

UNIVERSITE D'ALGER

14/78

20

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

ELECTRONIQUE

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
 المكنية

 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
 BIBLIOTHEQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
 المكنية

 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
 BIBLIOTHEQUE

ETUDE D'UN ASSERVISSEMENT
DE POSITION

PROPOSE PAR:

M.L. ZEBROWSKI

ETUDIE PAR:

A. KHARKHACHE

A. MEKHOUKH

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
 المكنية

 ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
 BIBLIOTHEQUE

1978

A NOS PARENTS

A NOS AMIS

A. KEARKHACHE.

A. MEKHOUKH.

-- REMERCIEMENTS --

Nous remercions vivement Monsieur ZEBROWSKI
Qui, par son aide et ses conseils, a permis
L'élaboration de ce projet.

Que tous les Professeurs et Assistants qui ont
Participé à notre formation trouvent ici l'expression
De notre profonde gratitude.

Nos remerciements vont également à l'Union des
Ingénieurs Algériens pour l'aide qu'elle nous a apportée./.

-- P L A N --

1ère PARTIE :

-Généralités sur les asservissements

2ème PARTIE :

-Etude d'un asservissement de position

3ème PARTIE :

-Etude non linéaire

4ème PARTIE :

-Simulation du système asservi de position étudié

5ème PARTIE :

-Les systèmes échantillonnés.-

CONCLUSION

1ere Partie

Generalités sur les asservissements de position

I. Introduction

Les asservissements de position représentent parmi les asservissements à boucle de réaction la classe particulière qui concerne le positionnement d'un objet mobile. L'asservissement de position désigné aussi sous le nom de servomécanisme est un dispositif qui permet de commander la position d'un objet mobile en fonction d'un signal arbitrairement variable lequel ne peut fournir qu'une énergie négligeable. Le fonctionnement en est gouverné par la différence entre la position réelle de l'objet mobile et la position désirée.

Il agit de manière à réduire cette différence malgré toutes les influences perturbatrices. - Leur domaine d'application est très vaste tant dans les activités civiles que pour les usages militaires.

Parmi les nombreuses applications de tels systèmes, on peut citer le pointage automatique des canons et des antennes radars, la répétition d'informations de position en différents points éloignés, la commande de machines outils.

II. Constitution d'un servomecanisme.

Les elements de base qui constituent n'importe quel servomecanisme sont :

- le comparateur
- l'amplificateur
- le moteur
- le reducteur.

II.1 Le comparateur :

Le comparateur appele encore detecteur d'ecart est le plus souvent constitue d'une paire de potentiometres. Il est destine a mesurer la difference entre la grandeur de commande et la grandeur reglee et a traduire cette information d'une maniere utilisable.

II.1.1. Qualites des potentiometres

- Les plus grandes precisions et diversites de forme des lois de variation
- Stabilité des parametres et fiabilité
- Exigences severes concernant les dimensions, les jeux et les couples de rotation afin de tenir compte des impératifs de precision, de duree de vie et d'accouplements avec les servomecanismes.

II.1.2. Technologie de construction.

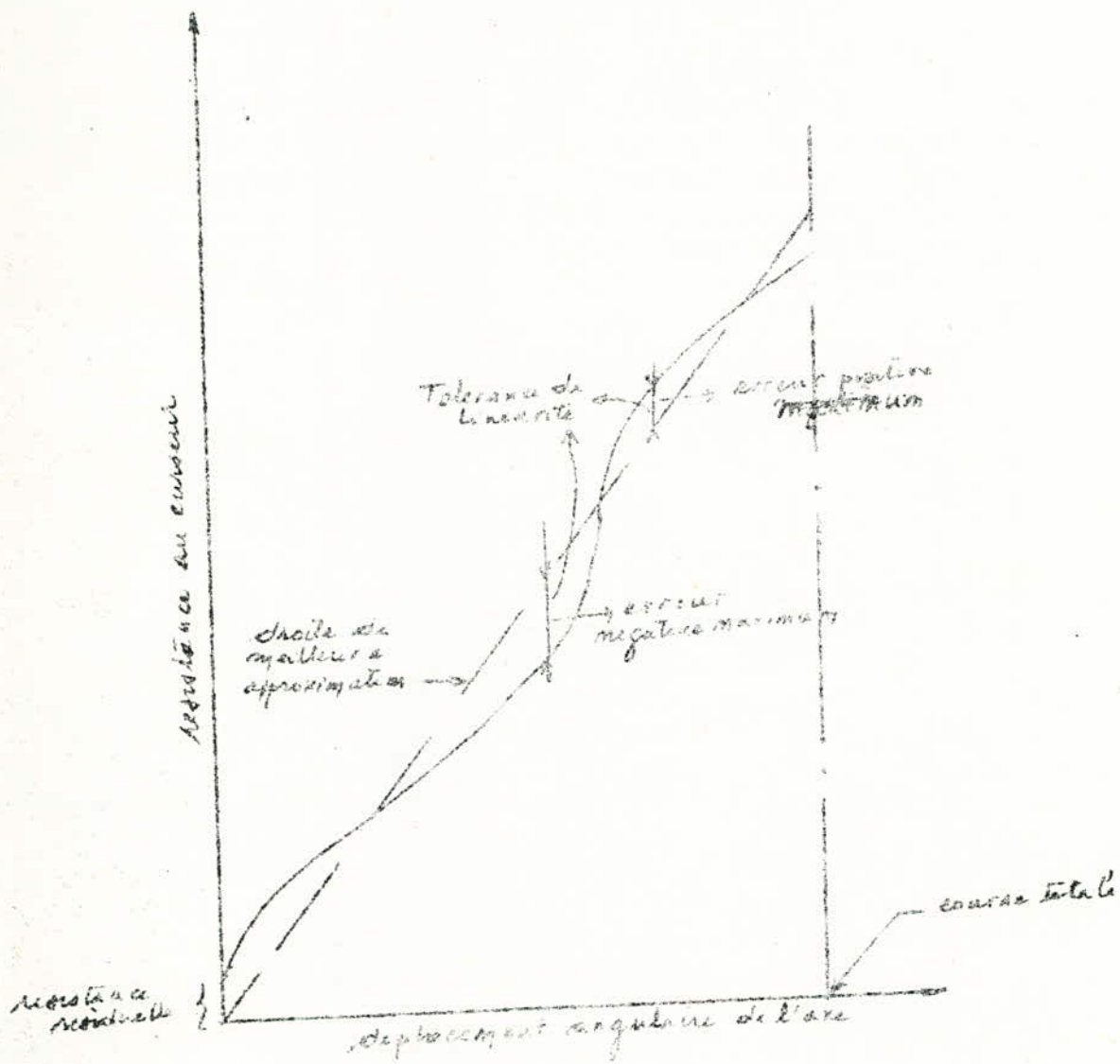
Matière de l'element resistant : Dans la majorite des cas, l'element

résistant est constitué soit par bobinage d'un fil (les alliages de nickel-chrome étant les plus utilisés) soit par dépôt de sérigraphie d'une couche résistante au cermet.

1.1.3 Formes et dimensions

Les dimensions des boîtes pour les potentiomètres à commande rotative sont données par des spécifications, par contre pour les potentiomètres à commande rectiligne, les formes et les dimensions ne sont pas normalisées. Leurs diamètres varient de 3 à 13 cm. Le nombre de tours prévu par les normes est de : 1, 3, 5, 10 et 25. Les plus usuels sont de 1 et 10 tours. Certains modèles comportent soit un système de demultiplication, soit un dispositif particulier de l'élément résistant qui entraîne le fait qu'il faille plusieurs tours de l'axe de commande pour faire parcourir au curseur toute la totalité de la course de l'axe. Les potentiomètres peuvent être excités par courant alternatif ou courant continu et comprennent généralement :

- un axe
- une monture
- des paliers à conducteurs
- un rotor
- un enroulement
- un assemblage de contact et des bornes.



- Courbe de l'essai

0.1.4 Principales Caractéristiques

- a) Tolérance de linéarité : c'est la mesure de la précision avec laquelle la résistance peut être considérée comme variant linéairement avec l'angle de rotation - La linéarité peut s'évaluer à partir de la courbe de la résistance recueillie au curseur en fonction de la position de l'axe, elle s'exprime en % et varie de 0,01% à 1%. (voir figure A11)
- La précision d'un potentiomètre dépend de l'uniformité de la résistance du fil, de la forme et de la surface du mandrin sur lequel il est bobiné, de l'uniformité des espacements des spires, de la forme et de la largeur du curseur, de l'écartement entre l'axe et le mandrin ainsi que du jeu entre l'axe et le curseur.
- b) Insensibilité (résolution) : c'est la variation minimum de résistance de sortie par rotation de l'axe, elle s'exprime en % de la résistance totale du potentiomètre. Elle est fonction du nombre de tours par cm d'écartement et du diamètre de la piste circulaire du curseur mobile.
- c) Durée de vie : La durée de vie est le temps durant lequel aucune des caractéristiques mécaniques ou électriques ne s'écarte de la marge de tolérance de plus de 50% de celle-ci.
- d) Bruit : Le bruit dans les potentiomètres utilisés dans les servomécanismes est signe d'apparition de tensions parasites indésirables qui peuvent avoir plusieurs origines, par exemple le fait que la résolution soit finie, cela entraîne l'apparition d'une tension en échelon lorsque l'axe est en rotation et cette discontinuité peut être préjudiciable au bon fonctionnement des servomécanismes.

0.2 Amplificateur : Les amplificateurs utilisés dans les servomecanismes sont soit à courant alternatif soit à courant continu. Cependant les amplificateurs à courant alternatif sont les plus répandus en raison des difficultés que soulèvent les amplificateurs à courant continu à savoir le derive du gain qui consiste en une variation de la tension de sortie sans variation de celle de l'entrée; elle peut provenir de variation dans la tension d'alimentation ainsi que de modifications des valeurs des éléments constitutifs et ceci est un inconvénient suffisant pour éviter leur emploi.

0.2.1. Caractéristiques :
Avoir une caractéristique Gain-Fréquence aussi plate que possible, bien au delà de la bande de fréquence utile dans le servomecanisme, pour ne pas introduire d'inconvénient d'ordre dynamique.
Avoir un faible déphasage en fonction du niveau d'entrée.
L'impédance de sortie doit être aussi basse que possible pour améliorer les performances dynamiques et aussi pour réaliser une adaptation parfaite de l'amplificateur et le moteur.
Avoir un niveau de bruit bas.

Remarque: La non-linéarité des amplificateurs et la distorsion de la forme de l'onde qui en résulte sont sans importance dans les amplificateurs d'asservissements.

4.3

Moteur.

d'organe moteur est choisi selon la puissance mise en jeu dans la chaîne d'asservissement. Les moteurs utilisés à cet effet sont soit à courant alternatif soit à courant continu. Il est rare de trouver un moteur parfaitement adapté au problème étudié; les données qui sont fournies par le constructeur sont incomplètes donc en plus de celles-ci, il est nécessaire de connaître :

- la courbe couple-vitesse du puis de la vitesse nulle à la vitesse maximale.
- l'ensemble de ces courbes pour les différentes valeurs du signal de commande.
- Les courbes tension-vitesse avec couple de charge comme paramètre (l'inertie et éventuellement les frottements).
- Les caractéristiques en régime transitoire de l'étage de commande du moteur (la connaissance des performances en régime transitoire est plus importante que celle des performances en régime constant nominal)

4.3.1 Choix du moteur

Il n'y a pas de règle générale pour le choix d'un moteur d'asservissement. Il doit avoir une constante de temps faible. Le moteur idéal serait celui qui obéit instantanément à n'importe quelle loi de vitesse qui lui serait imposée et ceci quelque soit la charge. Le facteur temps joue un rôle, sur toute adaptation à un nouveau régime

implique nécessairement un temps de manœuvre plus ou moins long.
Aussi il y'a un compromis à faire entre la fiabilité et ses performances.

U.3.2 Moteurs à courant continu. Ces moteurs utilisent les phénomènes d'induction électromagnétique pour transformer l'énergie électrique en énergie mécanique. Chaque moteur comprend :

- un système producteur de flux magnétique : inducteur
- un système de conducteurs se déplaçant dans ce flux en coupant ces lignes d'induction : induit.

Les moteurs à courant continu les plus utilisés sont les moteurs à excitation séparée. En général l'un des circuits induit ou inducteur est alimenté soit à tension constante soit à intensité constante, l'autre étant alimenté par l'étage amplificateur ; on appelle ces 2 types de commandes - commande d'induit et commande d'inducteur.

Les performances d'un moteur sont en général limitées par l'échauffement maximal admissible qui définit la puissance maximale en régime permanent. Il doit supporter un freinage complet (vitesse zéro) à la tension nominale et cela en régime permanent. Aussi il y'a une limitation théorique des performances liée aux phénomènes de saturation.

II-4- Reducteur :

En general, le moteur qui delivre la puissance necessaire à l'entrainement de la charge est relie à celle-ci par un train d'engrenages appele reducteur, ce dernier a pour but de definir la vitesse relative de la charge par rapport à celle du moteur. On utilise de nombreux types d'engrenages comprenant des engrenages droits, les engrenages helicoïdaux, les engrenages spiraux. Parmi tous ces types, ce sont les engrenages droits les plus repandus.

Les caracteristiques propres des engrenages qui interessent speciallement le fonctionnement des servo mecanismes sont les inerties et les erreurs qu'ils introduisent tels que les jeux angulaires et axiaux. Les erreurs peuvent provenir d'un espacement inegal des dents, de variation de la largeur de celle-ci ou d'excentricite de la circonférence primitive. Leur qualite est mesuree par l'absence de tels effets. Ces erreurs presentent l'inconvénient de produire des erreurs angulaires dans les servo mecanismes.

2EME PARTIE

ETUDE D'UN ASSERVISSEMENT DE POSITION

L'objet de ce chapitre est l'étude d'un asservissement de position, un tel système sera décrit ci-dessous.

Le problème consiste à régler une position constituant la grandeur de sortie d'un système en moyen d'un moteur d'entraînement de telle sorte qu'à tout instant, la variation de position réglée, soit égale à la position du signal de référence. Le moteur sera du type à commande par l'inducteur. On a supposé que tous les éléments constituant cet asservissement sont linéaires. On fera l'étude de cet asservissement en tenant compte de la variation de l'inertie qui est variable et on étudiera son influence sur le système.-

II. Description du système de commande.

Le but de ce système de commande à réaction est de régler une position constituant la grandeur de sortie au moyen d'un moteur d'entraînement de telle sorte qu'à tout instant la variation de position réglée soit égale à la position du signal de référence; un tel système de commande est représenté par la figure 1.



fig 1 : système asservi de position sans correcteur

Les termes descriptifs utilisés dans la figure 1 peuvent être définis de la manière suivante:

la valeur désirée. U est la valeur que l'on désire obtenir par le système de commande à la sortie du fait de la présence de l'élément traducteur qui est ici substitué par un potentiomètre la valeur est U_e et on a: $U_e = k U$. U_e est exprimé en $^\circ$, c'est la quantité entrant réellement dans le système de commande.

la variable réglée θ_s constituant la grandeur de sortie proprement dite du système commandé, c'est elle que l'on compare au signal d'entrée, cette valeur est traduite par un potentiomètre. L'erreur $e = \theta_c - \theta_s$ donnée par le comparateur ou le détecteur d'écart est amplifiée pour pouvoir actionner l'arbre du moteur.

III - Fonction de transfert.

Le moteur choisi est un moteur à commande par inducteur qu'on peut schématiser par la figure 2. C'est un moteur à excitation séparée où l'inducteur est alimenté par la grandeur E , l'induit est parcouru par une intensité constante i_0 . On va étudier la relation qui existe entre la position angulaire θ_m de l'arbre du moteur et la grandeur de contrôle E .

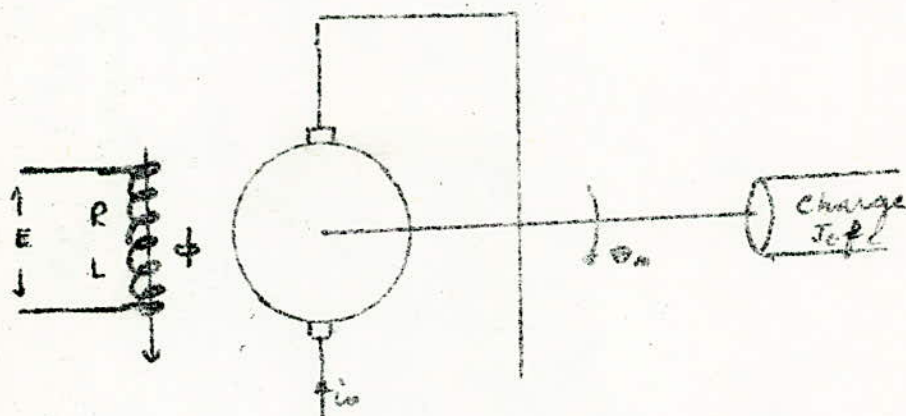


Fig 2 : - Moteur à commande d'inducteur.

Dans ce qui suit on va adopter les notations suivantes :
pour l'Inducteur :

- I : Intensité
- R : résistance
- E : tension de commande
- L : Inductance
- θ_m : position angulaire du rotor
- f_m : frottement du moteur
- J_m : inertie du moteur
- C_m : couple du rotor
- Φ : flux d'induction
- J_c : inertie de la charge
- f_c : frottement de la charge
- α : rapport de réduction

Les équations régissant le système dans ce cas sont :

$$E = RI + L \frac{dI}{dt}$$

$$\phi = k_1 I.$$

$$C_m = k_3 i_0 \phi.$$

$$C = J_m \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + f_m \frac{d\theta_m}{dt} + k_4 \theta_m.$$

On suppose qu'il n'y'a pas de couple de rappel ($k=0$)
 et qu'à $t=0$, toutes les conditions initiales sont nulles.

III.1 Fonction de transfert de l'inducteur :

Après transformation de Laplace, on a :

$$\frac{\phi}{E} = \frac{k_1}{Lp + R} = \frac{k_1}{R(1 + T_1 p)}$$

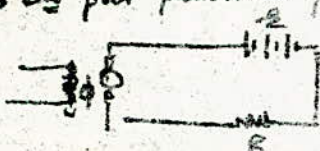
$$\text{avec } T_1 = \frac{L}{R}$$

III.2 Fonction de transfert de l'induit

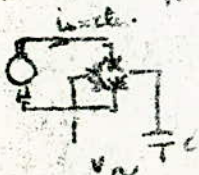
$$\frac{\theta_m}{\phi} = \frac{k_3 i_0}{J_m p^2 + f_m p} = \frac{k_3 i_0 / f_m}{p \left(\frac{J_m}{f_m} p + 1 \right)}$$

$$= \frac{k_3 i_0 / f_m}{p(T_2 p + 1)} \quad \text{avec } T_2 = \frac{J_m}{f_m}.$$

La réalisation d'une constante de temps n'est pas immédiate (source à impédance interne infinie). En effet le circuit comprenant l'induit est le siège d'une f_{cm} proportionnelle à $\frac{d\theta_m}{dt}$, on peut réaliser une alimentation à la t_0 par plusieurs procédés à savoir :



à la réalisation d'une résistance de charge R , la chute de tension dans R doit être grande par rapport à la f_{cm} mais qui apparaît dans l'induit or encore



III.3 Fonction de transfert du moteur.

Elle est donnée par :

$$\frac{\Theta_m}{E} = \frac{k_1 k_3 i_0 / f_m R}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

on pose :

$$K = \frac{k_1 k_3 i_0}{R f_m}$$

ce qui donne :

$$\frac{\Theta_m}{E} = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

III.4 Calcul du rapport de réduction

Entre le moteur et la charge, on a inséré un réducteur, lequel a pour rôle d'entraîner la charge à une vitesse inférieure que celle de l'arbre de sortie. Comme on s'est donné le moteur et la charge. (Inertie et frottements donnés) on va déterminer le rapport de réduction. En se reportant à la figure 3 on peut écrire :

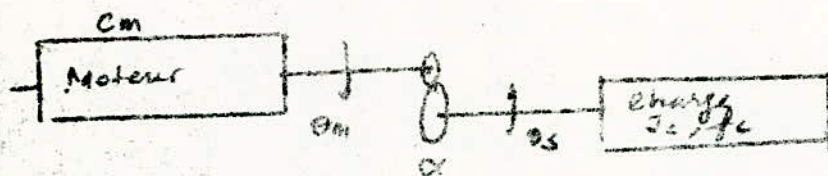


figure 3

$$C_m = J_m \frac{d^2 \Theta_m}{dt^2} + f_m \frac{d\Theta_m}{dt} + C$$

C est le couple transmis par l'engrenage côté moteur sur l'arbre côté sortie on a. C.C.

avec $\alpha = \frac{\theta_m}{\theta_s}$

Alors : $\alpha C = J_c \frac{d^2 \theta_s}{dt^2} + f_c \frac{d\theta_s}{dt}$

si on ramène tout sur l'arbre moteur, on obtient :

$$C_m = \left(J_m + \frac{J_c}{\alpha^2} \right) \frac{d^2 \theta_m}{dt^2} + \left(f_m + \frac{f_c}{\alpha^2} \right) \frac{d\theta_m}{dt}$$

on pose :

$$J = J_m + \frac{J_c}{\alpha^2} \text{ et } f = f_m + \frac{f_c}{\alpha^2}$$

L'inertie J ramené sur l'arbre moteur est égale à l'inertie du moteur augmentée de l'inertie de la charge divisée par le carré du rapport de réduction -

On a de même pour les frottements -

On suppose que les frottements sont négligeables, l'accélération sera donnée par :

$$C_m = \left(J_m + \frac{J_c}{\alpha^2} \right) \cdot \frac{d^2 \theta_m}{dt^2}$$

On trouve que l'accélération sous la charge est maximale

par : $\alpha = \sqrt{\frac{J_c}{J_m}}$ (1)

Le rapport α de réduction donné par la formule (1) est un rapport approximatif qu'on peut adopter.

III.5 Calcul des différentes constantes.

Comme on ne disposait pas de moteur, et faute de pouvoir déterminer ses caractéristiques on s'est donné les valeurs suivantes pour calculer les différentes constantes.

$$C_m = 0,3 \text{ kg.m.}$$

$$J_m = 130 \cdot 10^{-7} \text{ kg.m}^2$$

$$f_m = 10^3 \text{ N.m.s}$$

$$0,13 \cdot 10^{-4} \leq J_c \leq 0,13 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

$$f_c = 0,1 \text{ N.m.s}$$

$$R = 16,4 \Omega$$

$$L = 0,059 \text{ H}$$

$$I = 1,5 \text{ A}$$

$$V = 27 \text{ V.}$$

Après calcul on obtient :

$$K = \frac{k_1 k_2 i_0}{R f} \approx 6.$$

$$f = 12,11 \cdot 10^3 \text{ N.m.s}$$

$$T_1 = 0,0036 \text{ s}$$

$$0,011 \text{ s} \leq T_2 \leq 0,0222 \text{ s}$$

$$\alpha = 3$$

$$k = \frac{V}{2\pi} = 0,075 \text{ V/}^\circ.$$

Fonction de transfert de l'ensemble constituant la chaîne d'asservissement :

La fonction de transfert de l'ensemble en chaîne s'obtient à partir des fonctions de transfert des éléments qui sont disposés en cascade.

La fonction de transfert de l'amplificateur est une constante A qui représente le gain, ici on a supposé que le gain de l'ampli est constant sur plusieurs décades.

La fonction de transfert du moteur qu'on a défini précédemment est la suivante,

$$F_m(p) = \frac{K}{p(pT_1 + 1)(pT_2 + 1)} \quad \text{avec } K \approx 1.$$

La fonction de transfert de la chaîne de retour constituée par le potentiomètre est $V/2\pi$. V étant la tension aux bornes du potentiomètre ; 2π représente la plage de ce potentiomètre en degré.

La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$\Delta F(p) = \frac{A}{p(pT_1 + 1)(pT_2 + 1)}$$

Il faut remarquer que le système étudié présente une boucle de retour non unitaire (voir schéma fonctionnel fig 4) L'asservissement réduit à un retour unitaire est représenté par la figure 5 qui est équivalent à la figure 4.

Après cette réduction, la fonction de transfert en boucle

ouverture est :

$$AF(p) = \frac{A \cdot V/2\pi}{p(pT_1 + 1)(pT_2 + 1)}$$

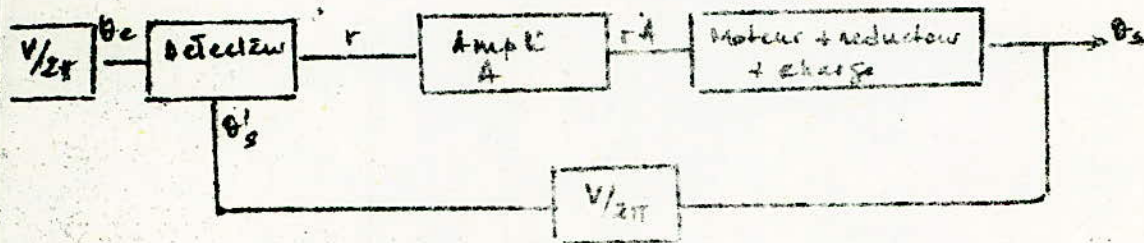


fig. 4.

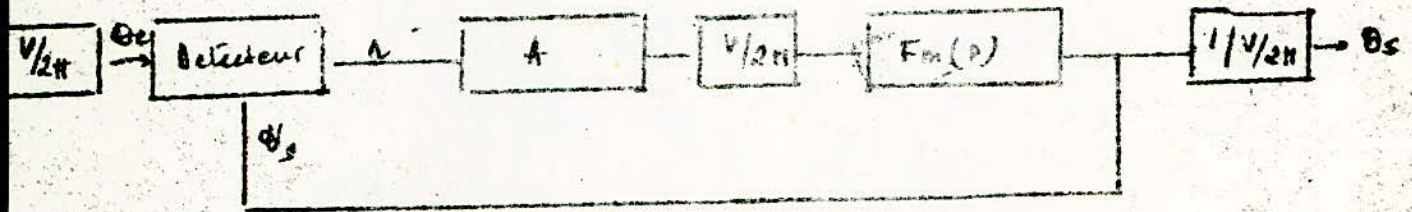


Figure 5.

I.1 Fonction de transfert en boucle fermée

La branche directe est excitée par :

$$R(p) = \theta_c(p) - \theta_s(p) \cdot k \quad \text{avec } k = \frac{V}{2\pi}$$

on a :

$$\theta_s(p) = AF(p) (\theta_c(p) - \theta_s(p) \cdot k)$$

et la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_c(p)} = \frac{AF(p)}{1 + AkF(p)}$$

$$H(p) = \frac{A \cdot F(p)}{1 + AkF(p)}$$

La fonction de transfert entrée / entrée est donnée par :

$$R(p) = \frac{A}{1 + AkF(p)} \cdot \theta_c(p)$$

Son équation caractéristique est :

$$1 + AkF(p) = 0$$

Etude en régime de régime

II.1 Gain en boucle ouverte : La fonction de transfert présente une intégration en boucle ouverte, on a ce qu'on appelle un système astatique en boucle ouverte.

Le gain en boucle ouverte est défini par :

$$AF(p) = \frac{10}{p} \cdot \frac{1}{1 + p^2(T_1 + T_2) + p^3(T_1 T_2)}$$

Au est appelé Gain en vitesse.

V.2. Ecart de position

Si le système est soumis à une entrée échelon

$$\theta = \theta_0 u(t) \rightarrow \theta(p) = \frac{\theta_0}{p}$$

L'erreur pour l'entrée est :

$$R(p) = \frac{1}{1 + AkF(p)} \cdot \theta(p)$$

L'erreur de position est donnée par le théorème de la valeur finale :

$$r(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p R(p)$$

Le système étudié présente une intégration où :

$$r(\infty) = 0$$

Le système ne présente pas d'écart de position.

V.3. Ecart de traînage

Si le système est soumis à une entrée en échelon de vitesse :

$$a \cdot t \cdot u(t)$$

En régime définitif on a :

$$r(\infty) = \theta_e(\infty) - \theta_s(\infty)$$

En appliquant le théorème de la valeur finale, on obtient

$$r(\infty) = a / A_1 v$$

L'erreur de traînage est proportionnelle à la pente de l'entrée et inversement proportionnelle au gain de vitesse.

V.4. Ecart en accélération

Pour une entrée en échelon d'accélération $a t^2 u(t)$
l'erreur en régime permanent est :

$$r(\infty) = \theta_c(\infty) - \theta_s(\infty)$$

$$\theta(p) = \frac{a}{p^3}$$

Après application du théorème de la valeur finale, on trouve :

$$r(\infty) = \infty$$

L'erreur d'accélération est infinie.

Conclusion :

Les renseignements concernant le régime définitif d'un assainissement possédant une intégration sont donnés par l'observation de la région des basses fréquences ce qui équivaut à examiner sa fonction de transfert pour $p \rightarrow 0$.

En conclusion, on peut dire que notre système ne possède pas d'erreur de position, il a une erreur de traînage finie et une erreur d'accélération infinie en régime définitif.

VI. Caractéristiques de performances d'un asservissement.

Lors de la réalisation d'un asservissement, on demande à ce que le système soit sûr, possédant une bonne précision en régime définitif et que le système soit suffisamment rapide et bien amorti en régime transitoire.

Toutes ces conditions traduites en langage de système asservi, équivalent à avoir :

- Un asservissement stable
- Un gain en boucle ouverte élevé (précision)
- Large bande passante (temps de réponse).

VI.1 Stabilité.

C'est une condition impérative, cette condition de stabilité doit être maintenue, malgré les variations qui peuvent intervenir lors de l'emploi, donc il convient de garantir une marge de sécurité, laquelle est assurée en laissant une marge de phase d'environ 45° et une marge de gain de 10 à 20 dB ou encore un facteur de résonance Q d'environ $1,3$ (soit $2,3$ dB). La présence de telles marges, garantit une bonne stabilité et en même temps un amortissement convenable en régime transitoire.

VI.2 Gain en boucle ouverte élevé.

Le système étudié, présente une intégration, on a montré qu'il ne possède pas d'erreur

de position, mais présente un écart de traînage inversement proportionnel à la constante de traînage A_v d'où d'intérêt d'augmenter le gain en boucle ouverte, afin d'avoir une bonne précision.

VI.3 Large bande passante: Avoir une large bande passante équivaut à avoir une fréquence de résonance élevée et on sait que la fréquence propre d'un système mesure sa rapidité de réponse. Cette dernière condition est satisfaite lorsque le gain est réglé à $Q = 1,3$.

VII. Stabilité et Performances.

Si l'étude qu'on va présenter se fera sur la fonction de transfert en boucle ouverte, car c'est sur cette fonction qu'apparaissent l'influence des changements des paramètres du système - Les performances du système se déduisent de l'inspection de son lieu de transfert.

En plus du gain variable, on a l'inertie qui varie donc le problème consiste à tenir compte de cette variation et étudier son influence sur le système -

La constante de temps du moteur étant liée à l'inertie par :

$$T_2 = \frac{J}{f}$$

$$\text{avec : } 1,44 \cdot 10^{-4} \leq J \leq 27,43 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2 \text{ et } f = 42,11 \cdot 10^{-2} \text{ N.m/s}$$

$$\text{et } 0,0111 \leq T_2 \leq 0,0222 \text{ s}$$

On va étudier les 3 fonctions de transfert suivantes :

$$F_1(p) = \frac{A \sqrt{2\pi}}{p(p0,0036 + 1)(0,0222p + 1)}$$

Cette fonction de transfert correspond à l'Inertie maximale :

$$F_3(p) = \frac{A \sqrt{2\pi}}{p(0,0036p + 1)(0,01p + 1)}$$

qui correspond à l'Inertie minimale.

et en fin :

$$F_2(p) = \frac{A \sqrt{2\pi}}{p(0,0036p + 1)(0,046p + 1)}$$

pour une valeur intermédiaire de l'Inertie.

Le tracé du lieu de Nyquist de ces 3 fonctions de transfert (figure 6) pour $A=600^3$ montre l'influence de l'inertie, elle est généralement d'instabilité. Bien entendu, le système est instable pour cette valeur du gain, car les 3 courbes passent à gauche du point d'affixe $1 + 0j$.

On a représenté sur les figures 7, 8 et 9 les courbes d'amplitude et de phase en fonction de la fréquence correspondant respectivement aux fonctions de transfert $F_1(p)$, $F_2(p)$ et $F_3(p)$ en boucle ouverte.

On a mis en évidence les marges de phase et de gain, les résultats qu'on peut tirer de cette représentation sont résumés dans le tableau suivant :

	K dB	Marge de phase ($^\circ$)	Marge de gain (dB)	WCS fréquence de coupure [rad/s]
$F_1(s)$	452	45	19	35
	595	36	15	45
	750	20	12	55
$F_2(s)$	452	54	19	35
	595	45	15	45
	750	30	12	55
$F_3(s)$	452	60	19	35
	595	50	15	45
	750	45	12	50

26

$W_{m/4}$	1	4	8	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Adx	0	12	18,2	20,2	26,7	31,1	34,6	37,6	40,2	42,5		
φ d'eps	91,5	86	102	104,5	118	130	140	148	155	161		

Tableau d'eps $F(p) = \frac{A}{p(0,0022p+1)(0,0222p+1)}$

Adx	0	12	17,1	20,2	26,5	30,5	33,6	36,2	38,5	41	43,6	44,1
φ	91	94,5	99	101	112	122	131	139	146	152	158	163

Tableau de $F(p) = \frac{A}{p(0,0036p+1)(0,016p+1)}$

Adx	0	12	18	20	26,2	30	33	35,2	38,2	41,2	41	42,5
φ	91	93	96,5	98,4	106,5	114,4	122	129	135,6	142	147,6	152,6

Tableau 3 de $F(p) = \frac{A}{p(0,0056p+1)(0,011p+1)}$

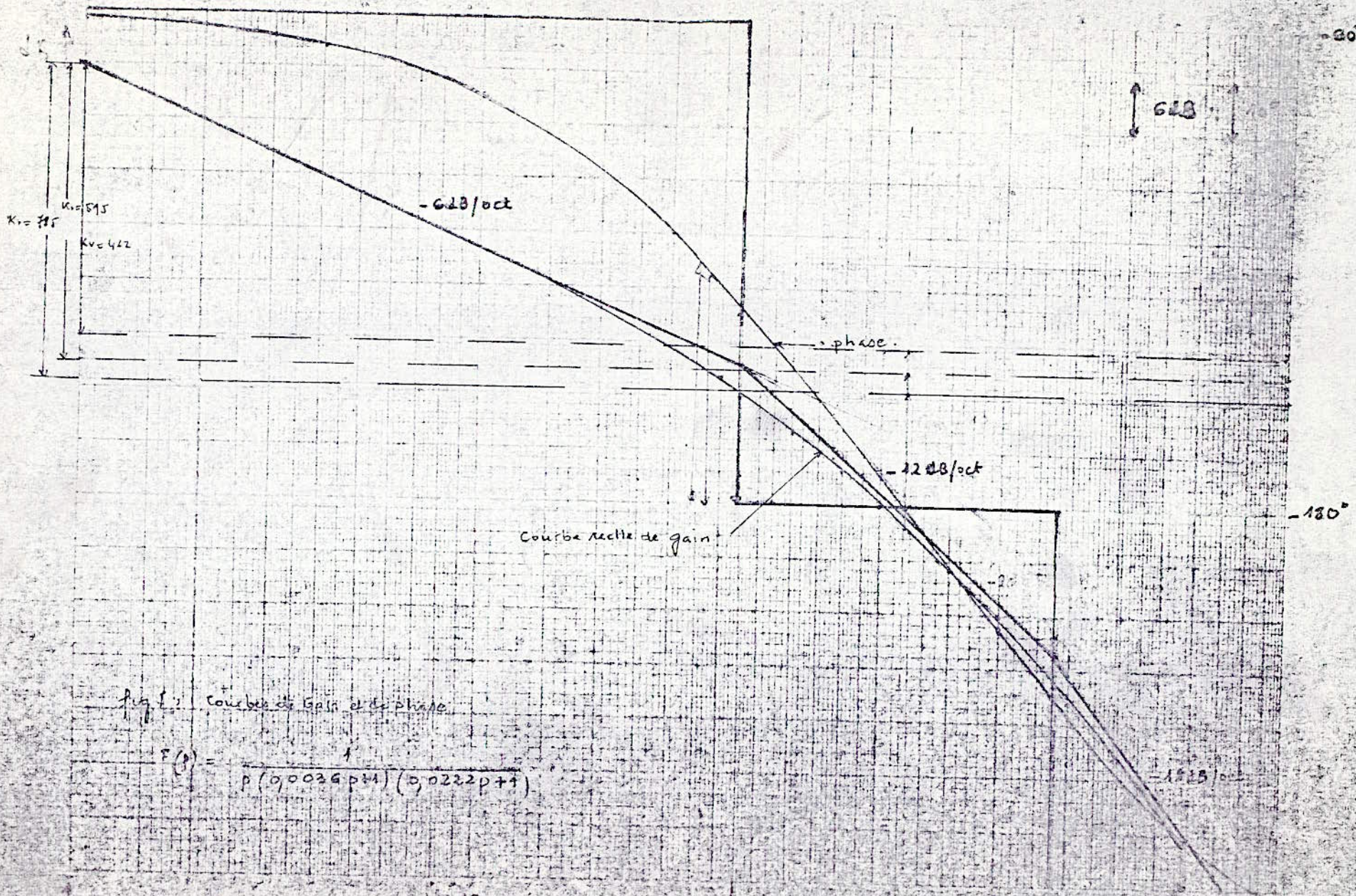


Fig. 1: Courbes de Gain et de phase

$$F(s) = \frac{1}{s(0,0036s+1)(0,022s+1)}$$

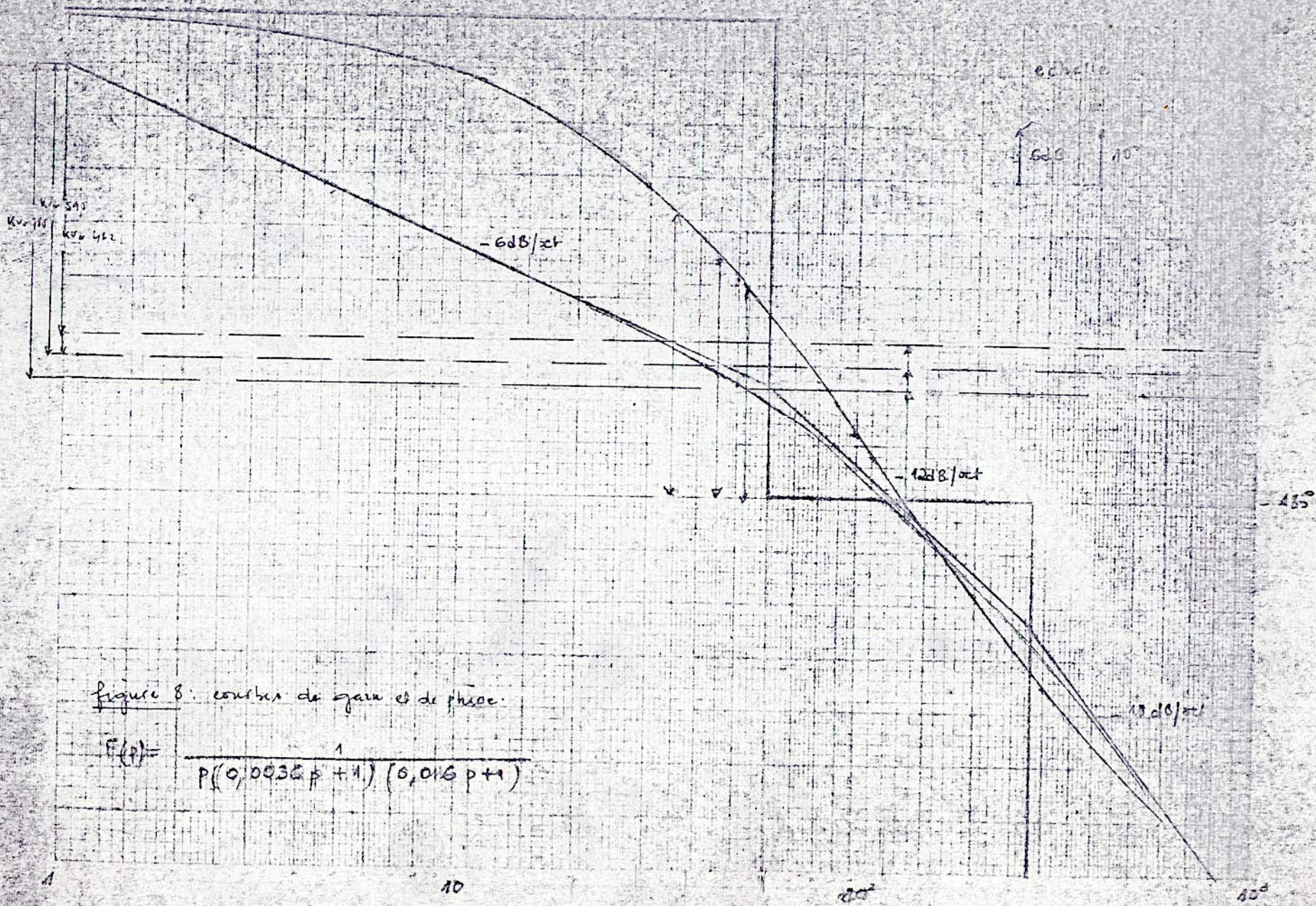


figure 8: courbes de gain et de phase.

$$F(p) = \frac{1}{p(0,0035p + 1)(0,016p + 1)}$$

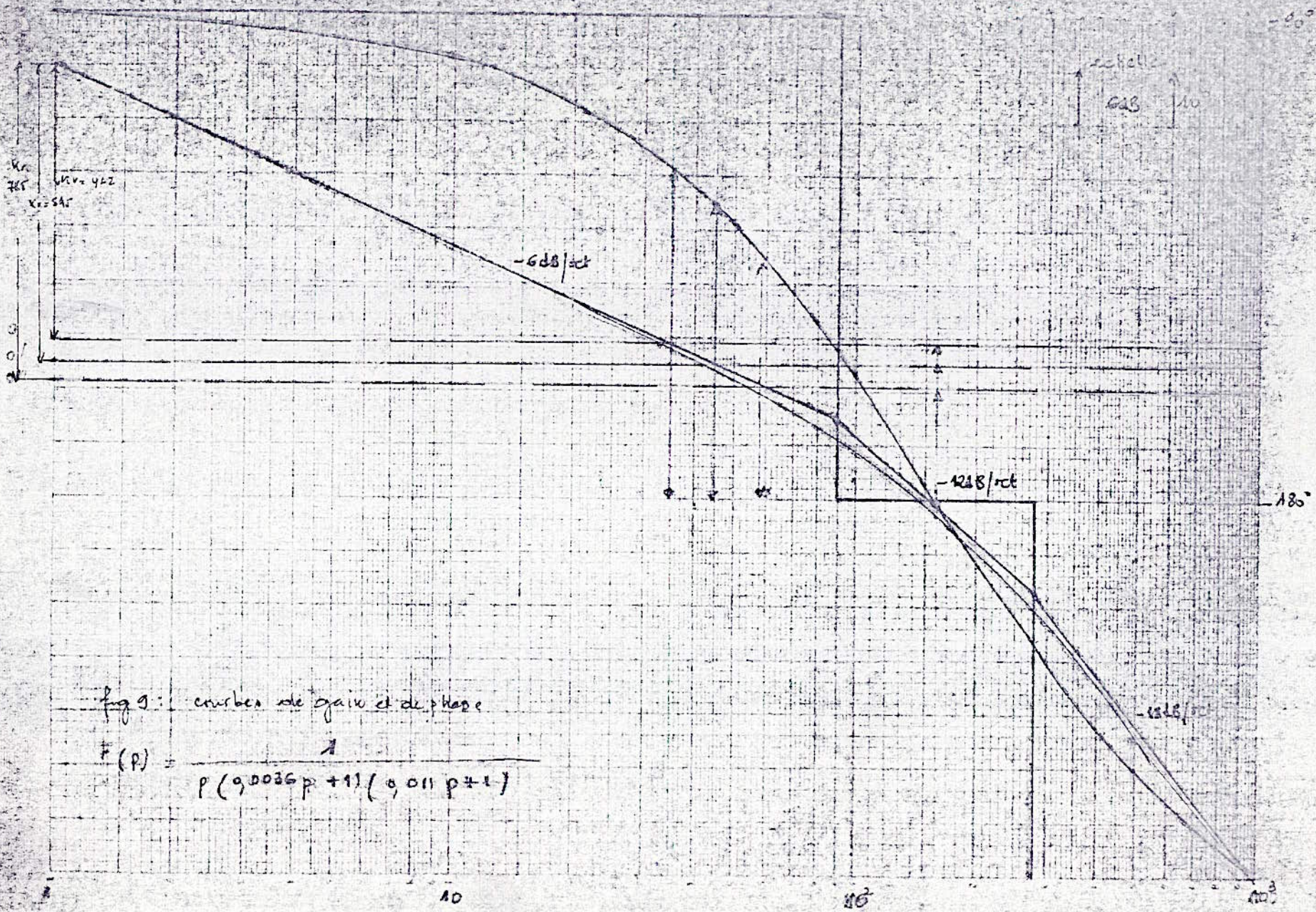


fig 9: courbes de gain et de phase

$$F(p) = \frac{1}{p(0,0036p + 1)(0,011p + 1)}$$

10

10¹

10²

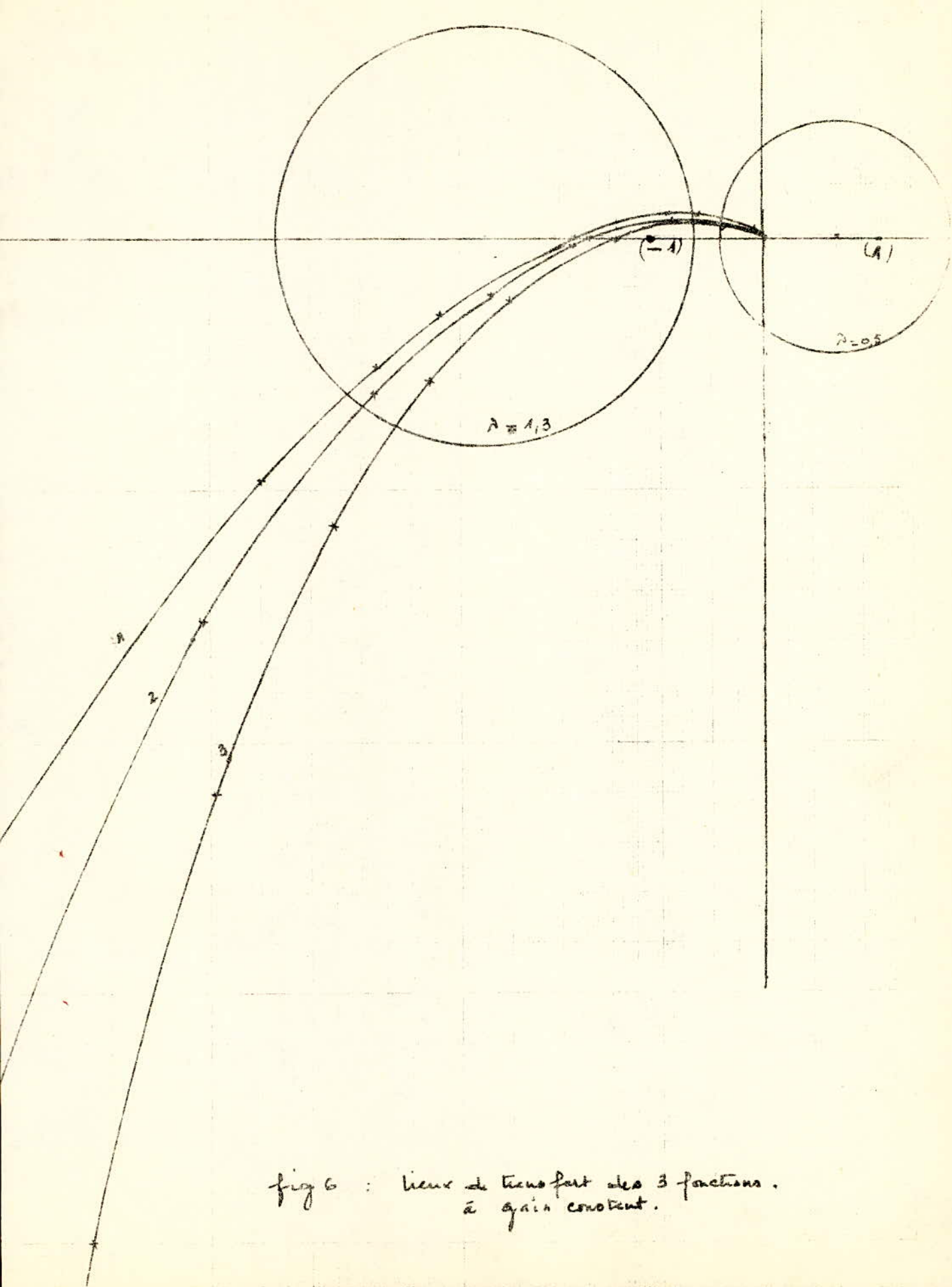
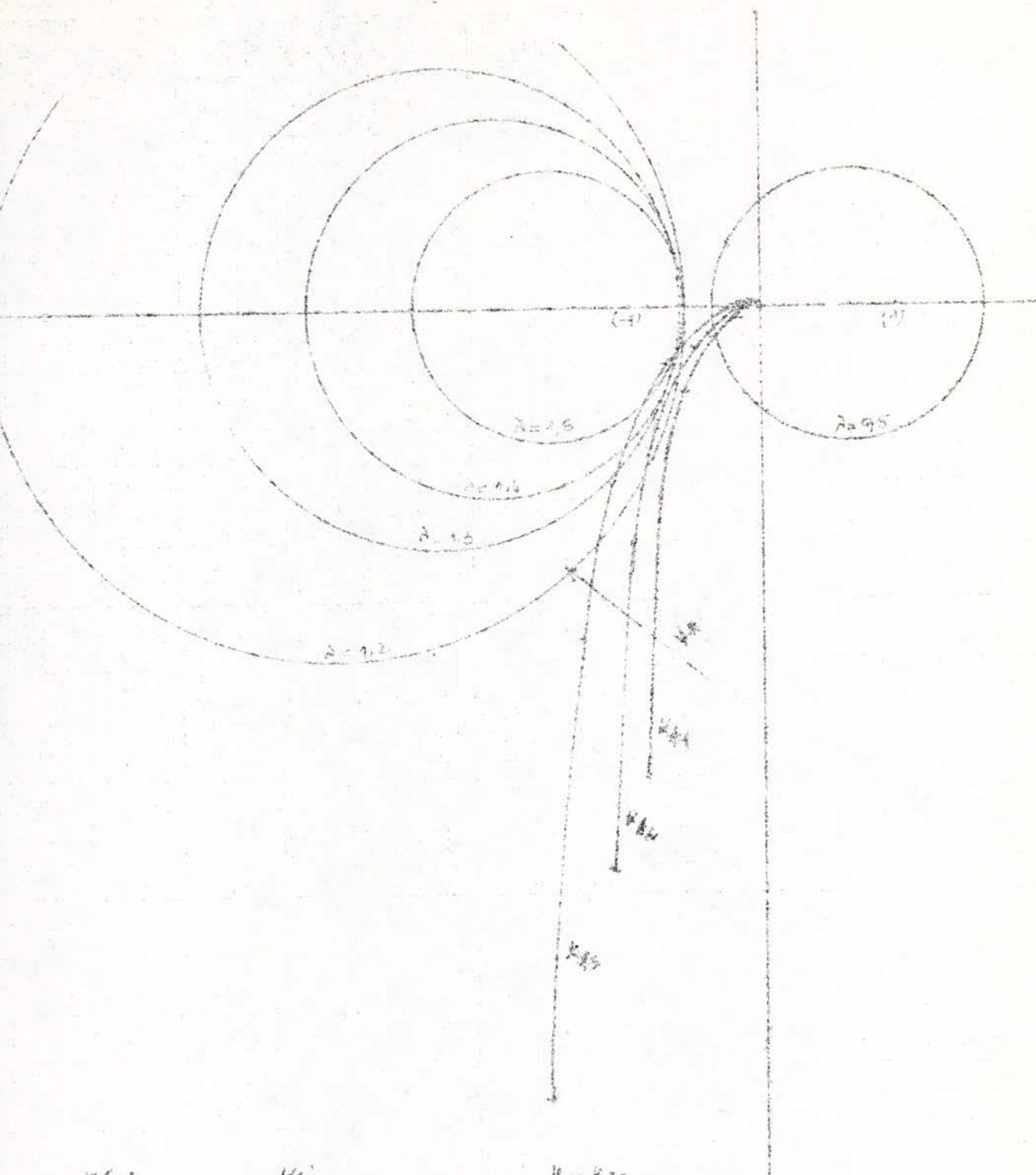


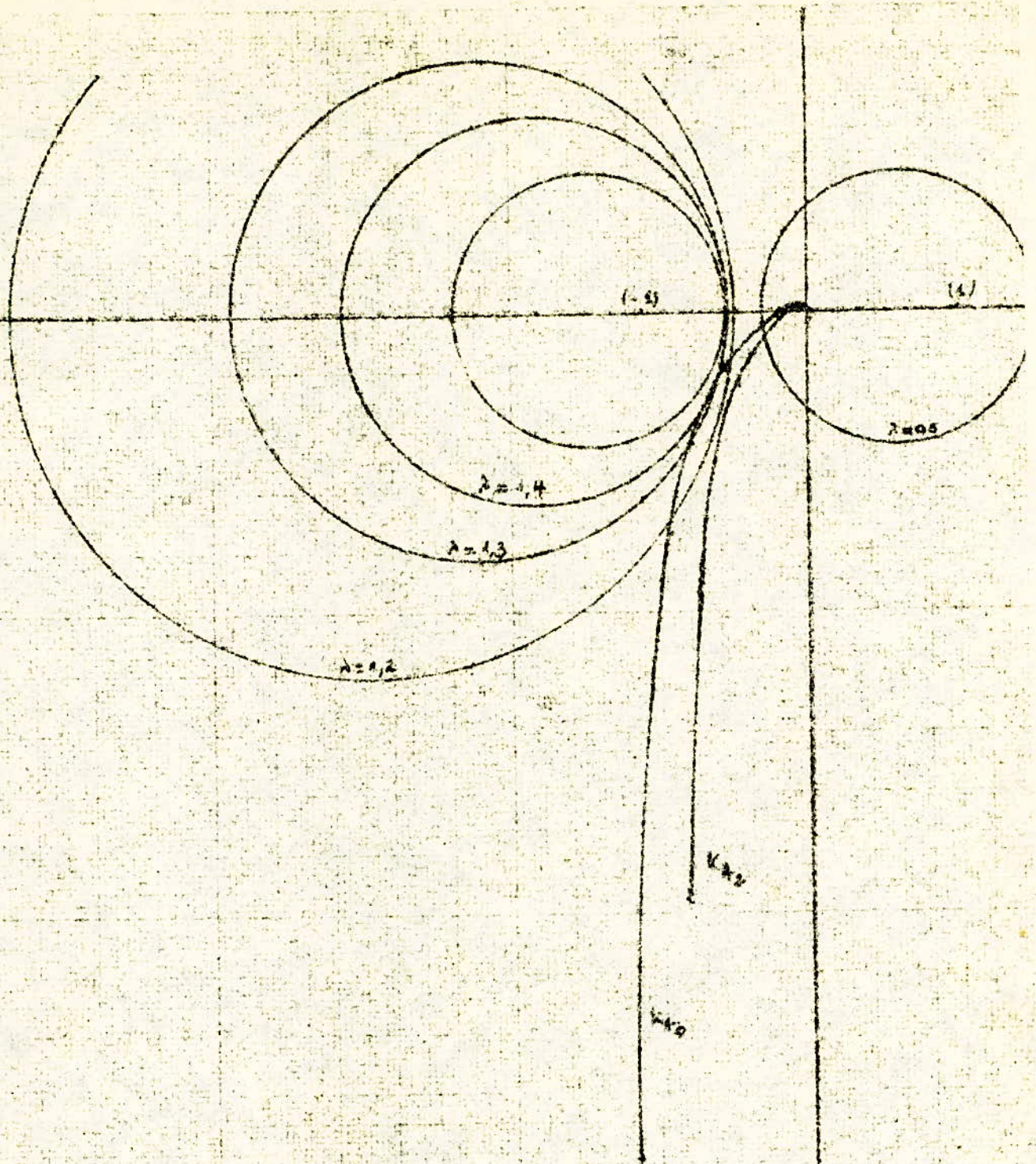
fig 6 : lieux de transfert des 3 fonctions.
 à gain constant.



$$F(p) = \frac{Kp}{p(0.0036p+1)(0.022p+1)}$$

$$\begin{aligned} K &= K_{21} = 2 \\ K &= K_{42} = 4 \\ K &= K_{15} = 15 \end{aligned}$$

Figure 10 : Traçé de Nyquist de $F(p)$.



$F(p) =$

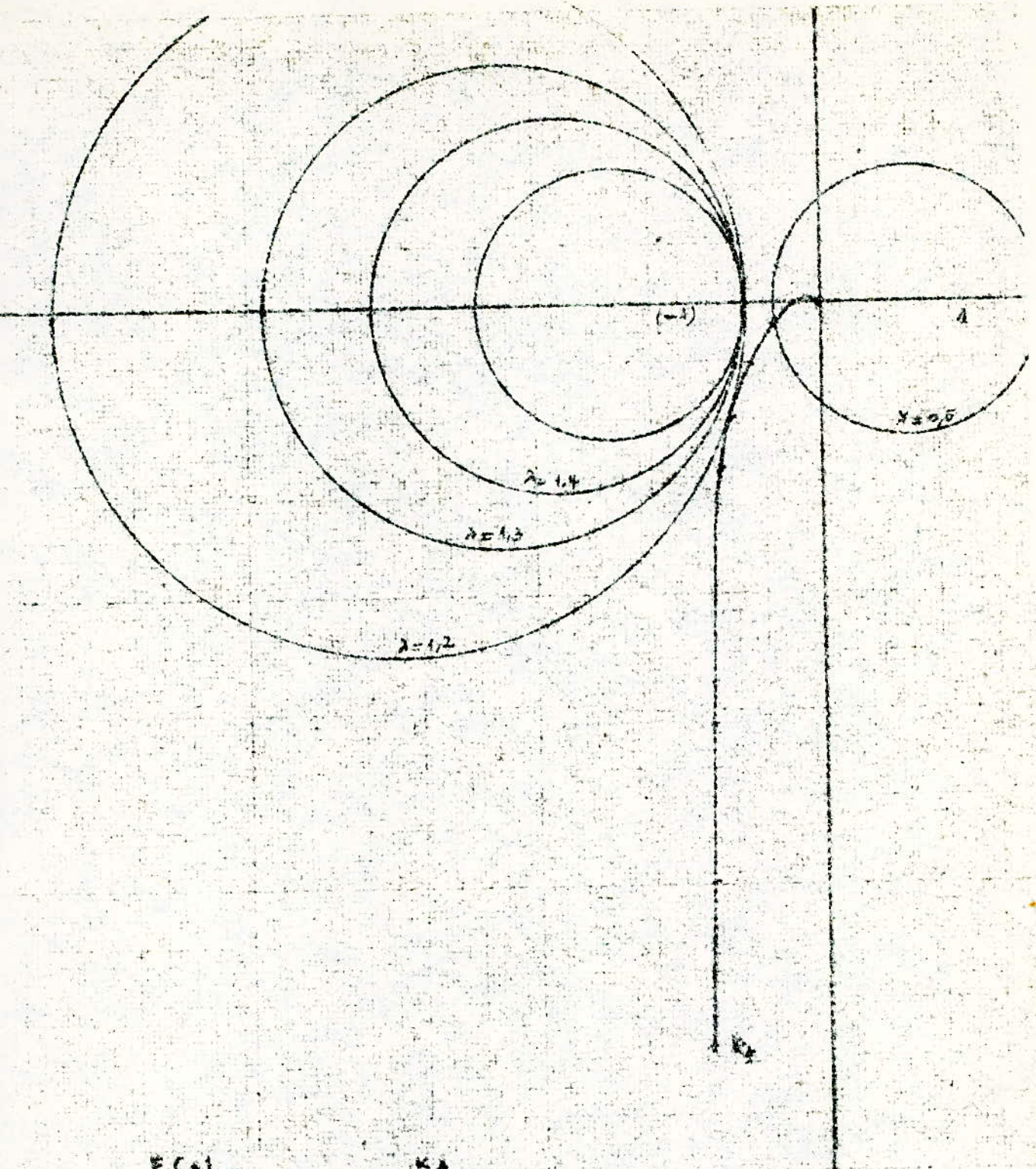
$K_4:$

$$p(0.0036p+1)(9.016p+1)$$

$$K_{A2} = 598$$

$$K_{A3} = 750$$

fig: 11.



$$F(s) = \frac{K_A}{s(s + 0.5)(s + 1.3)(s + 1.4)}$$

$K_A = 750$

fig 12 : lieu de transfert.

Le gain optimal étant de 452 pour la fonction de transfert $F_1(p)$, pour obtenir une marge de phase de 45° et une marge de gain de 13dB.

Pour la fonction $F_2(p)$, le gain optimal est de 595 correspondant à une marge de phase de 45° et une marge de gain de 19dB.

Enfin pour la fonction de transfert $F_3(p)$, son gain optimal est de 750 correspondant à une marge de phase de 45° et une marge de gain de 18dB.

L'examen de ce tableau montre que l'accroissement de l'inertie réduit la bande passante ce qui est défavorable pour un resserrement de position de classe 1.

La figure 20 représente le tracé des lieux de transfert de la fonction $F_1(p)$ pour ces différents gains, pour $K_{A1} = 452$ elle est tangente au cercle $\lambda = 0,2$, pour $K_{A2} = 595$, elle est tangente au ~~143~~ cercle $\lambda = 1,3$. Dans ce cas on peut dire qu'on a un bon fonctionnement stable et satisfaisant en régime transitoire, ce qui n'est pas le cas pour $F_1(p)$ pour 750 qui est tangente au cercle $\lambda = 4,6$, ce cas risque d'entrer dans le pompage. Donc pour un gain compris entre K_{A1} et K_{A2} on a un fonctionnement satisfaisant.

Sur la figure 21 est représenté la fonction de transfert $F_2(p)$, ici on remarque que ~~750~~ pour K_{A3} , le lieu est tangent au cercle $\lambda = 1,4$ et pour K_{A2} il est tangent au cercle $\lambda = 0,2$.

Le fonctionnement est stable et présente des performances satisfaisantes en régime transitoire.

Enfin sur la figure 12 on a représenté le lieu de transfert de $F_3(p)$. pour $K_{A3} = 750$, ce lieu est tangent au cercle $\lambda = 1,2$, là aussi, on a un fonctionnement satisfaisant.

Conclusion:

On a un bon fonctionnement qui satisfait aux exigences de l'asservissement si on prend la valeur intermédiaire, c'est à dire en prenant la fonction de transfert $F_3(p)$, correspondant à une inertie intermédiaire. Cependant la réduction du gain risque de ne pas donner une bonne précision au système.

III Signification de la fréquence de coupure.

On voit d'après l'étude faite plus haut que la fréquence de coupure limite la bande passante, et plus cette bande est large plus les régimes transitoires sont rapides. On caractérise la vitesse du système par son temps de réponse t_r donné par :

$$t_r = \frac{\pi}{\omega_c} \quad \omega_c = \text{fréquence de coupure.}$$

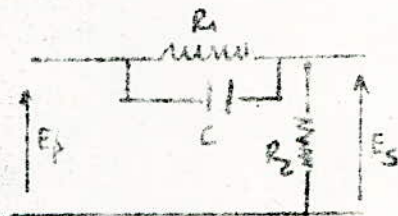
Afin d'augmenter la bande passante du système étudié et pour avoir un bon temps de réponse, on a choisi de mettre en série avant l'ampli de puissance un réseau correcteur à avance de phase.

IV Reseau correcteur à avance de phase:

L'adjonction d'un réseau correcteur par avance de phase vise à obtenir un fonctionnement stable avec un gain satisfaisant favorable à une bonne précision lorsque le système est excité. La fonction de transfert de ce réseau est donnée par:

$$C(p) = \frac{1(1 + T_3 p)}{a(1 + T_4 p)}$$

son circuit est le suivant:



avec:

$$T_3 = R_1 C$$

$$T_4 = \frac{R_2 T_3}{R_1 + R_2}$$

$$\text{et } a = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

V Détermination de ce réseau correcteur

L'adjonction de ce réseau correcteur a été faite de façon à corriger le cas le moins favorable correspondant à la marge maximale. Le calcul de ce circuit a été fait de la manière suivante. (voir figure suivante):

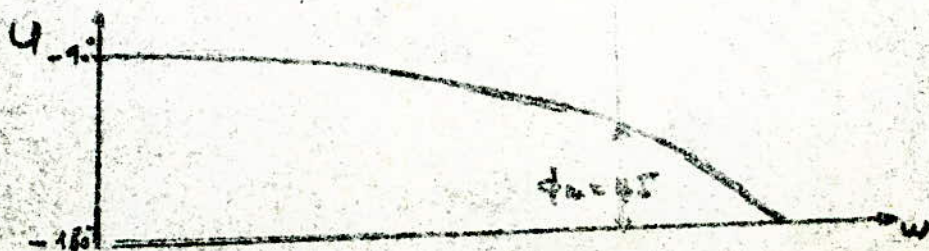
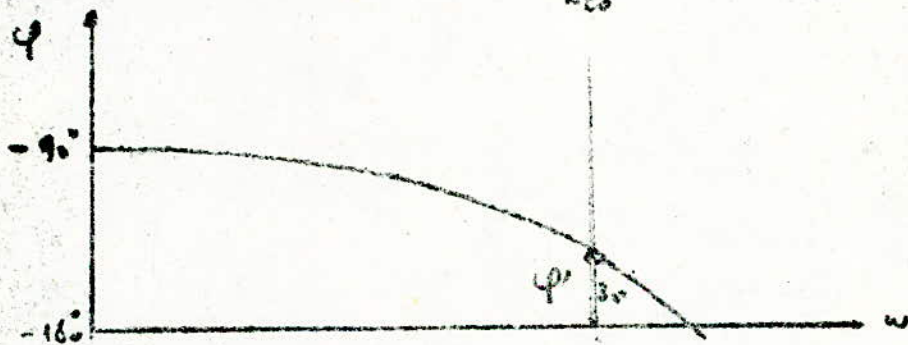
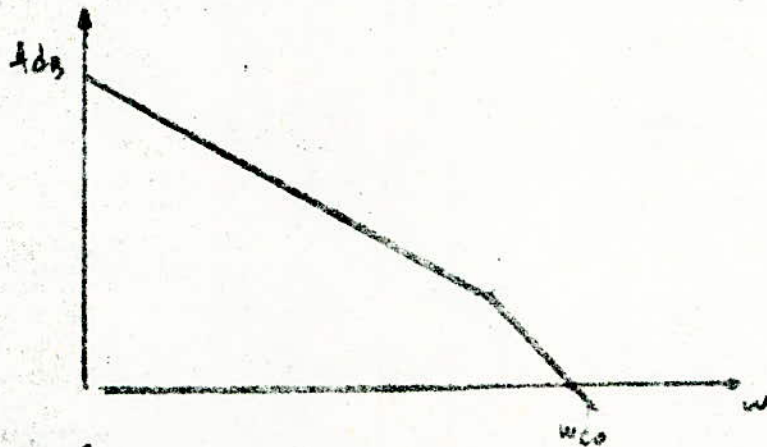
On a est donné, $\omega_{co} = 58 \text{ rad/s}$, nouvelle pulsation de coupure du système, la marge de phase correspondante étant de 30° .

d' avance de phase donnée par le correcteur doit être de $15^\circ = \varphi$

ou a : $\varphi = \text{Arc sin } \frac{a-1}{a+1}$

d'où $a = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}$

$a \approx 1,70$



et on a :

$$\omega_{co} = \frac{1}{T_4 \sqrt{a}} \rightarrow \underline{T_4 = 0,013 \text{ s}}$$

$$\text{et } T_3 = a \times T_4 = 0,0222 \cdot A$$

$$\underline{T_3 = 0,0222 \text{ s}}$$

la fonction de transfert du réseau est la suivante :

$$\underline{e(p) = \frac{1}{1,7} \left(\frac{1 + 0,0222 p}{1 + 0,013 p} \right)}$$

En plus de ce réseau correcteur, il faut rajouter en amont un préamplificateur de gain 1,70, car ce réseau atteint le gain pour les basses fréquences.

Les nouvelles fonctions de transfert corrigées sont :

$$\begin{aligned} F_1(p) &= \frac{A' (1 + 0,0222 p)}{1,7 \times p (1 + 0,0036 p) (1 + 0,0222 p) (0,013 p + 1)} \\ &= \frac{A' \cdot 1}{p (1 + 0,0036 p) (1 + 0,013 p)} \end{aligned}$$

$$A' = A \times 1,7$$

$$F_2(p) = \frac{A' (1 + 0,0222 p)}{p (1 + 0,0036 p) (1 + 0,0036 p + 1) (0,013 p + 1)}$$

$$F_3(p) = \frac{A' (1 + 0,0222 p)}{p (1 + 0,0036 p) (1 + 0,011 p) (0,013 p + 1)}$$

d'étude dans le plan de Bode montre l'effet du réseau correcteur
par avance de phase, en effet pour obtenir une marge de phase
de 45° et un gain de 15,6 dB correspondant à un gain $A_0 = 785$
alors que sans réseau correcteur, on avait un gain de 452
la fréquence de coupure est de 56 rad/s. et ce dans le cas
le moins favorable c'est à dire avec une inertie maximale.
Dans le cas où l'inertie est minimale avec $A_0 = 785$ on a
 $\omega_{c0} = 70 \text{ rad/s}$ et $\omega_{c\infty} = 60 \text{ rad/s}$ pour le cas intermédiaire.

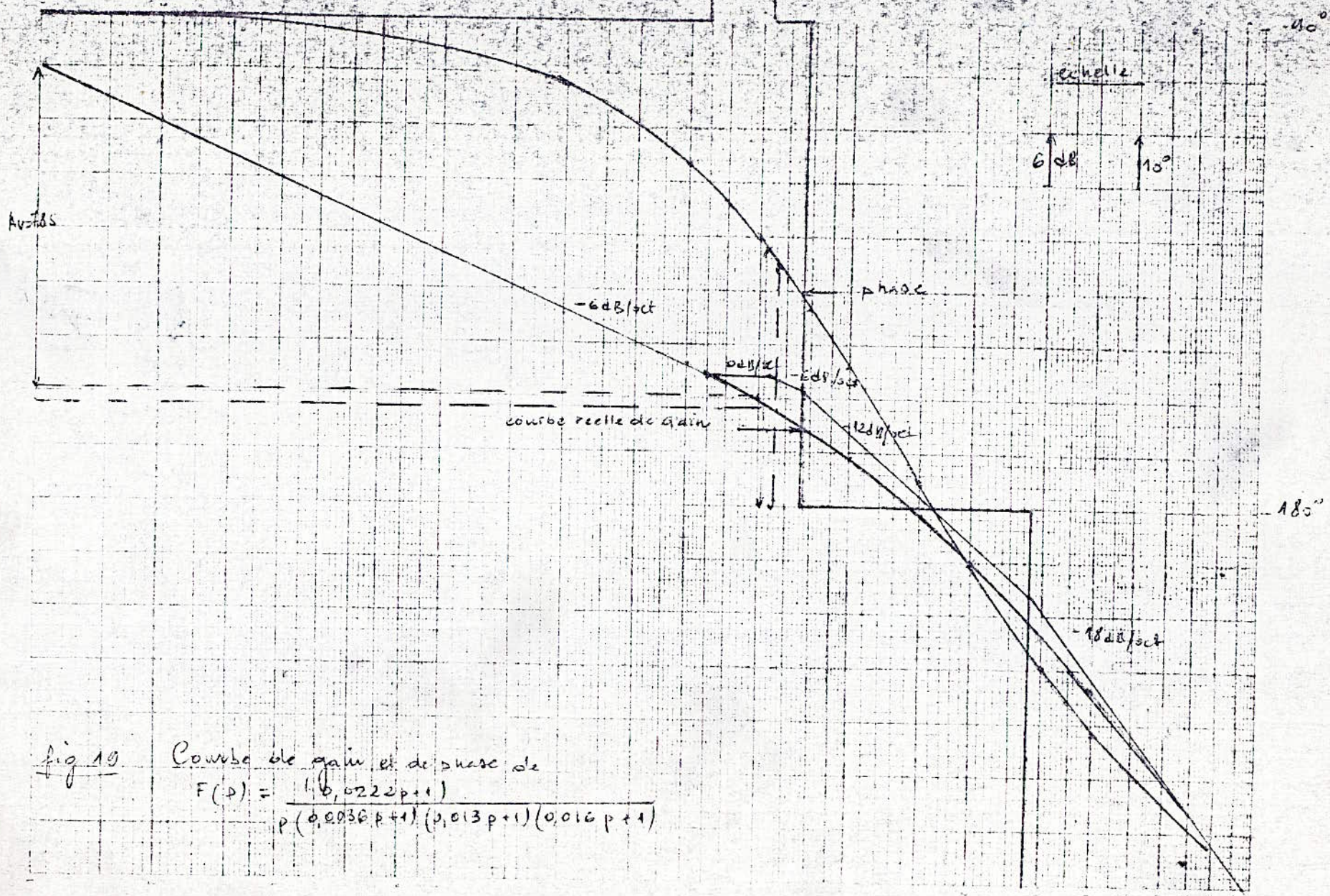
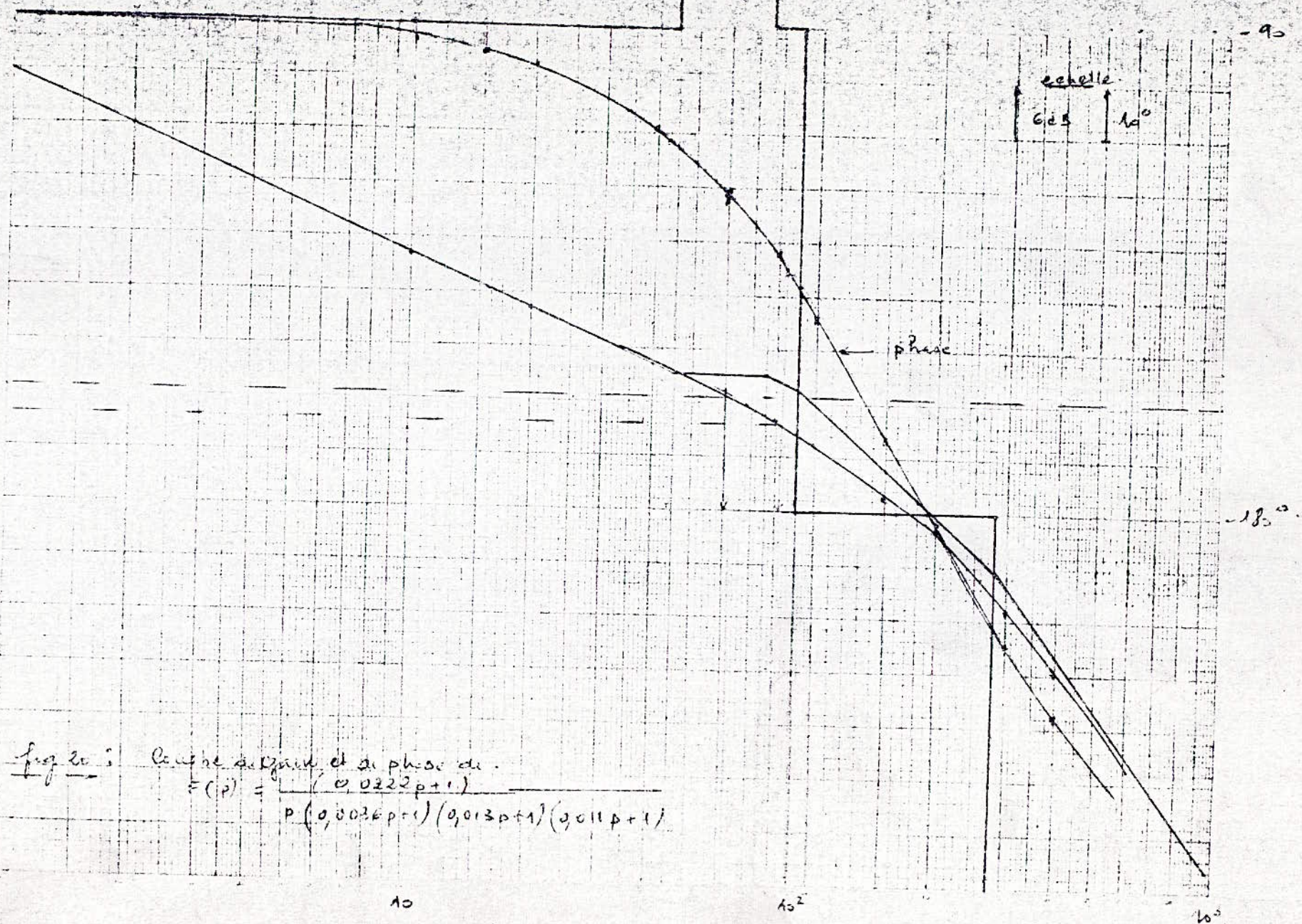


fig 10 Courbe de gain et de phase de

$$F(p) = \frac{1(0,0222p+1)}{p(0,0032p+1)(0,013p+1)(0,016p+1)}$$



-freq 20 : Courbe de gain et de phase de

$$F(p) = \frac{1}{p(0,0026p+1)(0,013p+1)(0,011p+1)}$$

10⁰ 10² 10⁵

XI. Réponse à un échelon.

Sur les figures 16 et 17, on a tracé, les réponses à un échelon à la fonction de transfert $F_1(p)$ en bande fermé non corrigée et à la fonction de transfert $F'_1(p)$ corrigée.

$$W(p) = \frac{1}{p} \left(\frac{1}{0,0035p + 1} \right) \left(\frac{1}{\frac{p^2}{(40)^2} + \frac{2 \times 11,48 p}{40} + 1} \right)$$

qui a pour transformée \mathcal{L}^{-1}

$$w(t) = 1 - 0,022 e^{-t/0,0035} - \frac{e^{-19,2t}}{0,32} \sin(35t + 46)$$

Son tracé est représenté sur la figure 16, le système ne présente pas d'oscillation.

Sur la figure 17 est représentée la fonction de transfert corrigée.

$$W'(p) = \frac{1}{p} \left(\frac{1}{0,0033p + 1} \right) \left(\frac{1}{\frac{p^2}{(39,54)^2} + \frac{2 \times 0,97}{39,54} + 1} \right)$$

$$\text{et } w'(t) = 1 - 0,177 e^{-t/0,0033} - 5,77 e^{-36,95t} \sin(29,86t)$$

Si on fait une comparaison de ces 2 réponses et si on néglige dans les 2 cas les 2 constantes de temps, qui sont 0,0035 et 0,0033, le système corrigé a un amortissement égal à 0,97 tandis que celui du système non corrigé est de 11,48, on peut dire que la rapidité est meilleure, ce résultat étant attendu du fait de l'adjonction du réseau correcteur par avance de phase.

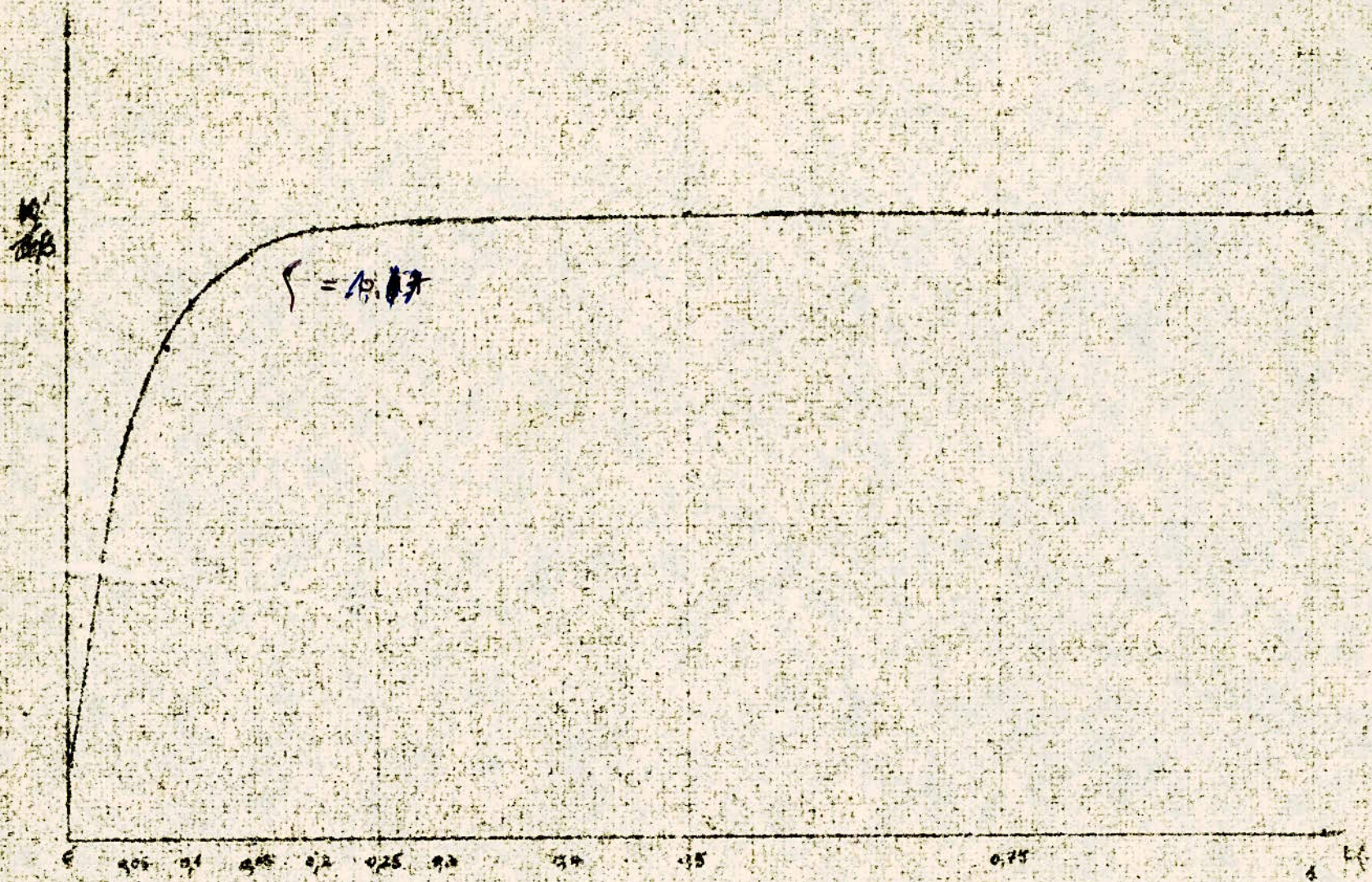


fig 16 : réponse à un échelon de $F_1(t)$ non corrigée

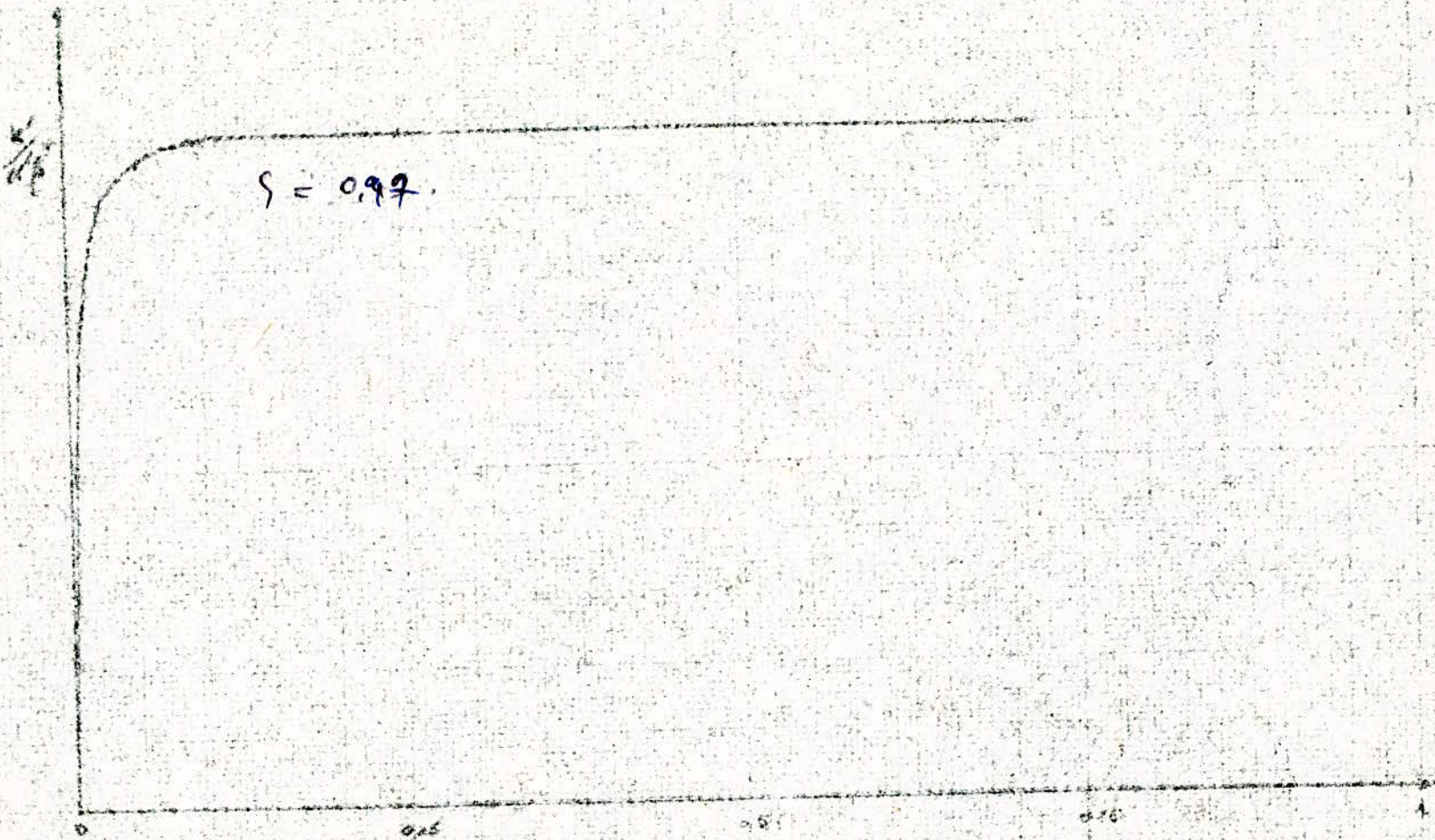


Fig 17 - reprise à un échelon de $T_1(p)$ corrigée

3eme Partie

Système Asservi Non-Lineaire

A-I-Introduction

Dans notre étude du servomecanisme lineaire, on a suppose que les elements constituant le systeme sont lineaires, ce qui implique forcement que les relations qui traduisent les proprietes sont decrites par des equations differentielles a coefficients constants ce qui revient a dire qu'elles verifient le principe de superposition qui comprend les proprietes suivantes :

- proportionnalite des effets aux causes ou homogeneite
qui s'annonce ainsi : si la reponse d'un systeme lineaire a une entree $e(t)$ est $s(t)$, alors la reponse a l'entree $\lambda e(t)$ sera $\lambda s(t)$.

λ etant une constante

- additivite : si $s_1(t)$ et $s_2(t)$ sont respectivement les reponses a deux entrees $e_1(t)$ et $e_2(t)$, alors la reponse a l'entree $e_1(t) + e_2(t)$ sera $s_1(t) + s_2(t)$.

En realite, il n'existe pas de systeme rigoureusement lineaire ; autrement dit tous les systemes physiques ne sont pas lineaires par consequent ils ne peuvent etre decrits par des equations differentielles a coefficients constants, ce qui implique qu'ils ne verifient en aucune maniere les deux proprietes annoncees ci-dessus.

Il existe plusieurs formes de non-linéarités qui n'ont rien de commun entre elles, ce qui rend extrêmement difficile, voire impossible l'élaboration d'une méthode générale fondée sur la notion analytique comme c'est le cas pour les systèmes linéaires.

A-II- Principales formes de non-linéarité dans des systèmes asservis.

Alors que la caractéristique d'amplitude sortie/entrée en régime définitif d'un organe parfaitement linéaire est rectiligne

$$S(t) = K e(t) \quad (K \text{ étant le gain statique de l'organe.})$$

Elle ne l'est plus dans le cas d'un système réel qui possède une courbure plus ou moins accentuée, un seuil de sensibilité plus ou moins négligeable, une saturation. Elle peut exister aussi sous forme de boucle due à l'effet de rémanence désigné sous le nom d'hysteresis.

Les diverses non-linéarités citées ci-dessus peuvent être rencontrées dans n'importe quel organe du système : détecteur, servomoteur.

(existence d'une zone morte, saturation de vitesse, hysteresis due aux effets magnétiques / entrée système à asservir.

Ces formes de non-linéarité établissent une correspondance entre les grandeurs d'entrée et de sortie. So graphique traduisant cette correspondance peut être univoque (fig II.1) ou bi-univoque (fig II.2) suivant que la caractéristique sortie/entrée est une fonction uniforme ou non. Cette caractéristique peut être présenter une forme de symétrie paire (fig II.3) ou impaire (fig II.4).

Afin de faciliter l'étude d'un élément ^{non} linéaire par le calcul,

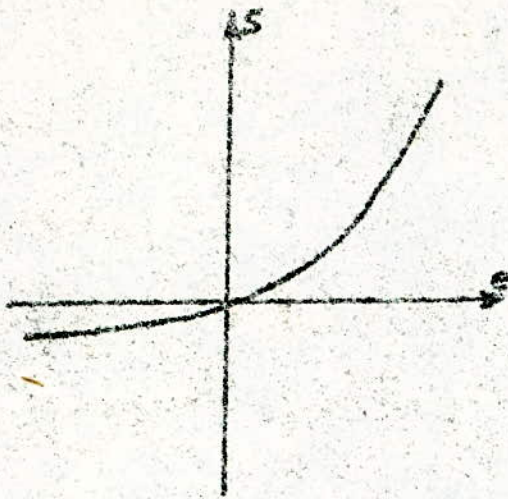


fig II-1 : une des caractéristique
univoque

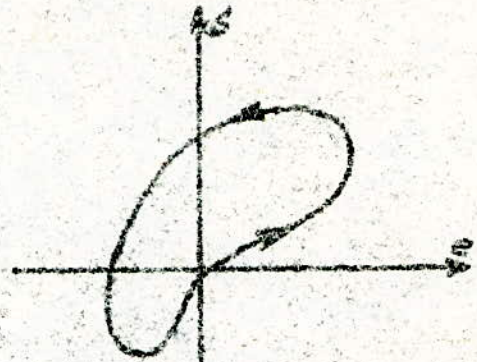


fig:II-2:
forme de
caractéristique
bi univoque .

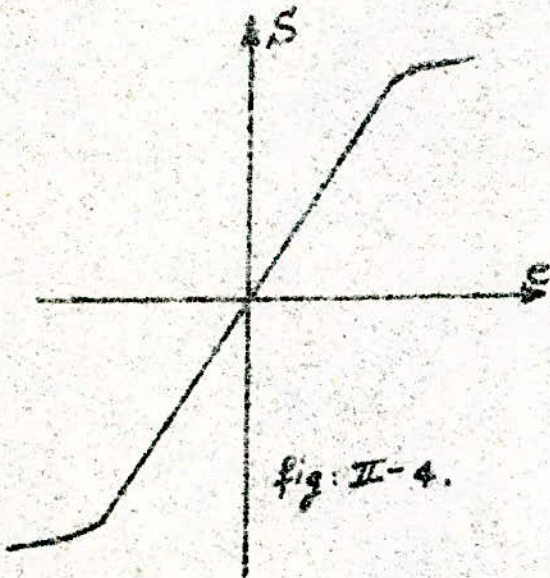


fig:II-4.

une forme de symetrie impaire

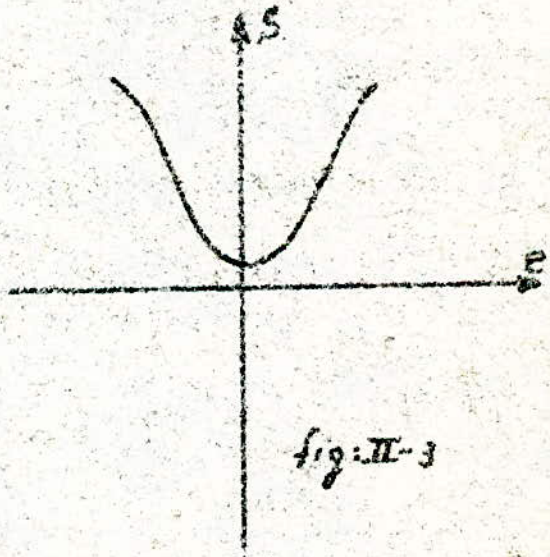


fig:II-3

une forme de symetrie
paire

Il faudrait arriver à établir une représentation mathématique de la correspondance entre la sortie et l'entrée. Les principaux modes de non-linéarité sont donnés au tableau I. On peut avoir une combinaison de ces modes et particulièrement :

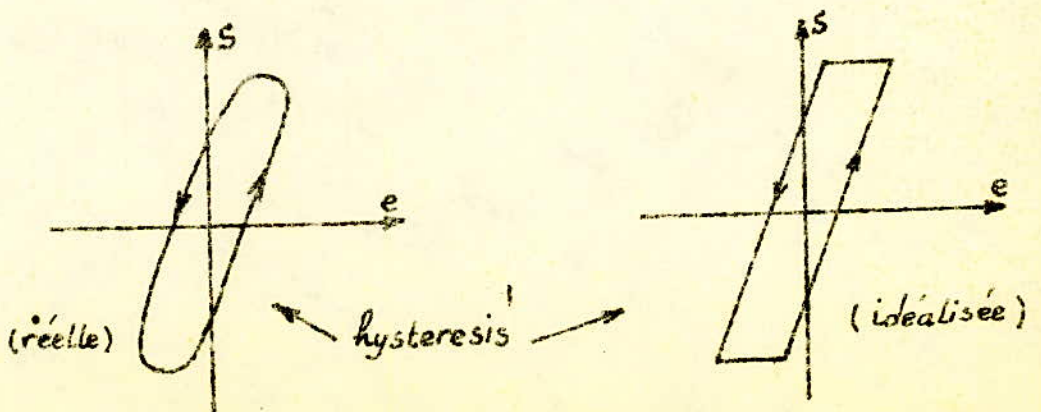
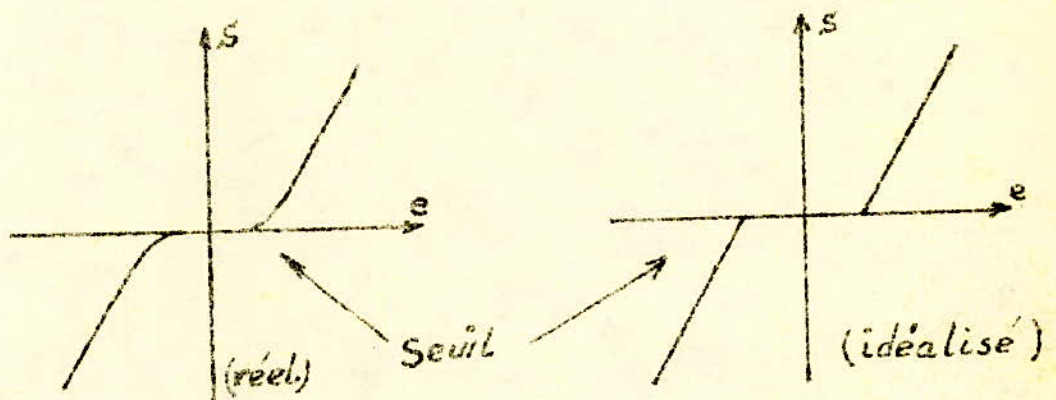
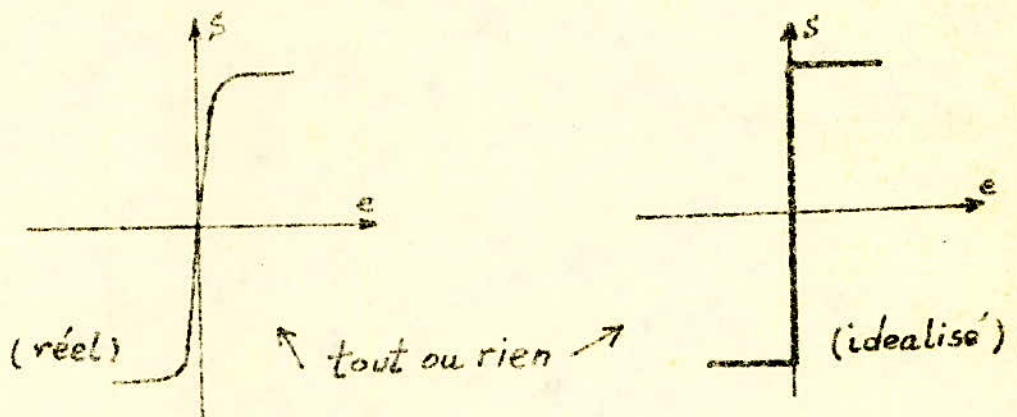
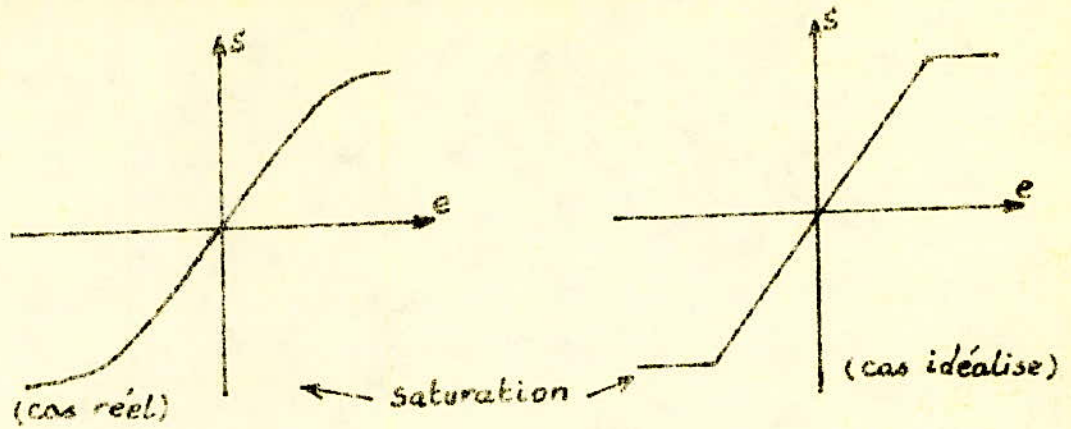
- seuil et saturation (fig. II.5)
- courbure de caractéristique et hystérésis (fig. II.6)
- tout ou rien et seuil (fig. II.7)
- tout ou rien, seuil et hystérésis (fig. II.8).

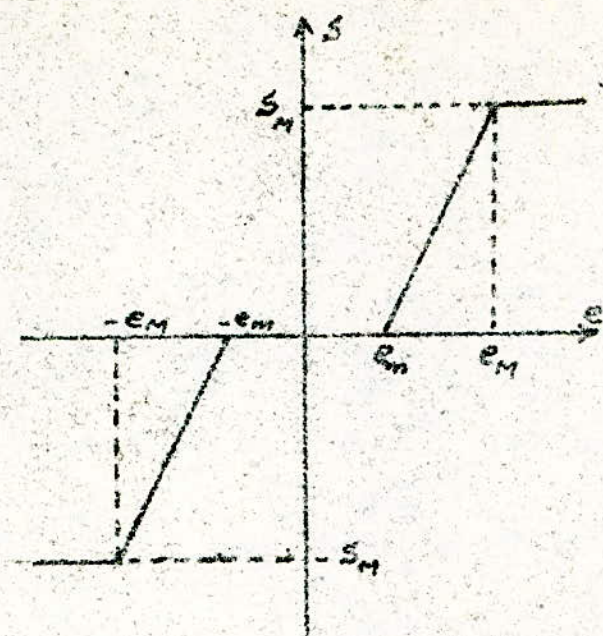
Ainsi que toutes les autres combinaisons possibles et imaginables

Pour l'étude des systèmes, asservis non linéaire, on devra traiter les deux cas suivants :

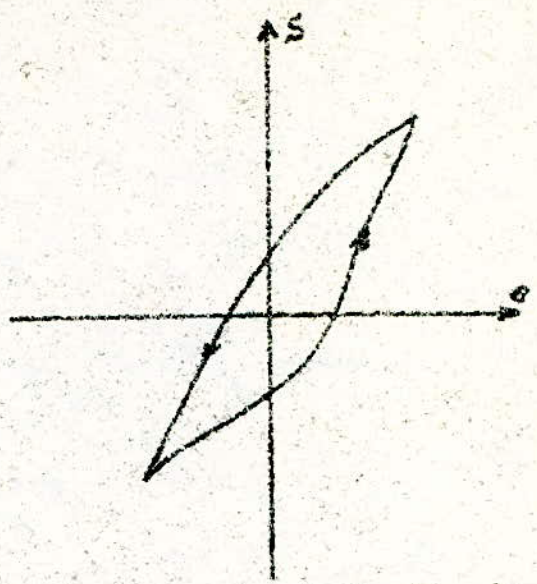
- saturation de vitesse du moteur seul.
- saturation de vitesse associée à un seuil de sensibilité du moteur.

Principales formes de non linéarité

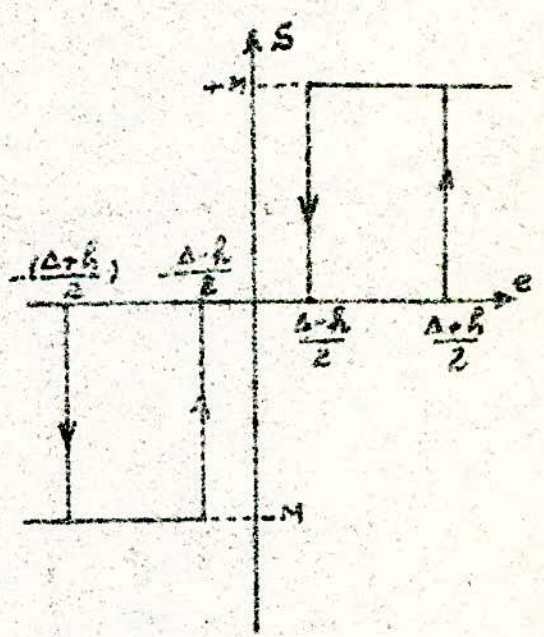
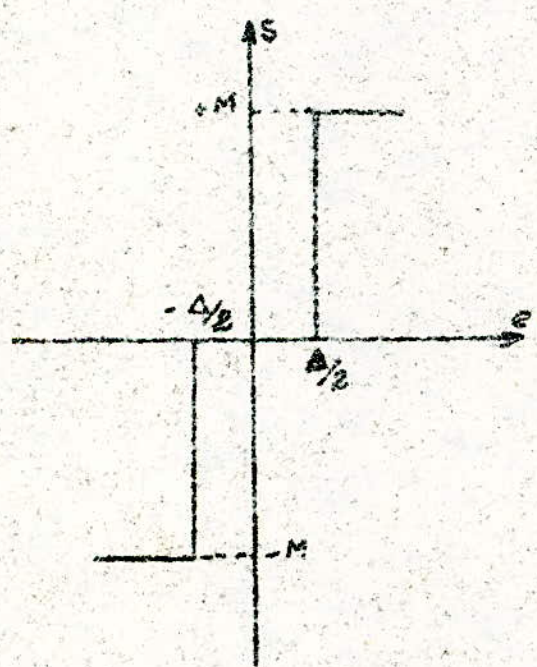




seuil est saturation.



courbure et hysteresis



B. Approximation du Premier Harmonique.

I. Introduction: Cette méthode est une tentative de généralisation de la notion de la fonction de transfert dans le cas des systèmes non-linéaires. Elle n'est applicable que dans le cas des systèmes possédant un élément non linéaire suivi obligatoirement d'un élément linéaire jouant le rôle de filtre passe-bas, qui atténue fortement les harmoniques autres que la fondamentale, c'est précisément le cas des moteurs qui possèdent une bande passante étroite. En plus cette méthode suppose aussi que le système est séparable filtré.

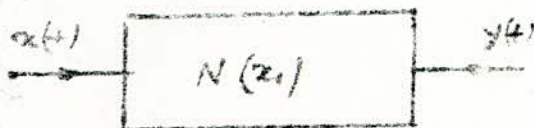
On entend par systèmes séparables filtrés, les systèmes dans lesquels on peut distinguer une partie linéaire définie par sa transmittance appelée aussi fonction de transfert et une partie non linéaire définie par une relation indépendante du temps entre les grandeurs d'entrée et de sortie, à laquelle on peut faire correspondre un gain complexe équivalent que l'on définira plus loin et qui est fonction uniquement de l'amplitude du signal d'entrée. L'extension de la méthode harmonique à un système non linéaire nous oblige à étudier la sortie pour une entrée harmonique, tout en supposant les considérations ci-dessus.

À l'inverse des systèmes linéaires, qui grâce à la propriété de proportionnalité des effets aux causes, la sortie est de même nature que l'entrée, les systèmes non-linéaires n'ont pas cette propriété.

Par conséquent, si on applique à l'entrée d'un système non linéaire un signal sinusoïdal, la sortie ne sera pas sinusoïdale, mais sera tout de même périodique et aura la même période que l'entrée ce qui permet, d'abord son développement en série de Fourier et par la suite d'appliquer la méthode du premier harmonique pour le calcul du gain ^{complexe} équivalent.

II-Gain complexe équivalent

II-1 Distorsion non-linéaire :



Soit un élément non linéaire dont la caractéristique d'amplitude sortie / entrée est définie par la relation suivante :

$$y = f(x)$$

On considérera le cas simple d'éléments non-linéaires dont les caractéristiques présentent une symétrie impaire :

- a) élément linéaire avec saturation.
- b) élément linéaire avec saturation et seuil

II-2 Calcul du gain complexe équivalent.

Si on applique un signal $x(t) = x_1 \sin \omega t$ à l'entrée, la sortie comme on peut le voir (fig II.1.a) et (fig II.1-b) sera périodique mais non sinusoïdale, elle aura la même période que l'entrée. Par conséquent $y(t)$ peut être développée en série

de Fourier et se mette sous la forme suivante :

$$y(t) = y_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin n\omega t + b_n \cos n\omega t) \quad (1)$$

Les coefficients de Fourier y_0 , a_n et b_n sont déterminés par les relations suivantes :

$$y_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x, \sin \omega t) d(\omega t) = \text{valeur moyenne de}$$

$y = f(x)$ et est égale à y_{era} puisque les deux caractéristiques que l'on a considérées sont symétriques

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x, \sin \omega t) \cdot \cos n\omega t d(\omega t)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x, \sin \omega t) \cdot \sin n\omega t d(\omega t)$$

Comme l'élément non linéaire est suivi d'un élément linéaire jouant le rôle de filtre passe-bas, donc transmet mal les fréquences autres que la fondamentale, alors on négligera les harmoniques d'ordre supérieur à n . Ainsi la fonction $f(x) = y(t)$ s'écrira sous la forme suivante :

$$\boxed{y(t) \approx a_1 \sin \omega t + b_1 \cos \omega t} \quad (2)$$

avec

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x, \sin \omega t) \sin \omega t d(\omega t)$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x, \sin \omega t) \cos \omega t d(\omega t)$$

on pose $q = \frac{a_1}{x_1} = \frac{1}{\pi x_1} \int_0^{2\pi} f(x, \sin \omega t) \sin \omega t d(\omega t)$

$$q' = \frac{b_1}{x_1} = \frac{1}{\pi x_1} \int_0^{2\pi} f(x, \sin \omega t) \cos \omega t d(\omega t)$$

En introduisant q et q' dans la relation (2) on obtient la relation (3)

$$y(t) = q(x_1) \cdot x + \frac{q'(x_1)}{\omega} \cdot p \cdot x \quad (3)$$

La relation (3) indique qu'on a fait une linéarisation de l'élément non linéaire. Les coefficients $q(x_1)$ et $q'(x_1)$ sont appelés coefficients d'amplification ou de linéarisation harmonique et sont constants pour x_1 et ω constants, c'est à dire dans le cas d'un régime périodique fixe. Comme les deux caractéristiques cités plus haut (saturation seule et saturation avec seuil) n'ont pas d'hystérésis, c'est à dire que la fonction $y = f(x)$ est uniforme alors $q'(x_1) = 0$.

En effet :

$$q'(x_1) = \frac{1}{\pi x_1} \int_0^{2\pi} f(x_1 \sin \omega t) \cos \omega t \, d(\omega t)$$

En opérant le changement de variable suivant :

$$\cos \omega t \, d(\omega t) = d(x/x_1)$$

on obtient :

$$q'(x_1) = \frac{1}{\pi x_1^2} \int_0^0 f(x) \, dx = 0$$

En plus le premier harmonique de $y(t)$ est en phase avec le signal d'entrée $x(t)$. Par contre si on n'aurait pas négligé l'hystérésis que le moteur en réalité possède, les caractéristiques seraient biunivoques : à une valeur de x peut correspondre plus d'une valeur de $f(x)$, alors $q'(x) \neq 0$ car l'intégration le long

du contour, $f(x)$ est différente pour les valeurs de x croissantes et décroissantes. Ce qui signifie que le premier harmonique est déphasé par rapport à l'entrée $x(t)$.

Dans le cas où $q'(x_1) = 0$ l'expression (3) peut se simplifier et devient :

$$y(t) = q(x_1) x = B x_1 \sin(\omega t + \psi) \\ = B x_1 \sin \omega t.$$

$$\text{où } B(x_1) = \sqrt{q^2(x_1) + q'^2(x_1)} = q(x_1) \\ \text{et } \psi = \arctg \frac{q'(x_1)}{q(x_1)} = 0 \quad \left. \vphantom{\begin{matrix} B(x_1) \\ \psi \end{matrix}} \right\} (4)$$

ce qui donne

$$B \cos \psi = q = B$$

$$B \sin \psi = q' = 0 \quad \text{car } \psi = 0$$

On a ici dans le cas des caractéristiques univoques et représentant une symétrie impaire.

Definition : On appelle fonction de transfert généralisée ou fonction de transfert équivalente ou module gain complexe équivalente la quantité :

$$N(x_1) = q(x_1) + j q'(x_1) = B e^{j\psi}$$

où $B(x_1)$ est le module

et $\psi(x)$ son argument.

Dans notre cas, on a des caractéristiques univoques et représentant une symétrie impaire - le gain équivalent étant réel car $q'(x_1) = 0$ et $\psi = 0$.

$$N(x_1) = q(x_1) = B(x_1)$$

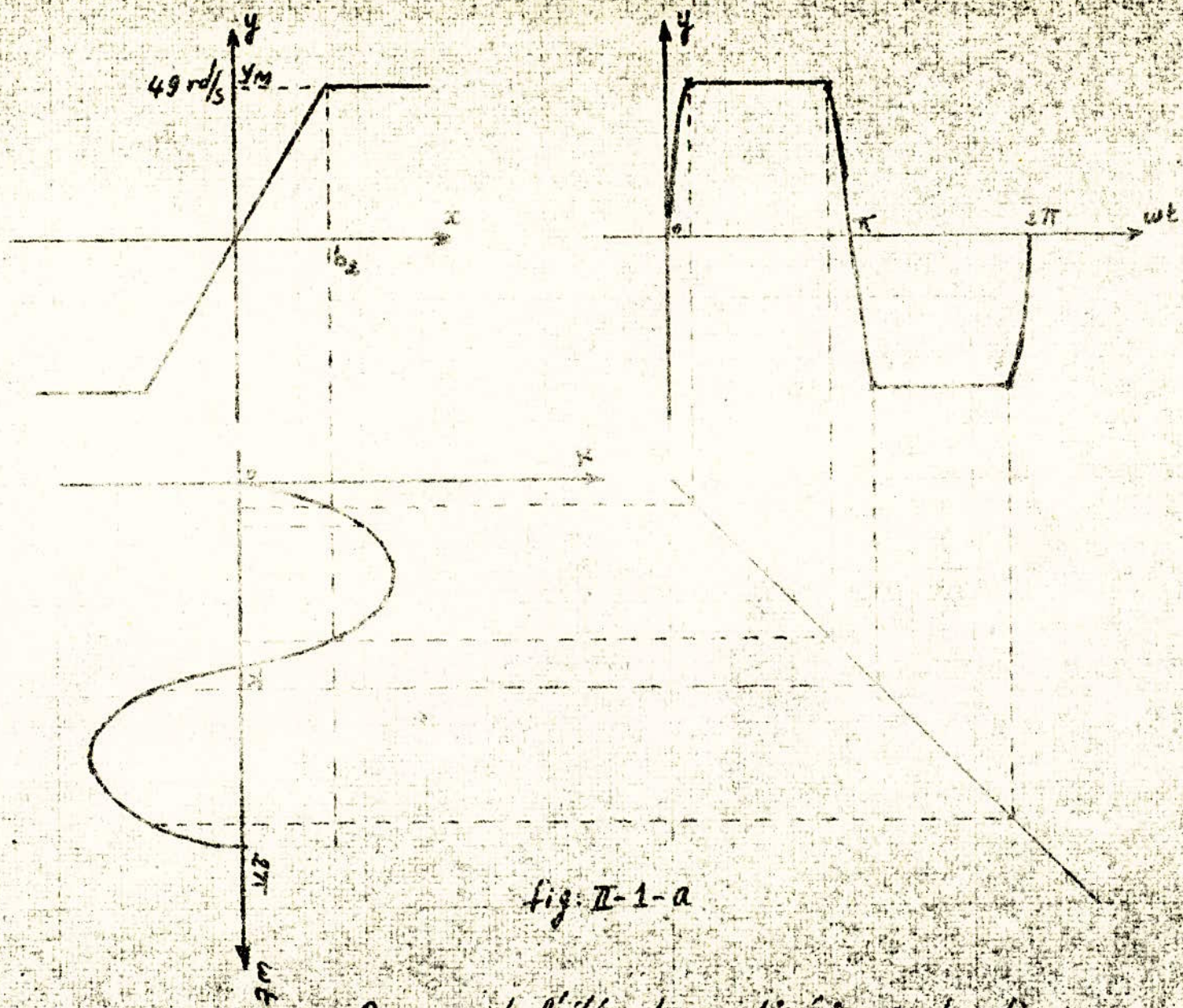


fig. II-1-a

Reponse de l'element non lineaire (saturation)
 à une entree sinusoidale

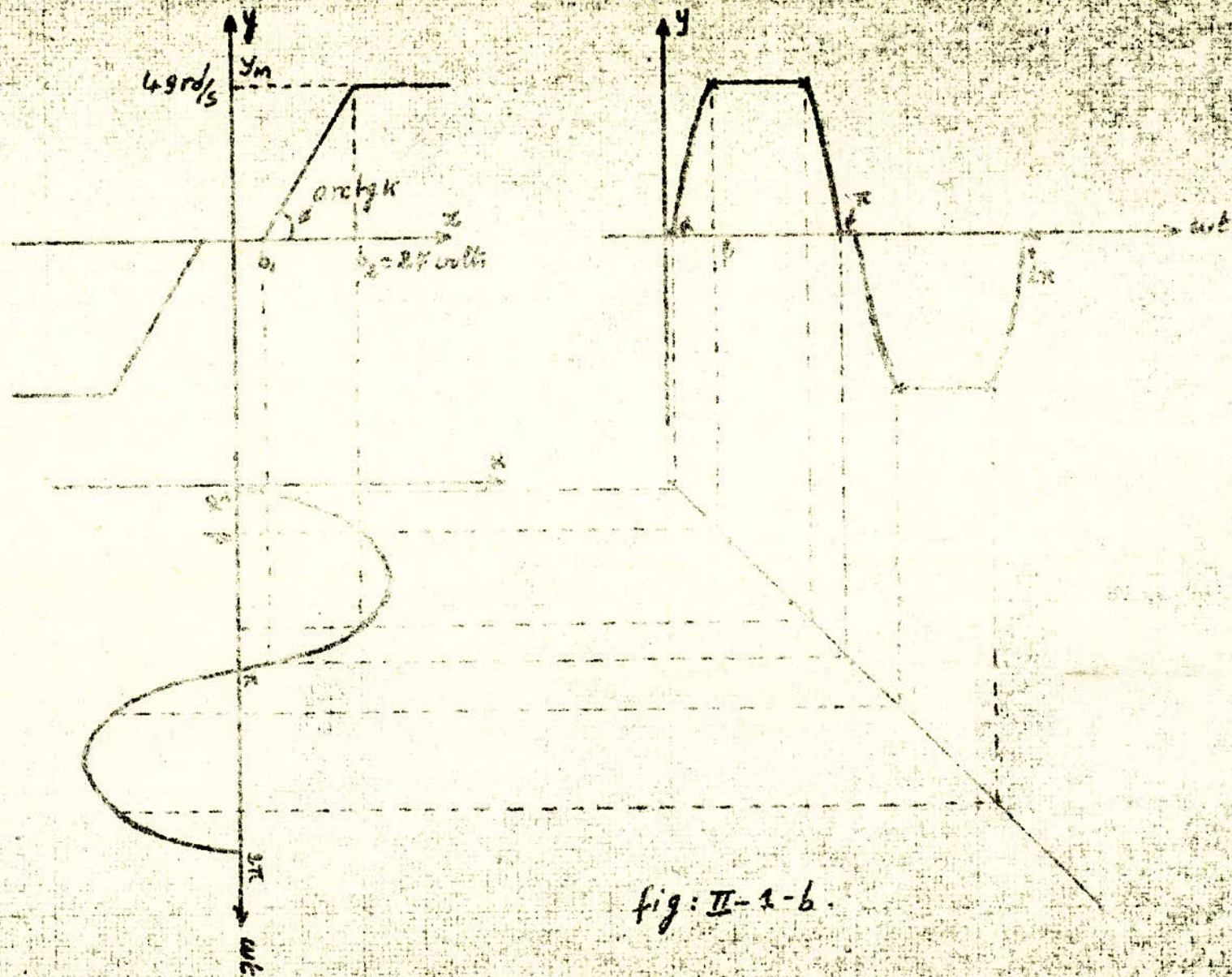


fig: II-1-b.

Réponse de l'élément non linéaire (seuil + saturation) à une entrée sinusoïdale

II-20-Element Lineaire avec saturation et seuil.



A l'entrée de l'élément non linéaire, on applique un signal $x = x_1 \sin \omega t$. La réponse obtenue à la sortie de cet élément est $y(t)$. (fig II-2-b)

$$y(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } 0 \leq \omega t \leq \alpha \text{ et } (\pi - \alpha) \leq \omega t < \pi \\ kx_1 & \text{pour } \alpha \leq \omega t \leq \beta \text{ et } (\pi + \alpha) \leq \omega t < \pi + \beta \\ kx_1 \sin \beta & \beta \leq \omega t \leq \pi - \beta \\ -kx_1 \sin \beta & \beta + \pi \leq \omega t \leq 2\pi - \beta \end{cases}$$

$$N(x_1) = q(x_1) = \frac{4}{\pi x_1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x_1 \sin \omega t) \sin \omega t d(\omega t)$$

$$q(x_1) = \frac{4}{\pi x_1} \int_{\alpha}^{\beta} k(x_1 \sin \omega t - b_1) \sin \omega t d(\omega t) + \frac{4}{\pi x_1} \int_{\beta}^{\pi - \beta} y_M \sin \omega t d(\omega t)$$

avec $\alpha = \arcsin(b_1/x_1)$

$$\beta = \arcsin(b_2/x_1) = \arcsin \frac{y_M + b_1 k}{x_1 k}$$

En tenant compte de :

$$y_M = (b_2 - b_1) k$$

$$b_1 = x_1 \sin \alpha$$

$$b_2 = x_1 \sin \beta$$

on obtient :

$$(1) \begin{cases} q(x_1) = \frac{2k}{\pi} \left[\arcsin \frac{b_2}{x_1} - \arcsin \frac{b_1}{x_1} - \frac{b_1}{x_1} \sqrt{1 - \left(\frac{b_1}{x_1}\right)^2} + \frac{b_2}{x_1} \sqrt{1 - \left(\frac{b_2}{x_1}\right)^2} \right] \\ q'(x_1) = 0 \end{cases}$$

II-2-b Élément Linéaire avec saturation.

(fig: II.1-a)

Il suffit de remplacer b_1 par zéro dans l'expression (1) établie ci-dessus, on aboutit alors à l'expression suivante :

$$\begin{cases} q(x_1) = \frac{2K}{\pi} \left(\arcsin \frac{b_2}{x_1} + \frac{b_2}{x_1} \sqrt{1 - \left(\frac{b_2}{x_1}\right)^2} \right) & \text{si } x_1 > b_2 \\ q(x_1) = K & \text{si } x_1 \leq b_2 \end{cases}$$

$$K = f_g \frac{\Omega'_m}{V_n} \quad (\text{voir fig: II-2})$$

$$\begin{aligned} \Omega'_m &= \text{vitesse maximum du moteur après réduction.} \\ &= \frac{1400 \text{ trs/min}}{3} \quad \text{le facteur de réduction} \\ &\quad \text{est égal à 3} \end{aligned}$$

$$\# 49 \text{ rd/s}$$

$$V_n = b_2 = 27 \text{ volts} = \text{tension nominale du moteur.}$$

$$\Rightarrow K = f_g \frac{\Omega'_m}{V_n} = \frac{49}{27} = 1,81 \text{ rd/v.s}$$

II-3 - Calcul pratique du Gain réel équivalent

La composante en phase a_1 , de la fondamentale s'obtient en intégrant le produit $f(x_1 \sin \omega t) \sin \omega t$ sur une période quelconque par exemple on prend la période allant de $-\frac{\pi}{2}$ à $3\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} f(x_1 \sin \omega t) \sin \omega t d(\omega t)$$

comme $f(x)$ est impaire alors :

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(x) \sin \omega t d(\omega t) \quad (1)$$

$$b_1 = 0$$

$$N(x_1) = \frac{a_1}{x_1} = \text{gain réel équivalent}$$

$$x = x_1 \sin \omega t \Rightarrow dx = x_1 \cos \omega t d(\omega t)$$

$$\Rightarrow d(\omega t) = \frac{dx}{x_1 \cos \omega t}$$

$$\text{or } \cos \omega t = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \omega t} = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{x}{x_1}\right)^2}$$

$$\Rightarrow d(\omega t) = \frac{dx}{\pm x_1 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{x_1}\right)^2}} \quad (2)$$

en remplaçant dans (1) $d(\omega t)$ par l'expression (2) et $\sin \omega t$ par $\frac{x}{x_1}$ on obtient alors :

$$a_1 = \frac{2}{\pi} \int_{-x_1}^{x_1} \frac{f(x) \left(\frac{x}{x_1}\right) d\left(\frac{x}{x_1}\right)}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{x_1}\right)^2}} \quad (3)$$

Il existe plusieurs méthodes pour calculer l'intégrale (3)
 La plus simple est celle de Cyprin, qui s'applique dans
 le cas de caractéristiques $y = f(x)$ ne présentant pas
 de discontinuité.

Cette méthode utilise la formule de quadrature
 approchée :

$$\frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{F(y)}{\sqrt{1-y^2}} dy = \frac{1}{6} \left[F(1) + F(-1) + 2F\left(\frac{1}{2}\right) + 2F\left(-\frac{1}{2}\right) \right] + R$$

avec $R = \frac{F^{(6)}(\xi)}{2^5 \cdot 6!}$ $-1 < \xi < +1$

posons $\frac{x}{x_1} = y$ et $F = f\left(x_1, \frac{x}{x_1}\right) \frac{x}{x_1}$, alors on obtient :

$F(y) = f(x_1, y) y$ cette fonction est paire car
 elle est égale au produit de deux fonctions impaires

à savoir $f(x)$ et $\frac{x}{x_1}$, ce qui entraîne que :

$$F(1) = F(-1) \quad \text{et} \quad F\left(-\frac{1}{2}\right) = F\left(\frac{1}{2}\right)$$

d'où :

$$N(x_1) = \frac{B}{x_1} = \frac{2}{3x_1} \left[f(x_1) + f\left(\frac{x_1}{2}\right) \right] \quad (5)$$

à partir de l'expression (5) on a dressé le tableau

II-3 [a) dans le cas de la saturation seule

b) c) et d) dans le cas de la saturation associée

à un seuil.], et on a tracé les courbes II-3 (a, b, c, etc)

X_1 (volts)	1										27	30	32	35	40
$\frac{N(x_i)}{K}$	1										1	0,93	0,89	0,85	0,78
$\frac{N(x_i)}{K} (dB)$	0										0	-0,63	-1,01	-1,41	-2,16
$N(x_i) (dB)$	5,15										5,15	4,52	4,14	3,74	2,99

(a) $b_1 = 0$

X_1 (volts)	2	4	8	12	14	18	21	23	25	27	30	32	35	40
$\frac{N(x_i)}{K}$	0,22	0,55	0,77	0,85	0,87	0,90	0,91	0,92	0,93	0,94	0,87	0,84	0,80	0,74
$\frac{N(x_i)}{K} (dB)$	-13,28	-5,19	-2,21	-1,41	-1,19	-0,92	-0,78	-0,77	-0,65	-0,52	-1,18	-1,52	-1,98	-2,63
$N(x_i) (dB)$	-7,69	0,43	3,41	4,21	4,42	4,07	4,84	4,91	4,97	5,02	4,44	4,10	3,64	2,98

(b) $b_1 = 0,05 b_2$

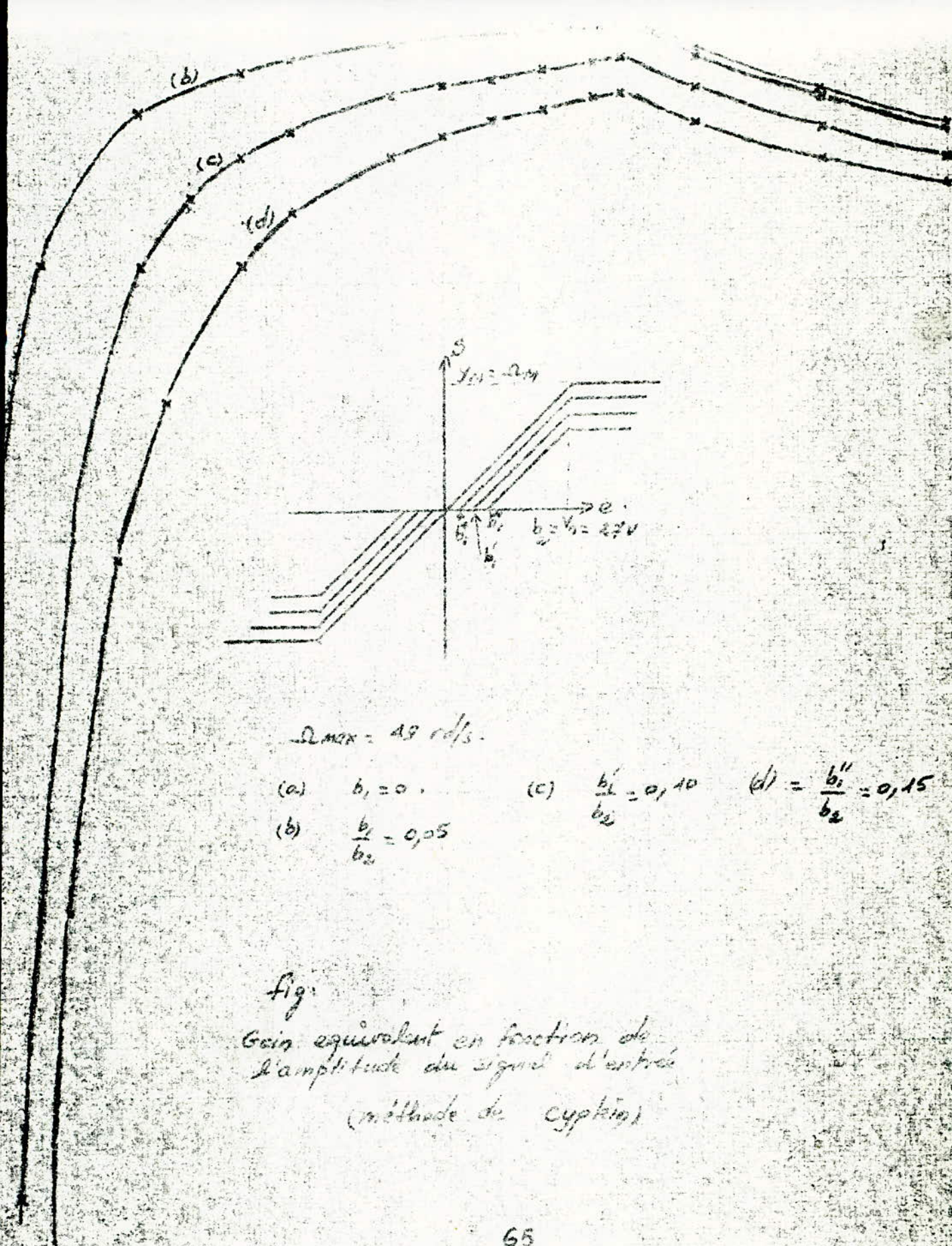
X_1 (v)	3	6	8	10	12	14	18	20	24	26	27	30	35	40
$\frac{N(x_i)}{K}$	0,070	0,400	0,55	0,64	0,70	0,74	0,80	0,82	0,85	0,86	0,87	0,81	0,74	0,69
$\frac{N(x_i)}{K} (dB)$	-23,52	-7,96	-5,79	-3,88	-3,10	-2,58	-1,94	-1,72	-1,49	-1,29	-1,24	-1,79	-2,56	-3,18
$N(x_i) (dB)$	-17,31	-2,33	0,43	1,74	2,52	3,04	3,70	3,90	4,21	4,33	4,38	3,83	3,06	2,44

(c) $b_1 = 0,10 b_2$

X_1 (v)	5	7	9	12	14	18	20	22	24	26	27	30	35	40
$\frac{N(x_i)}{K}$	0,13	0,28	0,40	0,55	0,61	0,70	0,73	0,75	0,77	0,79	0,80	0,75	0,69	0,65
$\frac{N(x_i)}{K} (dB)$	-17,95	-11,03	-7,96	-5,19	-4,23	-3,10	-2,73	-2,45	-2,21	-2,02	-1,94	-2,46	-3,18	-3,76
$N(x_i) (dB)$	-12,33	-5,40	-2,34	0,43	1,39	2,52	2,89	3,17	3,41	3,60	3,68	3,16	2,44	1,86

(d) $b_1 = 0,15 b_2$

TABLEAU II.3



$\Omega_{max} = 48 \text{ rad/s.}$

- (a) $b_1 = 0$ (c) $\frac{b_1'}{b_2} = 0,10$ (d) $= \frac{b_1''}{b_2} = 0,15$
 (b) $\frac{b_1}{b_2} = 0,05$

fig.
 Gain equivalent en fonction de
 l'amplitude du signal d'entrée
 (méthode de cyplin)

Interprétation des courbes $N(x_1)$.

a). Élément linéaire avec saturation fig II-a

Le gain est constant tant que x_1 est inférieur à $b_2 = V_0$.

Sa valeur est fixe et égale à K (pente de la droite $y = Kx$).

A partir de la valeur de $x_1 = b_2$, le gain équivalent diminue puisque l'organe non linéaire maintient y constante quand x_1 continue d'augmenter.

b). Élément linéaire avec seuil et saturation.

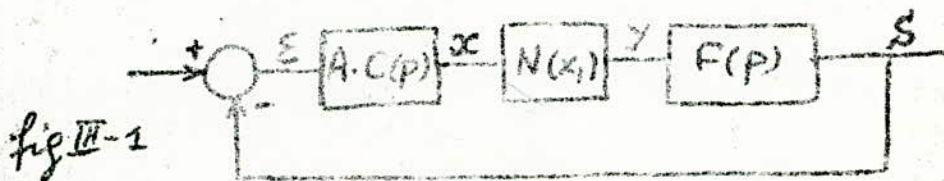
Tant que x_1 est inférieur à b_1 , la sortie de l'organe non linéaire est nulle, le gain équivalent en décibels (dB) est égal alors à $-\infty$.

A partir de $x_1 = b_1$, on revient au cas linéaire, le gain équivalent tend à atteindre sa valeur fixe avec une certaine constante de temps.

Cette constante de temps augmente quand le seuil augmente. Avant d'atteindre la valeur limite V_0 , x_1 atteint $x_1 = V_0 = 27$ volts, alors l'élément non linéaire (saturation) intervient et maintient la sortie constante, par conséquent le gain équivalent diminue.

III. Etude de la Stabilité

Soit le diagramme fonctionnel suivant :



on sait d'après le critère du revers qu'un asservissement linéaire de fonction de transfert en boucle ouverte $KG(p) = \frac{S}{X}$ est stable si le lieu de Nyquist $KG(j\omega)$ parcouru dans le sens des fréquences croissantes, laisse à sa gauche le point critique -1 , une fois cette condition est vérifiée, le système revient à son régime définitif après une perturbation. Par contre si le point -1 est à droite du lieu $KG(j\omega)$, le système est instable et présente des oscillations dont l'amplitude croît indéfiniment avec le temps.

Ce critère peut être formulé aussi de la manière suivante : Le système est stable ou instable suivant que le lieu $G(j\omega)$ parcouru dans le sens des fréquences croissantes laisse à sa gauche ou à sa droite le point critique $-\frac{1}{K}$.

fig: III-2

Cette théorie peut être étendue au cas d'un asservissement qui contient un organe non linéaire caractérisé par un gain complexe (dans le cas de la

Etude de la stabilité

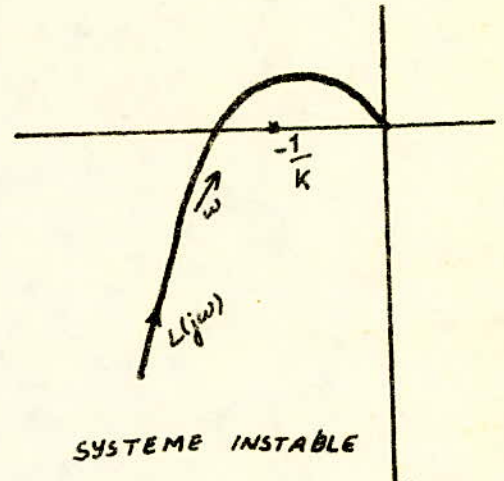
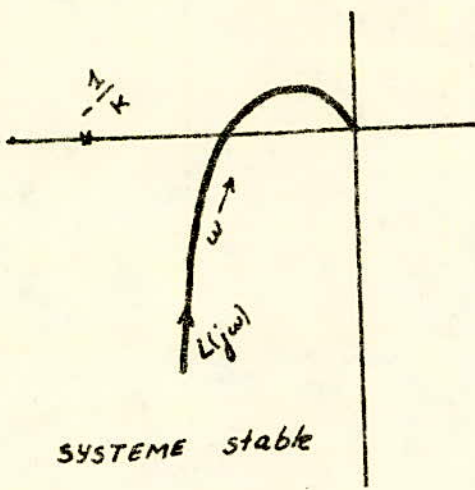


fig: III-2

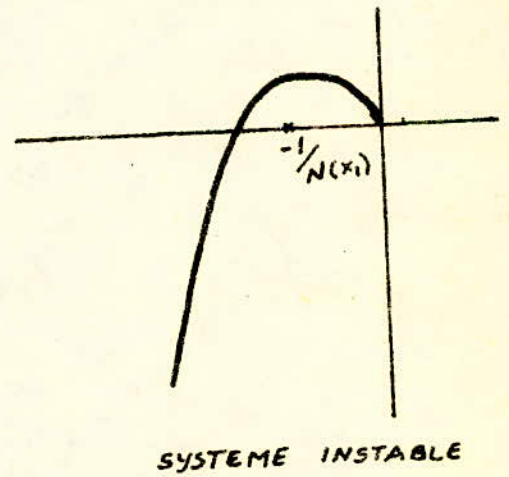
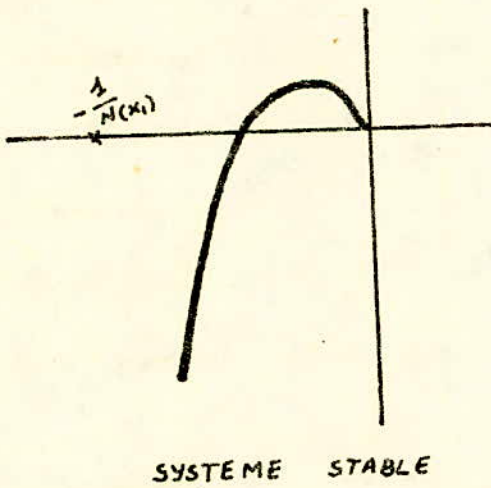


fig: III-3.

saturation, et de seuil le gain est réel) équivalent $N(x_1)$

soit le diagramme fonctionnel de la fig. III-1

La fonction de transfert généralisée en boucle ouverte est:

$$\frac{S}{X} = N(x_1) \cdot L(j\omega)$$

avec $L(j\omega) = A \cdot C(p) \cdot F(p)$.

La fonction de transfert généralisée en boucle fermée est:

$$\frac{N(x_1) \cdot L(j\omega)}{1 + N(x_1) \cdot L(j\omega)} = \frac{S}{X}$$

La condition d'auto-oscillation, est réalisée quand

$$1 + N(x_1) \cdot L(j\omega) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{L(j\omega) = -\frac{1}{N(x_1)} = C(x_1)}$$

Pour un x_1 donné constant, $N(x_1)$ est réel et bien fixé, le système est stable si le lieu $L(j\omega)$ parcouru dans le sens croissant des fréquences, laisse à sa gauche le point $-\frac{1}{N(x_1)}$. Par contre il est instable dans le cas le lieu $L(j\omega)$ laisse le point $-\frac{1}{N(x_1)}$ à sa droite. fig: III-3.

Interpretation des courbes: III-3-a; III-3-b; III-3-c

on a tracé les lieux $L_1(j\omega)$; $L_2(j\omega)$ et $L_3(j\omega)$ respectivement pour une Inertie la plus défavorable,

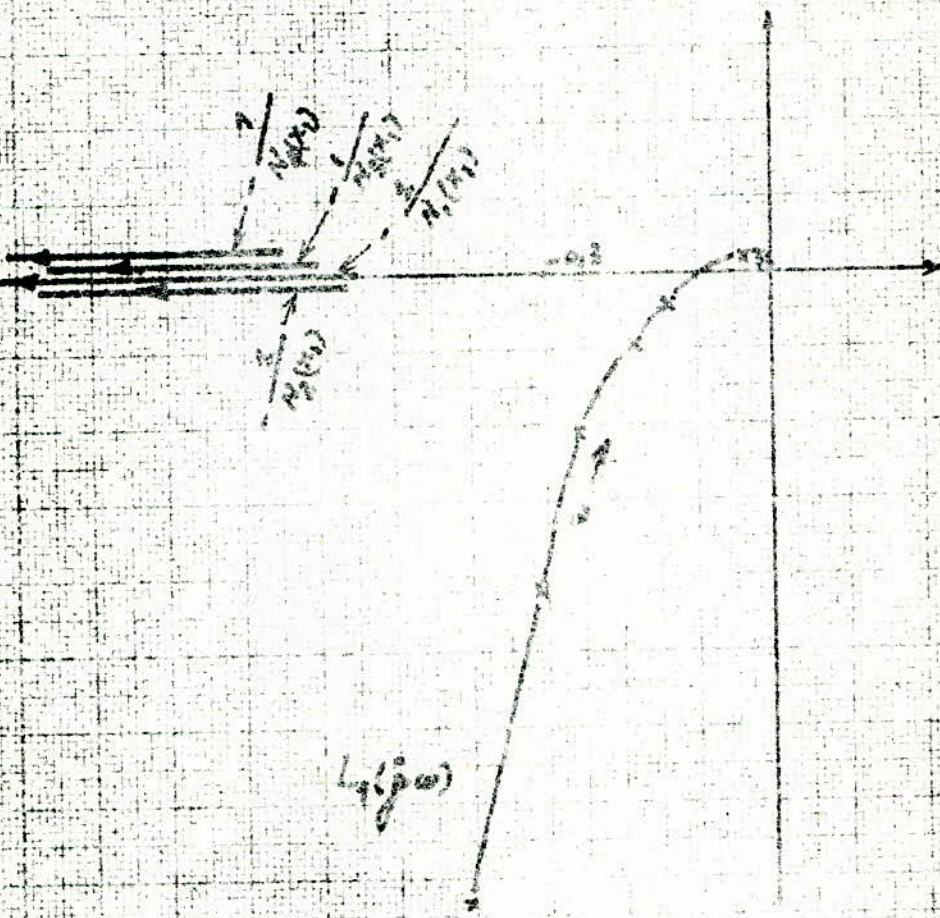
ω	10	20	30	40	60	80	100	200	300	400	500
$C(p)$ (dB)	-4,6	-4,6	-4,3	-3,7	-1,9	-1	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7	-0,7
ϕ_c de $C(p)$	5,1°	9,4	13,3	14,1	15,1	14,5	13,3	8,3	5,8	4,5	3,6
$G_1(p)$ dB	-19,8	-25,8	-29,4	-32,4	-38,7	-43,2	-46,8	-60	-69,6	-75,6	-81
$L_1(p)$ dB	6,2	0,2	-3,7	-5,5	-9,4	-11,6	-16,9	-29,5	-39,1	-45,1	
$G_2(p)$ dB	-19,8	-25,8	-29,4	-31,8	-36,9	-40	-45,6	-59,4	-66,3	-73,2	-78,6
$L_2(p)$ dB	8,6	2,6	3,7	-2,5	-5,8	-10	-13,3	-26,5	-34	-40,3	
$G_3(p)$ dB	-19,8	-25,8	-29,3	-33,1	-36,3	-39,3	-44,3	-53,4	-61,8	-68,4	-73,5
$L_3(p)$ dB	10,6	4,6	3,4	-0,8	-3,2	-5,3	-7,4	-18,5	-26,3	-33,5	-38,6
$L_1(p)$ (v)	2,04	1,02	0,70	0,53	0,32	0,21	0,14	0,03	0,01	0,005	0
$L_2(p)$ (v)	2,70	1,30	0,90	0,75	0,51	0,31	0,22	0,05	0,02	0,01	0
$L_3(p)$ (v)	3,38	1,70	1,17	0,91	0,59	0,54	0,43	0,12	0,04	0,02	0,01
ϕ_1 de $G_1(p)$	-115°	-122	-130	-140	-155	-167	-175	-203	-213	-229	-236
ϕ_2 de $G_2(p)$	-101	-110,8	-121,8	-130,8	-146	-158,1	-168,8	-198,4	-215,4	-226,3	-231,8
ϕ_3 de $G_3(p)$	-98,3	-106,3	-114,4	-121,9	-135,6	-147,3	-157,5	-191,3	-210,3	-222,4	-230,6
$\phi_1 + \phi_c$	-110	-113	-118	-125	-140	-152	-162	-195	-213	-224	-232
$\phi_2 + \phi_c$	-96	-102	-109	-117	-131	-144	-154	-190	-210	-222	-230
$\phi_3 + \phi_c$	-93	-97	-102	-108	-120	-133	-144	-183	-204	-218	-227

TABLEAU III-3. étude de stabilité.

$$L_1(p) = A_1 C(p) F_1(p) \quad \text{avec} \quad A_1 = 450 \quad \text{et} \quad F_1(p) = K_p \cdot G_1(p) \\ K_p = 0,075$$

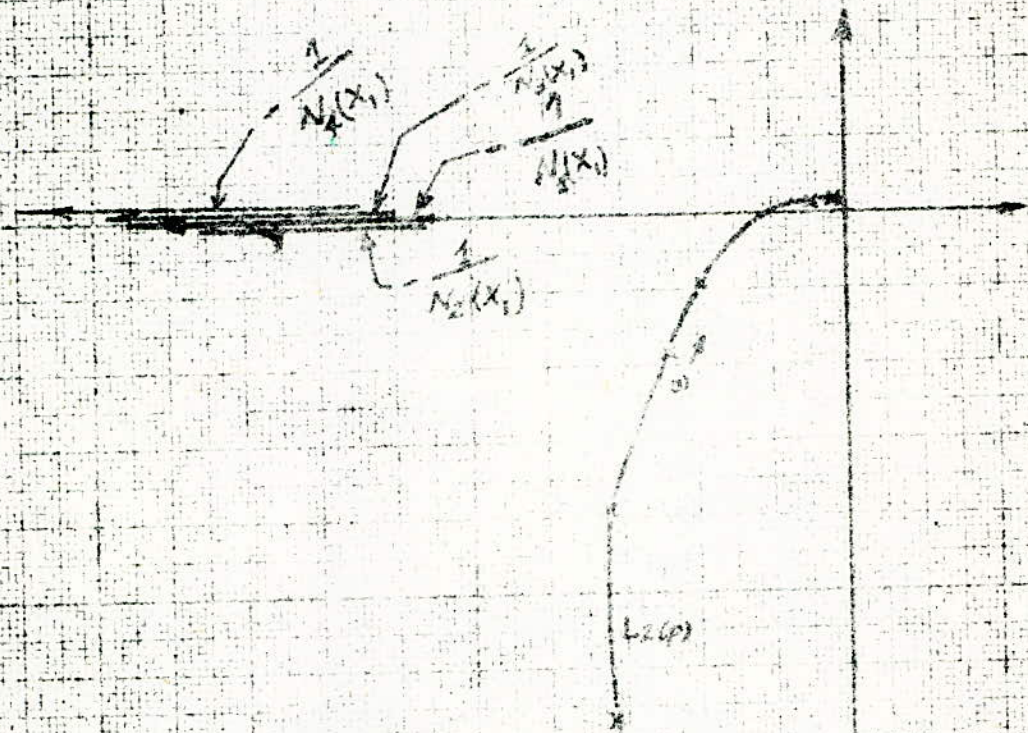
$$L_2(p) = A_2 C(p) F_2(p) \quad : \quad A_2 = 595 \quad \text{et} \quad F_2(p) = K_p \cdot G_2(p)$$

$$L_3(p) = A_3 C(p) \cdot F_3(p) \quad : \quad A_3 = 750 \quad \text{et} \quad F_3(p) = K_p \cdot G_3(p)$$



$$L_1(p) = \frac{19,94 (1 + 0,0223 p)}{p(0,0036 p)(1 + 0,0223 p)(1 + 0,013 p)} = \frac{19,94}{p(0,0036 p)(1 + 0,013 p)}$$

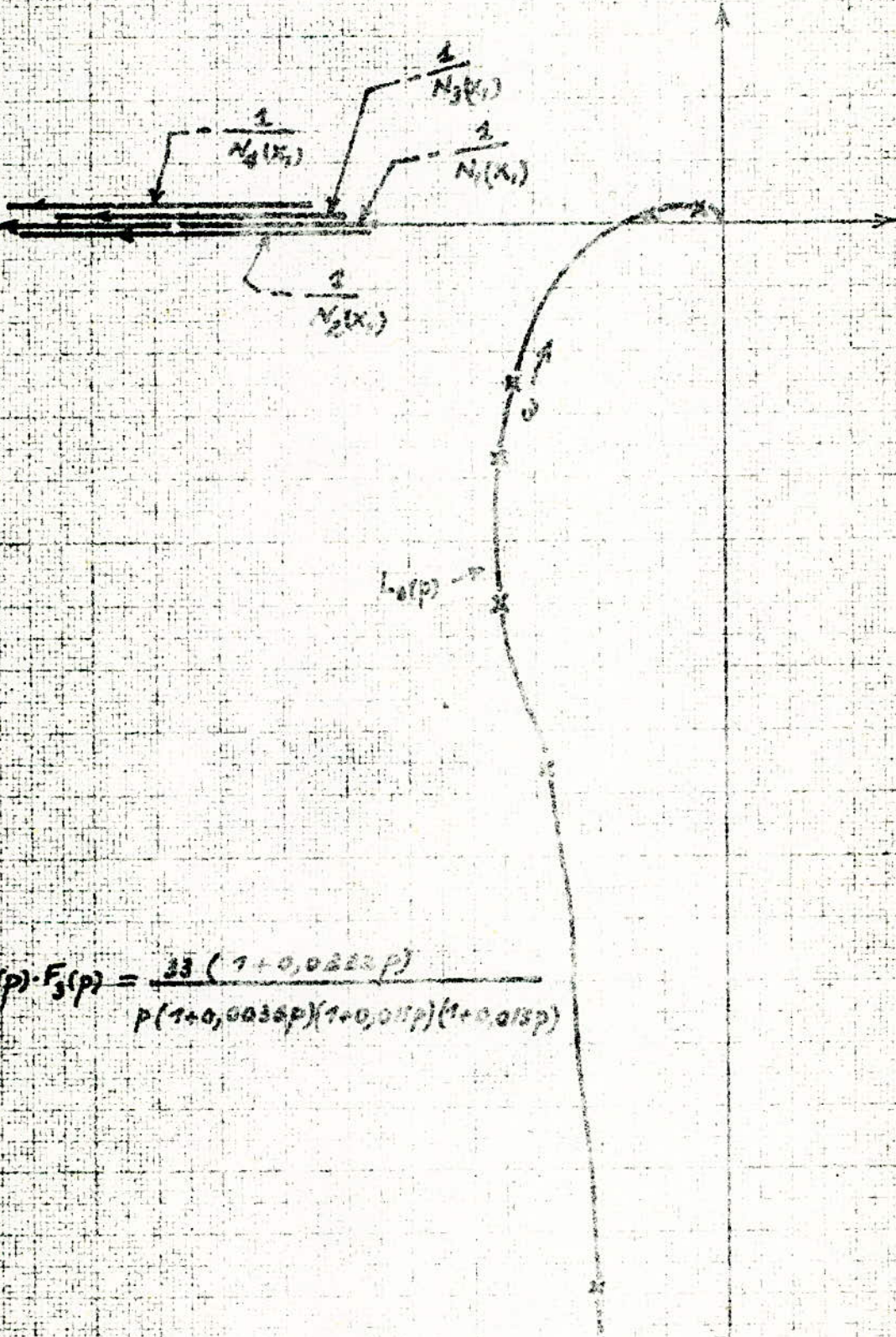
Fig III. a. Etude de la stabilité



$$L_2(p) = A_2 C_2(p) \cdot F_2(p)$$

$$= \frac{26,25 (1 + 0,0222 p)}{p (1 + 0,013 p) (1 + 0,0036 p) (1 + 0,016 p)}$$

Fig III. b (étude de stabilité)



$$G(p) \cdot F_3(p) = \frac{33(1 + 0,0213p)}{p(1 + 0,0038p)(1 + 0,015p)(1 + 0,013p)}$$

Fig III-C Etude de la stabilité

intermédiaire et enfin pour une Inertie la plus favorable.

Sur l'axe réel du plan de Nyquist on a tracé le lieu $-\frac{1}{N(x_1)}$ pour x_1 variable, et pour différents cas du seuil. Dans les trois cas le système est stable quel que soit la valeur de x_1 , et ce pour un réglage optimum du gain A des ampli.

Si maintenant on augmente le gain A des ampli le lieu $L(j\omega)$ risque pour une valeur donnée de A de couper le lieu $-\frac{1}{N(x_1)}$ au point correspondant à $x_1 = x_{1,0}$ alors le système oscille pour $x_1 = x_{1,0}$. Il est stable pour les valeurs de $x_1 > x_{1,0}$ et il devient instable dès que x_1 devient plus petit que $x_{1,0}$.

4ème Partie

Simulation du système asservi de position étudié.

Introduction :

Il s'agit de remplacer le système mécanique : moteur, réducteur, charge, par un modèle électronique, réalisant la même fonction de transfert. L'outil principal utilisé pour la simulation des systèmes asservis est l'amplificateur opérationnel, lequel pour atteindre la perfection, doit avoir les propriétés suivantes :

- très bonne linéarité
- très grand gain en bande ouverte.
- l'impédance d'entrée doit être très grande pour deux raisons principales : la première pour ne pas surcharger les circuits en amont ; la deuxième pour qu'elle n'influence en aucune manière les caractéristiques propre de la contre réaction.
- l'impédance de sortie doit être la plus faible possible pour que la tension de sortie ne soit pas être influencée par l'impédance de la charge.
- grande bande passante afin de lui permettre de fonctionner à de très grandes fréquences sans apporter d'atténuation ou de déphasage à ces fréquences élevées.
- très faible dérive.

A. Rappel sur les ampli-operationnels

I. Principales caracteristiques des ampli-operationnels

I-1 Representation schematique

des amplificateurs proportionnels possèdent deux entrées : une entrée inverseuse, c'est à dire la tension de sortie est en phase de π par rapport à cette entrée, une deuxième entrée directe et phase avec la ~~sortie~~ sortie.

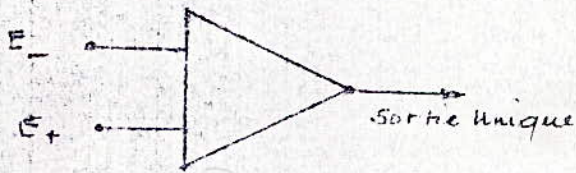


fig I. 1. a.

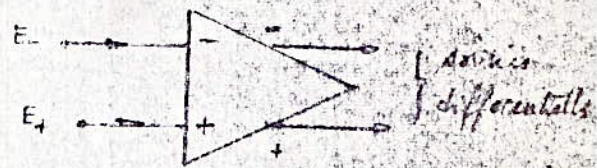
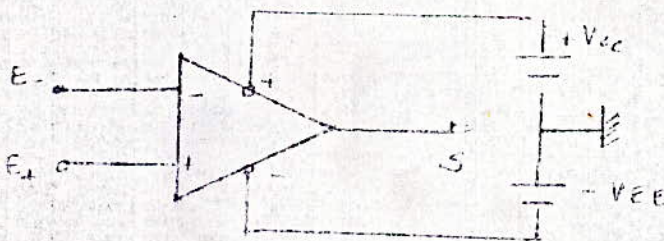


fig I. 1. b.

La sortie est en general unique (fig I. 1. a) mais elle peut être différentielle (fig I. 1. b), c'est à dire pour un signal negatif appliqué à l'entrée plus, la sortie "plus" est positive, alors que la sortie "moins" est negative et vice versa pour la sortie moins.

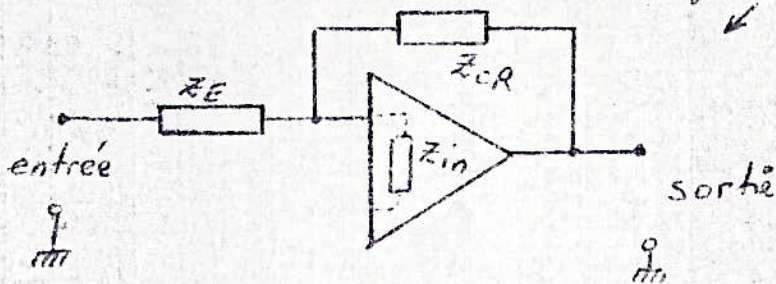


(fig I. 1. c)

La figure I. 1. c. represente un amplificateur à sortie unique avec ses alimentations $+V_{cc}$ et $-V_{ee}$.

I-2-a Gain en boucle ouverte.

Un amplificateur opérationnel est essentiellement utilisé suivant le schéma de la figure I-2-a.



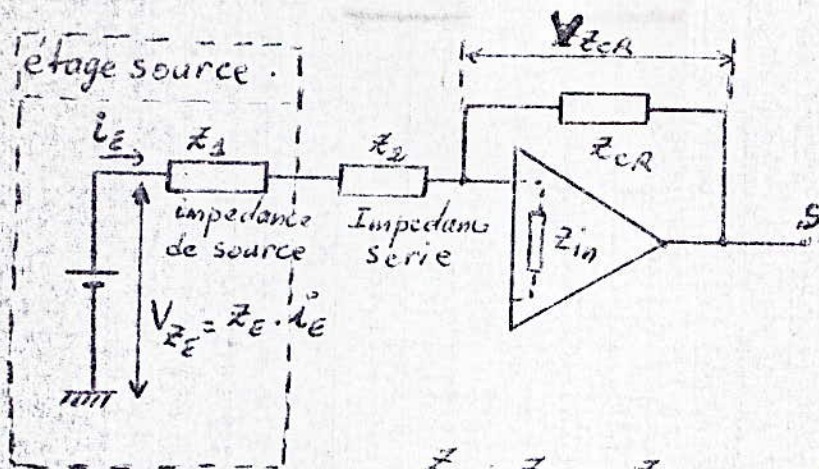
Les caractéristiques du circuit dont il est inséré ne dépendent que de la boucle de contre réaction Z_{CR} puisque Z_{in} est très grande devant Z_E et Z_{CR} . La nature de Z_{CR} et de Z_E est imposée par la fonction que l'on veut établir.

Un amplificateur parfait a un gain en boucle ouverte infini et une impédance d'entrée infinie. Dans la pratique, ces caractéristiques ne sont jamais atteintes, par conséquent, l'amplificateur possède un gain propre fini G_0 nommé gain en boucle ouverte.

$$G_0 = \frac{V_s}{V_E} \quad \text{et cela en l'absence de toute boucle de réaction.}$$

I-2-b Gain en boucle fermée.

L'amplificateur opérationnel est surtout utilisé en boucle fermée et dans la plupart des cas suivant le schéma ci-après :



$$Z_1 + Z_2 = Z_E \quad \text{et} \quad V_{Z_E} = Z_E \cdot i_E$$

Z_E étant égale à la somme de l'impédance interne de la source : Z_1 et d'une impédance Z_2 , montées en série avec la source.

L'impédance d'entrée ainsi que le gain en ~~boucle~~ en boucle ouverte d'un amplificateur opérationnel réel sont très grands ce qui implique que le courant i_E fourni par la source passe entièrement dans Z_{CR} .

Le gain en tension en boucle fermée est G .

$$\left. \begin{array}{l} V_s = -Z_{CR} \cdot i_E \\ V_E = Z_E \cdot i_E \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{G = -\frac{Z_{CR}}{Z_E} = \frac{V_s}{V_E}}$$

Le signe "moins" signifie que la sortie est en opposition de phase par rapport à l'entrée.

I-3 Courant de Polarisation (I_p)

Le courant de polarisation est le courant que fournit une source d'impédance interne infinie que l'on devrait appliquer sur l'une des entrées pour avoir une tension de sortie nulle.

Du fait de l'existence de deux entrées, on aura donc deux courants de polarisation, I_{p+} et I_{p-} .

I_{p+} concernant l'entrée non inverseuse

I_{p-} " " inverseuse

La différence de ces deux courants constitue le courant de décalage d'entrée.

I-4 Décalage (OFFSET)

Comme l'amplificateur opérationnel n'est jamais idéal, la tension de sortie n'est pas pratiquement nulle en l'absence de signal à l'entrée. Ainsi on appelle tension de décalage (OFFSET) la petite tension ~~de sortie~~ V_D qu'il est nécessaire d'appliquer à l'entrée pour obtenir une tension de sortie parfaitement nulle. Cela revient à supposer qu'on a affaire à un amplificateur opérationnel parfait avec en série à l'une des entrées une source de tension V_D qu'il est nécessaire de neutraliser par application d'une

tension égale en module et en opposition de phase pour ramener la sortie au potentiel de la masse.

Le courant de décalage d'entrée I_D fourni par cette source permettrait d'annuler le courant de sortie.

Dans le cas où la tension de décalage d'entrée n'est pas compensée et si on court-circuite les deux entrées entre elles et la masse, alors elle apparaît à la sortie une tension de décalage V_{DS}

$$V_{DS} = G_0 \cdot V_D.$$

Ce phénomène de décalage ne serait pas gênant s'il était stable car dans ce cas il est possible de le compenser mais malheureusement sous l'influence de plusieurs paramètres il est ^{susceptible} de variations c'est ce qu'on appelle le phénomène de "dérive".

Les principales causes de la dérive du courant ou de la tension viennent notamment :

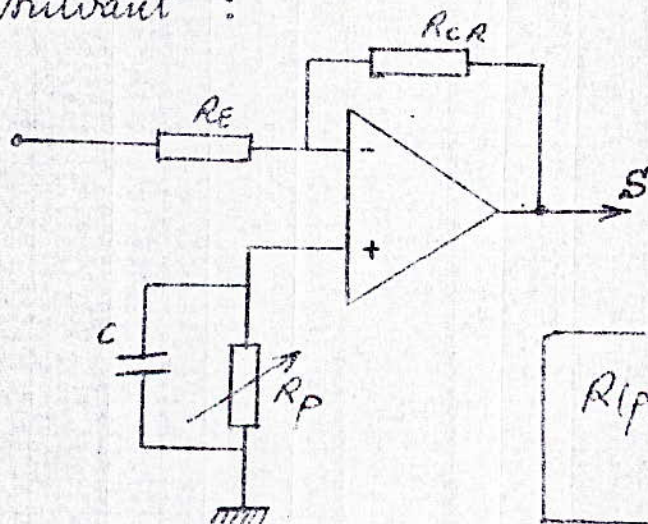
- De la température : la dérive est exprimée alors en ($\mu V/^\circ C$)
- Les paramètres de décalage évoluent aussi dans le temps, la dérive est exprimée alors en ($\mu A/jour$)
- Les tensions d'alimentation peuvent aussi influencer le décalage du fait de leur variation dans le temps, la dérive est exprimée alors en μV par volt de la tension d'alimentation.

II. Compensation de la dérive.

Il existe plusieurs méthodes de compensation pour remédier à cet inconvénient. On peut compenser soit en courant soit en tension.

II-1 Compensation du courant de décalage d'entrée.

L'un des montages les plus simples utilisé pour la compensation du courant de décalage d'entrée est le suivant :



$$R(p) = R_{CR} // R_E = \frac{R_E \cdot R_{CR}}{R_E + R_{CR}}$$

on crée aux bornes d'une résistance R_p de valeur équivalente à la mise en parallèle des résistances R_E et R_{CR} , une chute de tension de valeur égale à la tension d'OFFSET. Cette méthode est employée dans le cas d'un montage inverseur

Dans le cas d'un montage non inverseur, la résistance R_p au lieu d'être placée entre la masse et l'entrée "plus", elle est insérée en série avec l'entrée "moins" comme l'indique la figure suivante : fig: II-1-b.

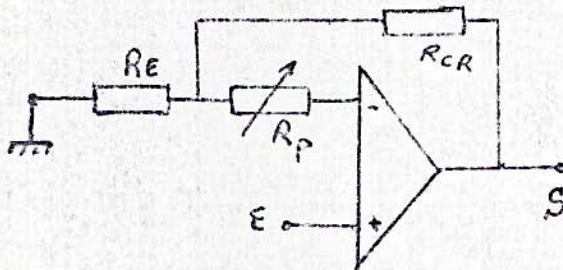
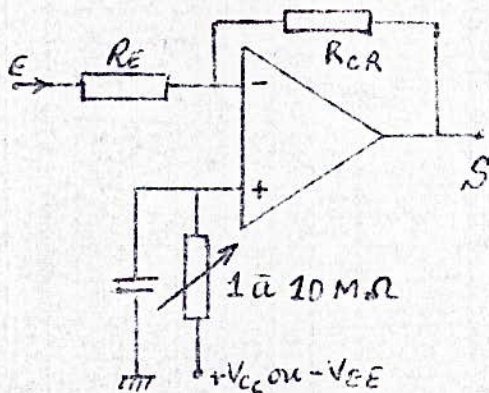


fig: II-1-b

un autre montage de compensation du courant de décalage d'entrée est celui qui consiste à injecter à l'entrée non utilisée un courant prélevé à l'une des source d'alimentation à travers une résistance de valeur élevée : fig II-1-c



Remarque : on peut aussi compenser en tension, dans ce cas on applique en série avec l'entrée non utilisée une tension ajustable, recueillie aux bornes d'un potentiomètre.

II-2 Compensation de la tension de sortie.

Dans certains dispositifs il est beaucoup plus avantageux de décaler la composante continue de la tension de sortie en agissant sur la polarisation de la tension d'entrée soit sur celle de sortie.

Pour le deuxième procédé on place en série avec la sortie une source de tension. Dans la plupart des cas cette source est remplacé par une diode Zener montée dans le sens voulu en série avec la charge.

La diode doit être polarisée à partir de la source négative d'alimentation de manière qu'à aucun moment elle ne fonctionne en redresseur.

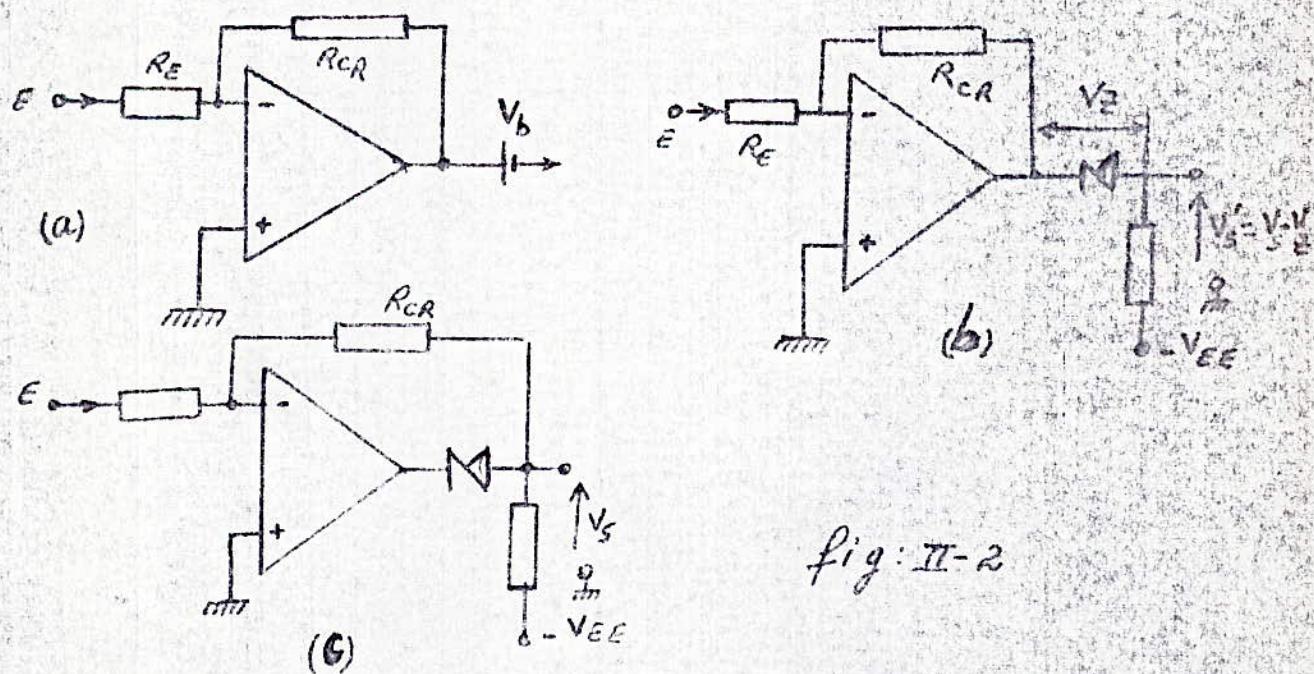


fig: II-2

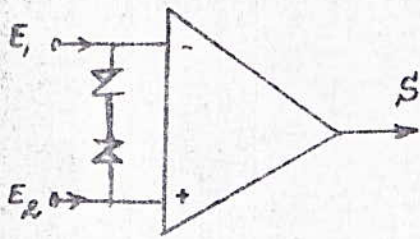
Le signal de sortie peut être décalé par rapport au zéro en introduisant en série avec la charge une différence de potentiel produite soit par une batterie (fig: II-2-a), soit le plus souvent par une diode Zener. La contre réaction peut être prise soit en aval (fig: II-2-b) soit en amont (fig: II-2-c) de cette diode.

II-3 Protection contre les surtensions.

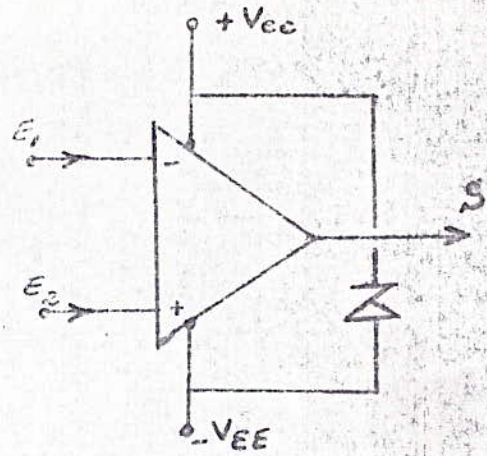
Les amplificateurs opérationnels utilisés soit en technologie intégrée, ils doivent donc être parfaitement protégés contre les risques de surtensions accidentelles qui peuvent affecter :

- L'entrée : sous l'influence d'un parasite de forte amplitude, ou d'une fautive manœuvre, les tensions maximales différentielles peuvent être dépassées et engendrer un claquage de la jonction des transistors d'entrée.

- Les alimentations peuvent aussi être le siège de surtensions aléatoires introduites par différents facteurs.



protection contre les
surtensions introduites à
l'entrée.



protection contre les
surtensions introduites à la
sortie.

B. SIMULATION DES DIFFERENTS ORGANES DU SERVOMECHANISME

I- comparateur.

Le rôle du comparateur comme son nom l'indique est de comparer la tension de sortie à celle de l'entrée c'est à dire il réalise la relation suivante :

$$E = V_2 - V_1$$

son schéma de principe est donné par le schéma : I-2

L'impédance d'entrée de l'amplificateur vue entre A et B est supposée très grande ^{devant} $\sqrt{R_2}$, donc le courant i passe pratiquement dans R_2 . \Rightarrow

$$V_1 = V_2 - (R_1 + R_2) i \quad (1)$$

Comme Z_{AB} est très grande alors les points A et B sont à la masse ce qui implique :

$$V_1 = V_2 \frac{R_4}{R_3 + R_4} + R_1 i$$

$$\Rightarrow i = \frac{1}{R_1} \left(V_1 - \frac{R_4 V_2}{R_3 + R_4} \right) \quad (2)$$

En remplaçant i dans l'équation (1) par sa valeur

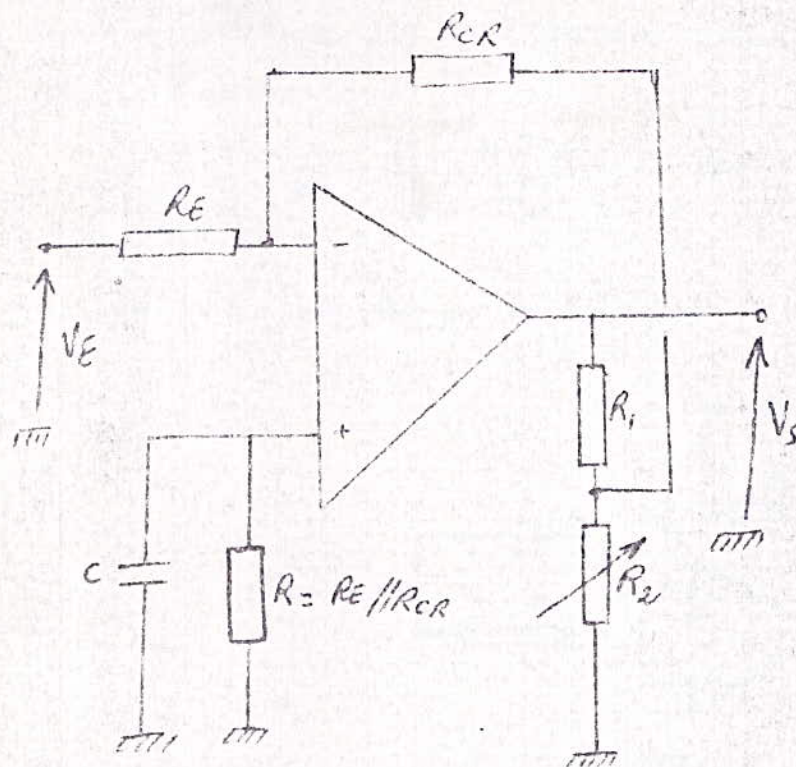


fig: II-1 .

$$R_1 = R_{CR} = 3 \cdot 10^5 \Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega$$

$$R = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C = 0,22 \mu\text{F}$$

amplificateur à gain variable

$$\Rightarrow \frac{V_{s2}}{V_{s1}} = \frac{R_2'}{R_1'} \cdot \frac{1}{1 + j R_2' C_2' \omega} = \frac{b}{1 + T_1 p}$$

avec $b = \frac{R_2'}{R_1'}$ et $T_1 = R_2' C_2'$.

de la même manière on peut démontrer que :

$$\frac{V_s}{V_{s2}} = \frac{R_2''}{R_1''} \cdot \frac{1}{1 + j R_2'' C_2'' \omega} = \frac{d}{1 + T_2 p}$$

$d = \frac{R_2''}{R_1''}$ et $T_2 = R_2'' C_2''$.

$$F(p) = \frac{a \cdot b \cdot d}{p \cdot (1 + T_1 p) \cdot (1 + T_2 p)} = \frac{\frac{R_2' R_2''}{R_1 C_2 R_1' R_1''}}{j \omega (1 + R_2' C_2' \omega) (1 + j R_2'' C_2'' \omega)}$$

Calcul des éléments du simulateur du moteur.

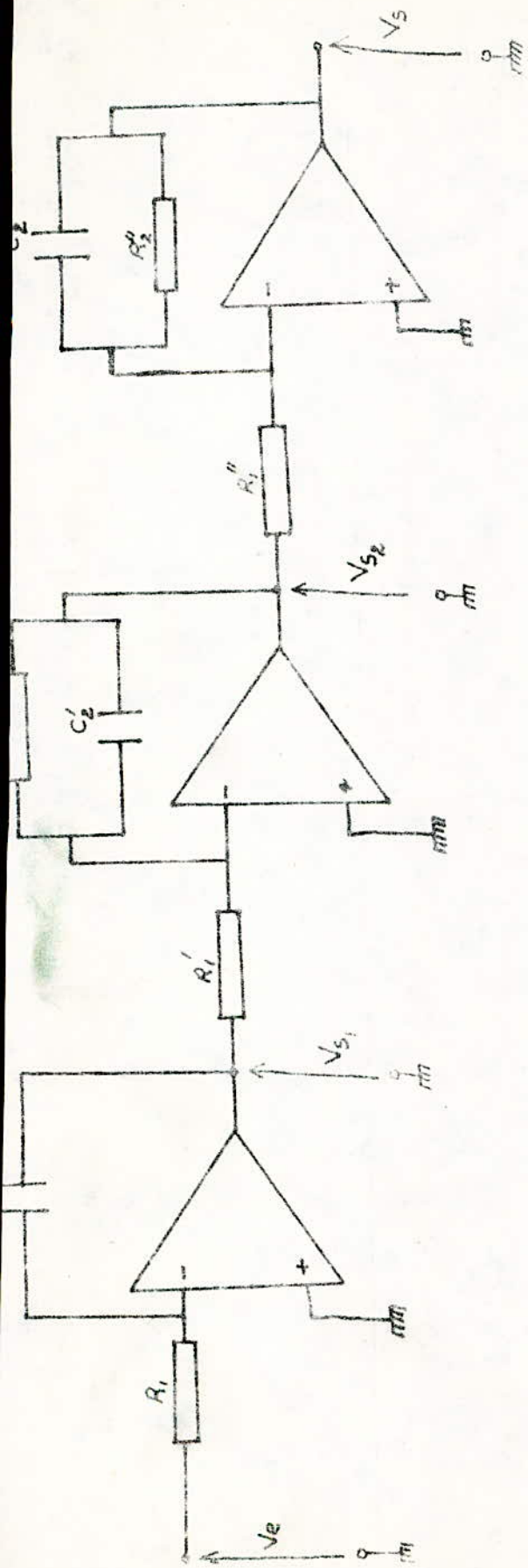
$$R_2' C_2' = 0,0036 \text{ s}$$

En donnant à R_2' la valeur $3 \cdot 10^5 \Omega$ on déduit la valeur de C_2' .

$$C_2' = 0,0036 \frac{1}{3 \cdot 10^5} = 12 \text{ nF}$$

- $R_2'' = 3 \cdot 10^5 \Omega \Rightarrow C_2'' = \frac{0,022}{3 \cdot 10^5} = 74 \text{ nF}$.

afin de pouvoir de faire varier T_2 de ~~0,022~~ 0,022 A à 0,011 A on a maintenu $C_2'' = 74 \text{ nF}$ et on a pris R_2'' variable. $\Rightarrow R_2''$ varie entre les valeurs $1,5 \cdot 10^5 \Omega$ et $3 \cdot 10^5 \Omega$.



$$F(p) = \frac{1}{P(1+0,0036p)(1+0,19p)}$$

Simulation de l'ensemble:
Moteur, reducteur, charge

fig:

IV-1-Introduction des éléments non linéaires

IV-1-a-Introduction du seuil de sensibilité

fig: IV-1 : (a) schéma fonctionnel.

(b) caractéristique d'amplitude sortie/entr.

1^o. $u_1 < 0 \Rightarrow D_2$ est toujours bloquée $\forall u_1 < 0$
tandis que D_1 ne devient conductrice que
lorsque : $u_A \lesssim 0$

$$u_A + \cancel{u_1} = \frac{(E - u_1) R_-}{R_1} + u_1 = \frac{E R_-}{R_1} + \frac{(R_1 - R_-) u_1}{R_1}$$

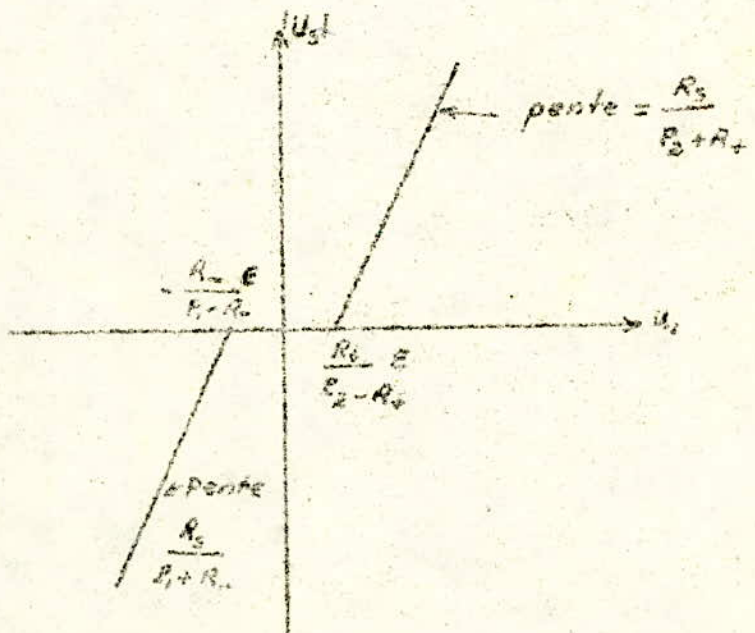
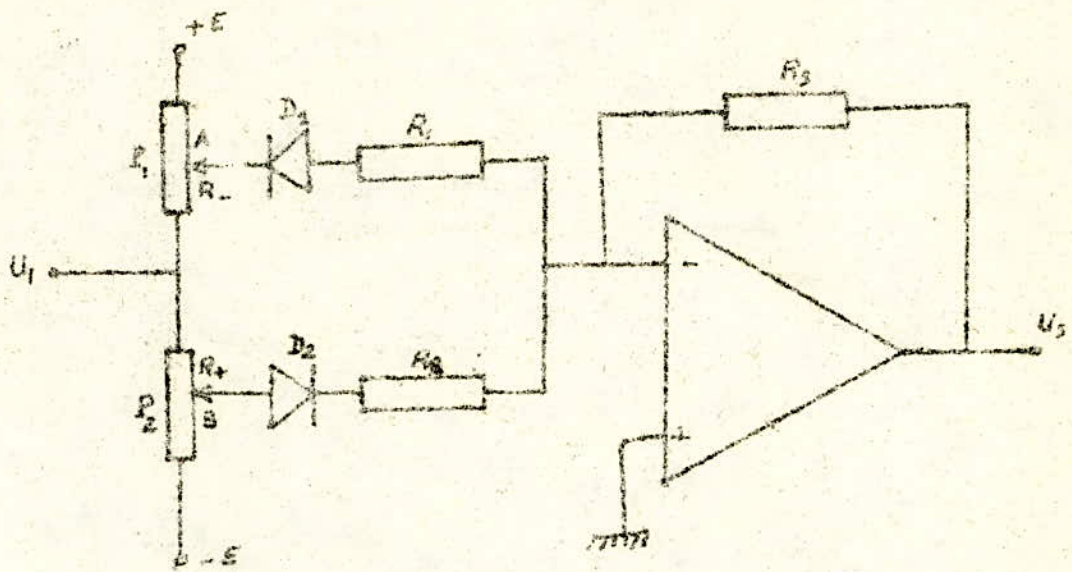
Pour que D_1 devienne conductrice il faut que $u_A \geq 0$

$$\Rightarrow \frac{E R_-}{R_1} + \frac{(R_1 - R_-) u_1}{R_1} = 0 \Rightarrow \boxed{u_1 = -\frac{E R_-}{R_1 - R_-}}$$

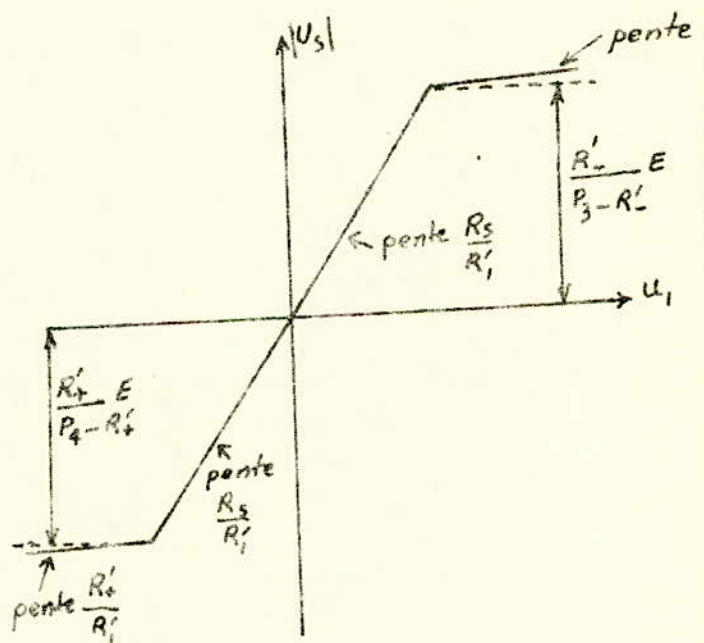
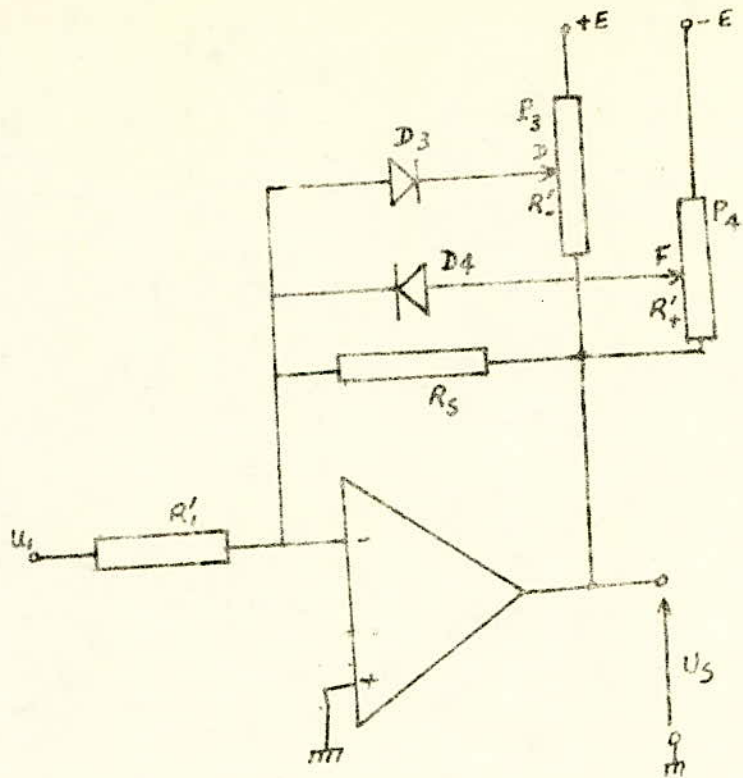
Dans ce cas R_1 et R_- deviennent en série, R_- étant
faible devant $R_1 \Rightarrow \boxed{u_s = \frac{R_-}{R_1 + R_-} u_1}$

2^o. $u_1 > 0 \Rightarrow D_1$ est toujours bloquée $\forall u_1 > 0$
 D_2 ne devient conductrice que lorsque $u_B \geq 0$.
on démontre de la même manière que précédemment
que $u_1 = \frac{R_+}{R_2 - R_+} E$ est la tension qu'il faut

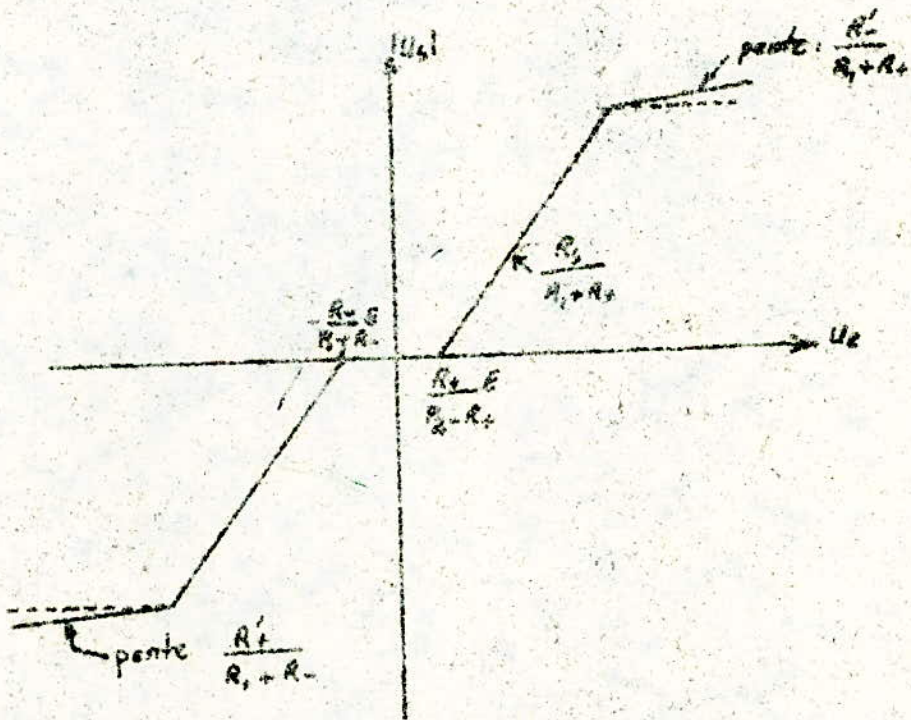
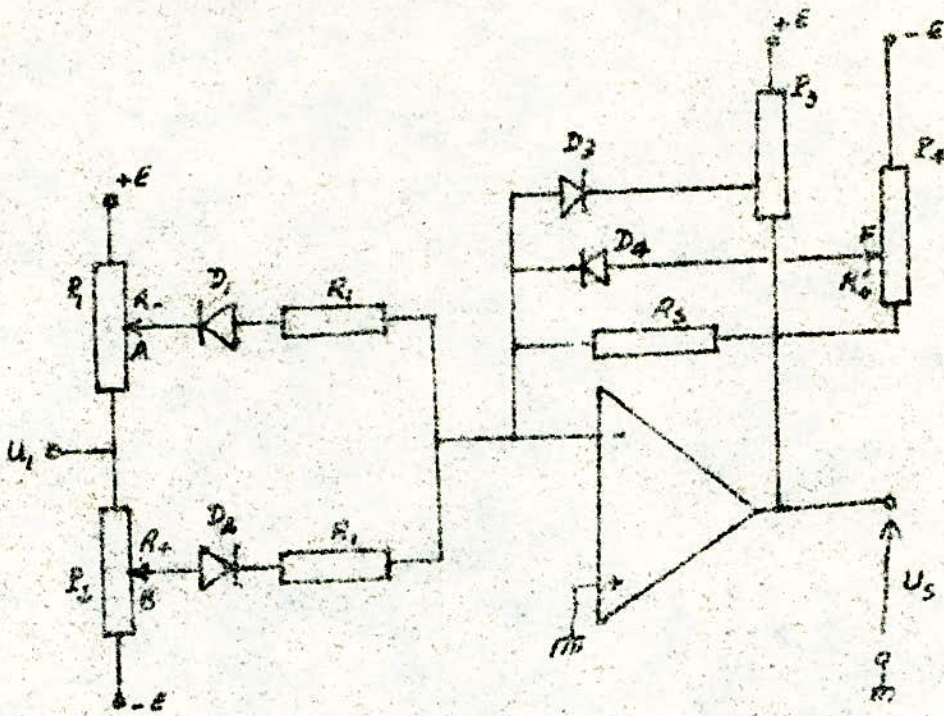
appliquer à l'entrée de l'élément non linéaire pour



SIMULATION du seuil



SIMULATION de la SATURATION

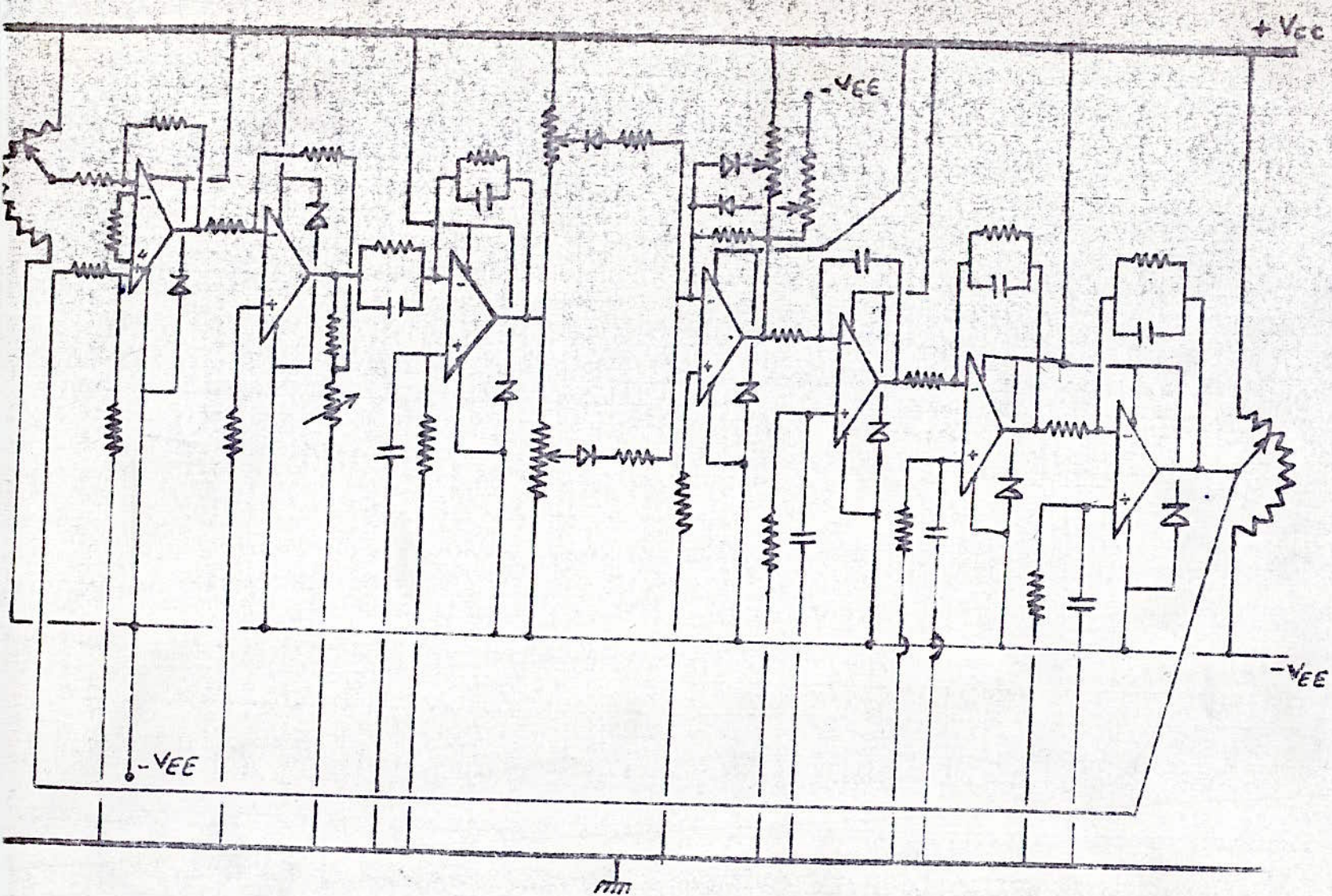


Seuil et saturation associés ensemble.

Après l'étude partie par partie du système on a déduit le schéma global de la simulation.

Les amplificateurs utilisés sont les $\mu A 741$ qui ont l'avantage d'avoir une compensation en fréquence incorporée qui leur assure une excellente stabilité.

L'existence d'une intégration dans la chaîne directe du système risque de détruire l'amplificateur si une variation brusque de l'alimentation venait d'avoir lieu. Pour remédier à cet inconvénient on a protégé les ampli. par des dividers de Zener, contre les surtensions introduites par les alimentations.



100

schema pratique de la simulation

5ème Partie.

Les systèmes échantillonnés.

I. Introduction:

Le développement considérable des techniques numériques et leur introduction dans les systèmes asservis ont nécessité l'élaboration d'une théorie des systèmes asservis à échantillonnage. Les asservissements à échantillonnage regroupent tous les systèmes dans lesquels la transmission de l'information s'effectue de façon discontinue à des intervalles de temps donnés. Si ces intervalles de temps sont égaux, on a des systèmes à échantillonnage périodique et dans le cas où ils sont aléatoires on a des systèmes à échantillonnage aperiodique.

II. Fonction de transfert.

Dans toute la suite, on ne considèrera que des systèmes à échantillonnage périodique linéaire.

Un système linéaire à échantillonnage est représenté par la figure 1, il est constitué d'un échantillonneur idéal suivi d'un système linéaire de fonction de transfert $G(p)$.

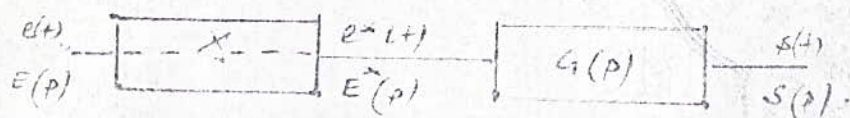
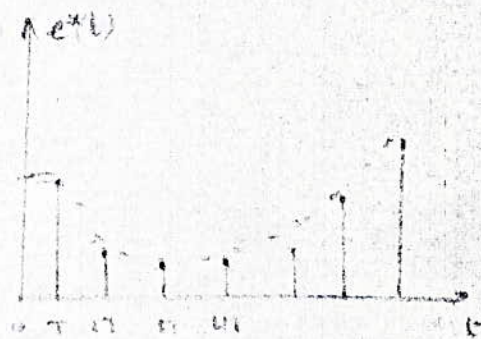
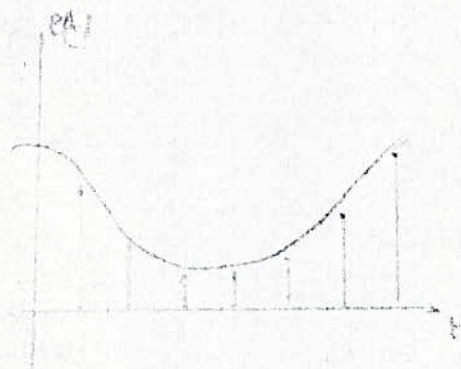


Figure 1: Système linéaire à échantillonnage.

l'échantillonnage idéal peut être représenté par un interrupteur se fermant toutes les T secondes et restant ouvert pendant τ secondes.

II.1. Echantillonnage.

L'échantillonnage se caractérise par le fait que la connaissance d'une fonction $e(t)$ définie se limite à des intervalles de temps finis et périodiques séparés par d'autres intervalles de temps durant lesquels la valeur de la fonction $e(t)$ est nulle. La figure 2.a représente la fonction $e(t)$, la figure 2.b représente la fonction échantillonnée $e(nT)$ aux instants d'échantillonnage $t = nT$ ($n = 0, 1, \dots, n$).



La fonction résultant de l'échantillonnage est notée $e^*(t)$. à la période d'échantillonnage, elle est définie par :

$$e^*(t) = e(t) \cdot \delta_T(t)$$

où $\delta_T(t)$ est l'impulsion de Dirac.

Aux instants d'échantillonnage on a :

$$e^*(t) = e(0)\delta(t) + e(T)\delta(t-T) + e(2T)\delta(t-2T) + \dots$$

avec $\mathcal{L}[\delta(t)] = 1$, $\mathcal{L}[\delta(t-T)] = e^{-Ts}$, ...

d'où

$$\mathcal{L}[e^*(t)] = E^*(p) = e(0) + e(T)e^{-Tp} + \dots + e(nT)e^{-nTp} + \dots$$

$$E^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} e(nT) e^{-nTp}$$

La relation qui relie la sortie de l'échantillonneur à la sortie du système linéaire $G(p)$ est la suivante :

$$S(p) = G(p) \cdot E^*(p)$$

$$S(p) = G(p) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} e(nT) e^{-nTp}$$

A partir de cette équation, on peut déterminer $s(t)$ qui est la réponse du système, et est aussi une fonction continue du temps déterminée par sa transformée de Laplace $S(p)$.

2.2 Transformée en z :

On a vu que $E^*(p)$, transformée de Laplace échantillonnée de $e(t)$ ne dépend que de p et s'exprime à présent sous forme d'un polynôme en e^{-Tp}

On fera le changement de variable suivant :

$$e^{-Tp} = z$$

et la relation : $E^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} e(nT) e^{-nTp}$

devient : $E^*(z) = \sum_{n=0}^{\infty} e(nT) \cdot z^n$

$E^*(z)$ est la transformée en z de $e(t)$.

11.3 Fonction de transfert :

On a vu que $S(p) = G(p) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} e(nT) e^{-nTp}$ transformée de Laplace de $s(t)$ etait une fonction du temps continue. Cependant l'obtention de $s(t)$ a tout instant est compliquée, on va déterminer la relation existante entre la sortie échantillonnée $s^*(t)$ et l'entrée échantillonnée $e^*(t)$. Pour cela on introduit un échantillonneur fictif synchronisé avec l'échantillonneur d'entrée. (fig 3)

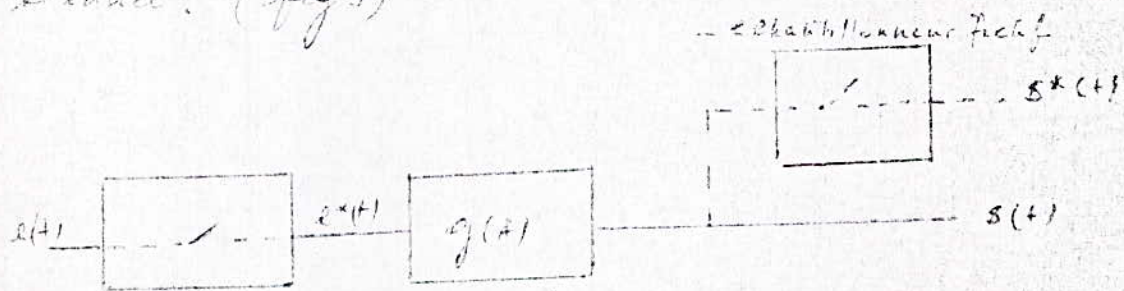


fig 3 : systeme linéaire avec échantillonneur fictif.

Le système étant linéaire, la sortie à l'instant nT de préférence peut être obtenue par addition des réponses impulsionnelles au système, c'est le principe de superposition qu'on applique ici.

On a :

$$\begin{aligned}
 S(nT) &= e(0) \cdot g(nT) + \dots \\
 &+ e(T) g[(n-1)T] + \dots \\
 &+ e(2T) g[(n-2)T] + \dots \\
 &+ \dots + e(mT) g[(n-m)T] + \dots \\
 &+ e(nT) \cdot g(0) \cdot
 \end{aligned}$$

$$S(nT) = \sum_{m=0}^n e(mT) \cdot g[(n-m)T]$$

et on a : $g[(n-m)T] = 0$ pour $m > n$.

et :

$$s^*(k) = \sum_{n=0}^{\infty} s(nT) \delta(t-nT) = \sum_{n=0}^{\infty} \left| \sum_{m=0}^{\infty} e(mT) g[(n-m)T] \right| \delta(t-nT)$$

On interchange l'ordre des sommations :

$$s^*(k) = \sum_{m=0}^{\infty} e(mT) \cdot \sum_{n=0}^{\infty} g[(n-m)T] \delta(t-nT)$$

on pose : $k = n - m$ et on effectue la transformation de Laplace

$$\mathcal{L}[s^*(t)] = \sum_{m=0}^{\infty} e(mT) \cdot \sum_{k=-m}^{\infty} g(kT) e^{-mTp} e^{-kTp}$$

et $g(kT) = 0$ pour $k < 0$.

et on applique la transformée en z on a :

$$\mathcal{L}(s^*(z)) = \sum_{m=0}^{\infty} e(mT) e^{-mTp} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} g(kT) e^{-kTp}$$

$$\text{et } S^*(z) = E^*(z) \cdot G^*(z)$$

$$\text{d'où } G^*(z) = \frac{S^*(z)}{E^*(z)}$$

ii.4. Système en cascade :

Si l'échantillonneur est suivi de plusieurs systèmes linéaires en cascade ayant pour fonction de transfert respectivement $G_1(p), \dots, G_n(p)$ (Fig 4).

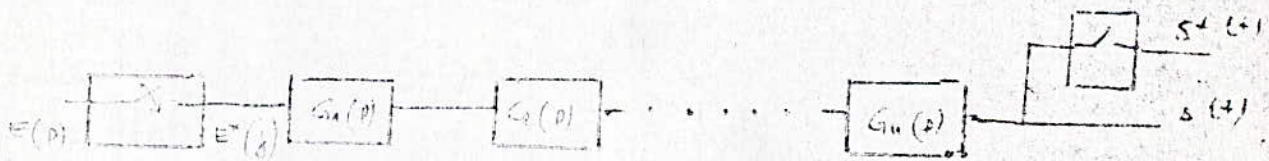


Figure 4 : Système linéaire en cascade.

La transformée de la sortie $S(t)$ est :

$$S(p) = E^*(p) \cdot [G_1(p) \dots G_n(p)]$$

et sa transformée échantillonnée :

$$S^*(z) = E^*(z) [G_1^*(z) \dots G_n^*(z)]^*$$

Remarque : $[G_1(p) \dots G_n(p)]^* \neq G_1^*(z) \dots G_n^*(z)$

Ex 5. Essai d'un système à retour.

Essai d'un système à retour dans lequel le signal d'erreur est échantillonné avec $G_1(p)$ et $G_2(p)$ des fonctions de transfert linéaires (fig 5)

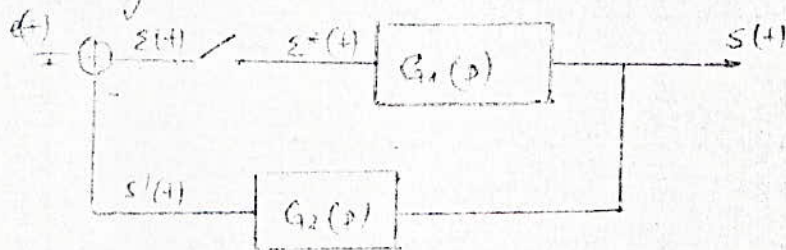


fig 5 : Système à retour.

$$S(p) = z^*(p) \cdot G_1(p)$$

$$S^*(p) = z^*(p) G_1 G_2^*(p)$$

$$z(t) = e(t) - S'(t)$$

$$z^*(p) = E^*(p) - S^*(p)$$

on a :

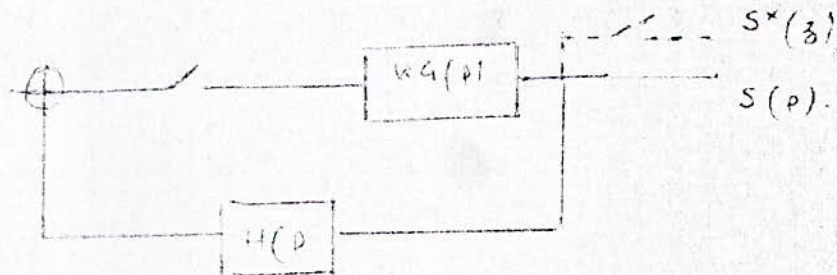
$$S(p) = \frac{G_1(p)}{1 + G_1 G_2^*(p)} E^*(p)$$

$$S^*(p) = \left[G_1(p) \cdot \frac{E^*(p)}{1 + G_1 G_2^*(p)} \right]^*$$

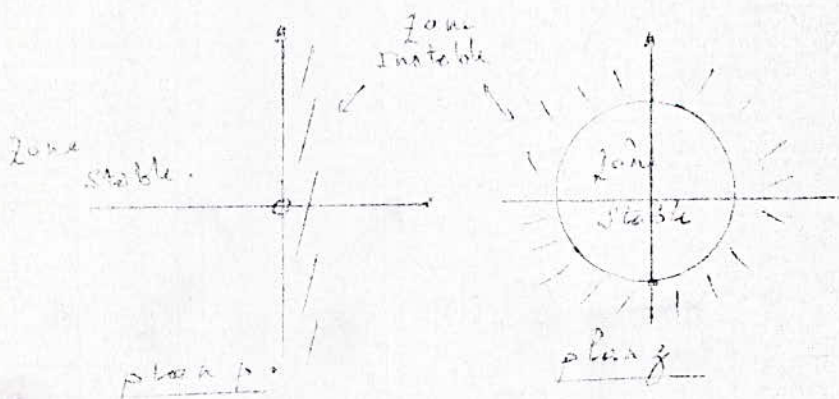
III. Stabilité des systèmes échantillonnés

La fonction de transfert d'un système échantillonné peut s'écrire

$$TF^*(z) = \frac{K G^*(z)}{1 + H(p) K G^*(z)}$$



Le système sera stable si tous les zéros de $[1 + H(p) K G^*(z)]$ sont situés à l'intérieur du cercle unité dans le plan z .
 Cette condition n'est autre que la transposition dans le plan z de la condition de stabilité dans le plan p .



IV Reponse en frequence

Les methodes de reponse en frequence utilisees dans l'etude des systemes continus peuvent être etendues aux systemes echantillonnés à partir de relation de transposition.

IV.1 Relation entre transformée de Laplace et transformée de Laplace echantillonnée.

La transformée de Laplace echantillonnée $E^*(p)$ est liée à la transformée de Laplace $E(p)$ par :

$$E^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} E(p + jk\omega_c)$$

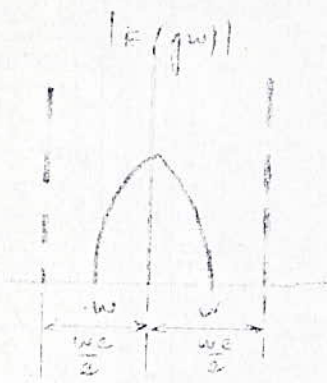
où ω_c est la frequence d'echantillonnage. $\omega_c = \frac{2\pi}{T}$
Cette fonction est une fonction periodique de p avec comme periode $j\omega_c$. De plus cette fonction est symetrique par rapport à l'axe reel.

I Spectre de frequence de cette fonction.

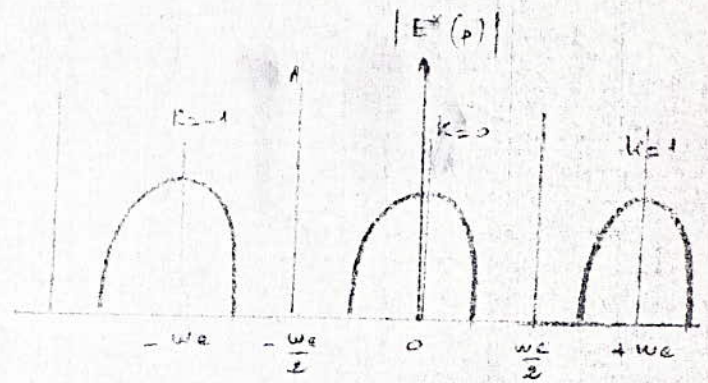
2 cas sont à distinguer pour le tracé de ce spectre.

a). Cas où la composante de frequence la plus élevée du signal d'entrée de l'echantillonneur est inferieure à la moitié de la frequence d'echantillonnage ω_c ($\omega \leq \frac{\omega_c}{2}$).

Les figures suivantes representent respectivement le spectre de frequence avant echantillonnage et après echantillonnage.



avant échantillonnage

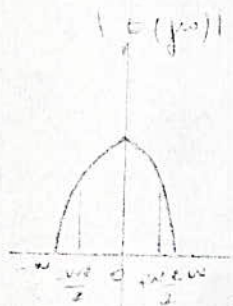


après échantillonnage

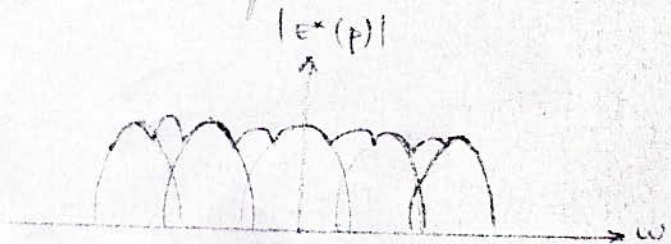
Dans le cas le signal d'entrée peut être récupéré sans distorsion en faisant passer la sortie de l'échantillonneur par un filtre passe-bas destiné à éliminer les composantes de fréquence supérieures à $w_c/2$

b) - Cas où la composante de fréquence la plus élevée du signal d'entrée de l'échantillonneur est supérieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage ($w_c/2 < w$).

Les figures suivantes représentent respectivement le spectre de fréquence avant échantillonnage et après échantillonnage.



avant échantillonnage

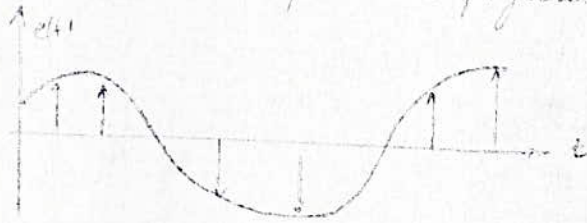


après échantillonnage

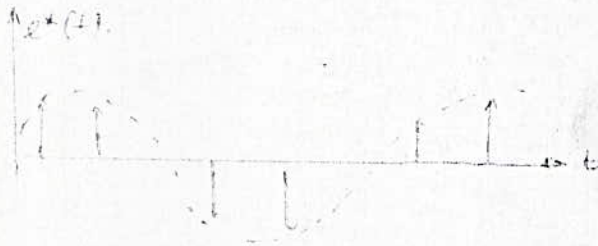
le signal d'entrée qui sera récupéré après l'échantillonneur subira une forte distorsion.

IV. Théorème de l'Echantillonnage.

Théorème: La récupération d'un signal, après son échantillonnage n'est possible que si le pré-échantillonnage porte au moins sur deux points par cycle de la fréquence la plus élevée d'entrée. Autrement dit, il faut satisfaire la condition $\frac{\omega_c}{\omega} > 2$.
Ce théorème est illustré par les figures suivantes.



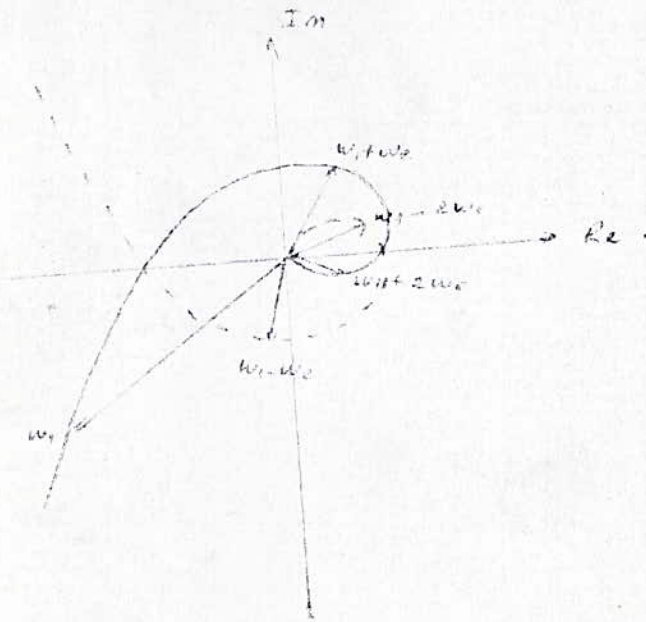
Signal avant échantillonnage.



Signal après échantillonnage.

V. Lieu de transfert échantillonné.

Le lieu de transfert caractéristique du système linéaire soumis à une entrée échantillonnée s'obtient à partir du lieu de transfert, $H(j\omega)$. Pratiquement on trace $TH^*(j\omega)$ en sommant, vectoriellement, $H(j\omega + jn\omega_c)$ dans le plan complexe. Cette méthode est illustrée par la figure suivante :



On a :

$$H^*(z) = H(z) + H(z) + H(z) + H(z) + H(z) + H(z)$$

Généralement la convergence est très rapide ($n = 0, \pm 1, \pm 2$) et la stabilité du système échantillonné peut être déduite du lieu du transfert échantillonné.

III. Reseaux Correcteurs :

Les réseaux correcteurs utilisés dans les systèmes échantillonnés ont pour rôle essentiel de modifier les valeurs des signaux aux instants d'échantillonnage. Cependant on peut utiliser des correcteurs agissant sur les signaux échantillonnés de façon continue en fonction du temps.

IX. Marges de Stabilité

Le concept de facteur de résonance et l'utilisation de l'abaque de Hall, peuvent être étendus aux systèmes asservis échantillonnés, la tangente d'un certain cercle de stabilité Q admettant un certain amortissement. Toute fois cette garantie ne concerne que l'amortissement de la fonction en z et non pas obligatoirement le comportement de la réponse réelle en fonction du temps entre les instants d'échantillonnage.

Conclusion.

Le théorème d'échantillonnage donne une première ~~approximative~~ indication permettant de choisir l'ordre de grandeur pour la période d'échantillonnage et les bandes passantes des différents éléments constituant le système.

Les méthodes classiques appliquées aux systèmes continus peuvent être appliquées aux systèmes échantillonnés.

== C O N C L U S I O N ==

La théorie linéaire des systèmes asservis est incomplète, elle ne connaît que les systèmes stables ou instables, cependant elle est applicable avec une précision suffisante à un très grand nombre de problèmes. La théorie des systèmes asservis non linéaires permet l'étude de n'importe quel asservissement non linéaire, mais on est beaucoup moins avancé en ce qui concerne la synthèse, car la diversité foncière et essentielle des problèmes non linéaires empêche l'existence de techniques systématiques d'application générale.

Pour l'étude de l'asservissement non linéaire, on a utilisé la méthode du 1er Harmonique, elle est amplement justifiée. Cette méthode étant commode et présente des avantages pratiques elle rend possible la description de phénomènes par des équations mathématiques.

L'étude aurait été plus complète si on avait disposé d'un servomoteur pour la mettre en pratique. Enfin il est à signaler que la simulation n'a pu être réalisée faute de composants.

On espère, c'est notre désir le plus cher, avoir donné dans cette étude, les informations qui seront utiles aux prochaines promotions d'Elèves-Ingénieurs./.

