



ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

ANALYSE ET SYNTHÈSE DES RESEAUX D'ADAPTATION
A LARGE BANDE POUR AMPLIFICATEURS MICRO-ONDE
A TRANSISTORS FET.

Proposé par :
Mr TRABELSI

Étudié par :
Madjid CHEBBAH
Abdelkrim GUERCHAOUI

Dirigé par :
Mr TRABELSI

PROMOTION : JUIN 85

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

ANALYSE ET SYNTHÈSE DES RESEAUX D'ADAPTATION
A LARGE BANDE POUR AMPLIFICATEURS MICRO-ONDE
A TRANSISTORS FET.

Proposé par :
Mr TRABELSI

Etudié par :
Madjid CHEBBAH
Abdelkrim GUERCHAOU

Dirigé par :
Mr TRABELSI

PROMOTION : JUIN 85

E.N.P. 10, Avenue Hacén Badi - EL-HARRACH - ALGER

Table des matières

Introduction

| | | |
|----------|---|----|
| I. | Analyse des réseaux d'adaptation à large bande pour transistors. | 1 |
| 1.1. | Modèle unilatéral à constantes localisées des transistors micro-ondes inconditionnellement stables. | 1 |
| 1.2. | Théorie générale de l'adaptation. | 3 |
| 1.2.1. | Théorème d'adaptation à large bande. | 8 |
| 1.2.2. | Étapes de conception d'un réseau d'adaptation à large bande. | 9 |
| 1.3. | Conception des amplificateurs micro-ondes à transistors (Approche analytique). | 10 |
| 1.3.1. | Réseau d'adaptation sans pertes à l'entrée. | 10 |
| 1.3.2. | Réseau d'adaptation sans pertes à la sortie. | 14 |
| II. | Synthèse. | 24 |
| 2.1. | Méthodes de synthèse. | 24 |
| 2.2. | Caractéristique. | 30 |
| 2.3. | Filtre prototype. | 34 |
| III. | Réalisation des réseaux d'adaptation micro-ondes. | 35 |
| 3.1. | A constantes semi-localisées. | 35 |
| 3.2. | Avec inverseurs d'impédances et résonateurs. | 36 |
| 3.2.1. | Réseau n'utilisant qu'un seul type d'éléments réactifs et des inverseurs d'impédances. | 36 |
| 3.2.2. | Réseau d'adaptation passe-bande à résonateurs. | 37 |
| 3.2.2.1. | Utilisant des résonateurs séries. | 37 |
| 3.2.2.2. | Utilisant des résonateurs parallèles. | 37 |
| 3.3. | Exemple. | 38 |
| - | Conclusion. | 44 |
| - | Appendice. | 45 |
| - | Bibliographie. | 57 |

- Remerciements -

Nous remercions vivement M^r Erabelsi, notre promoteur qui a consacré beaucoup de son temps en nous aidant, et en nous ~~me~~ conseillant judicieusement.

Nos remerciements vont également à tous les enseignants ayant participé à notre formation.

Que tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de cette thèse soient remerciés.

- Dedicaces -

- A mes parents, pour tous les sacrifices qu'ils ont consenti pour moi
- A mes frères et sœurs qui m'ont soutenu, encouragé dans mes études.
- A toute la famille ..

Je dédie ce travail

Madjid. Chebbah

-
- A mes parents qui n'ont encouragé durant mes études.
 - A mes frères et sœurs
 - A toute ma famille
 - A tous les amis.

Abdelkrim Guerchaoui

Introduction.

Plusieurs applications tels que les systèmes de communication ou de surveillance exigent des amplificateurs à large bande. Les techniques de conception pour bande étroite ne sont pas applicables.

Le but de notre projet est d'étudier les techniques variées d'adaptation à large bande pour transistor. Aux fréquences micro-ondes, le coefficient de transmission S_{12} des transistors, spécialement les GaAs FET est très faible. Alors le modèle unilatéral ($S_{12}=0$) peut être utilisé avec un minimum de corrections et celles-ci sont introduites dans la procédure d'optimisation finale.

Avec le modèle unilatéral, les réseaux d'adaptation à l'entrée et à la sortie du transistor peuvent être conçus séparément pour adapter l'impédance d'entrée du transistor à $R_S (50\Omega)$ et son impédance de sortie à $R_L (50\Omega)$. Puisque le gain disponible des transistors micro-ondes diminue quand la fréquence augmente par 6dB/octave (environ), il est nécessaire de concevoir des égalisateurs qui peuvent compenser la chute du gain afin d'obtenir une réponse plate avec une ondulation spécifiée dans la bande passante.

Le succès de la conception d'un ampli à large bande dépend grandement du modèle du transistor pour gain élevé, faible bruit et amplification de signaux élevés.

Un amplificateur est à bande étroite si sa bande relative est inférieure à 10%.

I. Analyse des réseaux d'adaptation à large bande pour transistor.

1.1 Modèle unilatéral à constantes localisées des transistors micro-ondes inconditionnellement stables.

Modèle d'un transistor micro-onde unilatéral fig (1.1a) et (1.1b).

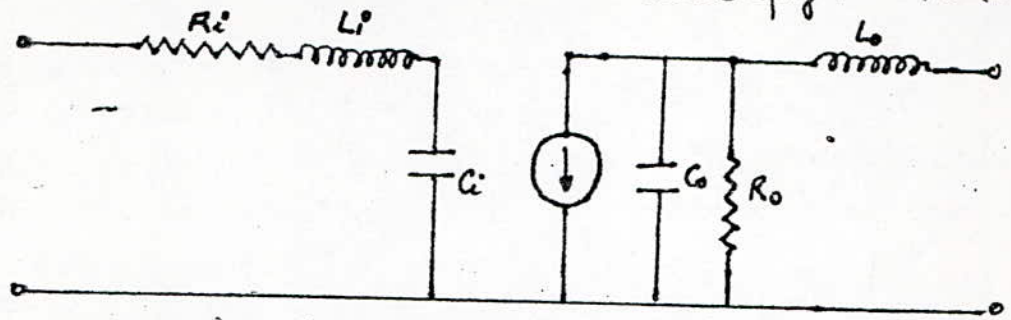


fig 1.1a - transistor avec boîtier

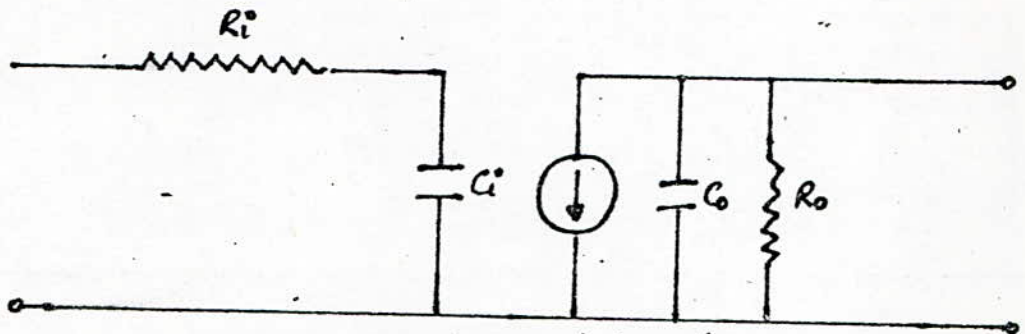


fig 1.1b - transistor intrinsèque.

Du point de vue gain de puissance transducique, on doit déterminer le facteur de mérite U comme suit

$$\frac{G}{G_u} = \frac{|1 - \Gamma_S S_{11}|^2 |1 - \Gamma_L S_{22}|^2}{|(1 - \Gamma_S S_{11})(1 - \Gamma_L S_{22}) - \Gamma_S \Gamma_L S_{12} S_{21}|^2} = \frac{1}{|1 - U|^2} \quad (1.1)$$

avec $U = \Gamma_S \Gamma_L S_{12} S_{21} / (1 - \Gamma_S S_{11})(1 - \Gamma_L S_{22})$

puis que $\frac{1}{(1 + |U|)^2} < \frac{1}{|1 - U|^2} < \frac{1}{(1 - |U|)^2}$

ce qui entraîne :

$$\frac{1}{(1 + |U|)^2} < \frac{G}{G_u} < \frac{1}{(1 - |U|)^2} \quad (1.2)$$

Pour le transistor inconditionnellement stable $S_{11} < 1$ et $S_{22} < 1$ alors si $\Gamma_S = S_{11}^*$ et $\Gamma_L = S_{22}^*$

(1.2) devient $\frac{1}{(1 + U)^2} < \frac{G}{G_{u \max}} < \frac{1}{(1 - U)^2}$ (1.3a)

$$\text{ou } K = \frac{|S_{11}| |S_{22}| |S_{12}| |S_{21}|}{(1 - |S_{11}|^2)(1 - |S_{22}|^2)} \quad (1.3b)$$

K étant le facteur unilatéral de mérite.

Γ_s et Γ_L sont respectivement les coefficients de réflexion de la source et de la charge.

Les équations (1.3a) et (1.3b) donnent l'écart maximum d'erreur des gain de puissance transductique, lorsqu'on utilise le modèle unilatéral.

À ces fréquences micro-ondes, cet écart est typiquement de $\pm 0,5$ dB. Pour montrer que le modèle unilatéral est valable, on le vérifie avec un certain nombre de transistors bipolaires ou FET.

Exemple :

HFET 1A102 peut être un modèle unilatéral avec $R_i = 12,3 \Omega$, $L_i = 0,748$ nH, $C_i = 0,791$ pF ; $R_o = 240,3 \Omega$, $C_o = 0,38$ pF et $L_o = 0,3$ nH dont Γ_i et Γ_o

À partir des tableaux (1.1) et (1.2) on peut approximer S_{11} et S_{22} à Γ_s et Γ_L (coefficients de réflexion à l'entrée et à la sortie pour une largeur de bande de 3 GHz).

Tableau : 1.1 - Les paramètres "S" du HFET GaAs-1A102

| f (GHz) | S_{11} | S_{21} | S_{12} | S_{22} | S_{21} (dB) | K |
|---------|---------------------|--------------------|----------------------|---------------------|---------------|------|
| 4 | 0,72 \angle -116° | 2,6 \angle 75,3° | 0,028 \angle 56,7° | 0,73 \angle -54° | 8,29 | 1,29 |
| 5 | 0,66 \angle -142° | 2,4 \angle 53,8° | 0,034 \angle 62° | 0,72 \angle -63° | 7,57 | 1,29 |
| 6 | 0,62 \angle -167° | 2,2 \angle 32,5° | 0,045 \angle 64,3° | 0,72 \angle -83° | 6,79 | 1,15 |
| 7 | 0,53 \angle -169° | 2,0 \angle 12,1° | 0,060 \angle 64,6° | 0,71 \angle -100° | 5,96 | 0,98 |

Tableau : 1.2 - Coefficient de réflexion à l'entrée et à la sortie du HFET-1A102 pour le modèle unilatéral.

| f (GHz) | Γ_i | Γ_o |
|---------|------------------------|---------------------|
| 4 | 0,703 \angle -113,3° | 0,680 \angle -56° |
| 5 | 0,639 \angle -141° | 0,694 \angle -70° |
| 6 | 0,609 \angle -167° | 0,710 \angle -83° |
| 7 | 0,607 \angle -170° | 0,728 \angle -96° |

L'impédance d'entrée $R_i L_i C_i$ du modèle unilatéral peut être utilisée pour approximer Γ_m^* (coefficient de réflexion de source de bruit optimum de Γ_m). Ceci est très important dans la conception des amplificateurs à large bande et à faible bruit, puis que un réseau d'adaptation doit être conçu pour égaler Γ_m^* à l'impédance de source R_s (50 Ω) pour obtenir un bruit minimum.

En résumé, le modèle unilatéral de la fig (1.1) peut approximer les performances des transistors micro-ondes pour bande large. La dégradation du gain transmis, en utilisant ce modèle peut être évalué par la formule (1.3).

1.2. Théorie générale de l'adaptation à large bande (avec constantes localisées).

La conception des amplificateurs à large bande consiste à concevoir des réseaux d'adaptation N_i et N_o (fig 1.2) avec une réponse en gain constante (T.O.S minimal) ou variable (pour compenser la chute en gain du transistor qui est ≈ 6 dB/octave).

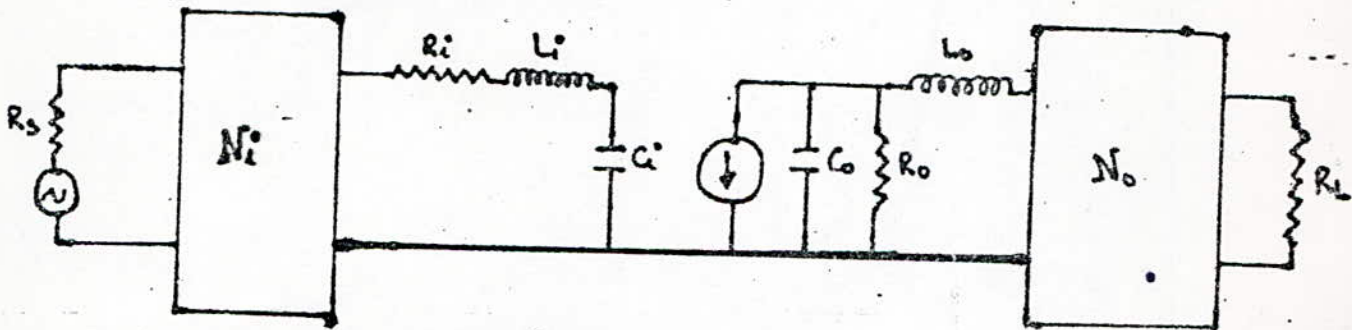


fig 1.2 - Adaptation d'un transistor micro-ondes à large bande. utilisant le modèle unilatéral.

En résumé, la conception de N_i et N_o est un cas spécial de la conception d'un réseau d'adaptation N sans perte pour égaler R_s (source) à Z_L (charge complexe passive). fig (1.3) [1]

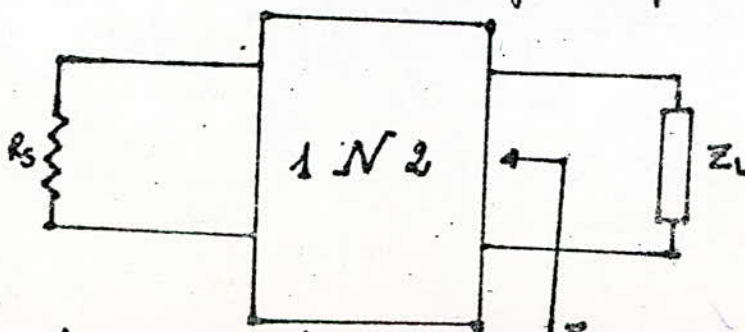


fig 1.3 - Schéma de l'adaptation à large bande.

Le réseau N possède la matrice de dispersion suivante:

$$S(j\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}(j\omega) & S_{12}(j\omega) \\ S_{21}(j\omega) & S_{22}(j\omega) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Les éléments $S_{ij}(j\omega)$ sont normalisés par rapport à la charge passive $Z_L(j\omega)$ et par rapport à R_s , respectivement à droite et à gauche de N .

Le réseau N est sans pertes

$$S^T(j\omega) \cdot S(j\omega) = I_2 \quad (1.5)$$

donc:

$$S_{11}^*(j\omega) \cdot S_{11}(j\omega) + S_{21}^*(j\omega) \cdot S_{21}(j\omega) = 1 \quad (1.6a)$$

$$S_{11}^*(j\omega) \cdot S_{12}(j\omega) + S_{21}^*(j\omega) \cdot S_{22}(j\omega) = 0 \quad (1.6b)$$

$$S_{12}^*(j\omega) \cdot S_{12}(j\omega) + S_{22}^*(j\omega) \cdot S_{22}(j\omega) = 1 \quad (1.6c)$$

De (1.6b) on a:

$$S_{12}(j\omega) = -S_{21}^*(j\omega) S_{22}(j\omega) / S_{11}^*(j\omega) \quad (1.7)$$

Substituant (1.7) dans (1.6c):

$$|S_{11}(j\omega)| = |S_{22}(j\omega)| \quad (1.8)$$

Avec (1.6a); (1.6c) et (1.8) nous avons:

$$|S_{12}(j\omega)| = |S_{21}(j\omega)| \quad (1.9)$$

On sait que le gain de puissance transductique de l'accès 1 à l'accès 2 de N est donné par:

$$G(\omega^2) = |S_{21}(j\omega)|^2 = 1 - |S_{22}(j\omega)|^2 \quad (1.10)$$

et que:

$$\begin{aligned} S_{22}(j\omega) &= \frac{Z_2(j\omega) - Z_L^*(j\omega)}{Z_2(j\omega) + Z_L(j\omega)} \\ &= \frac{Z_2(j\omega) - Z_L(-j\omega)}{Z_2(j\omega) + Z_L(j\omega)} \end{aligned} \quad (1.11)$$

où $Z_2(j\omega)$ est une impédance réelle, positive à l'accès 2 de N et $Z_L^*(j\omega) = Z_L(-j\omega)$ puisque $Z_L(j\omega)$ est réelle et rationnelle.

Notons
$$S_{22}(s) = \frac{Z_2(s) - Z_L(-s)}{Z_2(s) + Z_L(s)} \quad (1.12)$$

avec
$$S_{22}(j\omega) = S_{22}(s) \Big|_{s=j\omega}$$

Les pôles de $S_{22}(s)$ pour $\text{Re}(s) > 0$ sont précisément ceux de $Z_L(-s)$ puisque $Z_2(s)$ et $Z_L(s)$ sont à partie réelle positive et ne peuvent avoir de pôles dans $\text{Re}(s) > 0$.

Soit S_i ($i=1, 2, \dots, m$) les pôles de $Z_L(-s)$ pour $\text{Re}(s) > 0$ et.

$$B(s) = \prod_{i=1}^m \frac{s - S_i}{s + S_i} \quad (1.13)$$

$B(s)$ étant une fonction passe-tout, [Appendice 1] et que
$$p(s) = B(s) \cdot S_{22}(s) \quad (1.14)$$
 est

analytique pour $\text{Re}(s) > 0$ et $|p(j\omega)| = |S_{22}(j\omega)| \leq 1$
 $p(s)$ est le coefficient de réflexion limite.

Substituons (1.14) dans (1.12) et (1.10)

$$Z_2(s) = \frac{2r_L(s) \cdot B(s)}{B(s) - p(s)} - Z_L(s) \quad (1.15)$$

où
$$r_L(s) = \frac{1}{2} [Z_L(s) + Z_L(-s)] \quad (1.16)$$

et
$$|p(j\omega)|^2 = 1 - G(\omega^2) \quad (1.17)$$

Puisque $p(s)$ est le coefficient de réflexion limite, il est nécessaire que $G(\omega^2)$ soit rationnel en ω et que $0 \leq G(\omega^2) \leq 1$. Aussi à partir de (1.17), nous remarquons que si $G(\omega^2)$ est donné, alors $p(s)$ peut être déterminé comme suit:

$$p(s) \cdot p(-s) = 1 - G(-s^2) = \frac{N(s^2)}{M(s^2)} \quad (1.18)$$

En substituant $w = -js$ dans (1.17), où $H(s^2)$ et $M(s^2)$ sont les numérateur et dénominateur de $1 - G(-s^2)$. Soient $N(s^2)$ et $M(s^2)$ le produit de 2 polynômes tel que $N(s^2) = n(-s) \cdot n(s)$ et $M(s^2) = m(-s) \cdot m(s)$ où $n(s)$ et $m(s)$ sont les polynômes de Hurwitz formés par les zéros pour $\text{Re}(s) < 0$ de $H(s^2)$ et $M(s^2)$. Alors $p(s)$ est choisi tel que:

$$p(s) = \pm \frac{n(s)}{m(s)} \quad (1.19)$$

Nous remarquons que $p(s)$ dans (1.19) n'a pas de zéros et de pôles pour $\text{Re}(s) > 0$, ils sont situés dans le demi-plan gauche.

En conclusion, $Z_L(s)$ et $G(w^2)$ donnés, on obtient $Z_2(s)$ à partir de (1.15). Si $Z_2(s)$ est réelle et positive, nous pouvons faire une synthèse d'un réseau sans perte. Le problème qui reste est de trouver les contraintes sur $p(s)$ pour rendre $Z_2(s)$ réelle positive.

De (1.15) nous avons:

$$B(s) - p(s) = \frac{2r_L(s) \cdot B(s)}{Z_2(s) + Z_L(s)} = \frac{2\lambda(s) \cdot B(s)}{Z_2(s)/Z_L(s) + 1} \quad (1.20)$$

$$\text{où } \lambda(s) = r_L(s) / Z_L(s) \quad (1.21)$$

Sans tenir compte de N , il existe des points s_0 ($\text{Re}(s) \geq 0$) déterminés seulement par le choix de la charge $Z_L(s)$, tel que $B(s_0) = p(s_0)$. Le zéro s_0 de $\lambda(s)$ pour $\text{Re}(s) \geq 0$ de multiplicité k est appelé un zéro de transmission de la charge d'ordre k . Les contraintes pour que $Z_2(s)$ soit réelle positive seront formulées à partir de s_0 . Les s_0 sont divisés en différentes classes:

Classe 1: tous les s_0 tel que $\text{Re } s > 0$

classe 2: tous les s_0 tel que $Z_L(j\omega) = 0$

classe 3: tous les s_0 tel que $0 < Z_L(j\omega_0) < \infty$

Classe 4: tous les s_0 tel que $|Z_L(j\omega_0)| = \infty$

$P(s)$, $B(s)$ et $F(s) = 2r_L(s) \cdot B(s)$ sont représentés en série de puissance en s_0 :

$$P(s) = \sum_{i=0}^{\infty} P_i (s-s_0)^i \quad (1.22a)$$

$$B(s) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i (s-s_0)^i \quad (1.22b)$$

$$F(s) = 2r_L(s) \cdot B(s) = \sum_{i=0}^{\infty} F_i (s-s_0)^i \quad (1.22c)$$

et

$$Z_2'(j\omega) = \frac{d}{d\omega} Z_2(j\omega) \quad (1.22d)$$

$$Z_L'(j\omega) = \frac{d}{d\omega} Z_L(j\omega) \quad (1.22e)$$

Le résidu de $Z_L(s)$ au pôle $s = j\omega_0$ est

$$a_{-1} (= \lim_{s \rightarrow j\omega_0} (s-j\omega_0) Z_L(s)) \quad (1.23a)$$

$$= \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{Z_L(s)}{s} \quad (1.23d)$$

1.2.1. Théorème d'adaptation à large bande. [1]

Soit $Z_1(s)$ une fonction rationnelle à réelle positive et $P(s)$ une fonction rationnelle réelle limite. Alors $Z_2(s)$ est rationnelle et réelle positive si seulement si :

- (a) $B_i = p_i$ ($i=0, 1, \dots, k-1$) pour le zéro de transmission s_0 d'ordre k de la classe 1.
- (b) $B_i = p_i$ ($i=0, 1, \dots, k-1$) et $(B_k - p_k)/F_{k+1} \geq 0$ pour le zéro de transmission s_0 d'ordre k de la classe 2.
- (c) $B_i = p_i$ ($i=0, 1, \dots, k-2$) et $(B_{k-1} - p_{k-1})/F_k \geq 0$ pour le zéro de transmission s_0 d'ordre k de la classe 3.
- (d) $B_i = p_i$ ($i=0, 1, \dots, k-1$) et $F_{k-1}/(B_k - p_k) \geq 0$ pour le zéro de transmission s_0 d'ordre k de la classe 4.

1.2.2. Etapes de la conception d'un réseau d'adaptation.

Le problème d'adaptation à large bande basé sur ce théorème peut-être entamé de la manière suivante :

1^{ère} étape :

Vérifier que $G(\omega^2)$ donné, est rationnel en ω^2 et satisfait, $0 \leq G(\omega^2) \leq 1 \quad \forall \omega$

2^{ème} étape :

Extraire $p(s)$ (coefficient de réflexion à phase minimale) tel que :

$$p(s)p(-s) = 1 - G(-s^2)$$

3^{ème} étape :

- De $Z_L(s)$, calculer $d(s)$ dans (1.21); $P(s)$ dans (1.13) et $F(s)$ dans (1.22c).
- Classer les zéros de transmission de $Z_L(s)$ qui sont les zéros de $d(s)$.
- Obtenir le développement en série de puissance de P_i , P_o et F_i selon chaque classe de zéro de transmission.

4^{ème} étape :

Si les restrictions sont toutes satisfaites, déterminer $Z_2(s)$ selon (1.15). Le théorème garantit que $Z_2(s)$ est réelle positive.

5^{ème} étape :

Synthétiser $Z_2(s)$ comme impédance d'entrée d'un réseau sans pertes N terminé par une résistance R .

Les résultats développés ici sont maintenant utilisés pour concevoir des réseaux d'adaptation pour transistor micro-ondes.

Nous ferons une conception approchée en utilisant la méthode analytique, où $G(\omega^2)$ est sous forme de fonction de Chebyshev et Butterworth dont les propriétés sont bien établies.

En général, n'importe quelle $G(\omega^2)$ qui approxime une réponse idéale peut-être utilisé. Les coefficients de $G(\omega^2)$ peuvent-être déterminés par la méthode d'approximation des moindres carré. Cette approximation est par nature plus générale que l'approche analytique, mais elle est tout à fait compliquée.

1.3. Conception d'un amplificateur micro-onde à transistor (Approche analytique).

But: Appliquer le résultat précédent pour trouver les contraintes sur la limitation du gain-bande passante des amplificateurs micro-ondes à large bande et présenter une procédure des réseaux d'adaptation qui peuvent compenser la chute du gain du transistor micro-onde qui est environ de 6dB/octave en utilisant les réponses analytiques.

1.3.1. Reseau d'adaptation sans pertes à l'entrée.

Le problème est de déterminer les limites du gain-largeur et synthétiser le réseau d'adaptation N_i à l'entrée entre R_s et $R_i L_i C_i$ pour obtenir $G(\omega^2)$ désiré comme dans la figure (1.2).

La réponse $G(\omega^2)$ peut-être choisi constante dans la bande passante ou ayant une réponse croissante de 6dB/octave pour compenser la chute du transistor.

On remarque que l'impédance $R_i L_i C_i$ est du type passe bande, ici il est nécessaire de choisir $G(\omega^2)$ comme une réponse passe-bande pour maximiser le produit gain. largeur de bande. Pour une réponse constante, la caractéristique du passe-bande est choisie comme suit :

$$G(\omega^2) = \frac{K_n}{1 + P_n^2(\omega')} \quad 0 \leq K_n \leq 1 \quad (1.30)$$

où la constante K_n est le gain dans la bande passante de $G(\omega^2)$ et

$$\omega' = \frac{\omega}{B} - \frac{\omega_0^2}{B\omega} ; B = \omega_2 - \omega_1 ; \omega_0^2 = \omega_1 \omega_2 \quad (1.31)$$

ω_1 et ω_2 sont les fréquences du passe-bande et $P_n = \epsilon C_n(\omega')$ pour la réponse de Chebyshev où $C_n(\omega')$ est le polynôme de Chebyshev d'ordre n .

$P_n(\omega') = \omega'^n$ pour une réponse de Butterworth.

Pour une réponse variable on utilise (1.32)

$$G(\omega^2) = \frac{K_n (\omega/\omega_2)^2}{1 + P_n^2(\omega')} \quad (1.32)$$

ceci dans le but de compenser la chute du gain

Après avoir choisi $G(\omega^2)$, le coefficient de réflexion à phase minimale peut être déterminé par (1.18)

En général $p(s)$ est de la forme,

$$p(s) = \frac{s^{2n} + a'_{2n-1} s^{2n-1} + \dots + a'_1 s + a'_0}{s^{2n} + a_{2n-1} s^{2n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1.33)$$

où $a_0 = a'_0$ et $a_i > a'_i$ ($i = 1, 2, \dots, 2n-1$)

L'impédance de charge est maintenant l'impédance d'entrée du transistor $Z_i(s)$

$$Z_i(s) = R_i + sL_i + \frac{1}{sC_i}$$

De (1.31) on a:

$$\begin{aligned} \lambda(s) &= \frac{1/2 [Z_i(s) + Z_i(-s)]}{Z_i(s)} = \frac{R_i}{R_i + sL_i + \frac{1}{sC_i}} \\ &= \frac{sR_iC_i}{s^2L_iC_i + sR_iC_i + 1} \end{aligned} \quad (1.34)$$

Il est évident que les zéros de $d(s)$ sont zéro "0" et l'infini (∞) d'ordre 1, aussi $|Z_i(0)| = \infty$ et $|Z_i(\infty)| = \infty$.

$S_0 = 0$ et $S_0 = \infty$ sont des zéros de transmission de classe 4 de $Z_i(s)$.

Les résidus de $Z_i(s)$ pour les zéros.

$$a_{-1}(0) = \lim_{s \rightarrow 0} s Z_i(s) = \frac{1}{c_i} \quad (1.35a)$$

$$a_{-1}(\infty) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{Z_i(s)}{s} = L_i^0 \quad (1.35b)$$

$Z_i(-s) = R - S_i - \frac{1}{S_i c_i}$ n'a pas de pôles dans $\text{Re}(s) > 0$, donc

$$P_0(s) = 1 \quad \text{et} \quad F(s) = 2R_i$$

Les expressions en série de puissance de $P(s)$, $p(s)$ et $F(s)$ en "0" et " ∞ " sont:

$$p(s) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i s^i = \sum_{i=0}^{\infty} p'_i s^{-i} \quad (1.36)$$

$$P(s) = \sum_{i=0}^{\infty} P_i s^i = \sum_{i=0}^{\infty} P'_i s^{-i} = 1 \quad (1.37)$$

$$F(s) = \sum_{i=0}^{\infty} F_i s^i = \sum_{i=0}^{\infty} F'_i s^{-i} = 2R_i \quad (1.38)$$

La condition du théorème d'adaptation à large bande dit que:

$$P_0 = p_0 ; \quad \frac{F_0}{P_1 - p_1} \gg a_{-1}(0) \quad (1.39a)$$

$$P'_0 = p'_0 ; \quad \frac{F'_0}{P'_1 - p'_1} \gg a_{-1}(\infty) \quad (1.39b)$$

De (1.33) - (1.36) et (1.38) il est évident que $P_0 = P'_0 = 1$
 $P_1 = P'_1 = 0 ; \quad F_0 = F'_0 = 2R_i ; \quad p_0 = \frac{a_0}{a_0} = 1$

$$p'_0 = \lim_{s \rightarrow \infty} p(s) = 1$$

$$p_1 = (a_1 - a_1) / a_0 \quad \text{et} \quad p'_1 = a_{2n-1}' - a_{2n-1}$$

Les équations (1.39a) et (1.39b) sont satisfaites si et seulement si :

$$R_i C_i \geq 1/2 (a_i - a'_i) / a_0 \quad (1.40a)$$

$$R_i / L_i \geq 1/2 (a_{2n-1} - a'_{2n-1}) \quad (1.40b)$$

Les équations (1.40a) et (1.40b) déterminent les limites du gain - bande passante du réseau d'adaptation à l'entrée. Dans le cas d'une réponse constante, ces contraintes peuvent être calculées à partir des coefficients a_i et a'_i pour les réponses de Chebyshev et Butterworth.

Pour la réponse de Chebyshev [Appendice A₂]

$$a_0 = a'_0 = \omega_0^{2n} \quad (1.41a)$$

$$a_1 = \frac{\omega_0^{2n-2} B \sinh^2 x}{\sin u_1} \quad a'_1 = \frac{\omega_0^{2n-2} B \sinh^2 x'}{\sin u_1} \quad (1.41b)$$

$$a_{2n-1} = \frac{B \sinh^2 x}{\sin u_1} \quad a'_{2n-1} = \frac{B \sinh^2 x'}{\sin u_1} \quad (1.41c)$$

où $x = (1/n) \sinh^{-1}(1/\epsilon)$; $x' = (1/n) \sinh^{-1}(\sqrt{1 - K_n/\epsilon})$

$$u_m = m\pi/2n \quad (1.42d)$$

Avec (1.41a) - (1.41d) et (1.40) on obtient :

$$\begin{aligned} (1 - K_n)^{1/2} \geq \max \left\{ \begin{aligned} &\epsilon \sinh \left[n \sinh^{-1} \left(\sinh x - \frac{2 R_i C_i \omega_0^2 \sin u_1}{B} \right) \right] ; \\ &\epsilon \sinh \left[n \sinh^{-1} \left(\sinh x - \frac{2 R_i \sin u_1}{B L_i} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.42) \end{aligned}$$

Pour la réponse de Butterworth [Appendice A₂]

$$a_0 = a'_0 = \omega_0^{2n} \quad (1.43a)$$

$$a_1 = \frac{\omega_0^{2n-2} B}{\sin u_1} \quad a'_1 = \frac{\omega_0^{2n-2} B (1 - K_n)^{1/2n}}{\sin u_1} \quad (1.43b)$$

$$a_{2n-1} = \frac{B}{\sin u_1} \quad a'_{2n-1} = \frac{B(1-K_n)^{1/2n}}{\sin u_1} \quad (1.43c)$$

Substituant (1.43a) - (1.43c) dans (1.40) on aura :

$$(1-K_n)^{1/2n} \geq \max \left\{ 1 - \frac{2R_i C_i \omega_0^2 \sin u_1}{B}, 1 - \frac{2R_i \sin u_1}{B L_i} \right\} \quad (1.44)$$

L'impédance $Z_{2i}(s)$ réalisant notre réseau d'adaptation à l'entrée H_i est donnée par (1.15) où $Z_L(s)$ est remplacée par $Z_i(s)$

$$Z_{2i}(s) = R_i \frac{1+p(s)}{1-p(s)} - L_i s - \frac{1}{s C_i} \quad (1.45)$$

L'impédance $Z_{2i}(s)$ peut être réalisée à l'aide d'un réseau passe bande comportant un transformateur idéal qui peut être remplacé par un réseau en T ou Pi (inductif ou capacitif) (Appendice A₃).

Pour la synthèse de $Z_{2i}(s)$, on utilise les méthodes d'extraction des pôles et des zéros.

1.3.2 Réseau d'adaptation de sortie sans pertes

L'impédance de sortie du transistor emballé $R_0 L_0$ est du type passe-bas

$$Z_0(s) = R_0 / (s R_0 L_0 + 1) + s L_0 \text{ est finie quand } s = j\omega = 0$$

$Z_0(0) = R_0$ et $Z_0(\infty) = \infty$. De plus afin d'utiliser le théorème d'adaptation à large bande avec gain de puissance de Chebyshev ou Butterworth, il est nécessaire de choisir $G(\omega^2)$ du type passe-bas. Comme (1.46a) pour une réponse constante et (1.46b) pour une réponse variable (ω_c : fréquence de coupure).

$$G(\omega^2) = \frac{K_n}{1 + P_n^2(\omega)} \quad (1.46a)$$

$$G(\omega^2) = \frac{K_n (\omega/\omega_c)^2}{1 + P_n^2(\omega)} \quad (1.46b)$$

où $P_n(\omega) = \varepsilon C_n(\omega/\omega_c)$ pour Chebyshev.

$P_n(\omega) = (\omega/\omega_c)^n$ pour Butterworth.

Dans le cas où le transistor n'est pas emballé (transistor en pièce) dont l'impédance de sortie $R_o // C_o$, les réponses du type passe-bande (1.32) sont appropriées.

Le choix de $G(\omega^2)$ compatible avec une charge donnée est important, il dictera la réalisabilité de $Z_2(s)$.

L'impédance $R_o C_o L_o$ peut-être aussi adaptée par $G(\omega^2)$ du type passe-bande, mais avec des contraintes supplémentaires.

a) Pour $G(\omega^2)$ passe-bas, $p(s)$ est de la forme :

$$p(s) = \frac{s^n + a'_{n-1} s^{n-1} + \dots + a'_1 s + a'_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad a_i > a'_i \quad (1.47)$$

De (1.21) on a :

$$\begin{aligned} d(s) &= 1/2 [Z_o(s) + Z_o(-s)] / Z_o(s) \\ &= \frac{R_o}{(1 - s R_o C_o) [R_o + s L_o (1 + s R_o C_o)]} \end{aligned} \quad (1.48)$$

Les zéros de $d(s)$ sont l'infini " ∞ " d'ordre 3

Résidu de $Z_o(s)$ à l'infini est :

$$a_{-1}(\infty) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{Z_o(s)}{s} = L_o \quad (1.49)$$

De plus, puisque $Z_0(-s) = R_0 / (1 - sR_0C_0)$ - sL_0 possède un pôle en $\text{Re}(s) > 0$ qui est $s_0 = 1/R_0C_0$

alors,
$$B(s) = \frac{sR_0C_0 - 1}{sR_0C_0 + 1} \quad (1.50)$$

et
$$- F(s) = B(s) [Z_0(s) + Z_0(-s)] = \frac{-R_0}{(1 + sR_0C_0)^2} \quad (1.51)$$

Selon (1.22), les développements en puissance de $p(s)$, $B(s)$ et $F(s)$ à l'infini sont:

$$p(s) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i s^{-i} = \frac{s^{n+a'_n} + s^{n-1+a'_{n-1}} + \dots + a'_1 s + a'_0}{s^n + a_n + s^{n-1} + \dots + a'_1 s + a'_0} \quad (1.52a)$$

$$B(s) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i s^{-i} = \frac{sR_0C_0 - 1}{sR_0C_0 + 1} \quad (1.52b)$$

$$F(s) = \sum_{i=0}^{\infty} F_i s^{-i} = \frac{-R_0}{(1 + sR_0C_0)^2} \quad (1.52c)$$

Condition "d" du théorème d'adaptation à large bande :

$$B_i = p_i \quad (i = 0, 1, 2) \quad (1.53a)$$

$$\text{et } \frac{F_2}{B_3 - F_3} \gg a_{-1}(\infty) = L_0 \quad (1.53b)$$

(1.52b) et (1.52c) on a:

$$B_0 = 1 ; B_1 = -2/R_0C_0 ; B_2 = 2/R_0^2C_0^2 \text{ et } B_3 = -2/R_0^3C_0^3$$

$$F_2 = -2/R_0C_0^2 \text{ puisque } p_0 = \lim_{s \rightarrow \infty} p(s) = 1 ; p_0 = p_0$$

et pour $B_i = p_i (i = 1, 2)$ nous devons avoir :

$$-2/R_0C_0 = a'_{n-1} - a_{n-1} = p_1 \quad (1.54a)$$

$$2/R_0^2C_0^2 = a'_{n-2} - a_{n-2} - a_{n-1}(a'_{n-1} - a_{n-1}) \quad (1.54b)$$

et avec (1.53b) on aura:

$$L_1 = \frac{2/R_0C_0^2}{-2/R_0^3C_0^3 - a'_{n-3} + a_{n-3} + a_{n-1}(a'_{n-2} - a_{n-2})} \gg L_0 \quad (1.54c)$$

Dans le cas d'une réponse constante, il peut être trouvé pour le passe-bas de Chebyshev [Appendice A₂]

$$a_{n-1} = \frac{\sinh x}{\sin u_1} \quad (1.55a)$$

$$a_{n-2} = -\frac{1}{4}n + \frac{1}{2}a_{n-1}^2 \quad (1.55b)$$

$$a_{n-3} = \frac{\sinh x}{\sin u_1} \left[\frac{1}{4}n - \frac{\cos^2 u_1 \sin u_1}{\sin u_3} + \frac{\sinh^2 x \cos u_2}{2 \sin u_1 \sin u_3} \right] \quad (1.55c)$$

$$a_0 = 2^{1-n} \sinh nx \quad (n \text{ pair}) \quad a_0 = 2^{1-n} \cosh nx \quad (n \text{ impair}) \quad (1.55d)$$

Les α_i sont obtenus simplement en remplaçant x par x' où x et x' sont donnés en (1.41d).

En combinant (1.55) dans (1.54) on obtient:

$$\theta_1 \leq 1/\epsilon \leq \theta_2 \quad (1.56a)$$

$$\alpha_2 \leq \sqrt{1-Kn} = \alpha_1 \leq \alpha_3 \quad (1.56b)$$

$$\frac{\omega_c L_0}{R_0} \leq \frac{[2(\sin^2 u_3)(1 - \cos u_2)]^{1/2}}{\sin^2 u_2} \quad (1.56c)$$

où

$$\theta_1 = \sinh \left\{ n \sinh^{-1} \left[-P/2 - (P^2 - 4q)^{1/2}/2 \right] \right\} \quad (1.57a)$$

$$\theta_2 = \sinh \left\{ n \sinh^{-1} \left[-P/2 + (P^2 - 4q)^{1/2}/2 \right] \right\} \quad (1.57b)$$

$$P = \frac{2R_0(\sin u_3)(\cos u_2 - 1)}{\omega_c L_0 \sin^2 u_2} \quad (1.57c)$$

$$q = \frac{R_0^2 \sin^2 u_3}{\omega_c^2 L_0^2 \sin^2 u_2} \quad (1.57d)$$

$$\alpha_1 = \epsilon \sinh \left\{ n \sinh^{-1} \left(\sinh x - \frac{2 \sin u_1}{R_0 L_0 \omega_c} \right) \right\} \quad (1.57e)$$

$$\alpha_2 = \varepsilon \sinh \left\{ n \sinh^{-1} \left[-b/2 - (b^2 - 4c)^{1/2}/2 \right] \right\} \quad (1.57a)$$

$$\alpha_3 = \varepsilon \sinh \left\{ n \sinh^{-1} \left[-b/2 + (b^2 - 4c)^{1/2}/2 \right] \right\} \quad (1.57g)$$

$$\bar{b} = \frac{2R_0 \sin \alpha_3}{\omega_c L_0} - 2 \sinh x \cos \alpha_2 \quad (1.57h)$$

$$c = \sinh^2 x + \sin^2 \alpha_2 - \frac{2R_0 \sinh x \sin \alpha_3}{\omega_c L_0} \quad (1.57i)$$

Les équations (1.56a) - (1.56c) constituent les contraintes du gain-bande passande pour le réseau d'adaptation à la sortie N_0 avec une réponse constante de Chebyshev du type passe-bas. L'impédance $Z_{20}(s)$ dans (1.15) peut-être évaluée comme suit,

$$\begin{aligned} Z_{20}(s) &= \frac{F(s)}{B(s) - p(s)} - Z_0(s) \\ &= \frac{-R_0[1 - p(s)]}{SR_0G_0[1 - p(s)] - [1 + p(s)]} - SL_0 \\ &= \frac{R_0}{[1 + p(s)]/[1 - p(s)] - SR_0G_0} - SL_0 \\ &= \frac{1}{R_0^{-1}[1 + p(s)]/[1 - p(s)] - SG_0} - SL_0 \quad (1.58) \end{aligned}$$

b) $G(\omega^2)$ passe-bande.

On suppose que $\hat{Z}_0(s) = R/(1 + sRC) + SL$ peut-être adapté à R_L par N_L (passe-bas) fig (1.4) où la fréquence de coupure $\omega_c = 1 \text{ rad/sec}$.

Si on applique la transformation passe-bas en

en passe-bande, on obtient le réseau d'adaptation passe bande fig.(1.5) (Appendice A₂).

avec :

$$C_p = C/B \quad L_p = B/\omega_0^2 \quad (1.59a)$$

$$C_s = B/\omega_0^2 \quad L_s = LB \quad (1.59b)$$

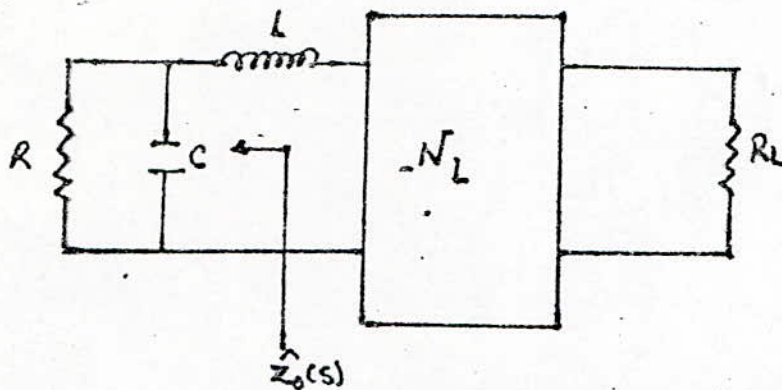


fig. 1.4 - Adaptation de la charge R.C.L par un réseau passe-bas N_L .

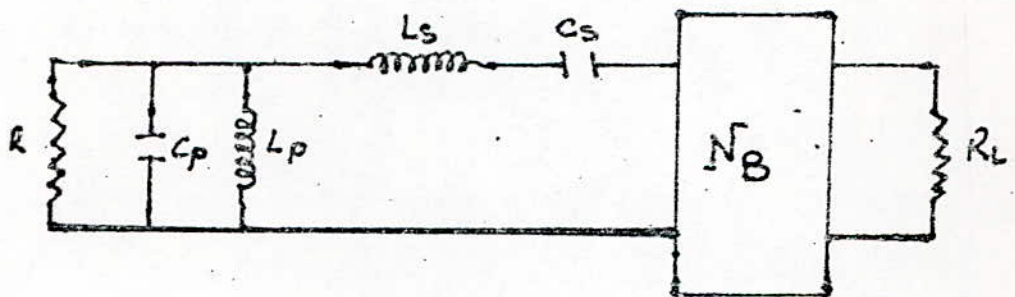


fig. 1.5 - Le réseau passe-bande de la fig 1.4

Le réseau de la fig(1.5) est transformé en celui de la fig. (1.6) en utilisant le réseau inductif en π avec les contraintes de réalisabilité suivantes :

$$1 \leq t \leq 1 + \frac{L_s}{L_p} \quad (1.60)$$

$R_0 C_0 - L_0$ est adapté à R_L par un réseau passe-bande si :

$$R_0 = t^2 R \quad ; \quad C_0 = C_p / t^2 \quad ; \quad L_0 \leq t(t-1)L_p \quad (1.61)$$

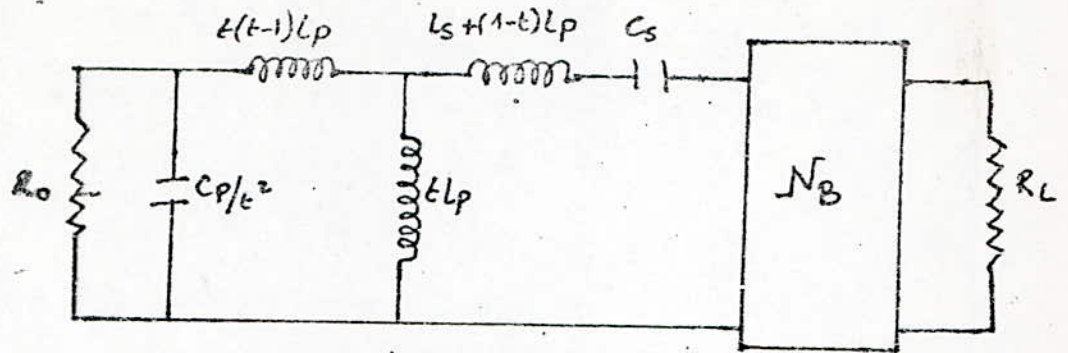


fig. 1.6 - réseau équivalent de (1.5)

De (1.59) - (1.61), on peut déterminer facilement que:

$$t \gg \max \left\{ 1 ; \frac{1}{1 - \omega_0^2 L_0 C_0} \right\} \quad (1.62a)$$

$$R = \frac{R_0}{t^2} \quad ; \quad C = t^2 B C_0 \quad ; \quad L \gg \frac{B(t-1)}{t^2 \omega_0^2 C_0} = L_2 \quad (1.62b)$$

Alors pour $R_0 C_0 - L_0$ donné, on peut choisir arbitrairement t tel que (1.62a) est vérifiée et on obtient l'impédance de charge $R C - L$ de (1.62b) adaptée à R_L .

Après qu'on ait déterminé N_L avec impédance de charge $R C - L$, on applique la transformation (1.27) pour obtenir N_B et d'autres éléments fig-(1.5). Le réseau d'adaptation N_0 passe-bande pour la charge $R_0 C_0 - L_0$ est montré dans la fig-(1.7).

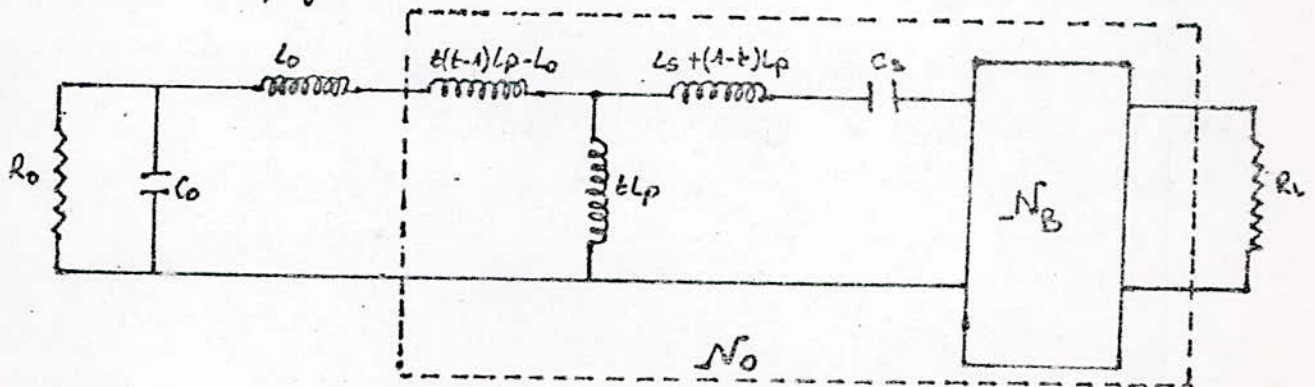


fig. 1.7 - réseau d'adaptation passe-bande de sortie du transistor.

La résistance terminale pour la charge RCL est déterminée en posant $s=0$;

$$R_2 = Z_{20}(0) = R \frac{1-p(0)}{1+p(0)} = R \frac{1-(a'_0/a_0)}{1+(a'_0/a_0)} = R \frac{a_0 - a'_0}{a_0 + a'_0} \quad (1.63)$$

En remplaçant (1.55d) et (1.61a) dans (1.63):

$$R_2 = Z_{20}(0) = \frac{R_0}{t^2} \frac{\sinh nx - \sinh nx'}{\sinh nx + \sinh nx'} = \frac{R_0}{t^2} \frac{1 - \sqrt{1 - K_n}}{1 + \sqrt{1 - K_n}} \quad (n. \text{pair}) \quad (1.64a)$$

$$= \frac{R_0}{t^2} \frac{\cosh nx - \cosh nx'}{\cosh nx + \cosh nx'} = \frac{R_0}{t^2} \frac{\sqrt{1 + \varepsilon^2} - \sqrt{1 + \varepsilon^2 - K_n}}{\sqrt{1 + \varepsilon^2} + \sqrt{1 + \varepsilon^2 - K_n}} \quad (n. \text{impair}) \quad (1.64b)$$

En pratique, il est toujours préférable d'éliminer le transformateur idéal (transformant R_2 à R_L). Ceci pourrait être fait si $R_2 = R_L$

$$t^2 = \frac{R_0}{R_L} \frac{1 - \sqrt{1 - K_n}}{1 + \sqrt{1 - K_n}} \quad (n. \text{pair}) \quad (1.65a)$$

$$= \frac{R_0}{R_L} \frac{\sqrt{1 + \varepsilon^2} - \sqrt{1 + \varepsilon^2 - K_n}}{\sqrt{1 + \varepsilon^2} + \sqrt{1 + \varepsilon^2 - K_n}} \quad (n. \text{impair}) \quad (1.65b)$$

Donc, il faudrait connaître au préalable ε et K_n pour fixer t . Pour un transistor intrinsèque ($R_0 // G_0$), $Z_0(s)$ a un zéro de transmission d'ordre 1 de classe 2 à l'infini.

$Z_0(s)$ peut être adaptée si et ~~seulement~~ seulement si:

$$P_0 = P_0 \quad (1.66a)$$

$$\frac{P_1 - P_1}{F_2} \gg 0 \quad (1.66b)$$

où

$$p(s) = \sum_{i=0}^{\infty} p_i s^{-i} = \frac{s^{2n} + a'_{2n-1} s^{2n-1} + \dots + a'_1 s + a'_0}{s^{2n} + a_{2n-1} s^{2n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (1.67a)$$

$$B(s) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i s^{-i} = \frac{sR_0\omega_0 - 1}{sR_0\omega_0 + 1} \quad (1.67b)$$

$$F(s) = \sum_{i=0}^{\infty} F_i s^{-i} = \frac{-R_0}{(1 + sR_0\omega_0)^2} \quad (1.67c)$$

Comme dans le cas de la charge R_0C_0 , on peut écrire :

$$B_0 = 1 ; B_1 = -2/R_0\omega_0 ; B_2 = 1 ; F_0 = 1 ; F_1 = -2/R_0\omega_0^2 ; p_1 = \alpha_{2n-1} - \alpha_{2n-1}'$$

L'équation (1.66a) est automatiquement satisfaite et l'inégalité (1.66b) est équivalent à :

$$\frac{2}{R_0\omega_0} \geq \alpha_{2n-1}' - \alpha_{2n-1} \quad (1.68)$$

qui est la contrainte du produit gain-bande passante de la charge R_0C_0 . Dans le cas d'une réponse de Chebyshev, (1.68) est équivalent à (1.69) dans (1.41c).

$$(1 - K_n)^{1/2} \geq \epsilon \sinh \left[n \sinh^{-1} \left(\sinh x - \frac{2 \sin \theta_1}{R_0\omega_0 B} \right) \right] \quad (1.69)$$

L'impédance $Z_{20}(s)$ dans (1.15) peut être évaluée :

$$\begin{aligned} Z_{20}(s) &= \frac{F(s)}{B(s) - p(s)} - Z_0(s) \\ &= \frac{R_0}{[1 + p(s)] / [1 - p(s)]^{-sR_0\omega_0}} \\ &= \frac{1}{R_0' [1 + p(s)] / [1 - p(s)]^{-sC_0}} \end{aligned} \quad (1.70)$$

1.3.3. Conclusion:

a) Pour le réseau d'adaptation à l'entrée, on peut employer les réponses passe-bandes (constantes ou croissantes) de Chebyshev ou Butterworth.

- b) Pour le réseau d'adaptation de sortie, on utilise :
- Réponse passe-bas de Chebyshev pour la compensation (réponse croissante).
 - Réponses passe-bas et passe-bande de Chebyshev pour le gain constant (réponse constante).
 - Réponse passe-bande de Chebyshev pour le gain constant ou croissant si $R_{0||C_0}$ est l'impédance de sortie du transistor.

II. Synthèse

2.1. Méthodes de synthèse

La synthèse consiste à trouver un réseau répondant aux conditions fixées à l'avance.

Le problème que pose la synthèse est celui de l'approximation qui a pour but de simplifier les calculs lors de la recherche de la caractéristique.

Nous passons par l'intermédiaire des fonctions d'approximation qui correspondent à un circuit physiquement réalisable et permettent de déterminer la structure et la valeur de ses éléments.

2.1.1. Méthodes de Foster :

Ces méthodes utilisent le principe d'extraction des pôles de l'expression de l'impédance ou de l'admittance.

2.1.1.1. a. Foster série F_s :

La forme de Foster série est obtenue en décomposant $Z(s)$ en éléments simples par extraction des pôles.

L'expression de l'impédance est de la forme :

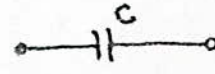
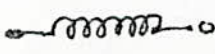
$$Z(s) = \frac{K_0}{s} + K_\infty s + \sum_i \frac{2k_i s}{s^2 + \omega_i^2} \quad (2.1)$$

où $\frac{K_0}{s}$ est la réactance d'une capacité de valeur $\frac{1}{K_0}$,

$K_\infty s$ celle d'une inductance de valeur K_∞

$$\text{et } \frac{2k_i s}{s^2 + \omega_i^2} = \frac{2k_i s}{s^2} \parallel \frac{2k_i s}{\omega_i^2} = \frac{2k_i}{s} \parallel \frac{2k_i}{\omega_i^2} s$$

Nous donnons ci-dessous les formes et les valeurs des éléments du circuit.

| | | |
|--------------|---|----------------|
| K_0/s |  | $C = 1/K_0$ |
| $K_\infty s$ |  | $L = K_\infty$ |

$$\frac{2k_i s}{s^2 + \omega_i^2} \quad \left| \quad \begin{array}{c} \text{---} L \text{---} \\ | \\ \text{---} C \text{---} \end{array} \right. \quad \left| \quad L = \frac{2k_i}{\omega_i^2} ; C = \frac{1}{2k_i}$$

Le circuit correspondant à l'expression (2.1) de $Z(s)$ est donc réalisé sous forme de circuits anti-résonnants branches en série avec $C = 1/k_0$ et $L = K_\infty$ (fig. 2.1).

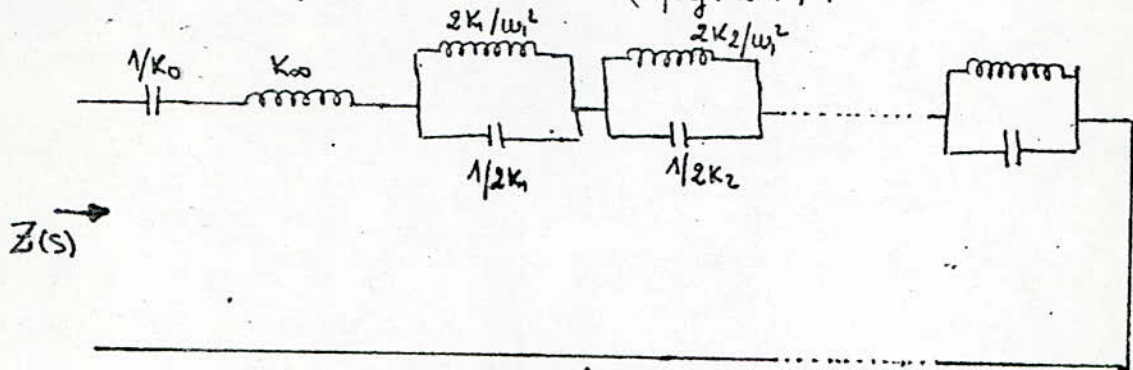


fig 2.1 - Circuit réactif réalisé à l'aide de circuits parallèles mis en série.

2.1.2 b. Foster parallèle F_p

La forme de Foster parallèle utilise le même procédé que F_s mais appliqué à l'admittance $Y(s)$ du réseau.

$$Y(s) = \frac{K'_0}{s} + K'_\infty s + \sum_{f=0} \frac{2k'_f s}{s^2 + \omega_f^2} \quad (2.2)$$

Les formes et les valeurs des éléments des circuits élémentaires sont :

| | | |
|------------------------------------|--|--|
| $\frac{K'_0}{s}$ | | $L = 1/k'_0$ |
| K'_∞ | | $C = K'_\infty$ |
| $\frac{2k'_f s}{s^2 + \omega_f^2}$ | | $L = 1/2k'_f ; C = \frac{2k'_f}{\omega_f^2}$ |

Le circuit correspondant à $y(s)$ est réalisé sous forme de circuits résonnants, branchés en parallèles avec $C = 1/\omega_0$ et $L = 1/\omega_0^2$ fig. 2.2

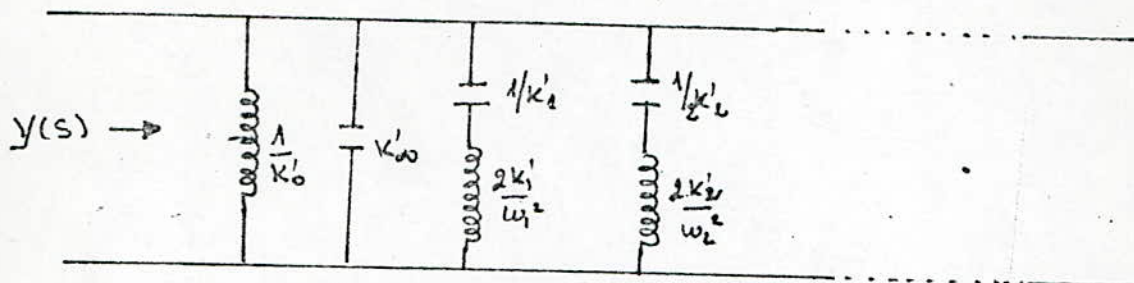


fig 2.2. Circuit réactif réalisé sous forme de circuits résonnants mis en parallèle.

2.2. Méthodes de Cauer :

Elles utilisent la décomposition de l'impédance $Z(s)$ en fonctions continues

$$Z(s) = Z_1(s) + \frac{1}{Y_2(s) + \frac{1}{Z_3(s) + \frac{1}{Y_4(s) + \dots + \frac{1}{Y_{n-2}(s) + \frac{1}{Z_{n-1}(s) + \frac{1}{Y_n(s)}}}}}} \quad (2.3)$$

Les impédances et les admittances du circuit en chaîne fig (2.3) peuvent être quelconques.

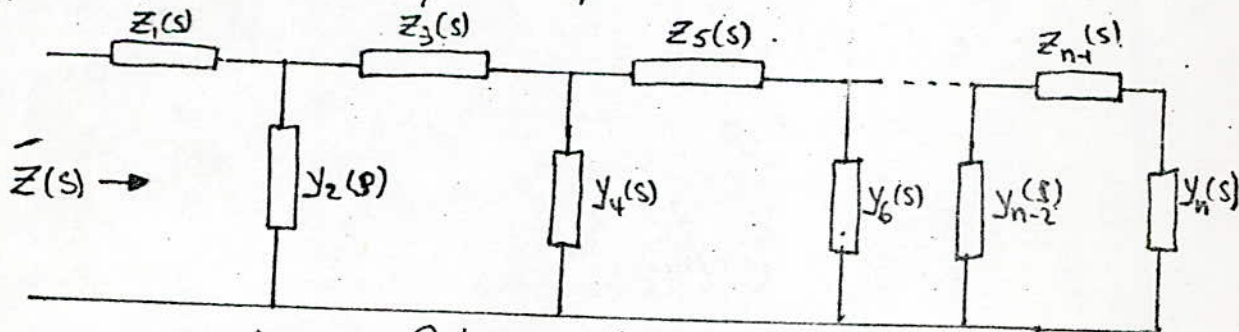


fig. 2.3. Réseau général, en chaîne (échelle).

La fonction $Z(s)$ qui est une fraction rationnelle du type :

$$Z(s) = \frac{a'_{2n} s^{2n} + a'_{2n-2} s^{2n-2} + \dots + a'_2 s^2 + a'_0}{a_{2m-1} s^{2m-1} + a_{2m-3} s^{2m-3} + \dots + a_3 s^3 + a_1} \quad (2.4)$$

peut se décomposer en fraction continue de deux manières :

2.1.2.a. Caser décroissant C_d :

Elle consiste à extraire la valeur finie à l'infini des impédances et le pôle à l'infini des admittances.

où $Z(s) = K_1 s + Z_1(s)$ (2.5)

$K_1 s$ impédance d'une inductance de valeur K_1 en série
 $Z_1(s)$ n'a pas de pôle à l'infini puisque celui-ci se trouve simple dans l'expression de $Z(s)$.

$Z_1(s)$ a un zéro à l'infini

$$Y_1(s) = 1/Z_1(s) = K_2 s + Y_2(s) \quad (2.6)$$

$K_2 s$ représente l'admittance d'une capacité de valeur K_2

$$Z(s) = K_1 s + \frac{1}{K_2 s + \frac{1}{K_3 s + \frac{1}{K_4 s + \dots + \frac{1}{K_{n-1} s + \frac{1}{K_n s}}}}} \quad (2.7)$$

Cette décomposition résulte de l'extraction des parties entières $K_i s$, successivement des fonctions ci-dessous, suivant les puissances décroissantes de s :

$$Z(s) \rightarrow Z(s) - K_1 s = Z_1(s)$$

$$\frac{1}{Z_1(s)} = Y_1(s) \rightarrow Y_1(s) - K_2 s = Y_2(s)$$

$$\frac{1}{Y_2(s)} = Z_2(s) \rightarrow Z_2(s) - K_3 s = Z_3(s)$$

La structure finale est donnée en fig(2.4a).

2.1.2.b. Caser croissant C_c :

- Cette méthode consiste à extraire la valeur

finie à l'origine des admittances et le pôle à l'origine des impédances.

$$Z(s) = \frac{K_1}{s} + Z_1(s) \quad (2.8)$$

K_1 représente l'impédance d'une capacité de valeur $1/K_1$, $Y_1(s) = 1/Z_1(s)$ possède un pôle à l'origine, de la forme K_2/s

$$Y_1(s) = K_2/s + Y_2(s) \quad (2.9)$$

Le processus d'extraction suivant les puissances croissantes en s continue jusqu'à avoir une forme:

$$Z(s) = \frac{K_1}{s} + \frac{1}{\frac{K_2}{s} + \frac{1}{\frac{K_3}{s} + \frac{1}{\frac{K_4}{s} + \dots + \frac{1}{\frac{K_{n-1}}{s} + \frac{1}{K_n/s}}}}} \quad (2.10)$$

Le processus de cette décomposition résulte de l'extraction du terme K_i/s apparaissant dans la décomposition des fonctions.

$$Z(s) \rightarrow Z(s) - K_1/s = Z_1(s)$$

$$\frac{1}{Z_1(s)} = Y_1(s) \rightarrow Y_1(s) - K_2/s = Y_2(s)$$

$$\frac{1}{Y_2(s)} = Z_2(s) \rightarrow Z_2(s) - K_3/s = Z_3(s)$$

⋮

La structure finale est obtenue en figure (2.4b).

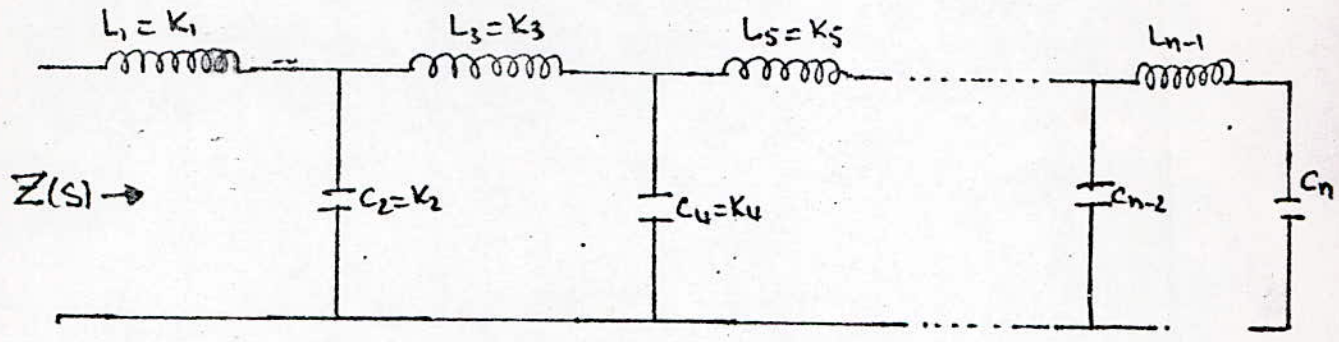


fig-2.4.a - Circuits en chaine L.C (Cd).

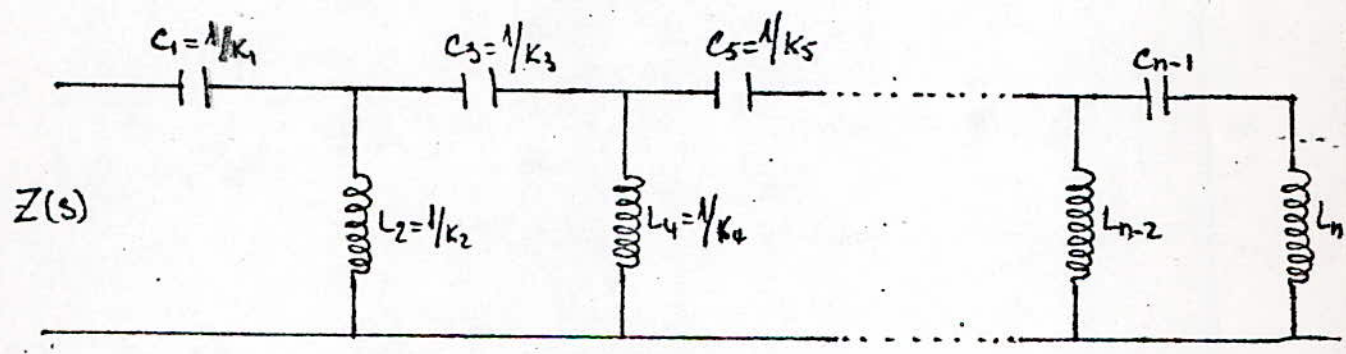


fig-2.4.b - Circuits en chaine LC (Cc).

2.2. Caractéristique du réseau d'adaptation

La caractéristique essentielle du réseau est l'atténuation (ou gain) en fonction de la fréquence; elle est définie par:

- Bande - passante.
- perte de rejection.
- perte d'insertion.
- taux d'ondulation.

Gabarit: il donne le maximum et le minimum d'amplitude en fonction de la fréquence.

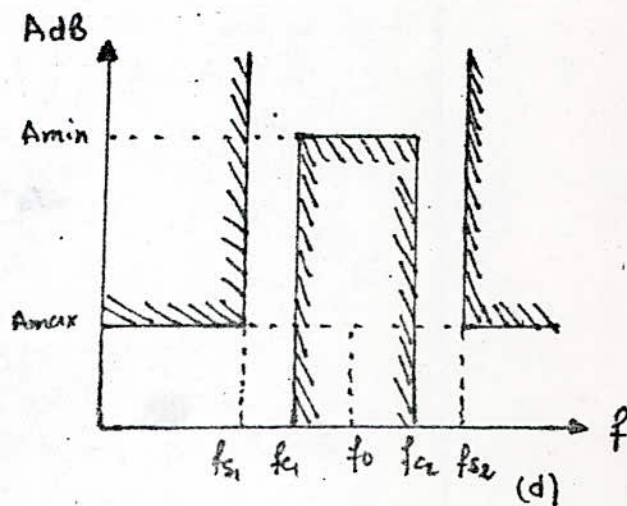
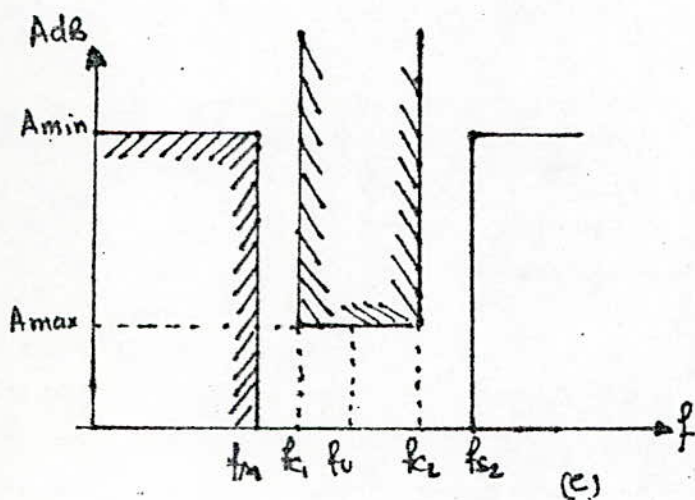
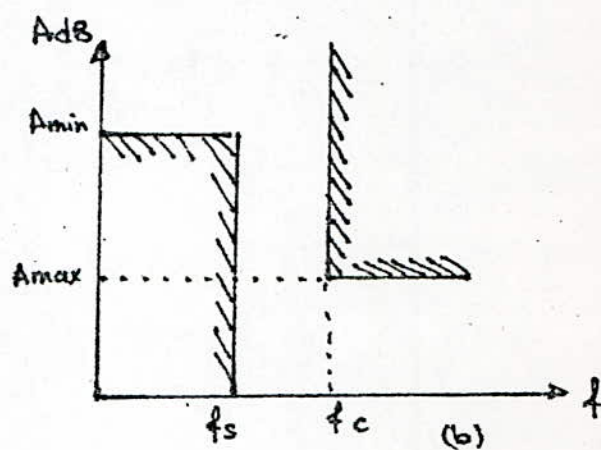
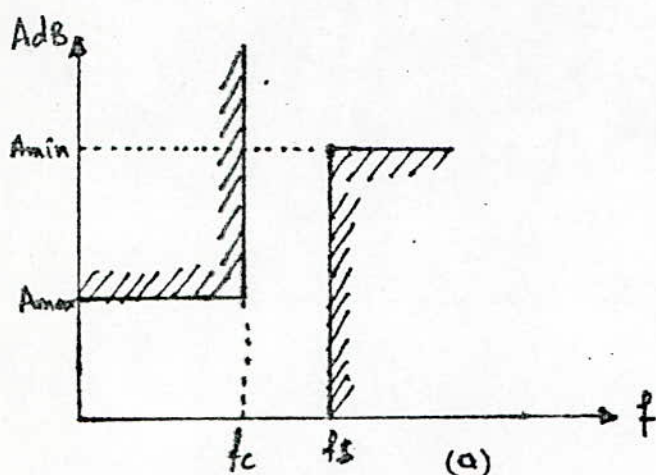


fig 2.5 - a) passe-bas - b) passe-haut
c) passe-bande - d) coupe-bande.

Pertes d'insertion: c'est le rapport entre la puissance transmise P_s et la puissance incidente P_e .

$$L = \frac{P_s}{P_e} \quad ; \quad L_{dB} = 10 \log \frac{P_s}{P_e} \quad (2.11)$$

Si le réseau n'a pas de pertes:

$$P_e - P_s = P_r \text{ (puissance réfléchiée)}. \quad (2.12)$$

Fréquence de coupure: c'est la fréquence pour laquelle l'atténuation (gain) prend une valeur déterminée (3dB par exemple).

Fréquence centrale:

$$f_0^2 = f_{c1} \cdot f_{c2} = f_{s1} \cdot f_{s2} \quad [2] \quad (2.13)$$

2.3. Filtre prototype:

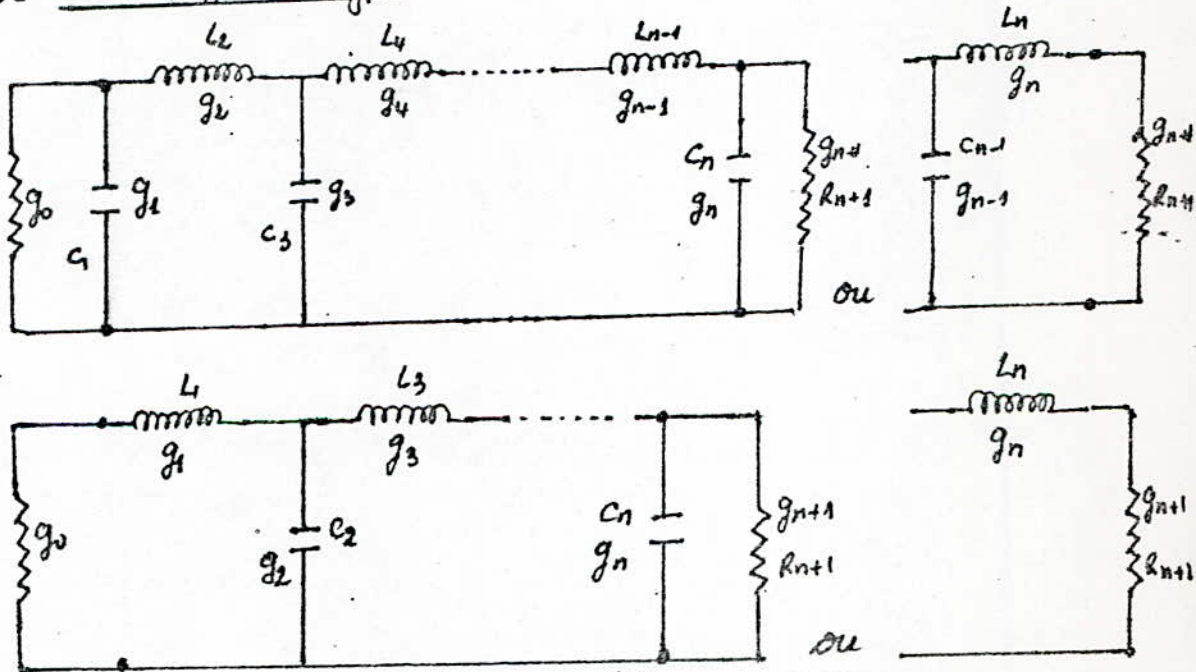


fig 2.6. filtres prototypes

Les deux filtres (fig 2.6) se correspondent par dualité et donnent la même réponse.

Chaque élément est caractérisé par son impédance réduite par rapport à Z_0 . A chaque type de filtre d'ordre n donné, correspondent des valeurs g_i .

2.3.1. Normalisation des unités.

2.3.1.1. Normalisation de l'unité de fréquence

La fréquence normalisée est $F = f/f_u$

Pour les filtres passe-bas et passe-haut, f_u sera la dernière fréquence passante : $f_u = f_c$ et pour les filtres passe-bande ou coupe bande, la fréquence centrale est telle que : $f_u = f_0 = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}}$.

2.3.1.2. Normalisation de l'unité d'impédance : (R_0)

La normalisation se fait généralement par rapport à l'impédance de charge du filtre.

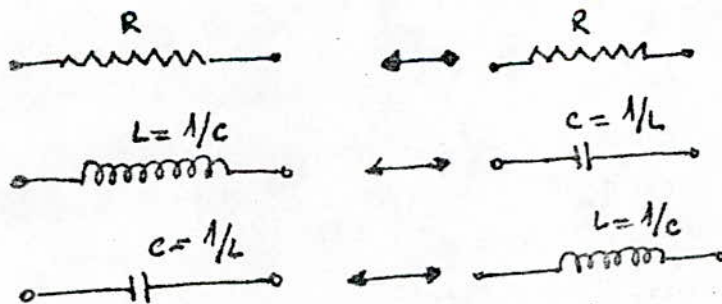
2.3.2 Transposition de fréquence. [2]

La transposition de fréquence est une transformation de fréquence permettant d'étudier n'importe quel filtre donné à partir du prototype.

* passe-bas \longleftrightarrow passe haut

$$s \rightarrow 1/s$$

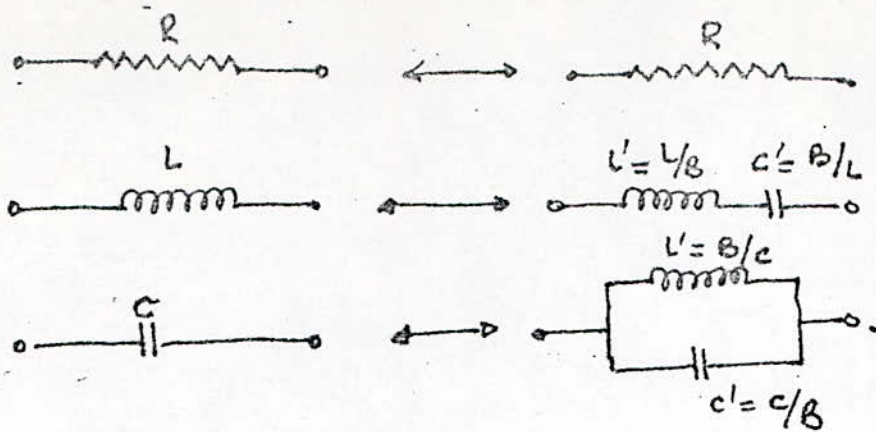
(2.14)



* passe-bas \longleftrightarrow passe-bande.

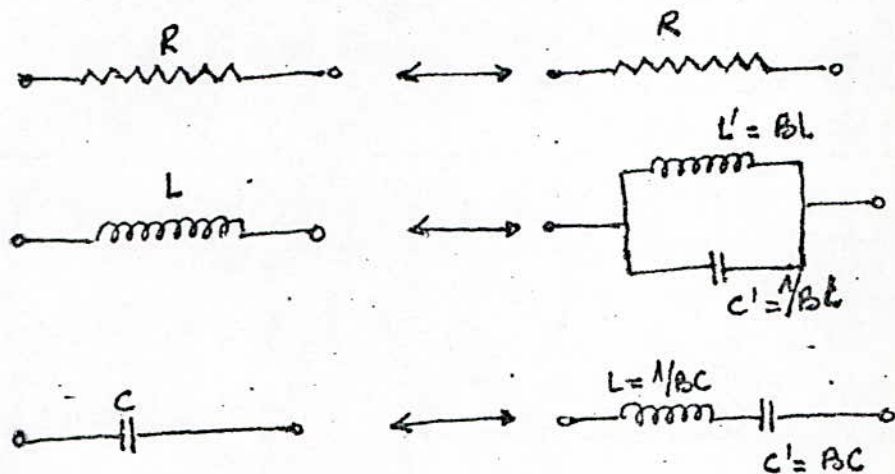
$$s \longleftrightarrow \frac{1}{B} \left(s + \frac{1}{s} \right)$$

(2.15)



* passé-bas \longleftrightarrow coupe bande

$$S \longleftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{B} (s + 1/s)} \quad (2.16)$$



2.3.3. Approximations. [2]

Le problème que pose la synthèse est celui de l'approximation qui a pour but de simplifier les calculs lors de la recherche de la caractéristique

Le circuit à réaliser n'étant pas défini par une fonction rationnelle conduisant à un réseau réalisable, nous essayons d'approximer la réponse de ce filtre par une fonction connue, donc facile à manipuler.

ainsi, pour réaliser un filtre à partir d'un gabarit donné, nous passons par l'intermédiaire des fonctions d'approximation qui correspondent à un circuit physiquement réalisable et permettant de déterminer la structure et la valeur de ses éléments.

La fonction assurant l'approximation [2,6] est de la forme :

$$|F(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + P(\omega^2)} \quad (2.17)$$

où $P(\omega^2)$ est la fonction caractéristique du filtre.

La relation (2.17) peut-être transformée en :

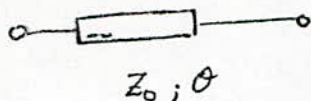
$$A_{dB} = 20 \log |F(j\omega')| = 10 \log \left[\frac{1}{1 + P(\omega'^2)} \right] \quad (2.18)$$

où $\omega' = \frac{\omega}{\omega_c}$ est la pulsation normalisée. ($s_n = j\omega'$).

III. Réalisation des réseaux d'adaptation micro-onde.

3.1. A constantes semi-localisées: [1]

Une ligne est caractérisée par les paramètres suivants: Z_0 et θ



* ligne sans pertes.

on définit:

$$Z_{oc} = -j \frac{Z_0}{\tan \theta} : \text{l'impédance d'entrée d'une ligne ouverte [1]} \quad (2.19a)$$

$$Z_{sc} = j Z_0 \tan \theta : \text{l'impédance de sortie d'une ligne court-circuitée [1]} \quad (2.19b)$$

de plus, on définit la variable complexe Ω $\Omega = j \tan \theta$, alors de (2.19a) et (2.19b) on a:

$$Z_{oc} = \frac{Z_0}{\Omega} \quad (\text{capacité} = 1/Z_0) \quad (2.20a)$$

$$Z_{sc} = Z_0 \Omega \quad (\text{inductance} = Z_0) \quad (2.20b)$$

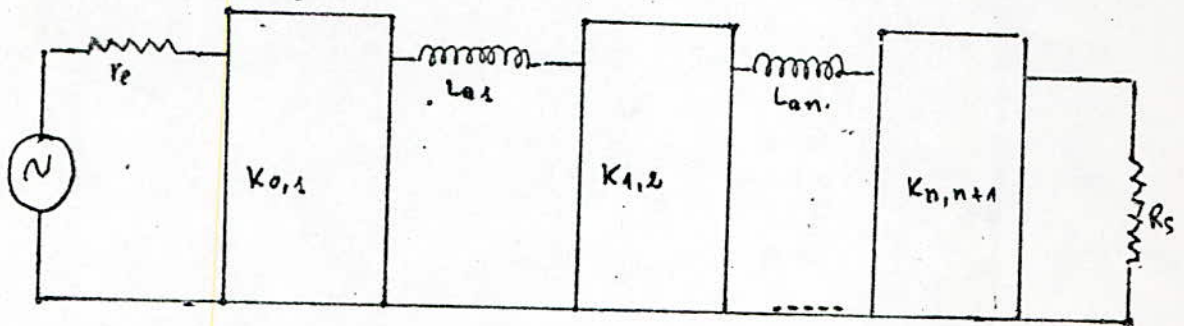
On remarque que la ligne ouverte est une capacité de valeur égale à $1/Z_0$ et que la ligne court-circuitée est inductance de valeur Z_0 pour la nouvelle fréquence Ω .

Généralement pour les selfs, on choisit les lignes d'impédance caractéristique très grande et pour les capacités les lignes d'impédance caractéristique faible.

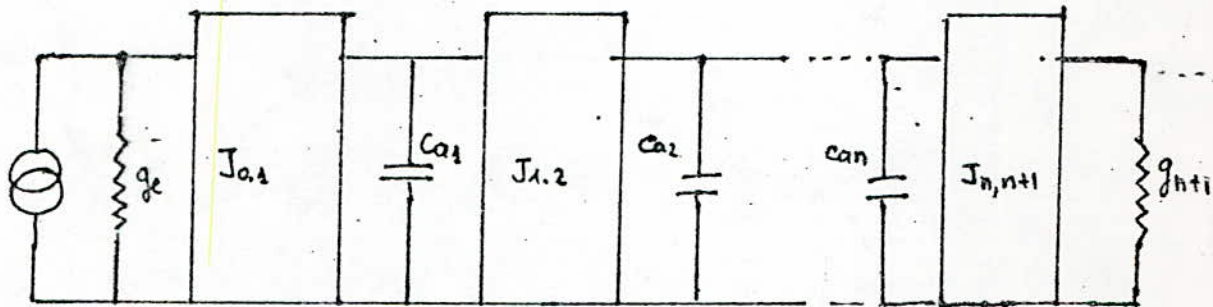
3.2 - Avec inverseurs d'impédance et résonnateurs:

3.2.1. Réseau n'utilisant qu'un seul type d'éléments réactif et des inverseurs d'impédance.

Avec des inverseurs d'impédance convenables, on peut réaliser des réseaux, soit avec uniquement des inductances série, soit avec des capacités parallèles. (fig. 3.1.a) et (3.1.b). [3]



$$K_{0,1} = \left(\frac{r_e L_{o1}}{g_0 g_1} \right)^{-1/2} \quad K_{i,i+1} = \left(\frac{L_{oi} L_{oi+1}}{g_i g_{i+1}} \right)^{-1/2} \quad K_{n,n+1} = \left(\frac{L_{on} R_s}{g_n g_{n+1}} \right)^{-1/2}$$



$$J_{0,1} = \left(\frac{g_e C_{o1}}{g_0 g_1} \right)^{-1/2} \quad J_{i,i+1} = \left(\frac{C_{oi} C_{oi+1}}{g_i g_{i+1}} \right)^{-1/2} \quad J_{n,n+1} = \left(\frac{C_{on} g_s}{g_n g_{n+1}} \right)^{1/2}$$

fig. 3.1.a. et fig. 3.1.b

3.2.2. Réseau d'adaptation passe-bande à résonnateurs

3.2.2.1. Utilisation des résonnateurs série

On sait que la réactance d'un résonnateur série

$X(\omega) = (L\omega - 1/c\omega)$ peut s'écrire, au voisinage de la résonance ω_0 : $X = 2L\Delta\omega$ ou $X = x \Delta\omega$.

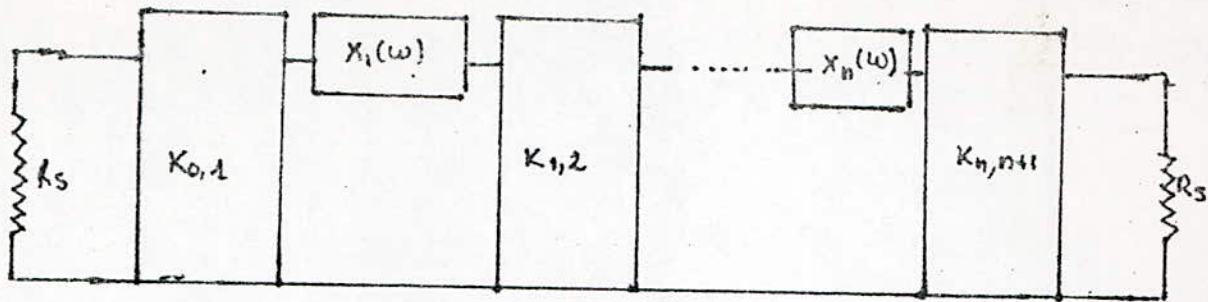


fig. 3.2.- résonateur série.

Dans le montage de la figure (3.2) qui fait appel à cette propriété (résonateur série, au voisinage de ω_0 est transformé en résonateur parallèle), on est libre de choisir les valeurs des réactances X_i les plus commodes à réaliser, ce sera par exemple des lignes résonnantes ou des cavités [3]

3.2.2.2. Utilisation des résonateurs parallèles [3]

Une étude analogue conduira à :

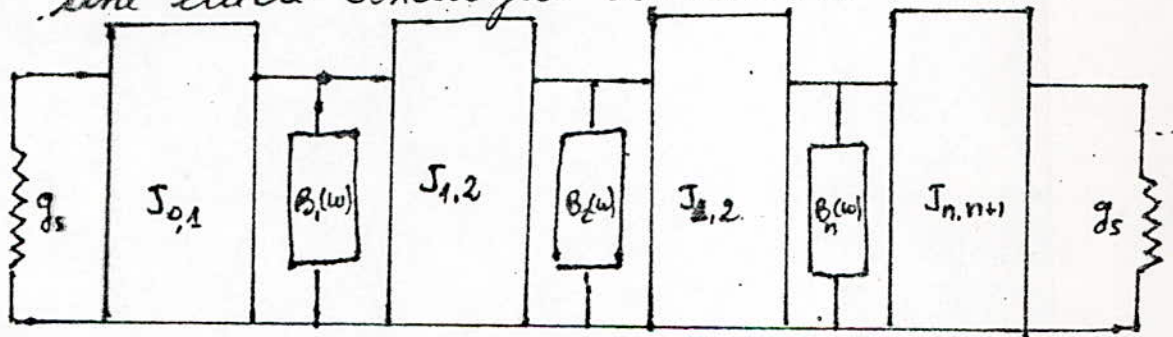


fig. 3.3. résonateur parallèle.

3.3

Exemple :

- tableau 1.3 . Les paramètres [S] de GaAsFET NE.38806.

| f (GHz) | S ₁₁ | S ₂₁ | S ₁₂ | S ₂₂ | c ₂₁ (dB) | K |
|---------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------------|------|
| 4 | 0,78 L-93° | 3,03 L79° | 0,058 L28° | 0,55 L-63° | 9,63 | 0,92 |
| 5 | 0,71 L-118° | 2,80 L56° | 0,054 L39° | 0,52 L-32° | 8,95 | 1,26 |
| 6 | 0,68 L-141° | 2,51 L38° | 0,046 L4° | 0,56 L-100° | 8,00 | 1,51 |
| 7 | 0,68 L-164° | 2,14 L16,6° | 0,046 L31° | 0,62 L-119° | 6,62 | 1,39 |
| 8 | 0,69 L176 | 1,77 L-9° | 0,054 L46° | 0,68 L-137° | 4,96 | 1,05 |

Le problème considéré dans cet exemple est de concevoir un amplificateur travaillant dans une bande de fréquence 4 à 8 GHz. Le GaAsFET utilisé dans cet exemple est le NE-38806 ayant les paramètres [S] donné au tableau 1.3.

L'impédance d'entrée peut-être approximée par une impédance série $R_i L_i C_i$ où $R_i = 10,5 \Omega$, $L_i = 0,65 \text{ nH}$; et $C_i = 0,64 \text{ pF}$.

L'impédance de sortie peut-être une impédance parallèle - série $R_o C_o L_o$ où $R_o = 164 \Omega$, $C_o = 0,428 \text{ pF}$, et $L_o = 0,474 \text{ nH}$.

Le problème est d'adapter l'entrée à la source $R_s (50 \Omega)$ pour compenser la chute de gain et adapter la sortie à la charge $R_L (50 \Omega)$ avec une réponse plate.

A partir du tableau 1.3 le gain maximum unilatéral varie entre 15,5 à 10,5 dB dans la bande et présente une chute de 5 dB/octave.

$$\text{on a: } \omega_1 = 2\pi \times 4 \times 10^9 \text{ rad/sec} ; \omega_2 = 2\pi \times 8 \times 10^9 \text{ rad/sec}$$

Normalisation de la fréquence. ω_1 et ω_2 par rapport à ω_2

$$\omega_{1N} = 0,5 \text{ rad/sec} ; \omega_{2N} = 1 \text{ rad/sec} \text{ et } \beta_N = 0,5 \text{ rad/sec}$$

Pour le réseau d'adaptation à l'entrée, nous choisissons une réponse variable (croissante) de Chebyshev (1.32) avec $n = 2$; $\epsilon = 0,5$ et $K_2 = 1$

Le coefficient de réflexion à phase minimale peut-être obtenue ainsi :

$$p(s) = \frac{s^4 + a_3' s^3 + a_2' s^2 + a_1' s + a_0'}{s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$$

$$p(s) = \frac{s^4 + 0,318s^3 + 1,206s^2 + 0,23 + 0,25}{s^4 + 0,548s^3 + 1,275s^2 + 0,274s + 0,25} \quad (1)$$

Normalisation de la self et de la capacité à l'entrée :

$$C_{iH} = \omega_2 C_i = 2\pi \times 8 \times 10^9 \times 0,64 \cdot 10^{-12} = 3,22 \cdot 10^{-2} \text{ F}$$

$$L_{iH} = \omega_2 L_i = 2\pi \times 8 \times 10^9 \times 0,65 \cdot 10^{-9} = 32,67 \text{ H}$$

Contraintes sur le produit gain \times largeur de gain à partir des relations (1.40a) et (1.40b)

$$R_i C_{iH} = 0,338 > 1/2 (a_1 - a'_1) / a_0 = 0,148$$

$$R_i / L_{iH} = 0,32 > 1/2 (a_3 - a'_3) / \omega_2 = 0,115$$

L'impédance $Z_{i2}(s)$ est positive, réelle et peut-être réalisée à partir de (1.45) :

$$Z_{i2}(s) = R_i \frac{1+p(s)}{1-p(s)} - L_i s = 1/sC_i \quad (2)$$

Si les contraintes sont satisfaites, alors on peut montrer que :

$$\frac{1+p(s)}{1-p(s)} = sL_1 + 1/sC_1 + \frac{1}{1/sL_2 + \frac{1}{(1/sC_2 + R)}} \quad (3)$$

On remplace l'expression (3) dans $Z_{i2}(s)$ après avoir identifié L_1 ; C_1 ; L_2 ; C_2 et R à partir de (3) et (1)

on trouve :

$$L_1 = 2 / (a_0 - a'_0)$$

$$C_1 = (a_1 - a'_1) / 2a_0$$

$$R = [(a_3 - a'_3) - 2(a_2 - a'_2) / (a_3 - a'_3)] / (a_3 - a'_3)$$

$$L_2 = [(a_2 + a'_2) / 2(a_1 - a'_1) - 2 / (a_3 - a'_3) - 2a_0(a_3 - a'_3) / (a_1 - a'_1)^2] (a_1 - a'_1) /$$

$$C_2 = (a_3 - a'_3) / [(a_2 - a'_2) - 2(a_1 - a'_1) / (a_3 - a'_3) - 2a_0(a_3 - a'_3)] / (a_1 - a'_1)$$

Ces coefficients permettent de déterminer L_1, L_2, C_1, C_2 et R

On remplace l'expression (3) dans l'expression (2)
on aura :

$$Z_{2i}(s) = s(R_i L_1 - L_i) + \frac{1}{s(R_i/C_1 - 1/C_i)} + \frac{1}{\frac{1}{sR_i L_2} + \frac{1}{(1/s)(L_2/R_i) + R_i}} \quad (4)$$

Après avoir calculés L_1, L_2, C_1, C_2 et R , on remplace leurs valeurs dans (4)

on aura :

$$Z_{2i}(s) = 58,86 s + \frac{1}{0,025s} + \frac{1}{\frac{1}{40,225} + \frac{1}{1/0,0775 + 12,15}}$$

Après dénormalisation on obtient la figure (3.4)

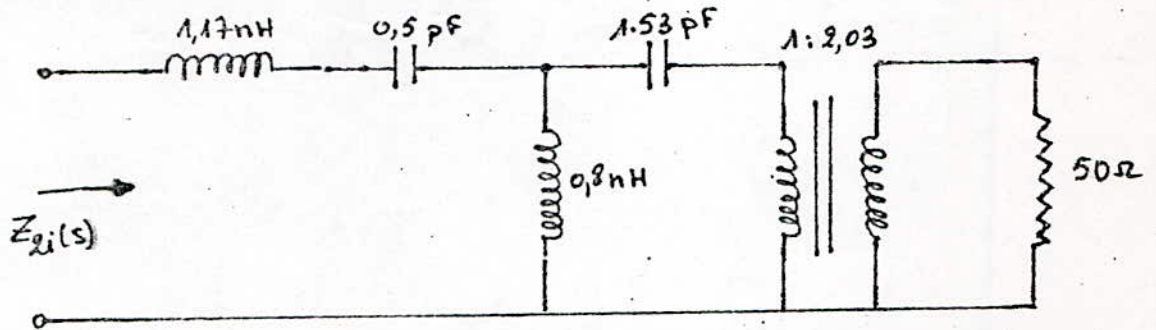


fig. 3.4. réalisation de $Z_{2i}(s)$ avec transformateur.

On utilise la transformation des réseaux en T pour remplacer le transformateur. fig (3.5).

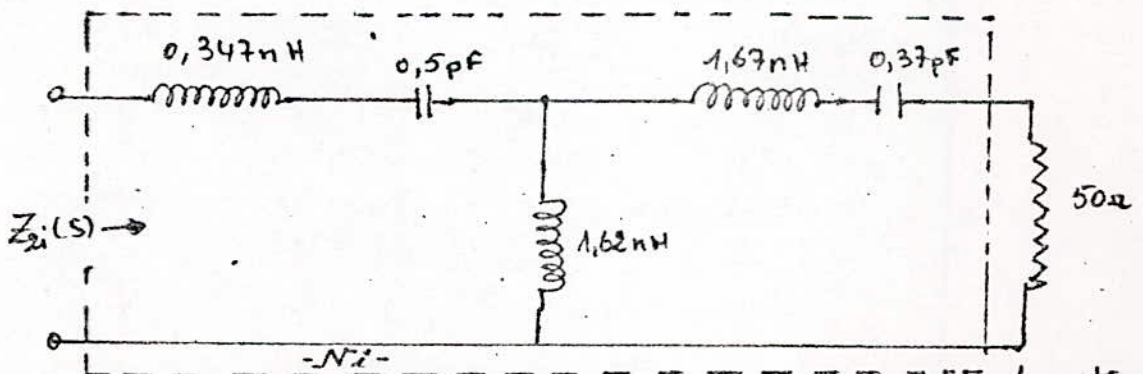


fig. 3.5. réalisation de $Z_{2i}(s)$ sans transformateur.

Reseau d'adaptation à la sortie

Adapter $Z_0(s)$ à la charge $Z_L(50\Omega)$ par un réseau passe-bande.

nous choisissons $n=3$ et $\varepsilon=0,1$.

Substituant

$$R = R_0/\varepsilon^2 ; C = \varepsilon^2 B C_0 \text{ et } L \gg \frac{B(t-1)}{\varepsilon^2 \omega_0^2 C_0} \text{ dans (1.57e)}$$

$$\alpha_1 = \varepsilon \sinh \left[n \sinh^{-1} \left(\sinh \alpha - \frac{2 \sin u_1}{R_0 C_0 B} \right) \right]$$

ou $u_1 = \pi/6$

avec $R_0 = 164\Omega$; $C_0 = 0,428 \text{ pF}$ et $B = 2\pi \times 4 \times 10^9 \text{ rad/sec}$
on obtient $\alpha_1 = 0,2718 \rightarrow k_3 = 0,926$.

Substituant k_3 dans (1.65a) avec $R_L = 50\Omega$

on trouve $t = 1,37 > \max\{1; 1,3446\}$

on détermine R , C et L

$$R = \frac{R_0}{\varepsilon^2} \quad C = \varepsilon^2 B C_0 \quad \text{et } L \geq \frac{B(t-1)}{\varepsilon^2 \omega_0^2 C_0} \leq L$$

$$\underline{R = 87,33 \Omega} \quad \underline{C = 2,02 \times 10^{-2} \text{ F}} \quad ; \quad \underline{L \geq 9,16 \text{ H}}$$

Dans le cas d'une réponse constante, on peut déterminer les a_i et a_i' à partir des relations (1.55)

$$\text{on a: } a_0 = 2,5 \quad a_0' = 0,68$$

$$a_1 = 3,51 \quad a_1' = 1,49$$

$$a_2 = 2,349 \quad a_2' = 1,215$$

Les équations (1.54a) et (1.54b) sont automatiquement satisfaites

$$2/R\varepsilon = 1,134 \text{ et } 2/R\varepsilon C^2 = 0,643$$

et à partir de l'inégalité (1.54c) on obtient

$$L \leq L_1 = 55,5 \text{ H}$$

On montre bien que les relations (1.56) et (1.57) sont bien satisfaites $R = 87,33 \Omega$; $C = 2,02 \cdot 10^{-2} F$ et $L = 55,5 H$.

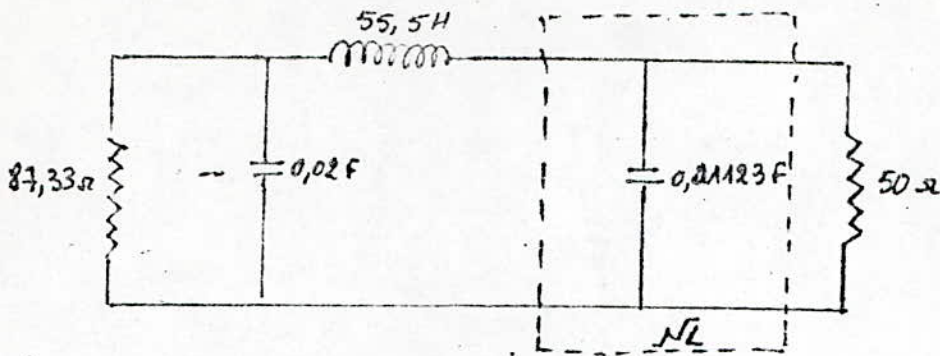


fig. 3.6. Adaptation de la charge.

Substituant a_1 et a_2 dans (1.52a)

$$p(s) = \frac{s^3 + 1,215s^2 + 1,49s + 0,68}{s^3 + 2,349s^2 + 3,51s + 2,5}$$

et $R^{-1} \frac{1+p(s)}{1-p(s)} = (2,02 \times 10^{-2}) + \frac{1}{55,5s + \frac{1}{(1,123 \times 10^{-2})s + 0,02}}$

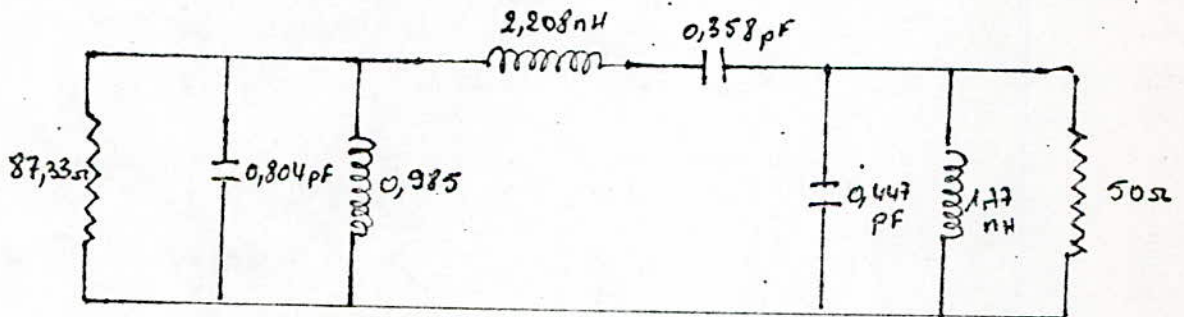


fig 3.7 - transformation passe bande de la fig 3.6.

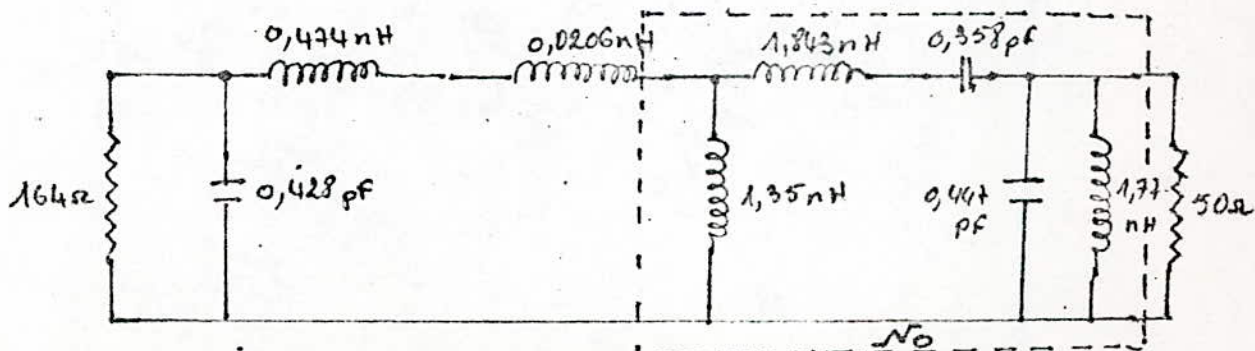
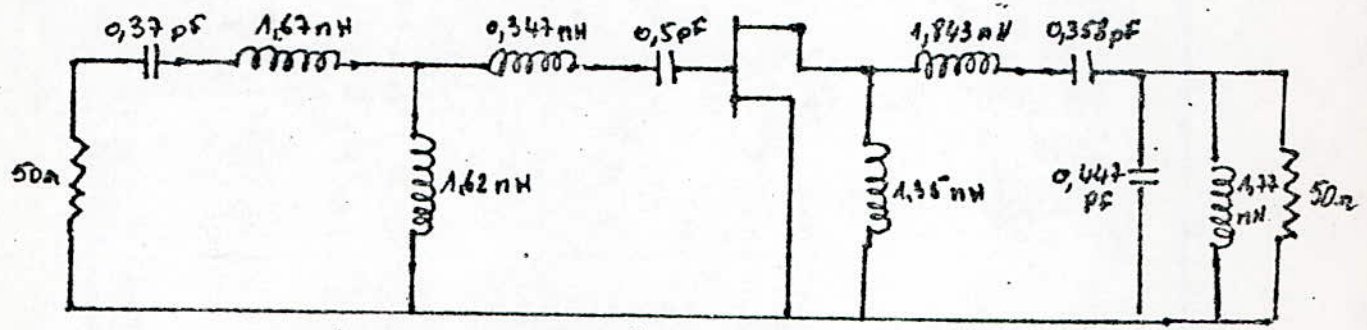


fig 3.8. Réseau d'adaptation passe bande de la charge $R_{0L} - L_0$.

L'impédance $Z_{20}(s)$ peut être déterminé à partir de
 (1.58)

$$Z_{20}(s) = \frac{1}{(1,123 \times 10^{-2})s + 1/50}$$

Connaissant $Z_{21}(s)$ et $Z_{20}(s)$, les réseaux d'adaptation
 à l'entrée et à la sortie sont conçus (N_i et N_o)
 donc notre amplificateur sera : ~~comme~~ : fig 3.9



f. 3.9 - Amplificateur (NE-38806 GaAs FET) 4-8 GHz.

Conclusion:

Pour pouvoir étudier les réseaux d'adaptation à large bande pour les amplificateurs micro-ondes, il est indispensable d'avoir des notions très approfondies sur la théorie des circuits.

La différence qui existe entre cette théorie et celle de l'adaptation à large ^{bande} pour amplificateur à micro-ondes réside dans le fait que la première; les impédances à adapter sont purement résistives et que pour la seconde les impédances à adapter varient en fonction de la fréquence.

On a remarqué aussi que 2 méthodes pourraient s'offrir quant à la synthèse des réseaux d'adaptation, concernant surtout les réseaux passe-bande.

1^{ère} méthode:

- Normalisation.
- Utilisation directe des résultats pour un type de réponse donné (Chebyshev ou Butterworth).
- Dénormalisation.

2^{ème} méthode:

- Convertir le cahier de charge du passe-bande en propriétés du passe-bas.
- Synthèse du réseau prototype passe-bas.
- Transformation en passe-bande normalisé.
- Dénormalisation.

La réalisation dépend de ces deux méthodes.

Appendice: A1

Fonctions positives et réelles:

Les études faites sur la réalisabilité de fonctions immittance mènent à la conclusion que la condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction puisse représenter une fonction immittance d'entrée est qu'elle soit réelle, positive et rationnelle.

* une fonction positive et réelle $F(s)$ est définie par les 2 conditions suivantes:

1) $F(s)$ est réelle pour s réelle avec $s = \sigma + j\omega$

2) $\operatorname{Re}\{F(s)\} \geq 0$ pour $\sigma = \operatorname{Re}(s) \geq 0$

Verification du caractère positif réel d'une fonction rationnelle:

1^{ère} condition:

$$* Z(s) = \frac{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0} \quad \text{avec } |n-m| \leq 1$$

On examine les coefficients. Ils doivent être réels

$$* Z(s) = K \frac{(s-s_0)(s-s_02) \dots (s-s_0n)}{(s-s_{x1})(s-s_{x2}) \dots (s-s_{xn})}$$

Ils faut que les pôles et les zéros soient réels ou complexes. Les complexes doivent apparaître en paire conjugués.

2^{ème} condition:

$$\operatorname{Re}\{Z(s)\} \geq 0 \quad \text{pour } \sigma \geq 0$$

a) $Z(s)$ doit être analytique dans le demi-plan de droite (d.p.d), ne pas avoir de singularités dans le d.p.d. Etant une fonction rationnelle, les seules singularités sont les pôles.

b) Les pôles sur l'axe $j\omega$ doivent être simples et ayant des résidus réels et positifs :

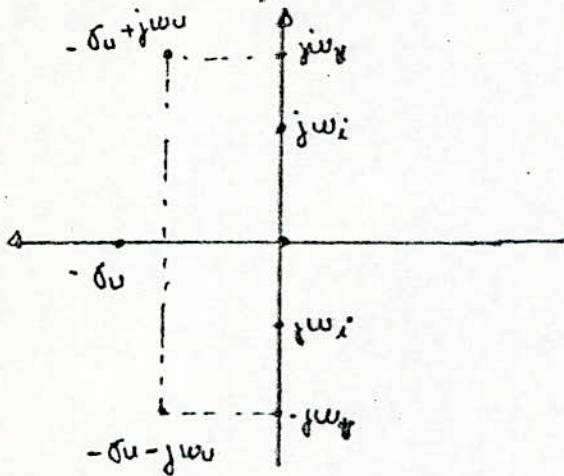
c) $\text{Re}[Z(j\omega)] > 0$ pour les fréquences réelles.

- Test de Hurwitz.

Polynômes de Hurwitz: ce sont des polynômes à coefficients réels qui n'ont pas de zéros dans le demi-plan droit (d.p.d)

Si un polynôme à coefficients réels a les racines seulement dans le demi-plan gauche, on dit qu'il est strict Hurwitz

Racines possibles d'un polynôme de Hurwitz.



a) Si elles sont imaginaires :

$$(s + j\omega_i)(s - j\omega_i) = s^2 + \omega_i^2$$

b) Si elles sont complexes conjuguées

$$(s + \sigma_u - j\omega_u)(s + \sigma_u + j\omega_u) = s^2 + 2\sigma_u s + \omega_u^2 + \sigma_u^2$$

c) Si elles sont réelles :

$$s + \sigma_u$$

d) Si il n'y a pas de racine à l'origine

- 1) Tous les coefficients du polynôme de Hurwitz sont réels et positifs
- 2) Aucun terme de puissance intermédiaire ne doit manquer sauf dans le cas où toutes les racines sont situées sur l'axe $j\omega$
- 3) Les racines de la partie paire $m(s)$ et impaire $n(s)$ sont situées seulement sur l'axe $j\omega$.

$$Q(s) = m(s) + n(s)$$

- 4) Les rapports $\frac{m(s)}{n(s)}$ et $\frac{n(s)}{m(s)}$ sont toujours des fonctions réalisables à des réseaux L.C.

- Fonction "Passe-tout"

- Les fonctions "passe-tout" sont des fonctions stables telles que qu'à chaque pôle P_i correspond un zéro symétrique par rapport à l'origine $Z_i = -P_i$.

Les pôles et les zéros sont à répartition quadrante à n P_i et Z_i sont des pôles de $F(P)$ et P^* et Z^* le sont également (propriétés de réflexion)

La fonction "passe-tout" considérée étant stable, les pôles seront situés dans le 1/2 P.G. et les zéros dans d.P.d.

La fonction "passe-tout" ont une amplitude constante.

- Fonction à déphasage minimal.

Les fonctions à déphasage minimal sont des fonctions stables n'ayant pas de zéros dans le d.P.d.

une fonction $F(P)$ peut se mettre sous la forme.

$$F(P) = P(P) \cdot F'(P)$$

où

$P(P)$ est une fonction passe-tout

$F'(P)$ est à déphasage minimal.

$$F(P) = \frac{\pi (P-d_i)(P-z_i)(P-z_i^*)}{\pi (P+d_i)(P+z_i)(P+z_i^*)} \cdot F'(P),$$

d_i sont des nombres réels

z_i et z_i^* nombres complexes conjugués à partie réelle positive

Appendice. A2

Reponses de Chebyshev et Butterworth.

Deux types de reponses utilises dans l'adaptation des réseaux et la conception des filtres

$$G(\omega^2) = \frac{K_n}{1 + P_n^2(\omega)} \quad 0 \leq K_n \leq 1 \quad (A2-1)$$

où $P_n(\omega) = \varepsilon C_n(\omega)$ pour le type de reponse de Chebyshev et $P_n(\omega) = \omega^n$ pour Butterworth.

on prend $\omega_c = 1 \text{ rad/sec}$.

* Reponse de Chebyshev.

Le polynome $C_n(\omega)$ est le polynome de Chebyshev d'ordre n defini par:

$$C_n(\omega) = \cos(n \cos^{-1} \omega) \quad (A2-2a)$$

$$= \cosh(n \cosh^{-1} \omega) \quad (A2-2b)$$

utilisant la relation suivante:

$$\cos(n+1)y = 2 \cos ny \cdot \cos y - \cos(n-1)y$$

dans (A2-2a); on aura:

$$C_{n+1}(\omega) = 2\omega C_n(\omega) - C_{n-1}(\omega) \quad (A2-3)$$

et avec $C_0 = 1$ et $C_1(\omega) = \omega$,

les premiers polynomes sont donnees

$$C_2(\omega) = 2\omega^2 - 1$$

$$C_3(\omega) = 4\omega^3 - 3\omega$$

$$C_4(\omega) = 8\omega^4 - 8\omega^2 + 1$$

$$C_5(\omega) = 16\omega^5 - 20\omega^3 + 5\omega$$

$$C_6(\omega) = 32\omega^6 - 48\omega^4 + 18\omega^2 - 1 \quad (A2-4)$$

A partir de la relation (A2-3a), on note que:

$$-1 \leq C_n(\omega) \leq 1$$

de plus,

$$C_n(0) = (-1)^{n/2} \quad (n \text{ pair})$$
$$= 0 \quad (n \text{ impair})$$

$$C_n(\pm 1) = 1 \quad (n \text{ pair})$$
$$= \pm 1 \quad (n \text{ impair})$$

pour $w > 1$; $C_n(w)$ tend vers l'infini.

avec $y = \cos^{-1} w$ on peut écrire que.

$$\cos ny = \frac{1}{2} (e^{jny} + e^{-jny})$$
$$= \frac{1}{2} \left[(\cos y + \sqrt{\cos^2 y - 1})^n + (\cos y - \sqrt{\cos^2 y - 1})^n \right]$$
$$= \frac{1}{2} \left[(w + \sqrt{w^2 - 1})^n + (w - \sqrt{w^2 - 1})^n \right]$$

pour $w \rightarrow \infty$, $\cos^{-1} w \rightarrow 2^{n-1} w^n$

Les pôles de la réponse de Chebyshev $G(s^2)$ où w est remplacé par $-js$ sont les zéros du polynôme.

$$1 + \varepsilon^2 C_n^2(-js) = 0 \quad (A2.5)$$

puisque $C_n(-js) = \cos ny$ où $y = \cos^{-1}(-js) = v + j\mu$:

donc
$$\cos ny = \cos[n(v + j\mu)]$$

$$= \cos n v \cosh n \mu - j \sin n v \sinh n \mu = \pm j/\varepsilon \quad (A2.6)$$

Identifiant:

~~cos n v = 0~~ :

$$\cos n v \cosh n \mu = 0 \quad (A2.7a)$$

$$\sin n v \sinh n \mu = \pm 1/\varepsilon \quad (A2.7b)$$

puisque $\cosh n \mu > 0$, alors.

$$v_k = \pm \frac{2k-1}{2n} \pi \quad ; \quad k = 1, 2, \dots \quad (A2.8)$$

et

$$\sin n\theta_k = \pm 1, \text{ alors } \sinh n\mu_k = \pm 1/\varepsilon$$

et

$$\mu_k = \pm \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} = \pm \frac{1}{n} \ln \left(\frac{1}{\varepsilon} + \sqrt{\frac{1}{\varepsilon^2} + 1} \right) \quad (A2.9)$$

on a donc:

$$S_k = j \cos \psi_k = j \cos (v_k + j\mu_k) = \sin v_k \sinh \mu_k + j \cos v_k \cosh \mu_k = \sigma_k + j\omega_k$$

avec

$$\sigma_k = \sin v_k \sinh \mu_k$$

$$\sigma_k = \pm \sin \left(\frac{2k-1}{2n} \pi \right) \sinh x. \quad \text{avec } x = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon} \quad (A2.10a)$$

$$\omega_k = \cos v_k \cosh \mu_k$$

(A2.10b)

$$\omega_k = \cos \left(\frac{2k-1}{2n} \pi \right) \cosh x.$$

pour $k=1, 2, \dots, n$.

La relation $S_k = \sigma_k + j\omega_k$ montre que les racines de la fonction se trouvent sur une ellipse d'équation:

$$\frac{\sigma_k^2}{\sinh^2 x} + \frac{\omega_k^2}{\cosh^2 x} = 1 \quad (A2.11)$$

En utilisant les pôles dans (A2.10), alors (A2.5) peut être décomposé en produit de n polynômes Hurwitz (avec les zéros dans $\text{Re}(s) < 0$) et anti-Hurwitz (avec des zéros dans $\text{Re}(s) > 0$).

$$1 + \varepsilon^2 C_n(w) = 1 + \varepsilon^2 C_n(-js) = \varepsilon^{2n-2} \varepsilon^2 P(s) P(-s) \quad (A2.12)$$

où $P(s)$ est le polynôme de Hurwitz et $P(-s)$ est anti-Hurwitz.

$$P(s) = s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (A2.13)$$

(A2.13) est formé par des zéros dans $\text{Re}(s) < 0$.

$$s_k = -\sinh\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \sinh x + j \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \cosh x \quad \text{pour } k=1,2,\dots,n \quad (\text{A2-14})$$

en identifiant avec (A2-6) on aura:

$$a_0 = 2^{1-n} \sinh nx \quad (n \text{ pair})$$

$$= 2^{1-n} \cosh nx \quad (n \text{ impair})$$

$$a_{n-3} = \frac{\sinh x}{\sin u_1} \left(\frac{n}{4} - \frac{\cos^2 u_1 \sin u_1}{\sin u_3} + \frac{\sinh^2 x \cos u_2}{2 \sin u_1 \sin u_3} \right)$$

$$a_{n-2} = \frac{n}{4} + \frac{\sinh^2 x \cos u_1}{\sin u_1 \sin 2u_1}$$

$$a_{n-1} = \frac{\sinh x}{\sin u_1} \quad (\text{A2-15})$$

avec $u_m = m\pi/2n$:

* Réponse de Butterworth

Les pôles de la réponse de Butterworth $G(-s^2)$ sont les zéros du polynôme:

$$1 + (-1)^n s^{2n} = 0 \quad (\text{A2-16})$$

où les s_k sont donnés:

$$s_k = \exp\left[j(2k-1+n)\pi/2n\right] \quad k=1,2,\dots,2n \quad (\text{A2-17})$$

En décomposant (A2-16) en produit de 2 polynômes, de Hurwitz et anti-Hurwitz. [$Q(s)$ et $Q(-s)$]

$$1 + (-1)^n s^{2n} = Q(s) \cdot Q(-s) \quad (\text{A2-18a})$$

où $Q(s) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \dots + a_1s + a_0 \quad (\text{A2-18b})$

(A2.18b) est formé par les zéros de $1 + (-1)^n s^n$ dans le $S \leq 0$

$$S_k = \exp(j(2k-1-n)\pi/2n) ; \quad k=1,2,\dots,n \quad (A2.19)$$

en utilisant (A2.19) dans (A2.18b) on obtient

$$a_0 = 1 ; \quad a_k = \prod_{m=1}^k \frac{\cos[(m-1)\pi/2n]}{\sin[m\pi/2n]} \quad (A2.20)$$

* Transformation passe-bas en passe-bande.

La réponse passe-bas de l'équation (A2.1) peut être transformée en une réponse passe-bande par la transformation suivante:

$$S' = S/B + \omega_0^2/BS \quad (A2.21)$$

où $\omega_0^2 = \omega_1 \omega_2$ et $B = \omega_2 - \omega_1$

transformation de l'inductance L etc

$$S'L = SL/B + \omega_0^2 L/BS = SL_1 + 1/SC_1 \quad (A2.22a)$$

$$\text{et} \quad \frac{1}{SC} = \frac{1}{SC/B + \omega_0^2/BS} = \frac{1}{SC_2 + 1/SL_2} \quad (A2.22b)$$

$$\text{où} \quad L_1 = L/B ; \quad C_1 = B/\omega_0^2 L \quad (A2.22c)$$

$$L_2 = B/\omega_0^2 C ; \quad C_2 = C/B \quad (A2.22d)$$

Le réseau passe-bande est obtenu par le réseau passe-bas correspondant où L du passe-bas est remplacé par un circuit résonnant série L_1 et C_1 avec la fréquence de résonance $\omega_0 = 1/\sqrt{L_1 C_1}$ et la capacité du passe-bas est remplacé par un circuit résonnant parallèle L_2 et C_2 dont la fréquence de résonance est $\omega_0 = 1/\sqrt{L_2 C_2}$

Utilisant ces résultats dans:

$$p(s) \cdot p(-s) = 1 - G(s^2) = 1 - \frac{Kn}{1 + P_n^2(\omega)}$$

$$= \frac{(1-k_n) + P_n^2(\omega)}{1 + P_n^2(\omega)}$$

$$= (1-k_n) \frac{1 + (1-k_n)^{-1} P_n^2(\omega)}{1 + P_n^2(\omega)} \quad (A2-23)$$

Pour une réponse de Chebyshev,

$$P(s) \cdot P(-s) = (1-k_n) \frac{1 + \varepsilon' C_n^2(-js)}{1 + \varepsilon C_n^2(-js)}$$

$$= (1-k_n) \frac{2^{n-2} \varepsilon'^2 P'(s) \cdot P'(-s)}{2^{n-2} \varepsilon^2 P(s) \cdot P(-s)} = \frac{P'(s) \cdot P'(-s)}{P(s) \cdot P(-s)} \quad (A2-24)$$

où $\varepsilon' = \varepsilon / \sqrt{1-k_n}$ et $P'(s)$ et $P'(-s)$ sont les polynômes de Hurwitz et anti-Hurwitz de $1 + s' C_n(-js)$.

En général $P'(s)$ s'écrit:

$$P'(s) = s^n + a_{n-1}' s^{n-1} + \dots + a_1' s + a_0'$$

où les a_i' sont obtenus à partir des a_i (A2-15), en remplaçant seulement ε par ε' .

Le coefficient $p(s)$ correspondant à (A2-24) est

$$p(s) = \frac{P'(s)}{P(s)} = \frac{s^n + a_{n-1}' s^{n-1} + \dots + a_1' s + a_0'}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (A2-25a)$$

Si la transformation passe-bande est appliquée à (A2-25) Alors on obtient $p(s')$ correspondant au passe-bande.

$$p(s') = \frac{P'(s')}{P(s')} = \frac{s'^m + a_{n-1}' s'^{n-1} + \dots + a_1' s' + a_0'}{s'^n + a_{n-1} s'^{n-1} + \dots + a_1 s' + a_0} \quad (A2-25b)$$

utilisant la relation suivante.

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$\text{ou } \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

$$\text{on a: } a_{n-i} s^{n-i} = \frac{a_{n-i}}{B^{n-i}} \sum_{k=0}^n \binom{n-i}{k} \omega_0^{2k} s^{n-i-2k} \quad (\text{A2.26})$$

Substituant (A2.26) dans (A2.25b) on aura:

$$p(s) = \frac{s^{2n} + \hat{a}'_{2n-1} s^{2n-1} + \dots + \hat{a}'_1 s + \hat{a}'_0}{s^{2n} + \tilde{a}'_{2n-1} s^{2n-1} + \dots + \hat{a}'_1 s + \hat{a}'_0} \quad (\text{A2.27})$$

les coefficients \hat{a}'_i sont donnés en fonction des a_i .

$$\hat{a}'_{2n-1} = B a_{n-1}$$

$$\hat{a}'_{2n-2} = n \omega_0^2 + B^2 a_{n-2}$$

$$\hat{a}'_{2n-3} = (n-1) B a_{n-1} \omega_0^2 + B^3 a_{n-3}$$

$$\hat{a}'_1 = \omega_0^{2n-2} B a_{n-1}$$

$$\hat{a}'_0 = \omega_0^{2n}$$

(A2.28)

En utilisant (A2.15) et (A2.20) dans (A2.28), on peut obtenir facilement les relations (1.41) et (1.43).

Appendice - A2 -

Transformation d'impédance en Pi et en T

Dans la conception des réseaux d'adaptation pour amplificateur, on utilise toujours à l'entrée et à la sortie un transformateur idéal. Ce transformateur peut être remplacé par un réseau en pi ou T permettant ainsi d'utiliser des éléments répertoriés.

On considère la figure A2-1. On desire trouver le réseau équivalent en T fig A2-2

Soient $Z = [Z_{ij}]$ et $Z' = [Z'_{ij}]$ matrices de N et N'

on a :

$$Z = \begin{bmatrix} s(L_s + L_p) & s t L_p \\ s t L_p & s t^2 L_p \end{bmatrix} \quad (A2.1)$$

et

$$Z_1 = Z'_{11} - Z'_{12} \quad (A2.2a)$$

$$Z_2 = Z'_{12} = Z'_{21} \quad (A2.2b)$$

$$Z_3 = Z'_{22} - Z'_{12} \quad (A2.2c)$$

pour N équivalent N', on a $Z = Z'$,

$$N \equiv N' \Rightarrow Z = Z'$$

$$Z_1 = s(L_p + L_s) - s t L_p = s[L_s + (1-t)L_p] \quad (A2.3a)$$

$$Z_2 = s t L_p \quad (A2.3.b)$$

$$Z_3 = s t^2 L_p - s t L_p = s(t^2 - t)L_p \quad (A2.3.c)$$

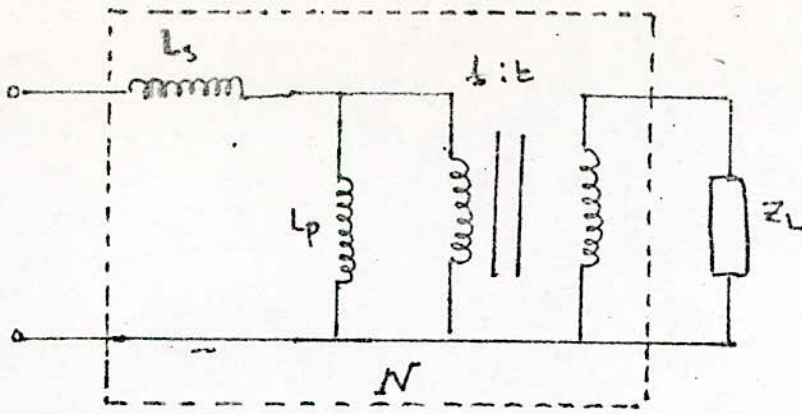


Fig. A2-1 - réseau inductif avec transformateur idéal.

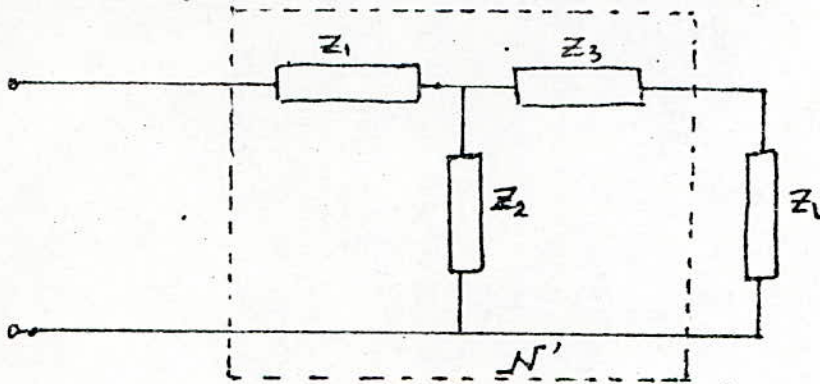
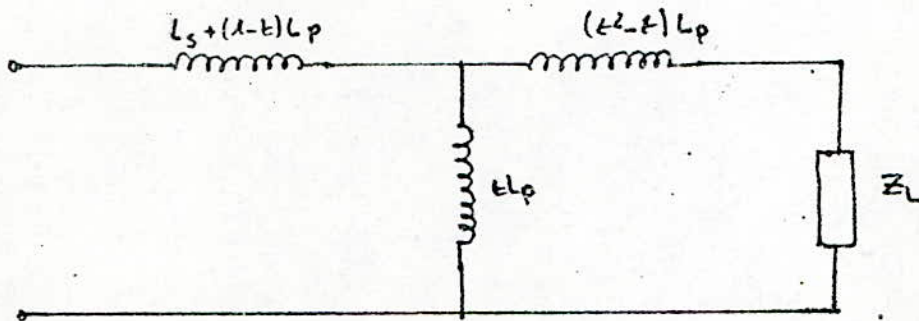


Fig A2-2 - configuration du réseau équivalent en T.



$$1 \leq t \leq 1 + L_s/L_p$$

Fig. A2.3 - réseau inductif équivalent en T

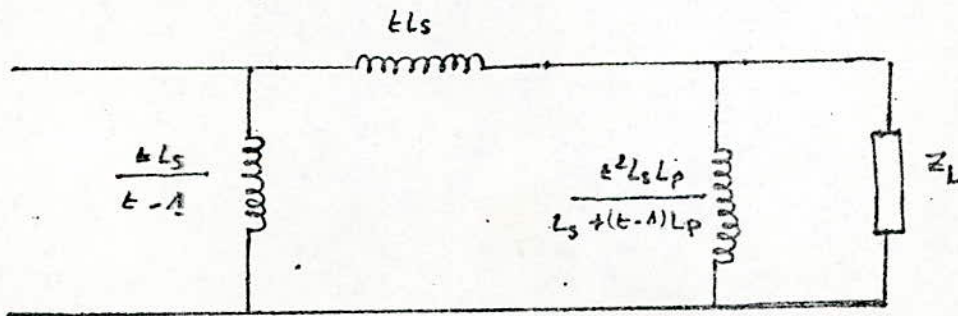


Fig. A2-4 - réseau inductif équivalent en Pi.

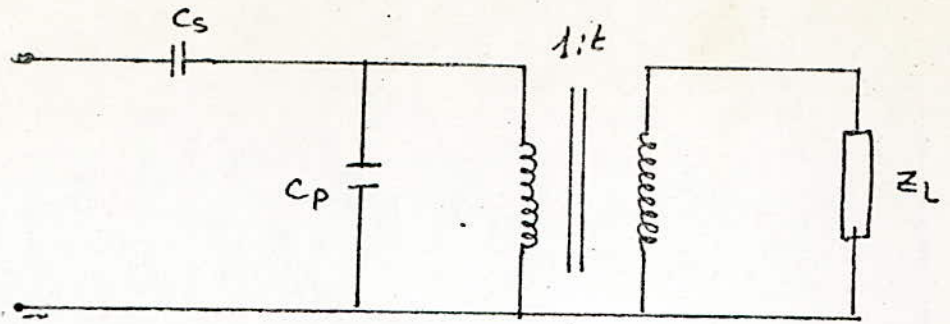
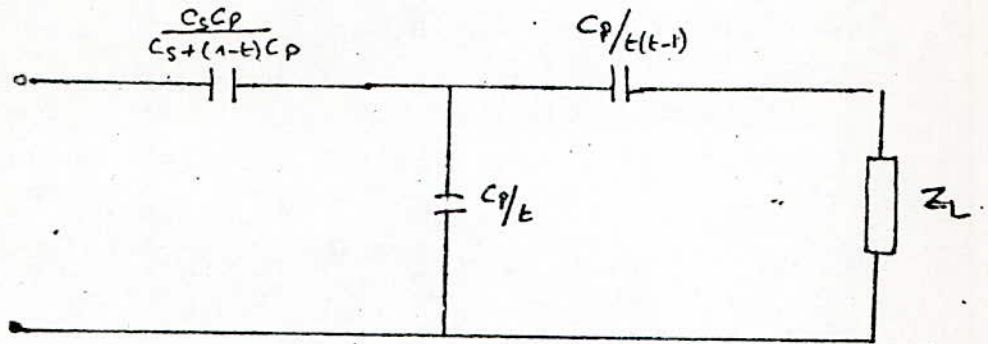


fig. A2-5- Réseau capacitif avec transformateur idéal



$$1 \leq t \leq 1 + C_p / C_s$$

fig A2-6- réseau capacitif équivalent en π .

pour Z_1 et Z_3 passives, nous aurons:

$$L_s + (1-t)L_p \geq 0$$

$$(t^2 - t)L_p \geq 0$$

ceci donne :

$$1 \leq t \leq 1 + L_s / L_p \quad (A2.3)$$

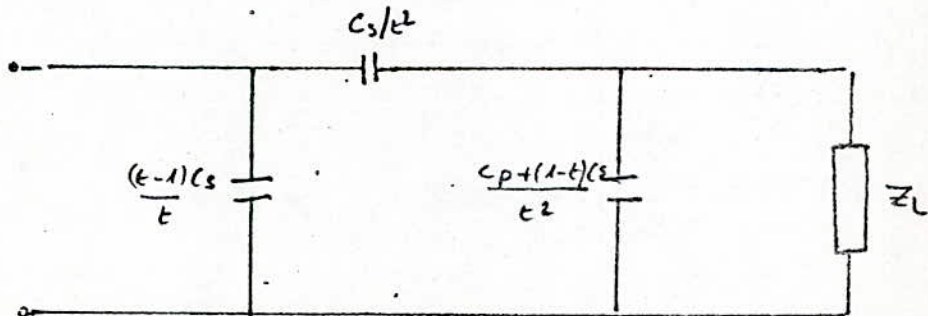


fig A2-7- réseau capacitif équivalent en π .

- Bibliographie -

- [1] - Tri. T. HA
" Solid - State, microwave Amplifier Design "
- John Wiley and Sons 1981.
- [2] Paul Bildstein.
" Filtrés actifs " Edition Radio 1976
- [3] R. Badoual.
" Composants, Antenne, fonctions "
ed. Masson 1984.
- [4] George. Boudouris et Pierre Chenevier.
" Circuits pour ondes guidées "
Ed. Revue Optique. 1974
- [5] . A. Augot. " Complement Mathématique "
Ed. Revue optique. 1965
- [6]. Carrère. " Synthèse des Circuits passifs "
Ed. Masson & Cie. 1974.