

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Ecole Nationale Polytechnique
Département de Génie Mécanique
Projet de master pour
l'obtention du diplôme de
master en génie mécanique

Thème

*Etude par simulation d'un emmanchement
fretté soumis à la torsion avec prise en compte
des défauts de forme de l'alésage et de l'arbre*

Proposé et dirigé par:

Prof. M.BOUAZIZ

Présenté par :

MARHOUNE.Hamza

Promotion : 2012

REMERCIEMENT

*Au terme de ce Mémoire nous tenons à remercier tout naturellement en premier lieu **Dieu** le tout Puissant qui m'a donné la force, le courage et la patience de mener ce travail.*

*Je tiens à remercier très vivement mon promoteur, Mr **M.BOUAZIZ** pour sa disponibilité, sa gentillesse, ses conseils et ses patientes remarques.*

*Je remercie vivement Mr **y.BELKACEMI** pour l'honneur qu'il me fait en président le jury de ce master. Mes remerciements les plus sincères à Mr **M.LATRACHE**, pour son d'avoir accepté de juger ce travail.*

Pour les nombreux soutiens que j'ai reçus dans le cadre de mon projet de fin d'études, c'est une grande satisfaction pour moi de remercier ceux qui m'ont aidé à le mener à bien.

Mes remerciements adressent également à toute la famille du département Génie mécanique de l'ENP (Enseignant, Techniciens et Etudiants)

*Et ne pas oublier Mr **H.BOUTOULTAOU** pour sa gentillesse, ses conseils.*

Dédicace

Je dédie ce modeste travail :

*À mes très chers parents, mon père **Ammar** et ma mère **Nouara**, qui ont sacrifié leurs vies pour que je réussisse dans mes cursus scolaire et universitaire, et grâce à eux j'ai pu atteindre ce niveau, je les remercie pour leurs précieux conseils, d'avoir été toujours à mon côté afin de me soutenir dans les moments les plus difficiles, et d'avoir été plus que parents mais des amis, que **Dieu** les bénisse et leurs donne une bonne santé.*

À mes frères et mes sœurs

À mon grand frère Tahar et sa famille

À tous mes amis

*À Noureddine **MESSAOUR** et sa famille*

À tous mes camarades de classe Mécanique promotion 2012.

*À mon très cher : **ml***

ملخص :

إن الهدف الرئيسي لموضوعنا هذا هو دراسة تأثير العيوب من حيث الشكل وهذا للجوف و العمود عن خصائص التجميعات المقلصة باستخدام النهج القائم على نماذج العناصر المحدود. أخذنا بعين الإعتبار عدة عوامل ك: (سعة، وفترات، وقطره المناسب، والمشبك) وكذلك طبيعة المواد من أجل الاقتراب من الخصائص الفعلية للتكيف.

الكلمات المفتاحية : التصنيع، التثبيت الميكانيكي، التجميعات المقلصة، نمذجة الالتماس. العيب من حيث الشكل.

Résumé :

Le but de ce master est d'étudier l'influence des défauts de forme de l'alésage et de l'arbre sur les caractéristiques des assemblages frettés en utilisant une approche basée sur la modélisation par éléments finis. Plusieurs paramètres de ces défauts ont été pris en considération (amplitudes, périodes, diamètre d'ajustement, serrage) et aussi la nature des matériaux dans le but de s'approcher des caractéristiques réelles de l'ajustement.

Mots clés : Usinage, fixation mécanique, assemblages frettés, modélisation du contact, défaut de forme.

Summary:

The purpose of this master is to study the influence of defects shape of the bore and shaft on the characteristics of assemblies shrunk using an approach based on the finite element modeling. Several parameters of these defects were considered (amplitudes, periods, fitting diameter, clamp) and also the nature of the materials in order to approach the actual characteristics of the adjustment.

Keywords: Machining, Mechanical fastening, shrink assembly, Contact modeling, deformity

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE

Chapitre I : ASSEMBLAGES AVEC SERRAGE

I.2. Type des ajustements	4
I.2.a. Ajustement avec jeu	5
I.2.b. Ajustement avec serrage	5
I.2.c. Ajustement incertain	6
I.3. Pression minimale de serrage	7
I.3.a. Transmission d'un couple	7
I.3.b. Transmission d'un effort axial	7
I.4. Calcul de la valeur du serrage	9
I.4.a. Déplacement radial d'un point du cylindre	9
I.4.b. Calcul du serrage minimum de l'ajustement	9
I.4.c. Valeur du serrage maximum	11
I.4.d. Lissage	12
I.5. Vérification aux conditions de résistance	12
I.5.a. Dans l'arbre	13
I.5.b. Dans le moyeu :	13
I.5.c. Conditions de résistance de l'arbre	14
I.5.d. Conditions de résistance du moyeu	14
I.6. Fretage par dilatation du diamètre du moyeu	15
I.6.a. Variation dimensionnelle du moyeu	15
I.6.b. Elévation de température du moyeu	15

CHAPITRE II : LE FRETTAGE

II.1. Introduction	17
II.2. Description de frettage	17
II.3. Théorie des parois épaisses	20

CHAPITRE III : LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

iv.1 bref historique.....	24
iv.2 applications	24

CHAPITRE IV : DEFAUT DE FORME

IV.1. Introduction	27
IV.2. Défaut de forme	27
IV.2.1 défaut de forme de l'alésage.....	28
IV.2.2 défaut de forme de l'alésage et de l'arbre.....	28
IV.3. Modélisation du frettage par la méthode des éléments finis	31
Conditions aux limites	32

CHAPITRE V : SIMULATION DU FRETTAGE

I. Cas de défaut de de forme de l'alésage.....	34
1. Influence sur les déplacements, la pression et les contraintes	34
1. a. Répartition des contraintes de Von mises	34
1. b. répartition des pressions a l'interface	36
1. c. Répartition des déplacements a l'interface	36
2. influence de la nature de matériau	37
3. influence de la valeur de serrage	38
4. influence de la période du défaut période	39
5. influence du diamètre d'ajustement	40
6. influence de l'amplitude.....	41
II. Cas de défaut de de forme de l'alésage de l'arbre.....	43
1. influence de la période du défaut période	46
2. influence de la valeur de serrage	46
3. .influence de l'amplitude	50
4. influence du diamètre d'ajustement	56
5. influence de la nature de matériau	58
 CONCLUSION GENERALE	
Conclusion générale	63

TABLE DES FIGURES

FigureV.1.a: Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de Forme de 4 lobes avec $r_{\text{moy}}=8.01$, $\varepsilon=0.03$	34
FigureV.1.b: Déformation de l'alésage pour l'état parfait	34
FigureV.2 : Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de forme à 2 lobes	35
FigureV.3 : Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes (vert), sans défaut (rouge) avec $r=7.985$, $\varepsilon=0.0$	35
Figure V.4 Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes Avec $r=8.00$, $\varepsilon=0.03$.	36
Figure V.5 : Répartition des déplacements à l'interface pour un défaut présentant 3 et 4 lobes avec $r=8.02$ d'un serrage de 0.02mm. $\varepsilon=0.03$	36
FigureV.6: comparaison des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/acier (Rouge 2),acier/Aluminium (vert 1), avec $r=7.990\text{mm}$, $\varepsilon=0.03$.serrage de 10 microns.	37
FigureV.7: comparaison des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/acier (Blue), acier/Aluminium (rouge), avec $r=7.990$, $\varepsilon=0.03$. serrage de 10 microns.	38
FigureV.8: comparaison entre les contraintes de Von Mises Maxi en fonction de la valeur de serrage. pour $r=8.000$ mm(bleu), $r=8.005\text{mm}$ (vert), $r=8.01\text{mm}$ (rouge),avec $\varepsilon=0.03$	38
FigureV.9: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi en fonction de la périodicité du défaut $\varepsilon=0.03$, $r=8.005\text{mm}$, 1,2,3 et 4 lobes, serrage de 0.01mm	39
FigureV.10: Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 8 lobes de diamètres $r=8.005\text{mm}$ (Blue), $r=25.005\text{mm}$ (rouge), avec , $\varepsilon=0.03$ mm.serrage de 10 microns.	40
FigureV.11: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi	40
Figure V.12 comparaison des déplacements à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/Aluminium avec $r=8.01$ $\varepsilon=(10$ mic en noire, 30 mic en vert, 50 mic en bleu, 70 mic en rouge	41
Figure V.13: comparaison des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/Aluminium avec $r=8.01$ $\varepsilon=(10$ mic en noire, 30 mic en vert, 50 mic en bleu, 70 mic en rouge)	41
FigureV.14: V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/Aluminium, avec $r=8.01$ mm, $\varepsilon=(10$ mic en noire, 30 en vert, mic en bleu, 70 mic en rouge)	42
FigureV.15: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10 ;30,50,70)$ mic, $r=8.01$ mm.	42
FigureV.16: évolution de P.Max et de P.moy en fonction de la valeur de défaut de forme. présentant 4 lobes Avec $\varepsilon=(10,30,50,70)$ mic. $r=8.01\text{mm}$.	43
FigureV.17: Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de Forme de 4 lobes avec $R_{\text{moy}}=8.01\text{mm}$, $\varepsilon=0.03\text{mm}$.	43
FigureV.18 comparaison entre les contraintes de Von Mises de l'arbre et de l'alésage, avec, $\varepsilon=30$ mic, $T=4$.	44
FigureV.19 comparaison des déplacements de l'arbre et de l'alésage, avec, $T=4$, $\varepsilon=30$ m	44

FigureV.20 comparaison entre les pressions à l'interface de l'arbre et de l'alésage, avec, $T=4$, $\varepsilon=30$ mic.	45
FigureV.21 comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la période, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.01 mm.	45
FigureV.22: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la période, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.01 mm.	46
FigureV.23 comparaison entre les pressions de l'alésage en fonction de la valeur de serrage, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=(8.000,8.005,8.010,8.015) mm.	46
FigureV.24 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'arbre en fonction de la valeur de serrage, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=(8.000,8.005,8.010,8.015) mm.	47
FigureV.25 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'alésage en fonction de la valeur de serrage, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=(8.000,8.005,8.010,8.015) mm.	47
Figure V.26: comparaison entre les déplacements de l'arbre en fonction de la valeur de serrage, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=(8.000,8.005,8.010,8.015) mm.	48
FigureV.27: comparaison entre les déplacements de l'alésage en fonction de la valeur de serrage, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=(8.000,8.005,8.010,8.015) mm.	48
FigureV.28: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la valeur de serrage, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=(8.000,8.005,8.010,8.015) mm.	49
FigureV.29 comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la valeur de serrage, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=(8.000,8.005,8.010,8.015) mm.	49
FigureV.30: comparaison entre les pressions de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.0 mm.	50
FigureV.31 comparaison entre les pressions de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.0 mm.	50
FigureV.32 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.0 mm.	51
Figure V.33 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.0 mm.	51
FigureV.34: comparaison entre les déplacements à l'interface de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.0 mm.	52
FigureV.35: comparaison entre les déplacements à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.0 mm.	52
Figure V.36: déplacement à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=40$ mic, r moy=8.0 mm.	53
Figure V.37: déplacement à l'interface de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=60$ mic, r moy=8.0 mm.	53
Figure V.38: Mises à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=40$ mic, r moy=8.0 mm.	54
Figure V.39: Mises à l'interface de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=20$ mic, r moy=8.0 mm.	54

FigureV.40: pression à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=40$ mic, r moy=8.0 mm.	55
FigureV.41: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.005 mm	55
FigureV.42 comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.005 mm	56
FigureV.43: comparaison entre les pressions à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de diamètre, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.0 mm.	56
FigureV.44 comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la valeur de diamètre, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	57
FigureV.45: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la valeur de diamètre, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	57
FigureV.46 comparaison entre les déplacements de l'alésage en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	58
FigureV.47: comparaison entre les déplacements de l'arbre en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	58
FigureV.48 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'alésage en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	59
FigureV.49: comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'arbre en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	59
FigureV.50: comparaison entre les pressions de l'alésage en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	60
FigureV.51: comparaison entre les pressions de l'arbre en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	60
FigureV.52: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la nature de matière, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	61
FigureV.53: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la nature de matière, avec, $\varepsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm	61

INTRODUCTION GENERALE

INTRODUCTION GENERALE

L'assemblage fretté se distingue des autres assemblages par l'absence d'élément de liaison entre les deux pièces.

L'ajustement entre les deux pièces assemblées est serré c'est-à-dire que le diamètre de l'axe (arbre) est plus grand que celui de l'alésage. Le serrage provoqué par l'assemblage des deux pièces induit une pression qui les maintient solidaires grâce au frottement entre les deux surfaces de contact, empêchant ainsi tout mouvement relatif entre elles.

Le calcul et la conception des emmanchements sont normalisés. La normalisation française propose une méthode de calcul reposante sur la théorie des parois épaisses pour laquelle on fait les hypothèses d'une surface parfaite, de matériaux toujours dans le domaine élastique et on calcule la pression de contact p , qui est fonction de serrage, des propriétés de matériaux et la géométrie sans état de surfaces, l'utilisation de ce modèle utilise plusieurs limites par exemple :

- Surfaces très polies : (R_a : rugosité moyenne arithmétique).
- Limite des diamètres nominaux d'application.
- Lissage= $3(R_{aA} + R_{tAM})$.

En ce qui concerne le défaut de forme, la norme ne donne aucune précision.

Un assemblage fretté utilise le frottement. Généralement, plus les surfaces sont rugueuses, plus le coefficient de frottement est important. Ce qui est en contradiction avec le fait d'exiger de surfaces très polies.

De nombreuses études ont été aussi menées dans le domaine du frettage. Elles ont montré que lors du frettage, les aspérités se déforment localement : la plasticité apparaît rapidement sur des pics surtout pour le matériau le moins dur. Il est clair qu'un modèle prenant en compte les états de surfaces dans le domaine élasto-plastique est bien attendu.

Quant aux défauts de forme, le frettage est supposé être réalisé dans le domaine élastique.

Dans ce travail, on s'intéresse au frettage en admettant dans la première partie que l'axe est parfait (défauts de circularité et de cylindricité nuls, rugosité nulle) et que l'alésage comporte uniquement le défaut de forme. Dans la deuxième partie, on admet que les deux éléments (arbre et alésage) comportent tous les deux des défauts de forme.

Il sera réalisé par simulation sur logiciel en prenant en compte les facteurs d'influence sur l'intensité du serrage (diamètre d'ajustement, nature des matériaux, amplitude et périodicité du défaut de forme, etc...).

CHAPITRE I : ASSEMBLAGES AVEC SERRAGE

I.1. INTRODUCTION

L'assemblage avec serrage est un assemblage courant, et joue un rôle important pour transmettre un couple ou un effort axial. Généralement, il concerne la liaison d'un axe avec le moyeu d'une pièce cylindrique sans utilisation de pièce intermédiaire, telle que la clavette. Le diamètre de l'axe est toujours plus important que celui de l'alésage du moyeu pour engendrer un serrage. La résistance d'un assemblage fretté est obtenue grâce à la pression provoquée par le serrage et par le frottement entre les deux pièces.

I.2. TYPE DES AJUSTEMENTS [1]

Un ajustement est un assemblage de deux pièces de même cote nominale, il est constitué d'un alésage et d'un arbre. L'alésage (contenant) désigne tout élément intérieur même non cylindrique. L'arbre (contenu) désigne tout élément extérieur même non cylindrique.

Du fait des erreurs résultant du processus de fabrication des pièces, les cotes réelles se disposent dans une zone pour respecter l'interchangeabilité, on définit les limites de cette zone, appelée l'intervalle de tolérance (IT) qui est égale à la différence entre les limites maximales et minimales de la cote réelle.

Pour définir la position de la tolérance par rapport à une ligne zéro (ligne de cote).

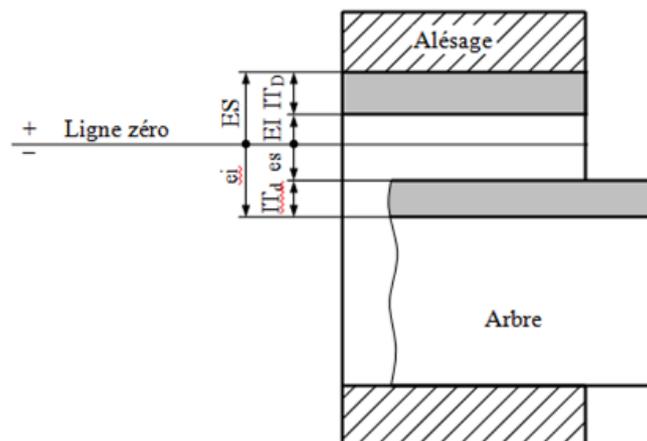


Figure I.1 : Principe des ajustements

Pour l'alésage, on a :

$$\begin{cases} ES = D_{max} - D \\ EI = D_{min} - D \\ IT = D_{max} - D_{min} = ES - EI \end{cases}$$

Pour l'arbre, on a

$$\begin{cases} es = d_{max} - d \\ ei = d_{min} - d \\ IT = d_{max} - d_{min} = es - ei \end{cases}$$

Les écarts sont des nombres algébriques. Ils sont positifs s'ils sont disposés au-dessus de la ligne zéro, négatifs dans le cas contraire.

On définit le jeu maximum et le jeu minimum par :

$$\begin{cases} J_{max} = D_{max} - d_{min} = ES - ei \\ J_{min} = D_{min} - d_{max} = EI - es \end{cases}$$

La disposition de tolérance l'une par rapport à l'autre, d'un alésage et d'un arbre, détermine le caractère de l'ajustement. En général, on a trois sortes d'ajustements :

Ajustement avec jeu, Ajustement avec serrage, Ajustement incertain.

I.2.a. AJUSTEMENT AVEC JEU :

La zone de tolérance de l'alésage est disposée au-dessus de celle de l'arbre.

Dans l'ajustement avec jeu, les valeurs de J_{max} et J_{min} sont positives ($0 < J_{min} < J_{max}$).

I.2.b. AJUSTEMENT AVEC SERRAGE :

La zone de tolérance de l'alésage est disposée au-dessous de celle de l'arbre

Dans l'ajustement avec serrage, J_{max} et J_{min} sont négatifs ($J_{min} < J_{max} < 0$).

Les moyens d'obtention : Le montage de l'arbre dans l'alésage peut être réalisé par :

- par emmanchement forcé à froid (au maillet pour de faibles serrages pour absorber les chocs afin d'éviter les fissures provoquées, à la presse à froid pour des serrages importants)

- avec jeu par dilatation de l'alésage (chauffage). Le serrage est obtenu par contraction de l'alésage à la température ambiante. Dans ce cas, on parle de frettage à chaud.
- avec jeu par contraction de l'arbre (refroidissement dans l'azote liquide). Le serrage est obtenu par dilatation de l'arbre à la température ambiante.

Note : au montage l'assemblage se fait avec jeu, il ne devient avec serrage qu'à la température ambiante

I.2.c. AJUSTEMENT INCERTAIN :

La zone des tolérances de l'alésage et de l'arbre se chevauchent. En montage, l'ajustement peut être avec jeu ou avec serrage suivant les positions relatives des cotes réelles de l'assemblage.

Dans l'ajustement incertain, J_{\max} est positif, J_{\min} est négatif ($J_{\min} < 0 < J_{\max}$).

Il est possible de trouver par les calculs que l'ajustement est incertain mais, en réalité l'assemblage au montage ne s'effectue qu'avec jeu ou avec serrage.

Pour chaque dimension, il est prévu toute une gamme de tolérances et par conséquent toute une gamme d'ajustements. Pour imposer un certain ordre, deux systèmes de base ont été élaborés :

- Le système d'ajustement à alésage normal.
- Le système d'ajustement à arbre normal.

➤ **LE SYSTEME D'AJUSTEMENT A ALESAGE NORMAL (EI=0):** Il représente un assemblage dans lequel un alésage nommé alésage normal, est combiné avec des arbres différents pour obtenir les ajustements nécessaires. Cet alésage est à écart inférieur nul (la cote minimale est égale à la cote nominale). La cote maximale de l'alésage dépend de la qualité désirée. La cote de l'arbre dépend de l'ajustement à observer.

➤ **LE SYSTEME D'AJUSTEMENT A ARBRE NORMAL (ES=0):**

Il représente un assemblage dans lequel un arbre nommé arbre normal, est combiné avec des alésages différents pour obtenir les ajustements nécessaires. Cet alésage est à écart supérieur nul (la cote maximale est égale à la cote nominale).

La cote minimale de l'arbre dépend de la qualité désirée. La cote de l'alésage dépend du caractère de l'ajustement retranché.

I.3. PRESSION MINIMALE DE SERRAGE [1]

I.3.a. TRANSMISSION D'UN COUPLE

La pression minimale de serrage est donnée par la relation suivante :

$$P_{\min} = \frac{2kC}{\pi f \ell d^2}$$

C : couple à transmettre.

k : Coefficient de sécurité de l'assemblage (k = 1,5 à 3).

f : coefficient de frottement entre les deux pièces à assembler.

d : diamètre de l'arbre

ℓ : Longueur de contact entre les deux pièces

I.3.b. TRANSMISSION D'UN EFFORT AXIAL

La pression minimale de serrage est donnée par la relation suivante :

$$P_{\min} = \frac{kF}{\pi f \ell d}$$

k, f, ℓ , d sont les mêmes éléments définis précédemment

F : l'effort axial à transmettre

La valeur de la pression P_{\min} correspond à l'assemblage de pièces usinées au minimum de matière (arbre au minimum de tolérance, moyeu au maximum de tolérance)

I.4. CALCUL DE LA VALEUR DU SERRAGE [3]

I.4.a. DEPLACEMENT RADIAL D'UN POINT DU CYLINDRE :

Considérons un cylindrique creux de diamètre intérieur $2a$ et de diamètre extérieur $2b$ soumis à une pression intérieure p_i et à une pression extérieure p_o (figure.I.2). La théorie de l'élasticité permet d'exprimer le déplacement radial U d'un point M du cylindre. Ce déplacement radial

$$U = \frac{1-\nu}{E} \cdot \frac{a^2 p_i - b^2 p_o}{b^2 - a^2} r + \frac{1+\nu}{E} \cdot \frac{a^2 b^2 (p_i - p_o)}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1}{r}$$

ν : est le coefficient de Poisson et E le module d'élasticité longitudinal du matériau.

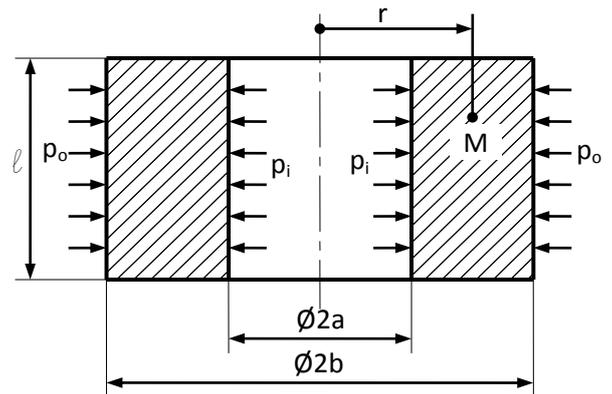


Figure I.2 DEPLACEMENT RADIAL D'UN POINT DU CYLINDRE

I.4.b. CALCUL DU SERRAGE MINIMUM DE L'AJUSTEMENT

Considérons maintenant un arbre et un alésage que l'on désire assembler avec serrage (figure.I.3).

Dans les organes de transmission,

on a la plupart du temps :

- pour l'arbre : $p_i = 0$ et $p_o = p_A = p_{min}$
- pour l'alésage : $p_i = p_{min}$ et $p_o = p_M = 0$

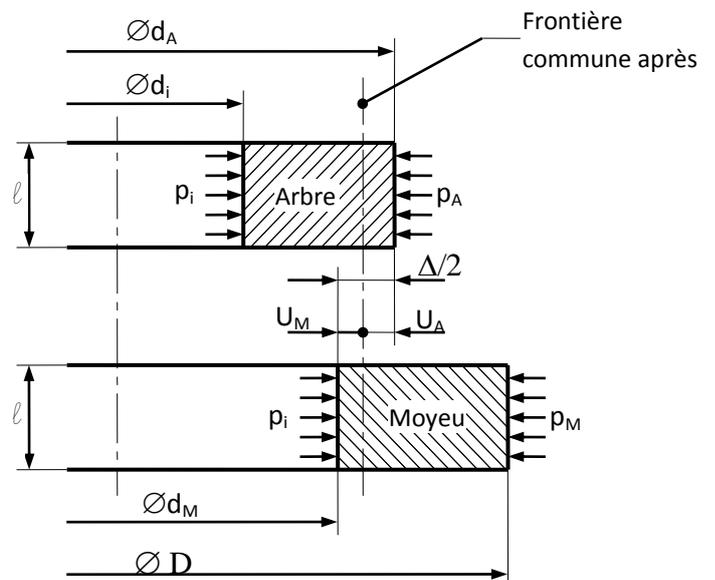


Figure I.3 : CALCUL DU SERRAGE MINIMUM DE L'AJUSTEMENT

Soit U_A le déplacement radial d'un point de l'arbre. Avec :

$$r = \frac{d_A}{2} \approx \frac{d_n}{2} \quad (d_n \text{ étant le diamètre nominal})$$

$$a = \frac{d_i}{2} ; b = \frac{d_n}{2}$$

on aura :

$$U_A = \frac{1-\nu_A}{E_A} \cdot \frac{\left[-\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 p_{\min} \right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_i}{2}\right)^2} + \frac{1+\nu_A}{E_A} \cdot \frac{\left(\frac{d_i}{2}\right)^2 \left(\frac{d_n}{2}\right)^2 (-p_{\min})}{\left[\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_i}{2}\right)^2\right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}$$

En posant :

$$a_A = \frac{1-\nu_A}{E_A}$$

$$b_A = \frac{1+\nu_A}{E_A}$$

On aura :

$$U_A = -a_A \frac{p_{\min} d_n^3}{2(d_n^2 - d_i^2)} - b_A \frac{p_{\min} d_i^2 d_n}{2(d_n^2 - d_i^2)}$$

Soit U_M le déplacement radial d'un point du moyeu. Avec :

$$r = \frac{d_M}{2} \approx \frac{d_n}{2}$$

$$a = \frac{d_n}{2} ; b = \frac{D}{2}$$

On aura :

$$U_M = \frac{1-\nu_M}{E_M} \cdot \frac{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 p_{\min}}{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_n}{2}\right)^2} + \frac{1+\nu_M}{E_M} \cdot \frac{\left(\frac{d_n}{2}\right)^2 \left(\frac{D}{2}\right)^2 p_{\min}}{\left[\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_n}{2}\right)^2\right] \left(\frac{d_n}{2}\right)}$$

En posant :

$$a_M = \frac{1-\nu_M}{E_M} \quad \text{et} \quad b_M = \frac{1+\nu_M}{E_M}$$

Il vient :

$$U_M = a_M \frac{p_{\min} d_n^3}{2(D^2 - d_n^2)} + b_M \frac{p_{\min} D^2 d_n}{2(D^2 - d_n^2)}$$

La valeur minimale du serrage rapportée au rayon est :

$$\frac{\Delta_{\min}}{2} = U_M - U_A$$

Tous calculs faits, on obtient :

$$\frac{\Delta_{\min}}{d_n} = p_{\min} \left[\frac{(a_M - a_A)d_n^4 + (a_A + b_M)d_n^2 D^2 + (b_A - b_M)D^2 d_i^2 - (b_A + a_M)d_i^2 d_n^2}{(D^2 - d_n^2)(d_n^2 - d_i^2)} \right]$$

Dans le cas particulier où l'arbre et le moyeu sont de même matériau ($E_A = E_M = E$, $\nu_A = \nu_M$) et pour un arbre plein ($d_i = 0$), la valeur minimale du serrage devient :

$$\frac{\Delta_{\min}}{d_n} = \frac{2p_{\min}}{E} \left(\frac{D^2}{D^2 - d_n^2} \right)$$

I.4.c. VALEUR DU SERRAGE MAXIMUM

Le serrage maximum est obtenu lorsque l'arbre est au maximum de tolérance et l'alésage au minimum de tolérance. On a alors :

$$\Delta_{\max} = \Delta_{\min} + IT_A + IT_M$$

La pression maximale de serrage est par conséquent :

$$p_{\max} = \frac{\Delta_{\max}}{\Delta_{\min}} p_{\min}$$

La valeur de p_{\max} sert à calculer les contraintes maximales.

I.4.d. LISSAGE

Le lissage est la perte de serrage due à l'écrasement des aspérités de surfaces. Dans la pratique, il conviendra de majorer le serrage théorique d'un minimum de trois fois la somme des Ra des deux pièces à assembler, soit :

$$\Delta \geq \Delta_{\min} + 3(Ra_A + Ra_M)$$

On prendra pour

- $d_n \leq 180 \text{ mm} : Ra_A = Ra_M = 0,8 \mu\text{m}$
- $d_n > 180 \text{ mm} :$
 - $Ra_A = 0,8 \mu\text{m}$
 - $Ra_M = 1,6 \mu\text{m}$

Soit un lissage de :

- $5 \mu\text{m}$ pour $d \leq 180 \text{ mm}$
- $8 \mu\text{m}$ pour $d > 180 \text{ mm}$
-

I.5. VERIFICATION AUX CONDITIONS DE RESISTANCE [1]

Le serrage provoque dans les éléments assemblés des contraintes. En admettant un état plan des contraintes, un point donné de la pièce est soumis à une contrainte radiale σ_r dirigée suivant le rayon et à une contrainte tangentielle σ_t perpendiculaire au rayon. On a donc, en un point de diamètre d :

I.5.a. DANS L'ARBRE :

$$\sigma_{rA} = -\frac{P_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \left(1 - \frac{d_i^2}{d^2} \right)$$

$$\sigma_{tA} = -\frac{P_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \left(1 + \frac{d_i^2}{d^2} \right)$$

I.5.b. DANS LE MOYEU :

$$\sigma_{rM} = \frac{P_{\max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \left(1 - \frac{D^2}{d^2} \right)$$

$$\sigma_{tM} = \frac{P_{\max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \left(1 + \frac{D^2}{d^2} \right)$$

Pour éviter toute déformation plastique de la pièce sur laquelle s'exercent ces contraintes, on doit vérifier la condition de résistance : $\sigma_{eq} < \sigma_{limite}$

Où σ_e est la contrainte équivalente qui, en utilisant le critère de Von Misès, est définie par :

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sont les contraintes principales au point considéré.

La contrainte σ_{limite} est telle que :

$$\sigma_{limite} = \frac{R_e}{s} \quad \text{ou} \quad \frac{R_{p0,2}}{s}$$

R_e est la limite d'élastique (matériau ductile), $R_{p0,2}$ la limite conventionnelle d'élasticité (matériau fragile), s le coefficient de sécurité ($s = 1.25$ selon la norme NF E 22-621).

I.5.c. CONDITIONS DE RESISTANCE DE L'ARBRE

En admettant que les contraintes agissent uniquement dans le plan perpendiculaire à l'axe de la pièce (contraintes planes), on aura alors :

$$\sigma_1 = \sigma_{zA} = 0$$

$$\sigma_2 = \sigma_{rA}$$

$$\sigma_3 = \sigma_{tA}$$

D'où :

$$\sigma_{eqA} = \frac{p_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2} \sqrt{1 + 3 \left(\frac{d_i}{d} \right)^4}$$

La valeur de σ_{eqA} est maximale pour $d = d_i$, soit :

$$\sigma_{eqA \max} = \frac{2 p_{\max} d_n^2}{d_n^2 - d_i^2}$$

La condition de résistance s'exprime alors par la relation :

$$\sigma_{eqA \max} \leq \frac{R_e}{s} \quad \text{ou} \quad \frac{R_{p0,2}}{s}$$

I.5.d. CONDITIONS DE RESISTANCE DU MOYEU

Comme pour l'arbre, on a :

$$\sigma_1 = \sigma_{zM} = 0$$

$$\sigma_2 = \sigma_{rM}$$

$$\sigma_3 = \sigma_{tM}$$

D'où :

$$\sigma_{eqM} = \frac{p_{max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \sqrt{1 + 3 \left(\frac{D}{d} \right)^4}$$

La valeur de σ_{eM} est maximale pour $d = d_n$, soit :

$$\sigma_{eqM} = \frac{p_{max} d_n^2}{D^2 - d_n^2} \sqrt{1 + 3 \left(\frac{D}{d_n} \right)^4}$$

La condition de résistance s'exprime alors par la relation :

$$\sigma_{eqMmax} \leq \frac{R_e}{s} \text{ ou } \frac{R_{p0,2}}{s}$$

I.6. FRETAGE PAR DILATATION DU DIAMETRE DU MOYEU [1]

I.6.a. VARIATION DIMENSIONNELLE DU MOYEU

$$\Delta D_M = j + \Delta_{max} + \text{lissage}$$

j est le jeu de montage à chaud

I.6.b. ELEVATION DE TEMPERATURE DU MOYEU

$$\Delta T_M = \frac{\Delta D_M}{\lambda_M d_n}$$

λ_M est le coefficient de dilatation linéaire du moyeu.

CHAPITRE II : LE FRETTAGE

II.1. INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est de voir et de décrire l'opération de frettage et leur performance par rapport aux autres opérations d'assemblage et leur capacité de supporter des pressions de dizaines de MPa, en plus leur pertinence aux grandes vitesses pour les machines tournantes.

On verra que l'absence d'un élément intermédiaire entre les pièces à assembler permet de simplifier le procédé c.à.d. diminué les coûts d'obtention, le diamètre de l'axe doit être plus grande que le diamètre de moyeu de telle façon que l'assemblage soit serré et grâce à la forte pression, l'empêchement de mouvement relatif sera très efficace.

II.2. DESCRIPTION DE FRETTAGE [3]

Les assemblages frettés sont obtenus uniquement par emmanchement serré de deux pièces cylindriques (fig.II.1) ou tronconiques, l'une extérieure, l'autre intérieure. Ils sont très couramment utilisés pour transmettre un couple ou un effort axial d'une pièce à l'autre à cause de leurs nombreux avantages : ils sont faciles à réaliser, ils suppriment les entailles dans l'arbre et le moyeu, ils limitent les concentrations de contrainte et les balourds, etc. cette construction mécanique utilise le frottement obtenu par la pression mutuelle entre les deux pièces et provenant du serrage créé par la différence des diamètres et l'élasticité des matériaux utilisés.

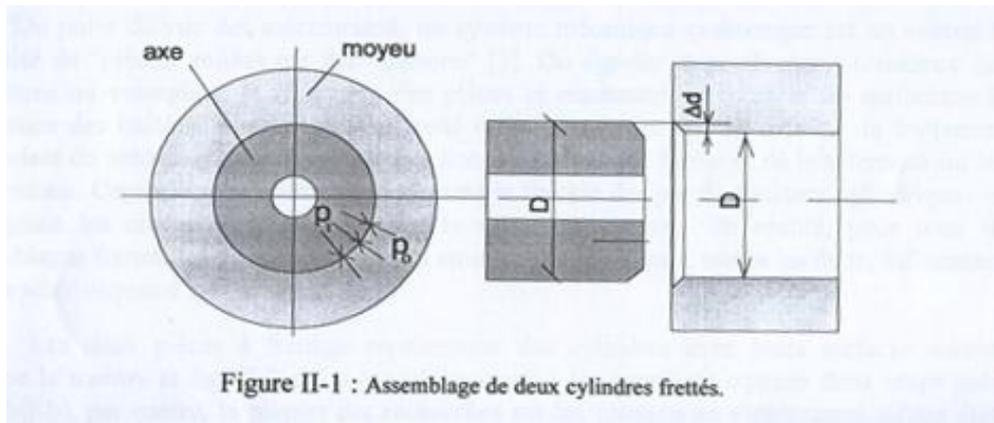
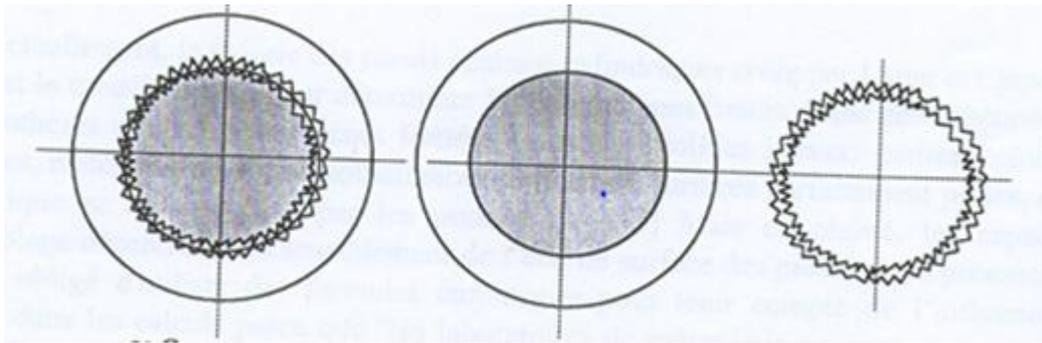


Figure II.1 : assemblage de deux cylindres frettés.

Le frettage peut encore permettre d'élver la resistance des parois epaisses d'enceintes mises sous très haute pression afin d'engendrer des pricontraintes opposées à cette haute pression.

Un assemblage peut être réalisé selon plusieurs procédés différents: en insérant à force et à froid une pièce à une autre ou on utilisant la dilatation thermique. La première méthode peut provoquer un arrachement de matière en surface si la contrainte dépasse la limite d'écoulement. Certains nouveaux procédés tels que l'insertion sous vibration axiale ou avec lubrification par un liquide volatile permettent d'introduire à froid un axe dans un moyeu avec une précision relativement élevée.



a : comportement réel b: model sans 'liaisons' c : model sans 'structures'

Figure II.2 : comparaison entre le comportement réel et les deux modèles théoriques pour calculer un frettage

De point de vue des mécaniciens, un système mécanique quelconque est un ensemble organisé de 'pièces' reliées par des 'liaison'. On appelle respectivement résistance des structures ou volumique la résistance des pièces et résistance de contacts ou surfacique la résistance de liaison. Un assemblage fretté utilise les forces ou les couples de frottement dépendant de serrage qui lui-même est fonction des défauts de forme et de la tolérance sur les dimensions. Cependant on utilise généralement la théorie des parois épaisses cylindriques en négligeant les contacts surfaciques pour le calcul de serrage. En réalité, pour tous les assemblages frettés, les deux résistances de structure et de liaisons, toutes les deux influencent les caractéristiques d'un frettage.

Les deux pièces à frettage représentent des cylindres avec leurs surfaces usinées comme le montre la figure. II.2.a. Le modèle normalisé les considère comme deux corps polis. II.2.b. par contre, la plupart des recherches sur les contacts ne s'intéressent qu'aux états de surface. II.2.c. Sans prendre en compte les conditions à limites existantes dans un assemblage.

Evidement il est impossible de fabriquer les pièces usinées géométriquement parfaites quel que soit le procédé utilisé. Il est donc nécessaire de spécifier les surfaces fonctionnelles pour faciliter la meilleure réalisation en relation avec le prix le moins élevé possible.

Les diverses spécifications normalisées doivent permettre de caractériser séparément que les écarts de formes et de satisfaire les différents besoins fonctionnels des pièces. Les normes classent les états de surfaces en défaut de forme, ondulation et rugosité. Généralement, on vérifie que les défauts de forme sont inférieurs au quart de la tolérance sur les dimensions de la pièce et que la rugosité est encore plus petite. Mais lorsque les pièces sont petites ou que la précision doit être très grande, les tolérances sur les dimensions, les défauts de forme et la rugosité sont de même ordre de grandeur.

II.3. THEORIE DES PAROIS EPAISSES [2]

Actuellement, la théorie des parois épaisses cylindriques créée par Lamé et Clapeyron en 1883, est le modèle utilisé pour déterminer les assemblages frettés. Dans cette théorie, on fait les hypothèses que les deux pièces frettées soient des solides idéaux : petites déformations élastiques, matériaux isotropes, sollicitation uniformes, surfaces parfaitement polies, etc... mais en réalité, les capacités de l'assemblage dépendent très sensiblement de l'état de surface des pièces et en présence on est souvent obligé d'utiliser des formules empiriques pour tenir compte de l'influence de la rugosité dans les calculs.

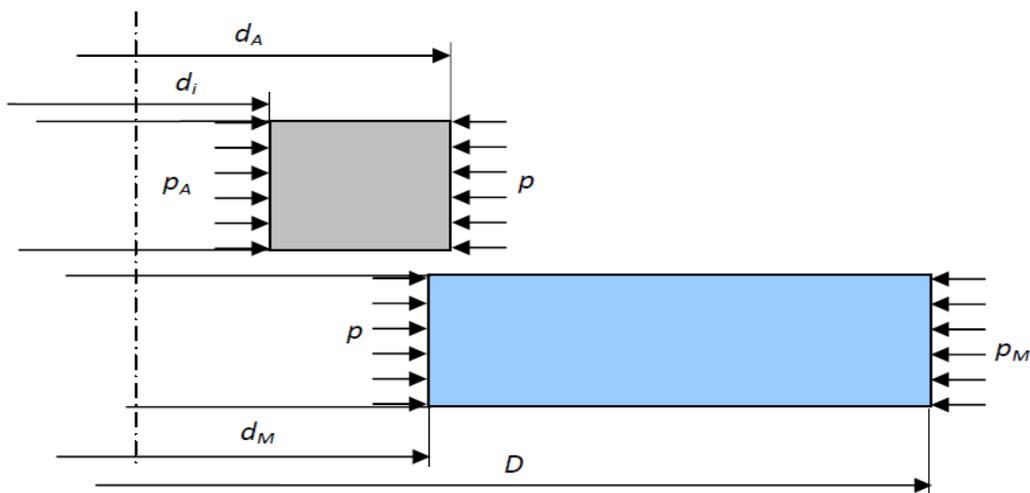


Figure II.3 : Hypothèses géométriques effectuées dans le cadre des modèles normalisés

Celles-ci définissent la notion de serrage Δ donnée par la différence des diamètres extérieur de l'axe (d_A) et intérieur du moyeu (d_M) :

$$\Delta = d_A - d_M \quad (\text{II.1})$$

L'équilibre local permet de définir la relation entre les données géométriques, de chargement extérieur et propriétés matérielles :

$$\frac{\Delta}{d} = P \left[\frac{d^4(a_M - a_A) + d^2 D^2(a_A - b_M) + D^2 d_i^2(b_A - b_M) - d^2 d_i^2(b_M + a_A)}{(D^2 - d^2)(d^2 - d_i^2)} \right] - P_M \frac{D^2(a_M - b_M)}{(D^2 - d^2)} - P_A \frac{d_i^2(a_A - b_A)}{(d^2 - d_i^2)} \quad (\text{II.2})$$

Avec

p , pression à l'interface,

- d , diamètre du moyeu,

- d_i , diamètre intérieur de l'axe,

- d_A , diamètre extérieur de l'axe,

- d_M , diamètre extérieur du moyeu,

- a_A, a_M, b_A, b_M , des coefficients fonction des propriétés élastiques des matériaux

$$a_A = \frac{1 - \nu_A}{E_A} ; a_M = \frac{1 - \nu_M}{E_M} ; b_A = \frac{1 + \nu_A}{E_A} ; b_M = \frac{1 + \nu_M}{E_M}$$

Les contraintes dans le moyeu et dans l'axe peuvent alors être calculées à partir de la pression à l'interface, paramètre principal du problème.

Contraintes dans l'axe :

$$\sigma_r = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] - \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} - p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} + p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{II.3.a})$$

$$\sigma_\theta = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} - p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{II.3.b})$$

Contraintes dans le moyeu :

$$\sigma_r = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} - p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{II.4.a})$$

$$\sigma_\theta = \left[\frac{p_A d_i^2 - p_M D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] + \left[\frac{(p_A - p_M) d_i^2 D^2}{(D^2 - d_i^2)} \right] \frac{1}{d_c^2} + p \frac{d^2}{d^2 - d_i^2} + p \frac{d^2 d_i^2}{(d^2 - d_i^2)} \frac{1}{d_c^2} \quad (\text{II.4.b})$$

Avec d_c , diamètre pour lequel est calculée la contrainte.

Lorsque l'arbre est plein et lorsque la pression extérieure p_M est nul (cas usuel), ces expressions se simplifient notablement. Cette démarche est toutefois assez éloignée de la réalité; En effet, les caractéristiques de l'assemblage sont très sensibles aux formes géométriques, ceci oblige à avoir des surfaces très précises géométriquement, mais aussi à

l'état des surfaces en contact. Les normes proposent alors des formules empiriques qui ne sont pas aujourd'hui satisfaisantes. Dans ce sens il est essentiel pour contribuer à une meilleure définition des caractéristiques des assemblages obtenus par frettage de prendre en compte le comportement des pièces en contact mutuel

CHAPITRE IV : LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

IV.1 BREF HISTORIQUE

L'idée fondamentale derrière la méthode des éléments finis remonte loin en arrière. Les grecs par exemple avaient reconnu que l'on peut approcher la solution d'un problème complexe en le divisant en problèmes plus simples. On peut par exemple approcher le périmètre d'un cercle en calculant le périmètre d'un polygone à n cotés, pourvu que n soit suffisamment grand. Il s'agit alors de connaître la longueur d'un segment de droite, problème beaucoup plus simple que celui de la longueur d'un arc de cercle.

L'application à la solution des équations aux dérivées partielles est évidemment plus récente et est intimement liée au développement de l'informatique. Courant a introduit le concept de formulation variationnelle, qui est à la base de toute méthode d'éléments finis.

Pour la méthode de Ritz, on part d'un problème posé dans un espace de dimension infinie.

On approche ensuite la solution du problème initial en cherchant une solution dans une suite croissante de sous-espaces de dimension finie. Ces problèmes approchés sont en général beaucoup plus faciles à résoudre. On peut de plus espérer que la solution du problème en dimension infinie peut être obtenue par un passage à la limite. Le choix des fonctions de base constituant ces espaces de dimension finie est délicat et initialement on les construisait globalement sur le domaine. C'est Courant qui eut l'idée d'introduire des fonctions à support local qui simplifient grandement leur construction.

La théorie derrière la méthode des éléments finis a pris une forme plus rigoureuse avec les travaux de Strang et Fix à compléter ...

IV.2 APPLICATIONS

On retrouve les premières applications véritables de la méthode des éléments finis en 1956 en mécanique des structures. Un groupe de chercheurs (Turner, Clough, Martin et Topp) de Boeing utilisent cette méthode pour calculer la voilure d'un avion. à compléter ...

On retrouve les premières applications véritables de la méthode des éléments finis en 1956.

La méthode des éléments finis est maintenant reconnue comme l'une des principales méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles (EDP) dans des géométries quelconques, que ce soit en dimension un, deux ou trois. On trouve même des méthodes d'éléments finis en dimension 4, soit en espace-temps...

Les applications sont tout aussi nombreuses et variées. Les ingénieurs de diverses disciplines utilisent les éléments finis, que ce soit en mécanique des fluides ou des solides, mais aussi pour les problèmes thermiques, électromagnétiques, chimiques, etc. On retrouve aussi des applications en physique, et notamment en astrophysique. à compléter ...

CHAPITRE IV : DEFAUT DE FORME ET MODELISATION

I. INTRODUCTION

Le comportement d'un serrage est non seulement lié aux tolérances des deux éléments à assembler, mais aussi de leurs défauts de forme et d'état de surface.

Le défaut de forme, objet dans ce travail, a une influence très importante sur le serrage. Dans les références [BOUTOUTAOU, SIALA], on montre qu'un défaut de forme élevé lui correspond un serrage élevé. D'où l'intérêt de s'y intéresser de plus près pour un dimensionnement correct de l'assemblage. Ne pas tenir compte des défauts de forme présente l'inconvénient d'être obligé de fabriquer les surfaces des pièces assemblées avec une grande précision pour être en accord avec les calculs. Ceci accroît les coûts de production et nécessite l'emploi de procédé de finition tel que la rectification ou autre procédé plus coûteux (superfinition, rodage, etc.).

Il introduit des pressions de contact différentes d'un point à l'autre de la zone de contact dû au fait que les rayons aux point de contact sont différents. Comme sur les pièces usinées, il présente un caractère aléatoire, on recourt à sa modélisation pour pouvoir l'étudier. Il sera défini par un modèle mathématique permettant de faire varier son amplitude (valeur du défaut de forme) et sa périodicité (pas et forme).

II. DEFAUT DE FORME [1]

On entend par éléments dimensionnels lisses, des pièces mécaniques dont les surfaces fonctionnelles sont cylindriques (arbres ou alésages), sphériques, coniques ou planes.

Le tolérancement dimensionnel de ces éléments géométriques obéit à une normalisation dimensionnelle internationale établie par le système de normalisation I.S.O (International System Organisation).

Les autres surfaces telles que celles d'une denture d'engrenage ou les flancs de la surface hélicoïdale d'un filetage ne sont pas considérées comme éléments lisses. Le tolérancement de leurs éléments fonctionnels est régi par des normes spécifiques pouvant être établies uniquement à l'échelle nationale.

A noter que les diamètres des bagues intérieure et extérieure d'un roulement, bien qu'ils sont des surfaces cylindriques lisses, n'obéissent pas à la même normalisation des éléments lisses courants; les roulements sont régis par des normes spécifiques.

Il est donc impossible de réaliser avec exactitude les cotes, les formes ou leur position relative et la qualité de surface d'une pièce. Il faut alors autoriser, pour les besoins d'une fabrication économique et pour assurer l'interchangeabilité des pièces, des tolérances (ou écarts) sur la cote nominale, la forme géométrique nominale et la qualité de surface.

Les cotes nominales indiquées sur le plan d'exécution doivent donc toujours être accompagnées de la mention de tolérance de fabrication. Aux cotes dites libres (sans indication de tolérances), on applique des tolérances générales. Dans le système I.S.O, ces tolérances sont normalisées.

En plus des tolérances de côtes, il y a lieu d'indiquer également :

- les tolérances de forme, tels que défauts de rectitude, de planéité, de circularité, de cylindricité ...etc.
- les tolérances de position, tels que défauts d'équerrage, de parallélisme, de localisation, de symétrie...etc.

Les défauts de forme sont indiqués par des symboles normalisés.

Puisque l'assemblage que nous considérons s'effectue entre deux pièces cylindriques, le défaut de forme peut être un défaut de circularité ou de cylindricité ou les deux à la fois. Dans ce travail, nous admettons une cylindricité parfaite, donc seul le défaut de circularité qui sera pris en compte.

II.1 DEF AUT DE FORME DE L'ALE SAGE

D'une manière commune à tous les calculs, le comportement de l'axe est supposé élastique avec une géométrie parfaite sans défaut. Le comportement de la bague est aussi élastique avec un alésage de défaut de forme périodique de période T et d'amplitude *ample*.

pour tracer le cercle on utilise forme mathématique suivante:

$$\rho(\Theta)=0.5 [(R1+R2) + (R1-R2) \cos (nt)]$$

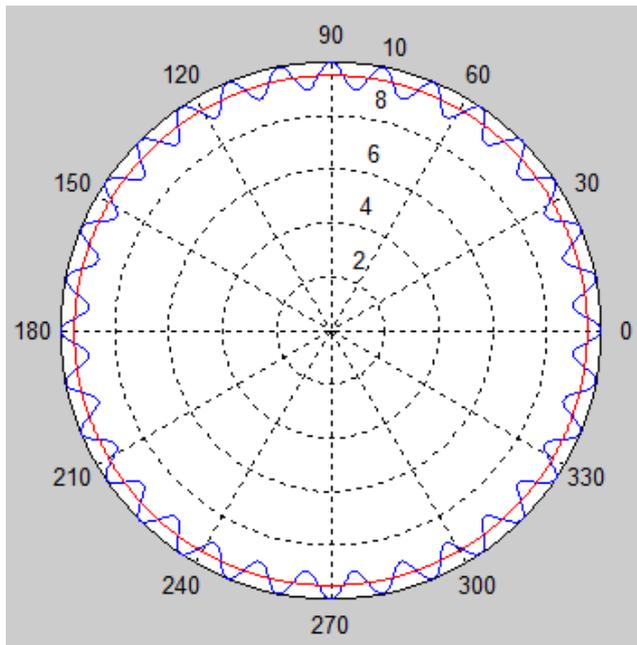
D'où :

R1: le rayon maximum de l'alésage

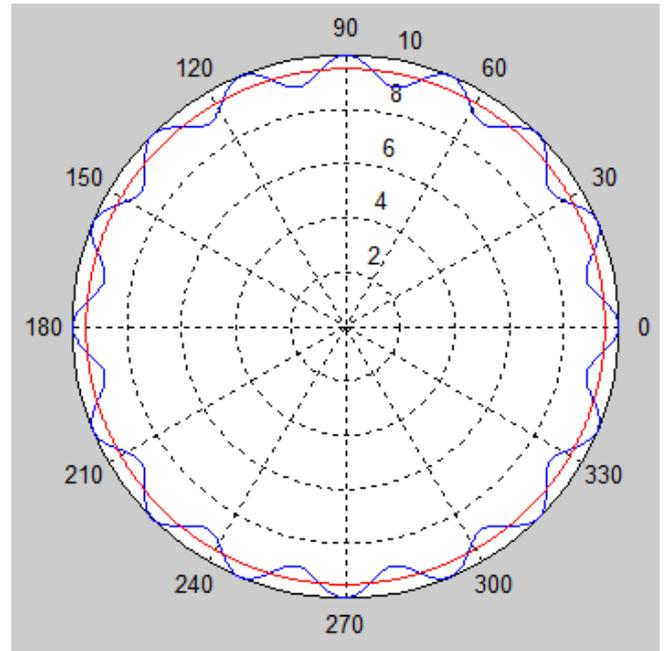
R2 : le rayon minimum de l'alésage

n : nombre de lobes

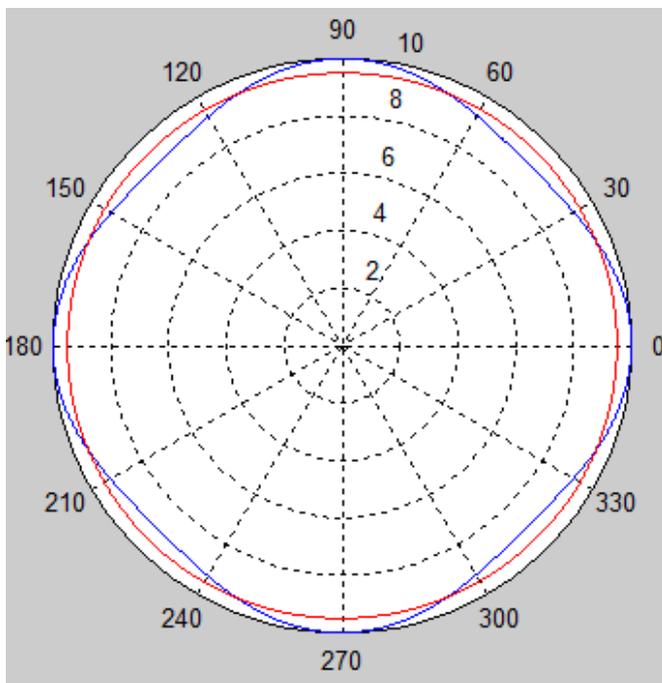
t=0 :2π



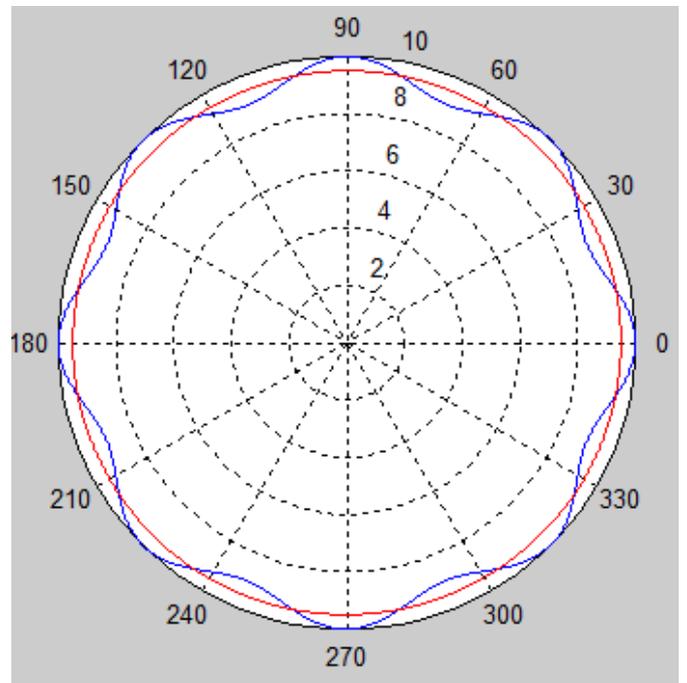
32 lobes



16 lobes



4 lobes

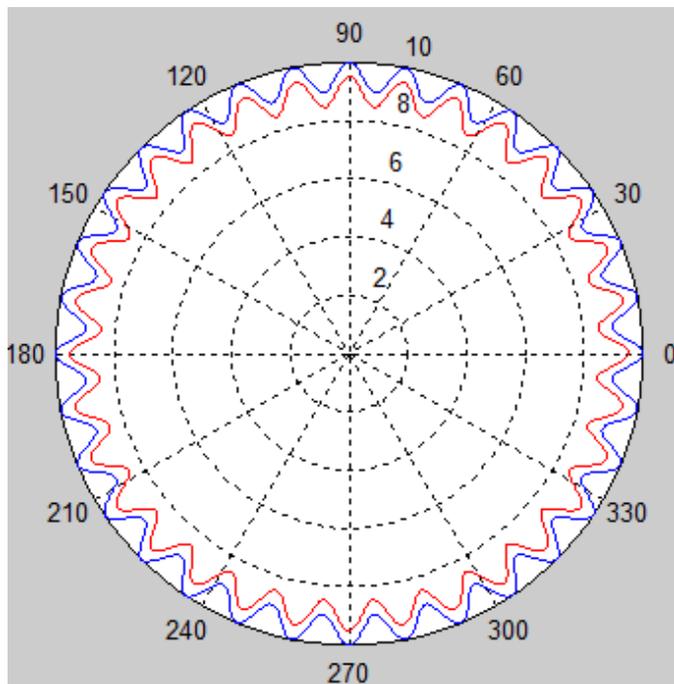


8 lobes

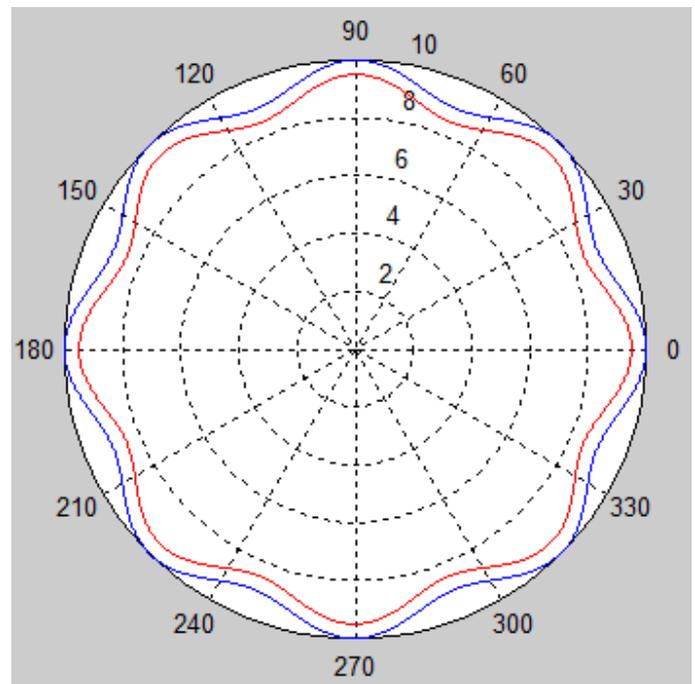
Figure IV.1 : forme intérieure de l'alésage en Bleu et de l'arbre en rouge

II.1 DEFAUT DE FORME DE L'ALEPAGE ET DE L'ARBRE

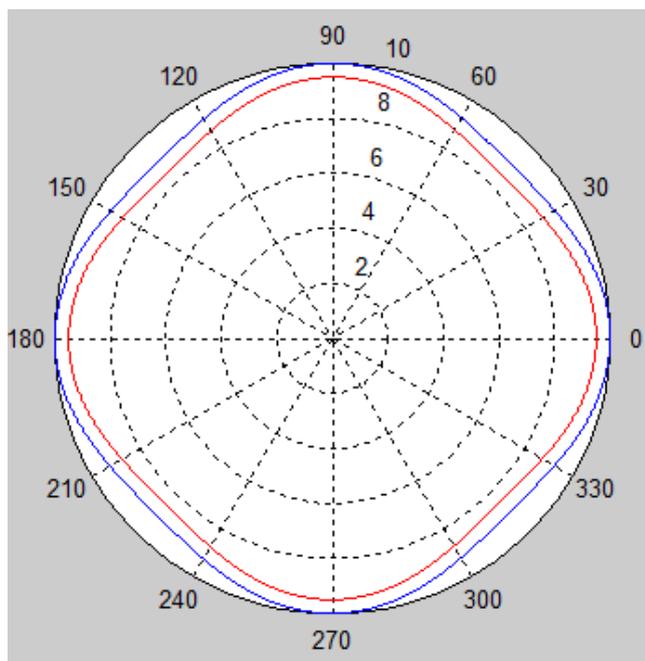
Les comportements de deux éléments l'axe et l'alésage est supposés élastiques avec défaut de forme périodique de période T et d'amplitude *ample*. on utilise la même forme mathématique.



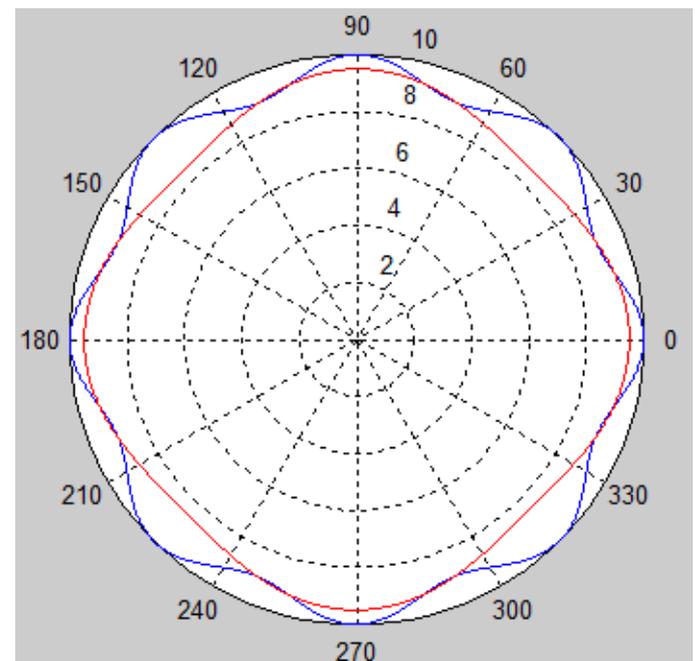
32 lobes



16 lobes



4 lobes



8 lobes

Figure IV.2 : forme intérieure de l'alésage en Bleu et de l'arbre en rouge

III. MODELISATION DU FRETTAGE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La modélisation est effectuée avec le logiciel par élément finis ABAQUS.

La figure IV.2 montre le maillage utilisé. Le maillage doit être raffiné près de l'interface de l'axe et du moyeu. Pour prendre en compte correctement les effets de gradient de contrainte, on peut réaliser cette étape avec l'option « interférence fit » d'ABAQUS

Au voisinage de l'interface de contact du moyeu et de l'arbre, la taille respective des éléments est de (0.05mm x 0.05mm) pour le moyeu et (0,05mm x 0,05mm) pour l'axe. Une taille plus importante a été choisie sur le reste des éléments pour limiter la dimension du problème.

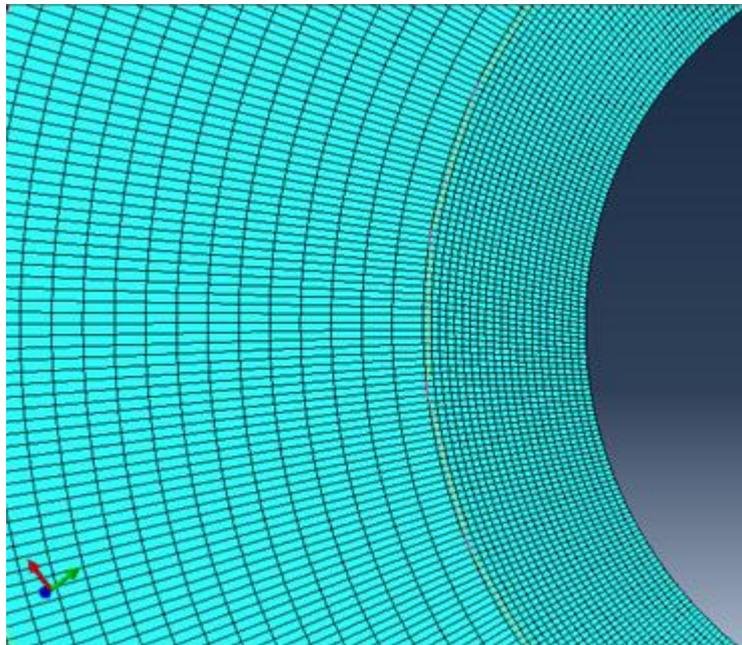


Figure IV.3: détail du maillage du moyeu

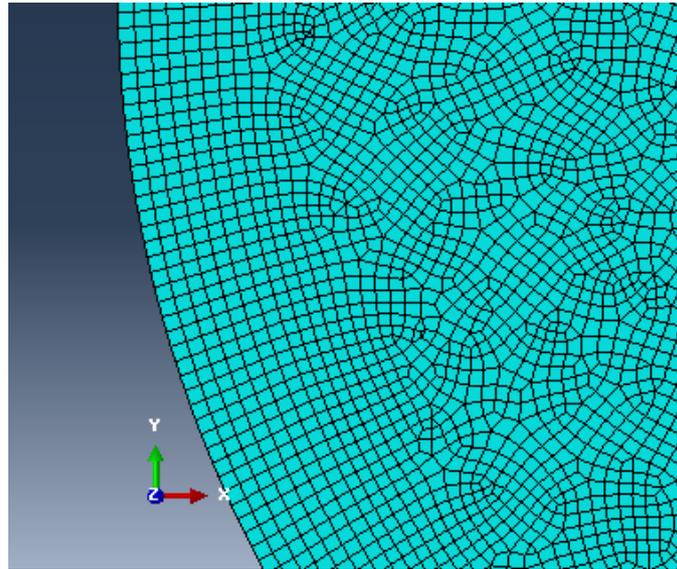


Figure IV.4: détail du maillage de l'axe

IV. CONDITIONS AUX LIMITES :

Les conditions aux limites pour le frettage sont définies par un blocage axial de la surface extérieure du moyeu et un blocage dans toutes les directions du centre de l'axe, comme le montre la figure II.5.

Les conditions aux limites pour l'opération de la torsion sont définies par une rotation nulle de la surface extérieure de l'arbre, et une petite rotation de 0,043 radians ($2^{\circ}28'$) de l'alésage.

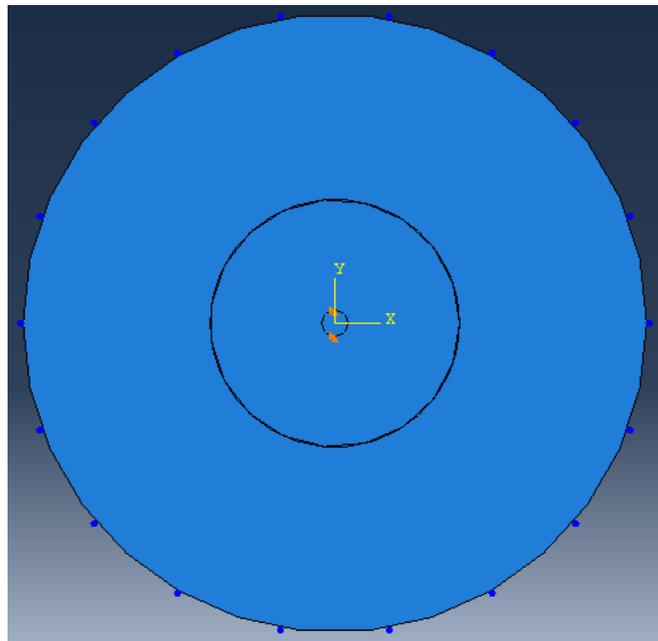


Figure II.5 conditions aux limites du modèle d'assemblage fretté

CHAPITRE V : SIMULATION ET INTERPRETATION

I-CAS DE DEFAUT DE DE FORME DE L'ALESAGE

1-INFLUENCE DU DEFAUT DE FORME SUR LES CARACTERISTIQUES DE L'ASSEMBLAGE FRETTE

1.a-Répartition des contraintes de V. Mises à l'interface

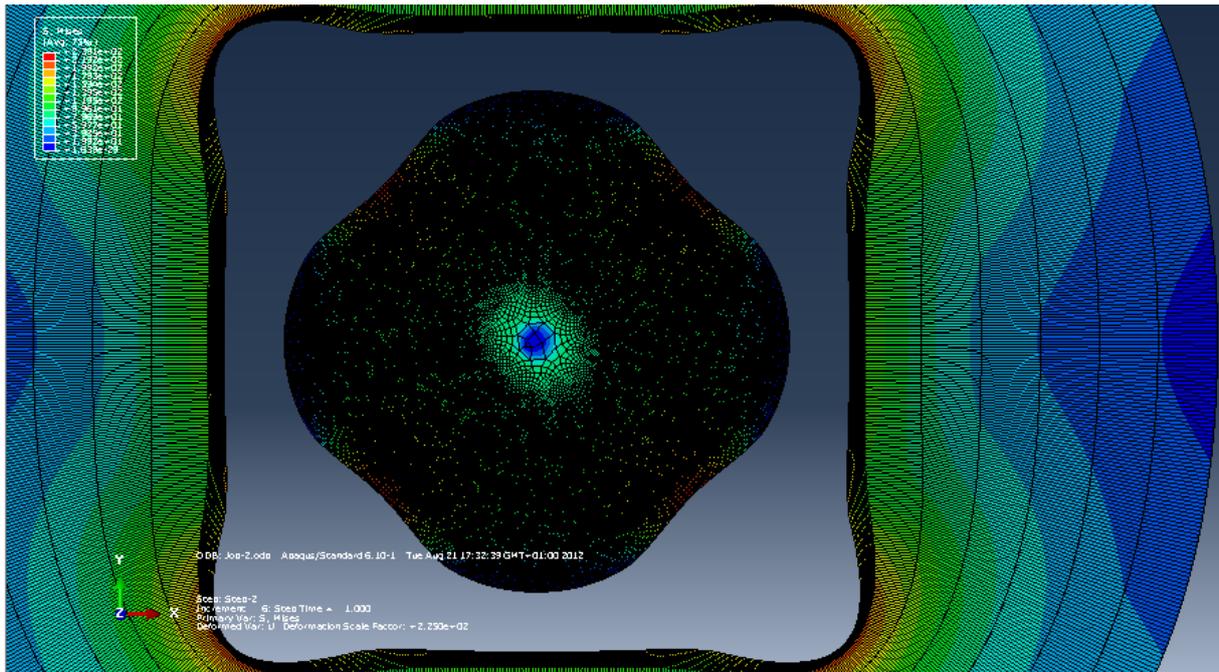


Figure V.1.a: Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de Forme de 4 lobes avec $r_{\text{moy}}=8.01$, $\epsilon=0.03$

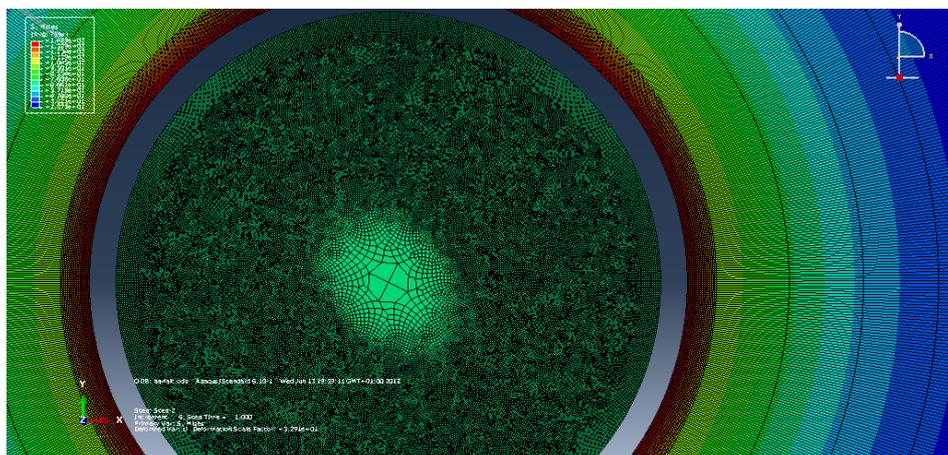


Figure V.1.b: Déformation de l'alésage pour l'état parfait

1.b-Répartition des pressions à l'interface

La figures V.4 illustre la répartition des pressions à l'interface

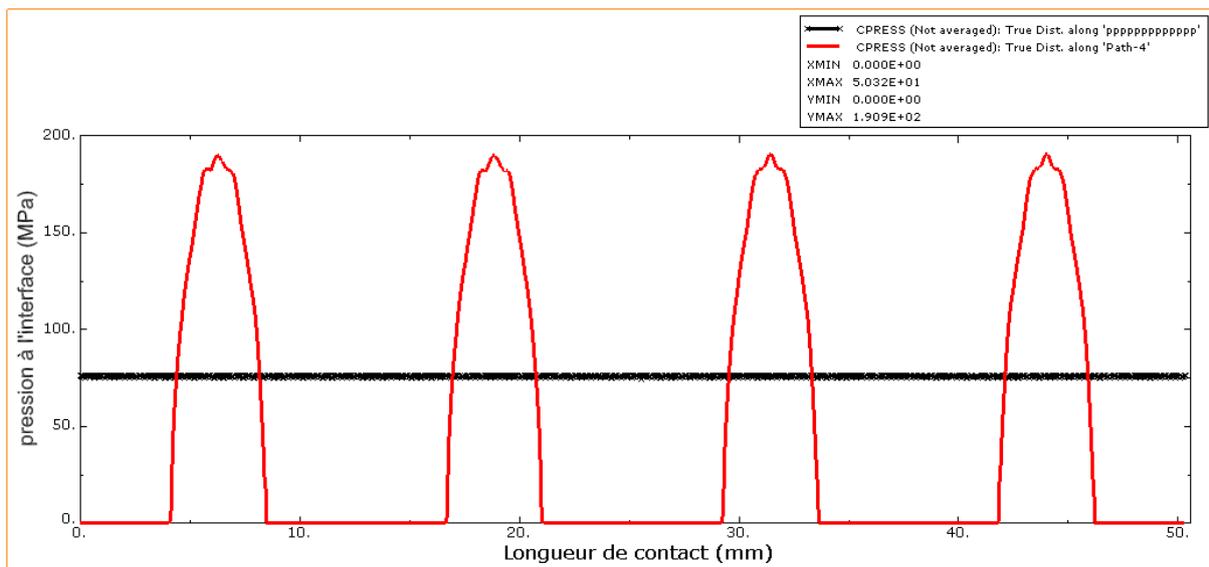


Figure V.4 Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes

Avec $r_{moy}=8.00$, $\epsilon=0.03$.

La pression est constante au cas d'une géométrie parfaite. Par contre elle varie en présence du défaut de forme. Elle peut être nulle dans le cas où les deux surfaces ne sont pas localement en contact.

1.c-Répartition des déplacements à l'interface

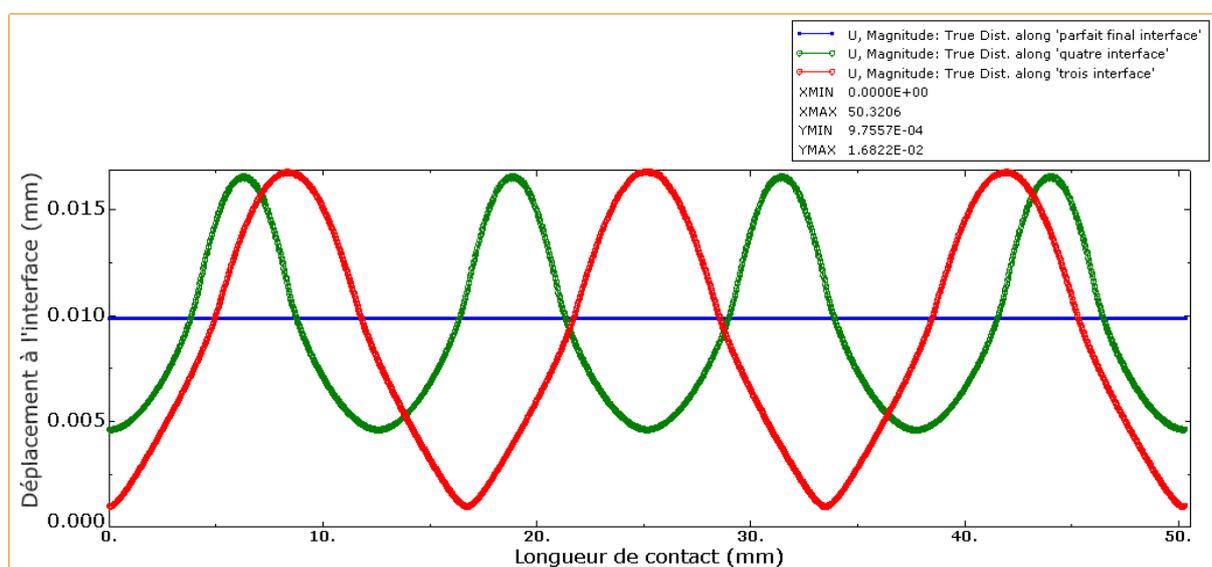


Figure V.5 : Répartition des déplacements à l'interface pour un défaut présentant 3 et 4 lobes avec $r=8.02$ d'un serrage de 0.02mm . $\epsilon=0.03$

On remarque que la variation des déplacements à l'interface suit la forme et la période du défaut par rapport au cas parfait (sans défaut).

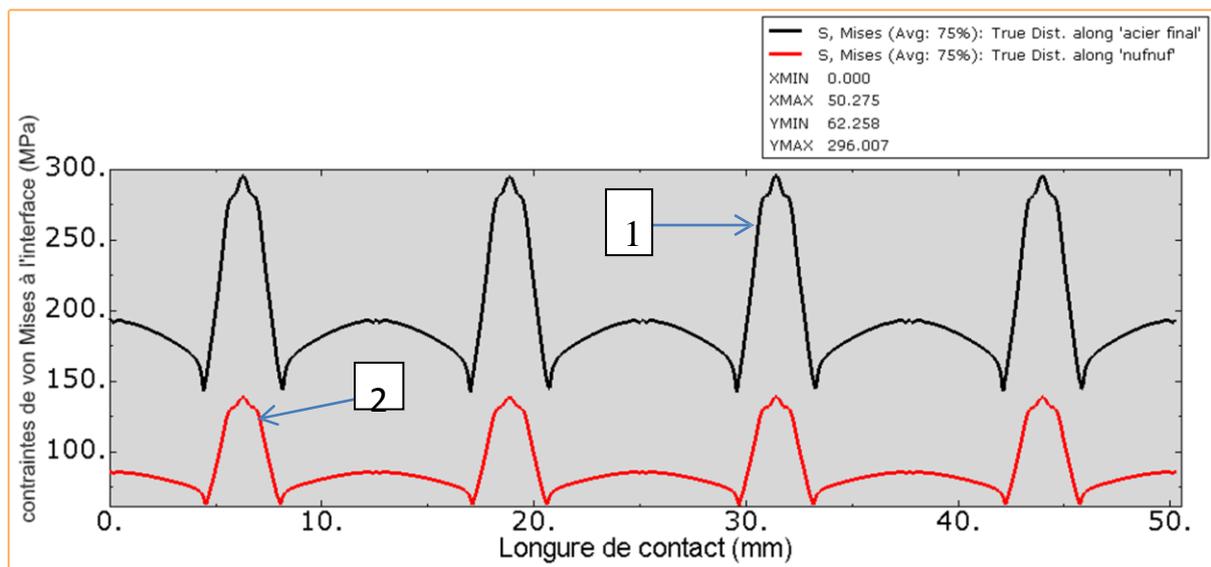
On remarque aussi que le nombre de lobes influe sur la valeur et l'allure des déplacements. Valeur maximale au sommet de lobe et la valeur minimale au bas de lobe.

2. INFLUENCE DE LA NATURE DE MATERIAU

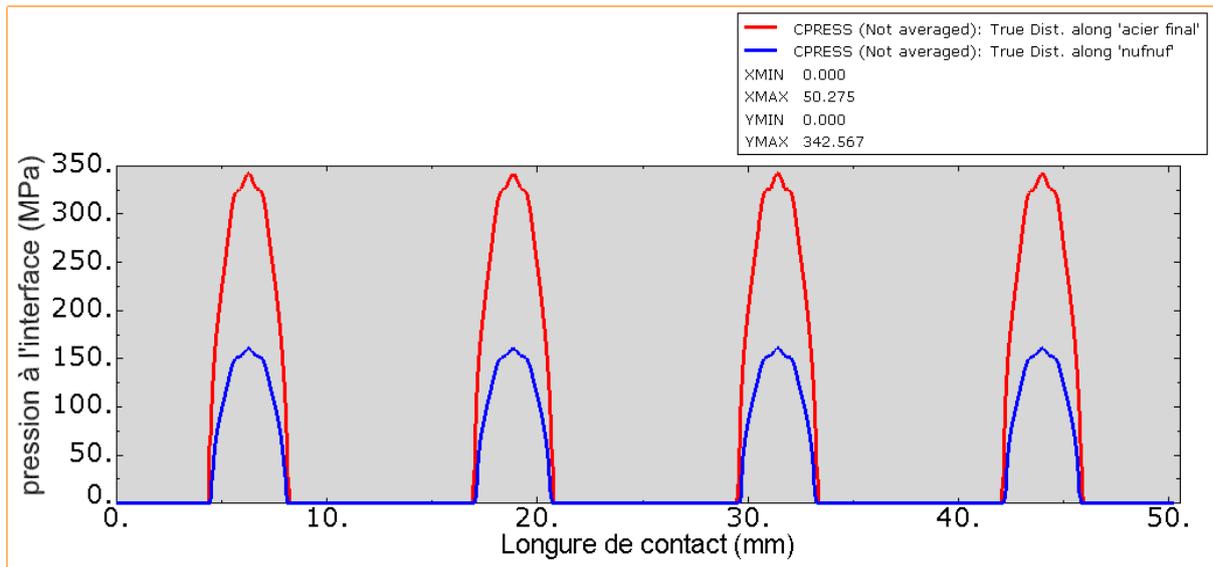
Si on change le matériau, les caractéristiques du matériau vont changer tel que la dureté, le coefficient de poisson, le module d'Young, etc.

Les figures ci-dessous permettent une comparaison des pressions et des contraintes de Von Mises entre les assemblages acier /acier, et acier/Aluminium. On y remarque que dans le premier cas, les valeurs sont presque doubles par rapport au second.

Donc la nature du matériau influe directement sur les caractéristiques du serrage pour le même défaut de forme.



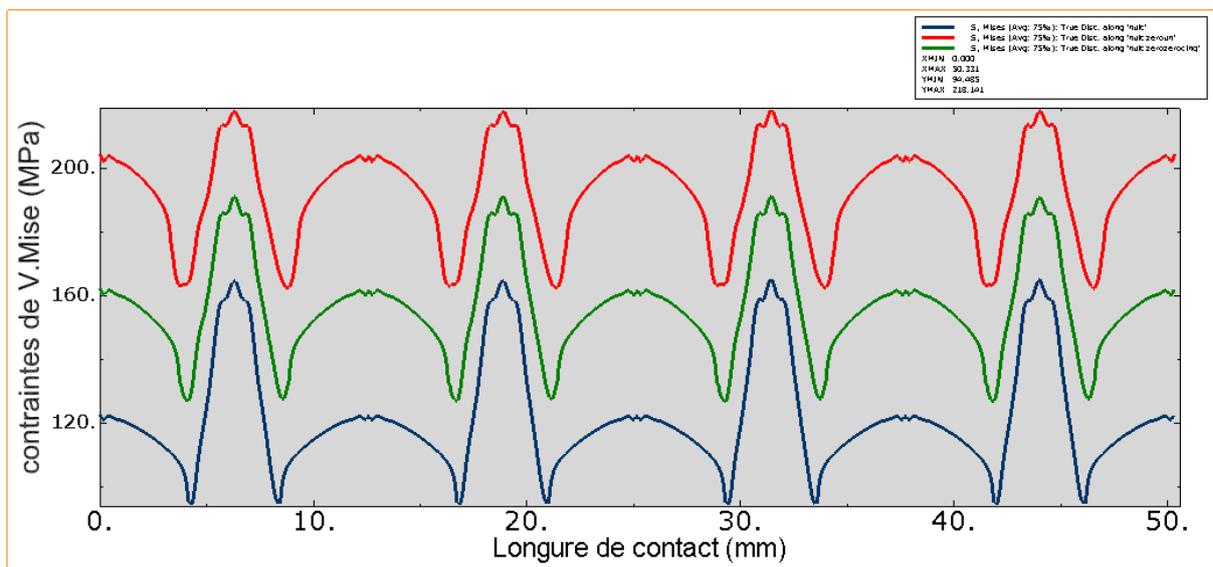
FigureV.6: comparaison des contraintes de V. Mises à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/acier (noir),acier/Aluminium (rouge), avec $r=7.990\text{mm}$, $\varepsilon=0.03$.serrage de 10 microns.



FigureV.7: comparaison des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/acier (rouge), acier/Aluminium (bleu), avec $r=7.990$, $\epsilon=0.03$. Serrage de 10 microns.

3. INFLUENCE DE LA VALEUR DE SERRAGE

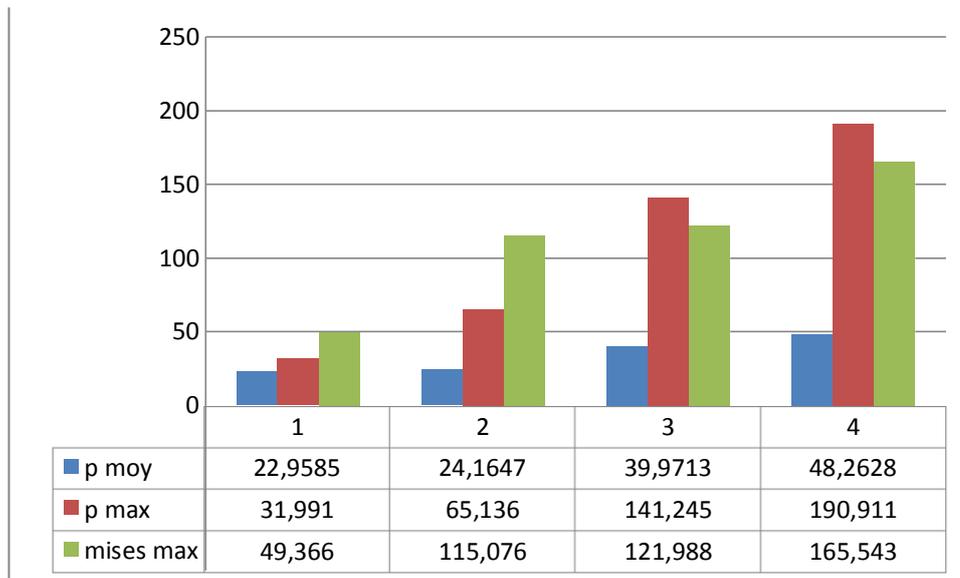
Les figures au-dessous montrent que la valeur du serrage influence directement le niveau de contrainte à l'interface. Plus la valeur du serrage est importante, plus la pression s'accroît en fonction du serrage ainsi que sa différence avec la contrainte de Von mises maximum. La pression moyenne augmente aussi.



FigureV.8: comparaison entre les contraintes de Von Mises Maxi en fonction de la valeur de serrage. pour $r=8.000$ mm(bleu), $r=8.005$ mm(vert), $r=8.01$ mm(rouge), avec $\epsilon=0.03$

4. INFLUENCE DE LA PERIODE DU DEFAUT PERIODE

La figure V.8 montrent une comparaison entre les P. Max, P .moy et les contraintes de Von Mises en fonction de la longueur de contact à l'interface.

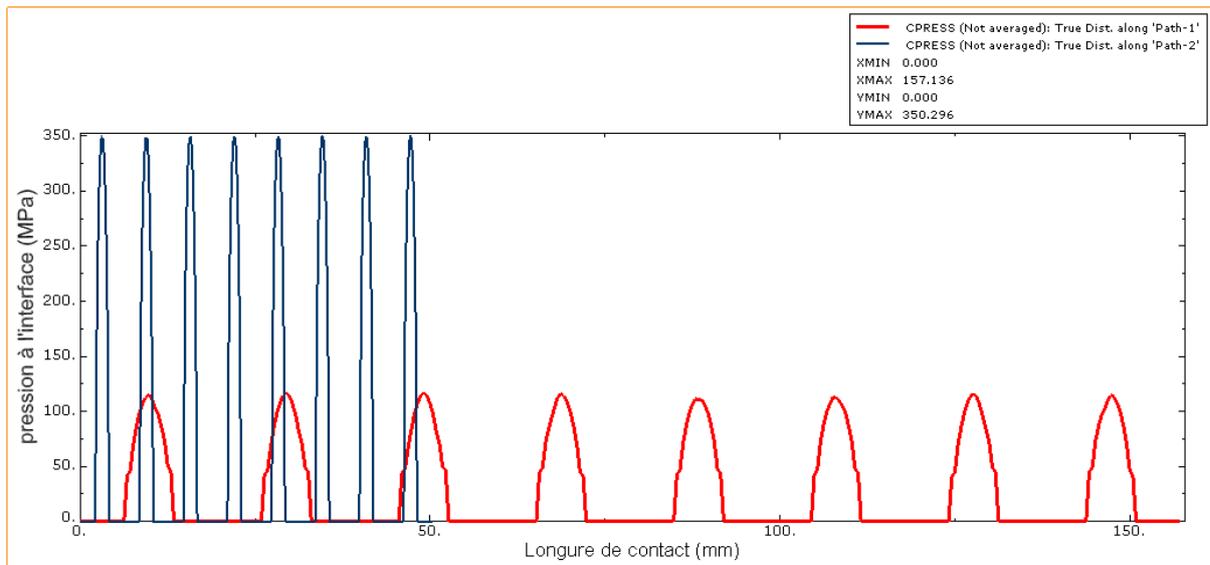


FigureV.9: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi en fonction de la périodicité du défaut $\varepsilon=0.03$, $r=8.005\text{mm}$, 1,2,3 et 4 lobes, serrage de 0.01mm

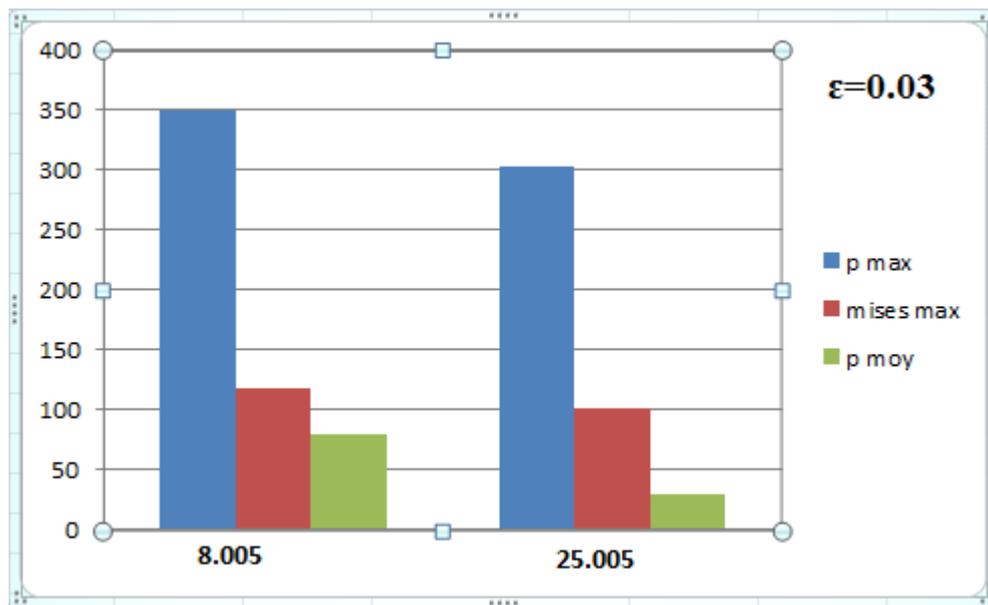
Si on cherche l'influence de la période du défaut sur les propriétés mécaniques de l'assemblage, on constate que l'augmentation de sa périodicité tend à accroître la pression, la contrainte de Von Mises maxi et la pression moyenne.

On remarque aussi que lorsque la période augmente donc la surface de contact augmente. C'est implique que le serrage sera important au niveau de lobes donc on peut voire des pressions et des contraintes importants aussi.

5. INFLUENCE DU DIAMETRE D'AJUSTEMENT



FigureV.10: Répartition des pressions à l'interface pour un défaut présentant 8 lobes de diamètres $r=8.005\text{mm}$ (Blue), $r=25.005\text{mm}$ (rouge), avec $\epsilon=0.03\text{ mm}$. serrage de 10 microns.



FigureV.11: comparaison entre les pressions maxi, moyenne et contrainte de Von Mises Maxi

Si on prend le même serrage avec des diamètres différents donc la surface de contact augmente et d'après les résultats obtenus on constat que lorsque le diamètre diminue les contraintes de V. Mises, les pressions moyennes et les pressions maximales diminues.

6-INFLUENCE DE L'AMPLITUDE

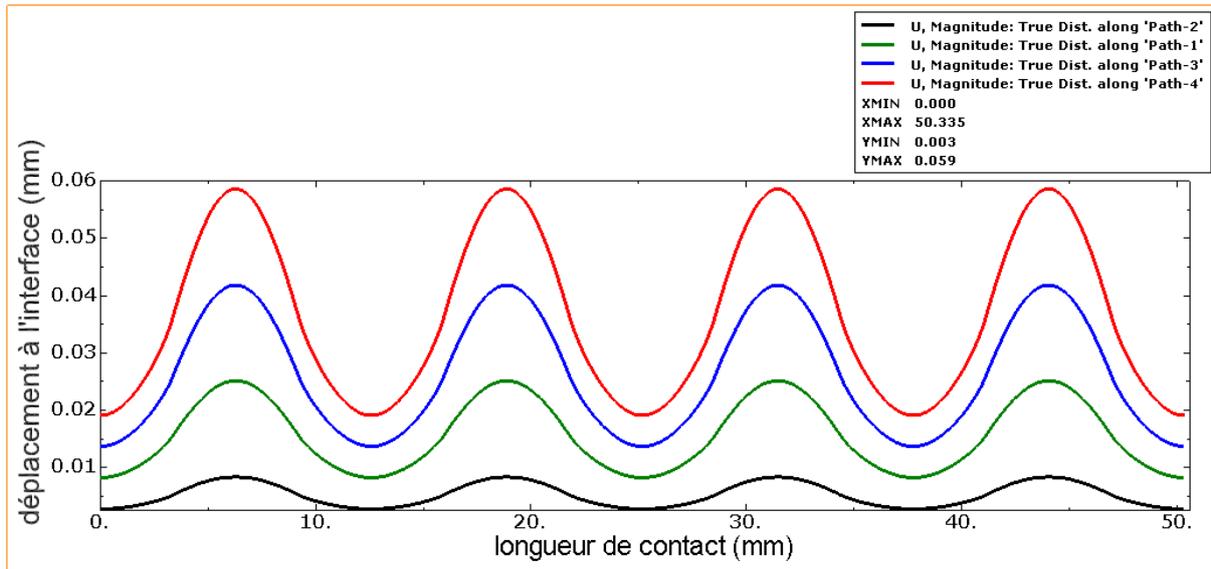


Figure V.12 comparaison des déplacements à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/Aluminium avec $r=8.01$ ε =(10 mic en noire, 30 mic en vert, 50 mic en bleu, 70 mic en rouge)

On remarque que la variation des déplacements à l'interface suit la forme et la période du défaut.

On remarque aussi que le nombre de lobes influe sur la valeur et l'allure des déplacements. Valeur maximale au sommet de lobe et la valeur minimale au bas de lobe.

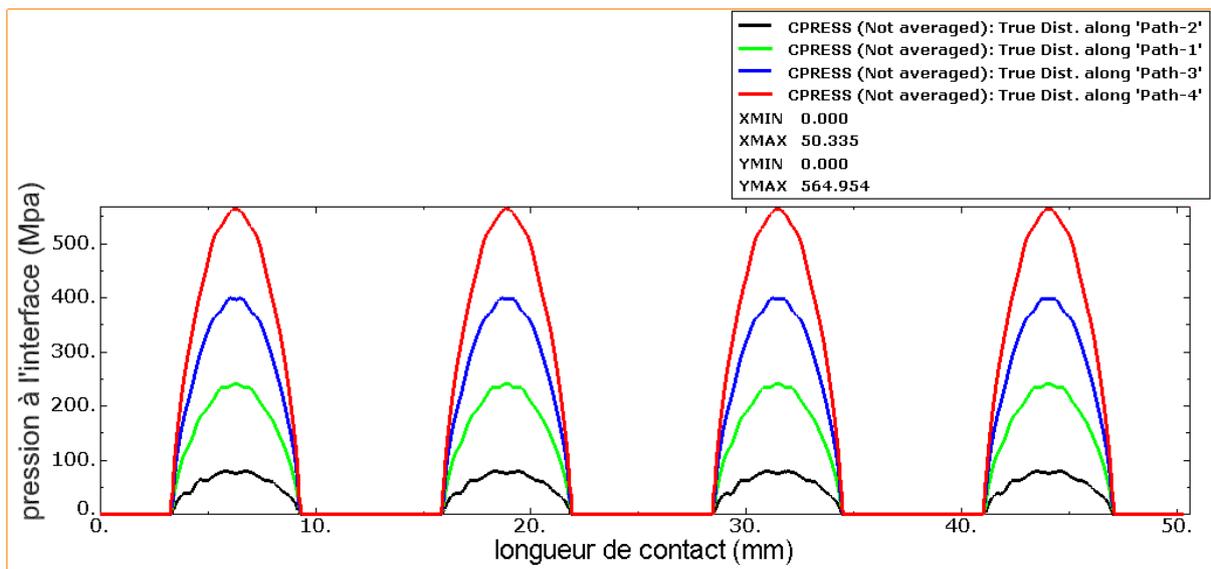
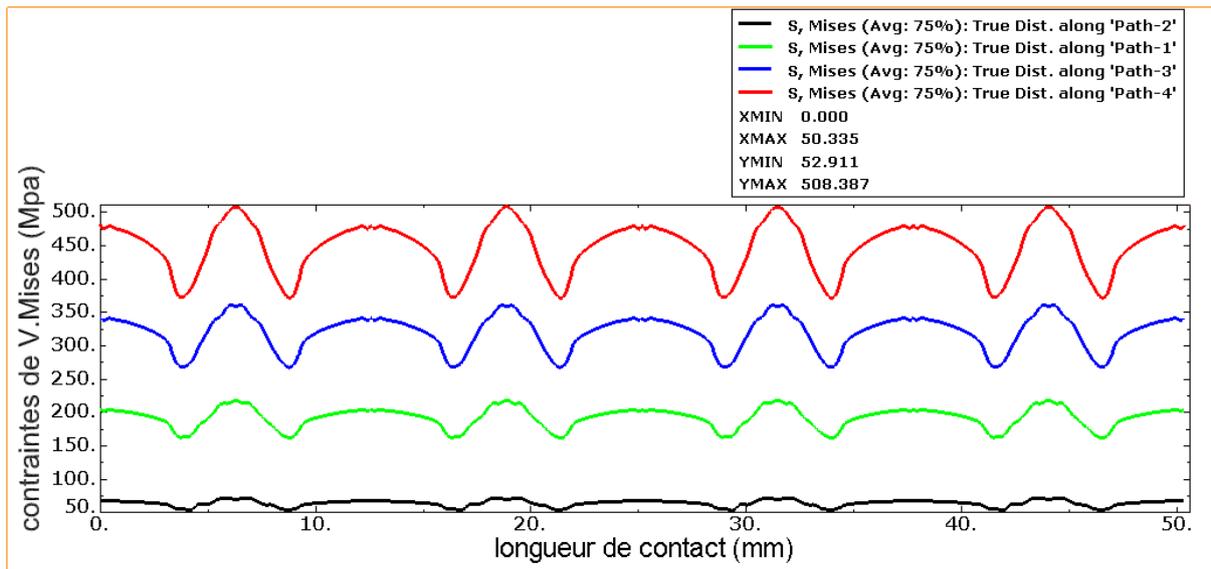


Figure V.13: comparaison des pressions à l'interface pour un défaut présentant 4 lobes d'un assemblage acier/Aluminium avec $r=8.01$ ε =(10 mic en noire, 30 mic en vert, 50 mic en bleu, 70 mic en rouge)

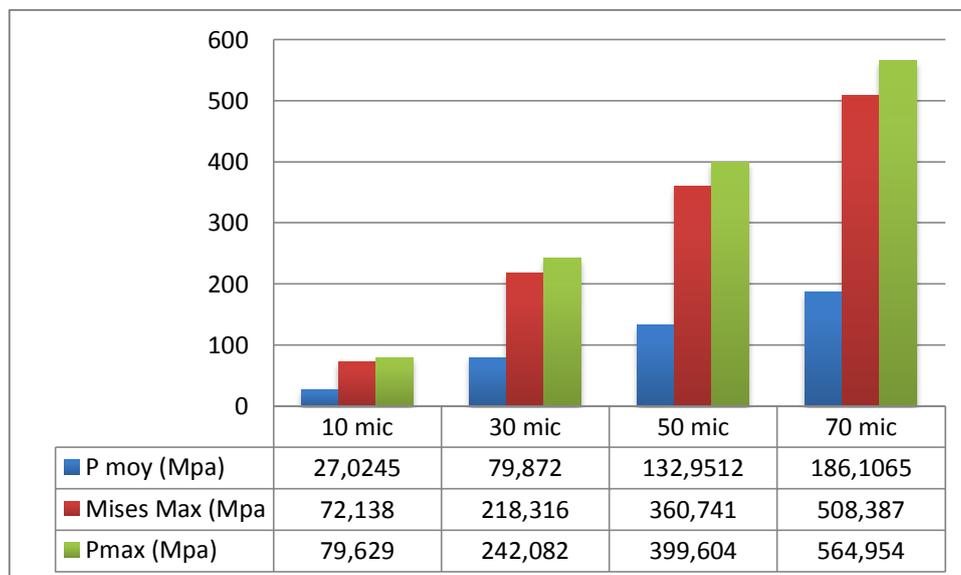
La pression est constante au cas d'une géométrie parfaite. Par contre elle varie en présence du défaut de forme. Elle peut être nulle dans le cas où les deux surfaces ne sont pas localement en contact.



FigureV.14: V. Mises à l’interface pour un défaut présentant 4 lobes d’un assemblage acier/Aluminium, avec $r=8.01$ mm, $\epsilon=(10$ mic en noire, 30 en vert, mic en bleu, 70 mic en rouge)

On remarque que le défaut de forme impacte fortement les contraintes de Von Mises. Celles-ci sont maximales au niveau des lobes du défaut de forme.

La forme extérieure influence peu cette répartition dans la zone proche de l’interface.



FigureV.15: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10 ;30,50,70)$ mic, $r=8.01$ mm.

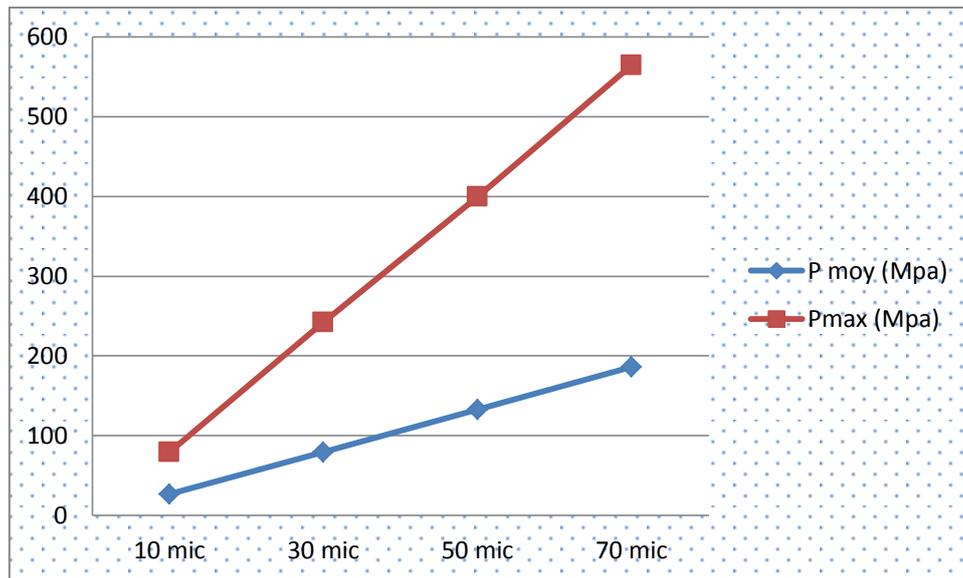


Figure V.16: évolution de P.Max et de P.moy en fonction de la valeur de défaut de forme. présentant 4 lobes Avec $\epsilon=(10,30,50,70)$ mic. $r=8.01$ mm.

II-CAS DU DEFAUT DE FORME DE L'ARBRE ET DE L'ALESAGE

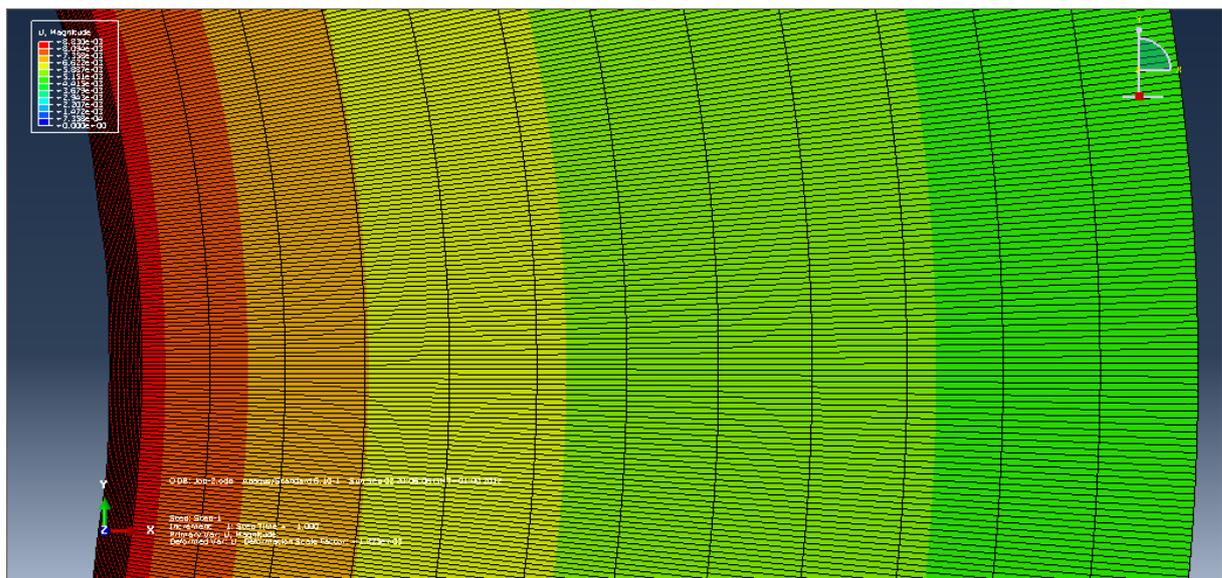


Figure V.17: Cartographie des contraintes de Von Mises dans le moyeu pour l'état de défaut de forme de 4 lobes avec $R_{moy}=8.01$ mm, $\epsilon=0.03$ mm.

1-INFLUENCE DE LA PERIODE

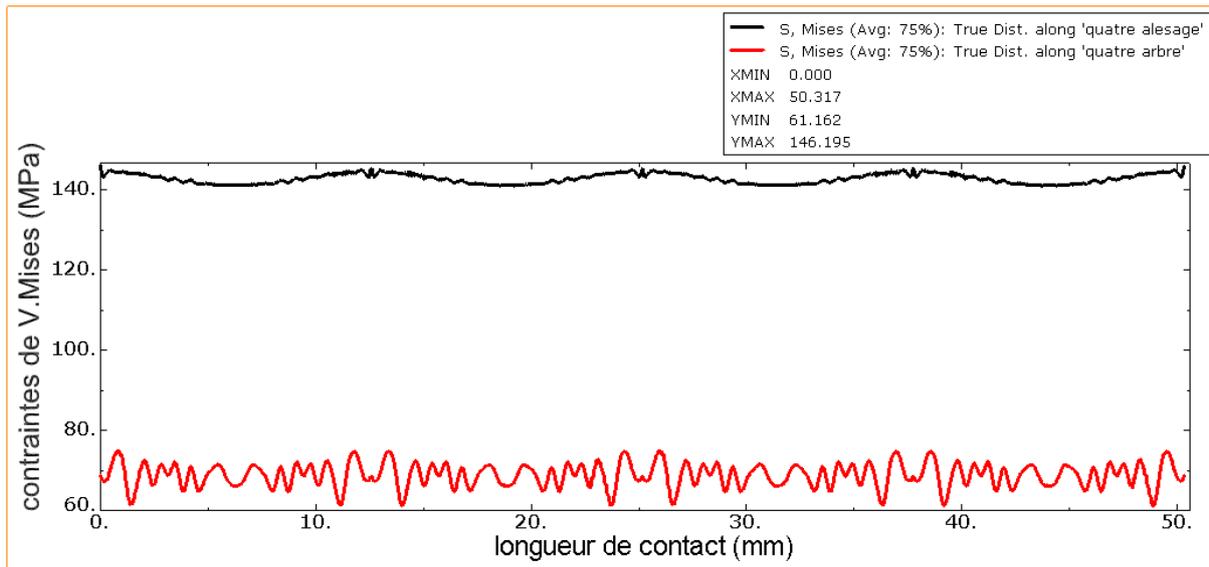


Figure V.18 comparaison entre les contraintes de Von Mises de l'arbre et de l'alésage, avec, $\varepsilon=30$ mic, $T=4$.

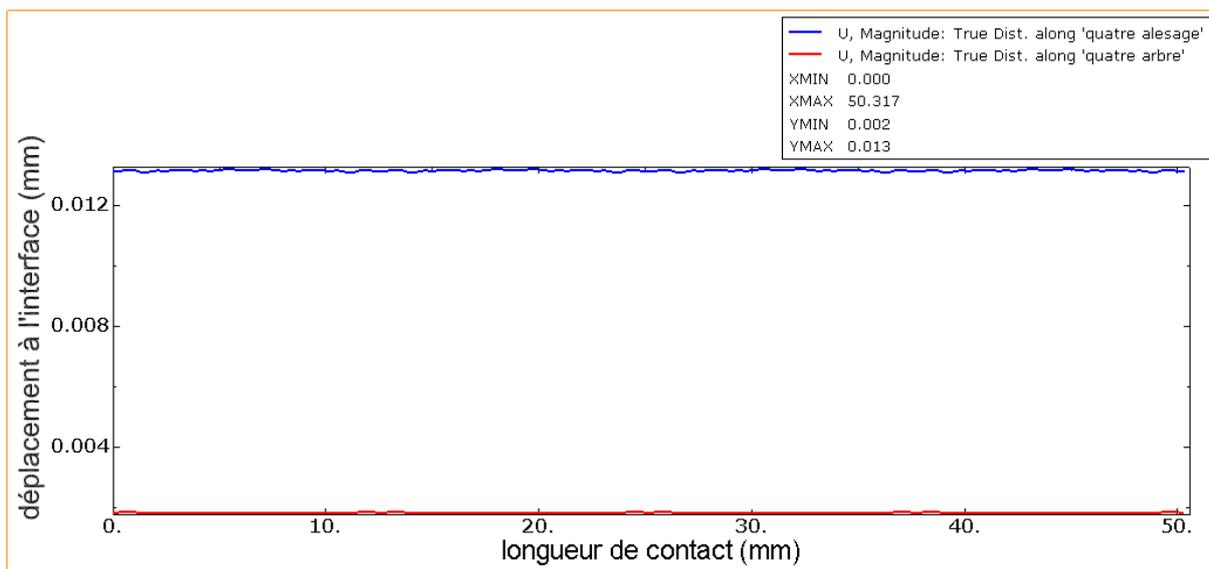
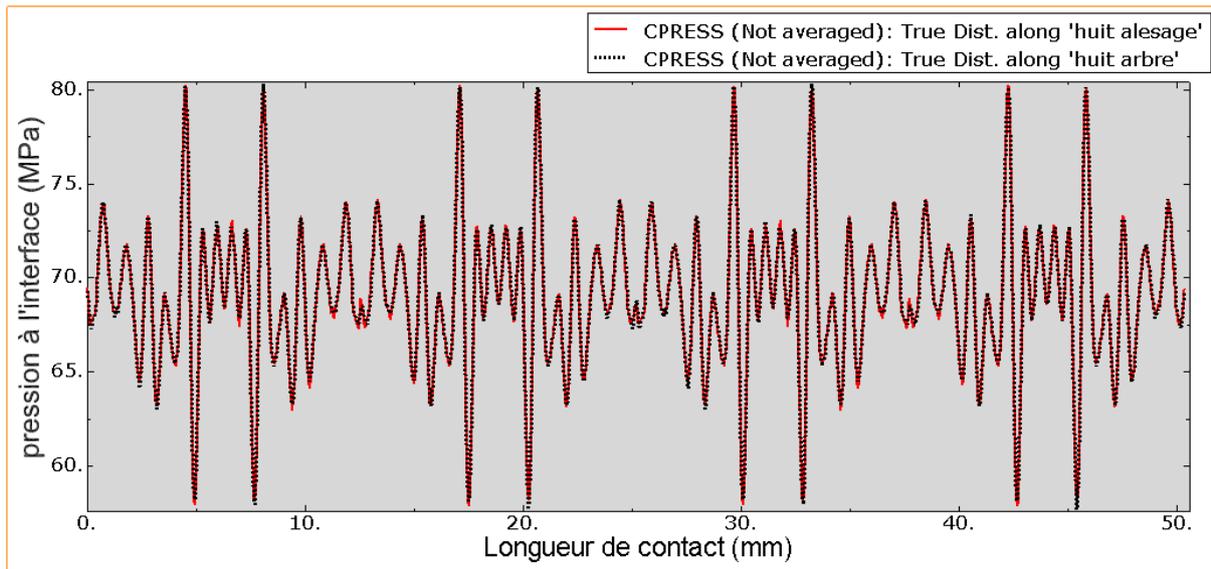
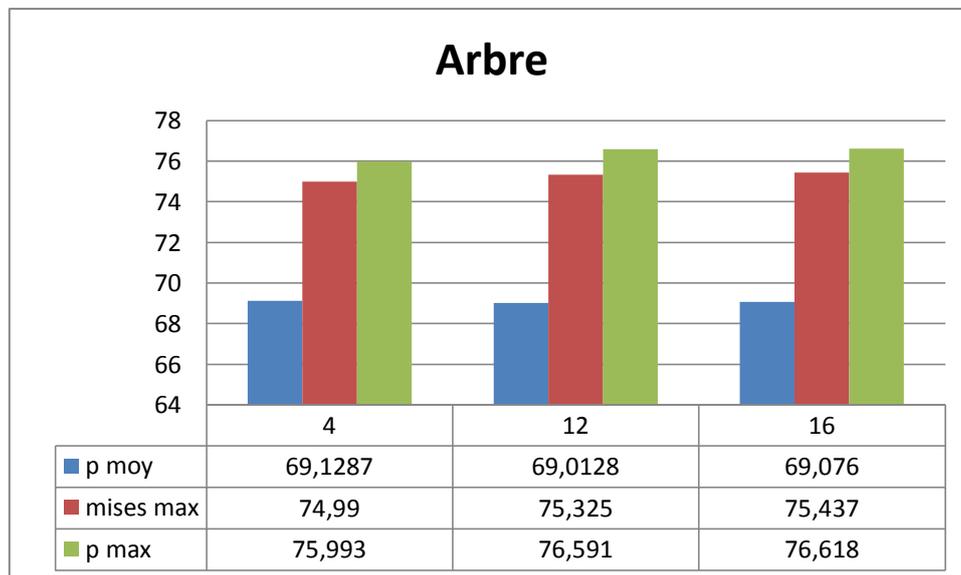


Figure V.19 comparaison entre les déplacements à l'interface de l'arbre et de l'alésage, avec, $T=4$, $\varepsilon=30$ mic.



FigureV.20 comparaison entre les pressions à l'interface de l'arbre et de l'alesage, avec, $r=8\text{ mm}, T=4, \epsilon=30\text{ }\mu\text{m}$.



FigureV.21 comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la période, avec, $\epsilon=30\text{ mic}, r\text{ moy}=8.01\text{ mm}$.

Si on cherche l'influence de la période du défaut sur les propriétés mécaniques de l'assemblage, on constate que l'augmentation de sa périodicité tend à accroître la pression, la contrainte de Von Mises maxi et la pression moyenne.

On remarque aussi que lorsque la période augmente donc la surface de contact augmente. C'est impliqué que le serrage sera important au niveau de lobes donc on peut voire des pressions et des contraintes importants aussi

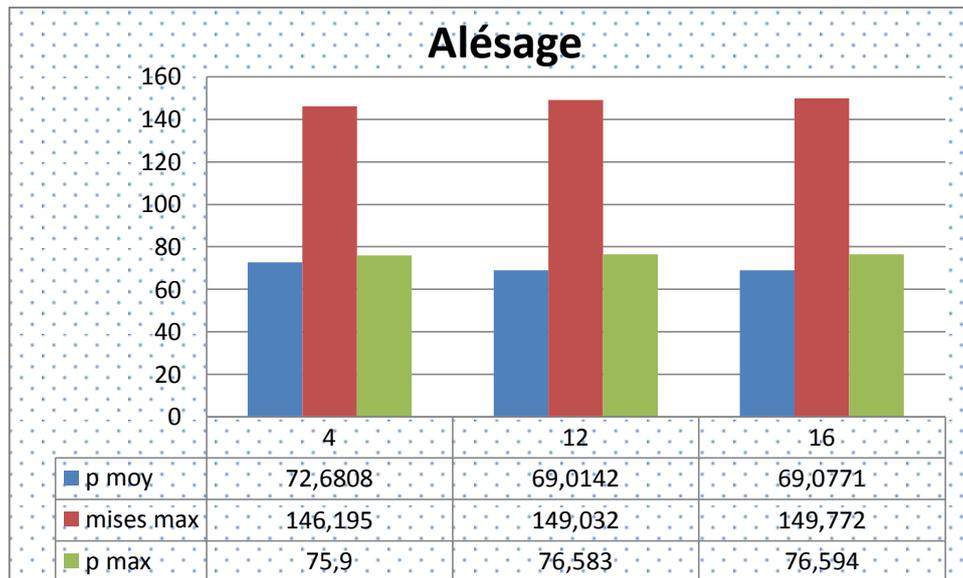


Figure V.22: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la période, avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.01 mm.

On remarque qu'il n'y a pas des grandes changements entre les défiantes cas au niveau de l'alésage

2-INFLUENCE DE LA VALEUR DE SERRAGE

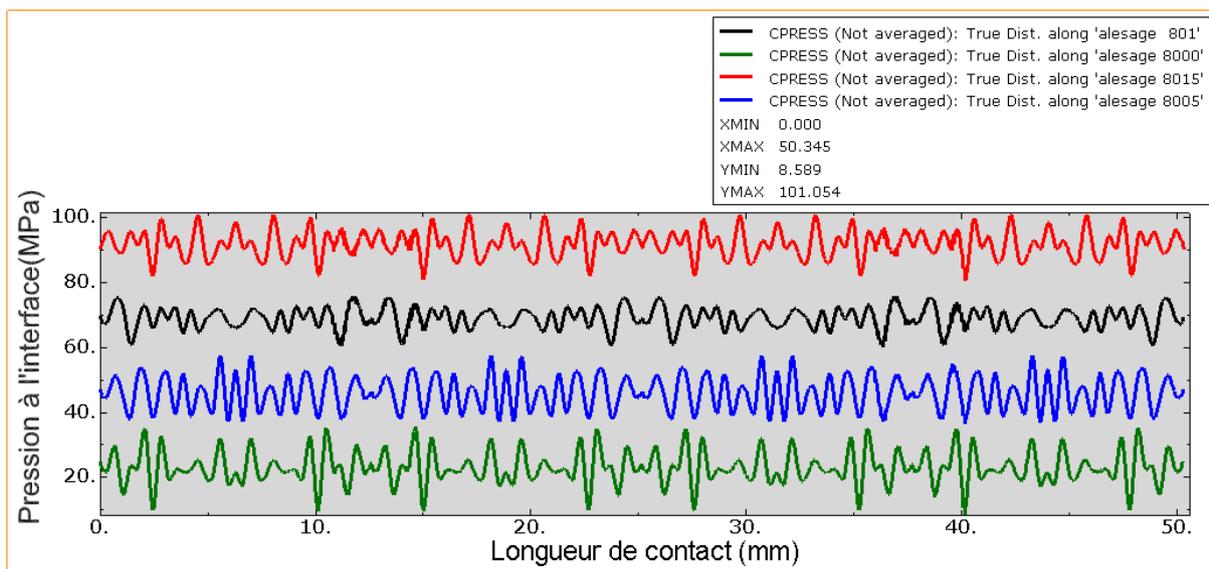


Figure V.23 comparaison entre les pressions de l'alésage en fonction de la valeur de serrage, avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=(8.000,8.005,8.010,8.015) mm.

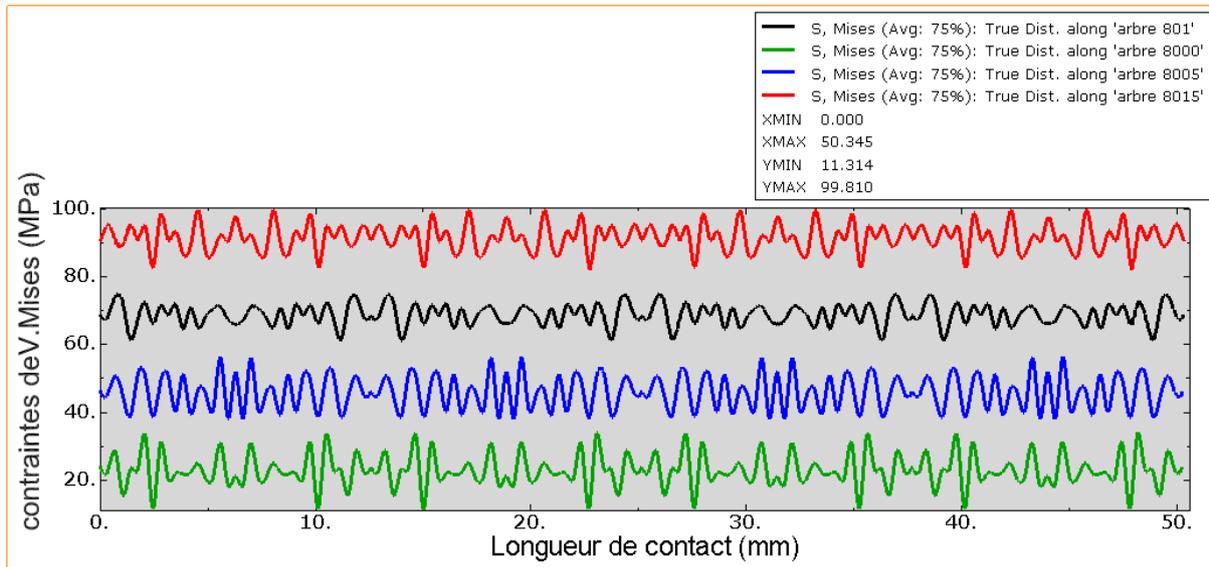


Figure V.24 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'arbre en fonction de la valeur de serrage, avec, $\epsilon=30$ mic, $r_{\text{moy}}=(8.000,8.005,8.010,8.015)$ mm.

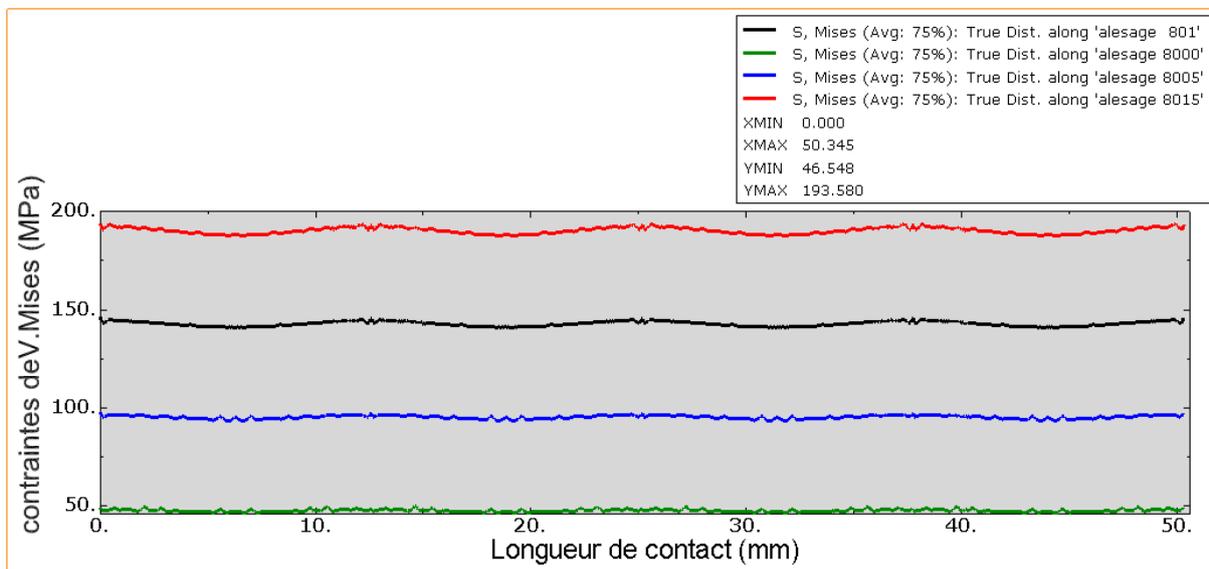


Figure V.25 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'alésage en fonction de la valeur de serrage, avec, $\epsilon=30$ mic, $r_{\text{moy}}=(8.000,8.005,8.010,8.015)$ mm.

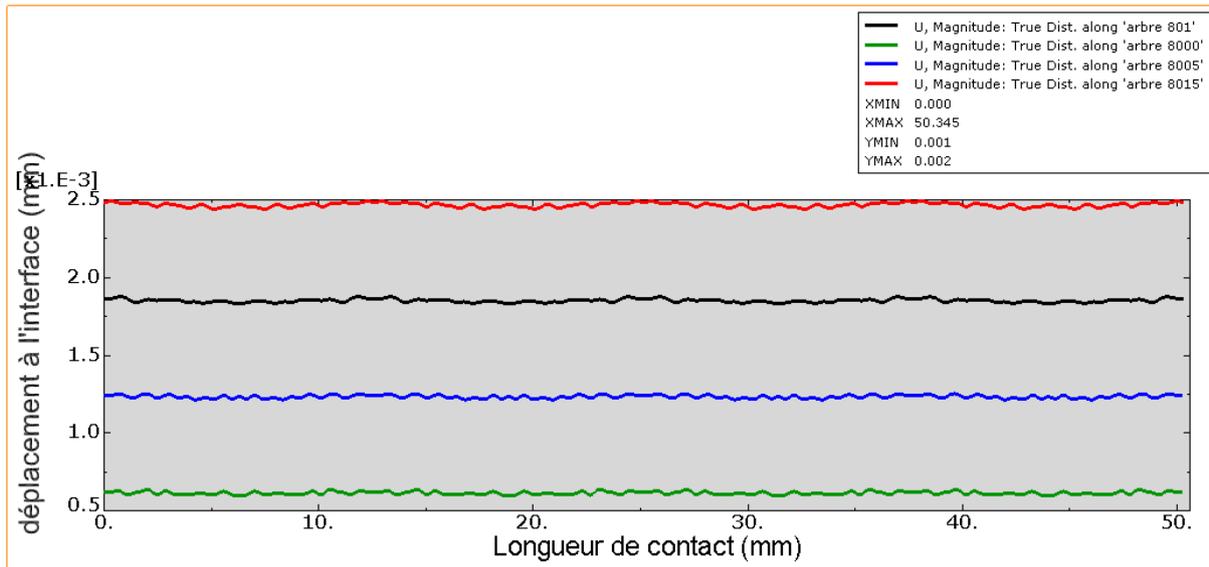


Figure V.26: comparaison entre les déplacements de l'arbre en fonction de la valeur de serrage, avec, $R_{moy}=7.985\text{mm}$, $\epsilon=30\text{ mic}$, $r_{moy}=(8.000,8.005,8.010,8.015)\text{ mm}$.

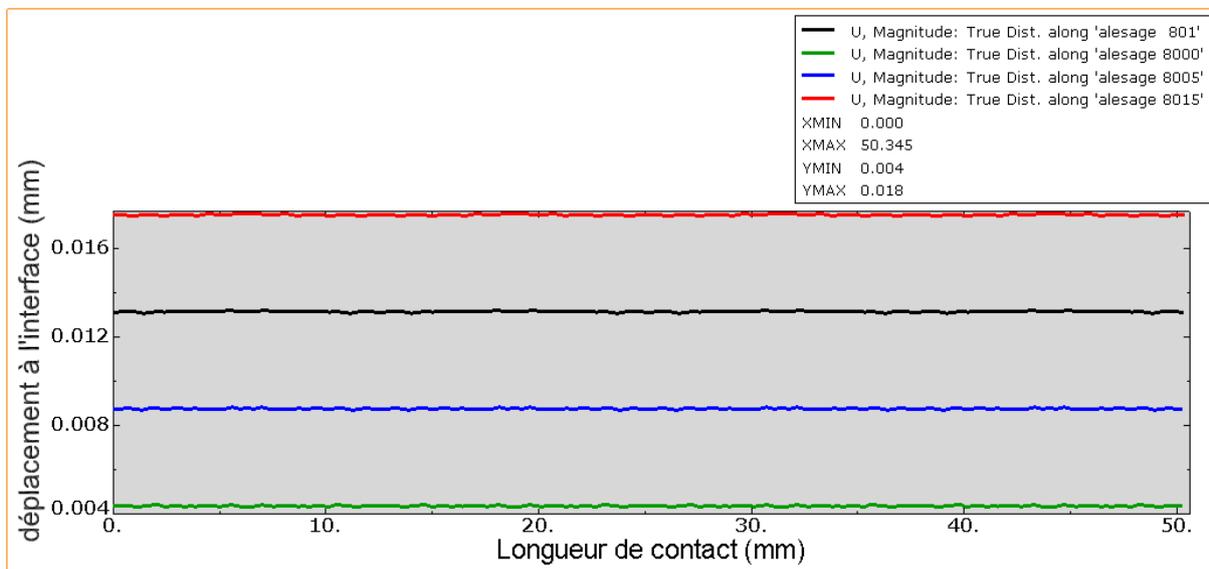
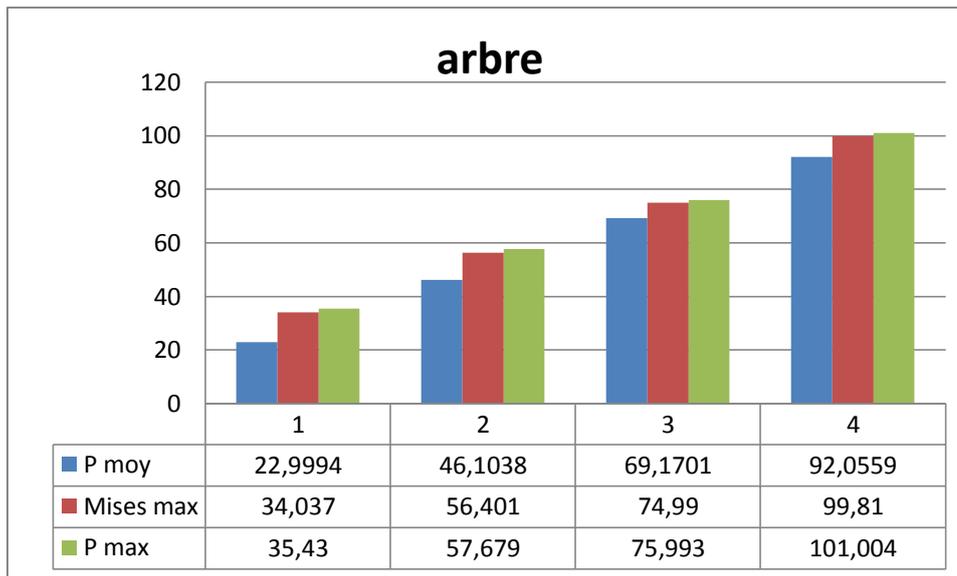
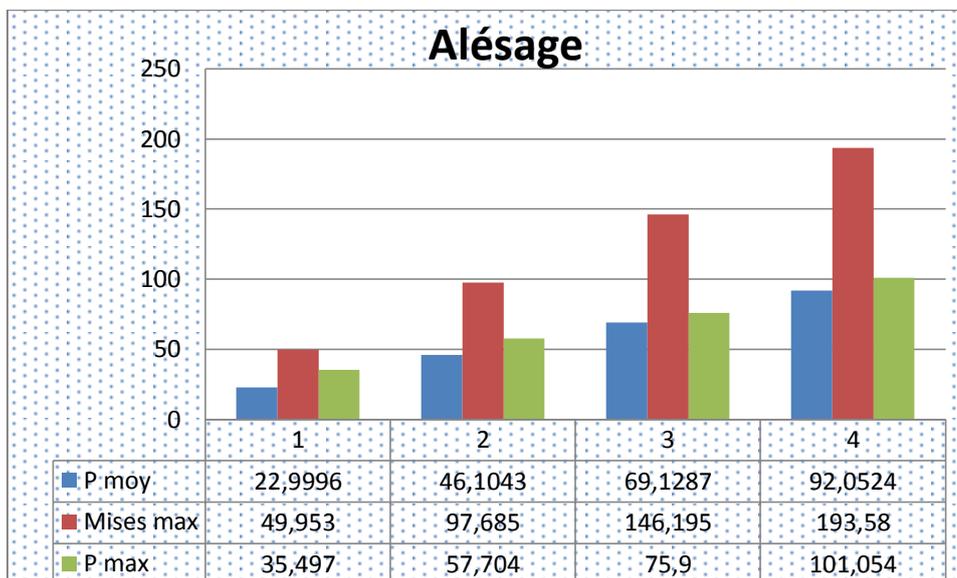


Figure V.27: comparaison entre les déplacements de l'alésage en fonction de la valeur de serrage, avec, $\epsilon=30\text{ mic}$, $r_{moy}=(8.000,8.005,8.010,8.015)\text{ mm}$.



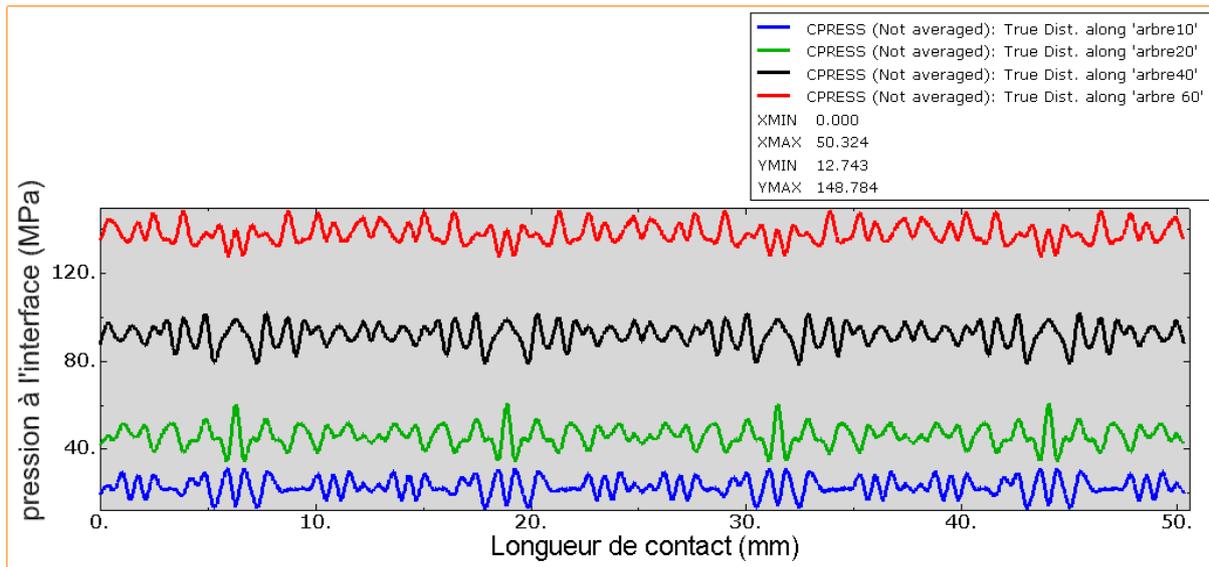
FigureV.28: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la valeur de serrage, avec, $\epsilon=30$ mic, $R_{moy}=7.985$ mm, $r_{moy}=(8.000,8.005,8.010,8.015)$ mm.



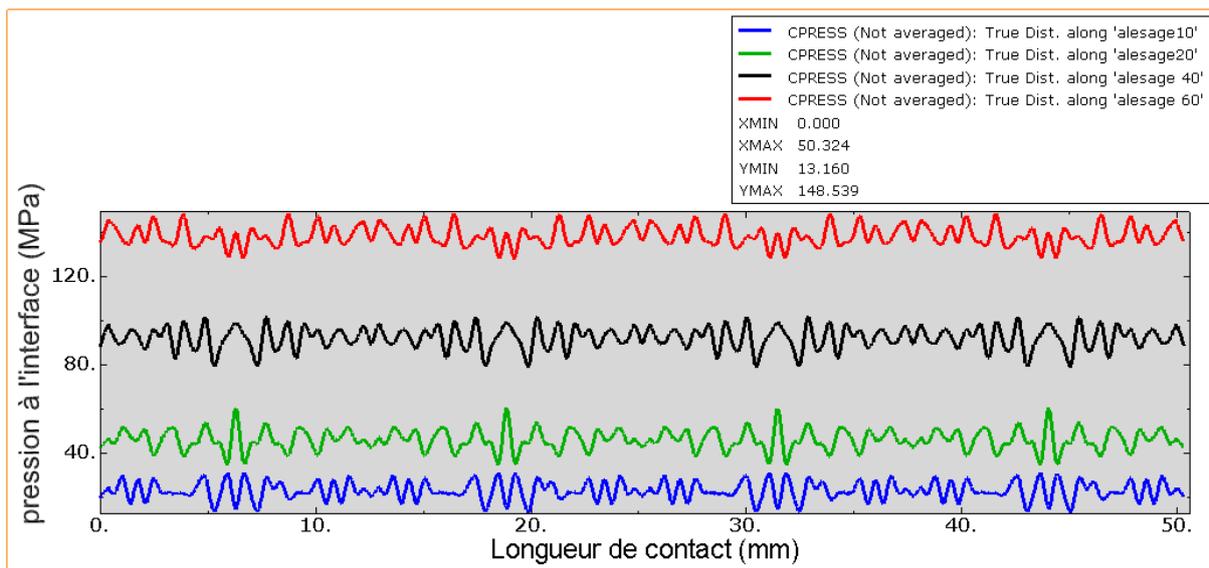
FigureV.29 comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la valeur de serrage, avec, $\epsilon=30$ mic, $r_{moy}=(8.000,8.005,8.010,8.015)$ mm.

Les figures au-dessus montrent que la valeur du serrage influence directement le niveau de contrainte à l'interface. Plus la valeur du serrage est importante, plus la pression s'accroît en fonction du serrage ainsi que sa différence avec la contrainte de Von mises maximum. La pression moyenne augmente aussi.

3-INFLUENCE DE L'AMPLITUDE



FigureV.30: comparaison entre les pressions de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.0 mm.



FigureV.31 comparaison entre les pressions de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.0 mm.

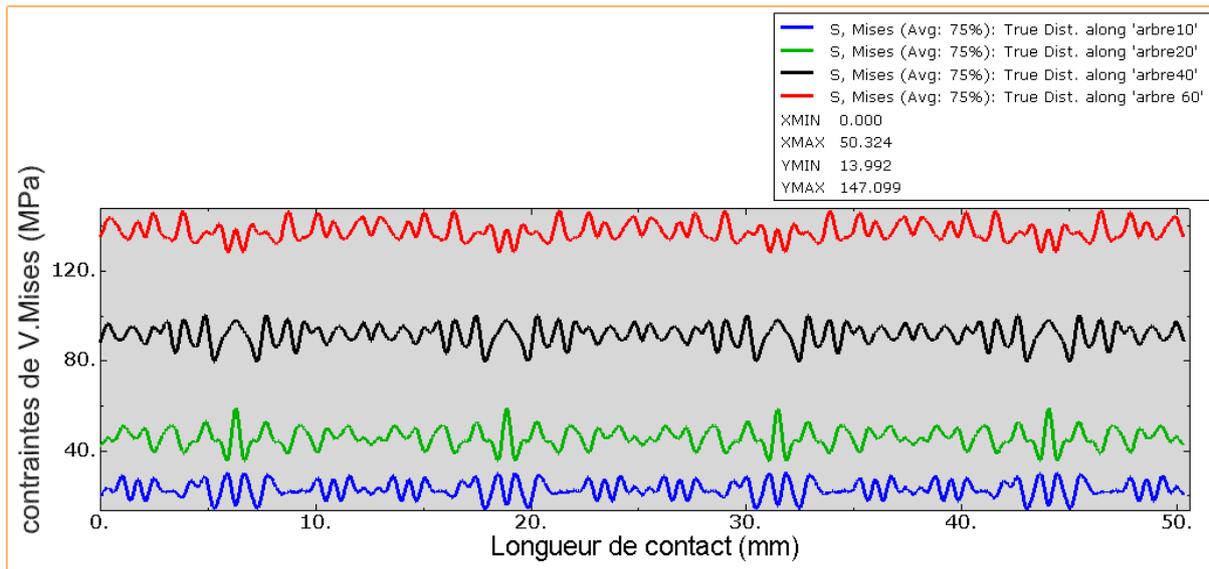


Figure V.32 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10,20,40,60)$ mic, $r_{\text{moy}}=8.0$ mm.

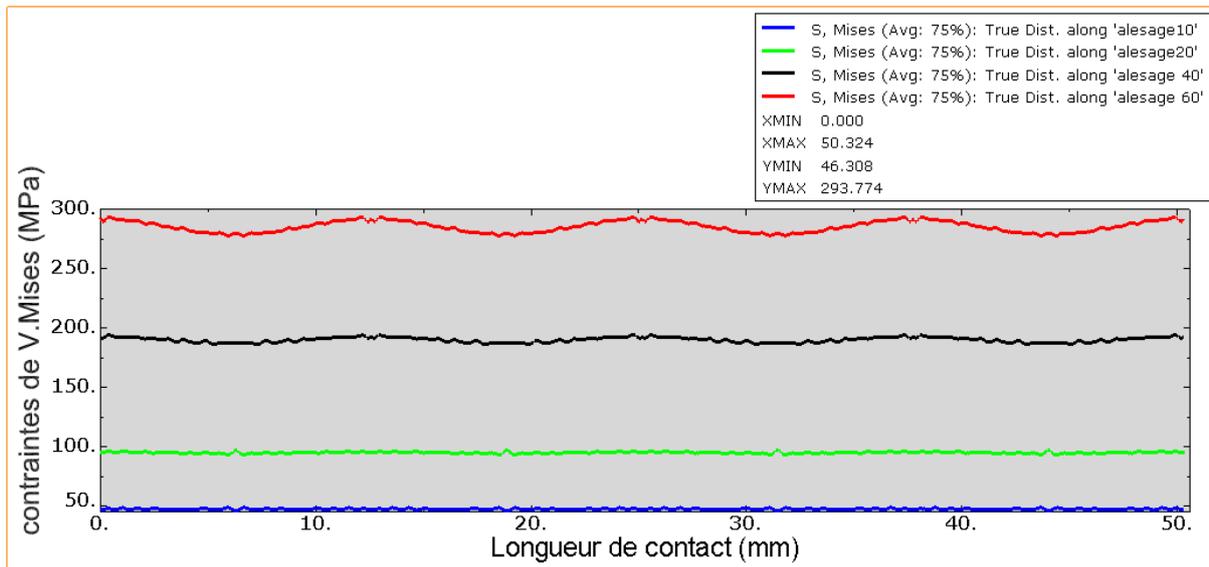


Figure V.33 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10,20,40,60)$ mic, $r_{\text{moy}}=8.0$ mm.

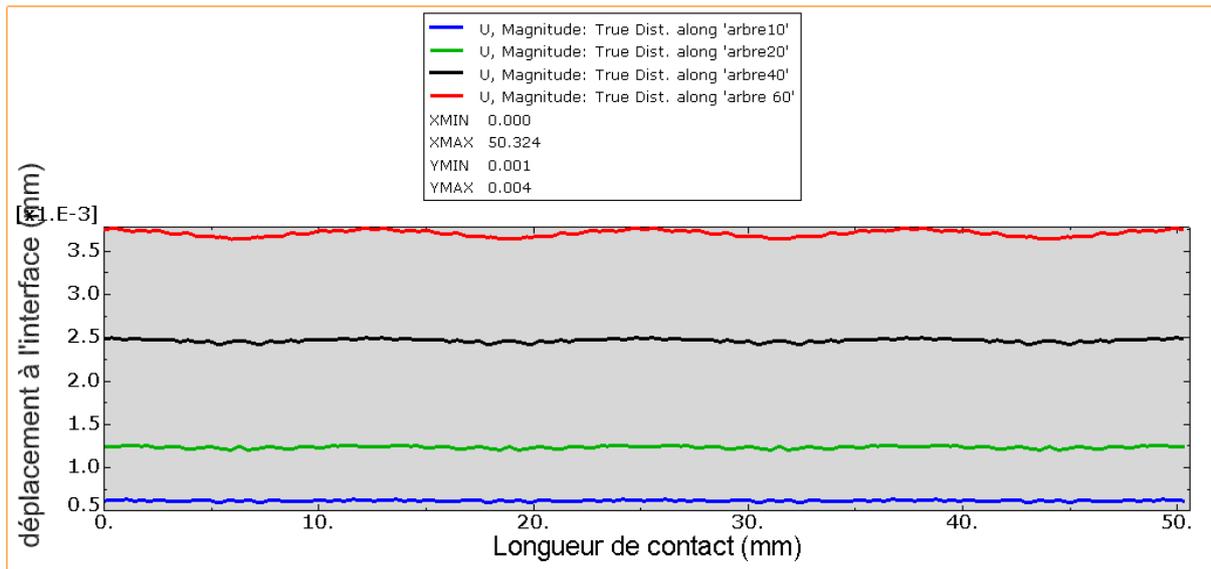


Figure V.34: comparaison entre les déplacements à l'interface de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10,20,40,60)$ mic, $r_{\text{moy}}=8.0$ mm.

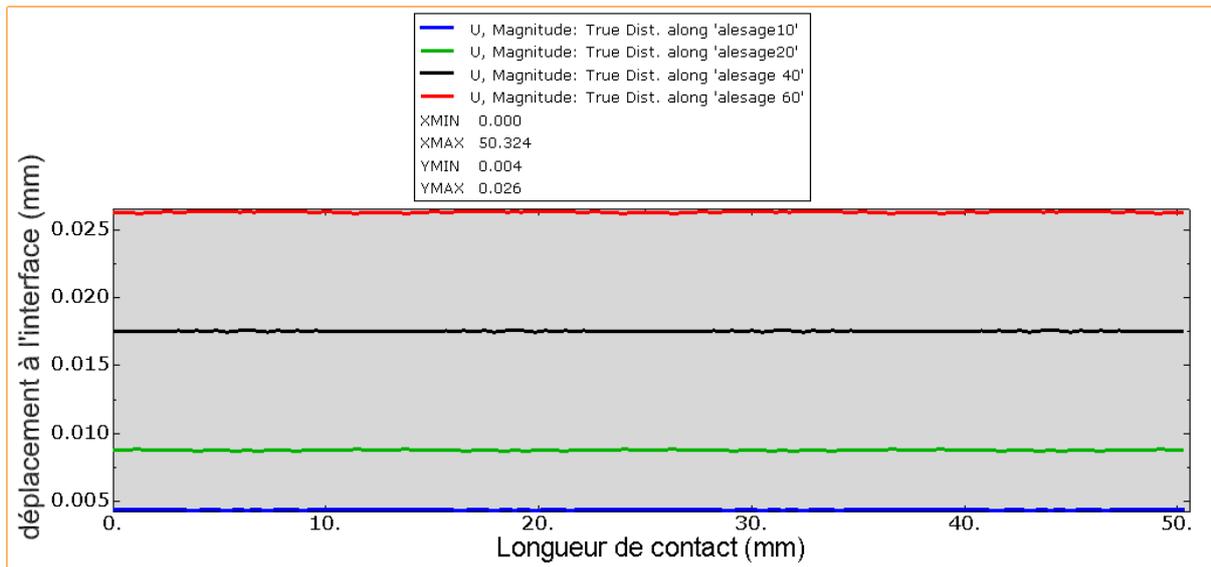


Figure V.35: comparaison entre les déplacements à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10,20,40,60)$ mic, $r_{\text{moy}}=8.0$ mm.

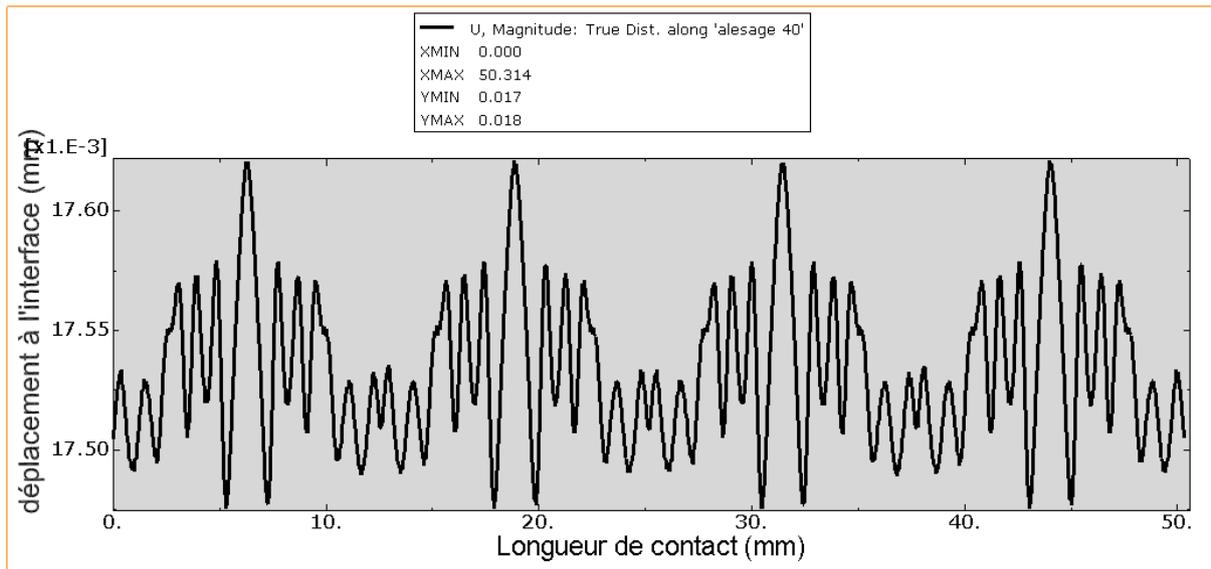


Figure V.36: déplacement à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=40$ mic, r moy=8.0 mm.

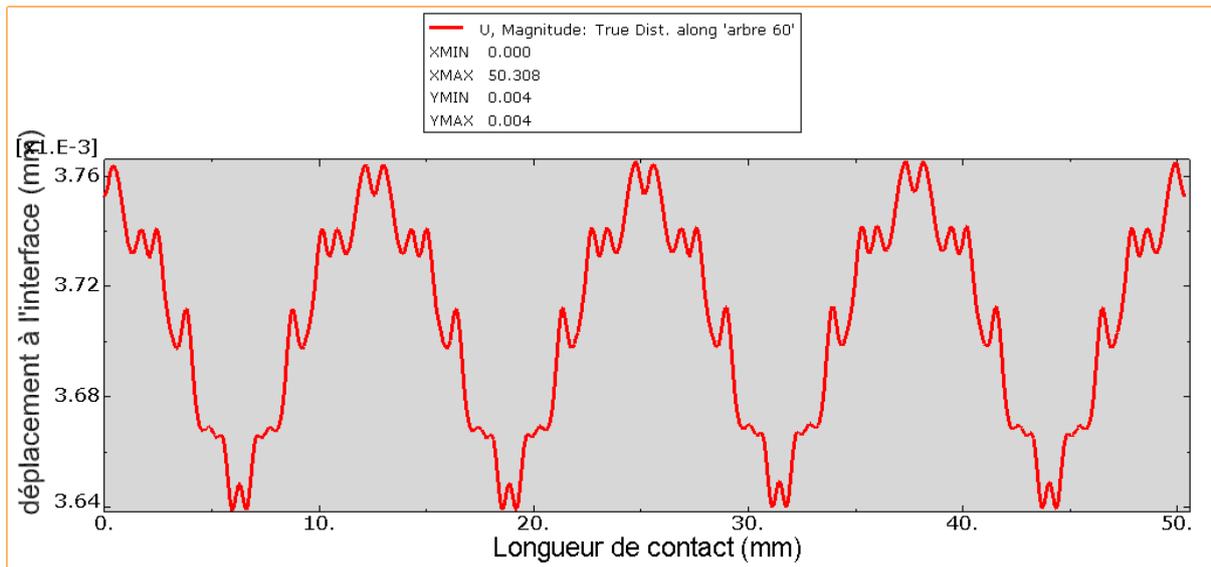


Figure V.37: déplacement à l'interface de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\varepsilon=60$ mic, r moy=8.0 mm.

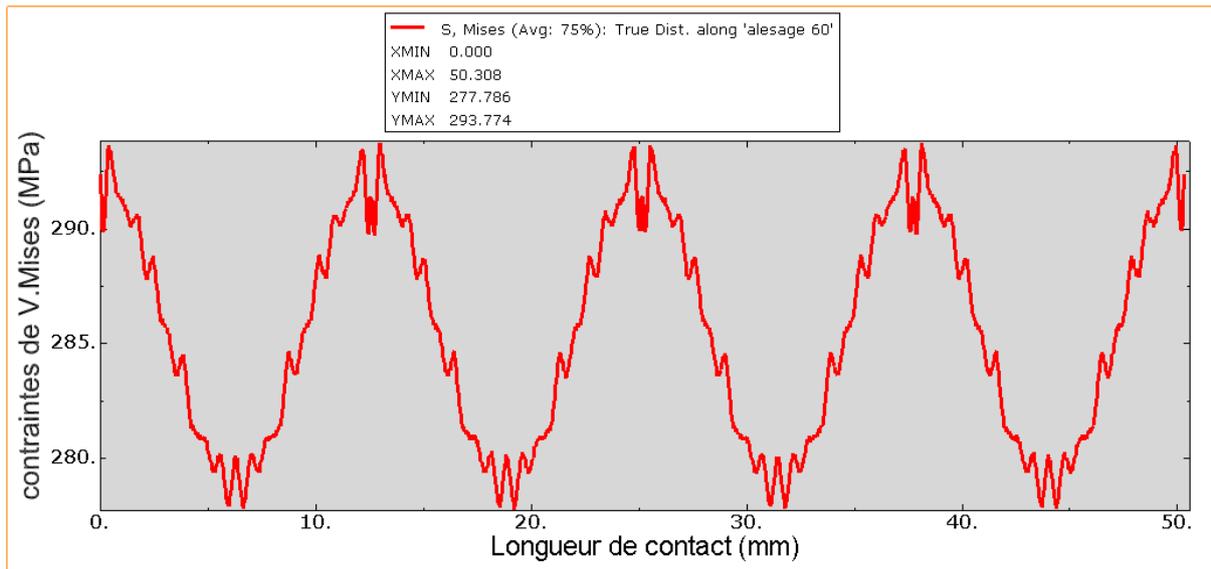


Figure V.38: Mises à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=40$ mic, $r_{\text{moy}}=8.0$ mm.

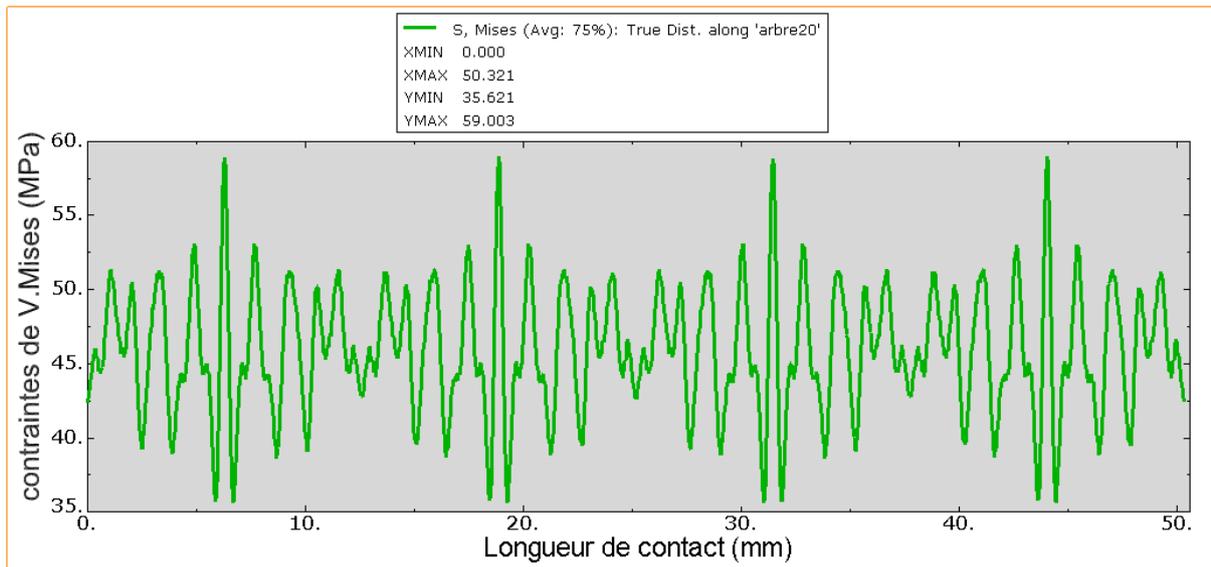
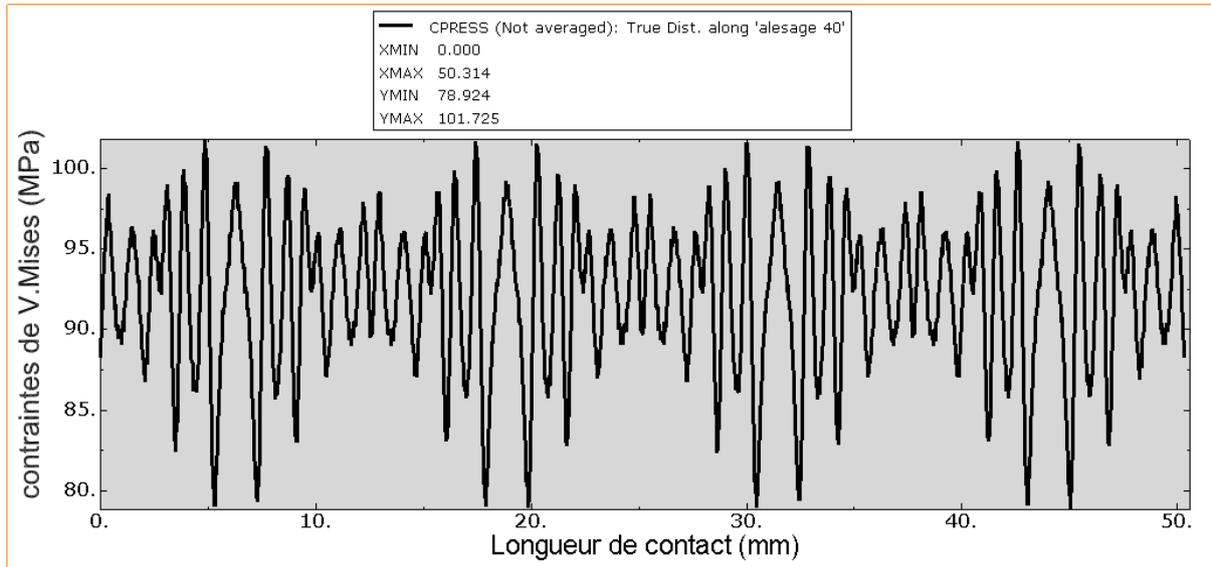
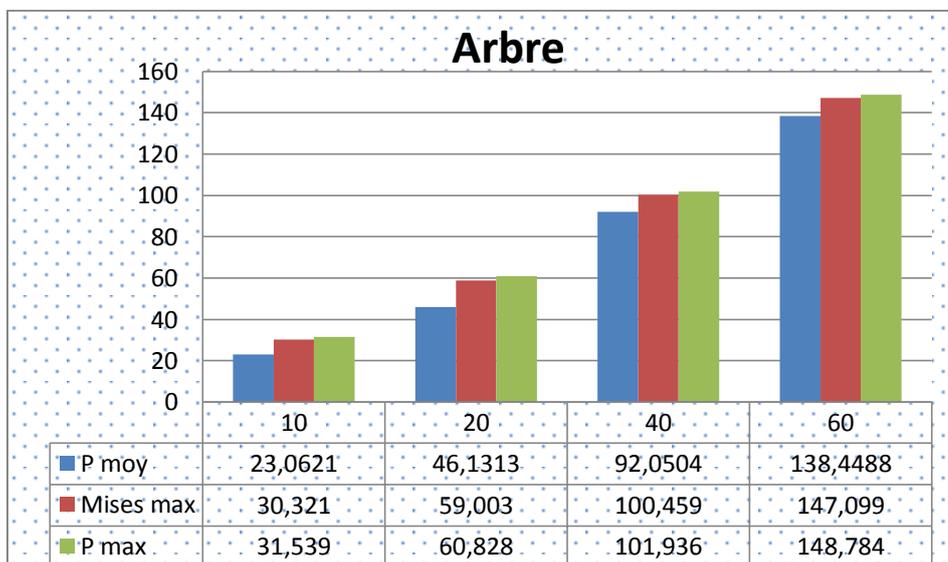


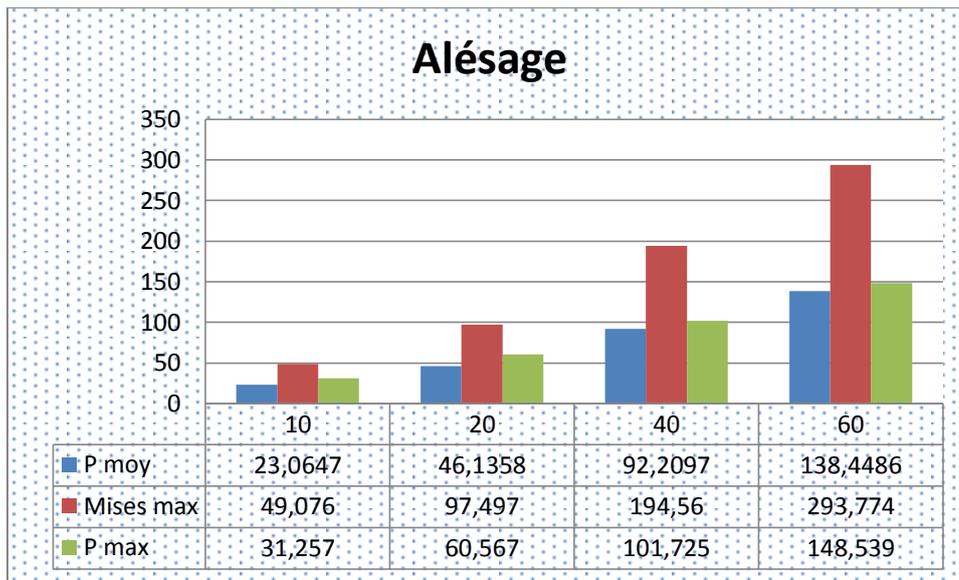
Figure V.39: Mises à l'interface de l'arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=20$ mic, $r_{\text{moy}}=8.0$ mm.



FigureV.40: pression à l’interface de l’alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=40$ mic, r moy=8.0 mm.

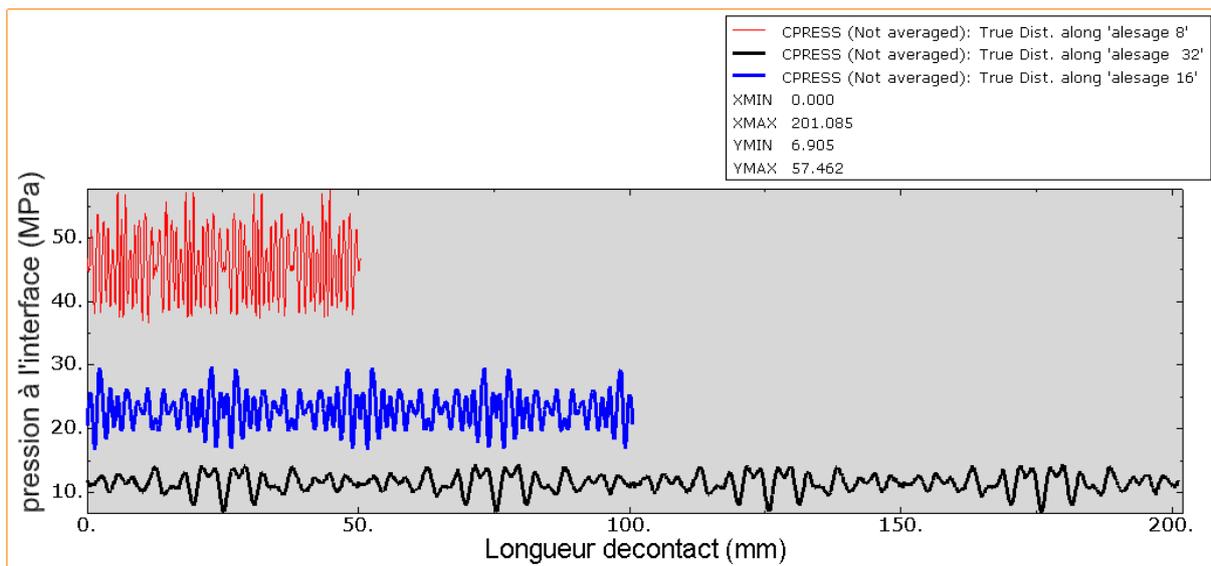


FigureV.41: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l’arbre en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.005 mm

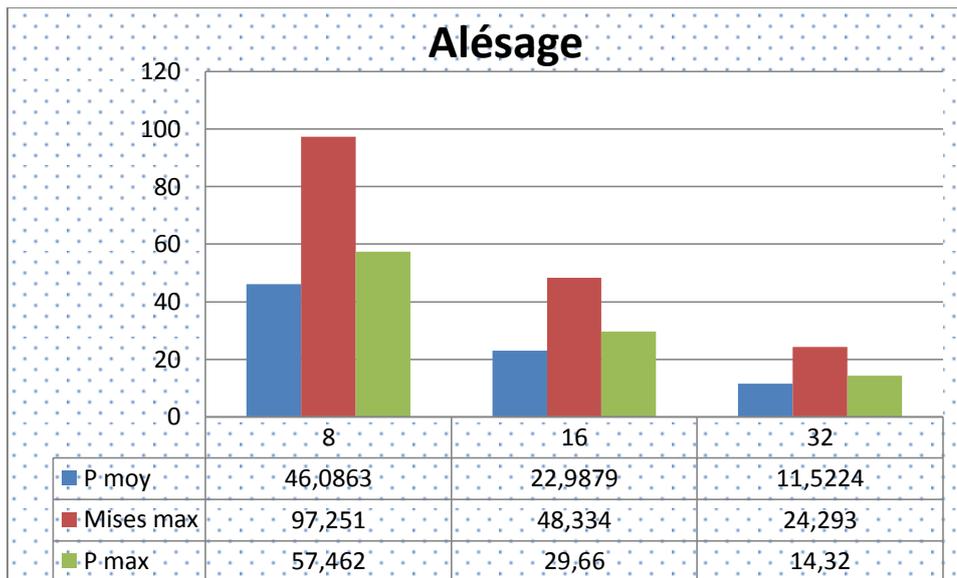


FigureV.42 comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la valeur de défaut, avec, $\epsilon=(10,20,40,60)$ mic, r moy=8.005 mm

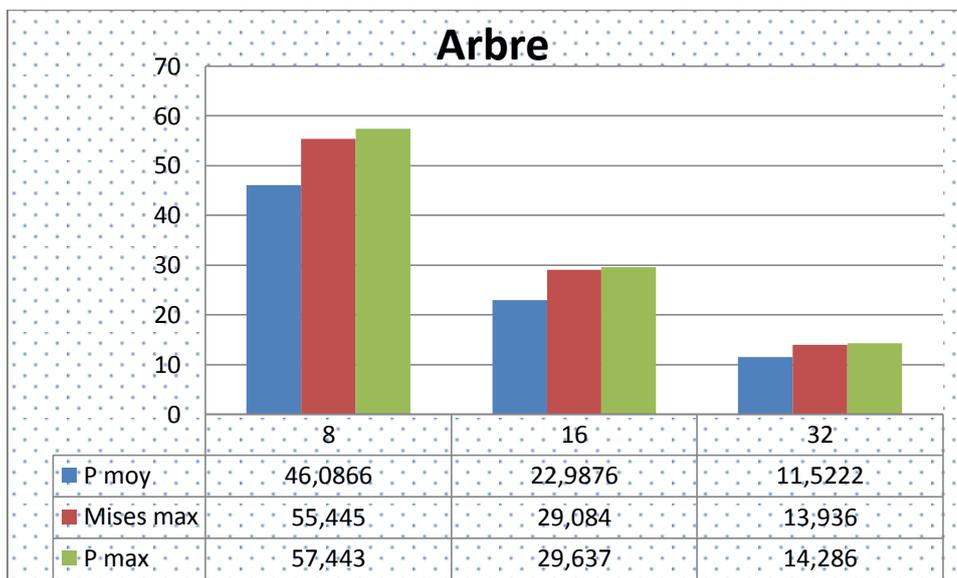
4-INFLUENCE DE DIAMETRE D'AJUSTEMENT



FigureV.43: comparaison entre les pressions à l'interface de l'alésage en fonction de la valeur de diamètre, avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.0 mm.



FigureV.44 comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la valeur de diamètre, avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm



FigureV.45: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la valeur de diamètre, avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm

Si on prend le même serrage avec des diamètres différents donc la surface de contact augmente et d'après les résultats obtenus on constat que lorsque le diamètre diminue les contraintes de V. Mises, les pressions moyennes et les pressions maximales diminues.

5-INFLUENCE DE LA NATURE DE MATERIAU

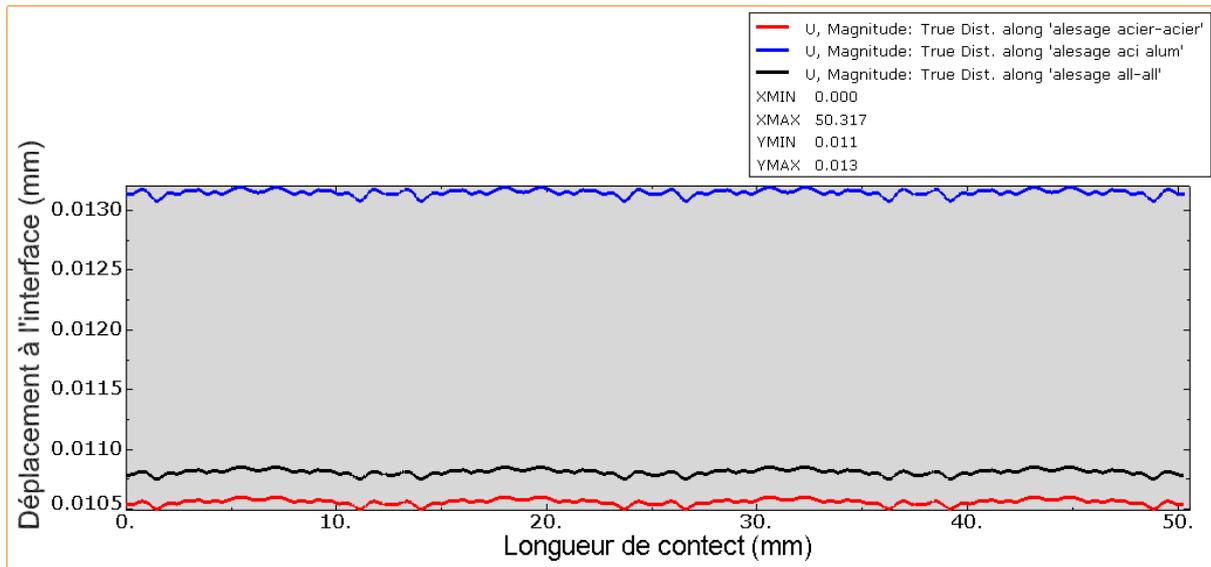


Figure V.46 comparaison entre les déplacements de l'alésage en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm

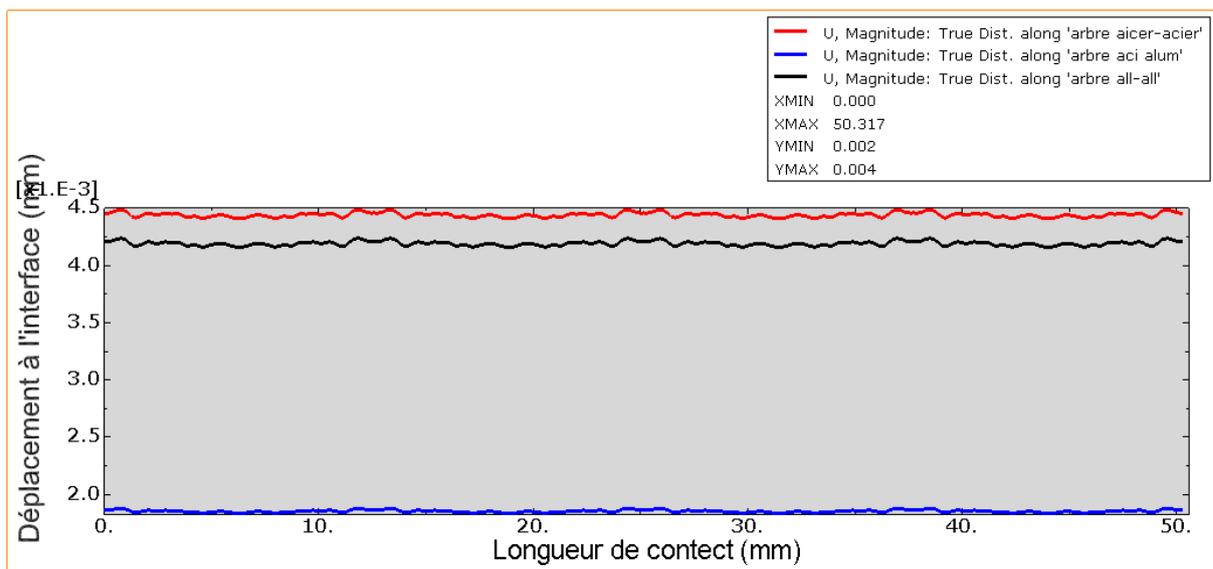
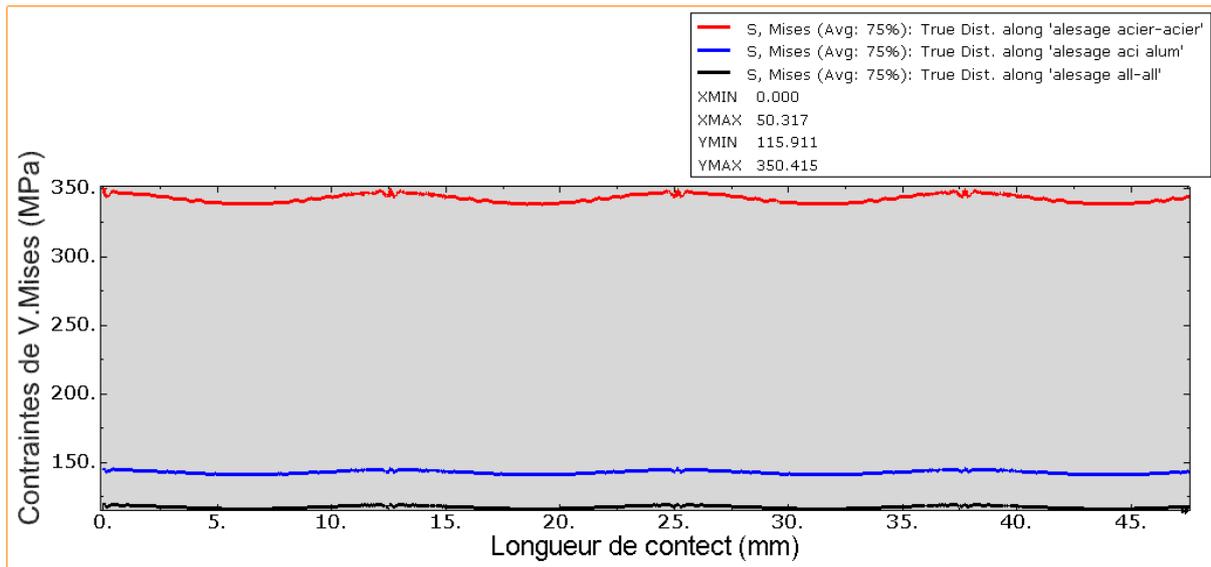
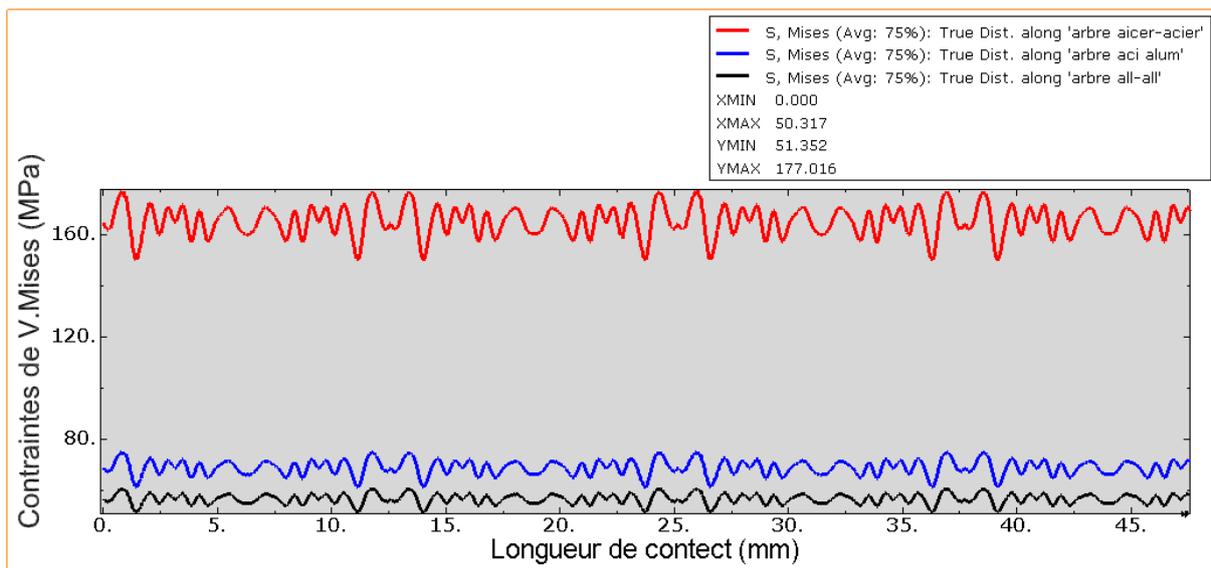


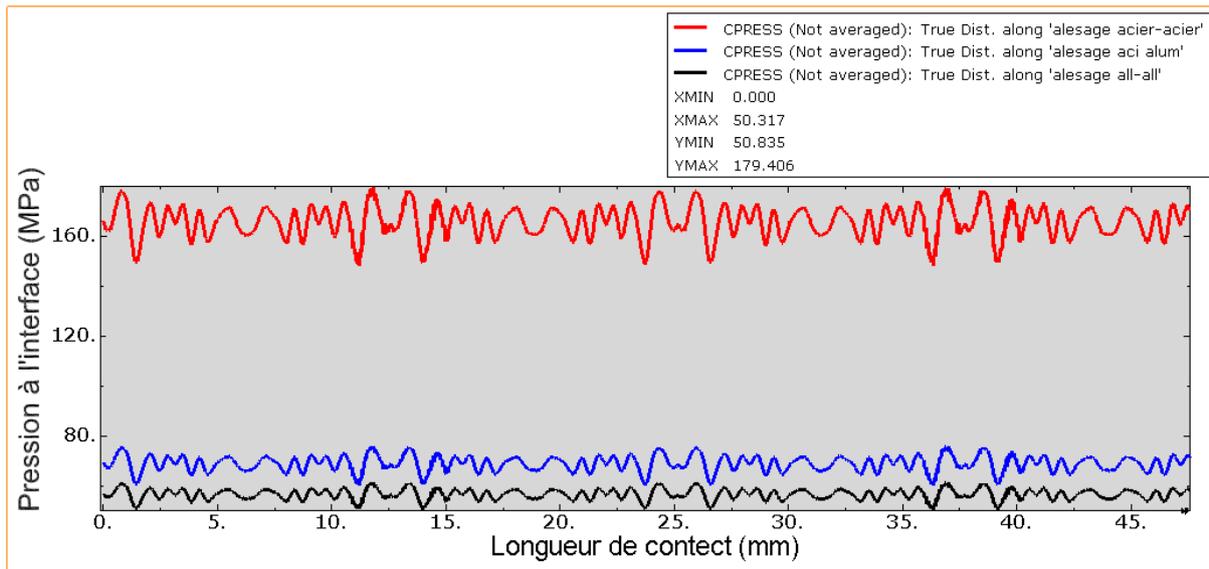
Figure V.47: comparaison entre les déplacements de l'arbre en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm



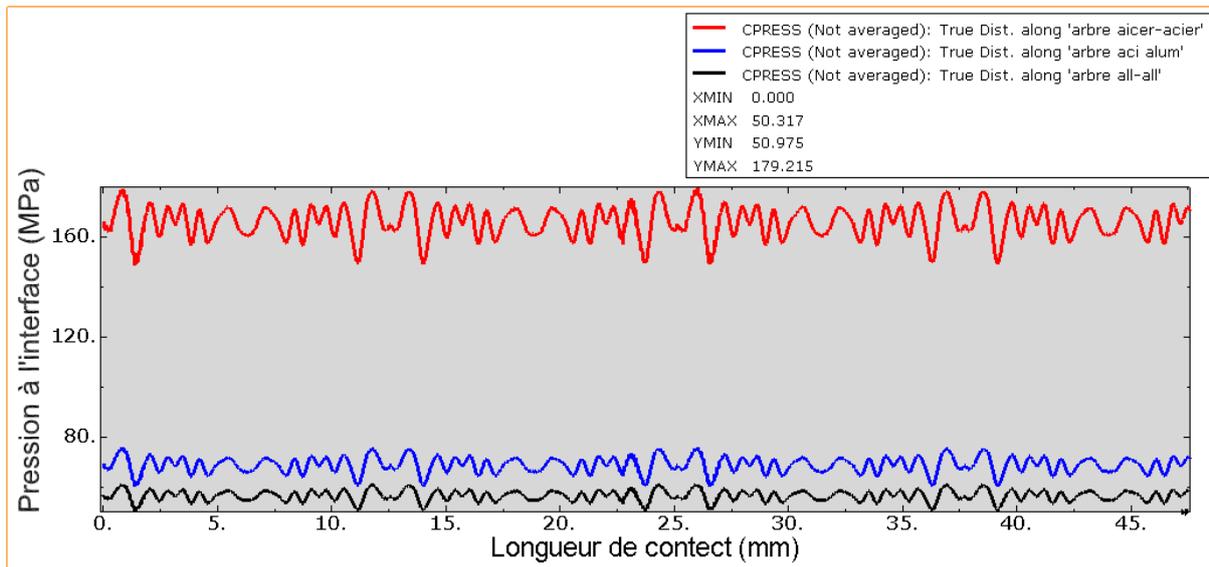
FigureV.48 comparaison entre les contraintes de V.Mises de l’alésage en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm



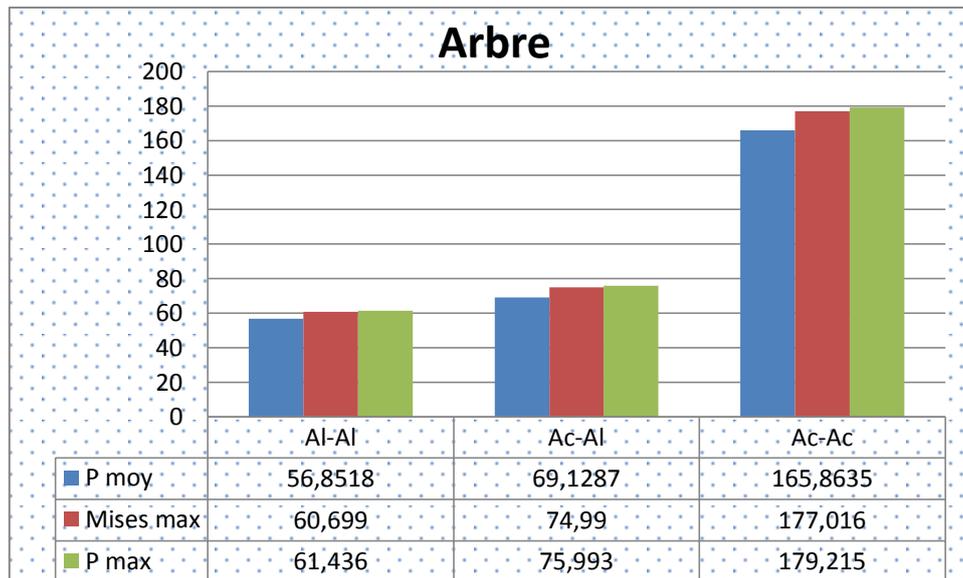
FigureV.49: comparaison entre les contraintes de V.Mises de l’arbre en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm



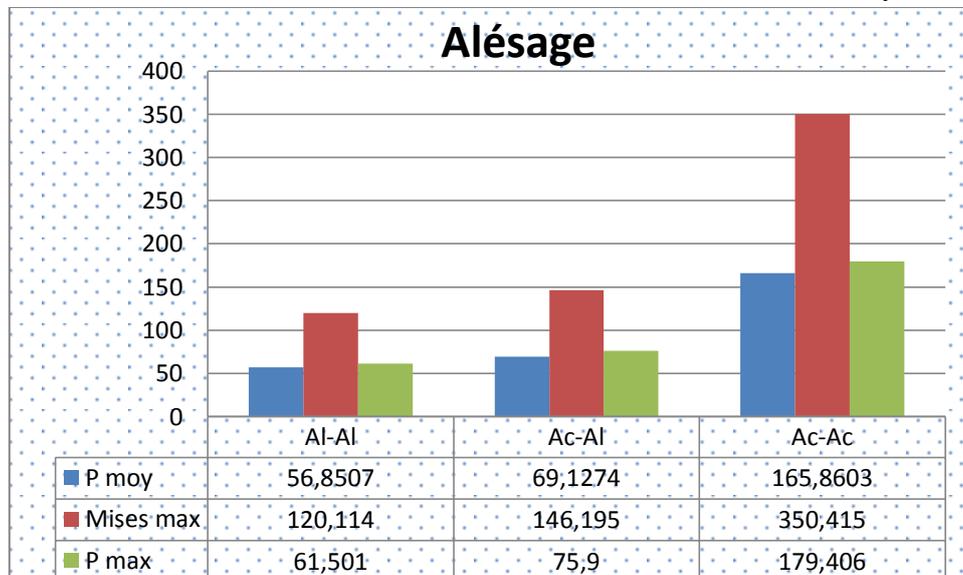
FigureV.50: comparaison entre les pressions de l'alésage en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm



FigureV.51: comparaison entre les pressions de l'arbre en fonction de la nature de la matériaux , avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm



FigureV.52: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'arbre en fonction de la nature de matière, avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm



FigureV.53: comparaison entre les pressions maxi, moyennes et contraintes de Von Mises Maxi de l'alésage en fonction de la nature de matière, avec, $\epsilon=30$ mic, r moy=8.005 mm

Si on change le matériau, les caractéristiques du matériau vont changer tel que la dureté, le coefficient de poisson, le module d'Young, etc.

Les figures ci-dessus permettent une comparaison des pressions et des contraintes de Von Misés entre les assemblages acier /acier, et acier/Aluminium. Aluminium/Aluminium On y remarque que les valeurs augmentent.

Donc la nature du matériau influe directement sur les caractéristiques du serrage pour le même défaut de forme.

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Ce travail consiste à étudier les assemblages frettés soumis à la torsion en prenant en compte l'intensité et la périodicité du défaut de forme, le diamètre d'ajustement, la nature des matériaux assemblés et la valeur du serrage.

On a considéré dans la première partie que l'axe est parfait (défauts de circularité et de cylindricité nuls, rugosité nulle) et que l'alésage comporte uniquement le défaut de forme.

Dans la deuxième partie, on a supposé que les deux éléments (arbre et alésage) comportent tous les deux des défauts de forme.

L'étude est menée dans le cas de paroi épaisse sur logiciel en utilisant la méthode des éléments finis.

Plusieurs paramètres influençant l'ajustement par frettage ont été pris en compte : nombre de lobes caractérisant la périodicité du défaut de forme, intensité du serrage (différence entre le diamètre maximum de l'axe et diamètre minimum de l'alésage), nature des matériaux des éléments d'assemblage (acier-aluminium, acier-acier et aluminium-aluminium), valeur des défauts de forme et diamètres d'ajustement.

On montre que l'augmentation du défaut de forme, de la valeur du serrage et le nombre de lobes augmente, au niveau de l'interface de contact, les contraintes de Von Mises, les pressions maximales et les pressions moyennes. Par contre, l'augmentation du diamètre d'ajustement diminue ces paramètres, ceci est dû au fait que la surface de contact augmente. Quant à la nature des matériaux d'assemblage, on constate que les ajustements acier-acier donnent les plus grandes intensités de serrage ; les plus faibles sont obtenues avec l'ajustement aluminium-aluminium.

Cette étude montre que l'effet du défaut de forme n'est pas négligeable et que des serrages importants peuvent donner lieu à des contraintes très élevées dépassant les limites élastiques des matériaux en contact.

Ce travail peut être complété par l'étude de l'influence :

- du défaut de forme et d'état de surface de l'alésage,
- du défaut de forme et d'état de surface de l'arbre,
- du diamètre intérieur de l'arbre (arbre creux),
- du défaut de cylindricité des deux éléments d'assemblage.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] cours troisième année génie mécanique professeur Mr M.BOUAZIZ (Chapitre 3 Tolérances et Ajustements ISO)
- [2] Siala I.E. Modélisation mécanique des assemblages obtenus par procédé de frettage avec la prise en compte du défaut de forme, Thèse de doctorat de l'Université de Bourgogne, soutenue le 18 octobre 1996 à Auxerre, France.
- [3] BOUTOUTAOU Hamid. Etude d'un emmanchement fretté compte tenu de l'effet combiné des défauts de forme et de l'état de surface. Thèse de doctorat de l'école nationale polytechnique en cotutelle avec l'université de Bourgogne, soutenu le 26 janvier 2012, Alger
- [4] Chang W.,R., Etsion I., Bogy D.B., An elastic-plastic model for the contact of rough surface, J. Tribol. Tr ASME, (1987); 109, 257-263.