

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

(3 ex)

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

**SUJET**

MODELISATION,  
SIMULATION:  
CONTROLE OPTIMAL  
D'UN GRAND SYSTEME

Proposé par :  
F.Chigara

Etudié par :  
Moussaoui S.  
Foudil Chérif Y.

Dirigé par :  
F.Chigara

PROMOTION : juin 86

Nous tenons à remercier notre promoteur M<sup>r</sup> CHIGARA pour son aide précieuse, ses encouragements, et son effort quant à l'enrichissement de nos connaissances, et pour nous avoir permis de travailler sur son microordinateur IBM PC et de nous avoir guidé pendant tout le semestre.

Nos remerciements vont aussi à :

- M<sup>r</sup> ABDSLEM ex-directeur de l'ENP
- M<sup>r</sup> BESSIDIK ancien élève de la polytechnique (département d'électronique)
- M<sup>r</sup> LAHLOU Chef maintenance au CNI
- M<sup>r</sup> ABDELOUCHE : Chef du département hardware au CNI
- M<sup>r</sup> BARSKI enseignant à l'ENP (dept. Genie Électrique)
- M<sup>r</sup> BOURENANE enseignant à l'ENP (statistique), dept. de Genie Industriel,

ainsi que tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin pour la réalisation de ce projet.

## DÉDICACES

Je dédie ce modeste travail à :

Mon père

Ma mère

Mes frères et soeurs

Tous mes amis

Samia

Je dédie ce modeste travail à :

Mon père

Ma mère

Mes deux frères Yazid et Sofiane

Ma soeur Dalila

Toute ma famille

Tous mes amis

Yassine

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION

CHAPITRE I : Notion de grands systèmes	7
I.1. Notion de système	7
I.2. Notion de grand système	7
CHAPITRE II: Grands systèmes multidimensionnels.	9
II.1. Généralités	9
II.2. Propriétés	10
CHAPITRE III: Méthode d'analyse des grands systèmes	11
III.1. Généralités	11
III.2. Méthode de décomposition-coordination	13
III.2.1 Généralités	13
III.2.2 Décomposition statique de grand système	13
III.2.2.1 Méthode de coordination du modèle	14
III.2.2.2 Méthode de coordination du critère	16
III.2.3 Décomposition dynamique du grand système	18
III.3 Agrégation	20
III.3.1. Généralités	20
III.3.2. Agrégation du grand système	11
CHAPITRE IV. Analyse de grands systèmes stochiométriques	24
IV.1. Généralités	24
IV.2. Simulation du fonctionnement du système stochiométrique	24
IV.2.1. Principe de la méthode	25
IV.2.2. Crédibilités des décisions	25
IV.2.3. Décomposition coordination	25
IV.2.4. Organigramme des décisions	26
CHAPITRE V. Analyse de sous-système stochiométrique	29
V.1 Modèle mathématique du stock	29
V.2 Filtre stochiométrique	31

V.2.1. Modèle des entrées	32
V.3. Filtre stochiométrique avec saturation (F.S.S)	33
V.4. Filtre stochiométrique avec rébutts (F.S.R)	33
V.5. Filtre stochiométrique avec rébutts et saturation (FSRS)	35
V.6. Circuit non-linéaire	35
V.7. Structure générale d'un sous-système	37
CHAPITRE VI. Etude expérimentale: Grand système électronique	40
CHAPITRE VII. Contrôle Optimal	44
VII.1. Généralités	44
VII.2. Position du problème	44
VII.3. Contrôle optimal en temps différé	45
VII.3.1 Structure optimale	45
VII.3.2 Problèmes rencontrés et objectifs	51
VII.3.3. Résultats	53
VII.4. Contrôle optimal en temps réel	65
VII.4.1. Organigrammes et résultats	66
CHAPITRE VIII. Grand système stochiométrique	90
Conclusion	93

ANNEXES:

Annexe 1. Génération d'une fonction périodique

Annexe 2. Algorithme du choix de T, V<sub>0</sub> et V<sub>m</sub>

Annexe 3. Choix de la période d'échantillonnage

Annexe 4. Matrice de corrélation

Annexe 5. Programmes

Bibliographie.

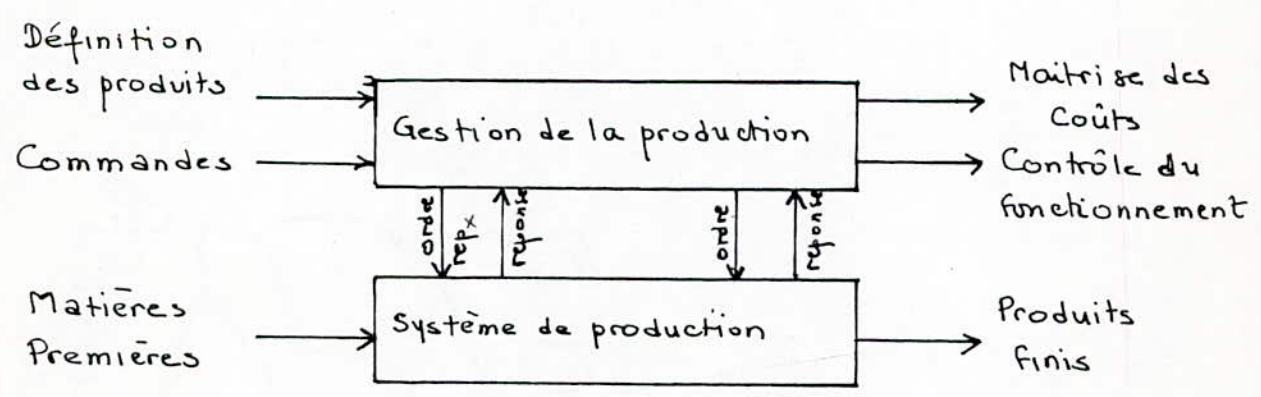
# INTRODUCTION

L'objectif de toute entreprise, et en particulier des unités de production, confrontée à la concurrence est de produire des biens en maîtrisant au mieux trois contraintes souvent contradictoires :

- 1°/ Le coût
- 2°/ Le délai
- 3°/ La qualité

Ce qui nécessite une très bonne gestion de la production.

La gestion de la production a pour but la direction du système de production en fonction des commandes et la définition du produit afin de transformer les matières premières en produits finis conformes à la qualité requise par le marché, le contrôle du fonctionnement de ce système et de maîtriser les coûts de production.



Parvenir à une maîtrise optimale des processus d'activité qui se déroulent dans ces systèmes suppose la connaissance permanente de tout ce qui se déroule dans chacune de leur cellules. L'exploitation rapide et

sûre de toutes les informations et l'élaboration des synthèses à différents niveaux sont des éléments essentiels de la décision. Seule une utilisation maximale de l'informatique permet de mener à bien ces actions.

Le but de notre projet consiste à faire le contrôle optimal du système en utilisant les techniques de modélisation et simulation.

### Modélisation et Simulation:

Vu la complexité croissante des systèmes modernes il est devenu de plus en plus délicat, voire impossible, de faire directement des expériences et des essais directement sur le système réel. Donc on est obligé de construire un modèle de ce système que l'on pourra par la suite le simuler et cette simulation n'est possible que sur un ordinateur pour pouvoir mener à bien les calculs du modèle et surtout son exploitation.

## CHAPITRE I

### Notion de grand système

#### I.1. Notion de système :

Un système est un ensemble d'éléments liés entre eux par des liens physiques ou économiques et représentant un tout fermé. Tout système en général possède plusieurs entrées et plusieurs sorties. Les entrées peuvent être des commandes ou des perturbations dues à l'environnement du système. Donc pour pouvoir agir efficacement sur un système il est impératif de bien connaître son environnement et de bien le définir.

Avec le progrès des mathématiques surtout les probabilités et les statistiques la notion de système s'est imposée dans le domaine économique. Mais cette notion reste relative et donc difficile à définir avec exactitude et précision. Les performances souhaitées pour un système économique sont définies par un critère (très souvent une relation quantité-qualité). Il s'agit alors de trouver le meilleur réglage des paramètres constituant le système. De ce fait l'étude du critère et sa mise en forme mathématique sont d'une grande importance car c'est de ce critère que dépend l'optimisation du système.

#### I.2. Notion de grand système

Un grand système est constitué d'un ensemble de petits systèmes dont il diffère quantitativement et qualitativement par :

- Une conception d'ensemble
- Une grande dimension et un grand nombre de fonctions à remplir
- Complexité.

On distingue généralement deux types de grands-systèmes :



1/ Grand système déterministe: Il est caractérisé par des grandeurs qui varient de façon continue conformément à des lois parfaitement déterministes. Pour l'analyse de ce système on emploie les méthodes analytiques classiques.

2/ Grand système stochastique: La variation des grandeurs se fait d'une manière désordonnée et aléatoire. La description de ces systèmes est faite à l'aide des méthodes probabilistes et statistiques.

La plupart des systèmes réels industriels et économiques sont de grands systèmes multidimensionnels c'est à dire à plusieurs variables d'entrées - sorties.

## CHAPITRE II

### Les grands systèmes multidimensionnels

#### II.1. Structure et représentation:

Au premier rang des problèmes posés par l'étude des grands systèmes multidimensionnels sont ceux de leur structure. Ils se révèlent parmi les plus importants car ce sont eux qui finalement conditionnent les problèmes de synthèse, de décomposition, et, de plus forte raison, d'optimisation. Le problème ne fait du reste que prendre de l'acuité au fur et à mesure que les systèmes envisagés sont plus complexes et ce sera le cas de la quasi totalité des systèmes industriels.

Si la structure d'un tel système est ignorée et si l'on procède à une identification globale du système à partir des relations entre les entrées et les sorties, le modèle mathématique est en général de dimension restreinte de telle sorte que tout le problème de synthèse peut être résolu par des méthodes éprouvées. Le problème sera nettement plus compliqué si le modèle mathématique est obtenu à partir d'une analyse fine du système dont chaque élément est étudié séparément et où le modèle global est établi en tenant compte des multiples liaisons entre les sous-systèmes.

En fait lorsque l'on parle de structure d'un système il importe de préciser d'abord ce que l'on entend par là et quel niveau on doit envisager le problème. Les notions de système, de représentation et de structure sont en effet étroitement liées.

## II-2. Propriétés des systèmes multidimensionnels:

### II-2.1. Interaction entrée-sortie:

Un système multidimensionnel non dégénéré est caractérisé par les phénomènes d'interaction ou de couplage, c'est à dire qu'une entrée affecte en général plusieurs sorties.

### II-2.2. Interaction des sorties:

Que la propriété précédente existe ou pas, une perturbation (ou une condition initiale) agissant sur une sortie peut, se propageant dans le système, perturber d'autres sorties. Ce sera par exemple l'effet d'une condition initiale sur l'une des sorties,  $y_i(0)$ , toutes les entrées étant nulles. Si cette condition n'affecte que la seule sortie  $y_i$  on dira que le système n'est pas interactif vis à vis de cette sortie. Dans le cas où cette propriété est vérifiée quelle que soit la sortie envisagée le système est qualifié dans la littérature américaine comme possédant le caractère "d'indépendant output restoration".

### II-2.3. Indépendance des sorties:

Le but d'un système de commande multidimensionnel est en définitive de faire générer à la sortie des fonctions du temps diverses. La question que l'on peut se poser alors est de savoir si, en utilisant des fonctions d'entrées convenables, les sorties peuvent évoluer indépendamment les unes des autres et selon un programme fixe.

Il est évident qu'il faut nécessairement que le nombre de sorties soit au plus égal au nombre d'entrées, car si les sorties sont plus nombreuses que les entrées quelques unes seront dépendantes d'autres.

## CHAPITRE III

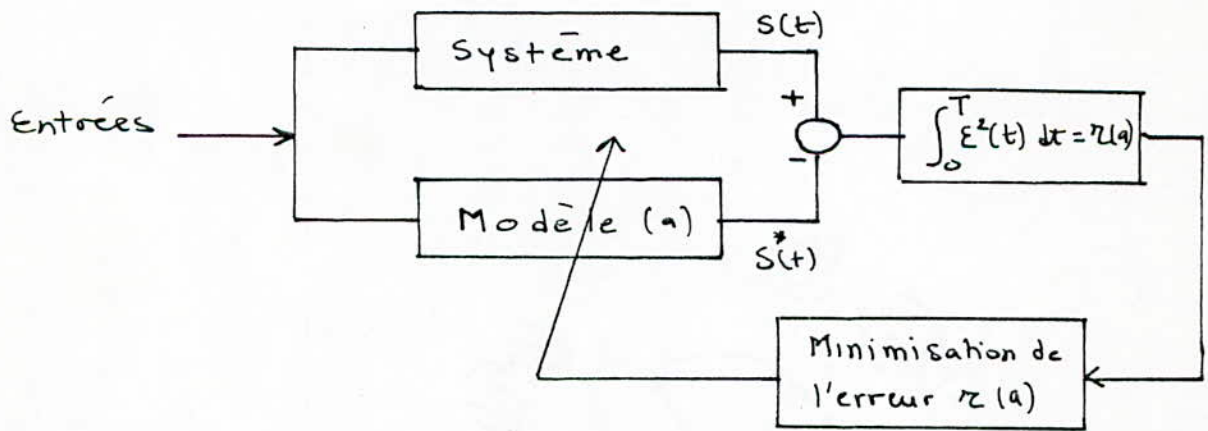
### Méthode d'analyse de grand-systèmes

#### III.1. Généralités:

Il est nécessaire de représenter le comportement d'un processus réel par un ensemble de relations mathématiques qui constituent le modèle mathématique du processus.

Mais un modèle n'est acceptable que s'il reflète aux moins en partie une réalité connue. Il faut l'étalonner c'est à dire s'assurer sur quelques points que les résultats obtenus sur le modèle concordent avec ceux tirés du système réel. Puis on valide le modèle c'est à dire qu'on élargit son domaine d'application.

On peut utiliser le schéma suivant pour parfaire le modèle en ayant fixé au préalable l'erreur acceptable.



La formulation mathématique du modèle peut se faire des différentes façons suivantes:

- Relations aux équations algébriques (processus statique)
- Relations intégral-différentielles (système dynamique)
- Equations aux dérivées partielles (système à paramètres distribués)
- Equations aux différences (système à temps discret)

Le tableau suivant nous indique la relation entre la formulation du problème et les méthodes utilisées quand à leur résolution.

<u>Représentation du problème</u>	<u>Méthode de résolution</u>
1/ Processus statique	
a/ Problèmes sous forme d'équations	
$\max J = J(x)$	
$g(x) = 0$	méthode du multiplicateur de Lagrange
b/ Problèmes sous forme d'inéquations	
$J = J(x)$	
$h(x) \leq 0$	méthode du multiplicateur de Kuhn Tucker
c/ Problèmes linéaires	
$J = \sum_i \sigma_i x_i \quad i=1, \dots, n$	
avec : $\sum a_{ij} x_i = b_j \quad j=1, \dots, m$	
$x_i \geq 0 \quad i=1, \dots, n$	méthode du Simplexe
d/ Problèmes non-linéaires	
$J = J(x)$	
$g_j(x) (\leq = \geq b_j) \quad j=1, \dots, m$	programmation non-linéaire en particulier le théorème de Kuhn Tucker
2-1 Systèmes dynamiques :	
a/ Problèmes linéaires	
$J = J(x, u, t)$	
$\Rightarrow \dot{\Phi} = \dot{x} - A(t)x - B(t)u = 0$	- méthodes
	- programmation dynamique
	- méthode du gradient
b/ Problèmes non-linéaires	
$J = J(x, u, t)$	
$\dot{\Phi} = \dot{x} - g(x, u, t) = 0$	
$J$ et $g$ non linéaire	- Programmation dynamique
	- Méthode du gradient
	- Quasilinearisation
3/ Système statique ou dynamique complexe	
	- décomposition-coordination
	- Calcul variationnelles
	- Agrégation

Le choix de l'une ou de l'autre de ces méthodes de résolution doit tenir compte de certains facteurs du point de vue mathématique comme l'existence de la solution et son unicité, les conditions nécessaires et suffisantes d'optimisation, et, du point de vue moyens de calcul (ordinateur disponible) comme l'existence de la solution numérique approchée, le type et la taille du calculateur, le temps de calcul et de la convergence si la procédure est itérative.

Dans ce qui suit nous allons <sup>étudier</sup> quelques méthodes de résolution des grands systèmes multidimensionnels.

### III-2. Méthode de décomposition-coordination:

#### III-2.1. Généralités

Ces méthodes consistent à décomposer le grand système en plusieurs sous-systèmes invariants, de trouver la solution à ces sous-systèmes et de coordonner toutes ces solutions afin de trouver la solution globale du système.

#### III-2.2. Décomposition statique du grand système:

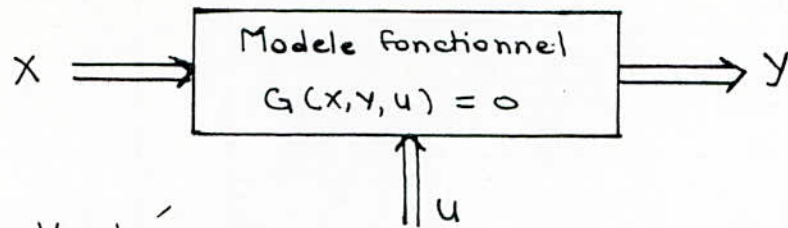
La décentralisation du problème d'optimisation statique est développée en deux étapes:

1°/ Le problème dans son ensemble (fonction objectif et contraintes) est transformé en une forme de deux ou plusieurs niveaux avec des objectifs séparés et distincts pour chaque niveau.

2°/ Les parties de l'objectif du premier niveau ou problèmes n'ayant pas de relation avec d'autres parties sont mis à part formant ainsi une décomposition du problème du premier niveau.

Pour notre part nous étudierons deux méthodes de coordination qui sont la coordination du modèle et la coordination du critère.

### III-2.2.1. Méthode de coordination du modèle:



$X$ : vecteur d'entrée

$y$ : vecteur de sortie

$u$ : vecteur de commande

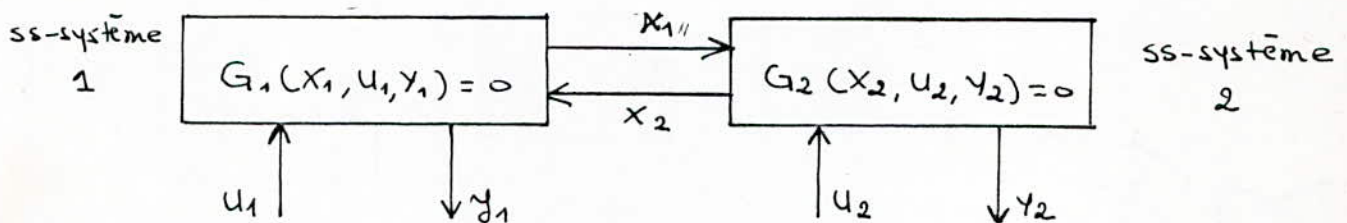
Ce système est supposé statiquement invariant dans le temps et est caractérisé par le modèle mathématique:

- processus  $G(\vec{X}, \vec{u}, \vec{Y}) = 0$  (A)

- en  $P(\vec{X}, \vec{u}, \vec{Y})$  (B)

Dans la décomposition on suppose que le système est formé de plusieurs sous-systèmes à plusieurs niveaux de commande, qu'il y a une interaction entre les entrées et les sorties intermédiaires de ces sous-systèmes et que l'objectif fixé soit assuré par la réunion des objectifs imposés par les sous-systèmes.

On a la représentation suivante d'une commande à deux niveaux:



Commande à 2 niveaux

$X_1$ : vecteur d'interaction du sous-système 1 avec le sous-système 2

$X_2$ : vecteur d'interaction du sous-système 2 avec le sous-système 1

$u_1$ : vecteur de commande locale du sous-système 1

$u_2$ : vecteur de commande locale du sous-système 2

$y_1$ : vecteur sortie du système global et du sous-système 1

$y_2$ : vecteur sortie du système global et du sous-système 2

$$(A') \quad G_1(\vec{U}_1, \vec{Y}_1, \vec{X}_1, \vec{X}_2) = 0 \quad ; \quad G_2(\vec{U}_2, \vec{Y}_2, \vec{X}_2, \vec{X}_1) = 0$$

$$(B') \quad P(U, X, Y) = P(\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1) + P(\vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2)$$

L'équation (B') représente la façon dont on optimise le système global. Dans notre cas on ramène le problème intégral d'optimisation en un problème à deux niveaux c'est à dire en fixant le vecteur d'interaction entre les deux systèmes tel que :

$$X = Z$$

Dans ce cas le problème intégral peut être séparé en deux problèmes ; un problème au niveau un et un autre au niveau deux.

a) Problème du premier niveau :

$$\begin{cases} (2C) & \text{determiner } H(z) = \min P(U, Y, z) \\ (2D) & \text{tel que : } G(U, Y, z) = 0 \end{cases}$$

Les équations (2C) et (2D) permettent de trouver une solution explicite de  $(\vec{U}, \vec{Y})$  en fonction de  $\vec{z}$ .

b) Problème du second niveau :

$$\text{Il consiste à chercher : } \min_{\vec{z}} H(\vec{z})$$

Dans la première étape l'ensemble des solutions est :

$$S_1 = \{ (m, y) / G(m, y, z) = 0 \}$$

Dans la seconde étape l'ensemble est :

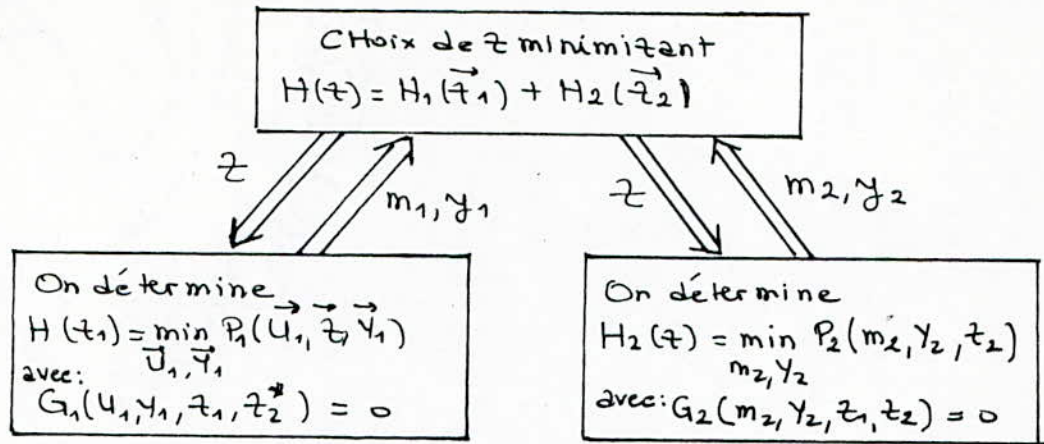
$$S_2 = \{ z / H(z) \text{ existe} \}$$

Dans ce cas on prend pour  $z$  la valeur  $z = X_{opt}$ .  $X_{opt}$  étant la valeur optimale de  $X$ .

A partir de  $S_1$  on détermine les valeurs optimales de  $m$  et  $y$  correspondant à  $X_{opt}$ .

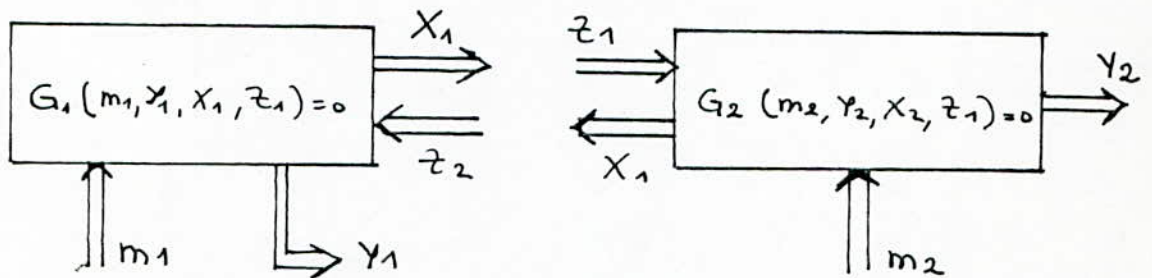
Pour un modèle de deux sous-système l'organigramme de décision de la façon suivante :





III.2.2.2. Méthode de coordination du critère :

Prenons de nouveau les deux sous-systèmes couplés et le problème d'optimisation défini au paragraphe précédent.



$X_1$ : vecteur des sorties intermédiaires du sous-système n° 1

$X_2$ : vecteur des sorties intermédiaires de sous-système 2

$z_2$ : vecteur des entrées intermédiaires du ss-système n° 1 dues au ss-syst n° 2

$z_1$ : vecteur des entrées intermédiaires du ss-système 2 dues au ss-système n° 1

$u_1$ : vecteur de commande locale du sous-système 1

$u_2$ : vecteur de commande locale du sous-système 2

$y_1$ : vecteur de sortie observable du sous-système 1 et du système global.

$y_2$ : vecteur de sortie observable du sous-système 2 et du système global.

L'optimisation consiste à déterminer un coefficient de pénalisation  $\lambda$  (ou paramètre de coordination) de façon qu'il ait une égalité entre  $X$  et  $Z$  soit  $X = Z$ . On exprime cette pénalité par le critère suivant :

$$P(\vec{u}, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}) = P_1(\vec{u}_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1) + P_2(\vec{u}_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2) + \lambda'(X - Z)$$

avec :  $G_1(\vec{u}_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_2) = 0$

$$G_2(\vec{u}_2, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1) = 0$$

Il faut définir l'ensemble des solutions  $S_1$  tel que :

$$S_1 = \{ (m, y, x, z) / G_1 = G_2 = 0 \}$$

et déterminer  $H(\lambda) = \min P(m, y, x, z, \lambda)$

Puis on définit tel que :

$$= \{ \lambda / H(\lambda) \text{ existe} \}$$

Pour tout calcul l'expression de  $\lambda'(X - Z)$  s'écrit :

$$\lambda'(X - Z) = \lambda_1(X_1 - z_1) + \lambda_2(X_2 - z_2)$$

La première étape de résolution est :

a) Sous-système 1 : Calculer  $m_1, y_1, x_1$  et  $z_1$

tels que :  $P_1(m_1, y_1, x_1) + \lambda_1 x_1 - \lambda_2 z_1$  est minimum

avec :  $G_1(m_1, y_1, x_1, z_1) = 0$

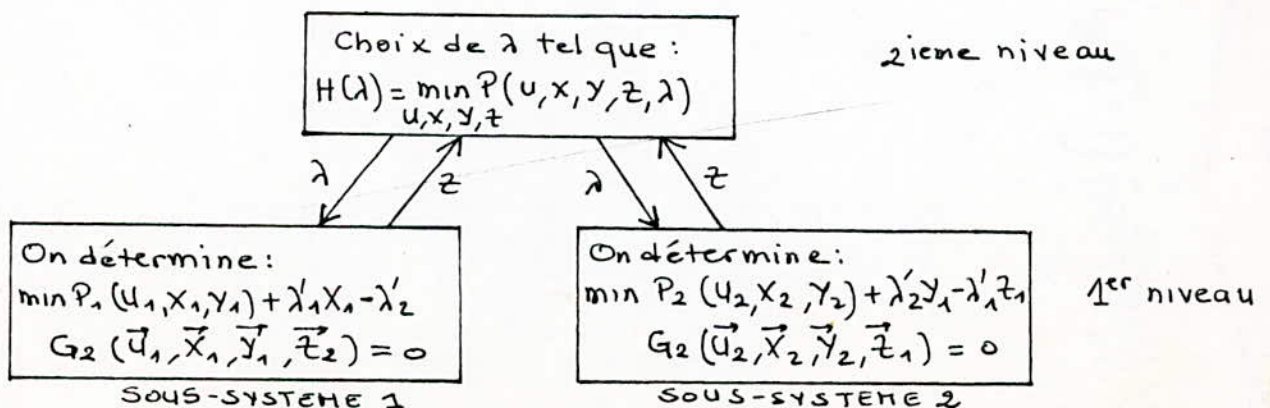
b) Sous-système 2 : Calculer  $m_2, y_2, x_2$  et  $z_2$

tels que  $P_2(m_2, y_2, x_2, z_2) + \lambda_2 x_2 - \lambda_1 z_2$  est minimum

avec :  $G_2(m_2, y_2, x_2, z_2) = 0$

Remarque :  $\lambda \in \mathbb{R}$  s'appelle "multiplicateur de Lagrange".

L'organigramme des décisions de cette méthode est le suivant :



Le choix des paramètres de coordination se fait sur la base de la décomposition du 1<sup>er</sup> niveau du problème. Leur siège doit être sélectionné de telle sorte que le résultat du premier niveau puisse être décomposé en sous-problèmes dont les solutions doivent être indépendantes les unes des autres afin qu'elles puissent converger vers une solution optimale dans le second niveau.

### III.2.3. Décomposition dynamique d'un grand système :

En dynamique on ne peut plus considérer le système comme invariant, car son état change au cours de l'observation dans le temps. L'analyse dynamique consiste à décomposer le système en plusieurs sous-systèmes couplés entre eux et ayant chacun des performances fonctionnelles et des contraintes. La solution s'obtient en deux étapes :

- 1/ Solution du sous-problème posé à chaque sous-système.
- 2/ Coordination des solutions pour trouver la solution globale.

#### Hypothèse :

Soit l'instant d'observation  $t \in [t_0, t_i]$  et une hypersurface quelconque définie par :

$$h(x_i, t) = 0 \text{ pour } t \in [t_0, t_i]$$

$$i = 1, \dots, n$$

$x_i(t)$  : variable d'état continue par morceaux pour que la commande soit admissible.

On définit alors les variables suivantes :

$u_i(t)$  : variable de commande

$z_i(t)$  : variable d'entrée

$y_i(t)$  : variable de sortie observable

Chaque sous-système est caractérisé par :

1/ les équations d'état :  $x_i(t) = F_i(x_i, u_i, z_i, t)$

$t \in [t_0, t_i]$  et  $i = 1, \dots, n$

2/ les conditions initiales :  $x_{i0}(t_0) = x_{i0}$ .

3/ les contraintes d'inégalités :  $R_i(x_i, u_i, z_i, t) \geq 0$

4/ couplage entre les sous-systèmes :  $z_i(t) = \sum_{j=1}^n L_{ij} y_j$

ou :

$[L_{ij}]$  est la matrice de couplage ou de permutation entre les sous-systèmes

et :  $y_j = G_j(x_j, u_j, t)$  sortie observable ou pas.

Critère du système :

En addition aux contraintes énoncées dans 1/, 2/, 3/ et 4/ on peut ajouter le critère principale du système qui est une fonction objective telle que :

$$J_i(u_i, z_i) = g_i(x_i, t) + \int_{t_0}^{t_i} f_i(x_i, u_i, z_i, t) dt$$

L'optimisation de chaque critère  $J_i(u_i, z_i)$  relatif au sous-système  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) doit aboutir à un compromis qui permet d'optimiser le grand système global.

L'admissibilité de la commande de chaque sous-système nous permet d'écrire pour le système entier :

$$\begin{cases} X(t) = F(x, u, z, t) & \text{avec } F = (F_1, F_2, \dots, F_n) \\ R(u, z, x, t) \geq 0 & \text{avec } R = (R_1, R_2, \dots, R_n) \\ z = LY & \text{avec } Y = G(x, u, z) \\ & L = L_{ij} \\ & G = (G_1, G_2, \dots, G_n) \end{cases}$$

S serait définie par  $h(x, t) = 0$  pour  $t \in [t_0, t_i]$   
 $h = (h_1, h_2, \dots, h_n)$

La fonction objective est toujours la même :

$$J_i(u, z) = g(x, t) + \int_{t_0}^{t_i} f(x, u, z, t) dt$$

avec 
$$g(x, t) = \sum_{i=1}^n g_i(x_i, t)$$

et 
$$f(x, u, z, t) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i, u_i, z_i, t) dt$$

Les méthodes d'optimisation du critère sont nombreuses. Parmi celles-ci on peut citer :

- a) La méthode variationnelle, suivant que les équations intégrales différentielles soient de Lagrange, d'Hamilton ou d'Euler.
- b) La méthode duale.
- c) La méthode des sauts et des points singuliers.
- d) La méthode de transition d'état qui est une méthode moderne.

### III-3. Agrégation

#### III-3.1. Généralités :

L'utilisation des modèles réduits se justifie par les difficultés d'ordre numériques qui apparaissent dès que l'ordre du système réel est assez élevé et aussi par la facilité d'analyse et de synthèse à partir de ce système réduit.

Soit un système décrit par un modèle linéaire  $M$  d'ordre  $n$ . Il faut trouver un modèle  $\hat{M}$  d'ordre  $m < n$  qui réalise une bonne approximation du modèle réel. Le modèle réduit doit être le plus simple possible et de faible dimension. Il doit en outre posséder les mêmes gains statiques entrée-sortie et donner une bonne approximation du début du transitoire. Ces deux conditions sont considérées comme indispensables. Il doit aussi posséder les mêmes caractéristiques de stabilité, fournir une bonne approximation des sorties mesurables du système et une bonne approche de la réponse en fréquence sur une gamme donnée.

La technique de réduction doit être applicable à tous les processus physiques. Elle doit permettre de chiffrer l'erreur résultant

de cette réduction et conduire à des calculs de complexité raisonnable.

### III.3.2. Réduction par agrégation:

L'absence d'une relation explicite entre le modèle réel et son modèle réduit ne permet pas de prévoir rigoureusement les résultats du système réel à partir de son modèle. Ceci limite considérablement le champ d'application de la réduction. Pour cela fut introduite en 1968 par AOKI la méthode dite "agrégation linéaire". Il proposa cette méthode pour les systèmes dynamiques linéaires. Cette méthode consiste à imposer une relation linéaire entre le système réel et le modèle réduit de la forme:  $z(t) = L X(t)$ . On obtient ainsi ce qu'on appelle "un modèle agrégé".

Soit le système suivant considéré complètement commandable et observable:

$$(1.1) \begin{cases} \dot{X}(t) = A X(t) + B u(t) \\ y(t) = C X(t) + D u(t) \end{cases} \quad \begin{array}{l} X \in \mathbb{R}^n \\ u \in \mathbb{R}^r \\ y \in \mathbb{R}^p \end{array}$$

Le but est de déterminer le modèle réduit:

$$(1.2) \begin{cases} \dot{z}(t) = F z(t) + G u(t) \\ \hat{y}(t) = H z(t) + K u(t) \end{cases} \quad \begin{array}{l} z \in \mathbb{R}^m \\ \hat{y} \in \mathbb{R}^p \end{array}$$

Si  $z(t)$  et  $X(t)$  vérifient la relation linéaire d'agrégation:

$$z(t) = L X(t)$$

L: matrice de dimension  $m \times n$

On aura:

$$(1.3) \begin{cases} L \dot{X}(t) = F L X(t) + G u(t) \\ \hat{y}(t) = H L X(t) + K u(t) \end{cases}$$

En multipliant à gauche par  $L$  le système (1.1) on aura :

$$\begin{cases} FL = LA \\ G = LB \end{cases}$$

Il est clair qu'une relation d'agrégation est donnée si et seulement si :

$$\begin{cases} FL = LA \\ G = LB \\ z(0) = LX(0) \end{cases}$$

Ces trois relations constituent la condition nécessaire et suffisante d'agrégation. Si elles sont vérifiées on dira que le modèle réduit est un modèle agrégé du système (1.1) par la matrice  $L$ .

### III.3.3. Structure du modèle agrégé :

Pour établir la forme générale d'un modèle agrégé on procède de la façon suivante :

On fait le changement de base suivant :  $X = TV$  où  $T$  est la matrice de passage. Le système (1.1) devient alors :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= T^{-1}ATV(t) + T^{-1}BU(t) \\ &= \Lambda V(t) + \Gamma U(t) \end{aligned}$$

Avec :

$$\Lambda = T^{-1}AT \quad \text{et} \quad \Gamma = T^{-1}B$$

$\Lambda$  est la matrice diagonale de  $A$  sous forme de Jordan car elle est constituée des vecteurs propres de  $A$  à un coefficient près :

$$\Lambda = T^{-1}AT = \underbrace{\begin{bmatrix} \Lambda_1 & & 0 \\ & \dots & \\ 0 & & \Lambda_2 \end{bmatrix}}_m \quad \text{et} \quad \Gamma = T^{-1}B = \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \dots \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} \Bigg\}^m$$

$$V = (V_1, V_2)^T$$

La forme diagonale du modèle agrégé retenant  $m$  modes du système réel est donnée par:

$$\dot{V}_1(t) = \Lambda_1 V_1(t) + T_1 u(t)$$

Et la classe des modèles agrégés représentés par le système (1-2) est définie par une transformation régulière:

$$z(t) = M V_1(t)$$

$M$ : matrice quelconque de dimension  $(m, m)$  et de rang plein.

La forme la plus générale d'un modèle agrégé est donnée par:

$$\dot{z}(t) = M \Lambda_1 M^{-1} z(t) + M T_1 u(t)$$

Par analogie avec le système (1-2) on déduit que:

$$F = M \Lambda_1 M^{-1} \quad \text{et} \quad G = M T_1$$

Et la relation d'agrégation correspondante est:

$$z(t) = M V_1(t) = M (I_m | 0) V(t) = M (I_m | 0) T^{-1} X(t)$$

Posons:

$$L_0 = (I_m | 0) T^{-1}$$

$$\text{On aura donc : } z(t) = M L_0 X(t) = L X(t)$$

Notons qu'il existe bon nombre de méthodes d'agrégation se basant sur les modes lents. Pour exemple citons celles de DAVISON, CHIDAMBARA, FOSSAD, ... Tous admettent d'une manière générale une relation linéaire entre les états du système réel et ceux du modèle réduit de la forme:  $z = LX$ .

En conclusion on remarquera que pour toutes les méthodes citées auparavant, la qualité des modèles agrégés obtenus ne peut être jugée qu'en comparant leurs réponses à ceux du système réel. Ceci nécessite la mesure de l'erreur comise par la réduction pour que l'évaluation de ces modèles soit plus objective.



# CHAPITRE IV

## Analyse de grand système stochiométrique

### IV.1. Généralités: fig. 2.

Généralement dans toutes les unités de production, les systèmes que l'on rencontre le plus souvent sont des systèmes stochiométriques c'est à dire des systèmes dont les entrées se combinent dans une certaine proportion afin de donner en sortie un élément fini. En effet et malgré que ces systèmes fassent parties des grands systèmes ils se différencient de ceux essentiellement par:

a/ Plusieurs variables de commande de stock notés  $S_i(t)$  ( $i=1, \dots, n$ ) associées aux volumes de stocks  $V_i(t)$  ( $V_i(t) \geq 0$ ).

b/ Un ou plusieurs filtres stochiométriques notés F.S.

c/ Des coefficients stochiométriques  $\alpha_i$  ( $\alpha_i \geq 1$ )

d/ L'existence éventuelle de la variable de commande de stock à la sortie notée  $r(t)$  associée au volume de stock noté  $V_r(t)$ .

e/ L'existence éventuelle d'un surplus noté  $S_p(t)$

f/ L'existence éventuelle de rebus technologiques noté  $w_i(t)$

g/ Une sortie optimale donnée par:

$$\max y(t) = \min \left\{ \frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1}, \dots, \frac{X_n(t) + S_n(t)}{\alpha_n} \right\}$$

### IV.2. Simulation du fonctionnement d'un système stochiométrique.

Vu la complexité de ce système due aux entrées  $X_i(t)$  qui suivent des processus aléatoires ergodiques, à la commande de stock  $S_i(t)$  ( $i=1, \dots, n$ ) et surtout à l'indifférentiabilité de la variable de sortie

$g(t)$  on est obligé pour pouvoir étudier ce système de suivre les étapes suivantes.

#### IV-2.1. Principe de la méthode:

On procédera par les étapes suivantes:

a/ Décomposition hiérarchique: On décompose le système en plusieurs sous-systèmes d'une façon hiérarchique.

b/ On fait l'étude de chaque sous-système en utilisant les méthodes de simulation et de modélisation.

c/ Coordination des solutions des différents sous-systèmes.

#### IV.2.2. Crédibilité des décisions:

Dans le domaine de l'expérimentation mathématique on est beaucoup aidé par l'utilisation des techniques statistiques. En effet leur emploi permet de minimiser le volume de l'information à traiter et réduire ainsi les efforts nécessaires quand à l'élaboration du modèle. Ces méthodes permettent aussi d'accroître la précision des résultats et d'améliorer les conditions d'expérimentation.

#### IV-2.3. Décomposition-coordination: (Fig 1)

Le produit final est décomposé en éléments constitutifs découpés d'abord dans l'optique de fonctions à remplir puis dans l'optique de l'assemblage du produit.

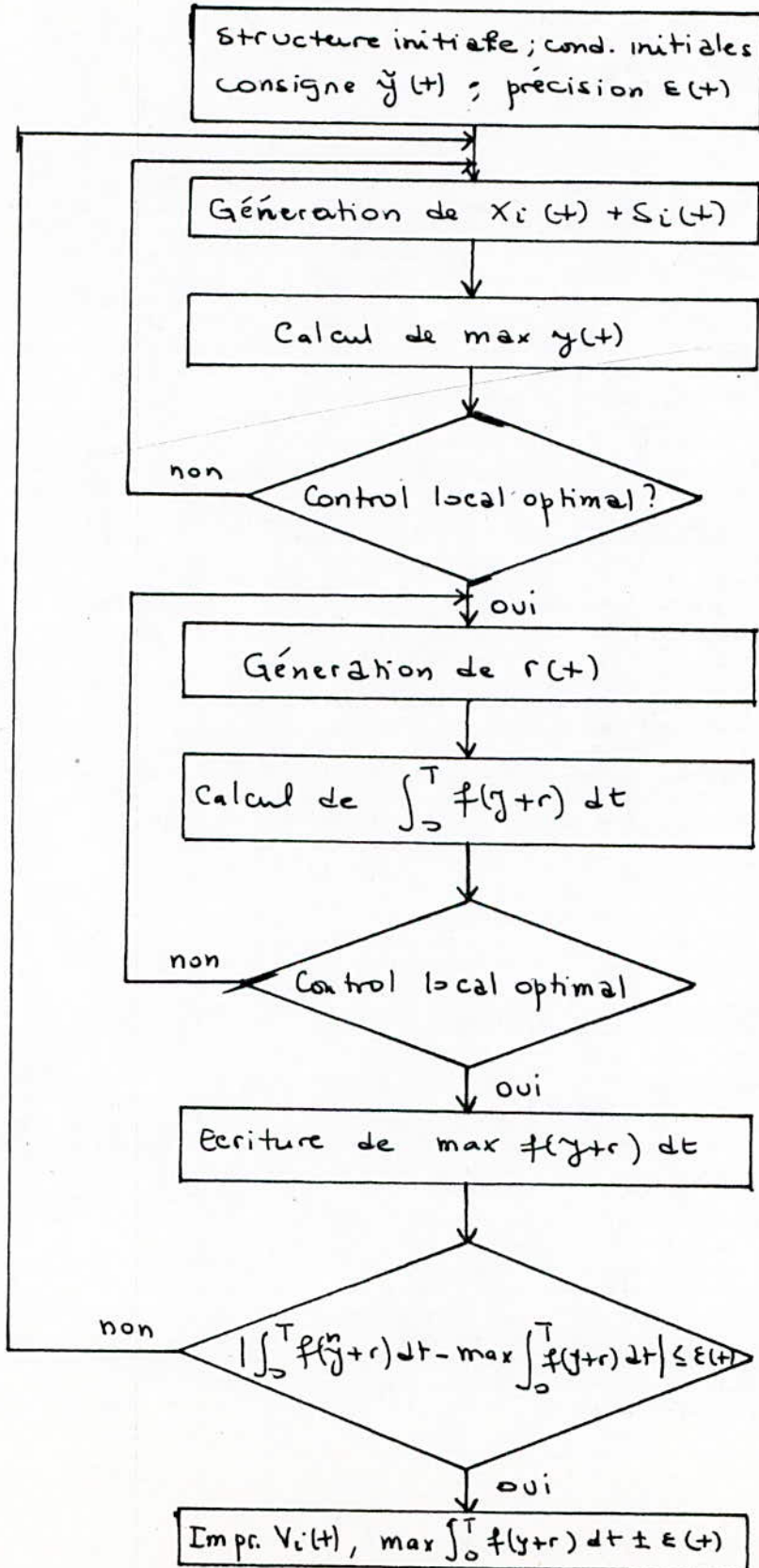
Chaque élément doit être identifié rigoureusement par un numéro de nomenclature où sont recensés ces constituants: ensembles, sous-ensembles, pièces simples brutes et matières intervenant dans leur fabrication. Le montage est divisé en un certain nombre de niveaux correspondants à des regroupements de constituants de plus en plus complexes. C'est ce que l'on appelle la décomposition hiérarchique et que nous utiliserons dans notre étude.

Par convention on donne :-

- aux matières et aux pièces simples brutes le niveau zéro

- aux pièces finies le niveau 1.

IV.2.4. Organigramme des décisions:



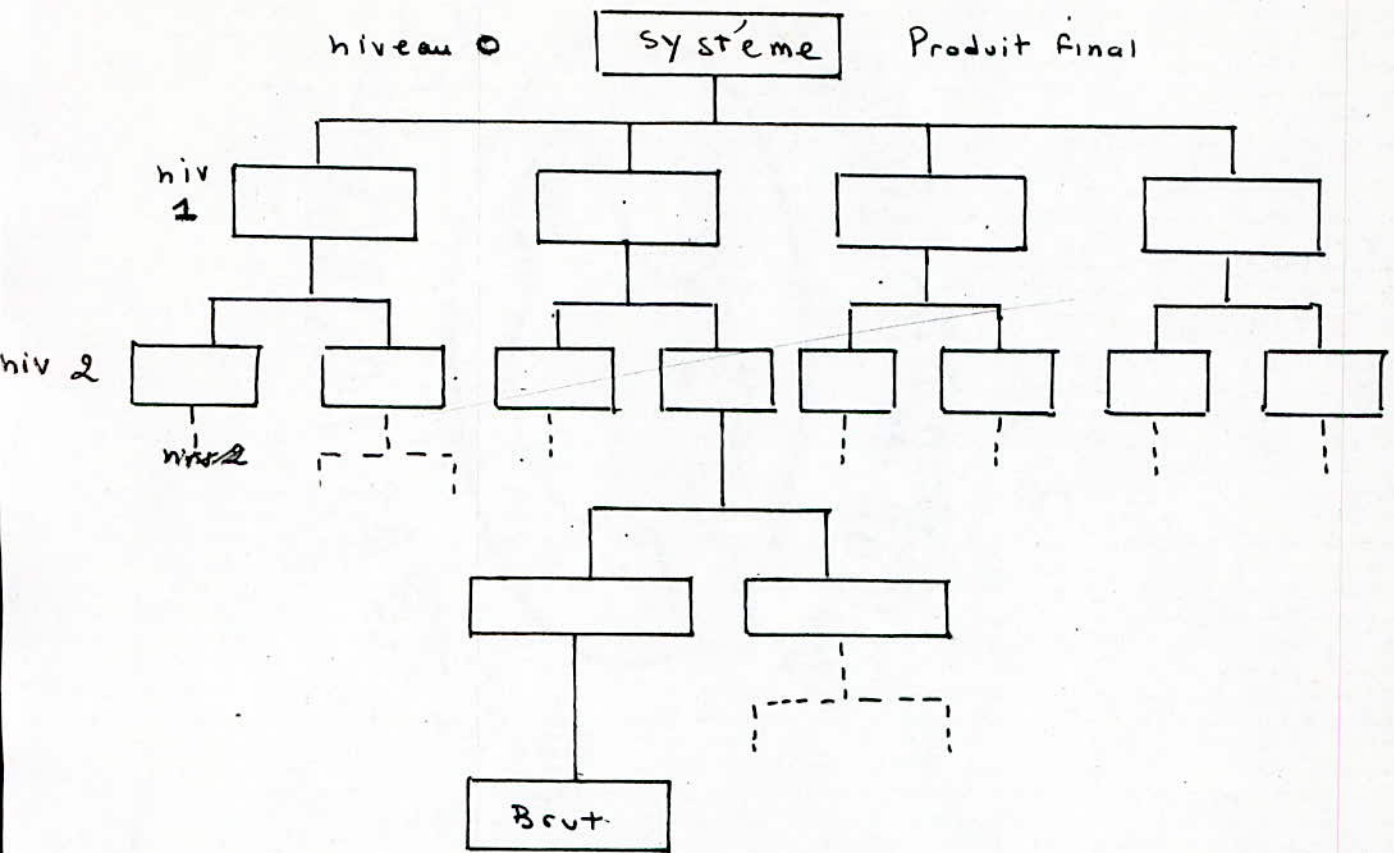


Fig - 1 -

Décomposition hiérarchique

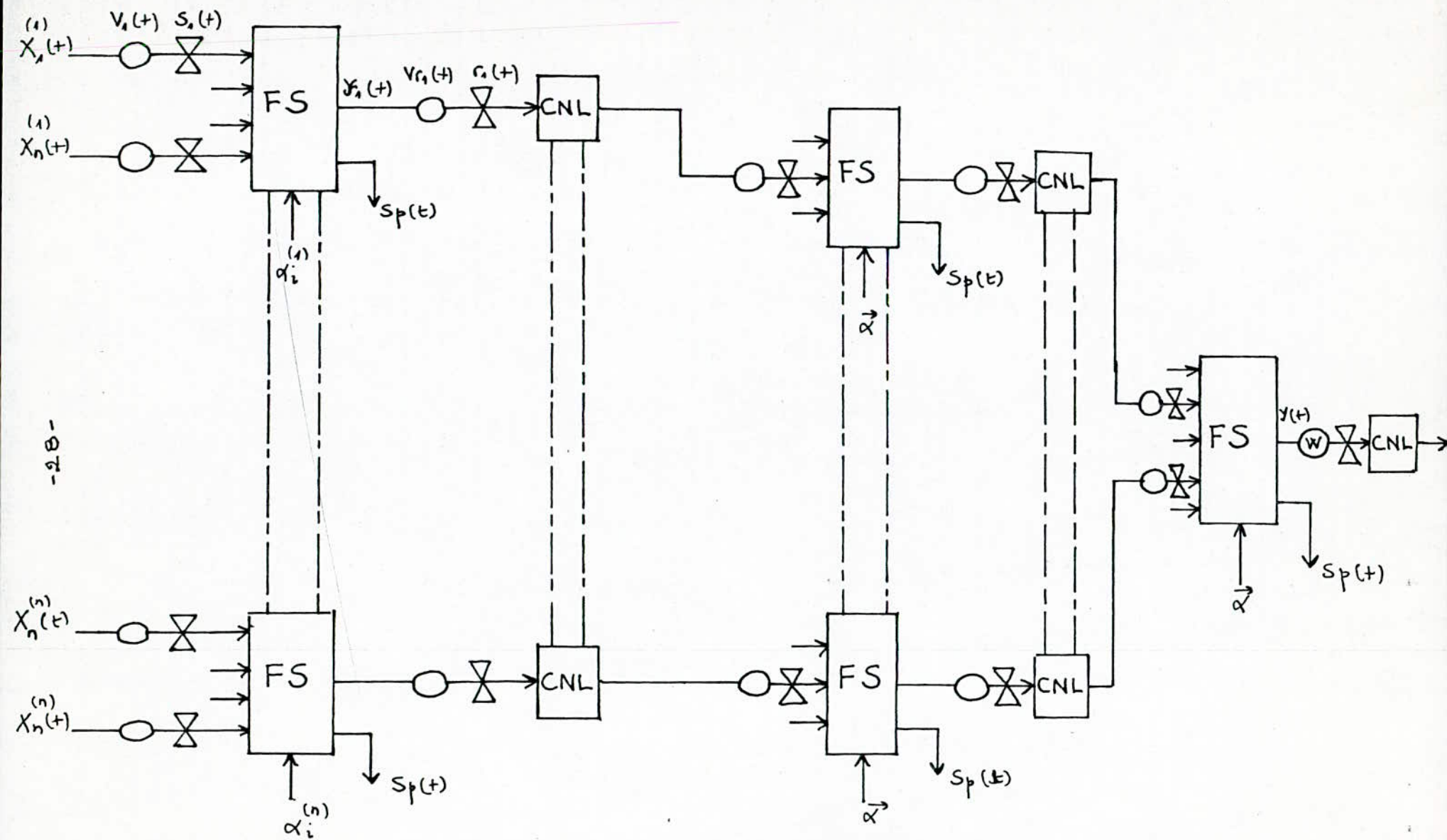


fig -2- Grand système stochiométrique

# CHAPITRE V

## Analyse d'un sous-système stochiométrique

### V.1. Modèle mathématique du stock :

Comme on le sait toute production a besoin de matières premières ou de pièces élémentaires qui par des transformations ou des assemblages déterminés donnent le produit final. L'approvisionnement est là pour répondre à tous les besoins de l'unité de production en éléments de bases.

Le processus d'approvisionnement est fortement dépendant de la notion de stock. Le stock est constitué d'un volume contenant des éléments bien déterminés qui peuvent être des pièces élémentaires ou des produits finis d'une chaîne de montage. Il est limité par une valeur maximale ; le dépassement de celle-ci engendre un surplus qui n'a aucune valeur économique et qui se traduit par une perte pour l'entreprise. De là on voit l'importance d'une bonne gestion des stocks.

Dans notre cas nous allons essayer d'établir un modèle mathématique pour le stock : fig 2

On dit qu'un ensemble  $E$  a une structure d'espace métrique si on définit une notion de distance entre deux éléments de  $E$  c'est à dire une application  $\rho$  telle que :

$$\rho: E \times E \longrightarrow \mathbb{R}^+$$

$$(f, g) \longrightarrow \rho(f, g) \text{ distance de } f \text{ à } g.$$

On note  $B(E)$  l'espace des fonctions bornées sur  $E$ . On peut définir sur  $B(E)$  une distance appelée distance de convergence uniforme par :

$$\rho(f, g) = \sup_{t \in \Delta} |f(t) - g(t)|$$

où :  $\Delta$  est un intervalle fermé et borné  $\Delta = [0, T]$

On peut alors prendre :

$$f(t) = \int_0^t X_1(\omega) d\omega$$

$$g(t) = \int_0^t X_2(\omega) d\omega$$

On aura alors :

$$\rho(f, g) = \sup_{t \in \Delta} |f(t) - g(t)| = \sup_{t \in \Delta} \int_0^t [X_1(\omega) - X_2(\omega)] d\omega$$

Or dans notre cas on a :

$$V_i(t) = V_0 + \int_0^t [X_i(\omega) - Y_i(\omega)] d\omega$$

$$V_i(t) = V_0 + \int_0^t [X_i(\omega) - (X_i(\omega) + S_i(\omega))] d\omega$$

$$V_i(t) = V_0 + \int_0^t -S_i(\omega) d\omega$$

et :

$$0 \leq V_i(t) \leq V_m$$

Si  $V_m = 2V_0$  on aura :

$$0 \leq V_0 + \int_0^t -S_i(\omega) d\omega \leq 2V_0$$

$$-V_0 \leq \int_0^T -S_i(\omega) d\omega \leq V_0$$

ou

$$\left| \int_0^t S_i(\omega) d\omega \right| \leq V_0$$

Ainsi on peut définir par une boule fermée de centre  $X_i(t)$  et de rayon  $V_0$  :  $\mathcal{B}(X_i(t), V_0)$  l'ensemble des variables de commandes  $S_i(t) \in E$  tel que :

$$d(X_i(t) + S_i(t), X_i(t)) \leq V_0$$

c'est à dire :

$$B(X_i(t), V_0) = \left\{ (X_i(t) + S_i(t)) \in E \mid d(X_i(t) + S_i(t), X_i(t)) \leq V_0 \right\}$$

En effet avec l'hypothèse  $0 \leq V_i(t) \leq V_m$  faite auparavant

on a :

$$\sup_{t \in \Delta} \left| \int_0^t S_i(\tau) d\tau \right| = \sup_{t \in \Delta} \left| \int_0^t [X_i(\tau) + S_i(\tau) - X_i(\tau)] d\tau \right| \leq V_0$$

D'après la définition de la distance on aura :

$$d(X_i(t), X_i(t) + S_i(t)) \leq V_0$$

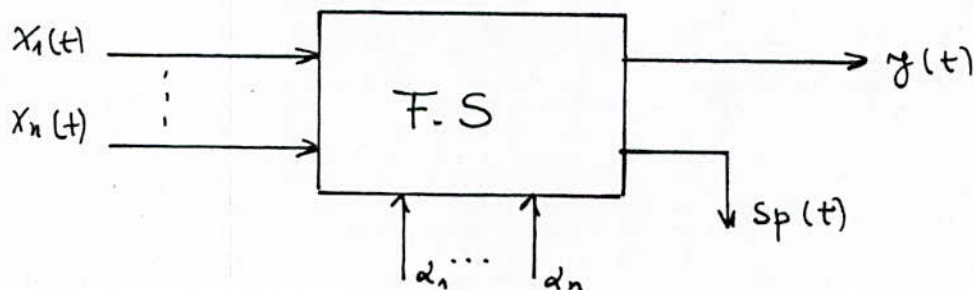
Nous disons alors que la fonction  $S_i(t)$ , régulateur des entrées du filtre stochiométrique, représente les quantités qu'il faut ajouter ou retrancher aux entrées afin d'optimiser la sortie et par conséquent ces quantités ne pourront en aucun cas dépasser les valeurs des volumes initiaux des entrées respectives.

### V-2. Filtre stochiométrique:

Un filtre stochiométrique est caractérisé par :

- plusieurs variables d'entrées  $X_i(t)$
- une seule variable de sortie  $y(t)$ .

Sa structure est la suivante :



où :  $\alpha_i$  ( $i=1 \dots n$ ) sont des coefficients stochiométriques supposés constants, et  $\alpha_i \geq 1 \quad \forall i$

$S_p(t)$  : un éventuel surplus de production ou de composants élémentaires



Le contrôle optimal du système consiste à maximiser la sortie  $y(t)$  en ayant :

$$\max y(t) = \min \left\{ \frac{X_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t)}{\alpha_2}, \dots, \frac{X_n(t)}{\alpha_n} \right\}$$

Donc logiquement  $y(t)$  dépend des variables d'entrées  $X_i(t)$  et des coefficients  $\alpha_i$ . Il faut alors déterminer :

- Les variations de  $X_i(t)$
- Le nombre des entrées
- La corrélation entre les entrées
- La valeur moyenne de  $X_i(t)$

Pour pouvoir faire cela fixons les hypothèses suivantes :

1°  $\forall m,$

$$X_m(t) \geq 0$$

$X_m(t)$  représente une quantité physique et donc ne peut être que positive ou nulle.

2°  $\forall m,$

$$X_m(t) \leq M_m$$

Les entrées sont bornées puisque pour les systèmes réels ces entrées peuvent être les sorties d'un autre sous-système dont la capacité maximale de production est limitée.

3°  $\forall m,$

$$\int_0^T X_m(t) dt = X_m$$

Sur une période de travail  $T$  la somme est constante (la production d'un sous-système est fixée au préalable).

### V-2-1. Modèle des entrées :

La valeur moyenne des entrées est définie par :

$$X_m(t) = \frac{X_m}{T} = \bar{X}_m$$

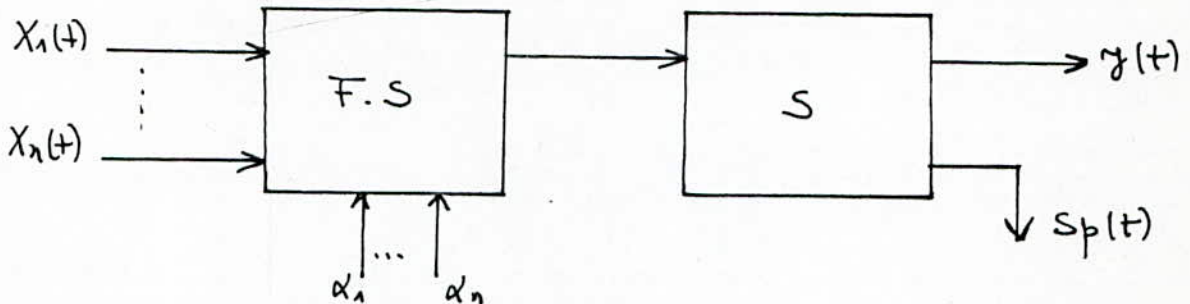
Pour pouvoir réguler les variables d'entrées  $X_m(t)$  on introduit les

variables de stocks. Cette fonction est choisie de telle sorte que l'on ait:

$$X_m(t) = \bar{X}_m + S_m(t) \quad \text{tel que :} \quad \int_0^T S_m(t) dt = 0$$

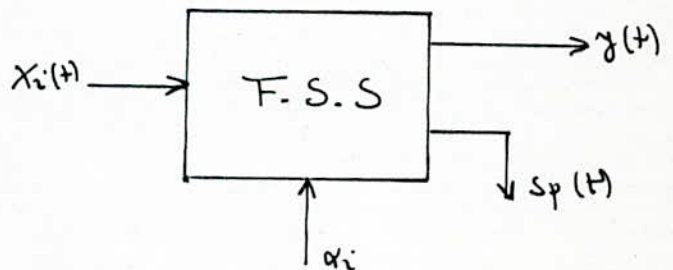
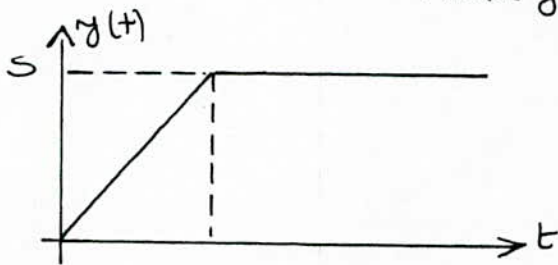
On choisit  $S(t)$  telle que sa moyenne soit nulle sur une période. Le choix judicieux de  $S_i(t)$  permet de maximiser la sortie  $y(t)$ .

V.3. Filtre stochiométrique avec saturation (F.S.S):



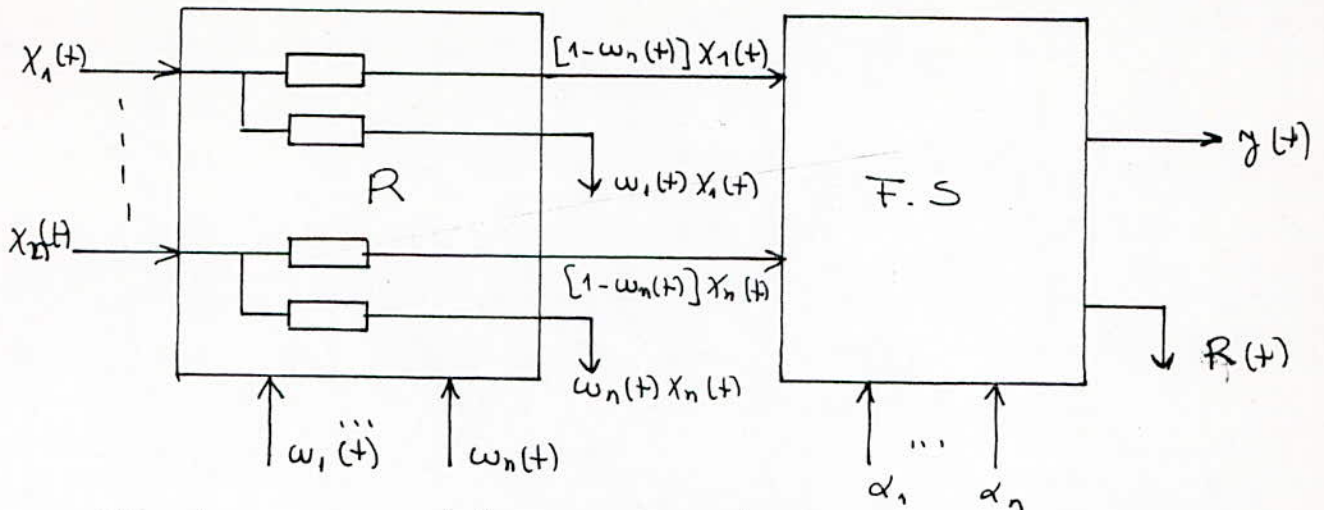
La valeur de saturation notée  $S$  est une limite maximale de la sortie  $y(t)$ . Dans le système réel elle peut représenter la valeur maximale de la production qui dans le cas idéal est liée aux caractéristiques de l'unité de montage. Lorsque la sortie atteint et dépasse cette valeur un surplus se dégage au niveau du filtre stochiométrique. Vu que ce surplus n'a pas de valeur économique on aura comme sortie:

$$\max y(t) = \min \left( \frac{X_1(t)}{\alpha_1}, \dots, \frac{X_n(t)}{\alpha_n} \right) S$$



V.4. Filtre stochiométrique avec rebut (F.S.R):

Sa structure est la suivante :



$w_i(t)$  ( $i$  de 1 à  $n$ ) désigne le coefficient de rebuts correspondants à  $X_i(t)$ . Il peut être exprimé en valeur relative tel que  $0 \leq w_i \leq 1$ .

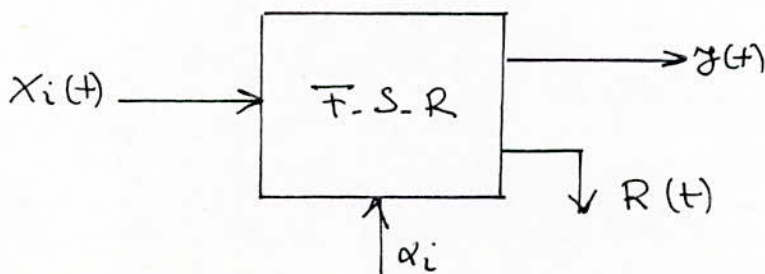
Les rebuts correspondent à des loupsés de fabrication, de montage ou à des erreurs d'approvisionnement qui sont pris en charge par l'usine. Ce sont des rebuts réels et qui sont seuls pris en considération par le coefficient de rebut. La connaissance du pourcentage de ce rebut permet de prendre ultérieurement des décisions quant au choix de la valeur moyenne  $\bar{X}_m(t)$ .

A l'entrée  $X_i(t)$ , le taux de rebuts est  $w_i^*(t) \cdot X_i(t)$ . Ce qui donne pour une valeur moyenne  $\bar{X}(t)$ .

$$\bar{X}(t) = X(t) - w^*(t) \cdot X(t)$$

$$R(t) = w^*(t) \cdot X(t)$$

Enfin on a la structure simplifiée suivante:



$$\max y(t) = \min \left\{ \frac{[1 - w_1(t)] X_1(t)}{\alpha_1}, \dots, \frac{[1 - w_n(t)] X_n(t)}{\alpha_n} \right\}$$

Remarque: Dans les systèmes réels, le pourcentage de rebut est calculé en testant des échantillons prélevés à divers niveaux.

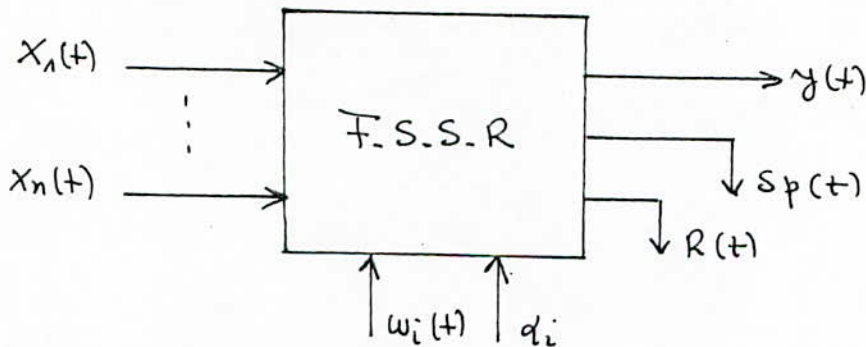
Il existe en effet deux types de contrôle:

- a) Contrôle à 100% : Il concerne la totalité de la fabrication.
- b) Contrôle par prélèvement: Elle consiste à estimer la qualité de la fabrication sur un échantillon.

Le premier type n'est pas toujours réalisable, soit pour des raisons économiques, soit qu'il n'offre pas plus de garanties que le contrôle par prélèvement. Le deuxième type est en pleine expansion due en particulier à l'application des méthodes statistiques de plus en plus raffinées.

V.5. Filtre stochiometrique avec saturation et rebut (F.S.S.R):

Le schéma équivalent est le suivant:



Et on a :

$$\max y(t) = \min \left\{ \frac{[1 - w_1(t)] X_1(t)}{\alpha_1}, \dots, \frac{[1 - w_n(t)] X_n(t)}{\alpha_n}, s \right\}$$

V.6. Le circuit non-linéaire (CNL):

On le trouve à la sortie. Sa présence se caractérise par la fonction  $f(y_i + r_i)$  et sert à modéliser le phénomène "d'échelle de fonctionnement d'une unité de production". Il représente une fonction économique qui relie la sortie à l'offre et la demande du marché extérieur. Cette fonction peut être localement convexe ou localement concave.



- Du point de vue mathématique: Une partie  $C$  de  $\mathbb{R}^n$  est dite convexe si dès qu'elle contient deux points elle contient le segment qui les joint. Dans le cas contraire elle est dite concave.

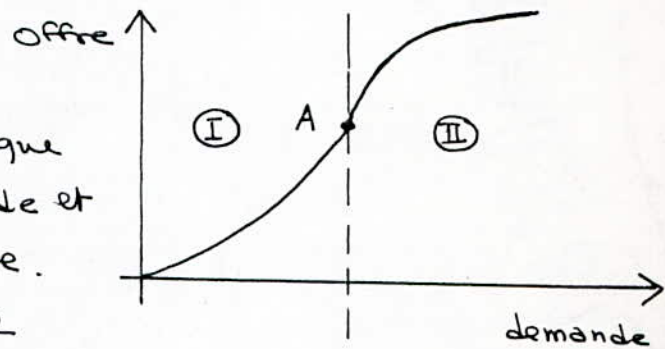
- Du point de vue économique: Comme le montre la figure:

Partie I: fonction convexe

Partie II: fonction concave

Si la fonction est convexe c'est que l'offre est inférieure à la demande et si elle est concave c'est le contraire.

Au point A il y a égalité entre l'offre et la demande.



### Etude du circuit non-linéaire:

La fonction est:

- convexe si  $f''(y) > 0$

- concave si  $f''(y) < 0$

Si  $f'(y) = 0$  il y a un point d'inflexion.

Le but de problème est de réaliser la condition du point A sur la figure c'est à dire faire en sorte que l'offre soit égale à la demande.

On a:

$$\int_0^T z(t) dt = \int_0^T f(y+r) dt$$

Le développement en série de Taylor nous donne:

$$f(y+r) = f(y) + \frac{f'(y)}{1!} r(t) + \frac{f''(y)}{2!} r^2(t) + \dots$$

$$\int_0^T f(y+r) dt = \int_0^T f(y) dt + \int_0^T f'(y) r(t) dt + \int_0^T \frac{f''(y)}{2!} r^2(t) dt + \dots$$

$$= \int_0^T f(y) dt + f'(y) \int_0^T r(t) dt + \frac{f''(y)}{2!} \int_0^T r^2(t) dt + \dots$$

or: 
$$\int_0^T r(t) dt = 0$$

et si  $r(t)$  suivait une loi normale de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma$ .

$r \sim N(0, \sigma)$        $\sigma^2$ : variance

$\frac{r}{\sigma} \sim N(0, 1)$

$\left(\frac{r}{\sigma}\right)^2 \sim \chi^2(1)$        $\chi^2$ : Khi-deux.

$\Rightarrow \int_0^T \left(\frac{r}{\sigma}\right)^2 dt = \int_0^T \chi^2(1) dt = 1 \Rightarrow \int_0^T r^2(t) dt = \sigma^2$

Donc: 
$$\int_0^T f(y+r) dt = \int_0^T f(y) dt + \frac{f''(y)}{2!} \sigma^2$$

On veut maximiser  $z(t)$

Partie I:  $f''(y) > 0$  maximiser  $z(t)$  revient à augmenter  $\sigma^2$

Partie II:  $f''(y) < 0$  maximiser  $z(t)$  revient à diminuer  $\sigma^2$

À un point A l'objectif est réalisé et on ne fait pas varier la variance  $\sigma^2$ .

V.7. Structure générale d'un sous-système:

Un sous-système est caractérisé par: fig.3.

- Plusieurs entrées  $X_i(t)$
- Une seule sortie  $y(t)$
- Des variables de commande de stock  $s(t)$  associées aux volumes de stocks  $V_i(t)$

- Des coefficients stochiometriques  $\alpha_i(t)$ .

Et il est constitué par :

- Un filtre stochiometrique avec saturation et rebus
- Un circuit non lineaire à la sortie

Il est à noter que c'est la structure générale d'un sous-système stochiométrique et qu'il peut être plus simple avec par exemple un filtre stochiometrique simple sans saturation et sans rebus.

Le schéma du sous-système est donnée Figure .3.

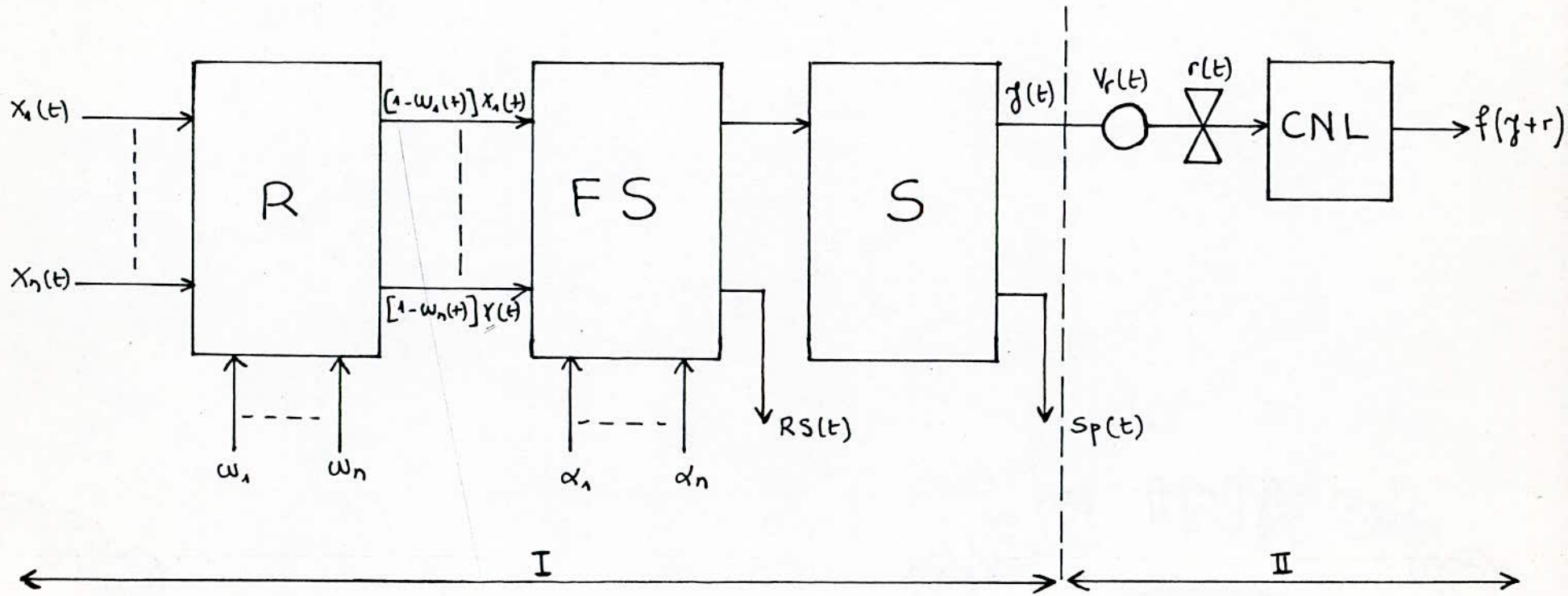


fig. 3. Structure générale d'un sous-système



## CHAPITRE VI

### Etude expérimentale: Grand système électronique

Pour illustrer ce qui a été dit auparavant on a pris comme exemple le montage d'un téléviseur couleur au complexe électronique de Sidi-Belabess. fig. 4.

A partir du listing de la nomenclature des composants entrant dans la fabrication du téléviseur et de la place qu'ils occupent dans les différents niveaux de la chaîne de production, nous avons reconstitué le schéma stochiométrique du montage (voir planche).

Comme on peut le constater le système est assez complexe: Il comporte six niveaux de fabrication et le nombre d'entrées indépendantes qui caractérise les pièces élémentaires nécessaires au montage du téléviseur est 625.

Par ailleurs le nombre de sous-systèmes élémentaires est égal à 110 et le nombre d'entrées-sorties est 735.

Le montage final du téléviseur représente le niveau zéro.

La complexité de ce système nous montre l'importance d'une très bonne gestion de la production et du traitement rapide de l'information afin de permettre la prise de décision rapide pour remédier à tout problème pouvant survenir.

#### Légende des Filtres stochiométriques: fig. 5.

##### niveau 1

FS 1: Protection emballage haut

FS 1-2-Protection emballage bas

FS 1-3-Montage carton

- FS 1-4: Déviateur
- FS 1-5: Bloc de commande
- FS 1-6: Chassis
- FS 1-7: Cosse

### Niveau 2

- FS 2-1: Montage Fil Connecteur
- FS 2-2: " " "
- FS 2-3: " " "
- FS 2-4: " " "
- FS 2-5: " " "
- FS 2-6: Bloc synthoniseur
- FS 2-8: Oscillateur
- FS 2-9: CI Vertical
- FS 2-10: CI Vidéo
- FS 2-12: Décodeur PAL
- FS 2-12: CI Prise tube
- FS 2-13: CI Audio

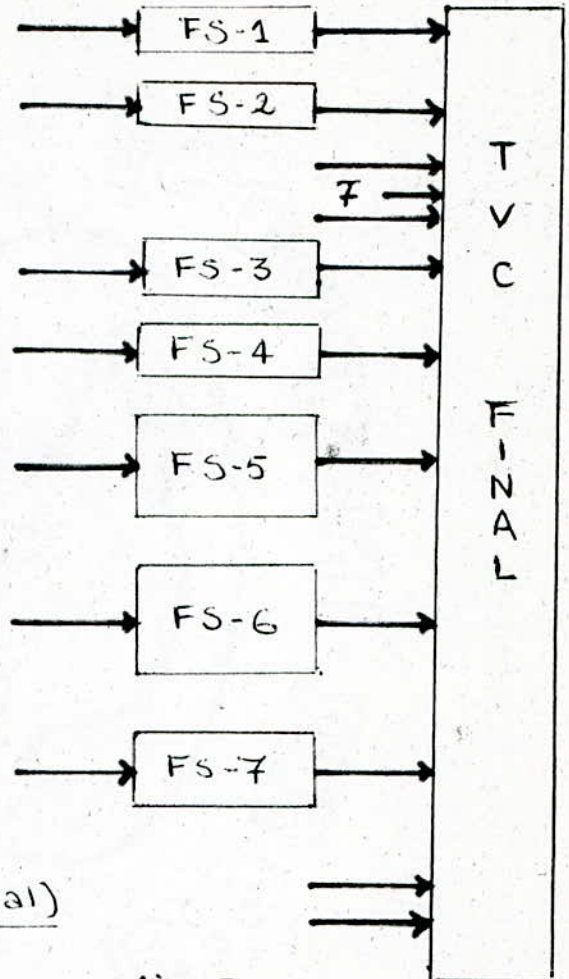
### Niveau 3

- FS 3-9: Cable blindé
- FS 3-20: Fil Connecteur
- FS 3-21: Cable
- FS 3-24: CI TDA 261
- FS 3-26: Montage Fil toisent
- FS 3-27: Cadre chassis
- FS 3-28: Sortie verticale
- FS 3-29: Montage TR 104
- FS 3-30: Filtre FI

Les autres filtres sont des filtres élémentaires.

### Fonctions des Filtres

- FS-1: Protection emballage haut
- FS-2: Protection emballage bas
- FS-3: Montage carton
- FS-4: Montage déviateur
- FS-5: Bloc de commande
- FS-6: Chassis
- FS-7: Fil cosse



Sous-niveau 1 (Final)

fig. 5.

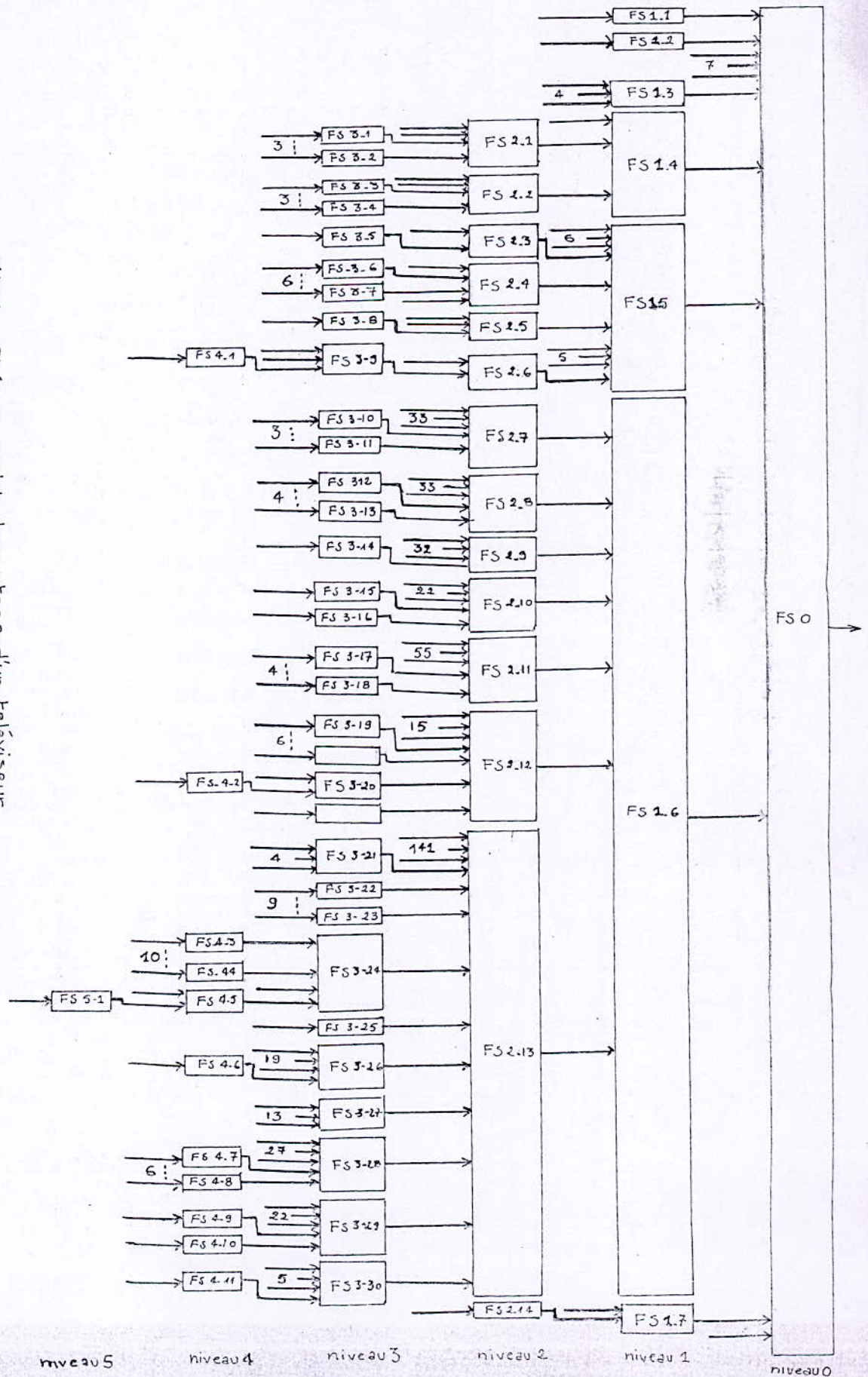
niveau 0

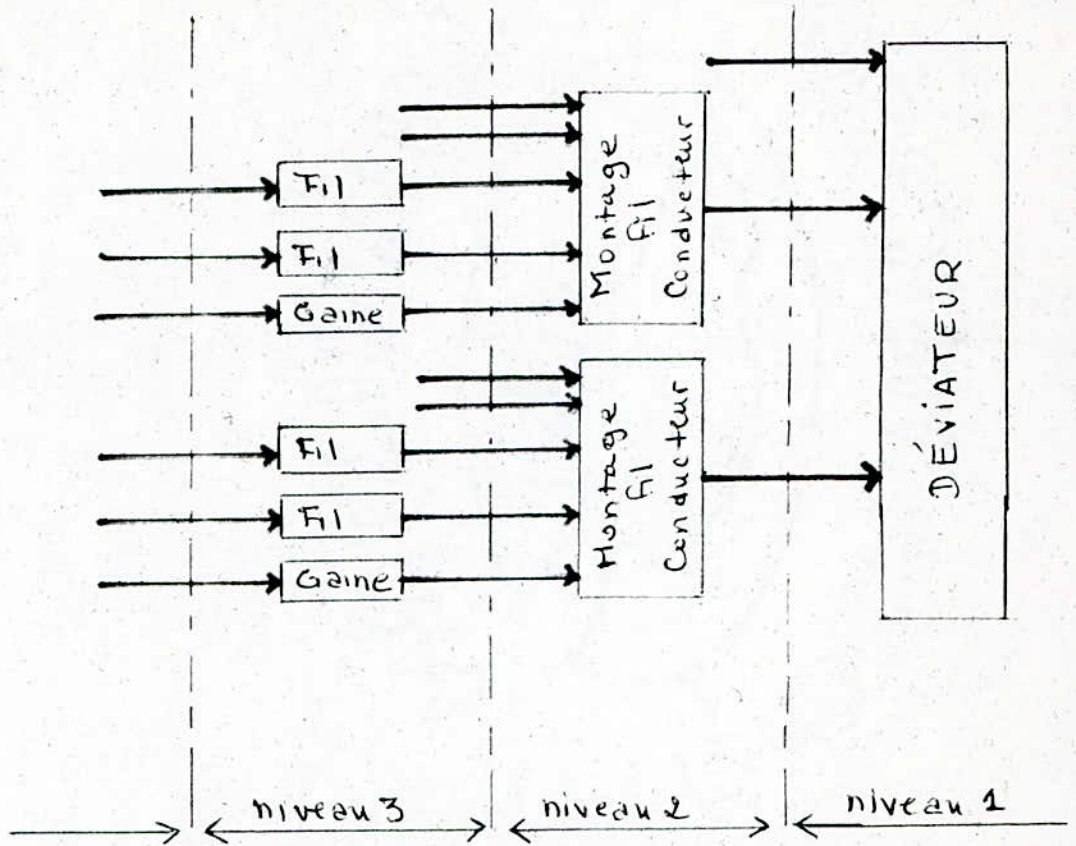
Les filtres stochiométriques numérotés sont des sous-systèmes eux-mêmes décomposables en d'autres sous-systèmes de niveaux inférieurs exception faite de FS-1, FS-2 et FS-7 qui sont des sous-systèmes simples.

Par exemple prenons le bloc déviateur et voyons quelles sont les différentes étapes de son montage.

Le schéma est le suivant :

Fig. 4. Schéma complet du montage d'un téléviseur





La même décomposition peut être faite pour chaque sous-système complexe.

Ici aussi on conçoit l'importance de chaque pièce. Par exemple si un des filtres du niveau trois tombait en panne le déviateur ne pourra être fabriqué, donc il est nécessaire de l'emis en stock pour ne pas arreter toute la chaîne de montage.

# CHAPITRE VII

## Control Optimal

### VII.1. Généralités:

Les processus physiques qui trouvent leur application en technique sont en général commandés. Donc il s'agit de chercher la commande optimale de ce processus selon tel ou tel critère.

Mathématiquement formulés les problèmes mentionnés relèvent du calcul des variations mais les méthodes variationnelles traditionnelles s'avèrent néanmoins incapables à résoudre d'innombrables problèmes importants posés par les techniques actuelles. C'est le cas du problème de contrôle d'un grand système stochastique.

### VII.2. Position du problème:

On peut formuler plusieurs types de problèmes de contrôle optimal:

a/ Pour les entrées  $X_i(t)$  données et pour tout volume de stock il faut trouver les variables de contrôle  $S_i(t)$  et  $r(t)$  de façon à obtenir la fonction suivante:  $\max \int_0^T f(y) dt$ . C'est à dire qu'il faut maximiser la production.

b/ Pour tous les  $X_i(t)$  et pour les contraintes d'inégalités relatives au volume de stock total noté  $w \leq \bar{w}$  on devra trouver la répartition du volume  $w$  admissible de stocks pour obtenir le maximum de  $\int_0^T f(y) dt$ . C'est à dire le maximum de la somme du produit final mais cette fois-ci avec l'hypothèse que toutes les variables de contrôle  $S_i(t)$  et  $r(t)$  soient optimales.

c/ Pour tout volume de stock fixé préalablement on détermine les commandes  $S_i(t)$  et  $r(t)$  en temps réel de façon à obtenir:

- Le maximum de  $\int_0^T y(t) dt$
- Le minimum de  $S_p(t)$
- Un choix judicieux de la valeur moyenne de la sortie.

Dans les points mentionnés le problème de contrôle optimal de ce système se caractérise par le choix :

- Des variables de commandes  $S_i(t)$  et  $r(t)$ .
- De leur volume total et de la façon dont il est reparti tout en tenant compte de la contrainte d'inégalité en temps réel, afin que le comportement de la variable de sortie observable  $f(y+r)$  soit vraisemblable c'est à dire de façon à atteindre le maximum de la somme du produit final :

$$\max \int_0^T f(y+r) dt$$

Dans ce cas, les variables de commandes déterminées sont dites optimales.  $S_i(t)$  est optimal et respectivement :

$$\max \int_0^T y(t) dt$$

### VII-3. Contrôle Optimal en temps différé.

Le temps différé porte sur des séries chronologiques; de ce fait le contrôle optimal s'appuie sur des statistiques et sur les diverses historiques en vue d'informer les responsables et de proposer par exemples des modifications.

Contrairement au temps réel, le contrôle en temps différé n'est pas limité par les délais de réflexion, de recherches d'hypothèses et des enquêtes.

#### VII-3.1. Structure optimale d'un sous-système :

Notre but étant le contrôle d'un sous-système, mais le réaliser n'est pas facile car il pose certaines contraintes dont la solution n'est pas toujours évidente. De ce fait la réalisation d'une commande optimale ne signifie pas toujours, avoir une sortie maximale mais obtenir une commande qui corresponde au meilleur fonctionnement du sous-système.

Afin d'obtenir une structure optimale il faudra avoir un stock et déterminer les volumes indispensables de stock pour résoudre les problèmes

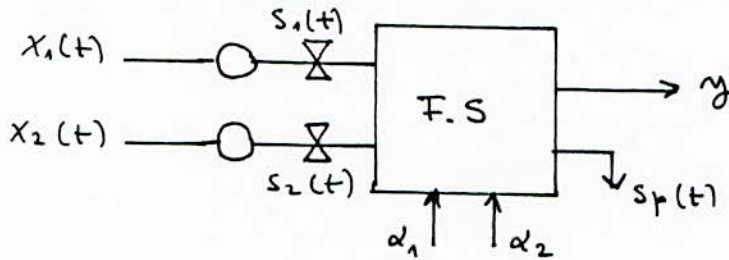
de contrôle posés.

On a vu que dans la modélisation du stock on a introduit la notion de boule :

$$B_F(X_i(t), V_0) = \left\{ X_i(t) + S_i(t) \in E / \downarrow(X_i(t) + S_i(t), X_i(t)) < \omega \right\}$$

c'est à dire que le stock  $S_i(t) \in B_F(X_i(t), V_0)$ .

Considérons au départ que l'on a un sous-système à deux entrées :



avec :

$$X_1(t) : \int_0^T X_1(t) dt = X_1$$

$$X_2(t) : \int_0^T X_2(t) dt = X_2$$

$$S_1(t) : \int_0^T S_1(t) dt = 0$$

$$S_2(t) : \int_0^T S_2(t) dt = 0$$

Dans ce cas on a :

$$\max y(t) = \min \left\{ \frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} \right\}$$

Dans le cas optimal on a :

$$\frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2}$$

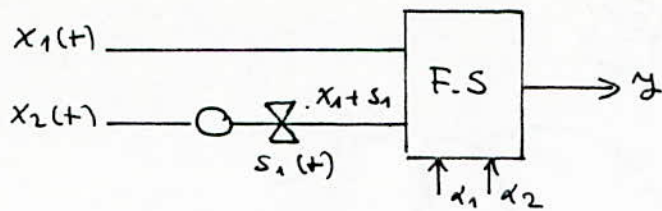
Alors on aura :

$$y_{\max} = \frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2}$$

Concernant la répartition des volumes différents cas peuvent se présenter :



1<sup>er</sup> cas  $V_1 = 0$  et  $V_2 \neq 0$



Cette solution est optimale si :

$$\frac{X_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2}$$

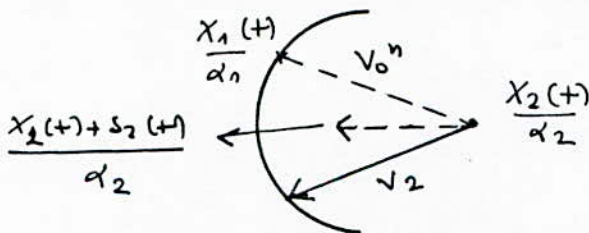
C'est à dire que :  $\max y(t) = \frac{X_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2}$

On peut déterminer le volume nominal de stock par :

$$V_n = d \left( \frac{X_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t)}{\alpha_2} \right)$$

$V_n = V_1 + V_2$  et comme  $V_1 = 0$  on a :  $V_n = V_2$

On a alors la représentation suivante :



Le contrôle optimal est obtenu en générant  $S_2(t)$  telle que :

$$[S_2(t)]_{\text{opt}} = \frac{\alpha_2 X_1(t) - \alpha_1 X_2(t)}{\alpha_1}$$

$$S_1(t) = 0$$

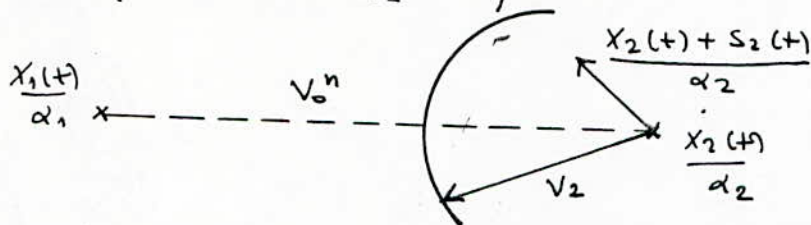
et :

$$\sup_{t \in \Delta} \left| \int_0^t S_1(\tau) d\tau \right| = V_1 = 0$$

$$\sup_{t \in \Delta} \left| \int_0^t S_2(\tau) d\tau \right| = V_2 = V_n$$

Considérons l'alternative où le point  $\frac{X_1(t)}{\alpha_1}$  n'appartient pas à la boule  $B_{2F}$

$$* \quad d \left( \frac{X_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} \right) > V_2$$

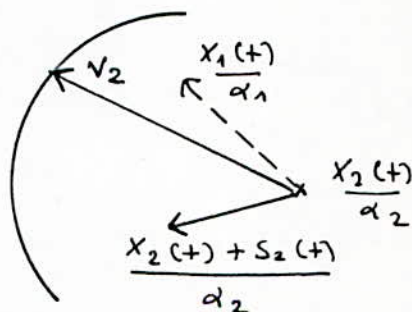


$V_2 < V_0^n$  : Dans ce cas le contrôle optimal ne peut pas être obtenu car il n'existe pas de  $S_2(t)$  qui puisse satisfaire la relation :

$$\frac{X_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2}$$

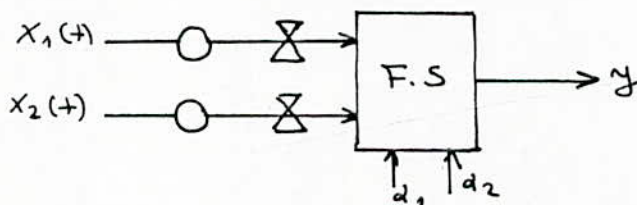
Il faut alors calculer  $S_2(t)$  en fonction de  $X_2(t)$  et  $V_2$ .

$$* \text{ Si } d \left( \frac{X_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} \right) < V_2$$



Dans ce cas le contrôle optimal est toujours possible.

2eme cas :  $V_1 \neq 0$  et  $V_2 \neq 0$



Dans ce cas :

$$V_0 = d \left( \frac{X_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t)}{\alpha_2} \right)$$

$$X_1(t) : \int_0^T X_1(t) dt = X_1$$

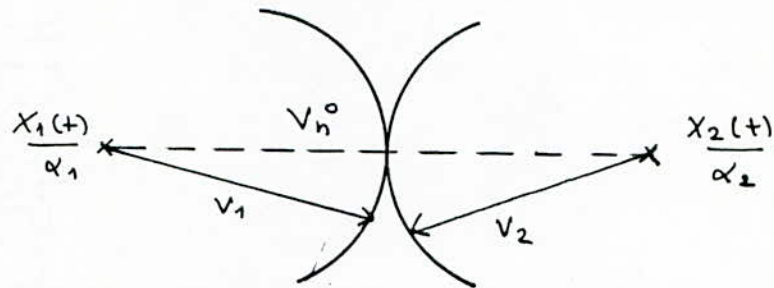
$$X_2(t) : \int_0^T X_2(t) dt = X_2$$

$$S_1(t) : \int_0^T S_1(t) dt = 0$$

$$S_2(t) : \int_0^T S_2(t) dt = 0$$

Plusieurs hypothèses sont possibles :

a/ On peut trouver une solution optimale au point d'intersection des deux boules fermées  $B_{1F} \left( \frac{X_1(t)}{\alpha_1}, V_1 \right)$  et  $B_{2F} \left( \frac{X_2(t)}{\alpha_2}, V_2 \right)$



Le contrôle optimal au point A est caractérisé par :

$$\perp \left( \frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} \right) = 0$$

Donc par : 
$$\frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2}$$

et 
$$\max y(t) = \frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2}$$

$S_1(t)$  est fonction de  $X_1(t)$  et  $V_1$ . Etant fixée elle détermine  $S_2(t)$  pour satisfaire la relation :

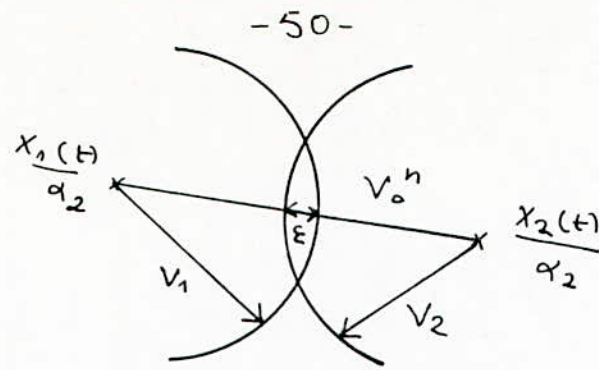
$$\frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} \quad \forall t \in [0, T]$$

On peut prendre  $V_1 \in [0, V_n]$  c'est à dire qu'on a un degré de liberté dans le choix de  $S_1(t)$ .

Remarque :  $[X_1(t) + S_1(t)]$  et  $[X_2(t) + S_2(t)]$  sont des variables parfaitement corrélées pour cette solution optimale.

b/  $V_1 + V_2 > V_0^n$

On peut trouver une solution nominale dans le domaine d'intersection des deux boules  $B_{1F}$  et  $B_{2F}$  :



Dans ce cas le controle optimale est donné par :

$$d \left( \frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} \right) = \epsilon(t)$$

$$\frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} + \epsilon(t)$$

$$\max y(t) = \min \left\{ \frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} \right\}$$

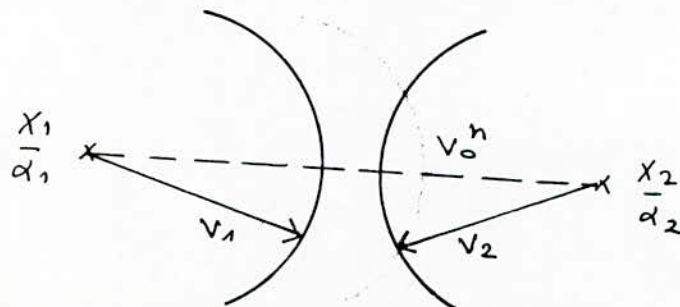
Donc :

$$\max y(t) = \frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2} + \epsilon(t)$$

Dans ce cas on peut affaiblir le problème de contrôle optimal.

$$c/ V_1 + V_2 < V_0^n$$

Dans ce cas on ne peut obtenir le controle optimal du système car il n'existe pas de point d'intersection entre les 2 boules :



On ne peut pas avoir des variables de commande  $S_1(t)$  et  $S_2(t)$  qui puissent satisfaire la relation :

$$\frac{X_1(t) + S_1(t)}{\alpha_1} = \frac{X_2(t) + S_2(t)}{\alpha_2}$$

Mais on garde un degré de liberté dans le choix de  $V_1$  et  $V_2$

Conclusion:

Ayant  $X_1(t)$  et  $X_2(t)$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  on détermine  $d\left(\frac{X_1(t)}{\alpha_1}, \frac{X_2(t)}{\alpha_2}\right)$  dans le sens de distance de Kapricynski.

Si le stock peut être plus petit que  $V^n$  on peut le répartir entre  $V_1$  et  $V_2$  et obtenir ainsi la solution optimale.

Si les stocks sont plus petits que nécessaire ( $V_1 + V_2 < V^n$ ) il est sûr qu'il n'existe pas de solution optimale, mais on a la possibilité du choix de  $V_1$  et  $V_2$ .

Généralisation:

On a plusieurs entrées  $X_i(t)$   $i = 1, \dots, n$ . Avec l'hypothèse faite supposant:

$$\max_{t \in \Delta} y \left| \int_0^T S_i(\omega) d\omega \right| \leq V_0$$

$$\text{et } \int_0^T S_i(t) dt = 0$$

Le contrôle optimal se ramène alors au choix de volume des stocks  $V_0$  et la façon dont il est réparti entre les entrées. La matrice des distances de Kapricynski est là pour répondre à tous ces problèmes.

Connaissant les variations des entrées dans l'intervalle de temps  $[0, T]$  ou  $T$  est la période de travail. Cette matrice est de la forme suivante:

$$D = \begin{bmatrix} d(1,1) & \dots & d(1,N) \\ \vdots & & \\ d(N,1) & \dots & d(N,N) \end{bmatrix}$$

avec:

$$d(i,j) = d(j,i) \quad i \neq j$$

$$d(i,j) = 0 \quad i = j$$

$$d(i,j) \geq 0$$

$$d(i, j) = d \left( \frac{x_i(t)}{\alpha_i}, \frac{x_j(t)}{\alpha_j} \right)$$

On prendra  $\alpha_i = \alpha_j = 1$

$$d(i, j) = \sup_{t \in [0, T]} \left| \int_0^t [x_i(\tau) - x_j(\tau)] d\tau \right|$$

Dans ce cas on a:

$$W_{opt} = \min_j \sum_i d(i, j) = v_0$$

### VII.3.2. Objectifs du controle en temps differé :

Dans le cas du control en temps differé :

- On genere les entrées  $x_i(t)$

-  $S_i(t)$  et  $r_i(t)$  sont optimales \*  $\int_0^T S_i(t) dt = 0$

$$* \int_0^T r_i(t) dt = 0$$

Il faut trouver le maximum de  $\int_0^T f(y) dt$ , c'est à dire le maximum du produit final.

CONTROL TEMPS DIFFERE

DONNEES INITIALES

NOMBRE D'ENTREES..... 2  
NOMBRE DE CAS..... 8

<u>ENTREE</u>	<u>COEFFICIENT</u>
1	1
2	1

RESULTATS

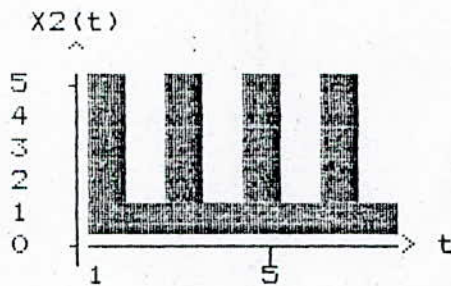
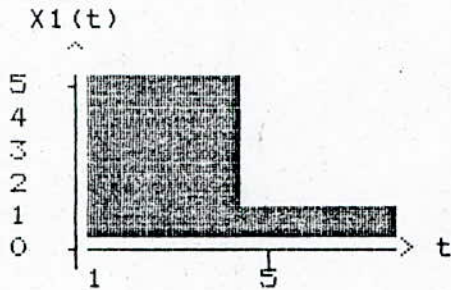
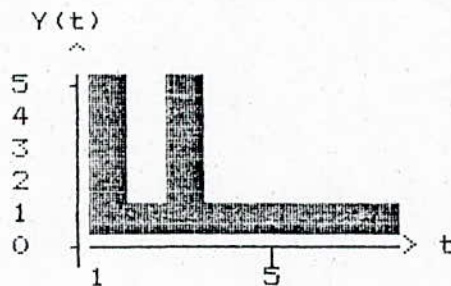


fig. 6.



SORTIE SANS PRESENCE DE STOCK

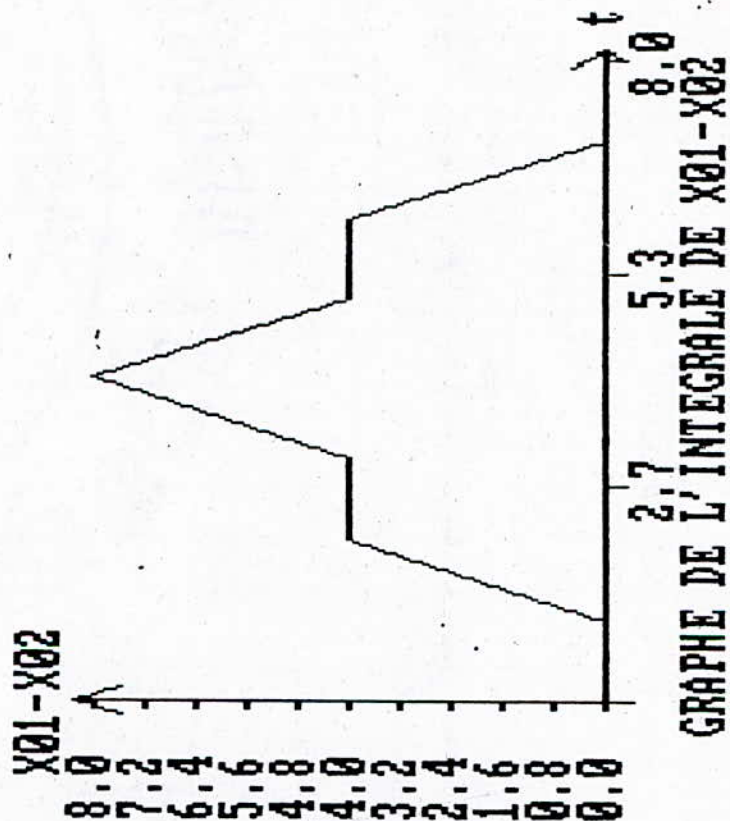


Fig. 7.

GRAPHE DE L'INTEGRALE DE X01-X02

REPARTITION DES VOLUMES

V1	V2
0	8

VOLUME NOMINAL : 8



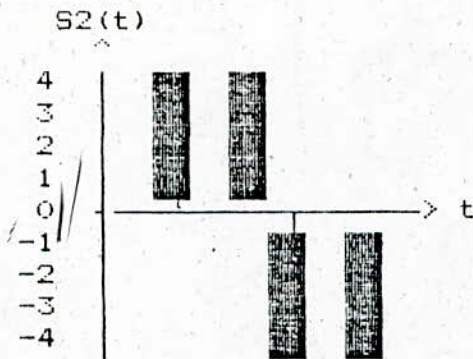
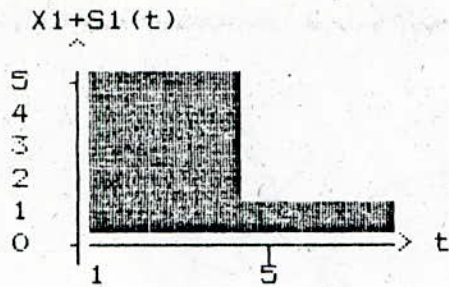
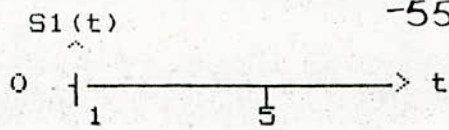
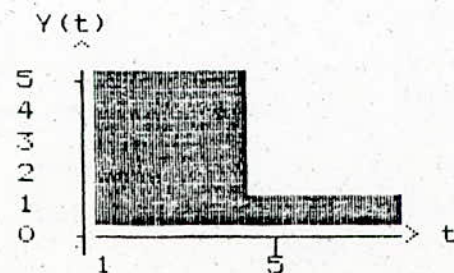
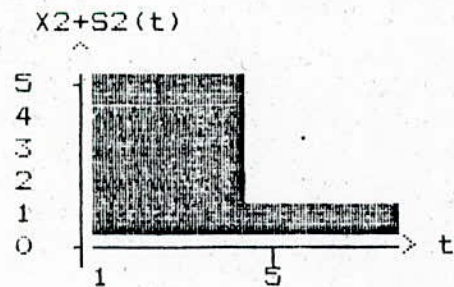


Fig. 8.



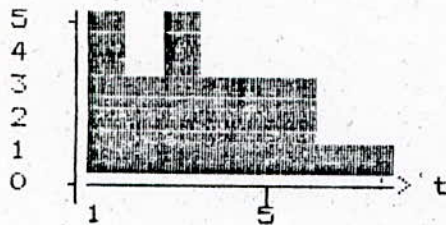
SORTIE AVEC UNE VARIANCE DE : 4

$\hat{S}_1(t)$

-56-



$\hat{X}_1 + S_1(t)$



$\hat{S}_2(t)$

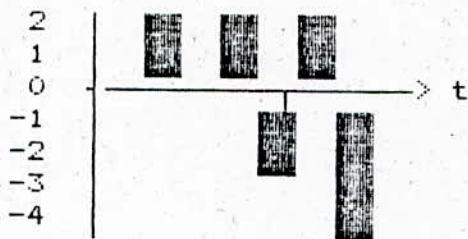
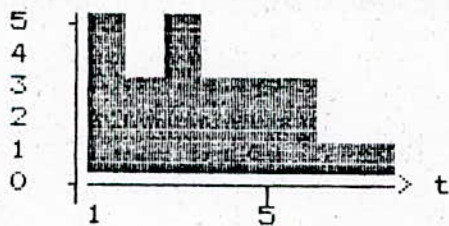
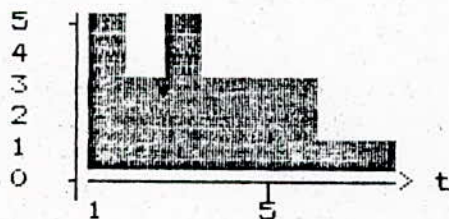


fig. 9.

$\hat{X}_2 + S_2(t)$



$\hat{Y}(t)$



SORTIE AVEC UNE VARIANCE DE : 8

---

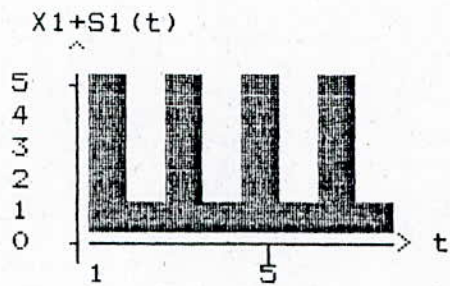
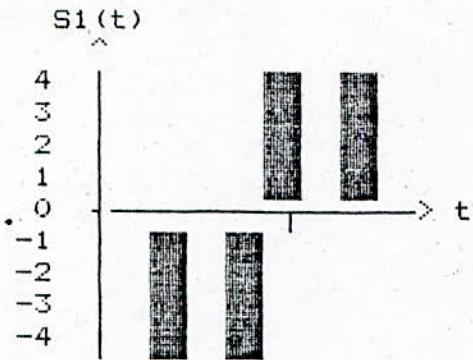
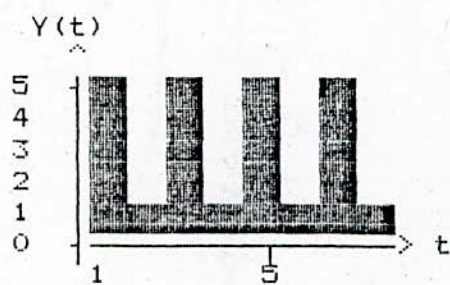
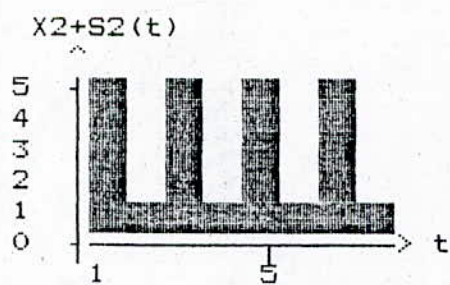
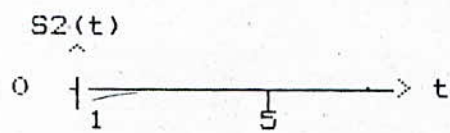


fig. 10.



CONTROLE DE LA SORTIE EN TEMPS DIFFERE

fig. 11.

-----  
DONNEES INITIALES

NOMBRE D'ENTREES..... 2  
VOLUME DE SATURATION..... 5  
PERIODE..... 30

ENTREE	COEFFICIENT	STOCK INITIALE	STOCK MAX	MOYENNE	VARIAN
1	1	4	8	3	2
2	1	3	6	3	2

-----  
RESULTATS

T	X1	X2	Y	V1	V2	S1	S2
-	--	--	-	--	--	--	--
1	4.3	1.2	4.2	4	3	.1	-3
2	4.1	3.1	3.1	4.1	0	1	0
3	2.9	2.1	2.1	5.1	0	.8	0
4	3.1	2.1	2.1	5.9	0	1	0
5	3.5	1.6	1.6	6.9	0	1	0
6	1.5	2	2	8	0	-.5	0
7	1.8	3.3	3.3	7.5	0	-1.5	0
8	3.7	4.5	4.5	6	0	-.8	0
9	1.6	3.6	3.6	5.2	0	-2	0
10	2	1.7	1.7	3.1	0	.2	0
11	2.5	2.5	2.5	3.4	0	0	0
12	3.6	2.8	2.8	3.4	0	.7	0
13	3.8	3.4	3.4	4.2	0	.3	0
14	2.6	1.9	1.9	4.5	0	.6	0
15	2.4	3.1	3.1	5.2	0	-.7	0
16	2.8	1.5	1.5	4.5	0	1.3	0
17	3	4.1	4.1	5.8	0	-1.1	0
18	3.6	2.3	2.3	4.7	0	1.3	0
19	1.6	4.2	4.2	6	0	-2.6	0
20	2.5	4.1	4.1	3.4	0	-1.6	0
21	3.3	1.3	1.3	1.8	0	2	0
22	3.3	3.3	3.3	3.8	0	0	0
23	2.3	4.3	4.3	3.8	0	-2.1	0
24	4.4	4	4	1.7	0	.4	0
25	2.8	3	3	2.1	0	-.3	0
26	4.6	4.5	4.5	1.8	0	0	0
27	1.5	4.3	3.3	1.8	0	-1.8	1
28	3.1	2.3	3.1	0	1	0	-.8
29	3.1	2.7	2.9	0	.2	.1	-.3
30	3.1	2.5	2.4	.1	-.1	.6	0

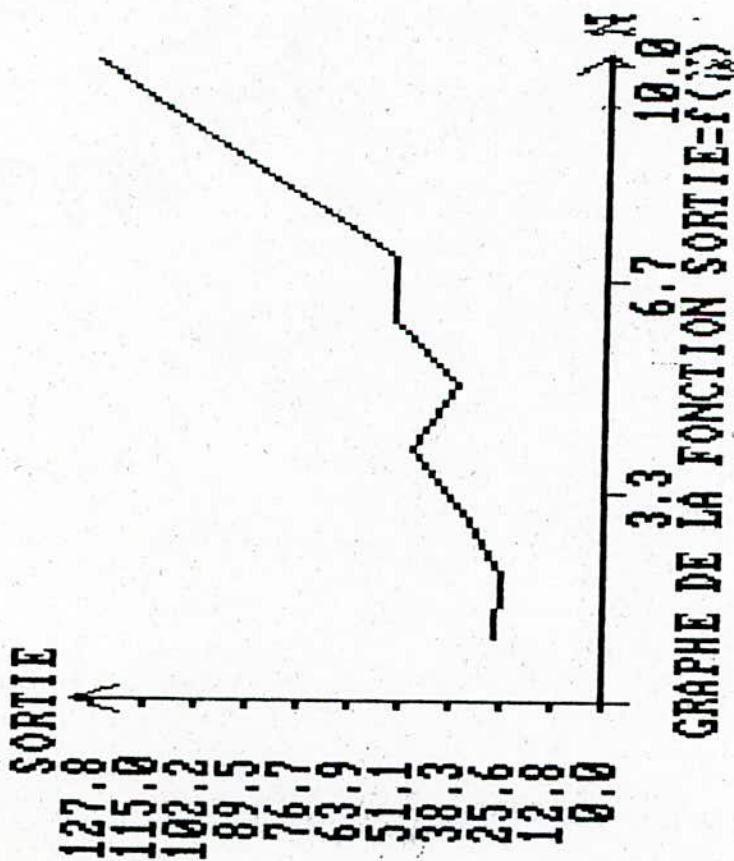
CONTROLE DE LA SORTIE : PARTIE NON LINEAIRE CONVEXE

Fig. 12.

VARIANCE

SORTIE CUMULEE SUR LA PERIODE

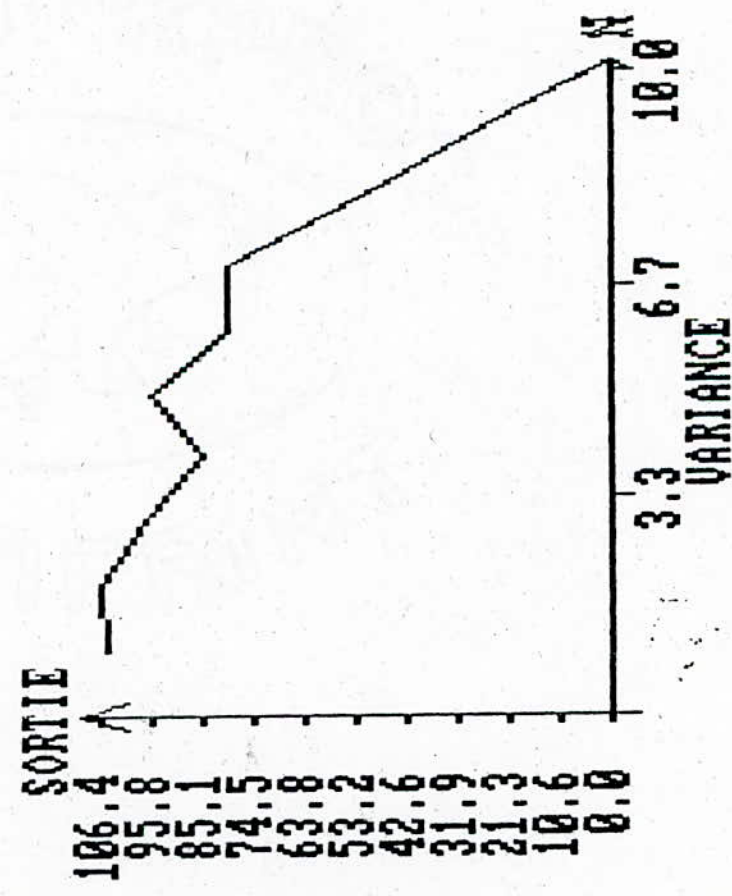
1	27.7
2	26.1
3	34.6
4	47.8
5	36.4
6	52.9
7	52.9
8	78.8
9	103.6
10	127.8



CONTROLE DE LA SORTIE : PARTIE NON LINEAIRE CONCAVE

Fig. 13.

VARIANCE	SORTIE CUMULEE SUR LA PERIODE
1	104.6
2	106.4
3	97.5
4	84.8
5	95.7
6	79.5
7	79.4
8	53.2
9	28.7
10	4.6



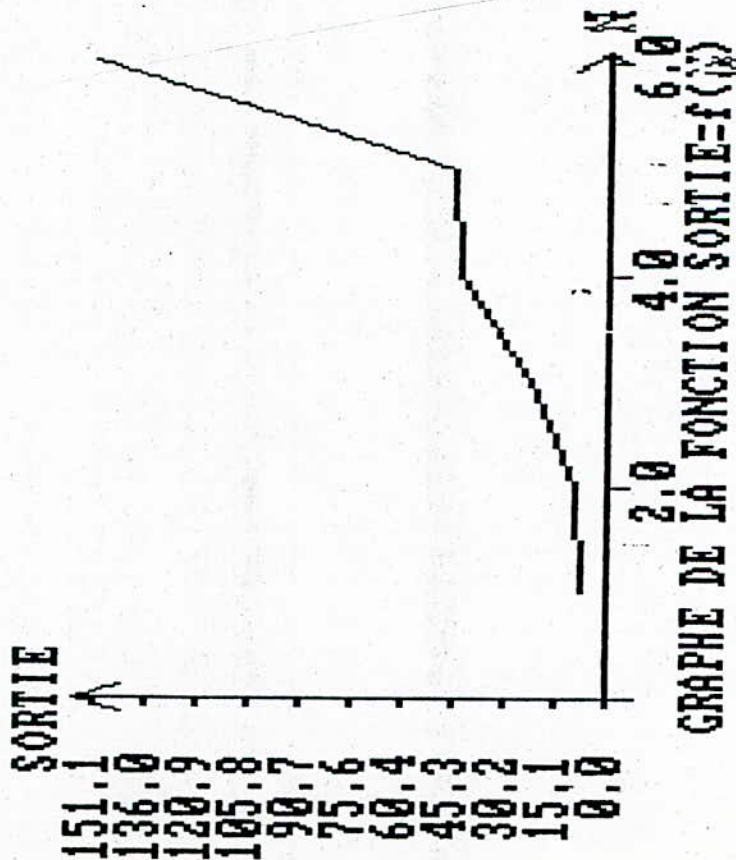
CONTROLE DE LA SORTIE : PARTIE NON LINEAIRE CONVEXE

Fig. 14.

VARIANCE

SORTIE CUMULEE SUR LA PERIODE

1	7.8
2	8.899999
3	22.2
4	43.4
5	44.6
6	151.1



## Interprétations des résultats

### 1. Contrôle en temps différé

Dans un premier temps la sortie est calculée sans utiliser les régulateurs de stocks  $S_i(t)$  et dans un second temps on utilise les commandes de stocks qui sont générées de telle manière à faire la condition suivantes

$$\int_0^T S_i(t) dt = 0$$

On remarque que dans le premier cas la production est moindre que si l'on utilise les commandes de stocks.

Les commandes de stocks sont générées différemment afin d'obtenir la sortie avec différentes variantes mais il est à remarquer que la production totale est toujours la même et égale à 24.

Quant à la répartition des volumes initiaux elle se fait selon le calcul de la distance entre les entrées et la détermination du volume nominal. Dans notre cas on a deux entrées, le problème est grandement simplifié.

Voir le programme de calcul de la matrice des distances pour un exemple plus complet.

### 2. Contrôle de la sortie en temps différé

Dans ce cas les entrées suivent des processus aléatoires de loi normale. Leur moyenne est 3 et la variance 2.

Pour simuler le circuit non-linéaire à la sortie comprenant



une partie convexe et une partie concave on a utilisé les fonctions suivantes :

Pour la partie convexe  $\log(\mu + r)$

Pour la partie concave  $(\mu + r)^2$

- On remarque sur les courbes de la sortie en fonction de la variance que la sortie augmente quand la variance augmente pour la partie non-linéaire convexe. Par contre cette sortie diminue quand la variance augmente pour la partie non-linéaire concave.

Mais cette croissance ou cette décroissance ne sont pas uniformes et ceci est dû au fait que les entrées suivent une loi normale et que l'on arrive pas à générer une loi parfaitement normale sur l'ordinateur.

#### VII. 4. Contrôle Optimal en temps réel :

Le contrôle en temps différé est considéré comme complètement dépassé maintenant qu'il est plus facile de travailler en temps réel. Il faut cependant remarquer que même avec la spectaculaire décroissance constatée depuis quelques années sur le prix des machines, le temps réel est plus coûteux que le temps différé car il immobilise en permanence un certain nombre de ressources périphériques (disques) et partitions de mémoire centrale.

Le temps réel est évidemment intéressant car il permet de disposer de renseignements en permanence dont l'exactitude est garantie. Les données étant en principe toujours tenues à jour.

On peut remarquer aussi que la mise à jour en temps réel est plus agréable pour l'utilisateur mais elle est plus dangereuse. Plus généralement les problèmes de sécurité, de confidentialité et de protection plus difficiles à maîtriser en traitement par lots deviennent souvent à peu près insolubles en temps réel.

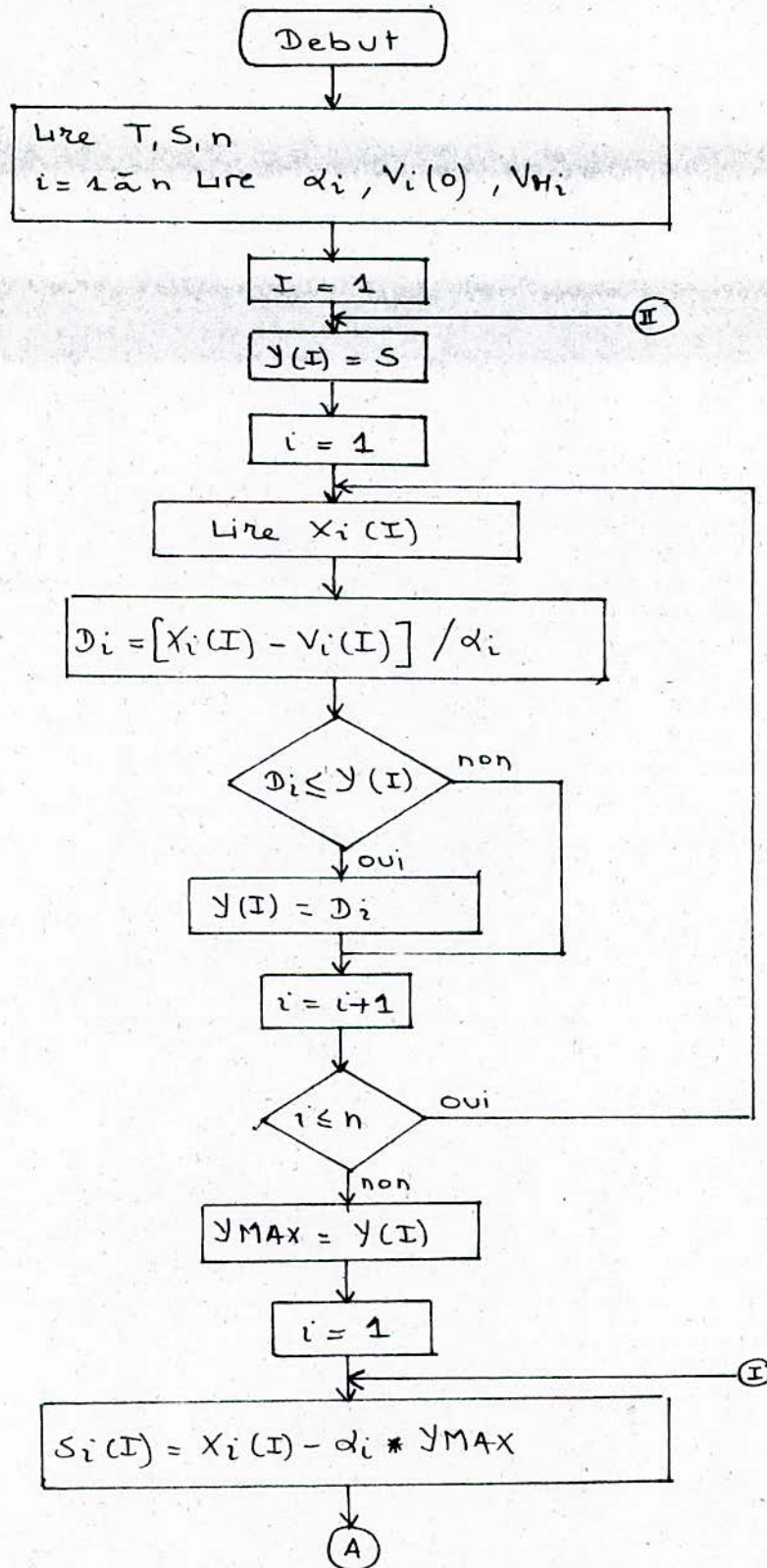
Le contrôle en temps réel se caractérise par :

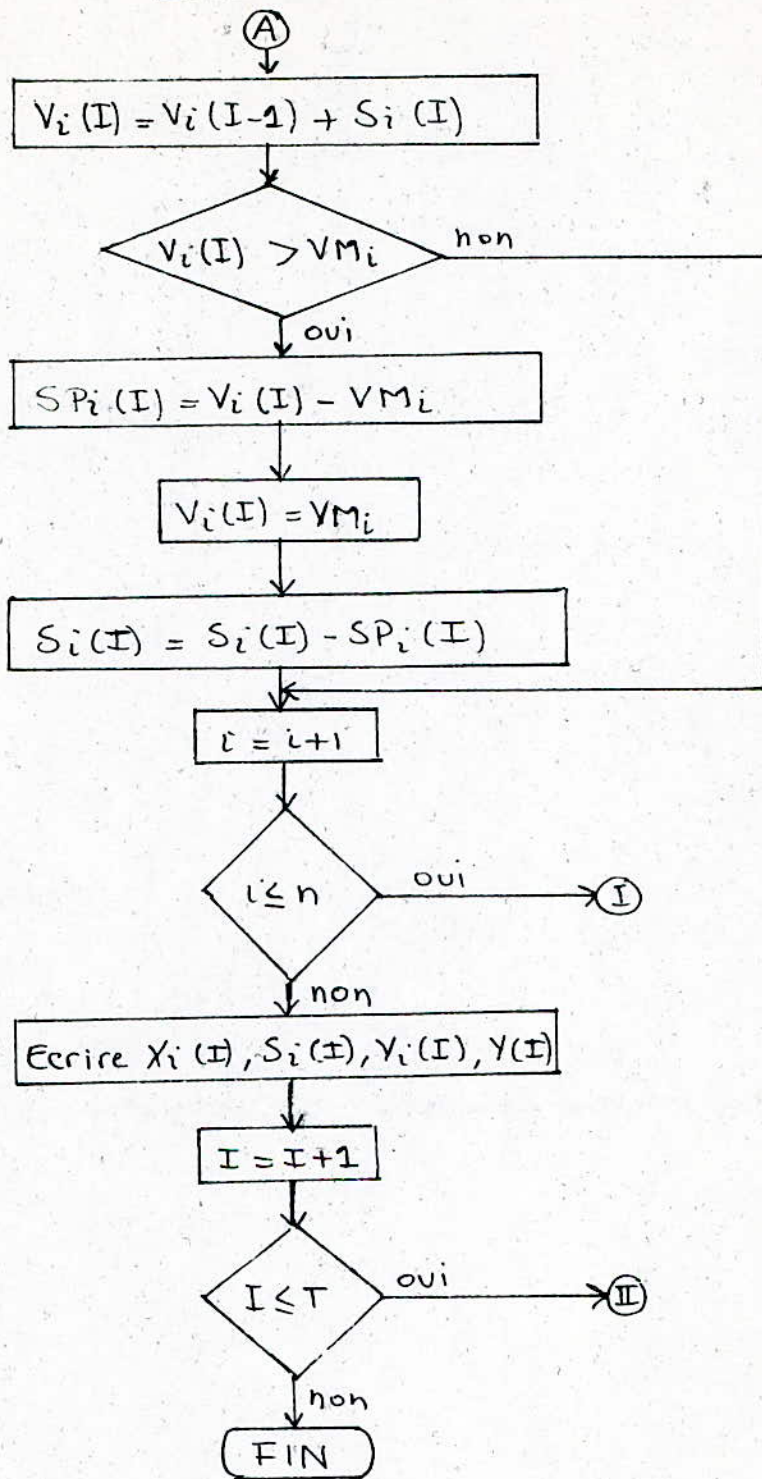
- La lecture des entrées  $x_i(t)$
- $\int_0^T s_i(t) dt \neq 0$
- $\int_0^T r_i(t) dt \neq 0$

On doit alors déterminer  $s_i(t)$  et  $r_i(t)$  de manière à satisfaire les trois critères suivants :

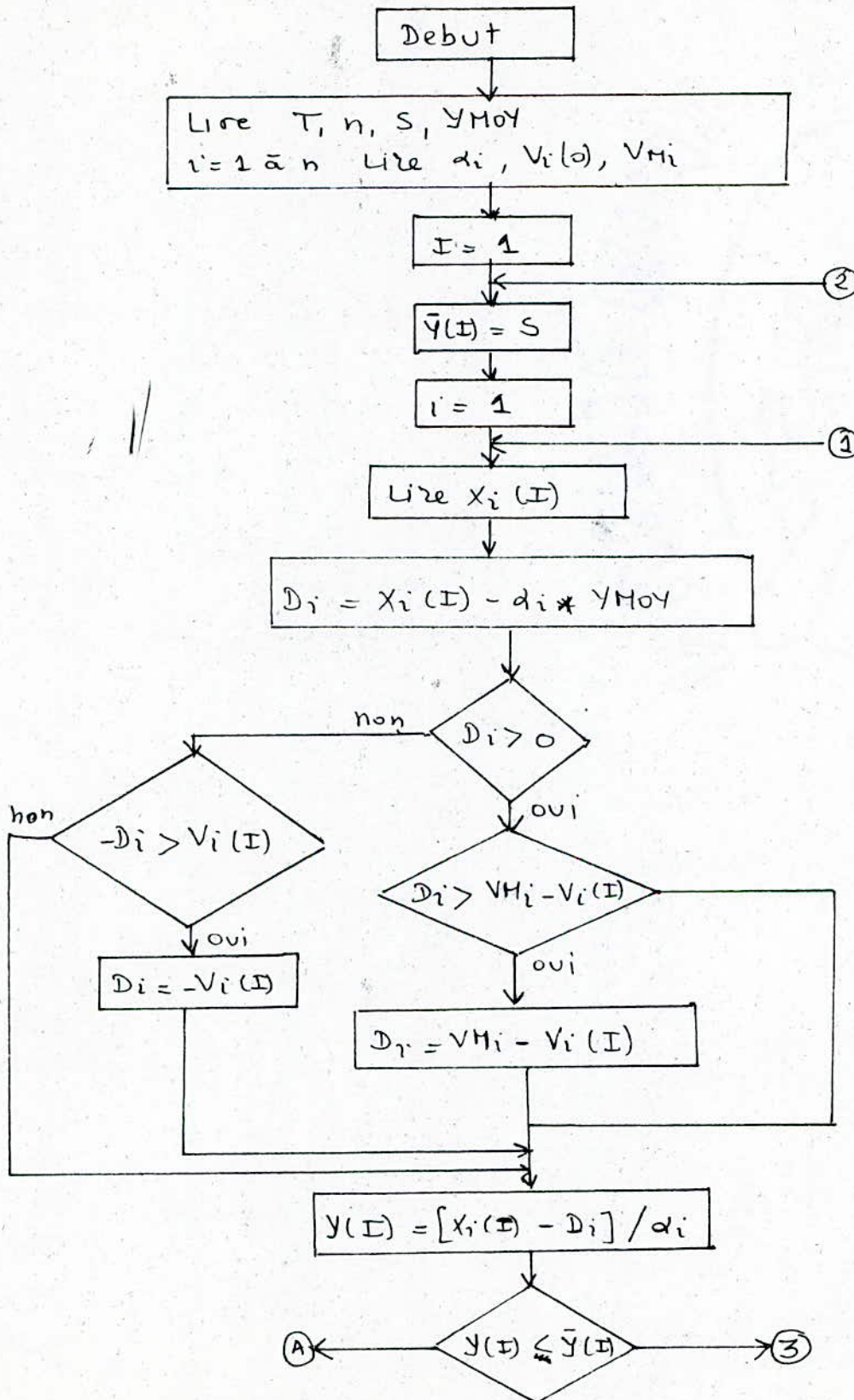
- $\max \int_0^T y(t) dt$
- $\min S_p(t)$
- Un choix judicieux de la valeur moyenne de manière que  $(y - \bar{y})$  soit minimal.

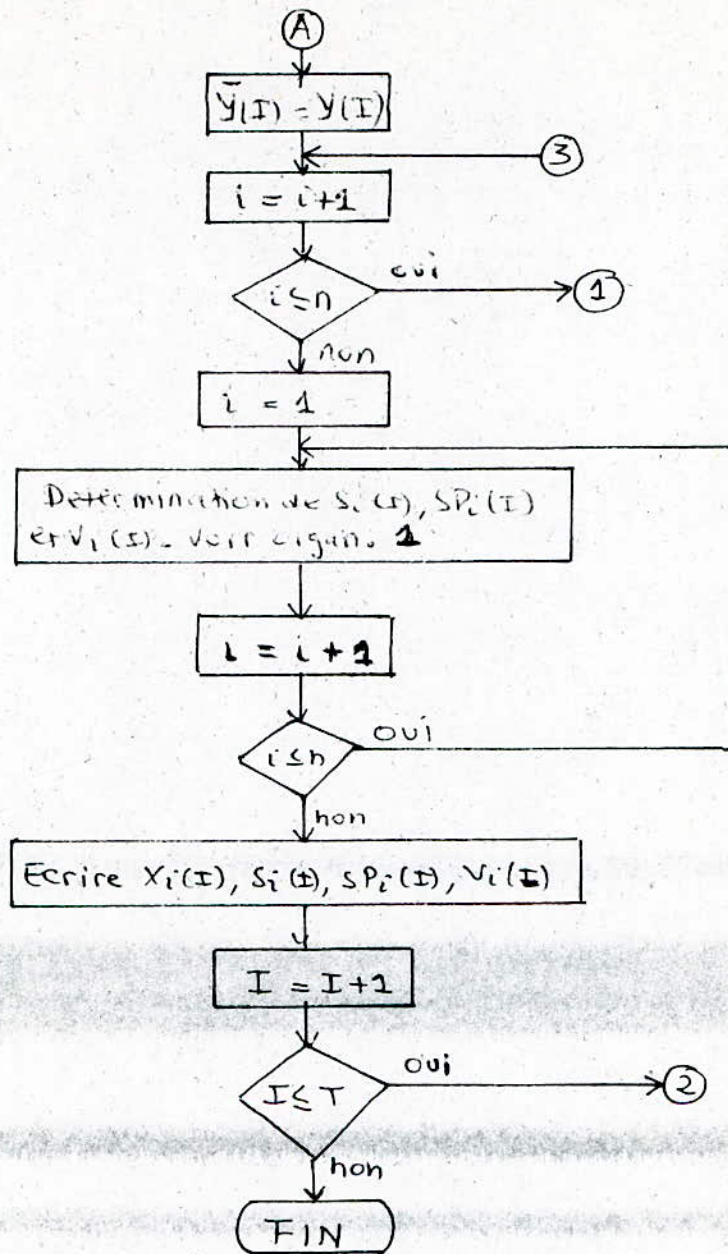
Organigramme n° 1: Maximisation de la production . fig. 15.



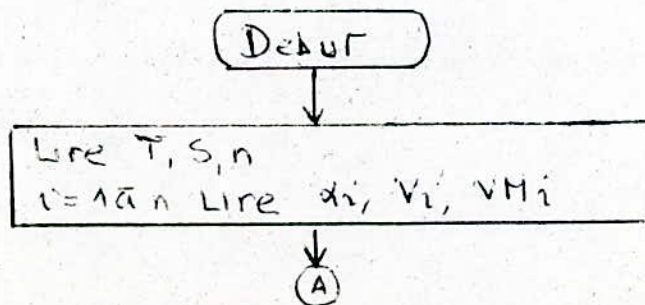


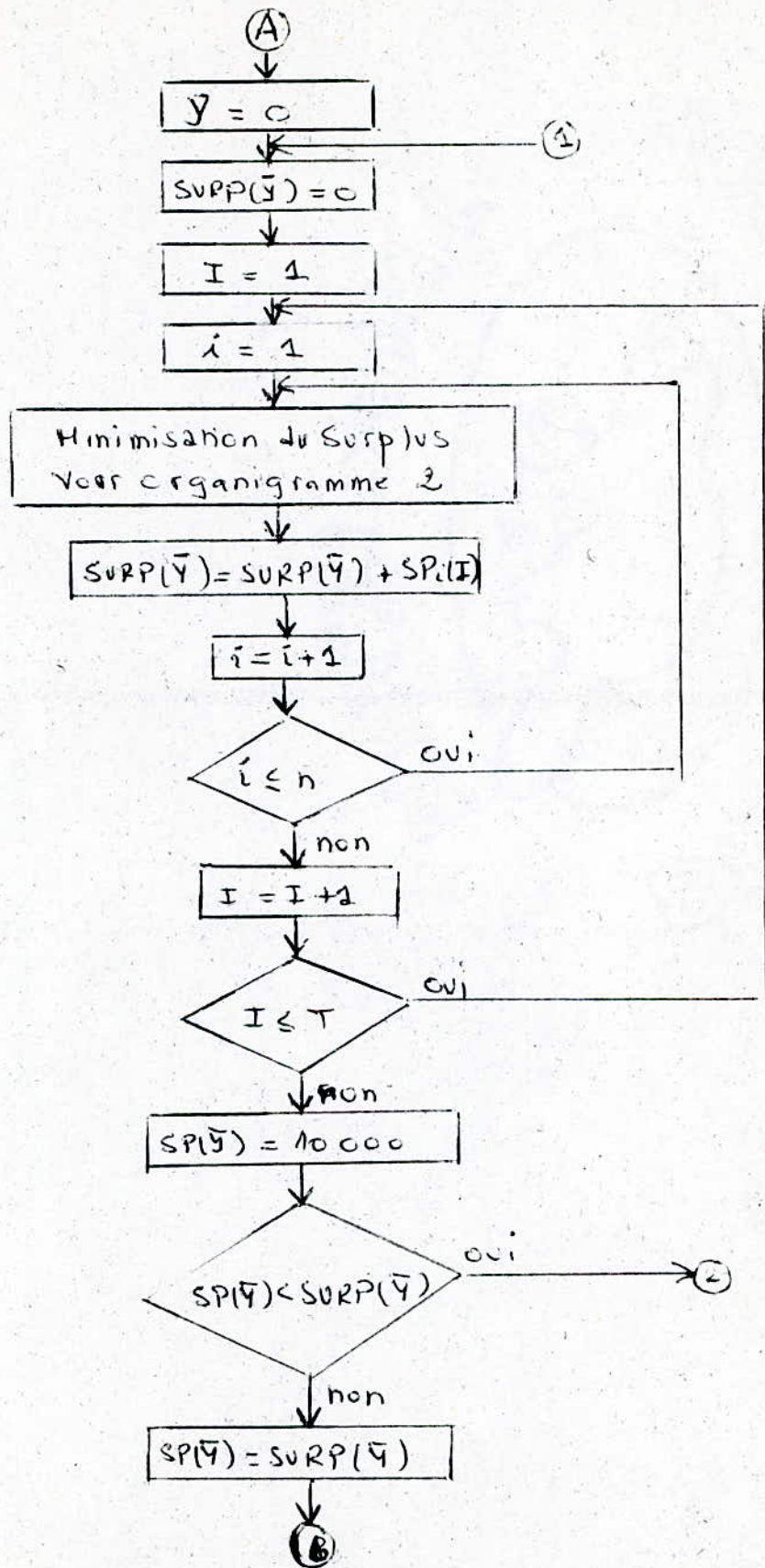
Organigramme n°2: Minimisation du surplus fig. 16.

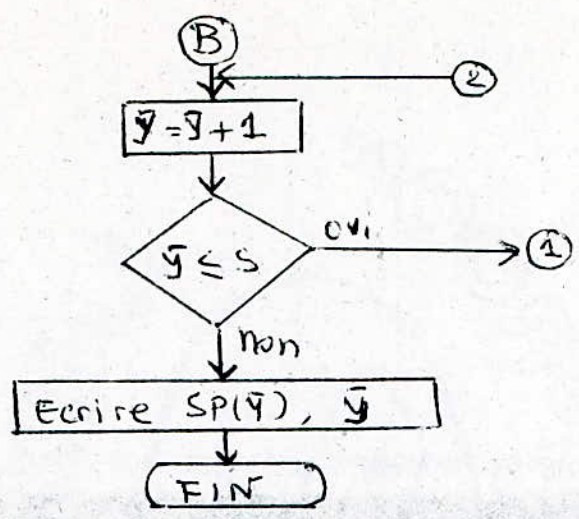




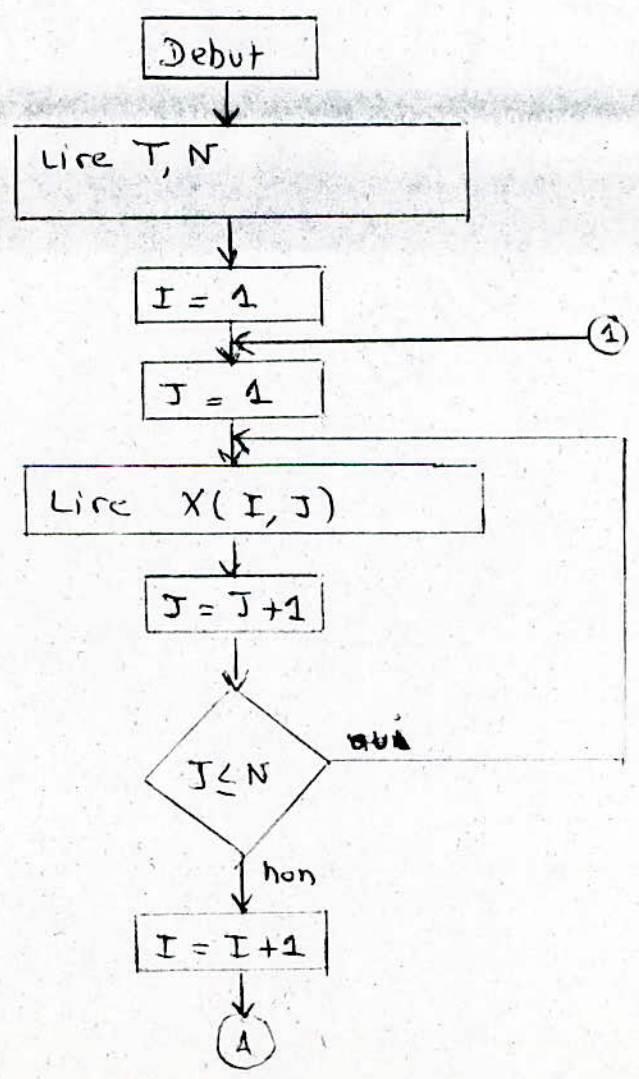
Organigramme n° 3 : Choix de la valeur moyenne fig. 17.







Organigramme n° 4: Matrice des distances fig. 18.





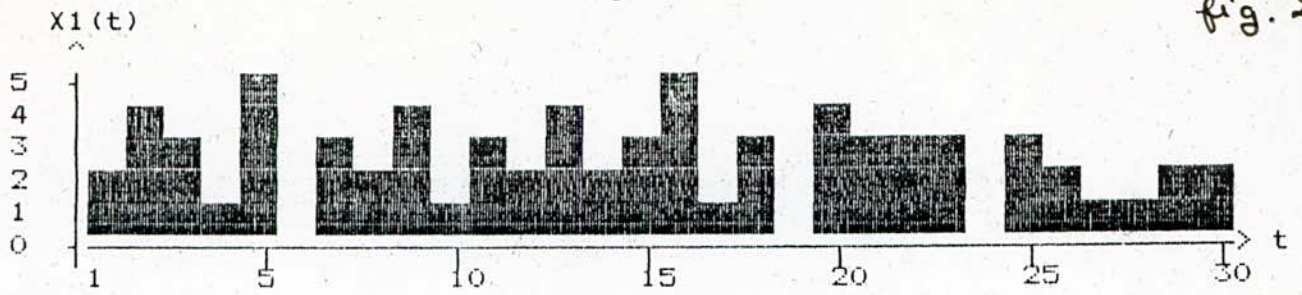
PROGRAMME DE MAXIMISATION DE LA PRODUCTION *fig. 19.*

DONNEES INITIALES

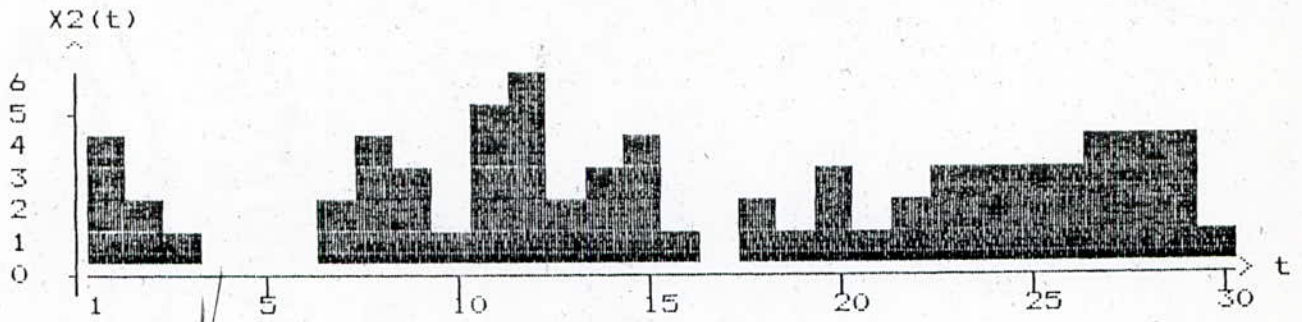
NOMBRE D'ENTREES..... 3  
 VOLUME DE SATURATION..... 3  
 PERIODE..... 30

ENTREE	COEFFICIENT	STOCK INITIALE	STOCK MAX
1	1	4	6
2	1	6	6
3	1	5	6

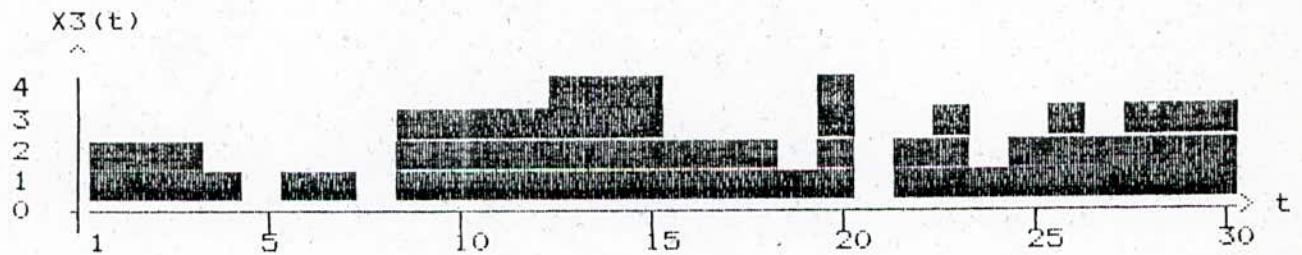
T	X1	X2	X3	Y	V1	V2	V3	S1	S2	S3	SP1	SP2	SP3
1	2	4	2	3	4	6	5	-1	0	-1	0	1	0
2	4	2	2	3	3	6	4	1	-1	-1	0	0	0
3	3	1	2	3	4	5	3	0	-2	-1	0	0	0
4	1	0	1	3	4	3	2	-2	-3	-2	0	0	0
5	5	0	0	0	2	0	0	4	0	0	1	0	0
6	0	0	1	0	6	0	0	0	0	1	0	0	0
7	3	2	1	2	6	0	1	0	0	-1	1	0	0
8	2	4	0	0	6	0	0	0	4	0	2	0	0
9	4	3	3	3	6	4	0	0	0	0	1	0	0
10	1	1	3	3	6	4	0	-2	-2	0	0	0	0
11	3	5	3	3	4	2	0	0	2	0	0	0	0
12	2	6	3	3	4	4	0	-1	2	0	0	1	0
13	4	2	4	3	3	6	0	1	-1	1	0	0	0
14	2	3	4	3	4	5	1	-1	0	1	0	0	0
15	3	4	4	3	3	5	2	0	1	1	0	0	0
16	5	1	2	3	3	6	3	2	-2	-1	0	0	0
17	1	0	2	3	5	4	2	-2	-3	-1	0	0	0
18	3	2	2	3	3	1	1	0	-1	-1	0	0	0
19	0	1	1	1	3	0	0	-1	0	0	0	0	0
20	4	3	4	3	2	0	0	1	0	1	0	0	0
21	3	1	0	1	3	0	1	2	0	-1	0	0	0
22	3	2	2	2	5	0	0	1	0	0	0	0	0
23	3	3	3	3	6	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	3	1	1	6	0	0	-1	2	0	0	0	0
25	3	3	2	2	5	2	0	1	1	0	0	0	0
26	2	3	3	3	6	3	0	-1	0	0	0	0	0
27	1	4	2	2	5	3	0	-1	2	0	0	0	0
28	1	4	3	3	4	5	0	-2	1	0	0	0	0
29	2	4	3	3	2	6	0	-1	0	0	0	1	0
30	2	1	3	3	1	6	0	-1	-2	0	0	0	0



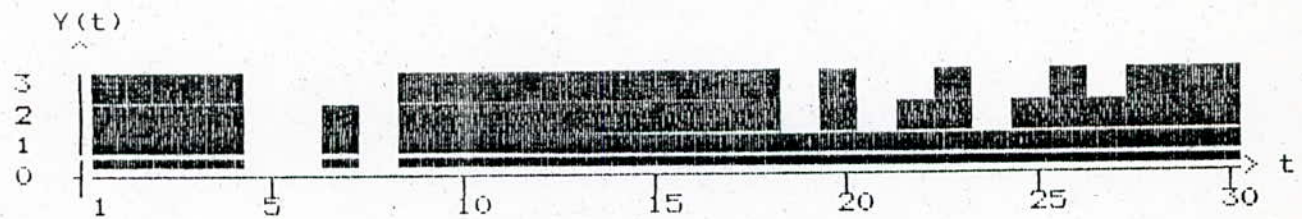
GRAPHE ENTREE X1



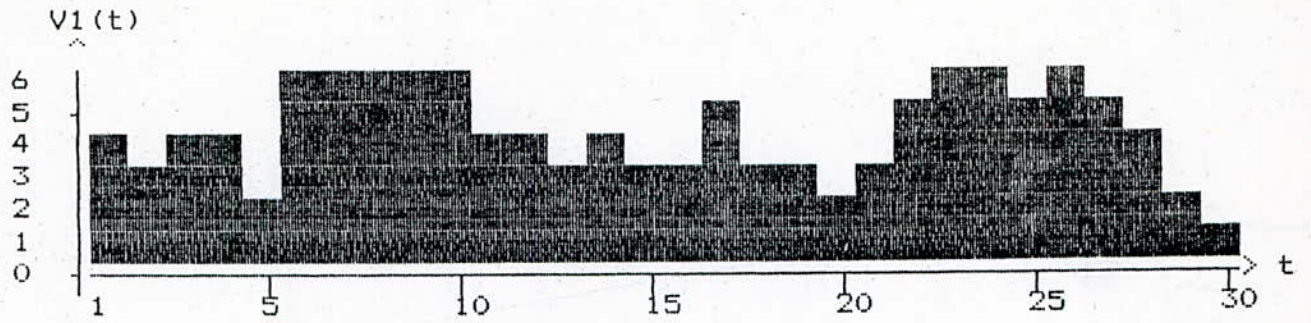
GRAPHE ENTREE X2



GRAPHE ENTREE X3

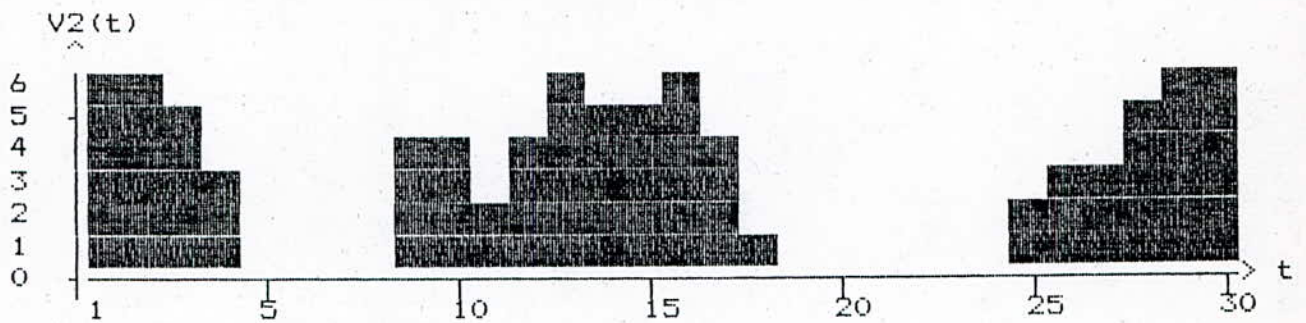


GRAPHE PRODUCTION



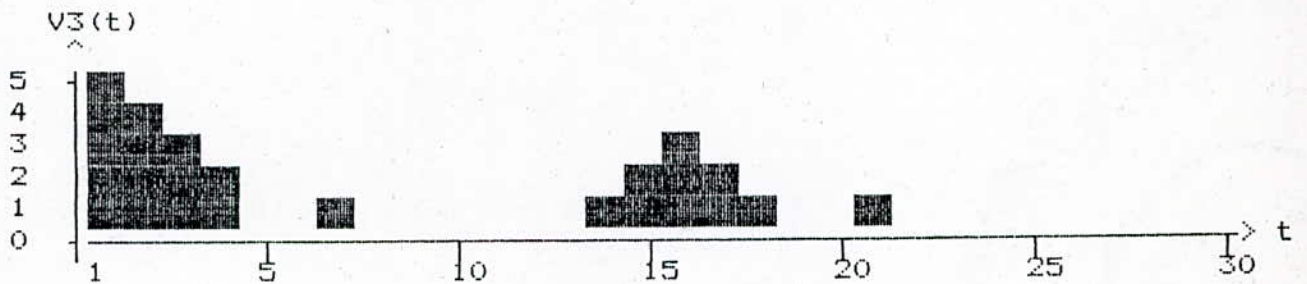
GRAPHE VOLUME V1

---



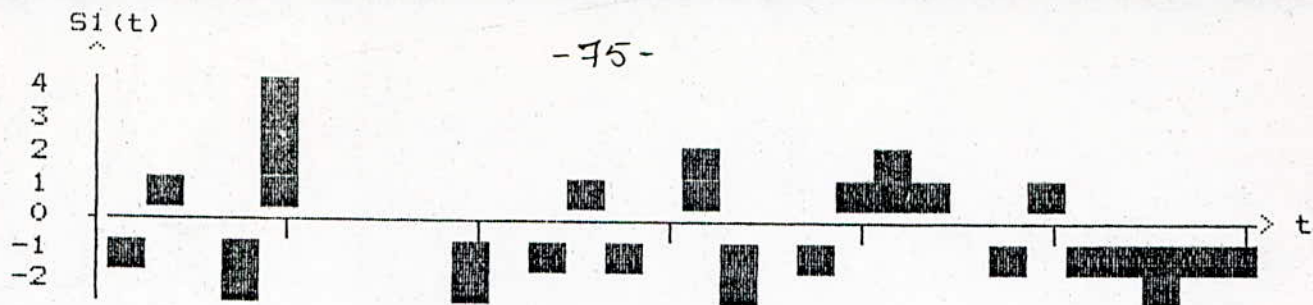
GRAPHE VOLUME V2

---



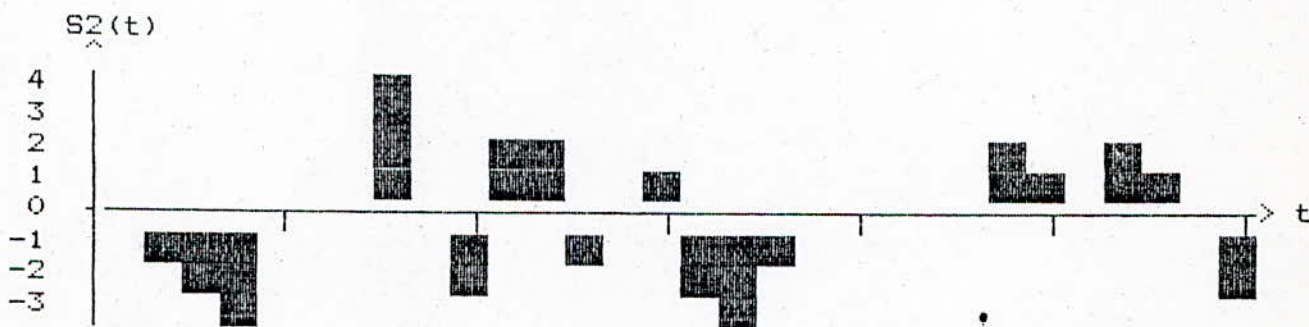
GRAPHE VOLUME V3

---



GRAPHE FONCTION STOCK POUR ENTREE X1

---



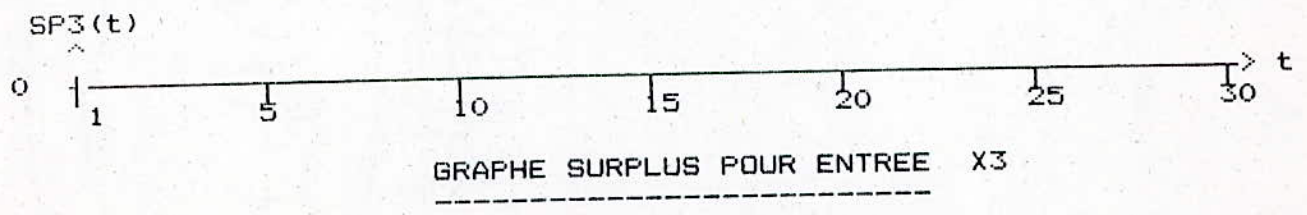
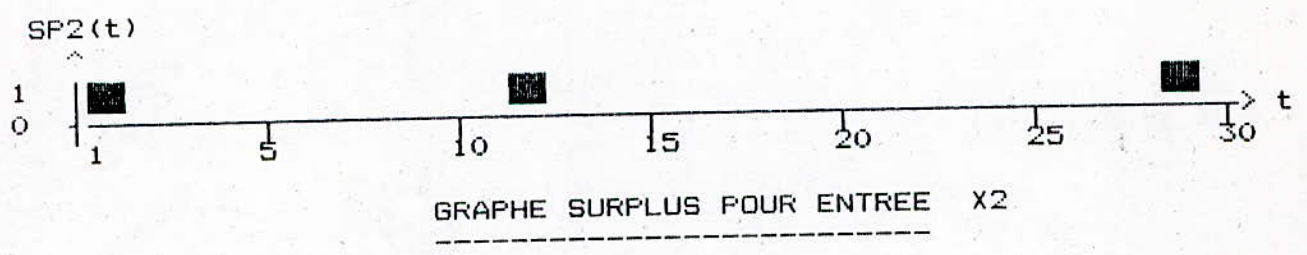
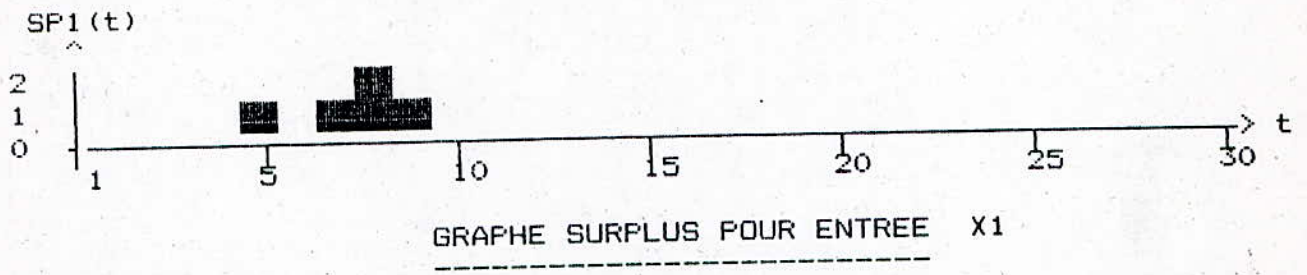
GRAPHE FONCTION STOCK POUR ENTREE X2

---



GRAPHE FONCTION STOCK POUR ENTREE X3

---



PROGRAMME DE MINIMISATION DU SURPLUS

fig. 22.

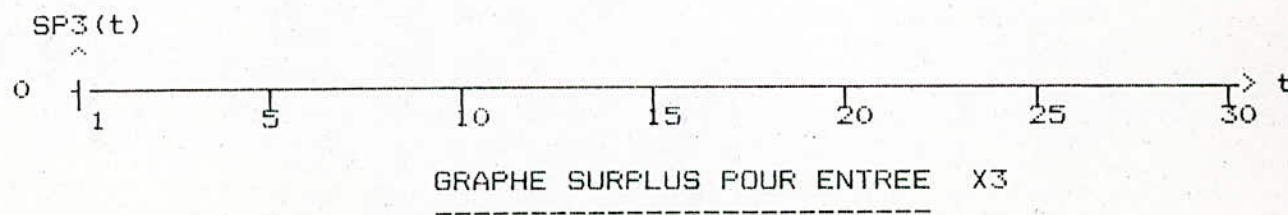
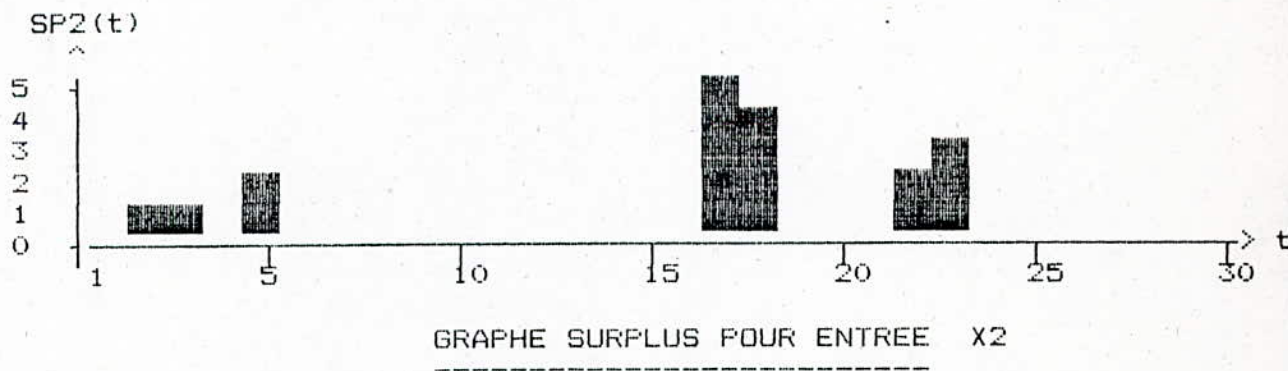
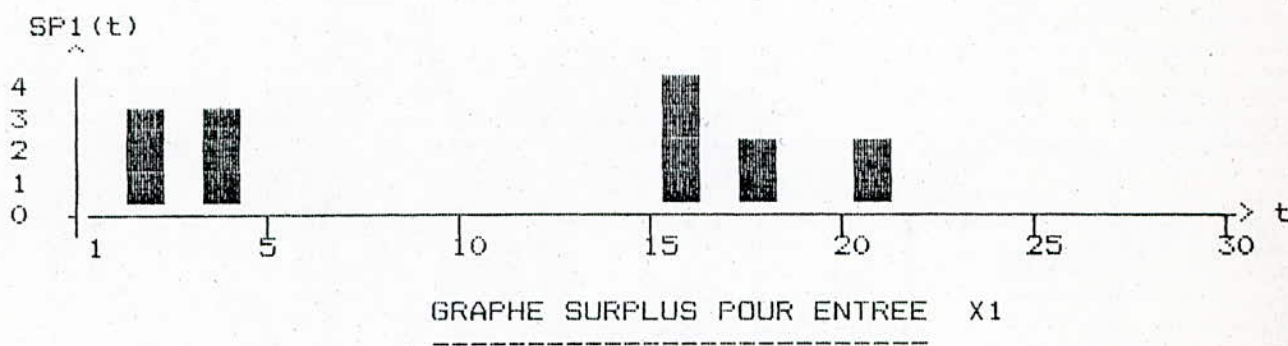
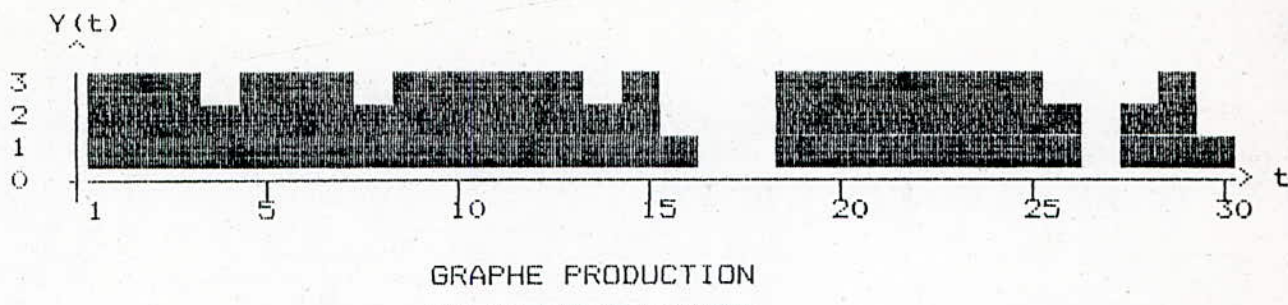
-----  
DONNEES INITIALES  
-----

NOMBRE D'ENTREES..... 3  
 VOLUME DE SATURATION..... 3  
 PERIODE..... 30  
 PRODUCTION MOYENNE..... 3

ENTREE	COEFFICIENT	STOCK INITIALE	STOCK MAX
1	1	4	6
2	1	5	6
3	1	6	6

-----  
RESULTATS  
-----

T	X1	X2	X3	Y	V1	V2	V3	S1	S2	S3	SP1	SP2	SP3
1	5	4	3	3	4	5	6	2	1	0	0	0	0
2	6	4	0	3	6	6	6	0	0	-3	3	1	0
3	2	4	0	3	6	6	3	-1	0	-3	0	1	0
4	6	1	2	2	5	6	0	1	-1	0	3	0	0
5	1	6	4	3	6	5	0	-2	1	1	0	2	0
6	3	0	5	3	4	6	1	0	-3	2	0	0	0
7	0	2	3	3	4	3	3	-3	-1	0	0	0	0
8	3	0	2	2	1	2	3	1	-2	0	0	0	0
9	5	6	2	3	2	0	3	2	3	-1	0	0	0
10	4	0	4	3	4	3	2	1	-3	1	0	0	0
11	3	5	0	3	5	0	3	0	2	-3	0	0	0
12	3	6	5	3	5	2	0	0	3	2	0	0	0
13	1	3	1	3	5	5	2	-2	0	-2	0	0	0
14	1	2	2	2	3	5	0	-1	0	0	0	0	0
15	6	1	4	3	2	5	0	3	-2	1	0	0	0
16	6	4	0	1	5	3	1	1	3	-1	4	0	0
17	0	5	0	0	6	6	0	0	0	0	0	5	0
18	2	4	0	0	6	6	0	0	0	0	2	4	0
19	3	0	4	3	6	6	0	0	-3	1	0	0	0
20	2	5	5	3	6	3	1	-1	2	2	0	0	0
21	6	4	1	3	5	5	3	1	1	-2	2	0	0
22	3	5	4	3	6	6	1	0	0	1	0	2	0
23	3	6	6	3	6	6	2	0	0	3	0	3	0
24	1	1	0	3	6	6	5	-2	-2	-3	0	0	0
25	5	0	6	3	4	4	2	2	-3	3	0	0	0
26	2	1	0	2	6	1	5	0	-1	-2	0	0	0
27	0	0	1	0	6	0	3	0	0	1	0	0	0
28	0	2	3	2	6	0	4	-2	0	1	0	0	0
29	0	5	1	3	4	0	5	-3	2	-2	0	0	0
30	0	4	1	1	1	2	3	-1	3	0	0	0	0







PROGRAMME DETERMINATION DE LA PRODUCTION MOYENNE

fig. 23.

DONNEES INITIALES

NOMBRE D'ENTREES..... 4  
VOLUME DE SATURATION..... 10  
NOMBRE DE CAS..... 20

<u>ENTREE</u>	<u>COEFFICIENT</u>	<u>STOCK INITIALE</u>	<u>STOCK MAX</u>
1	1	8	12
2	1	10	12
3	1	10	12
4	1	12	13

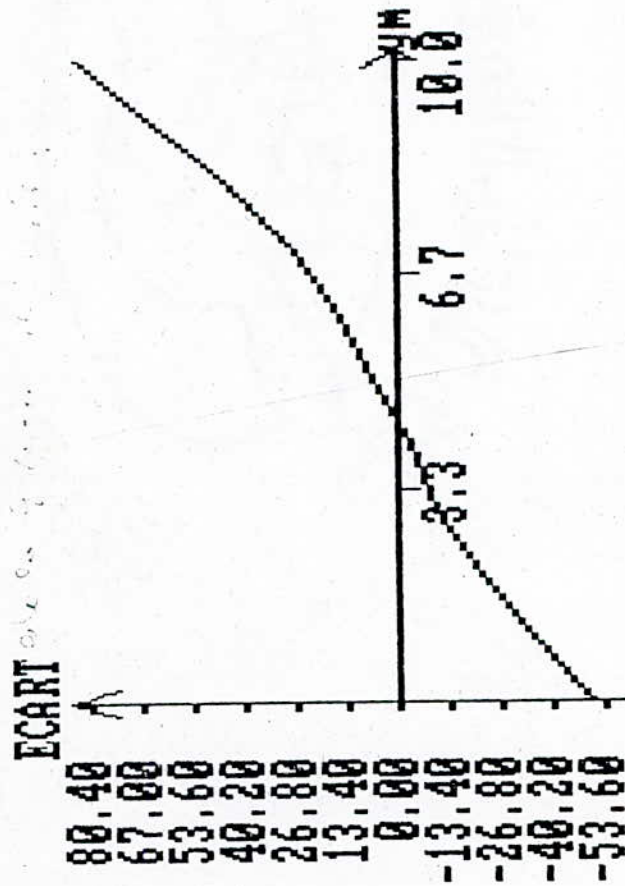
<u>CAS</u>	<u>X1</u>	<u>X2</u>	<u>X3</u>	<u>X4</u>
1	4	3	2	5
2	9	9	9	9
3	8	10	10	4
4	12	6	6	6
5	3	8	9	9
6	5	9	3	9
7	8	0	7	10
8	6	0	8	10
9	4	0	0	7
10	9	10	0	2
11	0	11	5	1
12	8	6	3	0
13	2	7	3	0
14	5	9	8	5
15	10	5	9	7
16	10	7	10	9
17	10	3	8	9
18	9	4	0	10
19	8	6	0	10
20	5	9	6	10

PRODUCTION MOYENNE

VALEUR DE L'ECART

0	-50
1	-36
2	-22
3	-10
4	-3
5	7
6	15
7	26
8	44
9	64
10	84

NC 13.4 FASY 13.4



GRAPHE DES ECARTS : fig. 24.

MATRICE DES DISTANCES

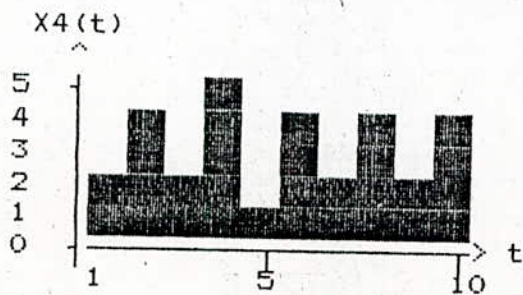
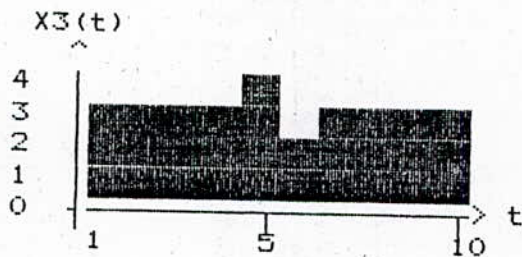
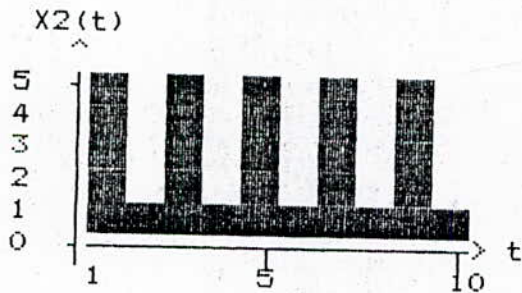
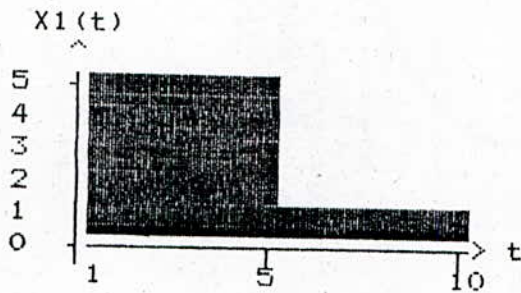
fig. 25.

DONNEES INITIALES

NOMBRE D'ENTREES..... 4  
NOMBRE DE CAS..... 10

ENTREE	COEFFICIENT	Stoichiométriques
1	1	
2	1	
3	1	
4	1	

RESULTATS



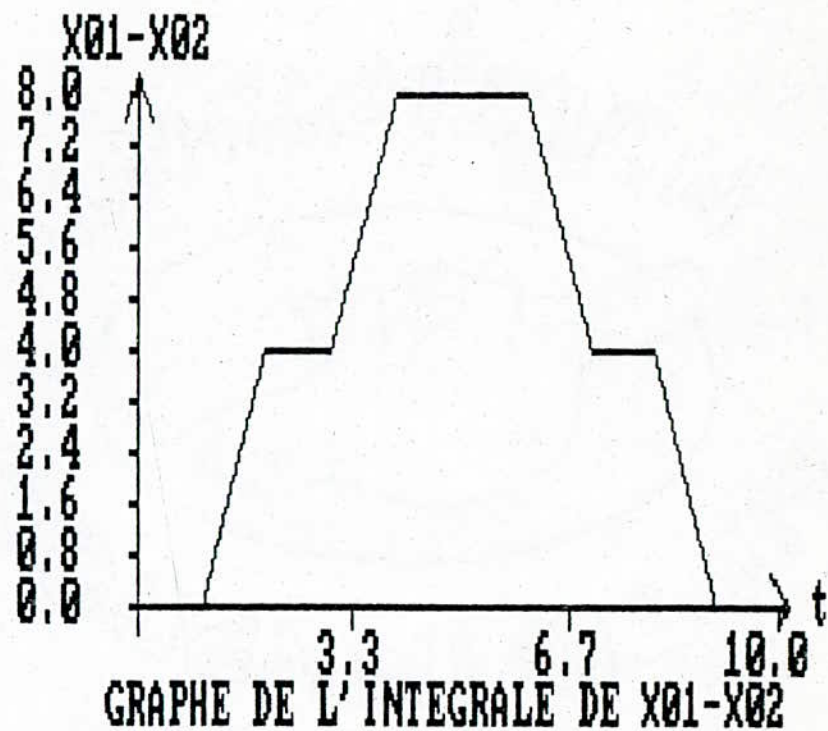
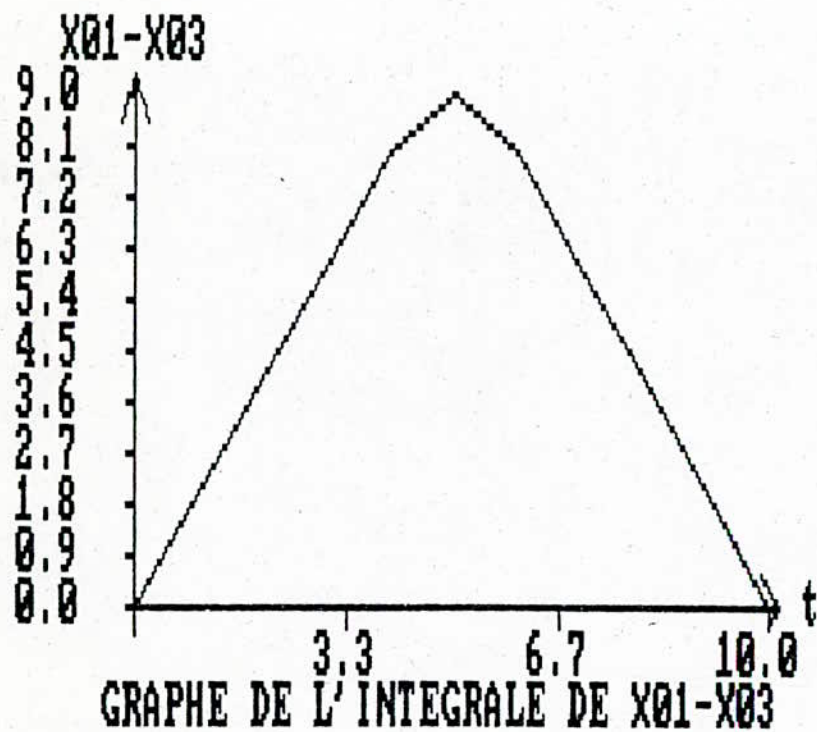
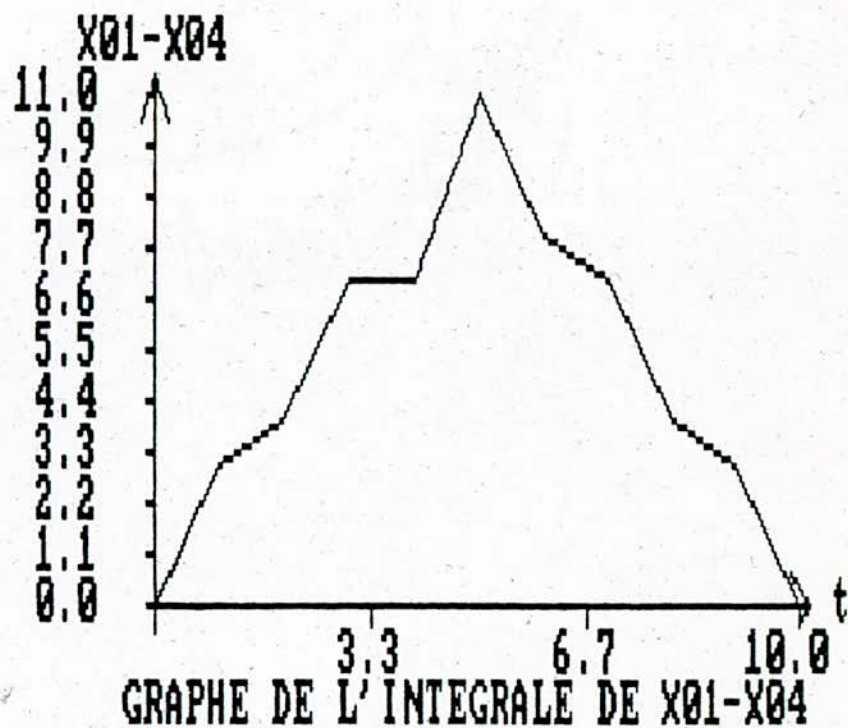
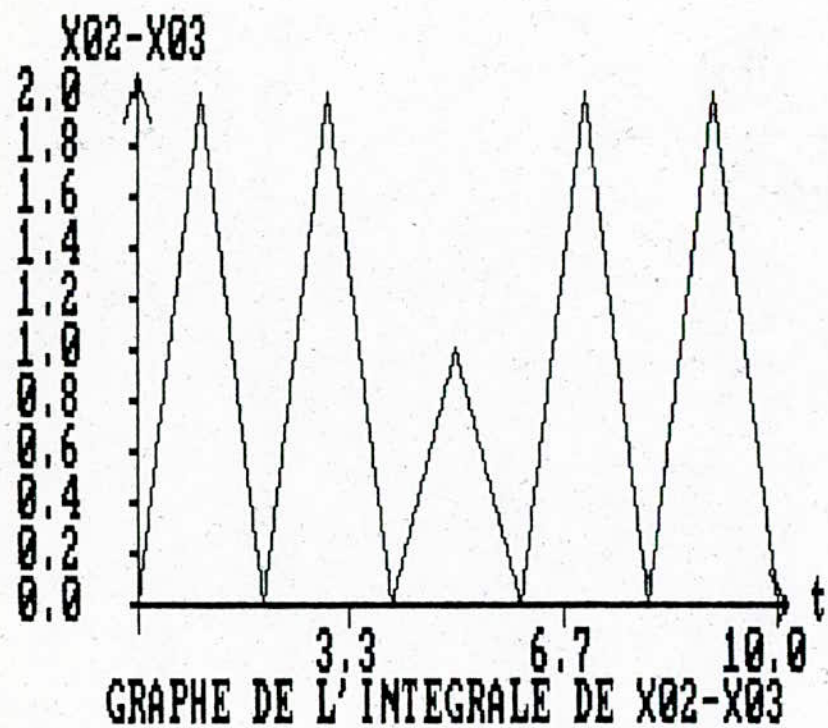
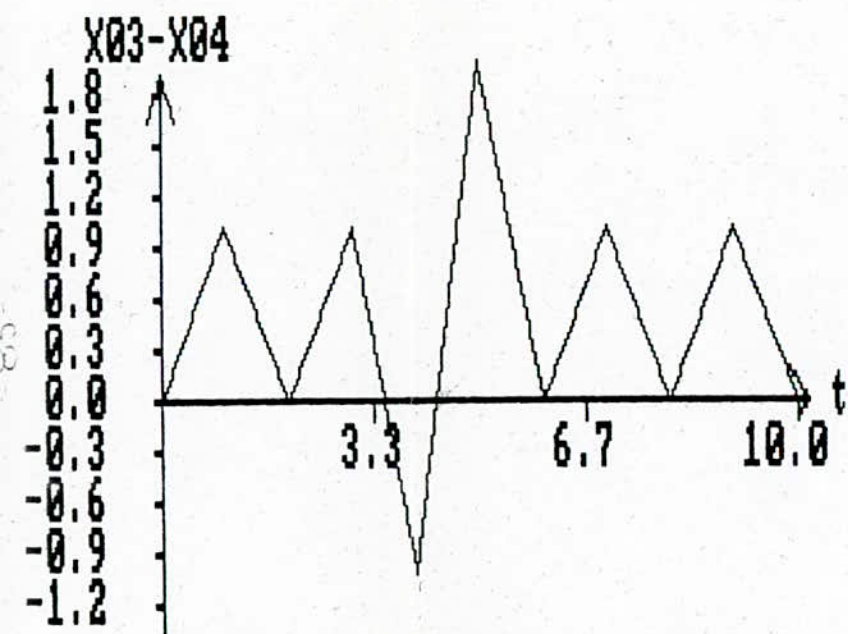
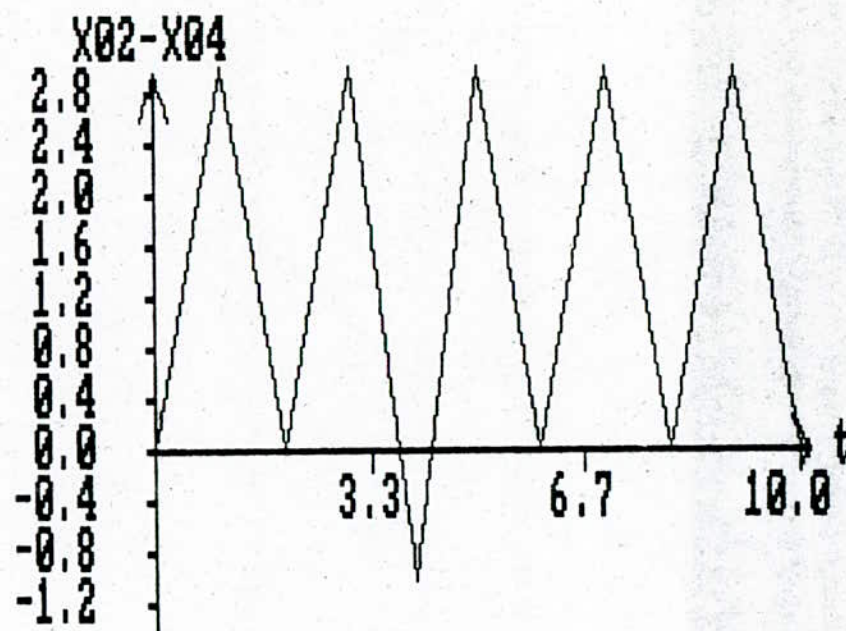


fig. 26.





GRAPHE DE L'INTEGRALE DE X03-X04



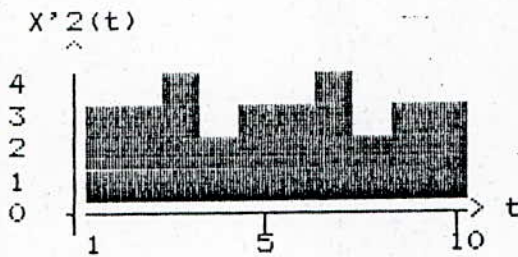
GRAPHE DE L'INTEGRALE DE X02-X04

MATRICE DES DISTANCES

fig. 27.

ENTREE 1 :	0	8	9	11	:	SOMME= 28
ENTREE 2 :	8	0	2	3	:	SOMME= 13
ENTREE 3 :	9	2	0	2	:	SOMME= 13
ENTREE 4 :	11	3	2	0	:	SOMME= 16

W-optimum ..... 13  
 Correspondant a l'entree ..... 2



MATRICE DES DISTANCES

D

ENTREE 1 :	0	10	9	11	:	SOMME= 30
ENTREE 2 :	10	0	1	2	:	SOMME= 13
ENTREE 3 :	9	1	0	2	:	SOMME= 12
ENTREE 4 :	11	2	2	0	:	SOMME= 15

W-optimum ..... 12  
 Correspondant a l'entree ..... 3

W'Optimum ..... = 12  
 Distance entre Xj et X'j ..... = 2  
 WOptimum ..... = 13

VOULEZ VOUS UNE AUTRE ITERATION O(oui)/N(non)N

## Interprétation des résultats:

### 1. Maximisation de la production:

Ce programme nous permet de maximiser la production en utilisant les commandes de stocks  $S_i(t)$  comme régulateurs afin d'arriver à notre objectif. Mais une valeur de saturation est fixe pour cette production  $y(t)$  - le maximum est calculé suivant la relation :

$$\max y(t) = \min_i \left( \frac{X_i(t) + S_i(t)}{a_i} \right)$$

Prenons par exemple les valeurs de  $X_i(t)$  pour  $T=1$ . On a

$$X_1 = 2$$

$$X_2 = 4$$

$$X_3 = 2$$

et leur volume de stock est:

$$V_1 = 4$$

$$V_2 = 6$$

$$V_3 = 5$$

Comme la saturation est égale à 3 on ne peut produire 4 unités donc on perd une unité de  $X_2$  qui va être un surplus ( $SP_2 = 1$ ).

Aussi on ne peut dépasser la valeur de saturation et la production maximale est 3 mais il manque une unité à  $X_1$  que l'on retire de  $V_1$  ( $V_1 = 3$  à  $T=2$ )

Donc les commandes de stocks sont pour  $X_1, X_2, X_3$  respectivement  $-1, 0, -1$  (le signe moins signifie que l'on retire du volume de stock, c'est une convention).



## 2. Minimisation du surplus

Le surplus n'ayant aucune valeur économique on doit faire en sorte qu'il soit le plus petit possible.

L'algorithme utilisé nous permet d'arriver à un tel résultat. On choisit une valeur moyenne autour de laquelle doit varier la production. Cette valeur doit être choisie de telle manière que la somme totale du surplus doit être minimale.

On remarque dans les résultats obtenues que le surplus est assez faible et qu'il est même nulle pour la troisième entrée.

## 3. Choix de la valeur moyenne

L'algorithme développé permet le choix de la valeur moyenne selon le critère de minimisation de l'écart entre la valeur réelle et celle obtenue par le modèle.

On a tracé la courbe donnant cet écart en fonction de la valeur moyenne et la valeur qui donne l'écart minimale est celle qui est choisie.

On peut aussi faire le choix de la valeur moyenne selon le critère de minimisation du surplus. C'est à dire pour différentes valeurs de la production moyenne on applique l'algorithme qui minimise le surplus total c'est à dire la somme des surplus et on détermine la valeur qui réalise cette condition.

## 4. Matrice des distances:

Les résultats nous donnent les graphes des intégrales de la différence entre les différentes entrées ce qui permet de déterminer les éléments de la matrice des distances qui sont données par la relation:

$$d(x_i, x_j) = \sup_{t \in \mathbb{R}} \left| \int_0^T x_i(t) - x_j(t) \right|$$

On voit par exemple que pour l'élément  $d_{11}$  de la matrice on a la valeur 0

Pour  $d_{12} = \sup_{t \in \Delta} \left| \int_0^T X_1(t) - X_2(t) \right|$  on a  $d_{12} = 8$  qui est effectivement la valeur supérieure de l'intégrale  $X_1(t) - X_2(t)$

Dans un second le programme calcule la somme des éléments des lignes de la matrice pour que l'on puisse déterminer le volume nominal qui est égal au minimum des sommes calculées.

Dans notre cas le volume nominal correspond à l'entrée 3 et il est égal à 13.

On peut chercher si il est possible d'avoir un volume plus optimal en changeant les valeurs de l'entrée 3. (matrice  $\Delta'$ )

Dans ce cas la répartition de volumes se fait comme suit :

entrée 1 :  $V_1 = 9$

entrée 2 :  $V_2 = 2$

entrée 3 :  $V_3 = 0$

entrée 4 :  $V_4 = 2$

# CHAPITRE VIII

## Grand système stochiométrique

Comme on l'a déjà vu le grand système stochiométrique diffère des autres grands systèmes par :

- La nature des variables d'entrées qui suivent des processus ergotiques stationnaires.
- Une seule sortie  $y(t)$  non différentiable.
- Des coefficients stochiométriques  $d_i(t)$
- La nature des variables de commande  $s_i(t)$  et  $r(t)$  associées aux volumes de stocks  $V_i(t)$  et  $V_r(t)$ .

Vu sa complexité il est impossible de faire l'étude de ce système en utilisant les méthodes usuelles. Ce qui nous amène à l'utilisation des méthodes de simulation et modélisation. En effet le modèle mathématique est obtenu à partir d'une analyse finie où chaque élément de ce système est étudié séparément. Le modèle global est obtenu en tenant compte des multiples liaisons entre les sous-systèmes.

Mais le contrôle optimal de tout grand système ne signifie pas l'optimum de chaque sous-système. Notre objectif ne sera atteint que si la différence entre l'offre et la demande est minimale. Cela n'est possible que si l'on connaît la demande du marché, on essaiera alors de déterminer les sorties optimales des sous-systèmes en veillant à diminuer le surplus.

Donc le premier travail est l'étude du marché et l'évaluation de la demande puis on voit si l'on peut la satisfaire compte tenu des capacités de production et la concurrence. Pour cela il a fallu choisir une valeur moyenne autour de laquelle doit varier la production réelle. Cela étant fait on peut alors étudier notre grand système étape par étape en

partant de la sortie finale jusqu'au composants élémentaires et produits bruts.

Mais le problème qui se pose est comment se fera cette étude. Il existe quelques critères et conditions qu'il faut respecter :

On limite le dernier sous-système dont le filtre correspond à l'assemblage final du produit. Connaissant la sortie  $\bar{y}$  on peut alors déterminer avec précision les variations des entrées en veillant à minimiser le surplus. Or ces entrées peuvent elles aussi des sorties d'autres sous-systèmes dont il faut optimiser la sortie en procédant aussi étape par étape. Pour illustrer on donne un exemple avec 2 niveaux et les étapes à suivre sont : (voir figure 28)

- La solution du niveau I est imposée par celle du niveau II.
- La solution du niveau II est imposée par celle du niveau I.

Soient :

$y_i$  les sorties relatives à chaque sous-système  $i$ .

$y$  la sortie finale qui est le produit qui sera vendu.

En effet :

$$\max y_i(t) = \min \left\{ \frac{X_{ii}(t) + S_{ii}(t)}{a_{ii}}, \dots, \frac{X_{ni}(t) + S_{ni}(t)}{a_{ni}} \right\}$$

est imposé par le circuit non linéaire (CNL) $_i$  qui est caractérisé par :

$$\max \int_0^T f(y_i + r_i) dt$$

ou :  $X_{ij}(t)$  variables d'entrées des sous-systèmes  $i$  ayant  $j$  entrées chacun et telles que :

$$\frac{1}{T} \int_0^T X_{ij}(t) dt = \bar{X}_i \quad \forall j$$

$S_{ij}(t)$  variables de commande de stocks telles que :

$$\int_0^T S_{ij}(t) dt = 0$$

$r_{ij}(t)$  variables de commande de stock à la sortie des filtres stochiométriques et telles que:

$$\int_0^T r_{ij}(t) dt = 0$$

$d_{ij}$  coefficients stochiométriques.

Or comme tout est lié, la sortie d'un sous-système peut être l'entrée d'un autre sous-système donc il faut en tenir compte.

Mais en partant de ce raisonnement, il se peut que l'on ait un très écart entre l'offre et la demande d'où la possibilité d'un surplus qu'on cherche à tout prix à minimiser. D'où le fait de connaître  $\Pi$  caractérise la sortie du niveau I.

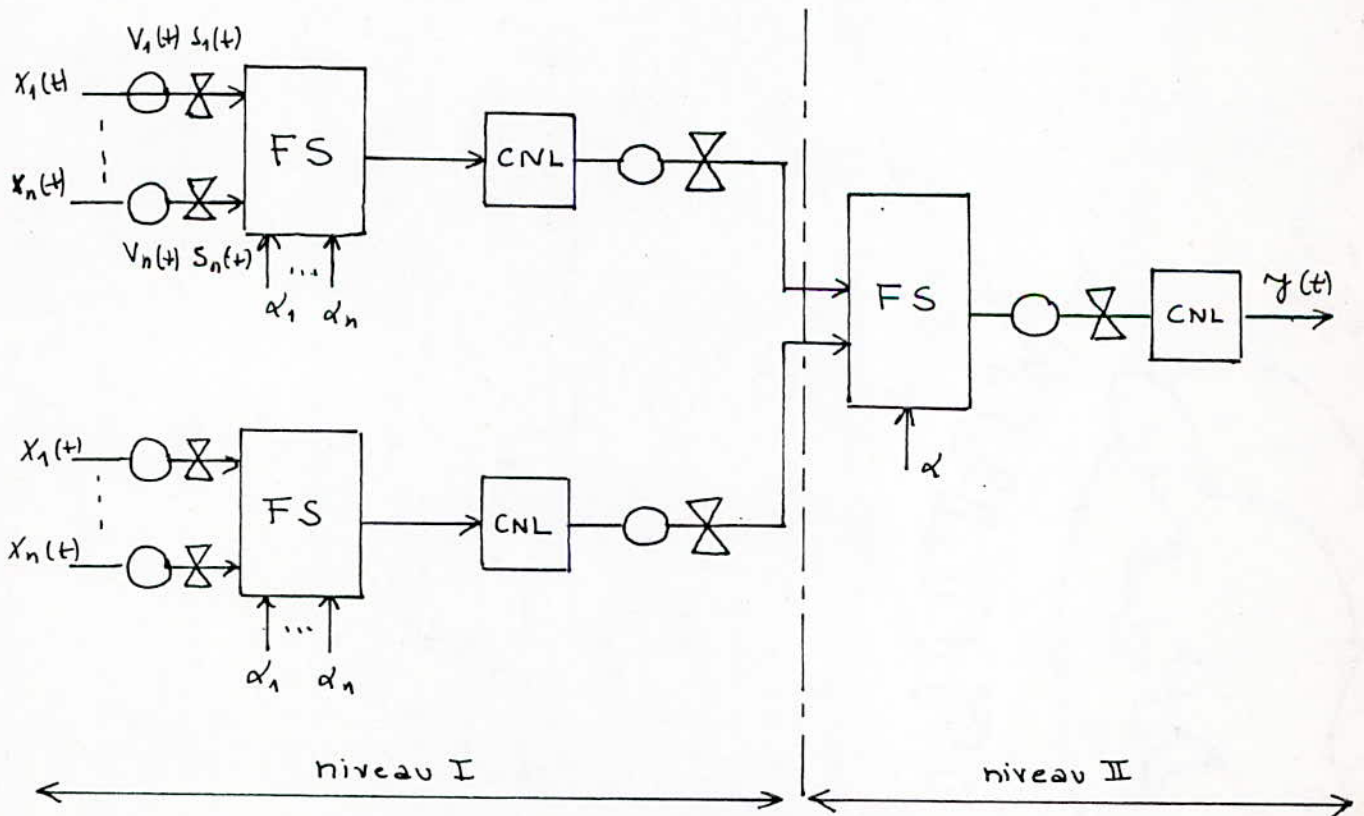


Figure .28.

## Conclusion

Cette étude a été faite dans le but du contrôle optimal d'un grand système stochiométrique. Le contrôle a été étudié pour un sous-système en temps réel et en temps différé. En temps réel, ce qui permet une exploitation rapide des informations issues du système et facilite la prise de décisions, mais dans ce cas le contrôle optimal n'est pas toujours celui obtenu par le modèle; Il peut y avoir une marge d'erreur. En temps différé car les résultats obtenus permettent de faire des prévisions sur les investissements à faire, la production, l'établissement du budget etc...

L'originalité de ce travail réside dans l'introduction de la notion de distance pour le stock. Cette notion nous a permis de faire notre modèle et d'établir des algorithmes qui nous permettent de réaliser les objectifs que l'on s'est fixés; à savoir la maximisation de la production, la minimisation du surplus, le contrôle en temps différé etc...

La solution du grand système est obtenue en faisant la coordination des solutions des différents sous-systèmes.

Il est à signaler enfin que le travail a été fait pour un système décomposé hiérarchiquement donc le modèle établi à être appliqué à d'autres systèmes non hiérarchiques ou il y a interaction entre sous-systèmes d'un même niveau et ou la sortie d'un sous-système influe sur les entrées ou l'une d'elles.

# ANNEXES

## Annexe 1 Génération d'une fonction périodique par la méthode des douze points

1°/ Définition: Étant donné une fonction  $S$  définie sur le segment  $[0, 2\pi]$ , on appelle série de Fourier générée par la méthode des 12 points la suite trigonométrique :

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^3 (a_n \cos nt + b_n \sin nt)$$

où  $a_n$  et  $b_n$  sont des coefficients de Fourier donnés par un calcul approché.

### 2°/ Problème :

La série de Fourier est-elle convergente? Sa somme est-elle  $S(t)$ ? Une réponse à ces questions est donnée par le théorème de Dirichlet qui s'énonce ainsi :

" Soit  $S$  une fonction périodique, de période  $2\pi$  satisfaisant dans un intervalle d'amplitude  $2\pi$  aux conditions suivantes (dites conditions de Dirichlet) :

a/ les discontinuités de  $S$  sont de 1<sup>ère</sup> ordre et en nombre fini sur une période

b/  $S$  est monotone par morceaux

Dans ces conditions, la série de Fourier  $S$  converge et a pour somme

a/  $S(t)$  en tout point  $t$  où  $S$  est continue

b/  $\frac{1}{2} [S(t+0) + S(t-0)]$  en tout où  $S$  présente une discontinuité de 1<sup>ère</sup> espèce.

### 3°/ Calcul des coefficients de Fourier

Soit  $f_n = S(t_n)$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, 12$ ) les valeurs de  $f = S(t)$  aux points équidistants  $t_n = \frac{n\pi}{6}$  de l'intervalle fermé  $[0, 2\pi]$ .

En outre  $y_0 = y_{12}$ . Formons les tableaux suivants:

	$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$
		$y_{11}$	$y_{10}$	$y_9$	$y_8$	$y_7$	
Somme ( $\Sigma$ )	$u_0$	$u_2$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$
Difference ( $\Delta$ )		$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$	

	$u_0$	$u_1$	$u_2$	$u_3$
	$u_6$	$u_5$	$u_4$	
Sommes	$s_0$	$s_1$	$s_2$	$s_3$
Differences	$t_0$	$t_1$	$t_2$	

	$v_1$	$v_2$	$v_3$
	$v_5$	$v_4$	
Sommes	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$
Differences	$\tau_1$	$\tau_2$	

Les coefficients de Fourier  $a_n$  et  $b_n$  ( $n=0, 1, 2, 3$ ) peuvent être approximativement donnés par les formules suivantes:

$$\begin{aligned}
 6 a_0 &= s_0 + s_1 + s_2 + s_3 \\
 6 a_1 &= t_0 + 0,866 t_1 + 0,5 t_2 \\
 6 a_2 &= s_0 - s_3 + 0,5 (s_1 - s_2) \\
 (1) \quad 6 a_3 &= t_0 - t_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6 b_1 &= 0,5 \sigma_1 + 0,866 \sigma_2 + \sigma_3 \\
 6 b_2 &= 0,866 (\tau_1 + \tau_2) \\
 6 b_3 &= \sigma_1 - \sigma_2
 \end{aligned}$$

Exemple: Déterminer le polynôme de Fourier correspondant à la fonction  $y(t) = s(t)$  ( $0 \leq t \leq 2\pi$ ) donnée par le tableau:



$y_0$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$y_4$	$y_5$	$y_6$	$y_7$	$y_8$	$y_9$	$y_{10}$	$y_{11}$
38	38	12	4	14	+4	-18	-23	-24	-27	8	32

Formons les tableaux suivants:

$y$	38	38	12	4	14	+4	-18
		32	8	-24	-27	-23	
$u$	38	70	20	-20	-13	-15	-18
$v$		6	4	28	41	27	

$u$	38	70	20	-20
	-18	-19	-13	
$s$	20	51	7	-20
$t$	56	89	33	

$v$	6	4	28
	27	41	
$r$	38	45	28
	-21	-37	

D'après les relations (1) on a les coefficients de Fourier suivants:

$$a_0 = 9,7 ; a_1 = 24,9 ; a_2 = 10,3 ; a_3 = 3,8$$

$$b_1 = 13,9 ; b_2 = -8,4 ; b_3 = 0,8$$

## Annexe 2 Algorithme de choix de $T$ , $V_0$ et $V_{max}$

Nécessité du stock: Contrairement à ce que l'on pense souvent, en raison du coût qu'il représente, le stock correspond à une nécessité économique. La compréhension des conditions de son apparition est indispensable si l'on veut résoudre le problème d'une façon satisfaisante. Il y a stock dans deux hypothèses bien définies.

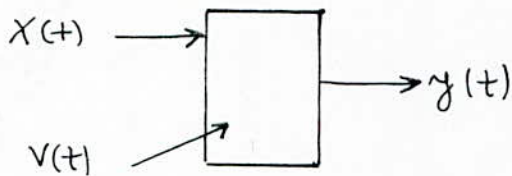
a/ Lorsque, pour une raison ou une autre, il existe à un stade du mouvement de la marchandise depuis le lieu de sa production jusqu'au lieu de son utilisation, une discordance entre le débit en amont et en aval du stade en question.

b/ Lorsque on craint l'éventualité d'une telle discordance sans être assuré de son ampleur ni même de son sens.

L'existence du stock est justifiée chaque fois que son coût de possession est inférieur soit au coût résultant de la suppression des discordances, soit au coût des conséquences du décalage résultant de la non-compensation des discordances.

Finalement le stock correspond à une nécessité économique fondamentale et fait partie de la planification et de la gestion dans l'entreprise.

Le suivant algorithme nous donne la période  $T$  d'approvisionnement du stock.

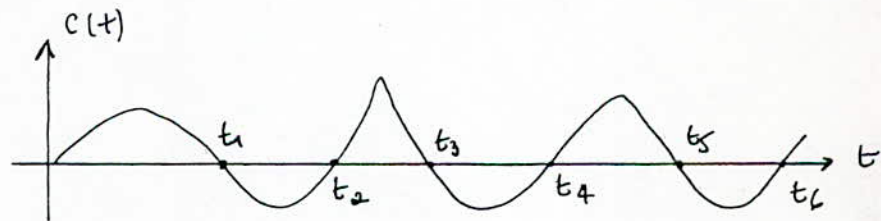


$$V(t) = V_0 + \int_0^T [X(t) - y(t)] dt$$

$$V(t) = V_0 + c(t)$$

$$c(t) = \int_0^T [X(t) - y(t)] dt$$

1°/ On calcule  $c(t)$



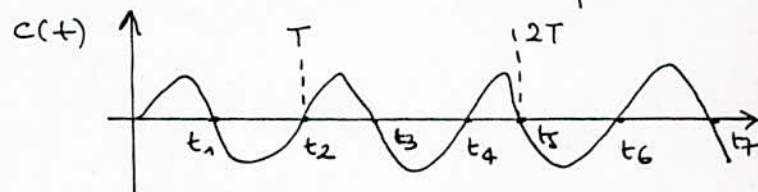
2°/ On détermine  $t_1, t_2, t_3, \dots$ , points de passage par zéro de  $c(t)$

3°/ En pratique:

$$t = T \quad (\text{par exemple } T = t_3)$$

On peut trouver parmi les valeurs  $t_i$  les valeurs telles que :

$$t_k = 2T ; t_L = 3T, \dots$$



4°/ Après avoir déterminé  $T$  on prépare l'algorithme en ajoutant l'hypothèse :

$$V_0 = V(T) = V(2T) = \dots = V(mT)$$

On choisit  $V_0$  (volume initial) et  $V_m$  (volume max) tel que:

$$0 \leq V_0 + \int_0^t [x(\tau) - y(\tau)] d\tau \leq V_m$$

soit toujours vérifiée.

5° Simplification possible:

$$* V_0 = \frac{1}{2} V_m = \max \int_0^{\theta} [x(\tau) - y(\tau)] d\tau$$

$$\theta \in [(m-1)T, mT]$$

\*  $C(t) = 0$  pour  $t = mT$   $m = 0, 1, \dots, T$  donné.

### Calculs

On a  $x(t)$  et  $y(t)$ ,  $t \in [0, T]$  on fixe  $\Delta T$  ce qui nous donne  $\{x(n), y(n), \{x(n)\}, \{y(n)\}\}$

$$1^\circ A(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau \cong A(n) = \Delta T \sum_{k=0}^n x(k)$$

$$2^\circ B(t) = \int_0^t y(\tau) d\tau \cong B(n) = \Delta T \sum_{k=0}^n y(k)$$

$$3^\circ C(t) = \int_0^t [x(\tau) - y(\tau)] d\tau \cong C(n) = \Delta T \sum_{k=0}^n (x(k) - y(k)) \cong A(n) - B(n)$$

$$4^\circ \{n_i\} \quad C(n) \cong 0 \quad n_i < n_{i+1}$$



Pour  $n_1$ :

$$\min(|2n_1 - n_1|, |2n_1 - n_2|, \dots, |2n_1 - n_k|) = D(1, 2)$$

$$\min(|3n_1 - n_1|, |3n_1 - n_2|, \dots, |3n_1 - n_k|) = D(1, 3)$$

$$\vdots$$

$$\min(|Ln_1 - n_1|, |Ln_1 - n_2|, \dots, |Ln_1 - n_k|) = D(1, L)$$

$$5 a / \quad E(1, L) = \sum_{i=2}^L D(1, i)$$

Pour  $n_2$ :

$$\min(|2n_2 - n_1|, |2n_2 - n_2|, \dots, |2n_2 - n_k|) = D(2, 2)$$

$$\min(|3n_2 - n_1|, |3n_2 - n_2|, \dots, |3n_2 - n_k|) = D(2, 3)$$

$$\vdots$$

$$\min(|Ln_2 - n_1|, |Ln_2 - n_2|, \dots, |Ln_2 - n_k|) = D(2, L)$$

$$5b) \quad E(2, L) = \sum_{i=2}^L D(2, i)$$

⋮

$$5r) \quad \text{Pour } n_r \text{ on aura : } E(r, L) = \sum_{i=2}^L D(r, i)$$

$$\min [E(1, L), E(2, L), \dots, E(r, L)] = E(w, L)$$

De  $E(w, L)$  on tire  $T = w$

Vérification:

On calcule  $E(\delta, L)$  pour  $n_\delta = 0,5 n_w$

$n_w$  paire : pour  $n_\delta = 0,5 (n_w \pm 1)$

$n_w$  impair : on calcule  $E(\delta, L)$  pour  $n_\delta = \frac{1}{3} n_w$  ou  $n_\delta = \frac{1}{3} (n_w \pm 1)$

Si :

$E(\delta, L) \gg E(w, L)$  on prend  $T = n_w$ .

$E(\delta, L) \simeq E(w, L)$  on prend  $T = \begin{cases} 0,5 n_w \\ 0,5 (n_w \pm 1) \\ \frac{1}{3} n_w \\ \frac{1}{3} (n_w \pm 1) \end{cases}$

$$6^o) \quad V_0^1 = \left| \min \{ c(1), c(2), \dots, c(T) \} \right|$$

$$V_0^2 = \left| \min \{ c(T+1), c(T+2), \dots, c(2T) \} \right|$$

⋮

$$V_0^p = \left| \min \{ c[(p-1)T+1], c[(p-1)T+2], \dots, c[pT] \} \right|$$

$$V_0 = \max (V_0^1, V_0^2, \dots, V_0^p)$$

$$7^o) \quad V_m^1 = \max \{ c(1), c(2), \dots, c(T) \}$$

$$V_m^2 = \max \{ c(T+1), c(T+2), \dots, c(2T) \}$$

⋮

$$V_m^p = \max \{ c[(p-1)T+1], c[(p-1)T+2], \dots, c[pT] \}$$

$$V_m = V_0 + \max(V_m^1, V_m^2, \dots, V_m^P)$$

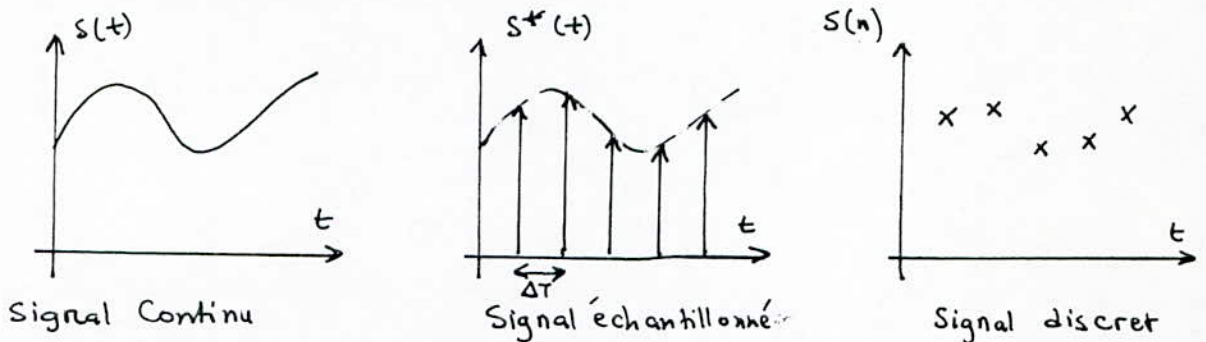
Conclusion:

Sur la base de  $\{x(n)\}$  et  $\{y(n)\}$  on a déterminé  $T, V_0, V_m$ .

### Annexe 3 Choix de la période d'échantillonnage

Vu que l'on travaille avec un ordinateur et que l'on a un signal continu  $s(t)$ , il faut échantillonner ce dernier. Le passage de la représentation continue à la représentation discrète est appelé "discretisation".

Pour faire le lien entre le signal discret et continu on utilise un troisième signal échantillonné  $S^*(t)$  obtenu par la multiplication du signal continu par un train d'impulsions de Dirac.



Par définition on peut écrire:

$$S^*(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} S(n\Delta t) \delta(t - n\Delta t)$$

Le passage de  $S(t)$  et  $S^*(t)$  sera symbolisé par l'échantillonneur représenté en (a)

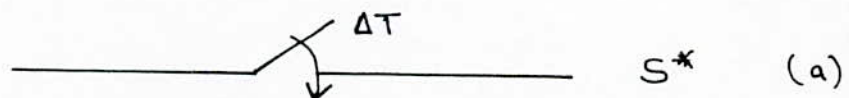


Schéma bloc de l'échantillonneur

Problème posé: Comment choisir la période d'échantillonnage  $\Delta T$  de manière à éviter une dégradation d'information important due à la discretisation.

1° Théorème de Shannon: Si la fréquence d'échantillonnage d'un signal est au moins supérieure au double de la fréquence la plus haute

Contenue dans ce signal on obtient une information discrète équivalente à l'information continue.

2° Pour être plus précis quant au choix de  $\Delta T$ , on procède comme suit:

On a :

- le signal continu:  $S(t)$
- le signal échantillonné  $S^*(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} S(t) \delta(t - n\Delta T)$
- le signal discret  $S_n = S(n\Delta T)$

Signal Continu	Signal discret
Fonction d'autocorrelation	
$C_{xx}(\eta) = \frac{1}{T} \int_0^T S$	
Densité Spectrale	
$C_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{xx}(\eta) e^{-j\omega\eta} d\eta$	$C_{xx}(\omega) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_{xx}(k) e^{-j\omega k \Delta T}$
Transformée de Fourier inversée	
$C_{xx}(\eta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} C_{xx}(\omega) e^{j\omega\eta} d\omega$	$C_{xx}(k) = \frac{1}{2\pi} \sum_{-\infty}^{+\infty} C_{xx}(\omega) e^{j\omega k \Delta T}$

En calculant  $C_{xx}(\eta)$  et  $C_{xx}(k)$  et les transformées inverses on fait la comparaison:

$$C_{xx}(\omega) \approx C_{2xx}(\omega) \Rightarrow C_{xx}(\eta) = C_{xx}(k)$$

Alors  $\Delta T$  est bien choisie, dans le cas contraire on prend  $\Delta T' < \Delta T$  et on fait un nouveau échantillonnage.

Remarque :  $N = \frac{T}{\Delta T}$  qualité de l'information

On prend soin à ce que  $\frac{1}{\Delta T} \geq \frac{2}{T}$ .

## Annexe 4 : Matrice de corrélation

Dans l'étude du sous-système, il peut se trouver que certaines entrées sans être liées par liaison fonctionnelle, ne soient pas totalement indépendantes. On dira alors qu'il existe entre elles une liaison stochastique ou qu'elles sont corrélées. Pour l'étude de cette liaison il existe deux procédés :

1/ - Régression

2/ - Corrélation : contrairement à la régression elle ne distingue ni les variables dépendantes ni indépendantes et toutes les variables sont aléatoires.

Coefficient de corrélation :

$$r = \frac{C}{\sigma_x \sigma_y}$$

$C$  : Covariance de  $x$  et  $y$  et  $C = E(xy) - E(x)E(y)$  (1)

$\sigma_x$  et  $\sigma_y$  variances respectives de  $x$  et  $y$ .

Quelle que soit la loi de probabilité du couple  $(x, y)$   $r$  est compris entre les valeurs  $-1$  et  $+1$ . Si :

\*  $r = 0$   $x$  et  $y$  sont indépendantes

\*  $|r| = 1$   $x$  et  $y$  sont liés par une relation fonctionnelle.

Si la loi de  $x$  et  $y$  est normale, réciproquement :

\*  $r = 0$  entraîne l'indépendance de  $x$  et  $y$

\*  $r = 1$  implique une relation fonctionnelle.

Or généralement il est difficile de calculer le coefficient de corrélation par la formule (1) donc on est obligé de prendre une autre méthode afin d'arriver à notre but.

Indice de corrélation :

On peut caractériser l'intensité de la liaison stochastique entre les variables  $x$  et  $y$  par le rapport de la variance résiduelle  $\sigma_{x/y}^2$  à la variance marginale  $\sigma_y^2$ . En fait on utilise le complément à un de ce rapport.

Soit  $r^2$  cette quantité appelée indice de corrélation :

$$\rho = 1 - \left( \frac{\sigma^2_{x/y}}{\sigma^2_y} \right)$$

Dans le cas où  $x$  et  $y$  suivent la loi normale cette quantité est égale au carré du coefficient de corrélation.

Pratiquement on calcule  $r^2$  à l'aide des expressions suivantes :

$$\rho = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \sum_i (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{n \sigma_x \sigma_y}$$

On montre que  $r$  est une estimation convergente, mais biaisée de  $\rho$ . Sa loi de probabilité est complexe.

Toutefois si la taille de l'échantillon est grande ( $n > 100$ ) la loi de distribution de  $r$  peut être considérée comme normale de moyenne  $\rho$  et d'écart-type :  $\frac{1 - r^2}{\sqrt{n-1}}$

Remarque: Pour les valeurs de  $n$  comprises entre 30 et 100, on utilise le procédé dit de la corrélation transformée de Fisher. Considérons la variable aléatoire :

$$z = \frac{1}{2} \text{Log} \frac{1+\rho}{1-\rho} = \text{Arctg} r.$$

On montre que  $z$  suit sensiblement une loi normale de moyenne égale à :  $\frac{1}{2} \text{Log} \frac{1+r}{1-r}$  et d'écart-type  $1/\sqrt{n-3}$ .

Cette transformation a été tabulée. Elle permet de résoudre les problèmes d'intervalles de confiance, de comparaison à un standard; en particulier la comparaison de  $\rho$  à 0.

Ayant calculé  $\rho$  suivant la méthode précédente on peut alors trouver la matrice de corrélation.

Pour les variables  $X_i$  qui suivent des lois normales on a :

- La variance :  $E(X_i - \mu)^2 = \sigma_i^2$

- La covariance entre  $X_i$  et  $X_{i-1}$  :  $E[(X_i - \mu)(X_{i-1} - \mu)] = r \sigma_i^2$



- La covariance entre  $X_i$  et  $X_{i-j}$ :  $E[(X_i - \mu)(X_{i-j} - \mu)] = r^j \sigma_i^2$

Exemple:

$$E[(X_1 - \mu)(X_3 - \mu)] = r^2 \sigma_i^2$$

Remarque:

$$r_{ij} = \frac{\text{cov}(X_i, X_j)}{\sigma_i \sigma_j}$$

$$r_{ii} = \frac{\text{cov}(X_i, X_i)}{\sigma_i \sigma_i} = \frac{E(X_i - \mu)^2}{E(X_i - \mu)^2} = 1$$

La matrice de corrélation est la suivante:

$$\text{COV} = \begin{bmatrix} \text{Var}(X_1) & \text{cov}(X_1, X_2) & \dots & \text{cov}(X_1, X_n) \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(X_n, X_1) & \dots & \dots & \text{Var}(X_n) \end{bmatrix}$$

$$\text{COV} = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & r \sigma_i^2 & \dots & r^{n-1} \sigma_i^2 \\ r \sigma_i^2 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ r^{n-1} \sigma_i^2 & \dots & \dots & \sigma_i^2 \end{bmatrix}$$

Comme  $\rho_{ij} = \frac{\text{Cov}(X_i, X_j)}{\sigma_i \sigma_j}$  on a la matrice de corrélation:

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & r & \dots & r^{n-1} \\ r & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ r^{n-1} & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Influence du coefficient de corrélation:

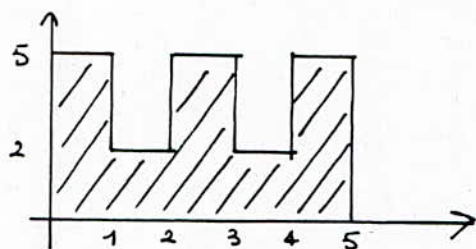
Comme on vient de le voir, le coefficient de corrélation permet de déterminer la dépendance qui existe entre les deux entrées. En fait

Si l'on a plusieurs entrées et on veut savoir quelle est la sortie et si de plus il existe une corrélation entre les entrées on peut alors faire l'étude de la variation d'une seule entrée et trouver l'évolution des autres entrées grâce au coefficient de corrélation.

Concluons sur l'importance de ce coefficient car il diminue le temps de calcul de la machine car on n'a pas à utiliser toutes les entrées.

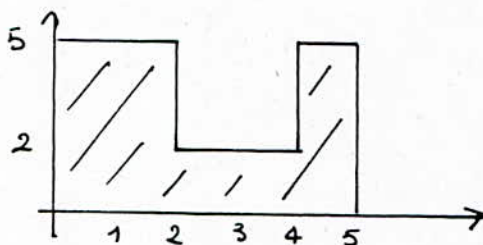
### Influence de la variance:

Elle permet de maintenir la sortie (production) constante.



$$\bar{y} = 19$$

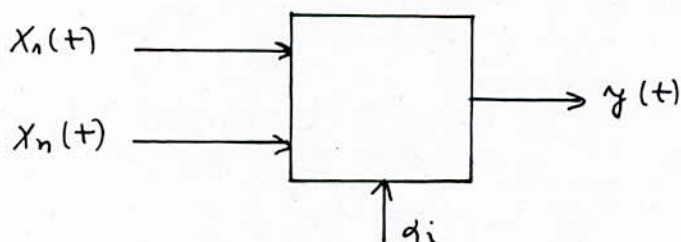
$$\sigma^2 = 17$$



$$\bar{y} = 19$$

$$\sigma^2 = 11$$

### Calcul du minimum des variables aléatoires suivant des lois normales:



a/  $X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$  et les  $X_i$  sont indépendantes.

$$y = \min(X_1, \dots, X_n) = g(X_1, \dots, X_n)$$

$$F_y(y) = P_b(Y \leq y) = P_b[g(X_1, \dots, X_n) \leq y]$$

$$= P_b[\min(X_1, \dots, X_n) \leq y]$$

$$= 1 - P_b[\min(X_1, \dots, X_n) > y]$$

$$F_Y(y) = P_b(Y \leq y) = 1 - P_b(X_1 > y, X_2 > y, \dots, X_n > y)$$

$$F_Y(y) = 1 - P_b(X_1 > y, \dots, X_n > y)$$

Puisques les  $X_i$  sont indépendantes :

$$F_Y(y) = 1 - \prod_{i=1}^n P_b(X_i > y)$$

$$F_Y(y) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P_b(X_i \leq y))$$

$$F_Y(y) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - F_{X_i}(y))$$

Et puisque les  $X_i$  suivent la même loi :

$$F_Y(y) = 1 - [1 - F_{X_i}(y)]^n$$

b) Il existe une corrélation entre les variables  $X_i$  :

$$Y = \min(X_1, \dots, X_n)$$

$$X_i \sim N(\mu_i, \sigma_i)$$

La loi de la première variable  $X_i$  est :

$$F_X(x) = \int_0^x f(t) dt \quad \text{avec : } f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

La loi d'ensemble des  $X_i$  est :

$$F(X_1, \dots, X_n, \mu, \sigma, r) dx_1 dx_2 \dots dx_n = \\ = (2\pi)^{n/2} (1-r^2)^{-\frac{n-1}{2}} e^{-\frac{1}{2}\left[X_i^2 + \sum_i \frac{(X_i - rX_{i-1})^2}{1-r^2}\right]} dx_1 \dots dx_n$$

ou  $r$  est le coefficient de corrélation.

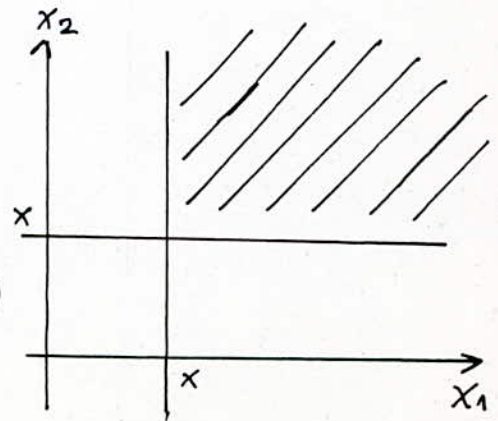
$$d) Y = \min(X_1, X_2)$$

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$

$$P(Y \leq x) = P_b(\min(X_1, X_2) \leq x)$$

$$= 1 - P_b(\min(X_1, X_2) > x)$$

$$P(Y \leq x) = 1 - P_b(X_1 > x \text{ et } X_2 > x)$$



$$\begin{aligned} \text{Or } P_b(X_1 > x \text{ et } X_2 > x) &= 1 - P(X_2 < x) - P(X_1 < x \text{ et } X_2 > x) \\ &= 1 - P(X_2 < x) - [P(X_1 < x) - P(X_1 < x \text{ et } X_2 < x)] \end{aligned}$$

Done :

$$P(Y \leq x) = 1 - 1 + P(X_2 < x) + P(X_1 < x) - P(X_1 < x \text{ et } X_2 < x)$$

$$P(Y \leq x) = P(X_2 < x) + P(X_1 < x) - P(X_1 < x \text{ et } X_2 < x)$$

$$F_Y(x) = F_{X_2}(x) + F_{X_1}(x) - F_{X_1, X_2}(x)$$

$$f_Y(x) = \frac{\partial F_Y(x)}{\partial x}$$

$$\mu_Y = \int_0^x x f_Y(x) dx = E(x)$$

$$\sigma_Y^2 = E(x - \mu)^2 = \int (x - \mu)^2 f_Y(x) dx$$

```

10 KEY OFF : CLS : CLEAR : RESET Voir Fig 19 et 20
20 DEFINT I,N,T,S
30 PRINT
40 PRINT TAB(18) "PROGRAMME DE MAXIMISATION DE LA PRODUCTION"
50 PRINT TAB(18) "-----"
60 PRINT : PRINT
70 PRINT TAB(18) "ENTREES" TAB(32) "SATURATION" TAB(47) "NOMBRE DE CAS"
80 PRINT TAB(18) "-----" TAB(32) "-----" TAB(47) "-----"
90 PRINT TAB(27) ", " TAB(44) ", " CHR$(30) TAB(20) : INPUT " " , N,SA,T
100 LPRINT
110 LPRINT TAB(19) "PROGRAMME DE MAXIMISATION DE LA PRODUCTION"
120 LPRINT TAB(19) "-----"
130 LPRINT
140 LPRINT "DONNEES INITIALES"
150 LPRINT "-----"
160 LPRINT
170 LPRINT TAB(20) "NOMBRE D'ENTREES..... " N
180 LPRINT TAB(20) "VOLUME DE SATURATION..... " SA
190 LPRINT TAB(20) "PERIODE..... " T
200 LPRINT
210 LPRINT TAB(20) "ENTREE" TAB(30) "COEFFICIENT" TAB(45)
220 LPRINT "STOCK INITIALE" TAB(62) "STOCK MAX"
230 LPRINT TAB(20) "-----" TAB(30) "-----" TAB(45)
240 LPRINT "-----" TAB(62) "-----"
250 DIM AL(N),V(T+1,N),VM(N),X(T,N),Y(T),S(T,N),SP(T,N),PT(T),D(N)
260 DIM Y1$(SA),X1$(2*T),TB$(SA,2*T)
270 PRINT : PRINT
280 PRINT TAB(10) "ENTREE" TAB(20) "ALPHA I" TAB(35) "STOCK INITIAL" ;
290 PRINT TAB(55) "STOCK MAX"
300 PRINT TAB(10) "-----" TAB(20) "-----" TAB(35) "-----" ;
310 PRINT TAB(55) "-----"
320 FOR I = 1 TO N
330 PRINT TAB(31) ", " TAB(51) ", " CHR$(30) TAB(12) I TAB(20) :
340 INPUT " ",AL(I),V(1,I),VM(I)
350 LPRINT TAB(21) I TAB(34) AL(I) TAB(50) V(1,I) TAB(65) VM(I)
360 NEXT I
370 REM
380 REM LECTURE DES DONNEES
390 REM
400 A$="ENTREE X"
410 FOR J = 1 TO N
420 CLS : PRINT TAB(30) "DONNEES INITIALES"
430 PRINT TAB(30) "-----"
440 PRINT TAB(30) "TEMPS " + A$ + CHR$(48+J)
450 PRINT TAB(30) "-----"
460 FOR I = 1 TO T
470 PRINT TAB(30) I TAB(37)
480 INPUT " ", X(I,J)
490 NEXT I
500 NEXT J
510 FOR J = 1 TO T
520 REM
530 REM CALCUL DES VALEURS DE LA FONCTION STOCK ET DU
540 REM NOUVEAU VOLUME DU STOCK POUR CHAQUE ENTREE
550 REM

```

```

560 MI = SA
570 FOR I=1 TO N
580 IF MI <=(X(J,I)+V(J,I))/AL(I) THEN 600
590 MI=(X(J,I)+V(J,I))/AL(I)
600 NEXT I
610 Y(J) = MI
620 FOR I = 1 TO N
630 S(J,I) = X(J,I) - AL(I)*Y(J)
640 V(J+1,I) = V(J,I) + S(J,I)
650 IF V(J+1,I) <= VM(I) THEN 690
660 SP(J,I) = V(J+1,I) - VM(I)
670 V(J+1,I) = VM(I)
680 S(J,I) = S(J,I) - SP(J,I)
690 NEXT I
700 NEXT J
710 REM
720 REM      IMPRESSION DES VALEURS :
730 REM
740 REM
750 REM      - ENTREES DU SYSTEM
760 REM      - VOLUME DU STOCK
770 REM      - PRODUCTION MAXIMAL
780 REM      - FONCTION STOCK
790 REM      - SURPLUS
800 REM
810 LPRINT
820 LPRINT " T " ;
830 FOR I = 1 TO N : LPRINT " X" CHR$(48+I) ;
840 NEXT I
850 LPRINT " Y " ;
860 FOR I = 1 TO N : LPRINT " V" CHR$(48+I) ;
870 NEXT I
880 LPRINT " " ;
890 FOR I = 1 TO N : LPRINT " S" CHR$(48+I) ;
900 NEXT I
910 FOR I = 1 TO N : LPRINT " SP" CHR$(48+I) ;
920 NEXT I
930 LPRINT TAB(2) "-" TAB(4)
940 FOR I = 1 TO N : LPRINT " --" ;
950 NEXT I
960 LPRINT " - " ;
970 FOR I =1 TO N : LPRINT " --";
980 NEXT I
990 LPRINT " " ;
1000 FOR I =1 TO N : LPRINT " --";
1010 NEXT I
1020 FOR I = 1 TO N : LPRINT " ---";
1030 NEXT I
1040 FOR I =1 TO T
1050 LPRINT TAB(1) I TAB(5) ;
1060 K=5
1070 FOR J = 1 TO N
1080 K=K+4
1090 LPRINT X(I,J) TAB(K) ;
1100 NEXT J

```

```

1110 K=K+5
1120 LPRINT " " Y(I) TAB(K) ;
1130 FOR J = 1 TO N
1140 K=K+4
1150 LPRINT V(I,J) TAB(K) ;
1160 NEXT J
1170 K=K+2
1180 LPRINT TAB(K) ;
1190 FOR J = 1 TO N
1200 K=K+4
1210 LPRINT S(I,J) TAB(K) ;
1220 NEXT J
1230 K=K+1
1240 LPRINT TAB(K) ;
1250 FOR J=1 TO N-1
1260 K=K+5
1270 LPRINT SP(I,J) TAB(K) ;
1280 NEXT J
1290 LPRINT SP(I,N)
1300 NEXT I
1310 PRINT "APPUYER SUR LA BARRE D'ESPACE POUR CONTINUER"
1320 IF INKEY$("<>") THEN 1320
1330 REM
1340 REM          TRACAGE DU GRAPHE DES ENTREES
1350 REM
1360 FOR J = 1 TO N
1370 ENT$ = " X"+CHR$(48+J)+"(t) " : MIN = 0 : MAX = 0
1380 FOR I = 1 TO T
1390 IF X(I,J) < MIN THEN MIN = X(I,J)
1400 IF X(I,J) > MAX THEN MAX = X(I,J)
1410 PT(I) = X(I,J)
1420 NEXT I
1430 M = MAX - MIN
1440 GOSUB 2140
1450 LPRINT : LPRINT : LPRINT TAB(25) "GRAPHE ENTREE X"+CHR$(48+J)
1460 LPRINT TAB(25) "-----" : LPRINT : LPRINT : LPRINT
1470 NEXT J
1480 REM
1490 REM          TRACAGE DU GRAPHE DE LA PRODUCTION MAXIMAL
1500 REM
1510 ENT$ = " Y(t) " : MIN = 0 : MAX = 0
1520 FOR I = 1 TO T
1530 IF Y(I) < MIN THEN MIN = Y(I)
1540 IF Y(I) > MAX THEN MAX = Y(I)
1550 PT(I) = Y(I)
1560 NEXT I
1570 M = MAX - MIN
1580 GOSUB 2140
1590 LPRINT : LPRINT : LPRINT TAB(25) "GRAPHE PRODUCTION"
1600 LPRINT TAB(25) "-----" : LPRINT : LPRINT : LPRINT
1610 REM
1620 REM          TRACAGE DU GRAPHE DES VOLUMES
1630 REM
1640 FOR J = 1 TO N
1650 ENT$ = " V"+CHR$(48+J)+"(t) " : MIN = 0 : MAX = 0

```

```

60 FOR I = 1 TO T
70 IF V(I,J) < MIN THEN MIN = V(I,J)
80 IF V(I,J) > MAX THEN MAX = V(I,J)
90 PT(I) = V(I,J)
00 NEXT I
10 M = MAX - MIN
20 GOSUB 2140
30 LPRINT : LPRINT : LPRINT TAB(25) "GRAPHE VOLUME V"+CHR$(48+J)
40 LPRINT TAB(25) "-----" : LPRINT : LPRINT : LPRINT
50 NEXT J
60 REM
70 REM          TRACAGE DU GRAPHE DU SURPLUS
80 REM
90 FOR J = 1 TO N
00 MIN = 0 : MAX = 0
10 FOR I = 1 TO T
20 PT(I) = SP(I,J)
30 IF PT(I) < MIN THEN MIN = PT(I)
40 IF PT(I) > MAX THEN MAX = PT(I)
50 NEXT I
60 ENT$ = "SP"+CHR$(48+J)+"(t)"
70 M = MAX - MIN
80 GOSUB 2140
90 LPRINT:LPRINT : LPRINT TAB(25) "GRAPHE SURPLUS POUR ENTREE X" CHR$(48+J)
00 LPRINT TAB(25) "-----" : LPRINT : LPRINT : LPRINT
10 NEXT J
20 REM
30 REM          TRACAGE DU GRAPHE DE LA FONCTION STOCK
40 REM
50 FOR J = 1 TO N
60 MIN = 0 : MAX = 0
70 FOR I = 1 TO T
80 PT(I) = S(I,J)
90 IF PT(I) < MIN THEN MIN = PT(I)
00 IF PT(I) > MAX THEN MAX = PT(I)
10 NEXT I
20 M = MAX - MIN
30 ENT$ = " S" + CHR$(48+J) + "(t)"
40 GOSUB 2140
50 LPRINT : LPRINT : LPRINT
60 LPRINT TAB(25) "GRAPHE FONCTION STOCK POUR ENTREE X" CHR$(48+J)
70 LPRINT TAB(25) "-----" : LPRINT : LPRINT
80 LPRINT
90 NEXT J
00 GOTO 2660
10 REM
20 REM          SOUS PROGRAMME DE TRACAGE DES DIFFERENTS GRAPHS
30 REM
40 ERASE TB$
50 DIM TB$(M,2*T)
60 ZERO = ABS(MIN)
70 FOR L = 0 TO M
80 FOR C = 0 TO 2*T
90 TB$(L,C) = CHR$(255)
00 NEXT C

```



```

2210 NEXT L
2220 FOR L=0 TO M
2230 TB$(L,0)=CHR$(179)
2240 A = (L-ZERO) MOD 5
2250 IF A <> 0 THEN 2270
2260 TB$(L,0) = CHR$(180)
2270 NEXT L
2280 FOR C = 1 TO 2*T
2290 TB$(ZERO,C) = CHR$(196)
2300 A = C MOD 10
2310 IF A <> 0 THEN 2330
2320 TB$(ZERO,C) = CHR$(194)
2330 NEXT C
2340 FOR C = 1 TO T
2350 I = PT(C) : K = 2*(C-1)+1
2360 IF I = 0 THEN 2470
2370 IF I > 0 THEN 2430
2380 FOR L = ZERO + I TO ZERO - 1
2390 TB$(L,K) = CHR$(219)
2400 TB$(L,K+1) = CHR$(219)
2410 NEXT L
2420 GOTO 2470
2430 FOR L = ZERO + 1 TO ZERO + I
2440 TB$(L,K) = CHR$(219)
2450 TB$(L,K+1) = CHR$(219)
2460 NEXT L
2470 NEXT C
2480 CLS
2490 LPRINT TAB(4) ENT$ : LPRINT TAB(6) CHR$(94) TAB(15)
2500 IF MAX > 0 OR MIN = 0 THEN 2530
2510 K = 15
2520 FOR C = 5 TO T STEP 5 : K = K + 10 : LPRINT C TAB(K) : NEXT C
2530 FOR L = M TO 0 STEP -1
2540 A = L - ZERO
2550 LPRINT TAB(2) A TAB(6)
2560 FOR C = 0 TO 2*T
2570 LPRINT TB$(L,C);
2580 NEXT C
2590 IF A <> 0 THEN 2640
2600 LPRINT "> t"
2610 IF MIN < 0 THEN 2640
2620 LPRINT TAB(7) "1" TAB(15) : K=15
2630 FOR C = 5 TO T STEP 5 : K=K+10 : LPRINT C TAB(K) : NEXT C
2640 NEXT L
2650 RETURN
2660 LPRINT
2670 END

```

*Voir Fig 21 et 22*

```

10 KEY OFF : CLS : CLEAR : RESET
20 DEFINT I,N,T,S,Y
30 PRINT
40 PRINT TAB(23) "PROGRAMME DE MINIMISATION DU SURPLUS"
50 PRINT TAB(23) "-----"
60 PRINT : PRINT
70 PRINT TAB(10) "ENTREES" TAB(22) "SATURATION" TAB(37) "NOMBRE DE CAS" TAB(57)
80 PRINT "PRODUCTION MOYENNE"
90 PRINT TAB(10) "-----" TAB(22) "-----" TAB(37) "-----" TAB(57)
100 PRINT "-----"
110 PRINT TAB(19) ", " TAB(34) ", " TAB(54) ", " CHR$(30) TAB(12)
120 INPUT " ",N,SA,T,YM
130 LPRINT
140 LPRINT TAB(19) "PROGRAMME DE MINIMISATION DU SURPLUS"
150 LPRINT TAB(19) "-----"
160 LPRINT
170 LPRINT "DONNEES INITIALES"
180 LPRINT "-----"
190 LPRINT
200 LPRINT TAB(20) "NOMBRE D'ENTREES..... " N
210 LPRINT TAB(20) "VOLUME DE SATURATION..... " SA
220 LPRINT TAB(20) "PERIODE..... " T
230 LPRINT TAB(20) "PRODUCTION MOYENNE..... " YM
240 LPRINT
250 LPRINT TAB(20) "ENTREE" TAB(30) "COEFFICIENT" TAB(45)
260 LPRINT "STOCK INITIALE" TAB(62) "STOCK MAX"
270 LPRINT TAB(20) "-----" TAB(30) "-----" TAB(45)
280 LPRINT "-----" TAB(62) "-----"
290 DIM AL(N),V(T+1,N),VM(N),X(T,N),Y(T),S(T,N),SP(T,N),PT(T)
300 DIM Y1$(SA),X1$(2*T),TB$(SA,2*T)
310 PRINT : PRINT
320 PRINT TAB(10) "ENTREE" TAB(20) "ALPHA I" TAB(35) "STOCK INITIAL" ;
330 PRINT TAB(55) "STOCK MAX"
340 PRINT TAB(10) "-----" TAB(20) "-----" TAB(35) "-----" ;
350 PRINT TAB(55) "-----"
360 FOR I = 1 TO N
370 PRINT TAB(31) ", " TAB(51) ", " CHR$(30) TAB(12) I TAB(20) :
380 INPUT " ",AL(I),V(1,I),VM(I)
390 LPRINT TAB(21) I TAB(34) AL(I) TAB(50) V(1,I) TAB(65) VM(I)
400 NEXT I
410 LPRINT : LPRINT
420 LPRINT "RESULTATS"
430 LPRINT "-----"
440 LPRINT
450 LPRINT " T " ;
460 FOR I = 1 TO N : LPRINT " X" CHR$(48+I) ;
470 NEXT I
480 LPRINT " Y " ;
490 FOR I = 1 TO N : LPRINT " V" CHR$(48+I) ;
500 NEXT I
510 LPRINT " " ;

```

```

1260 LPRINT TAB(K) ;
1270 FOR J = 1 TO N
1280 K=K+4
1290 LPRINT S(I,J) TAB(K) ;
1300 NEXT J
1310 K=K+1
1320 LPRINT TAB(K) ;
1330 FOR J=1 TO N-1
1340 K=K+5
1350 LPRINT SP(I,J) TAB(K) ;
1360 NEXT J
1370 LPRINT SP(I,N)
1380 NEXT I
1390 PRINT "APPUYER SUR LA BARRE D'ESPACE POUR CONTINUER"
1400 IF INKEY$("<>") THEN 1400
1410 REM
1420 REM          TRACAGE DU GRAPHE DE LA PRODUCTION MOYENNE
1430 REM
1440 ENT$ = " Y(t) " : MIN = 0 : MAX = 0
1450 FOR I = 1 TO T
1460 IF Y(I) < MIN THEN MIN = Y(I)
1470 IF Y(I) > MAX THEN MAX = Y(I)
1480 PT(I) = Y(I)
1490 NEXT I
1500 M = MAX - MIN
1510 GOSUB 1920
1520 LPRINT : LPRINT : LPRINT TAB(25) "GRAPHE PRODUCTION"
1530 LPRINT TAB(25) "-----" : LPRINT : LPRINT : LPRINT
1540 REM
1550 REM          TRACAGE DU GRAPHE DU SURPLUS
1560 REM
1570 FOR J = 1 TO N
1580 MIN = 0 : MAX = 0
1590 FOR I = 1 TO T
1600 PT(I) = SP(I,J)
1610 IF PT(I) < MIN THEN MIN = PT(I)
1620 IF PT(I) > MAX THEN MAX = PT(I)
1630 NEXT I
1640 ENT$ = "SP"+CHR$(48+J)+"(t)"
1650 M = MAX - MIN
1660 GOSUB 1920
1670 LPRINT:LPRINT : LPRINT TAB(25) "GRAPHE SURPLUS POUR ENTREE X" CHR$(48+J)
1680 LPRINT TAB(25) "-----" : LPRINT : LPRINT : LPRINT
1690 NEXT J
1700 REM
1710 REM          TRACAGE DU GRAPHE DE LA FONCTION STOCK
1720 REM
1730 FOR J = 1 TO N
1740 MIN = 0 : MAX = 0
1750 FOR I = 1 TO T
1760 PT(I) = S(I,J)
1770 IF PT(I) < MIN THEN MIN = PT(I)
1780 IF PT(I) > MAX THEN MAX = PT(I)
1790 NEXT I
1800 M = MAX - MIN
1810 ENT$ = " S" + CHR$(48+J) + "(t)"
1820 GOSUB 1920
1830 LPRINT : LPRINT : LPRINT : LPRINT
1840 LPRINT TAB(25) "GRAPHE FONCTION STOCK POUR ENTREE X" CHR$(48+J)
1850 LPRINT TAB(25) "-----" : LPRINT : LPRINT

```

```

1970 TB$(L,C) = CHR$(255)
1980 NEXT C
1990 NEXT L
2000 FOR L=0 TO M
2010 TB$(L,0)=CHR$(179)
2020 A = (L-ZERO) MOD 5
2030 IF A <> 0 THEN 2050
2040 TB$(L,0) = CHR$(180)
2050 NEXT L
2060 FOR C = 1 TO 2*T
2070 TB$(ZERO,C) = CHR$(196)
2080 A = C MOD 10
2090 IF A <> 0 THEN 2110
2100 TB$(ZERO,C) = CHR$(194)
2110 NEXT C
2120 FOR C = 1 TO T
2130 I = PT(C) : K = 2*(C-1)+1
2140 IF I = 0 THEN 2250
2150 IF I > 0 THEN 2210
2160 FOR L = ZERO + I TO ZERO - 1
2170 TB$(L,K) = CHR$(219)
2180 TB$(L,K+1) = CHR$(219)
2190 NEXT L
2200 GOTO 2250
2210 FOR L = ZERO + 1 TO ZERO + I
2220 TB$(L,K) = CHR$(219)
2230 TB$(L,K+1) = CHR$(219)
2240 NEXT L
2250 NEXT C
2260 CLS
2270 LPRINT TAB(4) ENT$ : LPRINT TAB(6) CHR$(94) TAB(15)
2280 IF MAX > 0 OR MIN = 0 THEN 2310
2290 K = 15
2300 FOR C = 5 TO T STEP 5 : K = K + 10 : LPRINT C TAB(K) : NEXT C
2310 FOR L = M TO 0 STEP -1
2320 A = L - ZERO
2330 LPRINT TAB(2) A TAB(6)
2340 FOR C = 0 TO 2*T
2350 LPRINT TB$(L,C);
2360 NEXT C
2370 IF A <> 0 THEN 2420
2380 LPRINT "> t"
2390 IF MIN < 0 THEN 2420
2400 LPRINT TAB(7) "1" TAB(15) : K=15
2410 FOR C = 5 TO T STEP 5 : K=K+10 : LPRINT C TAB(K) : NEXT C
2420 NEXT L
2430 RETURN
2440 LPRINT
2450 END

```

Lignes 1860 à 1940 du Programme

```

1860 LPRINT
1870 NEXT J
1880 GOTO 2440
1890 REM
1900 REM      SOUS PROGRAMME D. TRACAGE DES DIFFERENTS GRAPHES
1910 REM
1920 ERASE TB$
1930 DIM TB$(M,2*T)
1940 ZERO = ABS(MIN)

```

```

10 KEY OFF : CLS : CLEAR : RESET
20 DEFINT I,N,T,S,Y
30 PRINT
40 PRINT TAB(15) "PROGRAMME DETERMINATION DE LA PRODUCTION MOYENNE"
50 PRINT TAB(15) "-----"
60 PRINT : PRINT
70 PRINT TAB(15) "ENTREES" TAB(30) "SATURATION" TAB(50) "NOMBRE DE CAS"
80 PRINT TAB(15) "-----" TAB(30) "-----" TAB(50) "-----"
90 PRINT TAB(26) ", " TAB(45) ", " CHR$(30) TAB(16)
100 INPUT " ",N,SA,T
110 LPRINT
120 LPRINT TAB(15) "PROGRAMME DETERMINATION DE LA PRODUCTION MOYENNE"
130 LPRINT TAB(15) "-----"
140 LPRINT
150 LPRINT "DONNEES INITIALES"
160 LPRINT "-----"
170 LPRINT
180 LPRINT TAB(20) "NOMBRE D'ENTREES....." " N
190 LPRINT TAB(20) "VOLUME DE SATURATION....." " SA
200 LPRINT TAB(20) "NOMBRE DE CAS....." " T
210 LPRINT
220 LPRINT TAB(20) "ENTREE" TAB(30) "COEFFICIENT" TAB(45)
230 LPRINT "STOCK INITIALE" TAB(62) "STOCK MAX"
240 LPRINT TAB(20) "-----" TAB(30) "-----" TAB(45)
250 LPRINT "-----" TAB(62) "-----"
260 DIM AL(N),V(T+1,N),VM(N),X(T,N),Y(T),S(T,N),SP(T,N),PT(T),SURP(SA),ECART(SA)

270 PRINT : PRINT
280 PRINT TAB(10) "ENTREE" TAB(20) "ALPHA I" TAB(35) "STOCK INITIAL" ;
290 PRINT TAB(55) "STOCK MAX"
300 PRINT TAB(10) "-----" TAB(20) "-----" TAB(35) "-----" ;
310 PRINT TAB(55) "-----"
320 FOR I = 1 TO N
330 PRINT TAB(31) ", " TAB(51) ", " CHR$(30) TAB(12) I TAB(20) :
340 INPUT " ",AL(I),V(1,I),VM(I)
350 LPRINT TAB(21) I TAB(34) AL(I) TAB(50) V(1,I) TAB(65) VM(I)
360 NEXT I
370 PRINT "RESULTATS"
380 PRINT "-----"
390 PRINT
400 REM
410 REM          LECTURE DES VALEURS DES ENTREES DU SYSTEME
420 REM
430 FOR J = 1 TO N
440 CLS : PRINT TAB(30) "VALEUR DES ENTREES"
450 PRINT TAB(30) "-----"
460 IN = INT (J/10)
470 IF IN > 0 THEN 510
480 PRINT TAB(30) "TEMPS      ENTREE  X" CHR$(48+J)
490 PRINT TAB(30) "-----"
500 GOTO 530
510 PRINT TAB(30) "TEMPS      ENTREE X" CHR$(48+IN) CHR$(48+J-10*IN)
520 PRINT TAB(30) "-----"
530 SOM = 0
540 FOR I = 1 TO T
550 PRINT TAB(30) I TAB(39)
560 INPUT " ",PT(I)
570 X(I,J) = PT(I)

```

```

580 NEXT I
590 NEXT J
600 LPRINT : LPRINT : LPRINT TAB(20) "CAS " ;
610 FOR I = 1 TO N
620 LPRINT " X"+CHR$(48+I)+" ";
630 NEXT I
640 LPRINT TAB(20) "---- " ;
650 FOR I = 1 TO N
660 LPRINT " -- " ;
670 NEXT I
680 FOR I = 1 TO T
690 K = 25 : LPRINT TAB(20) I TAB(K)
700 FOR J = 1 TO N
710 LPRINT X(I,J) TAB(K+5)
720 K = K+5
730 NEXT J
740 NEXT I
750 IF INKEY$ <> " " THEN 750
760 LPRINT "RESULTATS"
770 LPRINT "-----"
780 REM
790 REM          DETERMINATION DE LA VALEUR MOYENNE DE PRODUCTION
800 REM          CORRESPONDANTE A UNE VALEUR DU SURPLUS MINIMUM.
810 REM
820 YM=0
830 SOM = 0
840 FOR J=1 TO T
850 MI = SA
860 FOR I=1 TO N
870 D = X(J,I) - AL(I)*YM
880 IF D <= 0 THEN 920
890 IF D <= VM(I) - V(J,I) THEN 940
900 D = VM(I) - V(J,I)
910 GOTO 940
920 IF -D <= V(J,I) THEN 940
930 D = -V(J,I)
940 IF MI <= (X(J,I)-D)/AL(I) THEN 960
950 MI = (X(J,I)-D)/AL(I)
960 NEXT I
970 Y(J)=MI
980 SOM = SOM + YM-Y(J)
990 FOR I=1 TO N
1000 S(J,I)=X(J,I)-AL(I)*Y(J)
1010 V(J+1,I)=V(J,I)+S(J,I)
1020 IF V(J+1,I)<=VM(I) THEN 1060
1030 SP(J,I)=V(J+1,I)-VM(I)
1040 V(J+1,I)=VM(I)
1050 S(J,I)=S(J,I)-SP(J,I)
1060 NEXT I
1070 NEXT J
1080 ECART(YM) = SOM
1090 SOM = 0
1100 FOR I = 1 TO T
1110 FOR J = 1 TO N
1120 SOM = SOM + SP(I,J)
1130 NEXT J
1140 NEXT I

```

```

150 SURF(YM) = SOM
160 YM = YM + 1
170 IF YM <= SA THEN 830
180 GOTO 1720
190 REM
200 REM          TRACAGE DES GRAPHES SURPLUS ET ECARTS
210 REM
220 MM=MAX-MIN : PASY=MM/10 : PASX=SA/3 : POSO=INT(21+MIN*10/MM) : NP=POSO*8-4
230 DEF FNX(Z)=380 + 80*Z/PASX
240 DEF FNY(Z)=NP-8*Z/PASY
250 SCREEN 2 : KEY OFF : CLS
260 LOCATE 10,45 : PRINT ENT$
270 LOCATE POSO,79 : PRINT "ym"
280 REM TRACAGE DES AXES DE COORDONNEES
290 LINE(377,NP)-(624,NP):LINE(617,NP-5)-(624,NP):LINE-(617,NP+5)
300 LINE(380,81)-(380,168):LINE(375,88)-(380,81) : LINE-(385,88)
310 LOCATE 23,1 : PRINT TAB(55) "GRAPHE DES" + ENT1$
320 FOR I = 84 TO 164 STEP 8
330 LINE(377,I)-(380,I)
340 NEXT I
350 FOR I = 380 TO 624 STEP 80
360 LINE(I,NP)-(I,NP+4)
370 NEXT I
380 PINC=0
390 FOR I = POSO TO 21 STEP 1
400 LOCATE I,40
410 PRINT USING "###.##";PINC
420 PINC=PINC-PASY
430 NEXT I
440 PINC = PASY
450 LPRINT "INC" PINC "PASY" PASY
460 FOR I = POSO-1 TO 11 STEP -1
470 LOCATE I,40
480 PRINT USING "###.##";PINC
490 PINC = PINC + PASY
500 NEXT I
510 PINC = PASX : L = 55
520 FOR I = 58 TO 78 STEP 10
530 LOCATE POSO+1,L
540 PRINT USING "###.#";PINC
550 PINC = PINC + PASX : L = L + 10
560 NEXT I
570 C = FNY(PT(0)) : L = FNX(0)
580 LINE(L,C)-(L,C)
590 REM TRACAGE DE LA COURBE
600 FOR I = 1 TO SA
610 C=FNY(PT(I))
620 L=FNX(I)
630 IF L > 624 THEN L = 624
640 IF C > 164 THEN C = 164
650 IF L < 320 THEN L = 320
660 IF C < 76 THEN C = 76
670 LINE-(L,C)
680 NEXT I
690 LPRINT
700 IF INKEY$ <> " " THEN 1700
710 RETURN

```

```

1720 REM
1730 REM  CHOIX DE LA VALEUR MOYENNE CORRESPONDANT
1740 REM  A UNE VALEURE MINIMUM DU SURPLUS.
1750 REM
1760 MINI=SURP(0)
1770 LPRINT : LPRINT
1780 LPRINT TAB(10) "PRODUCTION MOYENNE" TAB(35) "VALEUR DU SURPLUS"
1790 LPRINT TAB(10) "-----" TAB(35) "-----"
1800 K=0
1810 LPRINT TAB(18) K TAB(42) SURP(K)
1820 FOR I = 1 TO SA
1830 LPRINT TAB(18) I TAB(42) SURP(I)
1840 IF MINI < SURP(I) THEN 1870
1850 MINI = SURP(I)
1860 K = I
1870 NEXT I
1880 LPRINT
1890 ENT$ = "SURP(ym) " : MIN = 0 : MAX = 0 : ENT1$ = " SURPLUS"
1900 FOR I = 0 TO SA
1910 IF SURP(I) < MIN THEN MIN = SURP(I)
1920 IF SURP(I) > MAX THEN MAX = SURP(I)
1930 PT(I) = SURP(I)
1940 NEXT I
1950 GOSUB 1220
1960 LPRINT : LPRINT : LPRINT
1970 LPRINT TAB(2) K " EST LA PRODUCTION MOYENNE QUI MINIMISE LE SURPLUS "
1980 LPRINT "DONT LA VALEUR EST" MINI
1990 LPRINT
2000 REM
2010 REM  CHOIX DE LA VALEUR MOYENNE CORRESPONDANT
2020 REM  A UN ECART MINIMUM .
2030 REM
2040 MINI=ABS(ECART(0))
2050 LPRINT : LPRINT : LPRINT
2060 LPRINT TAB(10) "PRODUCTION MOYENNE" TAB(35) "VALEUR DE L'ECART"
2070 LPRINT TAB(10) "-----" TAB(35) "-----"
2080 K=0
2090 LPRINT TAB(18) K TAB(42) ECART(K)
2100 FOR I = 1 TO SA
2110 LPRINT TAB(18) I TAB(42) ECART(I)
2120 IF MINI < ABS(ECART(I)) THEN 2150
2130 MINI = ABS(ECART(I))
2140 K = I
2150 NEXT I
2160 LPRINT
2170 ENT$=" ECART" : MIN = 0 : MAX = 0 : ENT1$ = " ECARTS"
2180 FOR I = 0 TO SA
2190 IF ECART(I) < MIN THEN MIN = ECART(I)
2200 IF ECART(I) > MAX THEN MAX = ECART(I)
2210 PT(I) = ECART(I)
2220 NEXT I
2230 GOSUB 1220
2240 LPRINT : LPRINT : LPRINT
2250 LPRINT TAB(2) K " EST LA PRODUCTION MOYENNE QUI MINIMISE L'ECART "
2260 LPRINT "DONT LA VALEUR EST" MINI
2270 LPRINT
2280 END

```



PROGRAMME : MATRICE DES DISTANCES

```

10 REM
20 REM
30 REM
40 REM
50 REM
60 REM
70 CLS : CLEAR : KEY OFF
80 PRINT TAB(26) "NOMDRE D'ENTREES" TAB(46) "NOMBRE DE CAS"
90 PRINT TAB(26) "-----" TAB(46) "-----"
100 PRINT TAB(43) ", " CHR$(30) TAB(32)
110 INPUT " ",N,T
120 DIM AL(N),X(T,N),V(T),PT(T),D(N,N)
130 DIM Y1$(SA),X1$(2*T),TB$(SA,2*T)
140 PRINT : PRINT
150 PRINT TAB(30) "ENTREE" TAB(45) "ALPHA I"
160 PRINT TAB(30) "-----" TAB(45) "-----"
170 FOR I = 1 TO N
180 PRINT TAB(32) I TAB(47)
190 INPUT " ",AL(I)
200 NEXT I
210 LPRINT//
220 LPRINT TAB(19) "          MATRICE DES DISTANCES          "
230 LPRINT TAB(19) "          -----          "
240 LPRINT
250 LPRINT "DONNEES INITIALES"
260 LPRINT "-----"
270 LPRINT
280 LPRINT TAB(20) "NOMBRE D'ENTREES..... " N
290 LPRINT TAB(20) "NOMBRE DE CAS..... " T
300 LPRINT
310 LPRINT TAB(20) "ENTREE" TAB(30) "COEFFICIENT"
320 LPRINT TAB(20) "-----" TAB(30) "-----"
330 FOR I = 1 TO N
340 LPRINT TAB(21) I TAB(34) AL(I)
350 NEXT I
360 LPRINT : LPRINT
370 LPRINT "RESULTATS"
380 LPRINT "-----"
390 LPRINT
400 DEB=0
410 FOR J = 1 TO N
420 GOSUB 1850
430: MAX = 0 : MIN = 0
440 FOR I = 1 TO T
450 IF MAX < PT(I) THEN MAX = PT(I)
460 X(I,J) = PT(I)
470 NEXT I
480 M = MAX
490 ENT$ = "X"+CHR$(48+J)+"(t)"
500 GOSUB 2140
510 IF INKEY$ <> " " THEN 510
520 NEXT J
530 FOR I = 1 TO N
540 D(I,I) = 0
550 NEXT I
560 FOR J = 1 TO N-1
570 FOR K = J+1 TO N
580 FOR L = 1 TO T
590 PT(L) = X(L,J)-X(L,K)
600 NEXT L
610 GOSUB 1210

```

```

630 D(K,J) = M
640 I1 = INT(J/10) : J1 = INT(K/10)
650 ENT$="X"+CHR$(48+I1)+CHR$(48+J-10*I1)+"-X"+CHR$(48+J1)+CHR$(48+K-10*J1)
660 GOSUB 1330
670 IF INKEY$ <> " " THEN 670
680 NEXT K
690 NEXT J
700 GOSUB 2670
710 WOPT = MIN
720 J = KS
730 GOSUB 1850
740 MAX = 0 : MIN = 0
750 FOR I = 1 TO T
760 XP(I) = PT(I)
770 IF MAX < PT(I) THEN MAX = PT(I)
780 NEXT I
790 M = MAX : ENT$ = "X"+CHR$(48+J)+"(t)"
800 GOSUB 2140
810 IF INKEY$ <> " " THEN 810
820 FOR L = 1 TO T
830 PT(L) = X(L,KS) - XP(L)
840 NEXT L
850 GOSUB 1210
860 DST = M
870 FOR J = 1 TO N
880 IF J = KS THEN 980
890 FOR L = 1 TO T
900 PT(L) = X(L,J) - XP(L)
910 NEXT L
920 GOSUB 1210
930 D(J,KS) = M
940 D(KS,J) = M
950 I1 = INT(J/10) : K1 = INT(KS/10)
960 ENT$="X"+CHR$(48+I1)+CHR$(48+J-10*I1)+"-X"+CHR$(48+K1)+CHR$(48+KS-10*K1)
970 GOSUB 1330
980 NEXT J
990 GOSUB 2670
000 WOPTP = MIN
010 CLS : LOCATE 10,1
020 PRINT TAB(20) "W'Optimum ..... =" WOPTP
030 LPRINT TAB(20) "W'Optimum ..... =" WOPTP
040 PRINT TAB(20) "Distance entre Xj et X'j ..... =" DST
050 LPRINT TAB(20) "Distance entre Xj et X'j ..... =" DST
060 PRINT TAB(20) "WOptimum ..... =" WOPT
070 LPRINT TAB(20) "WOptimum ..... =" WOPT
080 IF WOPTP+DST >= WOPT THEN 1120
090 PRINT TAB(20) "Le nouveau optimum est Wopt ..... =" WOPTP
100 LPRINT TAB(20) "Le nouveau optimum est Wopt ..... =" WOPTP
110 WOPT = WOPTP
120 PRINT TAB(20) "VOULEZ VOUS UNE AUTRE ITERATION O(oui)/N(non)";
130 LPRINT TAB(20) "VOULEZ VOUS UNE AUTRE ITERATION O(oui)/N(non)";
140 INPUT IN$
150 LPRINT IN$
160 IF IN$ = "O" THEN 720
170 GOTO 3030
180 REM
190 REM     SOUS-PROGRAMME DE CALCUL DE 4(Xi-Xj)dt ET DISTANCE(Xi,Xj)
200 REM
210 S=0 : V(0)=S : MAX=0 : MIN=0
220 M=ABS(PT(1))

```

```

30 FOR L=1 TO T
40 S=S+PT(L) : V(L)=S
50 IF S > MAX THEN MAX = S
60 IF S < MIN THEN MIN = S
70 IF ABS(S) > M THEN M=ABS(S)
80 NEXT L
90 RETURN
00 REM
10 REM      SOUS-PROGRAMME POUR TRACER LES GRAPHES DES INTEGRALES
20 REM
30 MM=MAX-MIN : PASY=MM/10 : PASX=T/3 : POSO=INT(21+MIN*10/MM) : NP=POSO*8-4
40 DEF FNX(Z)=380 + 80*Z/PASX
50 DEF FNY(Z)=NP-8*Z/PASY
60 SCREEN 2 : KEY OFF : CLS
70 LOCATE 10,45 : PRINT ENT$
80 LOCATE POSO,80 : PRINT "t"
90 REM TRACAGE DES AXES DE COORDONNEES
00 LINE(377,NP)-(624,NP):LINE(617,NP-5)-(624,NP):LINE-(617,NP+5)
10 LINE(380,81)-(380,168):LINE(375,88)-(380,81) : LINE-(385,88)
20 LOCATE 23,1 : PRINT TAB(47) "GRAPHE DE L'INTEGRALE DE ";ENT$
30 FOR I = 84 TO 164 STEP 8
40 LINE(377,I)-(380,I)
50 NEXT I
60 FOR I = 380 TO 624 STEP 80
70 LINE(I,NP)-(I,NP+4)
80 NEXT I
90 INC=0
00 FOR I = POSO TO 21 STEP 1
10 LOCATE I,41
20 PRINT USING "###.#";INC
30 INC=INC-PASY
40 NEXT I
50 INC = 0
60 FOR I = POSO TO 11 STEP -1
70 LOCATE I,41
80 PRINT USING "###.#";INC
90 INC = INC + PASY
00 NEXT I
10 INC = PASX : L = 55
20 FOR I = 58 TO 78 STEP 10
30 LOCATE POSO+1,L
40 PRINT USING "###.#";INC
50 INC = INC + PASX : L = L + 10
60 NEXT I
70 C = FNY(V(0)) : L = FNX(0)
80 LINE(L,C)-(L,C)
90 REM TRACAGE DE LA COURBE
00 FOR I = 1 TO T
10 C=FNY(V(I))
20 L=FNX(I)
30 IF L > 624 THEN L = 624
40 IF C > 164 THEN C = 164
50 IF L < 320 THEN L = 320
60 IF C < 76 THEN C = 76
70 LINE-(L,C)
80 NEXT I
90 LPRINT
00 IF INKEY$ <> " " THEN 1800
10 RETURN
20 REM
30 REM      SOUS-PROGRAMME DE LECTURE DES DONNEES

```

```

1840 REM
1850 CLS : PRINT TAB(30) "VALEUR DES ENTREES"
1860 PRINT TAB(30) "-----"
1870 IN = INT (J/10)
1880 IF IN > 0 THEN 1920
1890 PRINT TAB(30) "TEMPS   ENTREE  X" CHR$(48+J)
1900 PRINT TAB(30) "-----"
1910 GOTO 1940
1920 PRINT TAB(30) "TEMPS   ENTREE X" CHR$(48+IN) CHR$(48+J-10*IN)
1930 PRINT TAB(30) "-----"
1940 SOM = 0
1950 FOR I = 1 TO T
1960 PRINT TAB(30) I TAB(39)
1970 INPUT " ",PT(I)
1980 SOM = SOM + PT(I)/AL(J)
1990 NEXT I
2000 IF DEB = 0 THEN S1 = SOM
2010 DEB = 1
2020 IF S1 = SOM THEN 2100
2030 PRINT TAB(10) "LA CONDITION STOECHIMETRIQUE N'EST PAS VERIFIEE"
2040 PRINT TAB(10) "LA SOM DE Xi/ALPHAi DOIT ETRE EGAL A ..... " S1
2050 PRINT TAB(10) "VOTRE SOM Xi/ALPHAi EST EGAL A ..... " SOM
2060 PRINT TAB(10) "RETAPER DE NOUVEAU VOS PRECEDENTES DONNEES ....."
2070 PRINT TAB(10) "APPUYER SUR LA BARRE D'ESPACE POUR CONTINUER ..."
2080 IF INKEY$ <> " " THEN 2080
2090 GOTO 1850
2100 RETURN
2110 REM
2120 REM          SOUS PROGRAMME DE TRACAGE DES DIFFERENTS GRAPHES
2130 REM
2140 ERASE TB$
2150 DIM TB$(M,2*T)
2160 ZERO = ABS(MIN)
2170 FOR L = 0 TO M
2180 FOR C = 0 TO 2*T
2190 TB$(L,C) = CHR$(255)
2200 NEXT C
2210 NEXT L
2220 FOR L=0 TO M
2230 TB$(L,0)=CHR$(179)
2240 A = (L-ZERO) MOD 5
2250 IF A <> 0 THEN 2270
2260 TB$(L,0) = CHR$(180)
2270 NEXT L
2280 FOR C = 1 TO 2*T
2290 TB$(ZERO,C) = CHR$(196)
2300 A = C MOD 10
2310 IF A <> 0 THEN 2330
2320 TB$(ZERO,C) = CHR$(194)
2330 NEXT C
2340 FOR C = 1 TO T
2350 I = PT(C) : K = 2*(C-1)+1
2360 IF I = 0 THEN 2470
2370 IF I > 0 THEN 2430
2380 FOR L = ZERO + I TO ZERO - 1
2390 TB$(L,K) = CHR$(219)
2400 TB$(L,K+1) = CHR$(219)
2410 NEXT L
2420 GOTO 2470
2430 FOR L = ZERO + 1 TO ZERO + I
2440 TB$(L,K) = CHR$(219)

```

```

2450 TB$(L,K+1) = CHR$(219)
2460 NEXT L
2470 NEXT C
2480 CLS
2490 LPRINT TAB(4) ENT$ : LPRINT TAB(6) CHR$(?) TAB(15)
2500 IF MAX > 0 OR MIN = 0 THEN 2530
2510 K = 15
2520 FOR C = 5 TO T STEP 5 : K = K + 10 : LPRINT C TAB(K) : NEXT C
2530 FOR L = M TO 0 STEP -1
2540 A = L - ZERO
2550 LPRINT TAB(2) A TAB(6)
2560 FOR C = 0 TO 2*T
2570 LPRINT TB$(L,C);
2580 NEXT C
2590 IF A <> 0 THEN 2640
2600 LPRINT "> t"
2610 IF MIN < 0 THEN 2640
2620 LPRINT TAB(7) "1" TAB(15) : K=15
2630 FOR C = 5 TO T STEP 5 : K=K+10 : LPRINT C TAB(K) : NEXT C
2640 NEXT L
2650 LPRINT
2660 RETURN
2670 KS = 1
2680 CLS
2690 PRINT TAB(30) "MATRICE DES DISTANCES"
2700 LPRINT TAB(30) "MATRICE DES DISTANCES"
2710 PRINT TAB(30) "-----"
2720 LPRINT TAB(30) "-----"
2730 PRINT
2740 LPRINT
2750 FOR I = 1 TO N
2760 SM = D(I,1)
2770 PRINT "ENTREE" I ":" ;
2780 LPRINT TAB(22) "ENTREE" I ":" ;
2790 LPRINT SM ;
2800 PRINT TAB(12) SM ;
2810 FOR J = 2 TO N
2820 SM = SM + D(I,J) : PRINT D(I,J);
2830 LPRINT D(I,J);
2840 NEXT J
2850 PRINT " : SOMME=" SM
2860 LPRINT " : SOMME=" SM
2870 IF I = 1 THEN MIN = SM
2880 IF MIN <= SM THEN 2910
2890 KS = I
2900 MIN = SM
2910 NEXT I
2920 PRINT : PRINT
2930 LPRINT : LPRINT
2940 PRINT TAB(20) "W-optimum ..... " MIN
2950 LPRINT TAB(20) "W-optimum ..... " MIN
2960 PRINT TAB(20) "Correspondant a l'entree ..... " KS
2970 LPRINT TAB(20) "Correspondant a l'entree ..... " KS
2980 IF INKEY$ <> " " THEN 2980
2990 FOR I = 1 TO N
3000 V(I) = D(KS,I)
3010 NEXT I
3020 RETURN
3030 LPRINT
3040 END

```

Fig 6, 7, 8, 9 et 10

```
10 REM
20 REM
30 REM
40 REM
50 REM
60 REM
70 CLS : CLEAR : KEY OFF
80 PRINT TAB(26) "NOMDRE D'ENTREES" TAB(46) "NOMBRE DE CAS"
90 PRINT TAB(26) "-----" TAB(46) "-----"
100 PRINT TAB(43) ", " CHR$(30) TAB(32)
110 INPUT " ", N, T
120 DIM AL(N), X(T, N), V(T), PT(T), D(N, N), SS(T, N)
130 DIM Y1$(SA), X1$(2*T), TB$(SA, 2*T)
140 PRINT : PRINT
150 PRINT TAB(30) "ENTREE" TAB(45) "ALPHA I"
160 PRINT TAB(30) "-----" TAB(45) "-----"
170 FOR I = 1 TO N
180 PRINT TAB(32) I TAB(47)
190 INPUT " ", AL(I)
200 NEXT I
210 LPRINT
220 LPRINT TAB(19) "          CONTROL TEMPS DIFFERE           "
230 LPRINT TAB(19) "          -----           "
240 LPRINT
250 LPRINT "DONNEES INITIALES"
260 LPRINT "-----"
270 LPRINT
280 LPRINT TAB(20) "NOMBRE D'ENTREES..... " N
290 LPRINT TAB(20) "NOMBRE DE CAS..... " T
300 LPRINT
310 LPRINT TAB(20) "ENTREE" TAB(30) "COEFFICIENT"
320 LPRINT TAB(20) "-----" TAB(30) "-----"
330 FOR I = 1 TO N
340 LPRINT TAB(21) I TAB(34) AL(I)
350 NEXT I
360 LPRINT : LPRINT
370 LPRINT "RESULTATS"
380 LPRINT "-----"
390 LPRINT
400 DEB=0
410 FOR J = 1 TO N
420 GOSUB 2190
430 MAX = 0 : MIN = 0
440 FOR I = 1 TO T
450 IF MAX < PT(I) THEN MAX = PT(I)
460 X(I, J) = PT(I)
470 NEXT I
480 M = MAX
490 ENT$ = "X"+CHR$(48+J)+"(t)"
500 GOSUB 2480
510 IF INKEY$ <> " " THEN 510
520 NEXT J
530 MAX = 0 : MIN = 0
540 FOR I = 1 TO T
550 Y(I) = X(I, 1)/AL(1)
560 FOR J = 1 TO N
570 IF Y(I) <= X(I, J)/AL(J) THEN 590
580 Y(I) = X(I, J)/AL(J)
590 NEXT J
600 PT(I) = Y(I)
```

```

610 IF MAX < PT(I) THEN MAX = PT(I)
620 NEXT I
630 M = MAX
640 ENT$ = "Y(t)"
650 IF INKEY$ <> " " THEN 650
660 GOSUB 2480
670 LPRINT : LPRINT TAB(6) "SORTIE SANS PRESENCE DE STOCK"
680 LPRINT TAB(6) "-----"
690 FOR I = 1 TO N
700 D(I,I) = 0
710 NEXT I
720 FOR J = 1 TO N-1
730 FOR K = J+1 TO N
740 FOR L = 1 TO T
750 PT(L) = X(L,J)-X(L,K)
760 NEXT L
770 GOSUB 1550
780 D(J,K) = M
790 D(K,J) = M
800 I1 = INT(J/10) : J1 = INT(K/10)
810 ENT$="X"+CHR$(48+I1)+CHR$(48+J-10*I1)+"-X"+CHR$(48+J1)+CHR$(48+K-10*J1)
820 GOSUB 1670
830 IF INKEY$ <> " " THEN 830
840 NEXT K
850 NEXT J
860 GOSUB 3010
870 WOPT = MIN
880 J = KS
890 LPRINT
900 LPRINT "REPARTITION DES VOLUMES"
910 LPRINT "-----" : LPRINT
920 FOR I = 1 TO N
930 LPRINT "  V" + CHR$(48+I) ;
940 NEXT I
950 LPRINT TAB(1)
960 FOR I = 1 TO N
970 LPRINT "  --" ;
980 NEXT I
990 K = 3 : LPRINT TAB(3)
1000 FOR I = 1 TO N
1010 LPRINT D(KS,I) TAB(K+5)
1020 K = K + 5
1030 NEXT I
1040 LPRINT : LPRINT
1050 LPRINT "VOLUME NOMINAL : " MIN
1060 LPRINT "-----"
1070 FOR J = 1 TO N
1080 GOSUB 3180
1090 MAX = 0 : MIN = 0
1100 FOR I = 1 TO T
1110 PT(I) = SS(I,J)
1120 IF MAX < PT(I) THEN MAX = PT(I)
1130 IF MIN > PT(I) THEN MIN = PT(I)
1140 NEXT I
1150 M = MAX - MIN
1160 ENT$ = "S"+CHR$(48+J)+"(t)"
1170 GOSUB 2480
1180 IF INKEY$ <> " " THEN 1180
1190 MAX = 0 : MIN = 0
1200 FOR I = 1 TO T

```

```

1210 PT(I) = X(I,J) + SS(I,J)
1220 IF MAX < PT(I) THEN MAX = PT(I)
1230 NEXT I
1240 M = MAX
1250 ENT$ = "X"+CHR$(48+J)+"S"+CHR$(48+J)+"(t)"
1260 GOSUB 2480
1270 IF INKEY$ <> " " THEN 1270
1280 NEXT J
1290 MAX = 0 : MIN = 0
1300 FOR I = 1 TO T
1310 Y(I) = (X(I,1)+SS(I,1))/AL(1)
1320 FOR J = 1 TO N
1330 IF Y(I) <= (X(I,J)+SS(I,J))/AL(J) THEN 1350
1340 Y(I) = (X(I,J)+SS(I,J))/AL(J)
1350 NEXT J
1360 PT(I) = Y(I)
1370 IF MAX < PT(I) THEN MAX = PT(I)
1380 NEXT I
1390 M = MAX
1400 ENT$ = "Y(t)"
1410 IF INKEY$ <> " " THEN 1410
1420 GOSUB 2480
1430 SOM = 0
1440 FOR I = 1 TO T-1
1450 SOM = SOM + ABS(Y(I)-Y(I+1))
1460 NEXT I
1470 LPRINT : LPRINT TAB(6) "SORTIE AVEC UNE VARIANCE DE : " SOM
1480 LPRINT TAB(6) "-----"
1490 INPUT "Voulez-vous changer les regulateurs Si O(oui)/N(non)";R$
1500 IF R$ = "O" THEN 1070
1510 GOTO 3370
1520 REM
1530 REM      SOUS-PROGRAMME DE CALCUL DE 4(Xi-Xj)dt ET DISTANCE(Xi,Xj)
1540 REM
1550 S=0 : V(0)=S : MAX=0 : MIN=0
1560 M=ABS(PT(1))
1570 FOR L=1 TO T
1580 S=S+PT(L) : V(L)=S
1590 IF S > MAX THEN MAX = S
1600 IF S < MIN THEN MIN = S
1610 IF ABS(S) > M THEN M=ABS(S)
1620 NEXT L
1630 RETURN
1640 REM
1650 REM      SOUS-PROGRAMME POUR TRACER LES GRAPHES DES INTEGRALES
1660 REM
1670 MM=MAX-MIN : PASY=MM/10 : PASX=T/3 : POS0=INT(21+MIN*10/MM) : NP=POS0*8-4
1680 DEF FNX(Z)=380 + 80*Z/PASX
1690 DEF FNY(Z)=NP-8*Z/PASY
1700 SCREEN 2 : KEY OFF : CLS
1710 LOCATE 10,45 : PRINT ENT$
1720 LOCATE POS0,80 : PRINT "t"
1730 REM TRACAGE DES AXES DE COORDONNEES
1740 LINE(377,NP)-(624,NP):LINE(617,NP-5)-(624,NP):LINE-(617,NP+5)
1750 LINE(380,81)-(380,168):LINE(375,88)-(380,81) : LINE-(385,88)
1760 LOCATE 23,1 : PRINT TAB(47) "GRAPHE DE L'INTEGRALE DE ";ENT$
1770 FOR I = 84 TO 164 STEP 8
1780 LINE(377,I)-(380,I)
1790 NEXT I
1800 FOR I = 380 TO 624 STEP 80

```



```

1810 LINE(I,NP) (I,NP+4)
1820 NEXT I
1830 INC=0
1840 FOR I = POSO TO 21 STEP 1
1850 LOCATE I,41
1860 PRINT USING "###.#";INC
1870 INC=INC-PASY
1880 NEXT I
1890 INC = 0
1900 FOR I = POSO TO 11 STEP -1
1910 LOCATE I,41
1920 PRINT USING "###.#";INC
1930 INC = INC + PASY
1940 NEXT I
1950 INC = PASX : L = 55
1960 FOR I = 58 TO 78 STEP 10
1970 LOCATE POSO+1,L
1980 PRINT USING "###.#";INC
1990 INC = INC + PASX : L = L + 10
2000 NEXT I
2010 C = FNY(V(0)) : L = FNX(0)
2020 LINE(L,C)-(L,C)
2030 REM TRACAGE DE LA COURBE
2040 FOR I = 1 TO T
2050 C=FNY(V(I))
2060 L=FNX(I)
2070 IF L > 624 THEN L = 624
2080 IF C > 164 THEN C = 164
2090 IF L < 320 THEN L = 320
2100 IF C < 76 THEN C = 76
2110 LINE-(L,C)
2120 NEXT I
2130 LPRINT
2140 IF INKEY$ <> " " THEN 2140
2150 RETURN
2160 REM
2170 REM SOUS-PROGRAMME DE LECTURE DES DONNEES
2180 REM
2190 CLS : PRINT TAB(30) "VALEUR DES ENTREES"
2200 PRINT TAB(30) "-----"
2210 IN = INT (J/10)
2220 IF IN > 0 THEN 2260
2230 PRINT TAB(30) "TEMPS ENTREE X" CHR$(48+J)
2240 PRINT TAB(30) "-----"
2250 GOTO 2280
2260 PRINT TAB(30) "TEMPS ENTREE X" CHR$(48+IN) CHR$(48+J-10*IN)
2270 PRINT TAB(30) "-----"
2280 SOM = 0
2290 FOR I = 1 TO T
2300 PRINT TAB(30) I TAB(39)
2310 INPUT " ",PT(I)
2320 SOM = SOM + PT(I)/AL(J)
2330 NEXT I
2340 IF DEB = 0 THEN S1 = SOM
2350 DEB = 1
2360 IF S1 = SOM THEN 2440
2370 PRINT TAB(10) "LA CONDITION STOECHIMETRIQUE N'EST PAS VERIFIEE"
2380 PRINT TAB(10) "LA SOM DE Xi/ALPHAi DOIT ETRE EGAL A ..... " S1
2390 PRINT TAB(10) "VOTRE SOM Xi/ALPHAi EST EGAL A ..... " SOM
2400 PRINT TAB(10) "RETAPER DE NOUVEAU VOS PRECEDENTES DONNEES ....."

```

```

2410 PRINT TAB(10) "APPUYER SUR LA BARRE D'ESPACE POUR CONTINUER ..."
2420 IF INKEY$ <> " " THEN 2420
2430 GOTO 2190
2440 RETURN
2450 REM
2460 REM          SOUS PROGRAMME DE TRACAGE DES DIFFERENTS GRAPHES
2470 REM
2480 ERASE TB$
2490 DIM TB$(M,2*T)
2500 ZERO = ABS(MIN)
2510 FOR L = 0 TO M
2520 FOR C = 0 TO 2*T
2530 TB$(L,C) = CHR$(255)
2540 NEXT C
2550 NEXT L
2560 FOR L=0 TO M
2570 TB$(L,0)=CHR$(179)
2580 A = (L-ZERO) MOD 5
2590 IF A <> 0 THEN 2610
2600 TB$(L,0) = CHR$(180)
2610 NEXT L
2620 FOR C = 1 TO 2*T
2630 TB$(ZERO,C) = CHR$(196)
2640 A = C MOD 10
2650 IF A <> 0 THEN 2670
2660 TB$(ZERO,C) = CHR$(194)
2670 NEXT C
2680 FOR C = 1 TO T
2690 I = PT(C) : K = 2*(C-1)+1
2700 IF I = 0 THEN 2810
2710 IF I > 0 THEN 2770
2720 FOR L = ZERO + I TO ZERO - 1
2730 TB$(L,K) = CHR$(219)
2740 TB$(L,K+1) = CHR$(219)
2750 NEXT L
2760 GOTO 2810
2770 FOR L = ZERO + 1 TO ZERO + I
2780 TB$(L,K) = CHR$(219)
2790 TB$(L,K+1) = CHR$(219)
2800 NEXT L
2810 NEXT C
2820 CLS
2830 LPRINT TAB(4) ENT$ : LPRINT TAB(6) CHR$(94) TAB(15)
2840 IF MAX > 0 OR MIN = 0 THEN 2870
2850 K = 15
2860 FOR C = 5 TO T STEP 5 : K = K + 10 : LPRINT C TAB(K) : NEXT C
2870 FOR L = M TO 0 STEP -1
2880 A = L - ZERO
2890 LPRINT TAB(2) A TAB(6)
2900 FOR C = 0 TO 2*T
2910 LPRINT TB$(L,C);
2920 NEXT C
2930 IF A <> 0 THEN 2980
2940 LPRINT "> t"
2950 IF MIN < 0 THEN 2980
2960 LPRINT TAB(7) "1" TAB(15) : K=15
2970 FOR C = 5 TO T STEP 5 : K=K+10 : LPRINT C TAB(K) : NEXT C
2980 NEXT L
2990 LPRINT
3000 RETURN

```

```

3010 KS = 1
3020 CLS
3030 FOR I = 1 TO N
3040 SM = D(I,1)
3050 FOR J = 2 TO N
3060 SM = SM + D(I,J)
3070 NEXT J
3080 IF I = 1 THEN MIN = SM
3090 IF MIN <= SM THEN 3120
3100 KS = I
3110 MIN = SM
3120 NEXT I
3130 IF INKEY# <> " " THEN 3130
3140 RETURN
3150 REM
3160 REM    SOUS-PROGRAMME DE LECTURE DES REGULATEURS
3170 REM
3180 CLS : PRINT TAB(30) "VALEUR DES REGULATEURS"
3190 PRINT TAB(30)      "-----"
3200 PRINT TAB(30) "TEMPS    REGULATEUR S" CHR$(48+J)
3210 PRINT TAB(30) "-----"
3220 SOM = 0
3230 FOR I = 1 TO T
3240 PRINT TAB(30) I TAB(41)
3250 INPUT " ",SS(I,J)
3260 SOM = SOM + SS(I,J)
3270 NEXT I
3280 IF 0 = SOM THEN 3360
3290 PRINT TAB(10) "LA CONDITION STOECHIMETRIQUE N'EST PAS VERIFIEE"
3300 PRINT TAB(10) "LA SOMME DES Si DOIT ETRE EGALE A ..... 0
3310 PRINT TAB(10) "VOTRE SOMME EST EGALE A ..... " SO
3320 PRINT TAB(10) "RETAPER DE NOUVEAU VOTRE REGULATEUR ....."
3330 PRINT TAB(10) "APPUYER SUR LA BARRE D'ESPACE POUR CONTINUER ..."
3340 IF INKEY# <> " " THEN 3340
3350 GOTO 3180
3360 RETURN
3370 LPRINT
3380 END

```

```

10 KEY OFF : CLS : CLEAR : RESET.
20 PRINT
30 PRINT TAB(20) "CONTROLE DE LA SORTIE EN TEMPS DIFFERE"
40 PRINT TAB(20) "-----"
50 PRINT : PRINT
60 PRINT TAB(18) "ENTREES" TAB(32) "SATURATION" TAB(47) "NOMBRE DE CAS"
70 PRINT TAB(18) "-----" TAB(32) "-----" TAB(47) "-----"
80 PRINT TAB(27) ", " TAB(44) ", " CHR$(30) TAB(20) : INPUT " " , N, SA, T
90 DIM AL(N), V(T+1, N), VM(N), X(T, N), Y(T), S(T, N), SP(T, N), PT(T), D(N)
100 DIM Y1$(SA), X1$(2*T), TB$(SA, 2*T), MOY(N), SYG(N), RT(T), SM(20)
110 LPRINT
120 LPRINT TAB(20) "CONTROLE DE LA SORTIE EN TEMPS DIFFERE"
130 LPRINT TAB(20) "-----"
140 LPRINT
150 LPRINT "DONNEES INITIALES"
160 LPRINT "-----"
170 LPRINT
180 LPRINT TAB(10) "NOMBRE D'ENTREES..... " N
190 LPRINT TAB(10) "VOLUME DE SATURATION..... " SA
200 LPRINT TAB(10) "PERIODE..... " T
210 LPRINT
220 LPRINT TAB(10) "ENTREE" TAB(19) "COEFFICIENT" TAB(33)
230 LPRINT "STOCK INITIALE" TAB(50) "STOCK MAX" TAB(62) "MOYENNE" TAB(72)
240 LPRINT "VARIANCE"
250 LPRINT TAB(10) "-----" TAB(19) "-----" TAB(33)
260 LPRINT "-----" TAB(50) "-----" TAB(62) "-----" TAB(72)
270 LPRINT "-----"
280 PRINT : PRINT
290 PRINT TAB(10) "ENTREE" TAB(19) "ALPHA I" TAB(29) "STOCK INITIAL" ;
300 PRINT TAB(45) "STOCK MAX" TAB(58) "MOYENNE" TAB(68) "VARIANCE"
310 PRINT TAB(10) "-----" TAB(19) "-----" TAB(29) "-----" ;
320 PRINT TAB(45) "-----" TAB(58) "-----" TAB(68) "-----"
330 FOR I = 1 TO N
340 PRINT TAB(27) ", " TAB(43) ", " TAB(57) ", " TAB(66) ", " ;
350 PRINT CHR$(30) TAB(12) I TAB(20)
360 INPUT " ", AL(I), V(1, I), VM(I), MOY(I), SYG(I)
370 LPRINT TAB(11) I TAB(22) AL(I) TAB(37) V(1, I) TAB(52) VM(I) TAB(64)
380 LPRINT MOY(I) TAB(75) SYG(I)
390 NEXT I
400 REM
410 REM LECTURE DES DONNEES
420 REM
430 FOR K = 1 TO N
440 FOR I = 1 TO T STEP 2
450 U1=RND : U2 = RND
460 V1=2*U1-1 : V2=2*U2-1 : W=V1*V1+V2*V2
470 IF W > 1 THEN 450
480 YY=((-2*LOG(W))^(1/2)) : X1=V1*YY : X2=V2*YY
490 X1=MOY(K)+X1*SYG(K)
500 IF X1<(MOY(K)-SYG(K)) OR X1>(MOY(K)+SYG(K)) THEN X1 = MOY(K)
510 X2=MOY(K)+X2*SYG(K)
520 IF X2<(MOY(K)-SYG(K)) OR X2>(MOY(K)+SYG(K)) THEN X2 = MOY(K)
530 X(I, K)=INT(X1*10)/10
540 IF (I+1) > T THEN 560
550 X(I+1, K)=INT(X2*10)/10
560 NEXT I
570 NEXT K
580 FOR J = 1 TO T
590 REM
600 REM CALCUL DES VALEURS DE LA FONCTION STOCK ET DU
610 REM NOUVEAU VOLUME U STOCK POUR CHAQUE ENTREE

```

```

620 REM
630 YM = SA
640 FOR I=1 TO N
650 IF YM <=(X(J,I)+V(J,I))/AL(I) THEN 670
660 YM=(X(J,I)+V(J,I))/AL(I)
670 NEXT I
680 Y(J) = INT(YM*10)/10
690 FOR I = 1 TO N
700 S(J,I) = X(J,I) - AL(I)*Y(J)
710 V(J+1,I) = V(J,I) + S(J,I)
720 IF V(J+1,I) <= VM(I) THEN 760
730 SP(J,I) = V(J+1,I) - VM(I)
740 V(J+1,I) = VM(I)
750 S(J,I) = S(J,I) - SP(J,I)
760 S(J,I)=INT(S(J,I)*10)/10
770 SP(J,I)=INT(SP(J,I)*10)/10
780 V(J+1,I)=INT(V(J+1,I)*10)/10
790 NEXT I
800 NEXT J
810 REM
820 REM      IMPRESSION DES VALEURS :
830 REM
840 REM
850 REM          - ENTREES DU SYSTEM
860 REM          - VOLUME DU STOCK
870 REM          - PRODUCTION MAXIMAL
880 REM          - FONCTION STOCK
890 REM          - SURPLUS
900 REM
910 LPRINT : LPRINT : LPRINT "RESULTATS" : LPRINT "-----" : LPRINT
920 LPRINT " T " ; --
930 FOR I = 1 TO N : LPRINT " X"+CHR$(48+I)+" " ;
940 NEXT I
950 LPRINT " Y " ;
960 FOR I = 1 TO N : LPRINT " V"+CHR$(48+I)+" " ;
970 NEXT I
980 FOR I = 1 TO N : LPRINT " S"+CHR$(48+I)+" " ;
990 NEXT I
1000 REM FOR I = 1 TO N : LPRINT " SP"+CHR$(48+I)+" " ;
1010 REM NEXT I
1020 LPRINT TAB(2) "-" TAB(4)
1030 FOR I = 1 TO N : LPRINT " -- " ;
1040 NEXT I
1050 LPRINT " - " ;
1060 FOR I =1 TO N : LPRINT " -- " ;
1070 NEXT I
1080 FOR I =1 TO N : LPRINT " -- " ;
1090 NEXT I
1100 REM FOR I = 1 TO N : LPRINT " --- " ;
1110 REM NEXT I
1120 FOR I =1 TO T
1130 LPRINT TAB(1) I TAB(5) ;
1140 K=5
1150 FOR J = 1 TO N
1160 K=K+6
1170 LPRINT X(I,J) TAB(K)
1180 NEXT J
1190 K=K+7
1200 LPRINT " " Y(I) TAB(K) ;
1210 FOR J = 1 TO N
1220 K=K+6

```

```

1230 LPRINT V(I,J) TAB(K)
1240 NEXT J
1250 FOR J = 1 TO N
1260 K=K+6
1270 LPRINT S(I,J) TAB(K)
1280 NEXT J
1290 REM FOR J=1 TO N
1300 REM K=K+6
1310 REM LPRINT SP(I,J) TAB(K)
1320 REM NEXT J
1330 NEXT I
1340 LPRINT
1350 PRINT "APPUYER SUR LA BARRE D'ESPACE POUR CONTINUER"
1360 IF INKEY$<>" " THEN 1360
1370 LPRINT : LPRINT
1380 LPRINT TAB(20) "CONTROLE DE LA SORTIE : PARTIE NON LINEAIRE CONVEXE"
1390 LPRINT TAB(20) "-----"
1400 MAX = 0 : MIN = 0
1410 CLS : PRINT TAB(20) "REGULATION DE LA SORTIE"
1420 PRINT TAB(20) "-----" : PRINT
1430 PRINT TAB(20) "MOYENNE          VARIANCE"
1440 PRINT TAB(20) "-----          -----"
1450 PRINT TAB(30) ", " CHR$(30) TAB(23)
1460 INPUT " ",MY,ST
1470 FOR I = 1 TO T STEP 2
1480 U1=RND      : U2=RND
1490 V1=2*U1-1   : V2=2*U2-1   : W=V1*V1+V2*V2
1500 IF W > 1 THEN 1480
1510 Y2=((-2*LOG(W))/W)^(1/2) : X1=MY+ST*V1*Y2 : X2=MY+ST*V2*Y2
1520 IF X1<(MY-ST) OR X1>(MY+ST) THEN X1=MY
1530 IF X2<(MY-ST) OR X2>(MY+ST) THEN X2=MY
1540 RT(I)=INT(X1*10)/10
1550 IF (I+1) > T THEN 1570
1560 RT(I+1)=INT(X2*10)/10
1570 NEXT I
1580 DEF FNZ(Z) = EXP(Z)/10
1590 SOM = 0
1600 FOR I = 1 TO T
1610 MM = INT(FNZ(Y(I)+RT(I))*10)/10
1620 SOM = SOM + MM
1630 NEXT I
1640 SOM = INT(SOM*10)/10
1650 IF SOM < MIN THEN MIN = SOM
1660 IF SOM > MAX THEN MAX = SOM
1670 SM(ST) = SOM
1680 INPUT "VOULEZ-VOUS ENTRER UNE AUTRE MOYENNE ET VARIANCE ";R$
1690 IF R$ = "0" THEN 1410
1700 LPRINT
1710 LPRINT TAB(20) "VARIANCE          SORTIE CUMULEE SUR LA PERIODE"
1720 LPRINT TAB(20) "-----          -----"
1730 FOR I = 1 TO ST
1740 LPRINT TAB(23) I TAB(52) SM(I)
1750 NEXT I
1760 TT = ST
1770 REM
1780 REM      SOUS-PROGRAMME POUR TRACER LE GRAPHE SORTIE EN FONCTION DE SYGMA
1790 REM
1800 MM=MAX-MIN : PASY=MM/10 : PASX=TT/3 : POSO=INT(21+MIN*10/MM) : NP=POSO*8-4
1810 DEF FNZ(Z)=380 + 80*Z/PASX
1820 DEF FNY(Z)=NP-8*Z/PASY
1830 SCREEN 2 : KEY OFF : CLS

```

```

1830 SCREEN 2 : KEY OFF : CLS
1840 LOCATE 10,45 : PRINT "SORTIE"
1850 LOCATE POSO,80 : PRINT CHR$(229)
1860 REM TRACAGE DES AXES DE COORDONNEES
1870 LINE(377,NP)-(624,NP):LINE(617,NP-5)-(624,NP):LINE-(617,NP+5)
1880 LINE(380,81)-(380,168):LINE(375,88)-(380,81) : LINE-(385,88)
1890 LOCATE 23,1 :PRINT TAB(47) "GRAPHE DE LA FONCTION SORTIE=f(" CHR$(228) ")"
1900 FOR I = 84 TO 164 STEP 8
1910 LINE(377,I)-(380,I)
1920 NEXT I
1930 FOR I = 380 TO 624 STEP 80
1940 LINE(I,NP)-(I,NP+4)
1950 NEXT I
1960 INC=0
1970 FOR I = POSO TO 21 STEP 1
1980 LOCATE I,41
1990 PRINT USING "###.#";INC
2000 INC=INC-PASY
2010 NEXT I
2020 INC = 0
2030 FOR I = POSO TO 11 STEP -1
2040 LOCATE I,41
2050 PRINT USING "###.#";INC
2060 INC = INC + PASY
2070 NEXT I
2080 INC = PASX : L = 55
2090 FOR I = 58 TO 78 STEP 10
2100 LOCATE POSO+1,L
2110 PRINT USING "###.#";INC
2120 INC = INC + PASX : L = L + 10
2130 NEXT I
2140 C = FNY(SM(1)) : L = FN(1)
2150 LINE(L,C)-(L,C)
2160 REM TRACAGE DE LA COURBE
2170 FOR I = 1 TO TT
2180 C=FNY(SM(I))
2190 L=FN(I)
2200 IF L > 624 THEN L = 624
2210 IF C > 164 THEN C = 164
2220 IF L < 320 THEN L = 320
2230 IF C < 76 THEN C = 76
2240 LINE-(L,C)
2250 NEXT I
2260 LPRINT
2270 IF INKEY# <> " " THEN 2270
2280 LPRINT
2290 END

```

# BIBLIOGRAPHIE

## Analyse numérique:

- [1] B. Demidovitch,  
"Receuil d'exercices et de problemes d'anayle mathematique"  
Editions MIR                      Moscou 1968
- [2] B. Demidovitch et I. Masson,  
"Eléments de calcul numérique"  
Editions MIR                      Moscou 1973
- [3] G. Choquet,  
"Cours d'analyse, Tome II, Topologie"  
Editions MASSON                  Paris 1973
- [4] E. Diday et G. Gouaret,  
"Classification automatique avec distances adaptatives"  
Revue RAIRO, n° 4, volume 11  
Editions JUNOD                      Paris 1977
- [5] P. Louquet et A. Vogt  
"Du cours aux applications, Analyse 3" J1504  
Librairie Armand Colin          Paris 1974
- [6] F. Robert  
"Calcul du rapport maximal de deux normes sur  $\mathbb{R}^n$ "  
Revue AFIRO, n° 5, 1ere année, Septembre-October  
Edition JUNOD                      Paris 1967



## Automatique:

- [7] M. Bryds,  
"Hierarchical optimizing control of Steady state large scales systems under time."  
Revue IFAC/IFORS  
Warsaw, Poland 11-15 July 1983
- [8] D. W. Clarke,  
"Identification of industrial processes"  
Journal of IFAC, May 1982, Volume 18, number 3  
PERGAMON Press, Oxford.
- [9] J. H. Chow  
"Modeling, Analysis and control of dynamic systems by W.J Palm Hill"  
Journal of IFAC, May 1985, Volume 21, number 3  
PERGAMON Press, Oxford.
- [10] C. Commault  
"Optimal Choice of Modes for aggrégation"  
Journal of IFAC, March 1982, Volume 17, Number 2  
PERGAMON Press, Oxford.
- [11] W. L. de Koning  
"Optimal estimation of Linear Discrete time systems with stochastic parameters."  
Journal of IFAC, January 1984, Volume 20, Number 1  
PERGAMON Press, Oxford

[12] Andre FOSSARD,

"Commande des systèmes multidimensionnels"

Edition DUNOD

Paris 1972

[13] A.J. FOSSARD,

"Outils et modèles mathématiques pour l'automatique, l'analyse des systèmes et le traitement du signal"

Journal of IFAC, January 1983, Volume 19, Number 1

PERGAMON Press,

[14] M.F. HASSAN

"Comments on Review of Dynamic Hierarchical Control by M. Singh"

Journal of IFAC, January 1983, Volume 19, Number 1

PERGAMON Press, Oxford.

[15] J. Leroudier et M. Parent,

"Quelques aspects de la modification des systèmes informatiques par simulation à événements discrets"

Revue AFCET, numero 1, Volume 10, Janvier 1976

Edition DUNOD.

[16] V. KAFAROV,

"Méthodes cybernetiques et techniques chimiques"

Edition MIR

Moscou 1974

[17] S. Kahne,

"Automatic Control Systems"

Journal of IFAC, March 1983, Volume 19, Number 2

PERGAMON Press, Oxford.

- [18] P.V. Kokotovic  
"Subsystems, time scales and modeling"  
Journal of IFAC, November 1981, Volume 17, Number 6  
PERGAMON Press, Oxford
- [19] M.C. Kung et B.F. Womack  
"Discrete time adaptive control of linear systems with  
load linearity"  
Journal of IFAC, July 1984, Volume 20, Number 2.
- [20] R. Lamana and R. Padilla,  
"On a realization method for discrete-time linear systems"  
Journal of IFAC, September 1985, Volume 21, number 5  
PERGAMON Press, Oxford
- [21] A. Liégeois.  
"Commande des systèmes mécaniques articulés"  
Revue RAIRO  
Edition DUNOD.  
Fevrier 1975
- [22] M.S. Mahmoud and M.G. Singh  
"On the use of Reduced Order Models in Output Feedback  
Design of Discrete Systems"  
Journal of IFAC, July 85, Volume 21, Number 4  
PERGAMON PRESS, Oxford
- [23] B.M. Mukin et G. Gondelman.  
"Multilevel Optimisation for discrete systems"  
IFAC / IFORS  
Warsaw, Poland  
11-15 July 1983

[24] G. J. Olsder

"Dynamical Hierarchical Control"

Journal of IFAC, July 1982, Volume 18, Number 4  
PERGAMON Press, Oxford

[25] George N. Saridis,

"Self Control of Stochastic systems"

Volume 4

Copyright by: Marcel DEKKER

USA - 1977

[26] M. G. Singh, et A. Titli,

"Systems: Decomposition, optimisation and Control"

PERGAMON Press, Oxford

1978

[27] J. D. Pearson

"Dynamic Decomposition techniques"

Los-Angeles

1972

[28] J. D. Schoffler

"Static Multilevel Systems"

Los-Angeles

1972

[29] R. Stoica and T. Soderström

"Optimisation with respect to covariance sequence  
parameter"

Journal of IFAC, November 1985, Volume 21, Number 6  
PERGAMON PRESS, Oxford

[30] P. J. Van Der Bosch, and G. Hondend and T.W. Siemensma

"A hierarchical approach to dynamical Optimisation"

of Power systems"  
Journal of IFAC, March 1984, Volume 20, Number 2  
PERGAMON Press, Oxford.

[31] D.A. WISMER,  
"Distributed Multilevel Systeme"  
Los-Angeles 1972

[32] P. Young  
"Parameter Estimation for continuous time Models".  
Journal of IFAC,  
PERGAMON Press, Oxford.

### Economie

[33] Jean Jose Audy  
"Vers une préparation assistée par ordinateur"  
Techniques de l'ingénieur: H 6531 Mars 1982

[34] Jean Jose Audy  
"Conception assistée par ordinateur: C.A.O."  
Techniques de l'ingénieur H 6570 Juin 1984

[35] Jean Jose Audy  
"Production et fabrication assistée par ordinateur: F.A.O."  
Techniques de l'ingénieur H 6580 Octobre 1982

[36] Jean Benassy  
"Production: Informatique et approvisionnement"  
Techniques de l'ingénieur H 6600 Septembre 1983

[37] Philippe Conaneri  
"Organisation de l'approvisionnement et de l'achat"  
Techniques de l'ingénieur A 4305 Novembre 1981

[38] Ivar Ekeland.  
"La répartition des ressources rares"  
Revue : La recherche n° 65 Mars 1976

[39] Jaques Fauconnier et Hervé Hamon,  
"Contrôle de production"  
Techniques de l'ingénieur H 8200 Mai 1970

[40] Jean-Yves Gouret  
"Fiche technique de production"  
Techniques de l'ingénieur H 6530 Mars 1982

[41] Henny Guy  
"Calcul de gestion"  
Techniques de l'ingénieur H 7300 Mai 1985

[42] Jackie Meneveau  
"Introduction à la gestion informatisée de la production"  
Techniques de l'ingénieur H 6510 Juin 1982

[43] S. Kluska Nawarcka,  
"Optimisation d'une production dans des conditions de  
déterminabilité incomplète"  
Revue RAIRO Février 1973  
Edition DUNOD

[44] R. Planche et B. Renberg

"Un modèle pour la gestion simultanée des stocks"

Revue AFIRO, n°6, 1<sup>re</sup> année Nov/Dec 1967

Edition DUNOD

[45] R.A. Zoumikhine

"Modèles physiques et méthodes de la théorie de l'équilibre  
en programmation et en économie"

Edition de Moscou

1978

### Informatique:

[46] David A. Lien.

"Learning IBM BASIC for the personal Computer"

CompuSoft Publishing (USA) 1985

[47] Larry Goldstein et Martin Goldstein

"Programmation et applications" Guide de l'IBM-PC.

Editions Eyrolles

Paris 1984

[48] M. Lucas, J. Mossieu et P.C. Scholl

"Initiation à la programmation: réflexions et propositions"

Revue RAIRO Mars 1975

Edition DUNOD

[49] Peter Norton

"MS-DOS et PC-DOS"

Edition INTERMICRO

Paris 1985

## Statistiques:

- [50] Alain Lamboley  
"Statistiques"  
Techniques de l'ingénieur A 166
- [51] L. Lebat, A. Morineau et J.P. Fénelon  
"Traitement des données statistiques : Méthodes et programmes"  
Edition DUNOD Paris 1979
- [52] Jean-Paul Mandry  
"Probabilités"  
Editions OPU Alger 1982
- [53] Donald F. Morrison  
"Multivariate Statistical Methods"  
Edition Mc GRAW HILL (USA) 1976
- [54] Murray R. Spiegel  
"Théorie et applications de la statistiques"  
Edition Mc GRAW HILL 1972

## Traitement du signal:

- [55] M. Kunt  
"Traitement numérique du signal"  
Edition DUNOD Paris 1981



[56] M. Lebarere

"Le Filtrage et ses applications"

Edition Cepadues

Paris 1978

[57] A. Pelat

"Signaux échantillonnés et systèmes linéaires"

Revue: Electronique Applications n° 47 Avril/Mai 1986

[58] A. Pelat

"Traitement des grandeurs continues"

Revue: Electronique Applications n° 46 Février/Mars 1986

## RESUME

L'objectif de cette étude est le contrôle optimal appliqué à des systèmes multidimensionnels. Une approche est développée pour résoudre le cas particulier des systèmes à paramètres non différentiables.

Cette approche, basée sur la modélisation et la simulation, est illustrée par des exemples en temps différé et en temps réel que nous présentons dans cet ouvrage.