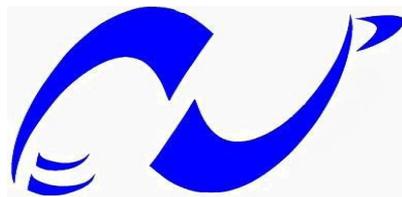


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

LVALEF

Département : Génie Chimique

Laboratoire de Valorisation des énergies fossiles

Mémoire de Master en Génie Chimique

Etude bidimensionnelle des films de savon

Chaima TORKI

Sous la direction de : M. T.AHMED-ZAID, Pr (ENP)
Mme. S.HADDOUM, MCB, (ENP)

Présenté et soutenu publiquement le 15 Juin 2017

Composition du jury :

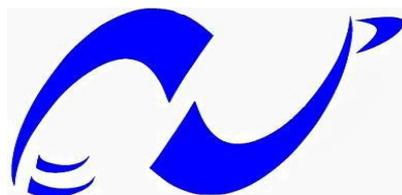
Président	M. A.SELATNIA, Pr (ENP)
Rapporteurs/ Promoteurs	M. T.AHMED-ZAID, Pr (ENP) Mme. S.HADDOUM, MCB, (ENP)
Examineurs	M. OUADJAOUT, MAA, (ENP) Mme Y.TCHOULAK, MAA, (ENP)

ENP 2017

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

LAVALEF

Département : Génie Chimique

Laboratoire de Valorisation des énergies fossiles

Mémoire de Master en Génie Chimique

Etude bidimensionnelle des films de savon

Chaima TORKI

Sous la direction de : M. T.AHMED-ZAID, Pr (ENP)
Mme. S.HADDOUM, MCB, (ENP)

Présenté et soutenu publiquement le 15 Juin 2017

Composition du jury :

Président	M. A.SELATNIA, Pr (ENP)
Rapporteurs/ Promoteurs	M. T.AHMED-ZAID, Pr (ENP) Mme. S.HADDOUM, MCB, (ENP)
Examineurs	M. OUADJAOUT, MAA, (ENP) Mme Y.TCHOULAK, MAA, (ENP)

ENP 2017

DEDICACES

Avec un énorme plaisir, un cœur ouvert et une immense joie, que je dédie cet humble travail :

A ma chère mère, sources de tendresse, de noblesse & d'affection, qui a sacrifié sa vie pour notre réussite, qui nous a donné la volonté et l'énergie pour réussir et poursuivre et qui et nous éclairé le chemin par leurs conseils judicieux.

A la mémoire de mon cher père, qui m'a donné énergie, m'a suivi le long de cursus et m'a dirigé le long de mon parcours scolaire.

J'espère qu'un jour, je peux rendre un peu de ce que mes parents « mes ex enseignants » ont fait pour moi, que dieu leur prête bonheur et longue vie pour ma mère.

A mes frères, Housseem, Badisse et Dirar et mes chères sœurs Djihad, Hadjer, El khanssa, Belkis et ma petite sœur Karima ; que Dieu leurs protège pour toujours.

A mes grands-parents paternels et à la mémoire de mes grands-parents maternels, que j'aime tant et à qui je souhaite le bonheur.

A mon futur mari, que le Dieu le protège et le prête bonheur et longue vie.

A toute la famille TORKI ;

A mon binôme Katia et à toute sa famille.

A toutes mes amies qui ont partagé mes joies.

REMERCIEMENTS

Avant tout développement sur cette expérience professionnelle, il apparaît opportun de commencer ce mémoire par des remerciements.

Notre reconnaissance éternelle et nos vifs remerciements vont à « Allah » qui nous a ouvert les portes de savoir, nous a donné la santé, la volonté pour accomplir ce mémoire.

En premier lieu, Nos plus sincères remerciements vont à Nos parents qui nous ont toujours encouragés dans la poursuite de nos études, ainsi que pour leur aide, leur compréhension et leur soutien.

Nous tenons aussi à remercier très sincèrement, nos grands promoteurs : pr **T. AHMED ZAID** et Dr **S. HADDOUM** pour leurs multiples conseils, orientations et pour toutes les heures qu'ils ont consacrées pour diriger cette recherche, pour nous avoir offert les meilleures conditions de travail au laboratoire. Enfin, nous étions extrêmement sensibles à leurs qualités humaines.

Nous tenons également à présenter vivement nos remerciements à l'ensemble de membres de jury : nos Professeur **Mr. Slatnia, Mr. Ouadjaout** et **M^{me}. Tchoulak** d'avoir accepté de juger ce travail.

Je remercie aussi tous mes enseignants pour la formation qu'ils nous ont prodiguée, ainsi que mes camarades et toute mes amies de l'ENP avec qui j'ai partagé de bons moments.

المخلص

خلال هذا العمل كان اهتمامنا منصبا على دراسة الأفلام ثنائية الأبعاد المتشكلة من خلال رغوة الصابون وفحص أنماط تشكلها بين لوحين متوازيين من الزجاج بأشكال هندسية مختلفة.

لهذا السبب، وحققنا العديد من الأشكال الهندسية مثل: مثلث، مربع، خماسي و سداسي، وتحديد الخطوط العريضة للفيلم وقد قمنا بقياس الأطوال والزوايا بين أجزاء الفيلم من أجل مقارنتها مع القيم المحددة وفقا لقوانين بلاطو.

الكلمات المفتاحية: قوانين بلاطو , لوحين متوازيين, الأفلام ثنائية الأبعاد, إشكالية شتاينر

Abstract

In the course of this thesis we have been interested in the two-dimensional study of soap films by examining the patterns they form between two parallel Perspex plates between which pins are inserted in different geometric shapes.

Although the films formed occupy the three dimensions, the patterns formed by the film appear in two dimensions when looking at the plates from the top. The total length of the film thus bordering the pins at equilibrium is minimal due to the fact that the total area of the film is minimal (minimum energy state). The configuration of the film is analogous to the minimal Steiner network which is the minimal path length connecting different points.

Our aim was to form such film networks and to verify the Plateau's laws which govern their behavior by measuring their lengths and the angles they form at their intersections. The results of our measurements revealed slight deviations from the theoretical predictions due to the phenomena of friction on the walls of the plates and the imperfect construction of the experimental device.

Key words: Plateau's laws, two - dimensional film, parallel plates. Steiner's problem.

Résumé

Au cours de ce mémoire, nous nous sommes intéressés à l'étude bidimensionnelle des films de savon en examinant les motifs qu'ils forment entre deux plaques parallèles en plexiglas entre lesquelles des broches sont insérées selon différentes formes géométriques.

Bien que les films formés occupent les 3 dimensions, les motifs décrits par le film apparaissent dans deux dimensions lorsque l'on regarde les plaques de dessus. La longueur totale du film bordant les contours des broches, à l'équilibre, est minimale en vertu du fait que l'aire totale du film correspond à un minimum (état d'énergie minimal). La configuration du film est analogue au réseau minimal de Steiner qui correspond à la longueur du trajet minimal reliant différents points (matérialisés ici par les broches).

Notre travail avait pour objectif de former de tels réseaux et de vérifier les lois de Plateau régissant le comportement des films par la mesure des longueurs de films et des angles formés par l'intersection de tronçons de films. Les résultats de nos mesures ont permis de mettre en évidence de faibles écarts avec les prévisions théoriques, en raison de phénomènes de frottements du film sur les parois des plaques et de la réalisation imparfaite du dispositif expérimental.

Mots clés : lois de Plateau, film bidimensionnel, plaques parallèles. Problème de Steiner.

Table des matières

Liste des figures	
Liste des tableaux	
Liste des abréviations	
Introduction générale.....	11
Chapitre I : Généralités sur les films de savon, bulles et mousses	16
I.1. les films et les bulles de savon	16
I.1.1 La structure d'un film savonneux	16
I.1.2 Une bulle de savon.....	17
I.1.2.1.Etude de la forme de la bulle.....	18
I.1.2.2.Etude de plusieurs bulles.....	18
I.1.3 Les lois de Plateau.....	19
I.2. Mousse	20
I.2.1 Qu'est-ce que la mousse ?	21
I.2.2 Structure d'une mousse	22
I.2.2.1.Différentes échelles d'observations possibles	22
I.2.2.2.La géométrie d'une mousse	23
I.2.3.Mécanismes de formation d'une mousse	24
I.2.4 Mécanismes de vieillissement d'une mousse.....	26
I.2.5 Etudes dynamique de la mousse	28
Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon	32
II.1 Introduction	32
II.2 Modèles simple à deux dimensions	32
II.2.1 Films réunissant des motifs triangulaires, carrés et pentagonaux.....	32
II.2.2 Films reliant des broches disposées en hexagone	34
II.2.3 Films réunissant des motifs de broches disposées en heptagone et octogone	38
II.3 Bulles dans les modèles bidimensionnels	38
II.4 Symétrie dans les motifs et films de savon.....	40
II.5 Autres discussions sur la géométrie des bulles de savon	41
II.5.1 Intersection de trois cercles.....	41
II.5.2 Autres égalités intéressantes	42
II.5.3 Le problème de l'arbre de Steiner.....	43
II.6 Le problème général de Steiner	44
Chapitre III : Partie expérimentale	48
III.1 Produits chimiques	48
III.2 Formulation de la solution moussante	48
III.3 Problème de Steiner	48

III.4 protocole opératoire :.....	49
III.5 Les étapes d'utilisation du logiciel « Mesurim ».....	49
III.6 Résultats obtenus :.....	51
III.7 Arbres de Steiner.....	59
Conclusion générale	62
Références bibliographiques	64

Liste des figures

Figure 1 : Surface minimale formée par le film de savon dans un carré.....	12
Figure I.1 : Agencement des molécules dans un film de savon	16
Figure I.2 : Structure d'un film savonneux	16
Figure I.3 : Film de savon formé dans un anneau	17
Figure I.4 : Photographie d'une mousse	22
Figure I.5 : Différentes échelles d'observation des mousses.....	23
Figure I.6 : Cellule de Kelvin, l étant la longueur d'une arête ; la cellule est inscrite dans une sphère de rayon $R=2l$	23
Figure I.7: Cellule de Weaire-Phelan	24
Figure I.8 : Variations typiques de la tension superficielle et de la moussabilité en fonction de la concentration de surfactif.....	25
Figure I.9 : Effet Gibbs-Marangoni.....	26
Figure I. 10 : Ecoulement du liquide à travers la mousse sous l'effet de la gravité ^[8]	27
Figure I. 11 : Présentation schématique de la coalescence.....	28
Figure I.12 : Phase de réarrangements à l'étude.....	28
Figure I.13 – Schéma d'un processus T1 dans une mousse en 3D. Il peut avoir lieu de gauche à droite ou de droite à gauche.....	29
Figure I.14 – Réarrangement topologique T2 : disparition d'une bulle par Mûrissement	30
Figure II.1. Modèle de film bidimensionnel établi entre trois broches disposées en triangle	32
Figure II.2. Modèle de film bidimensionnel établi entre quatre broches disposées en carré.	33
Figure II.3. Modèle de film bidimensionnel formé entre cinq broches disposées dans un pentagone. .	34
Figure II.4. (a), (b) et (c) : des motifs de films bidimensionnels alternatifs qui peuvent se former entre six broches disposées dans un hexagone.....	35
Figure II.5 (a) et (b): étapes pour réduire le motif de film de la configuration III dans un agencement de broche hexagonal.....	36
Figure II.6 Tracé de la longueur (énergie) en fonction de l'angle de configuration pour les modèles à six broches décrits dans la figure II.4.....	37
Figure II.7. Dispositions bidimensionnelles de films pouvant se former entre sept broches disposées dans un heptagone	38
Figure II .8 Dispositions bidimensionnelles de films pouvant se former Entre huit broches disposées dans un octogone.....	38
Figure II.9 : Formes de bulles disposées dans des motifs à broches bidimensionnels	39
Figure II.10. (A) symétrie spéculaire. (B) symétrie de rotation (d'ordre 3).....	40
Figure II.11-Intersection de trois cercles :.....	42
a) Cas général ; b) intersection en un point commun	42
Figure II.12 Illustration de quelques résultats géométriques remarquables impliquant des triangles...	43
Figure II.13 : Illustrant le problème de Steiner pour trouver le plus court chemin pour relier 3 points.	45

Figure III.1 : Modèle de film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral.	49
Figure III.2 : Une copie d'écran lors du processus d'étalonnage pour la mesure des longueurs de films	50
Figure III.3 : Une copie d'écran lors du processus de mesure de l'angle.....	51
Figure III.4 : Modèle de film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral indiquant les différents segments.	52
Figure III.5 : Modèle de film bidimensionnel formé entre trois broches disposées dans un triangle équilatéral indiquant les trois sommets des angles.....	53
Figure III.6 : Modèle de film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré indiquant les segments.....	54
Figure III.7 : Modèle de film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré indiquant les sommets des angles.....	55
Figure III.8 : Modèle de film bidimensionnel formé entre cinq broches disposées dans un pentagone (à droite notre expérience).....	56
Figure III.9 : Modèle de film bidimensionnel formé entre six broches disposées dans un hexagone... ..	58
Figure III.10 : Application de la solution de l'arbre de Steiner pour la carte géographique de l'Algérie.	60

Liste des tableaux

Tableau I.2 : Des bulles coalescentes	19
Tableau III.1 : Résultats de mesure des distances du film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral.....	52
Tableau III.2 : Résultats de mesure des angles du film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral.....	53
Tableau III.3 : Résultats de mesure des distances du film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré.	54
Tableau III.4 : Résultats de mesure des angles du film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré.	55
Tableau III.5 : Résultats de mesure des distances du film bidimensionnel formé cinq broches disposées dans un pentagone.....	56
Tableau III.6 : Résultats de mesure des angles du film bidimensionnel formé cinq broches disposées dans un pentagone	57
Tableau III.7 : Résultats de mesure des distances du film bidimensionnel formé six broches disposées dans un hexagone.	58
Tableau III.8 : Résultats de mesure des angles du film bidimensionnel formé six broches disposées dans un hexagone.	58

Liste des abréviations

σ	Tension superficielle (N/m)
T1	Réarrangement de type T1
T2	Réarrangement de Type T2
P	pression (N/m ²)
r	Rayon d'une bulle (m)
R	Rayon de courbure (m)
M	La version miroir d'un motif



Introduction générale

Les mousses, liquides ou solides, industrielles ou naturelles, font partie intégrante de notre quotidien. Leur vaste intérêt dans l'industrie repose dans le fait qu'elles regroupent les propriétés de matériaux antagonistes tels que les liquides et les solides. En agroalimentaire, on utilise le fait que la mousse soit une collection d'interfaces liquide-air stabilisées par des molécules tensioactives. Ces nombreuses interfaces constituent des espaces d'échanges qui, par exemple, peuvent être très utiles lorsqu'il s'agit de décupler le goût. Par ailleurs, le gaz contenu dans la mousse permet d'en faire un matériau beaucoup moins dense que le liquide seul. La lutte contre les incendies nécessite que les mousses flottent sur un liquide comme par exemple une nappe de pétrole là où d'autres matériaux échouent.^[1]

La composition de la mousse peut aussi être ajustée puisque la nature et les quantités de gaz et de liquide peuvent, a priori, être variées à l'infini. Ainsi une mousse légère peut permettre l'extinction d'une nappe de pétrole en feu par recouvrement et isolation du combustible avec l'oxygène de l'air. Enfin, le confinement d'explosifs utilise le caractère autoportant des mousses. Elles ont un fort caractère isolant. Il peut s'agir d'isolation sonore car la propagation du son y est ralentie, mais également d'isolation mécanique car les chocs y sont absorbés. Ainsi une mousse autoportante et isolante présente l'intérêt de pouvoir recouvrir un explosif et d'amoindrir la portée d'une explosion.

Une certitude sur les mousses est leur caractère métastable. Elles évoluent de manière irréversible dans le temps et cette évolution ne peut, au mieux, qu'être retardée. Nous savons en l'occurrence qu'il existe trois modes de déstabilisation des mousses : l'écoulement par gravité du liquide dans les parois des bulles, qui assèche la mousse, on parle de drainage ; la rupture des parois des bulles ou coalescence ; et le transfert de gaz des petites bulles vers les grosses appelé murissement. Les enjeux industriels sont la prédiction de l'évolution d'une mousse et le contrôle de ces processus de déstabilisation^[1].

Une mousse est constituée essentiellement d'une multitude de bulles séparées les unes des autres par des parois de film mince d'eau savonneuse ; ou encore d'assemblage de bulles séparées par du liquide. Comprendre comment une mousse stable peut être obtenue ou, au contraire, comment on peut éviter sa formation est un point capital pour certaines applications^[2].

Si nous ne pouvons guère affirmer que les bulles de savon roulent, une chose est sûre, c'est qu'elles s'amassent en mousse, mais pas n'importe comment... En effet, si le chaos règne au sein d'une mousse, tout n'est pas imprévisible. Ce microcosme est un formidable objet d'étude permettant une observation directe et originale des lois physiques de la dynamique des fluides.

L'étude des mousses se justifie également par la diversité des usages et des applications des mousses, citons par exemple l'isolation thermique et acoustique, le rasage, la lutte contre les incendies, la séparation des minerais, la décontamination nucléaire...

Par ailleurs, le film d'eau savonneuse est employé comme « calculateur analogique », c'est-à-dire comme un outil pour résoudre de manière physique certains problèmes dont la résolution théorique s'avère difficile.^[2]

Les films de savon ont tendance à minimiser leur aire afin de minimiser leur énergie ; ils peuvent aussi réajuster leur forme pour produire un minimum local de manière à minimiser

Introduction générale

leur énergie localement (sous réserve d'une petite perturbation du film). Si nous confignons les films entre deux plaques parallèles, la minimisation de la surface totale équivaut à minimiser la longueur totale du film. Ces plaques parallèles peuvent être aisément fabriquées avec du plexiglas.

En 1837, Steiner chercha la meilleure manière de relier n villes de même importance par des routes rectilignes, deux villes quelconques devant être reliées et la longueur totale des routes étant minimale. Les routes se rencontrent soit en une ville, soit en un point d'embranchement, dit point de Steiner, situé en rase campagne.

Des chercheurs ont voulu à vérifier expérimentalement les solutions du problème de Steiner, en considérant l'arrangement de lames savonneuses amenées à se rencontrer. Dans notre dispositif expérimental, les lames savonneuses prennent naissance entre n petits axes en acier reliant deux plaques de plexiglas parallèles. Les villes de Steiner sont représentées par des broches métalliques et les routes reliant les villes par les lames savonneuses ^[3].

C'est en réalité à partir d'une observation statique de quelques bulles collées les unes par rapport aux autres que des chercheurs ont eu l'idée de poursuivre une analyse à l'échelle d'une mousse en deux dimensions en confinant une mousse entre deux plaques parallèles, aussi bien en mode statique qu'en mode dynamique^[3].

Nous insérons donc des broches entre les deux plaques, dans des trous percés dans le plexiglas, comme le montre la figure 1



Figure 1 : Surface minimale formée par le film de savon dans un carré.

On peut alors observer ce qui se passe au niveau des films reliant les broches (nous avons utilisé des **goupilles fendues**). Le problème de l'établissement de ce qui se passe au film devient bidimensionnel. Il est similaire au problème de la détermination de la longueur minimale requise pour joindre un certain nombre de points ^[4].

L'objectif de notre travail se résume à l'étude des films de savon bidimensionnels et l'examen des motifs formés par la mousse entre les deux plaques parallèles en plexiglas.

Ce travail comporte deux grands chapitres qui traitent les différentes propriétés de la mousse en général et leurs comportements entre deux plaques parallèles-

Introduction générale

Le premier chapitre constitue une bibliographie générale sur les différentes propriétés et généralités sur les mousses et les mécanismes de leurs formations ainsi que leurs vieillissements.

Le deuxième chapitre expose l'étude des films de savon bidimensionnels, s'intéresse à la minimisation des surfaces et considère quelques applications du problème de Steiner.

Enfin, le troisième chapitre porte sur la partie expérimentale qui présente les résultats de nos mesures des angles et des distances dans les motifs de films de savon formés entre les deux plaques parallèles de plexiglas.

Partie :
Revue
bibliographique

**Chapitre I : Généralités
sur les films de savon,
bulles et les mousses**

Chapitre I : Généralités sur les films de savon, bulles et mousses

I.1. les films et les bulles de savon

I.1.1 La structure d'un film savonneux

Un cadre métallique est plongé dans une eau savonneuse. On le tire hors de l'eau. Un film savonneux se forme, il est constitué de deux couches de molécules de savon et d'une fine couche d'eau entre les deux ^[3].

D'où, un film savonneux est une couche de liquide séparant deux phases gazeuses (comme deux bulles), en un plan recouvert de deux couches de tensioactifs. Comme le montre la figure I.1.

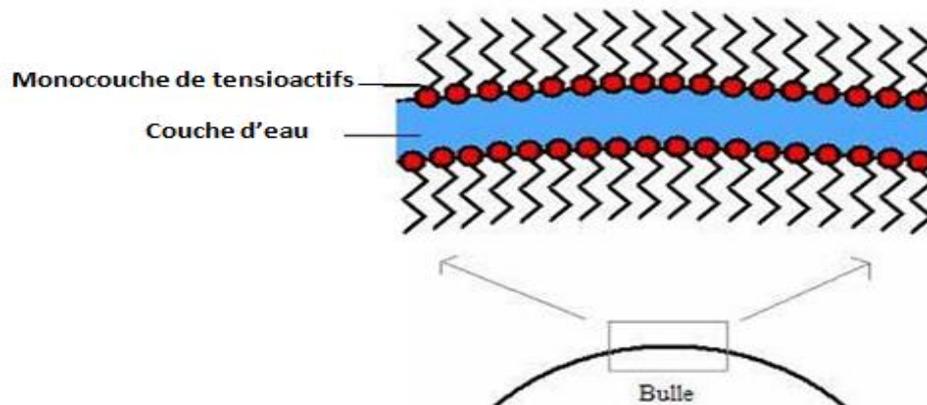


Figure I.1 : Agencement des molécules dans un film de savon ^[5].

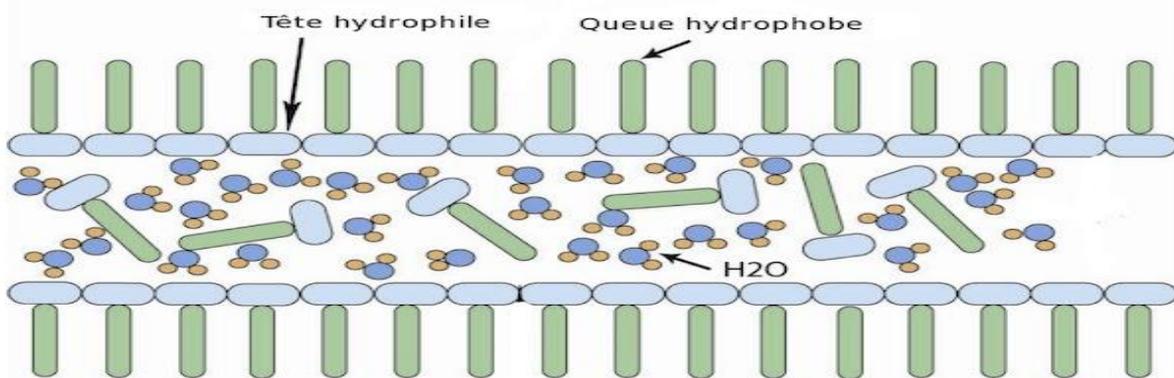


Figure I.2 : Structure d'un film savonneux ^[5].

C'est cette structure (montrée dans la figure I.2) qui permet à l'eau savonneuse de former un film qui borde une forme donnée.

Chapitre I : Généralités sur les films de savon, bulles et mousses

La structure du film évolue peu à peu. D'un côté, la tension de surface maintient le film en place. D'un autre côté, l'eau s'écoule vers le bas, sous l'effet de son propre poids. C'est pour cela que le film savonneux est plus épais à sa base.

L'eau qui se trouve emprisonnée dans le film a tendance à partir par drainage, provoquant un amincissement de celui-ci et une mise en tension.

Le film savonneux va donc tendre vers une surface minimale pour minimiser les tensions de surface.

La forme du film dépend de la forme du cadre. Un film savonneux ne sera pas forcément plan.

La prévision de l'allure d'une surface minimale pour un système donné devient rapidement complexe. Pour lever cette difficulté, certains architectes travaillent de manière empirique et modélisent les structures qu'ils veulent construire en utilisant des films savonneux.

Par exemple, si on trempe un anneau dans de l'eau pure et qu'on le ressort aussi prudemment que possible aucun film ne se forme. Par contre si on ajoute un peu de liquide vaisselle à l'eau et qu'on renouvelle l'expérience alors, pourvu que l'anneau ne soit pas trop grand, on observe qu'un film de savon se forme à l'intérieur de cet anneau (figure I.3).

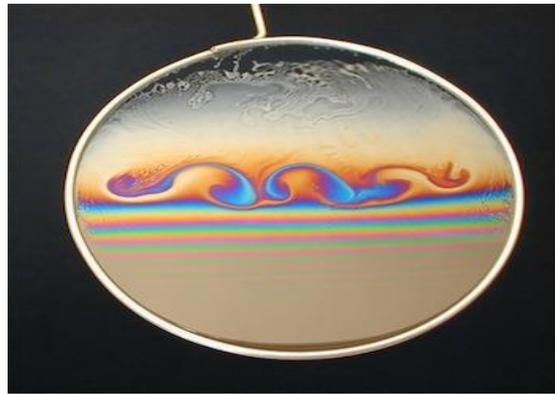


Figure I.3 : Film de savon formé dans un anneau ^[6].

I.1.2 Une bulle de savon

Le tableau suivant I.1 montre que parmi les polyèdres réguliers, la sphère est la structure qui possède la surface minimale pour un volume donné.

Tableau I.1 : Les différentes formes géométriques et leurs paramètres.

Forme	Nombre de surface	Volume	Surface
tétraèdre	4	16 cm ³	46 cm ²
cube	6	16 cm ³	39 cm ²
octaèdre	8	16 cm ³	37 cm ²
Sphère	infini	16 cm ³	31 cm ²

Chapitre I : Généralités sur les films de savon, bulles et mousses

Ce sont les interactions intermoléculaires qui déterminent la structure finale. Les molécules de surfactant s'associent de façon à minimiser la surface de la structure.

Ce faisant, le système atteint un état énergétique minimal. Dans l'idéal, en l'absence de contraintes extérieures, une bulle a une structure sphérique.

Après l'étude de la forme d'une bulle, voyons comment plusieurs bulles interagissent.

Donc une bulle de savon est une sorte de bulle particulière, plus précisément une sphère formée d'un mince film d'eau savonneuse rempli d'air flottant dans l'atmosphère.

Sa paroi est constituée de deux couches de phospholipides amphiphiles de par leurs « têtes » hydrophiles et leurs « queues » hydrophobes. Une étroite couche d'eau est retenue entre les têtes hydrophiles tandis que les queues hydrophobes, préférant le contact de l'air plutôt que celui de l'eau (comme leur nom l'indique), s'agencent de la manière suivante : queues de la couche phospholipidique externe (tournées vers l'extérieur de la bulle, donc vers l'air ambiant) et queues de la couche phospholipidique interne (tournées vers l'intérieur de la bulle, donc vers l'air emprisonné).

I.1.2.1. Etude de la forme de la bulle

En raison de la tension superficielle, les films d'eau savonneuse sont dotés d'une certaine élasticité et il faut dépenser un peu d'énergie pour les étirer, comme on le fait sans s'en rendre compte lorsque l'on produit une bulle de savon. Ce phénomène peut, dans une certaine mesure, être comparé au gonflage d'un ballon de baudruche, à ceci près que le film d'eau savonneuse est constitué de liquide et que l'énergie mise en jeu pour produire une bulle est beaucoup moins importante. Il reste que la pression du gaz contenu dans une bulle est légèrement plus forte que celle de l'atmosphère environnante.

Plus l'aire d'un film liquide est importante, plus son énergie potentielle est élevée. Or, tout système matériel atteint un équilibre stable lorsque son énergie potentielle est minimale. Une bulle de savon tend donc, naturellement, à prendre la forme qui lui permet d'enfermer un volume d'air donné dans une surface d'aire minimale (principe de minimisation) ; tout le monde a pu constater qu'il s'agit d'une sphère, mais constater n'est pas démontrer et les mathématiciens, Archimède en tête, s'y sont longtemps cassé les dents. Il fallut attendre 1882 pour que le mathématicien allemand Hermann Amandus Schwarz prouve que parmi toutes les surfaces enfermant un volume donné, la sphère est bien celle qui présente l'aire minimale.

On peut généraliser ce problème : étant donnés deux volumes V_a et V_b , quelle est la surface minimale susceptible de les contenir ? L'observation incite à penser qu'il s'agit d'un double bulle, limitée par deux portions de sphère, avec un « disque » de séparation bombé ou non. Ceci n'a cependant été prouvé qu'en 1995, et encore, dans le cas de deux volumes égaux.

Beaucoup de problèmes mathématiques très ardues ont pourtant des énoncés extrêmement simples.

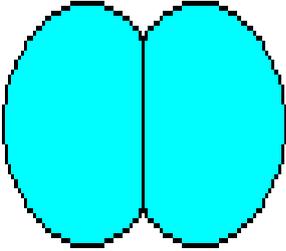
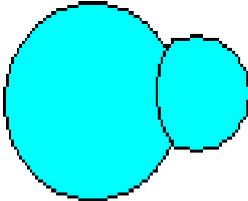
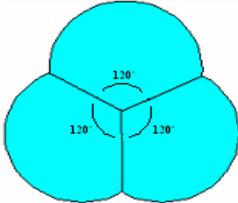
I.1.2.2. Etude de plusieurs bulles

Les mousses ordinaires sont des structures tridimensionnelles. En raison d'une simplification, l'étude d'une mousse bidimensionnelle produite par agglutination de plusieurs bulles a été proposée.

Chapitre I : Généralités sur les films de savon, bulles et mousses

Lors ce que les bulles se coalescent des spécifications vont être exigées pour un nombre de bulle donné, le tableau I.2 illustre les différents bulles coalescentes et quelques spécifications pour chaque cas.

Tableau I.2 : Des bulles coalescentes ^[3].

Pour deux bulles de même taille		La surface de contact est plane. Chaque bulle, cherchant à avoir sa forme sphérique naturelle, essaie de «pousser» la surface de contact pour s'arrondir. Mais elle subit en même temps la poussée de la part de sa voisine.
Pour deux bulles de tailles différentes		La pression à l'intérieur d'une petite bulle est plus importante que celle qui règne à l'intérieur d'une grosse bulle, si bien qu'au final, on aura une surface de contact légèrement incurvée.
Pour trois bulles identiques:		L'espace est partagé équitablement. Les plans de séparation s'écartent d'un angle de 120°. Une rotation de 120° autour d'un axe rétablit la figure.

A partir de ces propriétés, essayons de comprendre le problème de Steiner, pour comprendre l'origine de la symétrie des figures observées.

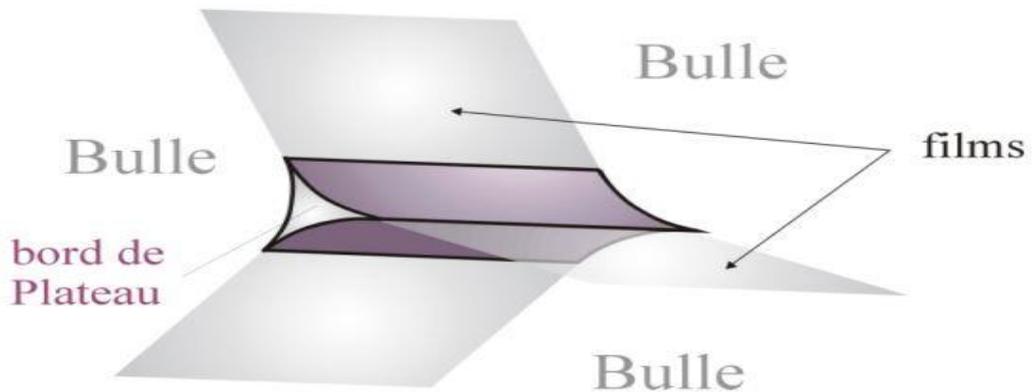
I.1.3 Les lois de Plateau

Au XIX^{ème} siècle, le physicien belge Joseph Plateau a formulé des conditions à partir d'observations expérimentales, qui décrivent la structure des films de savon de la mousse :

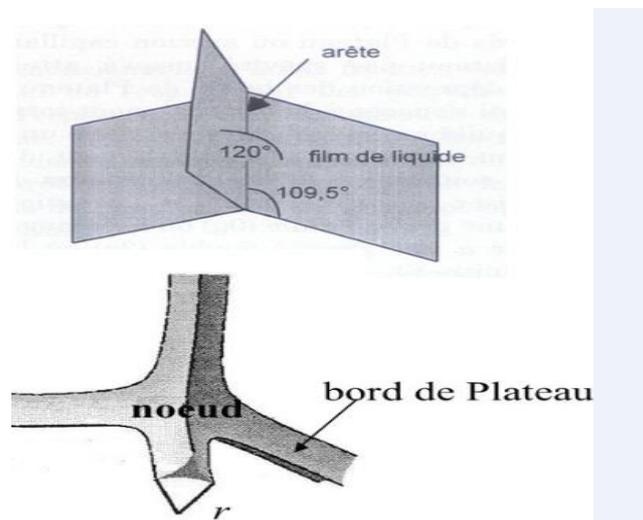
- Tout film de savon se compose de surfaces lisses.
- Chacun de ces éléments présentent une courbure moyenne constante
- Quand trois films se rejoignent, ils forment deux à deux des angles de 120°.
- Quatre bords de Plateau se coupent sous un angle d'environ 109.47° formant un sommet.
- Elles s'appliquent à toutes les surfaces constituées de films de savon dans une mousse sèche.

Chapitre I : Généralités sur les films de savon, bulles et mousses

Le bord de Plateau est l'arrête formée à l'intersection de trois film savonneux ^[7].



Quatre bords de Plateau se rejoignent au niveau d'un nœud ^[7].



I.2. Mousse

Une mousse aqueuse est un système constitué de deux phases, une phase liquide et une phase gazeuse. Le gaz est enfermé dans des cellules entourées par le liquide, et assemblées entre elles. La mousse a donc une structure possédant une grande surface de contact entre le gaz et le liquide. Toutefois, l'énergie ou l'aire totale sont minimales. La taille des bulles varie habituellement entre $50 \mu\text{m}$ et plusieurs millimètres.

La stabilité d'une mousse ne dépend pas que de la tension superficielle γ . Pour obtenir une dispersion durable de gaz dans un liquide, il faut utiliser un tensioactif qui s'adsorbe aux interfaces gaz/liquide, donne un caractère élastique à ces surfaces et protège ainsi le film d'eau entre deux bulles de la rupture ^[8].

Tant que la mousse contient une fraction de gaz inférieure à 65 % environ, les bulles ont une forme sphérique ; quand la fraction liquide diminue, les bulles changent de forme et prennent une forme polyédrique. Il est difficile d'obtenir des mousses stables contenant plus que quelques % de liquide avec des liquides peu visqueux, à cause du drainage dû à la gravité.

Ces mousses seront donc le plus souvent « sèches ». La phase liquide dans la mousse est

Chapitre I : Généralités sur les films de savon, bulles et mousses

contenue principalement entre les arêtes des polyèdres, formant un réseau de canaux et de films dans lequel le liquide coule. La mousse se comporte comme un milieu poreux mais où les pores n'ont pas de taille fixe.

I.2.1 Qu'est-ce que la mousse ? ^[9]

La mousse reste encore aujourd'hui difficile à décrire de façon précise. On l'interprète comme une dispersion de bulles, un milieu qui diffuse la lumière, ayant un comportement à la fois liquide et solide. Un des paramètres clef de la mousse est sa fraction massique définie par :

$$\phi = \frac{\text{volume d'air}}{\text{volume total}}$$

La fraction massique d'une mousse quantifie la « sécheresse » de la mousse.

L'utilité et la présence de la mousse dans de nombreux domaines de la vie justifie la nécessité de l'étudier. La mousse est une des données clés de la condensation par flottation, étape fondamentale dans les usines de métallurgie ; elle est très utilisée dans la lutte contre les incendies, à commencer par les extincteurs. Des mousses à raser de la cosmétique, aux mousses de la bière en passant par celle de l'industrie pharmaceutique, la mousse est présente dans tous les secteurs d'activités.

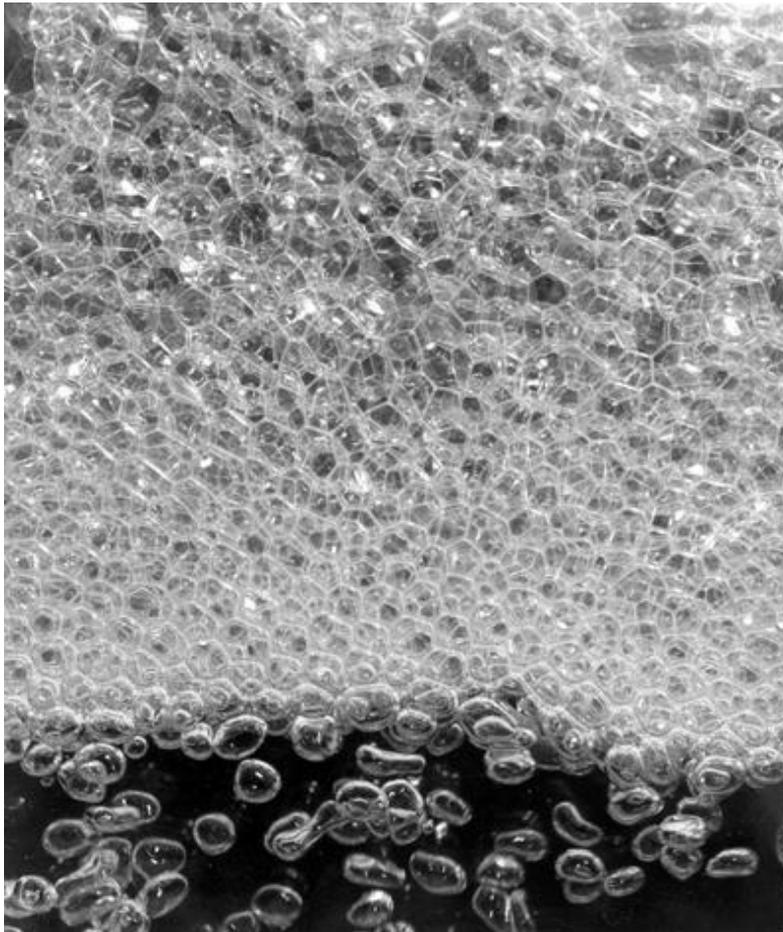


Figure I.4 : Photographie d'une mousse ^[9]

I.2.2 Structure d'une mousse

I.2.2.1. Différentes échelles d'observations possibles ^[9]

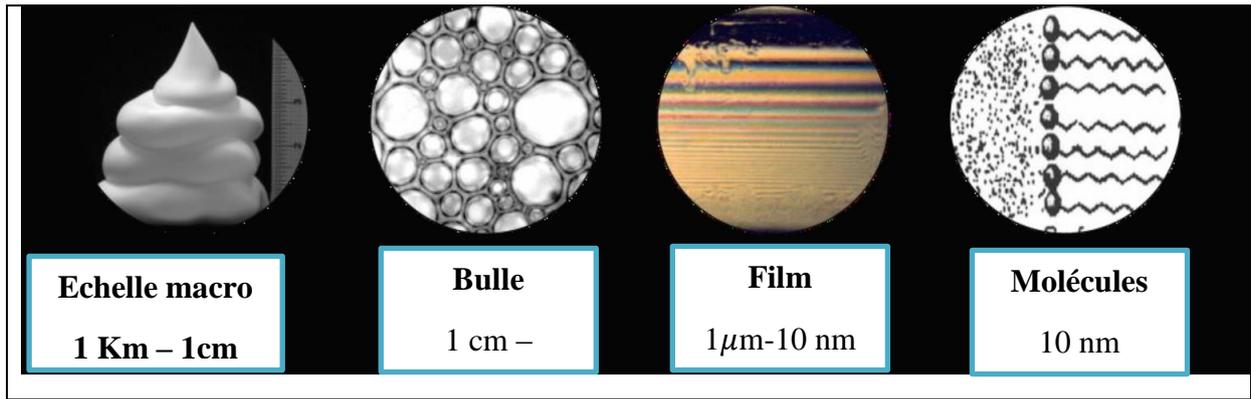


Figure I.5 : Différentes échelles d'observation des mousses ^[9].

I.2.2.2. La géométrie d'une mousse

La surface des bulles dans une mousse aqueuse est couverte de tensioactifs, qui stabilisent les films et empêchent leur rupture grâce en partie au caractère élastique induit par leur présence aux surfaces (ce qui explique pourquoi l'eau pure ne mousse pas) ^[10].

A l'équilibre, l'aire totale des bulles d'une mousse doit être minimale pour un volume total fixé. Quelle est la structure qui permet de remplir un volume avec des cellules de même taille, qui minimise la surface du système et qui obéit aux lois de Plateau ; Une solution a été proposée d'abord par Kelvin en 1887 (figure I.6). Il s'agit d'un polyèdre de 14 faces, 8 hexagones et 6 carrés ; en courbant légèrement les côtés, Kelvin a pu montrer que l'on pouvait paver l'espace avec ces cellules dans une structure cubique face centrée, tout en respectant les lois de Plateau. Pendant longtemps, les cellules de Kelvin sont restées les cellules d'aire la plus petite connue, mais la question restait toujours posée, est-ce vraiment la structure de plus basse énergie ? En 1994, une nouvelle structure a été proposée par D. Weaire et al, avec une énergie encore plus basse ^[11]. La cellule de Weaire-Phelan, qui a pour squelette celui du réseau cristallin du β -tungstène, est composée d'un dodécaèdre avec des faces pentagonales associé à un tétradécaèdre avec deux faces hexagonales et 12 pentagonales (figure I.7). Il n'est toutefois pas prouvé qu'il n'existe pas de structure de plus basse énergie. Notons que ces structures sont formées de cellules de taille identique, ce qui est loin d'être le cas des mousses réelles. C'est peut-être la raison pour laquelle elles n'ont été observées que dans des mousses confinées dans des tubes, où les bulles ont une taille homogène ^[12].

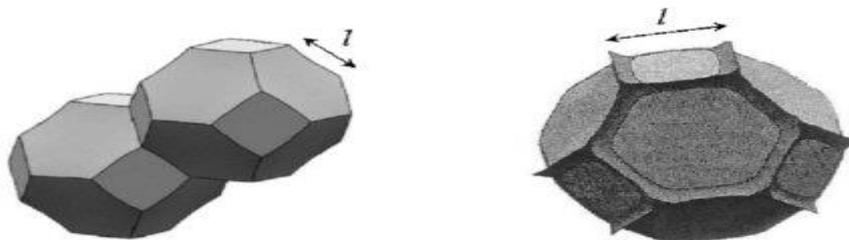


Figure I.6 : Cellule de Kelvin, l étant la longueur d'une arête ; la cellule est inscrite

dans une sphère de rayon $R = \sqrt{2} l$ ^[13].

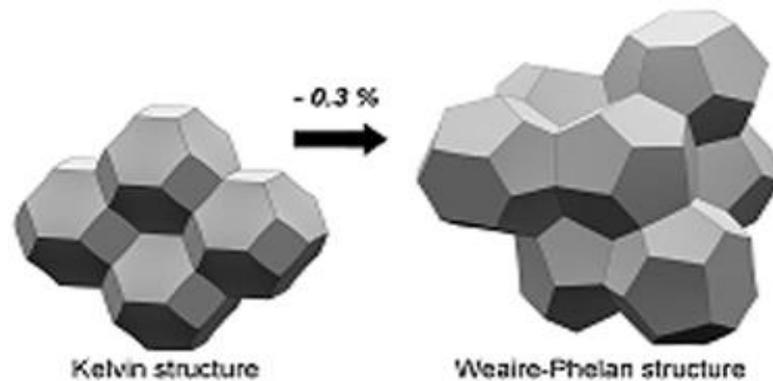


Figure I.7: Cellule de Weaire-Phelan ^[13] .

I.2.3. Mécanismes de formation d'une mousse ^[14].

Formation d'une mousse : premiers instants critiques

- **Génération des bulles**

Pour qu'une mousse se forme, il faut incorporer un gaz sous forme dispersée dans un liquide approprié. On peut produire la désorption d'un gaz dissous en augmentant la température ou en diminuant la pression (ouverture d'une bouteille de champagne, détente d'une mousse à raser sous pression), ou en soumettant un liquide à une sollicitation mécanique, ou mieux par agitation ultrasonique, laquelle produit de toutes petites bulles de gaz dissous. On peut aussi incorporer du gaz par entraînement mécanique dans le liquide, soit par bullage à travers un orifice ou une membrane, soit par barbotage, soit par fouettage ou brassage et entraînement de gaz au sein du liquide. La formation de bulle et sa dimension dépendent du rapport des forces mécaniques et capillaires. En tout état de cause, et compte tenu des conditions de tension, il est très difficile dans la pratique de produire des bulles de taille inférieure à 50 μm par agitation et, à moins d'utiliser des dispositifs spéciaux (avec de très fortes pertes de charge), les bulles obtenues ont typiquement des tailles de 100 μm ou plus ^[14].

- **Adsorption de surfactif**

La formation des bulles génère une augmentation de l'aire superficielle gaz-liquide qui déclenche l'adsorption des molécules de surfactif. La vitesse d'adsorption dépend de la concentration du surfactif dans le liquide et de son transport vers l'interface, et on peut dire en général qu'elle est liée à la nature et à la concentration du surfactif, ainsi qu'à la viscosité de la phase liquide. Pour un surfactif de faible masse molaire comme le dodécyl sulfate de sodium en phase aqueuse, l'adsorption est très rapide et on peut dire qu'en une fraction de seconde (quelques dixièmes de seconde), elle est proche de sa valeur d'équilibre. Par contre, pour d'autres systèmes, l'adsorption peut durer plusieurs minutes ou plus, et tout se passe comme s'il n'y avait pas de surfactif adsorbé au moment où les bulles s'accroissent les unes sur les autres ; de ce fait, celles-ci se rompent et la mousse ne se forme pas. En présence d'un mélange de surfactifs, ce sont souvent les espèces de plus faible masse molaire qui s'adsorbent les premières et qui garantissent la formation de la mousse.

- Séparation par gravité

Les bulles formées se déplacent rapidement sous l'effet de la poussée d'Archimède et s'accumulent à la surface libre du liquide. Les bulles perdent leur sphéricité et les films de liquide qui se forment entre la surface libre et les bulles, ainsi qu'entre les bulles elles-mêmes, doivent résister à l'étirement produit par les contraintes mécaniques pour que la mousse puisse survivre. On parle alors d'élasticité de ces films due à l'effet Gibbs-Marangoni.

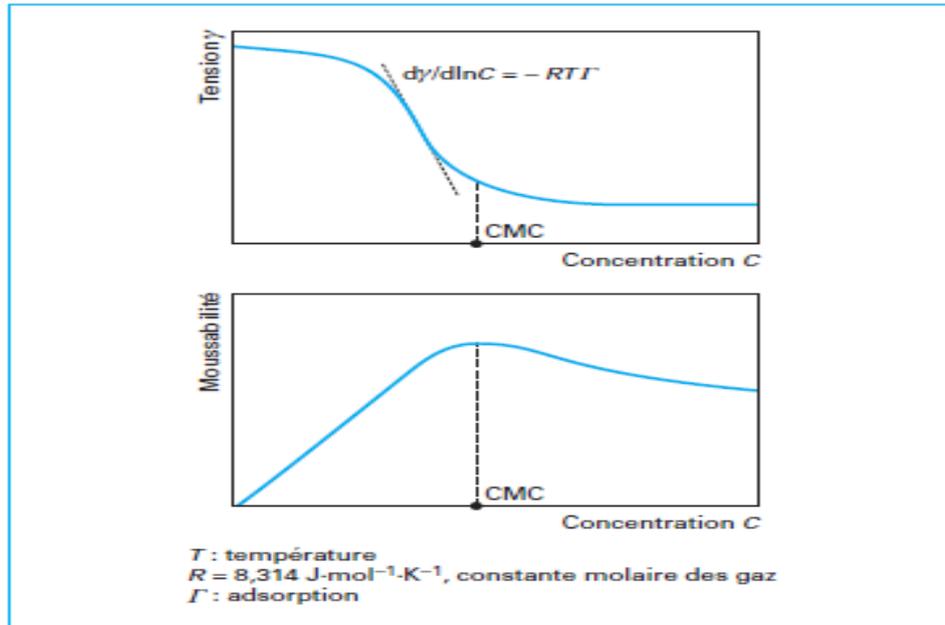


Figure I.8 : Variations typiques de la tension superficielle et de la moussabilité en fonction de la concentration de surfactif ^[14].

- Effet Gibbs-Marangoni ^[2].

Un film d'eau contenant des molécules tensioactives possède deux interfaces. L'étirement de ces dernières engendre un gradient de tension superficielle responsable d'un mouvement de l'eau des zones peu étirées vers la zone étirée. En renflouant la zone étirée, ce mouvement d'eau s'oppose à l'étirement. Cet effet dit de « Gibbs-Marangoni » favorise la formation des mousses et leur stabilisation (figure I.9).

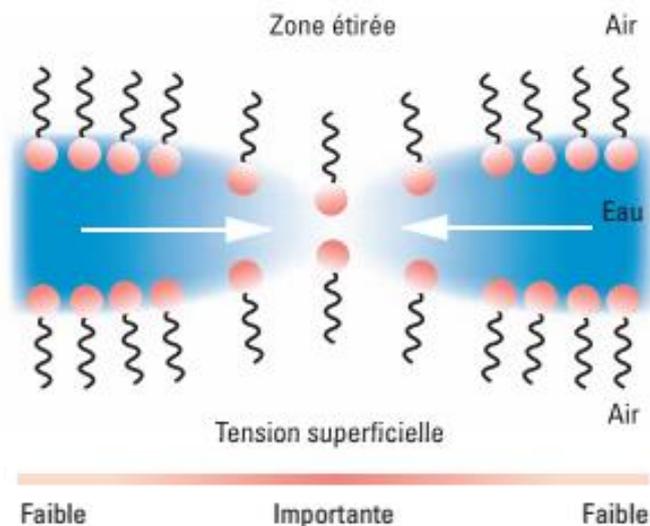


Figure I.9 : Effet Gibbs-Marangoni ^[2].

I.2.4 Mécanismes de vieillissement d'une mousse

Dans cette partie, nous tenterons de mettre en évidence le caractère métastable des mousses en détaillant les processus par lesquels elles peuvent se déstabiliser et en donnant quelques propriétés de la mousse. Nous verrons que l'interdépendance de ces processus complique leur étude, qui est pourtant nécessaire si l'on veut percer le mystère de la stabilité de certains tensioactifs.

✓ Le drainage

On peut définir une mousse comme étant un assemblage de films liquides qui fractionnent une phase vapeur et qui respectent localement les **lois de Plateau**. Le liquide est principalement contenu dans les bords de Plateau, qui forment un réseau continu. Il existe dans les mousses un écoulement du liquide, qui a lieu dans le réseau de bords de Plateau et qui est initié par la gravité et ralenti par la succion capillaire. Il en résulte un gradient vertical de la fraction liquide dans la mousse ^[1].

Sous l'action de la gravité, l'eau s'écoule dans la mousse et sa fraction liquide diminue. Ce phénomène correspond au **drainage**. L'eau contenue dans la mousse s'écoule principalement dans les bords de Plateau et les nœuds (figure I.10) ^[8].

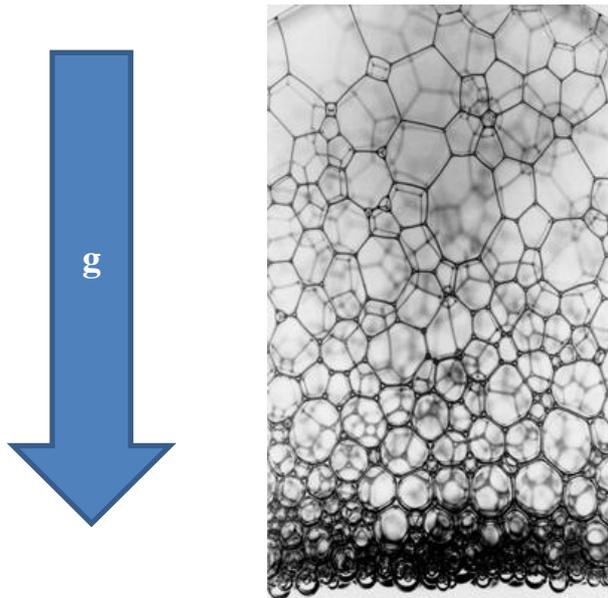


Figure I. 10 : Écoulement du liquide à travers la mousse sous l'effet de la gravité ^[8].

En réalité, le drainage dans une mousse se fait en deux étapes ^[15]. Au début, seule une partie de la mousse est impactée par le drainage. Il s'agit de la partie supérieure dans laquelle la fraction liquide diminue linéairement avec la « profondeur ». Dans la zone inférieure, la fraction liquide reste stationnaire et homogène. La limite entre la zone supérieure, sèche et la zone inférieure, humide est appelée front de drainage.

La vitesse de ce front de drainage est constante au cours du temps. A un certain Temps Γ le front de drainage atteint le bas de la mousse ^[1].

✓ Le mûrissement

Le mûrissement dans les mousses est la conséquence de la différence de pression entre les différentes bulles. Sachant que la différence de pression entre les petites bulles et les grosses, le gaz présent dans les petites bulles se vide dans les grosses bulles en traversant le milieu continu. C'est le **mûrissement d'Oswald**.

La relation de Laplace permet d'écrire la différence de pression (ΔP) entre deux parties de l'espace séparées par une interface en fonction des rayons de courbure (R_1 et R_2) et de la tension de surface (γ) :

$$\Delta P = P_A - P_B = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad \text{Eq I.1}$$

✓ La coalescence

Dans certains cas, les films de savon qui séparent deux bulles se cassent. Ces deux bulles se recomposent alors pour n'en former plus qu'une (figure I.11). Ce mécanisme est appelé **coalescence**. A l'inverse du mûrissement la vitesse de la coalescence croît avec la taille des bulles. Ce phénomène est rarement isolé, il est suivi d'une suite de ruptures de films entre bulles voisines, c'est une cascade de type « avalanche » ^[16].

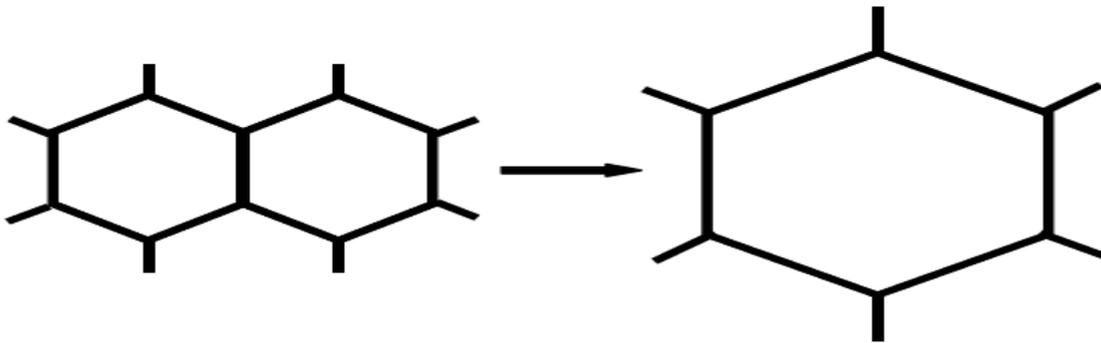


Figure I.11 : Présentation schématique de la coalescence ^[16].

Ce phénomène reste beaucoup moins compris que le mûrissement, malgré de nombreuses études sur le sujet. Néanmoins des modèles ont été proposés pour expliquer la rupture d'un film isolé ^{[17][18][19]}.

I.2.5 Etudes dynamique de la mousse ^[9].

Deux paramètres indépendants permettent de décrire proprement le mouvement d'une mousse :

- L'amplitude du déplacement
- Le taux de détachement

I.2.5.1 Notion de réarrangements :

Expérimentalement, on observe que le mouvement d'une mousse correspond à un réarrangement de sa structure comme la modélisation en figure (I.12) le montre. On parle alors de « réarrangements topologiques ».

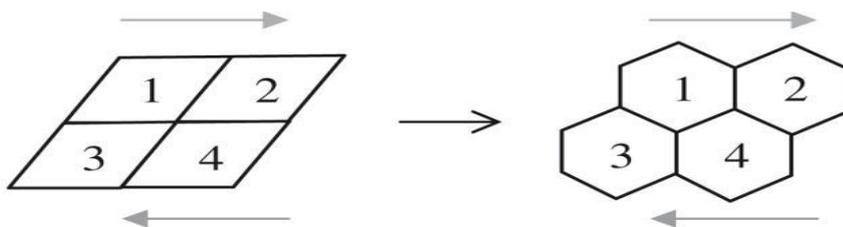


Figure I.12 : Phase de réarrangements à l'étude ^[9].

➤ Réarrangements Topologique ^[1]

Des réarrangements topologiques ont lieu lorsque la mousse évolue afin de rétablir les conditions d'équilibre. Ce sont des processus par lesquels le nombre de voisins des bulles se trouve modifié. Il existe deux types de réarrangements topologiques que nous allons présenter ci-dessous car ils vont nous servir pour la compréhension de la coalescence.

✓ Réarrangement de type T1

Durant ce type de transition, un bord de Plateau peut voir sa taille diminuer, à cause de l'écoulement du liquide vers le bas de la mousse ou parce qu'une bulle voisine diminue de volume par transfert de gaz. Eventuellement, le bord de Plateau va disparaître et ceci va générer un vertex instable où se rencontrent non plus 3 films mais 4. En ce point les lois de Plateau ne sont plus vérifiées. Ce vertex instable va relaxer par croissance de deux nouveaux bords de Plateau. Ce processus est représenté sur la figure I.13 et l'on voit qu'il peut avoir lieu dans un sens ou dans l'autre. Lorsqu'un processus T1 se produit, il va induire des mouvements de bulles au-delà des bulles directement impliquées dans le processus. En particulier, la fraction liquide a une influence sur la portée des processus T1, elle est cependant mal comprise ^[16].

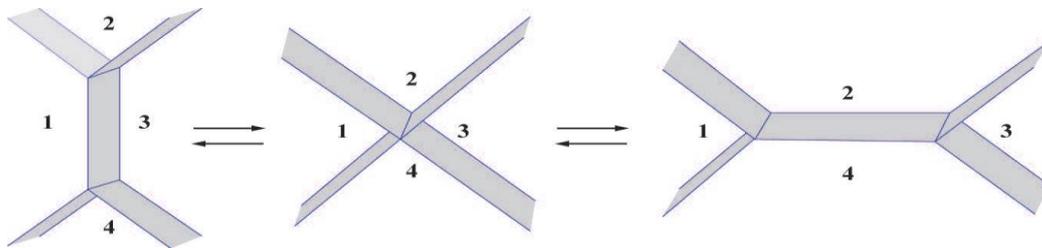


Figure I.13 – Schéma d'un processus T1 dans une mousse en 3D. Il peut avoir lieu de gauche à droite ou de droite à gauche ^[1].

Dans les deux cas la première étape est la formation d'un vertex instable qui évolue vers un état d'équilibre où les lois de Plateau sont conservées.

Les numéros identifient la position des bulles avant, pendant et après le T1.

✓ Réarrangement de type T2

Lors du murissement d'une mousse, une petite bulle va disparaître petit à petit comme le montre la figure I.14. Sa disparition totale est appelée un réarrangement T2. Ce réarrangement va, à son tour, générer des processus T1 comme expliqué ci-dessus.

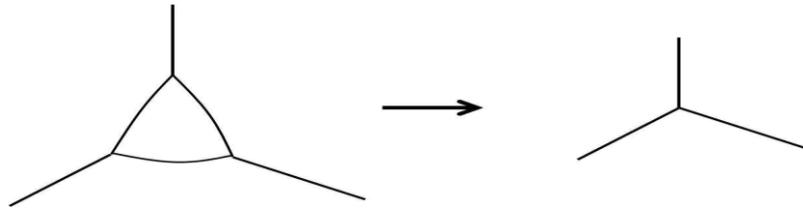


Figure I.14 – Réarrangement topologique T2 : disparition d'une bulle par Mûrissement ^[1].

**Chapitre II :
Etude
bidimensionnel de
film de savon**

Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon

II.1 Introduction

Les films de savon sont contraints entre des plaques parallèles de sorte que leur longueur globale soit minimisée afin de minimiser l'énergie. Les motifs de film obtenus à l'équilibre pour relier divers agencements de broches sont décrits. A l'intérieur de ces motifs, partout où se rencontrent des composants de film, ils le font en trois, toujours avec des angles de 120° . En raison de cela, des relations géométriques intéressantes surgissent ^[4].

II.2 Modèles simple à deux dimensions

II.2.1 Films réunissant des motifs triangulaires, carrés et pentagonaux.

Il est clair que la longueur minimale pour joindre deux broches est la ligne droite. Le motif pour joindre trois broches disposées aux sommets d'un triangle équilatéral est également évident. Trois bras du film se rencontrent au centre du triangle équilatéral. L'angle entre chaque bras du film est précisément de 120° et les trois surfaces de film constitutives sont de longueurs égales. Bien que l'on s'attende à cette configuration, il est tout de même surprenant de voir le film adopter cette disposition aboutissant à trois bras égaux (figure II.1). En supposant que chaque côté du triangle équilatéral a une longueur a , la longueur de chacun des trois bras du film de savon est égale à $a/\sqrt{3}$. Cependant, si les plaques ne sont pas exactement parallèles, la configuration du film peut être étonnamment différente.

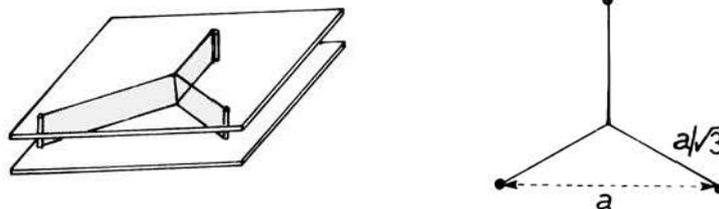


Figure II.1. Modèle de film bidimensionnel établi entre trois broches disposées en triangle ^[4].

Si maintenant, au lieu de 3, nous disposons quatre broches aux sommets d'un carré, la configuration du film pour joindre les quatre broches est tout à fait inattendue. Le film de longueur la plus courte ne passe pas le long des 4 côtés du carré. Ceci produirait un film de longueur totale $4a$, où a est la longueur du côté. Il ne forme pas non plus une croix joignant des angles opposés avec les bras du film se coupant à 90° . Cet agencement donnerait une longueur totale de $2\sqrt{2}a$ (c'est-à-dire $2,828 a$). En revanche, le film prend la forme d'un H déformé et les angles entre les différentes parties du film sont tous égaux à 120° . C'est ce que montre la figure II.2. La longueur totale du film est $a + \sqrt{3}a$ (c'est-à-dire $2,732 a$) avec un «pont» central de longueur $a - \sqrt{3}a$, c'est-à-dire $0,423 a$. Cette disposition en 120° entre les composants de film qui se croisent est très fréquente. L'angle de 120° apparaît de manière répétée dans des motifs de film bidimensionnels. On peut comprendre que s'il était possible que deux films se croisent à angle droit, ils se combindraient à l'intersection, la jonction

Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon

unique s'ouvrirait en deux jonctions distinctes, celles-ci se déplaçant vers l'arrière pour former deux configurations de 120° comme dans le cas du système à trois broches. Cette séparation de la jonction unique en deux et le réalignement ultérieur des tronçons de film **réduit la longueur du film**. En même temps, la tension superficielle à l'intérieur des trois tronçons du film s'équilibre.

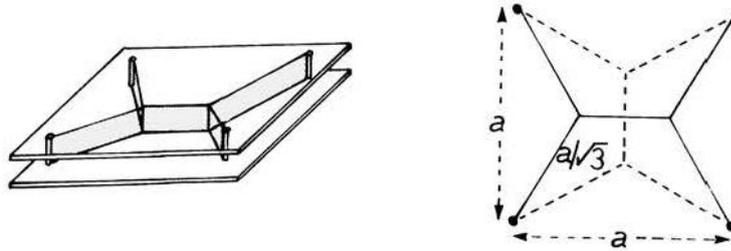


Figure II.2. Modèle de film bidimensionnel établi entre quatre broches disposées en carré ^[4].

Ce qui est intéressant est de constater que deux dispositions du film de savon équivalentes sont possibles pour ce motif à quatre broches. Ces deux alternatives sont représentées en projection dans la figure II.2, l'une en continu et l'autre en pointillés. Ayant établi une de ces configurations, il est relativement facile de souffler le film de sorte qu'il passe à l'autre configuration. Pour ce faire, on maintient les plaques de plexiglas horizontalement et on souffle entre les plaques directement sur la face du film à déplacer.

Considérons les deux plaques de plexiglas et les quatre broches associées. En supposant que les broches sont indiscernables et que les plaques sont carrées, les 4 dispositions que prendraient les plaques en les tournant de 90° sont équivalentes. Une rotation des plaques de 90° , 180° ou 270° ne modifie pas l'apparence de l'ensemble plaques-broches en raison de la symétrie entre ces différentes positions. Une fois le film formé, seule la rotation de 180° produit une position équivalente. En géométrie, nous dirions que la symétrie de rotation d'ordre 4 a diminué pour devenir une symétrie de rotation d'ordre deux. On parle ainsi de symétrie « brisée ou rompue ». De telles modifications de symétrie se rencontrent dans les structures cristallines. La forme du film de savon présente une analogie avec la structure de la molécule d'éthylène, C_2H_4 , les positions des atomes d'hydrogène correspondent aux broches et les atomes de carbone aux sommets du film de savon. L'éthylène peut basculer entre deux configurations.

On peut passer à cinq broches disposées symétriquement aux angles d'un pentagone. Le film de longueur minimale pour joindre ces broches prend la forme illustrée à la figure II.3. Ce film comporte sept parties, cinq bras reliant directement les broches, et deux sections FG et GH qui font la liaison (pontage) entre les bras du film. Nous pouvons voir que les sections FG et GH pourraient se déplacer par rapport aux cinq broches, A, B, C, D et E, à quatre autres positions. Chacun de ces arrangements aurait une énergie identique en supposant que les broches soient positionnées avec précision. Les physiciens disent que cet arrangement d'énergie minimale est de **dégénérescence 5**. Un modèle de broches de symétrie de rotation d'ordre 5 peut ainsi être transformé en un motif de **broches-plus-film** de symétrie de rotation d'ordre 1, mais il existe cinq arrangements dégénérés alternatifs.

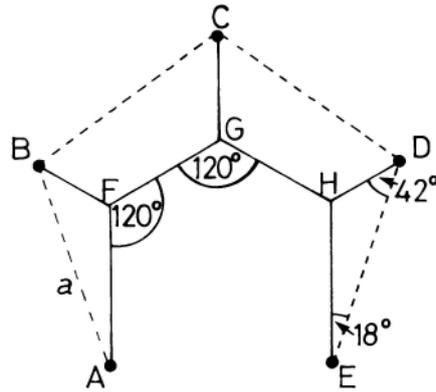


Figure II.3. Modèle de film bidimensionnel formé entre cinq broches disposées dans un pentagone ^[4].

II.2.2 Films reliant des broches disposées en hexagone

En portant le nombre de broches à 6, nous aboutissons à un agencement hexagonal. Pour la première fois, le film relie les broches en passant par les côtés extérieurs (figure II.4 (a)). La longueur totale du film sera $5a$ si la séparation des broches est a . Nous désignerons cette configuration par configuration I. Notons que cette configuration présente une symétrie de rotation d'ordre 1. Si nous prenons en compte la symétrie spéculaire (de miroir) avec des broches numérotées (pour les distinguer), on obtient alors six autres possibilités indiscernables. Le fait que cet arrangement (avec ses dégénérescences) produit la surface minimale de film ne signifie pas, cependant, que nous ne pouvons pas relier les broches avec un film qui coupe à travers la zone hexagonale. La possibilité d'un film reliant les broches en traversant la zone hexagonale conduit à deux alternatives très distinctes.

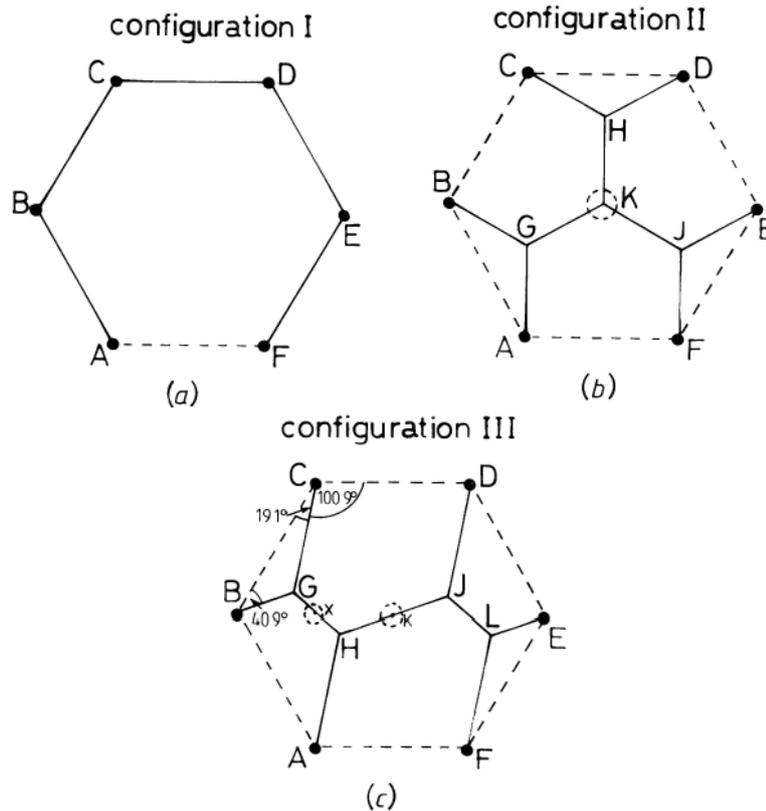


Figure II.4. (a), (b) et (c) : des motifs de films bidimensionnels alternatifs qui peuvent se former entre six broches disposées dans un hexagone ^[4].

Une alternative qui a une symétrie de rotation d'ordre 3 est illustrée dans la figure II.4 (b). Nous la désignerons par configuration II. On notera que dans ce cas, des paires de broches adjacentes sont reliées par des sections de film, qui consistent soit en deux sections de liaison, comme dans le cas des paires d'axes AB, CD et EF, soit de quatre sections de liaison comme c'est le cas pour Broches BC, DE et FA. Une rotation de 120° ou 240° produit des motifs indiscernables, de sorte que l'agencement présente une **dégénérescence** triple en raison de la symétrie de rotation d'ordre 3. On peut obtenir un deuxième agencement pour cette configuration II dans lequel le motif entier est tourné de 60° par rapport aux broches. Ce n'est pas un exercice facile, mais, en principe, on devrait pouvoir faire passer le film d'un arrangement à l'autre. La nouvelle disposition ressemblerait à la première, mais elle se distinguerait de l'agencement précédent, pour peu que les bras du film et les broches soient repérées distinctement. Une fois encore, on a une symétrie de rotation d'ordre 3. Ainsi, considérant toutes les possibilités de cet agencement II, on constate que la symétrie de rotation d'ordre 6 des plaques-plus-broches a été convertie en symétrie de rotation d'ordre 3; Mais il y a bien deux arrangements équivalents et ceux-ci mènent à une dégénérescence globale de 6. La longueur de film est la même dans chaque cas. La jonction K est au centre de l'hexagone. Le modèle du film de savon est équivalent à celui entre trois broches aux sommets d'un triangle équilatéral, mais reproduit trois fois. Une broche supplémentaire à K ne perturberait pas le modèle. Par conséquent, on peut voir que la longueur totale du film vaut **trois fois** $\sqrt{3a}$, ce qui donne **5,196 a**.

Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon

L'autre configuration, notée III, possède une symétrie de rotation d'ordre 2 (figure II.4 (c)). On peut déduire immédiatement l'existence de trois agencements de film équivalents, en tournant le film de 60° puis de 60° supplémentaires par rapport aux broches. Une fois de plus le film passe par le centre de l'hexagone, et une broche placée-là ne perturberait pas l'arrangement. On peut reconnaître que la moitié de la configuration III équivaut au film tel qu'établi entre quatre broches, bien que ces quatre broches ne soient pas placées aux sommets d'un carré (figure 2.5 (a)). En fait, les motifs de films complexes sont souvent décomposés de cette façon pour l'analyse. Ainsi, ce motif particulier peut être décomposé en deux sous-motifs (figure II.5 (b)). X est l'intersection du film GH avec la ligne BE. Selon certaines règles de géométrie classique, il est possible de montrer que la longueur totale du film pour la configuration III vaut $2\sqrt{7}a$ soit $5,292a$.

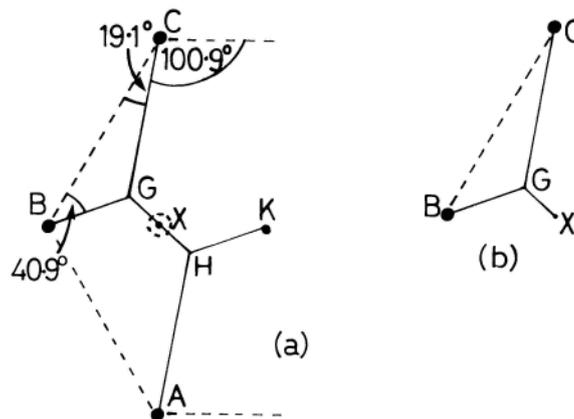


Figure II.5 (a) et (b) : étapes pour réduire le motif de film de la configuration III dans un agencement de broche hexagonal ^[4].

Nous avons vu que, dans le cas de la configuration II, différents motifs et dégénérescences énergétiques peuvent être révélées pourvu que l'on « marque » par des étiquettes distinctives les bras de film et les broches. Il existe une différence intéressante et significative dans le cas de la configuration III. Il y a un doublement du nombre de motifs distincts si l'on tient compte de la symétrie de miroir (par retournement des plaques parallèles).

Cet exemple de configuration à six broches est approprié pour considérer la variation de la longueur totale du film avec une grandeur que nous appellerons paramètre de configuration. Comment définir ce paramètre ? Une première proposition consiste à utiliser l'angle entre une direction fixe et la direction d'un bras de film qui rencontre une broche (figure II.6). Nous pouvons alors porter sur un graphique (figure II.6) les longueurs de film pour les trois configurations décrites. Celles-ci sont marquées I, II et III avec des indices qui différencient les angles possibles pour chacune des configurations. L'indice M désigne la version miroir d'un motif. L'axe des abscisses x du graphe est gradué en degré d'angle de configuration. Pour passer d'une configuration d'énergie minimale à une autre, il faudrait une perturbation majeure du film en soufflant sur le film par exemple. Pour passer d'une configuration à une autre, le film voit sa longueur augmenter considérablement avant de basculer de nouveau vers un autre état d'équilibre. Nous obtenons donc des pics dans la courbe entre les minima. Ces pics ont été esquissés sur le graphique, mais leur forme précise dépendra de la nature précise de la perturbation provoquée. Comme la surface du film est proportionnelle à son énergie, le paramètre de longueur sur l'axe y du graphe peut alternativement représenter un paramètre d'énergie.

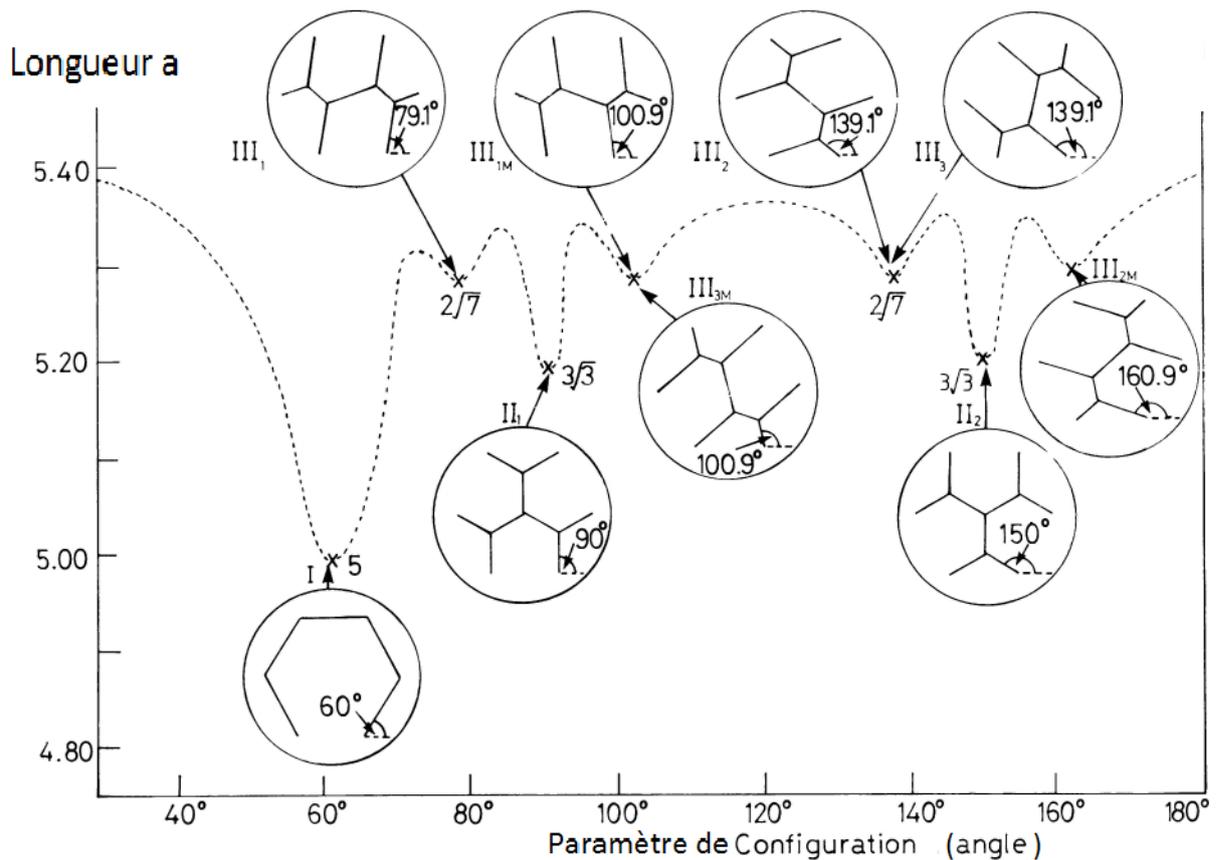


Figure II.6 Tracé de la longueur (énergie) en fonction de l'angle de configuration pour les modèles à six broches décrits dans la figure II.4^[4].

Le minimum I correspond au film enveloppant le pourtour l'extérieur de l'hexagone et représente le minimum global. Aucun autre arrangement de longueur de film plus courte ou d'énergie plus faible n'existe. Les minima II et III sont des minima locaux en ce sens qu'une perturbation majeure du film peut provoquer un saut vers cet état d'énergie inférieure I. Notons que les positions marquées I, II et III sur le graphique incluent la dégénérescence pour couvrir toutes les possibilités pour les trois configurations décrites.

Néanmoins, on voit que pour deux valeurs angulaires distinctes, il existe deux possibilités de configuration qui coïncident. Ces configurations sont certes équivalentes, impliquant simplement une rotation du film par rapport aux broches. Cependant, elles sont distinctes, nécessitant de souffler le film énergiquement pour le réarranger. Cela voudrait dire que pour une configuration bidimensionnelle, un paramètre de configuration est insuffisant. Nous avons besoin d'un autre. Pour ce second paramètre, nous utiliserons un second angle défini par rapport à la même direction que précédemment. Nous utiliserons l'orientation angulaire de la composante de film reliant une deuxième broche adjacente à la première broche déjà utilisée pour définir le premier paramètre. Nous pouvons maintenant tracer la variation de l'énergie par rapport à deux angles de configuration α et β , et ainsi obtenir une représentation de l'énergie en surface plutôt qu'une simple courbe d'énergie.

II.2.3 Films réunissant des motifs de broches disposées en heptagone et octogone

Au fur et à mesure que nous augmentons le nombre de broches, chacune étant placée au sommet d'un polygone régulier, la tendance du film de savon à suivre le périmètre devient de plus en plus forte. Il devient très difficile de souffler le film dans une autre configuration stable via la zone interne du polygone. Il y a une complication supplémentaire. Avec ces motifs, il est possible, en pratique, de produire un certain nombre de dispositions de film apparemment stables, dans lesquelles les angles entre bras du film sont légèrement supérieurs à 120° . Cela se produit parce que certaines jonctions de film peuvent « coller » sur les parois du plexiglas. Ce collage peut se produire en particulier si les jonctions sont à proximité des broches, qui ont une taille finie. Un écart par rapport à la situation théorique idéale peut alors se produire, empêchant ainsi le film de se déplacer à la configuration correcte pour un minimum local d'énergie. Des schémas stables pour les agencements de broches heptagonaux et octogonaux sont donnés dans les figures II.7 et II.8 respectivement.

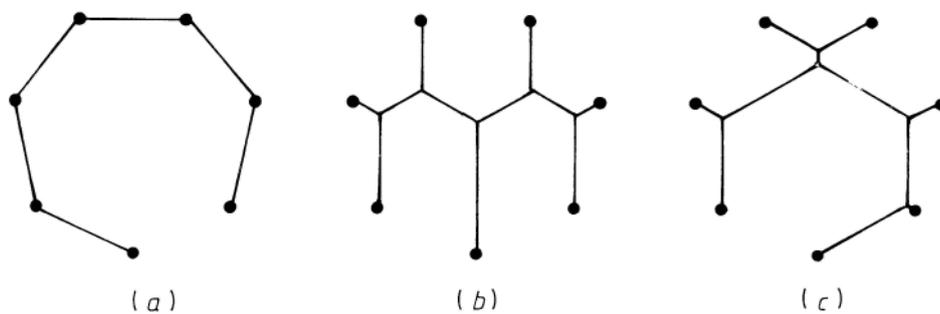


Figure II.7. Dispositions bidimensionnelles de films pouvant se former entre sept broches disposées dans un heptagone^[4].

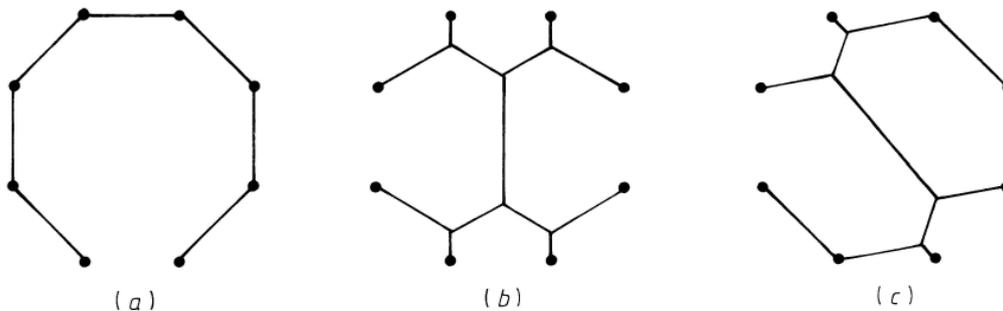


Figure II.8 Dispositions bidimensionnelles de films pouvant se former Entre huit broches disposées dans un octogone^[4].

II.3 Bulles dans les modèles bidimensionnels

Pour piéger une bulle d'air à l'intérieur d'un motif de film de savon, les plaques de plexiglas sont trempées dans la solution de savon pour configurer le motif de film. Il est retiré de la solution puis réinséré pour piéger la bulle requise. Un soufflage judicieux à l'aide d'une paille permet l'élimination de toute configuration indésirable du film, de manière à ne laisser qu'une

Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon

seule bulle d'air présentant autant de côtés qu'il y a de broches disposées symétriquement. Chaque coin de la bulle est relié par une portion de film à l'une des broches. Les formes des bulles formées sont représentées sur la figure II.9. Ces formes sont prédéterminées par la nécessité que les composants du film se rencontrent toujours à des angles de 120° d'après l'une des règles de Plateau.

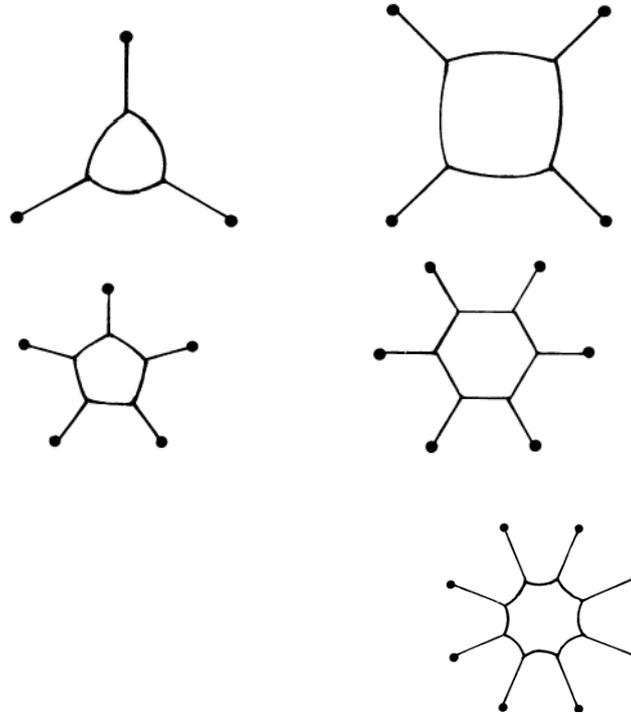


Figure II.9 : Formes de bulles disposées dans des motifs à broches bidimensionnels ^[4].

Considérant le cas de trois broches disposées en triangle, on voit que les côtés de la bulle se courbent de manière prononcée vers l'extérieur. Ceci est nécessaire pour produire les trois angles internes de 120° . La pression à l'intérieur de la bulle doit être telle qu'elle puisse provoquer la courbure nécessaire pour les côtés afin d'obtenir les angles corrects aux points de contact. Lorsque le cadre est d'abord inséré dans la solution de savon, une certaine quantité d'air sera piégé. La quantité d'air emprisonné, ainsi que la surpression requise dans la bulle pour produire la courbure correcte, détermine donc la taille de la bulle. Ainsi, si nous piégeons plus d'air, nous obtenons une plus grande bulle, mais les angles seront toujours égaux à 120° .

Passant à la structure à quatre broches, la courbure requise de la bulle isolée est moindre. La courbure est encore réduite pour la bulle piégée par cinq broches. Si nous portons le nombre de broches à six, la situation change totalement. Une bulle hexagonale remplit la condition pour des angles précis de 120° , de sorte qu'une bulle hexagone rectiligne résulte. Le volume de cette bulle sera égal exactement au volume d'air initialement piégé à la pression atmosphérique. Nous pouvons insérer l'extrémité d'une paille mouillée à l'intérieur de la bulle pour souffler ou aspirer de l'air. Si de l'air est insufflé, la bulle augmente de taille et va finalement lier les six broches. Si de l'air est aspiré, la bulle devient plus petite tout en gardant sa forme hexagonale. Les côtés restent linéaires. La bulle change de taille avec une stabilité surprenante, étant toujours centrée par rapport aux six épingle. Les six bras sont de longueur égale. On doit maintenir les plaques dans une position horizontale de sorte à ce qu'il n'y ait pas d'effet de distorsion par gravité. On peut montrer très facilement que lorsque nous

Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon

augmentons la taille de la bulle, l'augmentation totale de la longueur du périmètre de la bulle correspond exactement à la diminution de la longueur des bras. Théoriquement, aucune énergie n'est ajoutée au film, ni extraite de celui-ci, pour modifier la taille des bulles.

Pour les modèles impliquant plus de six broches placées symétriquement, les bulles piégées ont des côtés qui s'incurvent vers l'intérieur. Encore une fois, il est clair que cette courbure est nécessaire pour produire les angles internes de 120° . A titre d'exemple, un agencement à huit broches montre très nettement les côtés convexes de la bulle (figure II.9). La pression dans la bulle est inférieure à la pression extérieure. Si nous percevions une petite ouverture à travers une des plaques de plexiglas dans la région de la bulle, l'air s'écoulerait vers l'intérieur de la bulle pour équilibrer la pression et celle-ci s'étendrait vers l'extérieur. En revanche, si nous faisons de même avec la bulle piégée à l'intérieur d'un agencement à cinq broches ou moins, l'air coulerait de la bulle, qui s'effondrerait. Dans le cas de la bulle hexagonale, percer un trou à travers le plexiglas pour relier l'intérieur de la bulle piégée ne changerait rien.

II.4 Symétrie dans les motifs et films de savon

De nombreux motifs présentent une symétrie spéculaire (symétrie de miroir). Cela signifie que si nous positionnons un miroir le long d'une ligne appropriée à l'intérieur d'un tel modèle, et regardons dans le miroir, nous voyons dans ce miroir exactement le même modèle image de l'original (figure II.10 (a)). D'autres modèles montrent une symétrie de rotation. Ainsi, si nous faisons tourner le motif par une fraction de révolution, nous ne voyons aucune différence entre le motif dans sa nouvelle configuration et le motif dans sa configuration d'origine. La figure II.10 (b) montre un motif qui a une symétrie de rotation d'ordre 3. Il aura la même apparence si on le tourne d'un tiers de révolution, c'est-à-dire de $2\pi/3$, et également si on le tourne de deux tiers de révolution, c'est-à-dire par $4\pi/3$.

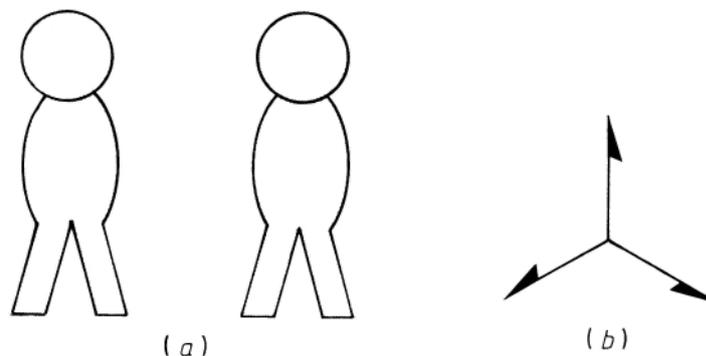


Figure II.10. (A) symétrie spéculaire. (B) symétrie de rotation (d'ordre 3) ^[4].

Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon

Les motifs qui peuvent être assemblés pour produire un motif de papier peint doivent avoir une symétrie de rotation de $2\pi/6$, $2\pi/4$, $2\pi/3$ ou $2\pi/2$. Les motifs isolés peuvent avoir une symétrie de rotation correspondant à 2π divisé par un entier quelconque. Les modèles de bulles établis dans des cadres à cinq et huit broches (figure II.9) donnent des exemples de ces modèles, qui ne peuvent pas être reproduits de façon répétitive sur un papier peint. Cependant, le motif de bulle hexagonale établi à l'intérieur de six broches pourrait être utilisé comme motif répétitif de papier peint. Parfois, l'analyse des motifs bidimensionnels permet d'identifier à la fois la symétrie de rotation et la symétrie spéculaire. Un motif non symétrique est un motif qui ne se répète pas, à moins qu'on ne lui fasse subir une révolution complète de sa position d'origine. Un tel motif est illustré par le cas du film de savon de la figure II.7 (c). Par contre, le schéma du film de savon représenté à la figure II.4 (b) se répète tous les 120° , tout comme celui de la figure II.10 (b). Cependant, le film de la figure II.4 (b) montre une symétrie plus élevée que celle du motif de la figure II.10 (b). En même temps que la symétrie de rotation d'ordre 3, nous voyons qu'elle possède trois symétries de miroir. Les cristallographes désignent cet ensemble de symétries par $3m$ pour désigner la symétrie de rotation d'ordre 3 et les symétries de miroir.

Etudier la symétrie des objets tridimensionnels et des motifs est très important pour les cristallographes et constitue une discipline à part entière. Par exemple, un cube a une symétrie de rotation d'ordre 4 autour de n'importe quel axe reliant les centres des faces opposées. Il présente également une symétrie de rotation d'ordre 3 autour d'un axe diagonal quelconque. En outre, le cube a de nombreux plans miroirs. Une brique standard utilisée pour la construction d'une maison a une symétrie de rotation d'ordre 2, au lieu de la symétrie d'ordre 4 du cube, car aucune de ses faces n'est carrée. Elle présente également certains des plans de symétrie de miroir, mais ne possède pas de symétrie de rotation d'ordre 3.

Les cristaux peuvent être considérés comme construits à partir de blocs de construction. Pour un type particulier de cristal, les blocs de construction seront tous de la même forme et de la même taille, mais pour différents types de cristaux ces blocs seront différents. Les blocs possèdent des éléments de symétrie différents. Un matériau complètement polycristallin n'a pas d'axes spéciaux (il sera analogue à une sphère). Il sera isotrope ; C'est-à-dire qu'il aura les mêmes propriétés physiques dans n'importe quelle direction. Ainsi, un échantillon polycristallin sera un exemple d'un matériau possédant une haute symétrie. Il sera important d'en tenir compte dans les transitions de phase. Si un matériau se transforme en un état désordonné, il se convertit en phase de haute symétrie. De même, lorsqu'un film de savon change de motif, sa symétrie sera également modifiée.

II.5 Autres discussions sur la géométrie des bulles de savon

II.5.1 Intersection de trois cercles

Étant donné trois cercles quelconques, chacun d'entre eux coupant les deux autres, il est généralement connu que leurs trois cordes d'intersection se rencontrent en un point (figure II.11(a)). Il n'existe aucune exigence particulière pour ces cercles. Ils n'ont pas besoin d'être de même dimensionné d'être centrés en des points particuliers. Cependant, si on les déplace jusqu'à ce que la région chevauchée par les trois cercles diminue jusqu'à former un point (figure II.11 (b)), on obtient le vertex d'un film reliant trois broches placées aux extrémités des trois cordes.

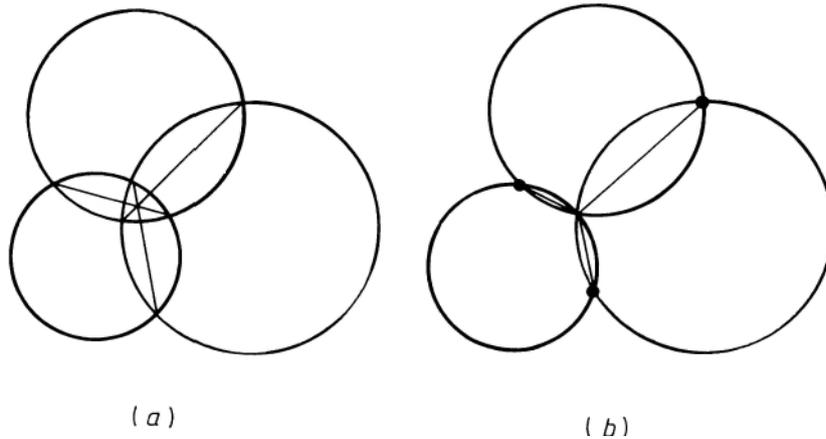


Figure II.11-Intersection de trois cercles :

- a) Cas général ; b) intersection en un point commun ^[4] .

II.5.2 Autres égalités intéressantes

Considérons un triangle à angles aigus ABC . Puis construisons des triangles équilatéraux $A'BC$, $B'CA$ et $C'AB$ extérieurement sur ses trois côtés (figure II.12) de telle sorte qu'une étoile à trois sommets $A'B'C'$ soit formée. Les lignes AA' , BB' et CC' coupent BC , CA et AB , respectivement, et dans chaque cas, l'intersection se produit intérieurement.

On obtient alors les centres D , E et F des cercles circonscrits dans les triangles $A'BC$, $B'CA$ et $C'AB$, respectivement. Ces points s'obtiennent au point d'intersection des bissectrices perpendiculaires aux trois côtés du triangle.

Cette construction produit des résultats remarquables:

(a) Les points D, E et F forment les sommets d'un triangle équilatéral.

(b) $AA' = BB' = CC' = \sqrt{3} EF = \sqrt{3} FD = \sqrt{3} DE$.

(c) AA' , BB' et CC' se rencontrent au point P à l'intérieur du triangle ABC. P s'appelle le point de Fermat.

(d) Les angles BPC, CPA et APB sont tous égaux à 120° . (On voit ici la connexion avec les films de savon). Ces angles sont divisés en deux par AA' , BB' et CC' respectivement.

(e) $AP + BP + CP = AA' = \sqrt{3} EF$ et ainsi de suite. Si y désigne les côtés du triangle équilatéral DEF, alors $AP + BP + CP = \sqrt{3} y$. C'est la même relation qui a été montrée dans l'encadré 2.1 donné en annexe. $AP + BP + CP$ constitue le réseau minimum reliant A, B et C.

(f) EF coupe perpendiculairement PA; FD coupe perpendiculairement BP et DE coupe perpendiculairement CP.

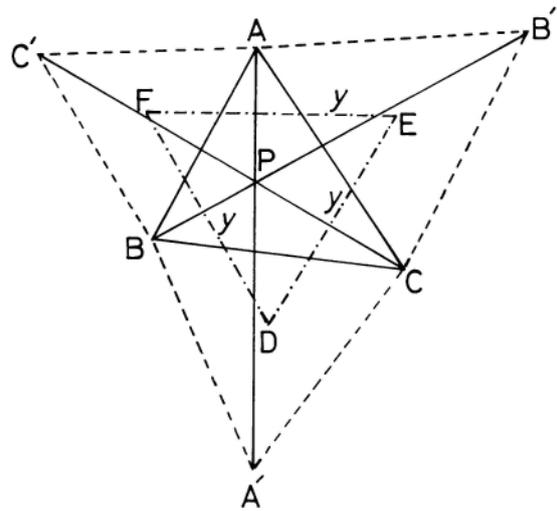


Figure II.12 Illustration de quelques résultats géométriques remarquables impliquant des triangles ^[4].

II.5.3 Le problème de l'arbre de Steiner

Le motif du film de savon obtenu dans un modèle à trois broches démontre empiriquement comment joindre trois points par un chemin de longueur minimale. C'est un problème classique d'optimisation combinatoire. Jacob Steiner (1796-1863), un géomètre célèbre, a

Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon

étudié de près ce problème. A travers le problème de Steiner, nous pouvons comprendre pourquoi les angles de 120° se produisent toujours à l'intersection des films de savon.

II.6 Le problème général de Steiner

L'angle de 120° se retrouvera de nombreuses fois dans des motifs de films de savon. On peut voir à partir des figures antérieures (par exemple figure II.2) comment un problème généralisé de Steiner pour joindre quatre points ou plus peut conduire à deux ou plusieurs solutions possibles. Il n'existe pas de solution générale pour résoudre le problème de la configuration du chemin et la longueur minimale globale pour joindre n points, mais nous voyons que les chemins doivent se rencontrer aux sommets en formant des angles de 120° . Si nous avons n points de départ, le nombre maximal d'intersections nécessaires pour lier ces points est $(n - 2)$, mais le nombre d'intersections peut prendre n'importe quelle valeur dans la plage de 0 à $(n - 2)$ en fonction de l'arrangement géométrique d'origine des points de départ.

L'arbre de longueur minimale pour joindre n points est appelé **arbre minimum de Steiner**. Steiner a obtenu ces réseaux dans des cas simples en introduisant de nouveaux points qu'il a ensuite utilisés comme sommets, et ainsi de suite. Comme nous l'avons vu plus haut, l'arbre minimum de Steiner pour relier trois broches disposées aux angles d'un triangle équilatéral implique un sommet supplémentaire au centre du triangle.

Les informaticiens ont abordé le problème en trouvant l'**arbre recouvrant de longueur minimale** (minimum spanning tree) qui n'a pas de sommets supplémentaires. Ainsi, pour le cas des trois broches formant un triangle équilatéral, la solution de l'arbre recouvrant de longueur minimale est un V reliant une broche directement aux deux autres. De façon générale, dans cette méthode, on continue à joindre successivement d'autres broches dans un arrangement plus complexe et la solution de l'arbre de longueur minimale sera celle qui réunit toutes les broches selon cette convention, **sans jonctions supplémentaires**, et la longueur minimale est obtenue selon cette convention. Il est relativement simple de vérifier toutes les possibilités à l'aide d'un ordinateur (même si ce problème prend beaucoup de temps à mesure que la valeur de n devient importante), alors qu'il n'est pas possible de vérifier les possibilités si nous devons insérer un nombre arbitraire de sommets supplémentaires (mais inférieur à $n - 2$) dans des positions arbitraires, comme nous le ferions pour la solution de Steiner. À moins que les points qui sont joints ne soient disposés sur une grille équilatérale, la solution de l'arbre couvrant de longueur minimale sera plus longue que l'arbre minimal de Steiner. Le rapport entre la longueur minimale de l'arbre couvrant et la longueur minimale de l'arbre de Steiner est appelé rapport de Steiner et vaut $\sqrt{3}/2$ dans le cas du modèle à trois broches, (approximativement **0,866**).

Gilbert et Pollack (1968) postulent que ce rapport ne tombe jamais au-dessous de $\sqrt{3}/2$, de sorte que l'arbre minimum de Steiner ne peut jamais être meilleur que l'arbre de portée minimum de plus de 13%. Ce que devrait être ce rapport avec précision est sujet à discussion, mais il ne peut pas tomber en dessous de 0,824 pour les modèles comportant au maximum sept broches. Le problème a été examiné pour n points par Du et Hwang (1990), qui a montré que la conjecture est correcte pour n points. Il a utilisé les techniques de la théorie des jeux et une approche minimax utilisée en recherche opérationnelle.

Chapitre II : Etude bidimensionnelle des films de savon

II.6.1- Solution du Problème de Steiner à trois points

Considérons trois points A, B et C, disposés aléatoirement dans un plan. Le problème consiste à trouver un quatrième point P tel que la somme des distances de P aux trois autres points soit un minimum, ou en d'autres termes que la somme $AP + BP + CP$ soit de longueur minimale. Nous pouvons déjà deviner la solution à partir de ce que nous avons déjà vu. Si le triangle ABC possède des angles internes qui sont tous inférieurs à 120° , alors P est le point tel que chaque côté du triangle, c'est-à-dire AB, BC et CA, sous-tende un angle de 120° en P. Cependant, si un des angles du triangle, par exemple $\hat{A}CB$, est supérieur à 120° , alors P doit coïncider avec C. Cette dernière alternative est évidente. P ne peut pas se trouver à l'intérieur d'un tel triangle avec les trois côtés sous-tendant 120° , et il doit se trouver en C plutôt qu'en d'autres points car $CA+CB$ est inférieur à la somme des longueurs de deux autres côtés du triangle ABC. Il nous reste donc à prouver la première alternative.

Traçons une ellipse E passant par P, et de foyers A et B (figure II.13). Tout point sur l'ellipse, y compris le point P, a la propriété :

$$AP + BP = l$$

Où l est une constante. C'est une propriété bien connue d'une ellipse. Il sert de base à une méthode courante de dessin d'une ellipse. Les deux extrémités d'une longueur fixe l de ficelle sont fixées aux foyers A et B. Un crayon est placé légèrement contre un côté de la ficelle et l'ellipse dessinée en maintenant la ficelle tendue autour de l'extrémité inférieure P du crayon. $AP + BP$ reste constant, et une ellipse en résulte.

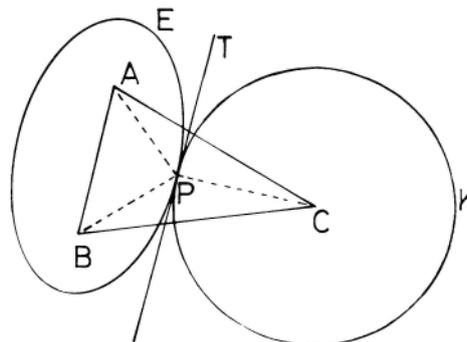


Figure II.13 : Illustrant le problème de Steiner pour trouver le plus court chemin pour relier 3 points ^[4].

Ensuite, on trace un cercle K, un rayon CP, et on le centre en C. Si le point P remplit la condition que $AP + BP + CP$ soit minimum, on peut tracer la tangente T passant par P et commune à la fois à l'ellipse E et au Cercle K. T doit être tangente à l'ellipse E si $AP + BP = l$ est un minimum. Sinon, une plus grande valeur de $AB + BP$ produirait une ellipse qui intercepterait le cercle deux fois. C'est la propriété d'une ellipse que AP et BP forment le même angle par rapport à la tangente T; Par conséquent, les angles APC et BPC sont égaux.

Partie Expérimentale

**Chapitre III :
Partie
expérimentale**

Chapitre III : Partie expérimentale

L'objectif de notre partie pratique est d'étudier des films de savon bidimensionnels en examinant les motifs formés par une solution moussante entre deux plaques parallèles en plexiglas. Différentes configurations de broches délimitant les contours du film ont été réalisées. Les longueurs et angles entre portions de film ont été mesurés en vue de comparer nos observations avec les valeurs prévues par les lois de Plateau

III.1 Produits chimiques

- **Liquide vaisselle (Fairy)**
- **Eau de robinet**
- **Glycérine** (c'est un produit chimique **Glycerol approx.** 87%, de masse molaire 92.09g/mol et de formule brut $C_3H_8O_3$)
- **Saccharose** (c'est un produit chimique **Fluka .BioChemika.** 87%, de masse molaire 342.3g/mol et de formule brut $C_{12}H_{22}O_{11}$)

III.2 Formulation de la solution moussante ^[20]

- Verser un litre d'eau de robinet dans un seau.
- Ajouter 250 mL de liquide vaisselle et mélanger.
- .Ajouter 50 mL glycérine, et 40g de saccharose.
- Remuer les ingrédients doucement jusqu'à ce qu'ils soient complètement mélangés afin d'avoir une solution savonneuse finale prête à être utilisée.

III.3 Problème de Steiner ^[6]

Le problème auquel nous allons nous intéresser dans cette partie est le suivant : Quel est le chemin le plus court reliant un ensemble de points donné ?

D'un point de vue pratique on peut imaginer le problème suivant : une compagnie de télécommunication souhaite créer un réseau reliant un certain nombre de villes. Elle cherche alors à minimiser le coût d'un tel réseau, en l'occurrence la longueur totale des câbles qu'elle devra utiliser pour relier toutes ces villes entre elles.

Il est bien connu que le chemin le plus court entre deux points est la ligne droite. Par contre quel est le chemin le plus court permettant de relier trois points du plan ? Ou encore quelle est la route la plus courte reliant trois villes ?

Chapitre III : Partie expérimentale

Dans notre étude, nous utilisons la solution analogique en mettant à profit la propriété qu'a un film de savon de minimiser son aire. Nous prenons deux plaques de plexiglas dans lesquelles sont insérées des broches métalliques disposées selon une configuration géométrique donnée. Lorsque l'on plonge ce dispositif dans un seau d'eau savonneuse et qu'on l'en ressort délicatement, un film de savon vient délimiter les broches en présentant, à l'équilibre (obtenu très rapidement) une aire minimale. La largeur entre les plaques étant constante, la minimisation de la surface devient équivalente à celle de la longueur totale du film en observant les plaques de plexiglas par le dessus.

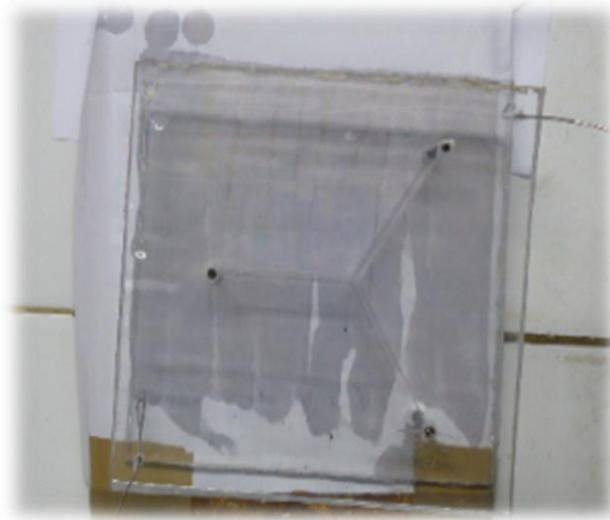


Figure III.1 : Modèle de film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral.

III.4 protocole opératoire :

- Après y avoir préparé la solution savonneuse et fabriqué les motifs des plaques parallèles de différentes formes géométriques à l'aide des plaques en plexiglas et des goupilles métalliques.
- Mettre la solution préparée dans un seau pour pouvoir plonger les plaques.
- Retirer les motifs et observer les différents motifs de films qui sont obtenus.
- Prendre des photos et mesurer les angles et les longueurs de films à l'aide du logiciel « Mesurim»^[21], pour vérifier les lois de Plateau.

III.5 Les étapes d'utilisation du logiciel « Mesurim »

- ✓ Pour mesurer des distances, il faut d'abord faire un étalonnage en faisant correspondre une longueur de référence connue sur l'image à un nombre de pixel donné.

La figure n° III.2 représente une copie d'écran lors du processus d'étalonnage pour la mesure des longueurs de films

Chapitre III : Partie expérimentale



Figure III.2 : Une copie d'écran lors du processus d'étalonnage pour la mesure des longueurs de films

- ✓ A l'aide du curseur, tracer le segment de droite, reliant deux broches (de longueur connue), le logiciel indique un nombre de pixels. Dans la case correspondante, indiquer la longueur de ce segment, dans l'unité choisie. Le logiciel enregistre cet étalonnage.
- ✓ Evaluer la longueur du film en décrivant sa longueur avec le curseur. Lorsqu'on relâche le curseur pour indiquer la longueur à mesurer, le logiciel affiche, à la place du nombre de pixels, une longueur dans l'unité enregistrée.
- ✓ La mesure des angles se fait directement en délimitant à l'aide du curseur, l'angle entre les deux bras de film sélectionnés (Figure III.2 ci-dessous)

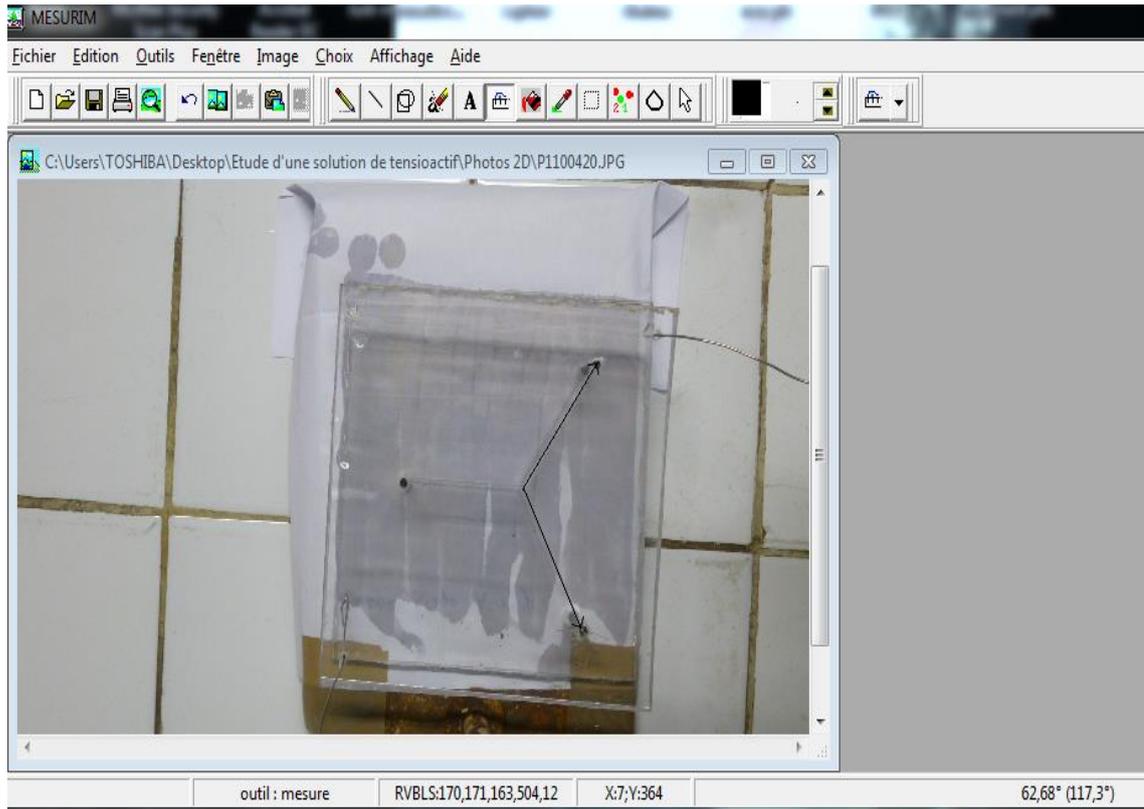


Figure III.3 : Une copie d'écran lors du processus de mesure de l'angle.

III.6 Résultats obtenus :

a) Cas de trois points :

Notre première expérience consiste à plonger le motif pour joindre trois broches disposées aux sommets d'un triangle équilatéral dans l'eau savonneuse, puis on l'en retire. Trois bras du film se rencontrent au centre du triangle équilatéral. L'angle entre deux bras juxtaposés du film est précisément de 120° prévue théoriquement.

Les trois bras du film formé sont de longueurs égales. En désignant par **a** la longueur du côté du triangle équilatéral, la longueur de chacun des trois bras du film devrait, théoriquement, être égale à $a/\sqrt{3}$, dans notre cas, on devrait trouver une distance de $a/\sqrt{3} = 98/\sqrt{3} = 56.6 \text{ mm}$ pour les trois bras du film formé.

Les résultats de nos mesures, illustrées sur les figures III.4 et III.5, sont donnés dans les tableaux III.1 et III.2.

a- Mesure des longueurs de bras de film

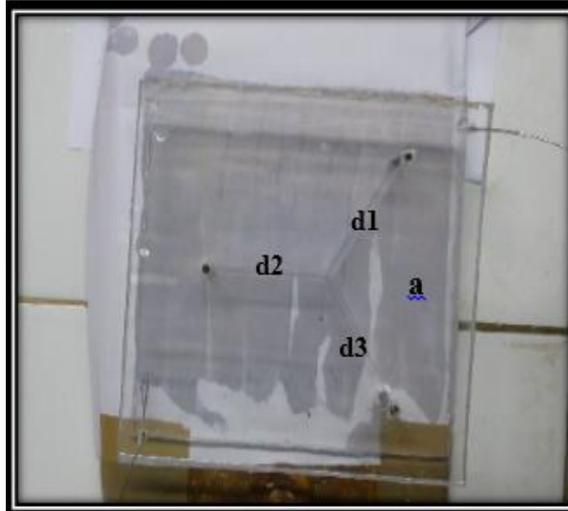


Figure III.4 : Modèle de film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral indiquant les différents segments.

Tableau III.1 : Résultats de mesure des distances du film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral.

Segment	d1	d2	d3
Distances (mm)	57.3	52.8	60
Distances théorique ($a / \sqrt{3}$) (mm)	56.6	56.6	56.6
Erreur %	1.3	6.7	6

Avec $a = 98 \text{ mm}$

b- Mesure des angles entre bras du film

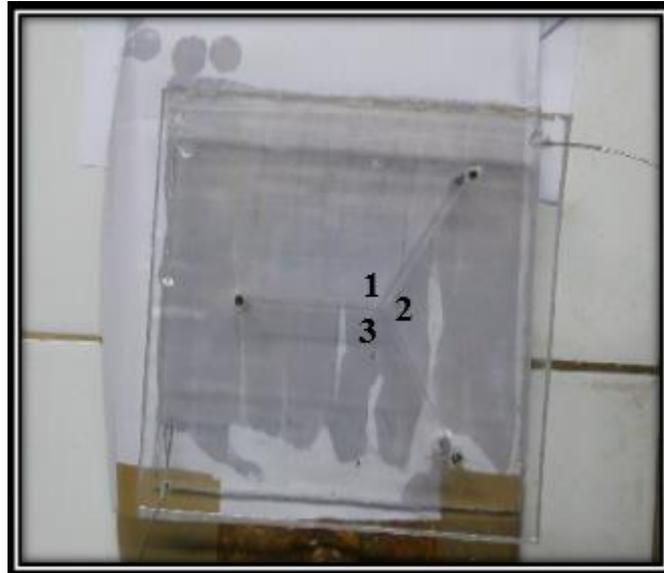


Figure III.5 : Modèle de film bidimensionnel formé entre trois broches disposées dans un triangle équilatéral indiquant les trois sommets des angles.

Tableau III.2 : Résultats de mesure des angles du film bidimensionnel formé entre trois broches disposées en triangle équilatéral

Sommet	1	2	3
Angles °	119.51	119	120.9
Angle théorique °	120	120	120
Erreur %	0.4	0.8	0.75

Interprétation

Le film formé dans le cas de trois broches disposées en triangle obéit globalement aux lois de Plateau.

Nous constatons qu'il y a des écarts entre les valeurs mesurées des distances et des angles et celles prévues théoriquement.

Ces erreurs, relativement faibles, sont dues aux forces de frottement exercées au niveau des trous ou des parois de plexiglas qui sont loin d'être parfaites (rugosités)

a) Cas de quatre points aux sommets d'un carré :

Dans ce cas, nous disposons quatre broches aux sommets d'un carré, la configuration du film pour joindre les quatre broches est tout à fait inattendue. Le film de longueur la plus courte ne

Chapitre III : Partie expérimentale

ne passe pas le long des 4 côtés du carré. Il ne forme pas non plus une croix joignant des angles opposés. En revanche, le film prend la forme d'un H déformé et les angles entre les différentes parties du film sont tous égaux à 120° .

a) Mesure des longueurs de bras de film

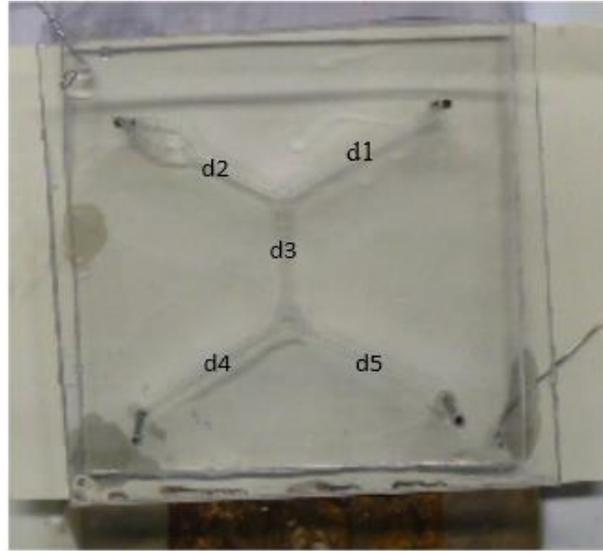


Figure III.6 : Modèle de film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré indiquant les segments.

Tableau III.3 : Résultats de mesure des distances du film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré.

Segment	d1	d2	d3	d4	d5
Distance (mm)	41.6	39.4	27.2	38	37.8
Distance théorique (mm)	$a/\sqrt{3} = 57.7$	$a/\sqrt{3} = 57.7$	$2,732 a = 27.32$	$a/\sqrt{3} = 57.7$	$a/\sqrt{3} = 57.7$
Erreur %	27.9	31.7	0.44	34.1	34.5

Avec $a = 100 \text{ mm}$ et $a/\sqrt{3} = 57.7 \text{ mm}$

b) Mesure des angles entre bras du film

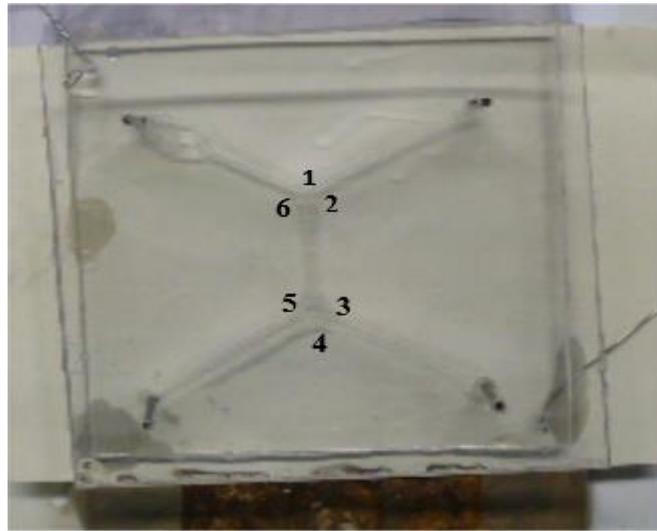


Figure III.7 : Modèle de film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré indiquant les sommets des angles.

Tableau III.4 : Résultats de mesure des angles du film bidimensionnel formé entre quatre broches disposées aux sommets d'un carré.

Sommet	1	2	3	4	5	6
Angle °	125.3	120.7	117.32	119.97	122.5	119.34
Angle théorique °	120	120	120	120	120	120
Erreur %	4.4	0.6	2.2	0.025	2	0.55

✓ **Interprétation**

Nous avons pu mesurer les distances du film de savon formé ainsi que les angles entre deux bras consécutifs.

Nous constatons des écarts par rapport aux valeurs prévues par la géométrie et par les lois de Plateau tel que les distances sont écartées avec 30%.

Ces écarts sont dus aux forces de frottement exercées sur le film au niveau des axes des broches et des parois des plaques qui, de surcroît, ne sont pas parfaitement parallèles.

Chapitre III : Partie expérimentale

La configuration d'un H déformé est celle qui représente le minimum globale pour quatre points aux sommets d'un carré.

c) Cas de cinq points : Pentagone

Disposons maintenant cinq broches aux angles d'un pentagone régulier. Le film de longueur minimale pour joindre ces broches prend la forme illustrée à la figure III.6. Ce film comporte sept parties, cinq bras reliant directement les broches et deux sections FG et GH qui font la liaison (pontage) entre les bras du film

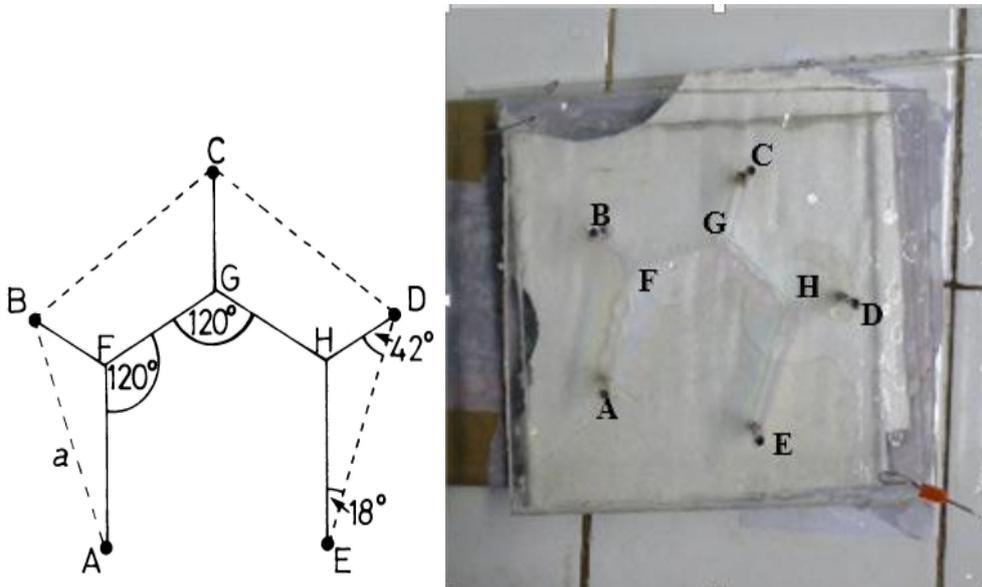


Figure III.8 : Modèle de film bidimensionnel formé entre cinq broches disposées dans un pentagone (à droite notre expérience)
 Les résultats de nos mesures, illustrées sur le figure III.7, sont donnés dans les tableaux III.7 et III.7

Tableau III.5 : Résultats de mesure des distances du film bidimensionnel formé cinq broches disposées dans un pentagone.

Segment	EH	HD	HG	GC	GF	BF	FA
Distances (mm)	48.3	22.05	36.6	25.9	34.6	18.2	46.8

Tableau III.6 : Résultats de mesure des angles du film bidimensionnel formé cinq broches disposées dans un pentagone

Sommet	$A\hat{F}G$	$F\hat{G}H$	$H\hat{E}D$	$H\hat{D}E$
Angles °	118.4	119.6	20.2	47.4
Angle théorique °	120	120	18	42
Erreurs %	1	0.5	12	13

✓ **Interprétation**

Nous avons pu mesurer les distances du film de savon formé ainsi que les angles entre deux bras consécutifs.

Nous constatons des écarts par rapport aux valeurs prévues par la géométrie et par les lois de Plateau.

Ces écarts sont dus aux forces de frottement exercées sur le film au niveau des axes des broches et des parois des plaques qui, de surcroît, ne sont pas parfaitement parallèles.

d) Cas de six points disposés aux sommets d'un hexagone régulier

En portant le nombre de broches à 6, nous aboutissons à un agencement hexagonal. Pour la première fois, le film relie les broches en passant par les côtés extérieurs. La longueur totale du film sera $5a$ si la séparation des broches est a . dans notre cas, nous avons

$$5a = 5 \cdot 50 = 250 \text{ mm}$$

En procédant de la même manière, et en utilisant le logiciel, nous obtenons la figure et les résultats suivants.

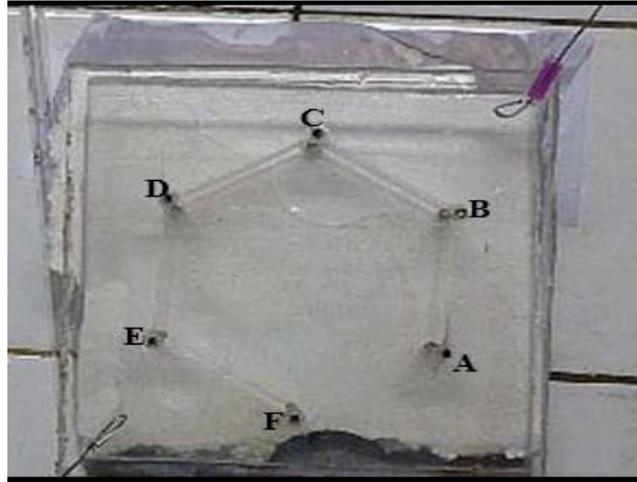


Figure III.9 : Modèle de film bidimensionnel formé entre six broches disposées dans un hexagone.

Tableau III.7 : Résultats de mesure des distances du film bidimensionnel formé six broches disposées dans un hexagone.

	AB	BC	CD	DE	EF
Distances (mm)	50	51.1	51.3	50.8	52.1

Nous remarquons que tous les bras du film formé sont presque égaux, et la longueur totale est 255.3 mm.

Tableau III.8 : Résultats de mesure des angles du film bidimensionnel formé six broches disposées dans un hexagone.

	\widehat{ABC}	\widehat{BCD}	\widehat{CDE}	\widehat{DEF}
Angles °	122.11	122.89	123.11	118.43
Angle théorique °	120	120	120	120
Erreur %	1.8	2.4	2.6	1.3

✓ **Interprétation :**

Cet agencement hexagonal pour les six points donne des angles de l'ordre de 120° entre les bras deux à deux, cependant nous avons un écart de $\mp 2^\circ$ qui revient aux faibles erreurs qui sont dues aux mêmes phénomènes mentionnés plus haut (frottements du film sur les parois, position imparfaite de la broche, parallélisme approximatif des plaques

Dans cette configuration, nous avons eu des distances égales pour tous les bras. La configuration hexagonale est celle qui minimise, non seulement l'aire des films produits mais aussi la quantité de cire utilisée par les abeilles pour construire leurs nids. C'est également une structure rigide du point de vue de la résistance des matériaux, car les tensions y sont minimales et bien distribuées. Nombreux sont les motifs naturels qui épousent cette configuration (craquelures, motifs sur les carapaces d'animaux ou de fruits dans lesquelles des angles de 120° sont fréquemment rencontrés).

III.7 Arbres de Steiner

De nombreux problèmes pratiques relèvent du concept de minimisation de chemins reliant un nombre déterminé de points, par exemple lorsqu'il s'agit de trouver la façon de relier des sites de forage ou tout simplement des villes avec le plus court réseau routier possible. On pourrait résoudre ce problème en dessinant une carte mentionnant les villes à relier sur une plaque de plexiglas, insérer des broches à l'endroit de chaque ville et obtenir une solution analogique en recourant aux films de savon. La construction d'un tel dispositif requiert de la précision. Nous avons soumis plutôt notre carte à un programme en ligne ^[22] qui révèle l'arbre minimal (figure III.10)

La solution dans notre cas précis n'offre aucun intérêt pratique, les routes étant déjà toutes tracées et doivent en outre contourner des obstacles naturels dont il n'est pas tenu compte dans l'algorithme utilisé.

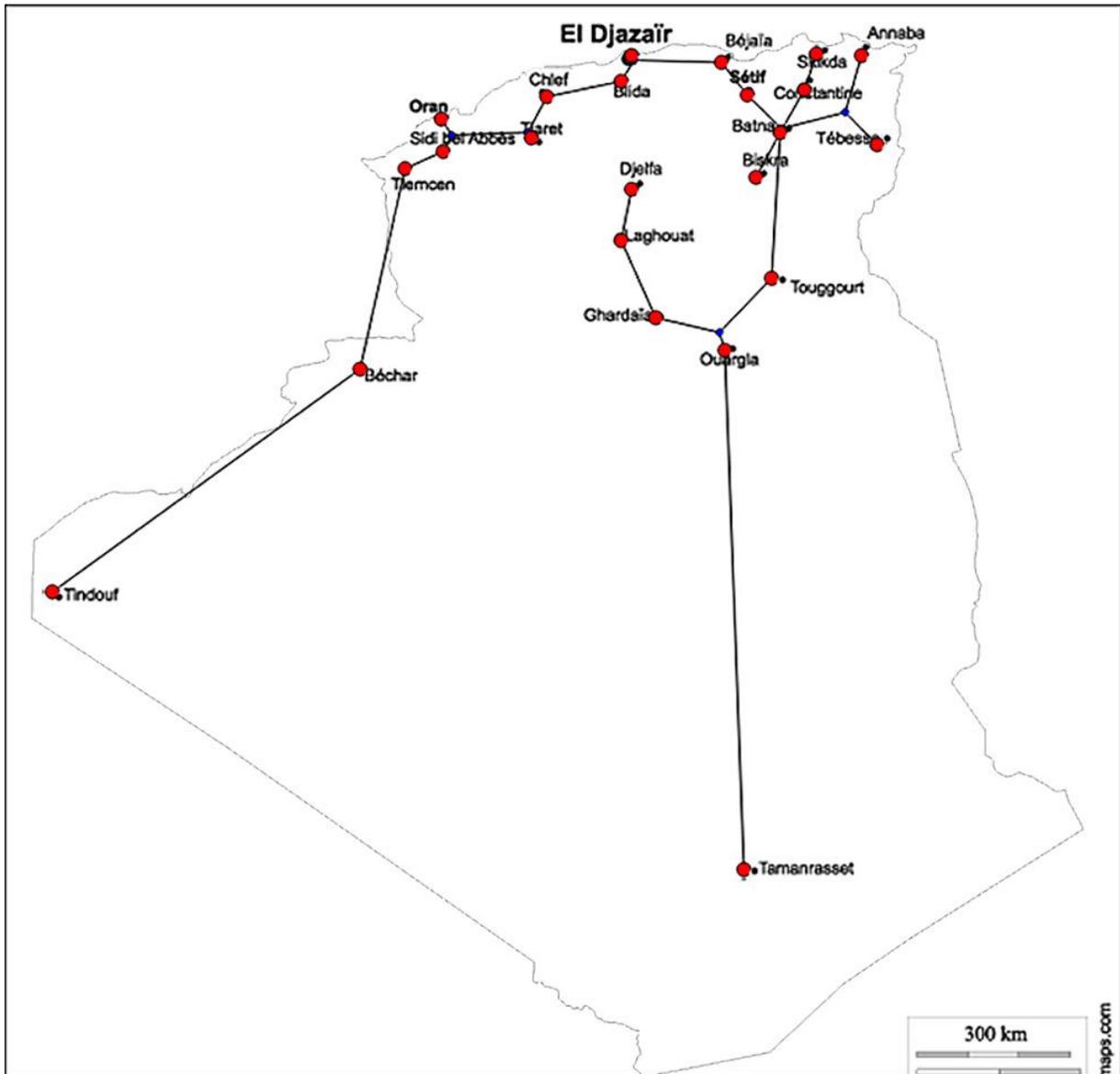


Figure III.10 : Application de la solution de l'arbre de Steiner pour la carte géographique de l'Algérie.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Conclusion générale

Les mousses sont des systèmes familiers, présents dans la vie quotidienne, mais de comportement remarquablement complexe, ce qui leur confère, suivant les cas, des propriétés ambiguës ou paradoxales : utile ou indésirable, éphémère ou persistante, structurée ou désordonnée, fluide ou rigide.

C'est en réalité à partir d'une observation statique de quelques bulles collées les unes par rapport aux autres que des chercheurs ont eu l'idée de poursuivre une analyse à l'échelle d'une mousse en deux dimensions en confinant une mousse entre deux plaques parallèles, aussi bien en mode statique qu'en mode dynamique.

L'étude des films de savon bidimensionnels et l'examen des motifs formés par une solution moussante entre deux plaques parallèles en plexiglas, a été le principal objectif de notre travail qui a abouti à un certain nombre de résultats et de constatations.

En particulier, ce travail nous a permis de vérifier quelques-unes des lois de Plateau qui régissent le comportement des films de savon. La mesure des angles de raccordement des films dans des motifs de mousses a été entreprise.

Globalement, on peut affirmer qu'une mousse bidimensionnelle idéale cherchera toujours à minimiser son aire afin de minimiser son énergie et elle est constituée de cellules hexagonales régulières au repos.

Enfin, partant du fait qu'un film de savon aura toujours tendance à occuper un état d'énergie minimal, en minimisant sa surface, nous avons considéré les possibilités d'utilisation des motifs de savon pour trouver des solutions « analogiques » à certains problèmes techniques dont les solutions mathématiques sont ardues ou inexistantes. Le problème de l'arbre minimal de Steiner qui est un problème de recherche opérationnel a été examiné dans des cas simples pour trouver le plus court chemin reliant des points disposés selon une géométrie prédéfinie. Un arbre de Steiner reliant différentes villes a été résolu en utilisant un algorithme en ligne et une carte indiquant les principales villes d'Algérie. La solution analogique avec des plaques de plexiglas et des broches insérées à l'emplacement des villes n'a pas pu être faite en raison des faibles moyens matériels dont nous disposions.

L'utilisation des motifs de savons offre néanmoins de réelles possibilités pour résoudre certains problèmes technologiques de manière analogique.

Bibliographie

Bibliographie

Références bibliographiques

- [1] Laurie Saulnier, Etude de la coalescence et du mûrissement dans les mousses liquides : des expériences modèles à différentes échelles, Université Paris Sud , *accessible en ligne* : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00831642>
- [2] Kamil Fadel, Mousse et Interface : La mousse déroule son film, Magazine Découverte n°331, nov 2005, accessible en ligne : http://www.palais-decouverte.fr/fileadmin/fileadmin_Palais/fichiersContribs/ressources-en-ligne/revue-decouverte/complements/332_nov_05/MV_n332_p22-31_w.pdf
- [3] L-F.L ; C.L ; G.P ; PR, Bulles qui roulent s'amassent en mousse, Stéphane PICARD, Olympiades physique 2005. accessible en ligne : http://www.odpf.org/images/archives_docs/13eme/memoires/gr-19/memoire.pdf
- [4] David Lovett, Two-dimensional Soap-film patterns In : Demonstrating Science With Soap Films, IOP Publishing 1994.
- [5] <https://sites.google.com/site/lesbullesdesavontpe/2-disposition-des-molecules>.
- [6] Paul Laurain, Mathématiques savonneuses, 25 février 2011 - Ecrit par *accessible en ligne* : <http://images.math.cnrs.fr/Mathematiques-savonneuses.html>
- [7] <https://www.google.dz/search?q=les+lois+de+Plateau&source>
- [8] Mahassine SAFOUANE, Drainage des Mousses Aqueuses : Rôle de La Rhéologie du Fluide Moussant. Thèse de Doctorat : UNIVERSITE PARIS XI .2003.
- [9] Wolf Sébastien, Structure et mécanique de la mousse, Séminaire FIP 2009, Laboratoire PMCN/CNRS, accessible en ligne : <http://www.phys.ens.fr/enseign/fip/seminaires/rapports2008-2009/biance5.pdf>
- [10] D. Langevin, A. Saint-Jalmes, M. Durand and M. Safouane. *Bulletin de la S. F.P.* , **134** (2002), 11-16.
- [11] D. Weaire and S. Hutzler. "*The Physics of Foams*". Oxford University Press, 1999
- [12] N. Pittet, N. Rivier and D. Weaire. *Forma*, **10** (1995).
- [13] <http://tpe-gastronomiemoleculaire-lvc.e-monsite.com/pages/la-cuisine-moleculaire-l-aboutissement-de-la-gastronomie-moleculaire/l-emulsion/.TPE>.
- [14] L.CHOPLIN, J.L.SALAGER, Mousse : Formation, formulation et propriétés : Techniques de l'ingénieur, Réf : J2200 v1, 10 mars 2008.
- [15] K. Fontell. *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* , **63** (1981).
- [16] W. Müller, J. M. di Meglio, *J. Phys. Condens. Mat.* ,11 (1999), L209.

Bibliographie

- [17] A. Scheludko. Adv. Colloid Interface Sci.,1 (1967) 391.
- [18] A. Vrij. Discuss Faraday Soc.,42 (1966), 23.
- [19] J. Lucassen, in: E.H. Lucassen-Reynders (Ed.), "Anionic Surfactants -Physical Chemistry of Surfactant Action". Marcel Dekker, New York, 1981, p. 27.
- [20] <http://fr.wikihow.com/pr%C3%A9parer-de-la-solution-pour-faire-des-bulles>
- [21] <http://acces.ens-lyon.fr/acces/logiciels/mesurim/telechargement>.
- [22] <https://webusers.imj-prg.fr/~paul.laurain/steiner/>