

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : d'Electronique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Etude et réalisation d'un filtre  
micro-onde (bande X) en ligne  
ruban.

Proposé par :

Mr. F. DJAHLI

Etudié par :

Mr. Med. T. LEBSIR

Mr. Med. MERMAT

Dirigé par :



PROMOTION: Janvier 1984

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

---

**Ministère de l'Enseignement et de  
la Recherche Scientifique**

---

**Ecole Nationale Polytechnique**

---

**Département d'Electronique**

---

Thèse de fin d'Etudes

**Etude et réalisation d'un filtre  
micro-onde (bande x) en ligne ruban**

PROPOSE ET DIRIGE PAR :

**Mr. F. DJAHLI**

ETUDIE ET REALISE PAR :

**Mr. LEBSIR Mohamed Tahar**

**Mr. MERMAT Mohamed**

**Promotion Janvier 1984**



— REMERCIEMENTS —

Nous remercions vivement M<sup>E</sup> Farid DJAHLI, notre promoteur qui a consacré beaucoup de son temps en nous aidant et en nous conseillant judicieusement.

Que M<sup>E</sup> GRABOVSKI, Professeur à l'école nationale polytechnique trouve ici l'expression de nos remerciements les plus vifs pour ses précieux conseils.

Nos remerciements vont également à tous les enseignants ayant participé à notre formation.

Que tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à l'élaboration de cette thèse soient remerciés.

## - DEDICACES -

- A la mémoire de mon père et de ma mère,
- A mon grand frère Ahmed, pour tous les sacrifices qu'il a consenti pour moi,
- A ma femme qui m'a soutenu, encouragé dans mes études
- A Mehdi, mon fils,
- A mes frères, mes sœurs,
- A toute ma famille ainsi que mes beaux parents,  
je dédie ce travail.

M<sup>me</sup> Tahar LEBSIR

- DEDICACES -

- A la mémoire de mes parents ,
- A mon oncle Imaïl pour sa prise en charge durant toute ma formation ,
- A ma marâtre pour m'avoir tout le temps encouragé ,
- A tous mes frères et sœurs .

MERMAT Mohamed .

# TABLE DES MATIÈRES

Introduction	1
<u>Chapitre 1 - Rappels sur les filtres électriques</u>	3
1.1 - Définition	3
1.2 - Catégorie des filtres	6
1.3 - Utilisation des filtres électriques	7
<u>Chapitre 2 - Synthèse des filtres</u>	9
2.1 - Méthodes de synthèse	10
2.1.1 - Méthodes de Foster	10
2.1.1.1 - Foster série $F_s$	10
2.1.1.2 - Foster parallèle $F_p$	11
2.1.2 - Méthodes de Cauer	12
2.1.2.1 - Cauer décroissant $C_d$	13
2.1.2.2 - Cauer croissant $C_c$	14
2.2 - Filtre idéal	17
2.3 - Filtre réel	17
2.3.1 - Gabarit d'un filtre réel	18
2.3.2 - Grandeurs caractéristiques du gabarit d'un filtre	19
2.4 - Filtre prototype	19
2.4.1 - Normalisation des unités	19
2.4.1.1 - Normalisation de l'unité de fréquence	19
2.4.1.2 - Normalisation de l'unité d'impédance	20
2.4.2 - Transposition de fréquence	20
2.4.2.1 - Transposition passe-bas passe-haut	21
2.4.2.2 - Transposition passe-bas passe-bande	22

2.4.2.3 - Transposition passe-bas coupe-bande	24
2.4.3 - Les approximations	26
2.4.3.1 - Filtrés polynômiaux	27
2.4.3.1.1 - Filtrés de Butterworth	27
2.4.3.1.2 - Filtrés de Chebyscheff	27
2.4.3.1.3 - Filtrés de Bessel	29
2.4.3.2 - Filtrés non polynômiaux	29
2.4.3.2.1 - Filtrés de Cauer	29
2.4.4 - Comparaison des filtres obtenus à l'aide des diverses fonctions d'approximation	31
2.4.5 - Les étapes de réalisation	32
2.4.5.1 - Détermination du gabarit et de ses paramètres caractéristiques	32
2.4.5.2 - Choix du type de filtre	33
2.4.5.3 - Calcul de la fonction de transfert	33
<u>Chapitre 3 - Filtrés micro-ondes</u>	36
3.1 - Lignes à constantes réparties	36
3.1.1 - Equations générales d'une ligne de transmission	36
3.1.2 - Régimes des lignes	39
3.1.2.1 - Régime caractéristique	39
3.1.2.2 - Régime d'ondes stationnaires	40
3.1.2.3 - Cas d'une ligne très courte	40
3.1.2.4 - Cas d'une ligne à très haute fréquence	40
3.1.3 - Nature des pertes dans les lignes	40
3.1.3.1 - Les pertes par rayonnement électromagnétique	40
3.1.3.2 - Les pertes par effet Joule dans les fils	41



3.1.3.3_ Les pertes dans les isolants	41
3.2_ Les quadripôles	42
3.2.1_ Définition	42
3.2.2_ Paramètres caractéristiques du quadripôle	42
3.2.3_ Impédance d'entrée, impédances à vide et à court circuit	44
3.2.4_ Impédances images d'un quadripôle	45
3.2.5_ Quadripôle réciproque	46
3.2.6_ Quadripôle symétrique	46
3.2.7_ Couplage en cascade de deux quadripôles	46
3.2.8_ Abise en cascade de n quadripôles	47
3.3_ Filtrés micro-ondes	48
3.3.1_ Différentes technologies utilisées en hyperfréquence	48
3.3.1.1_ Guides d'ondes	48
3.3.1.2_ Technologie des lignes	51
3.3.1.2.1_ Ligne bifilaire à diélectrique air	51
3.3.1.2.2_ Ligne bifilaire à diélectrique solide	52
3.3.1.2.3_ Lignes à quatre conducteurs	52
3.3.1.2.4_ Ligne bifilaire sous écran à diélectrique solide	53
3.3.1.2.5_ Ligne coaxiale	53
3.3.1.2.6_ Lignes plaquées ou ligne à bande	54
3.3.1.3_ Exemple de réalisation	58
<u>Chapitre 4_ Réalisation.</u>	61
4.1_ Cahier de charge	61
4.2_ Détermination du filtre passe-bas "prototype".	61
4.2.1_ Détermination du gabarit du prototype	61

4.2.2 - Choix du type de filtre	61
4.2.3 - Détermination de la fonction de transfert	62
4.2.4 - Détermination des éléments inductances ( $l_i$ ) et capacités ( $c_i$ ) du prototype	62
4.3 - Détermination du filtre passe-bande	63
4.3.1 - Dimensions du filtre passe-bande	64
4.3.2 - Détails de réalisation	65
4.4 - Mesures	67
4.4.1 - Description du montage	67
4.4.2 - Manipulation	69
4.4.3 - Commentaire sur la courbe	71
Conclusion	72
ANNEXE A	73
ANNEXE B	77
BIBLIOGRAPHIE	78

## Introduction.

Au cours de ces dernières années, l'emploi des hyperfréquences a été marqué par un développement considérable, et leurs applications en détection électromagnétique et dans les services de transmission ont été appréciables. Le domaine des hyperfréquences centré sur les longueurs d'ondes centimétriques, déborde de part et d'autre sur les longueurs d'ondes décimétriques et millimétriques.

Les filtres hyperfréquences faisant l'objet de notre étude, ont une structure assimilable en première approximation à une échelle d'inductances et de capacités. Mais, aux fréquences supérieures à une centaine de méga-hertz, les inductances et les capacités s'écartent notablement de leur modèle théorique.

Parallèlement à l'apparition des composants actifs, des technologies nouvelles et très variées pour les micro-ondes (ligne triplaque, micro-ruban, etc...) ont pris un grand essor.

Dans le cadre de ce projet, nous nous sommes intéressés à la gamme des ondes centimétriques et plus particulièrement à la bande X pour la réalisation d'un filtre passe-bande micro-onde dans une technologie récente qui est celle des lignes ruban.

Notre objectif est de déterminer la réponse du filtre se situant à l'intérieur d'un gabarit que nous définissons.

Pour réaliser ce filtre, nous présentons notre plan de travail comme suit :

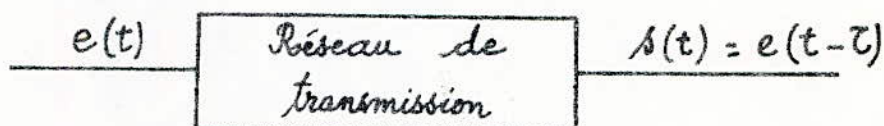
- Le premier chapitre sera consacré aux définitions de base du filtrage électrique.

- Dans le second chapitre, nous donnerons les méthodes de synthèse ainsi que les différentes approximations permettant de déterminer les paramètres des éléments du passe-bas et les différents passages fréquentiels en vue de l'obtention d'un filtre quelconque.
- Le troisième chapitre est réservé à l'étude de quelques éléments de filtre micro-onde.
- L'objet du quatrième chapitre est destiné à la réalisation effect de notre filtre passe-bande micro-onde
- Dans le dernier chapitre nous concluerons par la discussion des résultats de notre travail.

## 1. Rappels sur les filtres.

### 1.1 - Définition.

Un réseau de transmission idéal est un réseau pouvant transmettre tout signal qui lui est appliqué à l'entrée. Mais toute transmission ne peut s'effectuer qu'avec un certain retard.



Le circuit de transmission idéal est caractérisé par sa transmittance

$$|H(p)| = \left| \frac{E(p)}{S(p)} \right| = 1 \quad \text{avec } p = j\omega.$$

L'argument de  $H(j\omega)$  est  $\varphi(\omega) = -\omega\tau$ .

$\varphi(\omega)$  représente la phase et elle varie linéairement avec la fréquence. Le temps  $\tau$  est appelé temps de transit ou temps de propagation de groupe, il est défini par :

$$\tau = - \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

Souvent, dans un réseau, seules certaines composantes de fréquence doivent être transmises. Celui-ci doit laisser passer ces composantes sans déformation et rejeter les composantes indésirables. Cela n'est possible que si la transmittance  $H(j\omega)$  est telle que l'on ait :

$$|H(j\omega)| = 1 \quad \text{pour les fréquences transmises.}$$

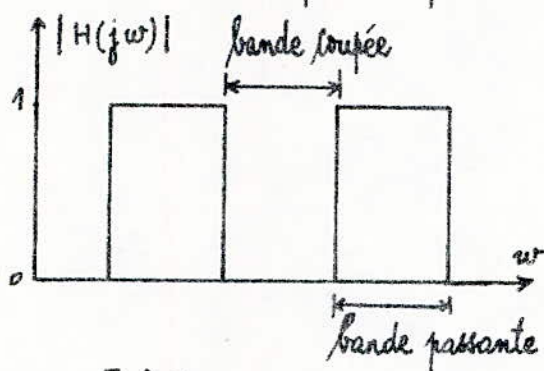
$$|H(j\omega)| = 0 \quad \text{pour les fréquences indésirables.}$$

Un tel circuit constitue un filtre idéal. Par conséquent, on pourra distinguer sur l'axe des fréquences, des intervalles

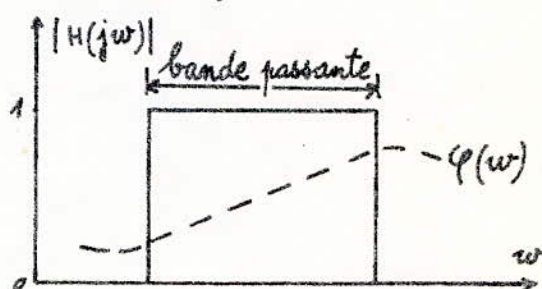
pour lesquels  $|H(j\omega)| = 0$  et d'autres pour lesquels  $|H(j\omega)| = 1$  qu'on appellera bandes de fréquences.

On distingue ainsi :

- les bandes passantes, pour lesquelles  $|H(j\omega)| = 1$
- les bandes coupées, pour lesquelles  $|H(j\omega)| = 0$



I.1. a



I.1. b

Fig I.1 - Réponse des filtres idéaux, a - une bande coupée entre deux bandes passantes, b - passe-bande idéal en amplitude et en phase.

Les filtres réels ne réalisent pas les conditions idéales de la figure I.1 ( $|H(j\omega)| = 1$  dans la bande passante,  $|H(j\omega)| = 0$  dans la bande coupée,  $\varphi(\omega) = -\omega \cdot \tau$  dans la bande passante). En pratique, l'allure de la transmittance d'un filtre réel est donnée en figure I.2.

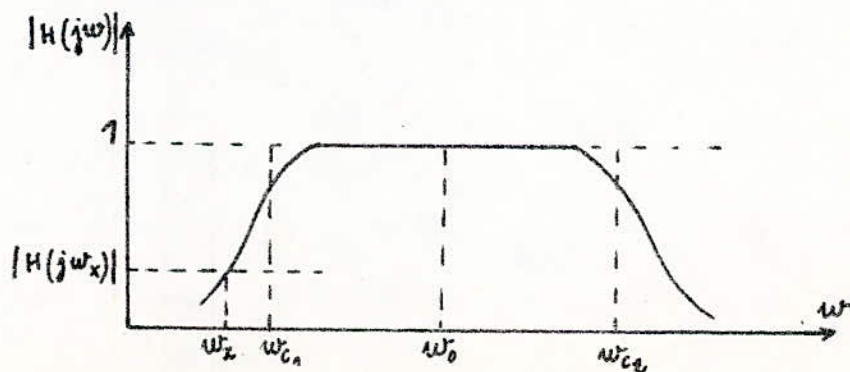


Fig I.2 - Réponse d'un filtre réel en amplitude.

Pour la pulsation  $\omega_x$ , on définit l'affaiblissement  $A_{dB}$  par :

$$A_{dB} = 20 \log \frac{|H(j\omega_0)|}{|H(j\omega_x)|}$$

$A_{dB}$  étant un affaiblissement jugé suffisant pour qu'à la fréquence  $\omega_x$ ,  $|H(j\omega_x)|$  soit négligeable.

Selon l'utilisation du filtre et suivant la position et la forme de sa bande passante sur l'axe des fréquences, on distingue quatre types de filtres :

- passe-bas " Fig I.3.a "
- passe-haut " Fig I.3.b "
- passe-bande " Fig I.3.c "
- coupe-bande " Fig I.3.d "

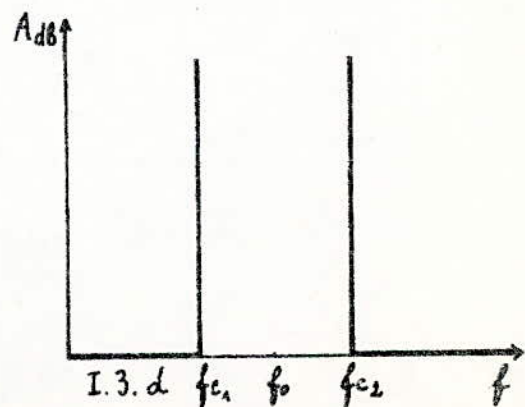
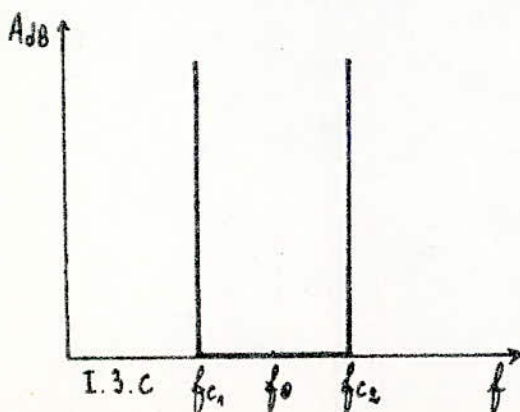
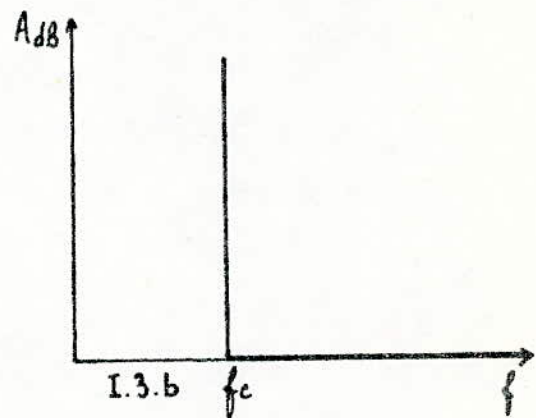
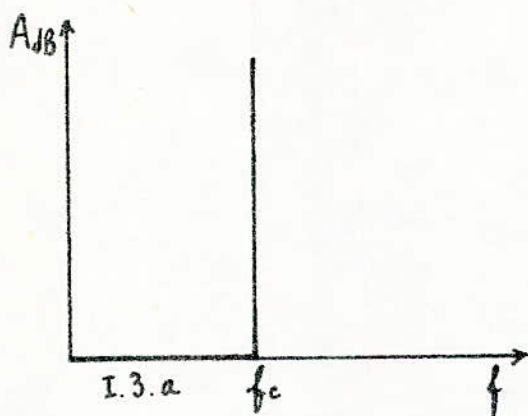


Fig I.3 - Réponses des différents types de filtres idéaux, a - passe-bas, b - passe-haut, c - passe-bande, d - coupe-bande.

On définit pour chaque type de filtre les fréquences de coupure et une fréquence centrale  $f_0$  telle que :

$f_0 = 0$  pour les filtres passe-bas.

$f_0 = \infty$  pour les filtres passe-haut.

$f_0 = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}}$  pour les filtres passe-bande et coupe-bande.

## 1.2 - Catégorie des filtres.

Il existe en général deux catégories de filtres :

- Les filtres passifs : ils sont constitués par des éléments  $p$  tels que les selfs, les résistances et les capacités.

- Les filtres actifs : ils sont constitués par une association de réseaux passifs (résistance, capacité) et d'éléments actifs (amplificateur opérationnel, transistor...).

Les filtres actifs ne sont pas très stables. En effet, une variation de la valeur d'un élément passif, peut entraîner l'oscillation du montage.

Les filtres actifs conviennent mieux dans le domaine des fréquences, du fait que les amplificateurs de moyenne bande utilisés dans la réalisation de ces filtres, ont une bande relativement faible (jusqu'à 30 KHz).

N'étant composés que d'éléments actifs (semi-conducteurs), de résistances et de condensateurs, les filtres actifs présentent plusieurs autres avantages tels que leur faible poids, leur encombrement, leur coût relativement bas et leur facilité de réglage.

Dans les basses fréquences, l'utilisation des filtres passifs est déconseillée.



du fait de leur faible facteur de pertension qui peut mener à un affaiblissement notable de puissance transmise.

En revanche, dans le domaine des hautes fréquences, ils ont un meilleur comportement car ils transportent la puissance avec un affaiblissement négligeable.

Ainsi, les filtres passifs sont indispensables en hautes fréquences et en particulier en micro-ondes.

### 1.3 - Utilisation des filtres électriques.

Les filtres électriques remplissent un grand nombre de fonctions parmi lesquelles nous citerons :

- Les filtres de radiocommunications.

Ces filtres sont utilisés dans les récepteurs de qualité où une bande de fréquences est sélectionnée par un filtre d'entrée, éliminant les signaux de fréquences différentes de celles de la bande choisie.

- Les filtres de modulation-démodulation.

Dans une transmission, les signaux émis sont presque toujours sous forme de modulation d'une fréquence porteuse (Modulation d'amplitude, de fréquence, de phase...).

Il est alors nécessaire de limiter au maximum le spectre des fréquences émises pour ne pas trop encombrer le support de transmission. Ce rôle est rempli par le filtre de modulation. De même, à la réception le filtre de démodulation ne retiendra que la bande des fréquences correspondant au signal émis.

- Les filtres d'analyse spectrale.

L'analyse d'un signal noyé dans du bruit consiste à déterminer son spectre de fréquence. Celle-ci s'effectue généralement à l'aide de filtres en peigne, qui ne sont autres qu'une succession de filtres ne laissant chacun qu'une bande très étroite de fréquence.

- Les filtres améliorant le rapport signal/bruit.

Lorsqu'on connaît la bande de fréquence d'un signal noyé dans du bruit, il est possible d'améliorer la qualité à l'aide d'un filtre qui ne laissera passer que ces fréquences. De même si le bruit possède un spectre de fréquence bien déterminé, on peut améliorer le rapport signal/bruit en éliminant cette bande indésirable.

- Les filtres correcteurs.

Lorsqu'un signal a subi une déformation linéaire indésirable il est possible de corriger ce défaut à l'aide d'un filtre correcteur.

Il existe beaucoup d'autres types de fonctions réalisées par les filtres. En particulier dans les radars ou encore en micro-ondes.

## 2. Synthèse des filtres.

Contrairement à l'analyse qui n'est autre que l'examen des propriétés d'un réseau donné, la synthèse consiste à trouver un réseau répondant à des conditions fixées à l'avance.

Dans le cas des filtres, les principes de base de la synthèse sont

- Les transformations de fréquence.
- Les approximations.

La synthèse de n'importe quel filtre se réduit à celle d'un fil passe-bas, dit "prototype" car il a tous ses zéros de transmission à l'infini (atténuation importante au delà de la fréquence de coupure). Les autres types de filtres sont alors déduits à partir du prototype par transformation de fréquence.

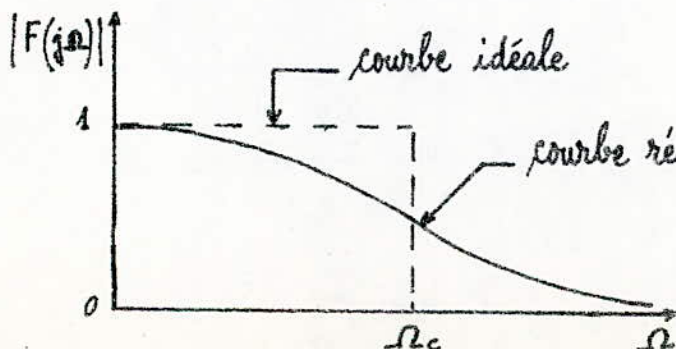
La fonction de transfert  $F(p)$  pour un filtre passe-bas (figure II.1) sera de la forme :

$$F(p) = \frac{1}{1 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n} \quad (\text{II.1})$$

où :

les  $a_i$  sont des constantes du polynôme et  $p$  l'opérateur de Heaviside ( $p = j\Omega$ ).

La fonction de transfert représente le rapport signal de sortie sur celui de l'entrée.



$$|F(j\Omega)|_{\Omega=0} = 1$$

$\Omega_c$  : pulsation de coupure.

Fig II.1 - Réponse d'un filtre passe-bas.

## 2.1 - Méthodes de synthèse.

La synthèse est l'opération qui permet, à partir de la fonction de transfert déterminée par l'analyse, de réaliser au moyen de circuits (quadripôles) de base (impédances, N.I.C, transformateur quart d'onde, ...) le montage qui simule cette fonction de tra  
Nous ne nous intéressons dans notre étude qu'à la synthèse des réseaux réactifs non-dissipatifs constitués par des inductances et capacités. Les différentes méthodes de synthèse données ci-dessous permettent d'obtenir des réseaux présentant des structures caractéristiques (formés par des circuits résonants en série ou en parallèle ou par des circuits parallèles (mis en série) port le nom de "circuits canoniques".

### 2.1.1 - Méthodes de Foster.

Ces méthodes utilisent le principe d'extraction des pôles de l'ex de l'impédance ou de l'admittance.

#### 2.1.1.1 - Foster série $F_s$ .

La forme de Foster série est obtenue en décomposant  $Z(p)$  en éléments simples par extraction des pôles.

L'expression de l'impédance est de la forme :

$$Z(p) = \frac{K_0}{p} + K_\infty p + \sum_i \frac{2k_i p}{p^2 + \omega_i^2} \quad (\text{II.2})$$

où :  $\frac{K_0}{p}$  est la réactance d'une capacité de valeur  $\frac{1}{K_0}$ ,

$K_\infty p$  celle d'une inductance de valeur  $K_\infty$

$$\text{et } \frac{2k_i p}{p^2 + \omega_i^2} = \frac{2k_i p}{p^2} // \frac{2k_i p}{\omega_i^2} = \frac{2k_i}{p} // \frac{2k_i}{\omega_i^2} p$$

Nous donnons ci-dessous les formes et les valeurs des éléments du circuit :

$\frac{K_0}{P}$		$C = \frac{1}{K_0}$
$K_\infty p$		$L = K_\infty$
$\frac{2k_i p}{p^2 + \omega_i^2}$		$L = \frac{2k_i}{\omega_i^2} ; C = \frac{1}{2k_i}$

Le circuit correspondant à l'expression (II.2) de  $Z(p)$  est donc réalisé sous forme de circuits anti-résonants branchés en série avec  $C = \frac{1}{K_0}$  et  $L = K_\infty$  (Fig II.2).

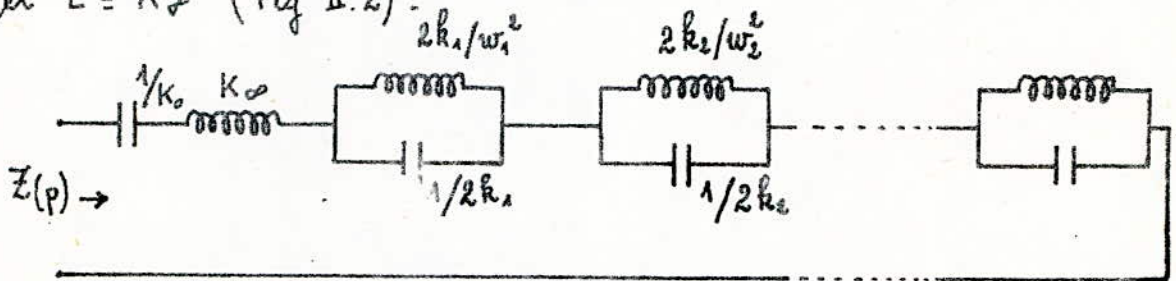


Fig II.2 - Circuit réactif réalisé à l'aide de circuits parallèles mis en série.

### 2.1.1.2 - Foster parallèle $F_p$ .

La forme de Foster parallèle utilise le même procédé que  $F_s$  mais appliqué à l'admittance  $Y(p)$  du réseau.

L'expression de l'admittance est de la forme :

$$Y(p) = \frac{K'_0}{P} + K'_\infty p + \sum_i \frac{2k'_j p}{p^2 + \omega_j^2} \quad (\text{II.3})$$

Les formes et les valeurs des éléments des circuits élémentaires sont

$\frac{K'_0}{P}$		$L = \frac{1}{K'_0}$
$K'_\infty p$		$C = K'_\infty$
$\frac{2k'_j p}{p^2 + \omega_j^2}$		$L = \frac{1}{2k'_j} ; C = \frac{2k'_j}{\omega_j^2}$

Le circuit correspondant à  $Y(p)$  est réalisé sous forme de circuits résonants, branchés en parallèle avec  $C = K'_0$  et  $L = \frac{1}{K'_0}$  (Fig. 3)

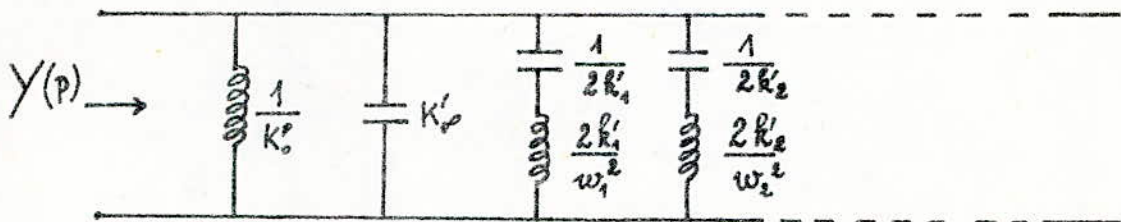


Fig II.3 - Circuit réactif réalisé sous forme de circuit série mis en parallèle.

### 2.1.2 - Méthodes de Cauer.

Ces méthodes utilisent la décomposition de l'impédance  $Z(p)$  en fonctions continues. Cette décomposition reflète la structure en échelle de la figure II.4. La théorie générale des réseaux permet d'exprimer la fonction d'impédance d'un tel réseau, sous la forme de fraction continue :

$$Z(p) = Z_1(p) + \frac{1}{Y_2(p) + \frac{1}{Z_3(p) + \frac{1}{Y_4(p) + \dots + \frac{1}{Y_{n-2}(p) + \frac{1}{Z_{n-1}(p) + \frac{1}{Y_n(p)}}}}}}$$

Les impédances et les admittances du circuit en chaîne (Fig II.4) peuvent être quelconques.

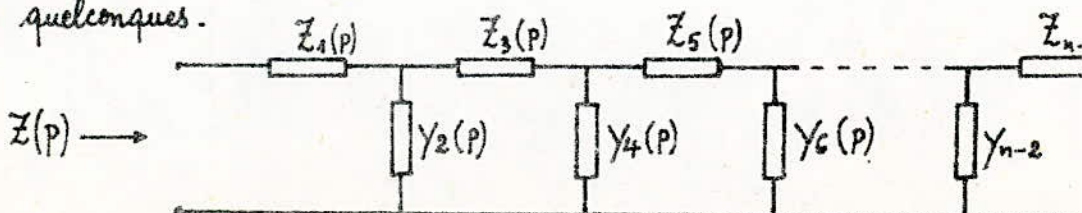


Fig II.4 - Réseau général, en chaîne (échelle).

La fonction  $Z(p)$  qui est une fraction rationnelle du type :

$$Z(p) = \frac{\alpha_{2n} p^{2n} + \alpha_{2n-2} p^{2n-2} + \dots + \alpha_2 p^2 + \alpha_0}{\beta_{2m-1} p^{2m-1} + \beta_{2m-3} p^{2m-3} + \dots + \beta_3 p^3 + \beta_1} \quad (\text{II.5})$$

peut se décomposer en fraction continue de deux manières.

### 2.1.2.1 - Cauer décroissant C.d.

Cette méthode consiste à extraire la valeur finie à l'infini des impédances et le pôle à l'infini des admittances.

Dans l'expression (II.5) de la fraction rationnelle, l'impédance la forme :

$$Z(p) = K_1 p + Z_1(p) \quad (\text{II.6})$$

Le terme  $K_1 p$  représente l'impédance d'une inductance de valeur  $K_1$  en série.  $Z_1(p)$  n'a pas de pôle à l'infini puisque celui-ci se trouve simple dans l'expression de  $Z(p)$ . Par conséquent  $Z_1$  a un zéro à l'infini. L'admittance  $Y_1(p) = \frac{1}{Z_1(p)}$  a donc un pôle à l'infini et prend la forme :

$$Y_1(p) = K_2 p + Y_2(p) \quad (\text{II.7})$$

Le terme  $K_2 p$  représente l'admittance d'une capacité de valeur  $K$  en dérivation.

Le circuit représentant la fonction impédance  $Z(p)$  de l'expression (II.6) examinée est illustrée par la figure II.5.a.

La synthèse se termine lorsque l'extraction des parties entières  $K_1 p$ , prend fin et l'impédance se met sous la forme :

$$\begin{aligned} \bar{Z}(p) = K_1 p + \frac{1}{K_2 p + \frac{1}{K_3 p + \frac{1}{K_4 p + \dots}}} \quad ( \\ \dots + \frac{1}{K_{n-1} p + \frac{1}{K_n p}} \end{aligned}$$

Cette décomposition résulte de l'extraction des parties entières  $K_i p$ , successivement des fonctions ci-dessous, suivant les puissances décroissantes de  $p$  :

$$\begin{aligned} \bar{Z}(p) &\rightarrow \bar{Z}(p) - K_1 p = \bar{Z}_1(p) \\ \frac{1}{\bar{Z}_1(p)} = Y_1(p) &\rightarrow Y_1(p) - K_2 p = Y_2(p) \\ \frac{1}{Y_2(p)} = \bar{Z}_2(p) &\rightarrow \bar{Z}_2(p) - K_3 p = \bar{Z}_3(p) \\ &\vdots \end{aligned}$$

La structure finale est donnée en figure II.5.b.

#### 2.1.2.2 - Cauer croissant $C_c$ .

D'une façon analogue à la méthode  $C_d$ , cette méthode consiste à extraire la valeur finie à l'origine des admittances et le pôle à l'origine des impédances. Il s'agit de décomposer  $\bar{Z}(p)$  sous la forme :

$$\bar{Z}(p) = \frac{K_1}{p} + \bar{Z}_1(p) \quad (\text{II.9})$$

$\frac{K_1}{p}$  représente l'impédance d'une capacité de valeur  $\frac{1}{K_1}$ .

L'impédance  $\bar{Z}_1(p)$  a un zéro à l'origine, par conséquent

$Y_1(p) = \frac{1}{\bar{Z}_1(p)}$  possède un pôle à l'origine, de la forme  $\frac{K_2}{p}$ .

$$Y_1(p) = \frac{K_2}{p} + Y_2(p) \quad (\text{II.10})$$



$\frac{K_2}{P}$  est l'admittance d'une inductance de valeur  $L_2 = \frac{1}{K_2}$ .

Le circuit représentant la fonction impédance  $Z(p) = \frac{K_1}{P} + \frac{1}{\frac{K_2}{P} + Y_1}$  est illustré en figure II.5.c.

Le processus d'extraction suivant les puissances croissantes de  $p$  continue jusqu'à avoir une forme :

$$Z(p) = \frac{K_1}{P} + \frac{1}{\frac{K_2}{P} + \frac{1}{\frac{K_3}{P} + \frac{1}{\frac{K_4}{P} + \dots + \frac{1}{\frac{K_{n-1}}{P} + \frac{1}{\frac{K_n}{P}}}}}} \quad ($$

Cette décomposition résulte de l'extraction du terme  $\frac{K_i}{P}$  apparaissant dans la décomposition des fonctions :

$$\begin{aligned} Z(p) &\rightarrow Z(p) - \frac{K_1}{P} = Z_1(p) \\ \frac{1}{Z_1(p)} = Y_1(p) &\rightarrow Y_1(p) - \frac{K_2}{P} = Y_2(p) \\ \frac{1}{Y_2(p)} = Z_2(p) &\rightarrow Z_2(p) - \frac{K_3}{P} = Z_3(p) \\ &\vdots \end{aligned}$$

La structure finale est obtenue en figure II.5.d.

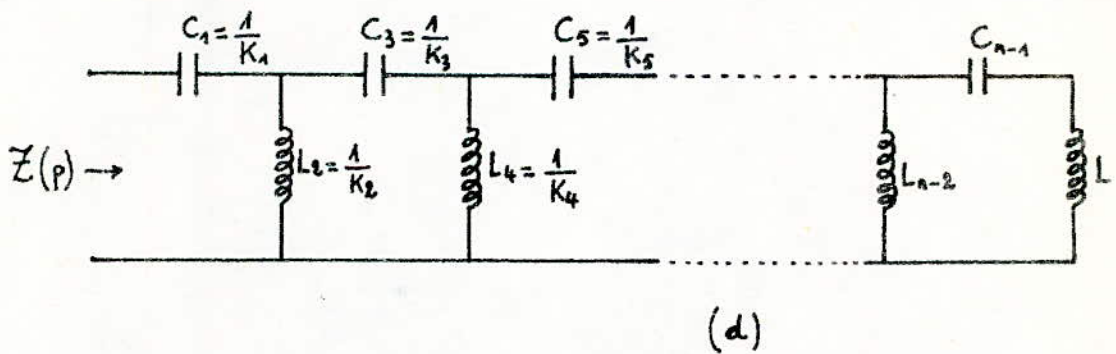
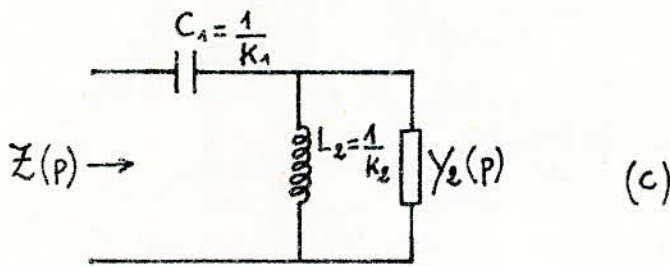
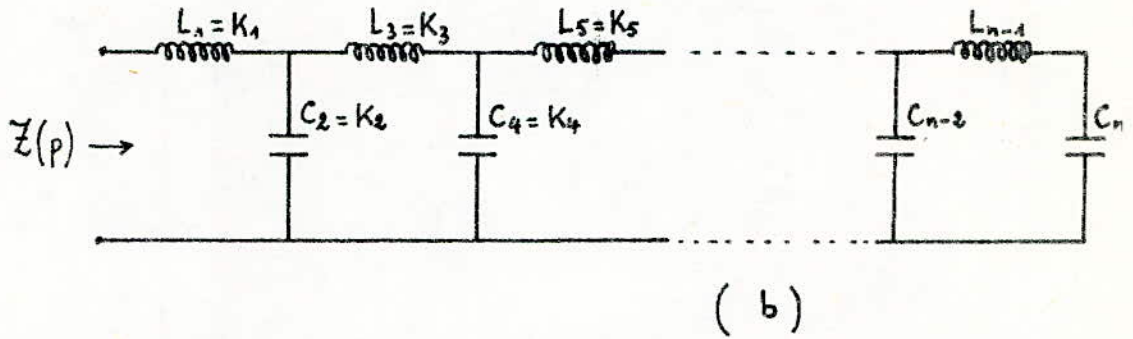
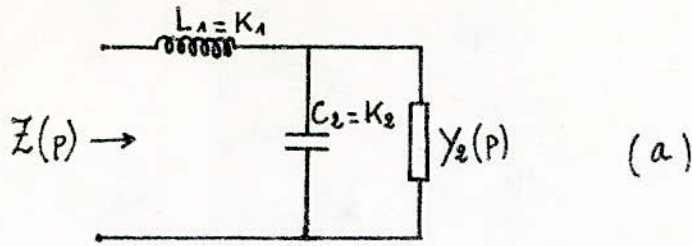


Fig II.5 - Circuits en chaîne L.C.

## 2.2 - Filtre idéal.

La réalisation d'un filtre nécessite la connaissance du spectre des fréquences composant le signal utile. Un filtre idéal transmettrait toutes les composantes du spectre sans déformation en éliminant complètement les signaux indésirables.

Nous définissons principalement quatre types de filtres idéaux ayant les courbes de réponse représentées en figure I.3.

## 2.3 - Filtre réel.

En pratique, nous ne pouvons pas réaliser des filtres répondant aux courbes idéales (Fig I.3) à l'aide d'un nombre fini de composants des réseaux.

Mais, il est possible de les approcher en admettant trois imperfections (Fig II.7) :

- L'atténuation en bande passante n'est pas nulle ;
- L'atténuation en bande coupée présente une valeur finie ;
- La transition entre les bandes passantes et coupées ne se fait pas brusquement, mais d'une manière progressive.

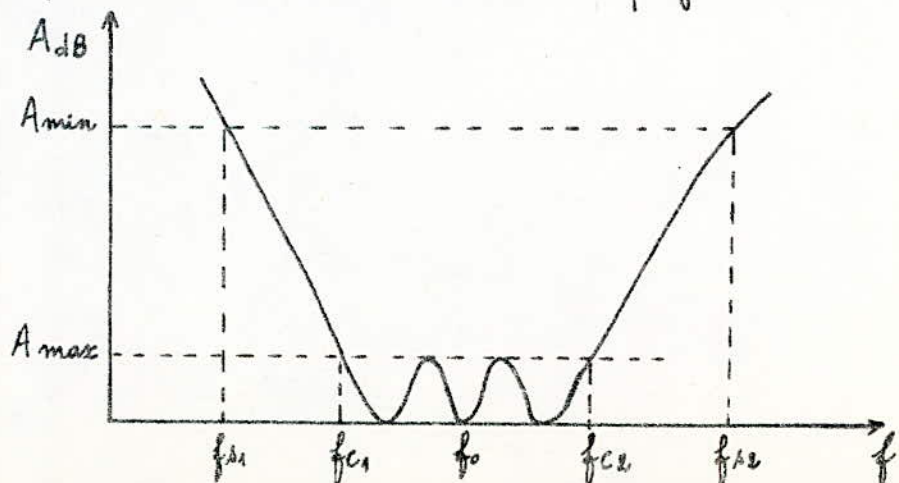


Fig II.7 - Courbe de réponse d'un filtre passe-bande réel.

### 2.3.1 - Gabarit d'un filtre réel.

Plus un filtre réel se rapproche du filtre idéal, plus les bandes de transition deviennent étroites (l'atténuation  $A_{max}$  est faible et l'atténuation  $A_{min}$  est élevée) et plus, il nécessite de composants. Donc, la réalisation d'un filtre consiste à chercher un compromis performances-nombre de composants. Pour parvenir à ce but, on définit un gabarit à l'intérieur duquel la courbe d'affaiblissement doit se situer.

Les gabarits des différents filtres ont l'allure représentée en figure II.8.

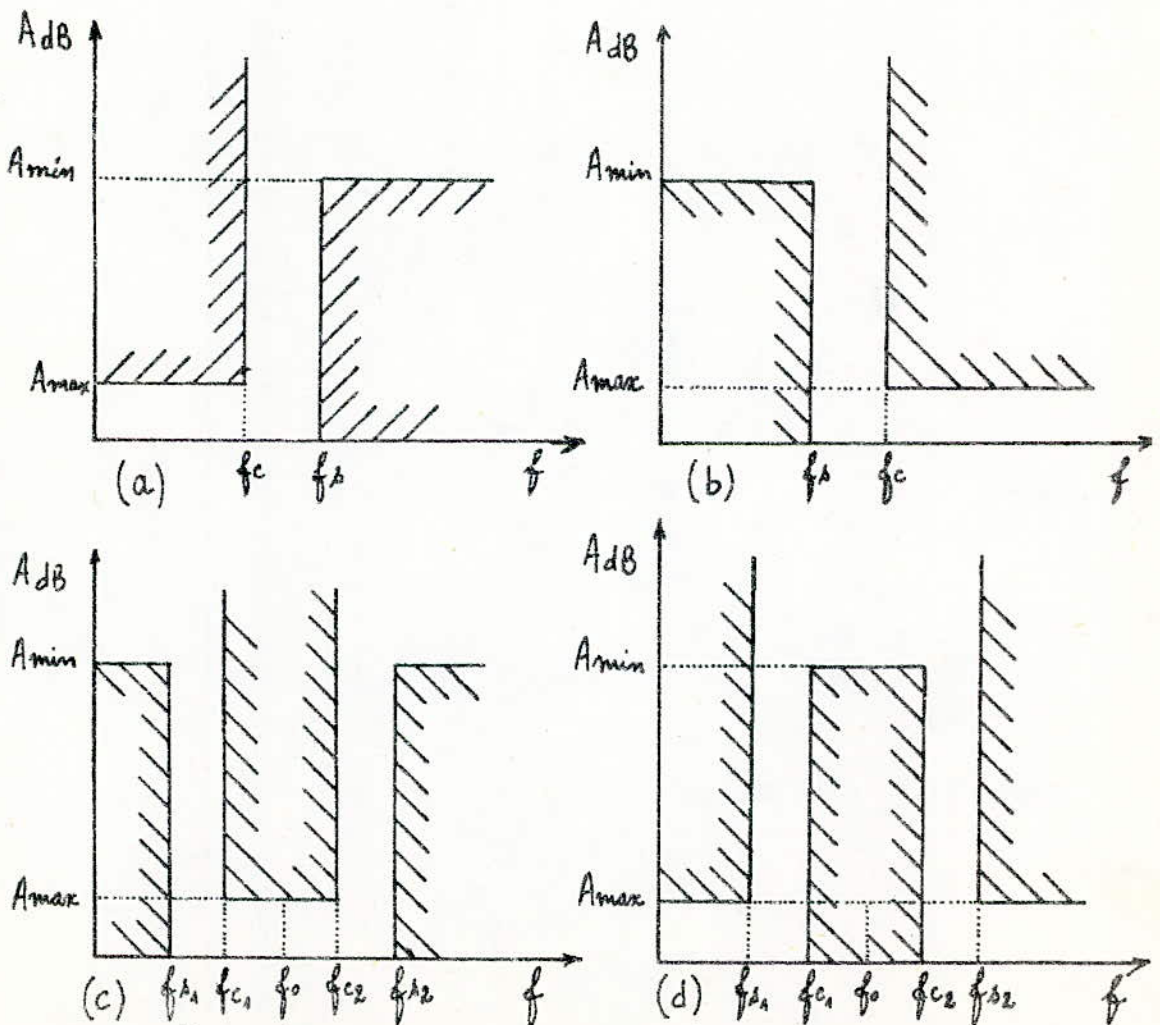


Fig II.8 - Gabarits de filtres, a - passe-bas, b - passe-haut, c - passe-bande, d - coupe-bande.

### 2.3.2 - Grandeurs caractéristiques du gabarit d'un filtre.

Un gabarit de filtre passe-bas (ou passe-haut) est entièrement défini par la connaissance des grandeurs :  $A_{max}$ ,  $A_{min}$ ,  $f_s$ ,  $f_c$ .

Pour les filtres passe-bande et coupe-bande, il existe quatre fréquences frontières  $f_{s2}$ ,  $f_{s1}$ ,  $f_{c1}$ ,  $f_{c2}$  et deux atténuations  $A_{max}$  et  $A_{min}$ .

Du fait de leur symétrie par rapport à la fréquence centrale, ces filtres vérifient la relation [1] :

$$f_{c1} \cdot f_{c2} = f_{s1} \cdot f_{s2} = f_0^2$$

$f_0$  étant la fréquence centrale du filtre.

### 2.4 - Filtre prototype.

La réalisation de n'importe quel filtre se ramène à celle du filtre passe-bas appelé "prototype". Pour faciliter la synthèse, on fait intervenir deux simplifications :

- La normalisation des unités de fréquence et d'impédance.
- La transposition de fréquence.

#### 2.4.1 - Normalisation des unités.

##### 2.4.1.1 - Normalisation de l'unité de fréquence.

La fréquence normalisée est  $F = \frac{f}{f_u}$ .

Pour les filtres passe-bas et passe-haut,  $f_u$  sera la dernière fréquence passante :  $f_u = f_c$  (Fig II.9) et pour les filtres passe-bande ou coupe-bande, la fréquence centrale est telle que

$$f_u = f_0 = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}} \quad (\text{Fig II.10}).$$

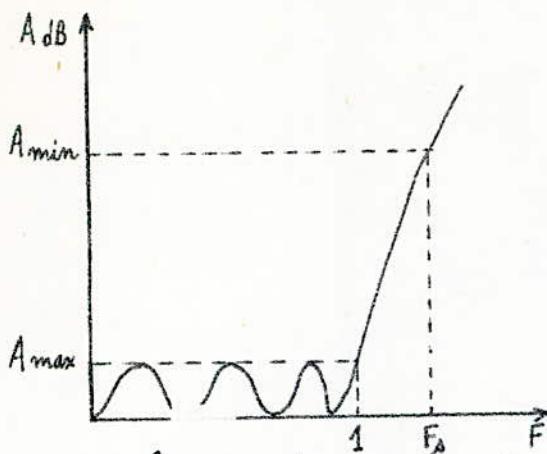


Fig II.9 - Courbe de réponse d'un filtre passe-bas exprimée en fonction de la fréquence normalisée.

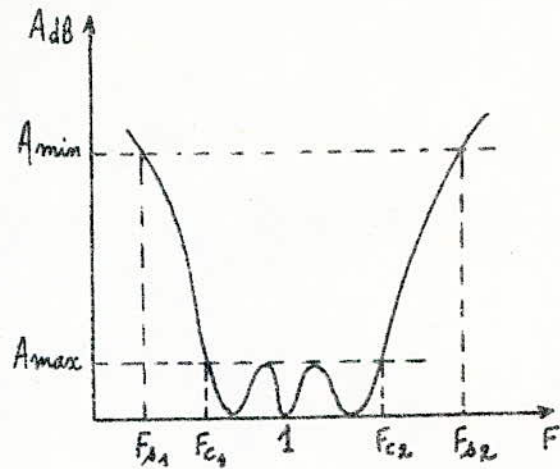


Fig II.10 - Courbe de réponse d'un filtre passe-bande exprimée en fonction de la fréquence normalisée.

La pulsation normalisée de la fréquence  $F = \frac{f}{f_u}$  est :

$$\Omega' = 2\pi F$$

#### 2.4.1.2 - Normalisation de l'unité d'impédance.

Nous prenons comme unité d'impédance une valeur particulière  $R_0$ . La normalisation se fait généralement par rapport à l'impédance de charge  $R_L$  du filtre.

#### 2.4.2 - Transposition de fréquence.

La transposition de fréquence est une transformation de fréquence permettant d'étudier n'importe quel filtre donné à partir du prototype. Pour cela, nous étudions les différentes transpositions du passe-bas en adoptant les notations  $p_b$  pour la pulsation complexe du passe-bas et  $\Omega$  la pulsation réelle de ce même filtre ( $p_b = j\Omega$ ).

Ces transformations s'appliqueront à la fois aux gabarits, aux fonctions de transfert et aux éléments constitutifs du filtre.

Si le filtre "prototype" considéré est constitué d'éléments actifs ou passifs, nous obtiendrons les filtres transposés en appliquant la transformation aux éléments dépendants de la fréquence.

Ainsi, une résistance ou un élément actif sont inchangés.

La normalisation des grandeurs se fait par rapport à l'impédance de charge  $R_L$ , supposée identique pour tous les filtres, et par rapport aux pulsations de coupures,  $\Omega_c$  pour le passe-bas,  $\omega_c$  pour le passe-haut et  $(\omega_{c1}, \omega_{c2})$  pour la passe-bande et le coupe-bande.

Les relations entre les valeurs effectives et les valeurs normalisées du "prototype" dépendant de la fréquence sont données par les expressions suivantes :

$$\frac{L \Omega}{R_L} = \frac{L \Omega_c}{R_L} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_c} = L_n \frac{\Omega}{\Omega_c} \Rightarrow L = L_n \frac{R_L}{\Omega_c} \quad (\text{II.12})$$

$$\text{et } \frac{1}{C \Omega} \cdot \frac{1}{R_L} = \frac{1}{C \Omega_c R_L} \cdot \frac{\Omega_c}{\Omega} = \frac{1}{C_n} \cdot \frac{\Omega_c}{\Omega} \Rightarrow C = \frac{C_n}{\Omega_c R_L} \quad (\text{II.13})$$

où  $L$  et  $C$  sont les valeurs effectives de l'inductance et de la capacité du prototype,  $L_n$  et  $C_n$  les valeurs normalisées des éléments  $L$  et  $C$ , et  $\Omega_c$  la fréquence de coupure.

#### 2.4.2.1 - Transposition passe-bas passe-haut.

Cette transposition fait subir à la variable complexe normalisée

$P_{bn} = j \Omega_n$  la transformation définie par l'expression suivante :

$$P_{bn} \longrightarrow \frac{1}{P_n}$$

$P_{bn}$  : pulsation normalisée du passe-bas.

$P_n$  : pulsation normalisée du passe-haut.

Soient les pulsations normalisées suivantes :

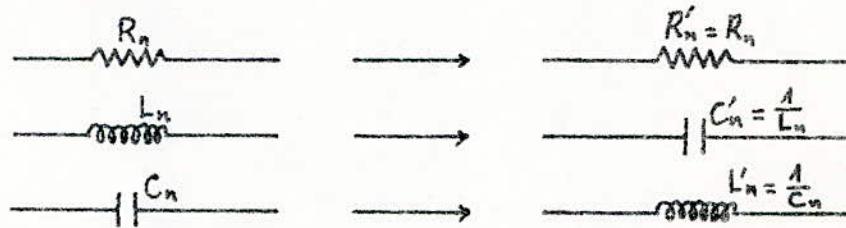
$$P_{bn} = \frac{P_b}{\Omega_c} \quad ; \quad P_n = \frac{P}{\omega_c}$$

Lors de la normalisation, toutes les impédances sont divisées par  $R_L$ .  
Les relations entre les éléments normalisés deviennent :

$$L_n \cdot P_{bn} \longrightarrow L_n \cdot \frac{1}{P_n}$$

$$\frac{1}{C_n \cdot P_{bn}} \longrightarrow \frac{P_n}{C_n}$$

soit :



Donc la transposition passe-bas passe-haut n'affecte pas les résistances transforme les inductances en capacités et les capacités en inductance. La dénormalisation consiste à retrouver les éléments effectifs du passe-haut. Pour cela, nous multiplions toutes les impédances par  $R_L$ . La capacité effective  $C'$  du passe-haut est donnée par :

$$C' = \frac{C'_n}{\omega_c \cdot R_L} = \frac{\frac{1}{L_n}}{\omega_c \cdot R_L} = \frac{1}{\omega_c \cdot R_L \cdot L_n \cdot \frac{\Omega_c}{\Omega}} = \frac{1}{\omega_c \cdot \Omega_c \cdot L}$$

d'où 
$$C' = \frac{1}{\omega_c \cdot R_L \cdot L_n} = \frac{1}{\omega_c \cdot \Omega_c \cdot L} \quad (\text{II. 14})$$

L'inductance effective  $L'$  du passe-haut :

$$L' = L'_n \frac{R_L}{\omega_c} = \frac{1}{C_n} \cdot \frac{R_L}{\omega_c} = \frac{1}{C_n \cdot \Omega_c \cdot R_L} \cdot \frac{R_L}{\omega_c} = \frac{1}{\omega_c \cdot \Omega_c \cdot C}$$

d'où 
$$L' = \frac{R_L}{C_n \cdot \omega_c} = \frac{1}{\omega_c \cdot \Omega_c \cdot C} \quad (\text{II. 15})$$

#### 2.4.2.2 - Transposition passe-bas passe-bande.

Le filtre souhaité n'a qu'une bande passante et est défini par deux fréquences de coupures  $\omega_{c1}$  et  $\omega_{c2}$ .



La transposition du passe-bas au passe-bande fait subir à la fréquence complexe normalisée  $p_{bn} = j\Omega_n$  la transposition définie par :

$$p_{bn} \longrightarrow \frac{1}{B} \left( p_n + \frac{1}{p_n} \right)$$

avec :

$$B = \frac{\Delta f_c}{f_0} = \frac{f_{c2} - f_{c1}}{f_0} = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_0}$$

" : largeur de bande relative.

À chaque fréquence du "prototype" correspondent deux fréquences du passe-bande.

Pour le passage du passe-bas au passe-bande, on prend :

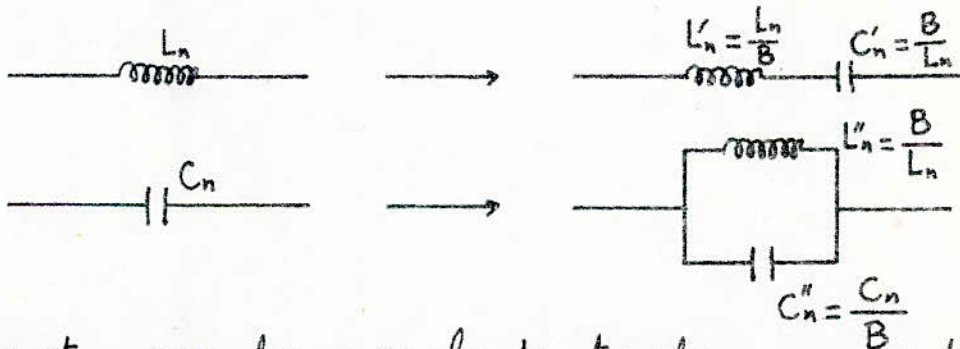
$$p_{bn} = \frac{p_b}{\Omega_c} \quad ; \quad p_n = \frac{p}{\omega_0}$$

Après normalisation, on obtiendra les relations suivantes :

$$L_n \cdot p_{bn} \longrightarrow L_n \frac{1}{B} \left( p_n + \frac{1}{p_n} \right) = \frac{L_n}{B} p_n + \frac{L_n}{B} \cdot \frac{1}{p_n}$$

$$C_n \cdot p_{bn} \longrightarrow C_n \frac{1}{B} \left( p_n + \frac{1}{p_n} \right) = \frac{C_n}{B} p_n + \frac{C_n}{B} \cdot \frac{1}{p_n}$$

soit :



La transposition passe-bas passe-bande transforme une inductance en un circuit résonant série, et une capacité en un circuit résonant parallèle.

- Valeurs effectives de  $C'$  et  $L'$  du passe-bande :

$$C' = \frac{C'_n}{\omega_0 \cdot R_L} = \frac{B/L_n}{\omega_0 \cdot R_L} = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_0^2 \cdot R_L \cdot L_n}$$

d'où

$$C' = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_0^2 \cdot R_L \cdot L_n} = \frac{1}{L'_n \cdot R_L \cdot \omega_0}$$

(II.16)

$$L' = L'_n \frac{R_L}{\omega_0} = \frac{L_n}{B} \frac{R_L}{\omega_0} = \frac{L_n \cdot R_L}{\omega_{c2} - \omega_{c1}}$$

$$\text{d'où} \quad L' = \frac{L_n \cdot R_L}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} = \frac{R_L}{C'_n \cdot \omega_0} \quad (\text{II. 17.})$$

- Valeurs effectives de  $C''$  et  $L''$  du passe-bande:

$$C'' = \frac{C''_n}{\omega_0 \cdot R_L} = \frac{C_n}{B \cdot \omega_0 \cdot R_L} = \frac{C_n}{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) \cdot R_L}$$

$$\text{d'où} \quad C'' = \frac{C_n}{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) \cdot R_L} = \frac{1}{L''_n \cdot \omega_0 \cdot R_L} \quad (\text{II. 18.})$$

$$L'' = L''_n \frac{R_L}{\omega_0} = \frac{B}{C_n} \frac{R_L}{\omega_0} = \frac{(\omega_{c2} - \omega_{c1}) \cdot R_L}{C_n \cdot \omega_0^2}$$

$$\text{d'où} \quad L'' = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{C_n \cdot \omega_0^2} = \frac{R_L}{C''_n \cdot \omega_0} \quad (\text{II. 19.})$$

### 2.4.2.3 - Transposition passe-bas coupe-bande.

Cette transposition est analogue à la précédente. Le filtre souhaité dans ce cas a une bande passante infinie à l'exception d'une bande limitée par deux fréquences de coupures  $\omega_{c1}$ ,  $\omega_{c2}$ .

Une telle transformation est définie par la relation :

$$\text{avec :} \quad P_{bn} \longrightarrow \frac{1}{\frac{1}{B} \left( P_n + \frac{1}{P_n} \right)}$$

$$B = \frac{f_{c2} - f_{c1}}{f_0} = \frac{\omega_{c2} - \omega_{c1}}{\omega_0}$$

Le même processus de passage s'applique, c'est à dire :

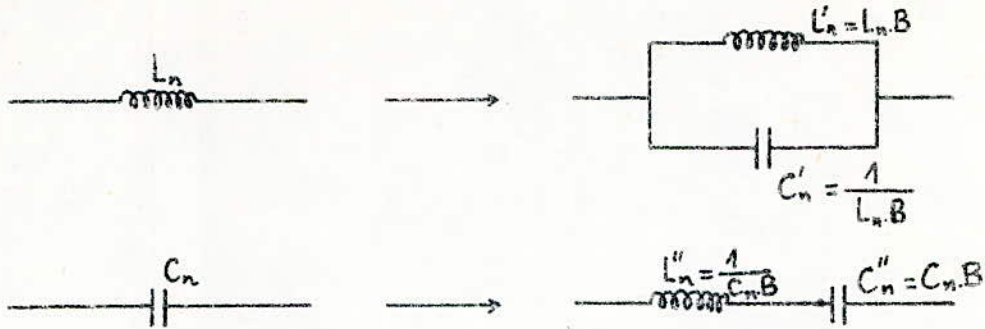
$$P_{bn} = \frac{P_b}{\Omega_c} \quad ; \quad P_n = \frac{P}{\omega_0}$$

La normalisation des éléments nous donne les relations suivantes :

$$\frac{1}{L_n \cdot P_n} \longrightarrow \frac{1}{L_n} \cdot \frac{1}{B} \left( P_n + \frac{1}{P_n} \right) = \frac{1}{L_n \cdot B} P_n + \frac{1}{L_n \cdot B} \frac{1}{P_n}$$

$$\frac{1}{C_n \cdot P_n} \longrightarrow \frac{1}{C_n} \cdot \frac{1}{B} \left( P_n + \frac{1}{P_n} \right) = \frac{1}{C_n \cdot B} P_n + \frac{1}{C_n \cdot B} \frac{1}{P_n}$$

soit :



À l'inverse de la précédente, cette transposition transforme une inductance en un circuit résonnant parallèle, et une capacité en un circuit résonnant série.

- Valeurs effectives de  $C'$  et  $L'$  du coupe-bande :

$$C' = \frac{C'_n}{\omega_0 \cdot R_L} = \frac{1/L_n B}{\omega_0 \cdot R_L} = \frac{1}{L_n R_L (\omega_{c2} - \omega_{c1})}$$

$$\text{d'où} \quad C' = \frac{1}{L_n R_L (\omega_{c2} - \omega_{c1})} = \frac{\omega_0}{L_n R_L} \quad (\text{II.20})$$

$$L' = \frac{L'_n R_L}{\omega_0} = \frac{L_n B R_L}{\omega_0} = \frac{L_n R_L (\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_0^2}$$

$$\text{d'où} \quad L' = \frac{L_n R_L (\omega_{c2} - \omega_{c1})}{\omega_0^2} = \frac{R_L}{C'_n \omega_0} \quad (\text{II.21})$$

- Valeurs effectives de  $C''$  et  $L''$  du coupe-bande :

$$C'' = \frac{C''_n}{\omega_0 \cdot R_L} = \frac{C_n B}{\omega_0 \cdot R_L} = \frac{C_n (\omega_{c2} - \omega_{c1})}{R_L \omega_0^2}$$

$$\text{d'où} \quad C'' = \frac{C_n (\omega_{c2} - \omega_{c1})}{R_L \omega_0^2} = \frac{1}{L''_n R_L \omega_0} \quad (\text{II.22})$$

$$L'' = \frac{L''_n R_L}{\omega_0} = \frac{1}{C_n B} \frac{R_L}{\omega_0} = \frac{R_L}{C_n (\omega_{c2} - \omega_{c1})}$$

$$\text{d'où} \quad L'' = \frac{R_L}{C_n (\omega_{c2} - \omega_{c1})} = \frac{R_L}{C''_n \omega_0} \quad (\text{II.23})$$

### 2.4.3 - Les approximations.

Parmi les problèmes que pose la synthèse des filtres, nous distinguons celui de l'approximation qui a pour but de simplifier les calculs lors de la recherche de la caractéristique de réponse du filtre.

Le circuit à réaliser n'étant pas défini par une fonction rationnelle conduisant à un réseau réalisable, nous essayons d'approximer la réponse de ce filtre - une fonction connue, donc facile à manipuler.

Ainsi, pour réaliser un filtre à partir d'un gabarit donné, nous passons par l'intermédiaire des fonctions d'approximations qui correspondent à un circuit physiquement réalisable et permettant de déterminer la structure et la valeur de ses éléments.

La fonction assurant l'approximation [1, 2] est de la forme :

$$|F(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + K(\Omega^2)} \quad (\text{II.24})$$

où  $K(\Omega^2)$  est la fonction caractéristique du filtre.

La relation (II.24) peut être transformée en :

$$A_{dB} = 20 \log |F(j\Omega')| = 10 \log \left[ \frac{1}{1 + K(\Omega'^2)} \right] \quad (\text{II.25})$$

où  $\Omega' = \frac{\Omega}{\Omega_c}$  est la pulsation normalisée ( $p_n = j\Omega'$ ).

Les approximations les plus couramment utilisées se divisent en deux grandes catégories :

- Les fonctions polynômiales aboutissant aux filtres polynômiaux.
- Les fonctions de Zolotaref aboutissant aux filtres de Butter (filtres non polynômiaux).

### 2.4.3.1. Filtrés polynômiaux.

#### 2.4.3.1.1 - Filtrés de Butterworth.

Les filtres ont la propriété d'avoir une courbe de réponse la plus plate possible à l'origine, c'est à dire dans la bande passante. En effet, la fonction caractéristique de Butterworth de degré  $n$ :  $B_n(\Omega'^2)$  ainsi que ses  $n$  premières dérivées devront être nulles pour  $\Omega' = 0$ . Nous avons donc :

$$K(\Omega'^2) = B_n(\Omega'^2) = E^2 \cdot (\Omega'^2)^n = E^2 \cdot (\Omega')^{2n}.$$

Ce qui donne en remplaçant dans l'expression (II.25) :

$$A_{dB} = 10 \log \left[ \frac{1}{1 + E^2 \cdot (\Omega')^{2n}} \right] = 10 \log \left[ \frac{1}{1 + (-1)^n p_n^{2n}} \right] \Big|_{p_n=j}$$

Les fonctions de transfert des filtres de Butterworth s'obtiennent en recherchant les racines à partie négative de l'expression :

$$1 + (-1)^n p_n^{2n}.$$

#### 2.4.3.1.2 - Filtrés de Legendre.

Les filtres de Legendre, parfois appelés filtres de Papoulis, ont une courbe d'atténuation croissant uniformément. Ils ont la pente la plus forte possible à la fréquence de coupure.

Les fonctions caractéristiques de Legendre  $K_n(\Omega'^2) = E^2 \cdot L_n(\Omega'^2)$  sont caractérisées par une dérivée  $\frac{dL}{d\Omega'}$  toujours positive mais prenant une valeur plus grande pour  $\Omega' = 1$ .

Les polynômes  $L(\Omega'^2)$  utilisent les propriétés des polynômes de Legendre.

#### 2.4.3.1.3 - Filtrés de Tchebycheff.

Les filtres de Tchebycheff ont une courbe d'atténuation qui oscille entre 0 et  $A_{max}$  dans la bande passante, par contre en bande coupée,

l'atténuation augmente d'une manière continue.

Les fonctions caractéristiques de tels filtres sont des polynômes de Tchebycheff  $T_n(\Omega')$  dont la valeur oscille  $n$  fois entre  $+1$  et  $-1$  lorsque la variable oscille entre  $+1$  et  $-1$  ( $n$  correspond au nombre de zéros de A dB dans la bande passante).

Les polynômes de Tchebycheff sont exprimés sous forme trigonométrique

$$T_n(\Omega') = \cos [n \arccos \Omega']$$

Les polynômes caractéristiques des filtres de Tchebycheff s'écrivent sous la forme :

$$K_n(\Omega'^2) = E^2 \cdot T_n^2(\Omega')$$

$$\text{avec : } E = \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1} \quad (\text{II.26})$$

L'atténuation de tels filtres s'exprime donc :

$$A_{dB} = 10 \log \left[ \frac{1}{1 + E^2 \cdot T_n^2(\Omega')} \right]$$

Pour déterminer  $n$ , nous devons constater que dans la bande atténuée, c'est à dire pour  $\Omega' > 1$ , que l'expression de  $T_n(\Omega')$  est [3] :

$$T_n(\Omega') \approx 2^{n-1} \cdot \Omega'^n$$

$$\text{donc } 1 + E^2 \cdot T_n^2(\Omega') \approx 1 + E^2 (2^{n-1} \cdot \Omega'^n)^2$$

$$\text{et } 10 \log_{10} [1 + E^2 (2^{n-1} \cdot \Omega'^n)^2] \geq (A_{\min})_{dB} \quad (\text{II.27})$$

On déduit  $n$  à partir de (II.26) et (II.27).

$$\text{soit : } n \geq \frac{\log_{10} (10^{\frac{A_{\min}}{10}} - 1) - \log_{10} (10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1) + 0,6}{0,6 + 2 \log_{10} \Omega'} \quad (\text{II.28})$$

Les fonctions de transfert des filtres de Tchebycheff s'obtiennent en recherchant les racines à partir de l'équation de l'expression :

$$1 + \varepsilon^2 T_n^2\left(\frac{p}{j}\right)$$

Des tableaux ont été dressés à cet effet [1].

#### 2.4.3.1.4 - Filtrés de Bessel.

Les filtres de Bessel, encore appelés parfois filtres de Thomson, sont des filtres polynômiaux pour lesquels le critère d'approximation est la régularité du temps de propagation de groupe dans la bande passant. La fonction de transfert de ces filtres est de la forme [4] :

$$F(p) = \frac{1}{B_n(p)}$$

où  $B_n(p)$  sont les polynômes de Bessel définis par la récurrence :

$$B_0(p) = 1$$

$$B_1(p) = p + 1$$

$$B_n(p) = (2n-1) \cdot B_{n-1}(p) + p^2 \cdot B_{n-2}(p)$$

#### 2.4.3.2 - Filtrés non polynômiaux.

##### 2.4.3.2.1 - Filtrés de Bauer.

Les filtres de Bauer ont été conçus à l'aide des critères suivants :

- posséder le plus grand nombre de zéro de transmission possible pour un ordre  $n$  donné.
- avoir une atténuation uniformément répartie aussi bien en bande passante qu'en bande coupée.
- les zéros de transmission et d'atténuation sont des fréquences réciproques, c'est à dire le produit est constant deux à deux :

$$\Omega_{01} \cdot \Omega_{\infty 1} = \Omega_{02} \cdot \Omega_{\infty 2} = \dots = \Omega_{0K} \cdot \Omega_{\infty K} = C \frac{t_0}{2}$$

- les valeurs des zéros de transmission et d'atténuation font intervenir les fonctions elliptiques et sont données par les relations suivantes :

$$n \text{ impair} : \Omega_{oi} = \operatorname{sn} (2iK/n, k)$$

$$n \text{ pair} : \Omega_{oi} = \operatorname{sn} \left( \frac{2i-1}{2} K/n, k \right)$$

$$\text{dans les deux cas} : \Omega_{\sigma i} = \frac{1}{k \Omega_{oi}}$$

où  $\operatorname{sn}$  est le sinus elliptique [1].

$K = K(k)$  est la fonction de Jacobi. Elle est également une fonction elliptique.  $k$  est la sélectivité du filtre ( $k = \frac{f_c}{f_s}$ ).

La fonction caractéristique des filtres de Bauer est de la forme suivante :

$$\text{- pour } n \text{ pair} : K(\Omega^2) = \frac{(\Omega^2 - \Omega_{\sigma 1}^2)^2 (\Omega^2 - \Omega_{\sigma 2}^2)^2 \dots (\Omega^2 - \Omega_{\sigma k}^2)^2}{(\Omega^2 - \Omega_{\sigma 1}^2)^2 (\Omega^2 - \Omega_{\sigma 2}^2)^2 \dots (\Omega^2 - \Omega_{\sigma k}^2)^2}$$

$$\text{- pour } n \text{ impair} : K(\Omega^2) = \frac{\Omega^2 (\Omega^2 - \Omega_{\sigma 1}^2)^2 (\Omega^2 - \Omega_{\sigma 2}^2)^2 \dots (\Omega^2 - \Omega_{\sigma k}^2)^2}{(\Omega^2 - \Omega_{\sigma 1}^2)^2 (\Omega^2 - \Omega_{\sigma 2}^2)^2 \dots (\Omega^2 - \Omega_{\sigma k}^2)^2}$$

La connaissance des zéros de transmission et d'atténuation permet d'obtenir la fonction caractéristique.

L'atténuation en fonction de la fréquence aura pour valeur :

$$A_{dB} = 10 \log \frac{1}{1 + \varepsilon^2 K(\Omega'^2)}$$

$$\text{où } \varepsilon = \sqrt{\frac{10 \frac{A_{max}}{10} - 1}{K(1)}}$$

La fonction de transfert  $F(p)$  du filtre se détermine alors comme indiqué au paragraphe 2.1.2.

Soit  $F(p) = \frac{P(p)}{E(p)}$ . Le numérateur  $P(p)$  est directement connu de la fonction caractéristique.

$$P(p) = (\Omega^2 - \Omega_{\sigma 1}^2) (\Omega^2 - \Omega_{\sigma 2}^2) \dots (\Omega^2 - \Omega_{\sigma k}^2) \Big|_{\Omega = \frac{p}{j}}$$

$$\text{soit} : P(p) = (p^2 + \Omega_{\sigma 1}^2) (p^2 + \Omega_{\sigma 2}^2) \dots (p^2 + \Omega_{\sigma k}^2)$$



Le dénominateur  $E(p)$  se calcule exactement de la même façon que pour les filtres polynômiaux.

#### 2.4.4 - Comparaison des filtres obtenus à l'aide des diverses fonctions d'approximation.

- Du point de vue de l'atténuation en fonction de la fréquence, les filtres de Butterworth sont ceux qui permettent d'obtenir la coupure la plus raide, par contre, leur réalisation pratique nécessite des composants plus nombreux et de meilleure qualité. Les filtres de Butterworth seront donc utilisés de préférence lorsque la raideur de la coupure du filtre sera grande et lorsque cette performance sera la plus importante.

- Du point de vue de la réponse transitoire (Fig. II.13), les filtres de Bessel sont de loin ceux qui donnent le meilleur résultat. Mais leur atténuation croît lentement en fonction de la fréquence, même si l'ordre  $n$  est élevé. Ils ne seront utilisés que dans le cas où la transmission est le facteur le plus important.

- Du point de vue de la régularité de la courbe amplitude-fréquence les filtres de Butterworth donnent le meilleur résultat. Ils sont très simples à calculer et peu sensibles aux variations des éléments qui les constituent, ils présentent de plus une réponse transitoire convenable. Par contre leur coupure est peu franche et la bande de transition n'est pas abrupte. Ils sont préférés pour des applications ne nécessitant pas une grande précision, pour lesquelles la simplicité de conception et de réalisation est le critère le plus important.

- Les filtres de Legendre présentent une coupure beaucoup plus abrupte qu

les filtres de Butterworth. Ils sont préférés lorsque l'on désire la coupure la plus franche possible.

- Les filtres de Tchebycheff sont les filtres polynômiaux qui présentent la coupure la plus franche. Ils seront utilisés de préférence chaque fois que la raideur de la coupure amplitude-fréquence sera le critère le plus important et que l'emploi des filtres de Baurer n'est pas souhaité par exemple à cause des difficultés de réalisation et de calcul.

- Les filtres polynômiaux sont simples à concevoir (mais relativement peu performants). Ils ne présentent pas de zéros de transmission, c'est à dire des fréquences pour lesquelles l'atténuation est infinie.

- Les filtres de Baurer (non polynômiaux) très performants, sont malheureusement difficiles à calculer. Ils présentent toujours un certain nombre de zéro de transmission.

#### 2.4.5 - Les étapes de réalisation.

##### 2.4.5.1 - Détermination du gabarit et de ses paramètres caractéristiques

Les paramètres caractéristiques du gabarit (Fig II.8) sont :

- l'atténuation maximale  $A_{max}$ .
- l'atténuation minimale  $A_{min}$ .
- les fréquences de coupure ( $f_c, f_s$ ) pour le passe-bas et le passe-haut et ( $f_{s1}, f_{c1}, f_{c2}, f_{s2}$ ) pour le passe-bande et le coupe-bande.
- la largeur de bande relative seulement pour le passe-bande et le coupe-bande.

$$B = \frac{f_{c2} - f_{c1}}{f_0}$$

#### 2.4.5.2 - Choix du type de filtre.

Les principaux critères servant à guider au choix du type de filtre,

- raideur de la coupure.
- régularité de la courbe de réponse.
- comportement en régime transitoire.
- régularité du temps de propagation de groupe.
- existence de zéro de transmission.
- complexité de la réalisation.
- facilité de mise au point.

#### 2.4.5.3 - Calcul de la fonction de transfert.

Après avoir choisi le type de filtre que l'on désire construire, il faut déterminer sa fonction de transfert.

Pour y parvenir, on doit effectuer trois opérations :

- détermination de l'ordre du filtre
- obtention de la fonction de transfert du filtre passe-bas normalisé
- transposition éventuelle de cette fonction de transfert si l'on veut réaliser un filtre passe-bande ou coupe-bande.

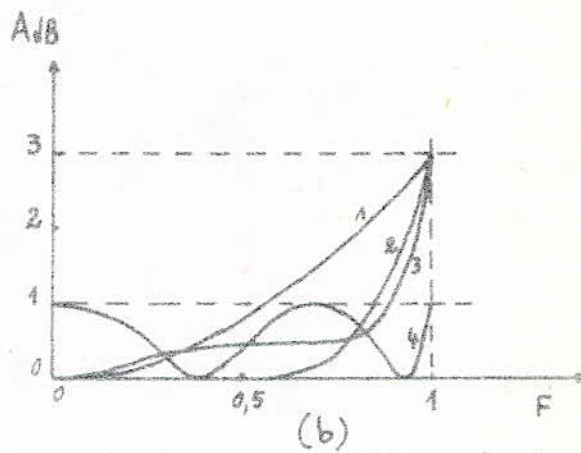
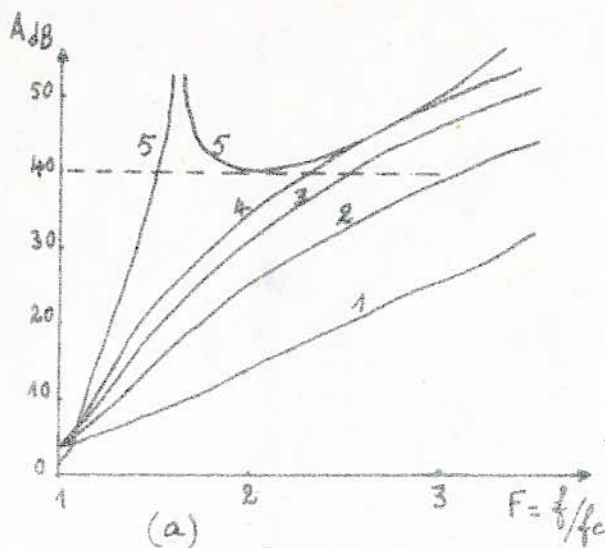


Fig II.11 - Courbes de réponse en amplitude des cinq filtres d'ordre

- a) en bande atténuée
- b) en bande passante

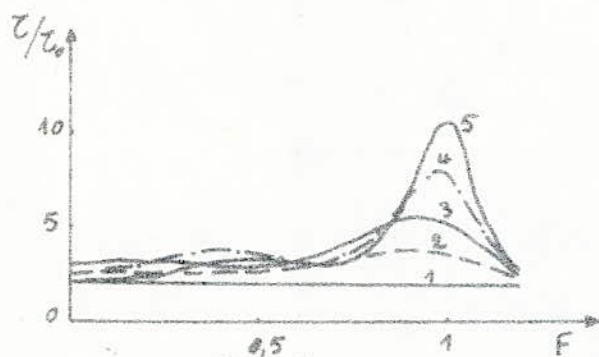


Fig II.12 - Courbes de réponse en temps de propagation de groupe.

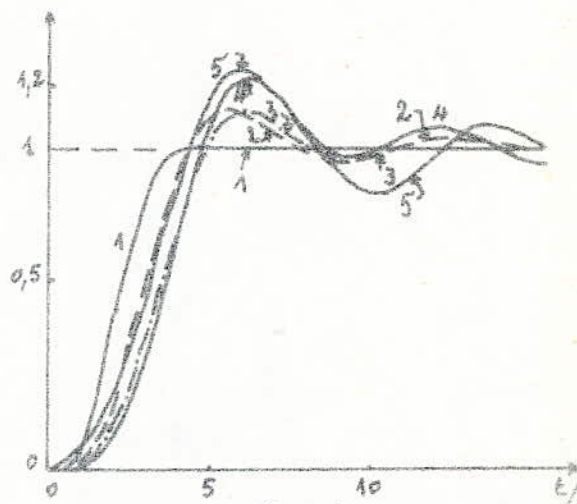


Fig II.13 - Courbes de réponse à un échelon unité.

Les courbes de réponse représentées par les figures II.11, II.12 et II.13 correspondent à :

- 1 : Filtre de Bessel d'ordre 4.
- 2 : Filtre de Butterworth d'ordre 4.
- 3 : Filtre de Legendre d'ordre 4.
- 4 : Filtre de Tchebycheff d'ordre 4.
- 5 : Filtre de Cauer d'ordre 4.

Nature du filtre Nature de la performance	Bessel	Butterworth	Legendre	Chebyscheff	Cauer
Précision de la coupure	très médiocre	médiocre	moyenne	bonne	très bonne
Régularité du temps de propagation de groupe	excellente	bonne	moyenne	médiocre	très médiocre
Régularité de la courbe amplitude - fréquence.	excellente	excellente	très bonne	Ondulations en bande passante. Régulière en bande coupée.	Ondulations en bande passante et coupée.
Déformations des régimes transitoires	très faible	faible	faible	forte	très forte
Nombre de composants pour une sélectivité donnée	très élevé	élevé	Moyen	faible	faible
Coefficients de pertes nécessaires	très faibles	faibles	Moyens	moyens	élevés
Zéros de transmission	non	non	non	non	oui
Difficulté des réglages et sensibilité	faibles	faibles	faibles	Moyens	élevés
Disparité des valeurs des éléments	très faible	faible	moyenne	importante	faible

Tableau II.1 - Comparaison des performances des différents genres de filtres que l'on peut construire à l'aide des tables numériques.

### 3 - Filtrés micro-ondes.

L'étude d'un filtre micro-onde nécessite la connaissance de quelques notions sur les lignes à constantes réparties et les quadripôles.

#### 3.1 - Lignes à constantes réparties.

##### 3.1.1 - Equations générales d'une ligne de transmission.

Une ligne est un système constitué par deux conducteurs parallèles homogènes. Elle est caractérisée par des grandeurs linéiques ou réparties :

$R$  : résistance

$Lw$  : réactance inductive

$Cw$  : susceptance capacitive

$G$  : conductance

De longueur  $l$ , elle est destinée à transmettre de l'énergie de l'entrée à la sortie dans la direction  $x'x$  (Fig III.1).

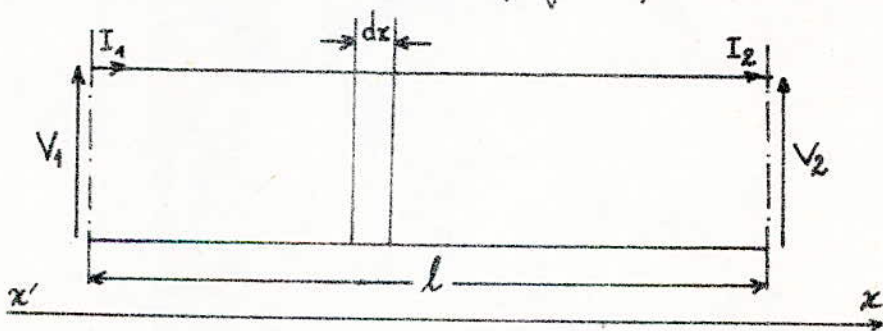


Fig III.1 - Ligne de transmission.

Ainsi, tout élément de longueur  $dx$  de la ligne est un quadripôle schématisé sur la figure III.2.

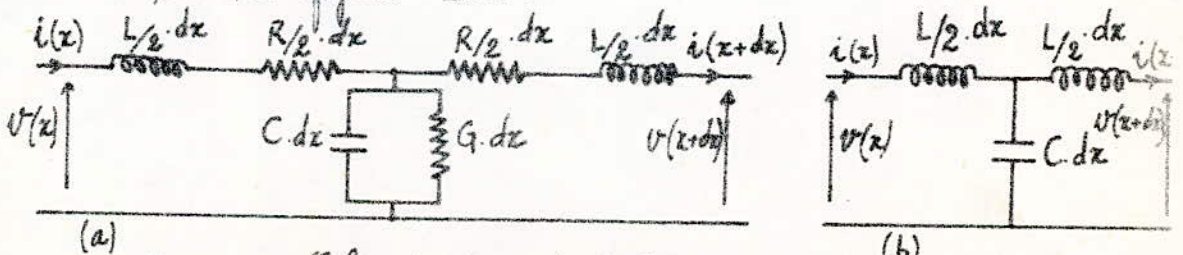


Fig III.2 - Schématisation de l'élément  $dx$  de la ligne.  
a) ligne avec pertes, b) ligne sans pertes.

Les constantes réparties  $R, G, C$  et  $L$  sont respectivement la résistance (traduisant les pertes), la conductance (les fuites), la capacité et l'inductance par unité de longueur de la ligne.

En appliquant les lois des mailles et des nœuds au circuit de la figure III.2 et après calcul, on obtient les deux équations fondamentales dites des télégraphistes.

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \gamma^2 V = 0 \quad (\text{III.1})$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} - \gamma^2 I = 0 \quad (\text{III.2})$$

Ces deux équations montrent bien la dépendance de  $V$  et  $I$  de la position  $x$ , contrairement au cas des circuits à constantes localisées.  $\gamma$  est la constante de propagation linéique, c'est une grandeur complexe.

$$\gamma^2 = (jL\omega + R)(jC\omega + G) \quad (\text{III.3})$$

Elle est de la forme :  $\gamma = \alpha + j\beta$

Les parties réelle et imaginaire  $\alpha$  et  $\beta$  sont respectivement l'atténuation et le déphasage linéiques.

Lorsque les pertes sont négligeables, c'est à dire  $G=0, R=0$  alors :

$$\alpha = 0 ; \quad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

Il n'y a pas d'atténuation. On dit dans ce cas que la ligne est sans pertes.

Toute ligne est caractérisée par son impédance caractéristique qui a pour expression :

$$Z_c = \sqrt{\frac{R + jL\omega}{G + jC\omega}} \quad (\text{III.4})$$

On voit bien que  $Z_c$  est caractéristique, du fait qu'elle ne dépend pas de la position  $x$  sur la ligne, mais uniquement des éléments

de celle-ci. Lorsque les pertes sont négligeables, l'impédance caractéristique est réelle et elle prend la forme :

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (\text{III.5})$$

L'impédance d'entrée d'une ligne de longueur  $l$  est :

$$Z = Z_c \frac{Z_L \cosh(\gamma l) + Z_c \sinh(\gamma l)}{Z_c \cosh(\gamma l) + Z_L \sinh(\gamma l)} \quad (\text{III.6})$$

Les expressions (III.1 et III.2) sont des équations différentielles du second ordre, sans second membre et à coefficient constant.

Leurs solutions sont respectivement de la forme :

$$V = A e^{\gamma x} + B e^{-\gamma x}$$

$$I = -\frac{A e^{\gamma x} - B e^{-\gamma x}}{Z_c}$$

Après détermination des constantes  $A$  et  $B$ , on obtient les équations générales de propagation.

$$V = V_2 \operatorname{ch}(\gamma x) + Z_c I_2 \operatorname{sh}(\gamma x) \quad (\text{III.7})$$

$$I = I_2 \operatorname{ch}(\gamma x) + \frac{V_2}{Z_c} \operatorname{sh}(\gamma x) \quad (\text{III.8})$$

où  $V_2$  et  $I_2$  sont les valeurs de  $V$  et  $I$  au bout de la ligne.

En considérant un point d'abscisse  $x$  dans la ligne (Fig III.1), nous pouvons démontrer que la propagation se fait selon deux ondes progressives, l'une incidente et l'autre réfléchie, avec une vitesse de phase  $v = \frac{\omega}{\beta}$  pour les lignes sans pertes.

En effet :

$$\begin{aligned} V(x) &= V_2 \operatorname{ch} \gamma(l-x) + Z_c I_2 \operatorname{sh} \gamma(l-x) \\ &= \frac{1}{2} (V_2 + Z_c I_2) e^{\gamma(l-x)} + \frac{1}{2} (V_2 - Z_c I_2) e^{-\gamma(l-x)} \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

$$\begin{aligned} I(x) &= \frac{V_2}{Z_c} \operatorname{sh} \gamma(l-x) + I_2 \operatorname{ch} \gamma(l-x) \\ &= \frac{1}{2} \left( \frac{V_2}{Z_c} + I_2 \right) e^{\gamma(l-x)} + \frac{1}{2} \left( I_2 - \frac{V_2}{Z_c} \right) e^{-\gamma(l-x)} \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$



$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad \text{avec} \quad c = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

Pour chacune de ces ondes,  $\alpha$  est la diminution relative d'amplitude par unité de longueur de la tension et du courant.

La longueur d'onde est ainsi :

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v}{f}$$

Pour définir le taux de réflexion dans une ligne, on fait appel au coefficient de réflexion  $\Gamma$ . Ce coefficient est le rapport de l'onde réfléchie à l'onde incidente. C'est une grandeur complexe de la forme :

$$\Gamma = |\Gamma| \cdot e^{j\theta}$$

où  $|\Gamma|$  est le module et  $\theta$  est l'argument (déphasage entre les deux ondes).

De l'équation III.9, on déduit :

$$\Gamma = \frac{V_r}{V_i} = -\frac{I_r}{I_i} = \frac{V_2 - Z_c I_2}{V_2 + Z_c I_2} = \frac{Z_r - Z_c}{Z_r + Z_c} = \frac{\frac{Z_r}{Z_c} - 1}{\frac{Z_r}{Z_c} + 1} \quad (\text{III.11})$$

où :

$V_r$  : onde réfléchie en tension.

$V_i$  : onde incidente en tension

$I_r$  : onde réfléchie en courant

$I_i$  : onde incidente en courant

$Z_r$  : impédance de charge

$Z_c$  : impédance caractéristique de la ligne

### 3.1.2 - Régimes des lignes.

#### 3.1.2.1 - Régime caractéristique.

Lorsque la ligne est infiniment longue, ou fermée sur l'impédance

caractéristique, le coefficient de réflexion est nul.

La ligne est le siège d'une onde progressive seulement.

### 3.1.2.2 - Régime d'ondes stationnaires.

Lorsque la ligne est ouverte ( $Z_r$  infinie) ou en court-circuit ( $Z_r = 0$ ), le facteur de réflexion est  $|\Gamma| = 1$ .

Si l'atténuation est faible, la ligne est le siège d'ondes stationnaires.

A cet effet, on définit le taux d'ondes stationnaires  $S$  par :

$$S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (\text{III.12})$$

### 3.1.2.3 - Cas d'une ligne très courte.

Si la ligne est inférieure à  $\frac{\lambda}{4}$ , elle est capacitive à vide et inductive en court-circuit (dans le premier cas, la tension augmente quand on va vers l'extrémité, et dans le deuxième cas, c'est le courant).

### 3.1.2.4 - Cas d'une ligne à très haute fréquence.

L'atténuation par unité de longueur est :

$$\alpha \cdot \lambda = \frac{2\pi \nu \cdot \alpha}{\omega} = \frac{\pi \cdot \nu}{\sqrt{\omega}} A \sqrt{\frac{C'}{L'}} \quad (\text{III.13})$$

et tend vers zéro pour les valeurs très élevées de  $\omega$ .

D'où, à fréquence très élevée, on se rapproche du régime sans pertes.

### 3.1.3 - Nature des pertes dans les lignes.

Les pertes dans la ligne sont essentiellement de trois sortes.

#### 3.1.3.1 - Les pertes par rayonnement électromagnétique.

Elles sont importantes si la distance entre les deux fils de la ligne est grande par rapport à la longueur d'onde.

### 3.1.3.2 - Les pertes par effet Joule dans les fils.

Elles dépendent de la section droite du conducteur et de la résistivité. Les pertes sont le siège d'une résistance répartie  $R$ . Le cuivre de grosse section est le plus utilisé en pratique.

### 3.1.3.3 - Les pertes dans les isolants.

Elles sont proportionnelles au carré de la tension et à la tangente de l'angle de pertes du diélectrique, comme dans tous les condensateurs.

Les pertes sont dues aux courant de fuites. La résistance due aux fuites est  $R' = \frac{1}{G}$ ;  $G$  étant la conductance répartie.

À titre d'exemple nous donnons la valeur de  $\text{tg } \delta$  des diélectriques les plus utilisés.

- polystyrène :  $\text{tg } \delta = 10^{-4}$
- téflon :  $\text{tg } \delta = 10^{-4}$

En conclusion, on remarque que l'élément  $dx$  (Fig. III.1) est un quadripôle schématisé sur la figure III.4 et caractérisé par son impédance longitudinale  $(R + jL\omega) \cdot dx$  et son admittance transversale  $(G + jC\omega) \cdot dx$ .

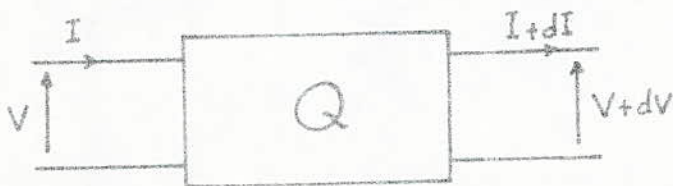


Fig III.4 - Schématisation de l'élément  $dx$  de la ligne par un quadripôle.

D'où, une ligne est une suite de quadripôles mis en cascade.

### 3.2 - Les quadripôles.

N'étant pas nécessaire de présenter dans le cadre de cette étude une théorie complète du quadripôle, nous ne donnerons simplement que les définitions et les paramètres habituellement utilisés en électronique.

#### 3.2.1 - Définition.

La théorie des quadripôles ressemble beaucoup à la théorie classique des réseaux. Le quadripôle se définit comme une partie de réseau comprise entre deux paires de bornes, isolée électriquement et magnétiquement du reste du réseau.

La figure III.5 représente un quadripôle inséré entre deux parties de réseau (générateur et charge) qui peut être analysé en tant que réseau proprement dit ou en tant qu'organe de transmission ou d'adaptation.

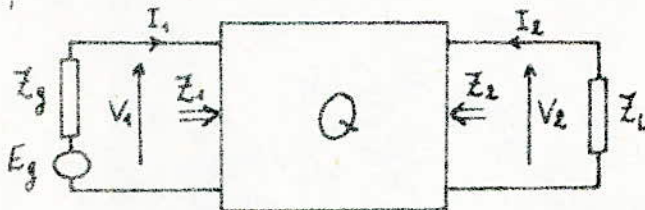


Fig III.5 - Symbole et paramètres d'un quadripôle.

#### 3.2.2 - Paramètres caractéristiques du quadripôle.

Le quadripôle est défini par un système de deux équations linéaires homogènes qui expriment deux des quatre grandeurs ( $V_1, I_1, V_2, I_2$ ) en fonction des deux autres.

Dans l'étude des quadripôles passifs, nous utilisons les paramètres  $Z, Y$  et  $T$ .

- Paramètres  $Z$ .

$$V_1 = Z_{11} \cdot I_1 + Z_{12} \cdot I_2$$

$$V_2 = Z_{21} \cdot I_1 + Z_{22} \cdot I_2$$

Les paramètres  $Z_{11}, Z_{12}, Z_{21}, Z_{22}$  s'appellent paramètres-impédance.

Les équations aux impédances peuvent s'écrire sous la forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Pour un quadripôle passif :  $Z_{12} = Z_{21} = Z_m$ .

- Paramètres  $Y$ .

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2$$

Les paramètres  $Y_{11}, Y_{12}, Y_{21}, Y_{22}$  étant les paramètres-admittance.

Sous forme matricielle, les équations aux admittances peuvent s'écrire :

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

Pour un quadripôle passif :  $Y_{12} = Y_{21} = Y_m$ .

- Paramètres de chaîne  $T$ .

$$V_1 = A \cdot V_2 - B \cdot I_2$$

$$I_1 = C \cdot V_2 - D \cdot I_2$$

Ce système est appelé système d'équations chaîne, les paramètres  $A, B, C, D$  étant les paramètres-chaîne.

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.14})$$

La matrice  $[T]$  n'est pas symétrique mais il existe une relation de réciprocité entre les paramètres :  $A \cdot D - B \cdot C = 1$

Si le quadripôle est symétrique, nous aurions :

$$Z_{11} = Z_{22} \quad ; \quad Y_{11} = Y_{22} \quad ; \quad A = D$$

Tout comme  $Z_{ij}$  ;  $Y_{ij}$  ;  $A, B, C, D$  sont complexes.

### 3.2.3 - Impédance d'entrée, impédances à vide et à court-circuit.

Lorsque une impédance  $Z_r$  est branchée du côté (2) (Fig III.5),  $V_2 = -Z_r I_2$

on a :

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{A \cdot Z_r + B}{C \cdot Z_r + D}$$

$Z_1$  est l'impédance sous laquelle l'ensemble est vu du côté (1), considéré comme entrée du quadripôle, ou encore l'impédance  $Z_r$  ramenée à l'entrée.

- Impédance d'entrée à vide.

Lorsque le côté (2) est un court ouvert ( $Z_r$  infinie), l'impédance à vide à l'entrée est :

$$Z_{c.o.} = \left( \frac{V_1}{I_1} \right)_{I_2=0} = \frac{A}{C}$$

- Impédance d'entrée à court-circuit.

Lorsque au contraire, le côté (2) est en court-circuit ( $Z_r = 0$ ), l'impédance à court-circuit à l'entrée est :

$$Z_{c.c.} = \left( \frac{V_1}{I_1} \right)_{V_2=0} = \frac{B}{D}$$

De la même manière, si  $Z_g$  est l'impédance branchée du côté (1),  $V_1 = -Z_g I_1$ , l'ensemble est vu du côté (2) sous l'impédance à la sortie :

$$Z_2 = \frac{V_2}{I_2} = \frac{D \cdot Z_g + B}{C \cdot Z_g + A}$$

$Z_2$  étant l'impédance vue du côté (2), considéré comme sortie du quadripôle.

- Impédance de sortie à entrée ouverte et en court-circuit.

Si l'entrée est ouverte,  $Z_g$  est infinie et l'impédance correspondante à la sortie :

$$Z_{co2} = \left( \frac{V_2}{I_2} \right)_{I_1=0} = \frac{D}{C}$$

si elle est en court-circuit ( $V_1 = 0$ )

$$Z_{cc2} = \left( \frac{V_2}{I_2} \right)_{V_1=0} = \frac{B}{A}$$

L'importance des impédances à vide et à court-circuit résulte de la détermination expérimentale immédiate dans les essais correspondants à  $0$  et à court-circuit, et de leur équivalence avec les coefficients  $A, B,$  pour fixer le régime du quadripôle. Les impédances à vide et court-circuit ne sont pas indépendantes entre elles, puisque :

$$\frac{Z_{co1}}{Z_{cc1}} = \frac{Z_{co2}}{Z_{cc2}} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

### 3.2.4 - Impédances images d'un quadripôle.

L'impédance image vue de l'entrée est par définition :

$$Z_{i1} = \sqrt{Z_{cc1} \cdot Z_{co1}} = \sqrt{\frac{A \cdot B}{C \cdot D}}$$

L'impédance image vue des bornes de sortie est donnée de la même façon que précédemment par :

$$Z_{i2} = \sqrt{Z_{cc2} \cdot Z_{co2}} = \sqrt{\frac{B \cdot D}{A \cdot C}}$$

### 3.2.5 - Quadripôle réciproque.

Un quadripôle est dit réciproque, si ses paramètres restent inchangés lors du renversement de ses bornes d'entrée et de sortie.

Cette propriété conduit à :

$$\Delta(T) = AD - BC = 1 \quad (\text{III})$$

### 3.2.6 - Quadripôle symétrique.

Un quadripôle est dit symétrique, s'il se comporte de façon identique dans les deux sens. On a alors :  $A = D$

ainsi la relation III.15 devient :  $A^2 - BC = 1$

Les impédances images prennent alors la forme suivante :

$$Z_{i1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} = \sqrt{\frac{B}{C}} = Z_c$$

$$Z_{i2} = \sqrt{\frac{BD}{CA}} = \sqrt{\frac{B}{C}} = Z_c$$

On remarque que pour un quadripôle symétrique, les impédances images sont égales :

$$Z_{i1} = Z_{i2} = \sqrt{\frac{B}{C}} = Z_c$$

$Z_c$  est appelée impédance caractéristique du quadripôle.

### 3.2.7 - Couplage en cascade de deux quadripôles.

Lorsque la sortie d'un quadripôle de matrice de chaîne  $[T']$  est branchée sur l'entrée d'un quadripôle de matrice  $[T'']$ , on obtient un quadripôle résultant dont l'entrée est l'entrée du premier, et la sortie celle du second. C'est le couplage en cascade particulièrement important (Fig III.6).

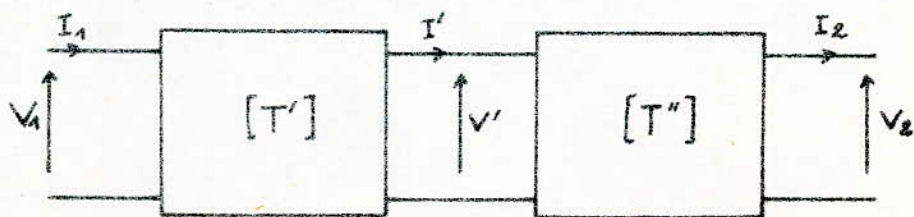


Fig III.6 - Mise en cascade de deux quadripôles.

Les équations matricielles sont :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V' \\ I' \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} V' \\ I' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



On en déduit :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [T'] \cdot [T''] \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

La matrice de chaîne du quadripôle résultant,  $[T] = [T'] \cdot [T'']$  est le produit des matrices des quadripôles composants.

### 3.2.8 - Mise en cascade de $n$ quadripôles.

Considérons un ensemble de  $n$  quadripôles symétriques, branchés en cascade les uns à la suite des autres (Fig III.7).

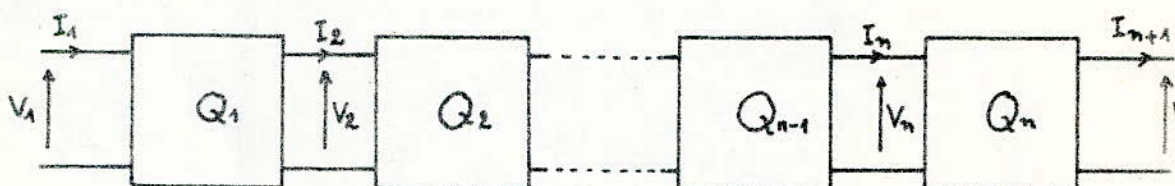


Fig. III.7 - Mise en cascade de  $n$  quadripôles symétriques.

Soit :

$$[T_i] = \begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i \end{bmatrix} \quad i = 1, \dots, n.$$

Le quadripôle résultant  $Q_r$  a pour matrice chaîne  $[T_r]$  telle que :

$$[T_r] = [T_1] \cdot [T_2] \dots \dots \dots [T_n]$$

$[T_r]$  est le produit de toutes les matrices chaînes  $[T_i]$ .

Si les quadripôles sont identiques, on aurait alors :

$$[T_r] = [T] \cdot [T] \dots \dots [T] = [T]^n.$$

La mise en cascade de  $n$  quadripôles identiques est équivalente à un quadripôle dont la matrice chaîne résultante  $[T_r]$  est égale à la matrice chaîne d'un quadripôle élevée à la puissance  $n$ .

### 3.3. Filtres micro-ondes

Dans la technique des hyperfréquences, des contraintes technologiques sévères imposent pratiquement, aux filtres micro-ondes, des structures formées de cascades d'éléments relativement simples.

Aux fréquences supérieures à une centaine de Méga-Hertz, les composants discrets ont un comportement qui s'écarte notablement de celui de leur modèle théorique élémentaire du fait que leurs dimensions sont comparables à la longueur d'onde. C'est une raison pour laquelle différentes technologies ont apparues pour simuler ces composants :

- guides d'ondes
- lignes
- lignes plaquées ... etc

#### 3.3.1. Différentes technologies utilisées en hyperfréquences:

##### 3.3.1.1. Guides d'ondes :

Un guide d'onde est un tube creux en métal dans lequel se propage une énergie électromagnétique. Tout guide d'ondes peut propager théoriquement un nombre infini de types d'ondes électromagnétiques différentes. Chaque type, généralement appelé mode, a sa propre configuration des champs électriques et magnétiques les guides d'ondes les plus courants sont rectangulaire fig III-8

On rappellera toutefois quelques résultats intéressants  
 l'impédance caractéristique d'un guide rectangulai-  
 -re pour le mode  $TE_{01}$  est donné par :

$$Z_c = \frac{60\pi^2 b}{\sqrt{\epsilon} \cdot a} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}} = \frac{Z_{c\infty}}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}}$$

où  $b$  et  $a$  sont les dimensions de la section droite  
 du guide.

$f$  : la fréquence de travail

$f_c$  : la fréquence de coupure du guide

$\epsilon$  : la constante diélectrique.

$Z_{c\infty} = \frac{60\pi^2}{\sqrt{\epsilon}} \cdot \frac{b}{a}$  est l'impédance caractéristique

à la fréquence infinie ( $\infty$ )

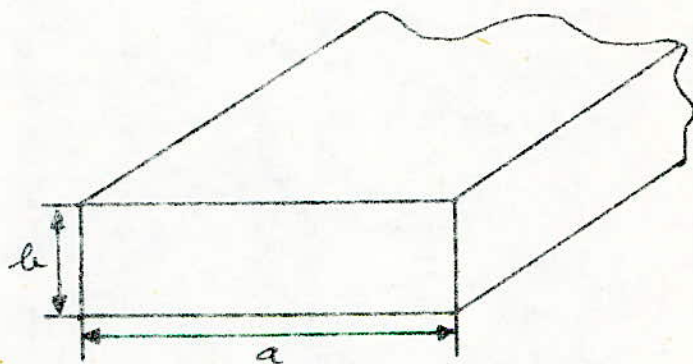


fig III-8

Une autre relation importante est :

$$\frac{\lambda_g}{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} \quad (\text{III-15})$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le milieu non  
 limité de la constante diélectrique  $\epsilon$  et égale à  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$   
 fois la longueur d'onde de l'espace.

$\lambda_g$  est la longueur d'onde dans le guide

$\lambda_c$  est la longueur d'onde de coupure du guide

$$\lambda = \lambda_c \text{ à } f = f_c$$

pour un guide rectangulaire :  $\lambda_c = 2a\sqrt{\epsilon}$ .

la figure ci-dessous (III-9) représente la variation de  $Z_c/Z_{c0}$  et  $\lambda_g/\lambda$  en fonction de la fréquence.

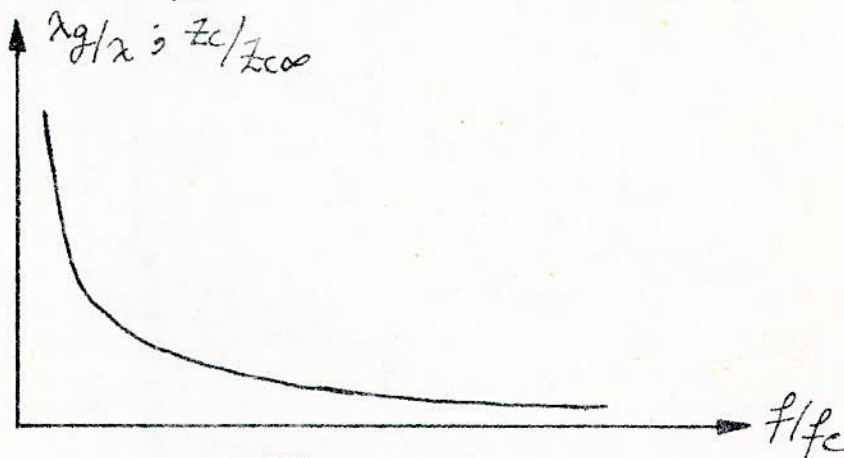


fig III-9

les équations ci-dessous sont très utilisées dans la conception des filtres à guides et sont données pour le cas où les pertes sont négligeables.

La matrice de transformation est :

$$\begin{vmatrix} \cos \beta & jZ_c \sin \beta \\ \frac{j}{Z_c} \sin \beta & \cos \beta \end{vmatrix}$$

l'impédance en tout point du guide est donnée par :

$$Z = Z_c \frac{Z_r + jZ_c \tan \beta}{Z_c + jZ_r \tan \beta}$$

Remarques :

$Z_c$  varie avec la fréquence

$$\beta = \frac{2\pi l}{\lambda} \text{ devient } \beta_g = \frac{2\pi l}{\lambda_g} \text{ (dans le guide)}$$

pour un guide l'expression de  $Z$  s'écrit alors :

$$Z = \frac{Z_{\cos}}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}} = \frac{\frac{jZ_{\cos}}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi l}{\lambda g}\right) \sqrt{1-(f_c/f)^2} + Z_r}{\frac{Z_{\cos}}{\sqrt{1-(f_c/f)^2}} + jZ_r \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi l}{\lambda g}\right) \sqrt{1-(f_c/f)^2}}$$

### 3.3.1.2 - Technologie des lignes :

Il existe plusieurs types de lignes parmi lesquelles on cite :

#### 3.3.1.2.1. Ligne bifilaire à diélectrique air :

C'est le type le plus commun de la ligne de transmission. Une telle ligne est constituée par deux fils parallèles dont l'écartement est maintenant constant à l'aide d'isolateurs.

elle est très facile à construire.

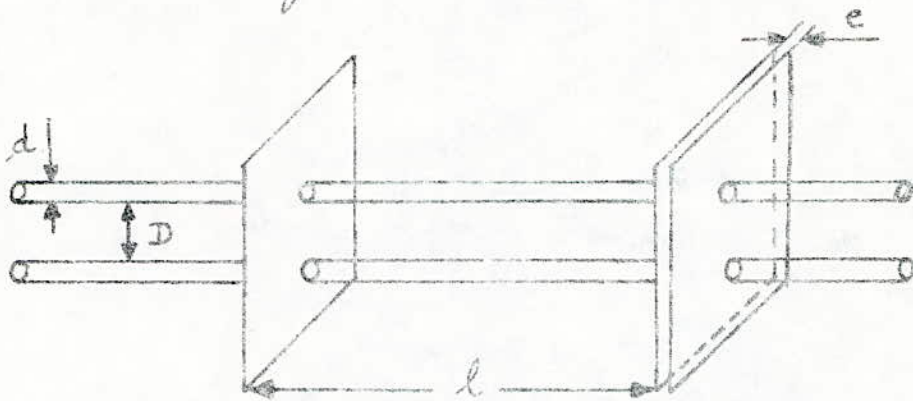


fig III-10 : ligne bifilaire à diélectrique air en fonctionnement normal les conducteurs sont parcourus par des courants égaux et de sens contraire, c'est une ligne symétriques, équilibrée par rapport à la terre.

L'impédance caractéristique de cette ligne est :

$$Z_c = \frac{276 \log_{10} \left( \frac{D}{d} \sqrt{\frac{D^2}{d^2} - 1} \right)}{\sqrt{1 + (K-1) \frac{e}{l}}}$$

où  $K$  est la constante diélectrique de l'isolant.

### 3.3.1.2 - ligne bifilaire à diélectrique solide :

Elle est constituée par deux conducteurs en cuivre dont l'écartement est maintenu constant au moyen d'un ruban ou d'un cylindre de polyéthylène.

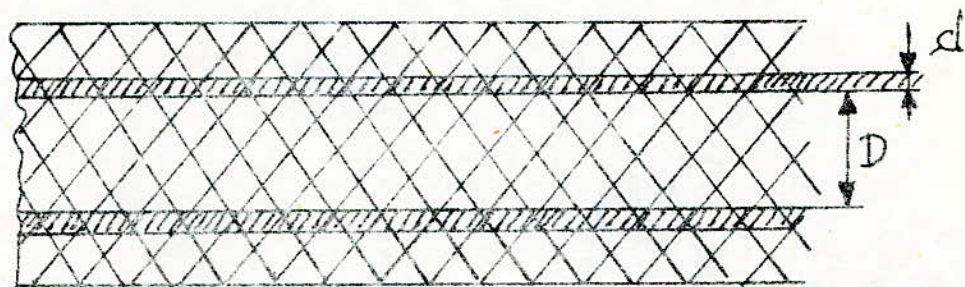


fig III-11 : ligne bifilaire à diélectrique solide.

son impédance caractéristique est :

$$Z_c = \frac{276 \log_{10} \left( \frac{D}{d} \sqrt{\frac{D^2}{d^2} - 1} \right)}{K}$$

### 3.3.1.3 - ligne à quatre conducteurs :

Elle est constituée par quatre conducteurs paires



fig III-12 : ligne à quatre conducteurs.

Cette ligne a pour impédance caractéristique :

$$Z_c = 158 \log_{10} \frac{2D}{d} - 20,7$$

Ce type de ligne permet de réaliser des impédances caractéristiques inférieures aux impédances caractéristiques de la ligne bifilaire.

### 3-3-1-4 - ligne bifilaire sous écran, à diélectrique solide :

Elle est constituée par deux conducteurs parallèles ou torsadés par un diélectrique solide et entourés d'une gaine métallique recouverte d'une gaine protectrice ; c'est une ligne symétrique.

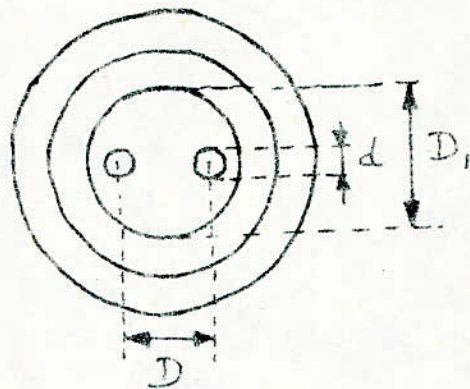


fig III - 13

L'impédance caractéristique est :

$$Z_c = \frac{276}{\sqrt{K}} \log_{10} \left[ \frac{2D}{d} \cdot \frac{1 - (D/D_1)^2}{1 + (D/D_1)^2} \right]$$

### 3-3-1-5 - Ligne Coaxiale :

C'est la plus connue de toutes les lignes, elle est constituée par deux conducteurs concentriques.

L'ensemble est protégé par une gaine. Ce type de ligne n'est pas affecté par des agents atmosphériques.

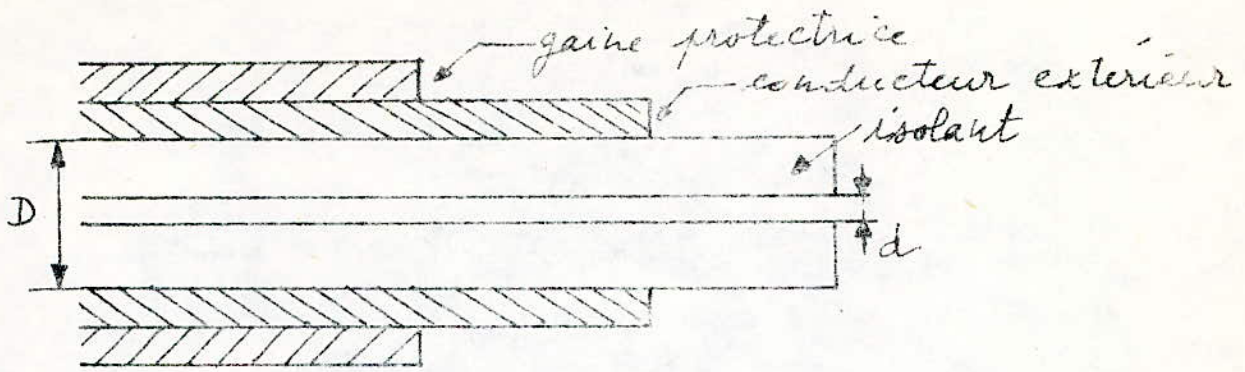


fig III-14 Coupe d'une ligne coaxiale  
 son impédance caractéristique est :

$$Z_c = \frac{138 \log_{10}(D/d)}{\sqrt{K}}$$

où K est la constante diélectrique de l'isolant

3.3 - 1.6. Lignes plaquées ou lignes à bandes :

bande - Ligne Micro-bande

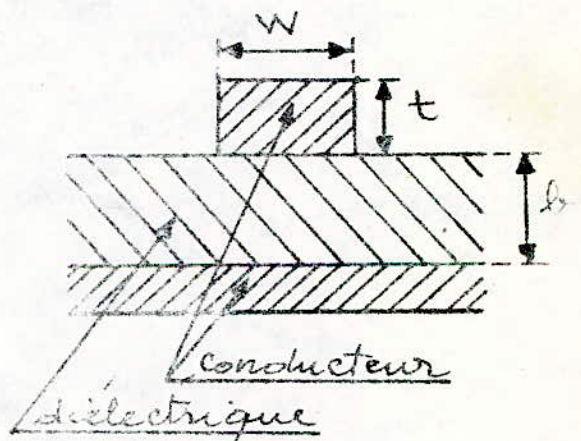
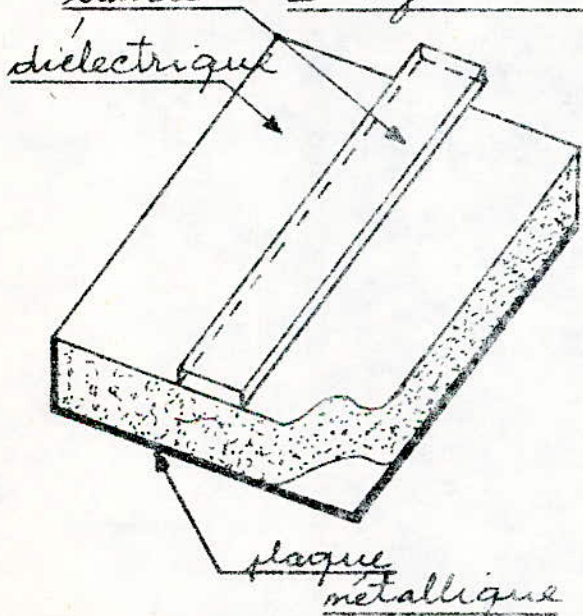


fig III-15 : ligne microbande

fig. III-16 coupe d'une ligne micro-bande

- Ligne triplaque :

La ligne triplaque est constituée par une bande métallique disposée entre deux plaques conductrices.



L'isolement est assuré le plus souvent par deux couches diélectriques entre les deux plaques.

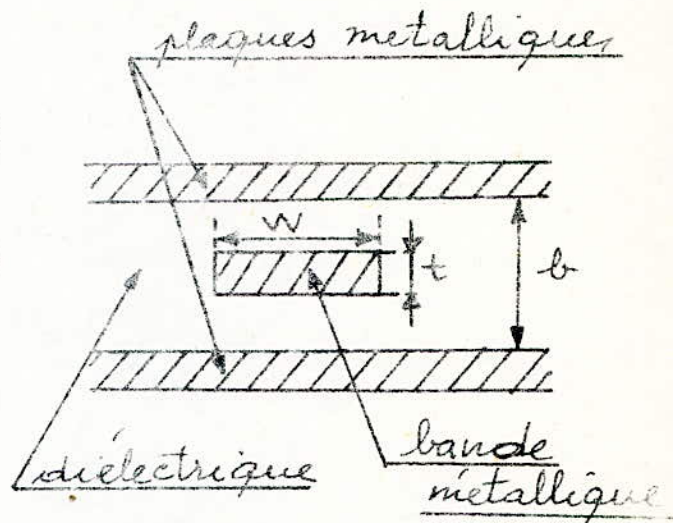
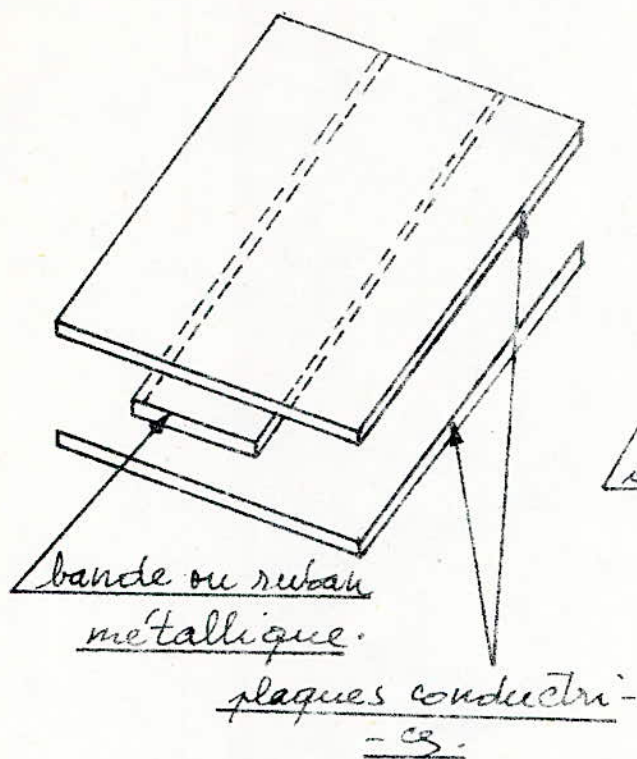


fig III-18. coupe d'une ligne triplaquée

fig III-17 ligne triplaquée

La ligne triplaquée est presque entièrement blindée (il est d'ailleurs éventuellement possible de clore les deux ouvertures latérales, aux extrémités des plaques conductrices par deux autres plaques métalliques verticales, assurant un blindage parfait).

Son comportement se rapproche donc de beaucoup de celui d'une ligne coaxiale.

L'impédance caractéristique d'une ligne à bande (plaquée) peut se déterminer théoriquement par des calculs assez complexes lorsque l'on suppose la bande conductrice plongée dans un milieu diélectrique

indéfini (TEM pur).

a) ligne micro-bande à bande très mince ( $t \ll b$ );

$Z_c$  est donnée par :

$$Z_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \frac{120 \pi}{\frac{W}{b} + 2,42 - 0,44 \frac{b}{W} + (1 - \frac{b}{W})^6} \quad \text{pour } \frac{W}{b} > 1$$

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \ln \left( \frac{8b}{W} + 0,25 \frac{W}{b} \right) \quad \text{pour } 0 \leq \frac{W}{b} \leq 1$$

où

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{2} (\epsilon_r + 1) + \frac{1/2 (\epsilon_r - 1)}{\sqrt{1 + 10 \frac{b}{W}}}$$

b) Pour une ligne triplaque, on peut utiliser soit l'abaque de la figure III-21 (photocopie), soit l'expression suivante :

$$Z_c = \frac{200}{1 + \frac{2W}{b} \sqrt{\epsilon_r}} \left( 1 + 2t/b \right) \quad \text{(III-16)}$$

### Pertes des lignes à bande :

on peut distinguer deux types de pertes :

a) Pertes dues au conducteur :

1°) Micro-bande :

Le calcul conduit à la formule

$$\beta_c = \frac{1}{b} \cdot \frac{b+1}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} g \left( \frac{t}{b}, \frac{W}{b} \right) \quad \text{néper/unité de long-ueurs.}$$

le coefficient  $g$  est donnée par les courbes de la figure ci-contre III-19 (photocopie). il est compris

entre 1 et 2.

Pour le cuivre ; On a :

$$\beta_c = 6,04 \cdot 10^{-4} \frac{f^{1/2} (\text{MHz})}{b (\text{cm})} \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \text{ db/m}$$

### 2) Ligne triplaque :

on trouve de même :

$$\beta_c = \frac{1}{b} \cdot \frac{h_{11}}{\sqrt{\mu \epsilon}} h \left( Z \sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}, t/h \right)$$

Z : étant l'impédance caractéristique et le coefficient h est donné par les courbes de la figure, ci-cont (photocopie) . III-20 .

Pour le cuivre, on a :

$$\beta_c = 6,04 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{f^{1/2} (\text{MHz})}{b (\text{cm})} \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \text{ db/m}$$

### b) Pertes dues au diélectrique

Comme la plus grande partie de l'énergie électro-magnétique chemine dans la couche diélectrique on trouve :

$$\beta_d = \frac{1}{2} \omega \sqrt{\epsilon \mu} \theta \text{ néper / unité de longueur}$$

ce qui devient en unité pratique :

$$\beta_d = 9,1 \cdot 10^{-2} \theta f (\text{MHz}) \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{1/2} \text{ db/m}$$

Les lignes à bandes (plaquées) ont un poids et un encombrement inférieurs à ceux des guides d'ondes

métalliques ou lignes coaxiales. Leur construction est aisée, et leur prix est réduit. Cependant, la réalisation d'impédances trop faibles (inférieures à  $20 \Omega$ ), ou trop grandes (supérieures à  $150 \Omega$ ) est très délicate sinon impossible.

Les pertes le long de ces lignes sont supérieures à celles des guides d'ondes métalliques mais du même ordre que celles des lignes coaxiales.

### 3.3.2 - Exemple de réalisation de filtre.

Les filtres micro-ondes peuvent être réalisés par différentes technologies, notamment les guides d'ondes et les lignes.

À titre d'exemple, nous présentons au chapitre suivant la réalisation d'un filtre passe-bande micro-onde en ligne ruban.

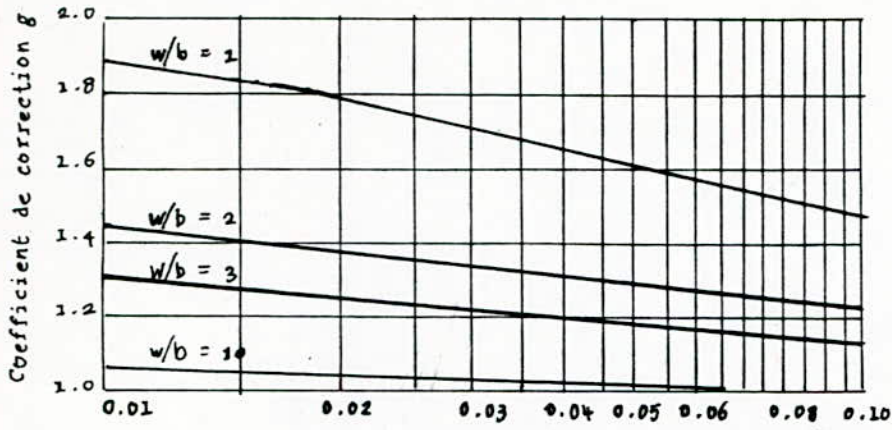


fig III-19 : Abaque donnant le coefficient de correction  $g$  en fonction du rapport  $t/b$

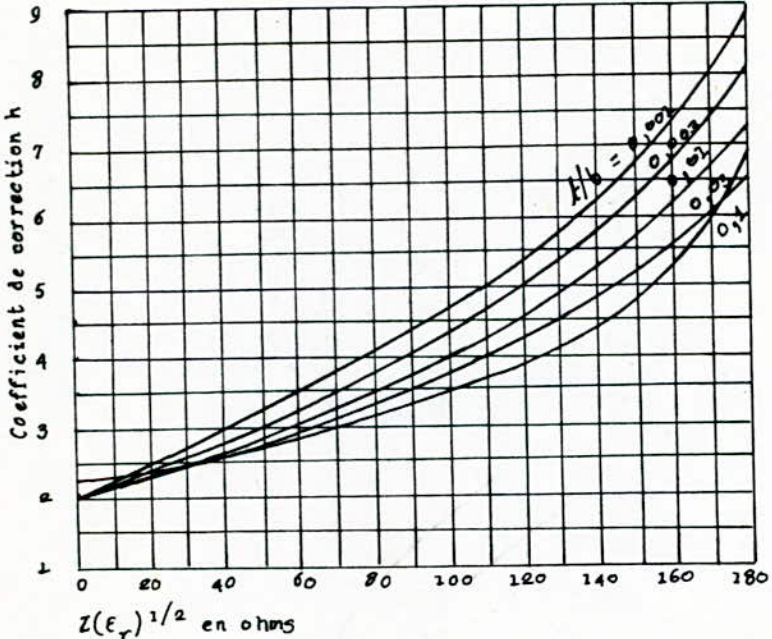


fig III-20 : Abaque donnant le coefficient de correction  $h$  en fonction de  $Z(E_r)^{1/2}$

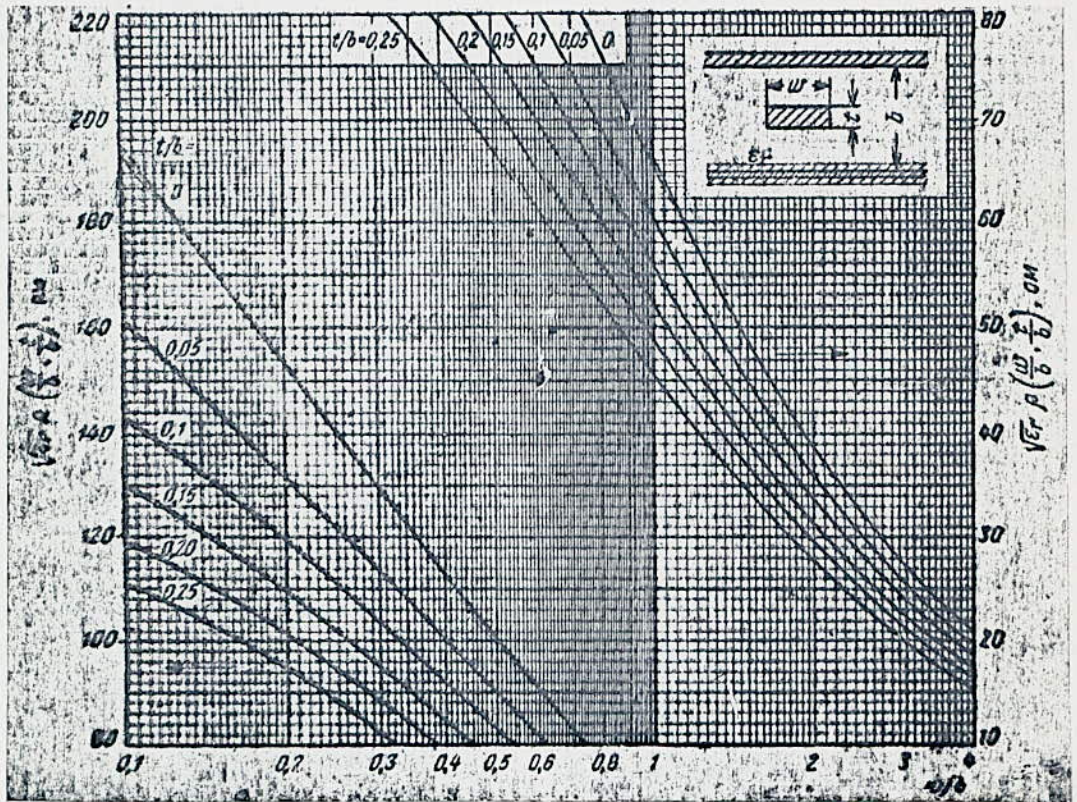


Fig III-21 - Tableau donnant les valeurs de l'impédance caractéristique en fonction de  $\frac{w}{b}$  pour différentes valeurs de  $\frac{t}{b}$ .

## 4 - Réalisation.

### 4.1 - Cahier de charges.

Soit à construire un filtre passe-bande en ligne à ruban "triplaqué" constitué par des stubs court-circuités séparés par des transformateurs quart d'onde.

Les caractéristiques du filtre sont les suivantes :

- fréquence centrale  $f_0 = 9 \text{ GHz}$ .
- fréquences de coupure  $f_{c1} = 8 \text{ GHz}$  et  $f_{c2} = 10 \text{ GHz}$ .
- pertes d'insertion à l'intérieur de la bande passante, inférieures ou égales à  $0,5 \text{ dB}$ .
- pertes d'insertion pour  $f_{s1}$  et  $f_{s2}$  ( $f_{s1} = 7 \text{ GHz}$  et  $f_{s2} = 11 \text{ GHz}$ ) supérieures ou égales à  $40 \text{ dB}$ .

### 4.2 - Détermination du filtre passe-bas "prototype".

#### 4.2.1 - Détermination du gabarit du prototype.

À l'aide des transformations fréquentielles vues au chapitre 2, on passe du gabarit du filtre passe-bande au gabarit du filtre passe-bas.

La sélectivité  $k = \frac{\Delta f_c}{\Delta f_s} = \frac{2}{4} = 0,5$

ou encore  $F_c = 1$  et  $F_s = 2$ .

#### 4.2.2 - Choix du type de filtre.

D'après les données du problème, la pente de la courbe d'atténuation dans la bande de transition est raide.

$$\Delta A = 40 - 0,5 = 39,5 \text{ dB}$$

Parmi les filtres polynômiaux, ce sont ceux de Chebyshev qui répondent bien à la question.

La relation (II.26) donne  $E = \sqrt{10^{\frac{A_{max}}{10}} - 1} = \sqrt{0,12} = 0,34931$ .

La relation (II.27) donne :

$$n \geq \frac{\log(10^4 - 1) - \log(10^{905} - 1) + 0,6}{0,6 - 2 \log 0,5} = 4,58$$

donc :  $n = 5$

#### 4.2.3 - Détermination de la fonction de transfert.

Les pertes d'insertion s'écrivent :

$$A = 10 \log \frac{P_E}{P_d} = 10 \log \frac{1}{|F|^2} = 10 \log [1 + 0,12 \cdot T_n^2(\Omega')]$$

soit  $|F(\Omega')|^2 = \frac{1}{1 + 0,12 T_5^2(\Omega')} = \frac{1}{1 + 0,12 (16 \Omega'^5 - 20 \Omega'^3 + 5 \Omega')^2}$

On détermine [1]  $F(p)$  correspondant à  $n=5$  et  $E^2 = 0,12$ .

$$F(p) = \frac{1}{5,589 p^5 + 6,553 p^4 + 10,83 p^3 + 7,319 p^2 + 4,2058 p + 1}$$

#### 4.2.4 - Détermination des éléments inductifs ( $l_i$ ) et capacités ( $C_i$ ) du prototype.

D'après le tableau [5] correspondant à  $n=5$  et  $E.R = 0,5$  dB, on a :

$$g_1 = g_5 = 1,7058$$

$$g_2 = g_4 = 1,2296$$

$$g_3 = 2,5408$$

Finalement, on obtient le schéma suivant :

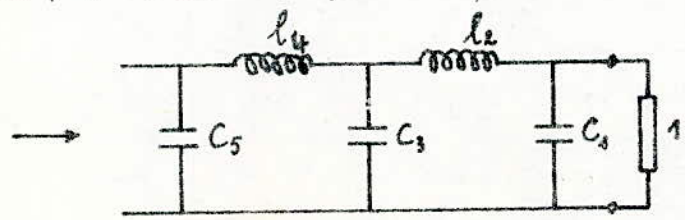


Fig. IV.1 - Filtre prototype.

où :  $C_1 = C_5 = g_1 = g_5$  ;  $C_3 = g_3$  et  $l_2 = l_4 = g_2 = g_4$



### 4.3 - Détermination du filtre passe-bande.

Le schéma de principe de réalisation du filtre passe-bande réel est donné en figure IV.2.

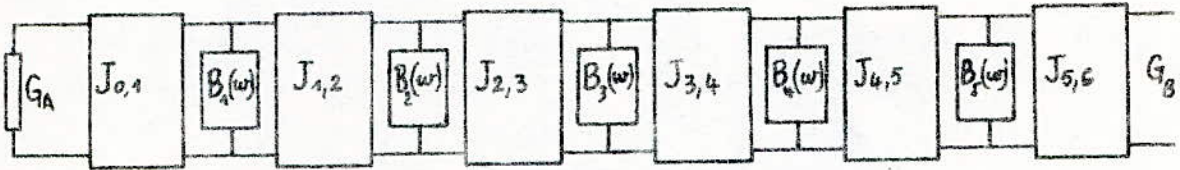


Fig IV.2 - Schéma de principe du filtre passe-bande avec inverseurs d'admittance.

Ce schéma comprend les inverseurs d'admittance constitués des tronçons de ligne quart d'onde ( $\lambda/4$ ) et les résonateurs parallèles ( $B_i(\omega)$ ) qui sont des tronçons de ligne demi-onde ( $\lambda/2$ ) disposés sous forme de stub. Les formules généralisées permettant de calculer un tel filtre sont les suivantes [5] :

$$b_j = \frac{\omega_0}{2} \left. \frac{dB_j(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}, (\nu) \quad (\text{IV.1})$$

$$b_j = \gamma_{0j} \frac{\pi}{2}, (\nu) \quad (\text{voir Annexe}) \quad (\text{IV.1}')$$

$$J_{0,1} = \sqrt{\frac{G_A \cdot b_1 \cdot B}{g_0 \cdot g_1 \cdot \Omega'_c}} \quad (\text{IV.2})$$

$$J_{j,j+1} /_{j=1 \div 4} = \frac{B}{\Omega'_c} \sqrt{\frac{b_j \cdot b_{j+1}}{g_j \cdot g_{j+1}}} \quad (\text{IV.3})$$

$$J_{5,6} = \sqrt{\frac{G_B \cdot b_5 \cdot B}{\Omega'_c \cdot g_5 \cdot g_6}} \quad (\text{IV.4})$$

où  $b_j$  : paramètre d'accroissement de l'admittance réactive.

$B$  : largeur de bande relative

$\Omega'_c$  : fréquence normalisée de coupure du prototype ( $\Omega'_c = 1$ ).

$g_0, g_1, \dots, g_{n+1}$  : paramètres normalisés du prototype.

$J_{j,j+1}$  : admittance caractéristique des inverseurs.

#### 4.3.1 - Dimensions du filtre passe-bande.

Le filtre réalisé a l'aspect suivant :

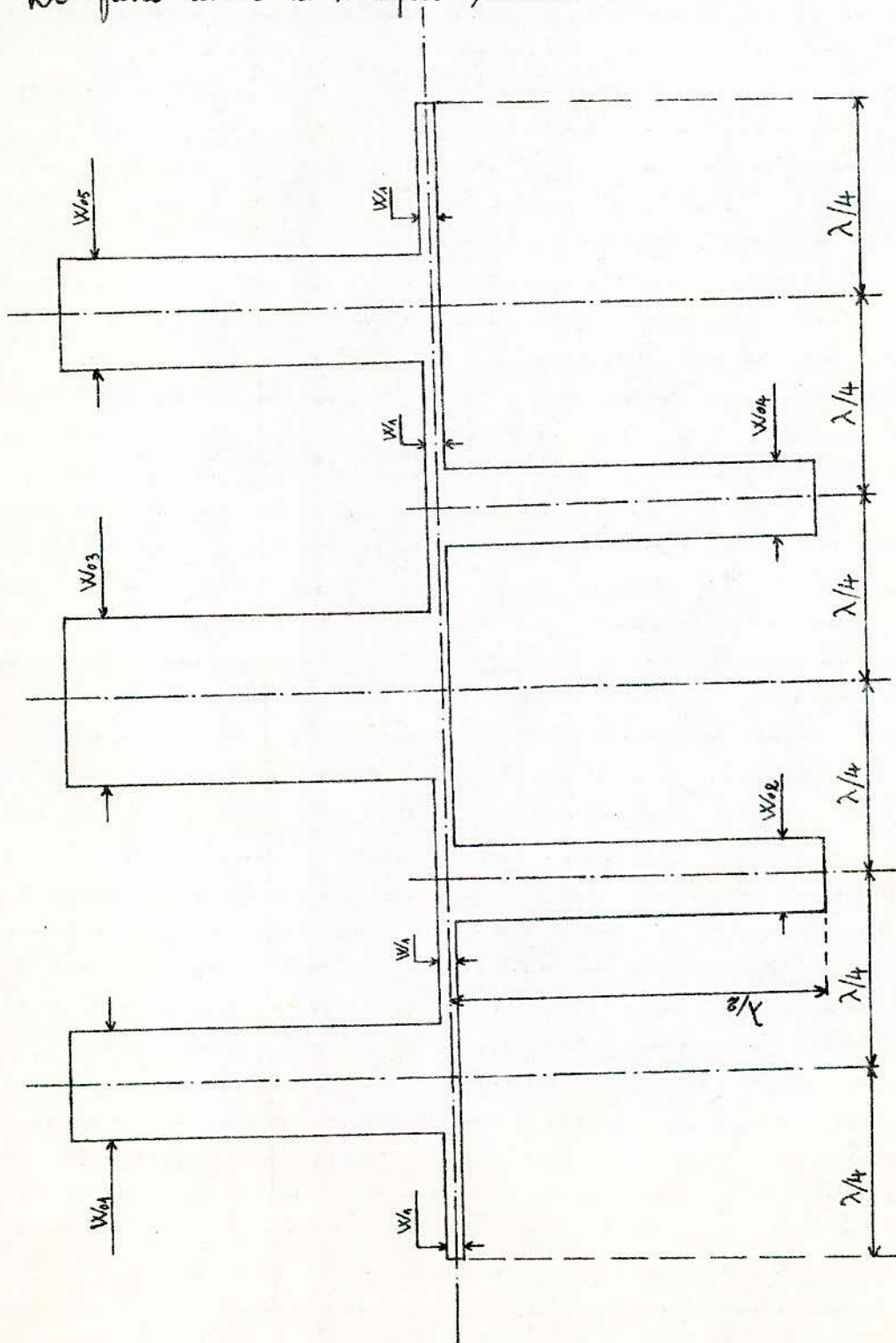


Fig. 3 - Filtre micro-onde passe-bande (présenté à l'échelle : 5).

Les dimensions du filtre ainsi calculées sont les suivantes :

$$\lambda = 23 \text{ mm} \quad (\text{longueur d'onde dans la ligne}).$$

$$Z_c = 45 \Omega \quad (\text{impédance caractéristique de la ligne}).$$

$$W_1 = 0,56 \text{ mm}$$

$$W_{01} = 3,31 \text{ mm}$$

$$W_{02} = 2,34 \text{ mm}$$

$$W_{03} = 4,99 \text{ mm}$$

$$W_{04} = 2,34 \text{ mm}$$

$$W_{05} = 3,31 \text{ mm}$$

La largeur du filtre est  $2 \cdot \frac{\lambda}{2} = \lambda = 23 \text{ mm}$ .

La longueur du filtre est  $6 \cdot \frac{\lambda}{4} = 1,5 \cdot \lambda = 34,5 \text{ mm}$ .

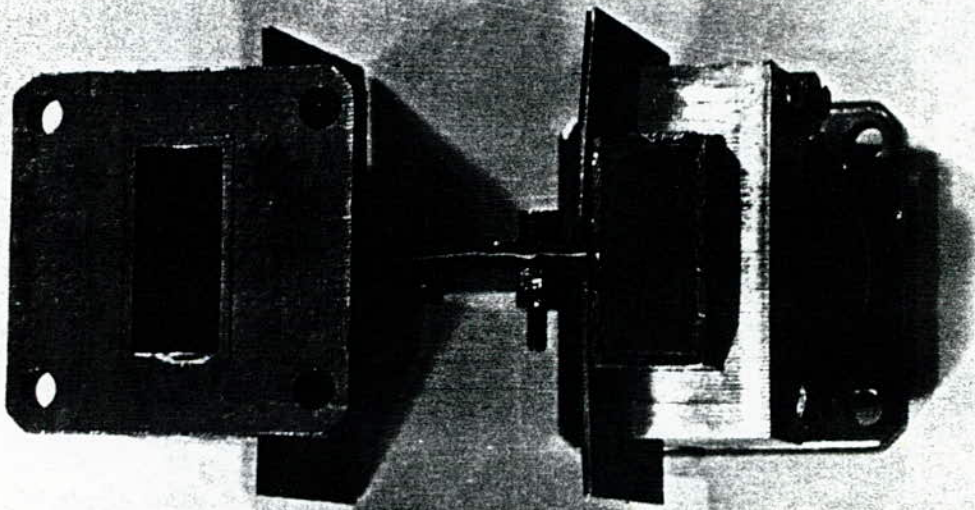
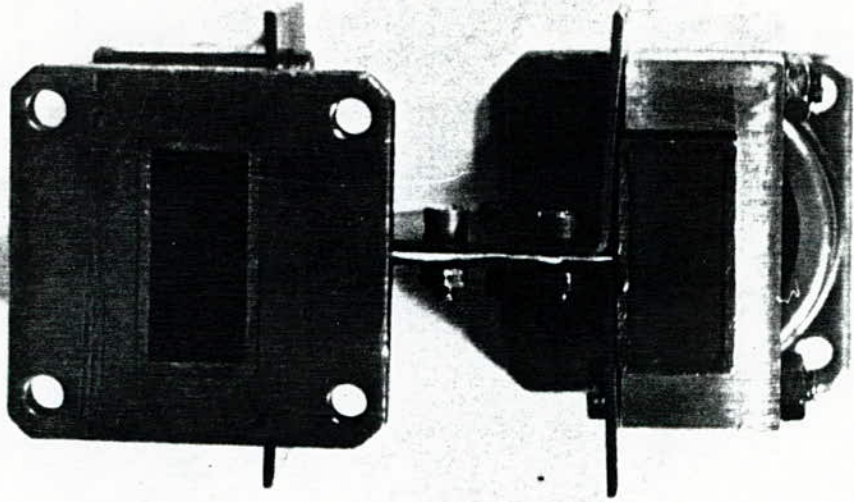
Le calcul détaillé des dimensions est donné en annexe.

#### 4.3.2 - Détails de réalisation.

Le filtre de la figure IV.3 réalisé à partir d'une lame de cuivre d'épaisseur  $t = 30 \mu\text{m}$  est inséré entre deux couches de téflon d'épaisseur  $b = 0,4 \text{ mm}$ . Le téflon se trouve lui-même entre deux plans de masse qui sont deux plaquettes de cuivre d'épaisseur de  $1 \text{ mm}$  chacune. Les deux transitions du filtre sont assurées par prolongement de la longueur du ruban dans la large paroi du tronçon de guide (voir Fig B.1) à une longueur  $\frac{\lambda}{4}$  du court-circuit.

Chaque tronçon de guide est terminé d'un côté par un court-circuit et est soudé à une bride de l'autre côté. Les fixations du filtre aux deux tronçons de guide sont faites à l'aide de supports fixés sur les deux plans de masse.

Le filtre ainsi réalisé est représenté en page 66.



#### 4.4 - Mesures.

Le filtre réalisé a été testé sur un banc hyperfréquence selon le montage de la figure IV.4.

##### 4.4.1 - Description du montage de mesure.

L'oscillateur Gunn est un générateur hyperfréquence permettant de délivrer une puissance.

L'isolateur est un circuit ayant une faible perte d'insertion dans le sens direct et une forte atténuation dans le sens inverse. De ce fait, il sert à protéger l'oscillateur de l'onde réfléchie.

L'oscillateur Gunn ne dispose pas de réglage de la puissance de sortie. Pour adapter cette puissance de sortie aux besoins de la manipulation, on sera amené à atténuer plus ou moins cette puissance. Les deux atténuateurs utilisés sont : l'atténuateur variable et l'atténuateur calibré.

Le coupleur directif présentant un coefficient de couplage entre les deux bras, permet d'isoler l'onde réfléchie de l'onde incidente.

Le cristal détecteur est utilisé pour détecter l'énergie hyperfréquence.

Pour avoir la plus faible réflexion possible (réflexion affectant la précision de la mesure), on doit adapter le support de la permittance.

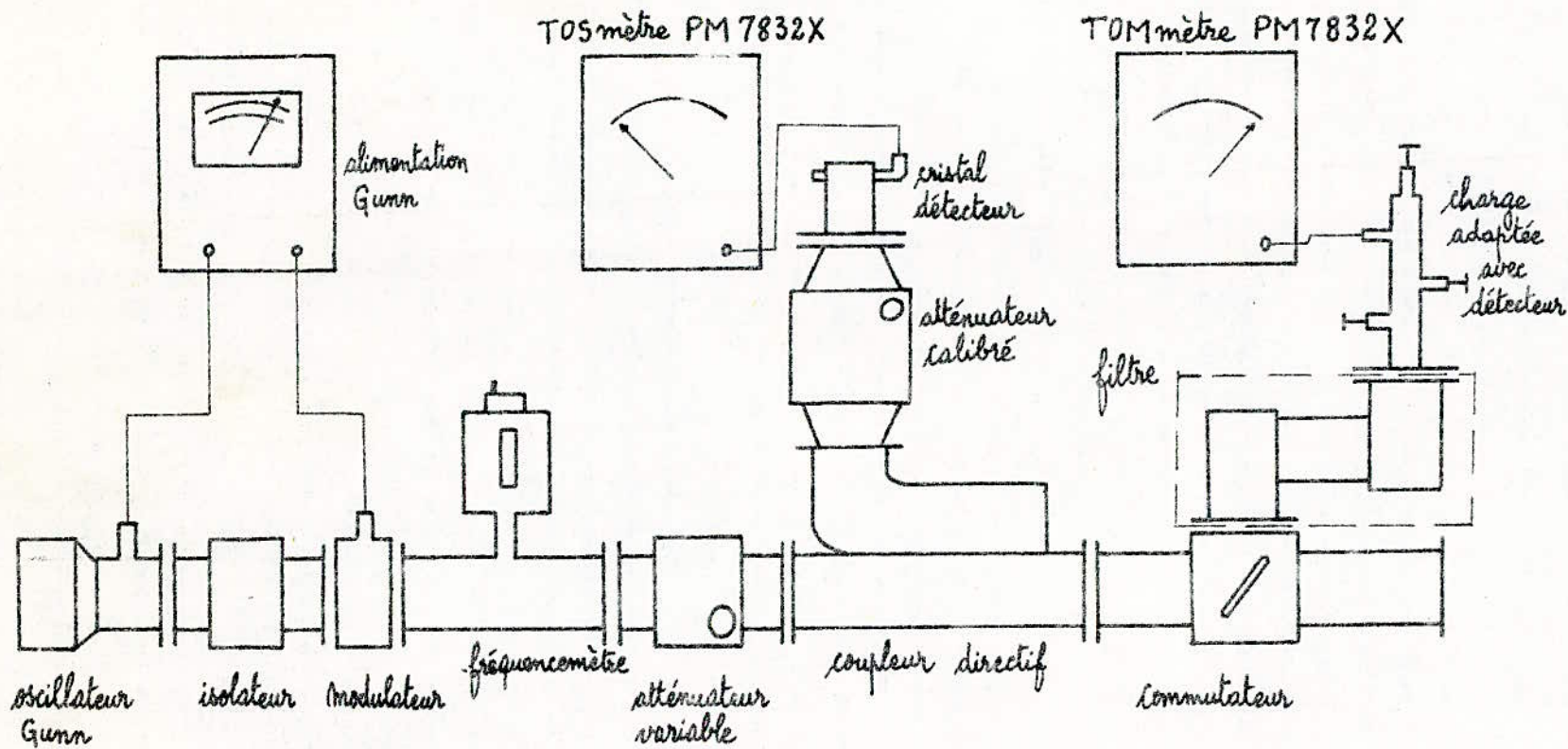


Fig IV.4 - Schéma du montage de mesure.

#### 4.4.2. Manipulation.

Pour relever les mesures de l'atténuation en fonction de la fréquence, nous suivons les étapes suivantes :

- régler l'oscillateur Gunn à une fréquence de 9 GHz.
- placer le commutateur sur la position du court circuit.
- prendre une référence du court circuit sur le TOS-mètre I.
- placer le commutateur sur le support de la thermistance.
- adapter ce support à l'aide des trois sondes variables.
- prendre une référence sur le TOS-mètre II.
- placer le support de la thermistance à la sortie du filtre.
- placer le commutateur sur la position du filtre.
- relever l'atténuation sur le TOS-mètre II.
- relever en même temps la réflexion sur le TOS-mètre I.
- répéter la même mesure pour les autres fréquences.

Les valeurs ainsi obtenues sont les suivantes :

$f$ (GHz)	8,26	9,08	9,152	9,322	9,435	9,544	9,69	9,888
$A_{dB}$	21	3,5	2,9	0,7	1	1,8	2,9	5,5
$\Gamma^{-1}$	1,06	2,5	2,1	16,5	3,9	1,61	1,59	1,4

Les résultats obtenus à l'aide d'une ligne ruban sont :

$$A_{dB} = 0,2 \text{ dB}$$

$$\text{réflexion} = 30,8 \text{ dB par rapport à une référence de } 20 \text{ dB.}$$

$$\Gamma^{-1} = 34$$

4A1B

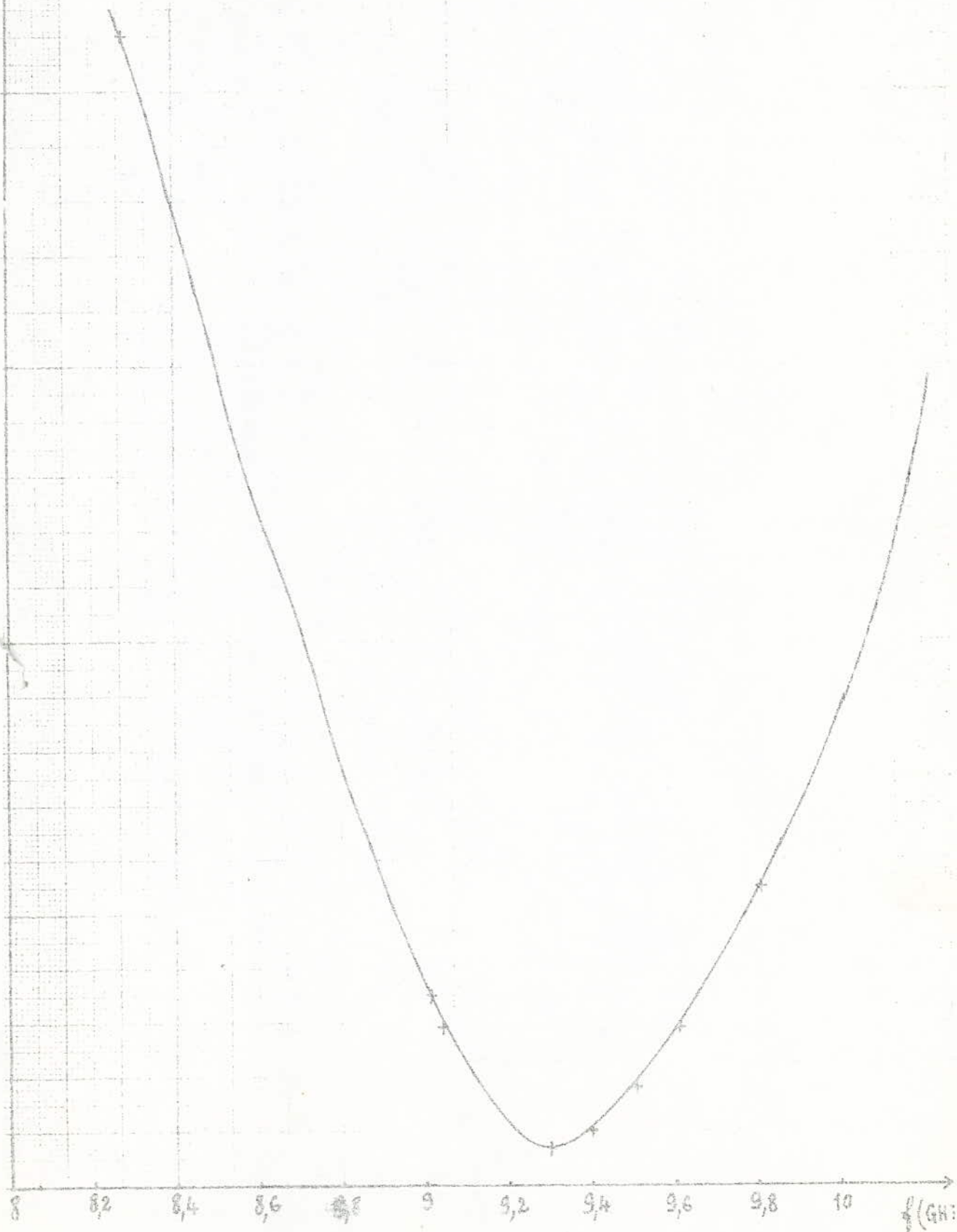


Fig. IX.5 - Courbe de réponse du filtre.



#### 4.4.2. Commentaire sur la courbe.

- Sur ou de la courbe obtenue, plusieurs points sont à noter.
- Aux extrémités de la bande X, le détecteur adapté devient difficile à régler. Le rendement des dispositifs (oscillateur Gunn) micro-onde est maximum au milieu de la bande X.
  - On ne peut pas tracer la totalité de la courbe car ses extrémités se situent en dehors de la bande X. Mais on peut avoir une idée sur le front de la courbe (deuxième front) en regardant le premier front (la courbe doit être symétrique).
  - La courbe ne s'inscrit pas entièrement dans le gabarit, les dimensions des stubs découpés ne sont pas conformes aux dimensions théoriques.
  - Les tronçons du guide utilisés sont légèrement accidentés, ceci crée des pertes dans le filtre.
- Ainsi, ceci explique l'écart existant entre le gabarit imposé et la courbe finale.

## Conclusion.

Cette étude a permis de rendre compte des difficultés rencontrées au niveau de la conception des filtres micro-ondes en ligne ruban.

En effet, la réalisation de ce filtre a du faire appel à la technologie des guides, qui présente beaucoup de difficultés quant à la réalisation mécanique : transitions, soudures des brides, fixation des guides sur le support d'essai, réalisation des court-circuits ...

Malgré le peu de temps dont nous disposions, et les faibles moyens mis à notre disposition à l'école, nous avons pu mettre au point cette réalisation dont la courbe est montrée en page 70.

La courbe de réponse ne répond pas parfaitement à celle du cahier de charge. Les deux différences essentielles étant Amin et la bande passante. Ceci s'explique par le fait que la précision d'une réalisation manuelle n'est pas toujours assez élevée.

Ainsi parmi les différentes imperfections, nous pouvons citer celle du découpage du filtre, qui devait se faire par photogravure, mais qui a été faite avec une lame, et qui est donc loin d'être parfaite.

Nous espérons que cette étude servira comme document de base à tous les étudiants intéressés par ce domaine de l'électronique.

### A.1. Détermination du paramètre $b_j$ des résonateurs.

Le paramètre  $b_j$  est donné par l'expression (IV.1) sous la forme :

$$b_j = \frac{\omega_0}{2} \left. \frac{dB_j}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}$$

où  $B_j = Y_{0j} \operatorname{tg} \beta \cdot l$  (pour une ligne ouverte d'admittance caractéristique  $Y_{0j}$ )

$$\beta = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{\lambda}{2v} = \frac{\pi}{\omega}$$

d'où  $B_j = Y_{0j} \operatorname{tg} \frac{\omega l}{v}$

La dérivée de l'admittance du  $j^{\text{ème}}$  résonateur par-rapport à la pulsation est :

$$\begin{aligned} \left. \frac{dB_j}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0} &= Y_{0j} \cdot \frac{l}{v} \cdot \left. \frac{1}{\cos^2 \frac{\omega l}{v}} \right|_{\omega=\omega_0} = Y_{0j} \frac{n \left(\frac{\lambda}{2}\right)}{v} \cdot \left. \frac{1}{\cos^2 \frac{n \lambda \omega}{2v}} \right|_{\omega=\omega_0} \\ &= Y_{0j} \frac{n \cdot \pi}{\omega} \cdot \left. \frac{1}{\cos^2 n \frac{\pi}{\omega} \cdot \omega} \right|_{\omega=\omega_0} = Y_{0j} \frac{n \cdot \pi}{2} \end{aligned}$$

Le paramètre  $b_j$  est donné par :

$$b_j = \frac{\omega_0}{2} \cdot Y_{0j} \cdot \frac{n \cdot \pi}{\omega_0} = Y_{0j} \cdot \frac{n \cdot \pi}{2}$$

Pour réduire les dimensions du filtre, nous prenons  $n=1$ .

D'où l'obtention de l'expression (IV.1') :

$$b_j = Y_{0j} \frac{\pi}{2} \quad (v)$$

## A.2. Différentes étapes de calcul du filtre.

La longueur d'onde dans le ruban est donnée par la formule suivante :

$$\lambda = \frac{C}{f \sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}} \quad (\text{A.1})$$

où  $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  vitesse de la lumière.

$\epsilon_r$  permittivité relative du diélectrique, dans notre cas :

$$\epsilon_r = 2,1 \text{ pour le téflon.}$$

$\mu_r$  perméabilité relative ( $\mu_r = 1$  pour le Téflon).

La relation (A.1) devient :

$$\lambda (\text{cm}) = \frac{30}{f (\text{GHz}) \cdot \sqrt{2,1}} \quad (\text{A.2})$$

Pour la fréquence centrale  $f_0 = 9 \text{ GHz}$ , la longueur d'onde est égale à :

$$\lambda (\text{cm}) = \frac{30}{9 \cdot \sqrt{2,1}} = 2,3 \text{ cm.}$$

### Calcul de $w_1$ (Fig III.3).

De la relation (III.6), on tire :

$$w = \frac{b}{2\sqrt{\epsilon_r}} \left[ \frac{200}{Z_c} \left( 1 + \frac{2t}{b} \right) - 1 \right] \quad (\text{A.3})$$

Pour avoir les dimensions du filtre facilement réalisables, on choisit :

$$Z_c = 45 \Omega.$$

$$w_1 = \frac{0,4}{2 \cdot \sqrt{2,1}} \left[ \frac{200}{45} \left( 1 + 2 \frac{30}{400} \right) - 1 \right] = 0,56 \text{ mm}$$

Pour le calcul de  $w_{01}$ , on se sert de l'expression (IV.2) :

$$b_1 = \frac{g \cdot g_1 \cdot \Omega'c \cdot J_{0,1}^2}{G_A \cdot B}$$

$$\text{où } J_{0,1} = \frac{1}{\epsilon_c} = \frac{1}{45} \text{ v}$$

$$B = \frac{2}{9}$$

$$G_A = \frac{1}{\epsilon_c} = \frac{1}{45} \text{ v}$$

$$g_0 = 1$$

$$\text{alors : } b_1 = \frac{1,7058 \cdot 9}{2 \cdot 45} = 0,17 \text{ v}$$

De la formule (IV.1'), on obtient :

$$Y_{01} = \frac{2 \cdot b_1}{\pi} = 0,11 \text{ v}$$

$$\text{d'où : } Z_{01} = \frac{1}{Y_{01}} = 9,2 \Omega$$

$$\text{et } W_{01} = \frac{0,4}{2\sqrt{2,1}} \left[ \frac{200}{9,2} \left( 1 + 2 \cdot \frac{30}{400} \right) - 1 \right] = 3,31 \text{ mm}$$

Calcul de  $w_{02}$ .

De la relation (IV.3), on tire :

$$b_2 = \left( \frac{\Omega_c \cdot J_{1,2}}{B} \right)^2 \frac{g_1 \cdot g_2}{b_1}$$

$$\text{où } J_{1,2} = \frac{1}{\epsilon_c} = \frac{1}{45} \text{ v}$$

$$\text{alors } b_2 = \frac{1,7058 \cdot 1,2296 \cdot 81}{4 \cdot 0,17 (45)^2} = 0,12 \text{ v}$$

$$Y_{02} = \frac{2 \cdot b_2}{\pi} = 0,078 \text{ v}$$

$$\text{d'où } Z_{02} = \frac{1}{Y_{02}} = 12,77 \Omega$$

$$W_{02} = \frac{0,4}{2\sqrt{2,1}} \left[ \frac{200}{12,77} \left( 1 + 2 \cdot \frac{30}{400} \right) - 1 \right] = 2,34 \text{ mm}$$

### Calcul de $w_{03}$ .

De la même façon que précédemment, on obtient :

$$b_3 = 0,25 \text{ V}$$

$$\text{et } \gamma_{03} = \frac{2 \cdot b_3}{\pi} = 0,16 \text{ V}$$

$$Z_{03} = \frac{1}{0,16} = 6,18 \Omega$$

$$w_{03} = \frac{0,4}{2\sqrt{2,1}} \left[ \frac{200}{6,18} \left( 1 + 2 \cdot \frac{30}{400} \right) - 1 \right] = 4,99 \text{ mm}$$

### Calcul de $w_{04}$ .

Par un calcul analogue que ci-dessus, on obtient :

$$b_4 = 0,12 \text{ V} \quad , \quad \gamma_{04} = 0,078 \text{ V}$$

$$\text{et } Z_{04} = \frac{1}{0,078} = 12,77 \Omega$$

d'où :

$$w_{04} = \frac{0,4}{2\sqrt{2,1}} \left[ \frac{200}{12,77} \left( 1 + 2 \cdot \frac{30}{400} \right) - 1 \right] = 2,34 \text{ mm}$$

### Calcul de $w_{05}$ .

De la relation (IV.4), on tire :

$$b_5 = \frac{\Omega'c \cdot g_5 \cdot g_6 \cdot J_{5,6}^2}{G_B \cdot B}$$

$$\text{où } \Omega'c = 1$$

$$g_5 = 1$$

$$G_B = \frac{1}{Z_c} = J_{5,6}$$

$$\text{alors } b_5 = \frac{1,7058 \cdot 9}{2 \cdot 45} = 0,17 \text{ V} \quad ; \quad \gamma_{05} = \frac{2 \cdot b_5}{\pi} = 0,11 \text{ V}$$

$$Z_{05} = \frac{1}{0,11} = 9,2 \Omega$$

on obtient :

$$w_{05} = \frac{0,4}{2\sqrt{2,1}} \left[ \frac{200}{9,2} \left( 1 + 2 \cdot \frac{30}{400} \right) - 1 \right] = 3,31 \text{ mm}$$

## ANNEXE B.

### Différentes transitions guide-ligne.

Dans le cas des transitions déjà connues, la procédure normale est d'assimiler le guide d'onde à la ligne coaxiale qui se compose d'une sonde, soit coaxiale, soit dans plusieurs cas imprimée.

Cette sonde se situe à une longueur  $\lambda/4$  du côté court-circuité du guide et se prolonge à travers la large paroi.

La longueur de la sonde est déterminée empiriquement.

Trois transitions semblables sont exposées schématiquement dans la figure suivante :

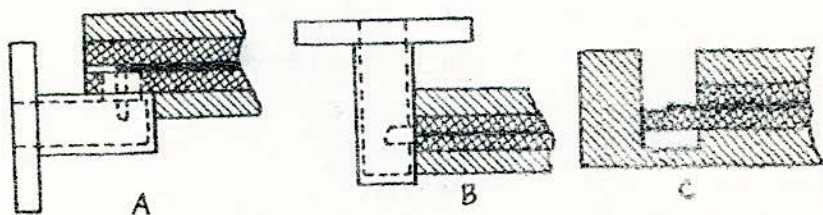


Fig B.1 - Différentes transitions utilisées.

Les figures B.1A et B.1B sont des sondes coaxiales qui assurent le couplage soit en angle droit, soit en ligne.

Dans le cas de la figure B.1C le couplage se fait directement par la ligne, sans intervention de la sonde.

— BIBLIOGRAPHIE —

- [1]- PAUL BILDSTEIN , *Filtres actifs* - Editions RADIO 1976 .
- [2]- CARRÈRE , *Synthèse des circuits passifs* - Ed Masson & Cie Paris 1974
- [3]- A. ANGOT , *Complément de Mathématique* - Ed de la revue optique 1965
- [4]- SOFRONIE STEFANESCU , *Filtres électriques* - Ed Masson & Cie 1972
- [5]- G.L.MATTAHEI, L.YOUNG, E.M.T.JONES, *Microwave filters, impedance-  
matching and coupling structures* - Mc Graw Hill New York .
- [6]- R. RIGAL , *Les hyperfréquences, circuits et propagation des ondes* ,  
Ed Eyrolles Paris 1963
- [7]- H. HOWE , *Stripline circuit design* , Ed Artech house 1974
- [8]- GEORGES BOUDOURIS et PIERRE CHENEVIER , *Circuits pour ondes guidées* ,  
Ed Dunod 1974