équivalent pour l'imposition des pôles	79
V.1.2.4 Détermination de la matrice de contre-réaction d'état du système équivalent	80
V.1.2.5 Imposition des pôles	83
V.1.3 Domaine de mode de glissement	84
V.1.3.1 Limite de domaine de mode de glissement pour les systèmes transformés	84
V.1.3.2 Interprétation des conditions aux limites.....	87
V.1.3.3 Influence des limites inhérentes au vecteur de commande équivalent... ..	87
V.1.4 Etude de la robustesse	89
V.1.4.1 Conditions pour la robustesse	90
V.2 Application	92
V.2.1 Dimensionnement de réglage par mode de glissement	93
V.3 Simulation et interprétation	97
CONCLUSION GENERALE	

Introduction générale

Introduction générale



Jusqu'ici, le moteur à collecteur alimenté en courant continue ou en courant ondulé, a constitué le moteur idéal des locomotives et des automotrices. Mais, avec les dernières améliorations apportées par l'accroissement des températures de fonctionnement le moteur à collecteur des engins de traction les plus récents a atteint la limite de ces possibilités. De plus, pour assurer un comportement correct du collecteur, il est indispensable de ne pas dépasser des valeurs bien déterminées de tension entre lames de collecteur et la vitesse périphérique d'induit. La longueur de fer de la machine se trouve donc ainsi obligatoirement limitée. Pour un encombrement donné, donc pour une masse donnée, les performances du moteur à collecteur (puissance, coefficient de souplesse) ne peuvent plus être accrues. En outre, malgré toutes les améliorations dont il a été l'objet, le collecteur organe délicat qui nécessite une surveillance attentive.

Pour ces raisons, l'utilisation de moteur sans collecteur présente un intérêt indéniable. Ainsi, pour une même masse et un même encombrement, un moteur sans collecteur (asynchrone ou synchrone) procure, par rapport au moteur à collecteur, un gain de puissance d'environ 50%.

Les progrès réalisés au cours des dernières années dans les performances des semi-conducteurs de puissance permettent de concevoir maintenant des convertisseurs capables d'alimenter ces divers types de moteurs.

Ainsi, en fait, se sont des chaînes de traction (convertisseur et moteur) qu'il faut comparer entre elles :

- ❖ La chaîne de traction à moteur à collecteur est la plus simple, mais on connaît les limitations de performances qu'impose ce type de moteur.
- ❖ La chaîne de traction à moteurs asynchrones présente l'inconvénient d'exiger un convertisseur à thyristors (onduleurs) très complexes. Ces convertisseurs mettent en

œuvre des condensateurs de commutation dont la masse, pour des puissances importantes, fait perdre l'intérêt à la formule. Ce type de chaîne de traction est toutefois bien adapté à l'application à des engins de traction de puissance moyenne.

- ❖ La chaîne de traction à moteurs synchrones autopilotés présente l'incontestable supériorité d'une extrême simplicité du convertisseur (onduleur) qui alimente le moteur. Cet onduleur ne met en œuvre que de simples thyristors sans auxiliaires de commutation. La commutation du courant d'un bras d'onduleur vers un autre bras est assurée de façon naturelle sous l'action des forces électromotrices développées par les machines [18].

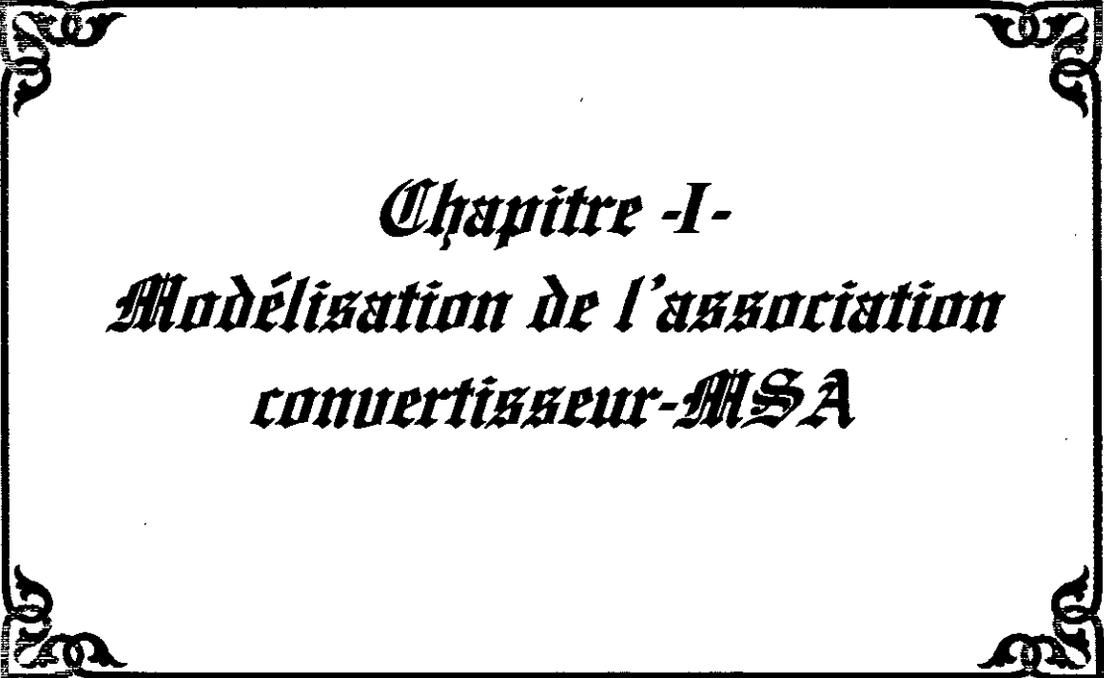
Notre travail est partagé en cinq chapitres :

Dans le premier chapitre, nous faisons un rappel sommaire sur le principe de la MSA, puis nous donnons la modélisation de l'association MS-convertisseur statique.

Dans le second chapitre nous présentons une introduction générale au mode de glissement.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude de la commande par mode glissement appliquée sur un système monovisible, où nous utilisons en premier cas une commande à relais, et en deuxième une commande équivalente munie d'une grandeur discontinue.

Dans le dernier chapitre nous faisons une application de la commande par mode de glissement multivariable.



Chapitre -I-
Modélisation de l'association
convertisseur-MSA

Chapitre I

Modélisation de l'association convertisseur-MSA

I.1 Introduction

Les machines synchrones sont constituées d'un inducteur-source de champ magnétostatique dans son propre repère, et d'un enroulement triphasé d'induit dans lequel sera développé un ensemble de trois forces électromotrices triphasées équilibrées.

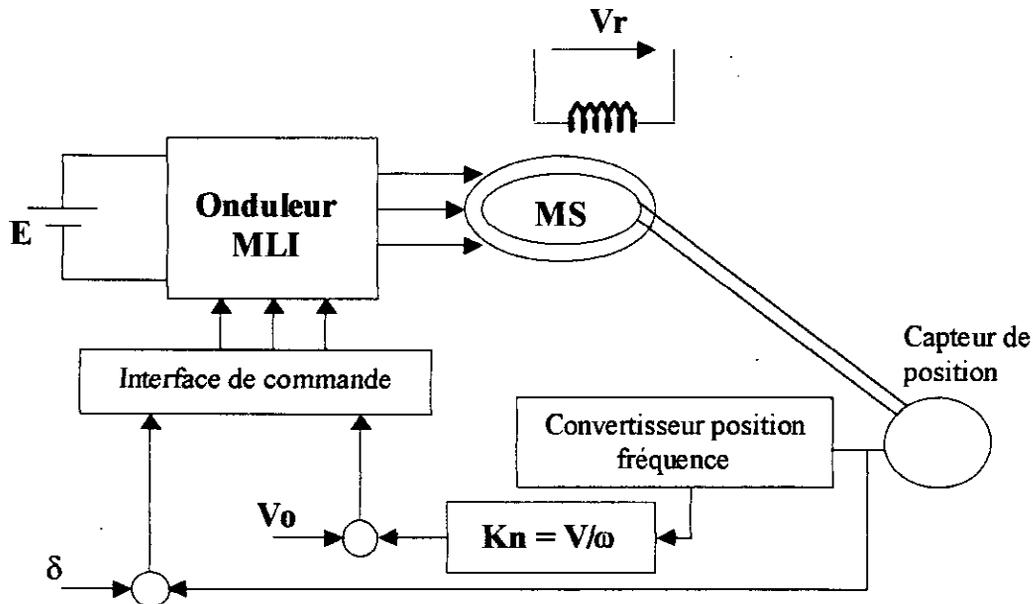
La création de ces forces électromotrices est conservée (lois de Faraday) à la variation de flux d'induction dans les trois phases obtenue par le déplacement relatif de champ magnétique par rapport aux bobinages. Dans le cas le plus courant, l'inducteur est solidaire du rotor et les enroulements triphasés sont logés dans les encoches de la face interne du stator fixe.

Les machines synchrones, sauf celles de petite puissance sont presque toutes munies de circuits amortisseurs lorsque les pôles sont saillants et feuilletés. Il s'agit de barres de cuivre logées dans des encoches ouvertes vers l'entrefer et le plus près possible de ce dernier, elles sont brasées à des arcs de court-circuit formant ainsi une fraction de cage semblable à celle des cages des moteurs asynchrones.

Alors, les amortisseurs s'opposent à tout phénomène électromagnétique ou mécanique qui se traduit par un écart entre la vitesse de synchronisme (fréquence des grandeurs électriques de stator) et la vitesse de rotor ; Ils amortissent les oscillations résultant d'un brusque changement de fonctionnement. Dans le cas des machines à pôles lisses, la périphérie du rotor cylindrique et massif, joue le rôle d'un amortisseur[12].

I.2 Description du système à régler

Le système à régler est une machine synchrone triphasée alimentée en tension à fréquence et amplitude variable, c'est une machine à pôles lisses et sans amortisseurs. Pour la variation de vitesse nous utilisons le principe d'autopilotage, qui consiste à alimenter la machine avec une tension dont la fréquence et la phase sont asservies à la position du rotor. L'alimentation de la machine est constituée d'un onduleur de tension, alimenté par un redresseur à diodes voir *figure(1.1)* [2] [4].



Figure(1.1) : Schéma du système global à régler

Le convertisseur statique (onduleur) possède un dispositif de commande qui permet la détermination des fréquences d'alimentation des différentes phases de la machine à partir du capteur de position. L'alimentation en tension de la machine nécessite un contrôle de courant et de flux statorique, ce contrôle peut intervenir de manière indirecte par la commande (V/f) constante [7].

Ainsi, l'angle δ entre la f.é.m fixée par l'excitation et la tension d'alimentation, dit angle de calage, permet d'agir sur la vitesse de rotation de la machine, cet angle présente l'angle de commande de la machine[4].

I.3 Modélisation de la machine synchrone

La machine synchrone à étudier possède un enroulement triphasé statorique et un enroulement d'excitation d'écagé par rapport à l'axe de la phase statorique d'un angle α , cet angle mesure la position angulaire du rotor.

I.3.1 hypothèses

L'étude de la machine est basée sur les hypothèses habituelles[12] :

- * Le circuit magnétique n'est pas saturé ;
- * Les pertes fer sont négligées ;
- * Les effets des encoches ne sont pas pris en compte ;
- * Les forces magnétomotrices d'entrefer sont à répartition sinusoïdale d'espace ;
- * Les résistances et réactances sont considérées indépendantes de la température.

I.3.2 Equations électriques [16] [13]

Les équations électriques de la machine synchrone sont données par

$$[V]=[R].[I]+\frac{d[\Phi]}{dt} \quad (I.1)$$

tel que

$$[R]=\begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}, [I]=\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_r \end{bmatrix}, [V]=\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_r \end{bmatrix}, [\Phi]=\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \\ \Phi_r \end{bmatrix} \quad (I.2)$$

D'autre part

$$[\Phi] = [L] \cdot [I] \quad (1.3)$$

$$[L] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s & M_0 \sin \alpha \\ M_s & l_s & M_s & M_0 \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ M_s & M_s & l_s & M_0 \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) \\ M_0 \sin \alpha & M_0 \sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & M_0 \sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & L_r \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

1.3.3 Equations mécaniques

$$\Gamma_e = \frac{j}{p} \cdot \frac{d\omega}{dt} + f \cdot \frac{\omega}{p} + \Gamma_r \quad (1.5)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (1.6)$$

$$\alpha = \theta - \delta \quad (1.7)$$

1.3.4 Modèle de Park

Dans le cas général formule (1.4), nous pouvons constater que les éléments de la matrice L dépendent de la position du rotor, nous savons faire face à cette complexité en appliquant au stator la transformation de Park qui rendra la matrice plus simple.

La méthode consiste à transformer le système d'enroulement triphasé statorique d'axes (a, b, c) à un système équivalent de deux axes (d, q) en quadrature [16].

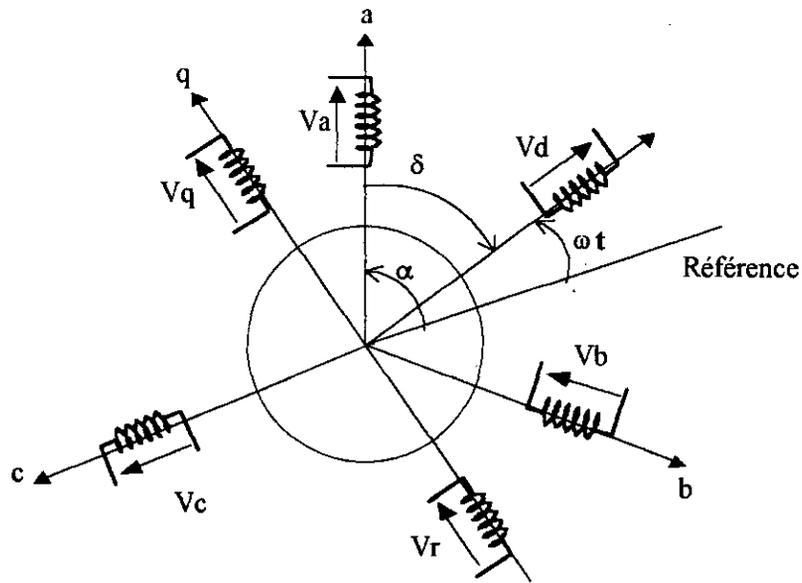
Posons

$$\begin{aligned}
 [V] &= [P] \cdot [V_p] \\
 [I] &= [P] \cdot [I_p] \\
 [\Phi] &= [P] \cdot [\Phi_p]
 \end{aligned}
 \tag{I.9}$$

Nous définissons une matrice de transformation P d'ordre augmenté pour pouvoir transformer les vecteurs définis par (I.2) tel que :

$$P = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\alpha - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\alpha - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\alpha + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\alpha + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix}
 \tag{I.10}$$

La schématisation des enroulements de la MSA transformés dans le plan de park est sur la figure(I.2)



Figure(I.2) : Représentation schématique d'une machine synchrone

Le circuit d'excitation est sur l'axe en quadrature, et l'ensemble de bobine du stator se transforme en deux bobines fictives dans le référentielle rotorique.

Les équations électriques de la machine synchrone dans le repère de park (d, q) s'écrivent

$$\begin{aligned} V_d &= R_s \cdot I_d + \frac{d\Phi_d}{dt} - \omega \cdot \Phi_q \\ V_q &= R_s \cdot I_q + \frac{d\Phi_q}{dt} + \omega \cdot \Phi_d \\ V_r &= R_r \cdot I_r + \frac{d\Phi_r}{dt} \end{aligned} \quad (I.12)$$

tel que

$$[\Phi_p] = [L_p][I_p] \quad (I.13)$$

$$[L_p] = [P] \cdot [L] \cdot [P] \quad (I.14)$$

Si on suppose que la composante homopolaire est nulle, la matrice L_p devient sous la forme suivante :

$$[L_p] = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & -M_{sr} \\ 0 & -M_{sr} & L_r \end{bmatrix} \quad (I.15)$$

avec

$$L_s = l_s - M_s \quad (I.16)$$

$$M_{sr} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot M_o \quad (I.17)$$

Donc, on peut donner les équations de flux comme suit :

$$\begin{cases} \Phi_d = L_d \cdot I_d \\ \Phi_q = L_q \cdot I_q - M_{sr} \cdot I_r \\ \Phi_r = -M_{sr} \cdot I_q + L_r \cdot I_r \end{cases} \quad (1.18)$$

En remplaçant les vecteurs ϕ_d , ϕ_q et ϕ_r par leurs expressions dans le système d'équations (1.12) et après les calculs on obtient finalement les équations de la machine dans le repère de park (p, q)

$$\begin{bmatrix} \frac{dI_d}{dt} \\ \frac{dI_q}{dt} \\ \frac{dI_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_s}{L_s} & \omega & \frac{-\omega M_{sr}}{L_s} \\ -\omega & \frac{-R_s}{L_s} & \frac{-R_s M_{sr}}{L_s L_r} \\ \frac{\sigma L_s}{-M_{sr}} & \frac{\sigma L_s}{-R_s M_{sr}} & \frac{\sigma L_s L_r}{-R_r} \\ \frac{\sigma L_r}{\sigma L_s L_r} & \frac{\sigma L_s L_r}{\sigma L_s L_r} & \frac{\sigma L_r}{\sigma L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & \frac{M_{sr}}{L_s L_r \sigma} \\ 0 & \frac{M_{sr}}{L_r L_s \sigma} & \frac{M_{sr}^2}{L_s \sigma L_r^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_r \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

$$\sigma = 1 - M_{sr}^2 / (L_s \cdot L_r) \quad (1.20)$$

où σ est le coefficient d'Hopkinson

Lorsque les grandeurs électromagnétiques statoriques sont sinusoïdales de même pulsation ω et le rotor tourne à une vitesse ω .

$$\begin{aligned} V_a &= \sqrt{2} \cdot V_e \cdot \cos \theta \\ V_b &= \sqrt{2} \cdot V_e \cdot \cos (\theta - 2\pi/3) \\ V_c &= \sqrt{2} \cdot V_e \cdot \cos (\theta + 2\pi/3) \end{aligned} \quad (1.21)$$

Et puisque

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_r \end{bmatrix} = P^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Alors,

$$V_d = \sqrt{3} \cdot \cos \delta \cdot V_e \quad (I.23)$$

$$V_q = \sqrt{3} \cdot \sin \delta \cdot V_e$$

On substituant V_d , V_q par leurs expressions dans le système (I.19), on obtient le système suivant :

$$\begin{bmatrix} \frac{dId}{dt} \\ \frac{dIq}{dt} \\ \frac{dIr}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-Rs}{Ls} & \omega & \frac{-\omega Msr}{Ls} \\ -\omega & -Rs & -Rr Msr \\ \frac{\sigma Ls}{-Ms} & \frac{\sigma Ls}{-Rs Msr} & \frac{\sigma Ls Lr}{-Rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Id \\ Iq \\ Ir \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}Ve}{Ls} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}Ve}{Ls} & \frac{Msr}{Ls Lr \sigma} \\ 0 & \frac{\sqrt{3} Msr Ve}{Ls Lr \sigma} & \frac{Msr^2}{Ls \sigma Lr^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \delta \\ \sin \delta \\ Vr \end{bmatrix} \quad (I.24)$$

L'équation mécanique peut s'écrire :

$$\frac{d\omega}{dt} = (P \cdot Msr \cdot I_a \cdot I_q + \frac{f}{p} \cdot \omega - \Gamma_r) \cdot \frac{P}{j} \quad (I.25)$$

Si la tension d'excitation n'est pas constante le système devient multivariable, les grandeurs de commande sont δ et V_r .

I.3.5 caractéristique statique de la machine

Nous étudions ici le comportement de la machine synchrone autopilotée en régime statique, lorsque l'angle δ évolue, pour des différentes valeurs de tension d'excitation.

A cet effet, nous devons résoudre le système d'équations de fonctionnement de la machine synchrone en régime statique [4] [7]

$$\begin{aligned}
 \sqrt{3} \cdot (V_o + k\omega) \sin \delta - R_s \cdot I_d + \omega L_s I_q - M_{sr} \cdot \omega \cdot I_r &= 0 \\
 \sqrt{3} \cdot (V_o + k\omega) \sin \delta - R_s \cdot I_q - \omega \cdot L_s \cdot I_d &= 0 \\
 P \cdot M_{sr} \cdot I_d \cdot I_r - \frac{f}{p} \omega - \Gamma_r &= 0 \\
 V_r + R_r \cdot I_r &= 0
 \end{aligned} \tag{I.26}$$

La résolution de ce système d'équations passe nécessairement par une procédure de calcul numérique itératif, nous optons dans ce cas l'algorithme de newton ; Ainsi on obtient l'allure des grandeurs caractérisants le point de fonctionnement de la machine.

Les courbes de simulation représentées sur la *figure(I.3)* permettant de tirer les résultats suivants :

- * La vitesse et la tension d'alimentation varient en une fonction linéaire avec l'angle de calage δ ;
- * Le changement de la tension d'excitation influe sur la variation de la vitesse ;

1.4 Simulation en boucle ouverte

Après établissement d'un modèle mathématique de la machine synchrone autopilotée alimentée par un onduleur parfait (tension sinusoïdale), dont la complexité a été réduite moyennant un certain nombre d'hypothèses, nous simulons le fonctionnement en boucle ouverte de la MSA avec $V_o=20V$, $K_n=2/\pi$, et $V_r=160V$.

Les résultats de simulation montrent, lors de démarrage de la machine à charge nominale, l'évolution de la vitesse N , du couple Γ_e , du courant statorique I_a , du courant rotorique I_r , la tension d'excitation V_r , et de l'angle de calage δ , pour deux types de charge :

- ❖ Charge proportionnelle à la vitesse
- ❖ Charge constante

L'analyse des courbes de simulation *figure(1.4)* et *figure(1.5)* permet de tirer les résultats suivants :

- * L'établissement de la vitesse du moteur synchrone au démarrage avec couple résistant constant est lent par rapport au démarrage avec un couple variable en fonction de la vitesse ;
- * Pendant le régime transitoire de la machine, le couple électromagnétique prend des valeurs relativement élevées ;
- * En régime dynamique, le courant et le flux statorique sont constants et limités.

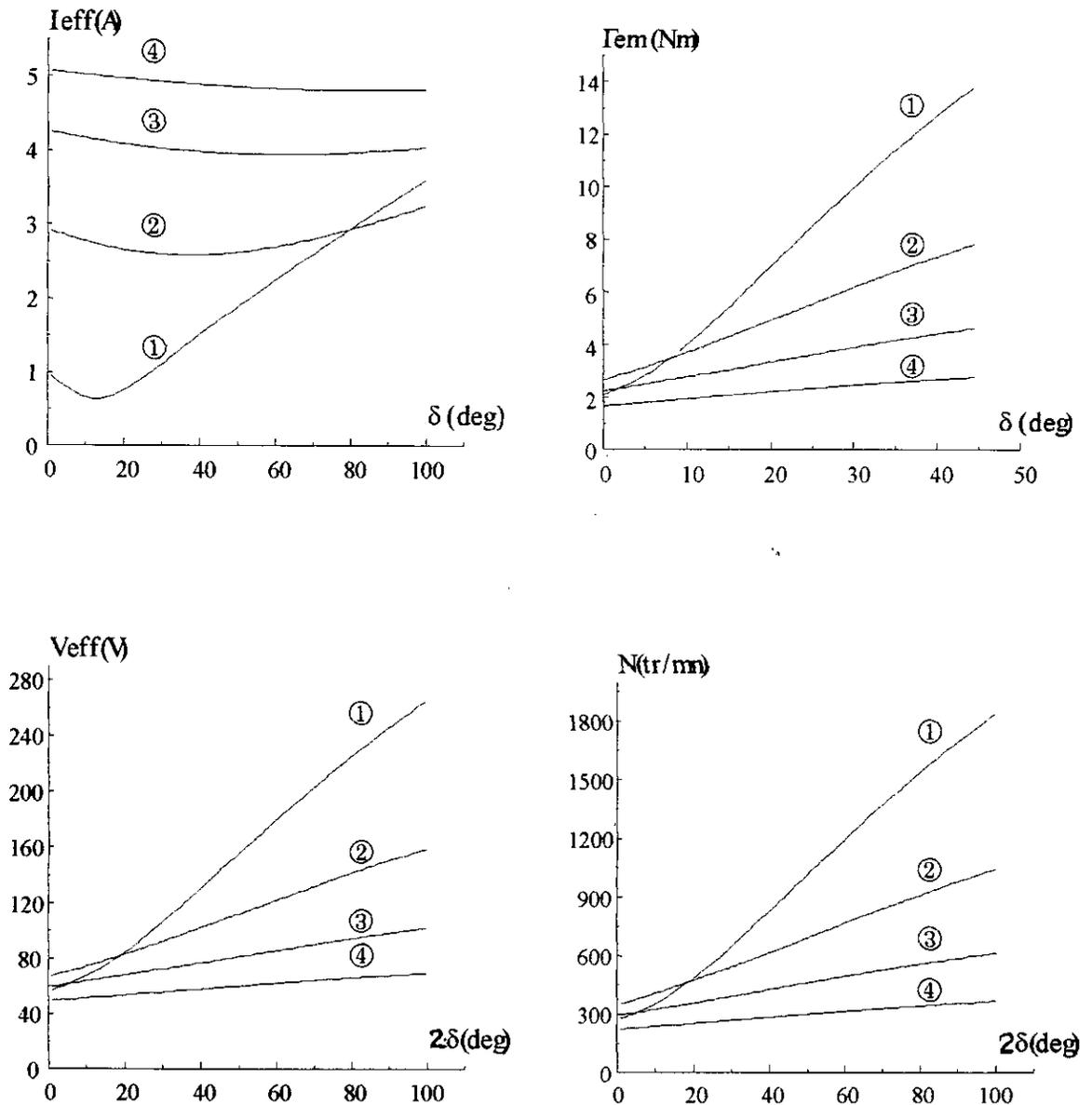
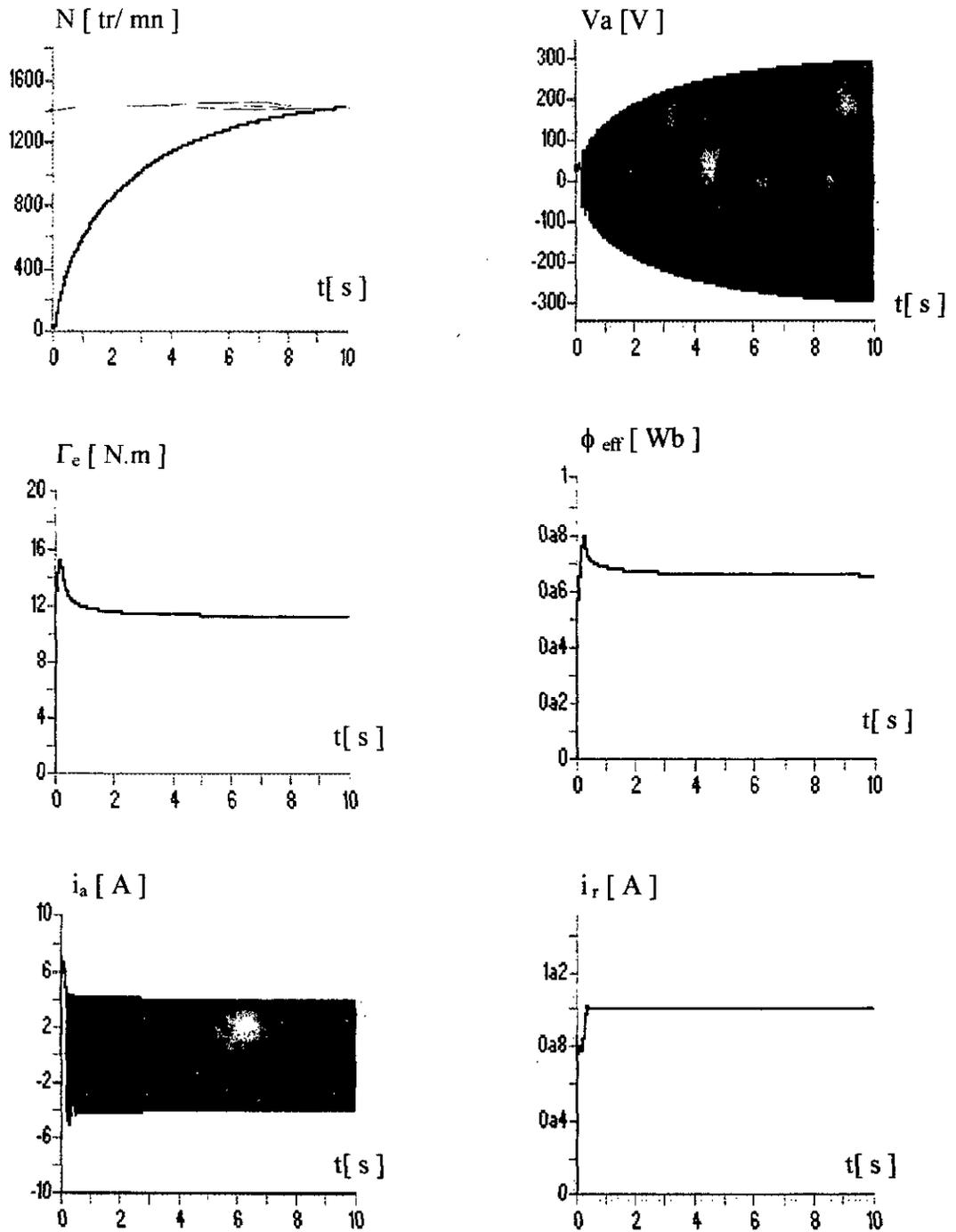


Figure (1.3). Caractéristique statique de la MSA lors de variation de l'angle de calage δ pour différentes valeurs de la tension d'excitation ($I_r = I_n$) ; ① $V_r = 160V$, ② $V_r = 80V$, ③ $V_r = 40V$, ④ $V_r = 20V$



Figure(I.4) : Résultat de simulation de la MSA, alimentée par un onduleur parfait, lors d'un démarrage en boucle ouverte ($\Gamma_r = 10 \text{ N.m}$).

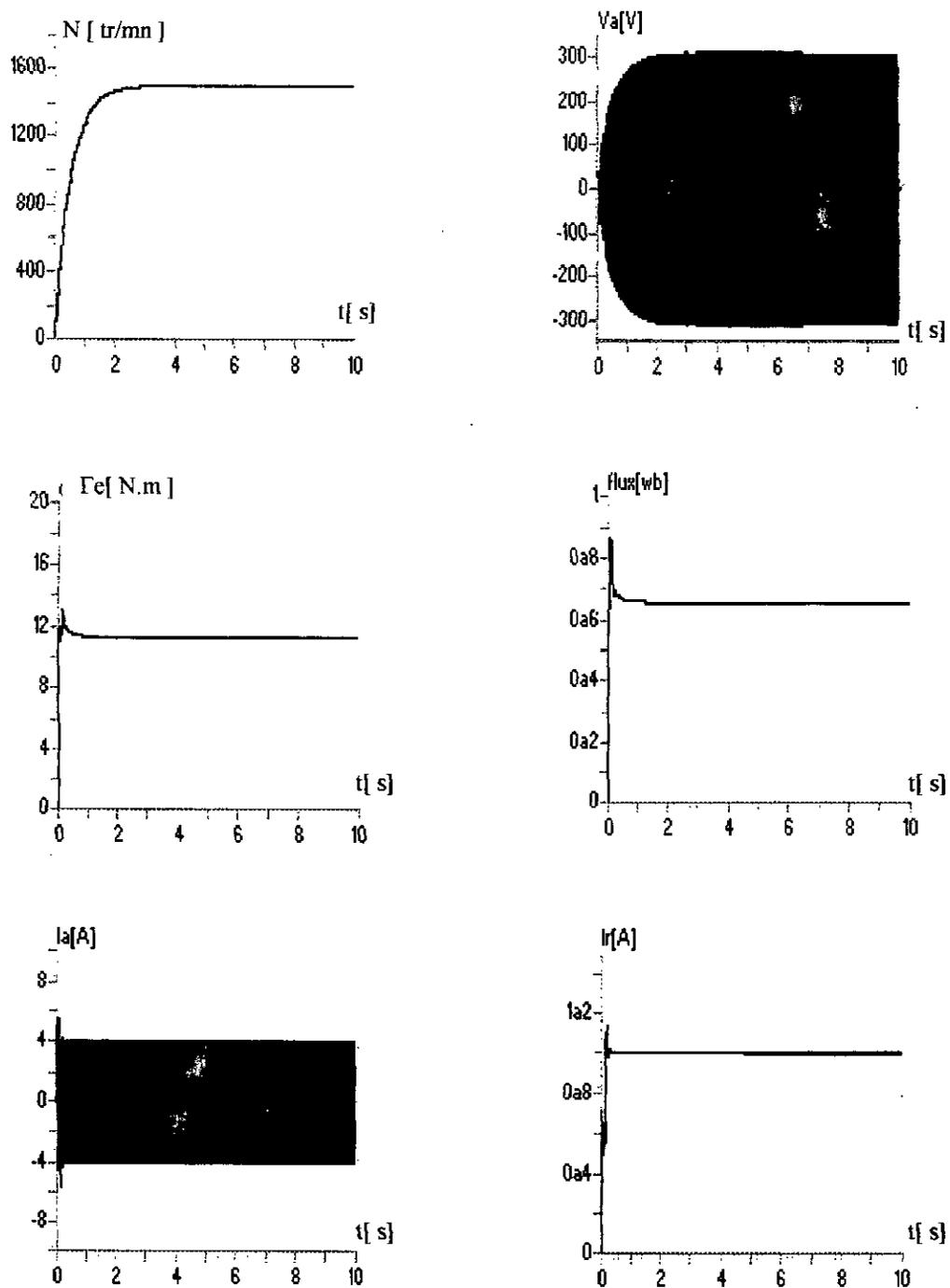


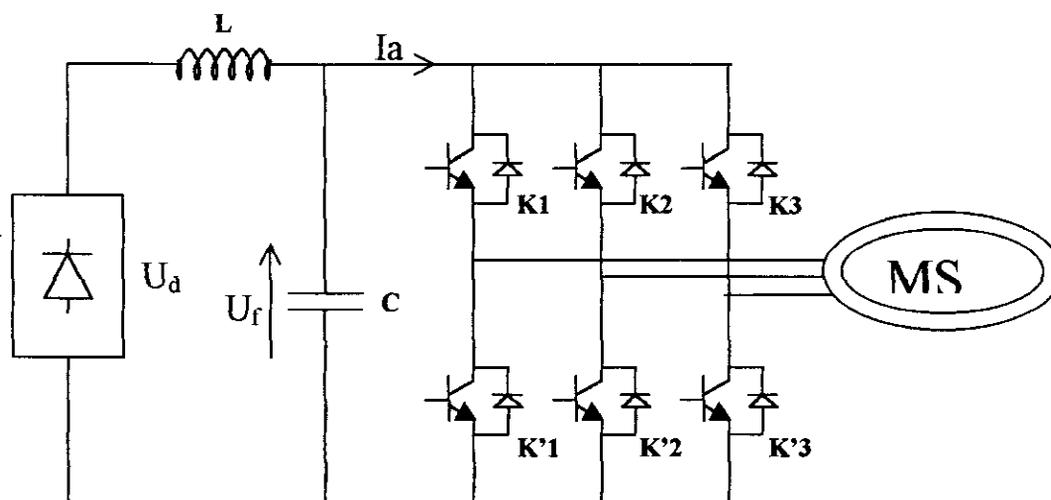
Figure (I.5) : Résultats de simulation de la MAS, alimentée par un onduleur parfait, lors d'un démarrage en boucle ouverte $\Gamma_r = cc.N$

1.5 Modélisation de l'alimentation de la machine

1.5.1 Introduction

Le développement rapide des algorithmes des commandes très performants des machines à courant alternatif, impose des moyens de réglage tout aussi performants des tensions et de fréquence d'alimentation de ces machines. Le convertisseur le plus utilisé de nos jours pour réaliser ces objectifs est l'onduleur à deux niveaux.

A la sortie d'un onduleur alimenté par une source de tension, on retrouve une tension, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, autrement on obtient une tension alternative formée de créneaux rectangulaires. Si on souhaite, ce qui est d'ordinaire le cas, obtenir une tension à peut prêt sinusoïdale, il faut filtrer. Le problème de filtrage est sous-jacent dans toute l'étude des onduleurs, dans certaines applications c'est le récepteur lui-même qui doit filtrer, dans d'autre on place un filtre entre l'onduleur et la charge *figure(1.6)* [3].



Figure(1.6) : Association redresseur-filtre-onduleur de tension-MSA

Dans notre cas l'alimentation de la machine est un convertisseur constitué de trois étages, un redresseur connecté au réseau, un filtre qui permet de réduire les ondulations de la tension et de courant et un onduleur de tension contrôlé par la technique de modélisation de largeur d'impulsion dite triangulo-sinusoidale

I.5.2 Modélisation du redresseur

L'alimentation de l'onduleur par une tension continue est assurée par une tension redressée à l'aide d'un pont de grètz triphasé *figure(I.7)*.

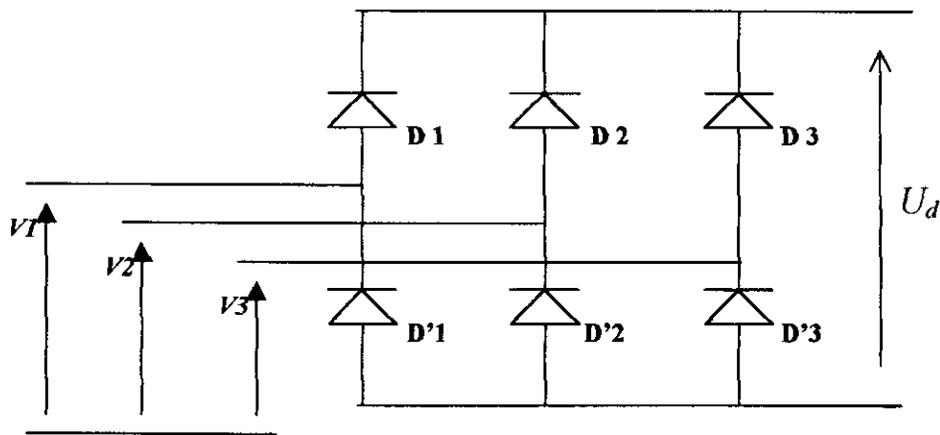


Fig (1.7) Redresseur à diodes

Le fonctionnement de ce pont est décrit par la loi :

D_i conduit si $V_i = \max(V_j) ; j = 1,2,3$

D'_i conduit si $V_i = \min(V_j) ; j = 1,2,3$

avec $i = 1,2,3$

Pendant chaque sixième de période, deux diodes et deux seulement conduisent, la tension redressée est

$$U_d = \max(V_i) - \min(V_i) \quad (I.27)$$

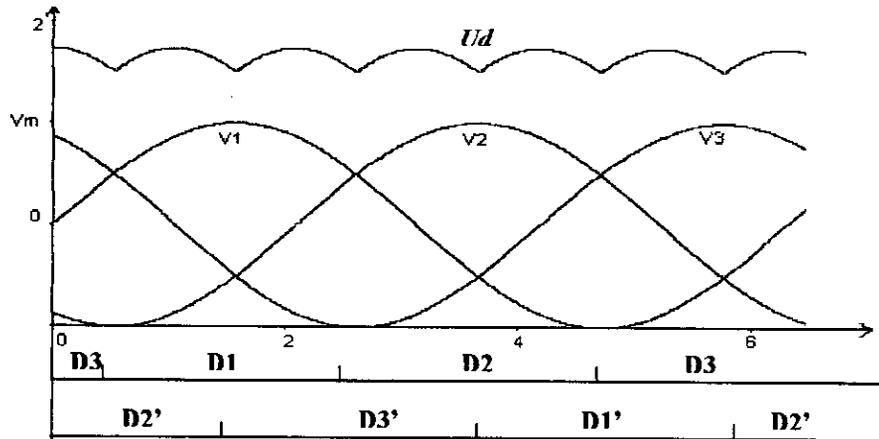


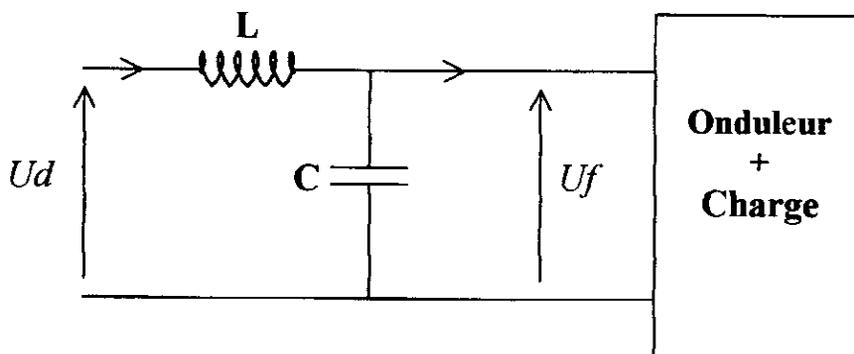
Figure (I.8) : Formes des tensions à l'entrée et à la sortie de redresseur

La valeur moyenne de la tension redressée est donnée par :

$$U_{d\text{ moy}} = \frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot V_m}{\pi} \tag{I.28}$$

I.5.3 Modélisation de filtre

Pour corriger la source de tension continue, on dérive à l'entrée de l'onduleur une capacité, figure(1.9),



Figure(1.9) : Filtre LC

Ce filtre permet de supprimer les brusques variations de U_d lors de commutation et de réduire l'ondulation de cette tension durant les intervalles entre commutations [17].

Les équations de filtre sont

$$\begin{cases} \frac{dU_f}{dt} = \frac{1}{C} \cdot (i - i_s) \\ U_d = L \frac{di}{dt} + U_f \end{cases} \quad (1.29)$$

La fonction de transfert du filtre est donnée par :

$$F = \frac{U_f}{U_d} = \frac{1}{(1 + \sqrt{LC} \cdot S)^2} \quad (1.30)$$

Le critère de minimisation des harmoniques d'ordre deux et les harmoniques d'ordre supérieures nous amène à écrire

$$fc < 2f \quad (1.31)$$

donc,

$$fc > 2.77 \times 10^6 \quad (1.32)$$

Le rôle de la capacité est d'assurer le caractère de la source de tension à l'entrée de l'onduleur, de fournir l'énergie réactive à la machine et d'absorbé le courant négatif restitué par la charge, le rôle de l'inductance est de lisser le courant I_d à travers la source de tension [17].

1.5.4 Modélisation de l'onduleur de tension

Le schéma de principe de l'onduleur de tension triphasé monté en pont est donné par la *figure (1.10)*

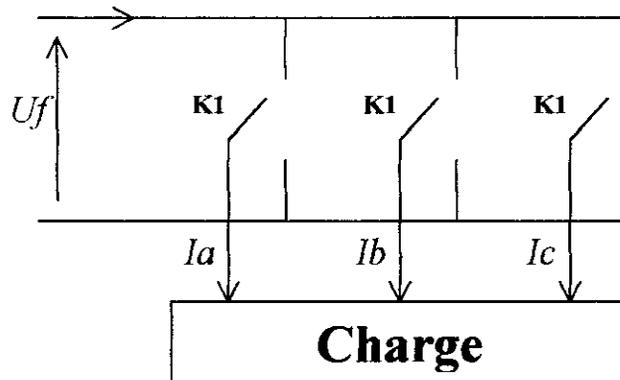


Figure (I.10) : Représentation fonctionnelle de l'onduleur

L'association d'un transistor T_i et une diode D_i forme un composant bidirectionnel, la commande des transistors est complémentaire. Par conséquent nous pouvons remplacer chaque bras de l'onduleur par un interrupteur à deux positions [7].

On définit la fonction logique F_i représentant l'état logique des interrupteurs électriques

$$F_i = \begin{cases} 0 & \text{si } T_i \text{ est fermé et } T'_i \text{ est ouvert} \\ 1 & \text{si } T_i \text{ est ouvert et } T'_i \text{ est fermé} \end{cases} \quad (I.33)$$

Les tensions composées de sortie aux bornes de l'onduleur ont pour expressions :

$$\begin{cases} V_{ab} = U_f (F_1 - F_2) \\ V_{bc} = U_f (F_2 - F_3) \\ V_{ca} = U_f (F_3 - F_1) \end{cases} \quad (I.34)$$

d'où on tire les expressions des tensions simples :

$$\begin{cases} V_a = \frac{U_f}{3}(2F_1 - F_2 - F_3) \\ V_b = \frac{U_f}{3}(2F_2 - F_3 - F_1) \\ V_c = \frac{U_f}{3}(2F_3 - F_1 - F_2) \end{cases} \quad (I.35)$$

Le courant I à l'entrée de l'onduleur est donné par :

$$i_s = F_1 i_a + F_2 i_b + F_3 i_c \quad (I.36)$$

I.5.5 Modulation de largeur d'impulsion

Les interrupteurs qui constitue l'onduleur de tension sont commandés par la technique de modulation de largeur d'impulsion MLI, qui consiste à générer, par alternance de tension alternative, une tension composée de plusieurs créneaux de largeurs variables. Elle permet ainsi, d'obtenir un fondamental de tension variable en amplitude et en fréquence.

Dans notre étude nous adoptons la stratégie de commande dite triangulo-sinusoidale, cette dernière est caractérisée par deux paramètres :

- * L'indice de modulation m : c'est le rapport de la fréquence de la porteuse sur celle de référence ;
- * Le coefficient de réglage r : c'est le rapport de l'amplitude de l'onde de fréquence sur la valeur de crête de la porteuse.

Les instants de commutation sont obtenus par comparaison de trois signaux de référence correspondants aux tensions de sortie désirées de fréquence f à un signal triangulaire de fréquence fp nettement supérieure à f [4].

Le principe de commutation est représenté sur la *figure (I.11)*.

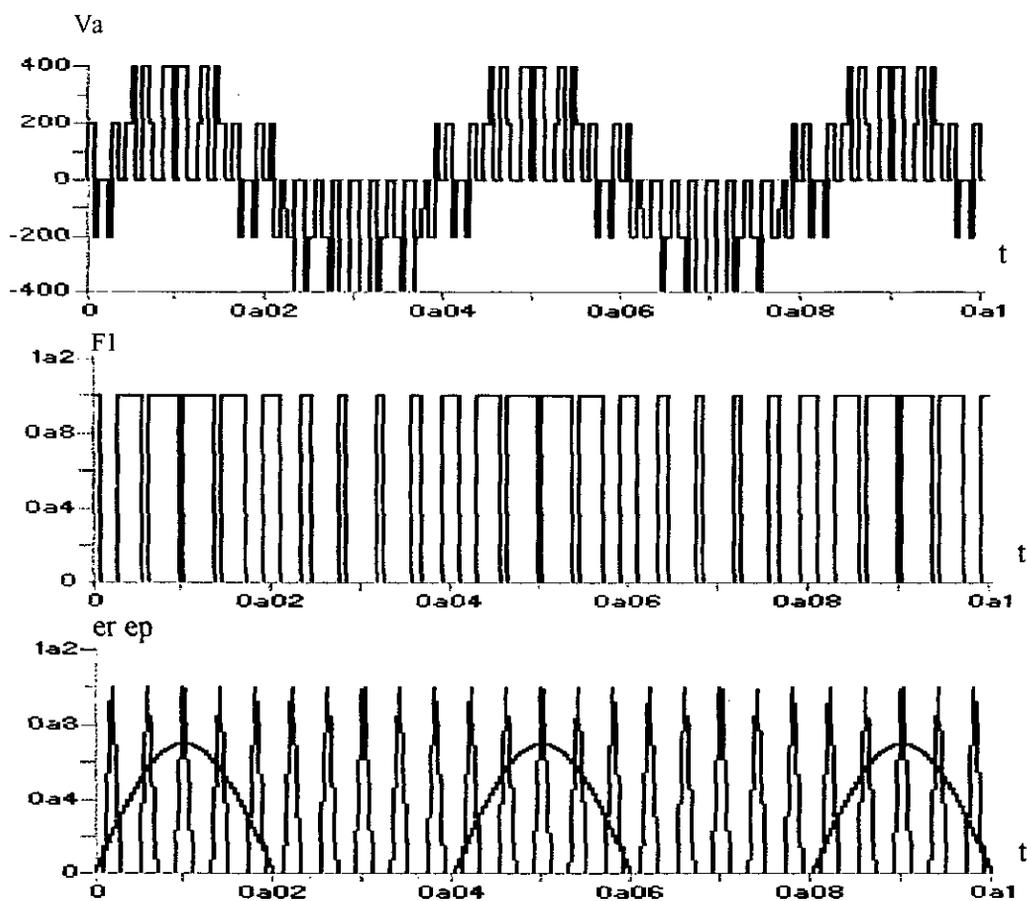
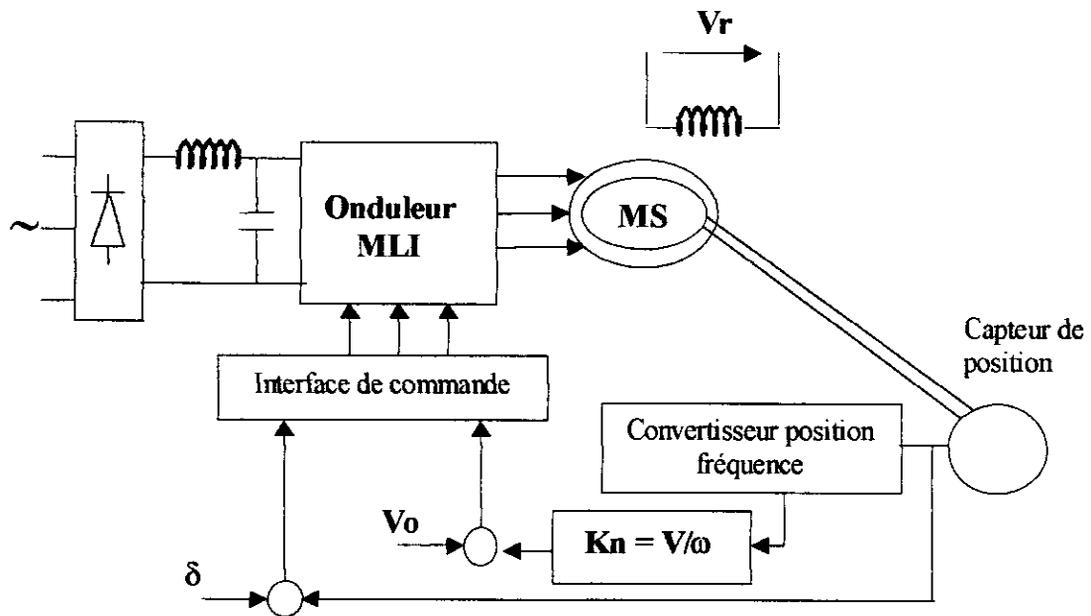


Figure (I.11) : Principe de la technique de commande triangulo-sinusoidale
 $m = 21, r = 07$

I.5.6 Modélisation de l'association convertisseur-Machine

La schématisation de l'association onduleur-Machine synchrone est représentée par la figure suivante :



Figure(I.12) : Schéma de principe du système de réglage en boucle ouverte

Cette association est modélisée par les équations suivantes :

* Les tensions du réseau

$$\begin{cases} V1 = Vm \sin(\omega t) \\ V2 = Vm. (\sin \omega t - \frac{2\Pi}{3}) \\ V3 = Vm. \sin. (\omega t + \frac{2\Pi}{3}) \end{cases} \quad (I.37)$$

avec $\omega = 100\pi$

* Tension à la sortie de redresseur

$$Ud = \max(Vi) - \min(Vi) \quad i = 1, 2, 3 \quad (I.38)$$

* **Tension à la sortie de filtre**

On a supposé que la capacité C_f soit tellement grande de façon à obtenir une tension constante égale à la valeur moyenne de la tension redressée [13].

$$U = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_m \quad (I.39)$$

* **Tensions à la sortie de l'onduleur**

$$\begin{cases} V_a = \frac{U_f}{3}(2F_1 - F_2 - F_3) \\ V_b = \frac{U_f}{3}(2F_2 - F_3 - F_1) \\ V_c = \frac{U_f}{3}(2F_3 - F_1 - F_2) \end{cases} \quad (I.40)$$

* **L'équation d'état de système**

Le système d'équations qui décrit la MSA est non linéaire. Il peut être donné par la forme d'état

$$\frac{dX}{dt} = f(X) + g(X, u) \quad (I.41)$$

Nous présentons le système sous la forme non linéaire suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_d \\ \dot{i}_q \\ \dot{i}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} I_d + w I_q - M_{sr} \frac{w}{L_s} I_r \\ -\frac{w}{\sigma} I_d - \frac{R_s}{\sigma L_s} I_q - \frac{R_r M_{sr}}{\sigma L_r L_s} I_r \\ -\frac{M_{sr}}{\sigma L_r} I_d - \frac{R_r M_{sr}}{\sigma L_r L_s} I_q - \frac{R_s}{L_r} I_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3} V_{ef}}{L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3} V_{ef}}{\sigma L_s} & -\frac{M_{sr}}{\sigma L_r L_s} \\ 0 & \frac{\sqrt{3} M_{sr} V_{ef}}{\sigma L_r L_s} & \frac{-1}{\sigma L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \delta \\ \sin \delta \\ V_r \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

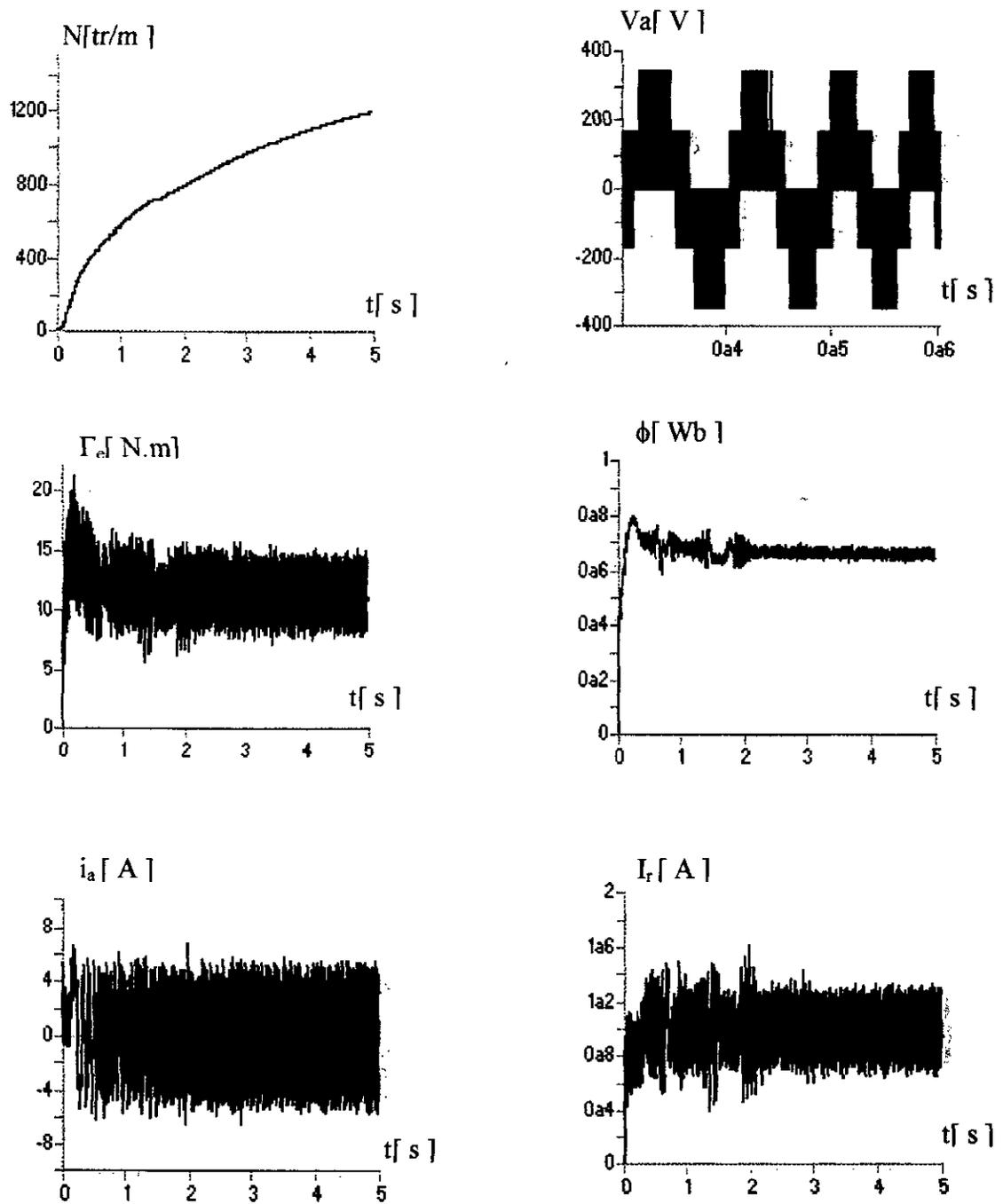
1.5.7 Simulation et interprétation

Les résultats de simulation obtenus illustrent l'évolution des grandeurs électriques et mécaniques de la machine pour les deux types de charge : charge constante ($\Gamma_r = 10 \text{ Nm}$) et charge variable avec la vitesse ($\Gamma_r = cc.N$).

On remarque que le temps de réponse de la machine, lors du démarrage avec un couple résistant constant est plus grand que dans le cas d'un couple résistant proportionnel à la vitesse, ce résultat peut être vérifié facilement par une simple démonstration.

L'introduction de l'onduleur n'influe pas sur l'allure de la vitesse, cela est dû au fait que la constante de temps mécanique est dominante, par conséquent, les harmoniques n'affectent pas les grandeurs électriques.

La commande de la MSA par l'intermédiaire de l'angle de calage avec la tension d'excitation variable permet un réglage de la vitesse et du courant d'excitation, c'est-à-dire rend le système global comme un système multivariable.



Figure(I.13) :Résultat de simulation de la MSA, alimentée par un onduleur MLI, lors d'un démarrage en boucle ouverte ($\Gamma_r = 10 \text{ N.m}$)

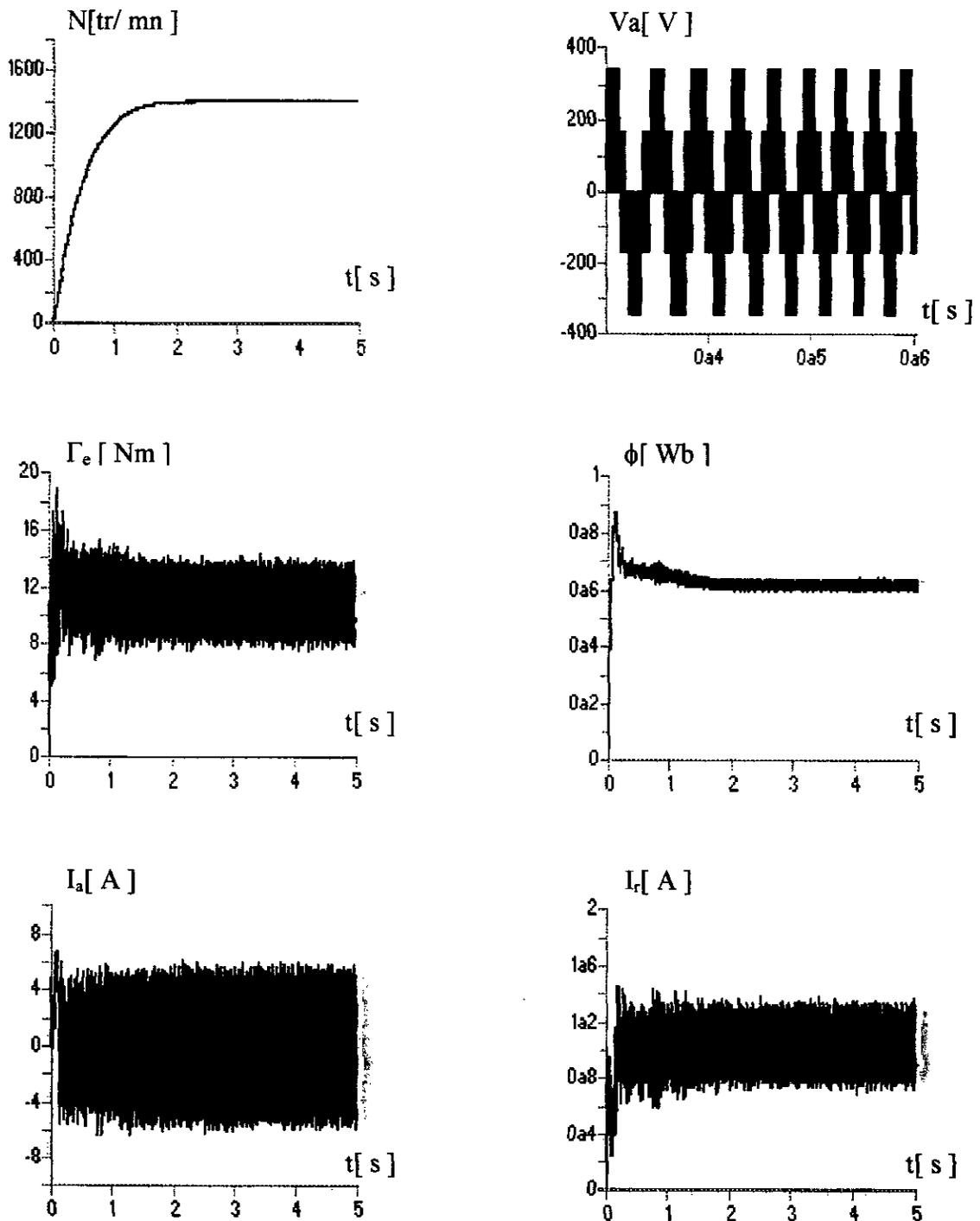
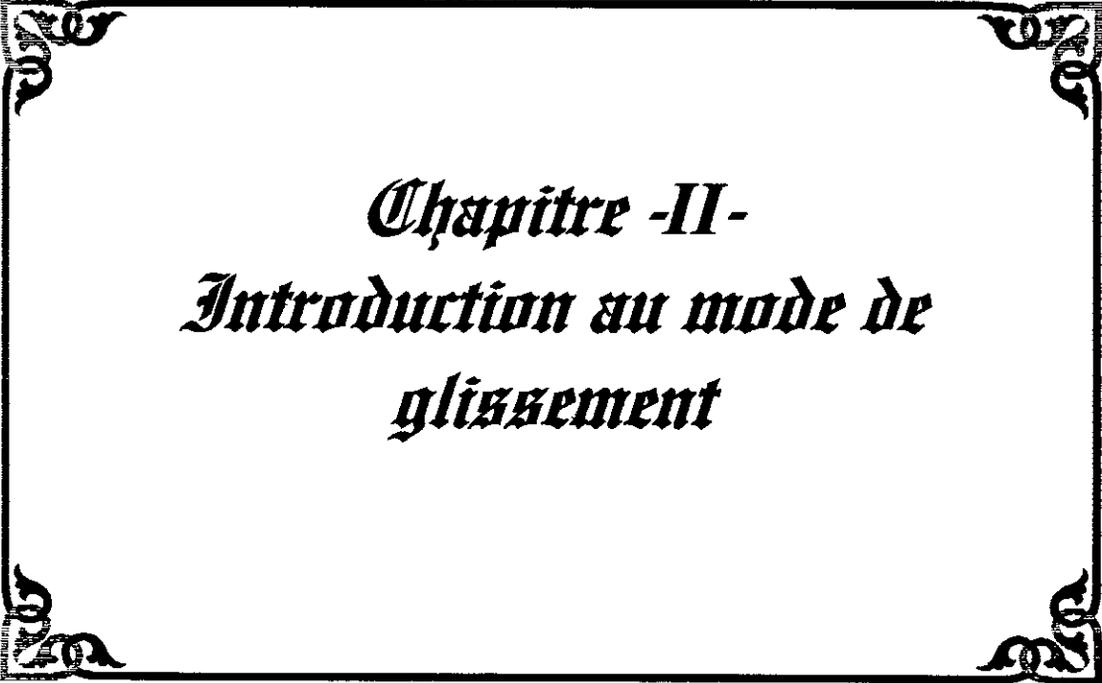


Figure (I.14) : Résultat de simulation de la MSA, alimentée par un onduleur MLI, lors d'un démarrage en boucle ouverte ($\Gamma_r = cc. \omega$)



*Chapitre -II-
Introduction au mode de
glissement*

II.1 Introduction :

En 1934 nikloski a introduit le premier concept de la commande par mode de glissement, cette dernière peut être classée comme une phase particulière de la commande des systèmes à structure variable(ssv).

Le développement de cette commande a lieu en union soviétique tout d'abord par emelanove puis par d'autres collaborateurs comme utkine.

Dans les dernières années la commande des systèmes à structure variable par mode de glissement est devenue très intéressante, elle est considérée comme une des approches les plus efficaces pour la commande des systèmes ayant un modèle imprécis (erreur de modélisation, variation paramétrique ...ect). C'est dans ce sens que c'est développée la notion de robustesse dont l'objet est de permettre une approche de la commande garantissant un fonctionnement satisfaisant d'un processus indépendamment des incertitudes existant tant au niveau du processus lui-même que des informations le concernant[10].

II.2 Notion de robustesse [22]

Le concept de robustesse admet différentes acceptations selon l'utilisateur concerné, pour simplifier, nous dirons que la robustesse implique qu'un certain niveau de performance assuré malgré les incertitudes de variation d'un processus à commander, même avec les bruits de perturbations (déterministes ou aléatoires) susceptibles d'agir sur le processus au cours de son évolution [1].

II.3 les systèmes à structure variable [1][18]

Le concept de base est facile à comprendre, il suffit d'imaginer un système dynamique

$$\dot{x} = f(x, u) \tag{II.1}$$

continue par morceaux, mais où le deuxième membre est discontinu, par suite de discontinuité imposée à la commande de part et d'autre d'une surface $s(x) = 0$; c'est-à-dire de la forme

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f^+(x, u) & \text{si } s(x) > 0 \\ \dot{x} &= f^-(x, u) & \text{si } s(x) < 0 \end{aligned} \quad (II.2)$$

Si les trajectoires correspondantes à ces équations sont celle qu'elles soient toujours dirigées vers la surface $s(x) = 0$. Il est intuitive qu'une fois sur cette surface on ne peut plus la quitter et qu'on est (condamné) à évoluer dessus

Le système défini par l'équation (II.2) est dit à structure variable.

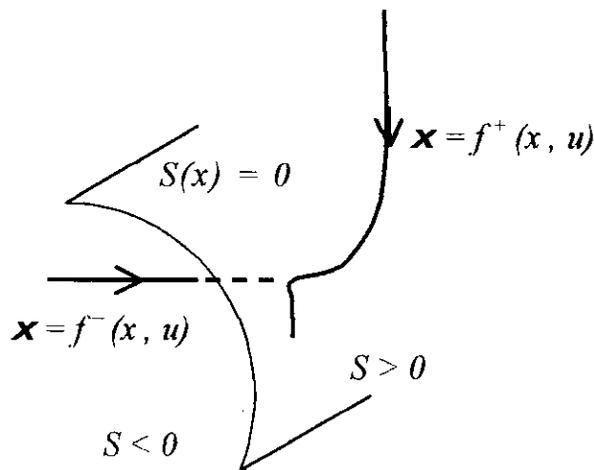


Figure (II.1) Système à structure variable

II.4 Exemple d'introduction [1]

Soit un système d'ordre deux défini par :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -M \operatorname{sign} s \end{bmatrix} \quad (II.3)$$

avec

$$s = c_0 x_1 + x_2 \quad (II.4)$$

$$u = u^+ = M \quad \text{si } c_0 x_1 + x_2 > 0 \quad (II.5)$$

$$u = u^- = -M \quad \text{si } c_0 x_1 + x_2 < 0$$

Les trajectoires de phase sont définies par :

$$x_1 = x_{10} + (x_{20} + \varepsilon M) (1 - e^{-t}) - \varepsilon M \quad (II.6)$$

$$x_2 = x_{20} e^{-t} - \varepsilon M (1 - e^{-t}) t$$

avec $\varepsilon = \text{sign}(c_0 x_1 + x_2)$ (II.7)

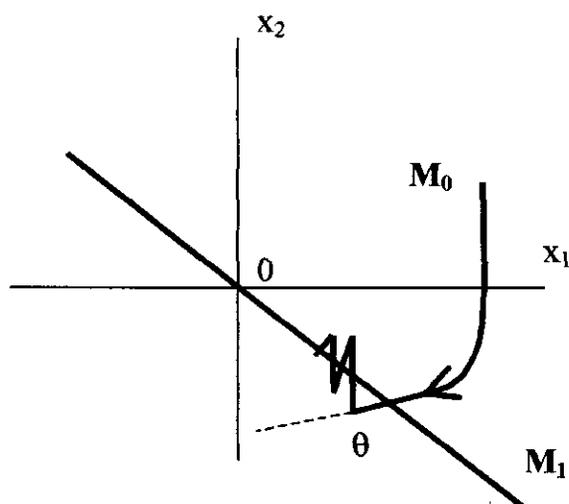


Figure (II.2) Trajectoire de phase de mode de glissement

Il est facile de voir que la surface $c_0 x_1 + x_2 = 0$ est attractive des deux cotés, toutes les trajectoires étant dirigées vers cette surface.

Fondamentalement on peut considérer qu'on a dans l'évolution de point M au-delà de M_1 , deux dynamiques :

- ❖ Une dynamique très rapide vers la surface de commutation ;
- ❖ Une dynamique lente sur la surface de commutation ;

Et comme on reste toujours sur la surface

$$c_0 x_1 + x_2 = 0 \quad (II.8)$$

on a

$$\dot{x}_1 = x_2 = -c_0 x_1 \quad (II.9)$$

$$\Rightarrow \dot{x}_1 = x_1 (M_1) e^{-c_0(t-t_1)} \quad (II.10)$$

Cette dernière relation montre que la dynamique du système est définie par le choix de la surface de commutation.

II.5 Phénomène de chattering [21]

Il est évident quand on parle de ssv que la commande change de structure avec une fréquence théoriquement infinie ; dans la pratique cela est impossible, cette impossibilité est due aux causes suivantes :

- ❖ La présence de retard de temps d'algorithme de commande ;
- ❖ La limite des actionneurs.
les limitations

Même si la fréquence de commutation est pratiquement finie, elle reste toujours très grande, d'où l'existence de phénomène du chatrings, ce phénomène excite les modes de résonance à haute fréquence.

Plusieurs recherches ont été effectuées pour éliminer ou réduire le phénomène de chatting dont on cite les suivantes :

* **Première approche de continuation :**

Il est possible de remplacer la fonction *sign* par une fonction plus douce

$$\text{sat } s = \begin{cases} 1 & \text{si } s > \Delta \\ -1 & \text{si } s < -\Delta \\ \frac{s}{\Delta} & \text{si } |s| < \Delta \end{cases} \quad (II.11)$$

cela est équivalent à étudier un gain très grand au voisinage de la surface.

Une conséquence de cette méthode, est que l'invariance perdue, dans ce cas la robustesse sera fonction de la couche limite.

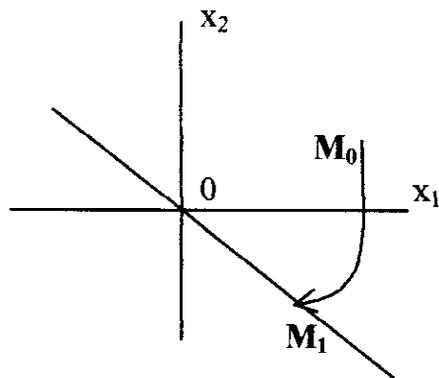
* **Deuxième approche de continuation :**

Une autre méthode de continuité consiste à remplacer *sign* *s* par la fonction :

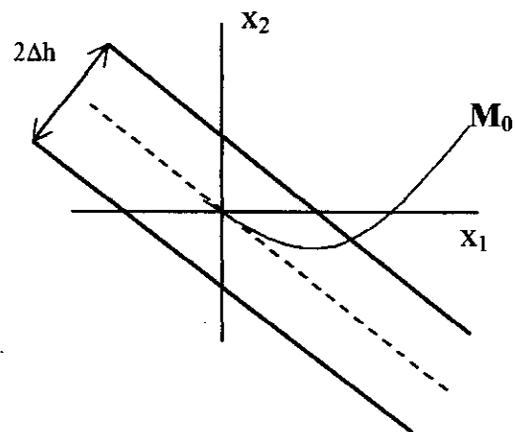
$$\frac{s}{\delta + |s|}$$

où δ une constante positive petite, permette de rendre la commande continue.

Dans le cas de la fonction *sat*, le mode de glissement n'existe pas (on parle plutôt de quasi-mode de glissement), le système tenu n'est pas forcé à suivre $s = 0$, le plan de phase pour un système linéaire d'ordre deux est présenté à la *figure (II.3)*

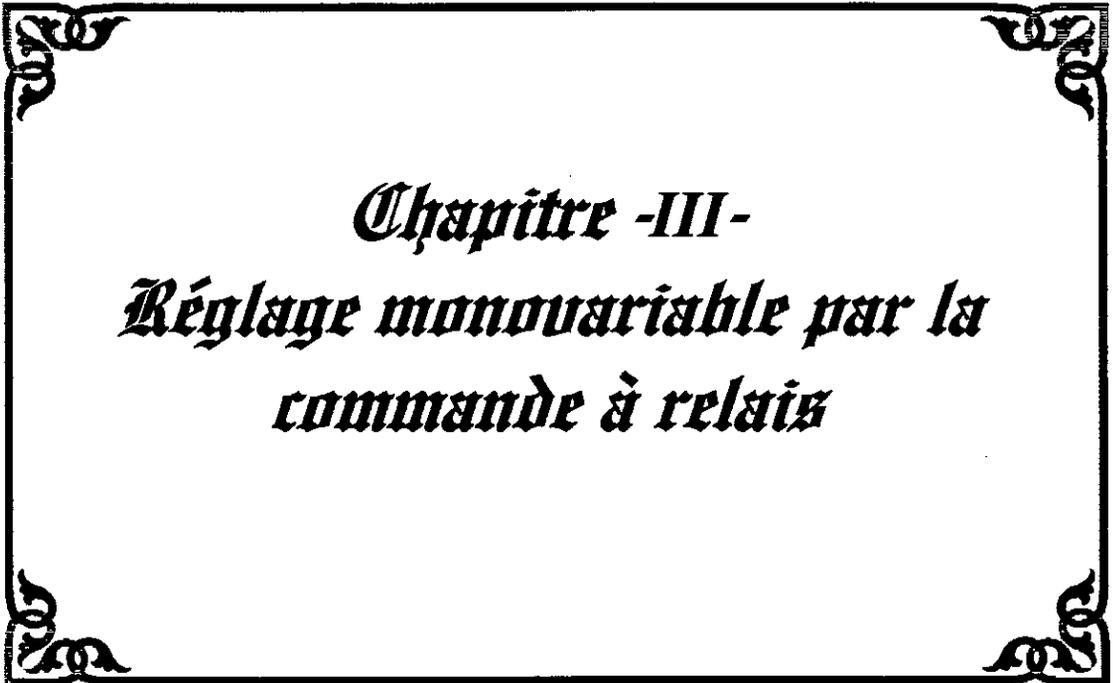


Figure(II.3.a) : plan de phase
(fonction sing)



Figure(II.3.b) : plan de phase
(fonction sat)

La figure montre, que pour le cas de la fonction sat la dynamique de système sera plus lente et la rejection de perturbation se fait avec moins de fermeté



*Chapitre -III-
Réglage monovariable par la
commande à relais*

Chapitre III

Réglage par mode de glissement monovarié

III.1 Etude théorique

Le réglage par mode de glissement (*sliding mode*) est un mode de fonctionnement particulier d'un système de réglage à structure variable. Il est caractérisé par une commutation continue et périodique entre deux états, par conséquent une méthode de réglage non linéaire, le principe se prit particulièrement bien d'une application pratique lorsque la commutation a lieu au niveau de grandeur de commande (hacheur, onduleur)[1].

Dans ce chapitre, nous présentons la structure globale du réglage par mode de glissement monovarié, ainsi que la méthode de détermination des coefficients de contre-réaction ; cette structure est basée sur le modèle d'états linéaire du système à régler, par suite, les coefficients déterminés sont utilisés dans la simulation basée sur le modèle non linéaire de la MSA.

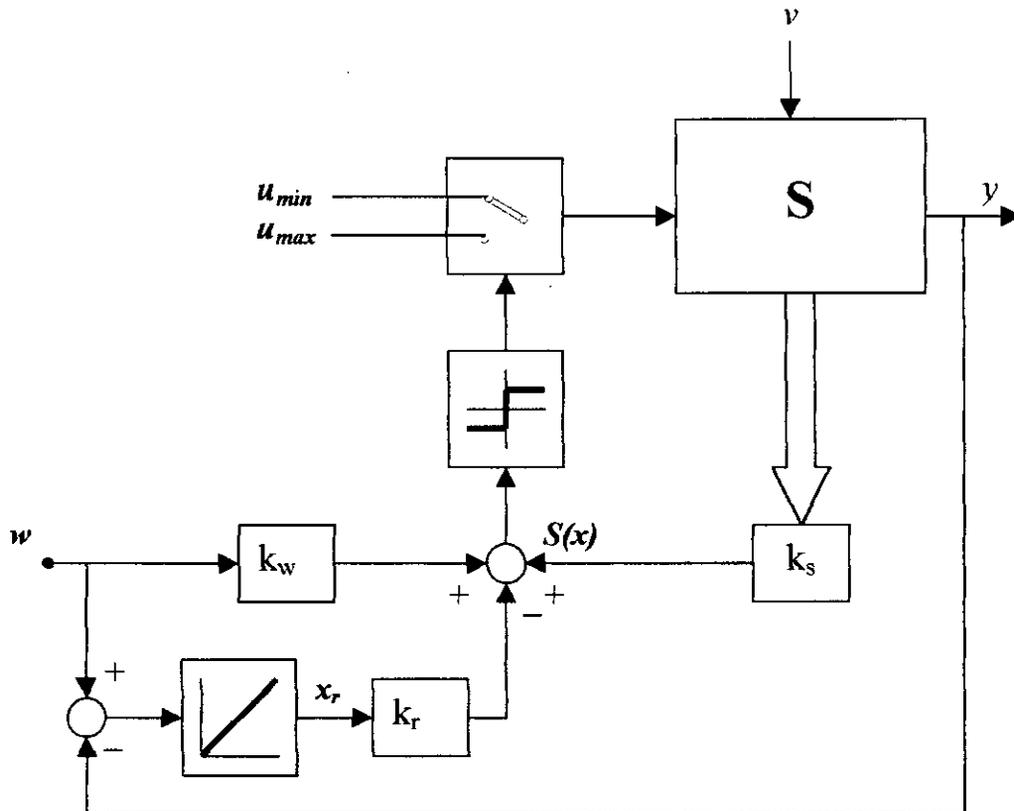
III.1.1 Equations d'état du système

Lorsque le système est d'écrit par un ensemble d'équations différentielles linéaire le modèle peut être mis sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_s x_s + B_s U + B_{sv} V \\ \dot{Y}_s &= C x_s\end{aligned}\tag{III.1}$$

III.1.2 Configuration du réglage avec lois de commutation par contre réactions d'états avec régulateur intégrateur

La configuration du réglage avec lois de commutation par contre-réactions d'états avec régulateur intégrateur est donnée par la *figure (III.1)* [8]



Figure(III.1) : Configuration de réglage par la loi de commutation par contre-réaction d'état et régulateur intégrateur.

Elle s'exprime par la loi

$$S(x_s, x_r) = -k_s x_s + k_r x_r + k_w x_w \tag{III.2}$$

où

x_s : Vecteur d'états du système à réglé de dimension n_s ;

k_s : vecteur de ligne de dimension w_s qui contient les coefficients de contre réaction ;

x_r : grandeur d'état du régulateur intégrateur ;

k_r : coefficient d'intégration de grandeur d'état du régulateur intégrateur.

III.1.3 Equation d'état du système globale

Afin d'établir l'équation d'état du système globale il est possible de réunir x_s et x_r dans l'équation d'état

$$X = \begin{bmatrix} x_s \\ x_r \end{bmatrix} \quad (III.3)$$

Dans ce cas la loi de commutation peut être exprimée par :

$$S = -K X + k_w w \quad (III.4)$$

avec

$$K^T = [k_s^T \ -k_r^T] \quad (III.5)$$

Le régulateur intégrateur est décrit par l'équation

$$\dot{x}_r = \frac{1}{T} [w - y] \quad (III.6)$$

III.1.4 Grandeur de commande équivalente

Si partant d'une condition x_o à t_o , on atteint au bout d'un temps t_r fini ; On peut écrire que

$$\forall t > t_r \quad \dot{S} \equiv 0 \Rightarrow -k \dot{x} = 0 \quad (III.7)$$

Il résulte de (III.1) que

$$K A x + K B u = 0 \quad (III.8)$$

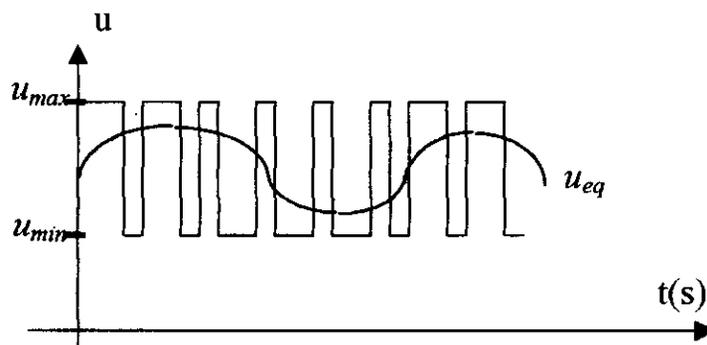
Tous se passent donc, comme si le système était soumis à une commande dite équivalente u_e tel que

$$u_e = -(kB)^{-1} k A x \quad (III.9)$$

Sous influence de cette commande, le système se comporte comme s'il était défini par l'équation

$$\dot{x} = A x + B u = [I - B[kB]^{-1} k] A x - A_e x \quad (III.10)$$

où, A_e est la matrice dynamique équivalente en glissement cette équation est fondamentale dans la mesure, d'où elle met en évidence que la dynamique de glissement est indépendante de commande *figure(III.2).* [8]



Figure(III.2) : Grandeur de commande équivalente (u_e) comme valeur moyenne lors de la commutation rapide entre u_{min} et u_{max}

Il résulte des équations (III.9) et (III.10) que la commande équivalente u_e peut être interprétée comme un vecteur d'état particulier joue le rôle du signal de commande (efficace) appliqué sur le système à commander. Il ne faut pas perdre de vue que la commande appliquée est discontinue commutée à fréquence élevée entre u_{max} et

u_{min} et que u_e n'est en fait que la valeur moyenne de signal discontinu modulé en largeur.

III.1.5 Détermination des coefficients de contre-réaction à l'aide de la forme canonique [8]

La détermination de vecteur de contre réaction d'état fait appel à la forme canonique de réglage, cette dernière est obtenue par une transformation linéaire telle que

$$\begin{aligned}x_t &= T \cdot x \\ A_t &= T \cdot A T^{-1} \\ b_t &= T \cdot b\end{aligned}\tag{III.11}$$

Dans le cas de la forme canonique de réglage la matrice A et le vecteur b du système à régler sont donnés par

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}; \quad b_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}\tag{III.12}$$

III.1.6 Détermination de vecteur ligne de la contre réaction d'état

Lorsqu'on introduit u_{eq} selon (III.9) pour u dans (III.1) on obtient l'équation d'état du système transformé en mode de glissement, à savoir

$$\begin{aligned}x_t &= A_t^* x + b_{vt}^* v \\ A_t^* &= \left[1 - \frac{1}{k^T b_t} b_t k_t^T \right] \cdot A_t\end{aligned}\tag{III.13}$$

avec

$$k_t = k_r = [k_{r1}, k_{r2}, \dots, k_{rn}] \tag{III.14}$$

$$k_t^T = k^T \cdot T^{-1} \tag{III.15}$$

Lorsqu'on remplace A_t par A_r , b_t par b_r selon (III.12) et k_t par k_r on obtient :

$$A^* = A_r^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & -\frac{k_{r1}}{k_{rn}} & -\frac{k_{r2}}{k_{rn}} & \dots & -\frac{k_{rn-1}}{k_{rn}} \end{bmatrix} \tag{III.16}$$

La matrice A_r^* se trouve sous la forme canonique du réglage, pour celle-ci on peut aussi établir une autre expression se basant sur les coefficients α_i du polynôme caractéristique

$$A_r^* = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -\alpha_0 & -\alpha_1 & -\alpha_2 & \dots & -\alpha_{n-1} \end{bmatrix} \tag{III.17}$$

L'expression du polynôme caractéristique est obtenue par :

$$P(s) = s^n + \alpha_{n-1} s^{n-1} + \alpha_{n-2} s^{n-2} + \dots + \alpha_1 s + \alpha_0 = 0 \tag{III.18}$$

Par identification des éléments de la dernière ligne on trouve

$$-\frac{k_{ri}}{k_{r,n}} = -\alpha_i \tag{I.19}$$

le coefficient $k_{r, n}$ peut être choisi librement, par exemple $k_{r, n}=1$;

les coefficients α_i du polynôme caractéristique $P(s)$ sont en relation avec les pôles p_i imposés selon

$$P(s) = (s - p_1) (s - p_2) \dots (s - p_n) \quad (III.20)$$

La condition (III.13) $\alpha_0 = 0$ implique qu'il faut imposer un pôle à l'origine, les autres pôles seront discutés au paragraphe suivant.

III.1.7 Considération concernant le choix des pôles :

Comme on l'a vu au paragraphe précédent un des n pôles p_i doit être forcément imposé à l'origine, les autres pôles peuvent être choisis librement, mais il est indispensable qu'ils possèdent une valeur réelle à partie négative, afin de garantir un comportement stable du fonctionnement en mode de glissement, il est souvent judicieux de choisir des pôles complexes conjugués avec partie imaginaire égale à la partie réelle pour obtenir un amortissement relatif optimal [8].

III.1.8 Détermination de la matrice de transformation [8]

On déterminera la matrice de transformation T qui permet de transformer la matrice A et le vecteur b du système à régler originale (III.11), pour la transformation linéaire on peut écrire

$$A_r T = T A, \quad b_r = T b \quad (III.21)$$

On décompose la matrice de transformation en ses lignes selon

$$T = \begin{bmatrix} t_1^T \\ t_2^T \\ \vdots \\ t_n^T \end{bmatrix} \quad (III.22)$$

ainsi, compte tenu de la définition (III.12) de la forme canonique de réglage la première relation dans (III.21) s'écrit de la manière

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} t_1^T \\ t_2^T \\ t_3^T \\ \vdots \\ t_n^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1^T \\ t_2^T \\ t_3^T \\ \vdots \\ t_n^T \end{bmatrix} \cdot A \quad (III.23)$$

cette équation matricielle peut être décomposée à un système d'équations de la forme

$$\begin{aligned} t_2^T &= t_1^T \cdot A \\ t_3^T &= t_1^T \cdot A^2 \\ &\vdots \\ t_n^T &= t_1^T \cdot A^{n-1} \end{aligned} \quad (III.24)$$

La deuxième relation dans (III.21) donne

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_1^T \\ t_2^T \\ \vdots \\ t_n^T \end{bmatrix} \cdot b \Rightarrow \begin{cases} 0 = t_1^T b \\ 0 = t_2^T b = t_1^T A b \\ \vdots \\ 0 = t_{n-1}^T b = t_1^T A^{n-2} b \\ 1 = t_n^T b = t_n^T A^{n-1} b \end{cases} \quad (III.25)$$

Il est possible de réunir les équations par écriture matricielle en

$$t_1^T [b, A b, \dots, A^{n-1} b] = [0, 0, \dots, 0, 1] \quad (III.26)$$

Ici, on voit apparaître la matrice de commandabilité ainsi, la première ligne de la matrice de transformation s'obtient par

$$t_1^T = [0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1] Q_c^{-1} \quad (III.27)$$

Les autres lignes peuvent être calculées à l'aide des relations (III.24)

III.1.9 Domaine du mode de glissement [8]

Dans cette section on utilisera les relations générales permettant de déterminer les limites du domaine du mode de glissement.

III.1.9.1 Limite du domaine de mode de glissement

Lorsqu'on suppose que la grandeur de consigne à une valeur constante ($\dot{w} = 0$) les relations pour la grandeur de commande deviennent

$$u_{eq} = -\frac{1}{k^T b} k^T [A x + b_v v + b_w w] \quad (III.28)$$

A la limite on a : $u_{eq} = u_{lim}$ avec $u_{lim} = u_{max}$ ou u_{min}

on remplace par $x = \hat{x}$, $u = u_{eq}$ dans la relation

$$k^T [A \hat{x} + b u + b_v v + b_w w] = 0 \quad (III.29)$$

on trouve

$$k^T [b u_{min} + A \hat{x} + b_v v + b_w w] = 0 \quad (III.30)$$

avec $\hat{\mathbf{x}}$ le vecteur d'état contient les valeurs des grandeurs d'états délimitant le mode de glissement. Les valeurs de $\hat{\mathbf{x}}$ doivent tenir compte de la loi de commutation, à savoir

$$s(\hat{\mathbf{x}}) = -k^T \hat{\mathbf{x}} + b_v v + b_w w = 0 \quad (III.31)$$

Si on pose

$$k^T = [k_a^T \quad k_n], \quad \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \hat{x}_a \\ \hat{x}_n \end{bmatrix} \quad (III.32)$$

la relation (III.31) devient

$$-k_a^T \hat{x}_a - k_n \hat{x}_n + k_w w = 0 \quad (III.33)$$

donc on peut exprimer \hat{x}_n en fonction de \hat{x}_a

$$\hat{x}_n = -\frac{1}{k_n} k_a^T \hat{x}_a + \frac{k_w}{k_n} w \quad (III.34)$$

On introduit (III.34) dans (III.32) on obtient

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -\frac{1}{k_n} k_a^T \\ \frac{k_w}{k_n} \end{bmatrix} \cdot \hat{x}_a + \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ \frac{k_w}{k_n} \end{bmatrix} \cdot w \quad (III.35)$$

I_{n-1} est une matrice unité ($n-1$, $n-1$);

0_{n-1} un vecteur zéro de dimension $n-1$.

On remplace $\hat{\mathbf{x}}$ par son expression (III.35) dans la relation (III.30) on obtient

$$f^T \dot{x}_a + g = 0 \quad (III.36)$$

avec

$$f^T = k^T A \begin{bmatrix} I_{n-1} \\ -\frac{1}{k_n} k_a^T \end{bmatrix} \quad (III.37)$$

$$g = k^T b u_{lim} + k^T b_v v + k^T \left(b_w + A \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ \frac{k_w}{k_n} \end{bmatrix} \right) \cdot w \quad (III.38)$$

f^T : un vecteur ligne de dimension $n-1$;

g : un scalaire

La relation (III.36) décrit un hyperplan d'ordre $n-2$; Le vecteur de ligne f^T détermine l'inclinaison de cet hyperplan, et le scalaire g détermine sa position.

La relation (III.38) montre l'influence de la grandeur de perturbation v et la grandeur de consigne w , ces deux grandeurs provoquent un déplacement parallèle de l'hyperplan

III.1.10 Robustesse des pôles [8]

Dans cette section, on étudiera la robustesse des pôles du réglage par mode de glissement vis à vis de variations paramétrique du système à régler. Pour ce but on introduira une certaine restriction sur la forme du vecteur d'entrée b . On suppose que le vecteur d'entrée ne possède qu'un seul élément différent de zéro

$$b = \begin{bmatrix} 0_{n-1} \\ b_n \end{bmatrix} \quad (III.39)$$

avec θ_{n-1} est un vecteur zéro de dimension $n-1$

Pour obtenir cette forme de vecteur b on doit appliquer une transformation linéaire.

De même façon, on peut décomposer la matrice A , et le vecteur de contre-réaction K^T

$$A = \begin{bmatrix} A_a & a_a \\ a_n^T & a_{nn} \end{bmatrix}; \quad K^T = [k_n] \quad (\text{III.40})$$

où ka^T est un vecteur ligne de dimension $n-1$.

En mode de glissement les pôles sont calculés à partir de la matrice du système qui est donnée par :

$$A^* = \left(1 - \frac{1}{k^T b} b k^T\right) A = \begin{bmatrix} A_a & a_a \\ -\frac{1}{k_n} k_a^T A_a & -\frac{1}{k_n} k_a^T a_a \end{bmatrix} \quad (\text{III.41})$$

on soumet la matrice A^* à une transformation linéaire pour lui donner la forme

$$A_i^* = \begin{bmatrix} A_a^* & a_a^* \\ 0^T & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.42})$$

Dans ce cas l'équation caractéristique du système en mode de glissement devient

$$\begin{aligned} P(s) &= \det [sI - A^*] = \det [sI - A_i^*] = \\ &= s \cdot \det \left[sI_{n-1} - A_a + \frac{1}{k_n} a_a k_a^T \right] \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

De la dernière relation on voit que les pôles du système en mode de glissement ne dépendent que des matrices A_a et a_a . L'influence des paramètres variables dans A_a et a_a sur les pôles peut être représenté par un lieu de pôles. Il est possible de dimensionner les coefficients de contre-réaction de telle sorte qu'on obtient un réglage robuste.

III.2 Application de Réglage par la commande à relais sur la MSA

L'application de la méthode étudiée dans le chapitre précédent nécessite une linéarisation du système, cette dernière peut être obtenue en faisant une variation autour d'un point de fonctionnement [18]

$$X = X_0 + \Delta X \quad (III.44)$$

$$X = \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \\ I_r \\ \omega \\ X_r \end{bmatrix} \quad X_0 = \begin{bmatrix} I_{d0} \\ I_{q0} \\ I_{r0} \\ \omega_0 \\ X_{r0} \end{bmatrix} \quad \Delta X = \begin{bmatrix} \Delta I_d \\ \Delta I_q \\ \Delta I_r \\ \Delta \omega \\ \Delta X_r \end{bmatrix} \quad (III.45)$$

X : grandeur considérée ;

X_0 : valeur désirée de la grandeur considérée ;

ΔX : la variation autour de la grandeur considérée

On appliquant cette dernière relation au système globale (I.41), on obtient la représentation d'état de la MSA sous la forme linéaire suivante :

$$\Delta \dot{X} = A_l \Delta X + b_{ul} \Delta \delta \quad (III.46)$$

Alors, pour les deux types de charge nous avons :

❖ $\Gamma_r = cc. \omega$

$$A_l = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega_o & \frac{-\omega_o M_{sr}}{L_s} & I_{qo} - \frac{M_{sr} I_{ro}}{L_s} + \frac{\sqrt{3}}{L_s} K \cos \delta_o & 0 \\ -\frac{\omega_o}{\sigma} & -\frac{R_s}{L_s \sigma} & \frac{-R_r M_{sr}}{L_s L_r \sigma} & -\frac{I_{do}}{\sigma} + \frac{\sqrt{3}}{L_s \sigma} K \sin \delta_o & 0 \\ \frac{-\omega_{or} M_{sr}}{L_r \sigma} & \frac{-R_s M_{sr}}{L_s L_r \sigma} & \frac{-R_r}{L_r \sigma} & -\frac{I_{do} M_{sr}}{L_r \sigma} + \frac{\sqrt{3} M_{sr}}{L_s L_r \sigma} K \sin \delta_o & 0 \\ \frac{p^2}{j} M_{sr} I_{ro} & 0 & \frac{p^2}{j} M_{sr} I_{do} & -\frac{f}{j} - cc & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_i} & 0 \end{bmatrix} \quad (III.47)$$

❖ $\Gamma_r = \text{constant}$

$$A_l = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega_o & \frac{-\omega_o M_{sr}}{L_s} & I_{qo} - \frac{M_{sr} I_{ro}}{L_s} + \frac{\sqrt{3}}{L_s} K \cos \delta_o & 0 \\ -\frac{\omega_o}{\sigma} & -\frac{R_s}{L_s \sigma} & \frac{-R_r M_{sr}}{L_s L_r \sigma} & -\frac{I_{do}}{\sigma} + \frac{\sqrt{3}}{L_s \sigma} K \sin \delta_o & 0 \\ \frac{-\omega_{or} M_{sr}}{L_r \sigma} & \frac{-R_s M_{sr}}{L_s L_r \sigma} & \frac{-R_r}{L_r \sigma} & -\frac{I_{do} M_{sr}}{L_r \sigma} + \frac{\sqrt{3} M_{sr}}{L_s L_r \sigma} K \sin \delta_o & 0 \\ \frac{p^2}{j} M_{sr} I_{ro} & 0 & \frac{p^2}{j} M_{sr} I_{do} & -\frac{f}{j} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_i} & 0 \end{bmatrix} \quad (III.48)$$

Le vecteur de commande b_{ul} du système linéarisé pour les deux types de charge et le suivant

$$b_{ul} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{L_s} (V_o + K\omega) \sin \delta \\ \frac{\sqrt{3}}{L_s \sigma} (V_o + K\omega) \cos \delta \\ \frac{\sqrt{3} M_{sr}}{L_s L_r \sigma} (V_o + K\omega) \cos \delta \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (III.49)$$

A partir de modèle linéaire du système à régler nous obtenons le modèle d'état.

L'application de réglage par mode de glissement à la MSA nécessite une assignation des pôles du système globale en boucle fermée, en effet, pour la détermination du vecteur de contre réaction d'état k^T , nous ferons appel à la méthode basée sur l'imposition des pôles en boucle fermée.

Le choix de ces pôles dépend du comportement dynamique désiré, nous avons choisi une paire de pôles complexe conjuguée avec partie réelle égale à la partie imaginaire, et un pôle nul exigé par la technique de réglage [8]

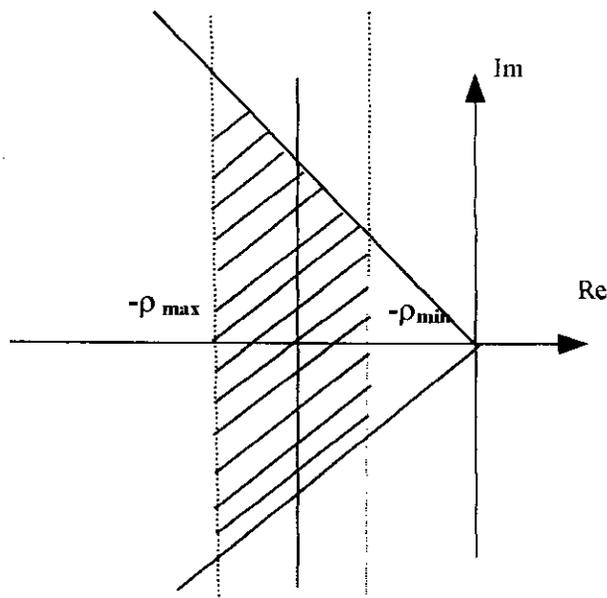


Figure (III.3) : Domaine d'imposition des pôles

Les équations du système pour les deux types de charge sont données par :

- ❖ Charge proportionnelle à la vitesse $\Gamma_r = cc. \omega$:

$$A_l = \begin{bmatrix} -30.000 & 146.561 & -1282.404 & -1.047 & 0.000 \\ -2540.372 & -520.000 & -1866.672 & -2.732 & 0.000 \\ -273.579 & -56.000 & -213.333 & -0.294 & 0.000 \\ 140.000 & 0.000 & 262.636 & -0.200 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -1000.000 & 0.000 \end{bmatrix} \quad (III.50)$$

$$b_{ul} = \begin{bmatrix} -305.825 \\ 20588.560 \\ 2217.229 \\ 0.000 \\ 0.000 \end{bmatrix} \quad (III.51)$$

Le vecteur de contre réaction K

$$K = [8.595100 \quad -8.206343 \quad 90.562070 \quad 1.00000 \quad -0.02967] \quad (III.52)$$

❖ Charge constante :

$$A_l = \begin{bmatrix} -30.000 & 146.561 & -1282.404 & -1.047 & 0.000 \\ -2540.372 & -520.000 & -1866.672 & -2.732 & 0.000 \\ -273.579 & -56.000 & -213.333 & -0.294 & 0.000 \\ 140.000 & 0.000 & 262.636 & -0.232 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & 0.000 & -1000.000 & 0.000 \end{bmatrix} \quad (III.53)$$

$$b_{ul} = \begin{bmatrix} -305.825 \\ 20588.560 \\ 2217.229 \\ 0.000 \\ 0.000 \end{bmatrix} \quad (III.54)$$

Le vecteur de contre réaction K :

$$K = [125.3688 \quad -142.7541 \quad 1475.3040 \quad 1.000000 \quad -0.007019] \quad (III.55)$$

III.2.1 Simulation et interprétation :

L'ensemble des travaux de simulation présenté ci-après valide la robustesse de réglage par mode de glissement monovariante par rapport aux variations paramétriques et de perturbation externe :

- * La *figure(III.4)* montre la réponse de la MSA lors d'un démarrage avec couple résistant proportionnel à la vitesse ;
- * La *figure(III.5)* montre la réponse de la MSA, lors d'une variation brusque de couple résistant à l'instant $t = 1.8 \text{ s}$ (démarrage avec $\Gamma_r = cc. \omega$).
- * La *figure (III.6)* présente un test de robustesse vis-à-vis la variation de la résistance statorique ($\Gamma_r = cc. \omega$).
- * La *figure (III.7)* présente un test de robustesse vis-à-vis la variation de l'inertie J ($\Gamma_r = cc. \omega$).
- * Les *figures(III.8), (III.9)* montrent une réponse de la MSA, lorsqu'on applique sur la loi de commutation une fonction sat ($\Gamma_r = cc. \omega$).

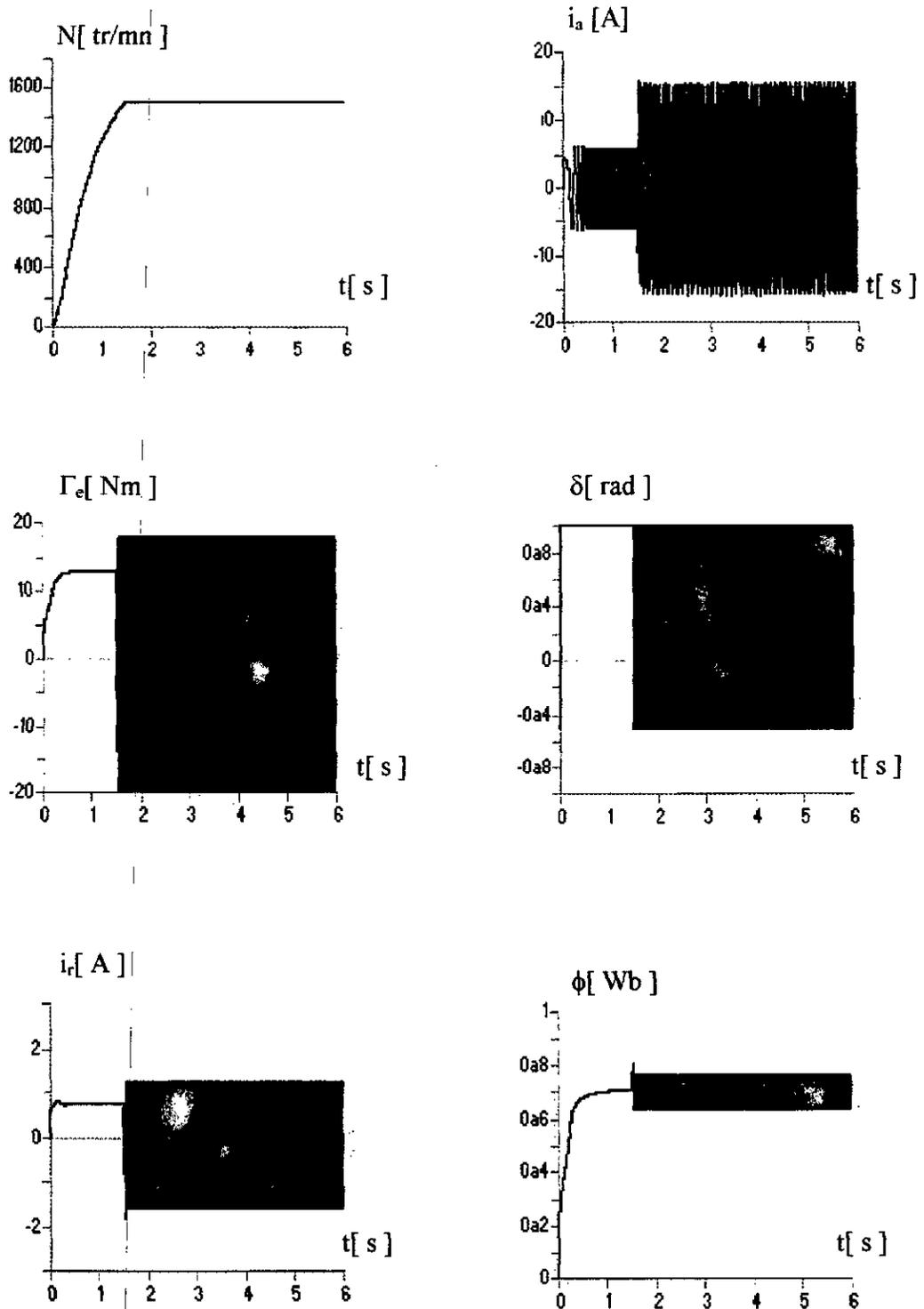
L'analyse de ces courbes de simulation permet de tirer les interprétations suivantes :

- L'application brusque d'un couple résistant rend les grandeurs électrique et électromécanique de la machine plus ondulées ;
- Les variations de la résistance statorique et de la résistance rotorique influent sur la dynamique du système ;
- Une augmentation de 50% de J a pour effet de ralentir le système.
- L'introduction de la fonction sat élimine les ondulations du couple électromagnétique et augmente le temps de réponse du système, cette fonction provoque par fois une erreur statique.

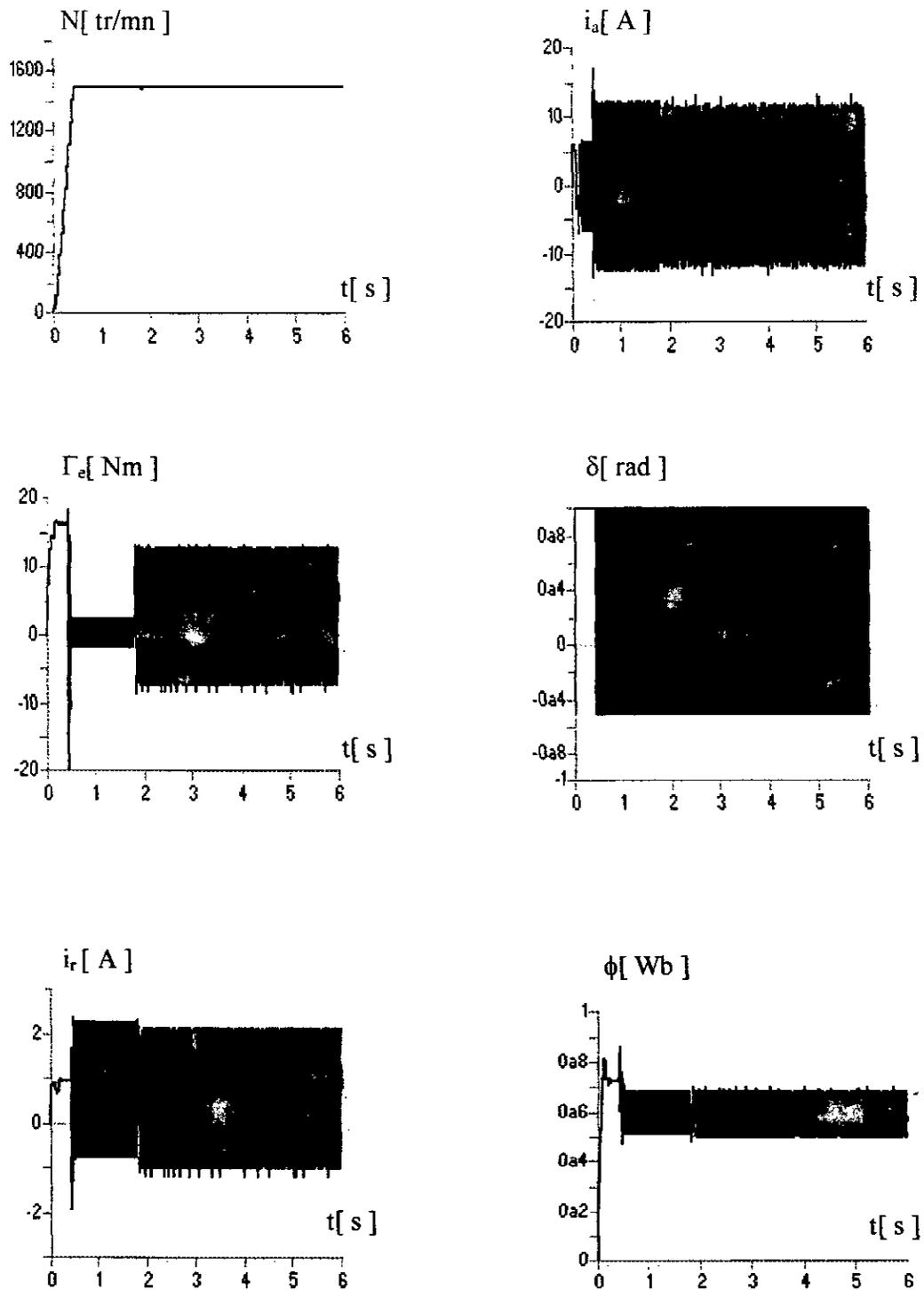
Conclusion

Le réglage par mode de glissement monovariabile par la commande à relais est très robuste vis-à-vis les variations paramétriques ou des perturbations externes.

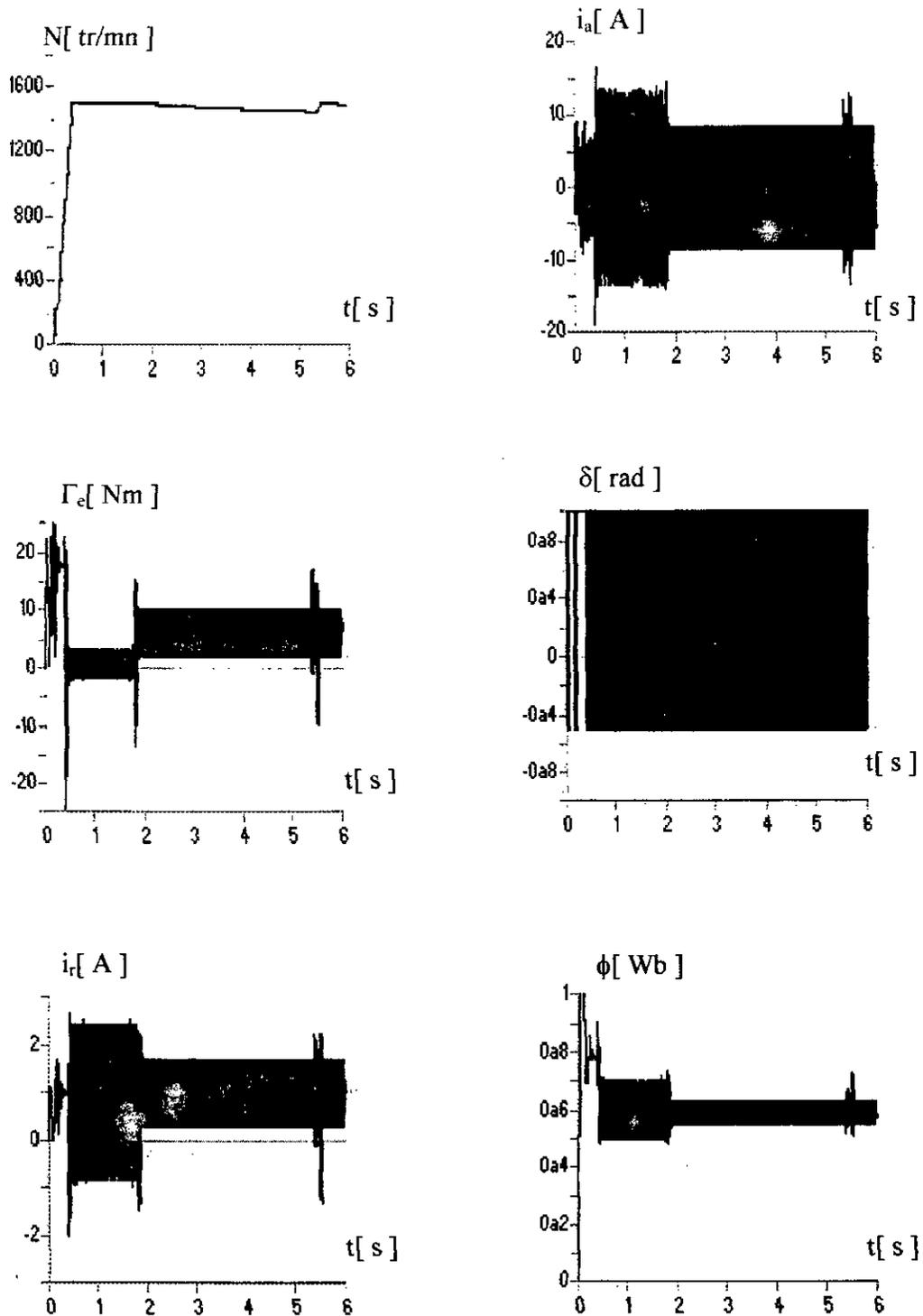
L'introduction d'une fonction sat a permis d'éliminer les ondulations existantes des grandeurs électriques et électromagnétiques, provoquées par le phénomène de chattering.



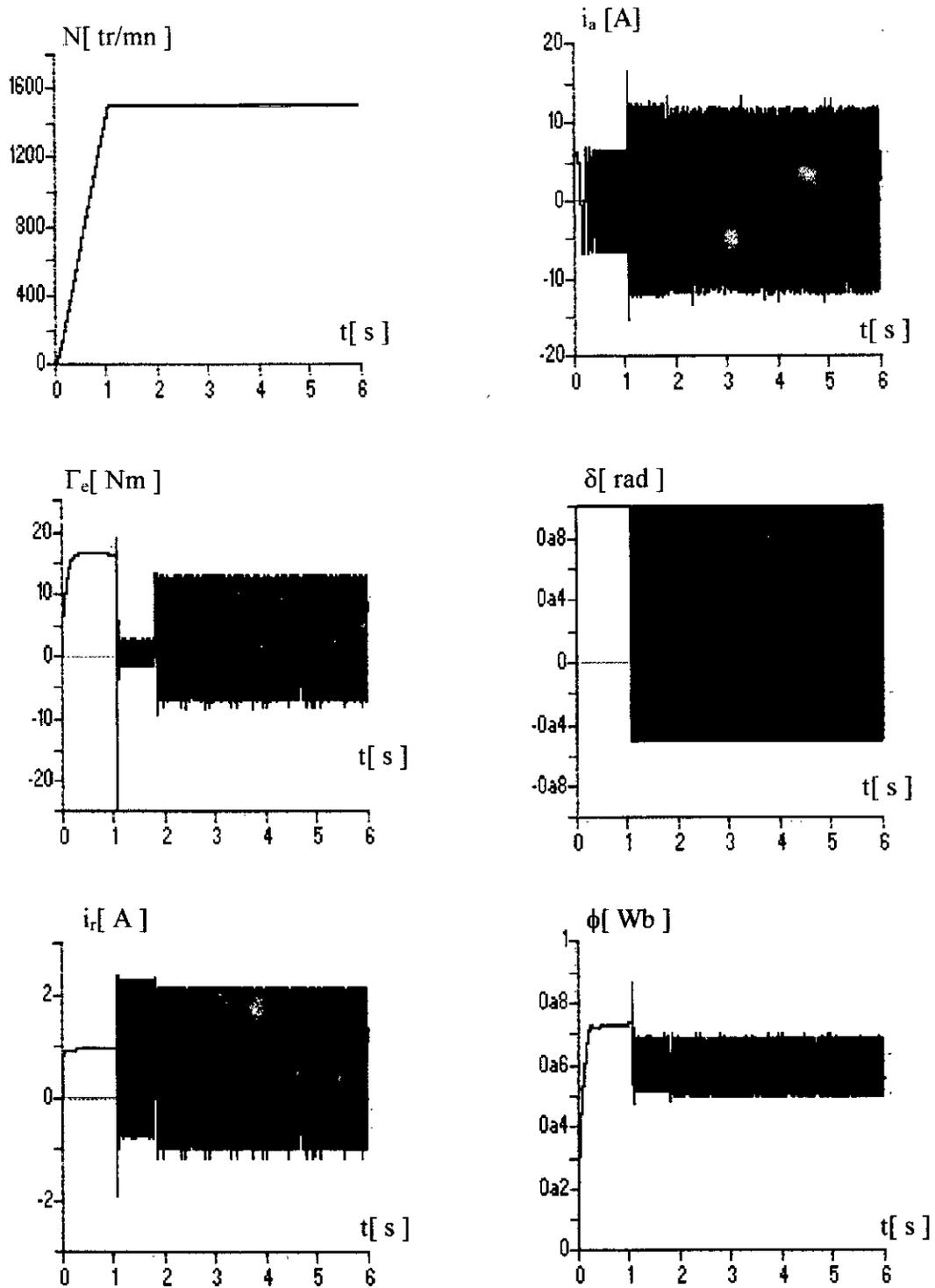
Figure(III.4) : Réponse de la MSA, lors d'une application de couple résistant proportionnel à la vitesse



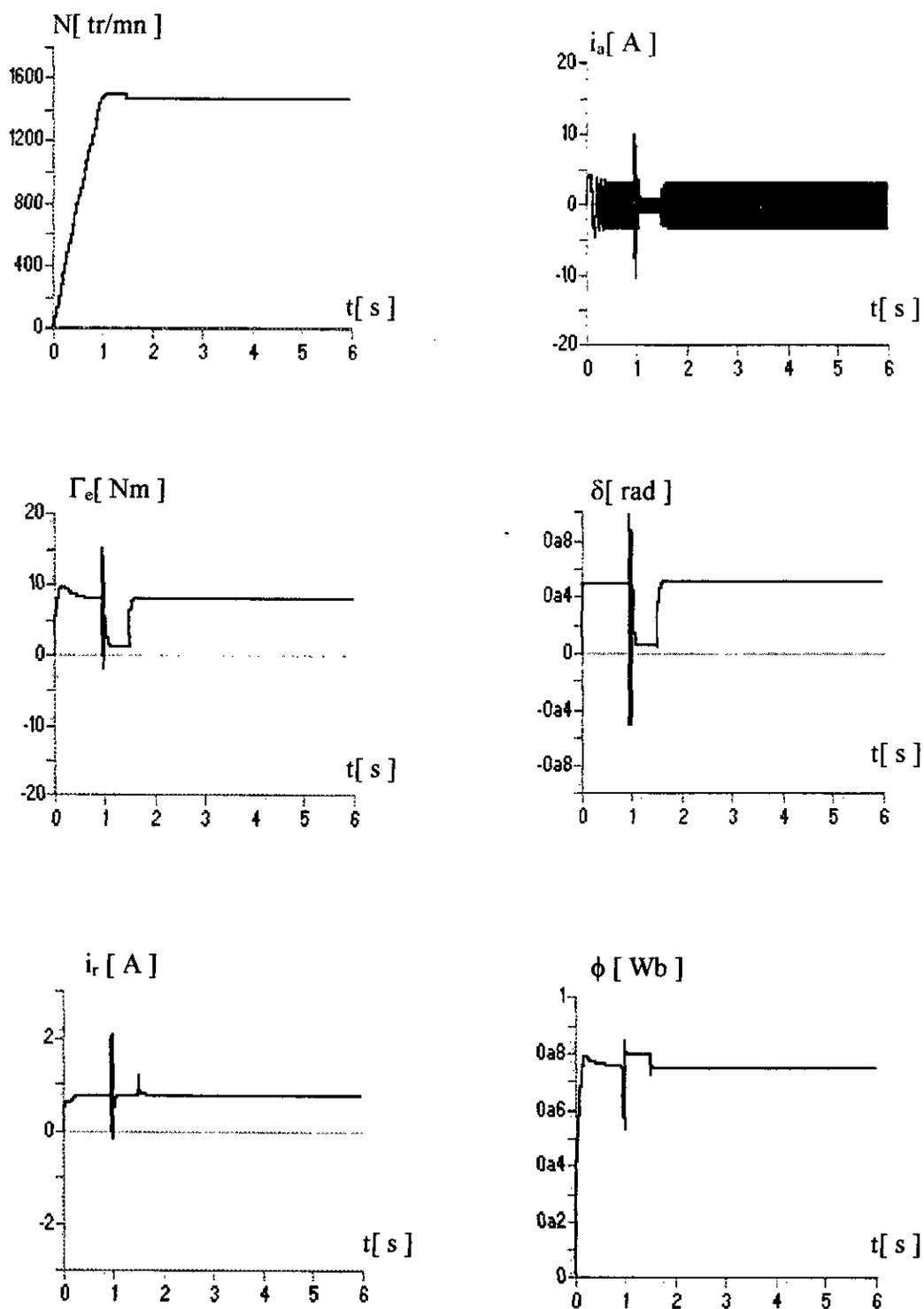
Figure(III.5) : Réponse de la MSA, lors d'une variation brusque de couple résistant (démarrage avec $\Gamma_r = cc.\omega$).



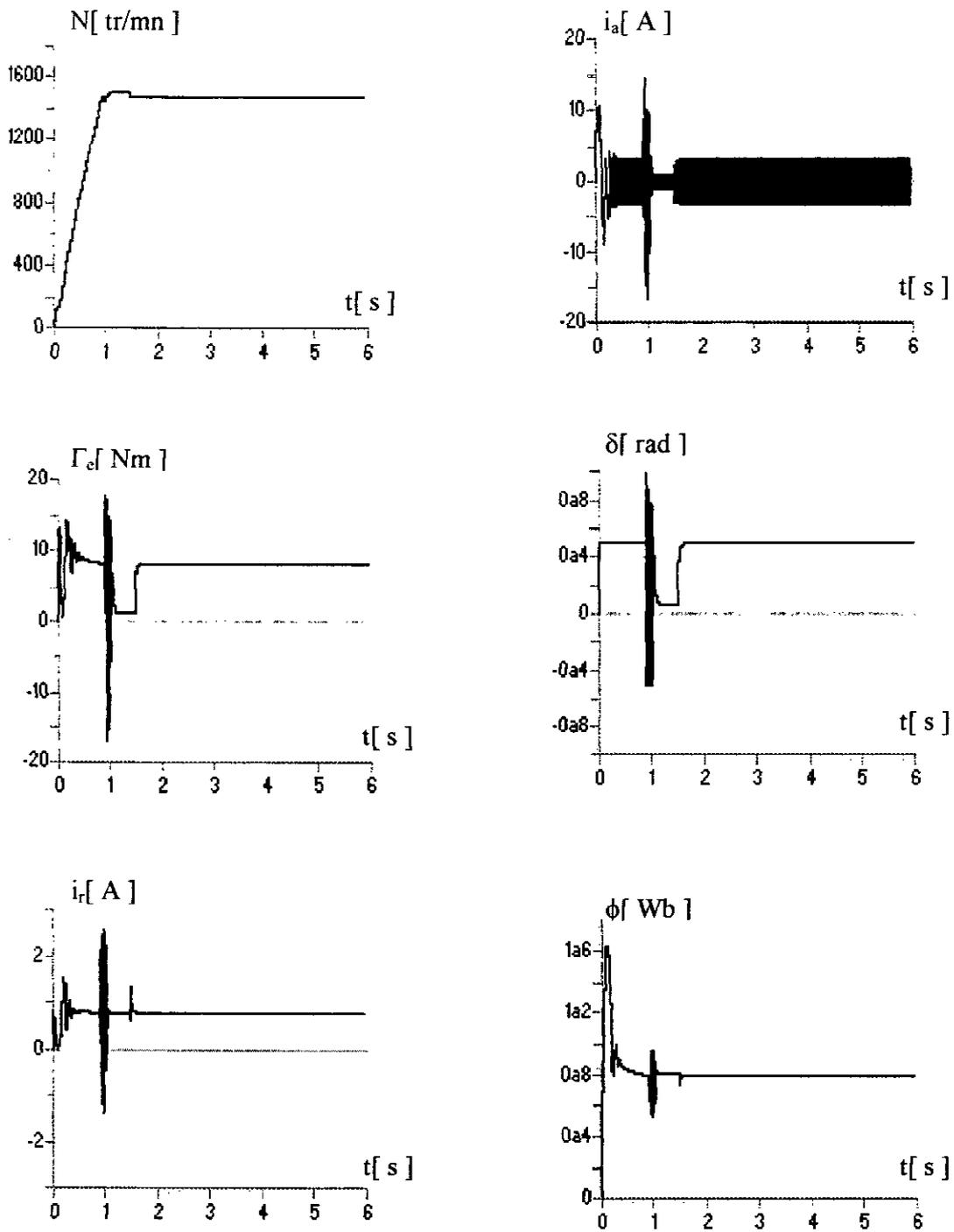
Figure(III.6) : Réponse de la MSA, lors d'une variation brusque de couple résistant, avec test de robustesse vis-à-vis la variation de 50% de R_s



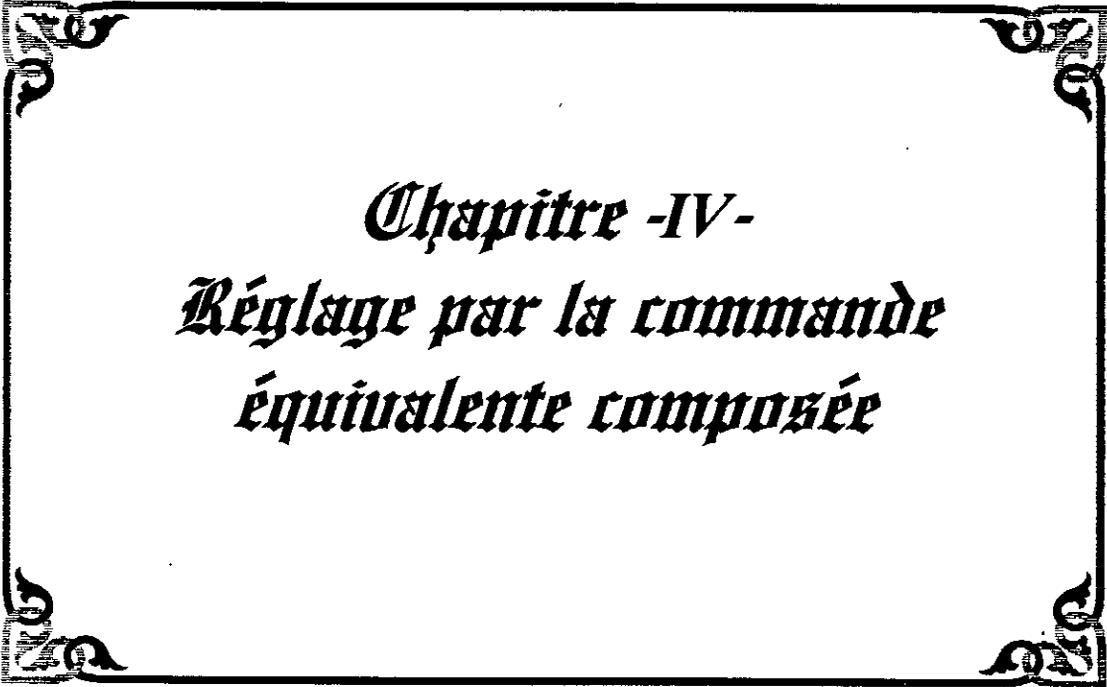
Figure(III.7) : Réponse de la MSA, lors d'une variation brusque de couple résistant, avec un test de robustesse vis-à-vis l'augmentation de J .



Figure(III.8) : Réponse de la MSA, lors d'une variation de couple résistant, en utilisant une fonction (sat)



Figure(III.9) : Réponse de la MSA, lors d'un couple résistant proportionnel à la vitesse avec teste de robustesse, en utilisant une fonction (sat)



*Chapitre -IV-
Réglage par la commande
équivalente composée*

Chapitre IV

Réglage par la commande équivalente composée

IV.1 Etude théorique

IV.1.1 Introduction

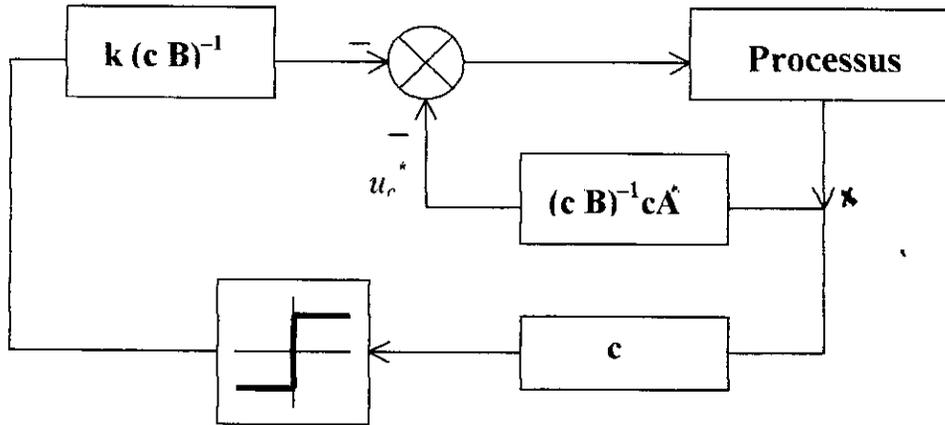
Rappelons d'abord que lorsqu'il y a régime de glissement, la dynamique est indépendante de la loi de commande qui n'a pour seul but que de maintenir les conditions de glissement, c'est-à-dire l'attractivité des surfaces de commutation, c'est pourquoi la surface de glissement a pu être déterminée indépendamment de la commande, sur la base du système et des performances désirées (la réciproque n'est pas vraie) [1].

L'obtention d'un régime de glissement supposait une commande discontinue, la surface de glissement devrait être attractive de deux cotés.

De ce fait si cette composante discontinue est indispensable, elle n'empêche nettement, au contraire qu'une partie lui soit adjointe pour diminuer l'amplitude de discontinuité.

IV.2 Réglage par la commande équivalente composée [1]

Supposons qu'on ait un système linéaire mono-entrée *figure(IV.1)* :



Figure(IV.1) : Structure générale du réglage par la commande équivalente composée

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{IV.1}$$

auquel on associe la surface

$$s = cx \tag{IV.2}$$

La commande équivalente est calculée, on reconnaissant que le comportement dynamique durant le mode de glissement est décrit par

$$\dot{s}(x) = 0 \tag{IV.3}$$

cette condition est nécessaire pour que la trajectoire de la variable d'état, une fois sur la surface de glissement $s(x) = 0$ y reste

Selon l'équation (IV.3), la commande équivalent peut être écrite comme suivante

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}CAx \tag{IV.4}$$

Si on applique une commande constituée d'une partie continue

$$u_c = u_{eq} \quad (IV.5)$$

et d'une partie discontinue

$$u_d = -k (C B)^{-1} \text{sign } s \quad (IV.6)$$

soit

$$u = u_{eq} + u_d = -(C B)^{-1} C A x - k (C B)^{-1} \text{sign } s \quad (IV.7)$$

On peut facilement démontrer que la condition d'attractivité est vérifiée quel que soit k aussi petit que possible.

On a

$$\begin{aligned} \dot{s} &= C \dot{x} = c (A x + b u) = c (A x + b [u_{eq} + u_d]) = \\ &= -k \text{sign } s \\ \mathcal{L} \cdot \dot{s} &= -[k \text{sign } s] [s] = -k |s| < 0 ; \quad \forall k \end{aligned} \quad (IV.8)$$

Si on a affaire à un système variant dont les paramètres sont mal connus, on utilisera pour u_c la commande u_e correspondante au processus normale, la partie discontinue étant utilisée pour maintenir les conditions de glissement en dépit de l'imprécision qu'on a sur les paramètres.

Supposons que le système à régler soit écrit sous la forme compagne de commandabilité et que les coefficients de la dernière ligne de A puissent varier, autour des valeurs nominales a_i^* de telle sorte que

$$|a_i^* - a_i| < \Delta a_i \quad (IV.9)$$

Si

$$c = [c_0, c_1 \dots c_{n-2+1}] \quad (IV.10)$$

La commande u_e est égale à

$$u_e^* = -(CB)^{-1}CA^*x = [a_0, a_1 - c_0 \dots a_{n-1} - c_{n-2}] \quad (IV.11)$$

et pour

$$u = u_e^* - k \operatorname{sign} s \quad (IV.12)$$

Nous avons

$$\begin{aligned} \dot{s} &= C \dot{x} = c(Ax + bu) = \\ &= \sum_{i=1}^n [a_{i-1}^* - a_{i-1}] x_i - k \operatorname{sign} s \end{aligned} \quad (IV.13)$$

ce qui nous permet d'écrire

$$s \dot{s} = \sum_{i=1}^n [a_{i-1}^* - a_{i-1}] x_i s - k |s| \quad (IV.14)$$

La condition d'attractivité est

$$s \dot{s} < 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n |\Delta a_{i-1}| x_i s < k s \quad (IV.15)$$

avec

$$\Delta a_i = a_{i-1}^* - a_{i-1} \Rightarrow k > \sum_{i=1}^n |\Delta a_{i-1}| x_i \quad (IV.16)$$

Pour assurer cette condition on ajoute un terme η positif

Afin d'augmenter la performance de la condition (IV.16)

$$k > \sum_{i=1}^n |\Delta a_{i-1}| x_i + \eta \quad (IV.17)$$

IV.2 Applications

Comme la dynamique du système est indépendante de la loi de commande lorsqu'il y a régime de glissement, on a utilisé les mêmes coefficients de contre-réaction calculés dans le chapitre précédent pour effectuer les simulations présentées dans les figures (IV.2), (IV.3), (IV.4), (IV.5), (IV.6) (IV.7) (IV.8) et (IV.9). Ces figures montrent le comportement dynamique des grandeurs caractéristiques de la machine : la vitesse N , le couple Γ_e , le courant de phase i_a , la grandeur de commande totale δ , la partie discontinue de la grandeur de commande δ_d et le flux ϕ .

Pour mettre en vigueur l'efficacité de la commande, une perturbation (couple de charge $\Gamma_r = 14 \text{ Nm}$) est appliquée sur le système à $t = 2 \text{ s}$; celui-ci rejette la perturbation immédiatement comme le montre la figure(IV.2).

Afin d'étudier l'influence de la grandeur discontinue sur la robustesse de réglage, on a fait une variation de la résistance statorique jusqu'à l'obtention de la limite de robustesse comme il est présenté dans la figure(IV.3).

Une augmentation de l'amplitude de la grandeur discontinue a été effectuée pour compenser l'effet de cette variation, c'est-à-dire augmenter la robustesse de réglage figure(IV.4).

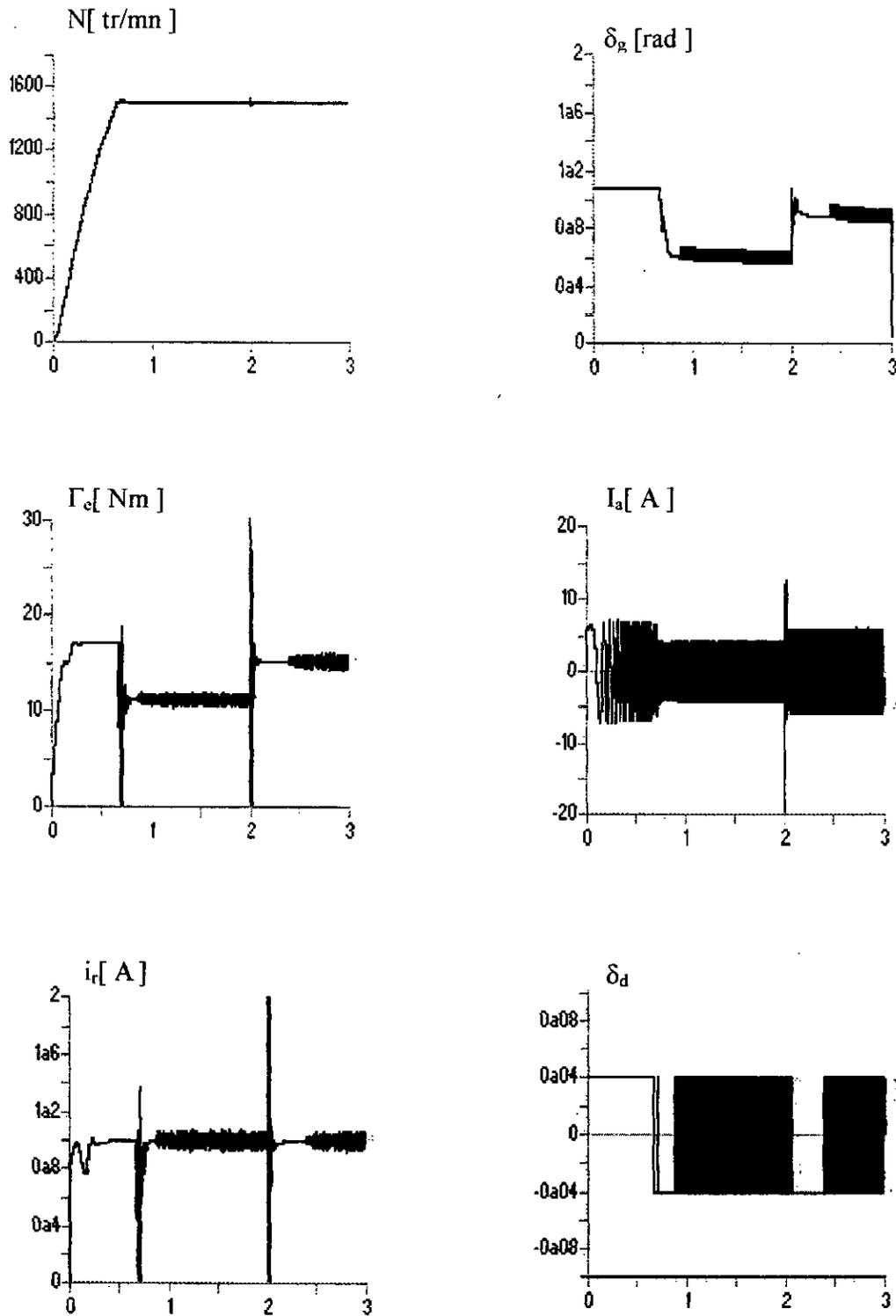
Dans le but d'étudier la robustesse du réglage vis-à-vis des variations de point de fonctionnement, on a effectué une brusque variation de la vitesse de consigne à l'instant $t = 1.5 \text{ s}$ comme il est montré dans la figure (IV.7) et (IV.8). Dans ces figures on remarque que la vitesse suit la référence avec un temps de réponse acceptable.

Conclusion

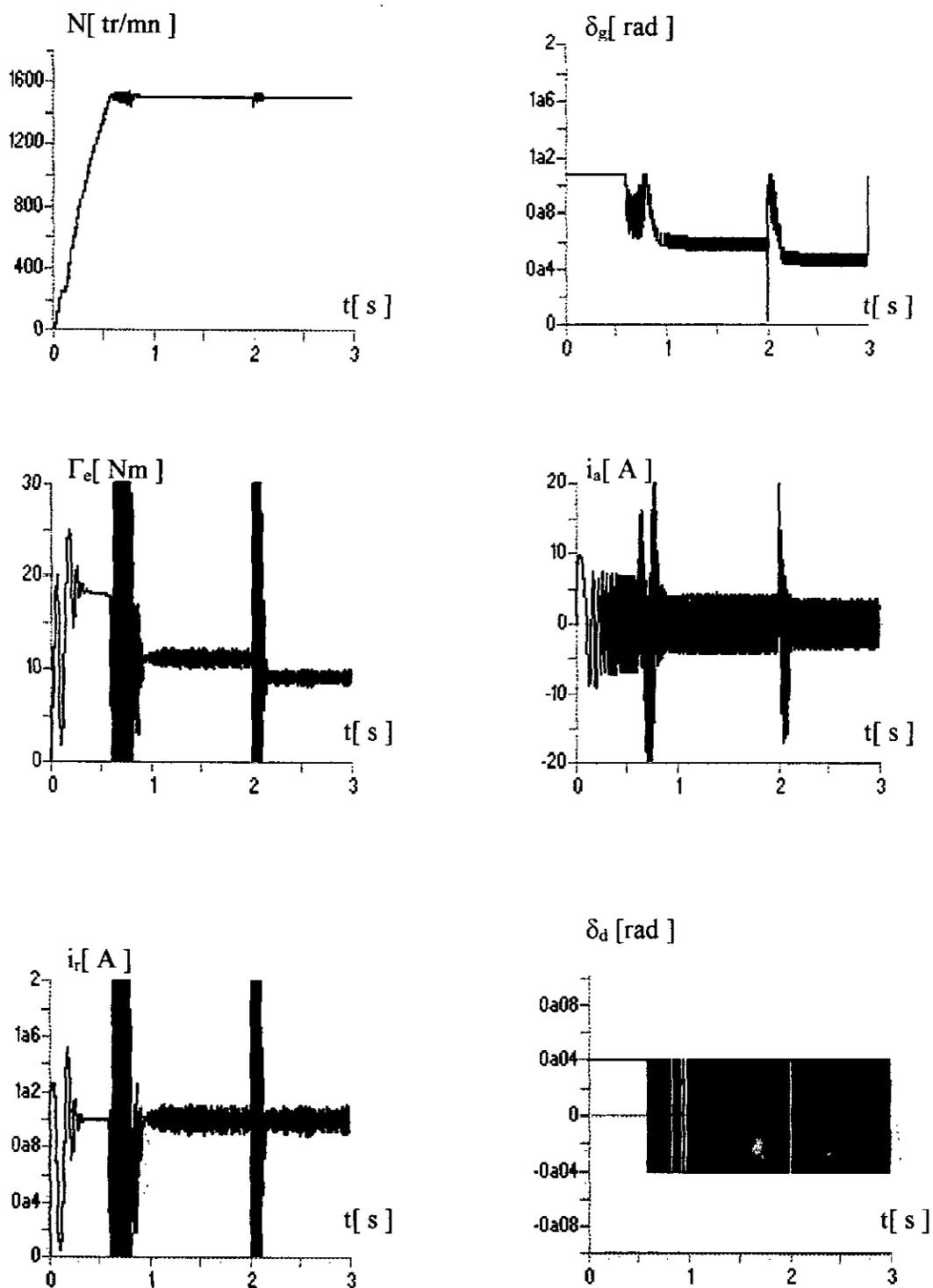
D'après les résultats obtenus, on constate que la robustesse de réglage vis-à-vis des variations paramétriques ou des perturbations externes dépend essentiellement de l'amplitude de la grandeur de commande discontinue.

La robustesse de réglage vis-à-vis des variations de point de fonctionnement est assurée généralement par la partie continue de la grandeur de commande.

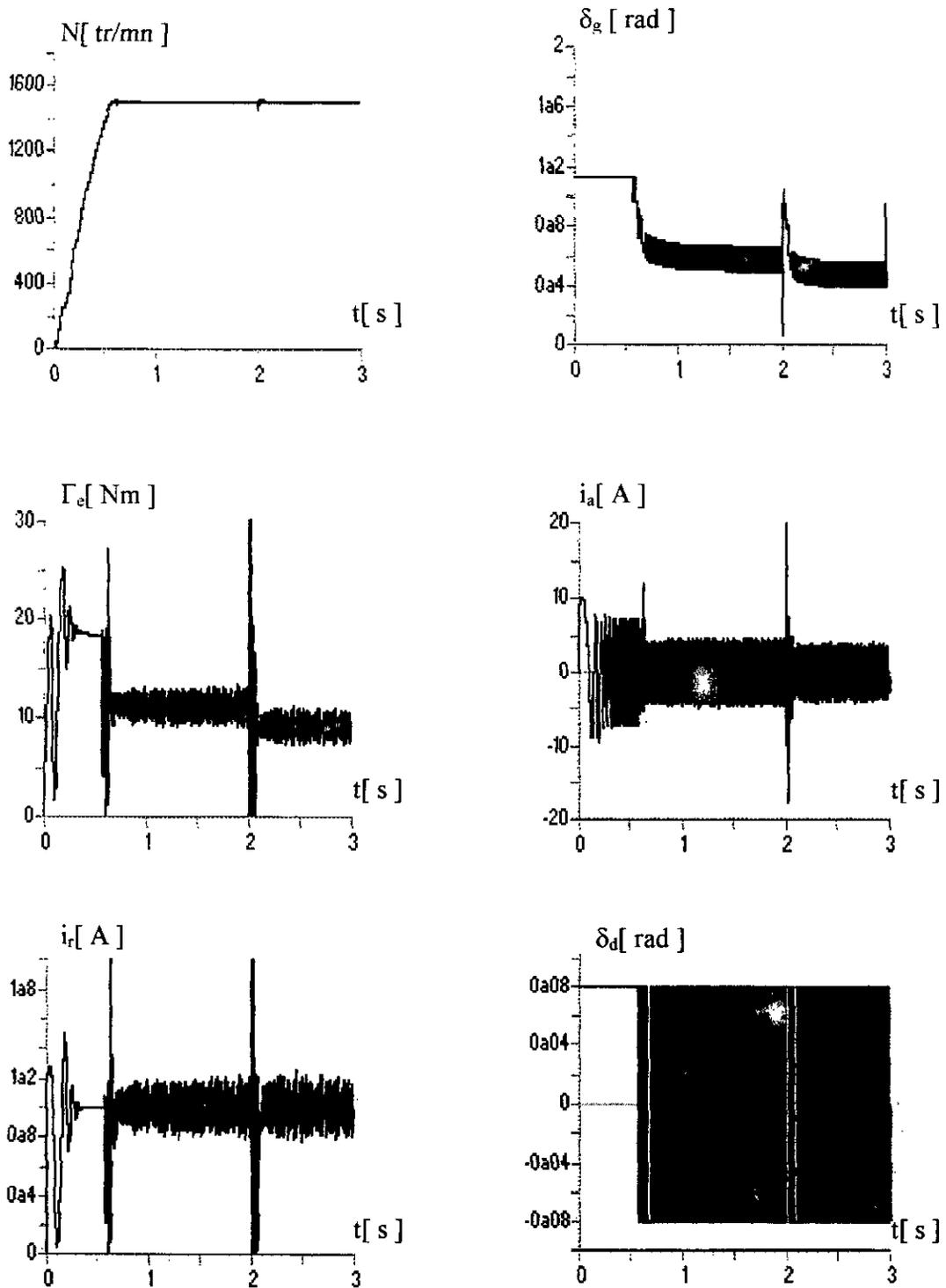
Pour assurer une grande fréquence de commutation des actionneurs il faut limiter la puissance, et par-là on entend la diminution de la partie discontinue de la commande.



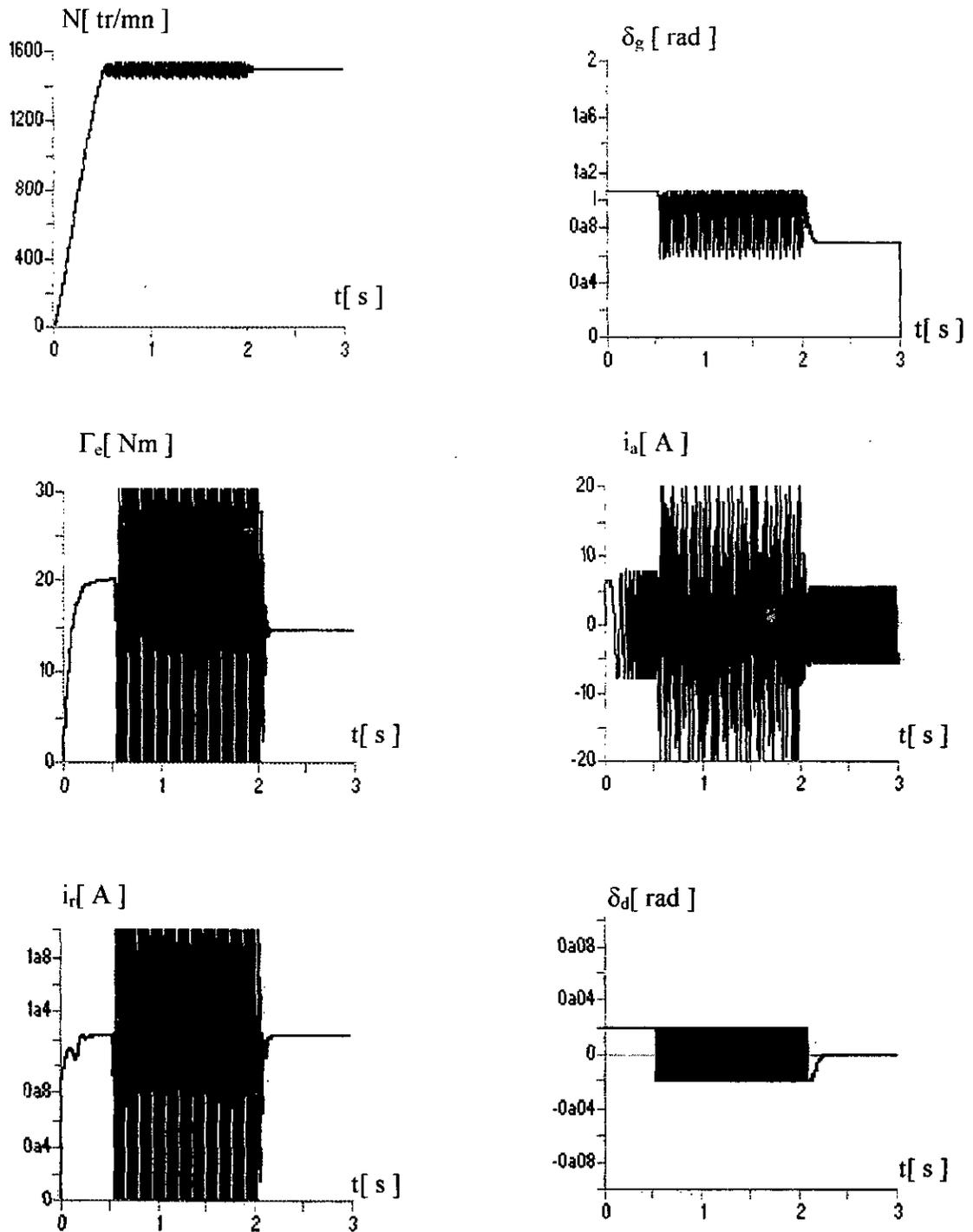
Figure(IV.2) : Réponse de la MSA, lors d'une variation de couple résistant $\Gamma_r=14 \text{ N.m}$ (démarrage avec $\Gamma_r = cc. \omega$)



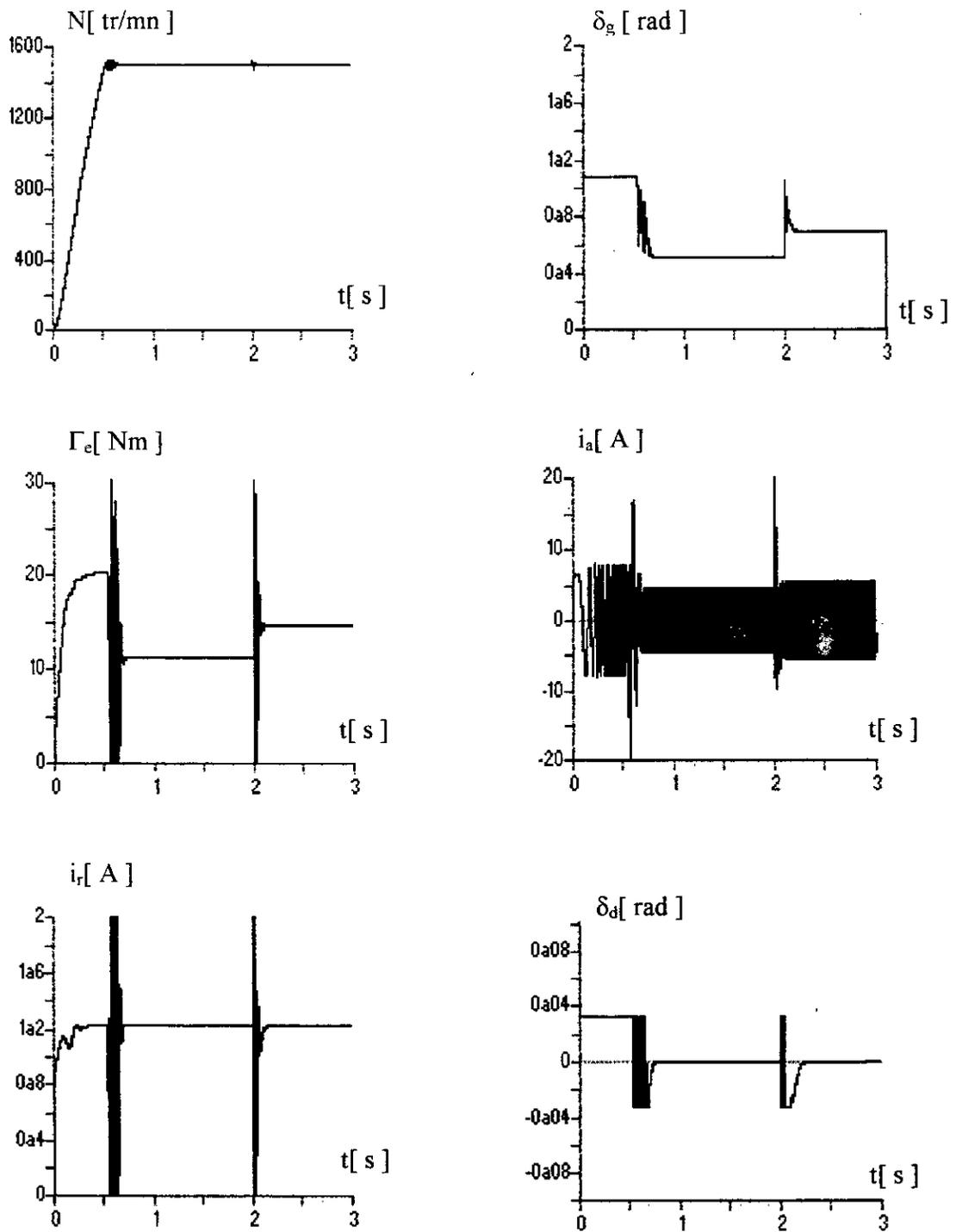
Figure(IV.3) : Réponse de la MSA, lors d'une variation brusque de couple résistant, avec un test de robustesse vis-à-vis une variation de 50% de R_s (limite de robustesse)



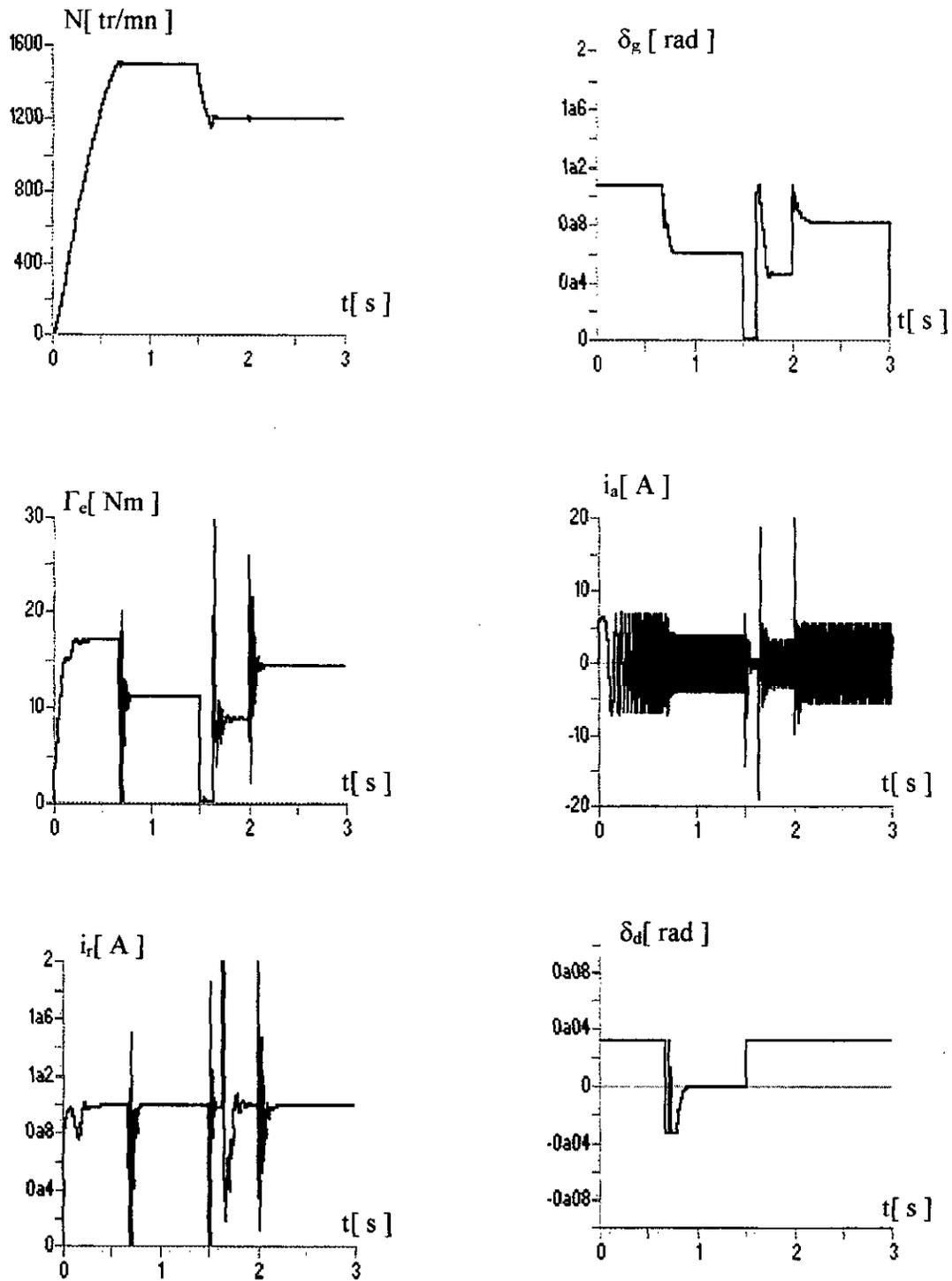
Figure(IV.4) : Amélioration de la robustesse par l'augmentation de la grandeur discontinue, lors d'une variation de 50% de R_s .



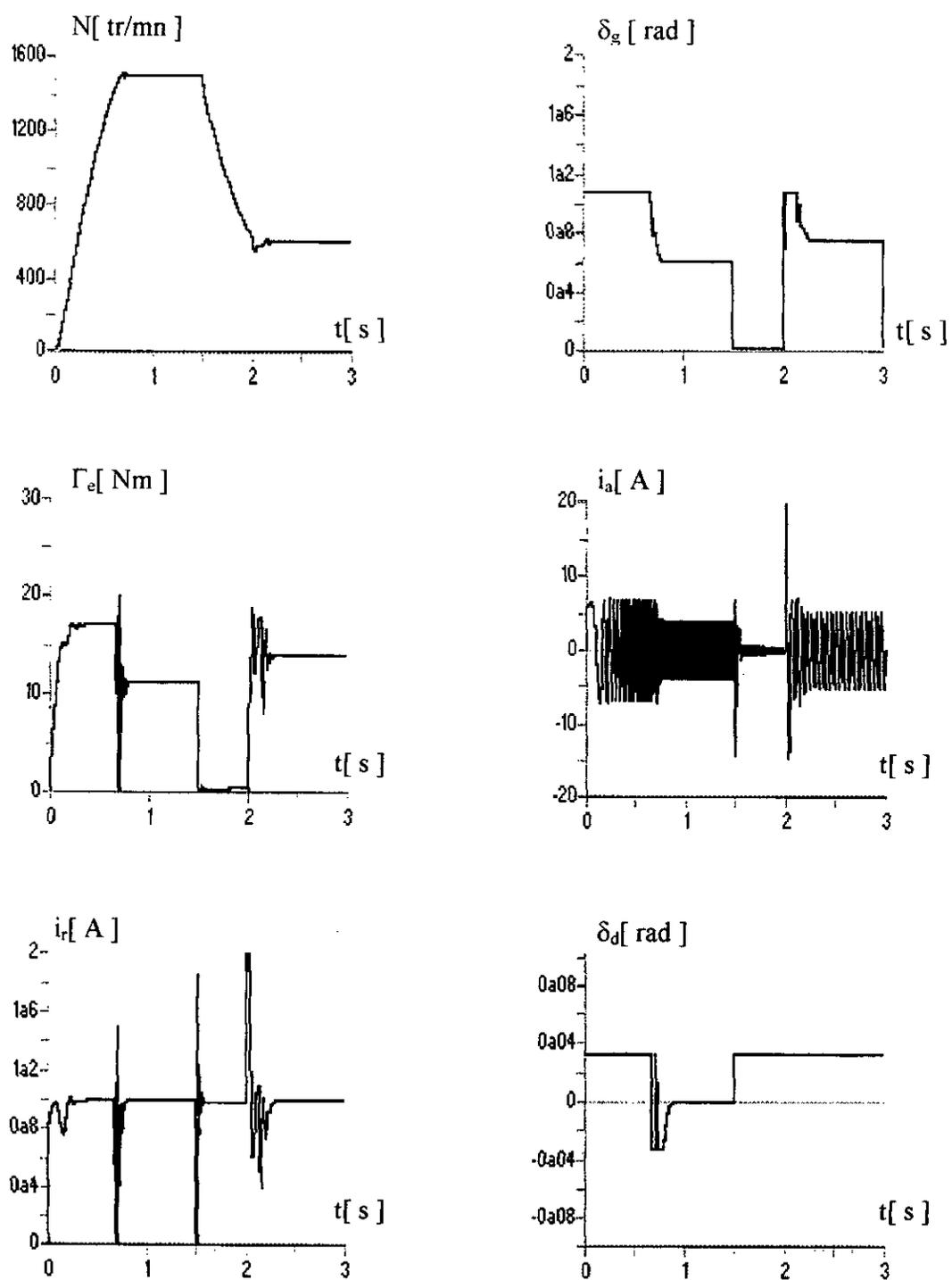
Figure(IV.5) : Réponse de la MSA, lors d'une variation de couple résistant avec test de robustesse vis-à-vis la variation de la résistance rotorique (limite de robustesse)



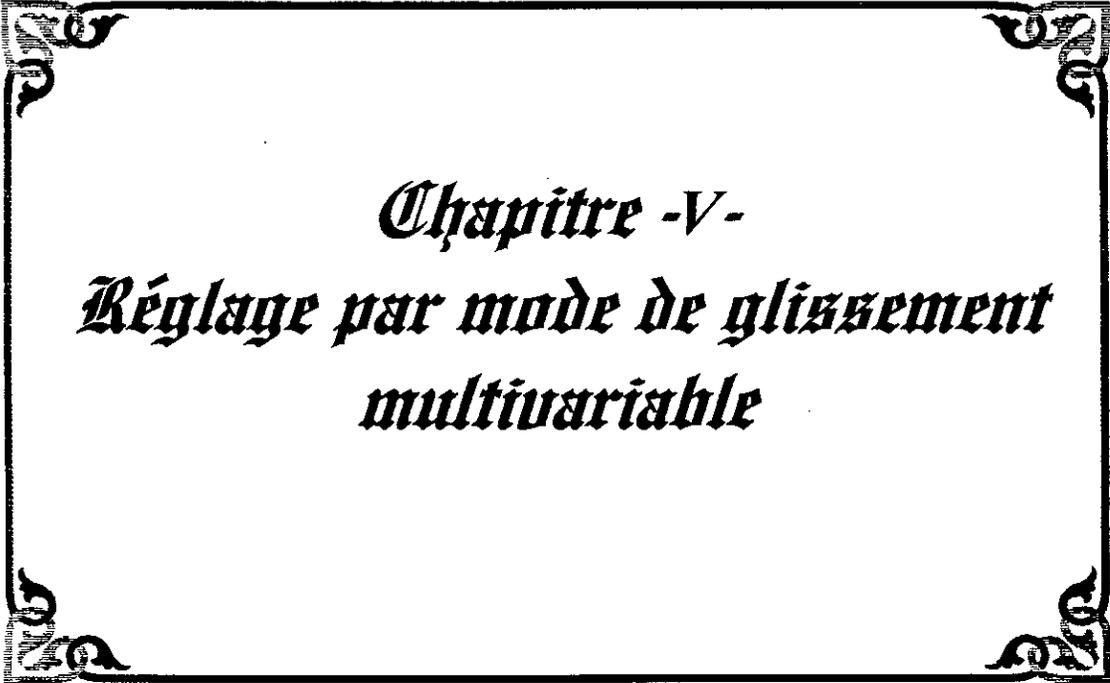
Figure(IV.6) : Amélioration de la robustesse, vis-à-vis une variation de 40% de R_r par l'augmentation de la grandeur discontinue (avec application d'une fonction sat)



Figure(IV.7) : Réponse de la MSA, lors d'une variation de la vitesse de consigne (lors d'application d'une fonction sat)



Figure(IV.8) : Réponse de la MSA lors, d'une grande variation de point de fonctionnement (lors d'application d'une fonction sat)



*Chapitre -V-
Réglage par mode de glissement
multivariable*

CHAPITRE V

Réglage par mode de glissement multivariable

V.1 Etude théorique

Le principe de mode de glissement peut être appliqué aussi pour des systèmes multivariables. Dans ce cas pour chaque grandeur de commande, il y a un organe de commande qui commute cette dernière entre une valeur maximale et une valeur minimale.

L'application de réglage par mode de glissement aux systèmes multivariables consiste que le nombre de sorties de système soit égal au nombre d'entrées [8].

Dans ce chapitre on présentera les relations générales de réglage par mode de glissement des systèmes multivariables. Pour la détermination de la loi de commutation, on utilisera le principe de contre-réaction d'état, par l'établissement des équations d'état du système global, on déterminera le vecteur de commande équivalent, et ce dernier nous donnera les équations en mode de glissement.

V.1.1 Configuration avec loi de commutation par réaction d'état [8]

V.1.1.1 Configuration Sans régulateur intégrateur

Les équations d'état d'un système multivariable à régler sont données par :

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= A x_s + B_s u + B_{sv} v \\ y &= C_s x_s \end{aligned} \tag{V.1}$$

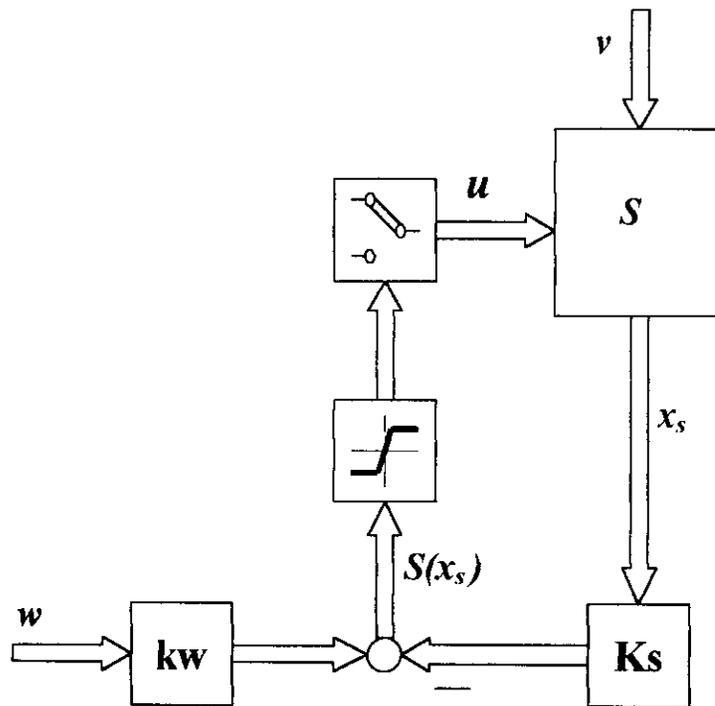
avec :

x_s : est le vecteur d'état de dimension n_s ;

u : le vecteur de commande de dimension m ;

v : vecteur de perturbation de dimension q ;

y : le vecteur de sortie de dimension m (même dimension que u).



Figure(V.1) : Configuration avec loi de commutation par contre-réaction d'état.

La loi de commutation s'exprime par :

$$S(x_s) = -k_s x_s + k_w w \quad (V.2)$$

avec

$S(x)$: vecteur de dimension m (surface de glissement) ;

w : vecteur de consigne possède la même dimension m ;

k_s : la matrice de contre réaction d'état de dimension $n_s \times m$;

k_w : la matrice d'intersection directe de la consigne .

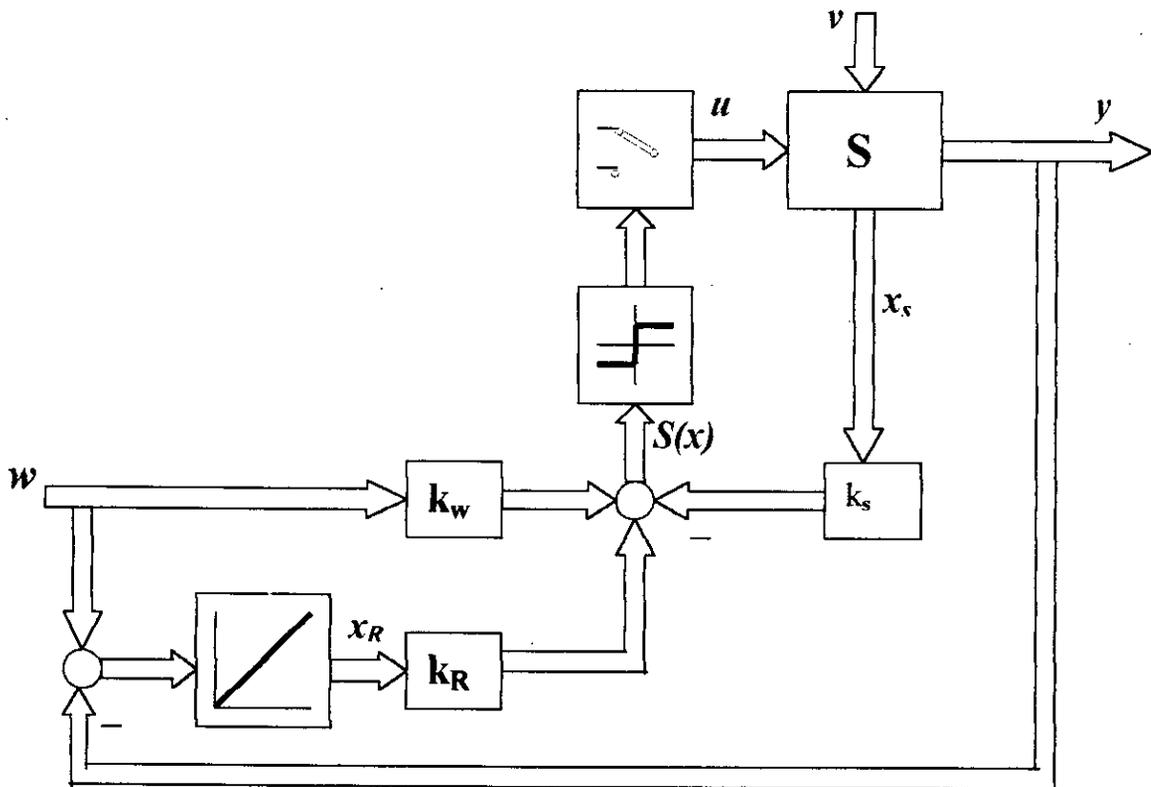
L'élément u_k de vecteur de commutation dépend de l'élément $S_k(x_s)$ de la loi de commutation selon

$$u_k = u_{k \max} \quad \text{pour} \quad S_k(x_s) > 0$$

$$u_k = u_{k \min} \quad \text{pour} \quad S_k(x_s) < 0$$

V.1.1.2 Configuration sans régulateur intégrateur multivariable

Pour annuler l'erreur statique, il est possible de superposer à la loi de commutation un régulateur intégrateur multivariable comme le montre la figure :



Figure(V.2) : Configuration de la loi de commutation par contre-réaction d'état et régulateur intégrateur

Dans ce cas la loi de commutation est donnée par :

$$S(x_s, x_r) = -k_s x_s + k_r x_r + k_w w \quad (V.3)$$

avec x_r vecteur d'état de régulateur intégrateur de dimension m , donné par l'équation différentielle suivante

$$\dot{x}_r = B_R [w - y] \quad (V.4)$$

où B_R est une matrice diagonale (m, m) avec les éléments :

$$b_{Rkk} = \frac{1}{T_{i,k}} ; \quad k = 1 \dots m \quad (V.5)$$

$T_{i,k}$ est la constante de temps d'intégration propre à l'élément k de x_r .

V.1.2.3 Equation d'état de système globale

Pour simplifier le comportement du système global on introduit le vecteur d'état

$$k = \begin{bmatrix} x_s \\ x_r \end{bmatrix} \quad (V.6)$$

qui possède la dimension $m+n$, donc, la loi de commutation devient

$$S(x) = -K x + k_w w \quad (V.7)$$

avec

$$K = [k_s, -k_k] \quad (V.8)$$

Les équations d'état peuvent être réunies en une seule équation

$$\dot{x} = A x + B u + B_v v + B_w w \quad (V.9)$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} A_s & 0 \\ -B_R C_s & 0 \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} B_s \\ 0 \end{bmatrix}; B_v = \begin{bmatrix} B_{sv} \\ 0 \end{bmatrix}; B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ B_R \end{bmatrix} \quad (V.10)$$

le vecteur de sortie est donné par :

$$y = C x \quad (V.11)$$

avec

$$C = [C_s \ 0] \quad (V.12)$$

IV.1.1.4 Vecteur de commande équivalent

Lorsque le système fonctionne en mode de glissement $S(x) = 0$

ce-ci implique

$$\begin{aligned} \dot{S}(x) &= -K \dot{x} + k_w \dot{w} = \\ &= -K [A x + B u + B_v v + B_w w] + k_w \dot{w} \end{aligned} \quad (V.13)$$

De cette dernière équation on peut tirer quand $u = u_{eq}$

$$u_{eq} = -(K B)^{-1} K (A x + B_v v + B_w w) + (K B)^{-1} k_w \dot{w} \quad (V.14)$$

D'après la dernière relation on constate que l'existence du mode de glissement exige que (KB) soit une matrice régulière.

V.1.1.5 Equation d'état en mode de glissement

L'introduction du vecteur de commande $u = u_{eq}$ donné par (V.14) dans l'équation d'état (V.9) nous donne

$$\dot{x} = A^* x + B_v^* v + B_w^* w + B_{\dot{w}}^* \dot{w} \quad (V.15)$$

avec

$$\begin{aligned} A^* &= [I - B(KB)^{-1}K]A \\ B_v^* &= [I - B(KB)^{-1}K]B_v \\ B_w^* &= [I - B(KB)^{-1}K]B_w \\ B_{\dot{w}}^* &= B \cdot (KB)^{-1}K_w \end{aligned} \quad (V.16)$$

V.1.2 Détermination de la matrice de contre réaction [8]

La matrice de contre-réaction A^* a un certain nombre de propriétés, en particulière d'une manière évidente, n valeurs propres nulles (liées aux conditions statiques $K_w w - Kx = 0$) et $n-m$ valeurs propres non nulles, définissant la dynamique de glissement et pour mieux mettre en évidence cette dynamique résultante, supposons que les équations (V.15) soient écrites dans une base où

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_b \end{bmatrix} \cdot u \quad (V.17)$$

où $x_1 \in R^{n-m} \in R^n$, B_b est une matrice $m \times m$ régulière

V.1.2.1 Transformation linéaire de l'équation d'état en mode de glissement

Comme pour le cas de système monovariable, les relations entre les matrices du système original et réel du système transformé sont

$$A_t = T A T^{-1}; B_t = T B; B_{vt} = T B_v; B_{wt} = T B_w \quad (V.18)$$

Pour la matrice de contre réaction d'état K on a la relation

$$K_t = K T^{-1} \quad (V.19)$$

La matrice de transformation T doit être déterminée de façon que

$$B_t = T B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_b \end{bmatrix} \quad (V.20)$$

V.1.2.2 Polynôme caractéristique

Le polynôme caractéristique en mode de glissement est donné par

$$P(s) = \det [sI - A_t^*] = \det \begin{bmatrix} sI - A_{aa} & -A_{ab} \\ K_b^{-1} K_a A_{aa} & sI + K_b^{-1} + K_a A_{ab} \end{bmatrix} \quad (V.21)$$

où

K_b est une matrice (m, m) qui doit être régulière ;

A_{aa} est une matrice ($n-m, n-m$) ;

A_{ab} est une matrice (m, m) ;

Pour mettre en évidence la singularité existante, on va modifier le polynôme caractéristique $P(s)$.

Après quelques modifications appliquées sur l'équation (V.21) on obtient

$$P(s) = s^m \det (s I - A_{aa} + A_{ab} K_b^{-1} K_a) \quad (V.22)$$

Après cette dernière relation on voit l'existence d'un pôle multiple d'ordre m à l'origine

Les $n-m$ pôles résultants peuvent être influencés par la contre réaction d'état, c'est-à-dire par $K_b^{-1} K_a$

V.1.2.3 Système équivalent pour l'imposition des pôles [17]

L'imposition des pôles résultants se fait par le deuxième terme du polynôme caractéristique

$$P_a(s) = \det [s I - A_{aa} + A_{ab} K_b^{-1} K_a] \quad (V.23)$$

Ce polynôme correspond formellement à celui d'un système multivariable. On peut considérer alors, un système équivalent muni d'une contre-réaction d'état qui possède la matrice de système A_{aa} , la matrice d'entrée A_{ab} et la matrice de contre réaction d'état

$$M = K_b^{-1} K_a \quad (V.24)$$

V.1.2.4 Détermination de la matrice de contre-réaction d'état du système équivalent

La détermination de la matrice de contre-réaction d'état M se base sur la forme canonique du réglage où on fait une décomposition en m sous systèmes.

Il faut d'abord établir la matrice de commandabilité

$$Q_c = [A_{ab} \quad A_{aa} A_{ab} \quad \dots \quad A_{aa}^{k-1} A_{ab}] \quad (V.25)$$

On détermine l'indice de commandabilité selon

$$J = \min k : \text{rang } Q_c = n_a \quad (V.26)$$

avec $n_a = n - m$

n_a : présente l'ordre du système équivalent

Pour que le système soit commandable il faut que : $j \leq n_a$

Le choix de l'ordre n_i des sous systèmes se fait comme suivant :

- * n_i doit être un nombre entier plus proche de n_a/m ;
- * Au moins une valeur doit être égale à j (exemple $n_2 = j$) ;
- * On doit respecter la condition : $n_1 + n_2 + \dots + n_m = n_a$

Pour chaque sous système on établira la relation

$$e_P^T Q_{ci} = d_i^T \quad (V.27)$$

avec

$$Q_{ci} = Q_c \text{ (pour } k_i = n_i)$$

$$d_i = [0^T \ 0^T \ \dots \ h_i^T]$$

où

h_i^T est un vecteur de dimension m , d_i est un vecteur de dimension $n_i \cdot m$.

et d'autre part le vecteur h_i^T est donné par

$$h_i^T = [0 \ \dots \ 0 \ h_{i,1} \ h_{i,1+1} \ \dots \ h_{i,m}] \quad (V.28)$$

où $h_{i,i} = 1$, les autres éléments seront fixés ultérieurement.

Pour déterminer le vecteur de ligne e_i^T on doit distinguer trois cas : $n_i = n_a/m$, $n_i > n_a/m$ et $n_i < n_a/m$.

❖ *Premier cas :*

pour $n_i = n_a/m$ la matrice Q_i est une matrice (n, n) régulière,

$$e_i^T = d_i^T Q_{ci}^{-1} \quad (V.29)$$

❖ *Deuxième cas :*

pour $n_i > n_a/m$ la matrice Q_{ci} est une matrice $(n_a, m.n_i)$. on la décompose en :

$$Q_{ci} = [Q_{cn} \quad Q_{ce}] \quad (V.30)$$

où

Q_{cn} est une matrice (n_a, n_a) régulière

De même on décompose le vecteur de ligne d_i^T comme suit :

$$d_i^T = [d_n^t \quad d_e^t] \quad (V.31)$$

où d_n^t est de dimension n_a

Ce sous vecteur doit posséder au moins l'élément $h_{i,i} = 1$ de h_i^T , les autres éléments de h_i^T se trouvent alors dans d_n^t , peuvent être posés égaux à zéro

$$e_i^T = d_n^T Q_{cn}^{-1} \quad (V.32)$$

Les autres éléments de h_i^T se trouvent dans d_e^T , ils ne peuvent pas être choisis librement.

On obtient alors

$$\begin{aligned} e_i^T &= d_n^T Q_{cn}^{-1} \\ d_e^T &= d_n^T Q_{cn}^{-1} Q_{ce} \end{aligned} \tag{V.33}$$

avec d_e^T , sont alors fixés les éléments $h_{i,k}$ que l'on n'a pas pu choisir préalablement.

❖ *Troisième cas :*

En fin pour $n_i < n_a/m$ la matrice Q_{ci} est une matrice $(n_a, m.n_i)$. dans ce cas on la décompose en

$$Q_{ci} = \begin{bmatrix} Q_{cn} \\ Q_{ce} \end{bmatrix} \tag{V.34}$$

où Q_{cn} doit être une matrice $(m.n_i, m.n_i)$

Alors, on obtient

$$e_i^T = [d_i^T Q_{cn}^{-1} \quad 0^T] \tag{V.35}$$

On peut poser les éléments $h_{i,i+1} \dots h_{i,m}$ qui entrent dans d_i^T égaux à 0.

V.1.2.5 Imposition des pôles

Après la détermination des valeurs de lignes e_i^T , on doit imposer à chaque sous-système ses valeurs propres.

Le polynôme caractéristique d'un sous système i est donné par

$$P_i(s) = s^{n_i} + \alpha_{i,n_i-1} s^{n_i-1} + \dots + \alpha_{i,1} s + \alpha_{i,0} \quad (V.36)$$

d'où on peut former le vecteur de ligne

$$g_i^T = e_i^T (\alpha_{i,0} I + \alpha_{i,1} A_{aa} + \dots + \alpha_{i,n_i-1} A_{aa}^{n_i-1} + A_{aa}^{n_i}) \quad (V.37)$$

En fin, la matrice M de contre-réaction s'obtient par

$$M = H_u^{-1} \cdot G \quad (V.38)$$

Tel que

$$H_u = \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \\ \vdots \\ h_m^T \end{bmatrix}; \quad G = \begin{bmatrix} g_1^T \\ g_2^T \\ \vdots \\ g_m^T \end{bmatrix} \quad (V.39)$$

La matrice H_u est toujours régulière (réversible) parce qu'on a posé $h_{ii} = 1$.

La matrice de contre-réaction M nous permet de déterminer la matrice de contre-réaction d'état du système transformé.

De la relation (V.24) on tire

$$K_a = K_b M \quad (IV.40)$$

La matrice K_b peut être choisie librement, à condition qu'elle soit une matrice régulière, (par exemple $K_b = I$). Il peut être judicieux de la choisir déferrement, afin que le produit $K_b B_b$ prenne une forme diagonale.

V.1.3 Domaine de mode de glissement :

Dans cette section nous établirons les différentes relations qui nous permettent de déterminer la limitation du domaine de mode de glissement pour les systèmes variables. Pour cela, on commence par étudier les relations existantes pour les systèmes transformés puis on établira les relations finales pour les conditions aux limites.

Finalement on étudiera l'influence des limites inhérentes au vecteur de commande équivalent, où on déterminera le domaine de mode de glissement pour les systèmes originaux.

V.1.3.1 Limite de domaine de mode de glissement pour les systèmes transformés :

Les limites pour le fonctionnement en mode de glissement sont imposées par la condition

$$u_{min} \leq u_{eq} \leq u_{max}$$

c'est-à-dire

$$u_{k\ min} \leq u_{k\ eq} \leq u_{k\ max} \quad k = 1 \dots m \quad (V.41)$$

A la limite de mode de glissement on peut poser, $u_{min} = u_{lim}$. Lorsqu'on suppose un vecteur de consigne w constant ($\dot{w} = 0$) on obtient de la relation (V.14)

$$K_t [B_t u_{lim} + A_t \hat{x}_t + B_{vt} v + B_{wt} w] = 0 \quad (V.42)$$

Le vecteur d'état \hat{x}_t doit respecter la loi de commutation qui s'exprime pour le système transformé par :

$$s(\hat{x}_t) = -\hat{x}_t + k_w w = 0 \quad (V.43)$$

On introduit la décomposition

$$\hat{x}_t = \begin{bmatrix} \hat{x}_a \\ \hat{x}_b \end{bmatrix} \quad (V.44)$$

où

\hat{x}_a est un vecteur de dimension $n-m$

\hat{x}_b est un vecteur de dimension m

On remplace (V.44) dans (V.43) et sachant que

$$K^T = [K_a \quad K_b] \quad (V.45)$$

On obtient

$$-K_a \hat{x}_a - K_b \hat{x}_b + K_w w = 0 \quad (V.46)$$

Et puisque la matrice K_b est régulière, on tire

$$\hat{x}_b = -K_b^{-1} K_a \hat{x}_a + K_b^{-1} K_w w \quad (V.47)$$

Ainsi, le vecteur d'état s'exprime par

$$\hat{x}_t = \begin{bmatrix} I_{n-m} \\ -K_b^{-1} K_a \end{bmatrix} \cdot \hat{x}_a + \begin{bmatrix} 0 \\ K_b^{-1} K_w \end{bmatrix} \cdot w \quad (V.48)$$

I_{n-m} est une matrice unité ($n-m, n-m$)

0 est une matrice zéro ($n-m, n-m$)

On introduit le vecteur d'état \hat{x}_t , exprimé par (V.48) dans la relation (V.42) on obtient

$$K_t \left\{ B_t u_{lim} + A_t \begin{bmatrix} I_{n-m} \\ -K_b^{-1} K_a \end{bmatrix} \cdot \hat{x}_a + B_v v + (B_{wt} + A_t \begin{bmatrix} 0 \\ K_b^{-1} K_w \end{bmatrix}) \cdot w \right\} = 0 \quad (V.49)$$

Cette dernière équation nous permet d'écrire

$$F \cdot \hat{x}_a + g = 0 \quad (V.50)$$

avec

$$F = K_t A_t \begin{bmatrix} I_{n-m} \\ -K_b^{-1} K_a \end{bmatrix} \quad (V.51)$$

qui est une matrice $(m, n-m)$

$$g = K_t B_t u_{lim} + K_t B_v v + K_t \cdot (B_{wt} + A_t \begin{bmatrix} 0 \\ K_b^{-1} K_w \end{bmatrix}) \cdot w \quad (V.52)$$

qui est un vecteur de dimension m

Lorsqu'on tient compte de la décomposition introduite au paragraphe V.2.1 pour les matrices K_t, A_t et B_t on obtient

$$F = K_a A_a + K_b A_{ab} - (K_a A_{ab} + K_b A_{bb}) K_b^{-1} K_a \quad (V.53)$$

$$g = K_b B u_{lim} + K_t B_{vt} v + [K_t B_{wt} + (K_a A_{ab} + K_b A_{bb}) K_b^{-1} K_w] w \quad (V.54)$$

On peut exprimer le vecteur par

$$g = D u_{lim} + m \quad (V.55)$$

avec

$$D = K_b B_b \quad (V.56)$$

et

$$m = K_t B_{vt} v + [K_t B_{vt} + (K_a A_{ab} + K_b A_{bb}) K_b^{-1} K_w] w \quad (V.57)$$

V.1.3.2 Interprétation des conditions aux limites

la relation (V.55) décrit m hyperplans d'ordre $n-m-1$
on peut décomposer F et g en m vecteurs

$$F = \begin{bmatrix} f_1^T \\ f_2^T \\ \vdots \\ f_m^T \end{bmatrix}; \quad g = \begin{bmatrix} d_1^T \\ d_2^T \\ \vdots \\ d_m^T \end{bmatrix} u_{lim} + \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_m \end{bmatrix} \quad (V.58)$$

Ainsi, on tire de (V.55)

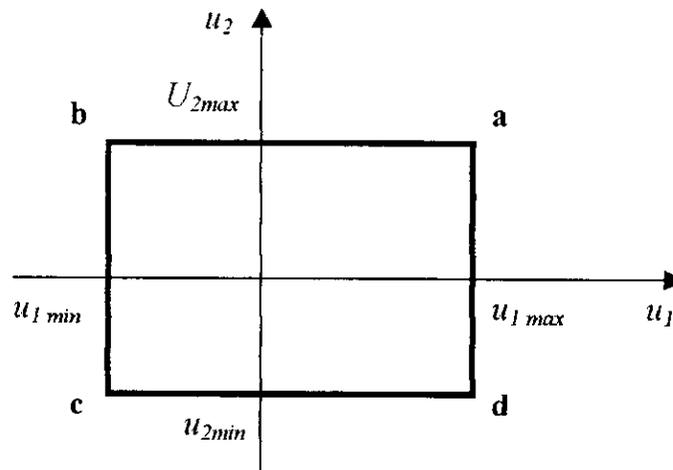
$$f_i^T \hat{x}_a + d_i^T u_{lim} + m_i = 0 \quad i = 1 \dots m \quad (V.59)$$

Les hyperplans sont déterminés par les vecteurs f_i ;

Leurs positions sont déterminées par $(d_i^T u_{lim} + m_i)$.

V.1.3.3 Influence des limites inhérentes au vecteur de commande équivalent

Les limites pour les composantes du vecteur de commande équivalent données par (V.41) forment un produit de dimension m dans l'espace de commande, par exemple pour $m=2$ on obtient le rectangle montré sur la figure (V.3)



Figure(V.3) : Délimitation de l'espace de commande pour $m = 2$

Si la matrice $D = K_b B_b$ est une matrice diagonale la relation précédente devient

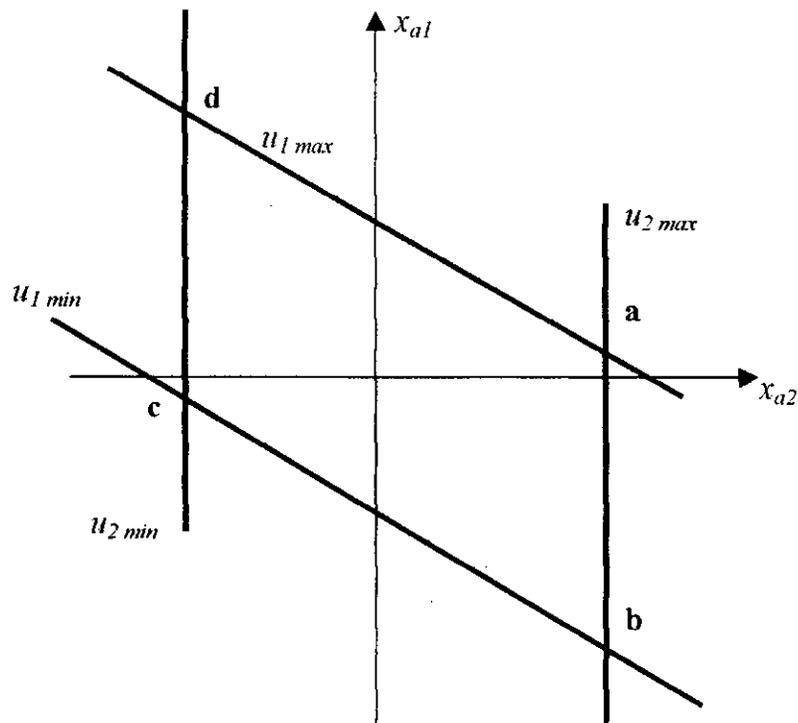
$$f_i^T \hat{x}_a + d_{ii}^T u_{i \text{ lim}} + m_i = 0 \quad (V.60)$$

En remplaçant u_{lim} respectivement par $u_{i \text{ max}}$ et $u_{i \text{ min}}$ on obtient deux hyperplans parallèles bien définis

Tous les hyperplans pour $i = 1 \dots m$ délimitent un domaine à l'intérieur duquel le mode de glissement existe.

Prenons par exemple un système d'ordre $n = 4$ avec deux grandeurs de commande $m=2$, dans ce cas les hyperplans de détermination se réduisent à l'ordre $n-m-1 = 1$ c'est-à-dire des droites.

Les coins a, b, c et d du rectangle se retrouve aux intersections des droites dans le plan (x_{a2}, x_{a1}) , voir figure (V.4).



Figure(V.4) : Domaine de mode de glissement pour $n = 4$ et $m = 2$

Dans le cas où m_i est constant, c'est-à-dire des vecteurs de perturbation v et de consigne constants, le domaine du mode de glissement est donc bien défini et constant.

Par contre si la matrice D n'est pas diagonale, on voit de la relation (V.41) que les hyperplans de délimitation dépendent non seulement de $u_i \lim$, mais aussi des autres grandeurs de commande $u_k \text{ eq}$, avec $k \neq i$. puisque le long d'un bord du polyèdre $u_k \text{ eq}$ varie entre $u_k \max$ et $u_k \min$ l'hyperplan se déplace parallèlement d'une manière qui n'est pas déterminée après.

Dans ce cas le domaine de mode de glissement n'est bien défini.

V.1.4 Etude de la robustesse

Dans cette section, on déterminera les conditions de robustesse absolue, on utilisera le système transformé.

V.1.4.1 Conditions pour la robustesse

Selon la relation le polynôme caractéristique est donné par

$$P(s) = s^m \det [s I - A_{aa} + A_{ab} \cdot K_b^{-1} \cdot K_a] \quad (V.61)$$

Il est clair que les conditions du système ne dépendent que des éléments des sous matrices A_{aa} A_{ab} .

Afin de déterminer les conditions générales pour la robustesse, on fait appel à l'équation d'état (V.9)

$$\dot{x} = Ax + Bu + B_v v + B_w w \quad (V.62)$$

En, particulier pour les paramètres nominaux, l'équation d'état peut s'exprimer par :

$$\dot{x}_0 = A_0 x_0 + B_0 u_0 + B_{v0} v_0 + B_{w0} w_0 \quad (V.63)$$

On cherche maintenant les conditions qui doivent être respectées afin que l'on obtient le même comportement dynamique malgré des variations particulières. Dans ce but, on exige $x = x_0$ et $\dot{x} = \dot{x}_0$.

Lorsqu'on soustrait la relation (V.62) de (V.63) on obtient

$$0 = (A_0 - A) x_0 + B_0 u_0 - B u + B_{v0} v_0 - B_v v \quad (V.64)$$

La simplification de cette relation donne

$$(I - BB^*) [(A_0 - A) x_0 + B_0 u_0 + B_{v0} v_0 - B_v v] = 0 \quad (V.65)$$

avec

$$B^* = (B^T B)^{-1} B^T \quad (V.66)$$

Pour que l'équation (V.65) soit vérifiée il faut que

$$(I - BB^*) (A_0 - A) = 0 \quad (V.67)$$

$$(I - BB^*) B_0 = 0 \quad (V.68)$$

$$(I - BB^*) (B_{v_0} v_0 - B_v v) = 0 \quad (V.69)$$

Les conditions (V.67) et (V.68) sont nécessaires pour garantir la robustesse absolue vis-à-vis des variations des paramètres.

La condition (V.69) est nécessaire pour garantir la robustesse par rapport au vecteur de perturbation v

Si l'on suppose $v = v_0$, on obtient la nouvelle condition

$$(I - BB^*) (B_{v_0} - B_v) = 0 \quad (V.70)$$

Et dans ce cas on exprime la robustesse vis-à-vis de variation des paramètres liés à la matrice B_v .

IV.2 Application

L'application du réglage par mode de glissement multivariable avec loi de commutation par contre-réaction d'état, nécessite une linéarisation des équations de notre système, autour d'un point de fonctionnement, pour cela nous appliquons la même méthode de linéarisation appliquée sur le système monovariable.

On pose

$$X = X_0 + \Delta X \quad (V.71)$$

$$X = \begin{bmatrix} Id \\ Iq \\ \omega \\ x_{r1} \\ x_{r2} \end{bmatrix}; \quad X_0 = \begin{bmatrix} Id_0 \\ Iq_0 \\ \omega_0 \\ x_{r01} \\ x_{r02} \end{bmatrix}; \quad \Delta X = \begin{bmatrix} \Delta Id \\ \Delta Iq \\ \Delta \omega \\ \Delta x_{r1} \\ \Delta x_{r2} \end{bmatrix} \quad (V.72)$$

et

$$\begin{aligned} \dot{X}_{r1} &= \frac{1}{T_1}(I_{ref} - I_r) \\ \dot{X}_{r2} &= \frac{1}{T_2}(\omega_{ref} - \omega) \end{aligned} \quad (V.73)$$

L'introduction de la relation (V.1) dans les équations du système global nous donne la représentation d'état sous la forme linéaire suivante

$$\Delta \dot{X} = A \Delta X + B \Delta U \quad (V.74)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & \omega_0 & -\frac{\omega_0 M_{sr}}{L_s} & I_{q0} - \frac{M_{sr}}{L_s} + \frac{\sqrt{3}}{L_s} K \cos \delta_0 & 0 & 0 \\ -\frac{\omega_0}{\sigma} & -\frac{R_s}{\sigma L_s} & -\frac{R_r M_{sr}}{\sigma L_s L_r} & -\frac{I_{d0}}{\sigma} + \frac{\sqrt{3}}{\sigma L_s} K \sin \delta_0 & 0 & 0 \\ -\frac{\omega_0 M_{sr}}{\sigma L_r} & -\frac{R_s M_{sr}}{\sigma L_s L_r} & -\frac{R_r}{\sigma L_r} & -\frac{I_{d0}}{\sigma L_r} + \frac{\sqrt{3} M_{sr}}{\sigma L_s L_r} K \sin \delta_0 & 0 & 0 \\ -\frac{p^2}{J} M_{sr} I_{r0} & 0 & \frac{p^2}{J} M_{sr} I_{d0} & -\frac{f}{J} - cc & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_l} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (V.75)$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{L_s} (V_0 + K \omega) \sin \delta & 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{\sigma L_s} (V_0 + K \omega) \cos \delta & \frac{M_{sr}}{\sigma L_s L_r} \\ \frac{\sqrt{3} M_{sr}}{\sigma L_s L_r} (V_0 + K \omega) \cos \delta & \frac{1}{\sigma L_r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \Delta U = \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta V_r \end{bmatrix} \quad (V.76)$$

IV.2.1 Dimensionnement de réglage par mode de glissement :

Le dimensionnement de réglage par mode de glissement revient principalement à déterminer les coefficients de contre réaction d'état qui forment la loi de commutation $S(X)$ donnée par (V.7)

Le calcul de la matrice de contre réaction se fait de la manière suivante :

La matrice A est donnée par (V.75)

$$A = 10^3 \times \begin{bmatrix} -0.0300 & 0.3142 & -2.7489 & -0.0002 & 0.0000 & 0.0000 \\ -5.4454 & -0.5200 & -1.8667 & -0.0019 & 0.0000 & 0.0000 \\ -0.5864 & -0.0560 & -0.2133 & -0.0002 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.1400 & 0.00000 & 0.5628 & -0.0002 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.00000 & -1.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & -1.0000 & 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \quad (V.77)$$

La matrice B est donnée par (V.76)

$$B = 10^4 \times \begin{bmatrix} -0.1351 & 0.0000 \\ -3.4001 & 0.0012 \\ 0.3662 & 0.0001 \\ 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 \end{bmatrix} \quad (V.78)$$

On détermine la matrice de transformation qui vérifie :

$$T \cdot B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{bmatrix} ; \text{ et } b_1 b_4 \neq b_3 b_2 \quad (V.79)$$

On peut choisir T tel que

$$T = \begin{bmatrix} 48.8975 & 1.0000 & -8.7500 & 2.0000 & 4.0000 & 2.5000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 3.8000 & 4.0000 & 3.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 4.0000 & 1.0000 & 2.0000 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 3.0000 & 1.0000 & 5.0000 \\ 3.0000 & 5.0000 & 1.0000 & 4.0000 & 6.0000 & 0.0000 \\ 4.0000 & 1.0000 & 3.0000 & 1.5000 & 4.5000 & 2.5000 \end{bmatrix} \quad (V.80)$$

On calcule la matrice transformée A^* :

$$A^* = T A T^{-1} = 10^3 \times \begin{bmatrix} 0.3955 & -5.8361 & 6.2967 & -2.2508 & -1.6014 & 6.0721 \\ -0.0072 & 0.1170 & -0.2171 & 0.0651 & 0.0194 & -0.0896 \\ 0.0025 & -0.0402 & -0.0275 & 0.0075 & -0.0110 & 0.0526 \\ 0.0011 & 0.0072 & -0.1756 & 0.0514 & -0.0058 & 0.0280 \\ 0.0015 & 0.8106 & -0.7453 & 0.1872 & 0.1159 & -0.7524 \\ -0.0350 & 0.7549 & -0.8568 & 0.2716 & 0.1641 & -0.7287 \end{bmatrix} \quad (V.81)$$

On décompose la matrice A^* en sous matrices

$$A^* = \begin{bmatrix} A_{aa} & A_{ab} \\ A_{ba} & A_{bb} \end{bmatrix} \quad (V.82)$$

Ce qui nous donne

$$A_{aa} = 10^4 \times \begin{bmatrix} 0.3955 & -5.8361 & 6.2967 & -2.2508 \\ -0.0072 & 0.1170 & -0.2171 & 0.0651 \\ 0.0025 & -0.0402 & -0.0275 & 0.0075 \\ 0.0011 & 0.0072 & -0.1756 & 0.0514 \end{bmatrix} \quad (V.83)$$

$$A_{ab} = 10^4 \times \begin{bmatrix} -1.6014 & 6.0721 \\ 0.0194 & -0.0896 \\ -0.0110 & 0.0526 \\ -0.0058 & 0.0280 \end{bmatrix} \quad (V.84)$$

La matrice de commandabilité est déterminée par

$$Q_c = [A_{ab} \ A_{aa} A_{ab}] = 10^8 \times \begin{bmatrix} -0.0002 & 0.0006 & -0.8027 & 3.1929 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0159 & -0.0640 \\ 0.0000 & 0.0000 & -0.0045 & 0.0174 \\ 0.0000 & 0.0000 & 0.0001 & -0.0019 \end{bmatrix} \quad (V.85)$$

Pour les deux sous systèmes on a la relation

$$e_1^T = j_1^T Q_{c1}^{-1}, \quad e_2^T = j_2^T Q_{c2}^{-1} \quad (V.86)$$

avec $Q_{c1} = Q_{c2} = Q_c$

Les vecteurs de ligne d_1^T et d_2^T sont donnés par

$$d_1^T = [0 \ 0 \ h_1] \quad \text{avec } h_1 = [1 \ 0] \quad (V.87)$$

$$d_2^T = [0 \ 0 \ h_1] \quad \text{avec } h_2 = [0 \ 1]$$

Ce qui nous permet de déterminer e_1^T et e_2^T

$$e_1^T = 10^{-4} \times [0.0002 \ 0.1475 \ 0.4565 \ -0.4300] \quad (V.88)$$

$$e_2^T = 10^{-4} \times [0.0000 \ 0.0322 \ 0.1045 \ -0.1028]$$

Après cette détermination des vecteurs e_i^T , on doit imposer à chacun des sous systèmes ses valeurs propres, d'où on trouve le polynôme caractéristique pour les deux sous système

$$P_1(s) = s[s^2 + \alpha_{1,1}s + \alpha_{1,0}] \quad (V.89)$$

$$P_2(s) = s[s^2 + \alpha_{2,1}s + \alpha_{2,0}]$$

On remarque que, chaque sous système possède un pôle nul ; Ces deux dernières relations nous permettent de former les vecteurs de ligne

$$g_i = [\alpha_{i,0} I + \alpha_{i,1} A_{aa} + A_{aa}^2] \quad i = 1, 2 \quad (V.90)$$

Les quatre pôles imposés sont égaux à

$$\begin{cases} P_{11} = -\rho_1 + j\rho_2 \\ P_{12} = -\rho_1 - j\rho_2 \end{cases} ; \quad \begin{cases} P_{21} = -\rho_2 + j\rho_2 \\ P_{22} = -\rho_2 - j\rho_2 \end{cases} \quad (V.91)$$

pour $\rho = 75$ et $\rho = 225$ on a

$$G = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.2054 & -2.1870 & 5.0466 & -0.7824 \\ -0.0058 & -1.6895 & 5.8474 & -2.2446 \end{bmatrix} \quad (V.92)$$

D'autre part nous avons

$$H_u = \begin{bmatrix} h_1^T \\ h_2^T \end{bmatrix} = [1] \quad (V.92)$$

$$M = H_u^{-1} G = \begin{bmatrix} -0.2054 & -2.1870 & 5.0466 & -0.7824 \\ -0.0058 & -1.6895 & 5.8474 & -2.2446 \end{bmatrix} \quad (V.93)$$

Mais, nous savons que

$$K_a = K_b^{-1} M \quad (V.94)$$

Le vecteur K_b , peut être choisi librement, pour $K_b = [I]$ on aura $K_a = M$.

Alors, on peut déduire de la relation ($K = [K_a \ K_b]^T$); les coefficients de contre-réaction :

$$K = \begin{bmatrix} 13.0446 & 4.7946 & 2.7974 & 13.1179 & 0.6945 & -0.8932 \\ 4.2839 & 0.9942 & 3.0508 & 11.7240 & 1.3216 & -2.1113 \end{bmatrix} \quad (V.95)$$

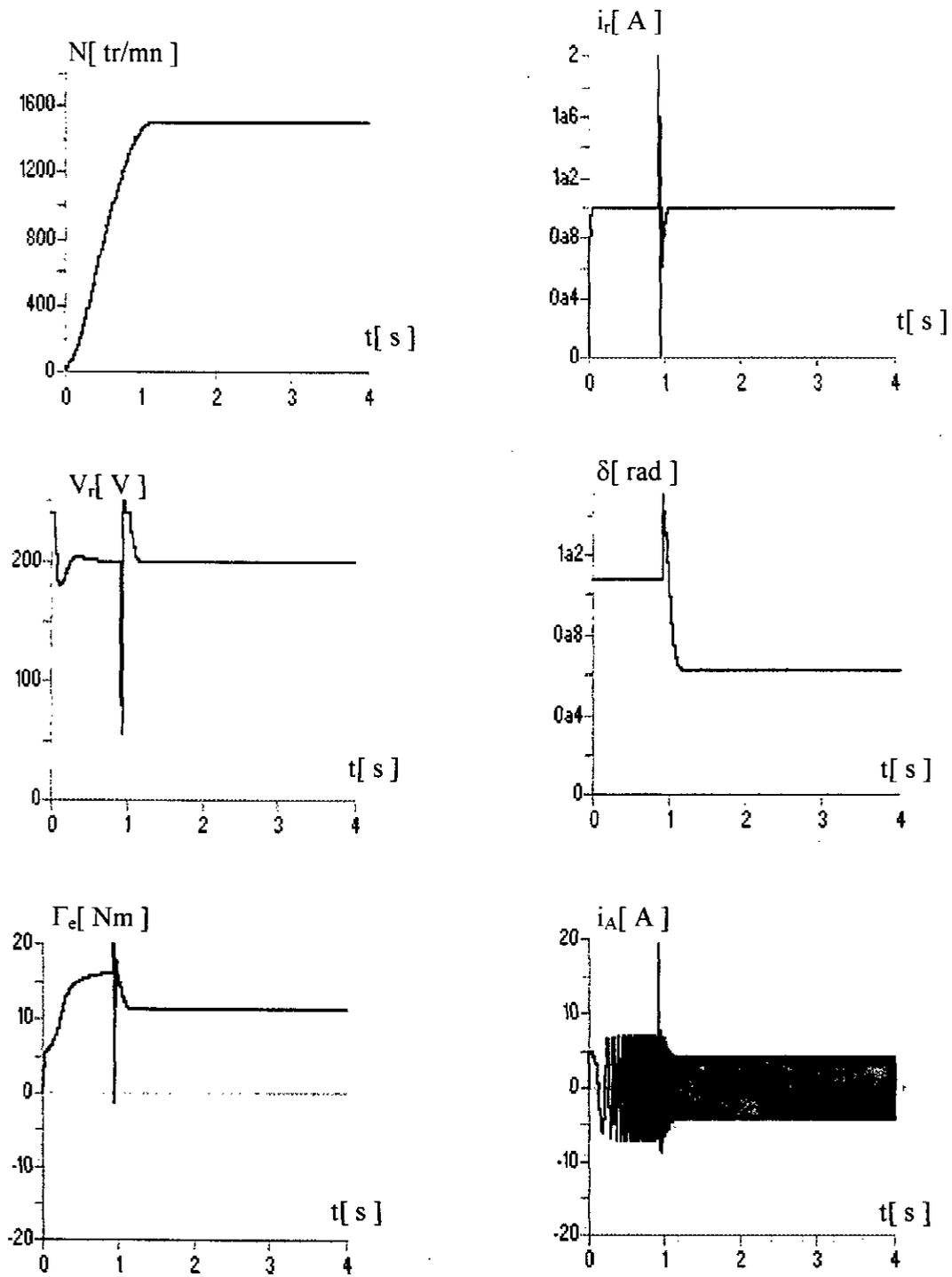
V.3 Simulation et interprétation :

Les résultats de simulation montrent le comportement des grandeurs caractéristiques de la machine : la vitesse N , le couple électromagnétique Γ_e , l'angle de calage δ , le courant i_r , la tension d'excitation V_r et le courant de phase i_a .

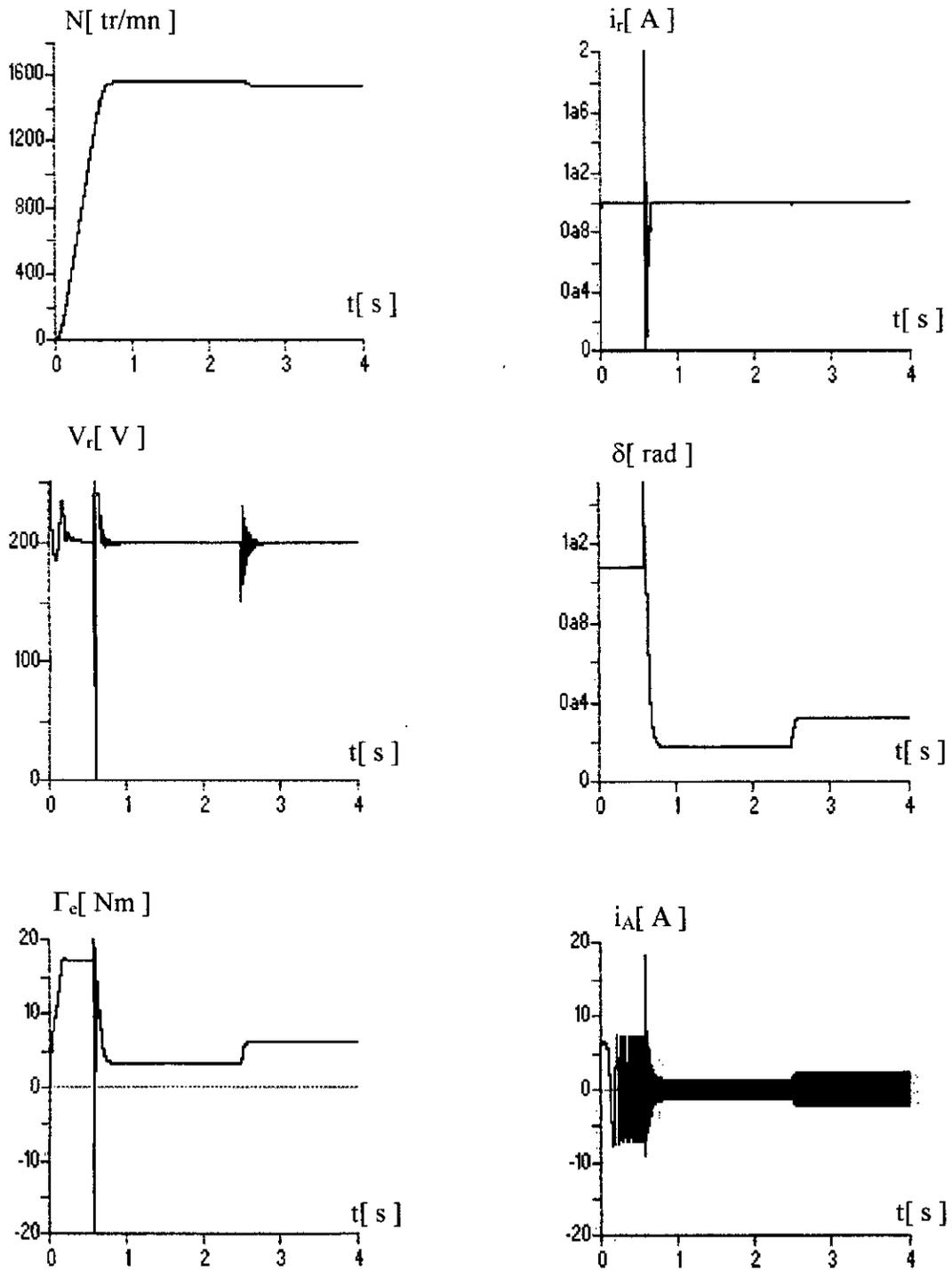
- * La *figure (V.5)* présente l'évolution des grandeurs électriques et mécaniques de la MSA, lors d'une variation brusque du couple résistant à $t = 2.5$ s ; Cette figure montre, que lorsque le régime permanent est atteint, une augmentation brusque de couple résistant provoque une erreur statique due à la présence de la fonction sat qui a été introduite pour éliminer le phénomène de chattering ;
- * Dans les deux *figures(V.5)* et *(V.6)* on remarque qu'à partir du moment de la variation de couple résistant, la grandeur de commande d'excitation oscille autour d'une valeur statique, cette oscillation est plus importante dans la *figure(V.6)* que dans *figures(V.5)*, ces oscillations ont pour rôle de compenser la perturbation ;
- * La *figure(V.7)* présente un test de robustesse vis-à-vis la variation de J ;
- * La *figure(V.8)* présente un test de robustesse vis-à-vis la variation de R_r ;
- * Les *figures(V.9.a)*, *(V.9.b)* présente la réponse de la MSA, lors d'un démarrage en charge en variant la vitesse à l'instant $t = 3.2$ s, et le courant de référence de référence à l'instant $t = 3$ s. On remarque que le courant d'excitation suit cette variation plus rapidement que la vitesse, cela est dû à la domination de la constante de temps mécanique. Le changement brusque de consigne entraîne une activité intense du courant statorique pour vaincre l'inertie du système.

Conclusion :

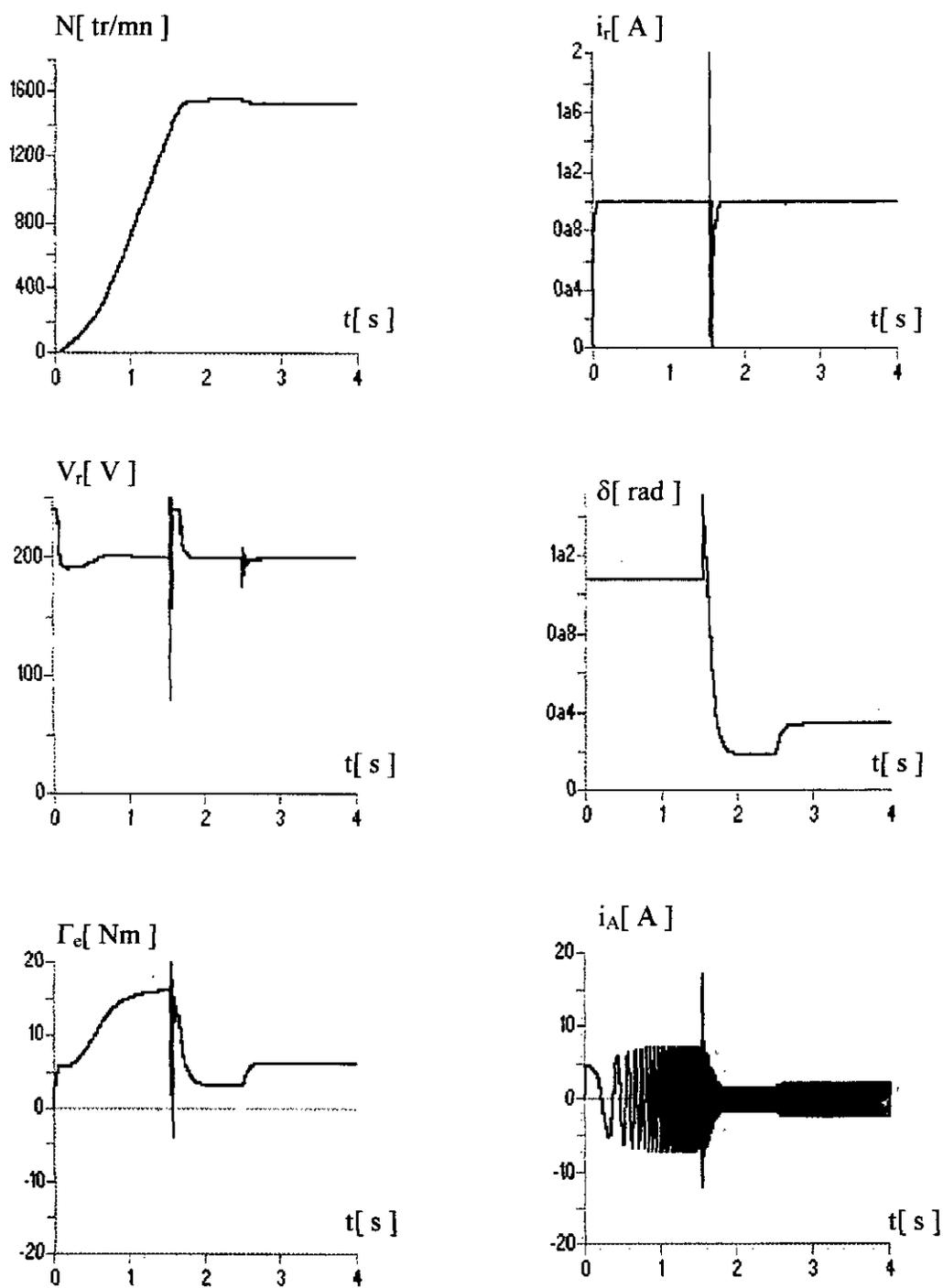
Dans le cas de la commande multivariable, nous observons que l'augmentation de la charge entraîne une activité intense du courant statorique, ce qui est néfaste pour la machine. L'augmentation de courant rotorique i_r nous offre la possibilité de réduire le courant statorique, sans faire appel à une limitation. En effet, la limitation provoque une diminution de couple électromagnétique, donc un ralentissement du système.



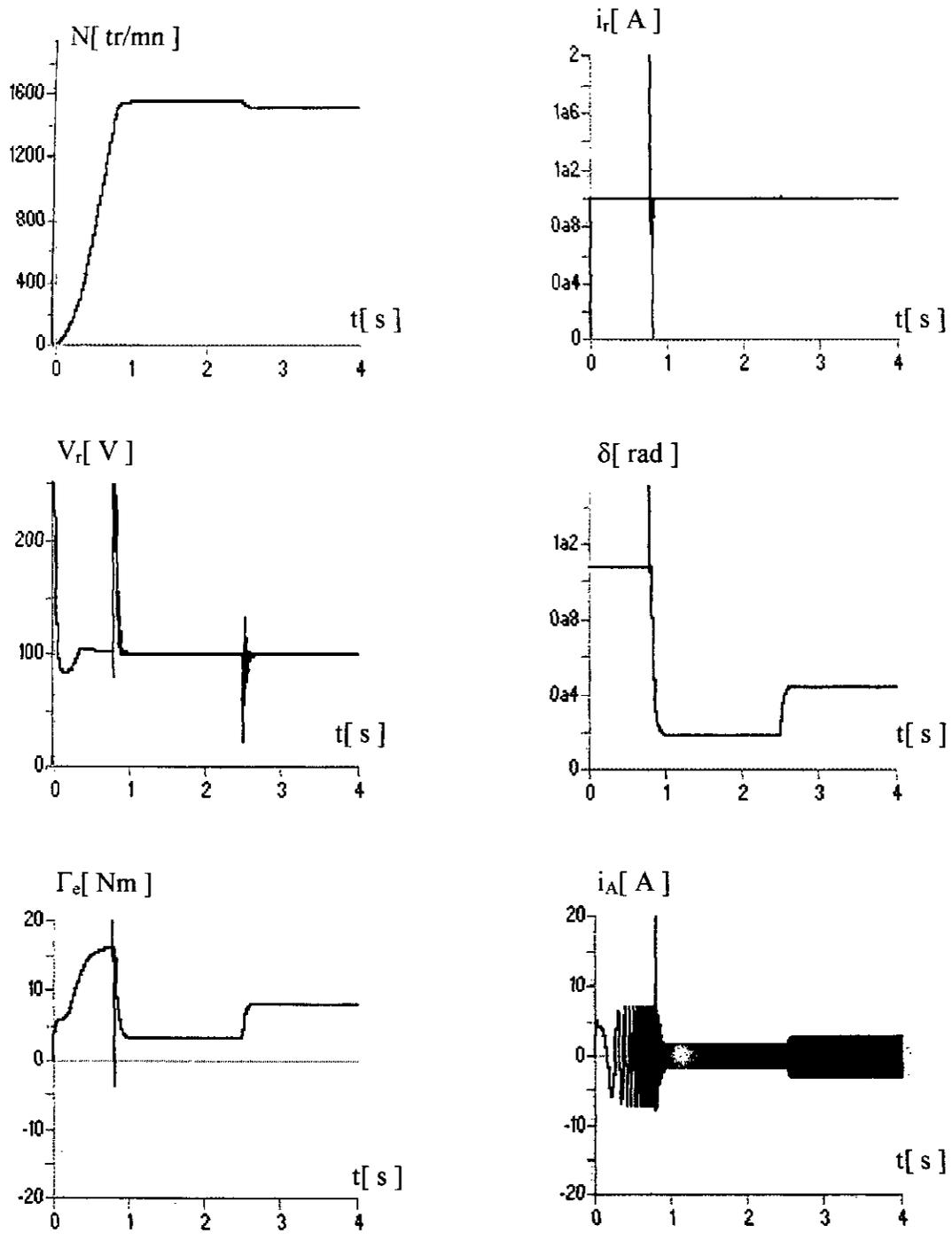
Figure(V.5) : Réponse de la MSA, lors d'un démarrage avec un couple résistant proportionnel à la vitesse.



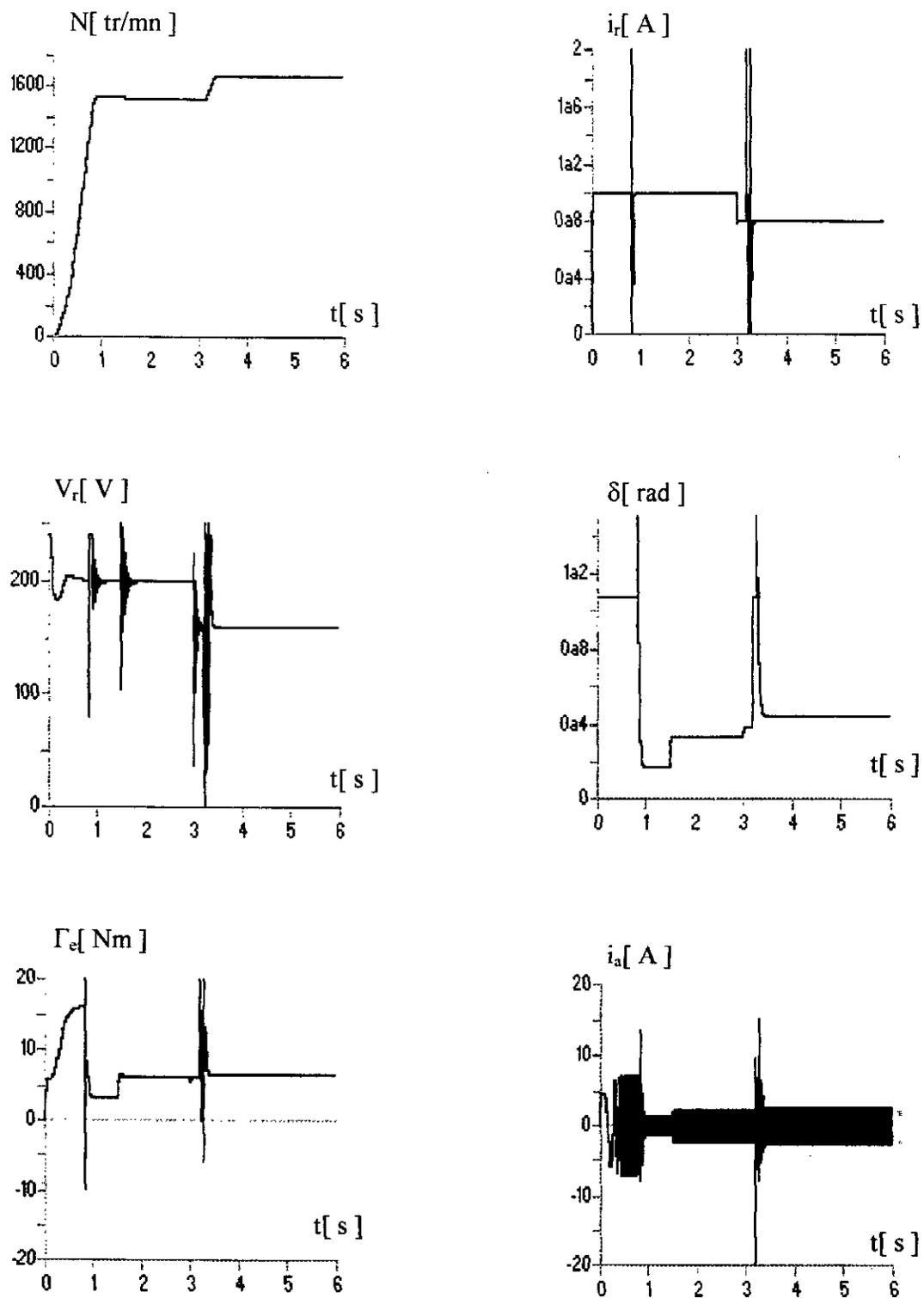
Figure(V.6) : Réponse de la MSA, lors d'un variation brusque de couple résistant, avec test de robustesse vis-à-vis la variation de 50% de R_s (démarrage avec $\Gamma_r = cc. \omega$)



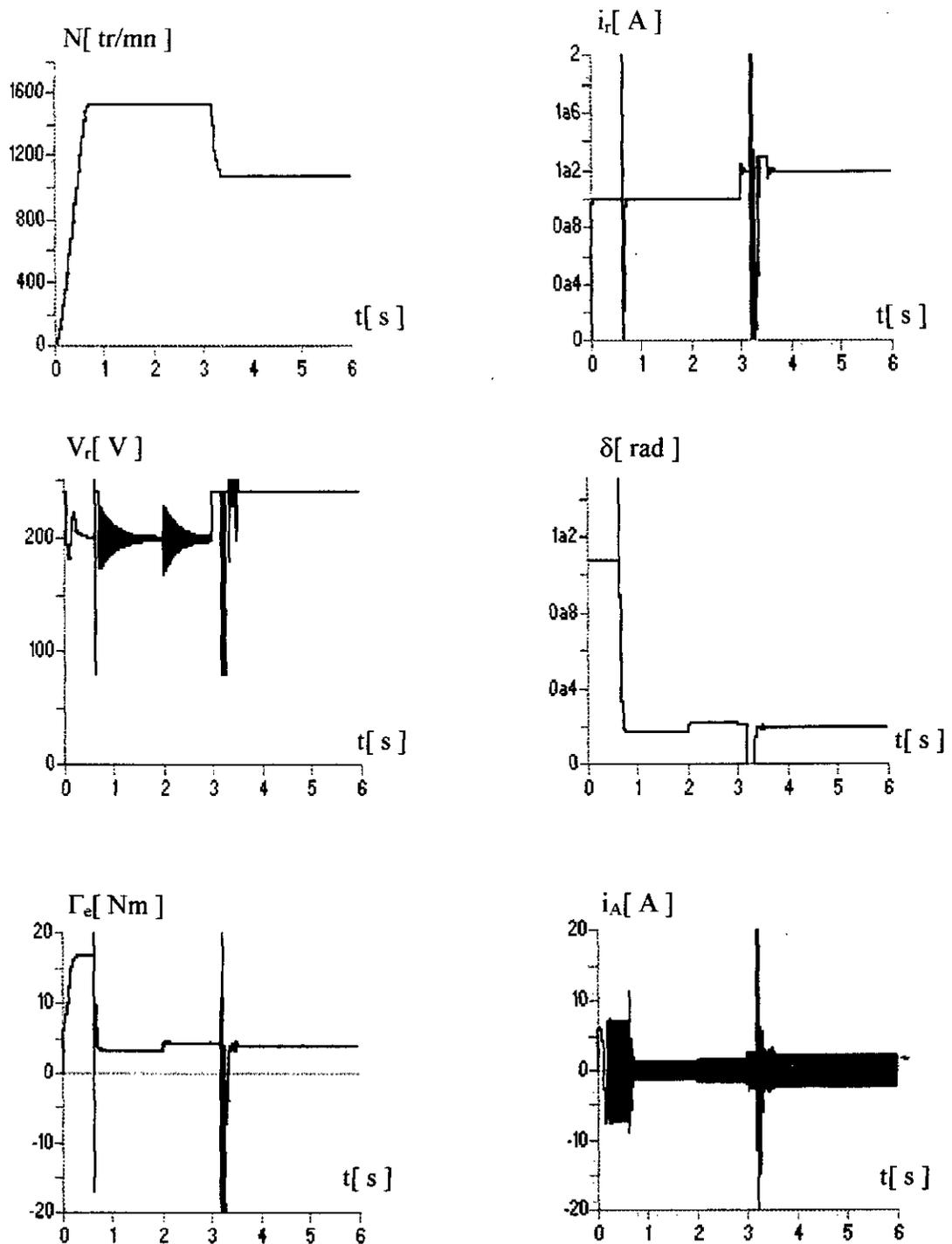
Figure(V.7) : Réponse de la MSA, lors d'une variation brusque de couple résistant avec un teste de robustesse vis-à-vis variation de J.



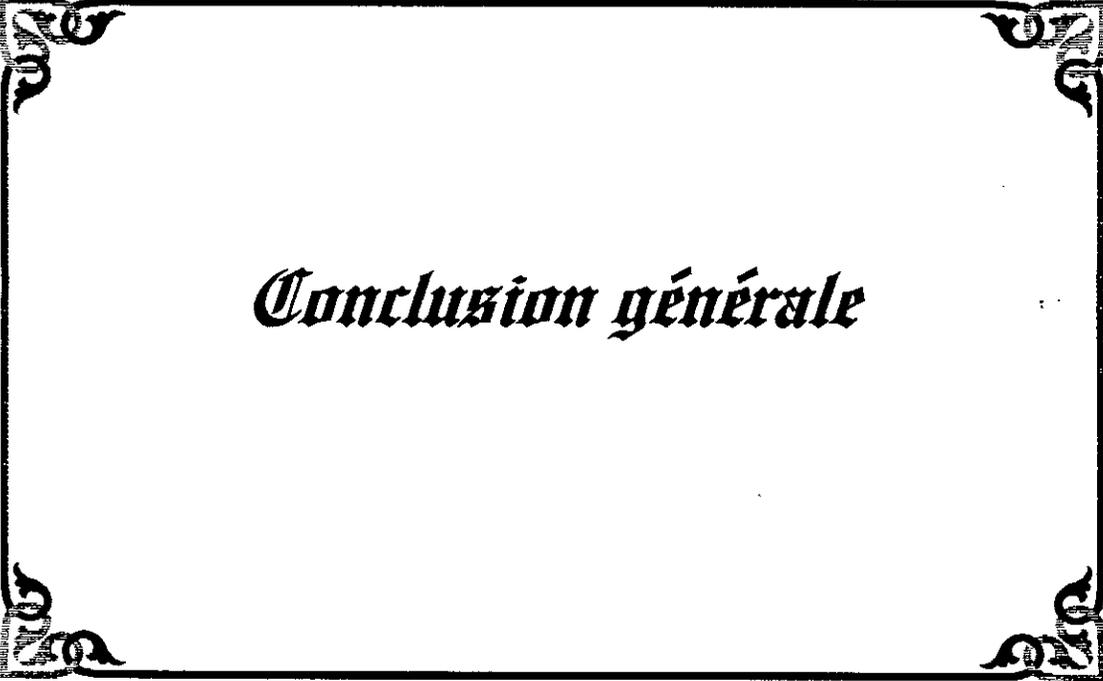
Figure(V.8) : Réponse de la MSA, lors d'un variation brusque de couple résistant, avec test de robustesse vis-à-vis la variation de 40% de R_r (démarrage avec $\Gamma_r = cc.\omega$)



Figure(V.9.a) : Réponse de la MSA, lors d'une variation de vitesse de consigne et de courant de consigne



Figure(V.9.b) : Réponse de la MSA, lors d'une variation de la vitesse de consigne et de courant de consigne .



Conclusion générale

Conclusion générale

Ces travaux sont consacrés à l'étude par simulation des commandes par mode de glissement appliquées à la MSA alimentée en tension :

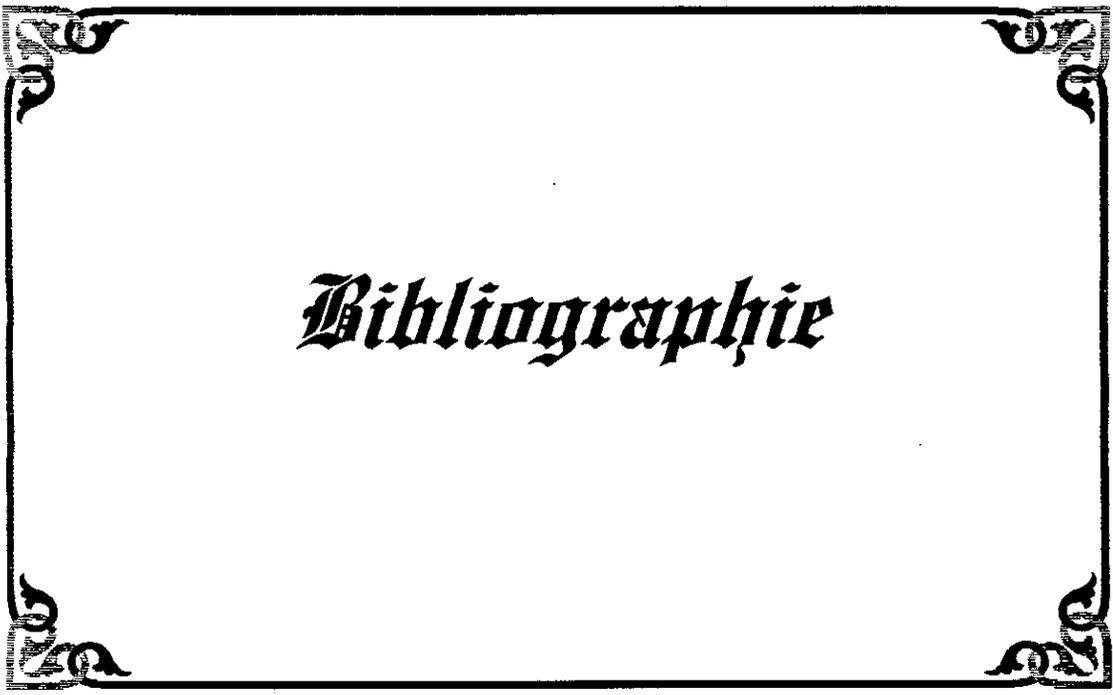
- ❖ Le réglage de vitesse dans le cas monovisible
- ❖ Le réglage de vitesse et de courant rotorique dans le cas multivariable

Les résultats obtenus montrent que le réglage par mode de glissement permet d'aboutir à des performances satisfaisantes. Cependant, ce réglage est robuste vis-à-vis les variations paramétriques et de la charge.

Par ailleurs, nous avons observé que la commande à relais offre de meilleures performances, étant donné la limitation de la fréquence de commutation des interrupteurs. Il apparaît des ondulations au niveau des grandeurs électriques et électromagnétiques (phénomène de chattering). Afin de réduire ces ondulations on fait appel à la commande par fonction sat, cette dernière élimine les ondulations, cependant elle augmente le temps de réponse du système et provoque une erreur statique, lors d'une application d'une charge.

Lors de l'étude de la commande équivalente composée, nous avons constaté que la partie continue de la commande permet de réduire la partie discontinue, ce qui offre la possibilité d'utilisation d'interrupteurs à haute fréquence. Cependant l'augmentation de la robustesse nécessite une augmentation de l'amplitude de la discontinuité, de plus cette augmentation affecte la stabilité du système.

La commande par mode de glissement multivariable présente une qualité de réglage meilleure que celle de la commande monovisible. En effet la variation de courant rotorique a permis d'avoir la réduction du courant statorique.



Bibliographie

Référence bibliographique

- [1] A. RRCHIDE, Système de régulation, Masson 96
- [2] K. BENMANSOUR, "Commande par retour d'état avec observateurs de la machine synchrone autopilotée", PFE, ENP, Alger, 1996.
- [3] BERKOUK, " contribution a la conduite des machine asynchrones monophasée et triphasée alimentées par des convrtisseurs direct et indirect ,application aux gradateurs et onduleur multiniveaux"
- [4] M.S. BOUCHERIT, "Application de l'automatique moderne dans la commande des machines électriques", Thèse de Doctorat, ENP, Alger, 1995.
- [5] O. BOUCHHIDA, "commande par retour d'état multivariable de la machine synchrone autopilotée ", Thèse de Magister, ENP, Alger, 1998.
- [6] A. BOUMEDIENE, "Etude par simulation numérique du réglage d'état échantillonné de la machine synchrone autopilotée alimentée en tension", Thèse de Magister, ENP, Alger, 1994.
- [7] H. BÜHLER , "Réglage échantillonné Tome1; Traitement dans l »espace d'état" Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1984.
- [8] H. BÜHLER, "Réglage par mode de glissement" , Presses Polytechnique de Romandes, Lausanne, 1986.
- [9] A.KERBOUA, et A. ABIMOULOU, "Réglage par mode de glissement et par retour d'état d'une machine synchrone autopilotée alimentée en tension ",PFE, ENP, Alger, 1997
- [10] L.NEZLI, "Etude en simulation d'une machine synchrone autopilotée", Thèse de Magister, ENP, Alger, 1994.
- [11] V.I UTKIN, "sliding modes and thier application in variable structuresystem, Edition MIR, 78
- [12] A.ISIDORI, non linéaire control systems. New yourk, springer verlag,1989
- [13] H.K.KHALIL, "Adaptive output feedback control of non linéaire system" IEEE France. automat. contr, vol41 N°2 pp 77-188,feb 1996.
- [14] .SERAJI, " decentralized adbtive control of manipulators, IEEE trans .automat. contr, vol 5, N°2 pp 183-201-Apr 1989.
- [15] SEGIER et LABRIQUE, Les convertisseurs de l'électronique de puissance; Conversion continu-alternatif", Tome 4, Tec et Doc Lavoisier, 1989.
- [16] G. SEGUIER, F. NOTLET et J.LESSEN, "Introduction à l'électrotechnique approfondie", Tec et Doc Lavoisier, 1981.
- [17] SEGIER et LABRIQUE, Les convertisseurs de l'électronique de puissance; Conversion ALTERNATIF CONTINUE", Tome 3, Tec et Doc Lavoisier, 1989.
- [18] J.JAQUE, E SLOTINE, "Applied non linéair control, " pretice Hall Inc, 1991
- [19] ATEF GAYED , "Contribution a la commande par mode de glissement"thèse de doctorat de naute 1996.
- [20] H. BÜHLER , "Réglage échantillonné, tome 2 ; Traitement dans l »espace d'état" Presses polytechniques romandes, Lausanne, 1984.
- [21] J.HUNG W.GAO," IEEE volume 40 N°1 1993 pp 2-21
- [22] F.BOUDJEMAA, " Commande par mode de glissement ; application au convertisseur statique" Thèse de Doctorat, LAAS (CNRS), Toulouse 1991, France.

NOTATIONS

A	MATRICE D'ETAT
B	Matrice d'entrée
a, b, c	Indices correspondant
b	Vecteur d'entrée du système
b_v	Vecteur d'entrée de la grandeur de perturbation
b_w	Vecteur d'entrée de la grandeur de consigne
Γ_c	Couple électromagnétique
Γ_r	Couple résistant
d	Vecteur ligne
e^t	Vecteur ligne pour le dimensionnement robuste
d(q)	Axe direct (en quadrature)
f^t	Vecteur ligne pour le domaine du mode de glissement
f	Coefficient de frottement
f_c	Fréquence de coupure
g	Scalaire pour le domaine du mode de glissement
h^t	Vecteur ligne pour le domaine restreint du mode de glissement
i_a, i_b, i_c	Courant instantané des phases statorique de la machine
I_r	Courant d'excitation
I_d, I_q	Courant statorique d'axe direct et en quadrature
I	Courant à l'entrée de l'onduleur
I_f	Courant à l'entrée du filtre
j	Moment d'inertie
K	Vecteur de la contre-réaction d'état du système, Matrice de contre-réaction d'état
k_r	Coefficient de la contre-réaction du régulateur intégrateur
k_w	Coefficient de l'intervention de la grandeur de consigne
k_v	Coefficient de l'intervention de la grandeur de perturbation
L_s, L_r	L'inductance cyclique statorique et rotorique.
$L_f C_f$	L'inductance et la capacité du filtre
M_{sr}	Mutuelle inductance
M	Matrice de contre-réaction d'état
P(s)	polynôme caractéristique
p	Nombre de paires de pôles
Q_c	Matrice de commandabilité
R_s	Résistance d'une phase statorique
R_r	Résistance de l'inducteur
s	Opérateur de LAPLACE
t	Vecteur ligne pour le dimensionnement robuste
t	temps
T	Matrice de transfert
U	Tension à l'entrée de l'onduleur
U_d	Tension à l'entrée de filtre
u_{eq}	Vecteur de commande équivalente
u_{max}	Valeur maximale de la grandeur de commande
u_{min}	Valeur minimale de la grandeur de commande
u_c, δ_c	Grandeur de commande continue
u_s, δ_d	Grandeur de commande discontinue
v	Vecteur de perturbation
v_a, v_b, v_c	Tension instantané des phases statorique de la machine
V_d, V_q	Tension statorique d'axe direct et quadrature
V_r	Tension d'excitation
V_m	Valeur maximale de la tension du réseau
V_c	Valeur efficace de la tension d'une phase statorique
V_o, I_o, ϕ_o	La composante homopolaire des tensions, courants et les flux statoriques
x	Grandeur d'état
x_t	Vecteur d'état transformé
y	Grandeur de sortie
α_i	Coefficients du polynôme caractéristique
θ	Angle électrique
δ	Angle de calage
ω	Vitesse électrique
σ	Coefficient d'HOPKINSON
ϕ_a, ϕ_b, ϕ_c	Flux instantané dans les phases statorique de la machine

ANNEXE

CARACTERISTIQUES DE LA MACHINE UTILISEE

- $P_a = 1.5 \text{ kW}$
- $N = 1500 \text{ tr/mn}$
- $V_e = 220 \text{ V}$
- $p = 2$
- $R_s = 4.8 \ \Omega$
- $R_r = 160 \ \Omega$
- $L_s = 0.16 \text{ H}$
- $L_r = 13 \text{ H}$
- $M_{sr} = 1.4 \text{ H}$
- $I_r = 1 \text{ A}$
- $f = 8.10^{-3} \text{ Nm.s/rad}$
- $J = 4.10^{-3} \text{ Nm.s}^2/\text{rad}$