

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

3/88

وزارة التعليم و البحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

14x

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : **GENIE MECANIQUE**  
المدرسة الوطنية للتكنولوجيا  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

T.1

SUJET

ETUDE  
THERMODYNAMIQUE D'UNE  
TURBINE A GAZ

Proposé par : M<sup>r</sup>TALBI

Etudié par : M<sup>r</sup>AMARI

Dirigé par : M<sup>r</sup>TALBI

M<sup>r</sup>DAHMANI

PROMOTION janvier 1988

Basis

# بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

قال الله تعالى :  
« قُلْ هَلْ يَسْتَوِي الَّذِينَ  
يَعْلَمُونَ وَالَّذِينَ لَا يَعْلَمُونَ . »

وقال رسول الله صلى الله عليه وسلم :  
« وَمَنْ سَلَكَ طَرِيقًا يَلْتَمِسُ فِيهِ عِلْمًا  
سَهَّلَ اللَّهُ لَهُ طَرِيقًا إِلَى الْجَنَّةِ . »  
( رواه مسلم . )

- سبحانك لا علم لنا إلا ما  
علمتنا . إنك أنت العليم الحكيم -

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR.

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Département: Génie mécanique

promoteur: TALBI

Élève Ingénieur: AMARI

وزارة التعليم  
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHÈQUE  
Ecole Nationale Polytechnique  
الموجه الأستاذ  
الطالب المهندس

الموضوع: دراسة ترموديناميكية لعنفة غازية (60 حصان)  
ملخصاً: تتمثل هذه الدراسة في تحديد مختلف الوسائط، الترموديناميكية  
والضغطية لعنفة غازية ذات استطاعة قدرها 60 حصان  
وتتضمن هذه الدراسة كذلك تحديد الأبعاد والعناصر المكونة  
لهذه العنفة.

Sujet: Etude thermodynamique d'une turbine à gaz (60 ch)

Résumé: L'étude proposée consiste à trouver les différents  
paramètres thermodynamiques et énergétiques de la turbine à  
gaz de puissance 60 ch.

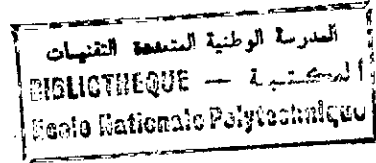
On y trouve aussi une étude de dimensionnement des  
éléments constituant cette turbine.

Subject: Thermodynamic study of gas turbine.

Abstract: The proposed study consists on finding  
different thermodynamics and energetic parameters  
of gas turbine of (60 ch power).

We have also dimensionned elements of gas turbine.

# REMERCIEMENTS



Je remercie mon promoteur monsieur TALBI pour ses conseils et son suivi -durant la période de préparation de mon projet

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude a monsieur A. GAHMUSSE, pour m'avoir prodiguer ses précieux conseils tout au long de cette étude.

Mes remerciements sont destinés à tous les professeurs qui ont contribué a ma formation

## DEDICACE

Je dédie ce modeste travail:

- A la mémoire de mon père
- A ma mère
- A mes frères et sœur
- A tous ce qui témoignent qu'il n'y a de DIEU qu'ALLAH et que MOHAMED est son envoyé et son prophète.
- A tous mes amis

# TABLE DES MATIERES



INTRODUCTION . . . . .	I
CHI - 1. GÉNÉRALITES . . . . .	1
1.1 - Définition et principe d'une turbine à gaz . . . . .	1
1.2 - Classification des turbines à gaz . . . . .	1
1.2.1 - Turbine à gaz à circuit ouvert . . . . .	1
1.2.2 - Turbine à gaz à circuit fermé . . . . .	2
2 - LA TURBINE A GAZ A COMBUSTION INTERNE . . . . .	3
2.1 - Turbine à gaz à combustion à pression constante . . . . .	3
3 - LES CYCLES THERMIQUES DE LA TURBINE A GAZ . . . . .	4
3.1 - Cycles théoriques . . . . .	4
3.2 - Etude du cycle réel . . . . .	7
3.3 - Cycle avec source de chaleur intermédiaire . . . . .	11
3.3.1 - Réfrigération du gaz en cours de compression . . . . .	11
3.4 - Réchauffage des gaz au cours de la détente . . . . .	15
CHII - COMPRESSEUR . . . . .	19
1 - INTRODUCTION . . . . .	19
2 - COMPRESSEUR CENTRIFUGE . . . . .	20
2.1 - Roue mobile . . . . .	21
2.2 - Diffuseur . . . . .	23
2.3 - Degré de réaction . . . . .	23

3- ADAPTATION DES COMPRESSEURS	24
4- ETUDE DE LA STABILITÉ DU COMPRESSEUR	24
5- LES PERTES	25
6- ETUDE THERMODYNAMIQUE	28
6.1- Travail du compresseur	28
6.2- Rendement polytropique	29
6.3- Coefficient polytropique	31
6.4- Taux de compression	32
7- CALCUL DES PERTES	32
7.1- Calcul des pertes hydrauliques	33
7.2- Calcul des pertes mécaniques	35
- CALCUL DU COMPRESSEUR	35
1- CALCUL THERMODYNAMIQUE	35
1.1- Calcul du travail	35
1.2- Détermination du travail réel du compresseur ( $W_c$ )	36
1.3- Calcul des températures totale et statique à la sortie du compresseur	37
1.4- Détermination du coefficient polytropique ( $K$ )	37
1.5- Détermination du nombre de Mach ( $M$ )	38
1.6- Détermination de la roue du compresseur	38
1.7- Triangles des vitesses	4
1.8- Détermination des caractéristiques du fluide à la sortie du compresseur	4

1.9_ Détermination du nombre de Mach à la tête des ailes . . . . .	44
1.10_ Calcul des pertes . . . . .	45
1.11_ Calcul de la pression réelle à la sortie du compresseur . . . . .	50
<b>CH III - CHAMBRE DE COMBUSTION . . . . .</b>	<b>51</b>
1_ DÉFINITION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT . . . . .	51
2_ DIFFÉRENTS TYPES DE CHAMBRE DE COMBUSTION . . . . .	51
3_ COMBUSTIBLE . . . . .	53
4_ ETUDE ENERGÉTIQUE . . . . .	54
<b>_ CALCUL DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION . . . . .</b>	<b>58</b>
1_ CALCUL THERMODYNAMIQUE . . . . .	58
1.2_ Détermination des caractéristiques du fluide à la sortie . . . . .	61
de la chambre de combustion	
1.3_ Dimensionnement de la chambre de combustion . . . . .	62
<b>CH IV - LA TURBINE . . . . .</b>	<b>65</b>
1_ DÉFINITION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT . . . . .	65
2_ TRIANGLE DES VITESSES . . . . .	65
3_ VARIATION DE LA PRESSION ET DU TRIANGLE DES VITESSES . . . . .	66
DANS UN ETAGE D'UNE TURBINE A REACTION ( $\epsilon = 0,5$ ) . . . . .	67
4_ ANNULATION DE L'EFFET DES FORCES CENTRIFUGES . . . . .	67
5_ ETUDE THERMODYNAMIQUE DE LA TURBINE . . . . .	
<b>_ CALCUL DE LA TURBINE</b>	
1_ CALCUL THERMODYNAMIQUE . . . . .	71



1.2_ Détermination de la température réelle $T_t$ . . . . .	72
1.3_ Triangle des vitesses . . . . .	74
1.4_ Détermination des caractéristiques des gaz à la sortie de la tuyère . . . . .	831
1.4.1_ Détermination de la forme géométrique de la tuyère . . . . .	832
1.5_ Caractéristique du fluide à la sortie de la turbine . . . . .	833
_ CONCLUSION . . . . .	834
_ BIBLIOGRAPHIE . . . . .	835

Fig	Description	Page
1	schéma de l'installation d'une T.a.G à C. O . . . . .	2
2	schéma de l'installation d'une T.a.G à C. F . . . . .	2
3	schéma de l'installation d'une T.a.G. à pression constante	4
4	schéma du cycle théorique (H-s; P-v) . . . . .	4
5	schéma du cycle réel . . . . .	8
6	schéma d'une T.a.G. comportant un réfrigérant . . . . .	11
7	Diag (H-s) d'une T.a.G comportant un réfrigérant . . . . .	13
8	schéma de l'installation d'une T.a.G à une seule	15
9	chambre de combustion intermédiaire avec un diag (H-s) -courbe de $P_2/P_1 = f(q_m, q_v)$ . . . . .	25
10	-courbe de $P = f(m)$ . . . . .	25
11	schéma du circuit . . . . .	25
12	courbe $P = f(m)$ . . . . .	26
13	zone de fonctionnement des compresseurs . . . . .	27
14	calcul des pertes de charges dans les carreaux	33
15	de la roue roue à ailes radiales (compresseur) . . . . .	39
16	schéma d'une chambre de combustion . . . . .	53
17	schéma d'une chambre de combustion . . . . .	63
18	schéma d'une turbine axiale . . . . .	65
19	courbe de variation de pression dans la turbine	66
20	schéma d'une turbine (STATOR - ROTOR) . . . . .	72

symboles	unités	Appellation
$m$	$\text{kg/s}$	- debit massique
$\rho$	$\text{kg/m}^3$	masse volumique
$P_0$	$\text{N/m}^2$	pression statique
$P_t$	$\text{N/m}^2$	pression totale
$T_0$	$^{\circ}\text{K}$	température statique
$T_t$	$^{\circ}\text{K}$	température totale
$S$	$\text{m}^2$	sections
$u, c, w$	$\text{m/s}$	respectivement vitesse d'entraînement, absolue, relative
$\alpha, \beta$	$(^{\circ})$	angle de $c$ et $w$ avec $u$
$\Delta H$	$\text{J/kg}$	L'enthalpie
$h$	$\text{m de fluide}$	perte de charge
$r$	$\text{J/kg}^{\circ}\text{K}$	constante d'un gaz parfait par unite de masse
$c_p$	$\text{J/kg}^{\circ}\text{K}$	chaleur spécifique à pression constante de l'unité de masse.
$\gamma$	-	rapport des chaleurs spécifique d'un gaz p.
$r; D, l$	$\text{m}$	rayon; diamètres; longueurs;
$e; b; t$	$\text{m}$	épaisseurs; largeurs; le pas
$\lambda$	-	Coefficient de frottement.
$Re$	-	nombre de Reynolds.
$N$	$\text{tr/min}$	vitesse de rotation de l'arbre moteur.
$\nu$	$\text{m}^2/\text{s}$	viscosité cinématique
$\eta$	-	Rendement
$k$	-	Coefficient de transformation polytropic.
$M$	-	Mach
$\Phi$	Watts	puissance

# INTRODUCTION

La turbine à gaz est le siège de l'ensemble des transformations constituant le cycle thermodynamique - décrit par le fluide ; elle peut être assimilée aux moteurs à combustion interne à mouvement alternatif ; mais, contrairement à ce qui se passe dans ces derniers ; les différentes transformations thermodynamiques n'y sont pas successivement - décrites à l'intérieur du même cylindre ; mais elles sont accomplies - dans des enceintes séparées.

Le flux permanent pénètre dans la turbine à gaz pour y subir des évolutions thermodynamiques successives ( compression ; détente, combustion, refroidissement ) en traversant les organes de la machine avant d'être finalement expulsé de manière continue.

Ces remarques générales montrent immédiatement quels sont les deux premiers sujets qui doivent être traités.

L'un d'eux est le cycle thermodynamique - décrit par le fluide dans une turbine à gaz ; l'étude de ce cycle est en effet indispensable à la compréhension du mode de fonctionnement de cette machine ; ainsi que des raisons intervenant dans le choix des différentes paramètres qui caractérisent ce fonctionnement.

Le deuxième sujet est lié à la conception à savoir l'étude métallurgique et la construction mécanique de la machine.

Il est à noter que ces deux sujets représentent les points essentiels

de notre étude.

Les principales applications actuelles de la turbine à gaz sont :

- La production d'énergie de pointe.
- La production d'énergie de secours.
- La propulsion marine (navires de guerre surtout)
- La traction ferroviaire et automobile
- L'entraînement des pompes ou des compresseurs
- La combinaison avec divers processus chimiques
- La propulsion aérienne (turbo propulseurs ; turbo reacteurs)

La première partie de ce projet a pour but l'étude thermodynamique et énergétique d'une turbine à gaz.

Cette étude a été répartie en 4 chapitres.

CH 1: Généralités.

CH 2: COMPRESSEURS

CH 3: CHAMBRE DE COMBUSTION

CH 4: LA TURBINE

# GENERALITES

## CH1

### 1.1 DEFINITION ET PRINCIPE D'UNE TURBINE A GAZ

La turbine à gaz est un ensemble moteur tournant constitué essentiellement du compresseur, de la chambre de combustion et de la turbine.

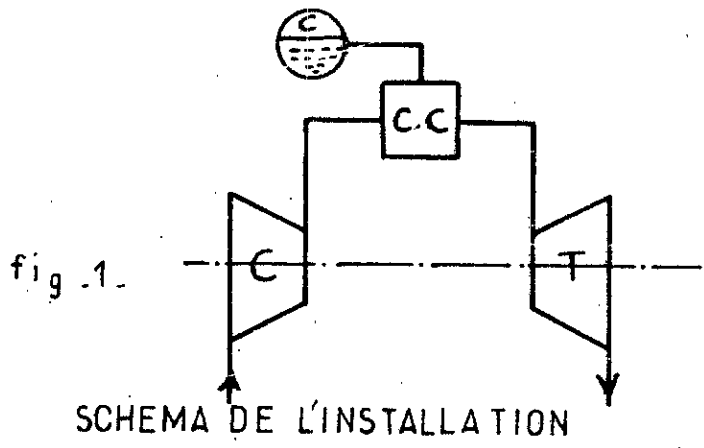
Le principe de fonctionnement d'une telle turbine consiste à soumettre un débit gazeux successivement à la compression, à un chauffage dans la chambre de combustion puis à une détente dans la turbine où nous aurons transformation de l'énergie cinétique des gaz en énergie mécanique dont une partie sera absorbée par le compresseur et l'autre recueillie en bout d'arbre.

### 1.2 CLASSIFICATION DE LA TURBINE A GAZ

On distingue deux types de turbines à gaz.

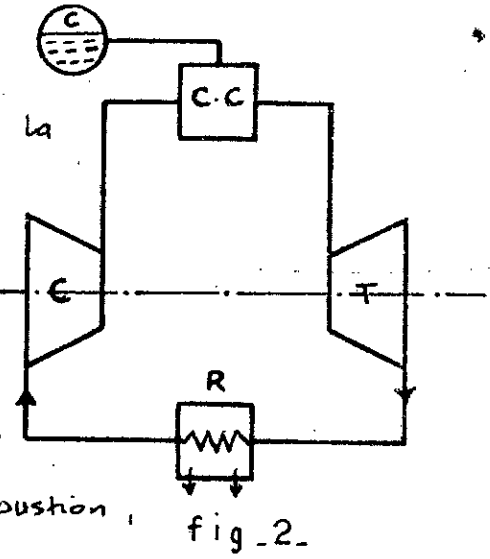
1.2.1 La turbine à gaz à combustion interne ou à circuit ouvert. L'aspiration du compresseur est directement reliée à l'atmosphère; de même l'échappement de la turbine est généralement relié à l'atmosphère, soit directement, soit par l'intermédiaire d'un récupérateur de chaleur; l'air fourni à la chambre de combustion est constamment renouvelé; et les gaz brûlés sont évacués dans l'atmosphère une telle turbine est donc à circuit ouvert.

-turbine a circuit ouvert



1.2.2 La turbine à gaz a combustion externe ou à circuit fermée

pour la production du travail on utilise la même masse gazeuse indéfiniment. cette masse est totalement isolée de l'atmosphère et suit indéfiniment le cycle



suivant, compression dans un compresseur, chauffage dans une chambre de combustion, détente dans la turbine, puis refroidissement dans un refroidisseur.

Le refroidissement se fait pour ne pas affecter les ailettes du compresseur (phénomène du fluage); une telle turbine est donc à circuit fermé, enfin, il est possible de concevoir pour la turbine à gaz des circuits mixtes (semi-ouverts ou semi fermés) toutefois; les expériences réalisées dans ce domaine n'ont pas été couronnées de succès, et l'idée des turbines à gaz à circuit mixte semble avoir été abandonnée

## Remarque

seul le circuit fermé se prête à l'utilisation de combustibles solides (charbon) ou de combustibles nucléaires, pour les autres combustibles le circuit ouvert présente la solution la plus avantageuse.

dans le circuit fermé on constate que tous les éléments de l'installation de la turbine à gaz sont traversés par un fluide dont le débit de masse et la nature reste invariables au contraire pour le circuit ouvert, le fluide traversant la turbine diffère de celui qui traverse le compresseur aussi bien par son débit-masse que par sa nature.

## 2. LA TURBINE A GAZ A COMBUSTION INTERNE (C.O)

Il existe deux classes de turbine à gaz ; selon que dans le générateurs des gaz chauds la combustion se fasse à pression constante ou à volume constant

### 2.1 TURBINE A GAZ A COMBUSTION A PRESSION CONSTANTE

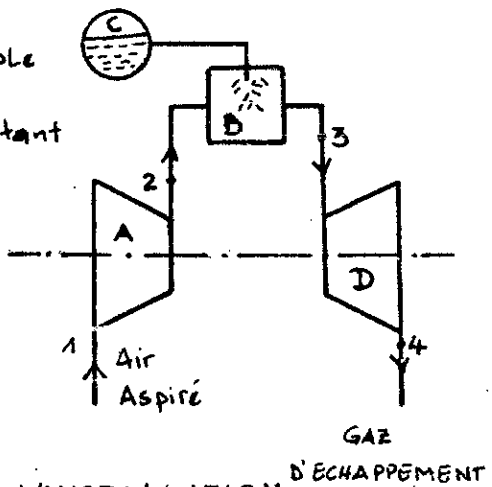
c'est le type de turbine à gaz les plus utilisés que ce soit en industrie ou en aéronautique.

#### 2.1.1 Schéma et Principe de fonctionnement

La turbine à gaz considérée comporte un compresseur rotatif (A) aspirant de l'air atmosphérique et le refoulant dans une chambre de combustion (B)



qui reçoit simultanément du combustible (C) injecté par une pompe; Les gaz sortant de la chambre de combustion se détendent dans une turbine (D) puis s'échappent dans l'atmosphère



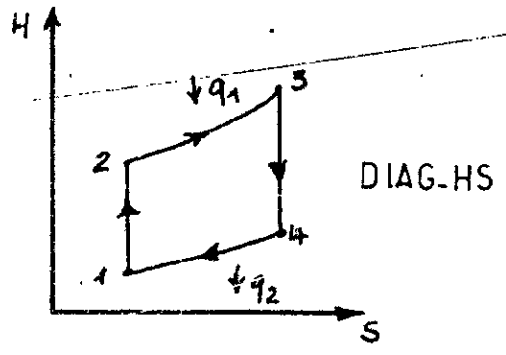
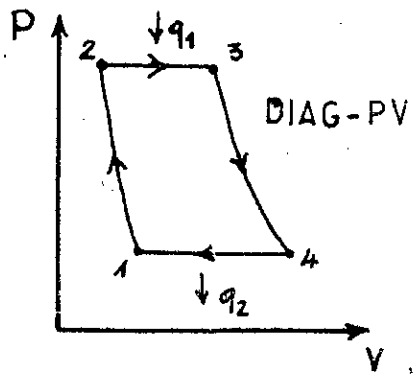
SCHEMA DE L'INSTALLATION

fig. 3.

3. LES CYCLES THERMIQUES DE LA TURBINE

3.1 CYCLE THEORIQUE CYCLE DE JOULE

de ce qui a été écrit ci dessus on en conclut que la turbine à gaz est une machine thermique à gaz parfait dont le fluide évoluant est de l'air qui décrit un cycle fermé au cours duquel Il reçoit de la chaleur ( $q_1$ ) pendant la combustion et restitue une quantité ( $q_2$ ) à l'atmosphère pendant la phase d'échappement



SCHEMA DU CYCLE THEORIQUE (OU DE JOULE)

fig 4

Le cycle décrit la transformation suivantes:

1-2 - compression isentropique

2-3 - combustion à pression constante

3-4 - Détente isentropique

4-1 phase d'échappement ou refroidissement isobarique dans l'atmosphère transformation fictive permettant la fermeture du cycle

### 3.1.1 Rendement thermique $\eta_{th}$

Le rendement du cycle s'écrit  $\eta_{th} = 1 - \frac{1}{Z}$  ou  $\eta_{th} = \frac{W_u}{Q}$

AVEC  $Z = z^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$  et  $z = \frac{P_2}{P_1}$

$$W_u = W_t - W_c$$

DONC

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{Z} = \frac{W_t - W_c}{Q}$$

$Z$ : taux de compression

$W_u$ : travail utile par unité de masse

$W_t$ : travail fourni par la turbine

$W_c$ : travail absorbé par le compresseur

$Q$ : chaleur dégagée par la combustion

### 3.1.2 Remarque

\* Le rendement thermique du cycle théorique ( $\eta_{th}$ ) est inversement proportionnelle à ( $Z$ )

L'expression du  $\eta_{th}$  est la même que celle du moteur à

explosion fonctionnant avec le même rapport volumétrique.

### 3.1.3 Travail massique ou utile ( $W_u$ )

C'est le travail recueilli en bout d'arbre par unité de masse du fluide

d'après la relation de l'adiabatique  $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = Z^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = Z$

On voit immédiatement que si  $(Z)$  augmente indéfiniment

alors  $(T_2)$  augmente jusqu'à atteindre  $(T_3)$  ou même la dépasser

- Si  $T_2 = T_3 \Rightarrow W_c = W_t \Rightarrow W_u = W_t - W_c = 0$   
et de plus  $\varphi = 0$  évident  $\Rightarrow$

$$W_u = 0 \quad \text{et} \quad \varphi = 0$$

- Si  $T_2 > T_3$  le cycle de Joule sera d'écrit dans le sens invers des aiguilles d'une montre  $\Rightarrow \varphi < 0$  et  $W_u < 0$

$\Rightarrow$  On a affaire à une pompe ou une machine frigorifique

### 3.1.4 Remarque:

Le taux de compression est choisit en tenant compte des paramètres suivants.

-  $\eta_t$  rendement théorique

-  $W_u$  travail utile

-  $P_u$  Puissance utile ou massique

- et aussi choisit en faisant intervenir l'influence du débit massique sur le rendement et sur le prix de la machine.

### 3.1.5 Travail utile maximale:

On a

$$W_u = W_t - W_c = c_p T_3 \left(1 - \frac{1}{z}\right) - c_p T_1$$

L'étude de cette fonction montre l'existence d'un maximum en effet:

$$\frac{dW_u}{dz} = \frac{c_p T_3}{z^2} ; c_p T_1 = 0$$

$$\Rightarrow z_{opt} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{1/2} \Rightarrow T_{2opt} = T_{4opt} = (T_1 T_3)^{1/2}$$

$$\text{d'après } z = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

- d'où

$$W_{u_{max}} = c_p (T_3 - T_{4opt}) - c_p (T_{2opt} - T_1)$$

$$\Rightarrow W_{u_{(max)}} = c_p (T_3 + T_1 - 2 (T_1 T_3)^{1/2})$$

### 3.2 ETUDE DE CYCLE REEL

en réalité dans la turbine à gaz il existe des imperfections qui entraînent des frottements, ces derniers qui affecte le cycle idéal pour nous donné le cycle réel. on ne considèrent que les frottements existant dans la turbine et dans le compresseur; Le cycle thermodynamique sera un cycle réel dont le schéma et le suivant (cycle 1-5-3-6-1)

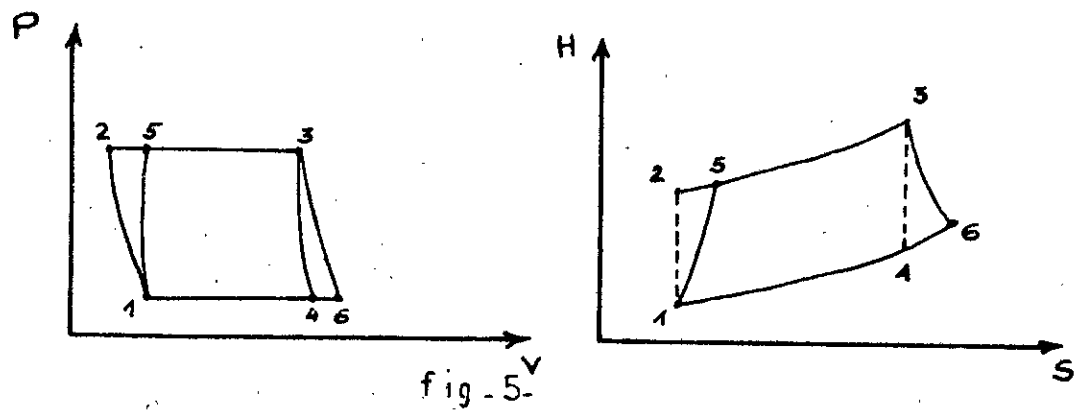


fig-5-

SCHEMA (1. 2. 3- 4-1) CYCLE IDÉAL  
 (1- 5- 3- 6-1) CYCLE REEL

Les transformation restent les même a savoir

- 1- compression 1-5
- 2- combustion 5-3
- 3- Detente 3-6
- 4- phase d'échappement 6-1

### 3.2.1 Rendement thermique

On a  $\eta_{th} = \frac{W_u}{Q} = \frac{W_t - W_c}{Q}$

Les rendements isentropiques sont

- Pour le compresseur:  $\eta_c = \frac{T_2 - T_1}{T_5 - T_1} = \frac{T_1 (z-1)}{T_5 - T_1} \Rightarrow$

$$T_5 - T_1 = \frac{T_1 (z-1)}{\eta_c}$$

- Pour la turbine:  $\eta_t = \frac{T_3 - T_6}{T_3 - T_4} = \frac{T_3 - T_6}{T_3 (1-1/z)} \Rightarrow$

$$T_3 - T_6 = \eta_t T_3 (1 - 1/z)$$

- dans ce cas le travail a pour expression

$$\begin{aligned} W_u &= c_p (T_3 - T_6) - c_p (T_5 - T_1) \\ &= c_p \eta_t T_3 (1 - 1/z) - c_p T_1 \left( \frac{z-1}{\eta_c} \right) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$W_u = c_p (z-1) \left[ \frac{\eta_t T_3}{z} - \frac{T_1}{\eta_c} \right]$$

L'expression de la quantité de la chaleur dégagée par la combustion est.

$$Q = c_p (T_5 - T_3) = c_p \left[ T_3 - T_1 \left( 1 + \frac{z-1}{\eta_c} \right) \right]$$

$$\text{soit } \sigma = \eta_c \left( \frac{T_3}{T_1} - 1 \right) \quad \text{et} \quad \psi = \eta_c \eta_t \frac{T_3}{T_1}$$

$$\text{alors:} \quad \eta_{th} = \frac{W_u}{Q} = \left( 1 - 1/z \right) \left( \frac{\psi - z}{\sigma - z + 1} \right)$$

AVEC

$1 - \frac{1}{z}$  ; rendement thermique du cycle idéal

$\frac{\psi - z}{\sigma - z + 1}$  ; fraction dépendant de  $\eta_t$ ,  $\eta_c$  (isentropique)  
et du rapport  $\frac{T_3}{T_1}$

$$\text{si } \frac{\psi - z}{\sigma - z + 1} = 1 \quad \Rightarrow \quad \eta_c = \eta_t = 1$$

### 3.2.2 Rendement maximale:

$$\eta_{th} \text{ et max} \Rightarrow \frac{d\eta_{th}}{dz} = 0 \Rightarrow z_{opt} = a - (a^2 - b)^{1/2}$$

$$\text{AVEC } a = \frac{\psi}{\psi - \sigma}$$
$$b = \frac{(\sigma + 1)\psi}{\psi - \sigma}$$

### 3.2.3 Travail utile max.

On

$$W_u = c_p(z-1) \left( \eta_t \frac{T_3}{z} - \frac{T_1}{\eta_c} \right)$$

$$W_{u \text{ max}} \Rightarrow \frac{dW_u}{dz} = 0 \Rightarrow z_{opt} = (\psi)^{1/2}$$

## LES CYCLES AVEC DES SOURCES DE CHALEUR INTERMÉDIAIRES

LES SOURCES intermédiaires qu'elles soient froides ou chaudes, offrent l'avantage d'un accroissement de la puissance massique, et du rendement des turbines à gaz,

les échanges de chaleur peuvent alors avoir lieu; soit au cours de la compression; soit au cours de la détente; soit encore au cours de ces deux transformations à la fois.

Lorsque les échanges de chaleur affectent la compression; celle-ci est réalisée au moyen de plusieurs compresseurs fonctionnant

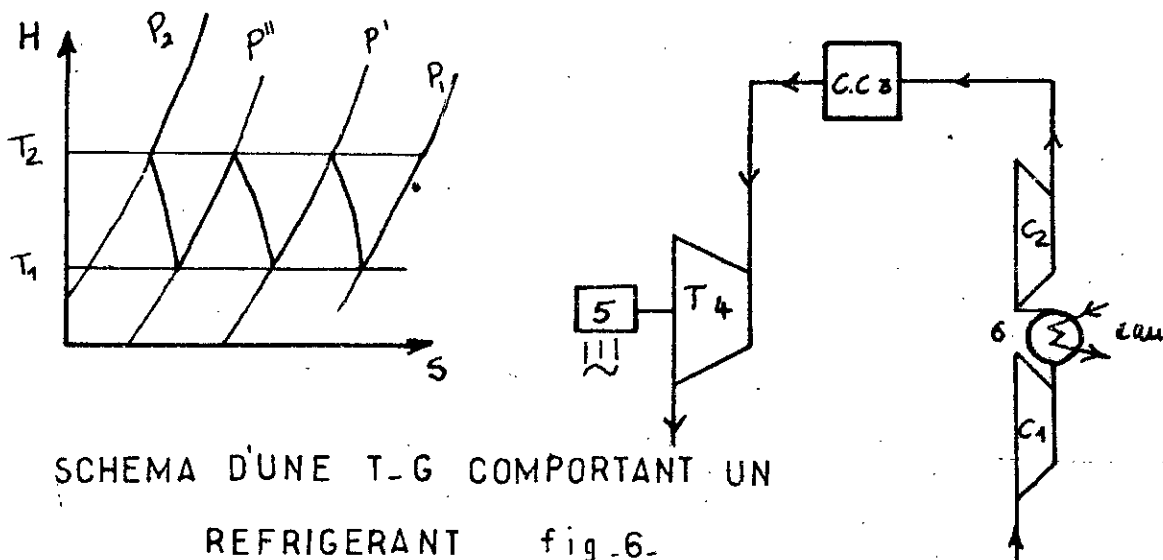
en série et à l'amont de chacun de ceux-ci (à l'exception du premier) est placée un réfrigérant à circulation d'eau qui chute la température du gaz jusqu'à la valeur de la source froide disponible.

de la même manière la détente peut se faire dans plusieurs turbines placées en série dont chacune (et non seulement la première) est précédée d'une source de chaleur ramenant la température du gaz à la valeur maximale adoptée.

### 3.3 CYCLE AVEC SOURCE DE CHALEUR INTERMÉDIAIRE

#### 3.3.1 RÉFRIGÉRATION DU GAZ EN COURS DE COMPRESSION

Le cycle d'une telle transformation est représenté sur la figure ci dessous



SCHEMA D'UNE T.G COMPORTANT UN  
REFRIGERANT fig.6.



1. Compresseur
2. Compresseur
3. chambre de combustion
4. turbine
5. Génératrice
6. réfrigérant d'air à circulation d'eau

### 3.3.1 Travail utile maximale :

On sait que le travail massique ou utile  $W_u$  est max si le travail de compression  $W_c$  est minimal.  $W_u = W_t - W_c$  avec  $W_t$  fixe la condition ci dessus et réalisée en utilisant la réfrigération qui est une opération réalisée en plaçant un ou plusieurs réfrigérant à circulation d'eau entre deux étages du compresseur bien choisis

$$\text{AVEC } \begin{cases} \tau_1 = \frac{P'}{P_1} ; \tau_2 = \frac{P''}{P_1} \dots \dots \tau_{n+1} = \frac{P_2}{P_1} & \text{taux de compression} \\ \text{et } \tau_1 \tau_2 \dots \dots \tau_{n+1} = \tau & \text{taux de compression} \\ & \text{du compresseur} \end{cases}$$

Le travail du compresseur à pour expression

$$W_c = cpT_1 \left( \tau_1^{\frac{k-1}{k}} + \tau_2^{\frac{k-1}{k}} \dots \dots \tau_{n+1}^{\frac{k-1}{k}} - n - 1 \right)$$

$$W_c \text{ est min si } \sum_{n=1}^{n+1} (\tau_i)^{\frac{k-1}{k}} \text{ et min } \Rightarrow \tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_{n+1} = \tau^{\frac{1}{n+1}}$$

$$\text{D'où } W_c = cpT_1 (n+1) \left( \tau^{\frac{k-1}{k(n+1)}} - 1 \right)$$

c.a.d 
$$\begin{cases} W_c = c_p T_1 (n+1) \left( z^{\frac{1}{n+1}} - 1 \right) & \text{----- I travail réel} \\ \text{de plus } W_t = \eta_t c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{z} \right) \end{cases}$$

Donc on obtient  $W_u = W_t - W_c$

$$W_u = \eta_t c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{z} \right) - \frac{1}{\eta_c} c_p T_1 (n+1) \left( z^{\frac{1}{n+1}} - 1 \right)$$

La valeur optimale de  $z$  sera obtenue en posant  $\frac{dW_u}{dz} = 0$   
 pour un  $z_{opt} = \varphi^{n+1/n+2} \Rightarrow W_u = \max.$

### 3.32 Rendement maximale:

On a 
$$\eta_{th} = \frac{W_u}{Q} = \frac{W_t - W_c}{Q}$$

Les valeurs optimales des taux de compression partielles sont tel que

$$z_1 = z_2 = z_3 = \dots = z_n = \left( \frac{p^{(n)}}{p_1} \right)^{1/n}$$

en réalité la réfrigération se fait selon le schéma suivant

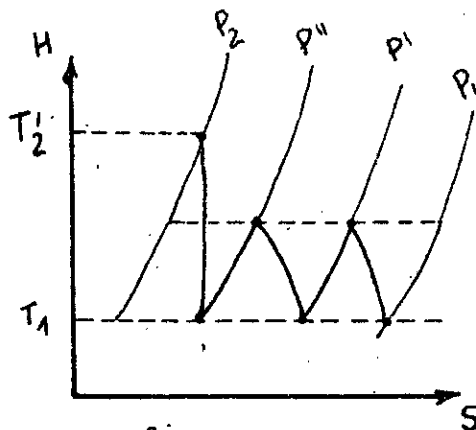


fig.7.

d'où l'expression du travail de compression :

$$W_c = \frac{1}{\eta_c} \cdot c_p T_1 \left( n z_1 + \frac{z}{z_1^n} - n - 1 \right) \quad \text{AVEC } z_1 = z_1^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

l'expression de la chaleur de combustion est :

$$Q = c_p T_3 - \frac{T_1}{\eta_c} \left( \eta_c + \frac{z}{z_1^n} - 1 \right)$$

travail de la turbine

$$W_t = \eta_t c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{z} \right)$$

Il ne reste plus qu'à en déduire l'expression du rendement thermique en fonction des deux variables indépendantes,  $z$  et  $z_1$ , et à chercher ensuite les valeurs optimales de celles-ci.

L'expression du rendement

$$\eta_{th} = \frac{\eta_t c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{z} \right) - \frac{1}{\eta_c} c_p T_1 \left( n z_1 + \frac{z}{z_1^n} - n - 1 \right)}{c_p \left[ T_3 - \frac{T_1}{\eta_c} \left( \eta_c + \frac{z}{z_1^n} - 1 \right) \right]}$$

pour la détermination du rendement optimale, le calcul comporte deux étapes :

la première consiste à trouver pour une valeur donnée de  $z$ , la variation entre  $\eta_{th \max}$  et  $z_{1 \text{ opt}}$  et la seconde, la relation entre  $\eta_{th \max}$  et  $z_{\text{opt}}$ . Ces deux relations sont

$$\begin{cases} z (1 - \eta_{th \max}) = \frac{z_1^{n+1}}{z_{1 \text{ opt}}^{n+1}} \dots \dots \dots \text{(I)} \\ \eta_{th \max} = 1 - \frac{\eta_c^{n+1}}{z_{\text{opt}}^{n+1}} \dots \dots \dots \text{(II)} \end{cases}$$

L'introduction de cette dernière relation dans l'expression du rendement fournit une équation ayant pour seule inconnue  $Z_{opt}$

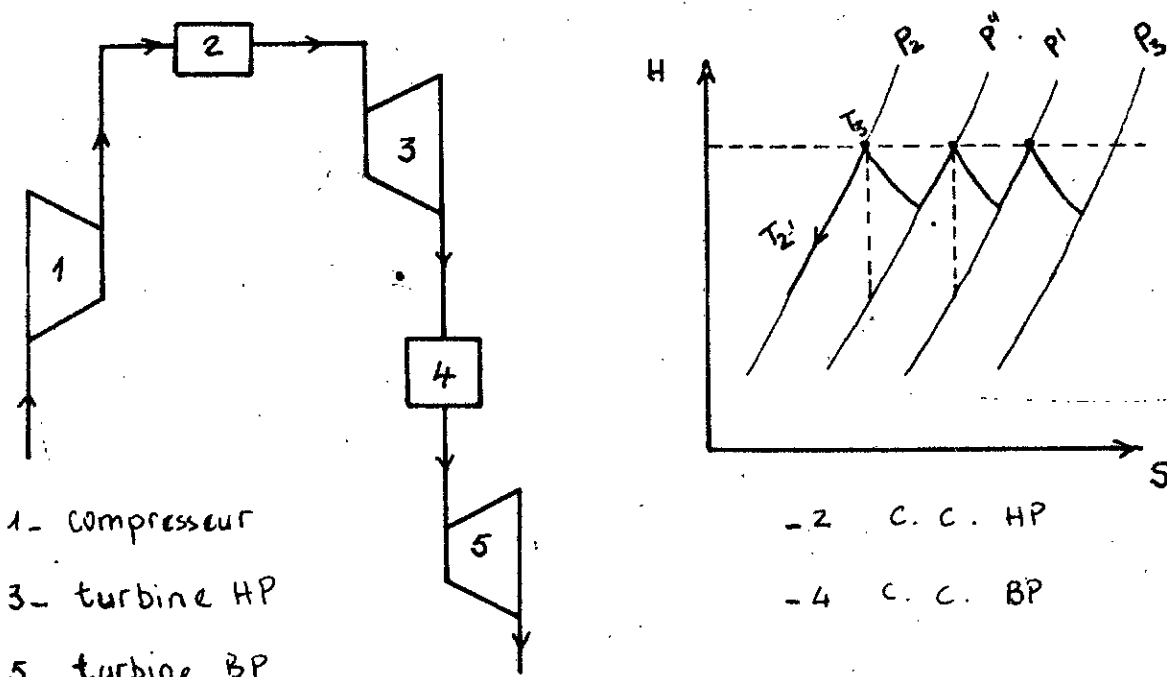
- c. a. d

$$\left(1 - \frac{1}{\eta_t} + \frac{n + \eta_c}{\psi}\right) Z_{opt}^{n+2} - (n+2) Z_{opt}^{n+1} + \psi^n (\sigma+1) = 0$$

Pour  $\eta_{\max} \Rightarrow$  rendement maximal conduit à adopter pour la dernière partie du compresseur un taux de compression supérieur à celui qui est réalisé dans chacune des parties précédentes

### 3.4 RECHAUFFAGE DES GAZ AU COURS DE LA DETENTE

SCHEMA DE L'INSTALLATION A UNE SEULE CHAMBRE DE COMBUSTION INTERMÉDIAIRE



- 1- compresseur
- 3- turbine HP
- 5- turbine BP

- 2 C. C. HP
- 4 C. C. BP

fig. 8.

- dans ce type d'installation on cherche à augmenter le travail utile en augmentant le travail de la turbine tout en gardant celui du compresseur fixe. Ceci est réalisé en plaçant un ou plusieurs échangeurs (ou chambre de combustion) intermédiaires, dont chacun ramène la température du gaz à sa valeur initiale ( $T_3$ )

designons les pressions, régnant dans les sources chaudes intermédiaires, dans le sens de l'écoulement du gaz par

$$P'_t; P''_t \dots P_t^{(n')}$$

et posons

$$z'_1 = \frac{P_2}{P'_t}; \quad z'_2 = \frac{P'_t}{P''_t}; \quad \dots; \quad z'_{n+1} = \frac{P_t^{(n')}}{P_1}$$

sachant que

$$z'_1 \cdot z'_2 \cdot \dots \cdot z'_{n+1} = z$$

l'expression du travail de détente s'écrit

$$W_t = cp T_3 \left( n'+1 - z'_1 \frac{-(k-1)}{k} - z'_2 \frac{-(k-1)}{k} - \dots; z'_{n+1} \frac{-(k-1)}{k} \right)$$

le max est obtenu pour

$$z'_1 = z'_2 = \dots = z'_{n+1} = z^{1/n'+1}$$

$$\text{d'où } W_t = cp T_3 (n'+1) \left( 1 - z^{1/n'+1} \frac{k-1}{k} \right)$$

on utilisant les grandeurs  $\eta_c$  ;  $\eta_t$  ; et  $z$  (où  $\eta_t$  a la même valeur pour les  $n'+1$  phases de la détente)

$$W_t = \eta_t \cdot cp T_3 (n'+1) \left( 1 - \frac{1}{z^{1/n'+1}} \right)$$

l'expression du travail de compresseur

$$W_c = \frac{1}{\eta_c} c_p T_1 (z-1)$$

l'expression du travail utile  $W_u = W_t - W_c \Rightarrow$

$$W_u = \eta_t \cdot c_p \cdot T_3 (n+1) \left( 1 - \frac{1}{z^{1/(n+1)}} \right) - \frac{1}{\eta_c} \cdot c_p T_1 (z-1)$$

détermination de la valeur optimale du travail utile

$$W_{u \max} \Rightarrow \frac{dW_u}{dz} = 0 \Rightarrow z_{opt} = \psi^{\frac{n+1}{n+2}}$$

en remplaçant cette valeur  $z_{opt}$  dans l'équation  $W_u \Rightarrow$

$W_{u \max}$  on obtient la valeur max

### 3.4.1 Rendement max:

on a  $\eta_{th} = 1 - \frac{c^* s}{Q}$

chaleur dégagée dans chaque réchauffeur  $Q_i = \eta_t \cdot c_p T_3 \left( 1 - \frac{1}{z'_k} \right)$

AVEC  $z'_k = z'_k \frac{\gamma-1}{\gamma}$

nous avons  $Q = c_p (T_3 - T_2') + \eta_t \cdot c_p T_3 \left( 1 - \sum \frac{1}{z'_k} \right)$

AVEC  $n'$  échangeurs

$$\text{On a } \eta_{th \max} \Rightarrow \sum 1/z_k \text{ min} \Rightarrow z'_1 = z'_2 = \dots = z'_n$$

cette condition est donc analogue à celle qui caractérise la répartition des réfrigérants du compresseur correspondant au rendement thermique maximal

de cette condition on tire en fonction de ( $\bar{z}$  et  $z'_{n+1}$ ) l'expression du  $w_t$  et de même le  $w_c$ ; et l'expression de la chaleur  $Q$

D'où le rendement thermique  $\eta_{th}$  s'exprime en fonction de ( $\bar{z}$  et  $z'_{n+1}$ )

l'étude ce fait comme précédemment on tire les deux relations suivantes

$$\begin{cases} \bar{z}(1 - \eta_{th \max}) = z'_1{}^{n+1} \text{ opt} \dots \dots \dots \text{(I)} \\ \eta_{th \max} = 1 - \frac{\bar{z}^{n+1}}{z_{opt}{}^{n+2}} \dots \dots \dots \text{(II)} \end{cases}$$

en introduisant la dernière équation (II) dans l'équation du rendement thermique on obtient

$$\frac{\Psi \left( \frac{1}{\eta_t} - 1 \right) - \eta_c}{\Psi^{n+1}} \frac{\bar{z}^{n+2}}{z_{opt}^{n+2}} + (n+2) \bar{z}_{opt} - n\Psi - 1 - \sigma = 0$$

La relation (I) montre que  $z'_1{}^{n+1} \text{ opt} < \bar{z} \Rightarrow$  pour que le  $\eta_{th}$  soit max, la dernière phase de la transformation (détente ou compression) doit correspondre à une variation de température plus grande que celle qui est réalisée dans chacune des phases précédentes.

# CH2 COMPRESSEUR

## 1 INTRODUCTION

Les compresseurs sont très utilisés dans l'industrie moderne malgré que les compresseurs subsonique sont dans une phase d'étude assez avancée ; il n'en demeure pas moins que les ouvrages traitant leurs conceptions sont assez rares à l'heure actuelle.

Le principe de ces machines consiste à communiquer au gaz au moyen d'une roue l'énergie cinétique qu'on transforme en suite en pression est ceci permettra de développer une puissance utile ; qui sera le but de l'installation.

Il existe deux types de compresseurs : compresseurs centrifuges dont l'étude nous intéresse et compresseurs axiaux

Le compresseur centrifuge est caractérisé par un écoulement radial donc perpendiculaire à l'axe de rotation

Un étage d'un tel compresseur permet d'atteindre un taux de compression important. Par contre dans le compresseur axial l'écoulement peut être considéré comme parallèle à l'axe de rotation ; le passage d'un étage à un autre a lieu directement est non par l'intermédiaire d'un canal de retour comme dans le cas d'un compresseur radial.

Le taux de compression pour un étage axial n'est pas aussi élevé



que pour un étage radial Il est de l'ordre de  $\tau=1,15$  de même le compresseur axial se caractérise par un nombre d'étages plus important que celui du compresseur radial et ceci est l'une des raisons du rendement élevé de ce type de compresseur; les compresseurs axiaux sont utilisés à grande échelle soit dans les installations des turbines à gaz à grande puissance et dans les turboreacteurs d'aviation. L'inconvénient des compresseurs axiaux; leurs prix très élevés et une construction complexe mais l'évolution de la technologie tend à diminuer ces difficultés.

## 2 COMPRESSEUR CENTRIFUGE

dans le cas du compresseur centrifuge l'écoulement se fait radialement ce compresseur est constitué d'une roue mobile qui porte des ailettes; d'un diffuseur fixe où a lieu la transformation de l'énergie cinétique du fluide en pression et d'une volute permettant la compression totale.

Il est très utilisé en industrie particulièrement pour la turbine à gaz. ceci est justifié par son faible encombrement et son prix moins coûteux que l'axial d'autant plus qu'il travaille à des taux de compression élevés.

## 2.1 ROUE MOBILE

Les roues mobiles d'un compresseur centrifuge sont obtenues de diverses manières. généralement les aubes mobiles ; en tôle d'acier, sont fixées au moyen de rivets à un disque en acier forgé relié à l'arbre du compresseur au moyen de clavettes ou par adhérence.

du côté opposé à ce disque ; les aubes sont fixées sur un flasque en tôle ; celui-ci a la forme d'un anneau dont les rayons intérieur et extérieur sont pratiquement égaux à ceux de l'aubage mobile.

On a une section libre appelée ouïe d'aspiration qui est une section comprise entre le flasque et le moyeu une telle roue mobile est dite « cloisonnée » ;

Le rapport du rayon de l'ouïe au rayon extérieur de l'aubage mobile varie dans le même sens que le coefficient de débit  $S$  ( $S = q_v / R u^2$ ) AVEC ( $q_v$  : débit volumique ;  $R$  : rayon extérieur ;  $u$  : vitesse périphérique) de même on démontre que les sections de passage offertes au fluide à l'intérieur de l'aubage mobile ; ainsi qu'à l'entrée et à la sortie de celui-ci doivent varier également dans le même sens que  $S$  ; et cette variation est obtenue en agissant sur le rapport de la largeur ( $b$ ) à son rayon extérieur  $R$  ; dans ce cas si on augmente  $b$  on risque de provoquer un décollement de la veine fluide.

-de plus la vitesse périphérique est limitée par les tensions dues à la force centrifuge; est par les forces tangentielles tendant à provoquer le cisaillement des revêts de fixation des aubes ce qui entraîne un recourt à d'autre constructions pour avoir des vitesses périphériques plus importantes.

Le disque fixé à l'arbre est les aubes mobiles forment ici une seule pièce en acier ou en alliage léger; obtenue par forgeage le bord des ailettes à l'entrée du fluide est recourbé afin d'éviter un choc à l'aspiration.

ou alors deux parois latérales qui forment avec deux aubes voisines une enceinte fermée; le disque est les aubes forment une pièce unique exécutée par forgeage; On peut aussi fixer les aubes directement sur l'arbre en prévoyant dans celui-ci des rainures longitudinales et en y ammanchant les aubes par un dispositif à queue d'aronde; les avantages de cette construction l'élimination de tout effort de flexion sous l'action des forces centrifuge par le fait d'utiliser des aubes plane est radiales, et les tensions du metal sont independante de  $S$  (debit volumique).

## 2.2 DIFFUSEUR:

Le diffuseur a pour rôle de transformer d'une façon progressive l'énergie cinétique en énergie potentielle (de pression)

On distingue deux types de diffuseur

- diffuseur à ailette

- diffuseur lisse

généralement le diffuseur à ailettes est le plus avantageux car non seulement il assure le guidage du fluide mais il offre à celui-ci par un diamètre extérieur donné; une section finale plus grande que celle offerte par un diffuseur sans aubes. L'utilisation du diffuseur à ailette accroît le rendement de l'étage.

les aubes du diffuseur peuvent être curviligne ou rectiligne dans ce dernier cas elles sont radiales.

L'effet utile du diffuseur est définie par son coefficient de ralentissement  $c_d = c_2/c_3$ .

## 2.3 DEGRE DE REACTION

On définit le degré de réaction (%) comme étant le rapport de la charge statique à la charge totale et est donnée par la relation suivante:

$$E = \frac{W_1^2 - W_2^2}{c_2^2 - c_1^2 + W_1^2 - W_2^2}$$

AVEC

$$\frac{W_1^2 - W_2^2}{2g} = \text{charge statique}$$

$$\frac{C_2^2 - C_1^2}{2g} = \text{charge dynamique}$$

$$\frac{C_2^2 - C_1^2 + W_1^2 - W_2^2}{2g} = \text{charge totale}$$

### 3. ADAPTATION DES COMPRESSEURS

Les compresseurs doivent être capable de fonctionner non seulement à leurs conditions d'adaptation mais aussi à des conditions variables; notamment en ce qui concerne les compresseurs des turbo-réacteurs pour les quels la pression et la température varient énormément avec l'altitude; de plus le débit de masse d'air varie aussi avec les conditions d'aspiration est la vitesse de rotation du compresseur.

dans le cas d'un compresseur industriel (four; mine; ...) Les conditions sont différentes mais au moins l'un des principaux paramètre caractérisant le fonctionnement doit pouvoir varier dans de larges limites. L'adaptation des compresseurs à des conditions de fonctionnement variables doit être réalisée de façon à assurer à la machine une marche stable, en dehors de certaines limites on constate

ce phénomène, connu sous le nom de pompage c-a-d l'apparition de pulsation périodique dangereuse

ETUDE DE LA STABILITÉ DU COMPRESSEUR

Considérons un compresseur tournant a une vitesse constante et aspirant un fluide sous une température et pression invariables; la courbe donnant la variation du taux de compression avec le débit masse ( $q_m$ ) est:

Le circuit relié au refoulement du compresseur peut être formé d'une cartouche capacité suivi d'une tuyère (en régime permanent) comme le fluide et compressible est sa masse dans le circuit n'est pas constante;  $\dot{m}_1$ ;  $\dot{m}_2$  étant les débits à l'entrée et la sortie de la capacité;  $\rho$  étant la masse volumique dans la capacité on a

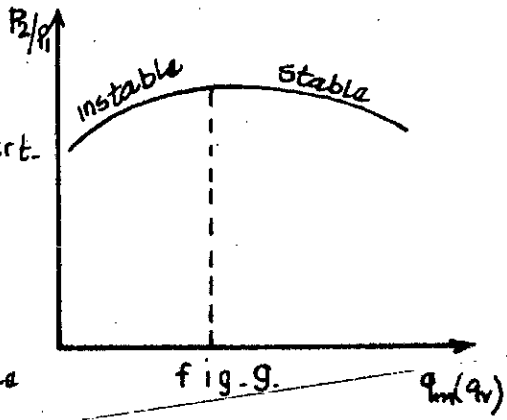


fig.9.

$$\frac{\dot{m}_1 - \dot{m}_2}{\rho} = V \cdot \frac{d\rho}{dt}$$

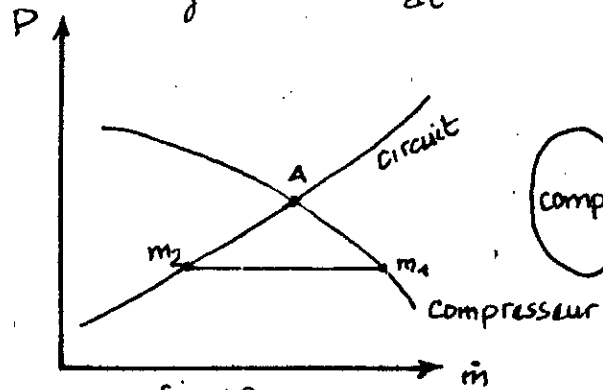


fig.10.

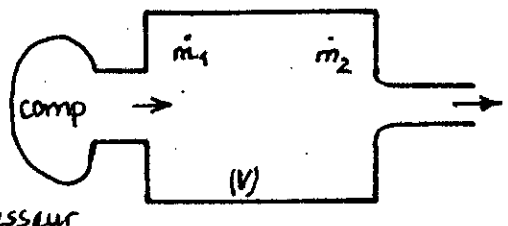


fig.11.

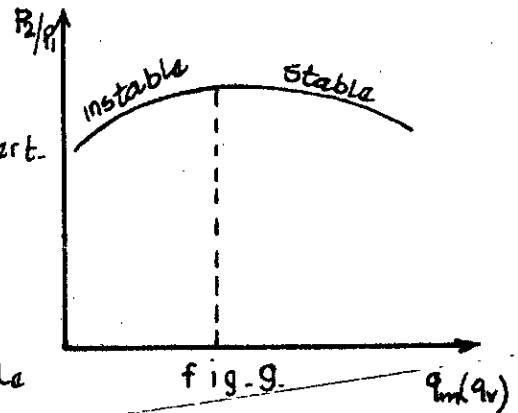
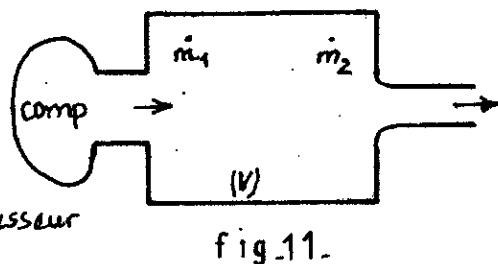
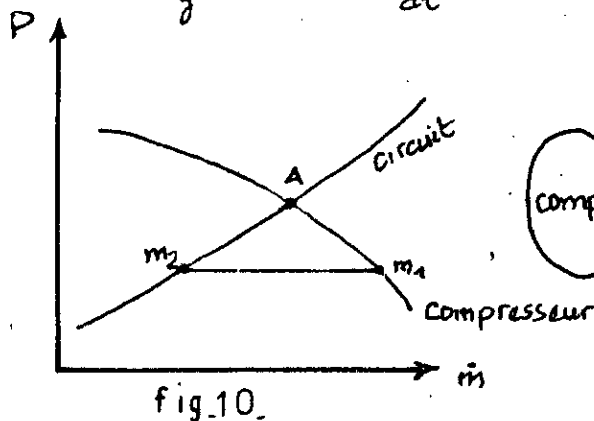
ce phénomène ; connu sous le nom de pompage c-à-d l'apparition de pulsation périodique dangereuse

## ETUDE DE LA STABILITÉ DU COMPRESSEUR

Considérons un compresseur tournant à une vitesse constante et aspirant un fluide sous une température et pression invariables ; la courbe donnant la variation du taux de compression avec le débit masse ( $q_m$ ) est :

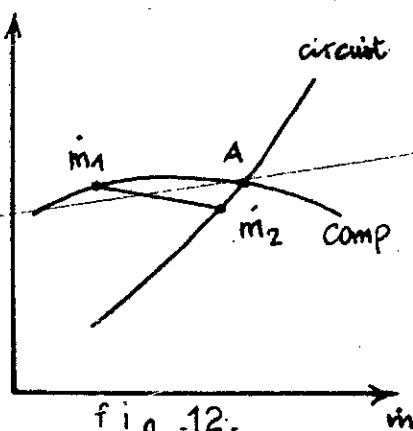
Le circuit relié au refoulement du compresseur peut être formé d'une certaine capacité suivie d'une tuyère (en régime permanent) comme le fluide est compressible est sa masse dans le circuit n'est pas constante ;  $\dot{m}_1$  ;  $\dot{m}_2$  étant les débits à l'entrée et la sortie de la capacité ;  $g$  étant la masse volumique dans la capacité on a

$$\frac{\dot{m}_1 - \dot{m}_2}{g} = \frac{V \cdot dp}{dt}$$



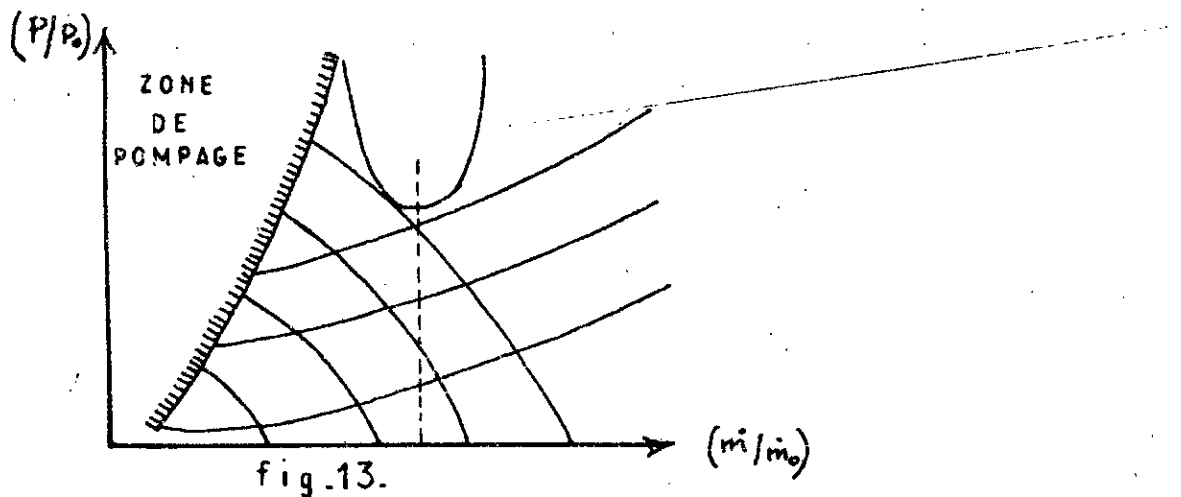
La masse volumique augmente avec la pression; donc pour une chute intensive de pression dans la capacité le débit  $\dot{m}_1$  étant supérieur à  $\dot{m}_2$  (fig 10) Il en résulte que la variation  $\frac{dP}{dt} > 0$  donc un accroissement de pression qui tend à rétablir la stabilité mais dans le deuxième cas (fig 12) On a une chute de pression qui conduit à  $(\dot{m}_1 - \dot{m}_2) < 0$  ce qui donne  $\frac{dP}{dt} < 0$  cette variation entraîne également une instabilité de l'équilibre au point (A)

On conclut que l'équilibre dans le P circuit récepteur composé uniquement de capacité n'est stable que si la pente de la courbe du compresseur est décroissante dans le sens des débits croissants une fois on dépasse la li-



mite de stabilité on constate le phénomène du pompage pour éviter le pompage du compresseur Il est nécessaire de maintenir le débit au-dessus d'une certaine limite si le débit est supérieur à celui réellement utilisé; lorsque le débit demandé devient inférieur à une certaine limite l'ouverture d'une soupape placée; entre deux étages de celui-ci établit une communication entre le compresseur et un circuit secondaires; ce dispositif (« anti pompage ») intervient soit au cours de démarrage de la turbine





## ZONE DE FONCTIONNEMENT DES COMPRESSEURS

à gaz soit lors d'une variation rapide du régime de fonctionnement

### LES PERTES

### FONCTIONNEMENTS RÉEL D'UN COMPRESSEUR CENTRIFUGE

L'écoulement du fluide dans un compresseur réel est toujours accompagné de perte d'énergie;

L'étude du fonctionnement d'un compresseur réel exige donc la détermination des pertes d'énergie subies par le fluide dans les différents organes de cet appareil. La connaissance de ces pertes permet, à son tour, de déterminer le rendement du compresseur et d'en déduire la puissance devant être fournie à celui-ci pour des conditions de fonctionnement données:

\* Les pertes d'énergies comprennent:

- Les pertes par frottement du fluide pendant son passage dans la machine; ces pertes diminuent la hauteur d'élevation
- Les pertes par fuites qui diminuent le débit  $Q$
- Les pertes mécaniques qui représente le travail absorbé par la machine tant qu'il y ait transformation d'énergie; elle correspond au travail absorbé par le frottement.

## 6. ETUDE THERMODYNAMIQUE

L'équation d'Euler appliquée aux machines radiales

$$W_{3.2} = (U_3 C_{3u} - U_2 C_{2u}) \quad (2-1)$$

en introduisant les enthalpies totales on aura.

$$W_{3.2} = H_{t3} - H_{t2} = (U_3 C_{3u} - U_2 C_{2u}) \quad (2-2)$$

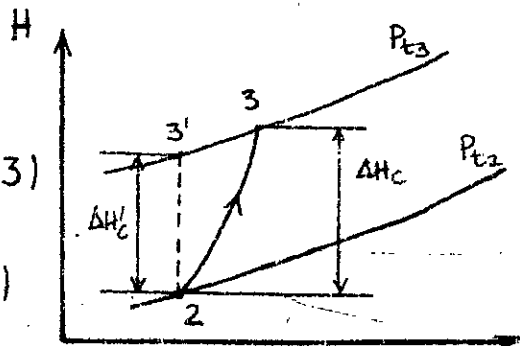
### 6.1 TRAVAIL DU COMPRESSEUR

Etablissant le Bilan Energétique à l'entrée et à la sortie du compresseur.

$$H_2 + \frac{1}{2} V_2^2 + W_c = H_3 + \frac{1}{2} V_3^2 \quad (2-3)$$

AVEC  $H_{t2} = H_2 + \frac{1}{2} V_2^2$  ,  $(2-4)$

$H_{t2}$ : enthalpie totale



donc

$$H_{t_2} + W_c = H_{t_3} \Rightarrow W_c = H_{t_3} - H_{t_2}$$

on a  $c_p$ : chaleur spécifique étant considérée constante

$$W_c = H_{t_3} - H_{t_2} = c_p(T_{t_3} - T_{t_2}) \quad (2.5)$$

on introduisant le rendement adiabatique du compresseur

Le rendement adiabatique est définie par

$$\eta_c = \frac{\Delta H_{t'_c}}{\Delta H_{t_c}} = \frac{T_{t'_3} - T_{t_2}}{T_{t_3} - T_{t_2}} \quad (2.6)$$

donc on aura

$$W_c = c_p \frac{T_{t_2}}{\eta_c} \left( \frac{T_{t'_3}}{T_{t_2}} - 1 \right) \quad (2.7)$$

En utilisant la propriété de l'isentropique

$$\frac{T_{t'_3}}{T_{t_2}} = \left( \frac{P_{t_3}}{P_{t_2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = r \quad (2.8)$$

donc on aboutit à l'expression suivante:

$$W_c = c_p T_{t_2} \frac{r-1}{\eta_c} \quad (2.9)$$

## 6.2 RENDEMENT POLYTROPIQUE

On utilise le rendement polytropique  $\eta_p$  notamment dans l'étude des compresseurs à étages multiples; mais l'avantage

d'utiliser ce rendement est que  $\eta_p$  s'applique aussi bien à un étage qu'à l'ensemble du groupe alors que le rendement adiabatique de chaque étage différera du rendement adiabatique global.

rappelons le rendement adiabatique

$$\eta_c = \frac{dH_c'}{dH_c} = \frac{v dp'}{dH_c} \quad (2-10)$$

avec (2-6) pour indiquer que la transformation isentropique (idéale)

$$\text{rendement polytropique} \quad \eta_p = \frac{v dp}{dH_c} \quad (2-11)$$

$v dp$ : étant l'élément d'énergie le long du chemin réel

(2)  $\rightarrow$  (3)

$$\eta_{cp} = \frac{v dp}{dH_c} = \frac{v dp}{c_p dT} \quad (2-12)$$

avec les équations d'état des gaz

$$\left\{ \begin{array}{l} P dV + v dp = R dT \\ \frac{dV}{V} + \frac{dP}{P} = \frac{dT}{T} \end{array} \right.$$

$$\text{alors on a} \quad \eta_{cp} = \frac{v dp}{c_p dT} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{dP}{P} / \frac{dT}{T} \quad (2-13)$$

$$\text{d'où en intégrant} \quad \eta_{cp} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{\log [P_3/P_2]}{\log [T_3/T_2]} \quad (2-14)$$

et de cette expression

$$\frac{T_{t3}}{T_{t2}} = \left( \frac{P_{t3}}{P_{t2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma \cdot \eta_p}} = r^{\frac{1}{\eta_p}} \quad (2-15)$$

de l'équation (2-6) et (2-15) on a

$$\eta_c = \frac{\gamma-1}{\gamma \cdot \eta_p - 1} \quad (2-16)$$

en remplaçant  $\eta_c$  par son expression dans l'équation (2-9) on aura

$$W_c = c_p T_{t2} \left[ r^{\frac{1}{\eta_p}} - 1 \right] \quad (2-17)$$

### 6.3 COEFFICIENT POLYTRAPIQUE

Pour une transformation adiabatique infinitésimale comprimante d'un gaz parfait

On a

$$\eta_{kc} = \frac{v dp}{dh} = \frac{v dp}{c_p dT} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{v dp}{P dv + v dP} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{1 + \frac{dv}{v} \frac{P}{dp}}$$

$$\text{AVEC } R = c_p \frac{\gamma-1}{\gamma} ; \quad \frac{c_p}{c_v} = \gamma ; \quad P dv + v dP = P dT$$

dans une transformation infinitésimale on peut admettre que

$$k = \text{cste} \quad \text{donc } P v^k = \text{cte} \quad \text{et } dp v^k + k v^{k-1} dv = 0$$

$$\text{d'où } \frac{dv}{v} \cdot \frac{P}{dp} = -1/k \quad (2-18)$$

est finalement le rendement polytropique de compression est:

$$\eta_{kc} = \frac{\gamma-1}{\delta} \cdot \frac{k}{k-1} \Rightarrow$$

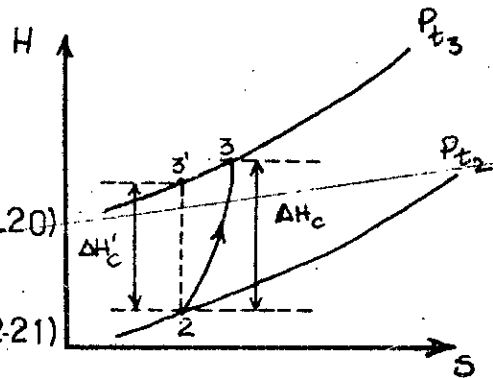
$$\frac{k-1}{k} = \frac{\gamma-1}{\eta_{kc} \cdot \delta} \quad (2-19)$$

## 6. Taux de compression

Le taux de compression est défini comme le rapport de deux pressions

$$\tau_c = \frac{P_{t3}}{P_{t2}} = \left( \frac{T_{t3}}{T_{t2}} \right)^{\frac{\delta \cdot \eta_p}{\delta-1}} = \left( \frac{T_{t3}}{T_{t2}} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (2-20)$$

$$\text{Avec } T_{t3} = T_{t2} + \Delta T_{te} \quad (2-21)$$



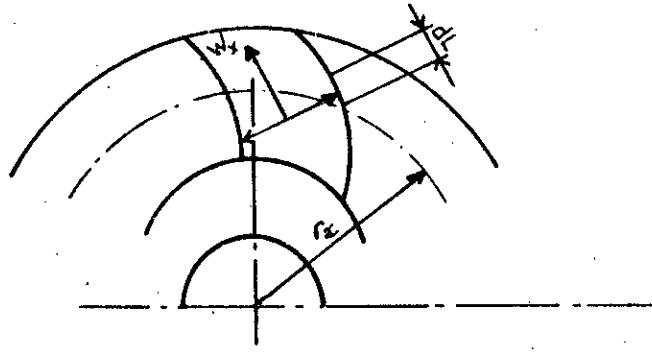
$\Delta T_{te}$  : est l'augmentation de température par étage d'après les expressions (2-20) ; (2-21) on aura

$$\tau_c = \left[ 1 + \frac{\Delta T_{te}}{T_{t2}} \right]^{\frac{k}{k-1}} \quad (2-22)$$

## 7. CALCUL DES PERTES

7.1 - Calcul des pertes hydraulique dans les canaux d'une roue centrifuge:

L'expression qui donne ces pertes est la suivante:



$$h_{prx} = \frac{1}{4} \cdot \lambda \cdot \frac{2ax + 2bx}{c \cdot b} \cdot dl \cdot \frac{W_x^2}{2g}$$

fig 14

en intégrant cette équation

$$h_{pr} = \int_{D_1}^{D_2} h_{prx}$$

d'où on a

$$h_{pr} = \frac{1}{4} \cdot \lambda \cdot \frac{2(a+b)}{c \cdot b} \cdot l_r \cdot \frac{W^2}{2g}$$

avec  $c = \frac{c_2 + c_1}{2}$  ;  $b = \frac{b_2 + b_1}{2}$  ;  $W = \frac{W_2 + W_1}{2}$

$\lambda$ : coefficient de frottement

- calcul des pertes mécaniques ( $Z_m$ )

Les pertes mécaniques constituent les pertes par frottement des paliers ainsi que les pertes d'énergie par frottement du disque du fait que ces dernières ne constituent pas une perte de transformation d'énergie mais des pertes indépendantes du travail interne de la roue; on les considère comme des pertes mécaniques.

Puissance absorbée par frottement du disque  $\tau_f$

cette puissance s'exprime par

$$\tau_f = \frac{c}{2} \cdot u_2^3 \cdot D_2^2 \left( 1 + \frac{b_2'}{D_2'} \right) \cdot 736 \quad [\text{W}] \quad (2.23)$$

$u_2$ : vitesse périphérique

$D_2'$ : diamètre extérieur

$b_2'$ : largeur des surfaces cylindrique

$c$ : facteur dépendant du coefficient de frottement du disque sur le fluide

pour l'air  $c = 0,000002$

Puissance perdue dans les paliers  $\tau_p$

cette puissance est approximativement égale à 1% de

la puissance totale

$$\tau_p = 0,01 P \quad [\text{W}] \quad (2.24)$$

avec  $P = W_c \cdot m_s$

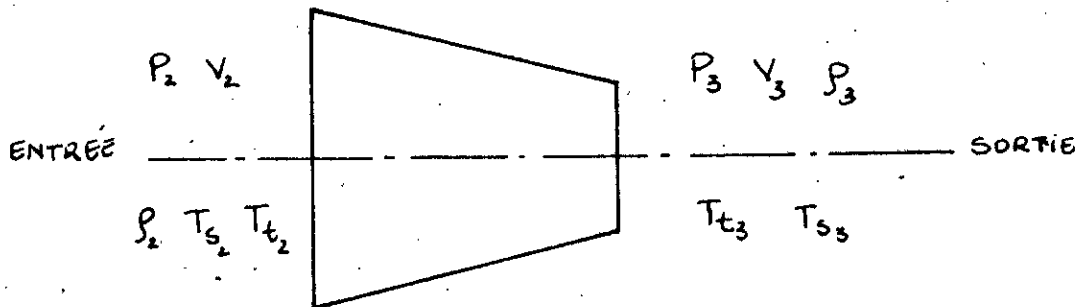
Le rendement mécanique  $\tau_m$  s'exprime

$$\tau_m = 1 - \left( \frac{\tau_m}{P} \right) = \left[ 1 - \frac{(\tau_f - \tau_p)}{P} \right]$$



# CALCUL DU COMPRESSEUR

## ETUDE THERMODYNAMIQUE



Les paramètres nécessaires pour le calcul du compresseur sont:

Pression totale	(bar)	$P_{t2} = 1,013$
Pression statique	(bar)	$P_{s2} = -$
Température totale	(°K)	$T_{t2} = 293$
Température statique	(°K)	$T_{s2} = -$
Taux de compression	-	$\tau = 3$
Débit-masse d'air	(kg/s)	$\dot{m} = 0,596$
Fréquence de rotation	(tr/min)	$N = 45000$

### 1. Calcul thermodynamique

#### 1.1. calcul du travail de compression ( $W'_c$ ) isentropique

transformation isentropique (cas idéal) le travail est donné par l'expression suivante

$$W'_c = \Delta H'_{tc} = c_p (T'_{t3} - T_{t2}) = c_p T_2 \left( \frac{T'_{t3}}{T_{t2}} - 1 \right)$$

$$W'_c = c_p T_{t2} \left( \varepsilon^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

AVEC  $\frac{T_{t3}}{T_{t2}} = \left( \frac{P_{t3}}{P_{t2}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$

$$W'_c = 1000 \cdot 293 \left( 3^{\frac{0.4}{1.4}} - 1 \right) = 108,041 \text{ kJ/kg}$$

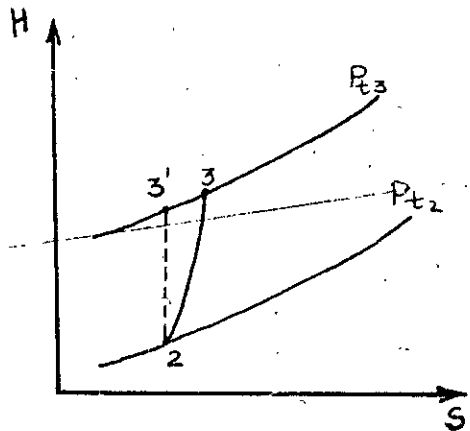
$$W'_c = 108,041 \text{ kJ/kg}$$

## 1.2 DETERMINATION DU TRAVAIL REEL DU COMPRESSEUR ( $W_c$ )

pour cela on a besoin du rendement isentropique du compresseur ; celui-ci est choisi dans la plage suivante

$$\eta_{lic} \in (0,72 \div 0,80)$$

On prend  $\eta_{lic} = 0,75$



est on à  $W_c = \frac{W'_c}{\eta_{lic}} = \frac{108,041}{0,75} = 144,054 \text{ kJ/kg}$

$$W_c = 144,054 \text{ kJ/kg}$$

### 1.3 CALCUL DES TEMPERATURES TOTALE ET STATIQUE A LA SORTIE DU COMPRESSER ( $T_{t3}$ ) et ( $T_{s3}$ )

La température totale est donnée par la relation

$$T_{t3} = T_{t2} \left( \frac{P_{t3}}{P_{t2}} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

La température statique est donnée par la relation

$$T_{s3} = T_{t3} \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right]^{-1}$$

On voit bien que pour déterminer  $T_{t3}$  et  $T_{s3}$  Il faut d'abord connaître le coefficient polytropique  $k$  et le nombre de mach ( $M$ ) à la sortie du compresseur

### 1.4 DETERMINATION DU COEFFICIENT POLYTRAPIQUE ( $k$ )

On a 
$$\frac{k-1}{k} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\eta_p} \Rightarrow k = \left( 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \eta_p \right)^{-1}$$

AVEC  $\eta_p = 0,87$

Le rendement polytropique est pris généralement égal à 0,87 [7] ; [0,85 ÷ 0,95] pour les turbo compresseurs moderne.

$$k = \left( 1 - \frac{1,4-1}{1,4} \cdot 0,87 \right)^{-1} = 1,49$$

-d'où le calcul de  $T_{t3}$

$$T_{t3} = T_{t2} \left(\frac{p_3}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 293 \left(\frac{3}{1.149}\right)^{0.49} \Rightarrow$$

$$T_{t3} = 420,507 \text{ K}$$

### 1.5 DETERMINATION DU NOMBRE DE MACH (M)

Le nombre de mach à la sortie du compresseur est le même que celui de l'entrée de la chambre de combustion qui est généralement de l'ordre de 0,15 [15]

$$M \in [0,1 \div 0,3]$$

d'où la valeur

$$T_{s3} = T_{t3} \left[1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right]^{-1} = 420,507 \left[1 + \frac{0,4}{2} (0,15)^2\right]^{-1}$$

$$T_{s3} = 418,623 \text{ K}$$

### 1.6 DIMENSIONNEMENT DE LA ROUE DU COMPRESSEUR

- calcul de la vitesse périphérique à la sortie de la roue ( $U_2$ ) d'après l'équation d'Euler on a

$$W_c = U_2' C_{2u} - U_2 C_{2u}$$

L'entrée de l'air se fait sans prérotation  $\Rightarrow C_{2u} = 0$

suite à la forme de l'aube  $\beta_{2'} = 90 \Rightarrow C_{2u} = U_2'$

$$\Rightarrow W_c = U_2'^2 \Rightarrow U_2' = (W_c)^{1/2} = (144054)^{1/2}$$

$$U_2' = 379,544 \text{ m/s}$$

- calcul du diamètre à la sortie de la roue ( $D_2'$ )

on a :

$$U_{2'} = \frac{\pi D_2' N}{60} \Rightarrow D_2' = \frac{U_2' \cdot 60}{\pi \cdot N}$$

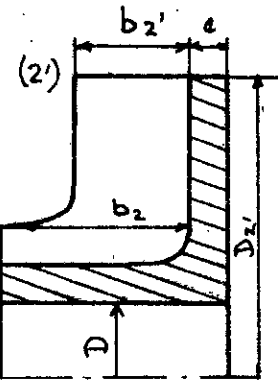
$$D_{2'} = \frac{379,544 \cdot 60}{\pi \cdot 45000} = 0,1611 \text{ m}$$

$$D_{2'} = 16,11 \text{ cm}$$

- calcul du diamètre à l'entrée de la roue ( $D_2$ )

on a  $\frac{D_{2'}}{D_2} = [1,8 \div 2,2]$

[12]



On prend  $D_2 = \frac{D_{2'}}{1,8} = 8,95 \text{ cm}$

$$D_2 = 8,95 \text{ cm}$$

fig. 15.

- calcul de la vitesse périphérique à l'entrée de la roue

On a

$$U_2 = \frac{\pi D_2 N}{60} = \frac{\pi \cdot 8,95 \cdot 10^{-2} \cdot 45000}{60}$$

$$U_2 = 210,879 \text{ m/s}$$

nous considérons le diamètre de l'œil  $D_0 = D_2$

pour minimiser les pertes

alors  $U_0 = U_2 = 210,879 \text{ m/s}$

## 1.7. TRIANGLES DES VITESSES

- détermination des différentes vitesses à l'entrée de la roue

$$C_{2u} = 0 \Rightarrow \alpha_2 = 90^\circ$$

- d'après la formule semi empirique on a [11]

$$C_2^2 = \frac{200 T_0 - U_2^2 (r_2/r_1)^2}{1,1}$$

$$C_2^2 = \frac{(200 \cdot 293 - (367,5)^2 (0,55)^2)}{1,1} = 16132,258$$

$$C_2 = 127,013 \text{ m/s}$$

- d'où

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{C_2}{U_2} = \frac{127,013}{210,879} = 0,602 \Rightarrow$$

$$\beta_2 = 31,06^\circ$$

- détermination de la vitesse relative ( $W_2$ )

$$W_2 = (U_2^2 + C_2^2)^{1/2} = \left[ (210,879)^2 + (127,013)^2 \right]^{1/2} \Rightarrow$$

$$W_2 = 246,175 \text{ m/s}$$

- détermination de la vitesse radiale

$$C_{2r} = C_2 = 127,013 \text{ m/s}$$

- détermination du triangle de vitesse à la sortie de la roue, on a  $U_2 = 379,544 \text{ m/s}$

vitesse débitante radiale: ( $C_{2r}$ )

$$C_{2r}' = C_2' \sin \alpha_{2'} = W_{2'}$$

$$C_{2u}' = C_2' \cos \alpha_{2'} = U_{2'}$$

La vitesse radiale  $C_{2r}'$  est très voisine de la vitesse radiale à la sortie de la roue.

$$C_{2r}' \approx C_{2r} = C_2 = W_{2'} = 127,013 \text{ m/s} \Rightarrow$$

$$W_{2'} = 127,013 \text{ m/s}$$

$$C_2' = (W_{2'}^2 + U_{2'}^2)^{1/2} = \left[ (127,013)^2 + (379,544)^2 \right]^{1/2}$$

$$C_2' = 388,829 \text{ m/s}$$

- détermination de l'angle  $\alpha_{2'}$

$$\sin \alpha_{2'} = \frac{W_{2'}}{C_2'} = \frac{127,013}{388,829} \Rightarrow$$

$$\alpha_{2'} = 19,66^\circ$$

$$\beta_{2'} = 90^\circ$$

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant:

Paramètres	Entrée (2)	Sortie (2')
Vitesse absolue.... m/s	$C_2 = 127,013$	$C_{2'} = 388,829$
vitesse relative..... m/s	$W_2 = 246,175$	$W_{2'} = 127,013$
Angle $\alpha$ ..... ( $^\circ$ )	$\alpha_2 = 90$	$\alpha_{2'} = 19,66$
Angle $\beta$ ..... ( $^\circ$ )	$\beta_2 = 31,06$	$\beta_{2'} = 90$





## 1.8 DETERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES DU FLUIDE À LA SORTIE DU COMPRESSEUR

- calcul de la pression totale à la sortie du compresseur

$$\frac{P_{t3}}{P_{t2}} = \sigma \Rightarrow P_{t3} = P_{t2} \cdot \sigma = 3 \cdot 1,013 = 3,04 \text{ bar}$$

$$P_{t3} = 3,04 \text{ bar}$$

- calcul de la pression statique à la sortie du comp.

- resseur

$$\frac{P_{t3}}{P_{s3}} = \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 \right]^{k/k-1} \Rightarrow P_{s3} = \left[ P_{t3} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_3^2 \right)^{-k/k-1} \right]$$

$$P_{s3} = \frac{3,04}{\left( 1 + \frac{0,4}{2} (0,15)^2 \right)^{1,4/0,4}} = 2,998 \text{ bar}$$

$$P_{s3} = 2,998 \text{ bar}$$

- calcul de la masse volumique  $\rho_3$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{r T_{3s}} = \frac{2,998 \cdot 10^5}{287 \cdot 418,623} = 2,4953 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_3 = 2,4953 \text{ kg/m}^3$$

- calcul de la vitesse de sortie du compresseur

$$\text{on a : } V_3 = M_3 \cdot a_3 \quad \text{AVEC } M_3 = 0,15 \quad ; \quad a_3 = (\gamma r T_{3s})^{1/2}$$

$$a_3 = (1,4 \cdot 287 \cdot 418,623)^{1/2} = 410,125 \text{ m/s}$$

$$V_3 = 410,125 \cdot 0,15 = 61,52 \text{ m/s}$$

$$V_3 = 61,52 \text{ m/s}$$

- calcul de la puissance du compresseur

$$P = W_c \cdot \dot{m} = \Delta H \cdot \dot{m} = 0,596 \cdot 144,054 = 85,856 \text{ kW}$$

$$P = 85,856 \text{ kW}$$

## 1.9 DETERMINATION DU NOMBRE DU MACH A' LA TÊTE

### DES AILES

pour les très grandes vitesses il est nécessaire d'en tenir compte du nombre de mach pour éviter les inconvénients des chocs soniques.

on a 
$$Ma_{\text{tête}} = \frac{W_2}{a_{cr}}$$

avec: 
$$a_{cr} = \left( 2 \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot r \cdot T_0 \right)^{1/2} \quad [12]$$

$$a_{cr} = \left( 2 \cdot \frac{1,4}{0,4} \cdot 287 \cdot 293 \right)^{1/2} = 767,226 \text{ m/s}$$

$$W_2 = 246,175 \text{ m/s}$$

$$Ma_{\text{tête}} = \frac{246,175}{767,226} = 0,32$$

$$Ma_{\text{tête}} = 0,32$$

## 1.10 CALCUL DES PERTES

- pour traiter l'étude de pertes de charge dans le compresseur  
On a besoin de certaines valeurs obtenues dans l'étude de l'analyse de structure

Ces valeurs sont résumées sous forme de tableau récapitulatif ci après

symbole	Appellations	valeurs
$b_2$	largeur à l'entrée de la roue	16,92 (mm)
$b_{2'}$	" — " — " sortie " — "	5,57 (mm)
$b_{3'}$	" — " — " l'entrée du diffuseur	6,127 (mm)
$b_4$	" — " — " sortie " — "	6,127 (mm)
$h_{3'}$	hauteur à l'entrée du diffuseur	18,89 (mm)
$h_4$	" — " à la sortie " — "	25,02 (mm)

- calcul des pertes hydrauliques

calcul des pertes de charge dans les canaux d'une roue

s'exprime par :

$$P_{hp} = \frac{1}{4} \cdot \lambda_r \cdot \frac{2(c+b)}{e \cdot b} \cdot l_r \cdot \frac{W^2}{2g}$$

avec

$$c = \frac{t_2 \sin \beta_2 + t_2'}{2} ; \quad b = \frac{b_{2'} + b_2}{2} ; \quad W = \frac{W_{2'} + W_2}{2}$$

$e$  : épaisseur ;  $b$  : largeur ;  $t$  : pas ;

$l_r$ : longueur de l'aube ; Il n'est donc pas possible de calculer la longueur exacte des ailes, cependant on peut la calculer en première approximation au moyen de l'expression

$$l_r = \frac{D_2' - D_2}{2} = \frac{16,11 - 8,95}{2} = 3,58 \text{ cm}$$

$$l_r = 3,58 \text{ cm}$$

$$b = \frac{b_2' + b_2}{2} = \frac{16,92 + 5,57}{2} = 11,245 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$b = 11,245 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$W = \frac{W_2' + W_2}{2} = \frac{246,175 + 127,013}{2} = 186,594 \text{ m/s}$$

$$W = 186,596 \text{ m/s}$$

Calcul de  $\lambda_r$  à partir de la formule de Blasius

$$\lambda_r = \frac{0,3164}{(Re)^{1/4}} \quad [12]$$

avec le nombre de Reynolds  $Re$

$$Re = \frac{W \cdot b \cdot \bar{\rho}}{\eta \cdot g} = \frac{W \cdot b}{\nu}$$

\* détermination de la viscosité cinématique ( $\nu$ )

La viscosité cinématique ( $\nu$ ) dépend de la température; pour l'évaluer on calcule la température moyenne entre l'entrée et la sortie du compresseur

$$\text{soit } T_m = \frac{T_2 + T_3}{2} = 356,75 \text{ K} = 83,75 \text{ }^\circ\text{C}$$

Les abaques de la viscosité de l'air en fonction de la température nous donne

$$\nu = 0,54 \cdot 10^{-5} \text{ pour } T_m = 356,75 \text{ }^\circ\text{C} \quad [12]$$

$$\nu = 5,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$R_d = \frac{w \cdot b}{\nu} = \frac{186,594 \cdot 11,245 \cdot 10^{-3}}{5,4 \cdot 10^{-6}} = 0,388 \cdot 10^6$$

$$\lambda_r = \frac{0,3164}{(0,388 \cdot 10^6)^{1/4}} = 0,0126$$

$$a = \frac{t_2 \sin \beta_2 + t_2'}{2} = \frac{1,65 \sin(31,06) + 2,97}{2} = 1,910 \text{ cm}$$

$$a = 0,0191 \text{ m}$$

$$h_{pr} = \frac{1}{4} \cdot 0,0126 \cdot 2 \cdot \frac{(0,0191 + 0,0112)}{0,0191 \cdot 0,0112} \cdot 0,0358 \cdot \frac{(186,594)^2}{2 \cdot 9,81}$$

$$h_{pr} = 56,690 \text{ m d'air}$$

\* La chute de pression relative dans la roue

$$\Delta P_r = \rho_r \cdot \bar{\rho} \cdot \gamma =$$

$$\text{avec } \bar{\rho} = \frac{(\rho_2 + \rho_3)}{2} \quad \bar{\rho} = 1,85 \text{ kg/m}^3$$

$$\Delta P_r = 56,630 \cdot 1,85 \cdot 9,81 = 1028,83 \text{ N/m}^2$$

$$\Delta P_r = 1028,83 \text{ N/m}^2$$

- calcul des pertes de charge dans le diffuseur  $h_{pd}$

$$h_{pd} = \frac{1}{4} \cdot \lambda_d \cdot \frac{2(eb + bd)}{eb \cdot bd} \cdot l_d \cdot \frac{(c_3' + c_4')}{4} \cdot \frac{1}{2g}$$

avec

$$eb = \frac{c_3' + c_4'}{2} = \frac{25,02 + 18,89}{2} = 21,95 \text{ mm}$$

$$bd = 6,127 \text{ mm}$$

$$L_d = \frac{1,4 D_2' - D_2'}{2 \sin \alpha_3'} = \frac{0,4 D_2'}{2 \sin \alpha_3'} = \frac{0,4 \cdot 16,11 \cdot 10^{-2}}{2 \sin(19,66)} = 0,09574$$

$$L_d = 95,74 \text{ mm}$$

$$c = \frac{c_3' + c_4'}{2} = \frac{380,25 + 265,55}{2} = 322,9 \text{ m/s}$$

\* détermination de  $\lambda_d$

$$\text{où } \lambda_d = \frac{0,3164}{(Re)^{1/4}}$$

$$\text{avec la Reynolds } Re = \frac{c \cdot bd}{\nu}$$

$$Re = \frac{c \cdot b_0}{\nu} = \frac{322,9 \cdot 6,127 \cdot 10^{-3}}{5,4 \cdot 10^{-6}} = 3,66 \cdot 10^5$$

$$\lambda_d = \frac{0,3164}{(3,66 \cdot 10^5)^{1/4}} = 0,0128$$

$$h_{p_d} = \frac{1}{4} \cdot \lambda_d \cdot \frac{2(21,95 + 6,127)}{(21,95 \cdot 6,127) 10^{-3}} \cdot 95,74 \cdot 10^{-3} \frac{(322,9)^2}{2 \cdot 9,81} = 682,805$$

$$h_{p_d} = 682,805 \text{ m d'air}$$

\* La chute de pression

$$\Delta p_d = h_{p_d} \cdot \bar{S} \cdot g$$

$$= 682,805 \cdot 1,85 \cdot 9,81 = 12391,886$$

$$\Delta p_d = 12391,886 \text{ N/m}^2$$

- calcul des pertes mécaniques:

\* puissance absorbée par frottement du disque  $\tau_f$

$$\tau_f = c \cdot u_{2'}^3 \cdot D_{2'}^2 \left(1 + \frac{5b_{2'}}{D_{2'}}\right) \cdot 736 \text{ [W]} \quad [12]$$

avec

c: est un facteur dépendant du coefficient de frottement du disque sur le fluide

- fluide air

$$\Rightarrow c = 0,000002 \quad [12]$$

- surface polies

$$\text{on a} \quad \tau_f = 2,126 \text{ kW}$$

\* puissance perdue dans les paliers

$$\tau_p = 0,01 \text{ P} \quad [12]$$

$$\zeta_p = 0,01 P = 0,01 \cdot 85,85 = 0,858 \text{ kW}$$

$$\zeta_p = 0,858 \text{ kW}$$

\* calcul du rendement mécanique  $\eta_m$ :

$$\eta_m = 1 - \left( \frac{\zeta_m}{P} \right) \quad \text{avec } \zeta_m = \zeta_f - \zeta_p$$

$$\eta_m = 0,99$$

- Calcul des pertes de charge dans le coude qui relie la sortie de diffuseur avec l'entrée de la chambre de combustion; et les pertes de charge singulière entre la sortie de la roue et l'entrée du diffuseur  $h_{ps}$

$$\text{on estime } \Delta P_c = 1162 \text{ N/m}^2; \quad h_{ps} = 238 \text{ N/m}^2$$

### 1.11 CALCUL DE LA PRESSION REELLE A LA SORTIE DE COMPRESSEUR

$$P_{\text{réelle}} = P_s - \sum_c \Delta P_c$$

$$P_{rs} = 3,04 \cdot 10^5 - (1028,83 + 12391,886 + 237 + 1162)$$

$$P_{sr} = 2,8918 \text{ bar}$$



- Le bilan énergétique est donné par l'équation

$$\dot{m}_a H_{t3} + \eta_b \cdot \dot{m}_g \cdot Q_i = (\dot{m}_a + \dot{m}_g) H_{t4} \quad (3-2)$$

avec  $\eta_b$ : le rendement de la combustion.

$\dot{m}_g$ : débit-masse du combustible gazeux

$Q_i$ : pouvoir calorifique inférieur du combustible

où  $\dot{m}_a H_{t3}$ : quantité d'énergie cédée par le fluide (air)

$\eta_b \dot{m}_g Q_i$ : quantité d'énergie cédée par le combustible

$(\dot{m}_a + \dot{m}_g) H_{t4}$ : quantité d'énergie cédée par la combustion

totale.

- Divisant cette équation par  $\dot{m}_a$  on aura :

$$H_{t3} + \eta_b \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_a} Q_i = \left(1 + \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_a}\right) H_{t4} \quad (3-3)$$

$$\text{on pose } g = \frac{\dot{m}_g}{\dot{m}_a} \quad (3-4)$$

L'équation (3-3) devient

$$H_{t3} + \eta_b \cdot g \cdot Q_i = (1 + g) H_{t4} \quad (3-5)$$

$g$ : est faible de l'ordre de  $\left(\frac{1}{75} \div \frac{1}{125}\right)$  [5]

- d'où

$$H_{t4} - H_{t3} = g \eta_b Q_i \quad (3-6)$$

$$\text{avec } \bar{c}_p (T_{t4} - T_{t3}) = g \cdot \eta_b \cdot Q_i$$

$$T_{t4} - T_{t3} = \frac{g \cdot \eta_b \cdot Q_i}{\bar{c}_p} \quad (3-7)$$

avec  $\bar{c}_p = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot r$  (3.83)

Où:  $r$  est la constante des produits de combustible donnée par [14]

$$r = \frac{1}{M} \left[ 9283,7 + \frac{66543}{1 + H/C} \cdot g \right] \cdot \frac{1}{1+g} \quad (3.9)$$

$M$ : étant la masse molaire du combustible gazeux

#### - NOMBRE DE MACH

- d'après l'équation de conservation de la masse on a:

$$\dot{m}_a = \rho_3 \cdot C_3 \cdot S_3 \quad (3.10)$$

$$(\dot{m}_a + \dot{m}_g) = \rho_4 \cdot C_4 \cdot S_4 \quad (3.11)$$

- La chambre de combustion est considérée à section constante donc  $S_3 = S_4$

- d'après les équations (3.10) et (3.11) on aboutit à

$$\rho_3 C_3 = (1+g) \rho_4 C_4$$

- en introduisant l'équation des gaz parfait

$$\frac{P}{\rho} = RT$$

on a 
$$\frac{P_4}{P_3} = \frac{C_4}{C_3} \cdot \frac{\rho_4 T_4}{\rho_3 T_3} (1+g) \quad (3.12)$$

en introduisant la notion du mach on aura

$$\frac{P_4}{P_3} = \left( \frac{\delta_3}{\delta_4} \right)^{1/2} \cdot \frac{M_3}{M_4} \cdot \frac{r_4 T_4}{r_3 T_3} (1+g)$$

avec la relation de Barre saint venant

$$\frac{T_t}{T} = 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2$$

en combinant les expressions (3-14) et (3-13) on aura

$$\frac{P_4}{P_3} = \left( \frac{\delta_3}{\delta_4} \right)^{1/2} \cdot \frac{M_3}{M_4} \left[ \frac{r_4 T_{t4}}{r_3 T_{t3}} \right]^{1/2} \left[ \frac{1 + (\gamma_3 - 1)/2 \cdot M_3^2}{1 + (\gamma_4 - 1)/2 \cdot M_4^2} \right]^{1/2} (1+g) \quad (3-15)$$

L'équilibre des forces à l'intérieur de la chambre de combustion se traduit par

$$\frac{P_4}{P_3} = \frac{1 + \gamma_3 M_3^2}{1 + \gamma_4 M_4^2} \quad (3-16)$$

On suppose toujours que les forces de frottements sont négligeables avec la combinaison des deux relations (3-16) et (3-15) on obtient

$$\frac{\delta_4^{1/2} M_4 \left( 1 + \frac{\gamma_4 - 1}{2} M_4^2 \right)^{1/2}}{1 + \gamma_4 M_4^2} = 1+g \left[ \frac{r_4 T_{t4}}{r_3 T_{t3}} \right]^{1/2} \cdot \frac{\delta_3^{1/2} M_3 \left( 1 + \frac{\gamma_3 - 1}{2} M_3^2 \right)^{1/2}}{1 + \gamma_3 M_3^2} \quad (3-17)$$

cette relation nous permet d'en déduire la nombre de mach  $M_4$

## CALCUL DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION

Les paramètres nécessaires au calcul de la chambre de combustion.

Pression totale (bar)	$P_{t3} = 2,8918$
Pression statique (bar)	$P_{s3} = 2,7846$
Température totale ( $^{\circ}K$ )	$T_{t3} = 420,507$
Température statique ( $^{\circ}K$ )	$T_{s3} = 418,623$
Masse volumique de l'air ( $kg/m^3$ )	$\rho_3 = 2,3177$
Rapport du mélange combustible air	$g = 1/75$
Combustible	gaz naturel ( $CH_4$ )
Pouvoir calorifique inférieur ( $MJ/Nm^3$ )	$Q_{ci} = 34,82 [5]$
Débit masse d'air ( $kg/s$ )	$\dot{m}_a = 0,596$
Densité par rapport à l'air	$d_g = 0,59 [5]$
Masse volumique du combustible ( $kg/m^3$ )	$\rho_g = 0,767 [5]$
Masse molaire (u.s.I)	$M_g = 17,53 [5]$

### 1 Calcul thermodynamique

- masse moléculaire du mélange gazeux

$$M = \dot{m}_a + g \dot{m}_g = 29 + \frac{1}{75} \cdot 17,53 = 29,234 \text{ u.s.I}$$

$$M = 29,234 \text{ u.s.I.}$$

- Constante du mélange gazeux

- d'après l'expression (3-9) on a:

$$r = \frac{1}{M} \left[ 9283,7 + \frac{665,43}{1 + H/C} \cdot g \right] \frac{1}{1 + g}$$

\* Le gaz naturel contient un forte pourcentage de méthane variant de [85 ÷ 98] % ; Le reste etant des hydrocarbures tel que  $C_3H_8$  est des gaz inertes d'après [5] on a en moyenne

92,8 %  $CH_4$  ; 5,4 %  $C_3H_8$  ; 1,8 % inertes

- donc on va évaluer le rapport H/C en tenant compte seulement de  $CH_4$  d'où

$$\frac{H}{C} = \frac{1,008 \times 4}{12,01} = 0,3357$$

$$H/C = 0,3357$$

- d'où on a

$$r_u = \frac{1}{29,234} \left[ 9283,7 + \frac{665,43}{1 + 0,3357} \cdot \frac{1}{75} \right] \frac{1}{1 + 1/75} = 335,813$$

$$r_u = 335,813 \text{ J/kg}^\circ\text{K}$$

- chaleur spécifique moyenne

- d'après l'équation (3-8) on a

$$\bar{c}_p = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot r$$

à l'entrée de la chambre de combustion on a  $\gamma_3 = 1,4$  ;

à la sortie la température est de l'ordre de 900°K pour

les turbine à gaz utilisant le gaz naturel comme

- combustible - d'où - d'après la référence [9] on a

$$\gamma_4 = 1,343$$

Le coefficient -adiabatique moyen sera:

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma_3 + \gamma_4}{2} = \frac{1,372 + 1,372}{2} = 1,372$$

- d'où :

$$\bar{c}_p = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma} - 1} \cdot r = \frac{1,372}{0,372} \cdot 335,813 = 1239,75$$

$$\bar{c}_p = 1239,75 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$$

- Augmentation - de température totale

la relation (3-7) nous donne:

$$T_{t4} - T_{t3} = \frac{\eta_b \cdot g \cdot Q_i}{\bar{c}_p}$$

avec  $\eta_b$  rendement - de la chambre - de combustion est compris entre (0,97 ÷ 0,99) [10] on prendra.

$$\eta_b = 0,97$$

- d'où :

$$T_{t4} - T_{t3} = \frac{0,97 \cdot 1/75 \cdot 34,82/9767}{1239,75} = 473,597 \text{ K}$$

$$T_{t4} = 894,104 \text{ K}$$

- Nombre - de mach:

Le nombre - de mach à la sortie - de la chambre de combustion est donné par l'équation (3-17) - d'où

$$\frac{\delta_4^{1/2} M_4 \left(1 + \frac{\gamma_4 - 1}{2} M_4^2\right)^{1/2}}{1 + \delta_4 M_4^2} = (1 + g) \left(\frac{r_4 T_{t4}}{r_3 T_{t3}}\right)^{1/2} \frac{\delta_3^{1/2} M_3 \left(1 + \frac{\gamma_3 - 1}{2} M_3^2\right)^{1/2}}{1 + \delta_3 M_3^2}$$

d'où

$$\frac{\delta_4^{1/2} M_4 \left(1 + \frac{\gamma_4 - 1}{2} M_4^2\right)^{1/2}}{1 + \delta_4 M_4^2} = 0,4347$$

En développant cette équation on aboutit à une équation du 2<sup>e</sup> degré en  $M_4^2$  donnée par

$$0,0823 M_4^4 - 0,6221 M_4^2 + 0,1401 = 0$$

Elle admet comme solution positive:

$$M_4 = 0,4822$$

## 2 DETERMINATION DES CARACTÉRISTIQUES DU FLUIDE À LA SORTIE DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION

- Pressions statique et totale.

- d'après la relation (3-16) on a:

$$* P_{s4} = P_{s3} \frac{1 + \delta_3 M_3^2}{1 + \delta_4 M_4^2} = 2,7846 \frac{1 + 1,4 (0,15)^2}{1 + 1,343 (0,4822)^2} =$$

$$P_{s3} = 2,188 \text{ bar}$$

$$* P_{t4} = P_4 \left(1 + \frac{\gamma_4 - 1}{2} M_4^2\right)^{\frac{\delta_4}{\gamma_4 - 1}}$$

$$= 2,188 \left(1 + \frac{0,343}{2} (0,4822)^2\right)^{\frac{1,343}{0,343}} = 2,5509 \text{ bar}$$

$$P_{t4} = 2,5509 \text{ bar}$$

- Perte relative de pression

$$\text{On a: } \frac{\Delta P_t}{P_t} = \frac{P_{t3} - P_{t4}}{P_{t3}} = 0,1178$$

$$\frac{\Delta P_t}{P_t} = 0,1178$$

- Temperature statique

$$\text{-d'après l'équation } T_4 = T_{t4} \left( 1 + \frac{\gamma_4 - 1}{2} M_4^2 \right)^{-1}$$

$$T_4 = 894,104 \left( 1 + \frac{0,343}{2} (0,4822)^2 \right)^{-1}$$

$$T_4 = 859,817 \text{ K}$$

- Masse volumique

$$\rho_4 = \frac{P_4}{r_4 T_{s4}} = \frac{2,188 \cdot 10^5}{335,813 \cdot 859,817}$$

$$\rho_4 = 0,758 \text{ kg/m}^3$$

- vitesse à la sortie de la chambre de combustion

$$V_4 = M_4 (\gamma_4 r_4 T_4)^{1/2} = 0,4822 (1,343 \cdot 335,813 \cdot 859,817)^{1/2}$$

$$V_4 = 300,275 \text{ m/s}$$

### 3 DIMENSIONNEMENT DE LA CHAMBRE DE COMBUSTION

pour éviter le phénomène du soufflage de la flamme et

pour assurer une bonne progression de la combustion. Il faut



que l'écoulement des gaz de combustion se fait avec un mach faible, généralement de l'ordre de  $[0,04 \div 0,07]$

choisissons un mach  $M'_3 = 0,05$

On suppose que l'écoulement se fait sans perte de charge dans les tronçons (3-3') et (4-4') alors on aura.

$$T_{t3'} = T_{t3} = 420,507 \text{ K}$$

$$P_{t3'} = P_{t3} = 2,8918 \text{ bar}$$

d'après l'équation de l'isotropique

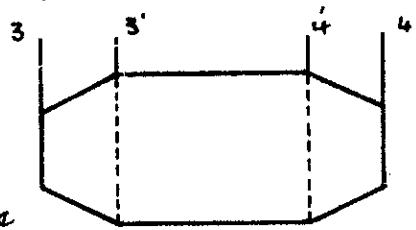


fig-17-

$$* T_{s3'} = T_{t3'} \left( 1 + \frac{\gamma_3 - 1}{2} M_3'^2 \right)^{-1} = 420,507 \left( 1 + \frac{0,4}{2} (0,05)^2 \right)^{-1}$$

$$T_{s3'} = 420,296 \text{ K}$$

$$* P_{s3'} = P_{t3'} \left( 1 + \frac{\gamma_3 - 1}{2} M_3'^2 \right)^{-\frac{\gamma_3}{\gamma_3 - 1}} = 2,8918 \left( 1 + \frac{0,4}{2} (0,05)^2 \right)^{-\frac{1,4}{0,4}}$$

$$P_{s3'} = 2,886 \text{ bar}$$

D'où

$$\rho_{3'} = \frac{P_{s3'}}{r_3 T_{s3'}} = \frac{2,886}{287 \cdot 420,296} = 2,392$$

$$\rho_{3'} = 2,392 \text{ kg/m}^3$$

Et:

$$V_{3'} = M_3' (\gamma_3 r_3 T_{s3'})^{1/2} = 0,05 (1,4 \cdot 287 \cdot 420,296)^{1/2}$$

$$V_{3'} = 20,547 \text{ m/s}$$

- Calcul de la section totale de la chambre de combustion.

L'équation de continuité nous donne

$$S_{3,t} = \frac{\dot{m}_a}{\rho_{3'} \cdot v_{3'}} = \frac{0,596}{2,392 \cdot 20,547} = 0,0121 \text{ m}^2$$

$$S_{3,t} = 121,265 \text{ cm}^2$$

$$S = \pi r^2 \Rightarrow r = \left( \frac{S}{\pi} \right)^{1/2} = \left( \frac{121,265}{\pi} \right)^{1/2}$$

$$r_3 = 6,21 \text{ cm}$$

$$D_{3'} = 12,43 \text{ cm}$$

- Tableau récapitulatif:

Paramètres	Entrée	Sortie
Température totale (°K)	$T_{t3} = 420,507$	$T_{t4} = 894,104$
Température statique (°K)	$T_{s3} = 419,623$	$T_{s4} = 859,817$
Pression totale (bar)	$P_{t3} = 2,8918$	$P_{t4} = 2,5509$
Pression statique (bar)	$P_{s3} = 2,7846$	$P_{s4} = 2,188$
Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_3 = 2,3177$	$\rho_4 = 0,758$
Nombre de mach	$M_3 = 0,15$	$M_4 = 0,4822$
vitesse (m/s)	$v_3 = 61,52$	$v_4 = 300,27$
section (cm <sup>2</sup> )	$S_{3'} = 121,265$	$S_{4'} = 121,265$

# LA TURBINE

## CH4

### 1 DEFINITION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

La turbine est une machine destinée à transformer l'énergie calorifique en énergie mécanique à l'aide d'une détente;

on distingue deux types de turbines:

les turbines axiales et les turbines centrifuges (radiales)

- Les turbines axiales sont les plus répandues dans l'industrie moderne

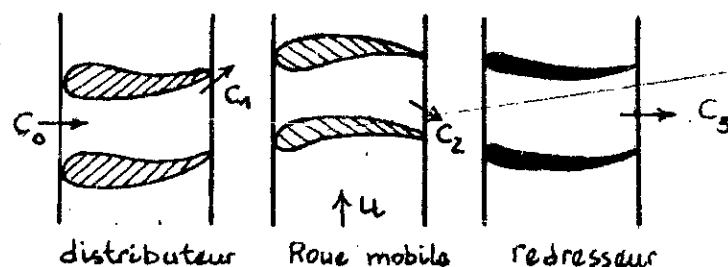
- Les turbines centrifuges (radiales) sont conçues pour les faibles puissances.

L'étage d'une turbine est composé essentiellement:

- d'un distributeur fixe composé de tuyères qui transforment l'énergie thermique des gaz en énergie cinétique

- d'une roue mobile fixée sur l'arbre et dont les ailettes sont situées sur la périphérie cette roue servira à l'actionnement du compresseur et de l'alternateur.

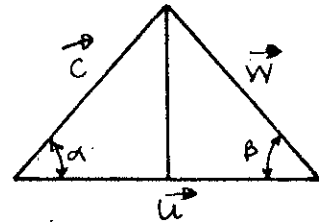
- d'un redresseur fixe servant à diriger axialement l'écoulement des gaz.



SCHEMA D'UNE TURBINE AXIALE fig(18)

## 2 TRIANGLES DES VITESSES

considérons une particule -du fluide traversant la roue (rotor) avec une certaine vitesse axiale; on définit sa vitesse absolue ( $\vec{C}$ ) et sa vitesse relative ( $\vec{W}$ ) par rapport à la roue et sa vitesse d'entraînement ( $\vec{U}$ ) ainsi que ces trajectoires absolues et relatives. ces mouvements sont liés par l'équation vectorielle  $\vec{C} = \vec{W} + \vec{U}$ ; la composition de ces vecteurs définit le triangle des vitesses; les directions des vitesses absolue et relative sont définies par les angles  $\alpha$  et  $\beta$ .



## 3 VARIATION DE LA PRESSION ET DU TRIANGLE DE VITESSE DANS UN ETAGE D'UNE TURBINE A REACTION ( $E=0,5$ )

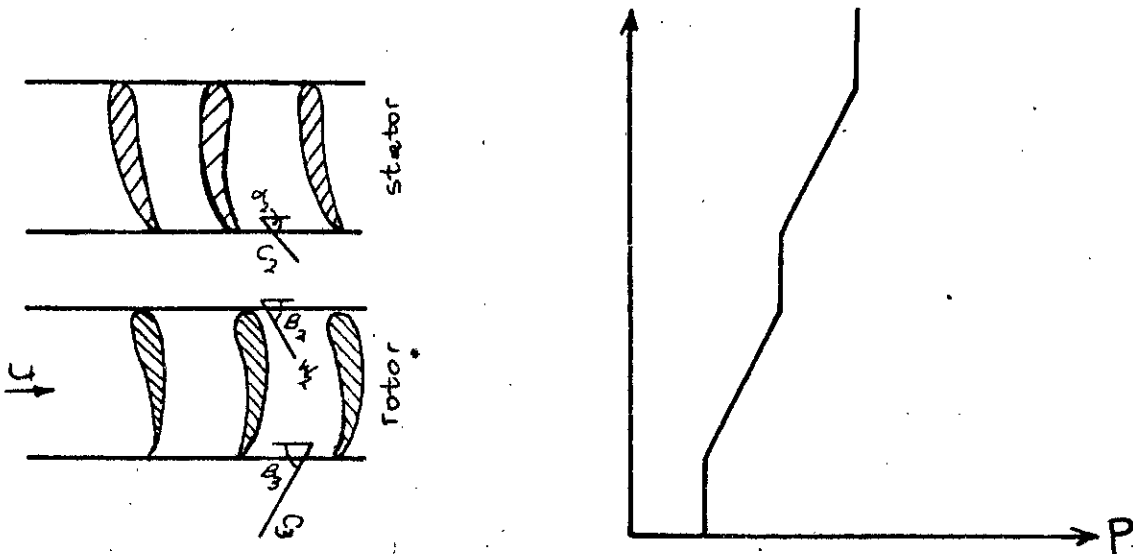


fig .19.

	vitesse absolue (C)	vitesse relative (W)	section de passage (S)	Pression statique (P)	Pression totale (P <sub>t</sub> )
rotor	↘	↗	↘	↘	↘
stator	↗	↘	↘	↘	↔

#### 4 ANNULATION DE L'EFFET DES FORCES CENTRIFUGES

L'un des problèmes les plus intéressants qui se posent dans le calcul des turbines axiales à aubes longues, est le choix de la loi de variation; le long du rayon; des angles des aubes fixes et mobiles; On peut démontrer que certaines lois de variation de ces angles permettent d'annuler la vitesse relative due à la force centrifuge agissant sur le fluide.

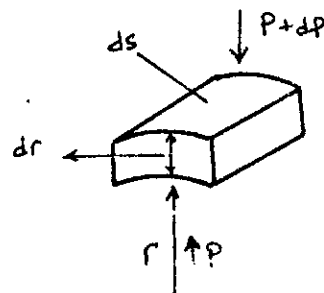
cette force centrifuge varie avec le rayon et le volume massique du fluide au point considéré;  $F = m \omega^2 r = \rho dv \frac{C_u^2}{r}$

cette force peut être équilibrée à l'aide d'une variation de pression le long du rayon; si nous établissons au rayon intérieur une pression  $P$ ; et à son rayon extérieur une pression;

$P + dP$  ( $dP > 0$ ); nous créons une force centripète ayant pour expression  $\frac{dP}{dr} dv$ ; l'équilibre entre les deux forces sera donc établi

$$\frac{C_u^2}{r} \rho dv = \frac{dP \cdot dv}{dr}$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{C_u^2}{r}$$



ceci est la condition d'équilibre radiale; on voit d'ailleurs que cette condition n'impose pas pour les aubes une forme bien déterminée; Le gradient de pression qu'elle définit dépend de la loi de la variation de  $(C_u)$  le long du rayon ce qui laisse la possibilité d'adopter pour la forme des aubes. un nombre infini de solutions; tout en respectant la condition de l'équilibre radiale. Le tracé des aubes ne sera donc déterminé que si la condition de l'équilibre est complétée par une deuxième condition; et ces deux conditions définissent la nature de l'écoulement dans la turbine. Cette deuxième condition peut être donc de nature géométrique ou mécanique: angle de sortie des aubes; vitesse axiale; vitesse tangentielle; pression; degré de réaction; pour notre cas on adopte un écoulement irrotationnel ou à « tourbillon libre »  
 Un tel écoulement est caractérisé par.

$$C_a = C^{st} \quad ; \quad u \Delta C_u = C^{st} \quad ; \quad \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{C_u^2}{r}$$

dans un écoulement irrotationnel; la variation du degré de réaction avec le rayon est régie par la relation  $(1-\epsilon)r^2 = C^{st}$   
 le degré de réaction va en augmentant le long du rayon de l'étage cette variation de  $(\epsilon)$  se traduit par une augmentation de pression à l'aval de l'aubage fixe; ce qui est bien conforme à la condition de l'équilibre radiale

## 5. ETUDE THERMODYNAMIQUE LA TURBINE

établissant l'équation d'Euler appliquée aux machines axiales

$$H_{th} = \frac{1}{g} (u_5 c_{5u} \cos \alpha_5 - u_6 c_{6u} \cos \alpha_6)$$

et d'après cette équation on en déduit le travail d'une turbomachine

$$W = g H_{th} = u_5 c_{5u} - u_6 c_{6u} \quad (4-1)$$

avec  $c_5 \cos \alpha_5 = c_{5u}$  ;  $c_6 \cos \alpha_6 = c_{6u}$  ;  $u_5 = \omega r_5$  ;

$$u_6 = \omega r_6$$

$r_5$  ;  $r_6$  : sont respectivement les rayons d'entrée et de sortie de la roue

$c_{5u}$  ;  $c_{6u}$  : sont respectivement les composantes tangentes des vitesses absolues à l'entrée et à la sortie du fluide

pour une turbine axiale  $r_5 = r_6 = r_{moy}$

$$u = \omega r$$

donc le travail pour un étage est donnée par

$$W_e = u (c_{5u} - c_{6u}) = u \cdot \Delta c_u \quad (4-2)$$

### 5.1 TRAVAIL DE LA TURBINE

appliquant l'équation d'énergie entre l'entrée et la sortie de la turbine (4-6') on obtient

$$W_t = H_4 - H_6 + \frac{1}{2} (V_4^2 - V_6^2) = \left( H_4 + \frac{1}{2} V_4^2 \right) - \left( H_6 + \frac{1}{2} V_6^2 \right)$$

donc  $W_t = H_{t4} - H_{t6} = \bar{c}_p (T_{t4} - T_{t6})$

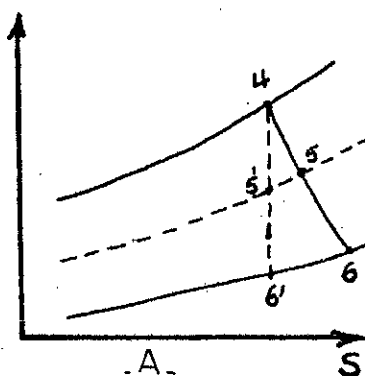
$$W_t = \bar{c}_p (T_{t4} - T_{t6}) \quad (4-3)$$

d'après la fig (A)  $W_{t_{\text{isab}}} > W_{t_{\text{ré}}}$  H

- (4-6) étant une détente isentropique

On peut écrire alors.

$$\frac{T_{t4}}{T_{t6}} = \left( \frac{P_{t4}}{P_{t6}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = Z \quad (4-4)$$



$$\text{ou } T_{t6} = \frac{T_{t4}}{Z} \quad (4-5)$$

en introduisant le rendement de la turbine on aura

$$\eta_t = \frac{T_{t4} - T_{t6}}{T_{t4} - T_{t6'}} \quad (4-6)$$

- d'où l'expression du travail devient

$$W_t = \bar{c}_p T_{t4} \left( 1 - \frac{1}{Z} \right) \eta_t \quad (4-7)$$

- dans le cas d'une détente la relation entre le rendement polytropique et le rendement adiabatique est donnée par

$$\eta_t = \frac{1 + (1/Z) \eta_p}{1 - 1/Z} \quad (4-8)$$

en remplaçant  $\eta_t$  par son expression dans celle du travail de la turbine on aura

$$W = \bar{c}_p T_{t4} \left( 1 - (1/Z) \eta_p \right) \quad (4-9)$$

$$\text{avec } \eta_p \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma} = \frac{k-1}{k} \quad (4-10)$$

$k$ : étant le coeff polytropique



## CALCUL DE LA TURBINE

Les paramètres nécessaires au calcul de la turbine

Pression totale (bar)	$P_{t4} = 2,5509$
Pression statique (bar)	$P_{s4} = 2,1888$
Température totale (°K)	$T_{t4} = 894,104$
Température statique (°K)	$T_{s4} = 859,817$
Massa volumique (kg/m <sup>3</sup> )	$\rho_4 = 0,758$
Nombre de mach -	$M_4 = 0,4822$
Vitesse du mélange gazeux (m/s)	$V_4 = 300,275$
Débit du mélange gazeux (kg/s)	$\dot{m} = 0,604$

### 1 CALCUL THERMODYNAMIQUE

Taux de détente

Les pertes de charge dans la conduite des gaz d'échappement à l'atmosphère sont évalués à :

$$\Delta P = 0,05886 \text{ bar}$$

On a donc :

$$P_{t6} = \Delta P + P_{atm}$$

$$P_{t6} = 1,013 + 0,05886 = 1,07186 \text{ bar}$$

$$P_{t6} = 1,07186 \text{ bar}$$

- d'où

$$z_d = \frac{P_{t6}}{P_{t4}} = \frac{1,07186}{2,5509} = 0,42$$

- Détermination de la température réelle  $T_{t6}$   
 La température à la sortie de la turbine pour une transformation polytropique est donnée par la relation suivante

$$T_{t6} = T_{t4} \left( \frac{P_{t6}}{P_{t4}} \right)^{\frac{k-1}{k}}$$

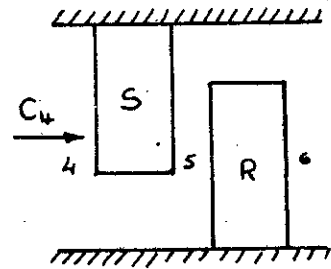


fig. 20.

où  $k$ : Coefficient polytropique donnée par l'équation (4-10)

$$\frac{k-1}{k} = \eta_p \cdot \frac{\delta-1}{\delta}$$

avec  $\eta_p = 0,858 \in [0,83 \div 0,9]$

- Détermination  $\bar{\delta}$

$\bar{\delta}$  est donné par la relation suivante.

$$\bar{\delta} = 1 + \frac{1,985}{\bar{m}c_v}$$

avec

$$\bar{m}c_v = \frac{m_{cv}|_{T_{t4}} + m_{cv}|_{T_{t6}}}{2}$$

- d'après le tableau suivant

T(°K)	mcv   %	T(°K)	mcv   %
600	5,398	1000	5,792
700	5,491	1100	5,881
800	5,594	1200	5,980
900	5,694	1300	6,071

$$\bar{m}_{cv} = \frac{5,694 + 5,491}{2} \Rightarrow \bar{m}_{cv} = 5,5925$$

- d'où

$$\bar{\gamma} = 1 + \frac{1,985}{5,5925} \Rightarrow \bar{\gamma} = 1,3549$$

$$\text{On a : } \frac{k-1}{k} = \gamma_p \cdot \frac{\bar{\gamma}-1}{\bar{\gamma}} \Rightarrow$$

$$k = 1,29$$

$$\text{- d'où } T_{t_6} = T_{t_4} (\tau_6)^{\frac{0,29}{1,29}} = 894,104 (0,42)^{0,225}$$

$$T_{t_6} = 735,685 \text{ K}$$

- chaleur spécifique cp

$$c_p = \frac{\bar{\gamma}}{\bar{\gamma}-1} \cdot r = \frac{1,3549}{0,3549} \cdot 335,813 = 1282,035$$

$$c_p = 1282,035$$

# CHAMBRE DE COMBUSTION

## CH3

### 1 DEFINITION ET PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

La chambre (foyer) de combustion constitue un élément important de la turbine à gaz du fait qu'elle est le siège de l'élevation de température du fluide moteur; elle doit assurer une combustion complète, opposer à l'écoulement des gaz une résistance aussi réduite que possible de façon à diminuer les pertes de charges; éviter les dépôts de carbone qui provoqueraient une érosion des aubes de la turbine et une formation de composés polluants (oxyde de carbone; oxyde d'azote); elle doit aussi assurer une bonne répartition des températures à la fin de la combustion. Il va de soi que les chambres de combustion doivent avoir une durée de vie suffisante malgré les températures élevées auxquelles elles sont soumises et une stabilité de fonctionnement.

### 2 DIFFERENTES TYPES DE CHAMBRE DE COMBUSTION

On distingue trois types de chambres de combustion

- tubulaire
- annulaire
- mixte

Le foyer est composé ; d'une part, d'une enveloppe externe dont la température ne dépasse pas celle de l'air du dernier étage du compresseur ce qui lui permet de supporter des efforts mécaniques et est généralement construite en acier ferritique ; d'autre part ; d'un tube de flamme ; placé à l'intérieur ; qui est soumis à des températures très élevées, donc à des contraintes thermiques importantes d'où la nécessité d'utiliser un matériau approprié généralement l'acier austénitique ou matériau réfractaire. Le tube de flamme est percé d'orifices à travers lesquels l'air alimente progressivement la zone de combustion. Il comporte un brûleur permettant l'injection du combustible ; et un dispositif d'allumage placé à l'arrière de la chambre de combustion. Le débit d'air refoulé par le compresseur est divisé en trois flux :

- Air primaire : environ (15 à 20) % de débit total est introduit autour du jet de combustible ; et assure la plus grande partie de la réaction de combustion
- Air secondaire : l'air traverse des orifices percés dans le tube de flamme et tout en participant à la phase finale de la combustion ; contribue au refroidissement des parois du tube de flamme aussi que celle des gaz a ne pas permettre à ceux-ci d'atteindre une température excessive ; le débit

ne doit pas être important pour ne pas gêner la progression de la combustion

- Air tertiaire : Il contribue au refroidissement des gaz de façon à obtenir la température désirée.

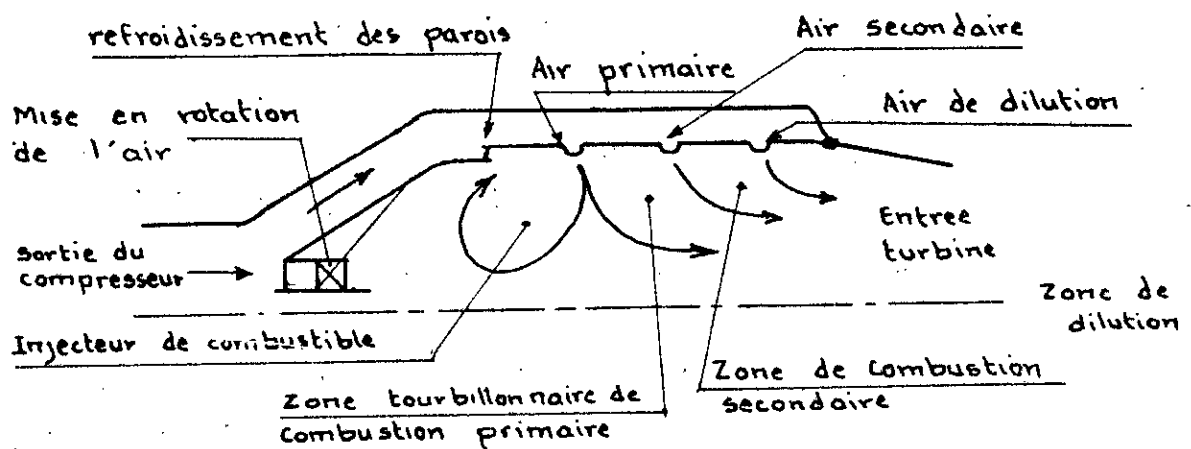


fig .16.

### 3 COMBUSTIBLE

Le type de combustible utilisé dans notre turbine c'est un combustible gazeux (GAZ NATUREL)

Le gaz naturel est un combustible idéal pour les turbines

à gaz. de composition variable d'une région à l'autre ;

Il a un pouvoir calorifique inférieur élevé environ  $32 \text{ MJ/Nm}^3$ ;

Il est souvent disponible à haute pression. On le détend

alors jusqu'à la pression d'injection dans une turbine de

récupération placée au bout d'arbre. Il est à noter qu'il peut

contenir du soufre qui donne naissance à du sulfate de

sodium corrosif.

## 4 ETUDE ENERGÉTIQUE

L'étude énergétique de la chambre de combustion est basée

sur les hypothèses suivantes:

- la combustion se fait à pression constante

- l'écoulement est permanent

- transformation est adiabatique

- cette écoulement s'effectue dans une chambre de comb.

- ustion cylindrique à section constante

En réalité la combustion est accompagnée de pertes de

charges de l'ordre de 1%

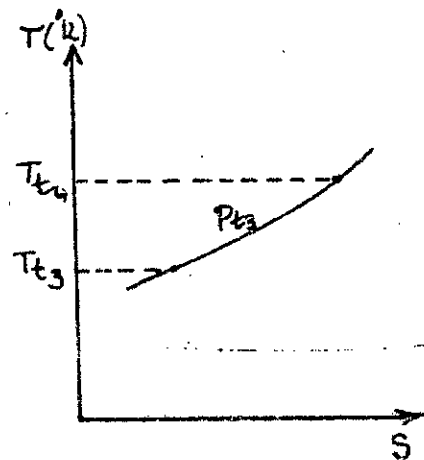
- établissant l'équation d'énergie entre

les deux états (3) et (4)

$$(\dot{Q} + \dot{W})_{3-4} = H_4 - H_3 + \frac{1}{2} V_4^2 - \frac{1}{2} V_3^2$$

comme la combustion n'échange pas

de travail  $\dot{W}_{3-4} = 0$



$$\dot{Q}_{3-4} = \left( H_4 + \frac{1}{2} V_4^2 \right) - \left( H_3 + \frac{1}{2} V_3^2 \right) = H_{t4} - H_{t3}$$

$$\dot{Q}_{3-4} = H_{t4} - H_{t3} = \bar{c}_p (T_{t4} - T_{t3}) \quad (3-1)$$

Où  $\dot{Q}_{3-4}$  est la quantité de chaleur dégagée par la combustion

$\bar{c}_p$ : chaleur spécifique moyenne à pression constante

- Détermination de la chute d'enthalpie réelle

$$\Delta H_{\text{real}} = c_p (T_{t4} - T_{t6}) = 1282,35 (894,104 - 735,685)$$

$$= 203098,069 \text{ J/kg}$$

$$\Delta H = 203,098 \text{ kJ/kg}$$

3. Triangle de vitesses:

Le degré de réaction étant égale à 0,5 alors les triangles de vitesses des aubes mobiles sont symétriques on aura alors:

$$C_5 = W_6 \quad ; \quad \alpha_5 = \beta_6$$

$$C_6 = W_5 \quad ; \quad \alpha_6 = \beta_5$$

- Détermination de la vitesse périphérique ( $u$ )

$u$ : est donnée par la relation suivante

$$u^2 = \frac{\Delta H_{\text{real}}}{\eta}$$

avec  $\eta$ : coefficient manométrique  $\eta \in [0,5 \div 4]$  [14]

$\eta = +1$  ; turbine à réaction normale

$\eta = +2$  ; turbine à pleine charge

soit  $\eta = 1,6$  c.à.d la turbine est chargée

$$u^2 = \frac{203098,069}{1,6} = 356,281 \text{ m/s}$$

- Détermination du diamètre moyen ( $D$ )





$$- C_{6u} = \frac{u}{2} - \frac{\Delta c_u}{2} = \frac{356,281}{2} - \frac{570,05}{2} = -106,885 \text{ m/s}$$

$$C_{6u} = -106,885 \text{ m/s}$$

- Vitesse absolue à l'entrée.  $C_5$ .

$$C_5 = (C_{5u}^2 + C_a^2)^{1/2} = ((463,166)^2 + (300,275)^2)^{1/2} = 551,985 \text{ m/s}$$

$$C_5 = 551,985 \text{ m/s}$$

- Vitesse absolue à la sortie  $C_6$ .

$$C_6 = (C_{6u}^2 + C_a^2)^{1/2} = ((-106,885)^2 + (300,275)^2)^{1/2} = 318,731 \text{ m/s}$$

$$C_6 = 318,731 \text{ m/s}$$

- Angle de sortie  $\alpha_6$ .

$$\text{tg } \alpha_6 = \frac{C_a}{C_{6u}} = \frac{300,275}{-106,885} = -2,809 \Rightarrow \alpha_6 = -70,45^\circ$$

- Angle d'entrée  $\alpha_5$ .

$$\text{tg } \alpha_5 = \frac{C_a}{C_{5u}} = \frac{300,275}{463,166} = 0,648 \Rightarrow \alpha_5 = 32,95^\circ$$

Tableau récapitulatif

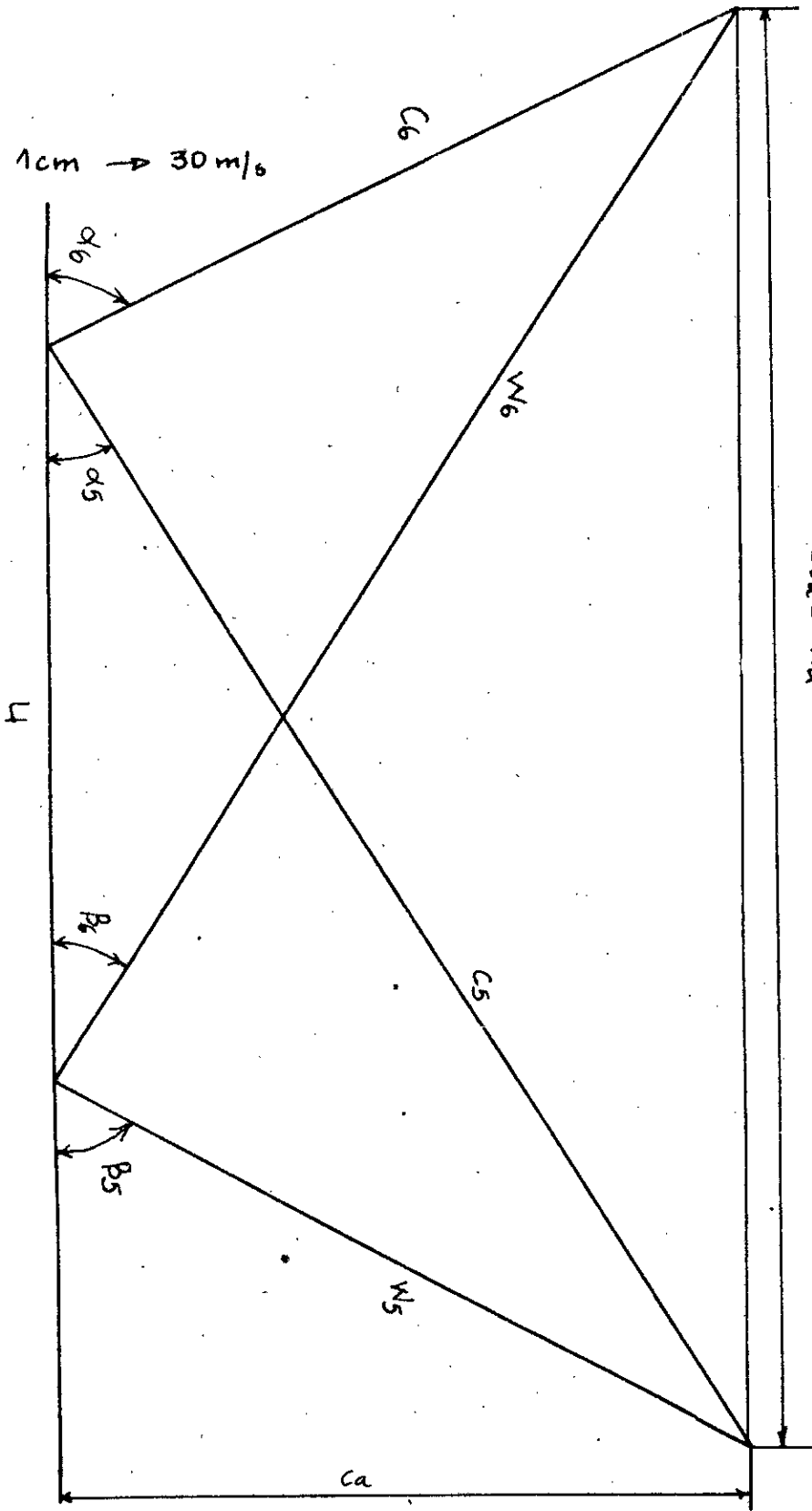
Paramètres	Entrée (5)	Sortie (6)
Vitesse absolue ----- m/s	$C_5 = 551,985$	$C_6 = 318,731$
vitesse relative ----- m/s	$W_5 = 318,731$	$W_6 = 551,985$
Angle $\alpha$ ----- ( $^\circ$ )	$\alpha_5 = 32,95$	$\alpha_6 = -70,40$
Angle $\beta$ ----- ( $^\circ$ )	$\beta_5 = -70,40$	$\beta_6 = 32,95$

# VARIATIONS DES VITSES SUR DIFFERENTES SECTIONS D'UN AUBE ROTOR

N° SECT	r(m)	C <sub>a</sub> (m/s)	U(m/s)	C <sub>5</sub> (m/s)	C <sub>6</sub> (m/s)	C <sub>5u</sub> (m/s)	C <sub>6u</sub> (m/s)	ΔC <sub>u</sub>	α <sub>5</sub> (°)	α <sub>6</sub> (°)	W <sub>5</sub> (m/s)	W <sub>6</sub> (m/s)	ΔW <sub>u</sub>	β <sub>5</sub> (°)	β <sub>6</sub> (°)
1	82,125	300,275	387,005	545,901	308,077	455,09	-68,89	524,79	33,37	-77,07	308,07	545,90	524,79	-77,07	33,37
2	80,821	300,275	380,86	546,87	309,87	457,06	-74,51	533,26	33,30	-75,70	309,87	564,87	533,26	-75,70	33,30
3	79,517	"	374,71	547,95	311,70	458,36	-83,64	542,00	33,22	-74,43	311,70	547,95	542,00	-74,43	33,22
4	78,213	"	368,57	549,16	313,82	459,80	-91,23	551,04	33,14	-73,09	313,82	549,16	551,04	-73,09	33,14
5	76,909	"	362,42	550,50	316,16	461,40	-98,98	560,38	33,05	-71,75	316,16	550,50	560,38	-71,75	33,05
6	75,605	"	356,28	551,98	318,73	463,16	-106,88	570,05	32,95	-70,40	318,73	551,98	570,05	-70,40	32,95
7	74,301	"	350,13	553,53	321,52	465,09	-114,96	580,05	32,84	-69,05	321,52	553,53	580,05	-69,05	32,84
8	72,997	"	343,99	555,37	324,57	467,20	-123,21	590,41	32,72	-67,68	324,57	555,37	590,41	-67,68	32,72
9	71,693	"	337,84	557,31	327,86	469,50	-131,65	601,15	32,60	-66,32	327,86	557,31	601,15	-66,32	32,60
10	70,389	"	331,70	559,41	331,43	471,99	-140,29	612,29	32,46	-64,95	331,43	559,41	612,29	-64,95	32,46
11	69,085	"	325,55	561,70	335,27	474,70	-149,14	623,85	32,31	-63,58	335,27	561,70	623,85	-63,58	32,31

Diagramme des vitesses au pied d'audd.

echelle: 1cm → 30 m/s



$\Delta C_u = \Delta W_u$

$U = 325,55 \text{ m/s}$

$W_5 = 335,27 \text{ m/s}$

$C_5 = 561,70 \text{ m/s}$

$W_6 = 561,70 \text{ m/s}$

$C_6 = 335,27 \text{ m/s}$

$Ca = 300,275 \text{ m/s}$

$\alpha_6 = -63,58^\circ$

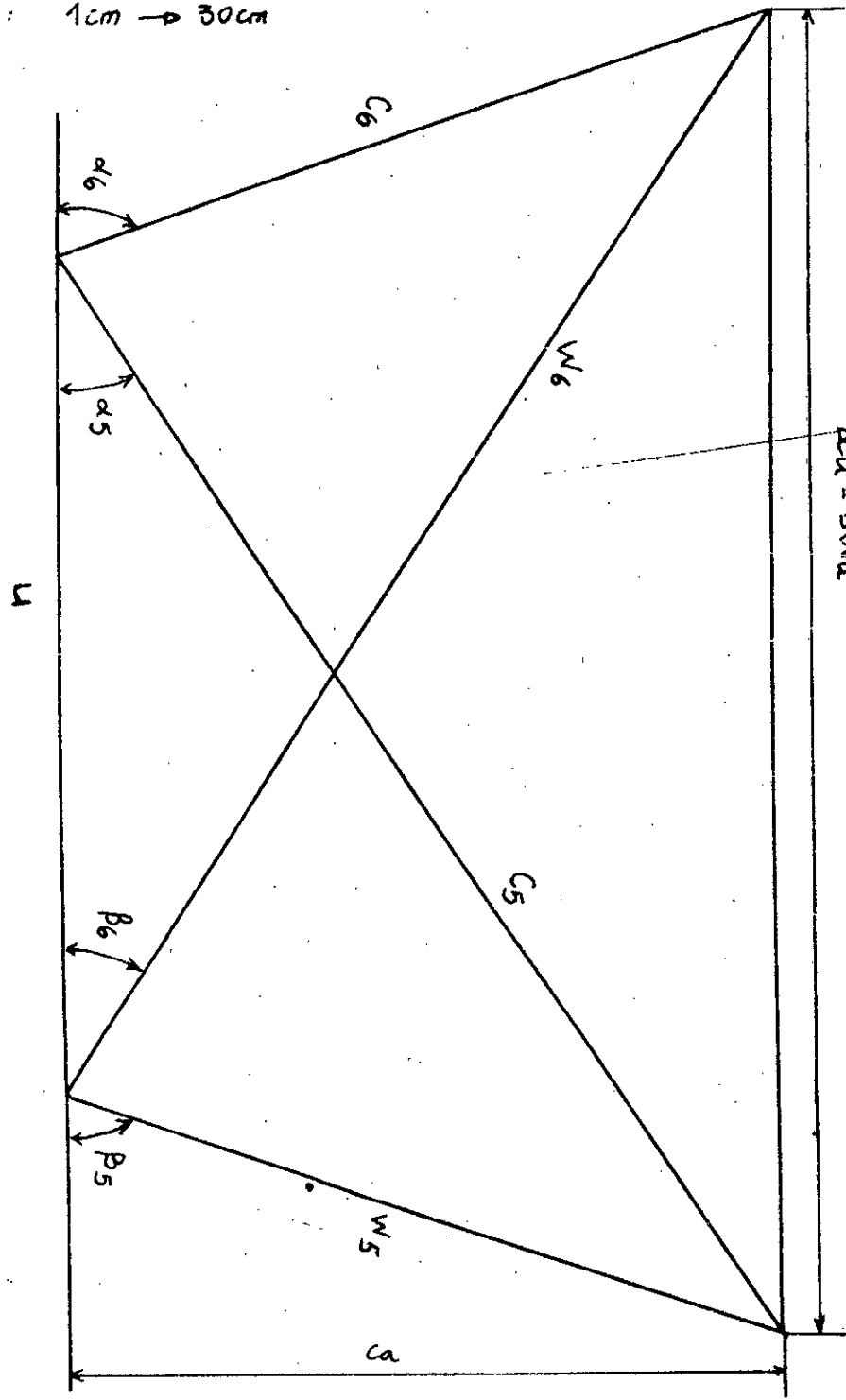
$\alpha_5 = 32,31^\circ$

$\beta_5 = -63,58^\circ$

$\beta_6 = 32,31^\circ$

Echelle: 1cm → 30cm

Diagramme des vitesses au rayon moyen de l'aube



$r_m = \Delta W_u$

$U = 356,28 \text{ m/s}$

$W_5 = 318,73 \text{ m/s}$

$C_5 = 551,980 \text{ m/s}$

$W_6 = 551,980 \text{ m/s}$

$C_6 = 318,73 \text{ m/s}$

$C_a = 300,276$

$\alpha_5 = 32,85^\circ$

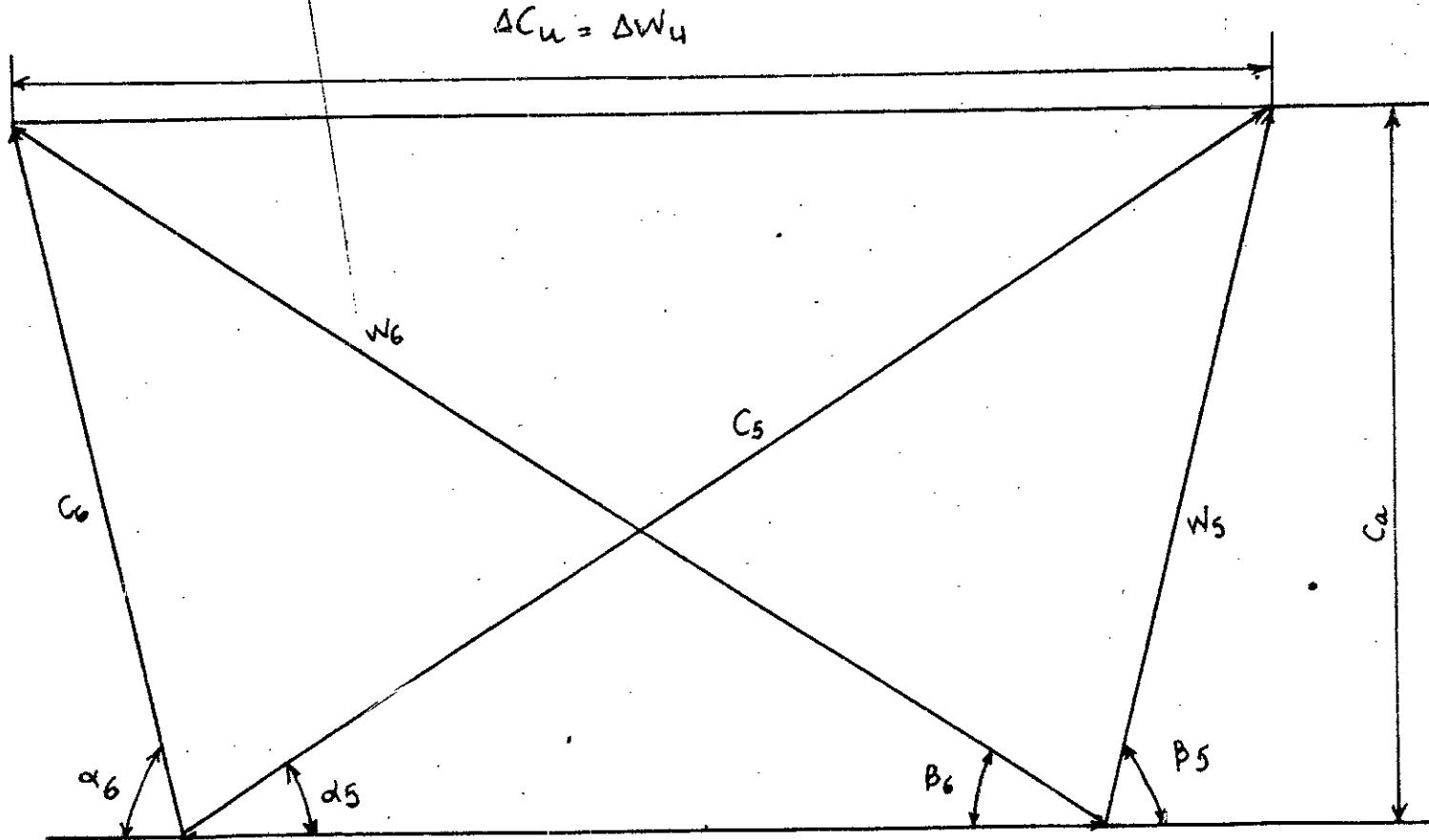
$\alpha_6 = -70,40^\circ$

$\beta_5 = -70,40^\circ$

$\beta_6 = 32,85^\circ$

Diagramme des vitesses au rayon sommet de l'aube

Echelle: 1cm  $\rightarrow$  30m/s



$$U = 387,005 \text{ m/s}$$

$$W_5 = 308,07 \text{ m/s}$$

$$C_5 = 545,901 \text{ m/s}$$

$$W_6 = 545,901 \text{ m/s}$$

$$C_6 = 308,07 \text{ m/s}$$

$$C_a = 300,275 \text{ m/s}$$

$$\alpha_5 = 33,73^\circ$$

$$\alpha_6 = -77,07^\circ$$

$$\beta_5 = -77,07^\circ$$

$$\beta_6 = 33,73^\circ$$

### 3 Détermination des caractéristiques des gaz à la sortie de la tuyère (distributeur)

Le processus dans la tuyère, peut être considéré comme adiabatique, sans échange de travail et on considère que la détente se fait sans pertes.

- Détente réelle.

- Température statique  $T_{s5}$ .

l'équation d'énergie entre la sortie (5) et l'entrée (4) de la tuyère

$$H_5 - H_4 + \frac{1}{2} (V_5^2 - V_4^2) = (Q + W)_{4-5} = 0$$

$$H_5 - H_4 + \frac{1}{2} (V_5^2 - V_4^2) = c_p (T_{s5} - T_{s4}) + \frac{1}{2} (V_5^2 - V_4^2) = 0$$

- d'où : 
$$T_{s5} = T_{s4} - \frac{1}{2c_p} (V_5^2 - V_4^2) = 776,152 \text{ K}$$

$$T_{s5} = 776,152 \text{ K}$$

- Pression statique  $P_{s5}$

$$P_{s5} = P_{s4} \left( \frac{T_{s5}}{T_{s4}} \right)^{\frac{k}{k-1}} = 2,1888 \left( \frac{776,152}{859,817} \right)^{\frac{1,29}{0,29}} = 1,3881 \text{ bar}$$

$$P_{s5} = 1,3881 \text{ bar}$$

- Masse volumique  $\rho_5$

$$\rho_5 = \frac{P_{s5}}{r T_{s5}} = \frac{1,3881 \times 10^5}{335,813 \times 776,152} = 0,42 \text{ kg/m}^3$$

- Nombre de mach  $M_5$

$$M_5 = \frac{C_5}{(\gamma r T_{s5})^{1/2}} = \frac{551,985}{1,3549 \cdot 335,813 \cdot 776,152} = 0,9289$$

$$M_5 = 0,9289$$

### 3.1 Determination de la forme géométrique de la tuyère

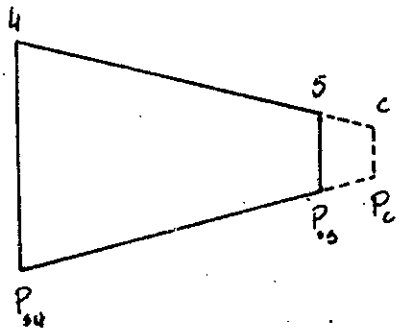
- Pression critique

$$P_c = P_{s4} \left( \frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$= 2,1880 \left( \frac{2}{1,3549+1} \right)^{\frac{1,3649}{0,3549}}$$

$$P_c = 1,17319 \text{ bar}$$

La condition  $P_c < P_{s5}$  elle est vérifiée. d'après le théorème d'Hugoniot [1] la tuyère est du type convergent sans col.





#### 4. Caractéristiques - du fluide à la sortie - de la turbine

- Température statique  $T_{s6}$ .

$$T_{s6} = T_{t6} - \frac{1}{2} \frac{C_6^2}{c_p} = 735,685 - \frac{1}{2} \cdot \frac{(318,731)^2}{1282,035} = 696,065$$

$$T_{s6} = 696,065 \text{ K}$$

- Nombre de mach  $M_6$

$$M_6 = \frac{C_6}{(\gamma r T_{s6})^{1/2}} = \frac{318,731}{(1,3549 \cdot 335,813 \cdot 696,065)^{1/2}} = 0,5664$$

$$M_6 = 0,5664$$

- Pression statique  $P_{s6}$

$$P_{s6} = P_{t6} \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_6^2 \right)^{\frac{-\gamma}{\gamma-1}} = 1,07186 \left( 1 + \frac{0,3549}{2} (0,5664)^2 \right)^{\frac{-1,29}{0,89}}$$

$$\Rightarrow P_{s6} = 0,8378 \text{ bar}$$

- Masse volumique  $\rho_6$

$$\rho_6 = \frac{P_{s6}}{r T_{s6}} = \frac{0,8378 \cdot 10^5}{335,813 \cdot 696,065} \Rightarrow \rho_6 = 0,3584 \text{ kg/m}^3$$

- hauteur de l'aubage mobile  $h_2$

$$h_2 = \frac{m(1+\alpha)}{\pi D \cdot v_2 \cdot \rho_6 \cdot C_a}$$

avec  $k_2$ : coefficient d'obstruction  $k_2 \in [0,85 \div 0,93]$  [1]

$$h_2 = \frac{0,604}{\pi \cdot 0,1612 \cdot 0,85 \cdot 0,3584 \cdot 300,275} = 13,9 \text{ mm} \quad h_2 = 13,9 \text{ mm}$$

# CONCLUSION

L'étude sur laquelle on s'est penché constitue une approche au calcul d'une turbine à gaz et non un calcul rigoureux et précis relative à la réalisation de celle-ci. en effet pour accéder aux valeurs rigoureuses des différents paramètres; il aurait fallu toutes les données statistiques nécessaires; une étude bibliographique très poussée et très variée et une complète expérimentation ceci afin d'éliminer tous les problèmes d'ordre technique.

la mise au point du calcul précis de l'installation nécessite l'usage de l'ordinateur qui par approches successives permet la détermination avec précision de toutes les caractéristiques relatives au fluide dans les différentes organes constituant la turbine à gaz.

notons enfin que l'absence de certaines données essentielles fait qu'on ne calcula pas certains paramètres.

en effet le dimensionnement complet de la chambre de combustion ne peut être réalisé qu'expérimentalement du fait que c'est uniquement de cette manière que l'on peut déterminer le nombre d'orifices leur section et leur disposition ceci afin d'avoir la température obtenue grâce au calcul énergétique et finalement la longueur de la chambre à combustion.

soulignons à la fin que cette étude nous a permis d'approfondir nos connaissances sur les turbines à gaz, à savoir leur dimensionnement, l'étude énergétique et thermodynamiques les concernant ainsi que de l'application industrielle.

---

# BIBLIOGRAPHIE

1. Turbine à vapeur et à gaz - Lucien Vivier.
2. Turbine à gaz - Roger Roudil - M564 Rov
3. Les compresseurs - P Chambadal.
4. Machines transformatrices d'énergie - Lemasson.
5. Technique de l'ingénieur - Mécanique et chaleur.
6. La turbine à gaz - P Chambadal.
7. Aircraft engines and gas turbine - JACK L. Kerrebrock.
8. Revue Nuovopigo - Turbine à gaz - Général électrique.
9. Guide technique thermique D<sub>g</sub> 405 27358 - J. Gosse.
10. Combustion chambers for jet propulsion engines - V.S. Zuev.
11. Tubomachines 6<sup>ème</sup> partie turbine à gaz. A.L. JAUMOUTTE et 84-85
12. Pompes, ventilateurs, compresseur - KOVÁTS, deuxième édition.
13. Ventilateur et compresseur centrifuges et axiaux - M. Sedille.
14. Énergétique et turbomachines - J. Bonnin, R. Bidard.





الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

2/88

وزارة التعليم و البحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

12X

**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**

DEPARTEMENT **GENIE MECANIQUE**  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

T.2

SUJET

**ANALYSE DE STRUCTURE  
DE LA  
TURBINE A GAZ**

Proposé par : Talbi

Etudié par : Amari  
Dahmani

Dirigé par : Talbi

PROMOTION

**janvier : 1988**





MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

وزارة التعليم العالي

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

المكتبة  
BIBLIOTHEQUE - المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

فرع الهندسة الميكانيكية

PROMOTEUR : M<sup>r</sup> TALBI

الموجه : الأستاذ

ELEVE INGENIEUR : M<sup>r</sup> DAHMANI

الطالب المهندس : دحماني

---

الموضوع : دراسة تحليلية لبنية عنفة غازية  
الملخص : القيام بدراسة تحليلية لبنية عنفة غازية بغية  
شكل وأبعاد العناصر المكونة هذه العنفة  
بالإضافة إلى مادة هذه العناصر مثل الجنيحات  
الأسطوانات وعمود الدوار.

---

SUJET : Analyse de structure de la turbine à gaz

RESUME : Ce projet consiste à faire une étude d'analyse de structure afin de déterminer, la forme, les dimensions et le matériaux des éléments entrant dans la construction de la turbine à gaz telles que les ailettes, les disques et l'arbre du rotor.

---

SUBJECT : Structural analysis of gas turbine

ABSTRACT: This design consists on a structural analysis in order to determine geometrical forms, dimensions and materials for the construction of gas turbine's elements such as, blades, discs and shafts.

# REMERCIEMENTS

Je remercie mon promoteur monsieur TALBI pour ses conseils et son suivi -durant la période de préparation de mon projet

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude a monsieur A. GAHMUSSE; pour m'avoir prodiguer ses précieux conseils tout au long de cette étude. Mes remerciements sont destinés à tous les professeurs qui ont contribué a ma formation

## DEDICACE

Je dédie ce modeste travail:

- A mon père
- A ma mère
- A mes frères et sœurs
- A tous ce qui témoignent qu'il n'y a de DIEU qu'ALLAH et que MOHAMED est son envoyé et son prophète.
- A tous mes amis

# TABLE DES MATIERES



I.	BUT DE L ETUDE	1
II.	DESCRIPTION ET MATERIAUX DES ELEMENTS DE LA TURBINE A GAZ	2
II.1.	DEFINITION	2
II.2.	PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT	2
II.3.	DEFINITION DES ELEMENTS DE LA TURBINE A GAZ	3
II.31.	LES TURBINES	3
II.311.	LE STATOR	3
II.312.	LE ROTOR	3
II.313.	LES AILETTES	5
II.32.	COMPRESSEUR D AIR	7
II.33.	CHAMBRE DE COMBUSTION	8
III.	ETUDE THEORIQUE DE L AERODYNAMIQUE	9
III.1.	DEFINITION D UNE AUBE	9
III.2.	DEFINITION D UNE GRILLE D AUBE	9
III.3.	RESULTANTE AERODYNAMIQUE	12
III.31.	ORIGINE DE LA RESULTANTE AERODYNAMIQUE	12
III.32.	CARACTERISTIQUE DE LA RESULTANTE	12
III.33.	COMPOSANTE DE LA RESULTANTE	13
III.34.	DETERMINATION DE LA PORTANCE ET DE LA TRAINEE	14

III.35. MOMENT RESULTANT	المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات	15
III.36. POLAIRE D AILE	BIBLIOTHEQUE — المكتبة Ecole Nationale Polytechnique	15
IV. ANALYSE DE STRUCTURE DE LA TURBINE A GAZ		17
IV.1. ETUDE DU COMPRESSEUR		17
IV.11. ETUDE DE LA ROUE		17
IV.12. ETUDE DU DIFFUSEUR		26
IV.2. ETUDE DE LA TURBINE		32
IV.21. ETUDE DU DISTRIBUTEUR		33
IV.22. ETUDE DE LA ROUE		45
IV.3. ETUDE DE L ARBRE		69
IV.31. CALCUL DE L ARBRE		69
IV.311. DETERMINATION DU POIDS DE LA ROUE DU COMPRESSEUR		70
IV.312. DETERMINATION DU POIDS DE LA TURBINE		72
IV.313. ESTIMATION DE L ARBRE		73
. Calcul du diamètre de l'arbre		78
. Calcul de la vitesse critique		79
V. CONCLUSION		80

Nous utiliserons comme données, les résultats obtenus dans la première partie de l'étude, ils sont résumés sous forme de tableau

Pour le compresseur :

Symbole	Légende	Valeur
$\dot{m}$	Débit massique d'air	0,596 kg/s
$\rho_2$	Masse volumique de l'air à l'entrée de la roue	1,204 kg/m <sup>3</sup>
$C_2$	Vitesse absolue à l'entrée de la roue	127,013 m/s
$W_2'$	Vitesse relative à la sortie de la roue	127,013 m/s
$\rho_5$	Masse volumique à la sortie du compresseur	2,4953 kg/m <sup>3</sup>
$N$	Vitesse de rotation	45000 tr/min
$\omega$	Vitesse angulaire	4710 rad/s
$D_2$	Diamètre à l'entrée de la roue	89,5 mm
$D_2'$	Diamètre à la sortie de la roue	161,1 mm

Pour la turbine

Symbole	legende	Valeur
$\dot{m}$	Debit massique des gaz	0,604 kg/s
$\rho_4$	Masse volumique à l'entrée du distributeur	0,758 kg/m <sup>3</sup>
$T_4$	Temperature statique a l'entrée du =	859,817 °K
$P_4$	Pression statique à l'entrée du =	2,1888 bar
$\rho_5$	Masse volumique a la sortie du =	0,42 kg/m <sup>3</sup>
$T_5$	Temperature statique a la sortie du =	776,452 °K
$P_5$	Pression statique a la sortie du =	1,3882 bar

$\rho_6$	masse volumique a la sortie de la turbine	0,3584 kg/m <sup>3</sup>
$T_6$	Temperature statique á la sortie de la turbine	696,065 K
$P_6$	Pression statique á la sortie de la turbine	0,8378 bar
$C_p$	Chaleur spécifique	1282,035 J/kg·K
$\Delta H_{reel}$	Chute d'enthalpie réelle dans la turbine	203,098 kJ/kg
$C_4$	Vitesse absolue á l'entrée du distributeur	300,275 m/s
$C_5$	Vitesse absolue á l'entrée de la turbine	551,985 m/s
$W_5$	Vitesse relative á l'entrée de la turbine	318,731 m/s
$\alpha_5$	Angle entre $\vec{C}_5$ et le front de grille d'aube	32,95°
$\beta_5$	Angle entre $\vec{W}_5$ et le front de grille d'aube	-70,40°
$U_5$	Vitesse periphérique á l'entrée de la turbine	356,281 m/s
$C_6$	Vitesse absolue á la sortie de la turbine	318,731 m/s
$W_6$	Vitesse relative á la sortie de la turbine	551,985 m/s
$\alpha_6$	Angle entre $\vec{C}_6$ et le front de grille d'aube	-70,40
$\beta_6$	Angle entre $\vec{W}_6$ et le front de grille d'aube	32,95°
$U_6$	Vitesse periphérique á la sortie de la turbine	356,281 m/s

# I BUT DE L ETUDE

La première partie de l'étude de la turbine à gaz que nous avons effectué , traite essentiellement l'analyse thermodynamique et énergétique de l'écoulement du fluide , sans prendre en considération la résistance mécanique des éléments en rotation telsque les ailettes, les disques et les arbres de rotor .

L'analyse de structure qui a été largement traité par des ouvrages (Timoshenko, Stodola.... etc...) repose sur la théorie de la mécanique du solide . Elle a pour but de déterminer la forme , les dimensions et le matériaux des différents éléments entrant dans la construction de la turbine à gaz , en sorte qu'ils résistent aux efforts qu'ils leur sont appliqués et qu'ils n'atteignent pas les deformation limite .

Elle permet aussi d'apprécier les limites matériels avec lesquelles travaillent les constructeurs .

## II DESCRIPTION ET MATERIAUX DES ELEMENTS DE LA TURBINE A GAZ

### II. 1. DEFINITION

La turbine à gaz appelée aussi turbine à combustion interne est l'ensemble d'une installation thermique dont les éléments principaux sont :

- Un compresseur d'air
- Une chambre de combustion
- Une turbine a gaz

Ces éléments sont soit enfermés dans la même enveloppe, soit séparés et montés en série.

La turbine et le compresseur peuvent avoir un arbre en commun.

### II. 2. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Le principe de fonctionnement de la turbine à gaz consiste à soumettre un débit gazeux successivement à la compression dans le compresseur, à un chauffage dans la chambre de combustion puis à une détente dans la turbine où nous aurons transformation de l'énergie cinétique des gaz en énergie mécanique dont une partie sera absorbée par le compresseur et l'autre recueillie en bout d'arbre.



## II. 5. DEFINITION DES ELEMENTS DE LA TURBINE A GAZ

### II. 31. LES TURBINES

Les turbines comportent un stator et un rotor qui sont munis d'ailettes, ils sont a un ou plusieurs étages, à action ou à réaction, à flux unique ou à double flux.

### II. 311. LE STATOR

Le stator est constitué, soit d'une pièce unique soit de deux parties assemblées suivant le plan diamétral horizontal. Il peut être en acier mi dur forgé ou en acier stainless moulée et recouverte d'une enveloppe en metal léger

Le stator porte les conduites d'admission et d'évacuation des gaz ainsi que les couronnes rapportées sur lesquelles se trouvent les distributeurs ou les redresseurs intermédiaires

### II. 312. LE ROTOR

Le rotor est l'élément comportant les aubes mobiles. Il est le siège de transformation de l'énergie cinétique emmagasinée dans le stator en energie meconique.

Le rotor peut être soit en tambour, soit à disque rapporté sur un arbre, soit monobloc, dans ce dernier cas les ailettes peuvent être fraisées dans la masse du rotor.

Le matériau du rotor doit être choisi de manière à répondre à certaines exigences de résistance car celui-ci est soumis à la fois à la force centrifuge et aux contraintes thermiques résultant de la répartition non uniforme de la température entre le moyeu et la périphérie du disque qui peut entraîner des écarts de température de l'ordre de 300 à 350 de plus la température a un effet néfaste sur la résistance du matériau (L'augmentation de la température entraîne une diminution de la résistance).

\* Si  $t^{\circ} < 600^{\circ}C$  : On utilise des aciers ferritiques, contenant du molybdène, du vanadium, de la silice et du tungstène en diverses proportions.

\* Si  $t^{\circ} > 600^{\circ}C$  : On utilise des aciers austénitiques à teneur en chrome et nickel auquel on peut ajouter du molybdène, cobalt, tungstène, Niobium .... etc

On utilise aussi des alliages à base de nickel tels que le nimonic 80, nimonic 90 nimonic 100 .... etc..

Pour réduire les contraintes thermique dans le disque ainsi que les échanges de chaleur des disques avec l'arbre on utilise des systèmes de refroidissement comme par exemple la réfrigération à l'air ce dernier est prélevé au refoulement du compresseur, dirigé vers le rotor et s'écroule du moyeu vers la périphérie.

## II. 313. LES AILETTES

Elles constituent le point le plus faible de la turbine à gaz. Les considérations de résistance des ailettes aux températures élevées (de l'ordre de 950) limitent la puissance des installations.

Les ailettes peuvent être creuses, pleines ou poreuses, le mode de fabrication varie selon l'ailette désirée, on distingue les différents procédés suivants :

- \* Usinage de l'ailette dans la masse par fraisage ou rabotage  
Nombreuse opération d'usinage, réservé aux ailettes courtes ou moyennes
- \* Forgeage ou matriçage de l'ailette puis usinage par fraisage ou rabotage (ailette longue)
- \* Découpage des ailettes dans de la tôle puis centrage et affutage aux arêtes (Aube de turbine à action de faible puissance)
- \* Elaboration par moulage en cire perdue utilisé surtout pour les ailettes en acier austénitique.

De même le mode de fixation des ailettes présente une très grande diversité on peut citer entre autre, la fixation par double enfourchement (Rateau), fixation des ailettes à pied en dent de scie (Parson), fixation en pomme de pin (Westinghouse)

Les matériaux constituant les ailettes sont des métaux réfractaires qui sont en général des alliages contenant un pourcentage élevé de chrome et de nickel ainsi que des traces de quelques éléments tels que le silicium, le tungstène ou le molybdène.

Soit la classification des métaux réfractaires utilisés

\* **Température moyenne :**

- Acier au chrome - molybdène avec trace de vanadium, tungstène et silice
- Acier austénitique à 18% de Cr et 8% de Ni
- Acier précédent avec addition de cobalt ou de niobium

\* **Température élevée**

- Alliage nickel - chrome et nickel - chrome - fer
- Alliage nimonic 75 - 80 - 80A - 90 .... etc ...
- Alliage nickel - chrome avec teneur en aluminium et titane
- Alliage Rex - Jessop - Stoybrite
- titane ductile

- Les ailettes peuvent être refroidies par diverses procédés
- Refroidissement de la surface interne par les canaux intérieurs parcourus par l'air ou l'eau.
  - Refroidissement externe par pulvérisation d'eau dans le courant des gaz ou par mélange de vapeur au gaz

#### - Aube directrice

Les aubes directrices à l'entrée de la turbine sont soumises à des températures plus élevées que les ailettes du rotor, mais ne sont soumises à aucun effort centrifuge.

On utilise généralement les mêmes métaux que pour les ailettes du rotor

## II. 3e. COMPRESSEUR D'AIR

Les compresseurs d'air sont de deux types

- Compresseurs radiaux ou centrifuge
- Compresseurs axiaux ou hélicoïdes

Les compresseurs radiaux sont généralement utilisés pour la production d'air à pression assez élevée pour un débit modéré.

Les compresseurs axiaux sont très utilisés dans les turbine à gaz, ils permettent de réaliser des taux de compression élevés avec un très grand débit d'air,

83  
mais le nombre d'étage est important ce qui entraîne un encombrement longitudinal assez conséquent.

On utilise des matériaux légers dérivés de l'aluminium pour le rotor. Les ailettes fixes ou mobiles sont soit forgées, soit usinées et rapportées sur le rotor. Le matériaux utilisé pour les ailettes est un alliage à forte résistance tels que le bronze d'aluminium, le bronze au manganèse ou le nickel-chrome et quelque fois l'acier stainless

### II-33. CHAMBRE DE COMBUSTION

La chambre de combustion constitue un élément important de la turbine à gaz, du fait qu'elle est le siège de l'élévation de température du fluide moteur. On distingue trois types de chambre de combustion, tubulaire, annulaire et mixte.

Elles sont constituées par un cylindre central, en tôle réfractaire, pouvant résister aux températures très élevées de la combustion, entouré d'un cylindre constituant l'enveloppe.

La tôle réfractaire peut être du nickel-chrome ou en acier inoxydable Immaculate 5, de même coefficient de dilatation que l'aluminium.

### III ETUDE THEORIQUE DE L AERODYNAMIQUE

L'aérodynamique est l'étude des phénomènes qui apparaissent lorsque le solide est en mouvement par rapport à un gaz (généralement de l'air).

Le solide peut se déplacer dans le fluide immobile ou peut être fixe dans le fluide en mouvement.

Le solide est soumis à des forces dont l'ensemble constitue un torseur de résultante  $R$  et de moment  $M$

#### III. 1. DEFINITION D UNE AUBE

On définit une aube comme étant un obstacle à profil aérodynamique dont la conception est réalisée de façon à assurer un écoulement de fluide capable de fournir un travail mécanique le plus important possible

#### III. 2. DEFINITION D'UNE GRILLE D'AUBE

On définit une grille d'aube comme étant l'ensemble formé des aubes identiques déduites les unes des autres par des déplacements géométriques égaux

On donnera les différents types de grille d'aube dans la fig (2)

Dans ce  $\chi_1$  suit on établit les différents paramètres caractérisant une aube et une grille d'aube

Voir fig (

A: bord d'attaque : C'est le point le plus avant de l'aube

B: bord de fuite : C'est le point le plus arrière de l'aube

Squelette du profil: C'est le lieu géométrique des centres des cercles inscrits.

Épaisseur du profil: C'est le plus grand diamètre des cercles inscrits.

AB  $\rightarrow$  Corde du profil de longueur c

t  $\rightarrow$  Pas de la grille d'aube

f  $\rightarrow$  flèche maximale de la ligne moyenne au squelette

t/c  $\rightarrow$  Pas relatif

Les caractéristiques principales du profil sont :

- L'épaisseur relative e/c

- La courbure relative f/c

$\theta$  : angle de calage : (angle formé par la corde avec) Le front de grille

$i$  : angle d'incidence : c'est l'angle formé par la corde du profil AB et le vecteur vitesse relative  $v_r$  du fluide



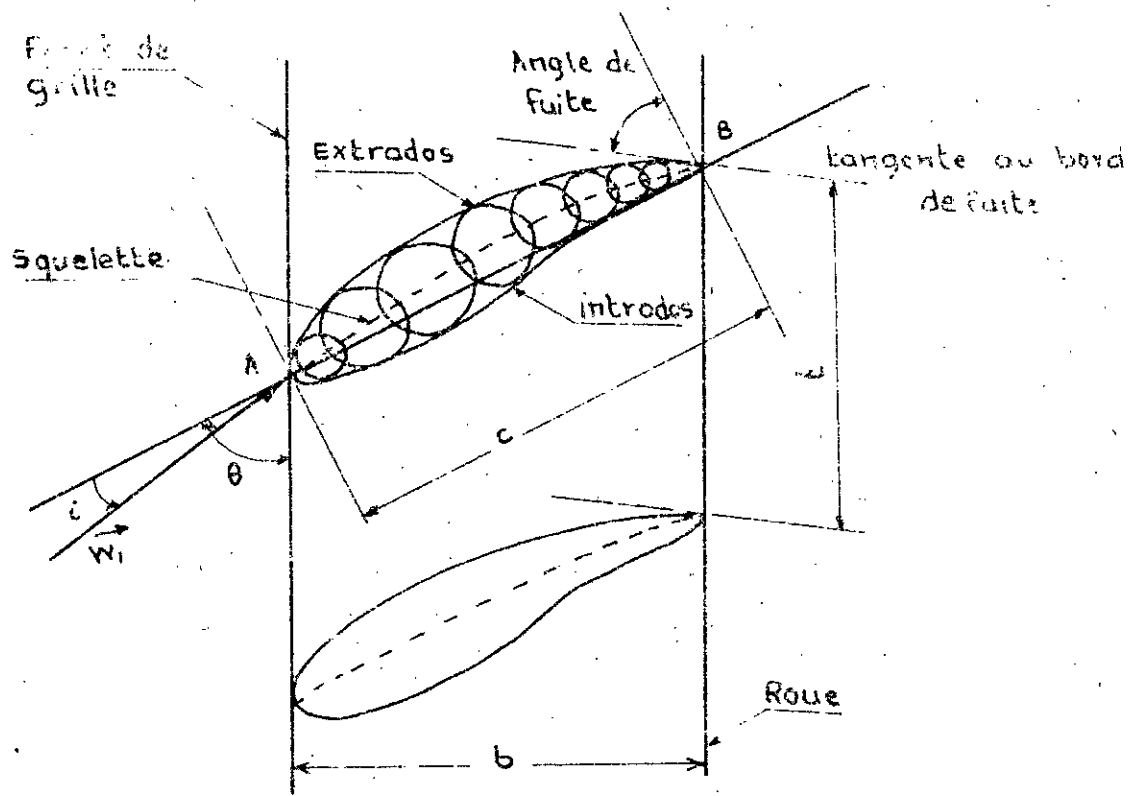


Fig (1) : Aube et grille d'aube



a. Grille plane parallèle



b. Grille cylindrique



c. Grille plane radiale



d. Pseudo-grille horique

Fig (2) : Différents types de grille d'aube

### III.3. RESULTANTE AERODYNAMIQUE - PORTANCE ET TRAINEE

Le torseur de force exercé par le fluide sur chaque élément de la surface de l'obstacle est équivalent à une force et à un couple. La résultante générale  $R$  de ce torseur peut être décomposée en deux composantes  $R_x$  et  $R_z$ , la première dans la direction de la vitesse appelé traînée ou résistance, la seconde perpendiculaire à la vitesse qu'on appelle portance.

### III.31. ORIGINE DE LA RESULTANTE AERODYNAMIQUE

La force résultante aérodynamique  $R$  est la somme des forces de :

- Surpression intrados
- Dépression extrados
- frottement sur le profil

### III.32. CARACTERISTIQUE DE LA RESULTANTE

- Son point d'application : centre de poussée
- Sa direction : oblique au filet d'air
- Sens : vers l'arrière de l'intrados
- Intensité :  $R = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_r$  (III-1)

La quantité  $(\frac{1}{2} \rho V^2)$  représente la pression dynamique.

$S$ : Surface de projection de l'aube sur le plan perpendiculaire à  $\vec{R}$  ( $S = c.h$ )

- $C_r$  : Coefficient. aérodynamique qui tient compte de :
- la forme du profil
  - l'état de surface du profil
  - l'incidence du profil

### III. 34. COMPOSANTES DE LA RESULTANTE

Comme on l'a déjà mentionné la résultante aérodynamique  $R$  a deux composantes  $R_x$  et  $R_z$  respectivement trainée et portance (Fig (3)) dont les caractéristiques seront reportées dans le tableau ci-dessous

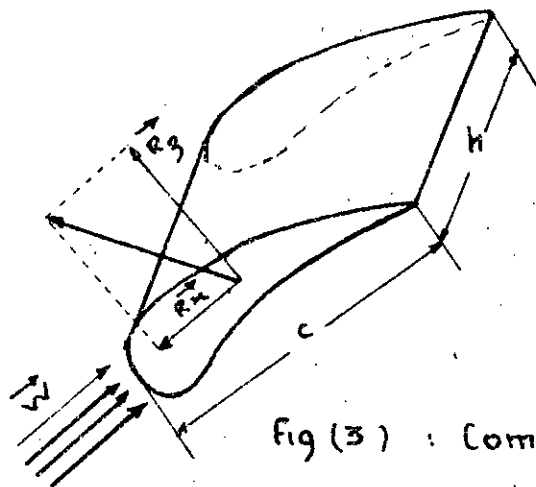


Fig (3) : Composantes de  $\vec{R}$

Caractéristique	Portance ( $R_z$ )	Trainée ( $R_x$ )
Point d'application	Centre de poussée	centre de poussée
Direction	Perpendiculaire à $\vec{W}$	Parallèle à $\vec{W}$
Sens	De l'intros vers l'extrados	Du bord d'attaque vers le bord de fuite
Intensité	$\frac{1}{2} \rho V^2 S \cdot C_z$ (III. 2)	$\frac{1}{2} \rho V^2 S C_x$ (III. 3)

On voit d'après ce tableau que dans les relations donnant l'intensité de la portance et de la trainée on fait intervenir deux coefficients aérodynamiques appelés respectivement coefficient de portance ( $C_z$ ) ; coefficient de trainée ( $C_x$ ) qui tiennent compte de :

- La forme de l'aube
- L'état de surface de l'aube
- L'incidence

### III - 35 - DETERMINATION DE LA PORTANCE ET DE LA TRAINÉE

La portance et la trainée ( $R_z$  et  $R_x$ ) sont déterminées en soufflerie par des dynamomètres.

En raisonnant sur les coefficients de trainée et de portance qui ne dépendent que de l'angle d'incidence on construit les courbes.

$$C_z = f_1(i) \quad \text{et} \quad C_x = f_2(i)$$

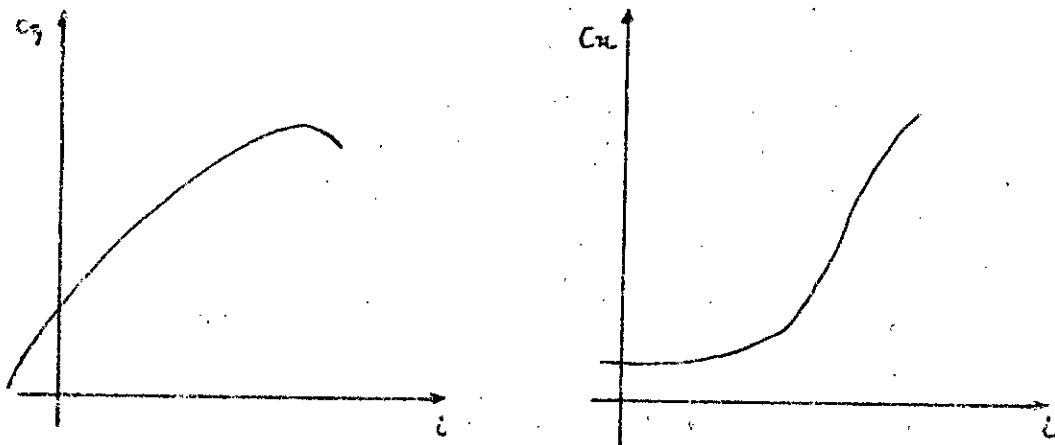


Fig (4) : trainée et portance en fonction de l'angle d'incidence

### III - 36 - MOMENT RESULTANT

Le moment résultant du torseur des forces exercées par le fluide sur l'obstacle par rapport à un axe donné s'écrit :

$$M_b = \frac{1}{2} C_m \rho S v^2 L \quad (\text{III} - 4)$$

$L$  : Dimension linéaire de l'obstacle  $L = h$

$C_m$  : Coefficient aérodynamique sans dimension appelé coefficient de moment qui tient compte de

- La forme du profil
- de l'incidence
- du nombre de mach.

### III - 37 - POLAIRE D AILE

Pour les applications pratiques il est commandé de représenter les variations des coefficients  $C_x$  et  $C_z$  en fonction de l'incidence  $i$  sur une courbe unique (fig (5)) en portant en abscisse les valeurs du coefficient  $C_x$  ou celle de  $C_m$  et en ordonnée les valeurs correspondantes des coefficients  $C_z$ , cette courbe appelée polaire est cotée en valeur de l'incidence  $i$  c'est à dire à chaque valeur de l'incidence  $i$  correspond un couple  $(C_x, C_z)$  ou  $(C_m, C_z)$

La droite qui joint l'origine à un point M de la polaire a une pente égale au rapport  $c_z/c_x$  appelé finesse du profil.

La finesse est maximale pour l'incidence correspondant au point de contact de la tangente menée par l'origine à la polaire du profil.

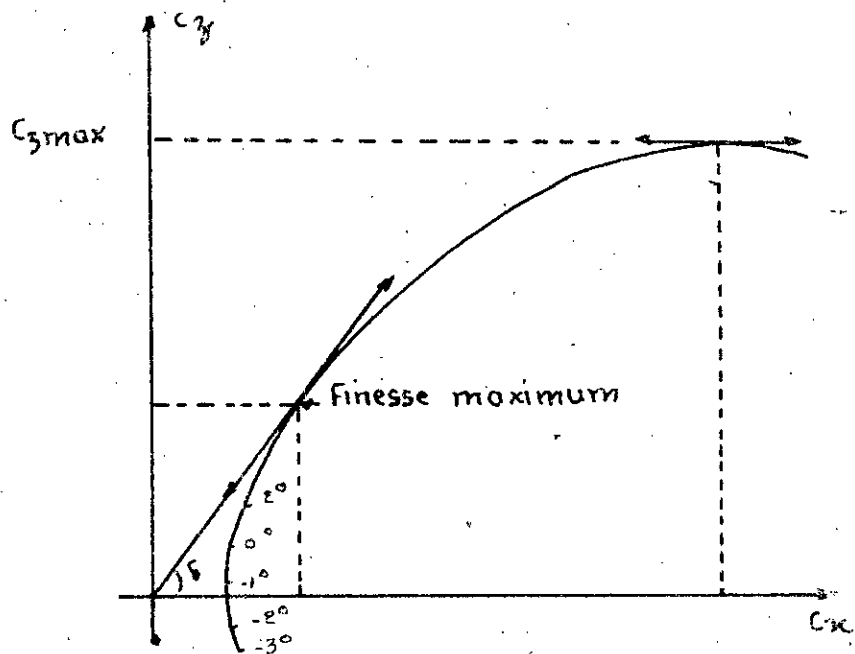


Fig (5) Polaire d'aile

## IV ANALYSE DE STRUCTURE DE LA TURBINE A GAZ

### IV.1. ETUDE DU COMPRESSEUR

Le compresseur que nous avons à étudier est du type centrifuge, il se compose essentiellement :

. D'une roue simple entraînée par une turbine axiale. La roue est usinée d'une pièce en alliage d'aluminium de forge, elle est montée emmanchée sur l'arbre du compresseur.

. D'un diffuseur à ailettes dans lequel est provoquée l'augmentation de pression et par suite ralentissement du fluide.

### IV.11. ETUDE DE LA ROUE

#### IV.111. MATERIAUX CONSTITUTIF

On choisit comme matériaux constitutif de la roue un alliage d'aluminium présentant une bonne résistance à la rupture, à la corrosion et est caractérisé par sa légèreté qui a pour effet de réduire l'effet d'inertie

La nuance du matériaux choisi est : AZ4GU [1]

Sa composition chimique est :

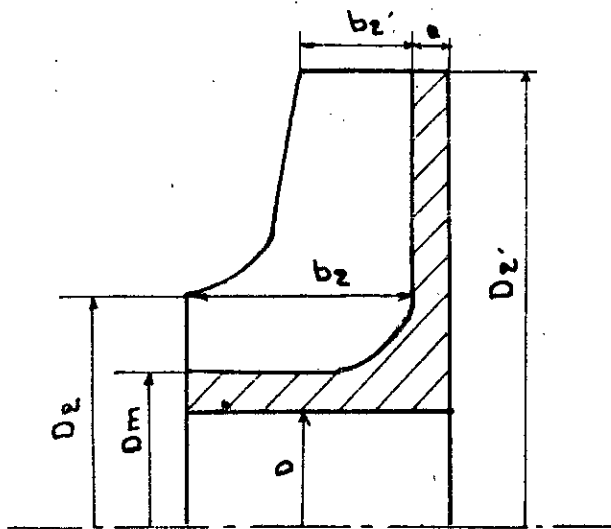
Fe . Si . Cu . Zn . Mg . Mn . Cr  
≤ 0.5 . ≤ 0.4 . ≤ 0.1 . 2.75 ÷ 3.5 . 1.5 ÷ 2.5 . 0.2 ÷ 0.7 . 0.1 ÷ 0.4 .

Sa masse volumique est :  $\rho = 2.75 \text{ g/cm}^3$

Ses caractéristiques mécaniques sont :

- Limite élastique :  $R_e = 43 \text{ daN/mm}^2$
- Charge de rupture :  $R_r = 50 \text{ daN/mm}^2$
- Allongement :  $A = 9 \%$
- Dureté Brinell :  $HB = 95$
- Module d'élasticité :  $E = 7200 \text{ kg/mm}^2$

#### IV. 112 . DIMENSIONNEMENT DE LA ROUE



$$D_2' = 161,1 \text{ mm}$$

$$D_2 = 89,5 \text{ mm}$$

$$D_m = 0,5 D_2 = 44,75$$

$$e = 3 \text{ mm}$$

Fig ( 1 ) : Roue du compresseur



#### IV.1121. CHOIX DU NOMBRE D'AUBES (Z)

Le nombre d'aube ne doit pas être très grand, une augmentation de celui-ci poserait des problèmes d'exécution notamment au raccordement avec la partie hélicoïdale de la roue et augmentera les pertes par frottement.

D'après [2]  $Z = (16 \div 26)$

Choisissons  $Z = 17$

#### IV.1122. DETERMINATION DU PAS A L'ENTREE DE LA ROUE ( $t_2$ )

$$t_2 = \frac{\pi D_2}{Z} = \frac{\pi \cdot 89,5}{17} \Rightarrow t_2 = 16,54 \text{ mm}$$

#### IV.1123. DETERMINATION DU PAS A LA SORTIE DE LA ROUE ( $t_2'$ )

$$t_2' = \frac{\pi D_2'}{Z} = \frac{\pi \cdot 161,1}{17} \Rightarrow t_2' = 29,77 \text{ mm}$$

#### IV.1124. CALCUL DE LA LARGEUR DE L'AUBE A LA BASE ( $b_2$ )

En appliquant l'équation de continuité pour un fluide compressible sur toute la section de passage,

Nous avons

$$\dot{m} = (\pi D_2 - Z e) b_2 \rho_2 c_2 \Rightarrow b_2 = \frac{\dot{m}}{(\pi D_2 - Z e) \cdot \rho_2 \cdot c_2} \quad (\text{IV-1})$$

$$b_2 = \frac{0.596}{(\pi \cdot 89,5 - 17,3) \cdot 10^{-3} \cdot 1,2046 \cdot 127,013} \Rightarrow b_2 = 16,92 \text{ mm}$$

#### IV. 1125. CALCUL DE LA LARGEUR DE L'AUBE A LA SORTIE ( $b_2'$ )

$$m = (\pi D_2' - z_e) \rho_2' \cdot w_2' b_2' \Rightarrow b_2' = \frac{\dot{m}}{(\pi D_2' - z_e) \rho_2' w_2'} \quad (\text{IV-2})$$

$\rho_2'$  : masse volumique du fluide a la sortie de la roue, on la considère comme étant égale à la moyenne des masses volumique d'entrée et de sortie du compresseur.

$$\rho_2' = \frac{\rho_2 + \rho_3}{2} = \frac{1,204 + 2,4953}{2} \Rightarrow \rho_2' = 1,85 \text{ kg/m}^3$$

D'où

$$b_2' = \frac{0.596}{(\pi \cdot 161,1 - 17,3) \cdot 10^{-3} \cdot 1,85 \cdot 127,013} \Rightarrow b_2' = 5,57 \text{ mm}$$

#### IV. 113. ETUDE DYNAMIQUE

Pendant son fonctionnement la roue est soumise à la force centrifuge due à la masse des aubes

#### IV. 1131. CALCUL DE LA FORCE CENTRIFUGE ( $F_c$ )

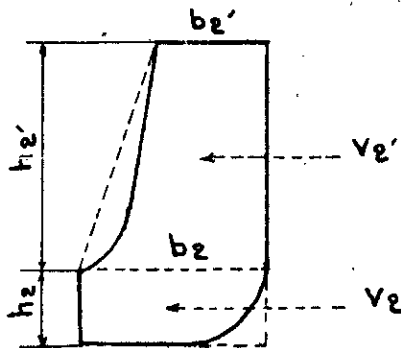
La force centrifuge est calculée à partir de la relation suivante :

$$F_c = m_o \omega^2 \cdot R_G \quad (\text{IV} - 3)$$

$m_o$  : masse d'une aube

$R_G$  : rayon du centre de gravité de l'aube

\* Estimation de la masse de l'aube ( $m_o$ )



$$h_{g'} = (D_{g'} - D_2) / 2 \Rightarrow h_{g'} = 35,8 \text{ mm}$$

$$h_2 = (D_2 - D_m) / 2 \Rightarrow h_2 = 22,375 \text{ mm}$$

fig (2) : Aube de la roue

$$m_o = \rho V_a = \rho (V_2 + V_{g'})$$

$$V_2 = h_2 \cdot b_2 \cdot e = 22,375 \cdot 16,92 \cdot 3 \Rightarrow V_2 = 1136 \text{ mm}^3$$

$$V_{g'} = h_{g'} \left( \frac{b_2 + b_{g'}}{2} \right) \cdot e = 35,8 \left( \frac{16,92 + 5,57}{2} \right) \cdot 3 \Rightarrow V_{g'} = 1208 \text{ mm}^3$$

$$m_o = 2,75 \cdot 10^3 (1136 + 1208) \cdot 10^{-9} \Rightarrow m_o = 0,0065 \text{ kg}$$

## \* Estimation du centre de gravité de l'aube

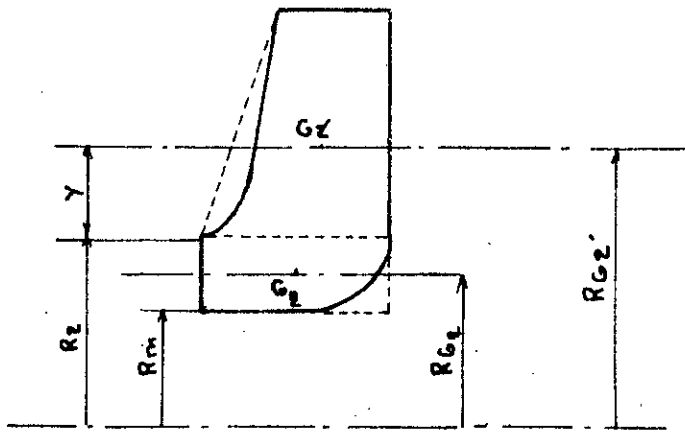


Fig (3): Centre de gravité de l'aube

$G_2$  : Centre de gravité du rectangle

$$R_{G_2} = R_m + h_2/2 \quad \rightarrow \quad R_{G_2} = 33,56 \text{ mm}$$

$G_2'$  : Centre de gravité du trapeze

$$R_{G_2'} = R_2 + y$$

$$y = \frac{b_2 + 2b_2'}{3(b_2 + b_2')} h_2' \Rightarrow y = 14,89 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad R_{G_2'} = 59,64 \text{ mm}$$

$G$  : Centre de gravité de l'ensemble

$$R_G = \frac{A_2 R_{G_2} + A_2' R_{G_2'}}{A_1 + A_2} \quad (\text{IV} - 4)$$

$$A_2 = h_2 \cdot b_2 \Rightarrow A_2 = 378,585 \text{ mm}^2$$

$$A_2' = h_2' \left( \frac{b_2 + b_2'}{2} \right) \Rightarrow A_2' = 420,571 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow R_G = 48,37 \text{ mm}$$

$$\text{D'où } F_c = 0,0065 \cdot (4710)^2 \cdot 48,37 \cdot 10^{-3} \quad \rightarrow \quad F_c = 6975 \text{ N}$$

## IV. 114. ETUDE DE LA RESISTANCE

## IV. 1141. CALCUL DE L'AUBE A LA RESISTANCE

Dans ce qui suit on cherchera à vérifier la condition de résistance suivante

$$\sigma_{tra} \leq \sigma_{adm} \quad (IV-5)$$

\* Contrainte de traction admissible

$$R_r = 50,031 \text{ daN/mm}^2$$

$$K = 1,4 \text{ (Coefficient de sécurité)}$$

$$\sigma_{adm} = R_r / K \quad \rightarrow \quad \sigma_{adm} = 35,7 \text{ daN/mm}^2$$

\* Calcul de la contrainte de traction

$$\sigma_{trac} = F_c / S \quad (IV-6)$$

S: Section soumise à la force centrifuge

$$S = b_2 \cdot e \quad \rightarrow \quad S = 50,76 \text{ mm}^2$$

$$\sigma_{trac} = \frac{697,5}{50,76} \quad \rightarrow \quad \sigma_{trac} = 13,74 \text{ DaN/mm}^2$$

$$\text{D ou } \sigma_{trac} < \sigma_{adm}$$

Donc la condition de traction est vérifiée

## IV.1142 - CALCUL DU DISQUE A LA TRACTION

Pendant le fonctionnement, le disque est soumis a une contrainte de traction idéale ayant deux composantes l'une radiale  $\sigma_r$  et l'autre tangentielle ( $\sigma_t$ )

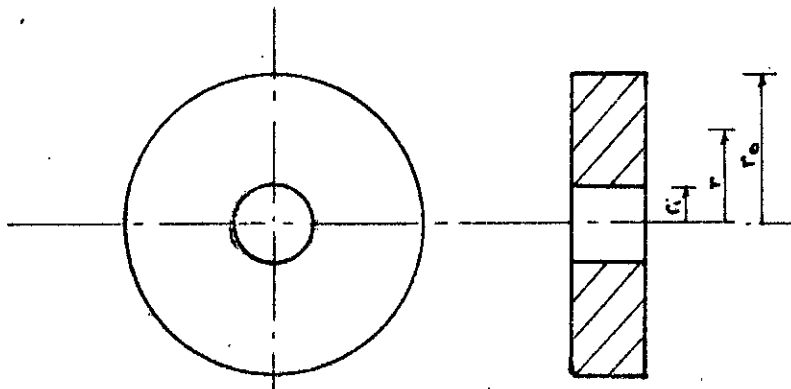


fig (4) disque du compresseur.

Les deux composantes  $\sigma_r$  et  $\sigma_t$  a un rayon  $r$  du disque sont exprimées par : [3]

$$\sigma_r = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 \left( r_i^2 + r_o^2 - \frac{r_i^2 r_o^2}{r^2} - r^2 \right) \quad (\text{IV-7})$$

$$\sigma_t = \frac{3+\nu}{8} \rho \omega^2 \left( r_i^2 + r_o^2 + \frac{r_i^2 r_o^2}{r^2} - \frac{1+3\nu}{3+\nu} r^2 \right) \quad (\text{IV-8})$$

$r_o$ : rayon extérieur  $r_o = D_2/2 \Rightarrow r_o = 80,55 \text{ mm}$

$r_i$ : rayon intérieur estimé  $r_i = 20 \text{ mm}$

Dans ce qui suit on fera un calcul de contraintes à la peripherie du disque

Dans ce cas on a  $r = r_0$  et les contraintes sont:

$$\sigma_r = 0$$

$$\sigma_t = \frac{3+\nu}{4} \rho \omega^2 \left( r_0^2 + \frac{1-\nu}{3+\nu} r_i^2 \right)$$

$\nu$ : coefficient de poisson :  $\nu = 0,3$

$$\sigma_t = \frac{3+0,3}{4} \cdot 2,75 \cdot 10^3 (4710)^2 \left( 80,5r^2 + \frac{1-0,3}{3+0,3} \cdot 20^2 \right) \cdot 10^{-6} \Rightarrow \sigma_t = 33,09 \text{ daN/mm}^2$$

La contrainte ideale est

$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2} = \sigma_t \Rightarrow \sigma_i < \sigma_{adm} \quad (IV-9)$$

Donc la condition de resistance du disque est verifiee

#### IV.12. ETUDE DU DIFFUSEUR

Le diffuseur a pour but d'effectuer la transformation de l'énergie cinétique contenue dans le fluide sortant de la roue en énergie de pression (potentiel)

L'écoulement du fluide à travers le diffuseur se fait suivant la loi :

$$r_{Cu} = cts \quad (m^2/s) \quad (IV-10)$$

Dans ce qui suit on se propose d'étudier un diffuseur à ailettes.

La constante :  $r_{Cu} = C_e' C_{eU}' = 0,08055 \cdot 379,544$

Donc :  $r_{Cu} = 30,572 \text{ m}^2/s$

#### IV.121. MATERIAUX CONSTITUTIF

Nous considérons que le diffuseur est constitué du même matériaux que celui de la roue c'est à dire l'alliage d'aluminium (AZ4GU)

#### IV.122. L'ARGEUR DU DIFFUSEUR

On augmente normalement la largeur du canal du diffuseur de  $[5 \pm 10]\%$  [2]. Cette augmentation est d'ailleurs nécessaire pour éviter qu'aux parois latérales du diffuseur de se trouver dans la voie du fluide de la roue dans le cas d'un petit déplacement axial du mobile.



Soit les largeurs d'entrée et de sortie du diffuseur

$$b_3' = b_4' = 1,1 b_2' \quad \Rightarrow \quad b_3' = b_4' = 6,187 \text{ mm}$$

#### IV. 32. DIRECTION DE LA VITESSE DU FLUIDE A L'ENTREE DU DIFFUSEUR

La tête des ailes du diffuseur doit être adaptée à la direction du courant à l'entrée.

Donc

$$\alpha_3' = \alpha_2' = 19,66^\circ$$

#### IV. 124. CALCUL DU DIAMETRE D'ENTREE DU DIFFUSEUR ( $D_3'$ )

Nous avons d'après [2]  $D_3' = [1,05 \div 1,1] D_2$

$$\text{Soit : } D_3' = 1,06 D_2 \quad \Rightarrow \quad D_3' = 17,076 \text{ cm}$$

#### IV. 125. CALCUL DU DIAMETRE DE SORTIE DU DIFFUSEUR ( $D_4'$ )

Nous avons d'après [2]  $D_4' = 1,5 D_2'$

$$D_4' = 24,165 \text{ cm}$$

#### IV. 126. VITESSE ABSOLUE A L'ENTREE DU DIFFUSEUR ( $C_3$ )

En appliquant la loi :  $r_2' c_{2u}' = r_3' c_{3u}'$

$$C_{3u} = C_{2u} \cdot \frac{r_2'}{r_3'} = \frac{30,572}{17,076 \cdot 10^{-2} / 2} \Rightarrow C_{3u} = 358,073 \text{ m/s}$$

On a :

$$C_3' = C_{3u} / \cos \alpha_3' \Rightarrow C_3' = 389,25 \text{ m/s}$$

La composante radiale de la vitesse d'entrée

$$C_{3r}' = C_3' \sin \alpha_3' \Rightarrow C_{3r}' = 127,961 \text{ m/s}$$

#### IV. 127. CALCUL DU PAS DES AUBES DU DIFFUSEUR A L'ENTREE

fixons au préalable un nombre d'ailes du diffuseur ( $Z_d$ )  
d'après [2]  $Z_d = [7 + 15]$

De plus  $Z_d$  est choisi en sorte qu'il n'y ait pas de facteur commun avec le nombre d'ailes de la roue

Soit  $Z_d = 9$

$$\text{D'où } t_3' = \frac{\pi D_3'}{Z_d} \Rightarrow t_3' = 5,96 \text{ cm}$$

#### IV. 127. PAS DES AUBES A LA SORTIE DU DIFFUSEUR ( $t_4'$ )

$$t_4' = \frac{\pi D_4'}{Z_d} \Rightarrow t_4' = 8,43 \text{ cm}$$

#### IV - 128 . VITESSE MOYENNE AU COL DU DIFFUSEUR ( $C_{3m}$ )

D'après [ 2 ]  $C_{3m} = [ 0,75 + 0,85 ] C_3'$

$$\text{Soit } C_{3m} = 0,8 C_3' \Rightarrow C_{3m} = 304,2 \text{ m/s}$$

#### IV - 129 . HAUTEUR A L'ENTREE DU DIFFUSEUR ( $h_3$ )

Pour obtenir la hauteur  $h_3$  on utilise l'équation de conservation de masse.

$$\dot{m} = C_{3m} \cdot Z_d \cdot h_3' \cdot b_3' \cdot \rho \quad (\text{IV} - 11)$$

$$h_3' = \dot{m} / Z_d \cdot C_{3m} \cdot b_3' \cdot \rho \Rightarrow h_3' = 18,27 \text{ mm}$$

#### IV - 129 . HAUTEUR A LA SORTIE DU DIFFUSEUR ( $h_4$ )

La hauteur à la sortie du diffuseur ( $h_4$ ) est déterminée à partir d'une construction géométrique, Fig (6)

La divergence  $\alpha$  du canal suivant  $h_3$  ne doit pas dépasser  $(5^\circ \div 8^\circ)$  [ 2 ]

D'où

$$\text{tg } \alpha = a/L$$

$$h_4' = h_3' + 2a$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{tg } \alpha = a/L \\ h_4' = h_3' + 2a \end{array} \right\} \Rightarrow h_4' = h_3' + 2L \text{ tg } \alpha$$

$$\text{Soit } \alpha = 5^\circ$$

Pour déterminer la valeur de  $h_u$ , on doit estimer une valeur de la longueur  $L$

$$\text{Soit } L = 70 \text{ mm}$$

$$\text{O ou, } h_u' = 18,27 + 2,70 \operatorname{tg} 5^\circ \Rightarrow h_u' = 30,52 \text{ mm}$$

#### IV. 1210. ANGLE DE SORTIE ( $\alpha_4'$ )

L'angle de sortie est estimé :

$$\alpha_4' = \alpha_3' - (2^\circ + 4^\circ) \quad [2]$$

$$\text{Soit } \alpha_4' = \alpha_3' - 2^\circ \Rightarrow \alpha_4' = 17,665^\circ$$

#### IV. 1211. VITESSE ABSOLUE A LA SORTIE DU DIFFUSEUR ( $C_4'$ )

Sachant que:  $r_{cu} = r_4' \cdot \omega_4' = 30,572 \text{ m}^2/\text{s}$

$$C_{4u} = \frac{r_{cu}}{r_4'} = \frac{30,572 \cdot 2}{24,165 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow C_{4u} = 253,03 \text{ m/s}$$

Et:

$$C_4' = \frac{C_{4u}}{\cos \alpha_4'} \Rightarrow C_4' = 265,55 \text{ m/s}$$

La composante radiale de la vitesse de sortie est:

$$C_{4r} = C_4' \sin \alpha_4 \Rightarrow C_{4r} = 80,85 \text{ m/s}$$

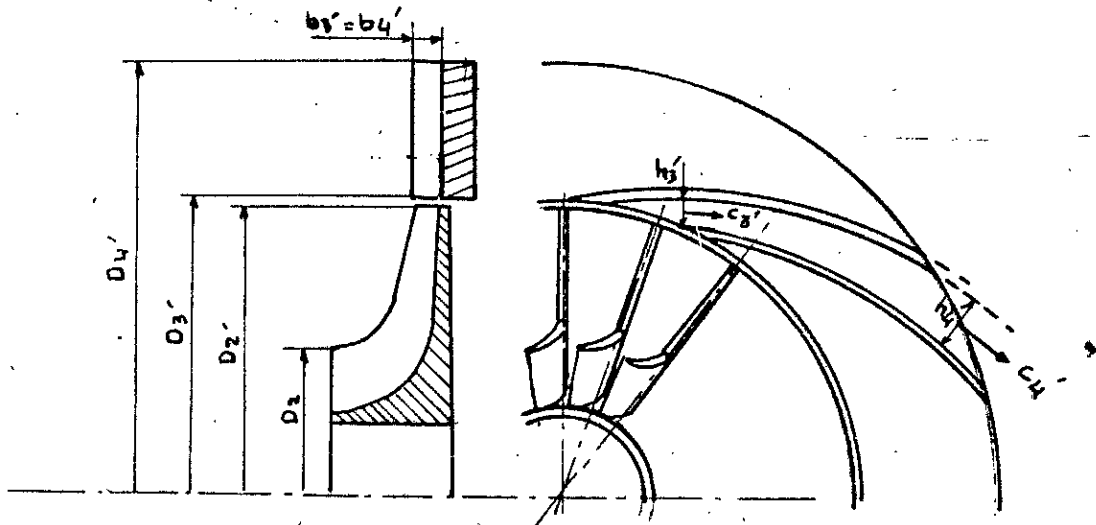


Fig ( 5 ) : Roue et diffuseur du compresseur radial

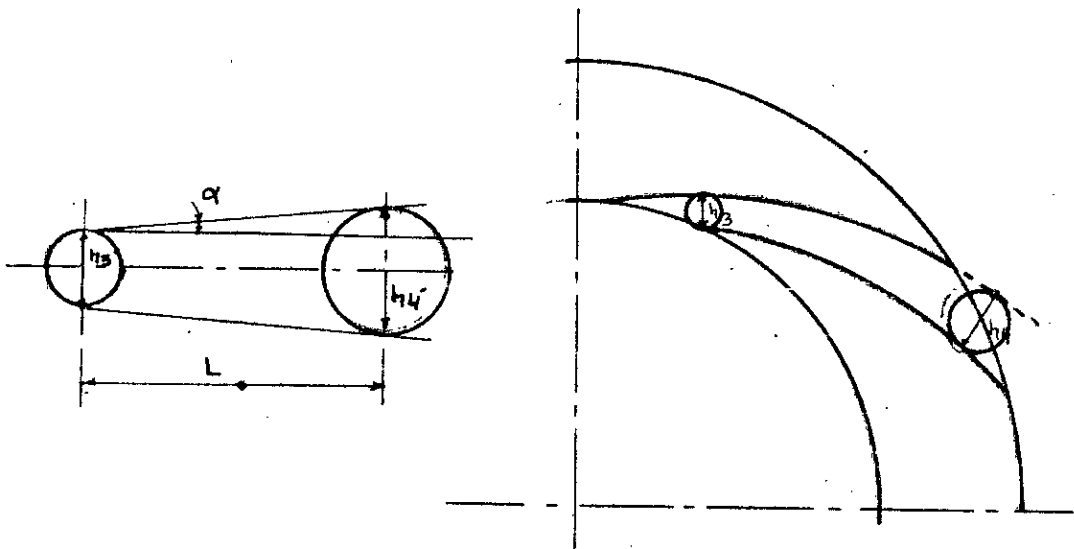


Fig: ( 6 ) :

## IV. 2. ETUDE DE LA TURBINE

La turbine à étudier est constituée d'un seul étage à réaction, elle se compose essentiellement : (fig 1)

\* D'un distributeur fixe composé de tuyères

Transforme une partie de l'énergie de pression en énergie cinétique

\* D'une roue à ailettes

Transforme l'autre partie de l'énergie de pression en énergie cinétique qui se transforme avec la première quantité en énergie mécanique

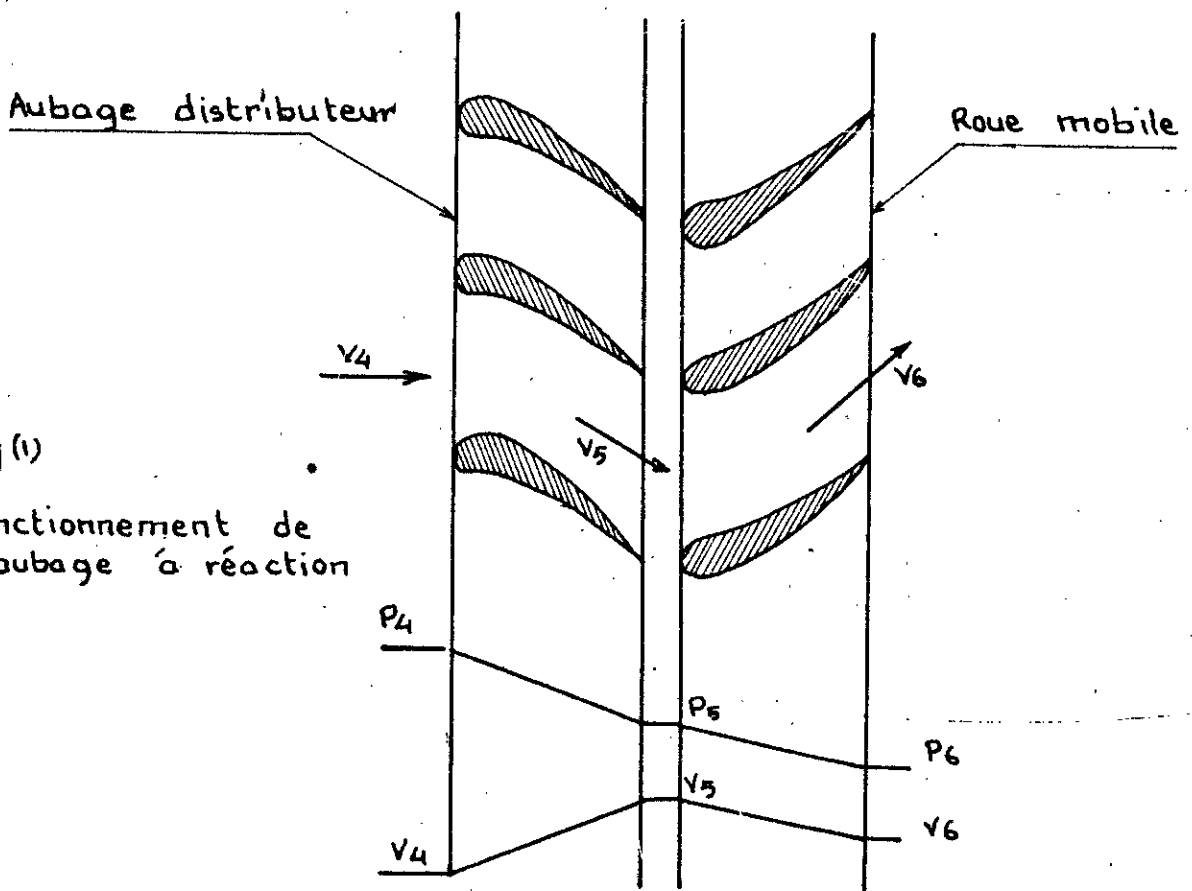


fig (1)

fonctionnement de l'aubage à réaction

## IV.21. ETUDE DES AUBES DU DISTRIBUTEUR

### IV.211. MATERIAUX CONSTITUTIF

Comme on l'a déjà mentionné les aubes du distributeur ne sont pas soumises à des efforts centrifuge mais à des températures très élevées. On doit donc choisir un matériaux devant présenter une bonne résistance à la chaleur

Soit le matériaux choisit suivant :

Acier à 14% de chrome de nuance

Z20C14 (0,2% de carbone, 14% de chrome) [4]

Sa masse volumique est :  $\rho = 7,8 \text{ kg/dm}^3$

Ses caractéristiques mécanique sont :

• Résistance à la rupture :  $R_r = 70 \text{ daN/mm}^2$

• limite élastique :  $R_e = 40 \text{ daN/mm}^2$

• Dureté Brinell :  $HB = 170$

## IV.212. DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES

### IV.2121. FORME DE LA TUYERE

Pour déterminer la forme de la tuyère on compare la pression statique au col ( $P_c$ ) à celle de sortie de la tuyère dans la détente ( $P_s$ )

$$P_5 = 1.3881 \text{ bar}$$

$$P_c = 1.17319 \text{ bar} \quad \left. \vphantom{P_5} \right\} \Rightarrow P_5 > P_c$$

D'après le théorème d'Hugoniot [5] la tuyère est du type convergente sans col. fig(2)

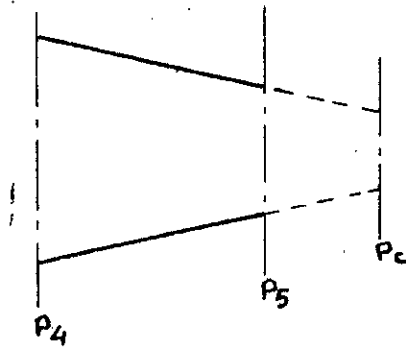


Fig (2) : distributeur convergent

#### IV. 2122. DIMENSIONNEMENT DE LA TUYERE

#### IV. 21221. DETERMINATION DE LA HAUTEUR RADIAL ( $h_i$ )

La hauteur radiale  $h_i$  est donnée par la relation suivante :

$$h_i = h'_i - j' \quad \text{avec} \quad j' = kj \quad [5] \quad (\text{IV}-1)$$

$h'_i$  : hauteur théorique de l'aube

$j$  : jeu radial de fonctionnement (causant des pertes)

$$j = [0,5 \div 5] \text{ mm}$$

$k$  : coefficient de correction fonction de  $\alpha_5$  ou  $\beta_6$

$k$  est obtenu à partir de la fig (4)



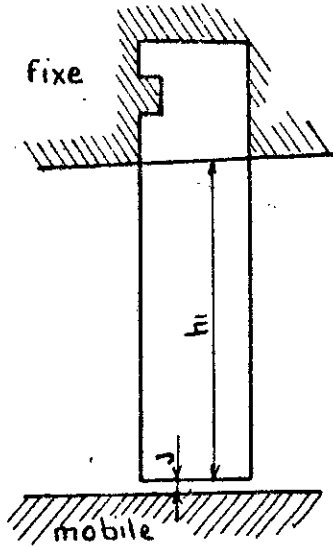


Fig (3) : Aube de distributeur

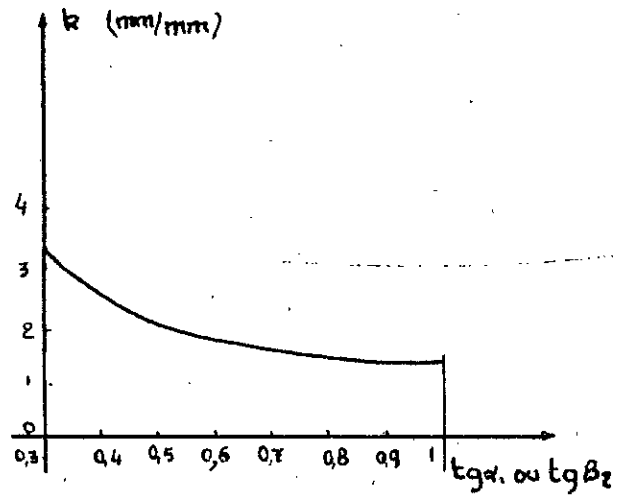


Fig (4)

Soit  $j = 0,5$   
 $\text{tg} \alpha'_5 = 0,648 \Rightarrow k = 1,6$  }  $\rightarrow j' = 0,8$

\* Calcul de  $h'_i$  :

Le debit massique s'écrit

$$\dot{m} = \rho_5 \cdot S_5 \cdot C_5 \quad (1)$$

$$S_5 = h'_i \cdot L \cdot k_1 \cdot \sin \alpha_5 \quad (2)$$

$k_1$  : coefficient d'obstruction  $k_1 \in [0,85 \div 0,93]$  [5]

$L$  : arc d'injection (pour une injection totale  $L = \pi D$ ) (3)

Choisissons  $k_1 = 0,85$

Des relations (1), (2) et (3) on obtient

$$h'_i = \frac{\dot{m}}{\pi D k_1 \rho_5 C_5 \sin \alpha_5} \quad (IV - 2)$$

$$h_i = \frac{0,604}{\pi \cdot 0,1512 \cdot 0,85 \cdot 0,42 \cdot 551,985 \cdot \sin 32,955} \rightarrow h_i = 11,862 \text{ mm}$$

$$D \text{ ou } h_i = 11,862 - 0,8 \Rightarrow h_i = 11,062 \text{ mm}$$

$h_i$  est une valeur acceptable car  $h_i > 10 \text{ mm}$  [5]

#### IV. 21222. DETERMINATION DE LA GRILLE D'AUBES

Le profil d'aube nous permettant de réaliser

$\alpha_4 = 90^\circ$  et  $\alpha_5 = 32,955$  est le suivant : Fig (5)

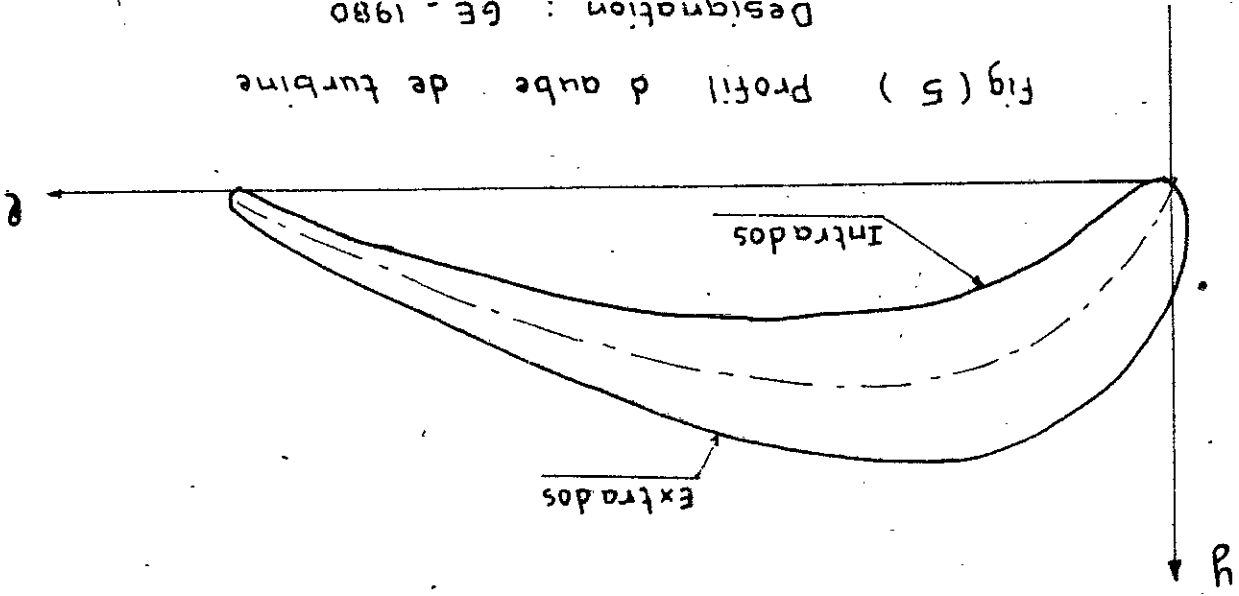
Désignation du profil : GE-1980 (Général-électric)

Tableau des valeurs pour le tracé de l'aube

l %	Yint % del	Yext % del
-2,4	—	5,6
0	0	0
4	1,2	19,2
8	4	23,2
12	7,2	26
16	9,6	28
20	11,18	29,2
24	12,16	29,68
28	13,52	29,6
32	13,76	29,44
36	13,84	28,8
40	14	28
44	14,4	27,2
48	13,84	26,08

52	13,6	24,8
56	13,12	23,28
60	12,4	21,6
64	11,6	20
68	10,8	18,4
72	9,76	16,72
76	8,76	14,72
80	7,2	12,72
84	6,24	10,4
88	4,8	8,72
92	3,16	6,4
96	1,6	4
100	—	—

Fig (5) Profil d aube de turbine  
Designation : GE-1980



#### IV. 212222 - DETERMINATION DU PAS RELATIF OPTIMAL

Le pas relatif optimal est la valeur du rapport  $t/b$  (Pas / Profondeur) pour laquelle les pertes pendant l'écoulement sont minimiser

D'après Zweifel [6] le pas relatif optimal est déterminé à partir de la relation du coefficient tangentiel  $C_T$  et qui s'écrit :

$$C_T = \frac{2t}{b} (\operatorname{tg} \alpha'_1 + \operatorname{tg} \alpha'_0) \cos^2 \alpha'_1 = 0,8 \quad (\text{IV} - 3)$$

$$\text{Avec } \left. \begin{array}{l} \alpha'_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha_4 \\ \alpha'_1 = \frac{\pi}{2} - \alpha_5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \alpha'_0 = 0 \\ \alpha'_1 = 57,045^\circ \end{array}$$

ou

$$C_T = \frac{2t}{b} (\operatorname{tg} 57,045 + \operatorname{tg} 0) \cos^2 57,045 = 0,8 \Rightarrow \frac{t}{b} = 0,876$$

#### IV. 212223 - CHOIX DE LA CORDE

Nous choisirons arbitrairement la dimension de la corde :

Soit  $c = 30 \text{ mm}$ .

#### IV. 212224. DETERMINATION DE L'ANGLE DE CALAGE ( $\theta$ )

L'angle de calage sera déterminé par construction géométrique c'est à dire nous plaçons notre profil d'aube de manière à nous assurer les angles  $\alpha_4$  et  $\alpha_5$ .

On obtient:  $\theta = 58^\circ$

#### IV. 212225. CALCUL DE LA PROFONDEUR ( $b$ )

La profondeur de la grille d'aube voir fig (6) est donnée par la relation.

$$b = c \sin \theta \quad \Rightarrow \quad b = 25,44 \text{ mm}$$

#### IV. 212226. CALCUL DU PAS CORRESPONDANT

$$t = b \cdot 0,876 \quad \Rightarrow \quad t = 22,28 \text{ mm}$$

#### IV. 212227. CALCUL DU NOMBRE D'AUBES CORRESPONDANT

$$z = \frac{\pi D}{t} \quad \Rightarrow \quad z = 21,32$$

#### IV. 212228. ADOPTION D'UN NOMBRE D'AUBE

Soit  $z = 21$

#### IV. 212229. PAS CORRESPONDANT

$$t = \frac{\pi D}{z} \quad \Rightarrow \quad t = 22,62 \text{ mm}$$

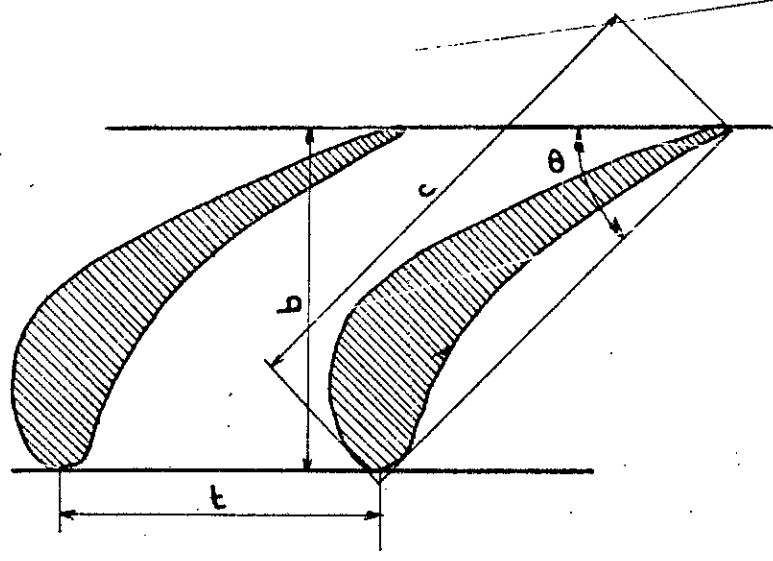


Fig (6) : grille d'aube du distributeur

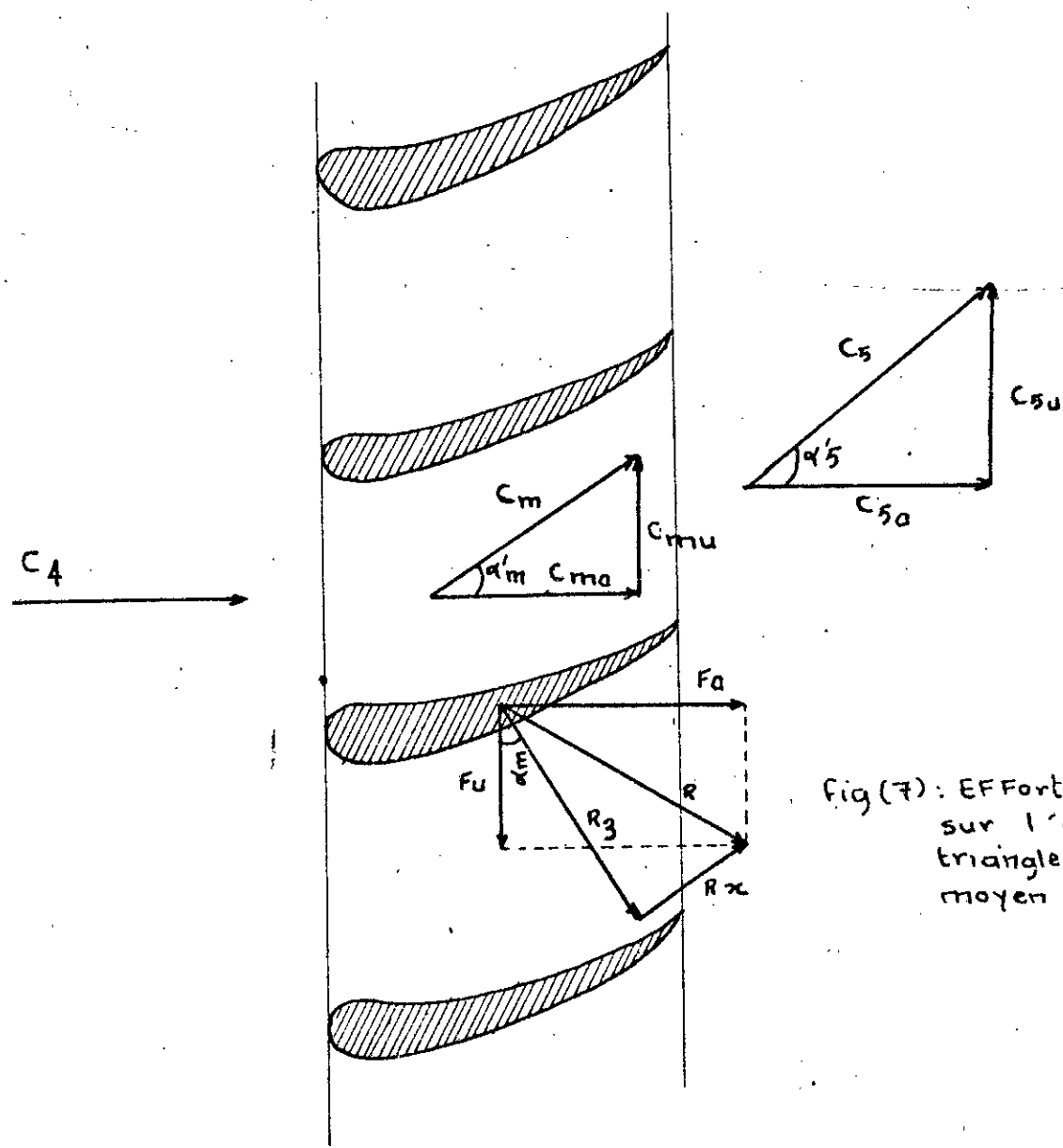


Fig (7) : Efforts exercée sur l'aube et triangle de vitesse moyen

#### IV. 213. SOLlicitATION DES AILETTES DU DISTRIBUTEUR

Les ailettes du distributeur sont soumises à des efforts du au jet du fluide (voir fig (7))

Pour le calcul de ces efforts on définira d'abord un triangle de vitesse moyen telque.

$$C_{ma} = (C_{a5} + C_{a4})/2 \quad \text{Vitesse axiale moyenne}$$

$$C_{mu} = (C_{u5} - C_{u4})/2 \quad \text{Vitesse tangentielle moyenne}$$

$$C_m = \sqrt{C_{ma}^2 + C_{mu}^2}$$

$$\tan \alpha'_m = C_{mu} / C_{ma}$$

#### IV. 2131. CALCUL DU TRIANGLE DE VITESSE MOYEN

Pendant l'écoulement dans le distributeur, la vitesse axiale est conservée  $C_{am} = C_{a5} = C_{a4} = C_a$

$$C_{am} = 300,275 \text{ m/s}$$

$$C_{mu} = \frac{C_{u5}}{2} = 231,572 \text{ m/s}$$

$$\left. \begin{array}{l} C_{am} = 300,275 \text{ m/s} \\ C_{mu} = 231,572 \text{ m/s} \end{array} \right\} \Rightarrow C_m = 379,197 \text{ m/s}$$

$$\tan \alpha'_m = \frac{C_{mu}}{C_{ma}} = 0,7712 \quad \Rightarrow \quad \alpha'_m = 37,64^\circ$$

#### IV. 2132. CALCUL DE LA MASSE VOLUMIQUE ( $\rho_m$ )

La masse volumique  $\rho_m$  correspondant à la vitesse moyenne  $C_m$  est donnée par :

$$\rho_m = \rho_4 \left( \frac{T_m}{T_4} \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (\text{IV-3})$$

Déterminons  $T_m$ .

En négligeant les pertes, la variation d'enthalpie totale le long de la tuyère est nulle.

$$\Delta H_t = (H_4 + \frac{1}{2} C_4^2) - (H_m + \frac{1}{2} C_m^2) = 0 \quad (\text{IV-4})$$

$$\Rightarrow T_4 - T_m + \frac{1}{2c_p} (C_4^2 - C_m^2) = 0$$

$$\Rightarrow T_m = T_4 + \frac{1}{2c_p} (C_4^2 - C_m^2)$$

$$T_m = 859,817 + \frac{1}{2 \cdot 1282,031} (300,275^2 - 379,197^2) \Rightarrow T_m = 838,902 \text{ K}$$

$$\rho_m = 0,758 (838,902 / 859,817)^{\frac{1}{0,29}} \Rightarrow \rho_m = 0,6962 \text{ kg/m}^3$$

#### IV. 2133. CALCUL DE LA SECTION DE PASSAGE ( $S_m$ )

La section de passage  $S_m$  est déterminée d'après l'équation de débit :

$$\dot{m} = \rho_m \cdot Z \cdot S_m \cdot C_m \cos \alpha'_m \Rightarrow S_m = \dot{m} / (\rho_m \cdot Z \cdot C_m \cos \alpha'_m) \quad (\text{IV-5})$$

$$S_m = 0,604 / (0,6962 \cdot 21 \cdot 379,197 \cos 37,639) \Rightarrow S_m = 1,3758 \text{ cm}^2$$



#### IV. 2134. CALCUL DE LA FORCE TANGENTIELLE ( $F_u$ )

La force tangentielle exercée sur l'ailette est calculée à partir de la relation suivante [6]

$$F_u = \rho_m \cdot C_{am} \cdot S_m (C_{u5} - C_{u4}) \quad (\text{IV-6})$$

$$= 0,6962 \cdot 300,275 \cdot 1,3758 \cdot 10^{-4} (463,144 - 0) \rightarrow F_u = 13,32 \text{ N}$$

#### IV. 2135. CALCUL DE LA FORCE AXIALE

La force axiale exercée sur chaque ailette est: [6]

$$F_a = (P_4 - P_5) \cdot S_m + \rho_m \cdot S_m \cdot (C_{a4} - C_{a5}) \quad (\text{IV-7})$$

$P_4$  et  $P_5$  sont respectivement les pressions statique aux points 4 et 5 (entrée et sortie du distributeur)

$$C_{a4} = C_{a5} \Rightarrow F_a = (P_4 - P_5) S_m$$

$$F_a = (2,1888 - 1,3882) \cdot 10^5 \cdot 1,3758 \cdot 10^{-4} \Rightarrow F_a = 11,01 \text{ N}$$

#### IV. 2136. DETERMINATION DE LA PORTANCE

La portance ( $R_3$ ) comme le montre la fig (7) est perpendiculaire à la vitesse moyenne  $C_m$ , elle est donnée par: [6]

$$R_3 = F_u \cos \alpha_m + F_a \sin \alpha_m \Rightarrow R_3 = 17,27 \text{ N} \quad (\text{IV-8})$$

## IV. 2137. DETERMINATION DE LA TRAINEE

La traînée est parallèle à  $C_m$  est a pour valeur:

$$R_x = F_a \cos \alpha_m - F_u \sin \alpha_m \quad (\text{IV-9})$$

$$= 11,01 \cos 37,639 - 13,32 \sin 37,639 \Rightarrow R_x = 0,58 \text{ N}$$

IV. 2138. CALCUL DU COEFFICIENT DU PORTANCE ( $C_z$ )

On a :

$$R_z = \frac{1}{2} \rho_m \cdot S \cdot C_m^2 C_z \Rightarrow C_z = \frac{2 \cdot R_z}{\rho_m \cdot S \cdot C_m^2} \quad (\text{IV-10})$$

$$S = c \cdot h, \Rightarrow S = 331,8 \text{ mm}^2 \quad (c : \text{corde de l'aube})$$

$$C_z = 217,27 / 0,6962 \cdot 331,8 \cdot 10^{-6} \cdot (379,197)^2 \Rightarrow C_z = 1,04$$

IV. 2139. CALCUL DU COEFFICIENT DE TRAINEE ( $C_x$ )

On a :

$$R_x = \frac{1}{2} \rho_m \cdot S \cdot C_m^2 C_x \Rightarrow C_x = \frac{2 R_x}{\rho_m \cdot S \cdot C_m^2} \quad (\text{IV-11})$$

$$C_x = 2 \cdot 0,58 / 0,6962 \cdot 331,8 \cdot 10^{-6} \cdot (379,197)^2 \Rightarrow C_x = 0,03$$

## IV. 22 - ETUDE DE LA ROUE

## IV. 221. ETUDE DES AILETTES

## IV. 2211. MATERIAUX CONSTITUTIF

Les ailettes de la roue sont soumises à des températures élevées et des contraintes de traction dues aux efforts centrifuge d'ou le choix d'un matériaux résistant aussi bien à la chaleur qu'à la traction ;

Nous choisirons pour les ailettes, comme matériaux le NIMONIC 100. [4]

Le NIMONIC 100 est un super alliage à base de nickel présentant une bonne résistance au fluage

Sa composition chimique est :

- C	- Cr	- Co	- Al	- Ti	- Mo	- Fe	
- 0,30	- 11,0	- 20,0	- 5,0	- 1,5	- 5,0	- 2	%

Sa masse volumique est,  $\rho = 8,04 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

Ses caractéristiques mécanique sont :

- Résistance à la rupture	$R_r = 20,4 \text{ daN/mm}^2$
- Module d'élasticité	$E = 20\,000 \text{ daN/mm}^2$

## IV.2212. DIMENSIONNEMENT DES AILETTES

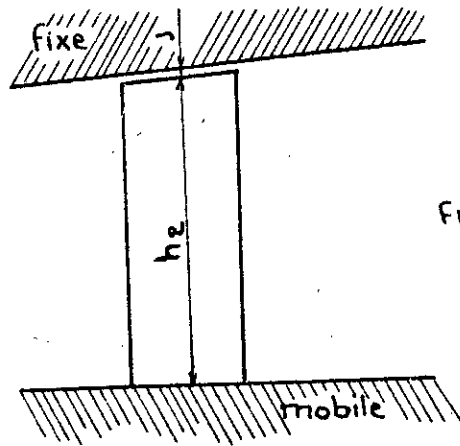
IV.22121. CALCUL DE LA HAUTEUR RADIALE ( $h_2$ )

Fig: (8): Aube de la roue

La hauteur radiale  $h_2$  est donnée par.

$$h_2 = h_2' - j'$$

$$h_2' = m / \pi \cdot k_2 \cdot \rho_6 \cdot w_6 \cdot \sin \beta_6$$

$k_2$ : coefficient d'obstruction, soit  $k_2 = 0,85$

$$j' = 0,8$$

$$h_2' = \frac{0,604}{\pi \cdot 0,1512 \cdot 0,85 \cdot 0,3584 \cdot 551,985 \cdot \sin 32,955} \Rightarrow h_2' = 13,9 \text{ mm}$$

$$\text{D'où } h_2 = 13,9 - 0,8 \Rightarrow h_2 = 13,1 \text{ mm}$$

Valeur satisfaisante car  $h_2 > 10 \text{ mm}$  [5]

#### IV.22122 - DETERMINATION DE LA GRILLE D AUBE

Nous utiliserons le même profil d'aube que celui du distributeur, nous changerons uniquement le calage de façon à obtenir les angles désirés.

Le tracé de l'aube sera effectué à l'échelle en se référant au tableau de valeurs qui est donné à la page (36)

#### IV.221221 - CHOIX DE LA CORDE

La corde est choisie arbitrairement :

$$\text{Soit } c = 25 \text{ mm}$$

#### IV.221222 - DETERMINATION DE L ANGLE DE CALAGE ( $\theta$ )

Comme pour le distributeur l'angle de calage sera déterminé par construction géométrique (voir Fig (9) )

$$\text{Nous obtenons } \theta = 60^\circ$$

#### IV.221223 - CALCUL DE LA PROFONDEUR (b)

$$b = c \sin \theta \quad \Rightarrow \quad b = 21,65$$

## IV. 221224. CALCUL DU PAS

Nous avons d'après [7]

$$\frac{t}{b} = 0,64 \quad \Rightarrow \quad t = 13,86 \text{ mm.}$$

## IV. 221225. CALCUL DU NOMBRE D'AUBE

$$z = \frac{\pi D}{t} \quad \Rightarrow \quad z = 34,28$$

## IV. 221226. ADOPTION D'UN NOMBRE D'AUBE

Soit  $z = 35$

## IV. 221227. CALCUL DU PAS CORRESPONDANT

$$t = \frac{\pi D}{z} \quad \Rightarrow \quad t = 13,57 \text{ mm.}$$

D ou le pas relatif.

$$\frac{t}{b} = \frac{13,57}{21,65} \quad \Rightarrow \quad \frac{t}{b} = 0,63$$

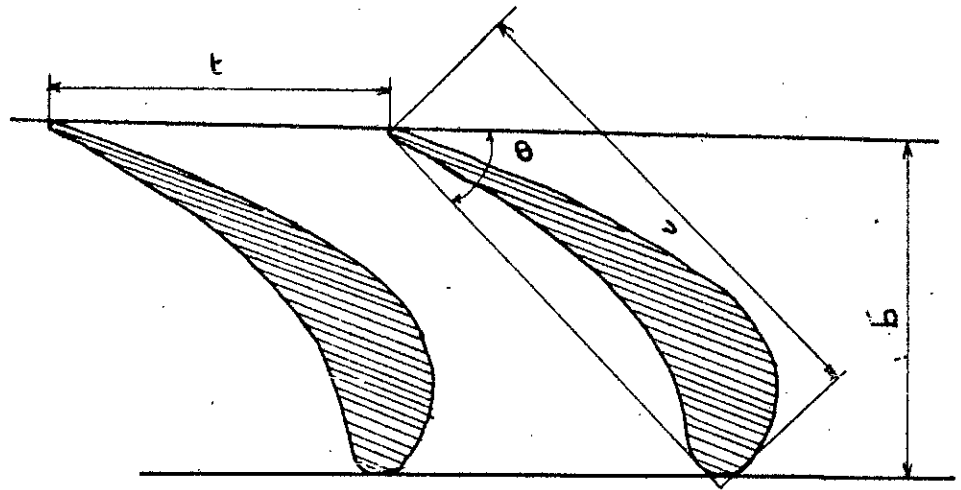


fig (9) grille d'aube de la roue

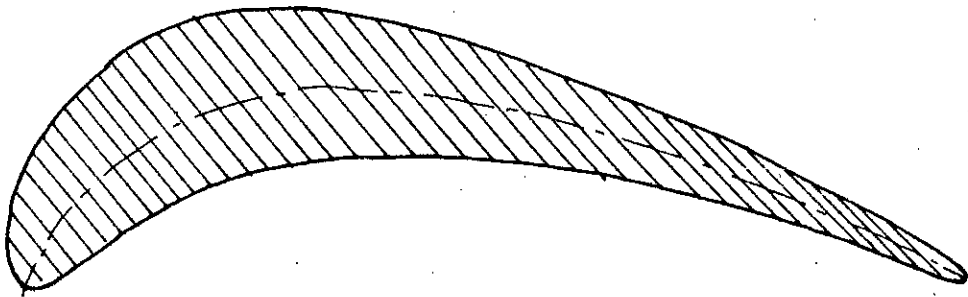


fig (10) : illustrant le tracé de l'aube  
de la roue à l'échelle : 5

#### IV. 2213 - SOLLICITATION DES AILETTES

Les ailettes en mouvement de rotation sont soumises aux efforts dus à l'écoulement du fluide et à l'effet de rotation

La résultante agissant sur une aube a trois composantes, axiale ( $F_a$ ), tangentielle ( $F_u$ ) et radiale ( $F_c$ )

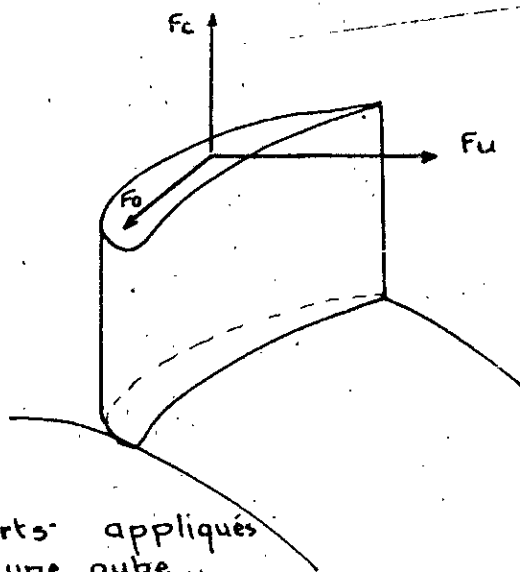


fig (11): Efforts appliqués sur une aube

#### IV. 22131 - CALCUL DE LA FORCE TANGENTIELLE ( $F_u$ )

La force tangentielle ( $F_u$ ) résulte de la variation de la vitesse tangentielle ( $\Delta v_u$ ), elle est donnée par la relation suivante :

$$F_u = \frac{P}{\omega} \cdot R_m \cdot Z \quad (\text{IV} - 12)$$



$R_m$  : Rayon moyen ( $R_m = D/2$ )

$\omega$  : vitesse angulaire

$P$  : Puissance totale fournie par la turbine

$$P = m \Delta H_{reel} \quad (\text{IV} - 13)$$

$$F_u = \frac{m \cdot \Delta H_{reel}}{\omega \cdot R_m \cdot z}$$

$$= \frac{0,604 \cdot 203098,1}{4710 \cdot 7,56 \cdot 10^2 \cdot 35} \Rightarrow F_u = 9,84 \text{ N}$$

La force tangentielle totale est :

$$F_{ut} = z \cdot F_u \quad \rightarrow \quad F_{ut} = 344,5 \text{ N}$$

Le couple moteur de la turbine est :

$$C_u = F_{ut} \cdot R_m \quad \rightarrow \quad C_u = 26,05 \text{ Nm}$$

#### IV. 22132 . CALCUL DE LA FORCE AXIALE

La force axiale résulte de la variation de pression statique dans la roue, elle est donnée par :

$$F_a = 2\pi R_m \cdot h_2 (P_5 - P_6) \quad (\text{IV} - 14)$$

$$= \pi \cdot 0,1512 \cdot 13,1 \cdot 10^{-3} (1,38816 - 0,83782) \cdot 10^5 \Rightarrow F_a = 342,46 \text{ N}$$

#### IV. 22133. CALCUL DE LA FORCE CENTRIFUGE ( $F_c$ )

La force centrifuge s'exprime par :

$$F_c = m \cdot R_m \cdot \omega^2 \quad (\text{IV.15})$$

$m$  : masse de l'aube

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot h_2 \cdot S_2$$

$S_2$  : Section transversale de l'aube dont l'aire est calculée par planimétrie.

$$\left. \begin{array}{l} S_2 = 0,7 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \\ \rho = 8,04 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \\ h_2 = 13,1 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{array} \right\} \Rightarrow m = 0,0074 \text{ kg}$$

$$F_c = 7,4 \cdot 10^{-3} \cdot 7,56 \cdot 10^{-2} (4710)^2 \Rightarrow F_c = 12365 \text{ N}$$

#### IV. 2214. CALCUL DE RESISTANCE

#### IV. 22141. VERIFICATION DES AUBES A LA TRACTION

☛ Contrainte admissible

$$R_e = 20,4 \text{ daN/mm}^2$$

$K = 1,1$  Coefficient de sécurité

$$\sigma_{adm} = R_e / K \Rightarrow \sigma_{adm} = 18,54 \text{ daN/mm}^2$$

\* Contrainte de traction :

La section de l'aube est supposée constante

$$\sigma_{\text{trac}} = \frac{F_c}{S} = \frac{12365}{70} \Rightarrow \sigma_{\text{trac}} = 17,66 \text{ daN/mm}^2$$

$$0 \text{ ou } \sigma_{\text{trac}} < \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{IV} - 16)$$

Donc la contrainte de traction est vérifiée

#### IV. 22142 : VERIFICATION DES AUBES A LA FLEXION \*

Nous supposons que l'effort tangentielle exercé sur l'ailette est uniformément répartie sur toute sa hauteur

On doit vérifier la condition de résistance suivante :

$$\frac{M_{f \text{ max}}}{I/v} < \sigma_{\text{adm}} \quad (\text{IV} - 17)$$

I : moment d'inertie de l'ailette

v : distance de la fibre la plus tendue à l'axe neutre

$M_{f \text{ max}}$  : moment flechissant maximal.

\* Calcul de la densité de charge (q)

$$q = \frac{F_u}{h_2} \Rightarrow q = 0,75 \text{ N/mm}$$

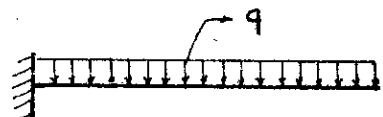


Fig (12) : densité de charge  
q (N/mm)

\* Calcul du moment fléchissant maximal

Il est donné par la relation suivante :

$$M_{fmax} = \frac{1}{2} q h_2^2 \Rightarrow M_{fmax} = 64,44 \text{ Nmm}$$

\* Calcul du moment d'inertie de l'ailette

Nous assimilons la section transversal de l'ailette à un élément de section de couronne (voir fig(13)) dont le calcul du moment d'inertie est simple et est donné par la relation suivante : [8]

$$I_x = \frac{R^4 - R_1^4}{8} \left( 2\gamma + \sin 2\gamma - \frac{32 \sin^2 \gamma}{9\gamma} \right) \quad (\text{IV-18})$$

Les valeurs des paramètres,  $R$ ,  $r$  et  $\gamma$  sont donnés dans la fig (13)

$$I_x = \frac{2,16^4 - 1,9^4}{8} \left( 2 \cdot 0,6807 + \sin 2 \cdot 0,6807 - 32 \frac{\sin^2 0,6807}{9 \cdot 0,6807} \right)$$

$$I_x = 0,2965 \text{ cm}^4 \Rightarrow I_x = 2965 \text{ mm}^4$$

\* Calcul de la distance ( $v$ )

$$v = \frac{e}{2} = \frac{R-r}{2} = \frac{(2,16 - 1,9) \cdot 10^{-1}}{2} \Rightarrow v = 1,3 \text{ mm}$$

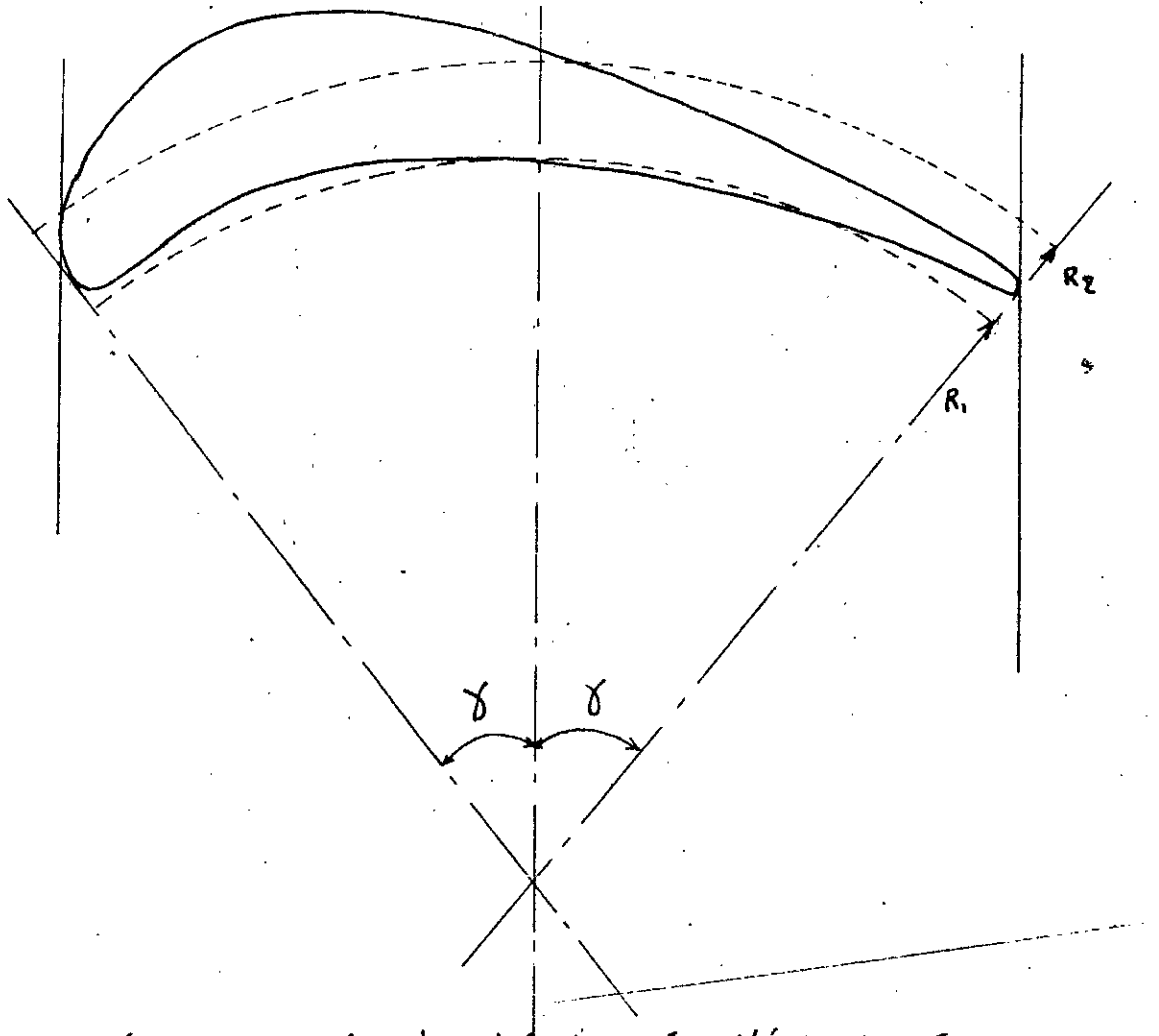


Fig (13) : Tracé de l'aube à l'échelle 5  
 .Estimation de l'aube à une couronne

$$R_1 = 1,9 \text{ cm}$$

$$R_2 = 2,16 \text{ cm}$$

$$\delta = 39^\circ = 0,6807 \text{ rd}$$

D'où

$$\frac{M_{p,max}}{I/v} = \frac{6,444}{2965/1,3} = 2,82 \cdot 10^{-3} \text{ daN/mm}^2$$

$$\Rightarrow \frac{M_{p,max}}{I/v} < \sigma_{adm}$$

Donc la contrainte de résistance est vérifiée

#### IV. 2215. ETUDE DES VIBRATIONS DES AUBES

L'ailette que nous avons à étudier est encastree au pied dans le disque du rotor et libre en tête. Elle peut donc vibrer suivant les axes d'inerties du fait de la non constance des forces développées dans la turbine. Ces vibrations sont susceptible de créer les phénomènes de résonances qui ont des conséquences néfaste pour la sécurité du matériel.

Dans cette étude on doit résoudre deux problèmes

- La détermination des fréquences propres
- L'examen des impulsions excitatrices

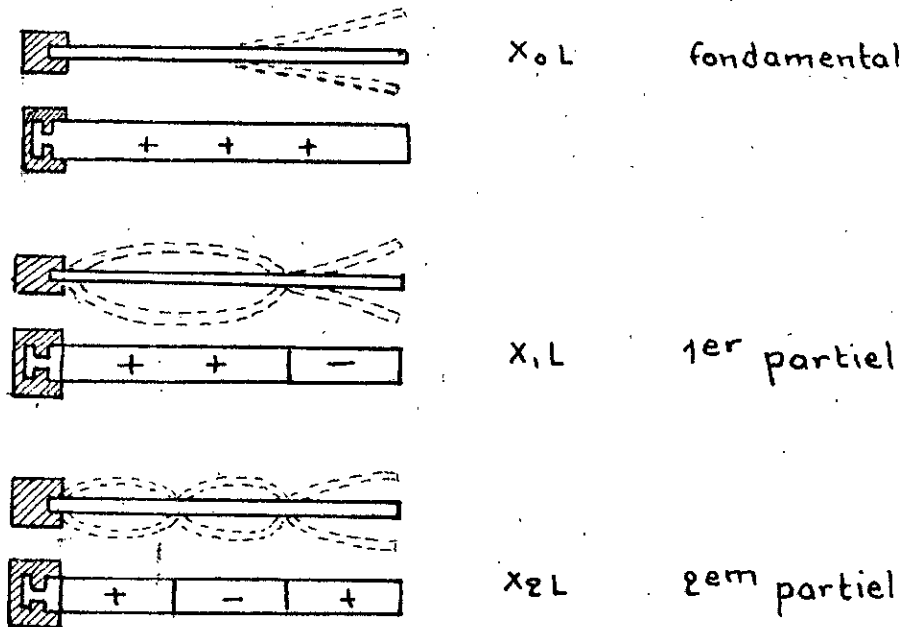


fig (14) : Mode de vibration

#### IV. 22151. DETERMINATION DES FREQUENCES PROPRES DE L'AUBE

Pour les ailettes à section constante, le calcul donne une bonne approximation des fréquences de vibration à la flexion. [5]

$$\text{Nous avons } f_{ni} = \left( \alpha_i \frac{r}{h_2} \left( \frac{E}{\rho} \right)^{1/2} \right) / 2\pi \quad (\text{IV-19})$$

I : moment d'inertie de l'aube

S : section de l'aube

$$r^2 = \frac{I}{S} = \frac{2965}{70} = 42,35 \quad \Rightarrow \quad r = 6,51 \text{ mm}$$

$E$  : module d'élasticité du matériaux

$\rho$  : masse volumique du matériaux

$\alpha_i$  : d'après [6]

Dou les fréquences propres correspondantes à  $\alpha_i$

$\alpha_i$	$(1,87)^2$	$(4,69)^2$	$(5\pi/2)^2$	$(7\pi/2)^2$
$f_{ni}$ kHz	100,165	630,056	1766,905	3463,135

#### IV. 22152. INFLUENCE DE LA FORCE CENTRIFUGE

La force centrifuge a pour effet de raidir l'ailette et d'accroître la fréquence propre.

Dans notre cas la pulsation propre de l'ailette est obtenue à partir de la formule de SCHRFENBERG [5]

$$\omega_{ni}^2 = \omega_{oi}^2 + \Omega^2 \left( 2 \frac{R_m}{H_e} - \frac{1}{2} \right) \quad (\text{IV.20})$$

$\omega_{ni}$  : pulsation propre de l'ailette tenant compte de la force centrifuge

$\omega_{oi}$  : pulsation propre de l'ailette ne tenant pas compte l'effet de la force centrifuge

$\Omega$  : Vitesse angulaire de la roue

$R_m$  : Rayon moyen de la roue



D'où la fréquence propre :

$$f_{ni} = \frac{\omega_{ni}}{2\pi} \quad \Rightarrow \quad f_{ni} = \sqrt{f_{oi}^2 + \left(\frac{\Omega}{2\pi}\right)^2 \left(\frac{2R_m}{h_e} - \frac{1}{2}\right)} \quad (\text{IV-21})$$

D'où le tableau des valeurs :

- $f_{oi}$	100,165	630,056	1766,905	3463,135
- $f_{ni}$	100,196	630,061	1766,906	3463,136

Nous remarquons que la force centrifuge n'a pas un effet important sur la fréquence propre de l'aube.

#### IV. 22153. EXAMEN DES FORCES EXCITATRICES

Les forces excitatrices proviennent :

- Du sillage du distributeur
- De la dissymétrie dans la répartition des pressions
- Des oscillations de flexion de l'arbre dues à des balourds résiduels.

On s'intéressera dans ce qui suit aux forces excitatrices dues au sillage du distributeur.

#### IV. 221431 - VIBRATION DUE AU SILLAGE DES DISTRIBUTEURS

Les sillages sont découpés par les ailettes mobiles et occupent dans le canal de la roue les positions successives 1, 2 et 3 voir la fig (15)

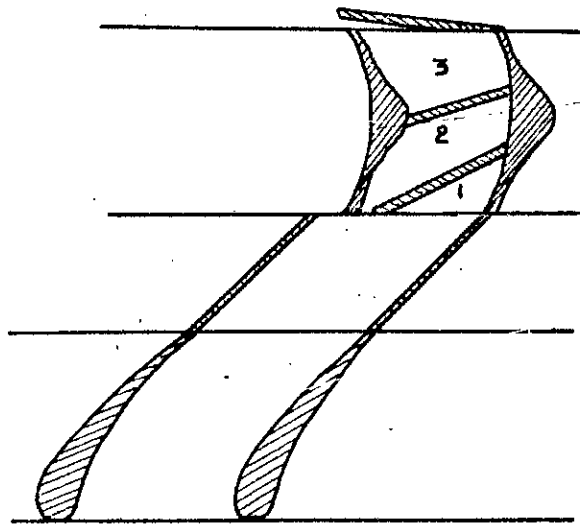


Fig (15) : sillage du distributeur

L'action du gaz en un point d'une ailette est en rapport avec le passage en ce point du sillage du distributeur, elle varie donc dans le temps à la fréquence de passage de deux distributeur successif de la même aube mobile

Pour une injection totale cette fréquence est :

$$f = Z \cdot N \quad [5] \quad Z : \text{nbre d'aube du distributeur}$$

$N$  : Vitesse de rotation (tr/s)

D'où la fréquence d'excitation :

$$f = 35 \frac{45000}{60} \Rightarrow f = 26250 \text{ Hz}$$

Il y a risque de résonance si  $f_{ni} = kf$

avec  $k = 1, 2, 3, 4, \dots$

Dans notre cas les fréquences du fondamental et des premiers partiels ne sont pas multiples de la fréquence d'excitation.

Donc les résonances principales sont évitées

#### IV. 222 . ETUDE DU DISQUE

#### IV. 2221 . MATERIAUX CONSTITUTIF

Les ailettes et le disque sont usinés dans la masse, ils sont donc constitués du même matériaux c'est à dire le NIMONIC 100

#### IV. 2222 . CALCUL DU DISQUE

Les contraintes du disque en rotation proviennent de trois sources différentes

- De la force centrifuge propre au disque
- De la force centrifuge due aux ailettes
- Du gradient de temperature entre la jante et le centre du disque .

Dans ce qui suit nous détaillerons le calcul d'un disque d'égale contrainte à température constante

#### IV. 22221 : CALCUL DE LA JANTE

La jante est soumise à :

- La force centrifuge due à sa propre masse et à la masse des ailettes
- L'action radiale du disque (N)
- Aux tensions tangentielles (T)

Considérons un élément de la jante :

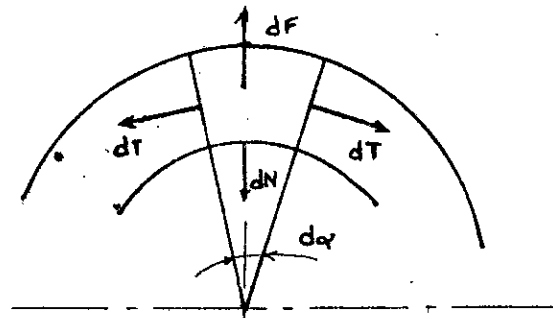


fig (16) : Element de jante

La jante est assimilée à une couronne d'épaisseur  $e$ , et de profondeur  $b$  [9]

Remplaçons la section réelle de l'ensemble jante-aubes par sa section équivalente : voir fig (17)

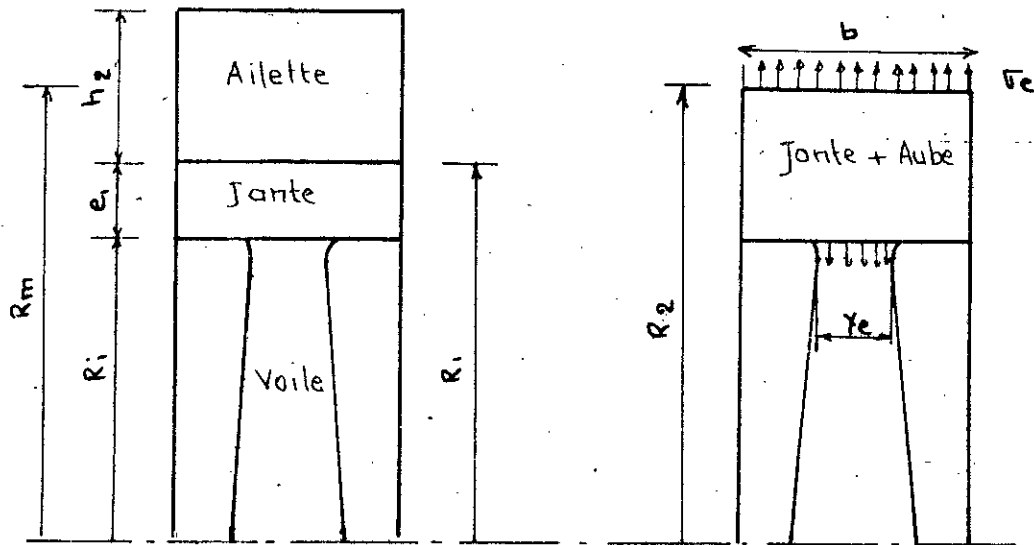


Fig (17) . Disque de la roue

$$R_1 = R_m - h_2/2 \quad \Rightarrow \quad R_1 = 69,05 \text{ mm}$$

\* Déterminons  $R_2$  :

L'ensemble des ailettes a une masse :

$$M = Z \cdot m = 35 \cdot 7,4 \quad \Rightarrow \quad M = 259 \text{ g}$$

$$\text{Nous avons: } e = M/V \quad \Rightarrow \quad V = \frac{M}{e} = \pi (R_2^2 - R_1^2) \cdot b$$

$$\Rightarrow R_2 = \sqrt{R_1^2 + \frac{M}{\pi b e}}$$

$$= \sqrt{(69,05)^2 + \frac{259}{8,04 \cdot 10^{-3} \cdot 0,13,1}} \quad \Rightarrow \quad R_2 = 74,5 \text{ mm}$$

D'où l'épaisseur équivalente des ailettes est

$$e = R_2 - R_1 \quad \Rightarrow \quad e = 5,45 \text{ mm}$$

\* Calcul du rayon intérieur  $R_i$

Pour cela nous estimons l'épaisseur de la jante

$$e_1 = 3 \text{ mm}$$

$$R_i = R_1 - e_1 \quad \Rightarrow \quad R_i = 66,05 \text{ mm}$$

\* Etude des efforts.

- Force centrifuge appliquée à l'ensemble jante-aubes

$$dF = m R_G \cdot d\alpha \cdot \omega^2 \cdot R_G \quad (\text{IV. 22})$$

$R_G$  : rayon du centre de gravité de l'ensemble

$m$  : masse de l'ensemble par unité de longueur comptée sur la circonférence décrite par le centre de gravité.

- La traction radiale du disque est

$$dN = \sigma R_i \gamma_e d\alpha \quad (\text{IV. 23})$$

- La tension tangentielle est :

$$dT = \sigma_T S \quad (\text{IV. 24})$$

$S$  : section méridienne de l'ensemble

La projection de ces efforts sur l'axe vertical donne

$$dF - dN - dT d\alpha = 0$$

$$m R_G^2 d\alpha \omega^2 - \sigma R_i \gamma_e d\alpha - \sigma_T s d\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_T = \frac{1}{s} (m \cdot R_G^2 \omega^2 - \sigma R_i \gamma_e) \quad (1)$$

La jante se dilate et prend un allongement unitaire au rayon  $R_i$  égal à :

$$\epsilon_t = \frac{1}{E} \left( \sigma_T - \mu \frac{\sigma}{b} \gamma_e \right) \quad (IV-25)$$

$\mu$  : coefficient de Poisson  $\mu = 0,3$

$\epsilon_t$  : doit être égal à l'allongement unitaire du disque au rayon extérieur donné par :

$$\epsilon_r = \frac{1}{E} (1 - \mu) \sigma \quad (IV-26)$$

Où l'égalité :

$$\frac{1}{E} (1 - \mu) \sigma = \frac{1}{E} \left( \sigma_T - \mu \frac{\sigma}{b} \gamma_e \right) \quad (IV-28)$$

En substituant  $\sigma_T$  par sa valeur donnée par (1)

nous obtenons :

$$\gamma_e = \frac{m \frac{\omega^2 R_G^2}{s \cdot \sigma} - (1 - \mu)}{\frac{R_i}{s} + \mu/b} \quad (IV-29)$$

$$R_G = (R_2 + R_1)/2 \Rightarrow R_G = 70,275 \text{ mm}$$

$$m = M/\rho \cdot 2\pi R_G = \rho \pi (R_2^2 - R_1^2) \cdot b / 2\pi R_G \Rightarrow m = 1,69 \text{ g/mm}$$

$$S = (R_2 - R_1) \cdot b \Rightarrow S = 211,25 \text{ mm}^2$$

$$\sigma = 20,4 \text{ daN/mm}^2$$

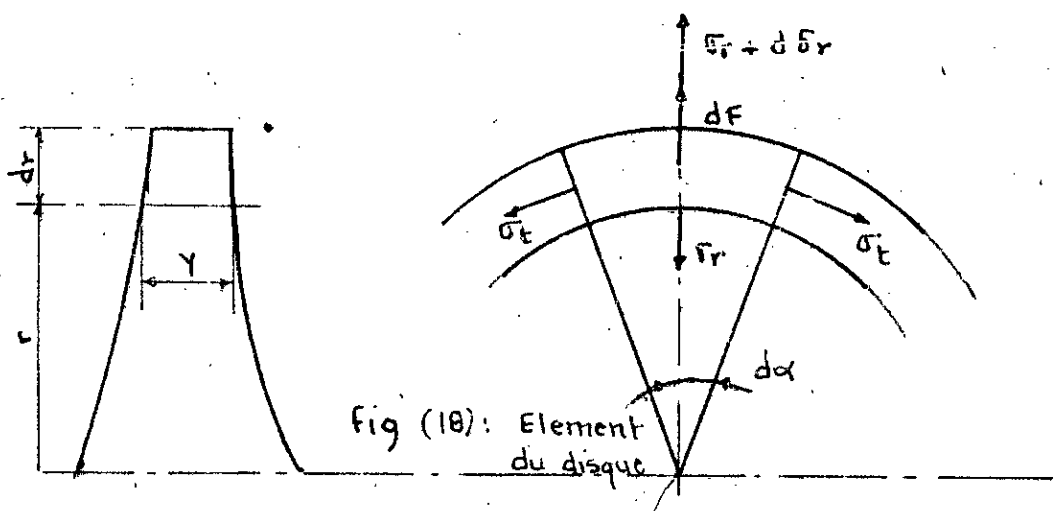
0 ou

$$y_e = \frac{1,69 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{(4710)^2 \cdot (70,275)^2 \cdot 10^{-3}}{211,25 \cdot 204} - (1 \cdot 0,3)}{\frac{66,05}{211,25} + \frac{0,3}{25}} \Rightarrow y_e = 11,08 \text{ mm}$$

IV - 22222. CALCUL DE LA VOILE DU DISQUE

Considérons un élément du disque il est soumis

- A la force centrifuge dF
- Aux contraintes radiales dN
- Aux contraintes tangentielle dT





## \* Etude des efforts

- Force centrifuge  $dF$ 

$$dF = \rho \omega^2 r^2 \gamma dr d\alpha \quad (\text{IV.30})$$

- Force radiale  $dN_1$  et  $dN_2$ 

$$dN_1 = \sigma_r \cdot \gamma \cdot r \cdot d\alpha \quad (\text{IV.31})$$

$$dN_2 = \sigma_r \cdot \gamma \cdot r \cdot d\alpha + \frac{d}{dr} (\sigma_r \cdot \gamma \cdot r) d\alpha \quad (\text{IV.32})$$

- Force tangentielle :  $dT$ 

$$dT = \sigma_t \cdot \gamma \cdot dr \quad (\text{IV.33})$$

La projection de ces efforts sur l'axe vertical nous donne :

$$dF + dN_2 - dN_1 - dT d\alpha = 0$$

Après substitution et simplification on obtient :

$$\frac{d}{dr} (\sigma_r \cdot \gamma \cdot r) - \sigma_t \cdot \gamma + \rho \omega^2 r^2 \gamma = 0 \quad (\text{IV.34})$$

Le disque étant d'égale contrainte  $\sigma_r = \sigma_t$  (IV.35)

La relation (IV.34) devient :

$$\frac{d\gamma}{\gamma} = \frac{-\rho \omega^2 r}{\sigma} dr \quad (\text{IV.36})$$

La solution générale de cette équation est :

$$Y = Y_e e^{\frac{\rho \omega^2 (R_i - r^2)}{2\sigma}} \quad (\text{IV. 37})$$

D'où l'épaisseur du disque au niveau de l'arbre  
cad pour  $r = 2,5$

$$Y = 11,08 e^{\frac{8,04 \cdot 10^3 (4710)^2 (6,605^2 - 2,5^2) \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 20,4 \cdot 10^7}}$$

$$\Rightarrow Y = 56,77 \text{ mm.}$$

### IV.3. ETUDE DE L'ARBRE

Les arbres constituent un des organes mécanique essentiel des machines tournantes, (telles que les turbines à gaz), du fait qu'on monte sur ces arbres les corps de rotor et divers organes accessoires (Labyrinthe, joint, roulement, déflecteur, ..... etc.....).

Leurs exécutions doivent être effectués avec le plus grand soin, car de leur comportement dépend la sécurité de marche de la machine.

La flexion doit être suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas de contact entre le rotor et le stator.

Il y'a lieu aussi de tenir compte de la vitesse critique de flexion et d'assurer un équilibrage dynamique qui s'impose aussi en dehors du fonctionnement à la vitesse critique afin d'atténuer autant que possible les vibrations de machines.

### IV.31. CALCUL D'ARBRE

L'arbre que nous avons à étudier est de section variable, il est soumis à son propre poids et aux poids de la roue du compresseur et de la turbine.

#### IV. 311. DETERMINATION DU POIDS DE LA ROUE DU COMPRESSEUR

Soit le dessin de la roue du Compresseur représenté sur la Fig (1)

On voit que la roue est composée de deux parties les ailettes et l'ensemble disque-moyeu

La masse de la roue est donc la somme des masses des parties citées

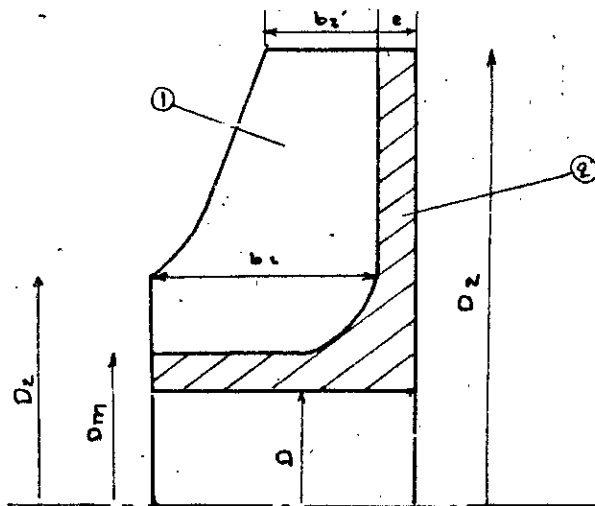


fig (1) : Roue du compresseur

$$M = M_1 + M_2$$

$M_1$ : masse des aubes

$M_2$ : masse de l'ensemble disque-moyeu.

$$M_1 = Z \cdot m \cdot a = 17 \cdot 0,0065 \Rightarrow M_1 = 0,1105 \text{ kg}$$

Pour le calcul de  $M_2$  on doit faire le dessin équivalent suivant

$$\text{On a } M_2 = \rho V_2$$

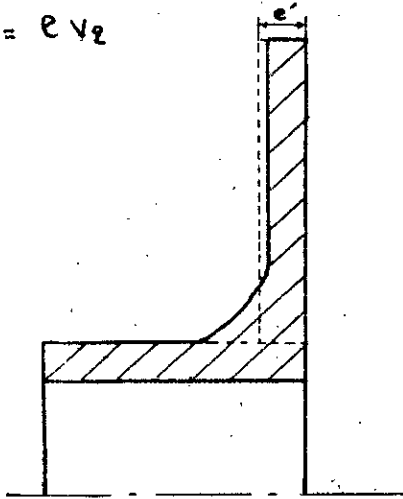


Fig (2) : disque et moyeu de la roue du compresseur

$$\text{Nous estimons } e' = e + 0,3 \rightarrow e' = 3,3 \text{ mm}$$

$$V_2 = V_2' + V_2''$$

$$= \frac{\pi}{4} (D_2'^2 - D_m^2) e' + \frac{\pi}{4} (D_m^2 - D^2) b_2$$

$$= \frac{\pi}{4} [(161,1^2 - 44,75^2) \cdot 3,3 + (44,75^2 - 40^2) \cdot 16,92] \cdot 10^{-9}$$

$$\rightarrow V_2 = 67508 \cdot 10^{-9} \text{ m}^3$$

$$M_2 = 2,75 \cdot 10^3 \cdot 67508 \cdot 10^{-9} \rightarrow M_2 = 0,186 \text{ kg}$$

D'où la masse de la roue :

$$M = M_1 + M_2 \rightarrow M = 0,2965 \text{ kg}$$

$$\text{Le poids correspond est } \rightarrow P = 2,909 \text{ N}$$

#### IV. 312. DETERMINATION DU POIDS DE LA TURBINE

La turbine est constituée des éléments suivants ailettes, jante et disque voir fig (3)

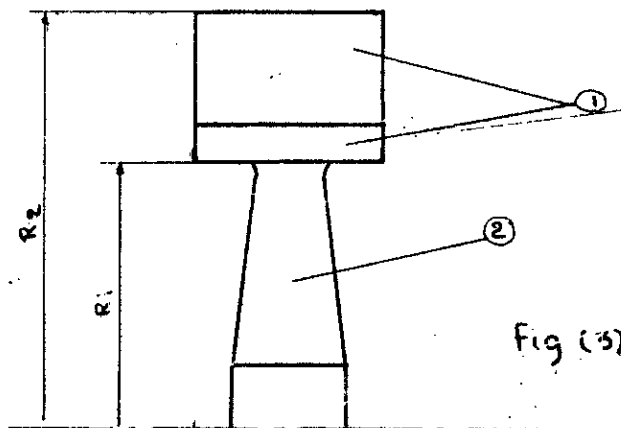


Fig (3) : Roue de la turbine

La masse de la turbine est :  $M' = M_1 + M_2$

$M_1$  : masse de l'ensemble ailettes - jante

$M_2$  : masse du disque

$$M_1 = 2\pi (R_2^2 - R_1^2) \cdot b$$

$$= 8,04 \cdot 10^3 \cdot \pi (74,5^2 - 66,05^2) \cdot 25 \cdot 10^{-9} \Rightarrow M_1 = 0,75 \text{ kg}$$

Pour déterminer la masse  $M_2$  on doit faire le dessin équivalent suivant :

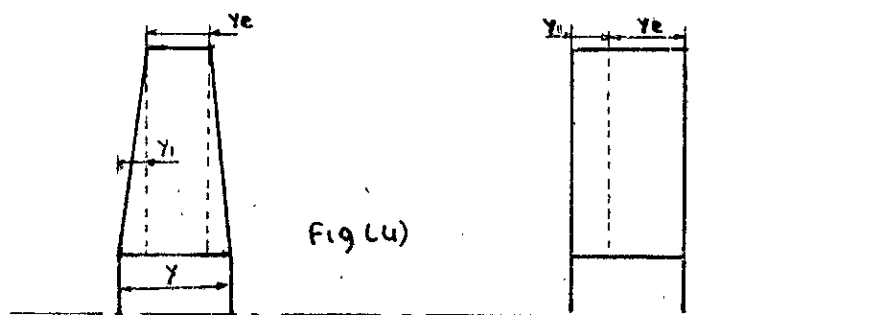


Fig (4)

$$\text{On a : } M_2 = \rho \cdot \frac{\pi}{4} (R_i^2 - R_e^2) \cdot Y'$$

$$Y' = Y_i + Y_e = \frac{Y_i + Y_e}{2} = \frac{56,77 + 11,05}{2} \Rightarrow Y' = 33,91 \text{ mm}$$

D'où

$$M_2 = 8,04 \cdot 10^3 \cdot \frac{\pi}{4} (74,5^2 - 25^2) \cdot 33,91 \cdot 10^{-9}$$

$$\Rightarrow M_2 = 0,8 \text{ kg}$$

Et finalement la masse de la turbine

$$M' = 0,75 + 0,8 \Rightarrow M' = 1,55 \text{ kg}$$

et le poids correspondant est,

$$P' = M'g \Rightarrow P' = 15,2 \text{ N}$$

#### IV. 313. ESTIMATION DE L'ARBRE

L'arbre est à deux sections variable c'est à dire il comporte deux tronçons dont les dimensions sont données dans la fig (5)

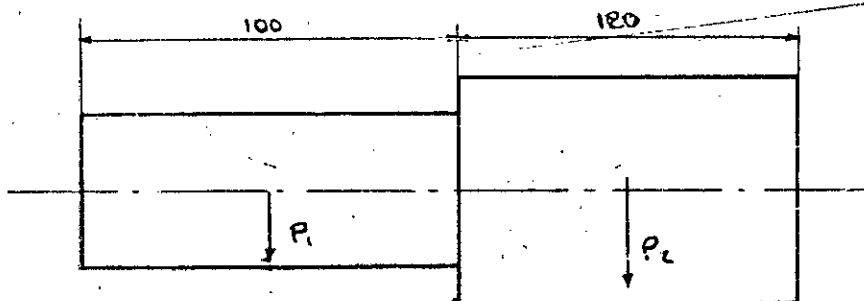


fig (5) : Arbre du rotor

\* Détermination des poids  $P_1$  et  $P_2$ 

Le matériau constitutif de l'arbre est de l'acier fortement allié présentant de bonnes caractéristiques mécaniques.

La nuance de cet acier est : 20 Mc 5 [4]

Sa masse volumique est :  $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$

Ses caractéristiques mécaniques sont :

- Résistance à la rupture :  $R_r = 90 \text{ daN/mm}^2$
- Résistance élastique :  $R_e = 73,7 \text{ daN/mm}^2$
- L'allongement :  $A = 8\%$
- Module d'élasticité :  $E = 2,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

On a les poids  $P_1$  et  $P_2$

$$\text{On a } P_i = \rho V_i \cdot g = \rho \cdot \frac{\pi}{4} D_i^2 \cdot h_i \quad (\text{IV-38})$$

$$P_1 = 7,85 \cdot \frac{\pi}{4} (0,4)^2 \cdot 1 \cdot 9,81 \quad \rightarrow \quad P_1 = 9,68 \text{ N}$$

$$P_2 = 7,85 \cdot \frac{\pi}{4} (0,5)^2 \cdot 1,2 \cdot 9,81 \quad \rightarrow \quad P_2 = 18,13 \text{ N}$$



La méthode de calcul d'arbre est la suivante :

- Décomposition de l'arbre en plusieurs tronçons
- Détermination des réactions
- Détermination de l'effort tranchant
- Détermination du moment fléchissant
- Détermination de la flèche
- Détermination du moment de torsion

\* L'arbre est décomposé comme suite:

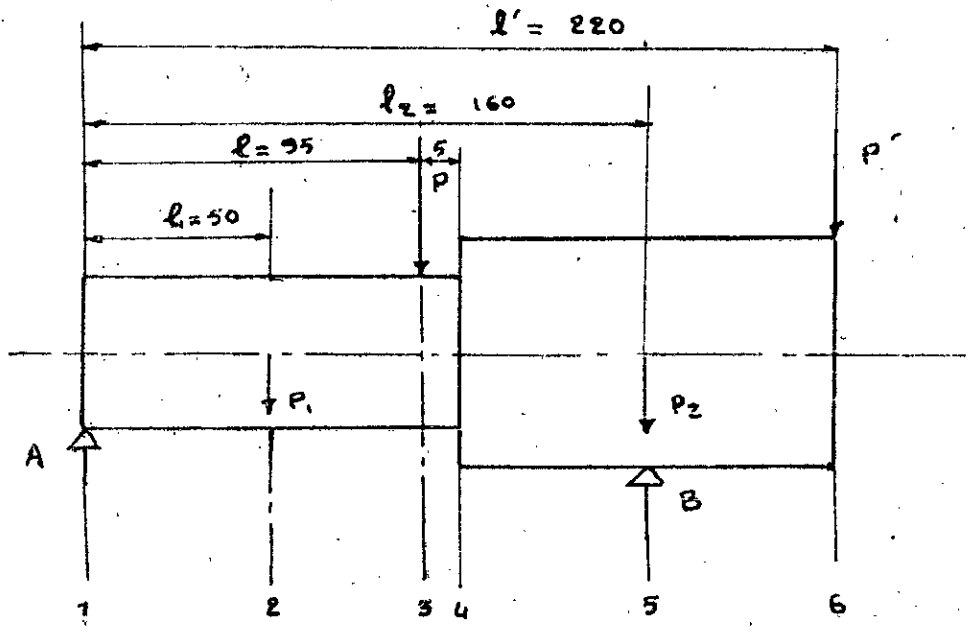


Fig (6) : Décomposition de l'arbre

Dans ce qui suit on donnera les valeurs des paramètres recherchés (Reactions, effort tranchant, moment fléchissant et flèche) sous forme de tableau, la méthode de calcul utilisée est celle des éléments finis dont le programme se trouve au centre de calcul.

Tableau des valeurs.

N°: de la section	1	2	3	4	5	6
Réaction (R) (kg)	-0,2172	0	0	0	-0,4461	0
Effort tranchant T (kg)	-0,2172	0,2172 0,7687	-0,7687 1,064	1,064 1,064	-1,064 -1,549	1,549
moment flechissant $M_f$ (kgm).10 <sup>-1</sup>	0	-0,1086 0,1086	+0,2373 -0,2373	+0,2905 -0,2905	0,9294 -0,9294	0,1387
flèche . f. (m).10 <sup>-2</sup>	0	-0,05338	-0,1298	-0,1919	0	-0,5061

Le signe (-) qui figure dans le tableau est due uniquement au choix des axes voir fig (7)

⊛ Calcul du moment de torsion

Le moment de torsion qui est appliqué entre les longueur  $l$  et  $l'$  est calculé à partir de la relation suivante:

$$M_t = P/\omega \quad (IX-39)$$

P: Puissance en watt ( $P = m \cdot \Delta H_{reel}$ )

$\omega$ : vitesse angulaire

$$M_t = \frac{m \cdot \Delta H_{reel}}{\omega} = \frac{0,604 \cdot 203098,7}{4710} \Rightarrow M_t = 26,05 \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow M_t = 2,65 \text{ kg.m}$$

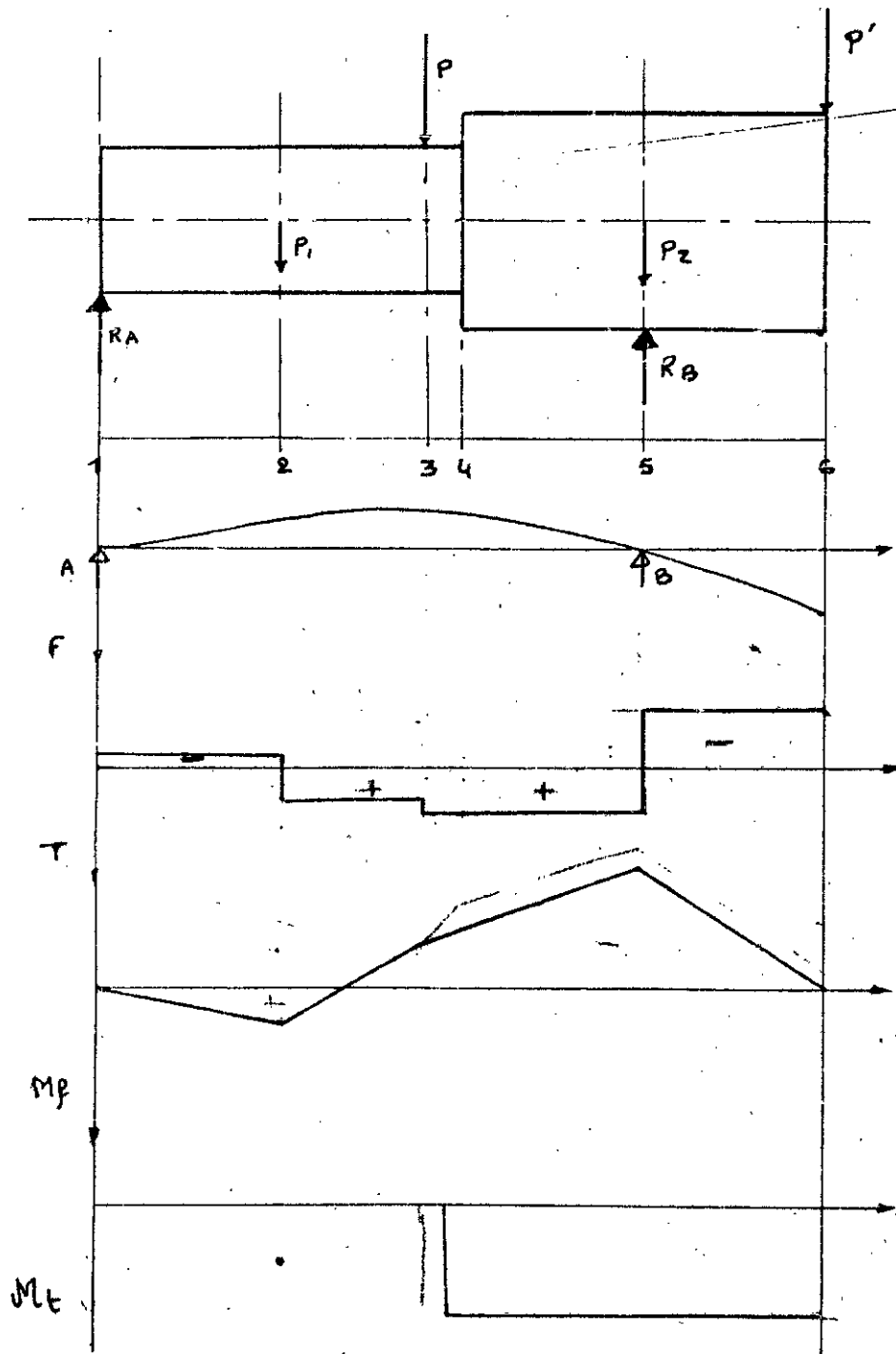


Fig (7) : Diagrammes : de la déformée,  
de l'effort tranchant, du  
moment flechissant et du moment  
de torsion.

### Ex. Calcul du diamètre de l'arbre

On utilise la relation donnée au cours de CM,

$$d \geq \sqrt[3]{10 M_i / \sigma_{adm}} \quad (\text{IV.40})$$

$d$  : diamètre de l'arbre

$M_i$  : Moment idéal à la section dangereuse

$\sigma_{adm}$  : contrainte admissible du matériau \*

On voit d'après la Fig (7) que la section dangereuse se trouve au point 5

O où le moment idéal.

$$M_i = \sqrt{M_p^2 + M_t^2}$$

$$= \sqrt{(0,09294)^2 + (2,65)^2} \Rightarrow M_i = 2,6516 \text{ kg.m}$$

$K$  : coefficient de sécurité pour les aciers  $K = 3$

$$\sigma_{adm} = R_r / K = 90 / 3 \Rightarrow \sigma_{adm} = 30 \text{ daN/mm}^2$$

$$\sigma_{adm} = 30,58 \cdot 10^6 \text{ Kg/m}^2$$

Donc

$$d \geq \sqrt[3]{10 \cdot 2,6516 / 30,58 \cdot 10^6} \Rightarrow d \geq 9,37 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Cette condition est vérifiée pour les diamètres des arbres du compresseur et de la turbine choisis arbitrairement, c'est à dire respectivement

$$D = 4 \text{ cm} \quad \text{et} \quad D = 5 \text{ cm}$$

### \* Calcul de la vitesse critique

La vitesse critique de l'arbre, c'est à dire la vitesse de rotation pour laquelle la flèche deviendrait théoriquement infini et qui entraînerait la rupture de l'arbre, est donnée par la relation suivante :

$$N_{cr} = 9,55 \sqrt{g/f} \quad [2]$$

f : étant la flèche maximale de l'arbre

Dans notre cas  $f_{max} = 0,5061 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

$$N_{cr} = 9,55 \sqrt{9,81/0,5061 \cdot 10^{-7}} \rightarrow N_{cr} = 132959 \text{ tr/mn}$$

Or la vitesse de rotation en régime de fonctionnement de notre turbine est  $N = 45000 \text{ tr/mn}$ , qui est largement inférieur à la vitesse critique

# CONCLUSION

L'étude sur laquelle on s'est penché constitue une approche au calcul d'une turbine à gaz et non un calcul rigoureux et précis relative à la réalisation de celle-ci. en effet pour accéder aux valeurs rigoureuses des différents paramètres; il aurait fallu toutes les données statistiques nécessaires; une étude bibliographique très poussée et très variée et une complète expérimentation ceci afin d'éliminer tous les problèmes d'ordre technique.

La mise au point du calcul précis de l'installation nécessite l'usage de l'ordinateur qui par approches successives permet la détermination avec précision de toutes les caractéristiques relatives au fluide dans les différentes organes constituant la turbine à gaz.

notons enfin que l'absence de certaines données essentielles fit qu'on ne calcula pas certains paramètres.

en effet le dimensionnement complet de la chambre de combustion ne peut être réalisé qu'expérimentalement du fait que c'est uniquement de cette manière que l'on peut déterminer le nombre d'orifices leur section et leur disposition ceci afin d'avoir la température obtenue grâce au calcul énergétique et finalement la longueur de la chambre à combustion.

soulignons à la fin que cette étude nous a permis d'approfondir nos connaissances sur les turbines à gaz, à savoir leur dimensionnement l'étude énergétique et thermodynamiques les concernant ainsi que de l'application industrielle.

# BIBLIOGRAPHIE

[1]:

[2]: Pompes ventilateurs et compresseurs centrifuges et axiaux G. Desmur  
A de Kovats

[3] Stressing and vibration of Cranfield  
turbomachinery School of  
mechanical  
engineering

[4] Matériaux de construction mécanique Lemasson

[5] Turbine à vapeur et à gaz L. Vivier

[6] Axiale turbine Robert. E.  
Krieger

[7] Les turbines A. Houberechts

[8] Aide Mémoire de résistance de Rysarenko  
matériaux

[9] Elements de construction (Tome 9) Lemasson

[10] Cours de turbine marine A. Michelin

[11] Turbomachine generale J. Krysiniky

[12] Aerodynamique mecanique du vol D. Cauvin



