

وزارة التربية الوطنية
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT *GENIE ELECTRIQUE*

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**SYNTHESE D'UNE SUSPENSION
ACTIVE D'UN VEHICULE A L'AIDE
DE LA TECHNIQUE FREQUENTIELLE
D'UN PID OPTIMAL FORMATEUR**

Proposé par :

Dr: N. LOUAM

Etudié par :

B. MEDJAHED

Dirigé par

Dr: N. LOUAM

PROMOTION

1994

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE ~~NATIONALE POLYTECHNIQUE~~

المدرسة الوطنية للصحة التكنولوجية
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT *GENIE ELECTRIQUE*

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*SYNTHESE D'UNE SUSPENSION
ACTIVE D'UN VEHICULE A L'AIDE
DE LA TECHNIQUE FREQUENTIELLE
D'UN PID OPTIMAL FORMATEUR*

Proposé par :

Dx: N. LOUAM

Etudié par :

B. MEDJAHED

Dirigé par

Dx: N. LOUAM

PROMOTION

1994

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE.....	1
CHAPITRE I :TECHNIQUE DU FILTRE DE CONFIGURATION FREQUENTIEELLE	
1. OBJECTIF DE LA TECHNIQUE.....	3
2. ACTION INTEGRALE.....	6
3. ACTION PID.....	9
4. PRINCIPE DE LA TECHNIQUE	9
4.1. Etape 1.....	9
4.2. Etape 2.....	10
4.3. Etape 3.....	13
CHAPITRE II : MODELE ET CRITERES DE PERFORMANCES	
1. INTRODUCTION.....	15
2. MODELE DU SYSTEME.....	18
3. CRITERE DE PERFORMANCE.....	22
4. SYSTEME AVEC FILTRE.....	23
5. CRITERE DE PERFORMANCE POUR LE MODELE SYSTEME+FILTRE,	25
CHAPITRE III APPLICATION AU PROBLEME DU VEHICULE	
1. INTRODUCTION.....	26
2. FORMULATION DU PROBLEME.....	26
3. PROCESSUS D'OPTIMISATION.....	32
4 REALISATION PHYSIQUE.....	36

CHAPITRE IV : SIMULATION ET COMPARAISON DES RESULTATS

IV.1 ETUDE COMPARATIVE ENTRE UNE SUSPENSION ACTIVE AVEC UN FILTRE PID ET UNE SUSPENSION PASSIVE.....	40
IV.1.1 Comparaison dans le domaine temporel.....	40
IV.1.2 Comparaison dans le domaine fréquentiel.....	41
CONCLUSION GENERALE.....	55
BIBLIOGRAPHIE	

DEDICATIONS :

Je dedie ce modeste travail à:

- Ma très chère mère à qui je doit tout;
- Mon père qui à sacrifié toute sa vie pour me faire arriver à ce stade;
- A mes frères
- A mes soeurs
- Et à toute la famille

Sans oublier:

- L. Yahiaoui
- Abd el madjid
- Abd el malek
- A. Djahbar

bouhaik MEDJAHED

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

A TOUS CEUX QUI ME SONT CHERS

REMERCIEMENTS :

Je remercie vivement tous ceux qui m'ont aidé et contribué à ce que ce travail soit mené à terme, et sans lesquels ce présent travail n'aurait certainement pas abouti, notamment:

- Mon promoteur Dr: N.Louam
- Mr abd el karim, étudiant post graduant à l'E.N.P

Je voudrais également remercier tous les enseignants du département Génie-Electrique de l'Ecole Nationale Polytechnique pour leur contribution à ma formation, ainsi, qu'à chacun de mes collègues de la promotion pour les moments agréables passés pendant ces trois dernières années.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION:

La commande classique est basée sur la synthèse des régulateurs standards à paramètres fixes, c'est une commande simple à mettre en oeuvre, pas très coûteuse et permet d'obtenir des performances satisfaisantes du point de vu temps de réponse, de poursuite de la consigne et de la stabilité.

La plupart de ces indices de qualité sont en contradiction, il est bien connu que pour une configuration donnée la stabilité diminue lorsque la précision augmente, de même, l'énergie appliquée au système augmente quand on veut diminuer le temps de réponse. Tout solution est donc le fruit d'un compromis que l'on établit par rapport à un critère donné.

ANDERSON et MOORE ont montrés qu'il est possible d'achever une combinaison entre la méthode classique et la méthode de la commande quadratique linéaire, ceci pour une meilleur élimination des perturbations et pour garantir la robustesse des performances du système.

Le principe de cette nouvelle technique consiste à ajouter dans la boucle de retour du système à étudier des compensateurs PID. Ceci permet en particulier d'améliorer les sorties globales du système conformément à certaines exigences fréquentielles.

Notre sujet comporte en premier lieu une présentation du principe de cette nouvelle technique suivie d'une application sur le modèle choisie et, en fin , on terminera ce modeste travail par une simulation numérique suivie d'une conclusion générale.

CHAPITRE I
TECHNIQUE DU FILTRE DE
CONFIGURATION FREQUENTIELLE

1 OBJECTIF DE LA TECHNIQUE

Soit un système linéaire et invariant décrit par l'équation différentielle suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y_1 &= H \cdot x \end{aligned} \tag{1.1}$$

où:

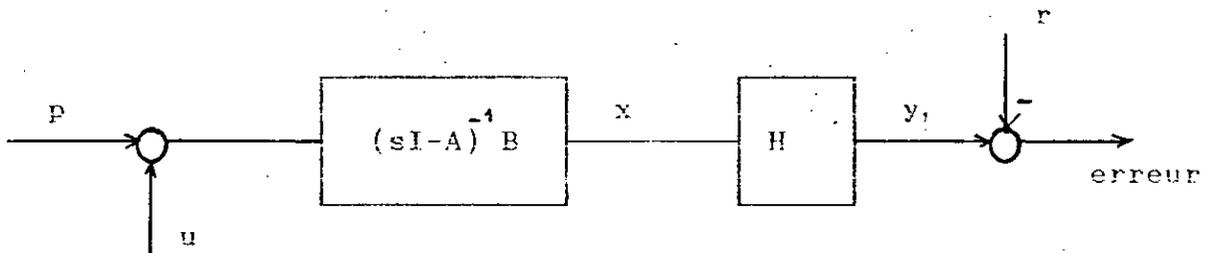
$x \in \mathbb{R}^n$, $y_1 \in \mathbb{R}^m$, $u \in \mathbb{R}^p$ et A, B, H sont des matrices réelles constantes.

La matrice de transfert du système correspondante à l'équation (1.1) est donnée par:

$$P_1(s) = H (sI - A)^{-1} B \tag{1.2}$$

où s est le paramètre fréquentiel de LAPLACE

Le schéma bloc du système en boucle ouverte correspondant à l'équation (1.2) et auquel on ajoute les signaux de perturbation et de référence est le suivant:



Fig(1.1) Schéma bloc du système en boucle ouverte

Avec:

p : perturbations extérieures (charge etc...)

r : grandeur de référence

Comme dans tout problème de régulation ou de poursuite le but recherché ici est d'avoir un vecteur de sortie y_1 qui reste tout le temps très proche de la grandeur de référence r tout en satisfaisant un cahier de charge donné.

Remarque:

Si $r=0$ le problème est dit de régulation sinon il est de poursuite.

Pour avoir une régulation optimale on peut utiliser la régulation par retour d'état après application de la théorie de la commande quadratique linéaire.

Le problème dans ce cas revient à chercher à minimiser pour le problème décrit par (1.1) le critère quadratique suivant:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (y_1^T Q y_1 + u^T R u) dt \quad (1.3)$$

C'est un problème de la régulation optimale de la sortie. Sans perte de généralité, si on pose $H^T = I$ c'est à dire $y_1 = x$; ce problème se réduit à celui d'une régulation optimale de l'état, d'où

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (1.4)$$

où

Q et R sont des matrices invariantes dans le temps et symétriques. De plus si on suppose que le système (1.1) est asymptotiquement stable et que

Q est une matrice demi définie positive,

R est une matrice définie positive,

le problème de la régulation optimale d'état aura une solution unique donnée par

$$u^* = -R^{-1}B^TKx(t) \quad (1.5)$$

Où K, est matrice positive symétrique solution de l'équation algébrique de Riccati suivante:

$$KA - KBR^{-1}B^TK + A^TK + Q = 0 \quad (1.6)$$

$$K = c^t \quad \text{car } t_f \rightarrow \infty \quad K(\infty) = 0$$

Remarque:

De par sa nature, la commande optimale est une loi de régulation surtout de type proportionnel. Ainsi il est clair aussi qu'avec cette commande certaines caractéristiques désirables dans un système de régulation comme la précision, la rapidité... ne seront pas tout à fait satisfaites.

Pour remédier à cette situation, souvent on recourt [2] à des compensations ou corrections supplémentaires surtout à la sortie du système.

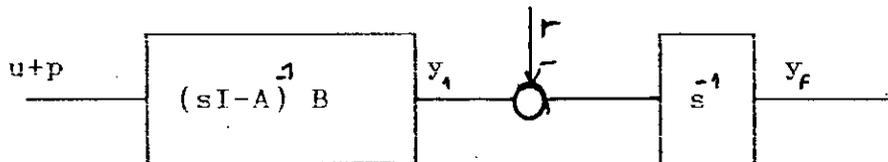
Parmi les techniques classiques les plus employées dans ce cas on cite celle qui consiste à ajouter une action intégrale pour améliorer en particulier la précision du système en boucle fermée.

2. ACTION INTEGRALE:

Notez que pour introduire l'action intégrale on augmente le système (1.1) par exemple comme suit:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ H^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (1.7)$$

où y_f est la sortie de l'intégrateur placé à la sortie. D'où



Fig(1.2) Schéma bloc du système plus action intégrale

Pour reformuler le problème conformément à la théorie de la commande optimale on augmente aussi le critère (1.4) comme suit:

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + y_f^T Q_f y_f) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(\begin{bmatrix} x^T & y_f^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_f \end{bmatrix} + u^T R u \right) dt \end{aligned} \quad (1.8)$$

Où Q_f est une exigences nouvelle à préciser sur la sortie y_f .

Si on suppose que le système augmenté est asymptotiquement stable et la matrice

$$\begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_f \end{bmatrix}$$

est positive définie, l'application nouvelle des résultats de la technique de la commande optimale quadratique linéaire, donne la loi:

$$u^* = -R^{-1}B_1^T Kx(t) \quad (1.9)$$

Où K est matrice positive symétrique, solution de l'équation algébrique de Riccati, suivante:

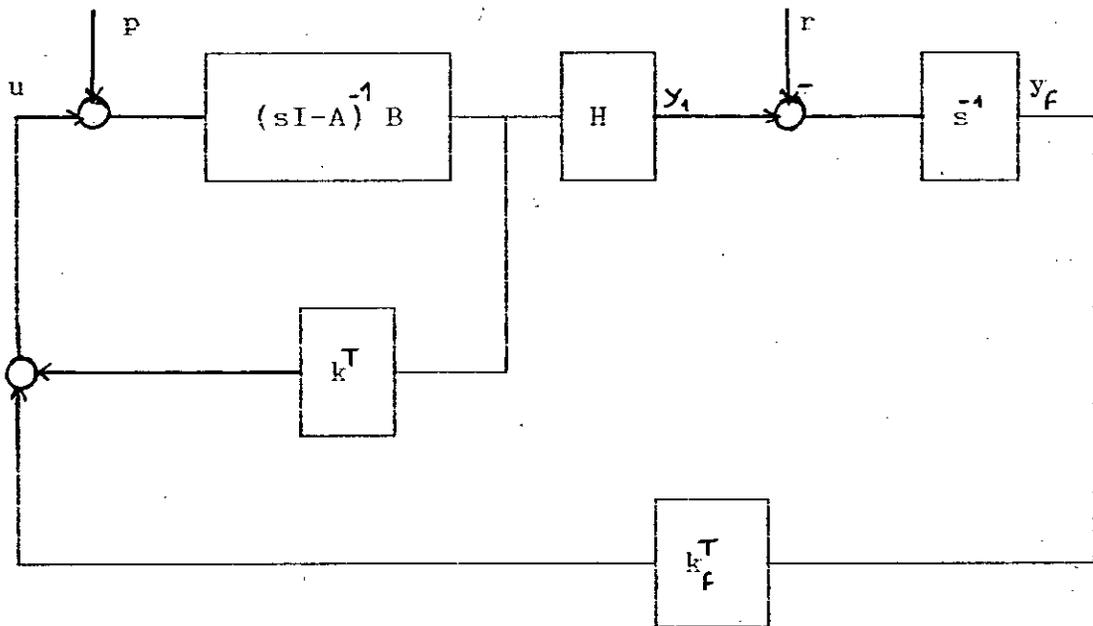
$$KA - KB_1 R^{-1} B_1^T K + A^T K + \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_f \end{bmatrix} = 0 \quad (1.10)$$

$$K_t = e^{At} K_0 \quad \text{car } t_f \rightarrow \infty \quad K(\infty) = 0$$

En remplaçant la solution de cette équation dans (1.9), la commande optimale de notre système est donnée par:

$$u = \begin{bmatrix} k^T & k_f^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_f \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

Le schéma bloc du système en boucle fermée avec le retour d'état complet est le suivant:



Fig(1.3) Schéma bloc du système plus action intégrale
(en boucle fermée)

Ici, l'addition de l'action intégrale est faite surtout pour rejeter l'effet de la constante de la perturbation et forcer la sortie du système à suivre la trajectoire d'équilibre avec une erreur statique quasi nulle.

La régulation vers le point d'équilibre (quand $r=0$) en l'absence de perturbation nécessite que la matrice de transfert en boucle fermée tend vers zéros quand $s=0$, c'est à dire que le terme $H^T A^{-1} B K_f^T$ n'est pas singulier (les pôles de l'intégrateur à l'origine ne sont pas éliminés par les zéros de la matrice de transfert $H (sI-A)^{-1} B K_f^T$).

La condition nécessaire pour éliminer l'effet de la grandeur de perturbation est que la dimension de y_f ne soit pas inférieure à celle de p .

3. ACTION PID:

L'approche qu'on vient juste de présenter, pour la seule action intégrale ne conduit pas toujours à une grande satisfaction dans les performances du système [2].

Pour améliorer davantage les performances d'un système en boucle fermée nous proposons dans le cadre de notre étude d'ajouter non pas une seule action (intégrale) mais plutôt les trois actions classiques dans la boucle de retour du système, c'est à dire PID. Ceci permettra en particulier d'améliorer les sorties globales conformément à certaines exigences fréquentielles.

4. PRINCIPE DE LA TECHNIQUE:

4.1 Etape 1 :

Le vecteur de sortie y_f contient les mesures réelles du système ou une combinaison linéaire entre elles. Notre but est de réguler la sortie du système y_f c'est à dire arriver à ce que le vecteur y_f suit une référence r même lorsqu'il y a une perturbation à l'entrée.

Pour arriver à ce résultat, il est établi dans [1] qu'il faut que la sortie y_f et la commande u aient la même dimension c'est à dire que le système soit carré.

Cette condition est vérifiée si la matrice de transfert $P_f(s) = H(sI - A)^{-1}B$ est carrée où $[A, H]$ est complètement observable.

4.2 Etape 2 : addition d'un compensateur PID au système

Pour introduire un compensateur PID a la sortie du système il faut que les deux conditions suivantes soient vérifiées [1],[2]:

i)- le nombre des sorties indépendantes est au moins égale au nombre des perturbations à l'entrée.

ii)- $HB = 0$.

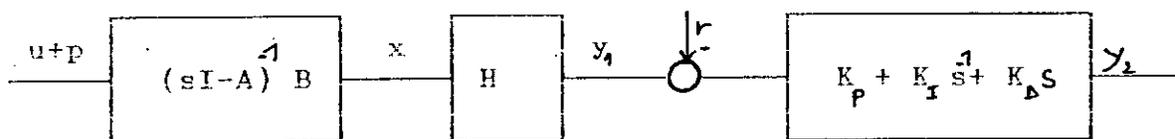
Remarque

Dans cette étape, on ajoute à chaque élément de la sortie y_1 un compensateur (PID).

Notez que chaque compensateur PID ($k_p + k_i s^{-1} + k_d s$) possède deux zéros, et un pôle à l'origine. Les gains du PID sont choisies de telle sorte que notre système ait une phase minimale.

Le placement des zéros en boucle ouverte a une grande importance; il attire les pôles du système en boucle fermée au voisinage des zéros du compensateur PID

Le schéma du système avec le compensateur PID est donné par la figure(1.4):



Fig(1.4) Schéma bloc du système avec le filtre PID
(en boucle ouverte)

La sortie du compensateur PID est donnée par:

$$y_2 = K_P y_1 + K_I \int y_1 dt + K_D \dot{y}_1 \quad (1.12)$$

et:

$$\dot{y}_1 = H \dot{x} = H Ax + H Bu = H Ax \quad (1.13)$$

Remarque:

$HB=0$ est une condition nécessaire pour construire la dérivée de la sortie y_1 en fonction des variables d'état.

S'il n'y a pas une matrice convenable H qui satisfait cette condition, on utilise une approche PI c'est à dire qu'on suppose $K_D=0$ [2].

Notez qu'on peut écrire la sortie du compensateur sous la forme suivante:

$$y_2 = K_P H x + K_I \int y_1 dt + K_D H Ax \quad (1.14)$$

D'où on tire la matrice de transfert suivante :

$$P_2(s) = [(K_P H + K_D H A) + K_I H S^{-1}] (sI - A)^{-1} B \quad (1.15)$$

où K_P , K_D et K_I sont des matrices diagonales et les éléments $K_P^{(1)}$, $K_D^{(1)}$ et $K_I^{(1)}$ sont les coefficients de compensateur individuel PID.

Les variables d'état du système global sont représentées par le vecteur x et le scalaire $x_1 = \int_0^t y_1 dt$

Ainsi, le système d'état devient:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ H^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (1.16)$$

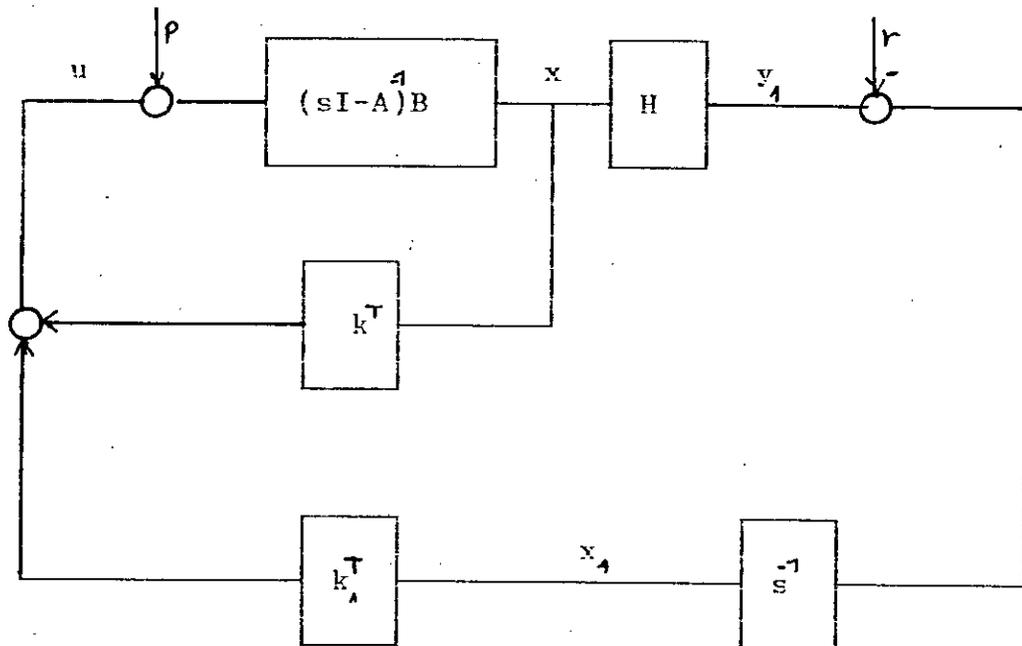
Avec:

$$y_2 = \begin{bmatrix} (K_P H^T + K_D H^T A) & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_1 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

La structure de la commande optimale quadratique linéaire par retour d'état est donnée par:

$$\begin{aligned} u &= k^T x + k_1^T x_1 \\ &= k^T x + k_1^T \int_0^t (H^T x) dt \end{aligned} \quad (1.18)$$

Le système en boucle fermée avec un retour d'état complet est schématisé par la figure (1.5):



Fig(1.5) Représentation du système en boucle fermée avec filtre PID

4.3 Etape 3 : Formulation de l'index de performance

Le terme général de l'index de performance à horizon infini du problème de la régulation optimale est donné dans plusieurs références [8] [10] par :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (1.19)$$

Si on augmente les boucles du système par des filtres PID le nombre d'état de système augmente. Ainsi, il est nécessaire de modifier l'équation (1.19) pour tenir compte de l'effet des états nouveaux. Cela revient à ajouter un terme qui limite la sortie des filtres.

Ainsi le critère de performance devient:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + y_2^T Q_1 y_2) dt \quad (1.20)$$

D'où:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \left(\begin{bmatrix} x^T & y_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y_2 \end{bmatrix} + u^T R u \right) dt \quad (1.21)$$

en résumé:

Le principe de la technique du filtre de configuration fréquentielle est d'améliorer les sorties globales d'un système conformément à certaines exigences fréquentielles en utilisant les trois actions classiques PID dans la boucle de retour du système.

CHAPITRE II
MODELE ET CRITERES
DE PERFORMANCES

1. INTRODUCTION:

Le système de suspension pour un véhicule est conçu en générale, pour faire suspendre le corps de ce dernier sur la chaussée à travers les essieux et les roues. Cependant les tâches essentielles d'une suspension sont [7]:

- D'une part, de réduire les effets des vibrations verticales sur les passagers (exigence de confort).

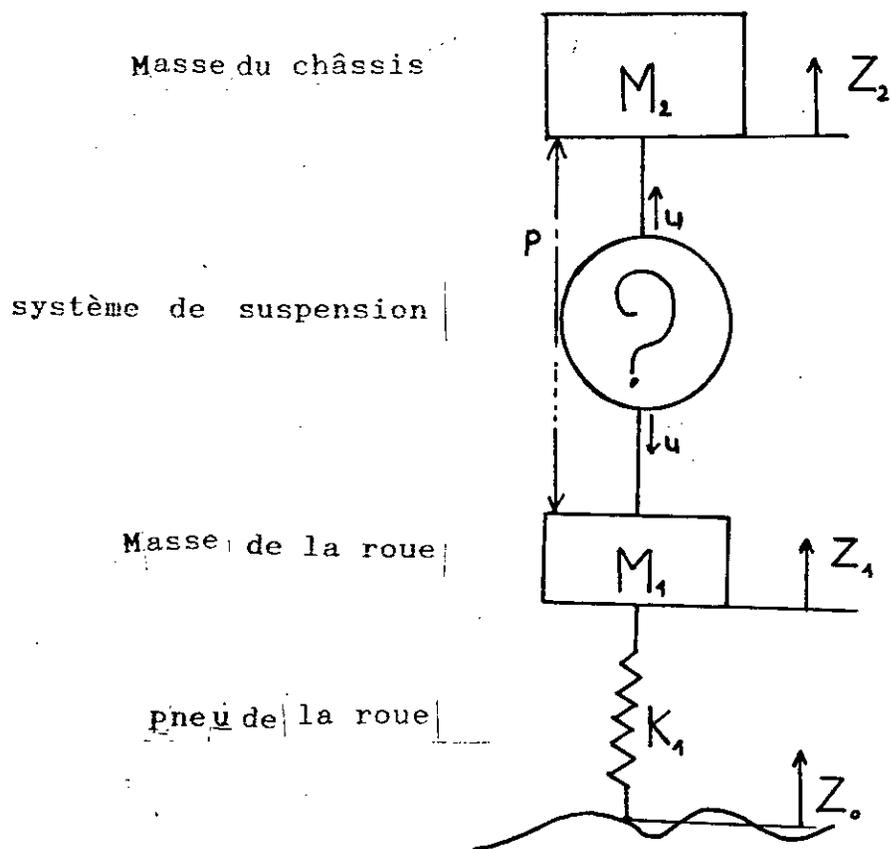
- D'autre part, de garder les roues bien appliquées contre la chaussée pour éviter ou réduire les dérapages et les rebondissements excessifs des roues (exigence de la sécurité).

Cependant la fonction de confort exige en principe un système simple (suspension souple), tandis que la fonction de sécurité exige une suspension plutôt rigide. Ainsi le problème de la suspension serait réglé si on arrivait à trouver une solution adéquate à ce dilemme.

De nos jours, le système de suspension utilisé ou conventionnel est un système passif. Il est réalisé à l'aide des éléments classiques comme les ressorts et les amortisseurs visqueux. Ainsi il s'attaque aux problèmes des différentes chaussées (rugueuses ou plates) de la même manière, donc l'utilisation des efforts est non optimale.

En réalité, une solution adéquate au dilemme confort-sécurité consiste à avoir deux types de suspension: l'une souple pour les autoroutes par exemple et l'autre rigide Pour les pistes. Pour réaliser ceci, il faut avoir la possibilité d'introduire des efforts ou, énergie externe dans la fonction de suspension afin qu'elle devienne adaptable (active ou intelligente).

Cette énergie externe nécessaire à cet objectif est symbolisé dans la figure (2.1) par le vecteur $u(t)$. Notez que la figure (2.1) représente schématiquement le modèle le plus simple qui peut servir à l'étude de problème de la suspension active pour le cas d'une roue ou un quart de véhicule [3].



Fig(2.1) Représentation simple d'une suspension de voiture

2. MODELE DU SYSTEME:

L'analyse du modèle de la figure (2.1), permet de tirer les équations différentielles suivantes qui régissent le mouvement vertical du système:

$$\begin{aligned}
 M_1 \ddot{z}_1(t) &= k_1 [z_0(t) - z_1(t)] - u(t) \\
 M_2 \ddot{z}_2(t) &= u(t) + p \\
 \dot{z}_1 &= z_3 \\
 \dot{z}_2 &= z_4
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

où

z_0 est l'input provenant de la chaussée

z_1, z_2 représentent le déplacement par rapport aux positions d'équilibre.

p force de perturbation constante (charge).

L'écriture matricielle du système d'équation (2.1) donne:

$$\dot{z} = Az + Bu + D_1 z_0 + D_2 p
 \tag{2.2}$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{M_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{M_1} \\ \frac{1}{M_2} \end{bmatrix} \quad D_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{k_1}{M_1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{M_2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

Remarque:

Pour mieux prendre en charge l'effet de la perturbation constante p (qui peut être une charge d'un passager), nous considérons comme dans [3] le changement de variables suivantes:

$$\begin{aligned} x_1 &= z_1 - z_0 - \frac{p}{k_1} \\ x_2 &= z_2 - z_0 - \frac{p}{k_1} \\ x_3 &= z_3 \\ x_4 &= z_4 \\ \hat{u} &= u + p \end{aligned} \quad (2.3)$$

Ainsi le système d'équations (2.2) peut être réécrit comme selon la nouvelle forme suivante:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_3 \\ \dot{x}_2 &= x_4 \\ \dot{x}_3 &= -\frac{(k_1 x_1 + \hat{u})}{M_1} \\ \dot{x}_4 &= \frac{\hat{u}}{M_2} \end{aligned} \quad (2.4)$$

En supposant que la perturbation z_0 de la chaussée est de type échelon c'est à dire que $\dot{z}=0$.

Ainsi juste après l'introduction de cette perturbation on peut considérer l'état initial est donnée par:

$$x(0^+) = [-1 \ -1 \ 0 \ 0]^T \quad (2.5)$$

L'écriture des équations (2.4) sous une forme matricielle donne:

$$\dot{x} = Fx + G\hat{u} \quad (2.6)$$

Avec:

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{M_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{M_1} \\ \frac{1}{M_2} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

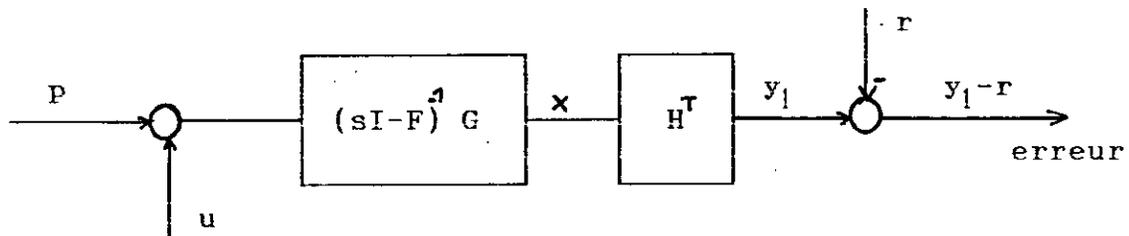
Dans le cas d'un véhicule en marche, la différence $(x_2 - x_1)$ ou $(z_2 - z_1)$ est d'un point de vue pratique facile à être mesurée. Ainsi on le prendra comme étant la sortie de notre système et on jugera les performances de ce dernier à travers sa valeur.

$$y_1 = x_2 - x_1 = H^T x \quad (2.8)$$

avec:

$$H = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si maintenant notre objectif est de forcer la sortie y_1 à poursuivre une certaine référence désirée r dans le cas d'un système en boucle fermée, alors on peut présenter ce système, en boucle ouverte, comme étant:



Fig(2.2) Schéma bloc d'une suspension de voiture en boucle ouverte.

3. Critère de performance:

Dans le cas de la conception d'une suspension active d'une voiture, nous cherchons surtout à minimiser les vibrations au niveau du conducteur pour le confort de ce dernier. Ceci peut se traduire par la minimisation de l'accélération de la masse M_2 ce qui est équivalent à minimiser l'intégrale [3]:

$$\int_0^{\infty} \rho u^2 dt$$

En effet, l'accélération de la masse M_2 est surtout produite par la force $u(t)$ (p étant une charge constante). Par ailleurs, on cherche aussi pour des raisons de sécurité à garder un contact permanent entre les pneumatique et la chaussée. Ceci éviterait en particulier les dérapages et les rebondissements excessifs de la roue techniquement, ceci peut être réalisé par une minimisation de la variation $z_1 - z_0$ [3]. En termes de la variable x , cela revient à minimiser la quantité x_1 . D'où la minimisation de l'intégrale

$$\int_0^{\infty} q_1 x_1^2 dt$$

la minimisation des deux intégrales définies ci dessus ne peut pas se faire pratiquement en dehors de l'espace disponible entre le châssis et l'axe de la roue, c'est à dire que $z_2 - z_1$. En termes de la variable x , cela revient à minimiser aussi et simultanément l'intégrale

$$\int_0^{\infty} q_2 (x_2 - x_1)^2 dt$$

Les paramètres de pondération p , q_1 et q_2 doivent être choisis par le concepteur sur la base d'une considération pratique [11].

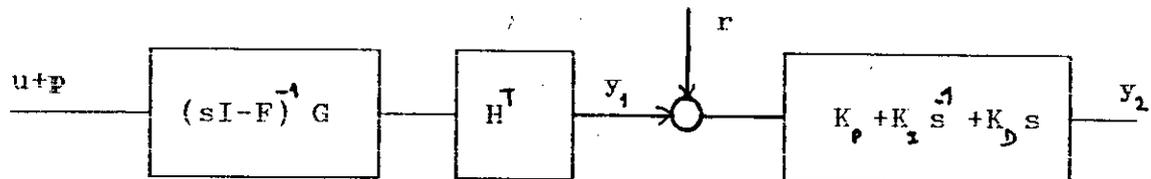
Cependant, dans notre étude ils seront fixés aux inverses des carrés des valeurs maximales admissibles pour les variations considérées [11]. Ainsi, le critère quadratique que nous retenons dans notre étude est celui-ci:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\rho u^2 + q_1 x_1^2 + q_2 (x_2 - x_1)^2] dt \quad (2.9)$$

4. SYSTEME AVEC FILTRE:

Le problème d'optimisation linéaire pour le système et le critère quadratique décrits dans les sections précédentes (2.2) et (2.3) a été largement traité dans la littérature [3,4]. Dans le cadre de notre étude nous proposons d'ajouter dans la boucle de retour de notre système un filtre PID pour remodeler la sortie globale du système conformément à des exigences fréquentielles [3].

Ainsi nous considérons dans ce qui suit le modèle du système plus filtre suivant:



Fig(2.3) représentation d'une suspension de voiture avec un filtre PID

La sortie du filtre PID est donnée par:

$$y_2 = K_p y_1 + K_I \int y_1 dt + K_D \dot{y}_1 \quad (2.10)$$

avec:

K_p , K_I et K_D sont les gains permanents des actions, proportionale, intégrale et dérivée respectivement. La fonction de transfert de ce filtre correspond à l'équation (2.10) donnée par:

$$\begin{aligned} \frac{y_2(s)}{y_1(s)} &= K_D s + K_p + \frac{K_I}{s} \\ &= \frac{K_D}{s} \left(s^2 + \frac{K_p}{K_D} s + \frac{K_I}{K_D} \right) \end{aligned} \quad (2.11)$$

5. CRITERE DE PERFORMANCE POUR LE MODELE SYSTEME PLUS FILTRE:

Puisque le filtre PID augmente le nombre d'état du système du système par un (à cause de l'action intégrale). Donc il est nécessaire de modifier l'index de performance précédant par l'addition d'un terme qui limite la sortie y_2 du filtre.

D'où le critère de performance du système global devient:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\rho u^2 + q_1 x_1^2 + q_2 (x_2 - x_1)^2 + q_3 y_2^2] dt \quad (2.10)$$

CHAPITRE III
APPLICATION AU PROBLEME
DU VEHICULE

1. INTRODUCTION:

Le but principal de l'application de la technique du chapitre II au problème du véhicule est surtout d'arriver à l'amélioration des performances de la suspension active d'un véhicule en présence d'une charge statique [1].

2. FORMULATION DU PROBLEME:

D'après le chapitre II, le modèle du système est donné par l'équation différentielle:

$$\dot{X} = FX + Gu \quad (3.1)$$

avec

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1}{M_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{M_2} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

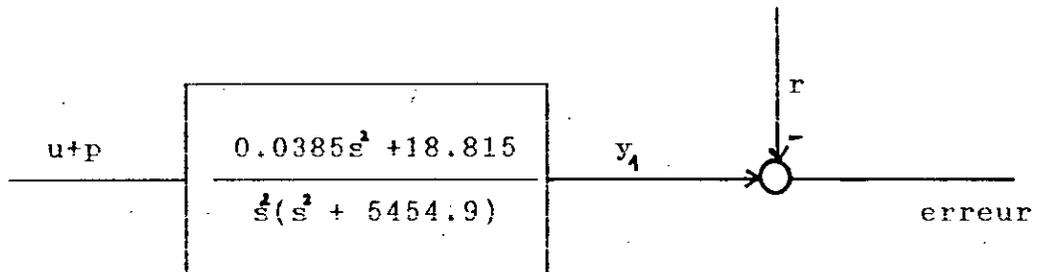
Puisque la quantité $x_2 - x_1$ ou $z_2 - z_1$ est mesurable [1], on peut alors la considérer comme étant la sortie de notre système.

$$y_1 = x_2 - x_1 = H^T x = [-1 \ 1 \ 0 \ 0] x \quad (3.3)$$

La matrice de transfert du système, correspondante à l'équation (3.1) est la suivante:

$$P(s) = H^T (sI - F)^{-1} G = \frac{0.0385s^2 + 18.815}{s^2 (s^2 + 5454.9)} \quad (3.4)$$

d'où Le schéma bloc du système en boucle ouverte:



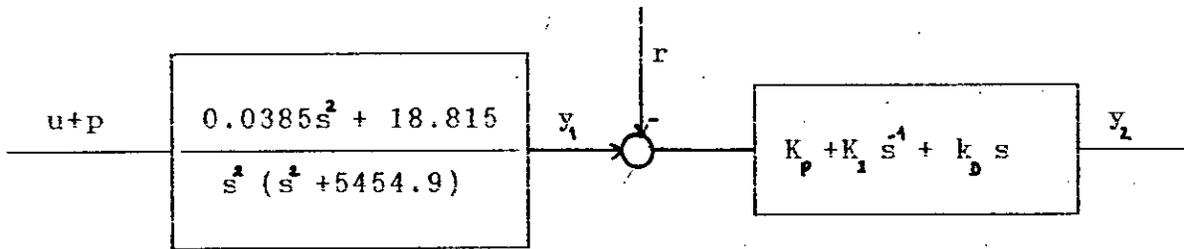
Fig(3.2) Schéma bloc d'une suspension active de voiture en boucle ouverte

Pour introduire un filtre PID dans le système, il faut d'après le chapitre I que les conditions nécessaires suivantes soient vérifiées: c'est à dire que:

- i) Le système soit carré.
- ii) $H^T G = 0$.

D'après l'équation (3.1) et (3.3) on peut vérifier que $H^T G = 0$. De plus la commande u et la sortie y_1 ont la même dimension.

La représentation du système avec le filtre PID est donnée par la figure (3.2):



Fig(3.2) Représentation d'une suspension active de voiture avec un filtre PID

La dérivée de l'équation (3.3) donne:

$$\dot{y}_1 = H^T \dot{x} = H^T Fx + H^T Gu = H^T Fx \quad (3.5)$$

On remplace l'équation (3.5) dans (2.10) on obtient:

$$y_2 = K_p H^T x + K_I \int_0^x y_1 dt + K_D H^T Fx \quad (3.6)$$

La fonction de transfert globale en boucle ouverte Fig(3.3) est :

$$T(s) = \left[(K_P H^T + K_D H^T F) + \frac{K_I H^T}{s} \right] \begin{bmatrix} s^2 \left(\frac{1}{M_2} - \frac{1}{M_1} \right) \\ \frac{1}{M_2} \left(s^2 + \frac{K_1}{M_1} \right) \\ - \frac{s^3}{M_1} \\ \frac{1}{M_2} \left(s^3 + \frac{K_1 s}{M_1} \right) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Les variables d'états du système global sont le vecteur x plus le scalaire $x_5 = \int y_1 dt$

Donc, la représentation d'état du système global est :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & 0 \\ H^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G \\ 0 \end{bmatrix} \hat{u} \quad (3.8)$$

De l'équation (3.6) on peut exprimer la sortie du filtre PID par :

$$y_2 = \left[(K_P H^T + K_D H^T F) \quad K_I \right] \begin{bmatrix} x \\ x_5 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

La loi de la commande optimale est donnée d'après le chapitre I par:

$$\hat{u} = k^T X + k_5 X_5 = k^T X + k_5 \int_0^z (H^T X) dt \quad (3.10)$$

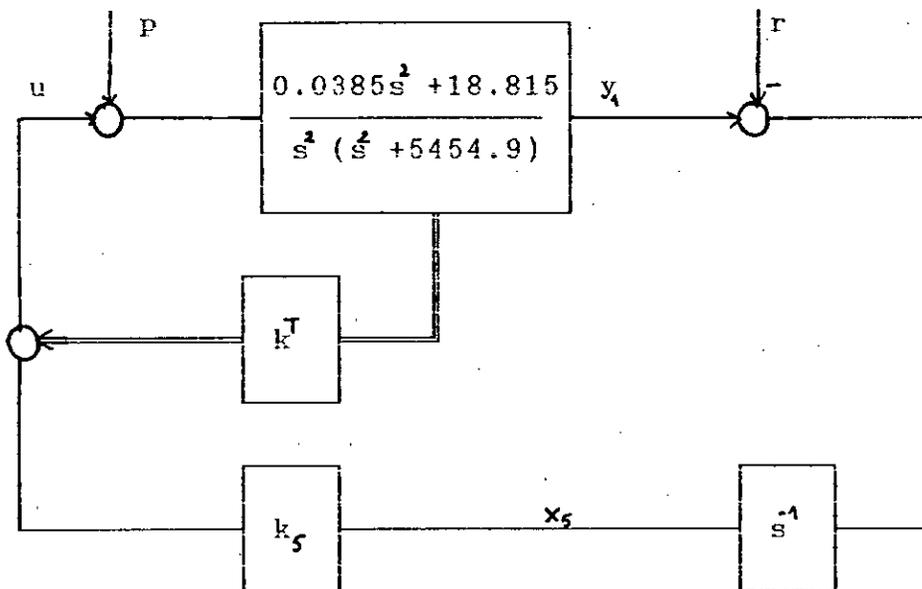
où $k = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4]^T$ et k_5 représentent les gains des boucles de retour à déterminer.

Notez qu'il est plus pratique de définir la commande par la relation [1]:

$$u = k^T X + k_5 X_5 \quad (3.11)$$

Avec cette notation et d'après l'équation (3.10) on peut remarque que la force de perturbation p est éliminée par la constante d'intégration.

D'où le système en boucle fermée avec le retour d'état complet est représenté par la figure (3.3).



Fig(3.3) Structure globale optimale d'une suspension active de voiture en boucle fermée

D'autre part, le critère de performance (2.12) peut être réécrit sous la forme standard.

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\rho \dot{\alpha}^2 + \tilde{x}^T Q \tilde{x}) dt \quad (3.12)$$

La notation tilde ($\tilde{}$) est utilisée pour représenter l'augmentation du vecteur d'état:

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T \quad (3.13)$$

D'après l'équation (3.9) la sortie du filtre PID est donnée par:

$$\begin{aligned} y_2 &= [K_P H^T + K_D H^T F] x + K_I x_5 \\ &= K_P (-x_1 + x_2) + K_D (-x_3 + x_4) + K_I x_5 \\ &= [-K_P \ K_P \ -K_D \ K_D \ K_I] x \end{aligned} \quad (3.14)$$

Si on remplace l'équation (3.14) dans l'équation (2.12), la matrice de pondération Q est donnée par:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 + q_3 K_P^2 & -q_2 - q_3 K_P^2 & q_3 K_P K_D & -q_3 K_P K_D & -q_3 K_P K_I \\ -q_2 - q_3 K_P^2 & q_2 + q_3 K_P^2 & -q_3 K_P K_D & q_3 K_P K_D & q_3 K_P K_I \\ q_3 K_D K_P & -q_3 K_P K_D & q_3 K_D^2 & -q_3 K_D^2 & -q_3 K_P K_I \\ -q_3 K_P K_D & q_3 K_P K_D & -q_3 K_D^2 & q_3 K_D^2 & q_3 K_D K_I \\ -q_3 K_P K_I & q_3 K_I K_P & -q_3 K_I K_D & q_3 K_I K_D & q_3 K_I^2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Où Q est matrice symétrique semi-définie.

3. PROCESSUS D'OPTIMISATION

Les équations d'état (3.8) pour le système augmenté fig(3.3) peuvent être réécrites selon la forme compacte:

$$\frac{d\tilde{x}}{dt} = F_a \tilde{x} + G_a u \quad (3.16)$$

avec:

$$F_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_1}{M_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad G_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{M_1} \\ \frac{1}{M_2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

et

$$x(0) = -(1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0)^T \quad (3.18)$$

le système est complètement commandable alors il existe une loi de commande optimale donnée par:

$$u_{opt} = k_a^T X \quad (3.19)$$

Où le vecteur $k_a = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5]^T$ est constant. Cette loi peut être écrite sous la forme:

$$u_{opt} = -\frac{G_a^T P \tilde{x}}{\rho} \quad (3.20)$$

Où P est une matrice constante symétrique positive et définie, solution de l'équation de Riccati (en régime établi) suivante.

$$PF_a + F_a^T P - \frac{PG_a G_a^T P}{\rho} + Q = 0 \quad (3.21)$$

Les valeurs du vecteur k_2 sont données par:

$$k_a = -G_a^T \frac{P}{\rho} \quad (3.22)$$

Les résultats établis ci-dessus pour la commande optimale de la suspension active d'un quart de véhicule, sont simulés sur ordinateur avec utilisation du logiciel MATLAB et des données numériques suivantes [1]:

$$\begin{array}{lll} M_1 = 28.58 \text{ Kg} & M_2 = 288.9 \text{ Kg} & k_4 = 155900 \text{ N/m} \\ q_1 = 10 & q_2 = 1 & q_3 = 10 \quad \rho = 10^{-7} \text{ où } 5 \cdot 10^{-7} \\ K_0 = 1 & K_p = 2.5, 5 \text{ ou } 10 & K_1 = 10, 40 \text{ ou } 160 \end{array}$$

Les valeurs des fréquences naturelles (les valeurs propres) et des facteurs d'amortissements pour les modes dominants sont donnés par le tableau suivant [1]:

filtres PID	$\rho = 10^{-7}$	$\rho = 5 \cdot 10^{-7}$
$(s^2+2.5s+10)/s$ $\omega_p=3.163 \quad \xi=0.395$	$\omega_1=3.15 \quad \xi_1=0.40$ $\omega_2=22.62 \quad \xi_2=0.30$	$\omega_1=3.12 \quad \xi_1=0.40$ $\omega_2=25.2 \quad \xi_2=0.71$
$(s^2+5s+40)/s$ $\omega_p=6.325 \quad \xi=0.395$	$\omega_1=6.24 \quad \xi_1=0.39$ $\omega_2=22.86 \quad \xi_2=0.31$	$\omega_1=6.01 \quad \xi_1=0.39$ $\omega_2=26.15 \quad \xi_2=0.70$
$(s^2+10s+40)/s$ $\omega_p=6.325 \quad \xi=0.7905$	$\omega_1=6.35 \quad \xi_1=0.79$ $\omega_2=22.4 \quad \xi_2=0.29$	$\omega_1=6.46 \quad \xi_1=0.79$ $\omega_2=24.36 \quad \xi_2=0.72$
$(s^2+10s+160)/s$ $\omega_p=6.325 \quad \xi=0.395$	$\omega_1=12.2 \quad \xi_1=0.37$ $\omega_2=23.73 \quad \xi_2=.34$	$\omega_1=10.76 \quad \xi_1=0.37$ $\omega_2=29.07 \quad \xi_2=0.84$

Tableau(3.1) Les valeurs propres du système pour des différents filtre PID

Remarque:

D'après le tableau (3.1) la fréquence naturelle et le coefficient d'amortissement (ω_1, ξ_1) du premier mode (mode de vibration du châssis) sont directement déterminés par les zéros de compensateur. Le facteur de pondération ρ n'a pas une grande influence sur ces deux valeurs (ω_1, ξ_1) , par contre, ce facteur a une très grande influence sur la fréquence naturelle et le coefficient d'amortissement (ω_2, ξ_2) du deuxième mode (mode de vibration de la roue), c'est à dire que si le facteur ρ augmente, les deux valeurs (ω_2, ξ_2) augmentent, et vice-versa. Le facteur de pondération q_2 influe sur le deuxième mode de telle sorte que le coefficient d'amortissement ξ_2 augmente et la fréquence naturelle ω_2 diminue.

3.4 REALISATION PHYSIQUE

La commande optimale obtenue est de la forme suivante:

$$u_{opt} = k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 + k_4 x_4 + k_5 \int_0^c (x_2 - x_1) dt \quad (3.23)$$

Avec:

$$x_5 = \int_0^c (x_2 - x_1) dt \quad (3.24)$$

En remplaçant x_1, x_2 par leurs valeurs on obtient:

$$u_{opt} = k_1 (z_1 - z_0 - p/k) + k_2 (z_2 - z_0 - p/k) + k_3 z_3 + k_4 z_4 + k_5 \int_0^c (z_2 - z_1) dt \quad (3.25)$$

Avec:

z_1 et z_2 les déplacements relatifs de l'essieu et du châssis par rapport à la route.

z_3, z_4 sont leurs vitesses absolues respectivement.

L'équation (3.23) peut être écrite sous la forme:

$$u_{opt} = (k_1 + k_2) (z_1 - z_0 - p/k) + k_2 (z_2 - z_1) + (k_3 + k_4) z_3 + k_4 (z_4 - z_3) + k_5 \int_0^c (z_2 - z_1) dt \quad (3.26)$$

On peut supposer que le terme:

$$-(k_1+k_2) \frac{P}{k} \quad (3.27)$$

est éliminé par la constante d'intégration, de plus, on revient à l'équation (2.1) du modèle, on obtient:

$$z_1 - z_0 = -\frac{u + M_1 \dot{z}_3}{k} \quad (3.28)$$

On substitue l'équation (3.28) dans l'équation (3.26), d'où la forme suivante:

$$u = \frac{-(k_1+k_2)(u + M_1 \dot{z}_3)}{k} + k_2(z_2 - z_1) + (k_3+k_4)z_3 + k_4(z_4 - z_3) + k_5 \int_0^{\tau} (z_2 - z_1) dt \quad (3.29)$$

L'équation (3.29) peut être réécrite sous la forme:

$$u_{opt} - H_1 \dot{z}_3 + H_2(z_2 - z_1) + H_3 z_3 + H_4(\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + H_5 \int_0^{\tau} (z_2 - z_1) dt \quad (3.30)$$

avec :

$$\begin{aligned}
 H_1 &= -\frac{(k_1+k_2)M_1}{k+k_1+k_2} \\
 H_2 &= \frac{kk_2}{k+k_1+k_2} \\
 H_3 &= \frac{k(k_3+k_4)}{k+k_1+k_2} \\
 H_4 &= \frac{kk_4}{k+k_1+k_2} \\
 H_5 &= \frac{kk_5}{k+k_1+k_2}
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

D'après l'équation (3.30) on peut remarquer que la forme de la commande contient la vitesse de la roue $z_3 = \dot{z}_1$, l'accélération $\dot{z}_3 = \ddot{z}_1$, le déplacement relative $z_2 - z_1$, sa dérivée et son intégrale respectivement. Ceci nous permet de déduire que la commande peut être réalisée à l'aide d'un actionneur produisant une force

$$F = H_1 \dot{z}_3 + H_3 z_3 + H_5 \int_0^{\tau} (z_2 - z_1) dt \tag{3.32}$$

en parallèle avec un ressort de raideur $\lambda = H_2$ et un amortisseur de coefficient $B_2 = H_4$.

Les signaux d'entrées de l'actionneur électrohydraulique sont:

- i)- La vitesse absolue et l'accélération de la masse M_1 .
- ii)- L'intégrale du déplacement relative entre l'axe de la roue et le châssis $z_2 - z_1$.

Donc, la structure de la suspension avec la commande est donnée par la figure (3.4).

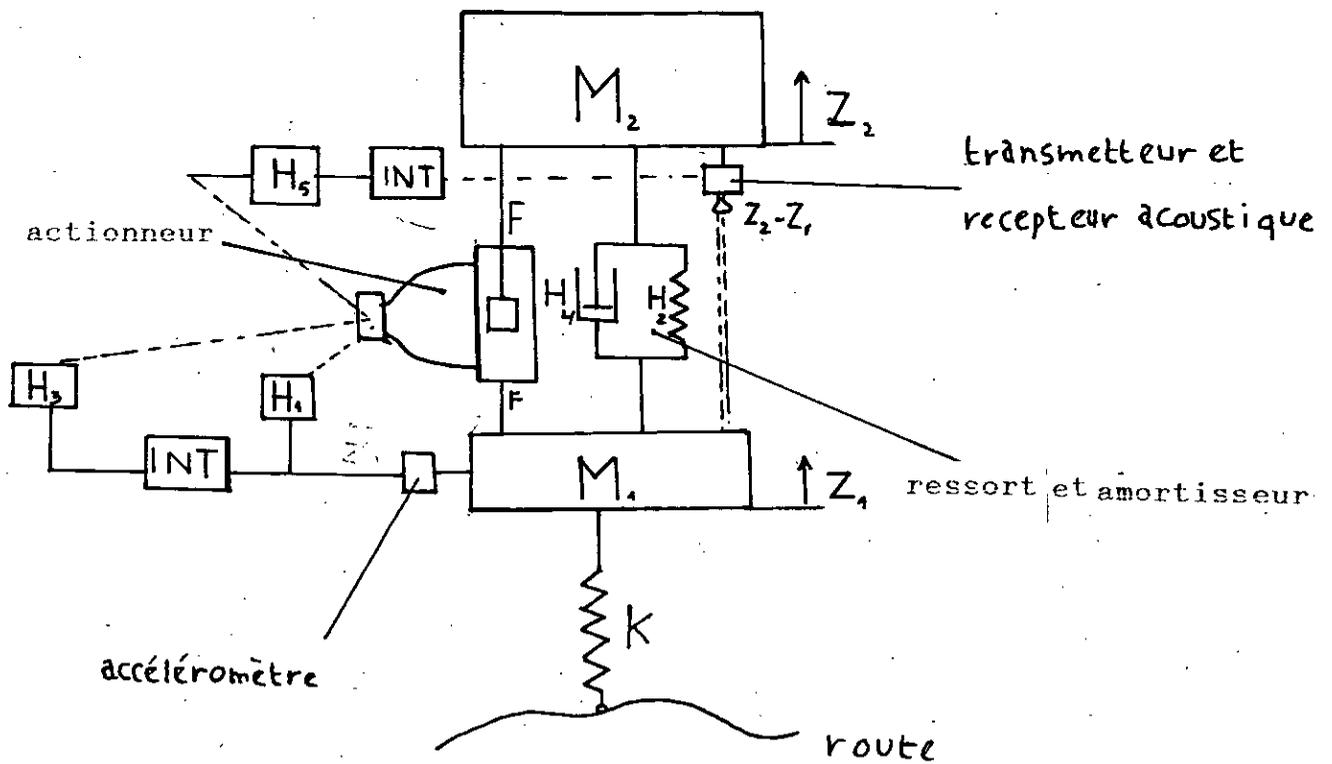


Fig (3.4) structure globale de la suspension active avec filtre PID

CHAPITRE IV
SIMULATION & COMPARAISON
DES RESULTATS

On détermine dans ce chapitre les différentes réponses de la suspension active d'un quart de véhicule avec un filtre PID pour les valeurs particulières:

$$q_1=10 \quad q_2=1 \quad q_3=10$$
$$p=0.0000005 \quad \text{et le filtre } (s^2+10s+40)/s$$

1. Etude comparative entre une suspension passive et active:

1.1 - Comparaison dans le domaine temporel:

Les figures (4.1) et (4.2) illustrent les réponses à l'échelon unitaire de l'axe de la roue (z_1) et du châssis (z_2) par rapport à la consigne. Ces figures sont obtenues en utilisant le logiciel de simulation SIMNON. La comparaison des courbes des deux figures nous montre que pour la suspension active avec un filtre PID, le déplacement du châssis offre des performances meilleures par rapport à la suspension passive. En effet on obtient un dépassement plus petit et un temps de réponse plus rapide. De même pour l'essieu, on a une amélioration du dépassement et du temps de réponse. Ainsi nous déduisons que la suspension active avec un filtre PID apporte des améliorations de performances par rapport à la suspension passive.

Les figures (4.3) et (4.4) illustrent l'influence de la perturbation p sur le châssis et l'essieu, il est clair que le déplacement relatif du châssis par rapport à l'essieu pour la suspension active avec un filtre PID est nul en régime permanent alors qu'il y a une erreur statique égale $10/\lambda=6.41\text{mm}$ et un dépassement du châssis de 22.2mm . Cependant, pour la suspension passive on remarque qu'il y a un déplacement relatif entre le châssis et l'essieu de 50.4mm et un dépassement du châssis égal 75.9mm .

Les figures (4.5) et (4.6) montrent clairement les réponses de la commande u à un échelon des deux suspensions. On remarque que la différence entre les deux réponses réside dans la durée de l'application de la commande. C'est à dire que cette durée est petite dans la suspension active par rapport à la suspension passive.

1.2 - Comparaison dans le domaine fréquentiel:

D'après les figures (4.7) et (4.8), on peut construire le tableau suivant:

réponse de l'axe de la roue z_1	suspension passive	suspension active avec un PID
le pic (dB)	1.59	2.42
bande passante (rad/s)	99	51
réponse du châssis		
le pic (dB)	5.82	2.08
bande passante (rad/s)	14	25

Tableau(4.1) Comparaisons des caractéristiques dans le domaine fréquentiel.

Comme il est indiqué dans le tableau(4.1) (et les figures (4.7),(4.8)). La différence principale entre les configurations active et passive se trouve dans la région des fréquences comprise entre 15-50 rad/s (2.4 à 8Hz) où la réponse du châssis de la suspension active avec un filtre PID est plus grande approximativement de 7.5dB par rapport à celle de la suspension passive. On remarque que cet intervalle comprend l'intervalle maximal de la sensibilité de l'homme au vibration verticale (4 à 8Hz) [1], de plus cette réponse est légèrement améliorée (le pic est de 2.08 comparé au passif qui est de 5.82).

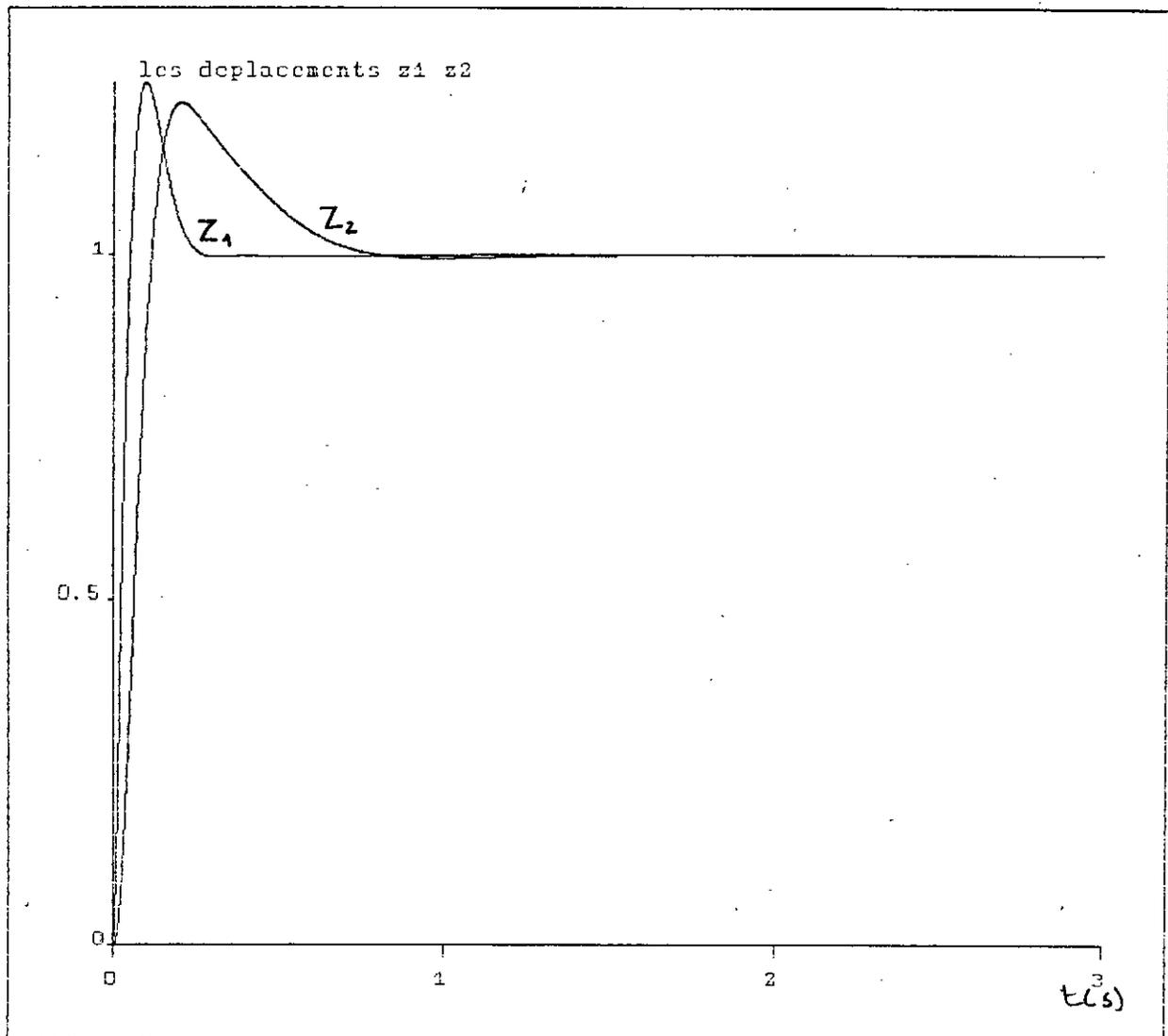
Les caractéristiques de la suspension active avec un filtre PID sont en général meilleures par rapport à la suspension passive car il y a une réduction importante de la réponse de l'essieu aux fréquences plus élevées et une réduction de sa bande passante, déplacer vers la gauche (il y a donc plus de sécurité).

Les figures (4.9),(4.10) et (4.11) illustrent la comparaison des performances des deux suspensions active et passive dans le domaine fréquentiel par rapport à l'isolation des vibrations, à l'espace d'évolution de la suspension et aux caractéristiques de tenue de route.

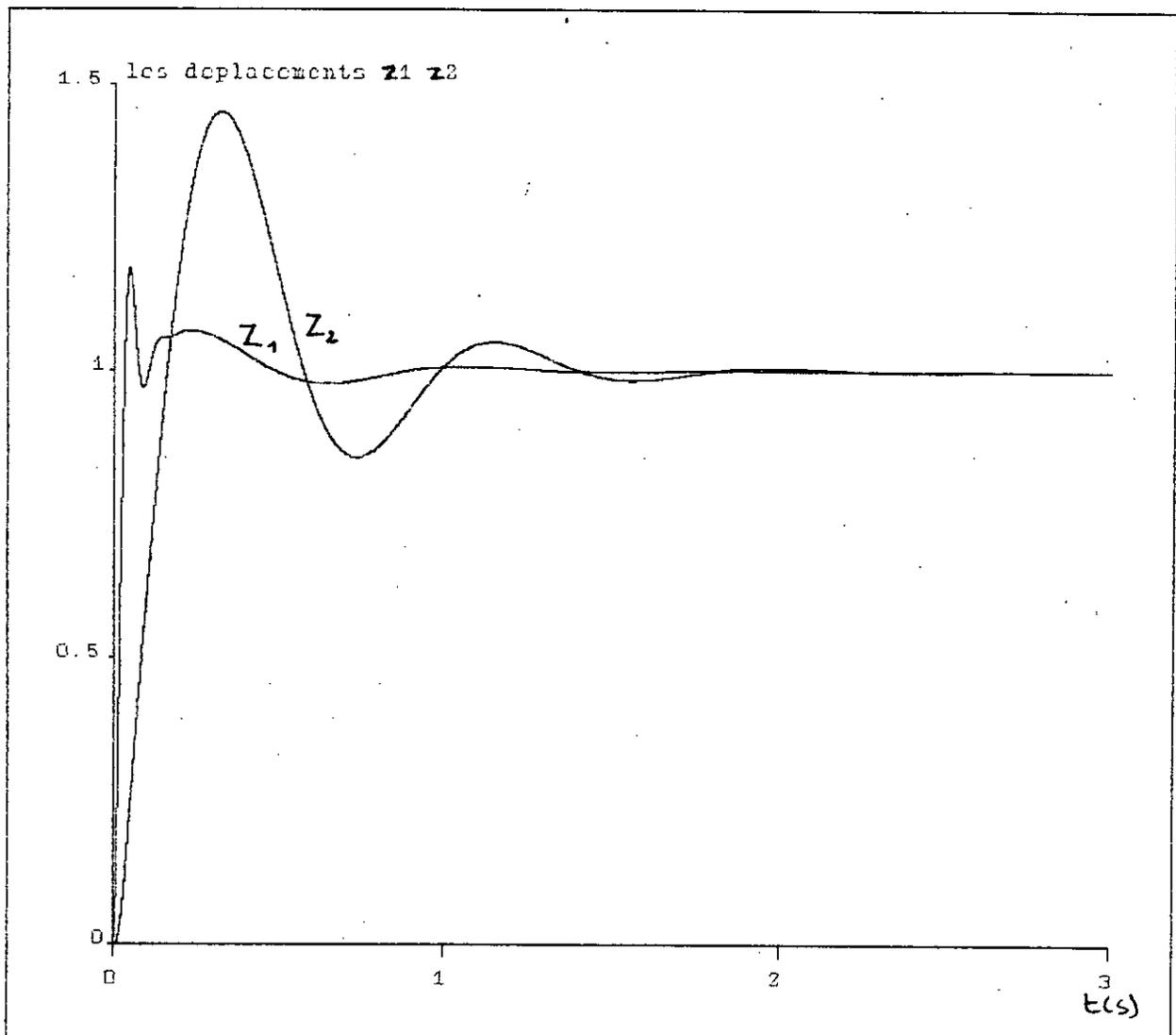
Les courbes de la réponse fréquentielle de l'accélération Fig(4.9), indiquent que l'amélioration majeure de la suspension active avec un filtre PID par rapport à la suspension passive se trouve dans l'intervalle (3.16 à 10 rd/s) près de la fréquence naturelle de la masse M_2 . Nous voyons que contrairement à la suspension passive, la suspension active présente un bon amortissement près de la fréquence naturelle de la masse M_2 .

La figure (4.10) représente les courbes des réponses fréquentielles de la déviation de la suspension. Il est clair qu'il y a une bonne amélioration aux basses et aux hautes fréquences de la suspension active avec un filtre PID par rapport à la suspension passive.

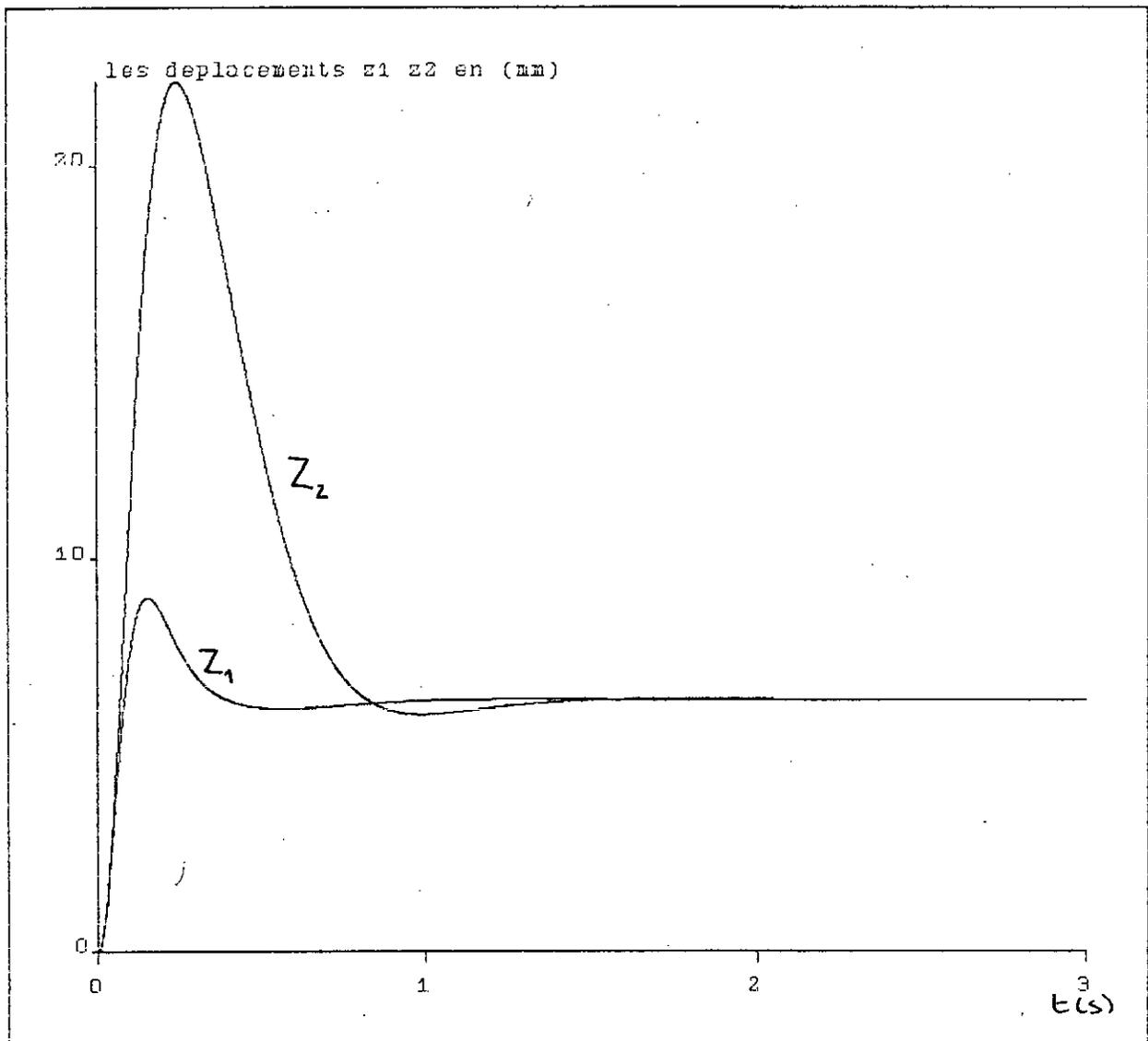
La figure (4.11) représente les courbes fréquentielles de la déviation du pneu. Nous voyons qu'il y a une réduction majeure de la suspension active par rapport à la suspension passive près des fréquences naturelles des deux masses M_1 et M_2 .



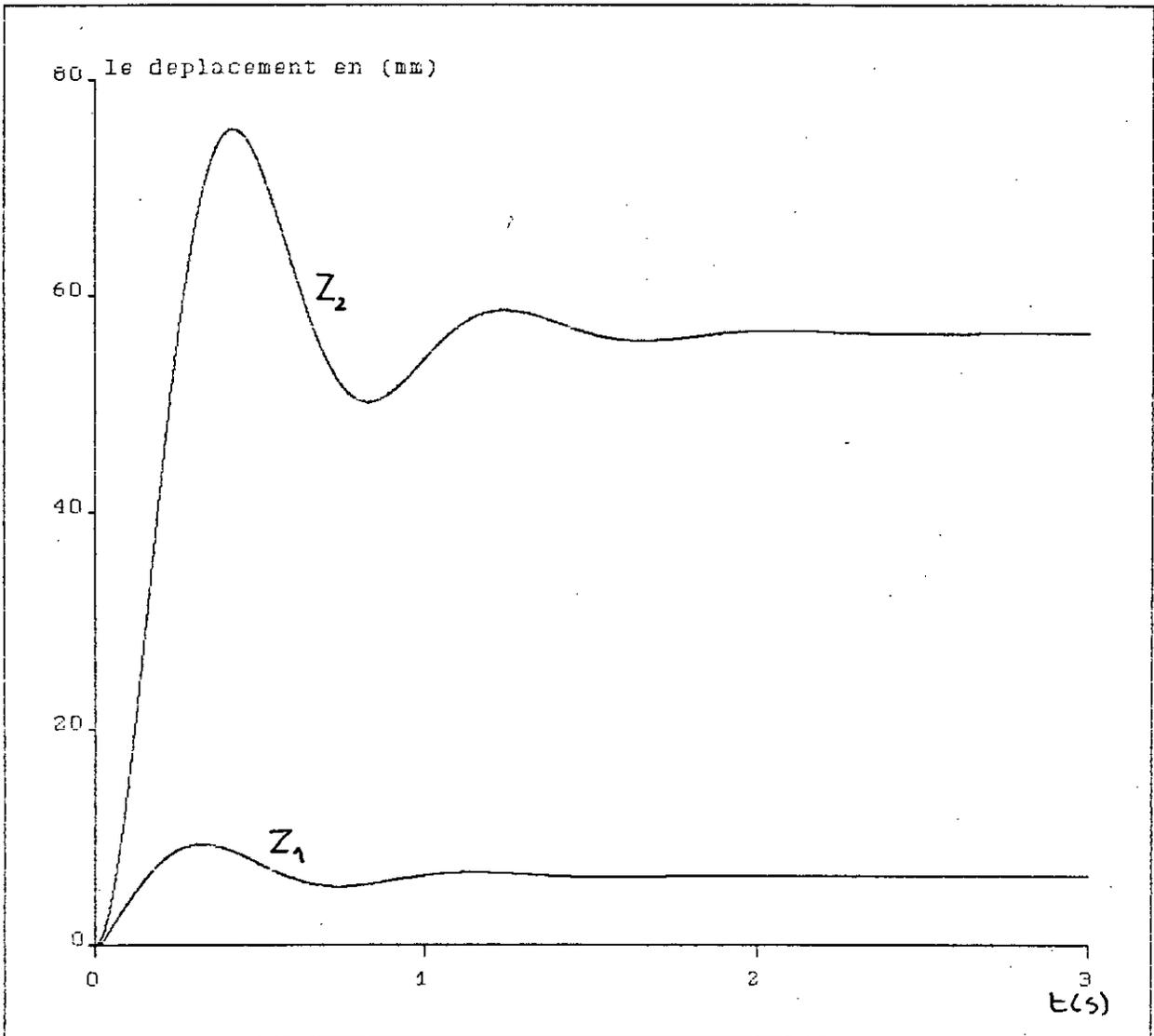
Fig(4.1) Courbes des réponses temporelles à un échelon du châssis et de l'essieu d'une suspension active (avec un filtre PID).



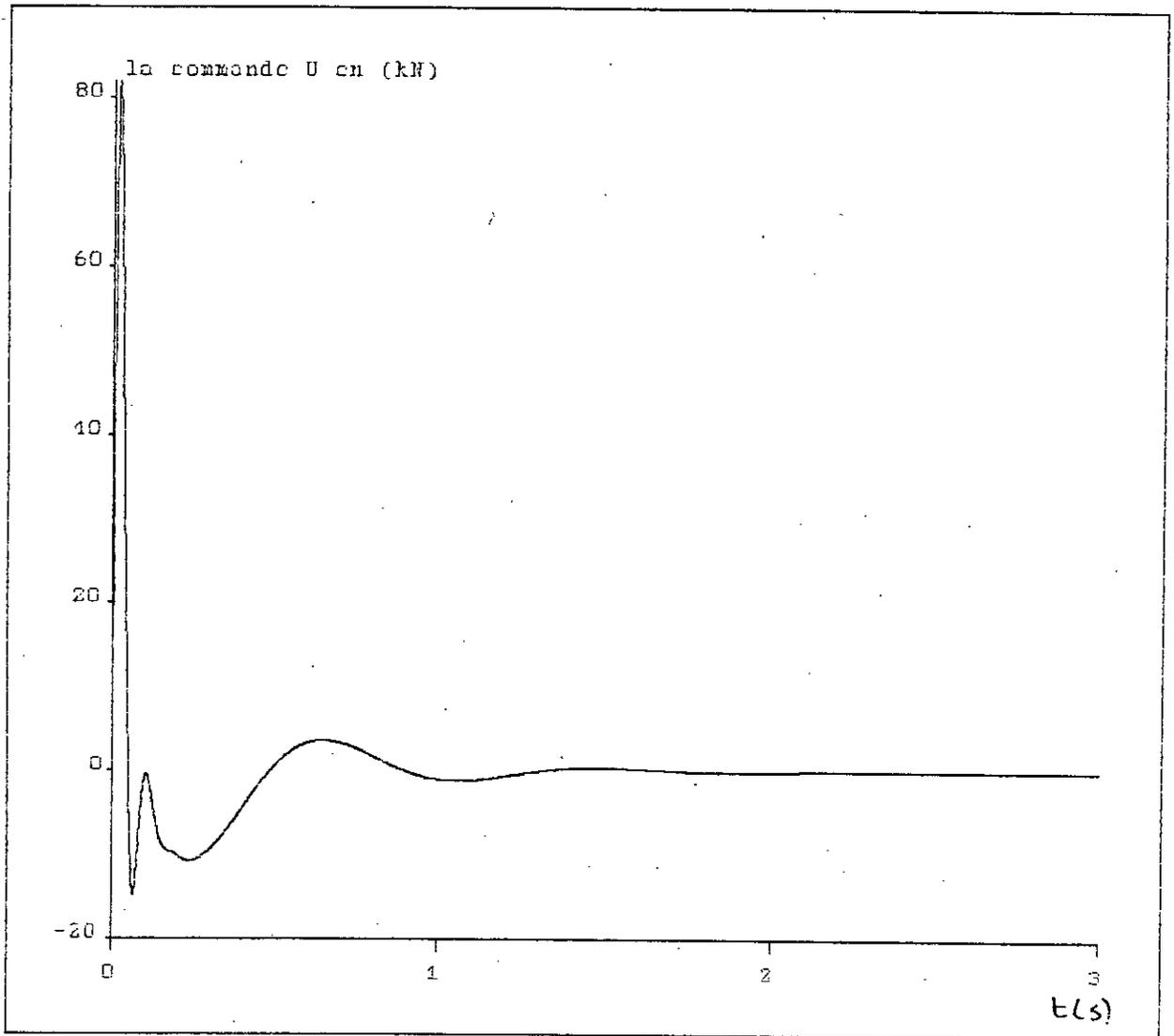
Fig(4.2) Courbes des réponses à un échelon du châssis et de l'essieu d'une suspension passive.



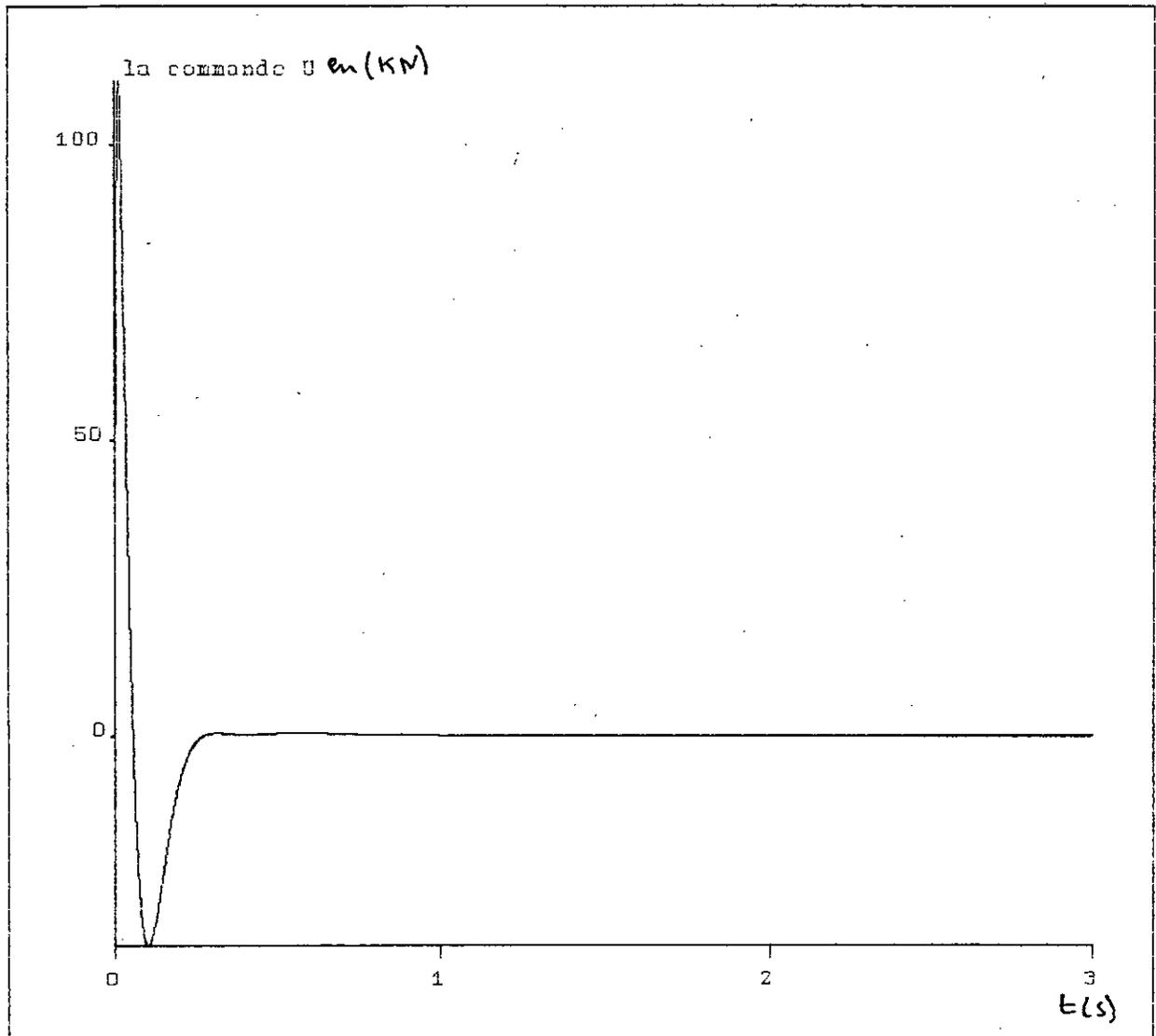
Fig(4.3) Courbes des réponses temporelles du châssis et de l'essieu d'une suspension active avec un filtre PID par rapport à une perturbation ($p=1kN$)



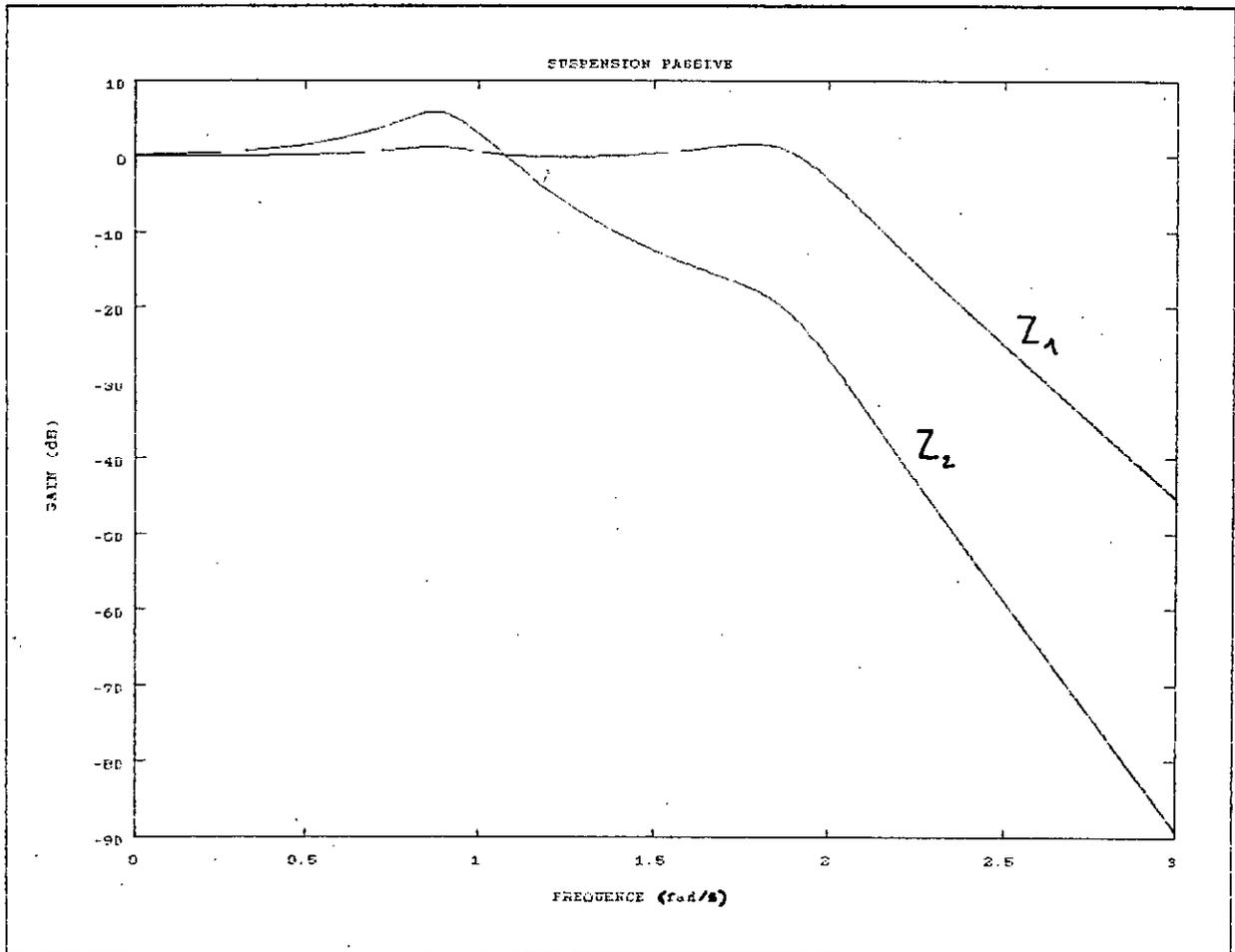
Fig(4.4) Courbes des réponses temporelles du châssis et de l'essieu d'une suspension passive par rapport à une perturbation($p=1\text{kN}$).



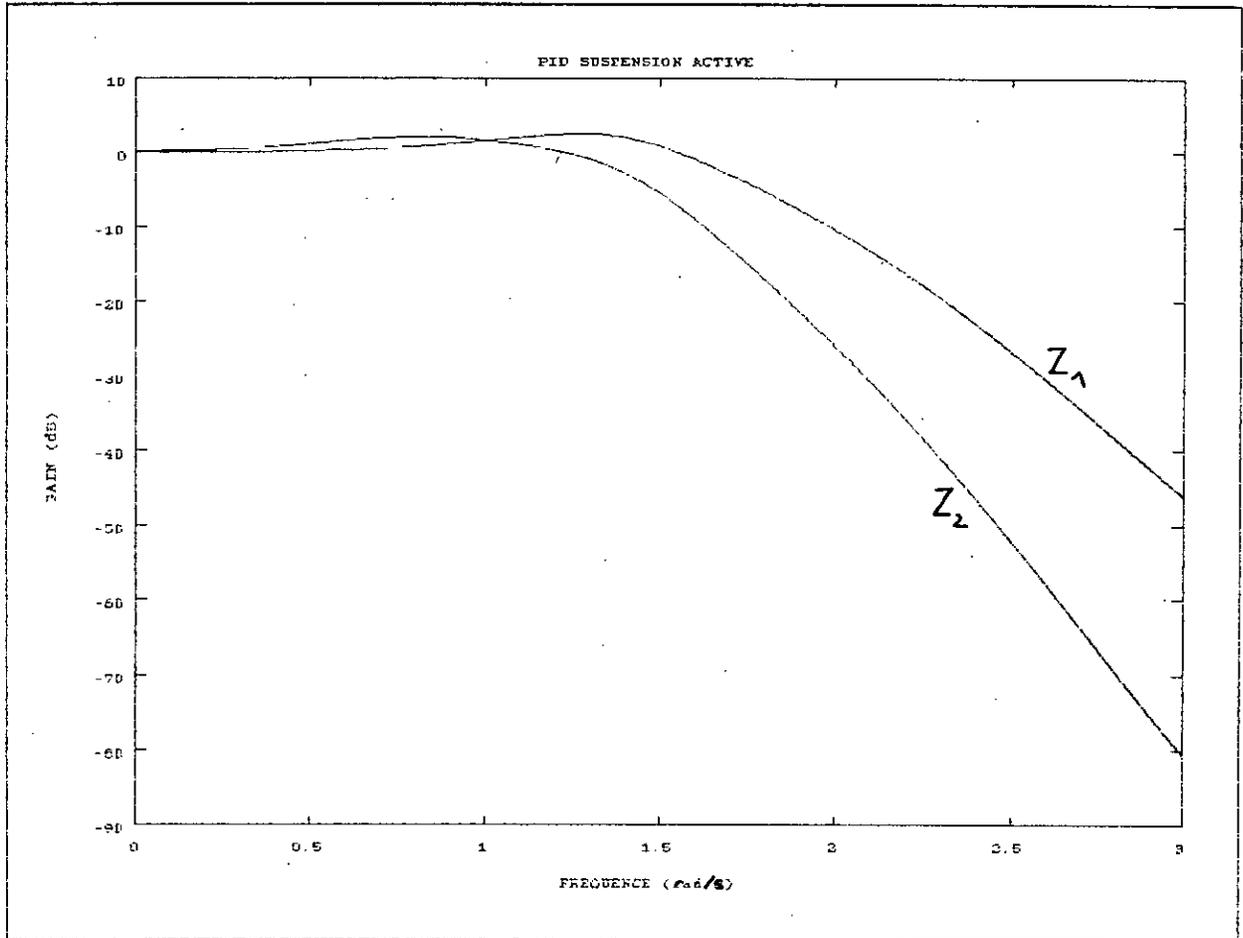
Fig(4.5) la commande u d'une suspension passive, à un échelon.



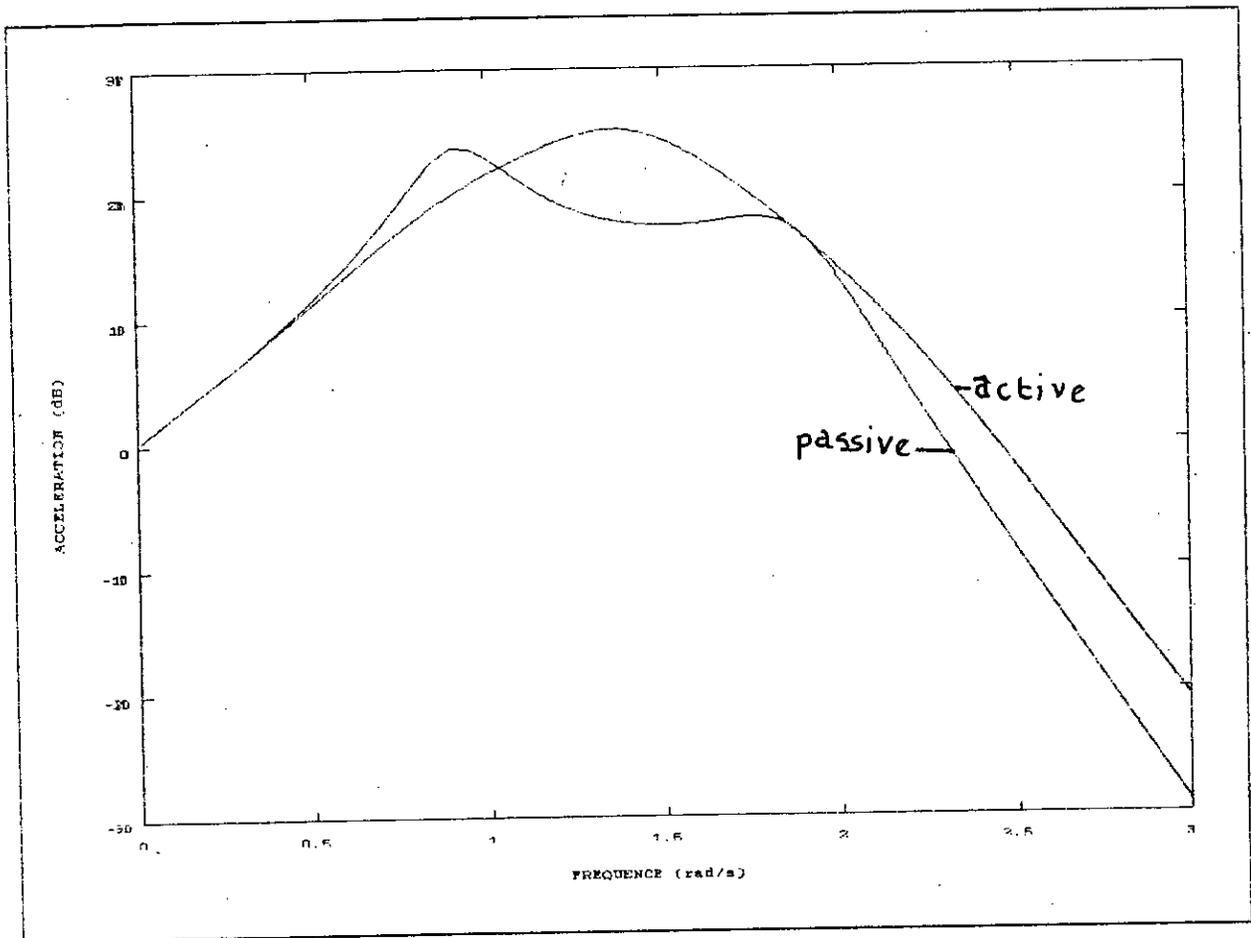
Fig(4.6) la commande d'une suspension active avec un filtre PID à un échelon.



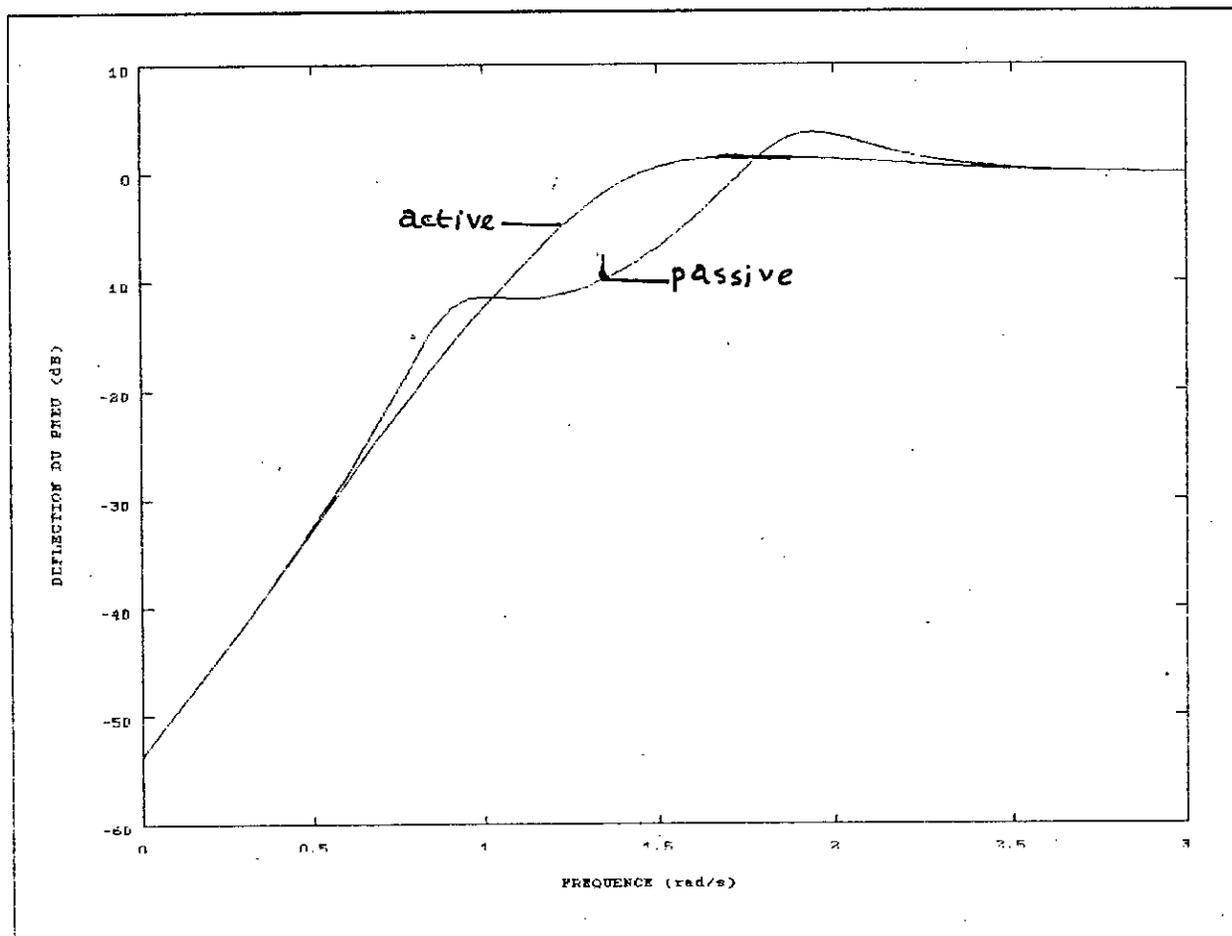
Fig(4.7) Tracé de BODE des réponses fréquentielles de l'essieu et du châssis pour une suspension passive



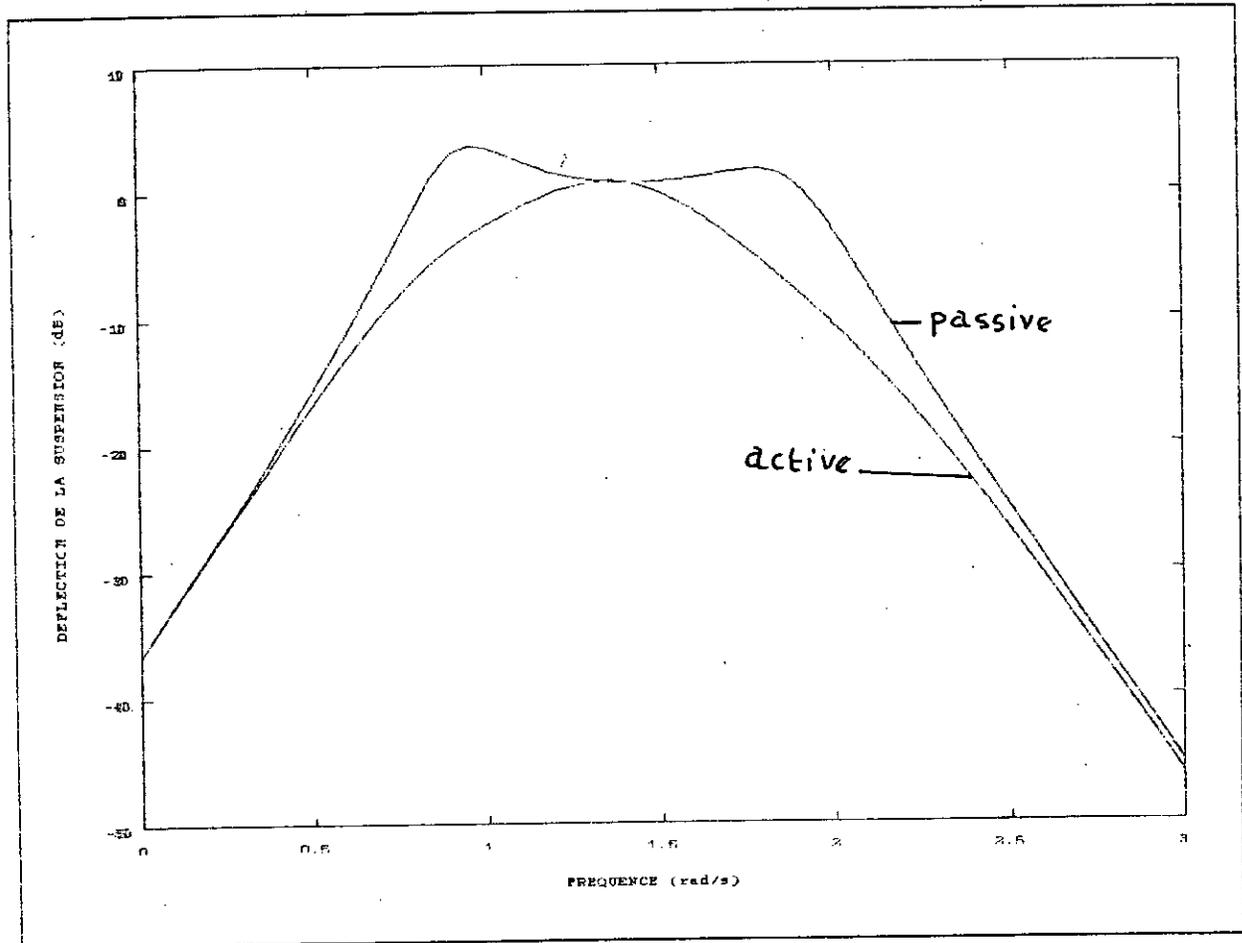
Fig(4.8) Tracé de BODE des réponses fréquentielles de l'essieu et du châssis pour une suspension active (avec filtre PID).



Fig(4.9) Comparaison dans le diagramme de BODE de l'accélération verticale des suspensions active (avec filtre) et passive.



Fig(4.10) Comparaison dans le diagramme de BODE des réponses de la déviation du pneu des suspensions active (avec filtre) et passive



Fig(4.11) Comparaison dans le diagramme de BODE des réponses de la déviation des suspensions active(avec filtre PID) et passive.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE:

Dans le présent travail nous nous sommes fixé comme objectif principal l'étude de la combinaison de la méthode classique qui est basée sur la synthèse des régulateurs standards à paramètres fixes (PID) et la méthode quadratique linéaire et nous avons appliqués cette technique au problème du véhicule pour améliorer la sortie globale du système conformément à certaines exigences fréquentielles.

L'utilisation de cette technique au problème du véhicule peut achever des améliorations sur les réponses fréquentielles du châssis et de l'essieu à la fois. L'utilisation d'un filtre PID dans ce cas conduit à la robustesse du système en présence d'une force de perturbation (charge).

La fréquence naturelle et le coefficient d'amortissement de vibration du châssis sont directement déterminés par les zéros du filtre PID. L'effet de limitation de la sortie du filtre dans critère de performance est d'éliminer le mode de vibration de l'axe de la roue et de réduire sa fréquence.

D'après la comparaison entre la suspension active (avec un filtre PID) et la suspension passive on voit que le pic de la réponse fréquentielle du châssis pour la suspension active est réduit de plus, la bande passante de la réponse de l'essieu est aussi réduite.

Donc, et d'après cette étude, on peut conclure que les deux méthodes, la méthode moderne quadratique linéaire (domaine temporel) et la méthode classique (domaine fréquentiel) sont complémentaire.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE:

- [1]:A.G, Thompson and B.R, Davis, " Optimal Active Suspension Design Using a Frequency-Shaping PID Filtre", Vehicle System Dynamics, Departement Of Mecanical Engineering Univesity Of Adelaide,S.A.5000
- [2]:B.D.O, Anderson and J.B, Moore," Frequency Shaping ", Optimal control linear Quadratic Methods, Prentice- Hall,1989.
- [3]:A.G, Thompson and B.R, Davis," Optimal Linear Active Suspensions With Derivative Contraints and Output Feedback Control ", Vehicle System Dynamics,17 (1988),pp. 179-192.
- [4]:A.G, Thompson ," An Active Suspension With Optimal Linear State Feedback ", Vehicle System Dynamics,5 (1976) ,pp187-203.
- [5]:J.K, Hedrick and T, Butsuen," Invariant Properties Of Automotive Suspension ",Departement Of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute Of Technology, Cambridge, Massachusetts, IMechE 1988,PP 35-42.
- [6]:C.Yue,T.Butsuen and J.K, Hedrick," Alternative Control Laws For Automotive Active Suspensions ",Transactions Of The ASME,vol.111,June 1989,pp 286-291.
- [7]:K,Boucetta," Commande Et Optimisation d'une Suspension de Voiture ",Projet De Fin D'etude ENP 1992.

- [8]:B,Friedland," Control system Design: An Introduction To State Space Method ", McGraw-Hill Series In Electrical Engineering Newyork 1987.
- [9]:A.Moussaoui, N.Louam," Application Of The Linear Optimum Proportional-Plus-Integral-Preview Control In The Design Of Automotive Suspensions ",Departement Of Electrical Engineering,Automation Laboratory, ENP
- [10]:M.A,Johnson and M.Gimble,"Recent trends in linear optimal quadratic multivarible control system design" IEE Proceedings, vol.134,January 1987.
- [11]: N.Louam," commande optimale ", Cours de 5^{ème} année automatique, ENP 1994.