

وزارة التعليم و البحث العلمي

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية

المكنية

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

BIBLIOTHÈQUE

desc

+
planche

Département Electronique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Contrôle Optimal d'un Grand Système

Stoechiometrique

Modélisation - Simulation

Proposé par :
B. KAPRZYNSKI

Etudié par :
MOUSSAOUI Mohamed
VORY DIEUDONNE FABIEN

Dirigé par :
B. KAPRZYNSKI
F. CHIGARA

Promotion : JUIN 1985



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية والشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département Electronique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**Contrôle Optimal d'un Grand Système
Stoechiometrique
Modélisation - Simulation**

Proposé par :
B. KAPRZYNSKI

Etudié par :
MOUSSAOUI Mohamed
VORY DIEUDONNE FABIEN

Dirigé par :
B. KAPRZYNSKI
F CHIGARA

Promotion : JUIN 1985

A la mémoire de mon père

A ma mère

A ma femme M. Laurence

XXXXXXXX VORY Diendonné Fabien XXXXXXXX

A la mémoire de ma mère

A mon père

A mes frères et soeurs

A tous ceux qui me sont chers et en particulier mon
frere et ami Abdelkader.

XXXXXXXXXXXX MOUSSAOUI Mohamed XXXXXXXX

XXXXXXXXXXXXXX

: خلاصة

XXXXXXXXXXXXXX

في هذا المرحض نقترح طريقة تحليل ومراقبة فضلى
لجملة كبرى بمعامل التكافؤ بطريقة النظار.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

XXXXXXXXXXXXXX

R E S U M E

XXXXXXXXXXXXXX

Dans cet ouvrage nous proposons une méthode d'analyse et
de contrôle optimal d'un grand système stoechiométrique par la mé-
thode de simulation .

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

XXXXXXXXXXXXXX

A B S T R A C T

XXXXXXXXXXXXXX

In this work , we propose a method of analysis and opti-
mal control for a large - scale stoechiometric system by simulation
method .

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

ABREVIATIONS /

- $B_0(a,r)$: Boule ouverte de centre a et de rayon r .
 $B_{if}(x_i, v_0)$: Boule fermée de centre $x_i(t)$ et de rayon v_0 .
 $B_{rf}(y(t), v_f)$: Boule fermée de rayon $y(t)$ et de rayon v_{of} .
NL: Circuit non linéaire.
 $C_{xx}(z)$: Fonction d'autocorrélation.
 $C_{xy}(z)$: fonction de corrélation entre x et y .
 $Cov(x,y)$: Covariance entre x et y .
 D_{ij} : Matrice de distance.
 $d(x,y)$: Distance entre x et y .
 $E(X)$: Espérance mathématique de la variable aléatoire X .
FS: Filtre Stoechiométrique.
 $r(t)$: Variable de commande "stock" à la sortie $y(t)$.
 $S_i(t)$: Variable de commande "stock" aux entrées $x_i(t)$.
 $S_p(t)$: Surplus à la sortie $y(t)$.
 $V_i(t)$: Volume des stocks aux entrées $x_i(t)$.
 V_m : Volume maximum.
 V_0 : Volume minimum.
 $V_r(t)$: Volume de stock à la sortie $y(t)$.
 W : Volume de stock total nécessaire.
 W_0 : Volume de stock nécessaire en temp différé.
 $X_i(t)$: Entrées du grand système stoechiométrique.
 $Y(t)$: Sortie du grand système stoechiométrique.
 $\tilde{Y}(t)$: Consigne de sortie du système.
 $\alpha_i(t)$: Coefficients stoechiométriques.
 $[P]$: Matrice decorrélation.
 σ : Ecart type.
 ω : Pulsation.
 $\varepsilon(t)$: Erreur de comparaison.

| | | |
|---------|--|----|
| II - 3 | Analyse des stocks | 24 |
| III - | CONTROLE OPTIMALE D'UN GRAND SYSTEME STOECHIOMETRIQUE | 31 |
| III - 1 | Généralités | 31 |
| III - 2 | Position du problème de contrôle du grand système stoechiométrique | 32 |
| III - 3 | Contrôle optimal du système stoechiométrique | 34 |
| IV - | POSITION DU PROBLEME D'ANALYSE PAR SIMULATION D'UN GRAND SYSTEME STOECHIOMETRIQUE | 40 |
| V - | PLAN D'EXPERIENCE | 41 |
| V - 1 | Génération des entrées | 41 |
| V - 2 | Analyse de l'influence de la variance | 43 |
| V - 3 | Analyse de l'influence des coefficients de corrélation ... | 43 |
| V - 4 | Analyse de l'influence de dimension du vecteur d'entrées / | 44 |
| V - 5 | Génération des fonctions " stocks " | 51 |
| V - 6 | Discretisation | 51 |
| VI - | MODELE MATHEMATIQUE POUR LA SIMULATION | 54 |
| VII - | SIMULATION DU FONCTIONNEMENT D'UN SOUS -SYSTEME STOECHIOMETRIQUE | 61 |
| VIII - | CONCLUSIONS | 67 |
| | a) conclusion générale | 67 |
| | b) application : liste multi -niveaux des pièces SONELEC - SEA.. | 68 |
| IX - | ANNEXES | 72 |
| X - | BIBLIOGRAPHIES | 77 |

| | |
|--|----|
| INTRODUCTION | I |
| I - PRINCIPE DE LA METHODE D'ANALYSE DE SIMULATION | 1 |
| I - 1 Définition | 1 |
| I - 2 BUT et Importance de la simulation | 1 |
| I - 3 Crédibilité des décisions | 3 |
| I - 4 Simulation du fonctionnement du système stoechiométrique | 4 |
| I - 5 Organigramme des décisions pour la simulation du fonctionnement du grand système stoechiométrique | 6 |
| II - NOTION DU GRAND SYSTEME STOECHIOMETRIQUE | 8 |
| II - 1 Methodes usuelles d'analyse des grands systèmes multidimensionnels | 8 |
| II - 1 - a Généralités | 8 |
| II - 1 - b Décomposition statique du grand système | 9 |
| II - 1 - c Décomposition dynamique du grand système | 14 |
| II - 2 Analyse du grand système stoechiométrique | 18 |
| II - 2 - a Décomposition et coordination | 18 |
| II - 2 - b Modèle mathématique de la coordination | 19 |
| II - 2 - c Modèle de chaque sous-système | 19 |

INTRODUCTION

La plupart des systèmes réels, industriels et socio-économiques sont des systèmes à grand échelle, multidimensionnels, i.e ils sont à plusieurs variables d'entrées - sorties. Parmi eux, il existe un type de système appelé "grand système stochiométrique". Celui-ci se définit et se caractérise par :

- l'existence d'un ou plusieurs filtres stochiométriques notés FS

- plusieurs variables d'entrées $x_i(t) \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$

qui sont des processus aléatoires stationnaires ergodiques

- plusieurs variables de commande appelées "stocks" notées $s_i(t)$

$i = 1, 2, \dots, n$ associées respectivement au volume de stock noté $v_i(t)$

- des coefficients stochiométriques $\alpha_i \geq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$

- une seule variable de sortie $y(t)$ définie par :

$$y(t) \in (0, \min (\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2}, \dots, \frac{x_n(t) + s_n(t)}{\alpha_n}))$$

- l'existence éventuelle de stock à la sortie noté $v_r(t)$ associé au volume de stock noté $v_r(t)$

- l'existence de surplus noté $SP(t)$

- des rebuts technologiques notés $w_i(t)$

- une sortie optimale caractérisée par :

$$\text{Max } y(t) = \text{Min} (\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2}, \dots, \frac{x_n(t) + s_n(t)}{\alpha_n})$$

L'analyse et le contrôle optimal, qui feront l'objet de notre étude, ne sont pas possibles avec les méthodes usuelles classiques à cause de l'indifférentiabilité dans le sens ordinaire de la variable de sortie $y(t)$ d'une part ; d'autre part, par la particularité des variables de commande "stock" $s_i(t)$.

Pour cela, en ayant l'objectif que l'on veut atteindre avec le système réel, notre travail consiste à proposer un modèle fonctionnel auquel on applique la méthode d'analyse de simulation programmée sur l'ordinateur.

I -- PRINCIPE DE LA METHODE D'ANALYSE DE SIMULATION

I -- 1 Définition :

LA SIMULATION est une méthode qui consiste à construire un modèle d'un système , ou d'un phénomène que l'on veut étudier , de manière à pouvoir faire ensuite des expériences numériques sur ce modèle et étudier son comportement dans des différentes circonstances . Le modèle est une représentation simplifiée du système ; mais ses principes de fonctionnement doivent être analogues à ceux du système réel ; cela pour que , à partir des observations faites sur ce modèle on puisse tirer des conclusions valables quant aux propriétés du système réel .

Dans ce panorama de langage de simulation , on restreindra le terme de simulation du modèle programmé sur l'ordinateur numérique .

I -- 2 But et Importance de la Simulation :

Les techniques de simulation dont le développement est intimement lié à l'emploi généralisé des calculateurs numériques , ont pour but de représenter le fonctionnement des phénomènes physiques ou économiques .

Ceux-ci nécessitent la formation d'un modèle mathématique représentant le processus étudié . Ce modèle mathématique est l'outil de travail indispensable dans l'automatisation de système, allant du contrôle de processus à la gestion généralisée de grands ensembles administratifs . Il constitue même le seul procédé utilisable lorsque les systèmes sont trop complexes pour être étudiés par les méthodes analytiques , ou lorsque l'expérimentation directe est impossible , ou encore lorsque l'un des objectifs est la mesure de l'influence des éléments inconnus .

Soulignons que la mise en oeuvre du modèle abstrait représente un travail de calcul numérique et logique impressionnant dû tant à l'emploi des techniques d'échantillonnage artificiel qu'au grand nombre de variables rencontrées dans tout problème concret . C'est en ce moment que l'ordinateur intervient . Le modèle est traduit en programme que la machine va exécuter sans défaillance , apportant rapidement à ceux qui il appartient , de prendre des décisions quant aux éléments dont ils ont besoin .

C'est là exactement, se trouve la valeur de l'association de la technique de simulation et l'ordinateur dans la pensée et la décision humaine .

I - 3. Crédibilité des décisions :

Dans le domaine de l'expérimentation mathématique , on est grandement aidé par l'utilisation des techniques statistiques . Non seulement il est possible de conduire des expériences numériques suivant une méthodologie statistiquement bien définie et contrôlée , mais l'analyse dispose d'un plus grand nombre de moyens puissants pour traiter les données expérimentales . Dans de multiples cas , les fluctuations et les variations des conditions opératoires qui président au fonctionnement d'une installation , sont telles que l'on aboutit à un contenu informationnel exigeant la mise oeuvre des techniques de réductions des données et des analyses statistiques . Les méthodes statistiques sont parfaitement applicables tant à l'étude des processus naturels qu'à celle des processus technologiques . L'utilisation effective des techniques statistiques peut également contribuer à minimiser le volume de l'information requise et à réduire ainsi les efforts

nécessaires à l'élaboration du modèle . Pour un travail d'information indentique , ces mêmes techniques permettent d'accroître la précision des résultats , et d'améliorer le contrôle des conditions dans lesquelles sont obtenues les données expérimentales .

I - 4 Simulation du fonctionnement du système stochiométrique :

Elle consiste à construire un modèle fonctionnel du système stochiométrique tout entier ;

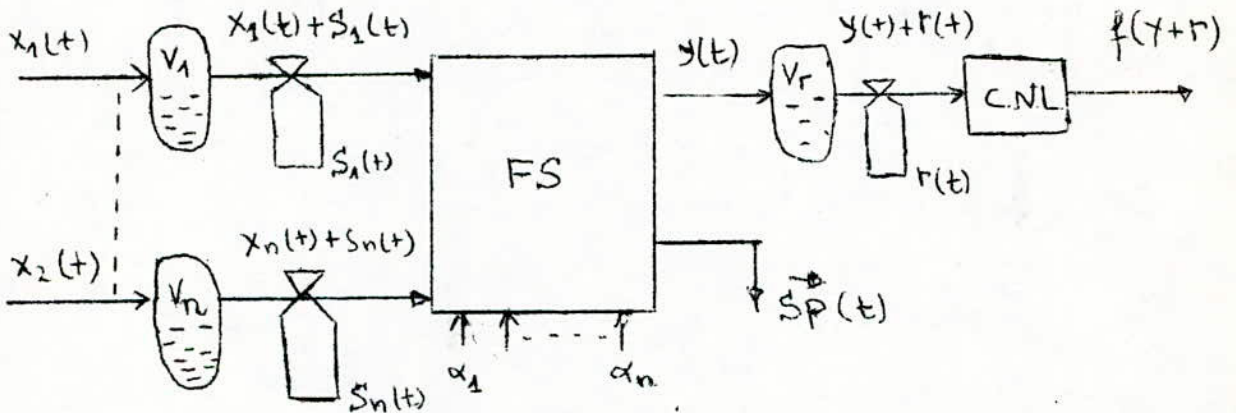
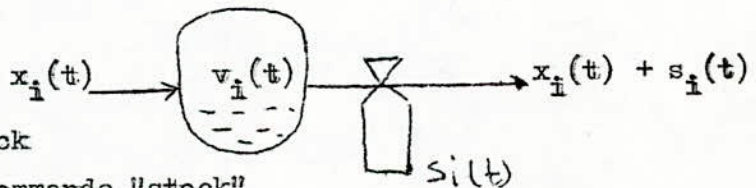


fig -1 : modèle fonctionnel d'un système stochiométrique

I - 4 a Modèle mathématique des sous - systèmes :

- STOCKS :



- $v_i(t)$: volume de stock

- $s_i(t)$: variable de commande "stock"

Cette dernière sert à réguler la variable d'entrée $x_i(t)$

Fig - 2

- FILTRE STOCHIOMETRIQUE /

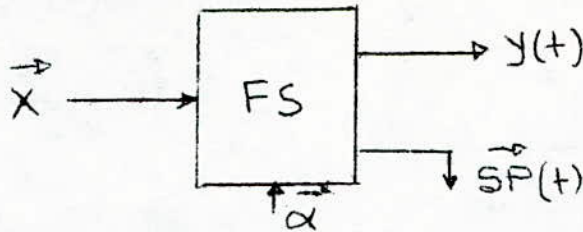


fig -3

Ce filtre à entrées multiples, a une seule sortie de la forme :

$$y(t) = (0, \min (\underbrace{x_1(t) + s_1(t)}_{\alpha_1}, \underbrace{x_2(t) + s_2(t)}_{\alpha_2}, \dots, \underbrace{x_n(t) + s_n(t)}_{\alpha_n})) \quad 1.1$$

et,

$$\max y(t) = \min (\underbrace{x_1(t) + s_1(t)}_{\alpha_1}, \underbrace{x_2(t) + s_2(t)}_{\alpha_2}, \dots, \underbrace{x_n(t) + s_n(t)}_{\alpha_n}) \quad 1.1'$$

-SOUS-Système non linéaire statique :

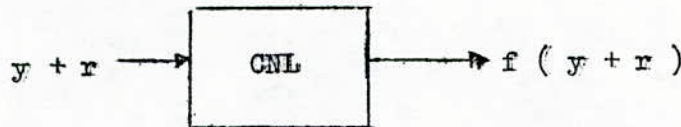


fig -4

Ce sous - système non linéaire statique caractérise une fonction reliant, une variable économique (ex: production) à la sortie $y(t)$, peut être localement convexe ou localement concave .

I -4-b IDENTIFICATION DES PARAMETRES DU MODELE MATHEMATIQUE DU SOUS-SYSTEME

L'identification des paramètres se caractérise par le choix :

- des variables d'entrées $x_i(t)$, $\forall i, i = 1, 2, \dots, n$

- des conditions initiales
- des coefficients stochiométriques $\forall i, i = 1, 2, \dots, n$
- des volumes de stocks
- de la fonction $f(y + r)$ du CNL.

Bref, l'identification peut être réalisée dans le but d'analyse de simulation ; on fixe les valeurs des coefficients qui peuvent être intéressants à priori, et on identifiera ensuite le reste.

I - 5 Organigramme des décisions pour la simulation du fonctionnement du grand système stochiométrique :

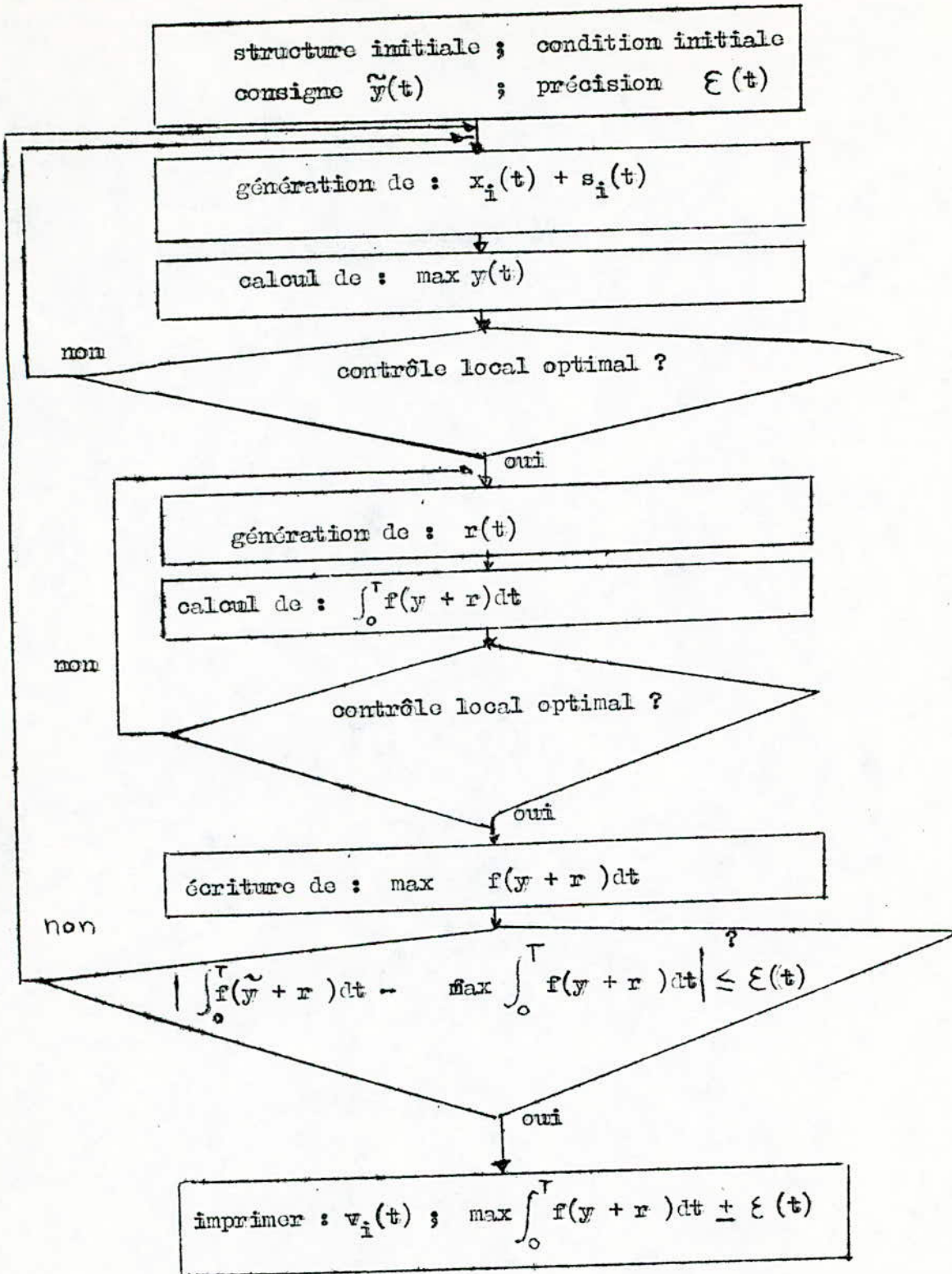


fig - 5

III -- NOTION DU GRAND SYSTEME STOECHIOMETRIQUE

Dans la figure - 1 du modèle fonctionnel de ce système , nous constatons qu'il fait partie du groupe des systèmes multidimensionnels . Ainsi , nous jugeons utile de faire un aperçu sur les méthodes classiques de décomposition et de coordination des grands systèmes en général , avant d'aborder l'analyse du grand système stoechiométrique .

III - 1 METHODES USUELLES D'ANALYSE DES GRANDS SYSTEMES MULTIDIMENSIONNELS :

III - 1 - a Généralités :

Ces méthodes consistent à décomposer le grand système en sous - systèmes invariants , coordonnés ensemble pour donner le système initial . Soit en partant du modèle de processus invariant dans le temps , on le subdivise en plusieurs sous - processus . Dans ce cas on parle de la décomposition statique du grand système . Une autre méthode pourra se faire en partant des observations du changement d'états du grand système : celle - ci se caractérise à la décomposition du système en sous - systèmes représentés par les vecteurs d'états et les matrices d'états auxquels leurs équations d'états convergent à la solution globale du système initial . Dans ce cas on parle de la décomposition dynamique du grand système .

Dans les deux cas nous constatons que l'analyse du grand système se fait transfert par transfert .

II - 1 - b Décomposition statique du grand système :

- Méthode de coordination du modèle :

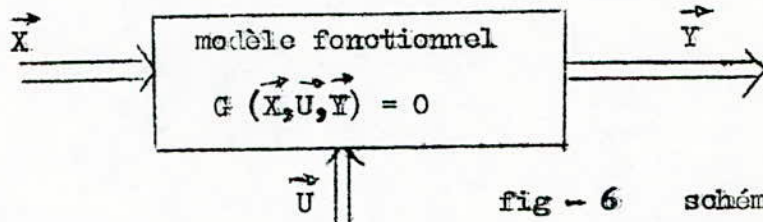


fig - 6 schéma fonctionnel initial

- \vec{X} : vecteur des variables d'entrées
- \vec{U} : vecteur des variables de commande
- \vec{Y} : vecteur des sorties

Ce système est supposé statiquement invariant dans le temps et caractérisé par le modèle mathématique :

- processus : $G(\vec{X}, \vec{U}, \vec{Y}) = 0$ 2.1
- critère : $P(\vec{X}, \vec{U}, \vec{Y})$ 2.1'

Dans la décomposition, on suppose que le système soit formé de plusieurs sous-systèmes à plusieurs niveaux de commande, qu'il y ait une interaction entre les entrées et les sorties intermédiaires de ces sous-systèmes et que l'objectif fixé soit assuré par la réunion des objectifs imposés par les sous-systèmes.

On a :

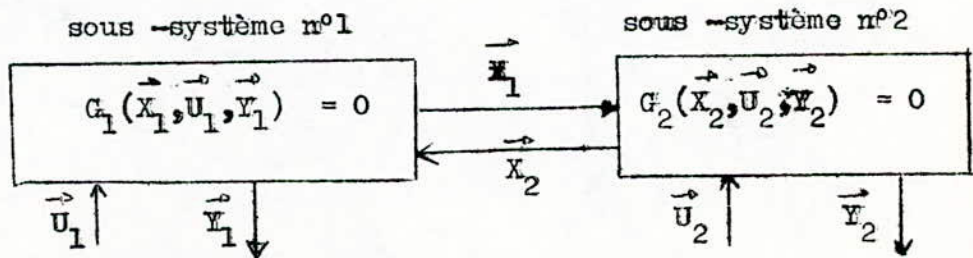


fig - 7 commande à 2 niveaux

\vec{X}_1 : vecteur d'interaction de sous-système n°1 à sous-système n°2

\vec{X}_2 : vecteur d'interaction de sous-système n°2 à sous-système n°1

\vec{U}_1 : vecteur de commande locale du sous-système n°1

\vec{U}_2 : vecteur de commande locale du sous-système n°2

\vec{Y}_1 : vecteur de sortie du système global et du sous-système n°1

\vec{Y}_2 : vecteur de sortie du système global et du sous-système n°2

Les équations 2.1, et 2.1' deviennent :

$$G_1(\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1) = 0 \quad ; \quad G_2(\vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2) = 0 \quad 2.2$$

$$F(\vec{U}, \vec{X}, \vec{Y}) = P_1(\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1) + P_2(\vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2) \quad 2.2'$$

Cette équation 2.2' représente la façon dont on optimise le système global. L'optimisation se fait en plusieurs niveaux, mais dans notre cas c'est en deux niveaux qui, sont analysés séparément tout en tenant compte de la coordination de ses sous-systèmes : c'est la méthode de coordination du modèle. Celle-ci se caractérise par :

- le premier niveau du problème qui consiste à fixer d'abord le vecteur d'interactions entre les sous-systèmes :

$$a) \quad \vec{X} = \vec{Z} \quad 2.3$$

puis à déterminer une fonction minimisant le critère global $P(\vec{U}, \vec{X}, \vec{Y})$

$$b) \quad H(\vec{Z}) = \min_{\vec{U}, \vec{Y}} P(\vec{U}, \vec{X}, \vec{Y}) \quad 2.4$$

$$\text{tel que } G(\vec{U}, \vec{Z}, \vec{Y}) = 0 \quad 2.4'$$

Les équations 2.4 et 2.4' permettent de trouver une relation explicite

de (\vec{U}, \vec{Y}) en fonction de \vec{Z} .

Le deuxième niveau du problème consiste à chercher le minimum

$$H(\vec{Z}) ; \text{ soit } \min_{\vec{Z}} H(\vec{Z})$$

2.5

ORGANIGRAMME DE DECISIONS LORS DE LA METHODE DE COORDINATION EN DEUX NIVEAUX :

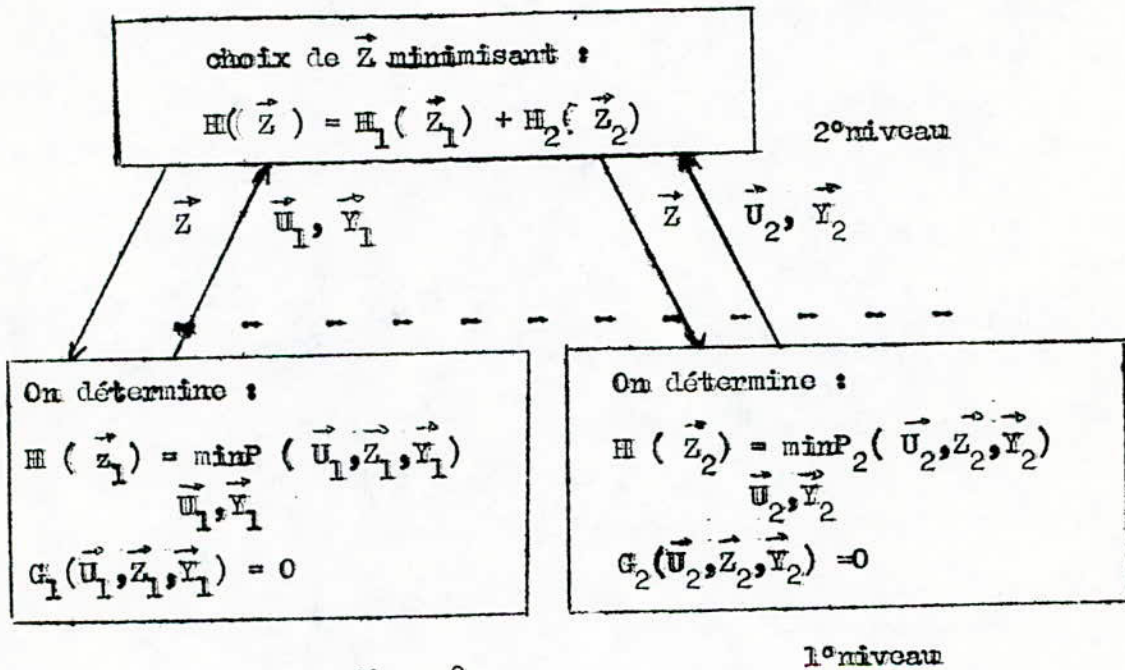


fig - 8

Méthode de coordination du critère :

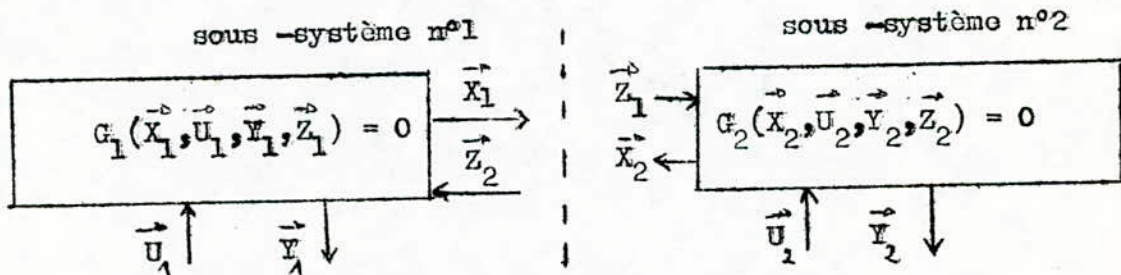


fig - 9

\vec{X}_1 : vecteur des sorties intermédiaires du sous -système n°1

\vec{Z}_2 : vecteur des entrées intermédiaires du sous - système n°1

fourni par le sous -système n°2

\vec{U}_1 : vecteur de commande locale du sous - système n°1

\vec{Y}_1 : vecteur de sorties observables du système global et du sous - système n°1

\vec{X}_2 : vecteur de sorties intermédiaires du sous -système n°2

\vec{Z}_1 : vecteur des entrées intermédiaires du sous -système n°2
fourni par le sous - système n°1

\vec{U}_2 : vecteur de commande locale du sous -système n°2

\vec{Y}_2 : vecteur des sorties observables du système global et du sous - système n°2

En général , les entrées et les sorties \vec{X}_1, \vec{X}_2 ne sont pas égales,

l'optimisation consiste à déterminer un coefficient de pénalisation

λ (ou paramètre de coordination) de façon qu'il y ait une égalité

entre X et Z soit : $X = Z$

On exprime cette pénalité par le critère suivant :

$$P(\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1, \vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2, \lambda) = P_1(\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1) + P_2(\vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2) + \lambda'(X - Z) \quad 2.6$$

$$\text{avec : } G_1(\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1) = 0 \quad \text{et} \quad G_2(\vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_2) = 0 \quad 2.6'$$

$$\text{D'autre part on a : } \lambda'(X - Z) = \lambda'_1(X_1 - Z_1) + \lambda'_2(X_2 - Z_2) \quad 2.7$$

Pour le sous - système n°1 : on détermine :

$$\min_{\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1} P_1(\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1) + \lambda'_1 X_1 - \lambda'_2 Z_1 \quad 2.8$$

$$\text{avec : } G_1(\vec{U}_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1) = 0$$

Pour le sous - système n°2 : on détermine

$$\min_{\vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_1} P_2(\vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2) + \lambda'_1 X_2 - \lambda'_2 Z_1 \quad 2.9$$

AVEC : $G_2(\vec{U}_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_1) = 0$

Remarque : $\lambda \in \mathbb{R}$, λ s'appelle aussi multiplicateur de LAGRANGE .

ORGANIGRAMME DES DECISIONS LORS DE LA METHODE DE COORDINATION DU CRITERE :

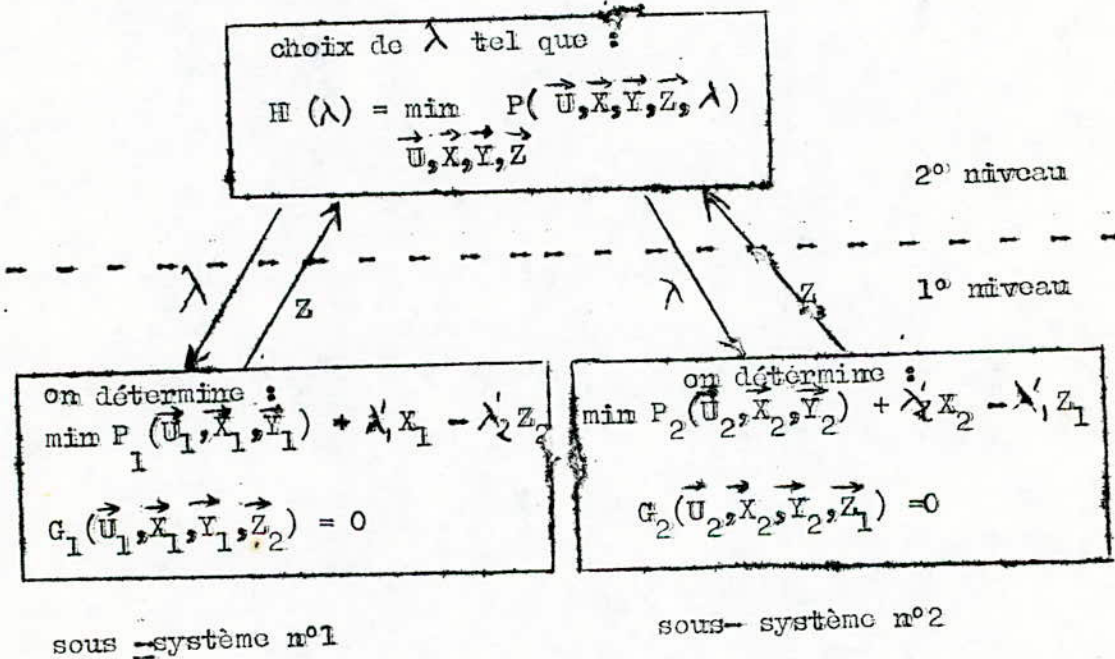


fig - 10

Le choix des paramètres de coordination est fait sur la base de la décomposition du 1° niveau du problème . Leur siège doit être sélectionné de telle sorte que le résultat du 1° niveau puisse être décomposé en sous - problèmes dont les solutions doivent être indépendantes

les unes des autres afin qu'elles puissent converger vers une solution optimale dans le 2^o niveau .

En général , les problèmes d'optimisation peuvent se reporter sur des fonctions différentiables ou non , convexes ou non , définies sur un domaine fini ou infini . Aussi , les contraintes peuvent être de toute forme . POUR arriver à une forme décentralisée en plusieurs niveaux , il est nécessaire de prévoir la structure des solutions à obtenir et enfin l'algorithme des solutions dans les deux niveaux du problème .

Beaucoup de problèmes peuvent être formulés comme problèmes d'optimisation : exemple , le problème de détermination de min ou de max d'une fonction conditionnée par plusieurs contraintes . Si la fonction à optimiser , est liée à des contraintes statiques , on sera amené à la programmation mathématique .

Celle-ci est applicable à n'importe quelle fonction à optimiser (différentiable , ou non , linéaire , ou non linéaire , convexe , stationnaire) avec plusieurs contraintes .

II - 1 - c Décomposition dynamique du grand système :

En dynamique on ne peut plus considérer le grand système comme invariant , car son état change au cours de l'observation dans le temps .

L'analyse dynamique consiste à décomposer ce système en plusieurs sous - systèmes qui sont couplés entre eux, et à considérer leurs processus représentés par les équations d'états .

Hypothèses :

- soit l'instant d'observation $t \in [t_0, t_1]$
- soit une hypersurface quelconque définie par :

$$h(x_i, t) = 0 \quad \text{pour } t \in [t_0, t_1] \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$x_i(t)$: variable d'état continue par morceaux $\forall t$, pour que la commande soit admissible .

On définit les variables suivantes : pour $i = 1, 2, \dots, n$

$u_i(t)$: variable de commande

$z_i(t)$: variable d'entrées

$y_i(t)$: variable des sorties observables

Chaque sous - système est caractérisé par :

1 - les équations d'état $\dot{x}_i(t) = F_i(x_i, u_i, z_i, t) \quad i = 1, 2, \dots, n$ 2.10
avec $t \in [t_0, t_1]$

2 - conditions initiales $x_{i0}(t_0) = x_{i0}$ 2.10'

3 - contraintes d'inégalité $R_i(x_i, u_i, z_i, t) \geq 0 \quad n$ 2.11

4 - couplage entre les sous - systèmes : $z_i(t) = \sum_{j=1}^n L_{ij} y_j$ 2.12

$[L_{ij}]$: matrice de couplage ou de permutation entre les sous-systèmes

$y_j = G_j(u_j, x_j, t)$ sorties observables ou non 2.13

Soient deux sous-systèmes n°i et n°j :

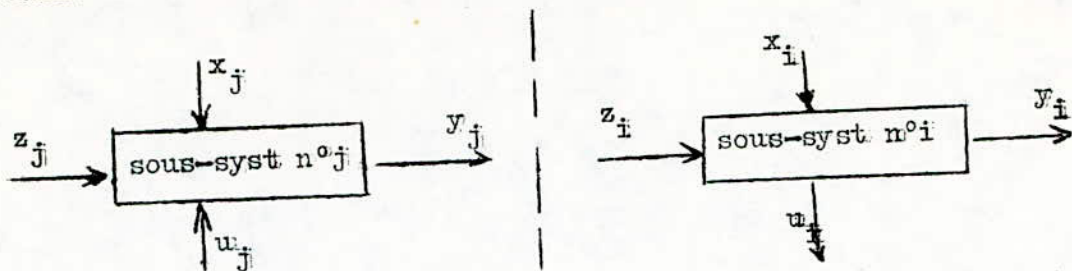


fig -11

5 - Critère :

$$J_i(u_i, z_i) = g_i(x_i, t) + \int_{t_0}^{t_1} f_i(x_i, u_i, z_i, t) dt \quad 2.14$$

L'optimisation de chaque critère $J_i(u_i, z_i)$ relatif au sous-système n°i, $i = 1, 2, \dots$ doit aboutir à un compromis qui permet d'optimiser le grand système global .

L'admissibilité de la commande de chaque sous-système nous permet d'écrire pour le système tout entier :

$$\dot{x}(t) = F(x, u, z, t) \quad 2.15$$

$$R(x, u, z, t) \geq 0 \quad 2.16$$

$$z = Ly \quad \text{et} \quad y = G(x, u, z) \quad 2.17$$

$$S \text{ sera définie par } h(x, t) = 0 \quad \text{pour } t \in [t_0, t_1]$$

$$J(u, z) = g(x, t) + f(x, u, z, t) \quad 2.18$$

avec : $g(x, t) = \sum_{i=1}^n g_i(x_i, t)$ et $f(x, u, z, t) = \sum_{i=1}^m f_i(x_i, u_i, z_i, t) dt$

Les méthodes d'optimisation du critère $J(u, z)$ sont :

- La méthode variationnelle , suivant que les équations intégrales -
différentielles soient de LAGRANGE , d'HAMILTON , d'EULER , de
KOLMOGOROV , DE STERLIEJS
- La méthode duale

- La méthode de sauts et de points singuliers

- Il existe des méthodes modernes d'analyse des systèmes linéaires ,
dites méthodes de transition d'états , i.e :

EN ayant les équations d'états en continu de la forme :

$$\dot{X}(t) = F X(t) + H X(t) \quad 2.19$$

$$Y(t) = H X(t) \quad 2.19'$$

$$X(t_0) = X_0 \quad 2.19''$$

on peut passer à :

- l'espace de phase par la transformé de LAPLACE et faire l'analyse
de la fonction ou de la matrice de transfert notée $F(p)$

- l'état discret par la transformé en Z ou par la matrice de tran-
sition d'état discret et faire l'analyse de $F(Z)$ ou de $A(T)$, $B(T)$.

BREF , dans ces dernières méthodes , l'optimisation du critère
devient un problème de stabilité de la solution au sens de ROUTH ,
de HURWITZ , de LJAPUNOV 1 et 2 ,

II - 2 ANALYSE DU GRAND SYSTEME STOECHEMIOMETRIQUE :

Bien qu'il fasse partie des grands systèmes multidimensionnels, les méthodes évoquées dans le paragraphe §1 de ce chapitre, ne lui sont pas applicables pour des raisons suivantes, à cause de :

- la nature de ses variables d'entrées
- la nature de ses variables de commande " stocks "
- l'indifférentiabilité dans le sens ordinaire de la sortie : 2.20

$$y(t) = (0, \min \left(\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2}, \dots, \frac{x_n(t) + s_n(t)}{\alpha_n} \right))$$

Ainsi nous proposons la méthode d'analyse de ce grand système stoechiométrique de la façon suivante :

II -2 - a Décomposition et Coordination

Hypothèses : ayant les données de l'entrée $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$

Problème : la variable de sortie doit être,

$$y_{opt}(t) = \max_{t \in [0, T]} y(t) = \min \left(\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \dots, \frac{x_n(t) + s_n(t)}{\alpha_n} \right) \quad 2.21$$

POUR atteindre cet objectif, nous devons choisir les variables de

" stocks " $s_i(t)$ d'une façon qu'on puisse obtenir le :

$$\max \min \left(\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \dots, \frac{x_n(t) + s_n(t)}{\alpha_n} \right)$$

Cela étant, l'analyse de ce système revient à décomposer son modèle

de processus en plusieurs sous-processus coordonnés entre eux d'une

manière bien déterminée . De plus , chaque sous - processus doit répondre aux critères du contrôle optimal de filtre stoechiométrique .

- La fig - 12 illustre la décomposition et la coordination dans un grand système stoechiométrique (n variables d'entrées) .

- La fig - 13 illustre un exemple de décomposition en trois niveaux

- La présence du circuit non linéaire caractérisé par $f(y_i + r_i)$ sert à modéliser le phénomène " d'échelle de fonctionnement d'unité de production " . Comme nous avons cité plus haut dans le chapitre précédent , cette fonction f peut être , dans la plupart des cas en pratique , localement convexe ou localement concave , selon la variance de la variable de sortie .

II - 2 - b Modèle mathématique de la coordination :

Dans la fig - 13 , nous avons à l'entrée du niveau n°3

$$z_1(t) = f(y_1 + r_1) + r_1'(t) \quad 2.22$$

$$z_2(t) = f(y_2 + r_2) + r_2'(t) \quad 2.22'$$

avec: $t \in [0, T]$

z_i : entrées intermédiaires du filtre stoechiométrique n°3

$i = 1, 2$

II - 2 - c Modèle de chaque niveau des sous - systèmes :

Dans la fig - 13 nous avons trois niveaux de commande , respectifs aux trois filtres stoechiométriques FS1 , FS2 , FS3

Niveau n°1 : La sortie $\max y_1(t) = \min \frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \dots, \frac{x_p(t) + s_p(t)}{\alpha_p}$

est imposée par le circuit non linéaire CNL_1 qui est 2.23

caractérisé par $\max \int_0^T f(y_1 + r_1) dt$ 2.23'

avec :

$x_i(t)$: variables d'entrées du sous - système n°1, $i = 1, 2, \dots, p$
telles que :

$$\frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) dt = \bar{x}_i, \quad \forall i \quad 2.24$$

$s_i(t)$: variables de commande "stocks" à l'entrée, $i = 1, 2, \dots, p$
telles que :

$$\int_0^T s_i(t) dt = 0, \quad \forall i \quad 2.25$$

$r_1(t)$: variable de commande "stock" à la sortie du ES_1
telles que :

$$\int_0^T r_1(t) dt = 0 \quad 2.26$$

$\alpha_i \geq 1$: coefficients stoechiométriques, $i = 1, 2, \dots, p$

Niveau n°2 : La sortie $\max y_2(t) = \min \frac{x_{p+1}(t) + s_{p+1}(t)}{\alpha_{p+1}}, \dots, \frac{x_m(t) + s_m(t)}{\alpha_m}$ 2.27

est imposée par le circuit non linéaire CNL_2 qui est

caractérisé par : $\max \int_0^T f(y_2 + r_2) dt$ 2.27'

avec :

$x_i(t)$: variables d'entrées du sous - système n°2 , $i = p+1, \dots, n$

telles que :

$$\frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) dt = \bar{x} \quad , \forall i \quad 2.28$$

$s_i(t)$: variables de commande " stocks " à l'entrée , $i = p+1, \dots, n$

telles que :

$$\int_0^T s_i(t) dt = 0 \quad , \forall i \quad 2.29$$

$r_2(t)$: variables de commande " stock " à la sortie du FS₂

telles que :

$$\int_0^T r_2(t) dt = 0 \quad , \forall i \quad 2.30$$

$\alpha_i \geq 1$: coefficients stoechiométriques , $i = p+1, \dots, n$

Niveau n°3 : La sortie max $y_3(t) = \min (z_1(t), z_2(t))$ 2.31

est imposée par :

$$\max \int_0^T f (y_3^{\alpha_1} + r_3^{\alpha_2}) dt \quad 2.31'$$

avec : $z_i(t)$: définies dans les équations 2.22 et 2.22' comme variables

d'entrées du FS₃ , $i = 1, 2$, et $\frac{1}{T} \int_0^T z_i(t) dt = \bar{z}$ 2.32

$r_1'(t)$, et $r_2'(t)$: variables de commande " stocks " à l'entrée

telles que :

$$\int_0^T r_i'(t) dt = 0 \quad , \forall i, i=1,2/2.33$$

$r_3(t)$: variable de commande "stock " à la sortie

telle que :

$$\int_0^T r_3(t) dt = 0 \quad 2.34$$

Conclusions : Dans chaque sous - système , on a deux niveaux de problèmes I et II . La solution du problème I caractérise le fonctionnement du niveau II , et la solution du problème II Détermine enfin le but du niveau I .

- Remarque : Dans la fig - 14 , Le niveau I représente le FS et le niveau II représente le GNL

- En pratique le GNL peut être représenté par les trois fonctions illustrées dans les fig -15 -a , fig -15 -b , fig -15 -c .

- GNL défini comme limiteur :

$$f(y) = \begin{cases} 0 & \text{pour } y \leq y_0 \\ p & \text{pour } y \geq y_1 \\ p (y - y_0) / (y_1 - y_0) & \text{pour } y_0 \leq y \leq y_1 \end{cases} \quad (\text{fig -15 -b})$$

- GNL défini comme circuit logique fonctionnant ou tout ou rien :

$$f(y) = \begin{cases} 0 & \text{pour } y \leq y_0 \\ a & \text{pour } y > y_0 \end{cases} \quad (\text{fig -15 -c})$$

II - 3 ANALYSE DES STOCKS /

Pour pouvoir déterminer les variables de commande "stocks" $s(t)$, on fera tout d'abord l'analyse du volume de "stocks" nécessaire au sens de contrôlabilité du filtre stochastique .

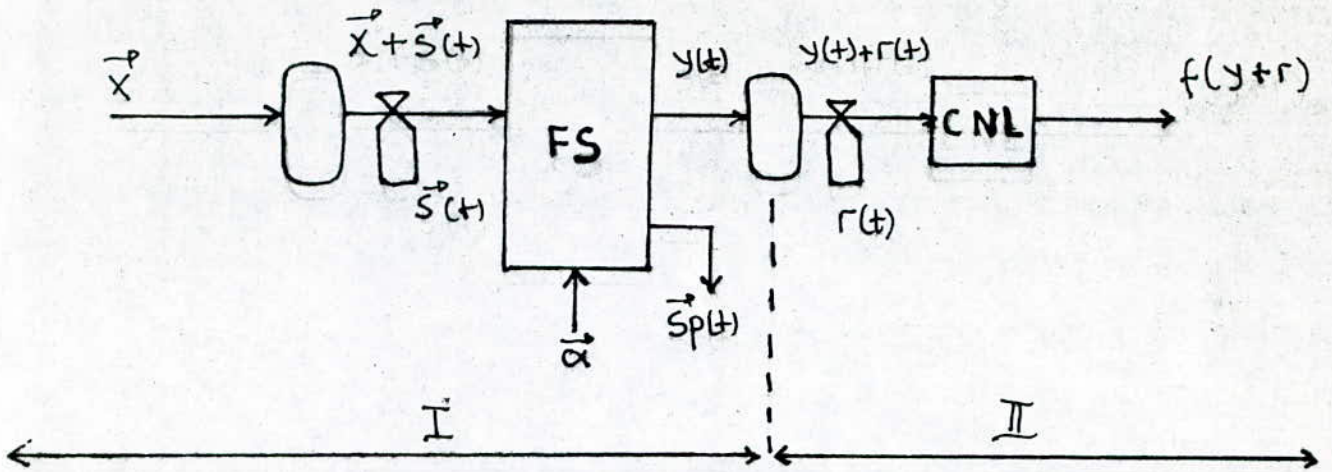
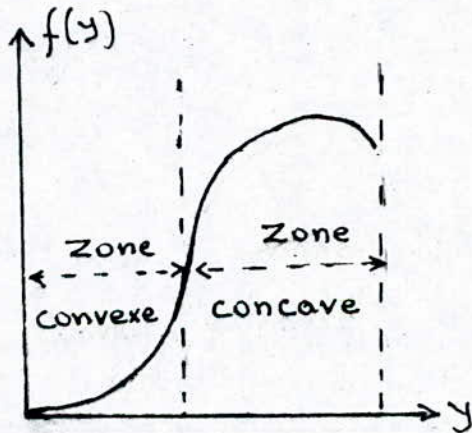
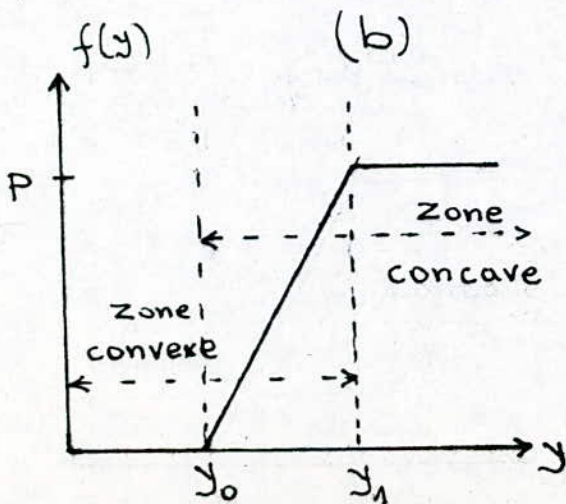


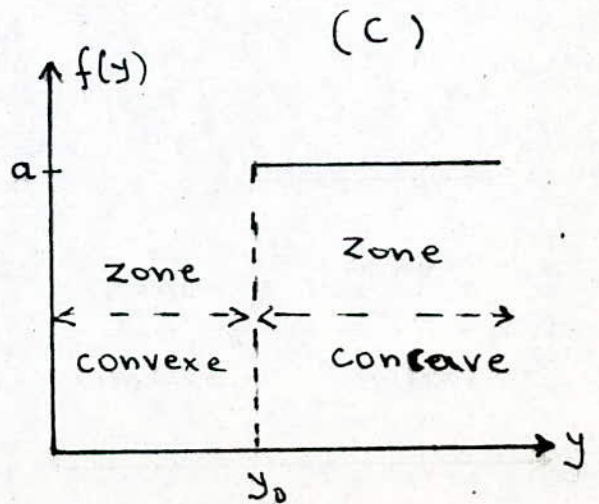
fig - 14



(a)



(b)



(c)

fig - 15

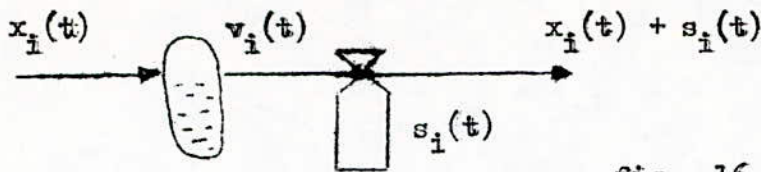


fig - 16

Soient les deux fonctions :

$$[0, T] \ni t \mapsto x_i(t) \quad \text{tel que : } \frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) dt = \bar{x} \quad 2.37$$

$$[0, T] \ni t \mapsto g_i(t) = x_i(t) + s_i(t)$$

$$\text{tel que : } \frac{1}{T} \int_0^T g_i(t) dt = \bar{x} \quad \text{c-à-d } \int_0^T s_i(t) dt = 0 \quad 2.38$$

On définit le volume de stocks instantané à l'entrée par :

$$v_i(t) = v_0 + \int_0^t [x_i(\tau) - g_i(\tau)] d\tau \quad 2.39$$

avec l'hypothèse qu'on ait : $0 \leq v_i(t) \leq v_m$ borné 2.40

c - à - d : $0 \leq v_0 + \int_0^t [x_i(\tau) - g_i(\tau)] d\tau \leq v_m$ 2.40'

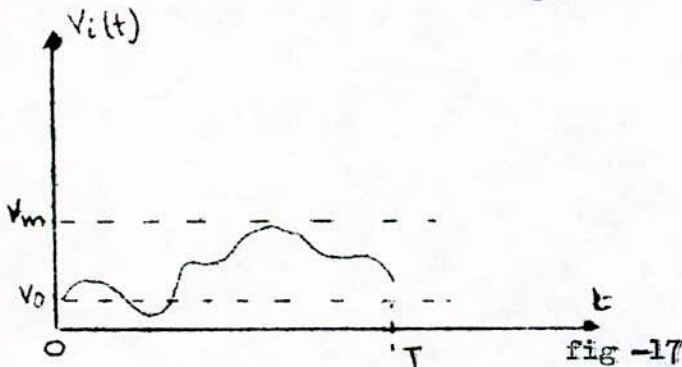


fig - 17

$$\max \left| \int_0^t [x_i(\tau) - g_i(\tau)] d\tau \right| \leq v_m - v_0 \quad 2.41$$

Pour assurer le fonctionnement continu du système on propose de prendre $v_0 = 0,5 v_m$

Conclusion : Après avoir fixé $x_i(t)$ et $g_i(t)$ pour $t \in [0, T]$

on peut calculer $\max \int_0^T [x_i(\tau) - g_i(\tau)] d\tau$ ce qui détermine v_0

et v_m qui sont indispensables pour le système stochiométrique

avec "stocks". Soit $\max \left| \int_0^T [x_i(\tau) - g_i(\tau)] d\tau \right| \leq 0,5 v_m = v_0$ 2.42

Pour des raisons de simplicité, on prendra dans ce qui va suivre un exemple de système stochiométrique à trois variables d'entrées.

Soit v_0 le volume de stocks initial avec la contrainte :

$$0 \leq v_i(t) \leq 2 v_0, \quad i = 1, 2, 3 \quad \text{pour } t \in [0, T]$$

Soit le schéma fonctionnel suivant :

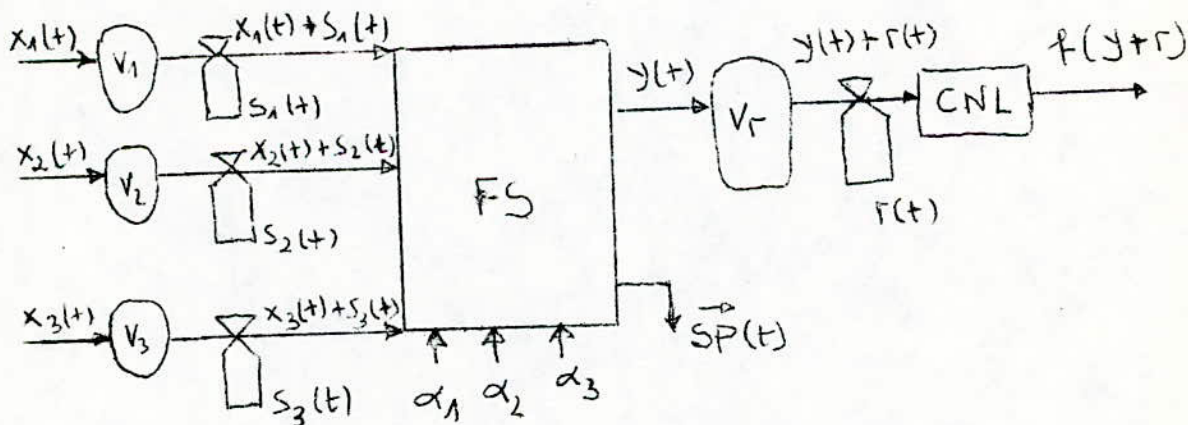


fig - 18

1 - Calcul de $v_i(t)$:

$$\frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) dt = \bar{x}_i \quad \text{et} \quad \int_0^T s_i(t) dt = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad t \in [0, T]$$

En posant : $f_i(t) = \int_0^t x_i(z) dz$ et $h_i(t) = \int_0^t [x_i(z) + s_i(z)] dz$ 2.43

l'équation (2.39) devient : $v_i(t) = v_0 + |f_i(t) - h_i(t)|$ 2.44

et $\tilde{v}_i(t) = \sup_{t \in [0, T]} |f_i(t) - h_i(t)|$ 2.45

définit la notion de distance dans l'espace métrique de fonction

$(f_i(t), h_i(t)) \in E \times E$

Ainsi on peut trouver $s_i(t) \in B_{\mathbb{R}^n} [x_i(t), v_0]$ puisque $0 \leq v_i(t) \leq 2v_0$

Remarque : $B_{\mathbb{R}^n}$ définit la notion d'une boule fermée de centre $x_i(t)$

et de rayon v_0 ; $\tilde{v}_i(t) = \sup \left| \int_0^t s_i(z) dz \right|$ 2.46

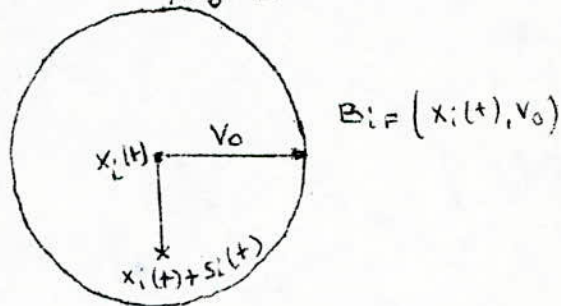


fig - 19

2 - Calcul de $v_r(t)$:

Même raisonnement qu'au précédent

Soient $f_r(t) = \int_0^t y_r(z) dz$ et $h_r(t) = \int_0^t [y_r(z) + r(z)] dz$ 2.47

avec : $\int_0^T r(z) dz = 0$, $z \in [0, T]$

On a $\tilde{v}_r(t) = \sup_{t \in [0, T]} |f_r(t) - h_r(t)| = \sup_{t \in [0, T]} \left| \int_0^t r(z) dz \right|$ 2.48

Définissant la notion de distance , i.e le modèle mathématique $r(t)$

$B_{\mathbb{R}^n} (y(t), v_{or})$.

Comme $y(t) = (0 , \min (\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2}, \frac{x_3(t) + s_3(t)}{\alpha_3}))$ 2.49

on a : $\max y(t) = \min (\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2}, \frac{x_3(t) + s_3(t)}{\alpha_3})$ 2.50

On peut déterminer une matrice carrée (3x3) dite matrice de distance

D définie par :

$$D = \begin{bmatrix} D(1,1) & D(1,2) & D(1,3) \\ D(2,1) & D(2,2) & D(2,3) \\ D(3,1) & D(3,2) & D(3,3) \end{bmatrix} \quad 2.51$$

L'élément $D(i,j) = D (\frac{x_i(t) + s_i(t)}{\alpha_i}, \frac{x_j(t) + s_j(t)}{\alpha_j})$ 2.52

$\forall i, \forall j, \quad i, j = 1, 2, 3$

Propriétés :

a - $D(i,j) \geq 0 \quad \forall i, \forall j$ 2.53

b - $D(i,j) = 0 \quad i = j$ 2.54

c - $D(i,j) = D(j,i) \quad \text{symétrie } \forall i, \forall j$ 2.55

La relation (2.51) devient alors :

$$D = \begin{bmatrix} 0 & D(1,2) & D(1,3) \\ D(2,1) & 0 & D(2,3) \\ D(3,1) & D(3,2) & 0 \end{bmatrix} \quad 2.56$$

Le volume de stocks devant le FS est donné par :

$$\sum_{i=1}^3 v_{im} = \sum_{j=1}^3 D(i,j) = \sum_{i=1}^3 D(i,j) \quad 2.57$$

Le volume de stocks total nécessaire maximal :

$$W = v_{rm} + \sum_{i=1}^3 v_{im} \quad 2.58$$

L'optimisation du système consiste à minimiser ce volume total

nécessaire W ;

Remarque : 1 - Cette description reste toujours valable quand i varie de 1 à n .

2 - Cette notion de distance $D(i,j)$ n'est pas réguliè-
rement équivalente avec des distances de la convergence uniforme , en
moyenne , et en moyenne quadratique .

III - CONTROLE OPTIMAL D'UN GRAND SYSTEME STOECHIOMETRIQUE

III - 1 Généralités :

Les processus physiques qui trouvent leurs applications en techniques sont en règle générale commandés i.e peuvent être réalisés de multiples façons au gré de l'homme . Dès lors il s'agira donc de chercher la meilleure commande selon tel ou tel critère , en d'autres termes la commande optimale du processus . Ce peut être par exemple une commande en temps optimal , i.e réaliser l'objectif du processus dans le temps le plus court ; ou avec la moindre dépense d'énergie ... Mathématiquement formulés , les problèmes mentionnés relèvent du calcul des variations à qui d'ailleurs ils ont donné naissance . Les méthodes variationnelles traditionnelles s'avèrent néanmoins inaptes à résoudre d'innombrables problèmes importants pour les techniques actuelles en particulier le problème de contrôle d'un grand système stoechiométrique .

III - 2 Position du problème de contrôle du grand système stoechiométrique

Reprenons le modèle fonctionnel du système tout entier (fig -1).

Pour ce système, on peut formuler plusieurs types de problèmes de contrôle optimal :

1 - Pour les entrées $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots$, et pour tout volume de stocks, fixés, il faut trouver les variables de contrôle $s_i(t)$ et $r(t)$ pour obtenir : $\max \int_0^T f(y) dt$ - à - d le maximum du produit final .

2 - Pour les entrées $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots$, données et pour la contrainte d'inégalité relative au volume total de stocks notée : $W \leq \bar{W}$ 3.1

On devra trouver la repartition du volume W admissible de stocks pour obtenir le $\max \int_0^T f(y) dt$, i.e le maximum de la somme du produit final mais cette fois avec l'hypothèse que toutes les variables de contrôle $s_i(t)$ et $r(t)$ sont optimales .

3 - Pour tout le volume de stocks fixé préalablement, on déterminera les commandes $s_i(t)$ et $r(t)$ en temps réel pour qu'on ait

$$\text{le max } \int_0^T y(t) dt .$$

Bref, dans les trois points mentionnés, le problème de contrôle optimal de ce système se caractérise par le choix :

- des variables de commande $s_i(t)$ et $r(t)$
- de leur volume total, et la façon dont il est reparti, tout en tenant compte de la contrainte d'inégalité en temps réel

afin que le comportement de la variable de sortie observable $f(y+r)$

soit la plus vraisemblable i.e pour qu'on puisse atteindre le

maximum de la somme du produit final $\max \int_0^T f(y+r) dt$.

Dans ce cas, les variables de commande déterminées sont

dites optimales ; $s_i^{opt}(t)$ respectivement $\max \int_0^T y(t)$.

Cependant, ce n'est pas toujours évident de trouver la solu-

tion optimale du problème de contrôle en temps réel, auquel la notion

d'optimalité présente un seuil W_0 défini par le $\max \int_0^T y(t)$.

Ce seuil W_0 est la solution auxiliaire du problème de contrôle du

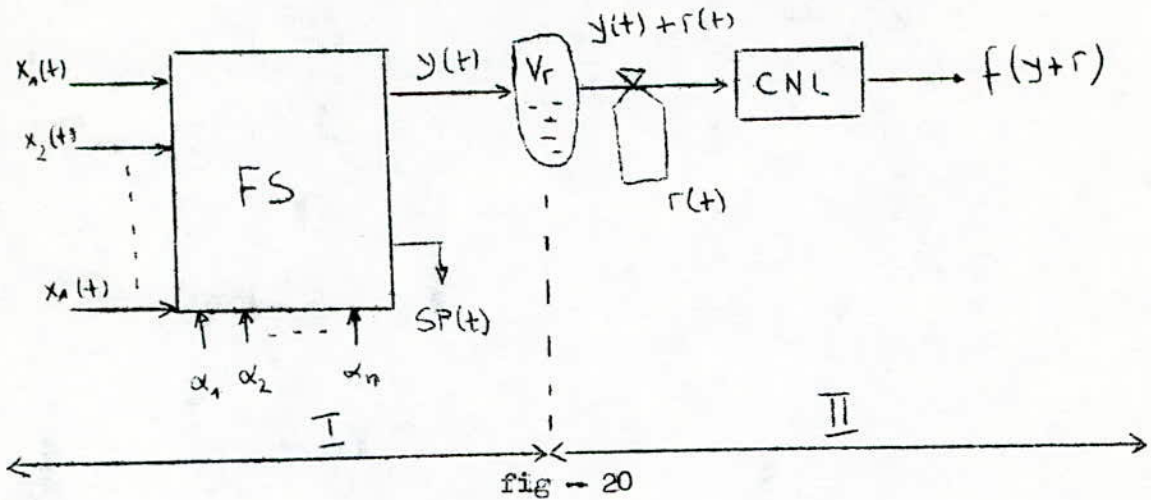
système tout entier en temps différé.

Enfin les solutions des problèmes 1,2,3 dépassent le cadre de

ce projet de fin d'étude, ainsi nous nous contenterons de résoudre le

problème de contrôle du système stochastique, en temps différé.

III - 3. Contrôle optimal du système stoechiométrique :



Considérons cette fig -20 :

1 - La solution du niveau I caractérise les conditions du fonctionnement du niveau II , i.e connaissant les entrées $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots$ et connaissant les coefficients stoechiométriques $\alpha_i > 1$, $i = 1, 2, \dots$ on peut déterminer la variable de sortie observable $y(t)$, telle que :

$$y(t) = (0 , \min ((\frac{x_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t)}{\alpha_2}, \dots, \frac{x_n(t)}{\alpha_n})) \quad 3.2$$

2 - La solution du niveau II est déterminée par $\max y(t)$ imposée

par le maximum du produit final $\max \int_0^T f(y+r)dt :$

$$\text{soit } \max y(t) = \min (\frac{x_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t)}{\alpha_2}, \dots, \frac{x_n(t)}{\alpha_n}) \quad 3.3$$

3 - En utilisant les relations (2.48), (2.56), (2.57) et (2.58)

nous pouvons calculer le volume total nécessaire au fonctionnement du système (fig -20) :

$$\text{soit } W = v_{\text{mm}} + \sum_{i=1}^n v_{\text{im}} \quad 3.4$$

4 - Le volume nécessaire de stocks pour la commande optimale en temps différé est caractérisé par :

$$\min W = \min (v_{\text{mm}} + \sum_{i=1}^n v_{\text{im}}) = W_0 \quad 3.5$$

Exemple de contrôle optimal d'un système stoechiométrique à 3 entrées en temps différé :

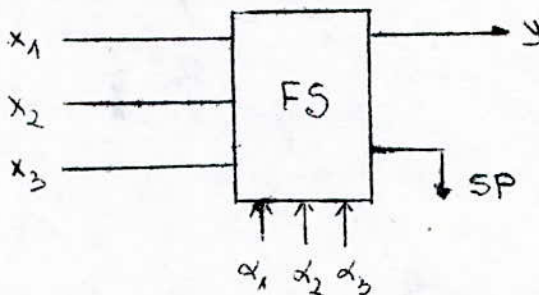


fig - 21

Hypothèses :

- 1 - On fait les calculs avec les entrées $x_i(t)$ discrètes analogiques , $i = 1, 2, 3$

$$2 - \text{On pose } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 1$$

$$3 - \text{On prend } t \in [0, 8]$$

$$4 - \int_0^T x_i(t) dt \equiv x_i(N) = \Delta T \sum_{K=1}^N x_i(K) , \quad N = \frac{T}{\Delta T} = 8$$

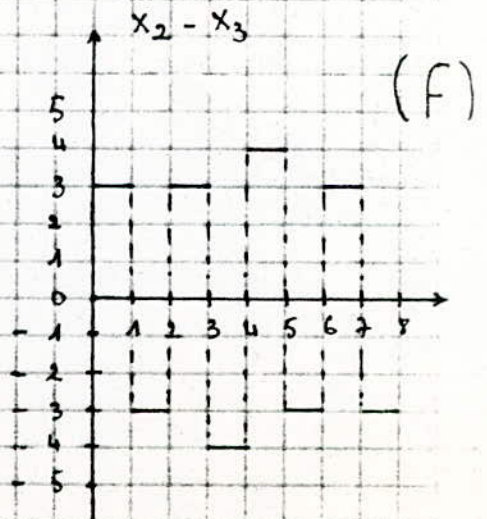
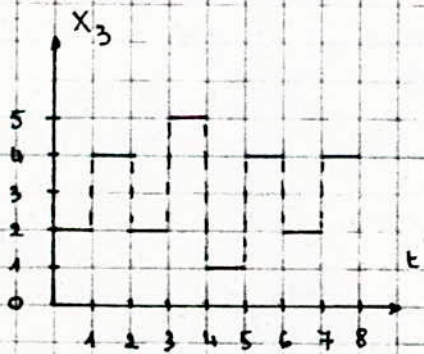
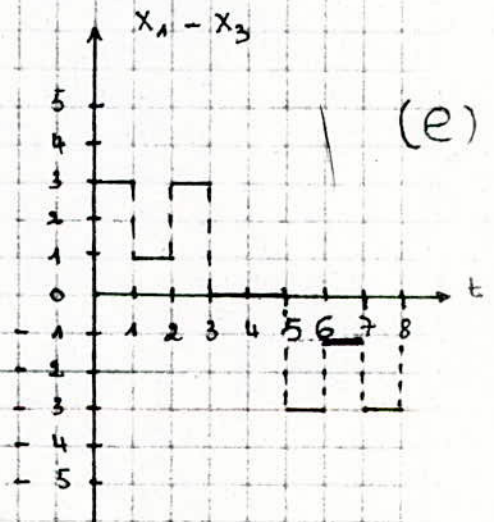
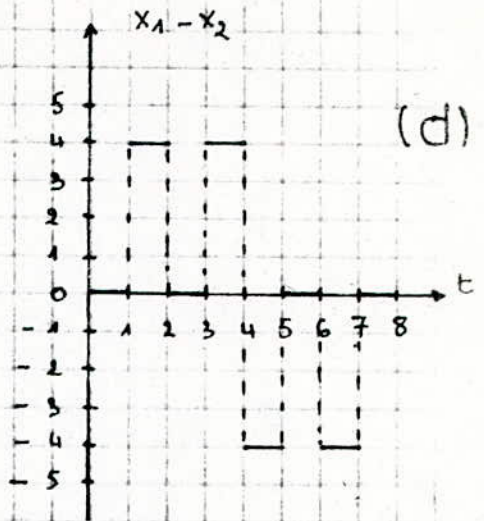
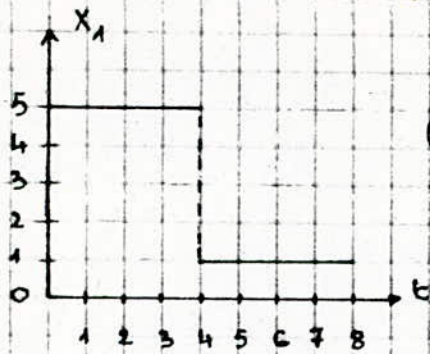
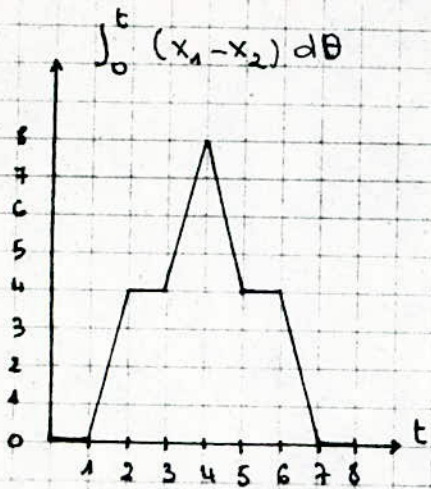
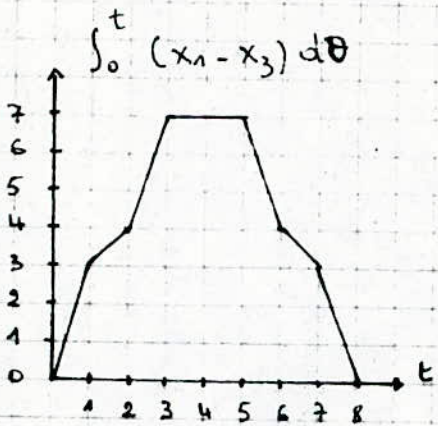


fig-22



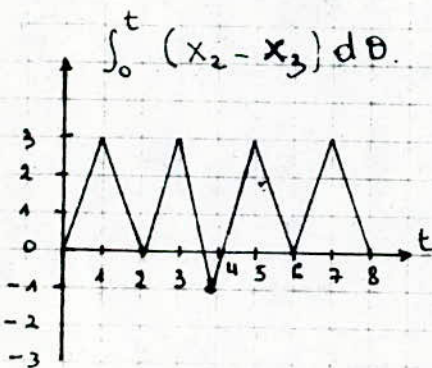
(a)

$$\sup_{\theta \in [0, 8]} \left| \int_0^t (x_1 - x_2) d\theta \right| = 8$$



(b)

$$\sup_{\theta \in [0, 8]} \left| \int_0^t (x_1 - x_3) d\theta \right| = 7$$



(c)

$$\sup_{\theta \in [0, 8]} \left| \int_0^t (x_2 - x_3) d\theta \right| = 3$$

fig - 23

On définit les $x_i(t)$, dans la fig -22, comme suit :

$$a) [0,8] \ni t \longmapsto x_1(t) = \begin{cases} 5 & t \in [0,4] \\ 1 & t \in [4,8] \end{cases} \quad 3.6$$

$$\text{et } \int_0^8 x_1(t) dt = 24$$

$$b) [0,8] \ni t \longmapsto x_2(t) = \begin{cases} 5 & t \in [0,1] \cap [2,3] \cap [4,5] \cap [6,7] \\ 1 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad 3.7$$

$$\text{et } \int_0^8 x_2(t) dt = 24$$

$$c) [0,8] \ni t \longmapsto x_3(t) = \begin{cases} 1 & t \in [4,5] \\ 2 & t \in [0,1] \cap [2,3] \cap [6,7] \\ 4 & t \in [1,2] \cap [5,6] \cap [7,8] \\ 5 & t \in [3,4] \end{cases} \quad 3.8$$

$$\text{et } \int_0^8 x_3(t) dt = 24$$

Les fig -22 (d), (e), (f), et les fig -23 (a), (b), (c), nous permettent

de déterminer les éléments de la matrice de distance D , 3×3 telle

$$\text{que } D = \begin{bmatrix} 0 & D(1,2) & D(1,3) \\ D(2,1) & 0 & D(2,3) \\ D(3,1) & D(3,2) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 8 & 7 \\ 8 & 0 & 3 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad 3.9$$

ainsi que les valeurs du volume de stocks :

$$\sum_{i=1}^3 v_{im} = \sum_{i=1}^3 B(i,j) = \begin{cases} 15 \\ 11 \\ 10 \end{cases} \quad 3.10$$

On peut proposer la solution optimale suivante :

- le volume total nécessaire pour la commande optimale se définit

$$\text{comme } \min \sum_{i=1}^3 v_i = 10 = W_0 \quad 3.11$$

$$\text{on choisit } v_1 = 7, v_2 = 3, v_3 = 0 \quad 3.12$$

$$\text{de façon que la somme } v_1 + v_2 + v_3 = W_0 \quad 3.13$$

pour aboutir au système illustré dans la fig - 24

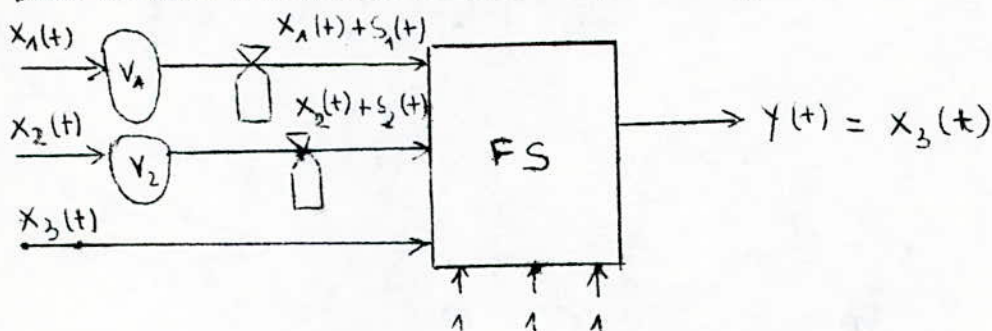


fig - 24

Dans ce cas, les variables de commande optimale sont telles que :

$$\sup_z \left| \int_0^t s_{1_{opt}}(\tau) d\tau \right| = v_1 = 7 \quad 3.14$$

$$\sup_z \left| \int_0^t s_{2_{opt}}(\tau) d\tau \right| = v_2 = 3 \quad 3.15$$

$$\max y(t) = \min (x_1(t) + s_1(t), x_2(t) + s_2(t), x_3(t)) = x_3(t) \quad 3.16$$

Conclusion :

Il est toujours possible d'optimiser le volume total nécessaire pour la commande en temps différé, par le procédé de la matrice de distance, mais la répartition des variables de commande dépend de max y

IV - POSITION DU PROBLEME D'ANALYSE PAR SIMULATION D'UN GRAND SYSTEME STOECHEMIOMETRIQUE

L'analyse par simulation du fonctionnement d'un système stoechiométrique peut donner les réponses sur des questions suivantes :

- 1 - Comment peut fonctionner un système stoechiométrique qui n'a pas de stocks dans sa structure ?
- 2 - Comment peut fonctionner un système stoechiométrique ayant, dans sa structure, des stocks tels qu'ils sont nécessaires pour obtenir le maximum du produit final : $\max \int_0^T f(y+u) dt$.
- 3 - Comment peut fonctionner un système stoechiométrique ayant, dans sa structure, des stocks mais dont le volume total est limité.
- 4 - Comment peut fonctionner un système stoechiométrique dans les trois cas précédents en temps réel.

Dans le cadre de cette étude, nous avons prévu la réponse des questions suivantes uniquement :

- a) Comment peut fonctionner le système stoechiométrique n'ayant pas de stocks dans sa structure ?
- b) Q Quel est le volume nécessaire de stocks pour déterminer la solution optimale stoechiométrique en temps différé ?

V - PLAN D'EXPERIENCE

V - 1 Génération des entrées :

La discrétisation des entrées conti --

nues $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, n$, $t \in [0, T]$ donne un tableau de valeurs

discrètes x_{ik} , $i = 1, 2, \dots, n$, $k = 1, 2, \dots, p$, pour lesquelles

chaque ligne de ce tableau est une réalisation de $x_i(t)$ durant $t \in [0, T]$

soit :

| | | | | | |
|----------|----------|-------|----------|-----|----------|
| x_{11} | x_{12} | | x_{1k} | ... | x_{1p} |
| x_{21} | x_{22} | | x_{2k} | ... | x_{2p} |
| • | • | | • | ... | • |
| • | • | | • | ... | • |
| x_{i1} | x_{i2} | | x_{ik} | ... | x_{ip} |
| • | • | | • | ... | • |
| • | • | | • | ... | • |
| x_{n1} | x_{n2} | | x_{nk} | ... | x_{np} |

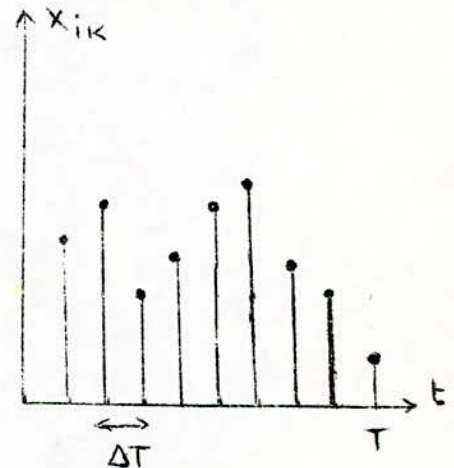


fig -25 signal discret

$$p = \frac{T}{\Delta T}$$

Pour obtenir des signaux continus, on fait l'hypothèse que :

$$x_i(t) = x_{ik} \quad \text{pour } t \in [k\Delta T, (k+1)\Delta T]$$

Pour générer x_{ik} , nous pouvons considérer une variable aléatoire x qui suit la loi uniforme sur $(0, 1)$. Et, à l'aide de loi du grand nombre, on peut dire qu'il existe une suite (x_{ik}) tendant vers x quand k est suffisamment grand, à priori lorsque $k \rightarrow \infty$.

On sait que si x suit la loi uniforme sur $(0,1)$, on a :

a) sa densité de probabilité est $f(x) = 1$ 5.1

b) son espérance mathématique est $E(x) = \int_0^1 x f(x) dx = 1/2$ 5.2

c) sa variance est $\sigma^2(x) = \int_0^1 (x - 1/2)^2 f(x) dx = 1/12$ 5.3

d) à la limite on a aussi : $E(x_{ik}) = 1/2$
 $\sigma^2(x_{ik}) = 1/12$ 5.4

e) et la combinaison linéaire des x_{ik} serait un mot binaire :

$$\sum_{k=1}^l x_{ik} \quad \text{de longueur maximale } l$$

f) en fixant $l = 12$; on a : $E\left(\sum_{k=1}^{12} x_{ik}\right) = 12 E(x_{ik}) = 6$ 5.5

et $\sigma^2\left(\sum_{k=1}^{12} x_{ik}\right) = 12 \sigma^2(x_{ik}) = 1$ 5.6

g) en faisant le changement de variable $u_{ik} = \sum_{k=1}^{12} x_{ik} - 6$ 5.7

comme nouveau mot binaire, on obtient une variable aléatoire suivant la loi centrée réduite qui, selon la loi des grands nombres, à la limite u_{ik} suivra la loi normale centrée réduite $N(0,1)$.

Par la suite, dans la partie des calculs, nous condenserons les valeurs de séquence pseudo - aléatoire :

est $u_{ik} \sim N(0,1)$ à l'entrée du modèle et pourrons calculer :

$$\min (\hat{u}_{1k} , \hat{u}_{2k} , \dots , \hat{u}_{nk}) \quad 5.8$$

en tenant compte que tous les coefficients stoechiométriques sont égaux à 1 .

V - 2 Analyse de l'influence de la variance :

Pour faire l'analyse de l'influence de la variance

σ^2 , il faut générer des variables aléatoires suivant $N(0, \sigma^2)$; si

les variables aléatoires \hat{u}_{ik} suivent respectivement, $N(0,1)$;

$N(0,2)$, $N(0,4)$, $N(0,8)$... , cela pourrait nous renseigner sur la

densité de probabilité de la variable de sortie y_k telle que :

$$y = \min (\hat{u}_{1k} , \hat{u}_{2k} , \dots , \hat{u}_{nk}) \quad 5.9$$

V - 3 Analyse de l'influence du coefficient de corrélation :

L'analyse des coefficients de corrélation entre les entrées x_i , détermine la dépendance entre les séquences dans une colonne du tableau ci - dessus (fig -25) .

On définit la matrice de corrélation, comme une matrice carrée d'ordre (non), symétrique par :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & p_{12} & p_{13} & \dots & p_{1i} & \dots & p_{1n} \\ p_{21} & 1 & p_{23} & \dots & p_{2i} & \dots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & p_{n3} & \dots & p_{ni} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

5.10

$$p_{ij} = p_{ji} ; \forall i, \forall j \quad \text{et} \quad p_{ij} = 1 \quad \text{pour} \quad i=j \quad 5.11$$

Quand p_{ij} varie : 0,0 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,3 ; ; 1,0

dans cette matrice P , ceci donne, après avoir fait l'analyse par simulation, la forme des solutions optimales, il nous aidera à re-partir d'une façon optimale les stocks à l'entrées du système étudié.

W - 4 Analyse de l'influence de dimension " n " du vecteur d'entrées :

Soit le vecteur d'entrées $\vec{X} = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$

Lorsque n varie : 1, 2, 3, 4, 5, la complexité du système augmente, ainsi que le nombre de pas de calcul à effectuer ; on rencontre aussi des difficultés de contrôle.

Enfin, ce paramètre pourra donner l'idée générale comment se décomposera, ce grand système stoechiométrique étudié.

Exemple n°1 :

Fonctionnement du système stoechiométrique sans stocks

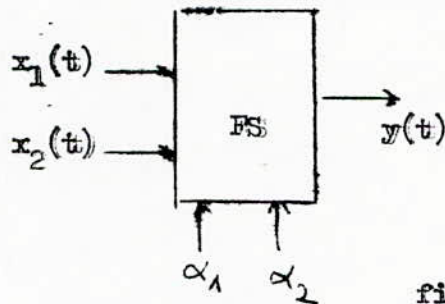


fig - 26

Hypothèse : Si $\bar{x}_1(t) = \bar{x}_2(t)$

on a : $\bar{\alpha}_1 \quad \bar{\alpha}_2$

$$\max y(t) = \min \left(\frac{\bar{x}_1(t)}{\bar{\alpha}_1}, \frac{\bar{x}_2(t)}{\bar{\alpha}_2} \right) = \frac{\bar{x}_1(t)}{\bar{\alpha}_1} = \frac{\bar{x}_2(t)}{\bar{\alpha}_2} \quad 5.12$$

Le volume total nécessaire de stocks pour la commande optimale de ce

$$\text{système est défini par : } v_1 + v_2 = D \left(\frac{\bar{x}_1(t)}{\bar{\alpha}_1}, \frac{\bar{x}_2(t)}{\bar{\alpha}_2} \right) = 0 \quad 5.13$$

Conclusion :

Ce système est à priori optimal, car les entrées $x_1(t)$

et $x_2(t)$ sont parfaitement corrélées i.e la matrice de corrélation

est la suivante :

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Exemple n°2 :

Fonctionnement du système stoechiométrique avec stocks

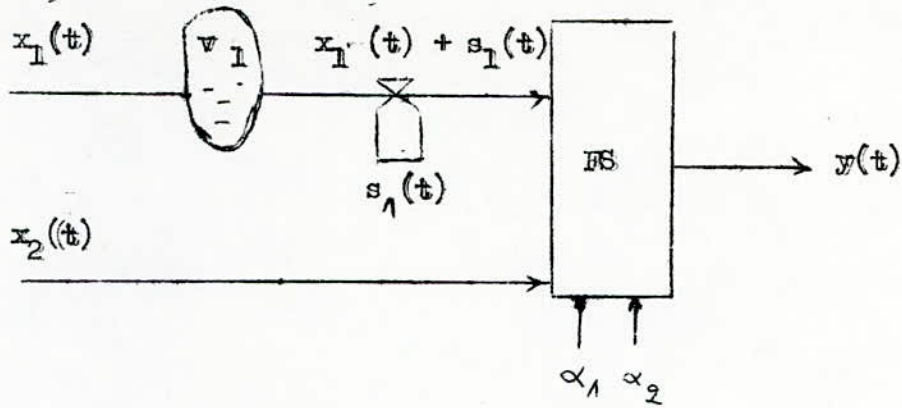


fig - 27

Hypothèse : on définit $v_n = D \left(\underset{\alpha_1}{x_1(t)}, \underset{\alpha_2}{x_2(t)} \right)$ 5.14

comme volume nominal de stocks

$$v_1 \neq 0, \quad v_2 = 0, \quad \text{et} \quad v_1 + v_2 = v_n \quad 5.15$$

on a :

$$\max y(t) = \min \left(\underset{\alpha_1}{x_1(t) + s_1(t)}, \underset{\alpha_2}{x_2(t)} \right) \quad 5.16$$

cette solution est optimale si de plus on a la propriété suivante :

$$\underset{\alpha_1}{x_1(t) + s_1(t)} = \underset{\alpha_2}{x_2(t)} \quad \text{et les variables de commande sont définies}$$

$$\text{telles que : } \begin{cases} s_{1 \text{ opt}}(t) = \frac{\alpha_1 x_2(t) - \alpha_2 x_1(t)}{\alpha_2} \\ s_{2 \text{ opt}}(t) = 0 \end{cases} \quad 5.17$$

et

$$\begin{cases} \sup_z \left| \int_0^t s_{1 \text{ opt}}(\tau) d\tau \right| = v_1 = v_n \\ \sup_z \left| \int_0^t s_{2 \text{ opt}}(\tau) d\tau \right| = v_2 = 0 \end{cases} \quad 5.18$$

Exemple n°3 :

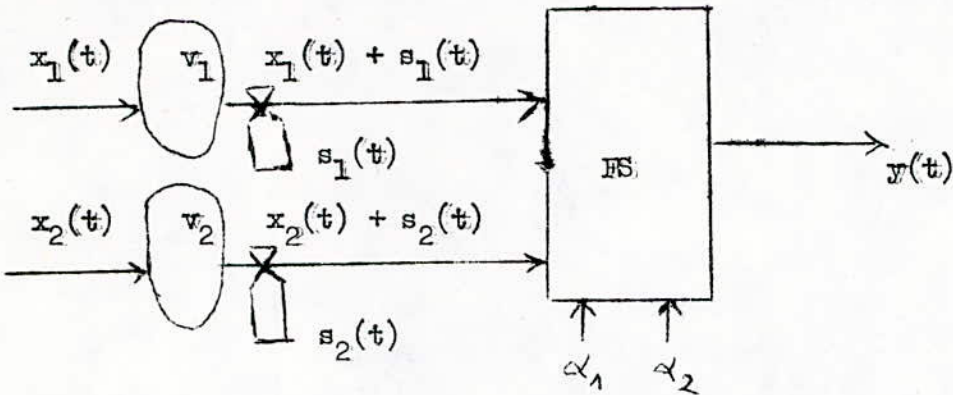


fig - 28

Hypothèses : a) $v_1 \neq 0$, $v_2 \neq 0$ $v_1 + v_2 = v_n$

5.19

$$v_n = D \left(\frac{x_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t)}{\alpha_2} \right)$$

Dans ce cas on peut trouver une solution optimale, au point d'intersection

Λ , de deux boules fermées respectivement $B_{1R} \left(\frac{x_1(t)}{\alpha_1}, v_1 \right)$ et $B_{2R} \left(\frac{x_2(t)}{\alpha_2}, v_2 \right)$

voir fig - 29 ci-dessous :

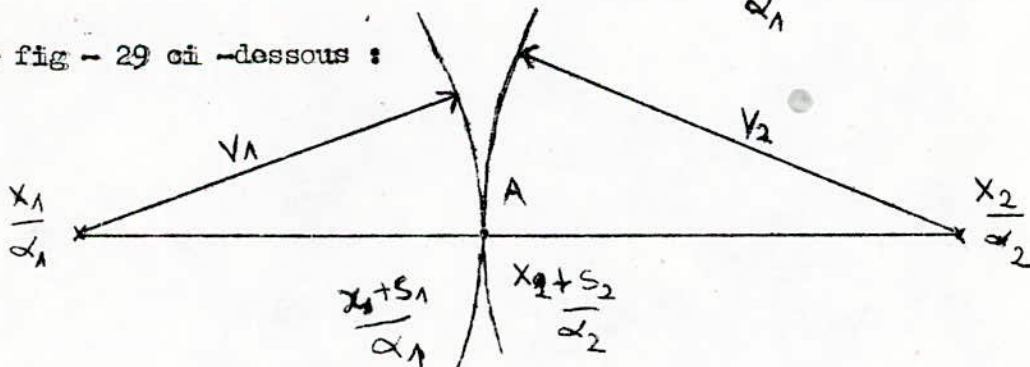


fig - 29

Ainsi, le contrôle optimal, au point Λ , est caractérisé par :

$$D \left(\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2} \right) = 0$$

5.20

$$\implies \underline{x_1(t) + s_1(t)} = \underline{x_2(t) + s_2(t)} \quad 5.21$$

et

$$\begin{aligned} \max y(t) &= \min (\underline{x_1(t) + s_1(t)}, \underline{x_2(t) + s_2(t)}) \\ &= \underline{x_1(t) + s_1(t)} = \underline{x_2(t) + s_2(t)} \end{aligned} \quad 5.22$$

REMARQUE : les $\underline{x_1(t) + s_1(t)}$ et $\underline{x_2(t) + s_2(t)}$ sont parfaitement corrélées pour cette solution optimale .

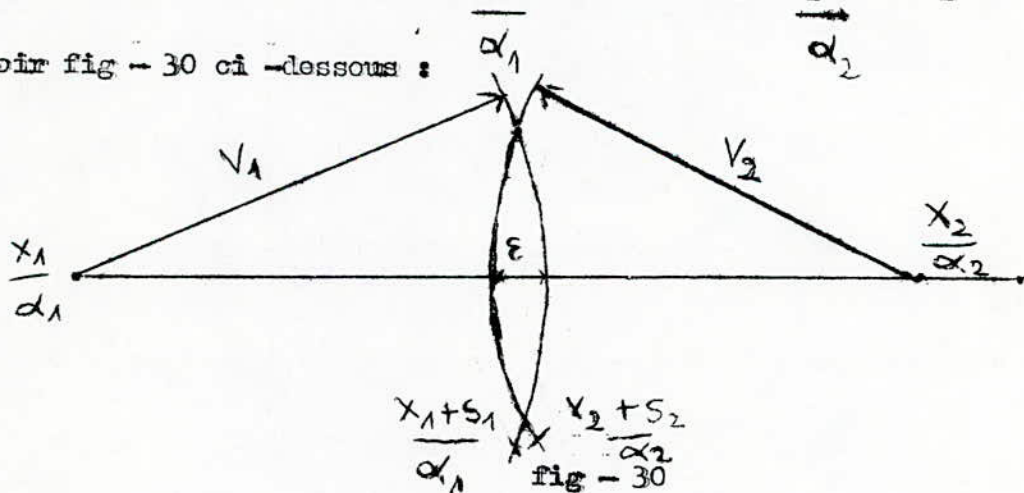
Considérons toujours la fig - 28

Hypothèses : b) $v_1 \neq 0$, $v_2 \neq 0$, $v_1 + v_2 > v_m$ 5.23

On peut trouver une solution optimale dans le domaine d'intersection

des deux boules fermées $B_{1F}(x_1(t), v_1)$, $B_{2F}(x_2(t), v_2)$

voir fig - 30 ci -dessous :



Ainsi , le contrôle optimal dans ce domaine est caractérisé par :

$$D \left(\underline{\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}}, \underline{\frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2}} \right) = \underline{\epsilon(t)} \quad 5.24$$

$$\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1} = \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2} + \varepsilon(t) \quad 5.25$$

$$\begin{aligned} \text{et } \max y(t) &= \min \left(\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2} \right) \\ &= \frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1} = \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2} + \varepsilon(t) \end{aligned} \quad 5.26$$

Considérons toujours la fig - 28

Hypothèses : a) si $v_1 \neq 0$, $v_2 \neq 0$, et $v_1 + v_2 < v_m$ 5.27

Dans ce cas on ne peut pas obtenir le contrôle optimal du système ,
car il n'existe pas de points d'intersection entre les boules fermées

$B_{1F} \left(\frac{x_1(t)}{\alpha_1}, v_1 \right)$ et $B_{2F} \left(\frac{x_2(t)}{\alpha_2}, v_2 \right)$ voir la fig - 31

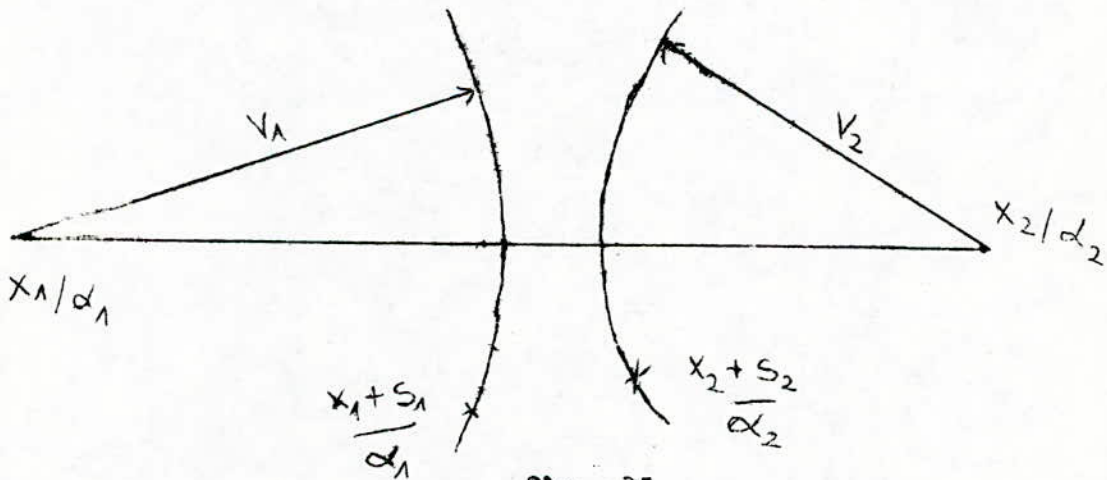


fig - 31

Intérêts de ces trois exemples cités ci - dessus :

Les situations du système , mentionnées dans les exemples 1, 2, 3a, 3b, 3c nous conduisent à la formulation du modèle de contrôle optimal suivant :

Pour un système stoechiométrique ayant n variables d'entrées

$x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ et n variables de commande "stocks "

$s_1(t), s_2(t), \dots, s_n(t)$, le système ne peut être à commande optimale

que si et seulement si :

$$1 - \sum_{i=1}^n v_i = W_0 \quad 5.28$$

avec :

W_0 : volume nominal total de stocks; son calcul dans le cas de plusieurs degrés de liberté est élaboré dans le chapitre III contrôle optimal du grand système stoechiométrique.

$\sum_{i=1}^n v_i$: volume total de stocks à l'entrées du FS $i = 1, \dots, n$

2 - condition stoechiométrique :

$$\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1} = \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2} = \dots = \frac{x_n(t) + s_n(t)}{\alpha_n} \quad 5.29$$

3 - le maximum du produit final $\max \int_0^T f(y(t)) dt$ impose la valeur de la variable de sortie observable :

$$\max y(t) = \min \left(\frac{x_1(t) + s_1(t)}{\alpha_1}, \frac{x_2(t) + s_2(t)}{\alpha_2}, \dots, \frac{x_n(t) + s_n(t)}{\alpha_n} \right) \quad 5.30$$

V - 5 Génération des fonctions "stocks" : $s_i(t)$

On choisit des fonctions aléatoires périodiques $s_i(t)$ de la période T de façon que :

$$\int_0^T s_i(t) dt = 0 \quad 5.31$$

Puis on procède à la discretisation de ces signaux aléatoires, par le principe d'échantillonnage dense, conforme au théorème de Shannon. Ensuite on procède à l'analyse des variables aléatoires discrètes (pour des raisons d'utilisation à l'ordinateur) s_{ik} , et on gardera les valeurs discrètes dont la somme est nulle, au sens de l'approximation et d'interpolation, pour une durée d'observation continue $[0, T]$.

V - 6 Discretisation :

En général, les variables d'entrées et de commande "stocks" sont des signaux continus ; l'analyse du phénomène par simulation à l'ordinateur et les calculs numériques exigent à ce qu'elles soient discrétisées durant la période d'observation $[0, T]$. La discrétisation passe par l'échantillonnage et le blocage d'ordre zéro. Pour cela un autre problème surgit : le choix de la période d'échantillonnage pour éviter les pertes d'informations importantes.

Choix de la période de l'échantillonnage :

La crédibilité des mesures faites à la sortie observable dépend de la quantité d'informations contenues dans les entrées pendant la durée d'observations $0, T$; ce qui nécessite l'analyse des entrées à appliquer au modèle du système lors de la simulation : donc la discrétisation d'une façon dense conforme au théorème de Shannon . Mais comment fait - on

le choix ?

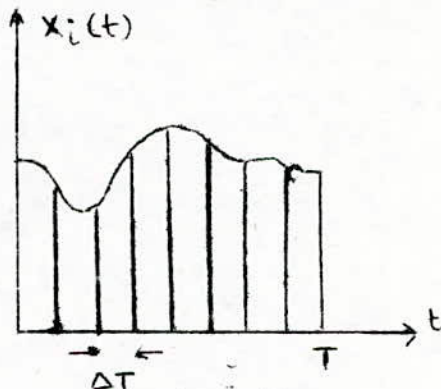


fig - 32

Fixons ΔT d'une façon arbitraire

Soient : $x_i(t)$ signal continu ; $\tilde{x}_i(t)$ signal échantillonné

$$\text{on a : } \tilde{x}_i(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^N x_i(t) \delta(t - k \Delta T) \quad 5.32$$

- signal discret : $x_{in} = x_i(n \Delta T)$

- Fonction d'autocorrelation du signal continu : $t \in [0, T]$

$$c_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x_i(t) x_i(t - \tau) dt \quad 5.33$$

- Fonction d'autocorrelation du signal discret :

$$c_{xx}(k) = \frac{1}{N} \sum_{p=1}^N x_i(p \Delta T) x_i(p \Delta T - k \Delta T) \quad 5.34$$

En passant à la transformée de FOURIER on a :

- Densité spectrale du signal continu :

$$G_{XX}(\omega) = \frac{1}{T} \int_0^T c_{XX}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad 5.35$$

- Densité spectrale du signal discret :

$$G_{XX}(k) = \frac{1}{N} \sum_{P=1}^N c_{XX}(k) e^{-jkP\omega\Delta T} \quad 5.36$$

et en calculant $G_{XX}^{-1}(\omega)$ et $G_{XX}^{-1}(k)$ les transformées inverses, on fait une comparaison :

$$\text{Si } G_{XX}^{-1}(\omega) \cong G_{XX}(k) \Rightarrow c_{XX}(\tau) \cong c_{XX}(k) \quad 5.37$$

Alors ΔT est bien choisie sinon on prendra $\Delta T' < \Delta T$ et on procédera à un nouveau échantillonnage.

Remarque : $\mathbb{H} = \frac{\mathbb{T}}{\Delta T}$ quantité d'informations

on prend soin à ce que $\frac{1}{\Delta T} \geq \frac{2}{T}$

VII - MODELE MATHEMATIQUE POUR LA SIMULATION

II - Soit une variable aléatoire x_{ik} $i = 1, k = 1, 2, \dots$

Elle suit la loi uniforme sur $(0,1)$

$$E(x_{1k}) = 1/2 \quad \text{et} \quad \sigma^2(x_{1k}) = 1/12 \quad 5.38$$

A partir de x_{1k} on génère une autre variable aléatoire \hat{u}_{1k} définie

$$\begin{aligned} \text{par : } \hat{u}_{11} &= x_{1,1} + x_{1,2} + \dots + x_{1,12} \\ \hat{u}_{12} &= x_{1,13} + x_{1,14} + \dots + x_{1,24} \\ \hat{u}_{13} &= x_{1,25} + x_{1,26} + \dots + x_{1,36} \\ &\dots \\ &\dots \\ \hat{u}_{1,20} &= \dots \end{aligned} \quad 5.39$$

\hat{u}_{1k} devient une classification de x_{ik} de 12 en 12 variables aléatoires x_{ik} par classe .

$$\text{Ainsi on a : } E(\hat{u}_{1k}) = 6, \quad \sigma^2(\hat{u}_{1k}) = 1 \quad 5.40$$

La loi des grands nombres (quand k grand) nous permet d'admettre

que \hat{u}_{1k} suit la loi normale $N(6,1)$.

Sur 1000 tirages de x_{ik} , il suffit de considérer 20 classes de x_{1k} .

Programme n°1

```
C      GENERATION D'UN NOMBRE ALÉATOIRE IX SUIVANT LA LOI UNIFORME
      SUR ( 0,1 )
      DIMENSION T( 1000 )
      DO 2 I = 1, 1000
2      IX = XI * 65539
      IF ( IX ) 5,6,6
5      IX = IX + 2147483647 + 1
6      XFL = IX
      XFL = XFL * 0.4656613 E - 9
      CONTINUE
      CALL RANDU ( IX, IX, T ( I ) )
      ENDD
C      IX AU PREMIER APPEL , IL DOIT CONTENIR UN ENTIER QUELCON -
C      QUE IMPAIR . AUX APPELS SUIVANTS , IX DOIT CONTENIR LA VALEUR
C      IX CALCULÉE PAR LE SOUS -PROGRAMME .
C      IX NOMBRE ALÉATOIRE ENTIER NECESSAIRE POUR L'APPEL DU SOUS
C      - PROGRAMME .
C      XFL NOMBRE GÉNÉRE EN FLOTTANT , COMPRIS ENTRE (0,1) .
```

Programme n°2

```
C      GENERATION DE VARIABLE ALEATOIRE U(I,J) SUIVANT LA LOI
C      NORMALE ( M,S), A PARTIR DU TABLEAU DES NOMBRES ALEATOIRES
C      SUIVANT LA LOI UNIFORME SUR (0,1)

      DIMENSION T(1000)

      CALL RANDU (IX,IY, T(I) )

      DIMENSION U(12,20)

      A = 0.0

      DO 3 J = 1,20

      DO 5 I = 1,12

      IX = IY

5      A = A + YHL

      U (I,J) = (A - 6.0)  S + AM

3      CONTINUE

      END

C      AM  MOYENNE DE LA DISTRIBUTION
C      S  ECART TYPE DE LA DISTRIBUTION NORMALE
C      IX  AU 1ER APPEL, IL DOIT CONTENIR UN ENTIER QUELCONQUE
C      IMPAIR
```


2 - Calcul de la sortie : $y_k = \min (\hat{u}_{1k} , \hat{u}_{2k} , \dots , \hat{u}_{nk})$

a) pour $n=1$, on a : $y_k = \min (\hat{u}_{1k})$, $k = 1, \dots, 20$

Programme n°3 :

```

DIMENSION U(12,20) , NREP(20)

0  RANGER DANS UN TABLEAU PERMETTANT DE CALCULER UMIN
   CALL RANDU (IX,IS,T(I)) , DIMENSION T(1000)
   CALL GAUSS (6,1, U(I,J))

   UMIN = U(1,1)

   DO 7  J = 1,20
   DO 5  I = 1,12

5  IF ( U(I,J) - LIT - UMIN )

   UMIN = U(I,J)

7  CONTINUE

   CALL HISTOGRAMME ( U(I,J) , 12,20 , UMIN )

   END
```

b) pour $n=2$ on a : $y_k = \min (\hat{u}_{1k} , \hat{u}_{2k})$, $k = 1, \dots, 20$

Soient : \hat{u}_{1k} suivant GAUSS (0,1)

\hat{u}_{2k} suivant GAUSS (0,2)

Programme n°4 :

```

DIMENSION U1 (12,20)
DIMENSION U2 (12,20)
C  T(I,J)  TABLEAU DE MIN ( U1(I,J),U2(I,J) )

CALL RANDU ( IX1, I S 1, T(I), 1000 )
CALL RANDU ( IX2, I S 2, T(I), 1000 )

CALL GAUSS (0,1, U1 (I,J) )
CALL GAUSS (0,2, U2 (I,J) )

DO 4 J = 1,20
DO 3 I = 1, 12
  U1MIN = U1(1,1)
  U2MIN = U2(1,1)
3  IF ( U1(I,J) - LT - U1MIN ) , U1MIN = U1(I,J)
  IF ( U2(I,J) - LT - U2MIN ) , U2MIN = U2(I,J)
  IF ( U1MIN - LT - U2MIN )
  T(I,J) = U1MIN
  T(I,J) = U2MIN
4  CONTINUE
  END
```

Pour $n = 3, 4, \dots$ on utilise le même programme que précédent si on veut calculer $Y_k = \min (\hat{u}_{1k}, \hat{u}_{12}, \dots, \hat{u}_{nk})$

3 - En tenant compte des coefficients de corrélation entre les variables d'entrées \hat{u}_{ik} , on ajoute le sous-programme suivant :

Sous-programme :

```

C      |  CALCUL DE MATRICE DES COEFFICIENTS DE CORRELATION
      |
      |  DO 5 I = 1, NVAR
      |
      |  DO 6 J = 1, NVAR
      |
      |  C (I,J) = C (I,J) / S(I) * S(J)
      |
      |  CONTINUE
      |
      |  END
      |
C      |  S(I), S(J)  SONT DES ECARTS TYPES
      |
C      |  NVAR  NOMBRE DE VARIABLES
    
```

4 - Calcul du volume de stocks : v

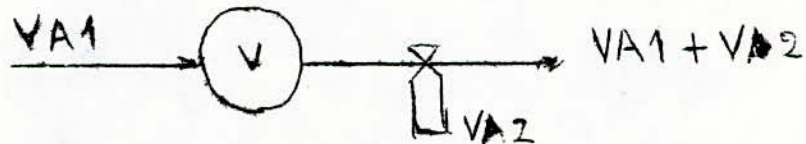


fig -33

$$v = \sup_z \left| \int_0^t (VA1 - (VA1 + VA2)) dz \right|$$

On suppose que : VA1 suivant la loi de GAUSS (AM1, S1)

VA2 suivant la loi de GAUSS (AM2, S2)

Programme n°5 :

```
CALL GAUSS ( AM1, S1, VA1 (I, J) )
CALL GAUSS ( AM2, S2, VA2 (I, J) )

DO 17 J = 1, 20
DO 15 I = 1, 12

AMAX = A(1,1)

15 A(I,J) = ABS ( VA1 - ( VA1 + VA2 ) )

IF ( A(I,J) - GT - AMAX )
AMAX = A(i,j)

17 CONTINUE

END
```

VII - SIMULATION DU FONCTIONNEMENT D'UN SOUS -SYSTEME STOECHIOMETRIQUE

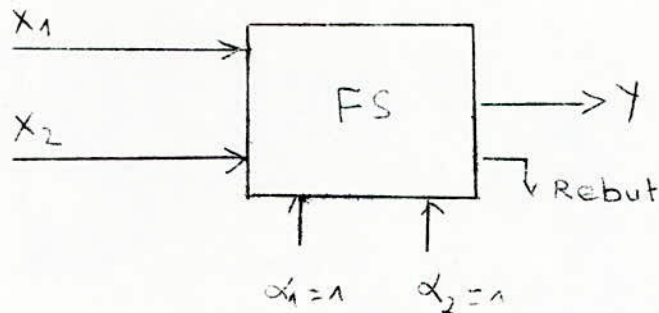
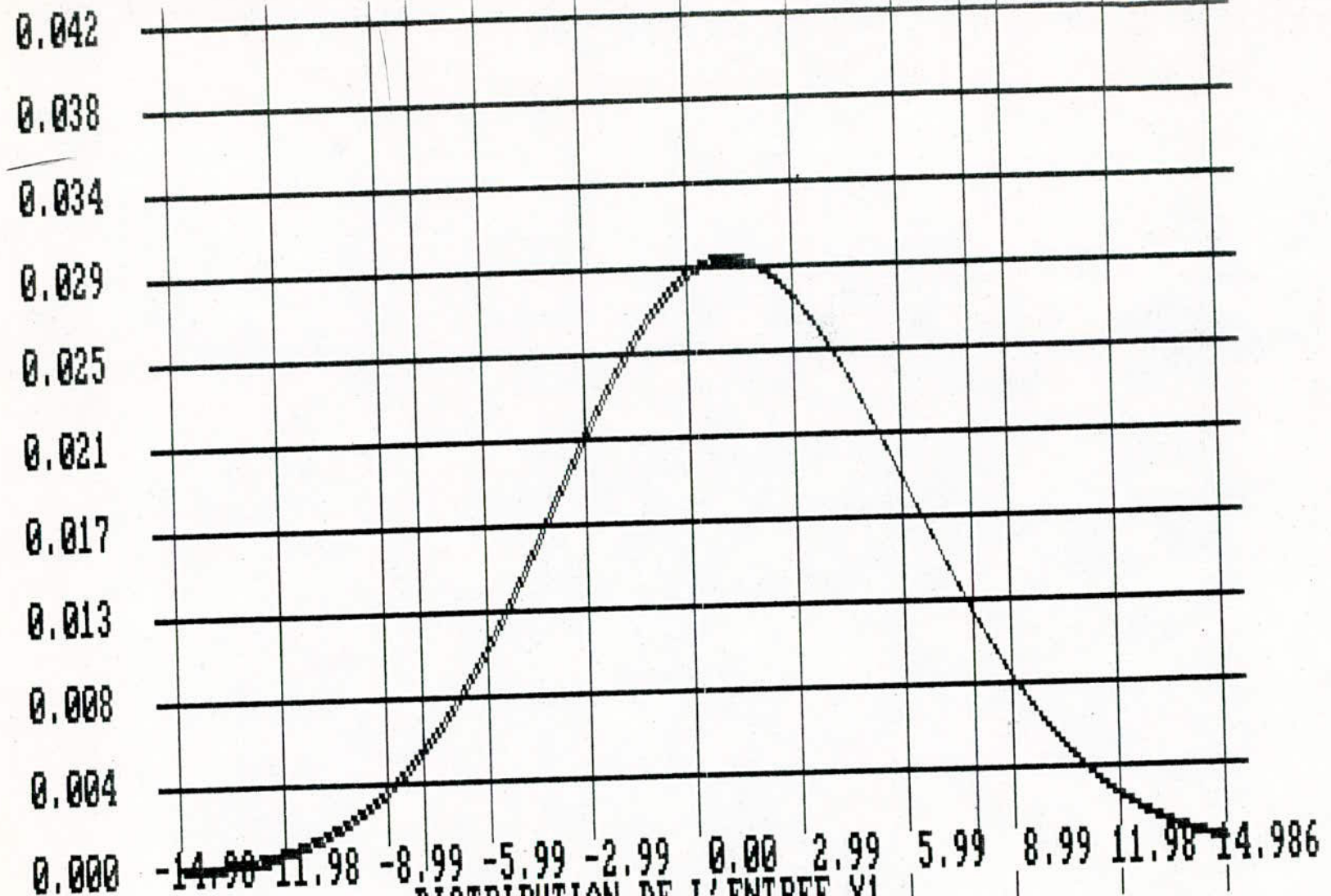


fig - 34

Nous avons pris des entrées de ce sous -système , des variables aléa -
toires ayant une distribution de GAUSS .

En utilisant les programmes élaborés dans le chapitre précédent
(VI modèle mathématique pour la simulation) , on aboutit aux cinq
graphes (fig - 35, 36, 37, 38 , 39) , lors de l'analyse par simulation
de ce sous - système .

- Fig - 35, 36 : illustrent la distribution de x_1 et x_2
- Fig - 37 : illustre la corrélation entre x_1 et x_2
- Fig - 38 : illustre la sortie $y = \min (x_1 , x_2)$
- Fig - 39 : illustre le rebut technologique

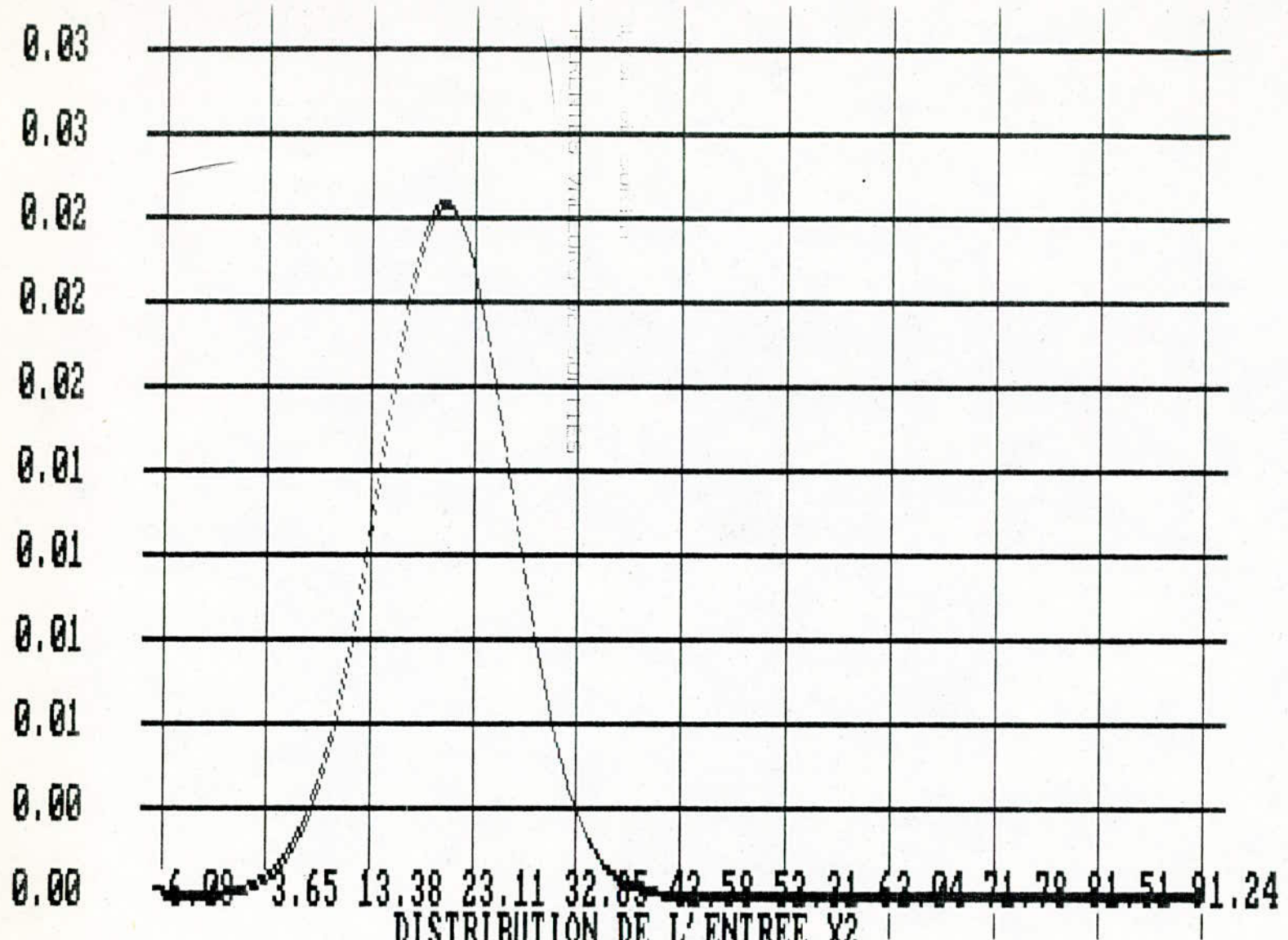


DISTRIBUTION DE L'ENTREE X1

FRAPPER LA TOUCHE .4931939 POUR REFAIRE GRAPHIQUE

? ■

FIG-35



DISTRIBUTION DE L'ENTREE X2

FRAPPER LA TOUCHE .4931939 POUR REFAIRE GRAPHIQUE? ■

fig. 36

- 63 -

FRAPPER LA TOUCHE 0 POUR REFAIRE LA GRAPHIQUE

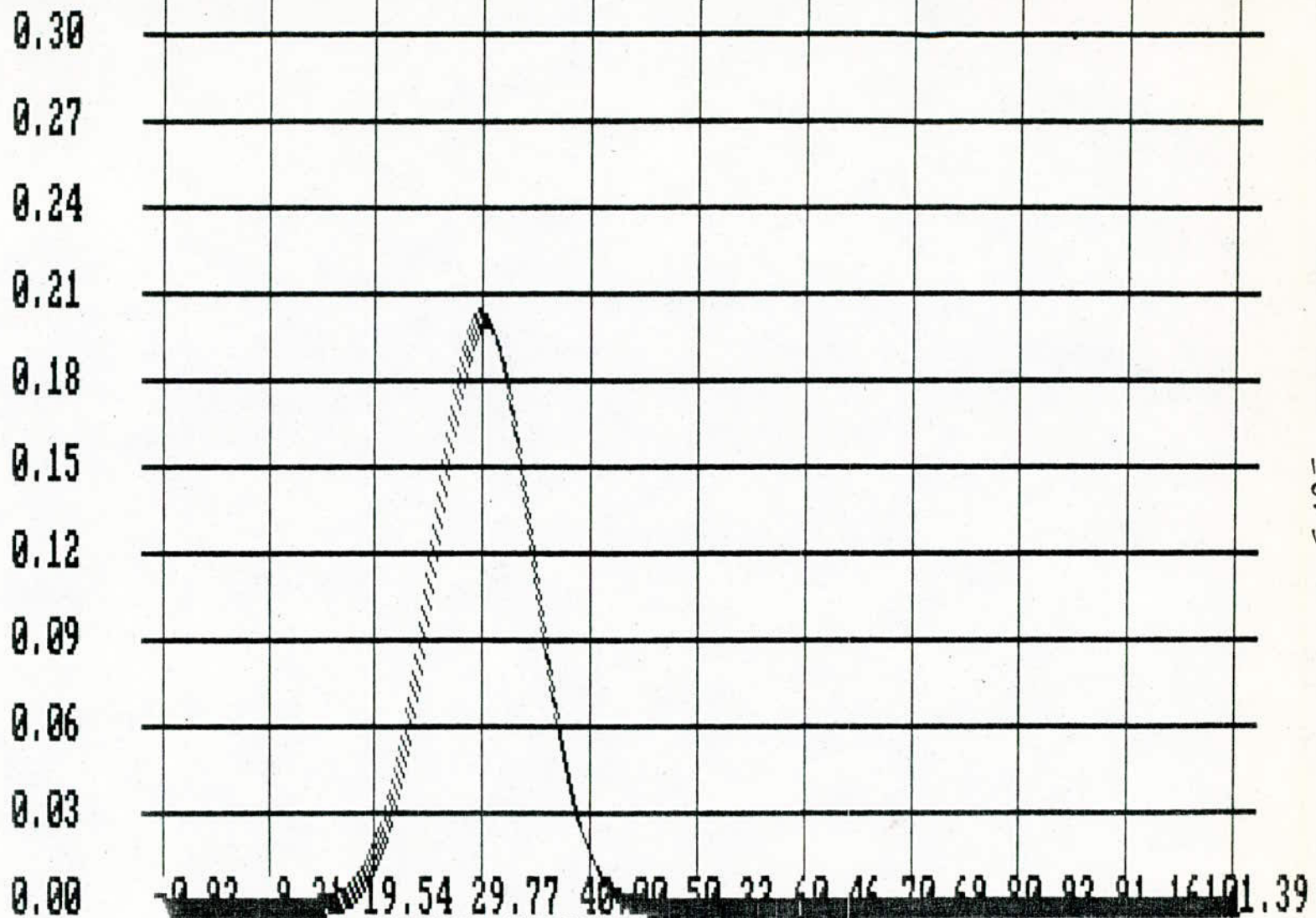
1000.000
905.000
810.000
715.000
620.000
525.000
430.000
335.000
240.000
145.000
50.000

6.00 7.90 9.80 11.70 13.60 15.50 17.40 19.30 21.20 23.10 25.000

CORRELATION ENTRE X1 ET X2

FIG - 37

6000 1200
- 64 -

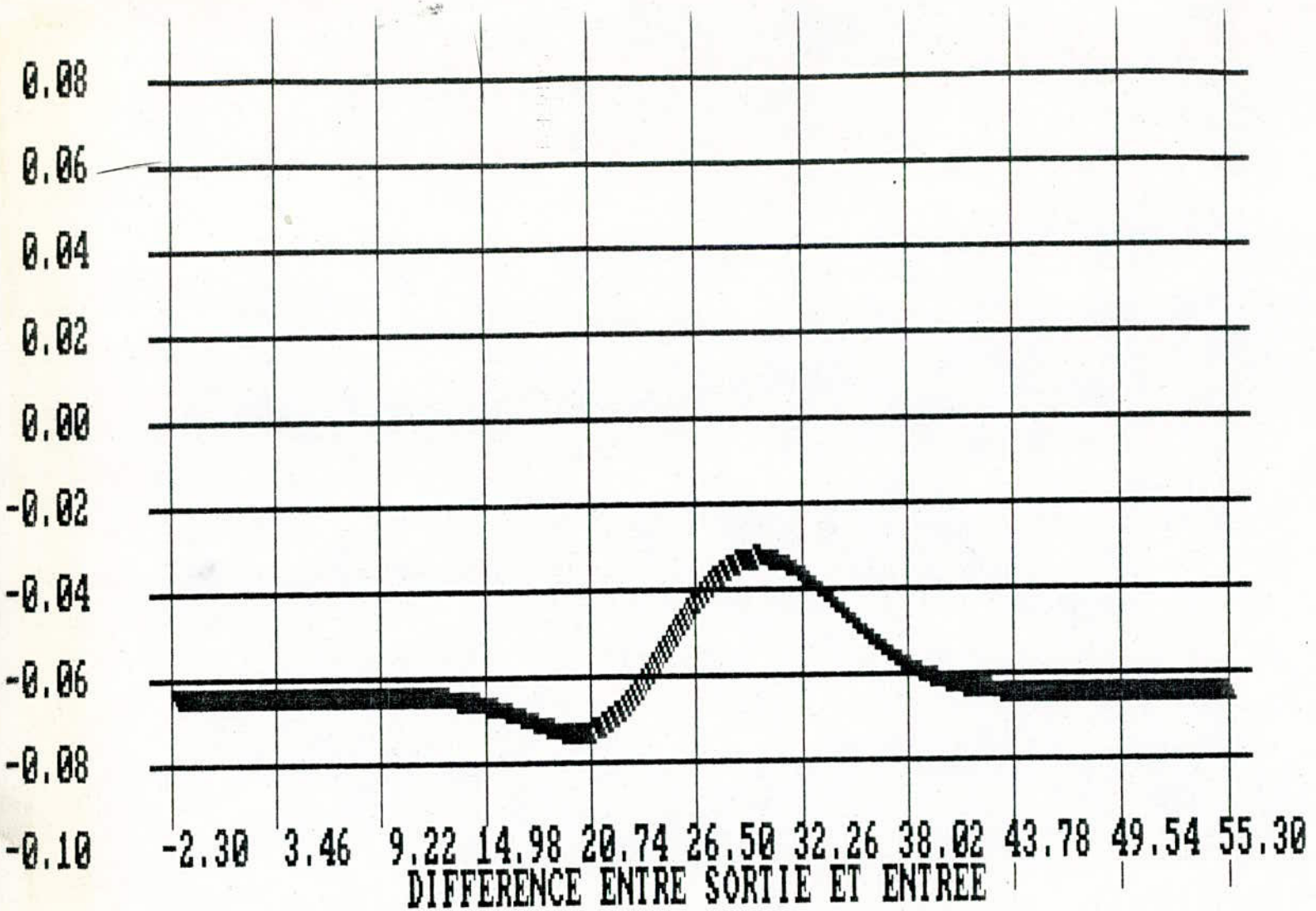


DISTRIBUTION DE LA SORTIE

ENTER 0 POUR REFAIRE LE GRAPHIQUE? █

FIG - 38

-65-



-66-

FRAPPER LA BARRE D'ESPACE POUR REFAIRE LE GRAPHIQUE? ■

Fig - 39

| NUMERO DE PIECE | 251P002 | LOSFAC 000 | DESCRIPTION | KIT | TVC | 66CT2 | PHILLIPS | PHASE | C | U/M= | PC | COUT CUM. | VALEUR ADD. | |
|-----------------|----------------|-------------|--------------------------|-------------|------|-------|----------|-------|-----|--------|------|-----------|-------------|-----------------------------------|
| POSITION | NO. | NUMERO DE | NUM. DE MODIFICATION | QUANTITE | U | CTL | CENTRE | O | % | | | | | |
| STRUCTURE | ART. | PIECE | LOSF DESCRIPTION | MODIF. DATE | TYPE | PAR | ASSEMB | M | INV | ADMIN. | T | P | | |
| 2 | <i>elimine</i> | 020 7530011 | PLAQUETTE ORNEM | | | | | | | PC | 3112 | 334006 | B | PLAQUETTE ORNEMENTALE |
| 1 | | 160 7711010 | PROTECTEUR EMBA A3006 | | | | | | | PC | 3311 | A0000 | M | ,01 PROTECTEUR EMBALLAGE HAUT |
| 2 | | 005 8010499 | 020STYROPOR P301 X2028 | 305,000 | | | | | | GR | 3133 | 334008 | B | STYROPOR P301 |
| 1 | | 165 7711011 | PROTECTEUR EMBA A3006 | | | | | | | PC | 3311 | A0000 | M | ,01 PROTECTEUR EMBALLAGE BAS |
| 2 | | 005 8010499 | 020STYRCPOR P301 X2028 | 440,000 | | | | | | GR | 3133 | 334008 | B | STYROPOR P301 |
| 1 | | 170 7740000 | ENVELOPPE PLAST DUPMI | | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ENVELOPPE PLASTIQUE |
| 1 | | 175 7740004 | FEUILLE PLASTIQ DUPMI | | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | FEUILLE PLASTIQUE |
| 1 | | 176 681P101 | 4304 972 87430 A3006 | 2,000 | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ,02 4304 972 87430 VIS PARKER |
| 1 | | 177 6840029 | 010SERRE-FILS P/CA A3006 | 2,000 | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ,01 SERRE-FILS P/CABLES P-C V2032 |
| 1 | | 185 7810055 | ETIQUETTE AVERT DUPMI | | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ETIQUETTE AVERTISSEMENT TV CO |
| 1 | | 190 7810056 | ETIQUETTE ADHS DUPMI | | | | | | | PC | 3112 | 334004 | B | ETIQUETTE ADHS N IMP 31,5X16M |
| 1 | | 195 7813534 | MANUEL D:UTILIS DUPMI | | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | MANUEL D:UTILISATION P/66CTI |
| 1 | | 196 906P019 | MONTAGE CARTON A3306 | | | | | | | PC | 3112 | A0000 | M | ,02 MONTAGE CARTON D:EMBALLAGE |
| 2 | | 005 6330328 | 010AGRAFFES A3006 | 8,000 | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ,50 AGRAFFES |
| 2 | | 006 6830329 | AGRAFFE EN ROUL A3006 | 11,000 | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ,10 AGRAFFE EN ROULEAU |
| 2 | | 010 7710118 | CARTON EMBALLAG A3006 | | | | | | | PC | 3181 | 334001 | B | ,05 CARTON EMBALLAGE 66CT/ |
| 2 | | 015 7750001 | BANDE ADHESIVE A3006 | 300,000 | | | | | | CM | 3112 | 334001 | B | ,01 BANDE ADHESIVE AVEC SIGLE |
| 1 | | 200 7813617 | FICHE DE GARANT DUPMI | | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | FICHE DE GARANTIE |
| 1 | | 205 906P000 | MONTAGE DEVIATE DUPMI | | | | | | | PC | 3311 | A3200 | M | MONTAGE DEVIATEUR |
| 2 | | 006 447P101 | 3122 137 17640 A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ,03 3122 137 17640 DEVIATEUR |
| 2 | | 010 655P002 | MONTAGE FIL CON | | | | | | | PC | 3311 | A3200 | M | MONTAGE FIL CONNECTEUR |
| 3 | | 005 1020032 | FIL SOUDURE | 0,500 | | | | | | GR | 3111 | 334004 | B | FIL SOUDURE |
| 3 | | 010 533P002 | FIL BLEU PREP 4 A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3313 | A3400 | M | ,02 FIL BLEU PREP 42 CM |
| 4 | | 005 531P006 | 0722 191 00036 DT.MR | 40,000 | | | | | | CM | 3111 | 334001 | B | 0722 191 00036 FIL SIMP.BLEU |
| 3 | | 015 533P003 | FIL ROUGE PREP A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3313 | A3400 | M | ,02 FIL ROUGE PREP 40CM V2032 |
| 4 | | 005 531P001 | 0722 191 00032 DT.MR | 40,000 | | | | | | CM | 3111 | 334001 | B | 0722 191 00032 FIL SIM ROUGE |
| 3 | | 020 653P001 | 4304 972 90000 A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ,01 4304 972 90000 CONNECT 3WF |
| 3 | | 025 662P101 | GAINÉ PREP 20CM A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3311 | A3200 | M | ,01 GAINÉ PREP 20CM V2032 |
| 4 | | 005 662P003 | 4304 974 64020 V2032 | 20,000 | | | | | | CM | 3111 | 334001 | B | 4304 974 64020 |
| 2 | | 015 655P003 | MONTAGE FIL CON | | | | | | | PC | 3311 | A3200 | M | MONTAGE FIL CONNECTEUR |
| 3 | | 005 1020032 | FIL SOUDURE | 0,500 | | | | | | GR | 3111 | 334004 | B | FIL SOUDURE |
| 3 | | 010 533P004 | FIL VERT PREP 3 A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3313 | A3400 | M | ,02 FIL VERT PREP 30 CM |
| 4 | | 005 531P004 | 0722 191 00035 DT.MR | 30,000 | | | | | | CM | 3111 | 334001 | B | 0722 191 00035 FIL SIMP.VERT |
| 3 | | 015 533P008 | FIL JAUNE PREP. A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3313 | A3400 | M | ,02 FIL JAUNE PREP. 30 CM |
| 4 | | 005 531P005 | 0722 191 00034 DT.MR | 30,000 | | | | | | CM | 3111 | 334001 | B | 0722 191 00034 FIL SIMP.JAUNE |
| 3 | | 020 653P001 | 4304 972 90000 A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ,01 4304 972 90000 CONNECT 3WF |
| 3 | | 025 662P102 | GAINÉ PREP 15CM A3006 | 1,000 | | | | | | PC | 3311 | A3200 | M | ,01 GAINÉ PREP 15CM |
| 4 | | 005 662P003 | 4304 974 64020 UMCHG | 15,000 | | | | | | CM | 3111 | 334001 | B | 4304 974 64020 |
| 1 | | 210 906P012 | MONTAGE BLOC CO DUPMI | | | | | | | PC | 3311 | A3200 | M | MONTAGE BLOC COMMANDE PHASE C |
| 2 | | 005 803P001 | 4304 976 99670 A3006 | 1,000 | | | | | | GR | 3111 | 334001 | B | ,01 4304 976 99670 COLLE |
| 2 | | 010 1020032 | FIL SOUDURE A3006 | 1,500 | | | | | | GR | 3111 | 334004 | B | ,01 FIL SOUDURE |
| 2 | | 015 406P100 | 2322 421 30006 A3006 | 4,000 | | | | | | PC | 3112 | 334001 | B | ,01 2322 421 30006 PL60 4K7 LIN W |
| 2 | | 020 431P001 | 4304 973 03690 DUPMI | 1,000 | | | | | | PC | 3111 | 334001 | B | 4304 973 03690 BOUT POUSS |
| 2 | | 025 5335044 | FIL JUMPER PREP A3006 | 2,000 | | | | | | PC | 3313 | A3400 | M | ,02 FIL JUMPER PREPARE |
| 3 | | 005 5311950 | FIL NU SIMPLE | 3,800 | | | | | | CM | 3112 | 334001 | B | FIL NU SIMPLE |

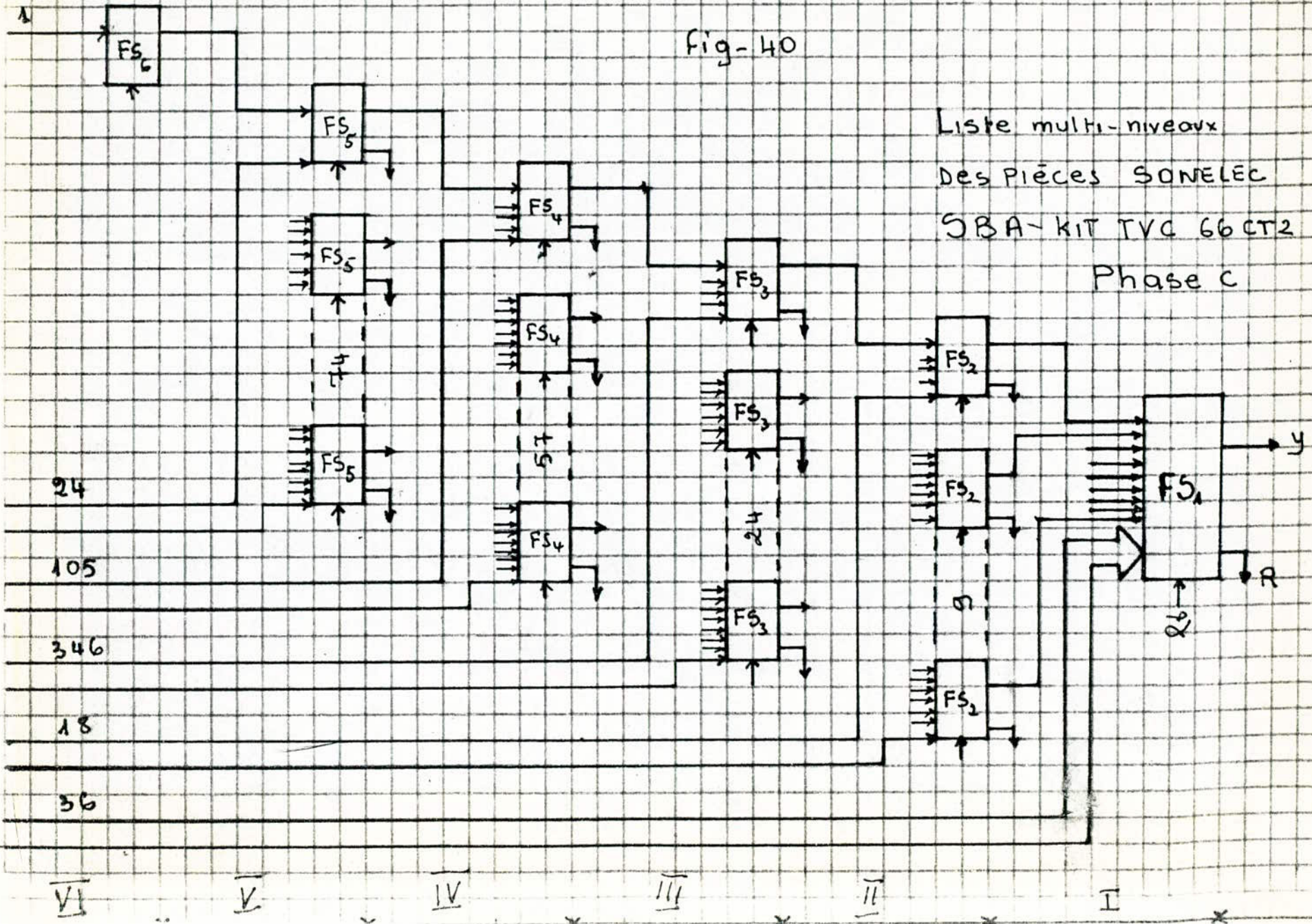
voir bnc

3/4

03

Fig-40

Liste multi-niveaux
Des Pièces SONELEC
SBA-KIT TVC 66 CT2
Phase C



VIII - CONCLUSION :

Cette recherche a été orientée dans le but de pouvoir résoudre le problème de contrôle d'un grand système stoechiométrique en temps différé. Et le modèle du système que nous avons proposé garantit une certaine souplesse dans son application dans les cas concrets bien déterminés, aussi bien dans le domaine technologique qu'économique.

Dans le cas où on ne peut pas trouver une solution optimale, seul l'utilisateur pourra juger quelle décision faut-il prendre.

Bref, cette étude est le début de la prévision de la solution du problème de contrôle optimal du système stoechiométrique en temps réel (cas non traité dans ce projet).

En guise d'application de la méthode d'analyse d'un système stoechiométrique, nous proposons de décomposer la liste multi-niveaux des pièces du kit TWC 66GT2 PHILLIPS PHASE C SONELEC - SEA, sous forme de coordination des plusieurs filtres stoechiométriques classés par niveau, en suivant la chaîne de l'assemblage.

Liste multi - niveaux des pièces SONELEC -SEA

KIT TVC 66 C T 2 PHILLIPS PHASE C

Description : Cette liste multi - niveaux peut être représentée par

un modèle fonctionnel d'un système stoechiométrique, à 4 catégories d'entrées PC, OM, GR, ML, dont les coefficients stoechiométriques α_i caractérisent la quantité des pièces par assemblage.

Si on note x_i les entrées, $i = 1, 2, \dots, 695$; la sortie y sera en fonction de (x_i, α_i)

PC : élément de l'ensemble défini par :

haut parleur, coffret, bobine,

OM : élément de l'ensemble défini par :

fil nu simple, gaine,

GR : élément de l'ensemble défini par :

soudure, cire stabilisante,

ML : élément de l'ensemble défini par :

huile HOLLIS, alcool isopropylique

Analyse du système en multi - niveaux :

La décomposition de ce système se fait en six (6) niveaux de la façon suivante :

Pour obtenir l'élément du niveau n°1, on a besoin de certains des éléments de niveaux n° 2, 3, 4, 5, ou 6

Pour obtenir l'élément du niveau n°2, on a besoin de certains éléments de niveaux n° 3, 4, 5, ou 6

Ainsi de suite

Le niveau n°0 correspond à l'ensemble final de toutes les pièces.

Dans ce mode de coordination on remarque que ces niveaux se composent des entrées dépendantes et indépendantes

Tableau de nombre d'entrées par niveau

| Niveaux : | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|--------------------------------|----|----|-----|-----|----|---|
| nombre d'entrées indépendantes | 36 | 18 | 346 | 105 | 24 | 0 |
| nombre d'entrées dépendantes | 9 | 24 | 57 | 74 | 1 | 1 |
| total : | 45 | 42 | 403 | 179 | 25 | 1 |

Nombre des entrées du système tout entier : 695

Tableau n°2

| Catégories d'entrées : | PC | CM | GR | ML |
|---------------------------------|---------|----------|---------|--------|
| TOTAL DES α_i | 949.750 | 2108.500 | 900.250 | 16.000 |
| Nombre des α_i par cat. | 588 | 60 | 33 | 14 |
| Moyenne des α_i par cat. | 1.700 | 36.990 | 27.280 | 1.140 |

Ce tableau n°2 donne la moyenne des coefficients stoechiométriques i.e les quantités des pièces par assemblage pour lesystème global .

Tableau n°3

| Niveaux : | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------------------------------|------------------------|----------------------------------|--|---|-----------------------------|-----------------------|
| Catégories d'entrées par NIV. | PC : 45 - - - | PC : 34 CM : 1 GR : 7 - | PC : 366 CM : 5 GR : 20 ML : 12 | PC : 140 CM : 31 GR : 6 ML : 2 | PC : 3 CM : 22 - - | - CM : 1 - - |
| Total : | 45 | 42 | 403 | 179 | 25 | 1 |

References de ces données : Liste multi - niveaux des pièces

SONELLEC - SBA KIT TVC 66 OT2 PHILLIPS

PHASE C

DATE DE LA MISE A JOUR PRECEDENTE : 16/04/83 18 H 00 MN 15 SEC
DATE DU PRESENT TIRAGE : 18/04/83 13 H 50 MN 00 SEC

La décomposition de ce système est représentée dans la fig - 40

La sortie du niveau n°0 est caractérisée par :

$$y = \min \left(\frac{x_1}{\alpha_1}, \frac{x_2}{\alpha_2}, \dots \right)$$

Le rebut technologique est défini par :

$$R = K y$$

Et sa valeur moyenne pour tout le système : 1,5 %

Remarque : Le nombre de filtres du niveau précédent correspond au nombre d'entrées dépendantes du niveau suivant :

Exemple , dans le 1er tableau , le nombre des entrées dépendantes du niveau 1 (FS₁) est 9 , alors le nombre de (FS₂) est aussi 9 .

Annexe n°1

1 - Notion d'une boule dans l'espace métrique :

On définit la notion de distance dans un espace métrique, notée (E, d)

l'application notée ; $E \times E \rightarrow \mathbb{R}^+$

telle que : $E \times E \ni (x, y) \mapsto d(x, y) \in \mathbb{R}^+$

Propriétés : $x, y, z \in E$

- a) $d(x, y) \geq 0$
- b) $d(x, x) = 0$
- c) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$
- d) $d(x, y) = d(y, x)$

On définit la notion d'une boule ouverte dans l'espace métrique (E, d) de centre a , de rayon r par :

$$x \in B_o(a, r) \Rightarrow d(a, x) < r$$

On définit la notion d'une boule fermée dans l'espace métrique (E, d) de centre a , de rayon r par :

$$x \in B_f(a, r) \Rightarrow d(a, x) \leq r$$

La notion de distance et de boule reste valable dans l'extension à l'espace métrique de fonctions (E', d) :

tel que pour $x, y, z \in E'$ alors $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$

2 - Notion de bases de filtre au sens mathématique :

Dans un ensemble E , un ensemble non vide B de parties de E est dit " base de filtre " sur E si les axiomes suivants sont vérifiés :

- a) la partie vide de E n'est pas dans B
- b) l'intersection de deux éléments de B contient un élément de B .

3 - Fonction convexe sur l'intervalle I :

Une fonction f est convexe sur I si et seulement si :

$\forall x_1, x_2 \in I, \forall m_1, m_2$ avec $m_1 \geq 0, m_2 \geq 0, m_1 + m_2 = 1$

$$f(m_1 x_1 + m_2 x_2) \leq m_1 f(x_1) + m_2 f(x_2)$$

théorème :

Si f est dérivable sur I alors : f convexe sur I $\Leftrightarrow f'$ croissante dans I .

corollaire : si $f'' \geq 0$ dans I alors : f convexe dans I $\Leftrightarrow f'' \geq 0$

Annexes n°2

Rappels sur les éléments de calcul des probabilités et des statistiques :

Classification des phénomènes aléatoires :

- 1 - Evénements aléatoires
- 2 - variables aléatoires
- 3 - processus aléatoires

Evénements aléatoires :

Un événement aléatoire A est caractérisé par sa probabilité $P(A)$ telle que : $0 \leq P(A) \leq 1$

$P(A) = 1$, on dit que A est un événement certain

$P(A) = 0$, on dit que A est un événement impossible

on peut trouver une repartition de A telle que : $A = \{A_1, A_2, \dots, A_m\}$

Si la combinaison des événements est incompatible deux à deux alors :

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$$

Et si de plus l'un des événements est certain alors : $P(A) = \sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$

Dans ce cas Λ est un système complet

S'il existe un autre événement B , la réalisation conditionnelle de Λ et B

sera définie par : $P(AB) = P(\Lambda/B) P(B) = P(B/\Lambda) P(\Lambda)$

$P(\Lambda/B)$ et $P(B/\Lambda)$ sont dites probabilités conditionnelles de Λ et B .

Variabiles aléatoires :

Une variable aléatoire est une grandeur dont l'épreuve établit une et une seule fois, une valeur tirée d'un ensemble de valeurs possibles.

Caractéristiques : Chaque v.à. est caractérisée par :

- l'ensemble de ses valeurs possibles
- les probabilités de ses valeurs possibles

Pour un ensemble complet $x_1 ; x_2 ; x_3 \dots x_n$ la réalisation de chaque x_i se traduit par : $P_i = P(x_i)$ avec $P(x_i) = 1$

$F(x) = P(X \leq x)$ est dite fonction de repartition de v.à X

si $F(x)$ est continue et dérivable alors :

$f(x) = dF(x)/dx = f(x)$ s'appelle densité de probabilité de la v.à X .

Espérance mathématique :

$$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = m$$

variance :

$$\sigma^2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m)^2 f(x) dx$$

covariance de v.à X, Y : $cov(x, y) = E(xy) - E(x)E(y)$

coefficient de corrélation de v.à X, Y :

$$cov(x, y) / \sqrt{\sigma(x) \sigma(y)}$$

Pour le cas multivariable : On a des matrices de coefficients de cor-
relation et de variance - covariance

a) Matrice de coefficients de corrélation :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & \rho(1,2) & \dots & \rho(1,n) \\ \vdots & 1 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \rho(n,1) & \dots & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$\rho(i,j) = \rho(j,i)$$

b) Matrice de covariance - variance :

$$V = \begin{bmatrix} v(1,1) & v(1,2) & \dots & v(1,n) \\ v(2,1) & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ v(n,1) & \dots & \dots & v(n,n) \end{bmatrix}$$

$v(i,i)$ sont des variances

$v(i,j)$ sont des covariances

Processus aléatoire :

Le processus aléatoire est un ensemble des variables aléatoires $X(t)$ du temps. Les observations isolées d'un processus aléatoire $X(t)$ se déroulent, dans les conditions invariables de l'épreuve, donnent chaque fois des fonctions $x(t)$ différentes.

Propriétés :

- Stationnarité : $P(x(t)) = P(x)$

- ERGODISME : $E(x(t)) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$

- Fonction d'autocorrélation :

$$c_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t - \tau) dt$$

- Fonction de corrélation de $x(t)$ et $y(t)$:

$$c_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) y(t - \tau) dt = c_{yx}(\tau)$$

Annexe n°3
Programme n°1

```
C      RECHERCHE DE MIN MAX DES 10000 DANS UN TABLEAU T
      DIMENSION T(10000) , NNEFF (20)
      TMIN = T(1)
      TMAX = T(1)
      DO 20 I = 2, 10000
      IF (T(I) - LT < TMIN ) TMIN = T(I)
      IF (T(I) - GT > TMAX ) TMAX = T(I)
20     CONTINUE
```

Programme n°2

```
C      CALCUL DE MATRICE DES COEFFICIENTS DE CORRELATION
      DO 100 I = 1, NVAR
      DO 90 J = 1, NVAR
90     C(I,J) = C(I,J) / S(I) S(J)
100    CONTINUE
C      NVAR NOMBRE DE VARIABLES
```

Programme n°3 RANDU (IX, IY , FL)

```
C      GENERE UN NOMBRE ALEATOIRE SUIVANT LA LOI UNIFORME SUR (0,1)
      IX = IX * 65539
      IF (IX) 5,6,6
5     IY = IX + 2147483647 + 1
6     YFL = IY
      YFL = YFL * 0.4656613 E - 9
      CONTINUE
```

X - BIBLIOGRAPHIES :

- (chap 6 II) Commande des systèmes multidimensionnels
André FOSSARD
C . GUEGUEN (1)
Edition DUNOD PARIS 1972
- (chap - VI) Exercices commentés de statistiques et
informatique appliquées
Ronald GENESSAT (2)
Edition DUNOD PARIS 1976
- (chap - I) Langages de simulation
technique de l'ingénieur (3)
Brochure H - 2360 1981
- (chap - V) Le filtrage et ses applications
M. LABARRERE
J.P. KRIEF (4)
B. GIMONET
Collection SUP' AERO Edition CEPADUES 1978 -1982
- (chap - II) Optimization for large - scale systems
with applications
David A. WISMER (5)
Département of engineering and science
university of CALIFORNIA ,LOS ANGELES

(chap -- II) Commande hiérarchisée et optimisation des
processus complexes

André titli

(6)

Edition DUNOD PARIS 1975

(chap -- V) Transmission de l'information

Méthodes mathématiques

K. ARBENZ

J.C. MARTIN

(7)

Edition MASSON PARIS 1983

(chap -- I) Simulation mathématique et ses applications

GEORAFAS D. N.

(8)

Edition DUNOD 1966

((chap -- V et VI) Traitement des données statistiques
méthodes et programmes

L. LEBART

(9)

A. MORINEAU

J.P. FENELON

Edition DUNOD PARIS 1979