

---

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



**Département de Génie Civil**

Ecole Doctorale Ingénierie & Environnement

Laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures

## **Mémoire de Magister**

*Présenté par :*

**TADJADIT Abdelmadjid**

*Ingénieur d'Etat en Génie Civil*

*Diplômé de l'Ecole Nationale Polytechnique*

**Thème :**

**PRESSIONS HYDRODYNAMIQUES SUR BARRAGES  
RIGIDES A FRUITS IRREGULIERS SOUS  
EXCITATIONS SISMIQUES**

*Soutenu le 12/05/2010, devant le jury composé de :*

<b>Mr. M. Bouabdallah</b>	Professeur, E.N.P	Président
<b>Mr. B. Tiliouine</b>	Professeur, E.N.P	Directeur de Thèse
<b>Mr. M. Hammoutene</b>	Professeur, E.N.P	Examineur
<b>M<sup>me</sup> D. Chenaf</b>	Professeur, C.M.R Canada	Examinatrice

# Dédicace

*Je dédie ce modeste travail à :*

- *La mémoire de mon défunt père.*
- *Ma très chère et adorable mère.*
- *Ma femme qui a beaucoup consenti pour ce Travail.*
- *Mes enfants, Sarah et Fayçal.*
- *Mes frères et sœur.*
- *Mes beaux parents.*
- *Tous mes amis(es).*

*Abdelmadjid. TADJADIT,*

## REMERCIEMENTS

Ce mémoire est l'aboutissement d'un travail de recherche effectué au sein du laboratoire de Génie Sismique et de Dynamique des Structures de l'Ecole Nationale Polytechnique sous la direction du professeur Tiliouine Boualem.

Excellent pédagogue et chercheur de grande expérience, rigoureux dans sa démarche dans le domaine de la recherche scientifique, modeste d'esprit et fin dans ses relations avec ses étudiants. Ses conseils éclairés et les entrevues qu'il a bien voulu m'accorder m'ont permis de comprendre que la persévérance, l'assiduité et surtout la discipline dans le travail sont l'un des meilleurs gages de garantie pour la réussite. Aujourd'hui, par le biais de ce travail, je tiens à lui présenter mes remerciements les plus sincères et à lui témoigner mon profond respect.

D'autre part, je tiens à adresser un remerciement particulier et un témoignage de reconnaissance à Mr. Belhadj Omar pour son soutien effectif et ses précieuses observations.

Je remercie le Pr. Bouabdallah. M qui m'a fait l'honneur de présider le jury, le Pr. Hammoutene. M et le Pr. Chenaf. D, qui ont bien voulu examiner ce travail et participer au jury.

Je voudrais adresser également mes remerciements à tous les enseignants ayant contribué à ma formation, particulièrement, le Pr. Hammoutene. M, le Pr. Berrah. K.M, sans oublier M<sup>me</sup> Amri. A pour sa précieuse aide et ses orientations éclairées.

Par ailleurs, je dois un grand merci à Mr. Berkani Mohand et M<sup>elle</sup> Ait Aider Lila pour leur aide dans l'élaboration et la rédaction de ce mémoire.

*Abdelmadjid Tadjadit,*

# SOMMAIRE

<b>INTRODUCTION</b> .....	7
1. Définition du problème.....	8
2. Méthodes de résolution.....	9
3. Objectifs et portée de l'étude.....	10
<b>CHAPITRE I</b>	
<b>MODELE MATHEMATIQUE ET EQUATIONS GOUVERNANTES</b> .....	12
I-1. Modèle mathématique.....	13
I-2. Formulation des équations gouvernantes.....	14
I-2-1. Les conditions aux limites.....	15
I-2-1-1.Cas d'un séisme horizontal.....	16
I-2-1-2.Cas d'un séisme vertical.....	17
<b>CHAPITRE II</b>	
<b>FORMULATION ANALYTIQUE DE LA SOLUTION</b> .....	19
II-1. Formulation analytique de la fonction potentielle des vitesses.....	20
II-2. Formulation variationnelle.....	21
II-3. Formulation analytique des pressions hydrodynamique $C_p$ au droit de l'interface barrage-réservoir .....	24
<b>CHAPITRE III</b>	
<b>PRESENTATION DU PROGRAMME DE CALCUL DES COEFFICIENTS DE PRESSION HYDRODYNAMIQUE <math>C_p</math></b> .....	25
III-1 Consistance du programme.....	26
III-2 Test de convergence du coefficient des pressions $C_p$ .....	26
III-3 Organigrammes du programme de calcul des coefficients des pressions hydrodynamiques $C_p$ .....	27
<b>CHAPITRE IV</b>	
<b>MODELISATION DU RESERVOIR PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS</b> .....	31
IV-1. Introduction.....	32
IV-2. Modélisation du réservoir.....	32
IV-2-1. Conditions aux limites.....	34

IV-2-1-1. Cas d'un séisme horizontal.....	34
IV-2-1-2. Cas d'un séisme vertical.....	35
IV-3. Formulation variationnelle du problème.....	36
IV-3-1. Discrétisation des formes intégrales.....	36
IV-4. L'élément de référence.....	38
IV-5. Processus de calcul par le logiciel MATLAB.....	39
<b>CHAPITRE V</b>	
<b>APPLICATIONS NUMERIQUES.....</b>	<b>41</b>
V-1. Introduction.....	42
V-2. Données du problème.....	42
V-3. Objectifs des applications.....	42
V-4. Applications numériques .....	43
V-4-1. Cas d'un chargement sismique horizontal.....	43
V-4-1-1. Barrage à fruit unique.....	43
V-4-1-2. Barrage à fruit irrégulier (Beta=30°).....	45
V-4-1-3. Barrage à fruit irrégulier (Beta=45°).....	45
V-4-1-4. Comparaison entre les valeurs maximales et les valeurs à la base du barrage du coefficient de pression $C_p$ en fonction de l'inclinaison du barrage.....	48
V-4-1-5. Influence de la hauteur de la partie verticale d'un barrage à fruit Irrégulier sur le coefficient de pression $C_p$ .....	50
V-4-1-6. Influence de l'angle d'inclinaison d'un barrage à fruit irrégulier sur le coefficient de pression $C_p$ .....	52
V-4-2. Cas d'un chargement sismique vertical.....	53
V-4-2-1. Barrage à fruit unique.....	53
V-4-2-2. Barrage à fruit irrégulier (Beta=30°).....	55
V-4-2-3. Barrage à fruit irrégulier (Beta=45°).....	55
<b>CONCLUSION. ....</b>	<b>57</b>
<b>REFERENCES.....</b>	<b>60</b>
<b>ANNEXE I.....</b>	<b>62</b>
<b>ANNEXE II.....</b>	<b>65</b>
• Courbes isopressions : <b>Cas d'un chargement sismique horizontal.....</b>	<b>66</b>
• Courbes isopressions : <b>Cas d'un chargement sismique vertical.....</b>	<b>77</b>

## NOTATIONS

$A_i$  : Coefficients.  
 $C$  : Fraction de la hauteur du liquide dans le réservoir.  
 $C_p$  : Coefficients des pressions hydrodynamiques.  
 $C_s$  : Coefficient sismique.  
 $E$  : Erreur quadratique.  
 $g$  : Accélération gravitationnelle.  
 $H$  : Hauteur du fluide dans le réservoir.  
 $i, j$  : Indices de boucle.  
 $K$  : Module de compressibilité du fluide.  
 $n$  : La normale à l'interface barrage -réservoir.  
 $P$  : Pression hydrodynamique.  
 $S$  : Contour total des frontières du réservoir.  
 $t$  : Temps.  
 $\dot{u}$  ;  $\dot{v}$  : Respectivement, les vitesses dans les directions  $x, y$ .

$X_g(t)$  : Déplacement horizontal du sol.

$x, y$  : Coordonnées rectangulaires.

$Y_g(t)$  : Déplacement vertical du sol.

$$F_{ji} = \int_s f_i(x, y) \cdot f_j(x, y) ds .$$

$$G_j = \int_s f_j(x, y) ds .$$

$$K_{ji} = tg \theta \cdot \left[ \cos \lambda_s CH - e^{-\lambda_s CH tg \theta} \right] .$$

$$L_{ji} = tg \theta \cdot \left[ \cos \lambda_d CH - e^{-\lambda_s CH tg \theta} \right] .$$

$\delta_{ji}$  : Symbole de Kronecker.

$\theta$  : Angle entre la normale au parement amont et la direction des  $x$ .

$$\lambda_i = (2.i-1) \cdot \pi / (2.H).$$

$\rho$  : Masse volumique de l'eau.

$\phi$  : Potentiel des vitesses.

$\Omega$  : Domaine du réservoir.

# **INTRODUCTION**

## 1. Définition du problème:

La pression hydrodynamique induite par un séisme sur la partie amont d'un barrage est un facteur important et déterminant pour sa conception.

En 1933, **Westergaard** était le premier à avoir formulé une expression analytique pour la pression hydrodynamique agissant sur un barrage rigide ayant un parement amont vertical soumis à un mouvement harmonique du sol dans la direction horizontale [32].

Les solutions analytiques sont pratiquement rares et valables uniquement pour des réservoirs présentant des géométries simples.

Durant les cinquante dernières années, plusieurs chercheurs ont enrichi l'étude classique de Westergaard en incluant plusieurs paramètres physiques, tels que la compressibilité du fluide dans le réservoir (e.g.Chopra, 1967 ; Tiliouine, B. et Seghir, A. 1998), [7, 30], la flexibilité du barrage (e.g.Finn & Varoglu, 1973 ; Foda et al, 1979, Tiliouine, B. et Seghir, A.1998) [14, 23, 31], et l'absorption du fond du réservoir (e.g.Fenves & Chopra, 1983, 1985) [12, 13].

En 1978, Chwang [3]. présenta, en utilisant la théorie de l'écoulement-potentiel à deux dimensions, une solution analytique pour la pression hydrodynamique induite sur un barrage en état d'accélération, la durée de cette accélération est considérée assez petite afin de négliger la compressibilité du fluide. Le réservoir est supposé infiniment long est ayant une hauteur d'eau constante, le fruit du barrage est aussi considéré constant.

Chwang et Housner, en 1978 [6], ont résolu approximativement le même problème en utilisant le principe de l'équilibre des vitesses, ce dernier a été introduit bien avant par Von Karman en 1933[19].

Chwang, en 1979 [4], a élargi cette théorie pour le cas d'un réservoir finie présentant une forme triangulaire, la face amont du barrage est supposée verticale.

Quant aux effets de la stratification dans les réservoirs sur la pression hydrodynamique, ils ont été pris en considération par Chwang en 1981[5].

Par ailleurs, on retrouve aussi plusieurs modèles numériques (e.g.Hall & Chopra, 1982 ; Rashed, 1982 ; Liu & Cheng, 1984 ; Tiliouine, B. et Seghir, A. 1997) [16, 22, 25, 29] pouvant être utilisés pour l'étude des problèmes d'interaction barrage-réservoir en deux et trois dimensions en présence même de géométries très complexes.

Tous ces travaux de recherche, en fin de compte, sont venus enrichir davantage l'aspect qualitatif de la compréhension concernant les effets de la pression hydrodynamique sur les barrages en présence de chargements sismiques.

Notre problématique consiste à étudier un phénomène naturel dont il ya lieu de caractériser son comportement en contexte hydrodynamique, donc on étudiera le mouvement de chaque particule fluide en tenant compte des forces lui ayant donné naissance.



Pour notre cas de figure, il s'agit de définir en chaque point de la masse fluide soumise à l'action sismique, la pression hydrodynamique  $p$  considérant que la masse volumique  $\rho$  du fluide est constante.

Le fait de considérer que le liquide à étudier est parfait (non visqueux), on négligera l'effet des forces de viscosité qui ont pour cause la variation de la pression en un point avec la variation de sa direction autour de lui-même.

Dans le cas général, la présence de cinq inconnues (3 composantes de la vitesse, la pression hydrodynamique  $p$  et la densité du fluide), nous ramène à établir cinq équations pour pouvoir résoudre le problème, elles se présentent comme suit :

- a- Un système de trois équations générales du mouvement (Equations d'Euler).
- b- Une équation caractéristique du fluide (Dans notre cas  $\rho = \text{constante}$ ).
- c- L'équation de continuité.

L'étude en plan et la considération d'un fluide incompressible, non visqueux et irrotationnel nous permet de réduire le nombre d'inconnues recherchées à une seule uniquement (la pression hydrodynamique  $p$ ).

## 2. Méthodes de résolution :

La démarche de travail est scindée en deux parties :

### Première partie :

C'est une approche semi-analytique, la solution du problème est obtenue selon le schéma suivant :

1. L'utilisation de la méthode de séparation des variables et l'application des conditions aux limites pour l'équation différentielle gouvernante permettrait de formuler analytiquement le potentiel des vitesses  $\phi(x, y, t)$ .
2. Les vitesses des particules fluides dérivent du potentiel  $\phi(x, y, t)$ , ce dernier, doit impérativement, tenant compte de l'équation de continuité et des hypothèses retenues pour le fluide, vérifier l'équation différentielle de Laplace.
3. Connaissant la relation liant la pression hydrodynamique  $p$  au potentiel des vitesses  $\phi(x, y, t)$ , tel que  $p = \rho \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t}$ , la pression hydrodynamique  $p$  doit aussi satisfaire, par voie de conséquence, l'équation différentielle de Laplace.
4. Pour aboutir à la formulation analytique des pressions hydrodynamiques, on utilisera une technique de minimisation de l'erreur quadratique sur l'ensemble du contour d'intégration représenté par l'interface barrage-réservoir [1], ce qui

nous fait aboutir à un système d'équations algébriques linéaires, dont la résolution nous permettrait de définir les coefficients inconnus  $A_i$ , caractérisant, pour chaque valeur de  $i$ , une fonction potentielle  $\phi_i(x, y, t)$ , solution de l'équation aux dérivées partielles de Laplace.

5. La normalisation de la pression hydrodynamique obtenue  $p$  aboutit à ce qu'on appellera par la suite, « les coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  », leur représentation graphique en fonction de la hauteur du barrage, faciliterait la tâche de l'ingénieur concepteur.
6. Un programme de calcul est élaboré par nos soins en langage MATLAB 7 en vue de calculer les pressions hydrodynamiques  $p$  exploitant les formules analytiques obtenues selon la démarche décrite précédemment.

Cette méthode est considérée semi-analytique car les solutions obtenues analytiquement pour le coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  sont, ensuite, programmées en langage Matlab 7, elle est très pratique et relativement facile à utiliser pour le cas d'un chargement sismique horizontal lorsque l'interface barrage-réservoir présente une géométrie simple, dans le cas contraire, le recours aux méthodes numériques est inévitable.

## **Deuxième partie :**

Dans cette partie, on s'intéressera à la résolution numérique du problème en utilisant la méthode des éléments finis par le biais du logiciel de calcul MATLAB.

Comme toute étude en éléments finis, un intérêt particulier doit être accordé pour le choix de l'élément de référence à utiliser.

L'élément à choisir pour la discrétisation du liquide dans le réservoir doit être de forme bien déterminée, de façon à ce qu'il décrit au mieux la géométrie du milieu et ses conditions aux limites.

L'élément de base adopté est l'élément triangulaire linéaire. En effet, la forme géométrique du réservoir présentant des angles nous oriente vers ce choix afin de restituer au mieux l'information sur la géométrie du réservoir notamment lorsque l'interface barrage-réservoir présente une forme irrégulière [34].

## **3. Objectifs et portée de l'étude :**

Notre étude porte sur l'investigation des pressions hydrodynamiques sous chargements sismiques dans le cas particulier d'un fluide incompressible, non visqueux et irrotationnel, en présence d'un barrage infiniment rigide à fruit irrégulier, le fond du réservoir est aussi considéré rigide et horizontal.

Dans cette étude deux objectifs principaux sont retenus : le premier consiste à présenter une méthode semi-analytique pour le calcul des pressions hydrodynamiques induites par des actions sismiques agissantes sur un barrage rigide à fruit irrégulier. Le deuxième est la résolution numérique du problème en utilisant la méthode des éléments finis.

L'analyse des résultats obtenus par les deux méthodes nous permettrait de tirer plusieurs conclusions.

Ce mémoire est structuré en plusieurs chapitres, le premier est consacré au développement du modèle mathématique du problème, l'écriture des équations gouvernantes régissant le phénomène à étudier et la fixation des conditions aux limites dans les deux cas de chargements sismiques, horizontal et vertical.

Le deuxième chapitre est consacré à la formulation analytique de la solution du problème pour le cas typique d'un chargement sismique horizontal.

Pour le cas d'un chargement sismique vertical, on se contentera uniquement de la résolution numérique par la M.E.F.

Dans le troisième chapitre, on présentera le programme de calcul établi par nos soins sous langage MATLAB 7 nous permettant la programmation des formules analytiques présentées dans le deuxième chapitre. Ce programme est réalisé pour répondre aux besoins de calcul des coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$ . Il tient compte des différentes variables telles que, le fruit du barrage, les conditions de chargements sismiques et la densité du fluide dans le réservoir.

Le quatrième chapitre est consacré à la modélisation du réservoir par la méthode des éléments finis .L'élément de référence utilisé ainsi que le maillage adopté en plan pour le réservoir sont décrits en détail. Le calcul est effectué via le logiciel de calcul MATLAB 7, le processus ainsi que le modèle adopté pour le calcul des pressions hydrodynamiques sont aussi décrits à la fin du chapitre.

Maintenant que les outils de calcul sont définis, le cinquième chapitre comporte plusieurs applications numériques. Les résultats obtenus pour chaque cas de figure, tenant compte, de la géométrie du parement amont du barrage ainsi que la direction du chargement sismique sont présentés et commentés à chaque fois.

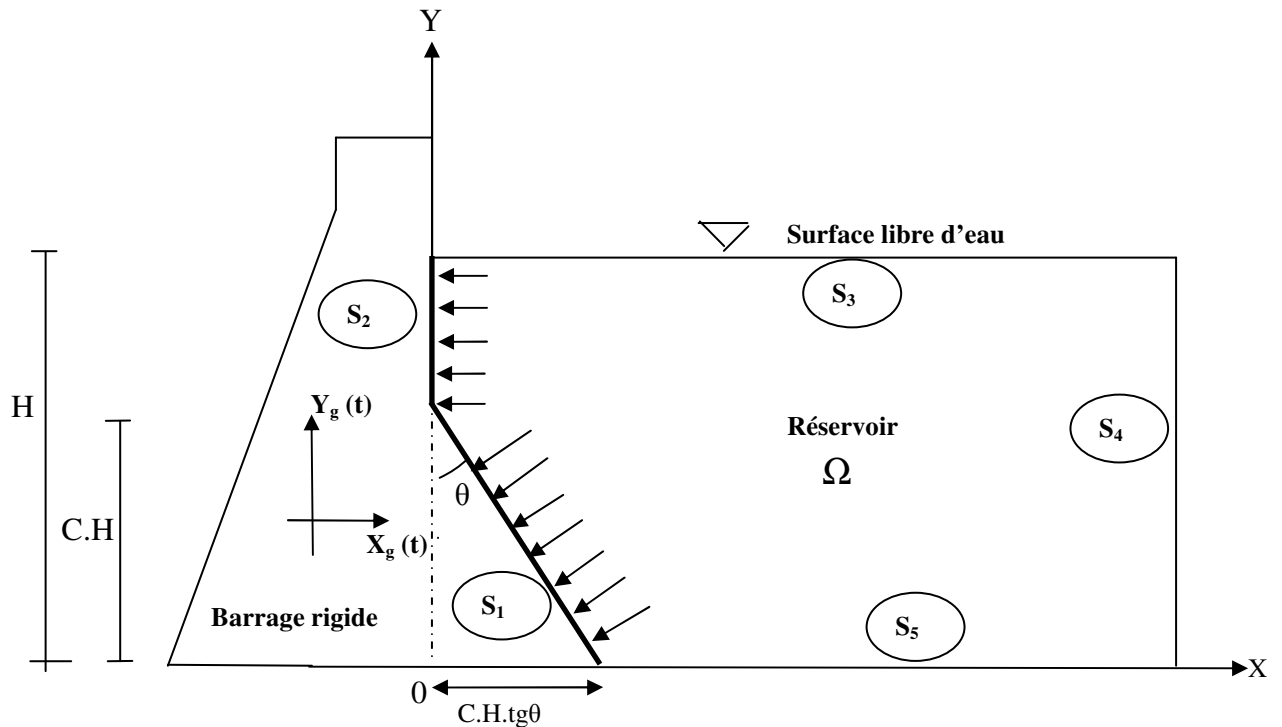
Enfin, des conclusions seront présentées, compte tenu, des résultats obtenus et dument interprétés.

## **CHAPITRE I**

# **MODELE MATHEMATIQUE ET EQUATIONS GOUVERNANTES**

## I-1. Modèle mathématique :

On considère un barrage infiniment rigide, ayant un fruit irrégulier. L'origine des coordonnées est située à la base du réservoir et la surface libre d'eau est désignée par  $y=H$ .



**Fig. I-1:** Représentation du barrage et du réservoir avec les pressions hydrodynamiques réparties sur l'interface barrage-réservoir sous l'effet de chargement sismique.

Sur la figure I-1, on distingue :

- $S_1$  : La partie inclinée de l'interface barrage-réservoir.
- $S_2$  : La partie verticale de l'interface barrage-réservoir.
- $S_3$  : La surface libre du liquide dans le réservoir.
- $S_4$  : La frontière limite du réservoir.
- $S_5$  : Le fond du réservoir.
- $S=S_1+S_2+S_3+S_4+S_5$  : Contour total du réservoir.

Les hypothèses retenues dans cette étude sont les suivantes :

1. Le système barrage-réservoir est considéré en deux dimensions avec un réservoir de longueur infinie.
2. Le parement amont du barrage présente un fruit irrégulier.
3. Les déplacements du barrage sont considérés très petits par rapport à ses dimensions en plan.

4. Le fluide dans le réservoir est considéré incompressible, non visqueux et irrotationnel.
5. Le barrage ainsi que le fond du réservoir sont considérés infiniment rigides.
6. Le barrage est soumis à des excitations sismiques dans les deux directions horizontale et verticale.
7. La durée de chargement sismique est considérée suffisamment courte au point de négliger les perturbations éventuelles au niveau de la surface libre du liquide dans le réservoir.
8. On considère que la hauteur H du liquide dans le réservoir est constante (le fond du réservoir est considéré horizontal), ainsi le réservoir est pris comme un canal de longueur infinie.

## I-2. Formulation des équations gouvernantes :

La formulation des équations gouvernantes passe par l'écriture, au préalable, de l'équation de continuité [2].

Cette dernière exprime qu'il ne peut y avoir dans aucune partie du fluide ni apport extérieur, ni prélèvement de matière (sauf dans le cas de cavitation, cas exclu ici).

Soient  $\dot{u}$  et  $\dot{v}$  les composantes scalaires du vecteur vitesse  $\vec{V}$  des particules fluides, respectivement suivant les axes  $(O\vec{X})$  et  $(O\vec{Y})$ , l'équation de continuité en plan d'un fluide parfait est donnée par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x}(\rho \cdot \dot{u}) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho \cdot \dot{v}) = 0 \quad (1.1)$$

Dans notre cas, il s'agit d'un liquide incompressible c'est-à-dire de masse volumique constante.

$\rho = \text{Constante}$  dans tout le milieu,  $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  et l'équation (1.1) s'écrit après division par  $\rho$  comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial x}(\dot{u}) + \frac{\partial}{\partial y}(\dot{v}) = 0 \quad (1.2)$$

Ou bien  $\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad (1.3)$

Puisque le mouvement est potentiel, c'est-à-dire le vecteur vitesse  $\vec{V}$  est le gradient d'une certaine fonction potentielle  $\phi(x, y, t)$ , tel que :

$$\vec{V} = \overrightarrow{\text{grad}}(\phi)$$

Ainsi l'équation (1.3) prend la forme :

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}(\phi)) = 0 \quad (1.4)$$

Autrement, 
$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0} \quad (1.5)$$

(1.5) représente l'équation de Laplace, que doit vérifier le potentiel  $\phi$ .

La pression hydrodynamique  $p$  est donnée par la relation :

$$p = \rho \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1.6)$$

Nous avons aussi les composantes du vecteur de vitesse  $\vec{V}$  qui dérivent du potentiel  $\phi$ .

$$\dot{u} = -\frac{\partial \phi}{\partial x} ; \quad \dot{v} = -\frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (1.7)$$

En substituant (1.7) dans (1.2) et en dérivant par rapport au temps on aura :

$$\boxed{\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = 0} \quad (1.8)$$

Donc, la pression  $p$  doit aussi satisfaire l'équation de Laplace.

### I-2-1. Les conditions aux limites :

La définition des conditions aux limites permet d'éviter les solutions aux valeurs propres nulles pour l'équation différentielle (1.5). Pour notre cas de figure, un type mixte de conditions aux limites (Dirichlet et Newman) est adopté, elles sont définies comme suit :

1. En surface ( $S_3$ ) et à la frontière limite du réservoir ( $S_4$ ), on donne les valeurs du potentiel ( $\phi$ ). (Problème de type Dirichlet).

2. On donne sur le contour du barrage ( $S_1+S_2$ ) et au fond du réservoir ( $S_5$ ) les valeurs de la dérivée normale  $\frac{d\phi}{dn}$  (problème de type Newman).

### I-2-1-1. Cas d'un séisme horizontal :

La formulation des quatre conditions aux limites pour la fonction potentielle  $\phi ( x , y , t )$  dans le cas d'un séisme horizontal est la suivante [1]:

#### 1<sup>ere</sup> condition aux limites :

Sur la limite ( $S_4$ ), considérée comme limite de troncature du domaine délimitant le réservoir, l'effet de radiation des ondes est considéré négligeable en adoptant une longueur du réservoir supérieure ou égale à trois fois celle de la hauteur du barrage.

Plusieurs travaux de recherches sont effectués à ce sujet, notamment ceux de Zienkiewicz et Newton en 1969 concernant cette limite connue sous le nom de « Limite de radiation » [28].

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi \Big|_{S_4} = 0$$

#### 2<sup>eme</sup> condition aux limites :

Au fond du réservoir ( $S_5$ ), considéré rigide et horizontal, on suppose que les particules fluides sont parfaitement solidaires avec les particules solides du barrage, ainsi leur vitesse dans la direction verticale est considérée nulle :

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0$$

#### 3<sup>eme</sup> condition aux limites :

Au niveau de la surface libre du réservoir ( $S_3$ ), on prendra un potentiel des vitesses constant tout en négligeant l'effet des ondes de surfaces pouvant être générées en présence de grandes fluctuations des pressions hydrodynamiques dans le réservoir.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{y=H} = 0$$

#### 4<sup>eme</sup> condition aux limites :

Sur le parement amont du barrage ( $S_1$ ), on suppose que les particules fluides soient parfaitement solidaires avec les particules solides du barrage, par conséquent la dérivée normale du potentiel des vitesses, en présence d'un séisme horizontal s'écrit comme suit :

$$\frac{d\phi}{dn} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dn} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dn} = -\dot{X}_g(t) \cdot \cos \theta \quad (1.9)$$



Au niveau de la frontière  $S_2$ , cette condition prend la forme suivante :

$$\frac{d\phi}{dn} = \frac{\partial\phi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dn} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dn} = -\dot{X}_g(t) \quad (1.10)$$

### I-2-1-2. Cas d'un séisme vertical :

Les quatre conditions aux limites pour la fonction potentielle  $\phi$  dans ce cas sont :

#### 1<sup>ère</sup> condition aux limites :

Sur la limite  $S_4$ , considérée comme limite de troncature du domaine délimitant le réservoir, l'effet de radiation des ondes est considéré négligeable en adoptant une longueur du réservoir supérieur ou égale à trois fois celle de la hauteur du barrage [28].

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi \Big|_{s_4} = 0$$

#### 2<sup>ème</sup> condition aux limites :

Au niveau de la surface libre du réservoir (frontière  $S_3$ ), on prendra un potentiel des vitesses constant tout en négligeant l'effet des ondes de surface pouvant être générées en présence de grandes fluctuations des pressions hydrodynamiques dans le réservoir.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} \Big|_{y=H} = 0$$

#### 3<sup>ème</sup> condition aux limites :

Au fond du réservoir ( $S_5$ ), considéré rigide et horizontal, on suppose que les particules fluides sont parfaitement solidaires avec les particules solides du barrage épousant ainsi le mouvement du sol dans la direction verticale :

$$\frac{\partial\phi}{\partial y} \Big|_{y=0} = -\dot{Y}_g(t)$$

#### 4<sup>eme</sup> condition aux limites :

Sur le parement amont du barrage ( $S_1$ ), on suppose que les particules fluides soient parfaitement solidaires avec les particules solides du barrage, par conséquent la dérivée normale du potentiel des vitesses, en présence d'un séisme vertical s'écrit comme suit :

$$\frac{d\phi}{dn} = \frac{\partial\phi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dn} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dn} = -\dot{Y}_g(t) \cdot \sin \theta \quad (1.11)$$

Au niveau de la frontière  $S_2$ , cette condition prend la forme suivante :

$$\frac{d\phi}{dn} = \frac{\partial\phi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dn} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dn} = 0 \quad (1.12)$$

**CHAPITRE II**

**FORMULATION ANALYTIQUE  
DE LA SOLUTION**

## II-1. Formulation analytique de la fonction potentielle des vitesses :

La fonction potentielle des vitesses qu'on recherche est une fonction dépendant de l'espace et du temps. Notre étude se fait dans le plan  $(\vec{OX}, \vec{OY})$ , on adoptera dans ce qui suit la notation  $\phi(x, y, t)$ . Cette fonction doit satisfaire l'équation aux dérivées partielles de Laplace (1.5).

En utilisant la méthode de séparation des variables, l'une des formes de cette fonction, solution de l'équation (1.5), s'écrit comme suit :

$$\phi(x, y, t) = (A \cdot e^{\lambda_1 x} + B \cdot e^{-\lambda_1 x}) \cdot (C \cdot \cos(\lambda_1 y) + D \cdot \sin(\lambda_1 y)) \cdot \dot{X}_g(t). \quad (2.1)$$

A, B, C et D sont des constantes à déterminer par les conditions aux limites.

L'application des conditions aux limites définies précédemment, pour le cas d'un chargement sismique horizontal, conduit à des valeurs nulles pour les constantes A et D (voir Annexe I), donc l'équation (2.1) prend aussitôt la forme suivante :

$$\phi(x, y, t) = (B \cdot e^{-\lambda_1 x}) \cdot (C \cdot \cos(\lambda_1 y)) \cdot \dot{X}_g(t) \quad (2.2)$$

Pour chaque valeur de  $i$ , correspond une fonction potentielle  $\phi_i(x, y, t)$ , solution de l'équation (1.5), et par conséquent les deux constantes  $B_i$  et  $C_i$  correspondantes. Le produit des constantes  $(B_i \cdot C_i)$  est appelé par la suite  $A_i$ . Les  $A_i$  sont des coefficients inconnus à déterminer, ceci d'une part.

D'autre part, la combinaison linéaire de toutes les solutions possibles est aussi une solution de l'équation différentielle de Laplace (1.5), s'agissant d'une équation différentielle de second ordre à coefficients constants (c'est-à-dire de forme linéaire) avec second membre nul, l'équation (2.2) prend ainsi la forme suivante :

$$\phi(x, y, t) = \dot{X}_g(t) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot \cos(\lambda_i y) \quad (2.3)$$

$$\lambda_i = (2i-1) \frac{\pi}{2H} \quad (\text{voir annexe I})$$

## II-2. Formulation variationnelle :

La dérivée normale de la fonction potentielle des vitesses pour le cas d'un séisme horizontal est donnée par la quatrième condition aux limites (1.9) (voir annexe I).

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{dn} &= -\dot{X}_g(t) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot [\cos \lambda_i y + \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \lambda_i y] = -\dot{X}_g(t) \\ \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot [\cos \lambda_i y + \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \lambda_i y] &= 1 \\ \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i f_i(x, y) &= 1 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Avec :

$$f_i(x, y) = \lambda_i e^{-\lambda_i x} [\cos \lambda_i y + \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \lambda_i y] \quad (2.5)$$

$f_i(x, y)$  Peut s'écrire aussi sous la forme :

$$f_i(x, y) = \frac{\lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x}}{\cos \theta} \cdot \cos(\theta - \lambda_i y) = \frac{\lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x}}{\cos \theta} \cdot \cos(\lambda_i y - \theta)$$

Ainsi, on définit  $F_{ji}$  comme suit :

$$F_{ji} = \int_{S1+S2} f_j(x, y) \cdot f_i(x, y) ds \quad (2.6)$$

En utilisant la méthode des moindres carrés, l'erreur quadratique de l'équation (2.4) le long de l'interface barrage-réservoir est donnée par : [1].

$$E = \int_{S1+S2} \left[ \sum_{i=1}^{\infty} A_i f_i(x, y) - 1 \right]^2 ds \quad (2.7)$$

L'optimisation de l'erreur et le calcul du minimum dans l'équation (2.7) se traduit par ce qui suit:

pour  $j = 1, 2, 3, \dots$  ;  $i = 1, 2, 3, \dots$

$$\frac{\partial E}{\partial A_j} = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \int_{S1+S2} f_i(x, y) \cdot f_j(x, y) \cdot ds = \int_{S1+S2} f_j(x, y) \cdot ds \quad (2.8)$$

L'équation (2.8) représente un système linéaire infini d'équations algébriques, son écriture sous forme matricielle est comme suit :

$$\begin{aligned} [F_{ji}] \cdot \{A_i\} &= \{G_j\} \\ j &= 1, 2, 3, \dots \quad i = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (2.9)$$

• **Expression analytique des éléments de la matrice  $[F_{ji}]$**

Calculons les éléments de la matrice  $[F_{ji}]$

$$\begin{aligned} F_{ji} &= \int_{S1+S2} f_i(x,y) \cdot f_j(x,y) ds \\ &= \int_{S1+S2} \lambda_i e^{-\lambda_i x} (\cos \lambda_i y + tg \theta \sin \lambda_i y) \cdot \lambda_j e^{-\lambda_j x} (\cos \lambda_j y + tg \theta \sin \lambda_j y) ds \end{aligned}$$

On pose :

$$\left\{ \begin{aligned} \lambda_s &= \lambda_i + \lambda_j \\ \lambda_d &= \lambda_j - \lambda_i \\ \lambda_p &= \lambda_i \cdot \lambda_j \end{aligned} \right.$$

$$F_{ji} = \frac{1}{2} \lambda_p \left( \begin{aligned} &\left( (1 - tg^2 \theta) \int_{S1+S2} e^{-\lambda_s x} \cos(\lambda_s y) ds + (1 + tg^2 \theta) \int_{S1+S2} e^{-\lambda_d x} \cos(\lambda_d y) ds + \right. \\ &\left. 2 \cdot tg \theta \int_{S1+S2} e^{-\lambda_p x} \sin(\lambda_p y) ds \right) \end{aligned} \right) \quad (2.10)$$

Après calcul, on aura :

$$F_{ji} = \frac{\lambda_p}{2} \left\{ \begin{aligned} & \delta_{ji} \left( \frac{\sin 2\lambda_j CH}{2\lambda_j} + H(1-C) \right) + (1-\delta_{ji}) \left[ \frac{\sin \lambda_s CH}{\lambda_s} - \frac{\sin \lambda_d CH}{\lambda_d} \right] + \frac{\sec \theta}{\lambda_s} \left( (1-2\cos \theta) \sin \lambda_s CH - K_{ji} \right) \\ & \frac{\sec^3 \theta}{\lambda_s} \\ & + \frac{\lambda_s}{\lambda_s^2 \operatorname{tg}^2 \theta + \lambda_d^2} \left( (\lambda_j^2 - \lambda_i^2) \cdot \sin \lambda_d CH + \lambda_s^2 L_{ji} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.11)$$

$$j, i = 1, 2, \dots, \infty$$

$$K_{ji} = \operatorname{tg} \theta \cdot \left[ \cos \lambda_s CH - e^{-\lambda_s CH \operatorname{tg} \theta} \right].$$

$$L_{ji} = \operatorname{tg} \theta \cdot \left[ \cos \lambda_d CH - e^{-\lambda_s CH \operatorname{tg} \theta} \right].$$

$\delta_{ji}$  : symbole de Kronecker.

- **Expression analytique des éléments du vecteur  $\{ G_j \}$  :**

$$\left\{ \begin{aligned} G_j &= \int_{S_1+S_2} f_j(x, y) ds \\ f_j(x, y) &= \lambda_j \cdot e^{-\lambda_j x} \left( \cos \lambda_j y + \operatorname{tg} \theta \cdot \sin \lambda_j y \right) \\ G_j &= \lambda_j \left[ \int_{S_1+S_2} e^{-\lambda_j x} \cdot \cos(\lambda_j y) ds + \operatorname{tg} \theta \int_{S_1+S_2} e^{-\lambda_j x} \sin(\lambda_j y) ds \right] \end{aligned} \right.$$

Après calcul, on obtient :

$$\boxed{G_j = (-1)^{j+1} - (1 - \sec \theta) \sin \lambda_j CH \quad j = 1, 2, \dots} \quad (2.12)$$

Pour  $C=0$  ;  $\Theta = 0$  le système d'équations (2.9) sera réduit à un système diagonal, dont la solution donnerait les coefficients  $A_i$  pour le cas d'un barrage rigide à parement amont vertical.

Il est clair qu'en général, le système d'équations (2.9) ne peut être résolu qu'après troncature de la série donnée dans l'équation (2.3) pour un nombre fini de (i), pour lequel correspondrait, par conséquent, un nombre fini des coefficients inconnus  $A_i$ .

### II-3. Formulation analytique du coefficient des pressions hydrodynamiques au droit de l'interface barrage-réservoir :

La surpression  $p$  est définie par l'expression suivante :  $p = \rho \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t}$  (2.13)

En substituant (2.3) dans (2.13) on aura :

$$P = C_s \cdot \gamma \cdot H \cdot C_p \quad (2.14)$$

Tel que :

$$C_p = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i}{H} \cdot \lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot \cos(\lambda_i y) \quad (2.15)$$

$$C_s = \frac{\ddot{X}_{g\max}}{g}$$

Ainsi  $p$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$P = C_s \cdot \gamma \cdot \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot \cos(\lambda_i y)$$

Ainsi la résolution du système d'équations linéaires (2.9) permet la détermination des coefficients inconnus  $A_i$ , et par voie de conséquence le calcul des coefficients de pressions hydrodynamiques  $C_p$  donné par la formule précédente.

Pour ce faire, nous avons élaboré un programme de calcul en langage MATLAB 7, ce dernier est composé d'un ensemble de sous-routines qui permettent de calculer, étape par étape, les inconnus  $A_i$  après résolution du système d'équations linéaires (2.9) selon la démarche décrite précédemment.

Dans ce qui suit, les applications numériques sont basées sur un  $C_p$  calculé pour un nombre de termes égal à 25.



## **CHAPITRE III**

# **PRESENTATION DU PROGRAMME DE CALCUL DES COEFFICIENTS DES PRESSIONS HYDRODYNAMIQUES**

**$C_p$**

### III-1 Consistance du programme :

Le programme de calcul que nous avons développé en langage MATLAB 7 répond aux besoins des calculs suivants :

1. Calcul des éléments de la matrice  $[F_{ji}]$ .
2. Calcul des éléments du vecteur colonne  $\{G_j\}$ .
3. Résolution du système d'équations linéaires  $[F_{ji}] * \{A_i\} = \{G_j\}$  pour l'obtention des coefficients inconnus  $A_i$ .
4. Calcul des coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  pour le cas du chargement sismique horizontal.

Ce programme utilise les formules analytiques présentées dans le chapitre II pour les éléments de la matrice  $[F_{ji}]$  (2.11), les éléments du vecteur colonne  $\{G_j\}$  (2.12) ainsi que la formule des coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$ .

La résolution du système d'équations  $[F_{ji}] * \{A_i\} = \{G_j\}$  nécessite la troncature de la série donnée par l'équation (2.3) pour un nombre de termes finis  $i$ .

Après avoir effectué le test de convergence sur le coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_{pmax}$  pour le cas d'un barrage rigide à fruit unique avec  $\theta=30^\circ$ , on remarque que cette convergence est assurée à compter du 25<sup>ème</sup> terme de la série, par conséquent pour notre cas de figure, on retiendra  $i=25$  comme limite de troncature de cette dernière (voir FIG III-1).

### III-2 Test de convergence du coefficient des pressions hydrodynamiques $C_p$ :

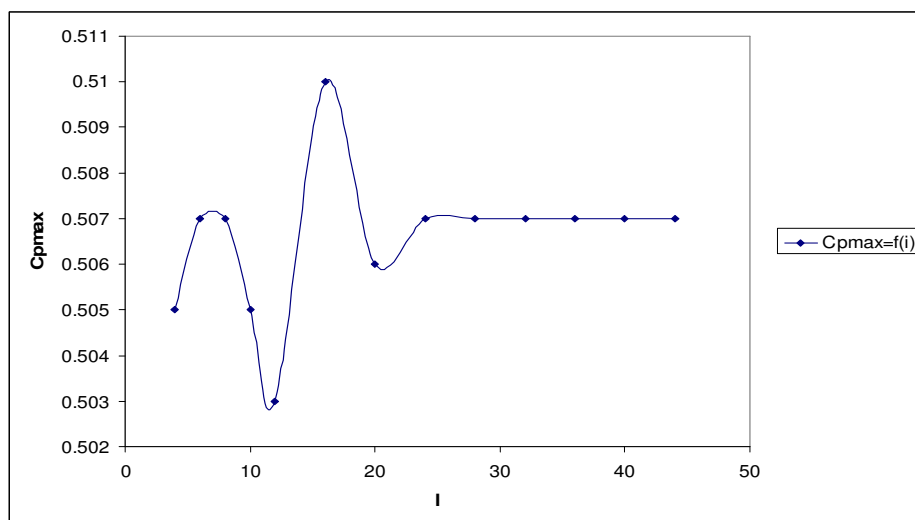


FIG III.1 Test de Convergence du coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_{pmax}$  en fonction du nombre des termes de la série donnant les valeurs de  $C_p$ .

La limite de troncature de la série est définie après constat de la convergence des valeurs de  $C_{pmax}$  pour une erreur de l'ordre de 1/1000 (voir fig. III.1).

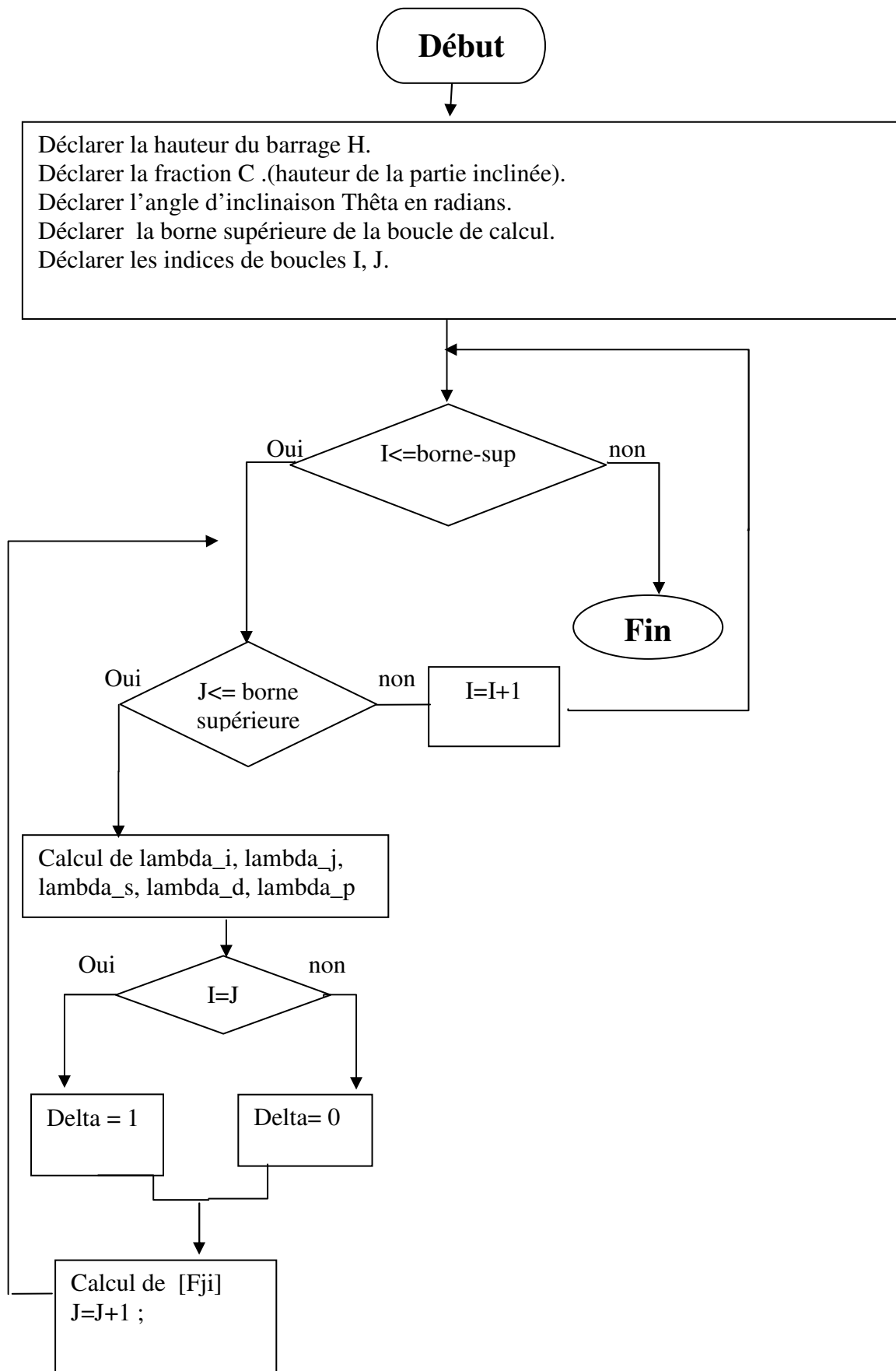
Les différentes sous-routines constituant ce programme sont les suivantes :

- Subroutine  $F_{ji}$  : Elle permet le calcul des éléments de la matrice  $[F_{ji}]$ .
- Subroutine  $G_j$  : Elle permet le calcul des éléments du vecteur colonne  $\{G_j\}$ .
- Subroutine  $A_i$  : Elle permet la résolution du système d'équations linéaires  $[F_{ji}] * \{A_i\} = \{G_j\}$ , pour lequel les inconnus sont les éléments du vecteur colonne  $\{A_i\}$ .
- Subroutine  $C_p$  : Elle permet le calcul des coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  une fois que les coefficients inconnus  $A_i$  soient déterminés.

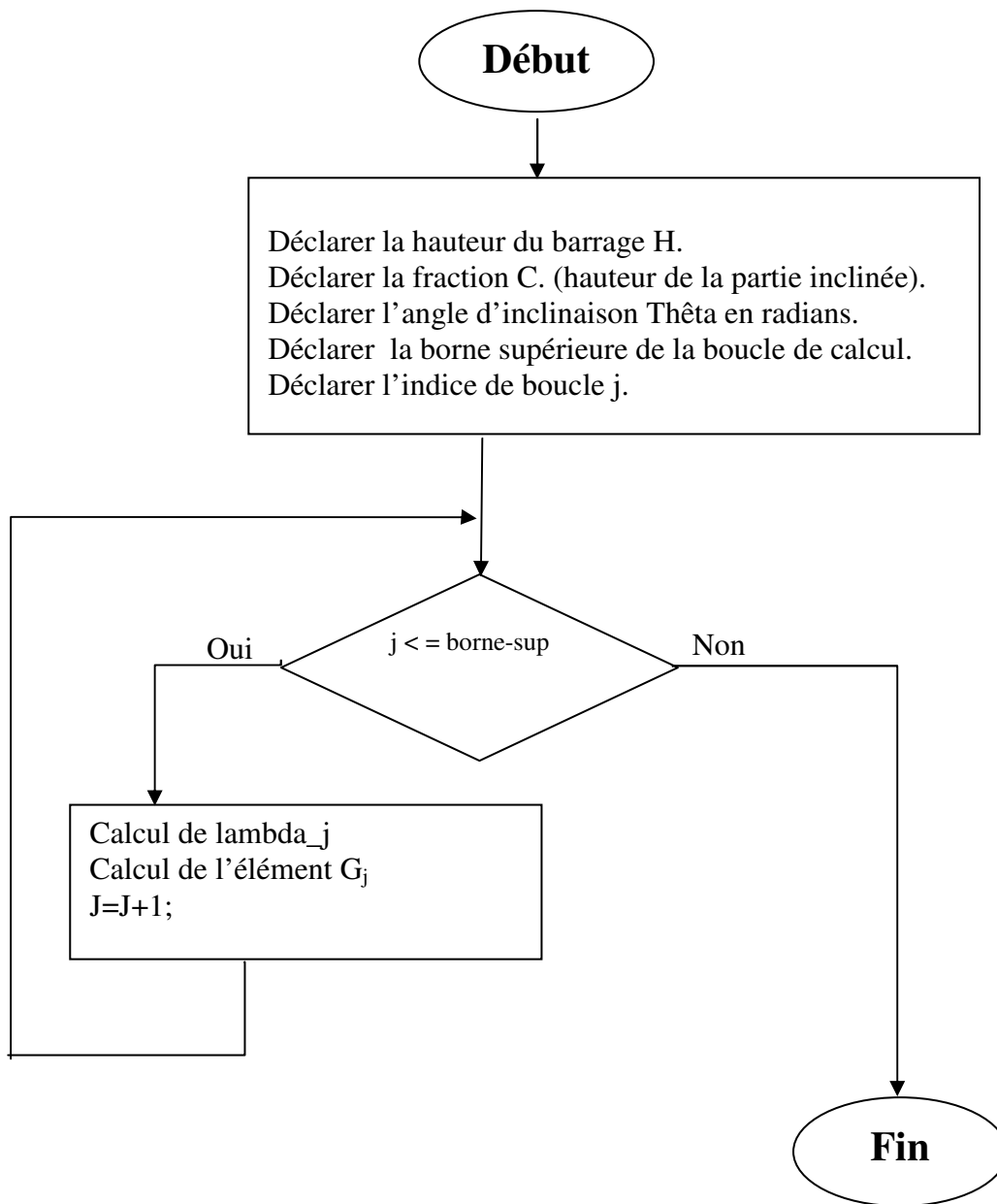
### **III-3 Organigrammes du programme de calcul des coefficients de pressions hydrodynamiques $C_p$ :**

Dans ce qui suit on se contentera de présenter les organigrammes des sous-routines constituant le programme de calcul des coefficients  $C_p$  élaborées en langage MATLAB 7.

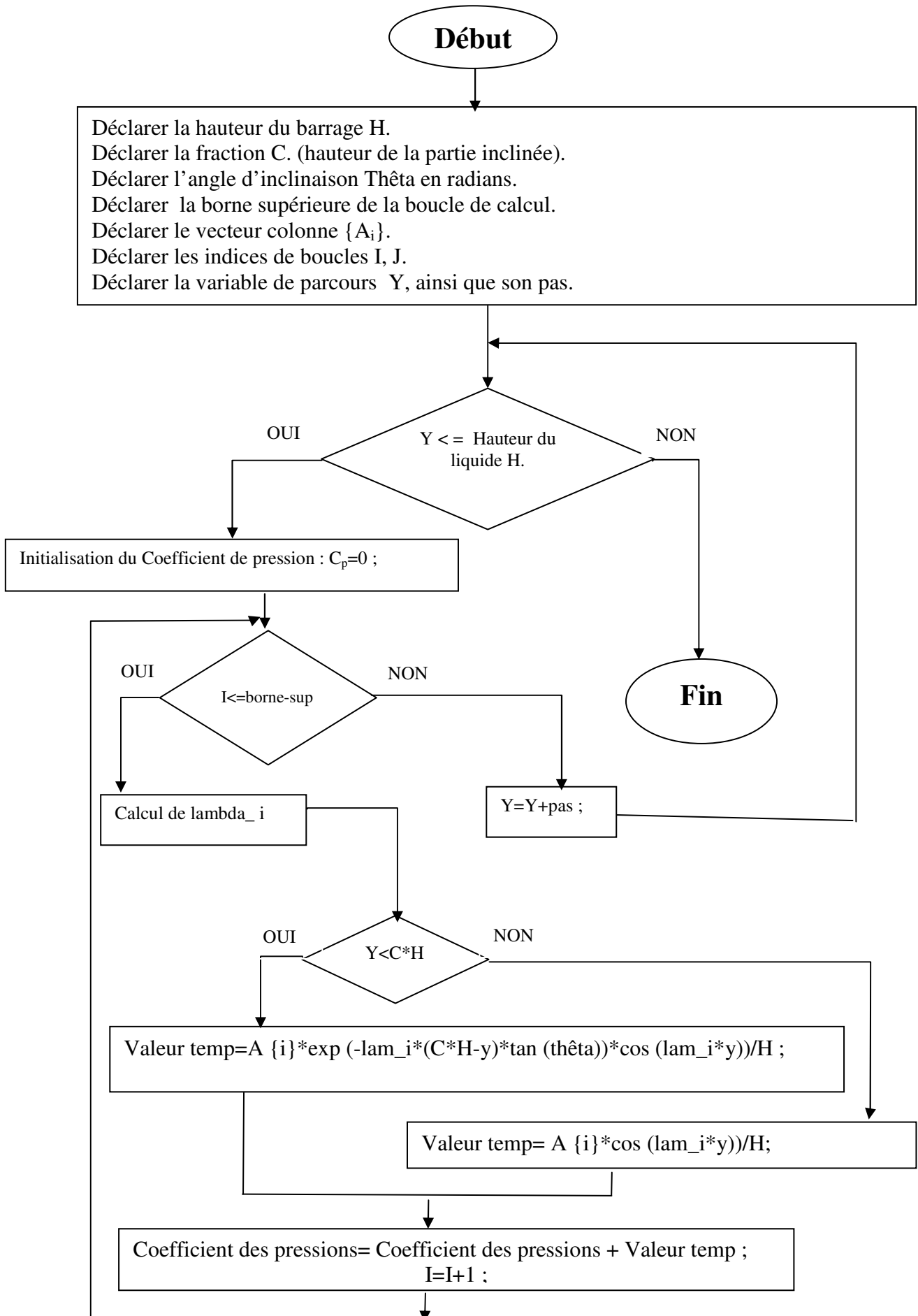
ORGANIGRAMME DE CALCUL DES ELEMENTS DE LA MATRICE  $[F_{ji}]$ .



ORGANIGRAMME DE CALCUL DES ELEMENTS DU VECTEUR  $\{G_j\}$ .



**ORGANIGRAMME DE CALCUL DES COEFFICIENTS DE PRESSION  $C_p$ .**



## **CHAPITRE IV**

# **MODELISATION DU RESERVOIR PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS**

## IV-1.Introduction :

Dans cette étude, nous avons utilisé la méthode des éléments finis via le logiciel de calcul MATLAB.

MATLAB est un acronyme pour « MATrix LABoratory », ce produit a été développé par la société MATHWORKS, conçu pour être un environnement de calcul scientifique et de visualisation de données, c'est aujourd'hui un langage de programmation complet dans un environnement de développement simple et pratique.

Non seulement il permet un gain substantiel de temps de développement par rapport à des approches dans des langages traditionnels de programmation scientifiques tels C ou FORTRAN, mais tout en restant très abordable, il possède toutes les fonctionnalités des approches récentes de programmation.

- La programmation objet basée sur des hiérarchies de classes.
- La programmation événementielle du graphisme [15,20].

Il est bien entendu que l'utilisation du logiciel de calcul MATLAB permet d'éviter la programmation dans des langages traditionnels qu'on a l'habitude de faire après la modélisation du système à étudier, la définition des variables nodales, l'élément de référence, le type de maillage, les techniques d'assemblage des matrices élémentaires et le choix des méthodes de résolution numérique ainsi que toutes les étapes nécessaires appropriées à un calcul par éléments finis.

## IV-2 Modélisation du réservoir :

Dans cette étude, le champ des pressions hydrodynamiques dans le fluide est pris comme variable nodale [27, 28].

On suppose que le liquide dans le réservoir présente des propriétés linéaires, le mouvement dans le réservoir est considéré bidimensionnel à faibles amplitudes, le fluide est considéré incompressible sans écoulement.

On suppose aussi que la dimension du réservoir dans la direction amont est suffisamment grande pour pouvoir négliger l'effet des radiations, en effet, à une distance supérieure ou égale à trois fois la hauteur du barrage, cette condition peut être considérée satisfaite [10, 28].

Tenant compte des hypothèses précédentes concernant le fluide dans le réservoir, l'expression de Navier- Stokes exprimant l'équilibre dynamique des fluides en mouvement se réduit à l'expression suivante :

$$\rho \dot{v} = -\nabla p \quad (4.1)$$



D'autre part, l'équation de conservation de masse ainsi que l'équation d'état pour le fluide dans le réservoir sont données respectivement comme suit :

$$\dot{\rho} + \rho \nabla v = 0 \quad (4.2)$$

$$d\rho = \frac{\rho}{K} dp \quad ; \quad \dot{\rho} = \frac{\rho}{K} \dot{p} \quad (4.3)$$

K : Module de compressibilité du fluide.

Etant donné que le fluide dans le réservoir est considéré incompressible, les équations (4.2) et (4.3) prennent la forme suivante :

$$\rho \nabla v = 0 \quad (4.4)$$

$$d\rho = 0 \quad ; \quad \dot{\rho} = 0 \quad (4.5)$$

En multipliant (4.1) par l'opérateur  $\nabla$ , et en dérivant par rapport au temps (4.3) on aura ce qui suit :

$$\rho \nabla \dot{v} + \nabla^2 p = 0 \quad (4.6)$$

$$\rho \nabla \dot{v} + \frac{1}{C^2} \ddot{p} = 0 \quad (4.7)$$

$$C = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad (4.8)$$

L'équation (4.8) donne la célérité des ondes de compression dans le fluide, dans notre cas de figure, tenant compte de l'hypothèse de l'incompressibilité du liquide dans le réservoir, les équations (4.6) et (4.7) auront la forme suivante :

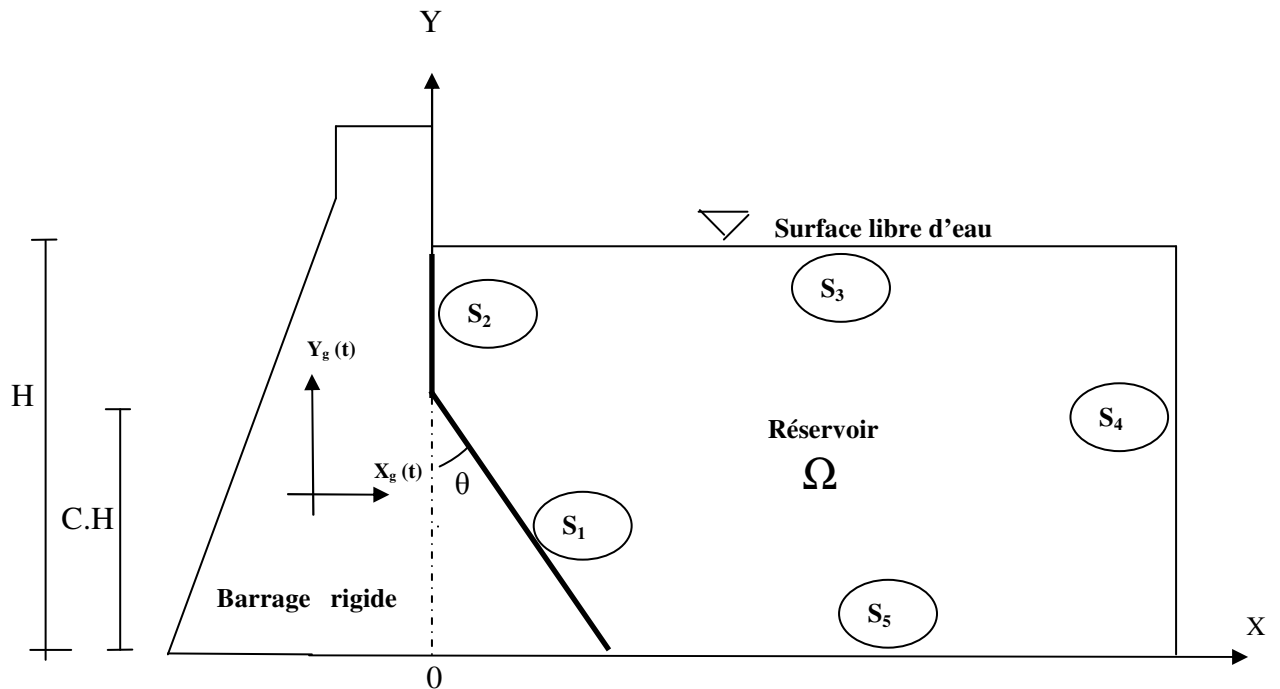
$$\rho \nabla \dot{v} = 0 \quad (4.9)$$

$$\nabla^2 p = 0 \quad (4.10)$$

Dans ce qui suit nous présenterons les conditions aux limites de l'équation aux dérivées partielles de Laplace (4.10).

## IV-2-1 Conditions aux limites :

### IV-2-1-1 Cas d'un séisme horizontal :



**Fig. IV-1:** Représentation du domaine réservoir avec l'ensemble de ses frontières.

1. Sur le parement amont du barrage, on suppose que les particules fluides sont parfaitement solidaires avec les particules solides du barrage, par conséquent l'équation (4.1) s'écrira pour cette limite comme suit :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \ddot{u}_n \quad (4.11)$$

$\ddot{u}_n$  : Représente la projection des accélérations des particules solides sur la normale  $n$  à la face amont du barrage.

2. Au fond du réservoir, considéré horizontal, on a :

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad (4.12)$$

3. Au niveau de la surface libre d'eau, on prendra la pression atmosphérique  $p=0$  tout en négligeant l'effet des ondes de surfaces pouvant être générées en présence de grandes fluctuations des pressions hydrodynamiques dans le réservoir.

En outre, l'hypothèse de petites perturbations dans le réservoir nous permet d'ignorer cet effet, qui peut tout de même, être pris en considération en supposant une surface moyenne pour laquelle toute élévation ou abaissement de la surface libre actuelle se traduirait par une variation de pression pouvant être considérée comme isostatique,

cette condition est connue dans la littérature sous le nom de « Condition d'ondes de surface linéarisée » [11, 26, 28, 34].

4. Sur la limite  $S_4$ , considérée comme limite de troncature du domaine délimitant le réservoir avec l'hypothèse d'absence de réflexion d'ondes considérant le réservoir comme un canal de longueur infinie.

En résumé, la recherche de la variable inconnue  $p$  revient à résoudre le système d'équations suivant :

$$\bullet \quad \nabla^2 p = 0 \quad \Big|_{\Omega} \quad (4.13)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \dot{u}_n \quad \Big|_{S_1 + S_2} \quad (4.14)$$

$$\bullet \quad p = 0 \quad \Big|_{S_3} \quad (4.15)$$

$$\bullet \quad P = 0 \quad \Big|_{S_4} \quad (4.16)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \Big|_{S_5} \quad (4.17)$$

#### IV-2-1-2 Cas d'un séisme vertical :

Dans le cas d'un séisme vertical, les conditions aux limites pour le potentiel des vitesses sont déjà exposées dans le chapitre I. En conséquence, et tenant compte de l'équation (1.6) donnant la relation entre le potentiel des vitesses et la pression hydrodynamique  $p$ , on obtient ce qui suit :

$$\bullet \quad \nabla^2 p = 0 \quad \Big|_{\Omega} \quad (4.18)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \Big|_{S_2} \quad (4.19)$$

$$\bullet \quad p = 0 \quad \Big|_{S_3} \quad (4.20)$$

$$\bullet \quad p = 0 \quad \Big|_{S_4} \quad (4.21)$$

$$\bullet \quad \frac{\partial p}{\partial n} = -\rho \dot{u}_n \quad \Big|_{S_1 + S_5} \quad (4.22)$$

### IV-3 Formulation variationnelle du problème :

Il existe plusieurs formulations variationnelles possibles qu'on retrouve dans la littérature spécialisée permettant de développer les modèles d'éléments finis tenant compte à chaque fois des variables champs utilisées. A titre d'exemple, on retrouve la formulation variationnelle non symétrique (u, p) faisant intervenir les déplacements et la pression hydrodynamique en même temps comme variables nodales, comme on retrouve aussi la formulation symétrique (u,  $\vartheta$ , p) faisant intervenir en supplément le potentiel des déplacements  $\vartheta$ . Pour notre cas de figure, la pression hydrodynamique p est la seule variable nodale considérée [11, 26, 28, 34].

Le comportement du fluide dans le réservoir sera donc décrit par le champ des pressions hydrodynamiques p [27].

En adoptant la formulation faible de type Galerkin avec fonction poids  $\delta p$ , la formulation variationnelle est donnée par :

$$-\int_{\Omega} \delta \nabla p \nabla p d\Omega + \int_S \delta \nabla p \frac{\partial p}{\partial n} dS = 0. \quad (4.23)$$

$\Omega$  : Domaine du réservoir ;  $S$  : Contour total du réservoir.

En remplaçant l'intégrale sur le contour total S par la somme des intégrales sur l'ensemble des limites le constituant pour le cas d'un chargement sismique horizontal, on aura l'écriture suivante :

$$-\int_{\Omega} \delta \nabla p \nabla p d\Omega + \int_{S1+S2} \delta p \rho \ddot{u}_n dS = 0. \quad (4.24)$$

Pour le cas d'un chargement sismique vertical, (4.24) aura la forme suivante :

$$-\int_{\Omega} \delta \nabla p \nabla p d\Omega + \int_{S1+S5} \delta p \rho \ddot{u}_n dS = 0 \quad (4.25)$$

$\forall \delta p \in V_p$  ;  $V_p$  représente la classe des fonctions régulières admissibles.

#### IV-3-1 Discrétisation des formes intégrales :

Après avoir discrétisé le domaine physique par des éléments finis appropriés, il ya lieu de remplacer la fonction exacte recherchée par une interpolation entre les valeurs aux nœuds de l'élément, ainsi l'approximation de la pression p est donnée par :

$$p \approx N_p \cdot P. \quad (4.26)$$

P : Représente le vecteur nodal des pressions hydrodynamiques définies comme valeurs inconnues et approximées des champs continus.

$N_p$  : Représente une fonction d'interpolation nodale ou bien fonction de forme de l'élément.

La forme générale de ce vecteur ligne s'écrit pour la variable nodale p comme suit :

$$N_p = \langle N_{p1} \dots N_{pi} \dots N_{pn_p} \rangle; \quad i = 1, n_p \quad (4.27)$$

$n_p$  représente le nombre de nœuds par élément utilisés pour l'interpolation

Les opérateurs intervenant sur les formulations variationnelles ; respectivement pour les perturbations de champs continus et celui de la dérivation spatiale des champs continus et des perturbations sont exprimés, tenant compte de l'expression (4.26) comme suit :

$$\delta p \approx \delta(N_p \cdot P) = \delta P^T \cdot N_p^T \quad (4.28)$$

$$\nabla p \approx \nabla N_p \cdot P; \quad \nabla \delta p \approx \delta P^T \cdot \nabla N_p^T \quad (4.29)$$

En remplaçant la fonction continue p par son approximation donnée ci-dessus, l'équation (4.24) prend la forme suivante :

$$-\int_{\Omega} \delta P^T \nabla N_p^T \nabla N_p P d\Omega + \int_S \delta P^T N_p^T \rho N_U n \ddot{U} dS = 0 \quad (4.30)$$

Après arrangement des termes de l'équation précédente, son écriture sous forme matricielle est donnée par ce qui suit :

$$K_F \cdot P = F \quad (4.31)$$

$$F = \int_{S1+S2} N_p^T \rho N_U n \ddot{U} dS.$$

$K_F$  : représente la matrice globale « raideur fluide », elle quantifie l'énergie potentielle dans le fluide, elle est définie par :

$$K_F = \int_{\Omega} \nabla N_p^T \nabla N_p d\Omega. \quad (4.32)$$

Les matrices élémentaires correspondantes sont données par :

$$(K_f^e)_{ij} = \int_{\Omega^e} \langle N_{Pi,x} \quad N_{Pi,y} \rangle \begin{Bmatrix} N_{Pj,x} \\ N_{Pj,y} \end{Bmatrix} d\Omega = \int_{\Omega^e} (N_{Pi,x} N_{Pj,x} + N_{Pi,y} N_{Pj,y}) d\Omega. \quad (4.33)$$

La matrice globale  $K_F$  est le fruit de l'assemblage des matrices élémentaires évaluées chacune d'elles souvent dans un repère global pour faciliter la tâche d'assemblage.

Il est à noter que chaque matrice élémentaire doit être du même ordre que la matrice globale ; ainsi il n'ya que les lignes et les colonnes correspondants aux degrés de libertés de l'élément considéré qui ne sont pas nuls.

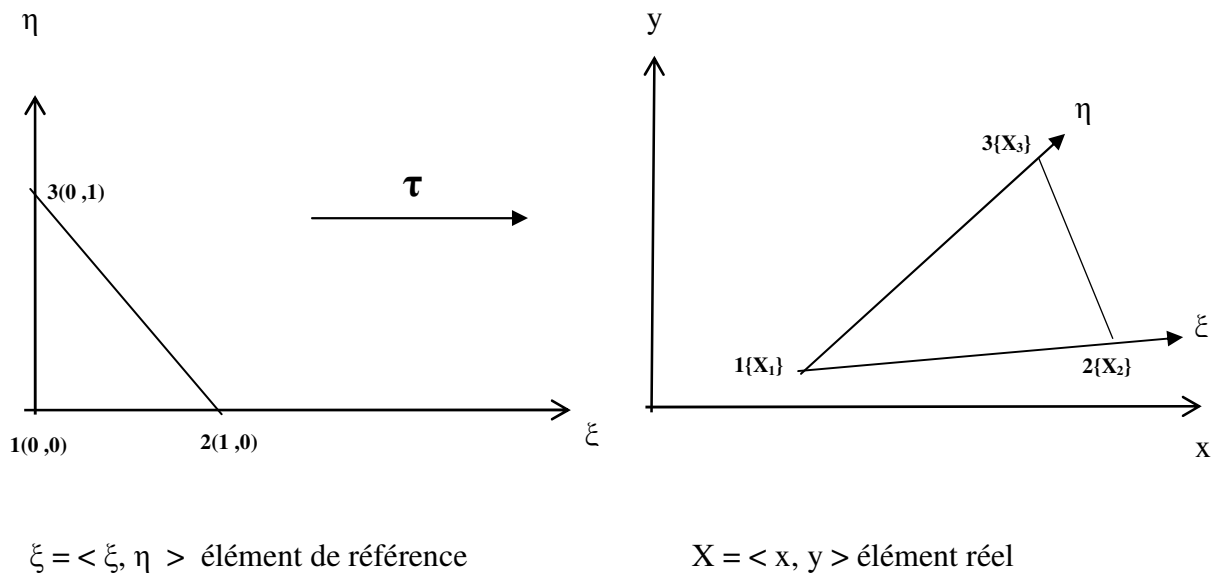
Pour l'élaboration de la matrice globale, il existe plusieurs techniques de stockage en matrice bande pour rationaliser l'utilisation de l'espace mémoire de l'ordinateur à même de réduire le temps machine consacré aux calculs numériques y affèrent.

#### IV-4. L'élément de référence:

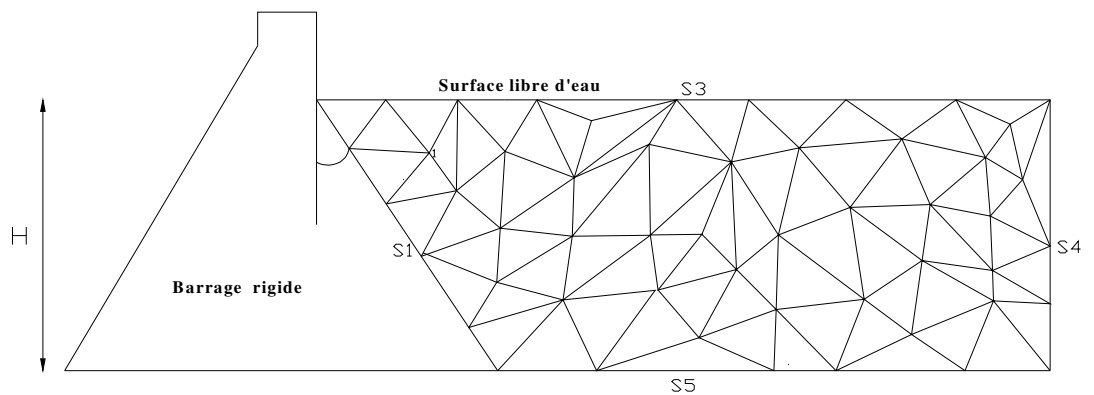
Dans le but de simplifier la définition analytique des éléments de formes complexes, on utilise la notion d'élément de référence simple situé dans un espace de référence.

L'élément de référence peut être transformé en élément quelconque par une transformation géométrique bijective [11, 18, 26, 28, 34].

Par exemple, dans le cas d'un élément triangulaire linéaire à trois nœuds :



**Fig. IV.2.** L'élément de référence triangulaire linéaire.



**Fig.IV.3.** Illustration du maillage adopté pour le domaine du réservoir.

La transformation  $\tau$  définit les coordonnées  $X$  de chaque point de l'élément réel à partir des coordonnées  $\xi$  du point correspondant de l'élément de référence:

$$\tau: \quad \xi \quad \longrightarrow \quad X(\xi) = [N(\xi)] \{X_n\}.$$

$\{X_n\}$  : sont les coordonnées des nœuds géométriques de l'élément réel.

$\langle N \rangle$  : Fonction de transformation géométrique tel que :

$$\langle N \rangle = \langle 1 - \xi - \eta \quad \xi \quad \eta \rangle$$

Chaque transformation  $\tau$ , doit être choisie de manière à vérifier les conditions suivantes :

- Bijective en tout point  $\xi$  situé sur l'élément de référence correspondant, c'est à dire à tout point de l'élément de référence correspond un point de l'élément réel et un seul, et inversement.
- Les nœuds géométriques de l'élément de référence correspondent aux nœuds géométriques de l'élément réel.
- Chaque portion de frontière de l'élément de référence correspond à une portion de frontière de l'élément réel.
- Un nœud appartenant à deux éléments, doit être défini dans chacun d'eux.
- Les angles proches de  $0^\circ$  et  $180^\circ$  doivent être évités.
- Il ne doit pas exister de vides entre éléments [11, 26, 34, 35].

Le résultat du procédé de discrétisation géométrique doit contenir essentiellement deux types de données qui sont :

- Données relatives à la définition des éléments par la numérotation des nœuds .Une table de connectivités, ayant en ligne les numéros des éléments et en colonnes les numéros des nœuds correspondants, décrit d'une manière cohérente ces données.
- Données relatives à la définition des nœuds, chaque nœud est défini par son numéro et ses coordonnées dans le repère global définissant la géométrie du domaine considéré.

#### ***IV-5. Processus de calcul par le logiciel MATLAB 7 :***

- Dans la fenêtre du menu principal (space work), actionner la touche **START**.
- Accéder successivement aux menus **Toolboxes**, **Partial Differential Equation**, **PDETOOLGUI**.
- Le choix d'un repère avec indication de l'échelle pour l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées
- La délimitation graphique du domaine objet de l'étude.

- La définition des conditions aux limites pour chaque contour élémentaire constituant le contour global (un choix est à faire entre la condition de type Dirichlet ou bien de type Newman).
- Le choix du type d'équation différentielle à retenir pour décrire le comportement du phénomène à étudier avec la définition des coefficients correspondant à l'équation différentielle retenue.
- Le choix de l'élément de référence et de la densité du maillage à effectuer pour la discrétisation du domaine à étudier.
- Lancement des calculs.
- Visualisation graphique ou sous forme de fichier output des résultats de calcul après avoir spécifié la variable inconnue.
- Exportation des résultats vers d'autres utilitaires graphiques ou autres selon les besoins d'exploitation ou de présentation des résultats.

#### ***IV-6. Caractéristiques du modèle adopté :***

- L'élément de référence est de type triangulaire linéaire.
- Les unités sur l'axe des X et celui des Y sont différentes pour faciliter la représentation graphique du réservoir.
- L'équation différentielle adoptée est de type parabolique.
- Les conditions aux limites sont de type Dirichlet pour les frontières  $S_3$ ,  $S_4$ , et de type Newman pour les frontières  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_5$ .
- La longueur du réservoir dans la direction amont est prise égale à trois fois la hauteur du barrage.
- La variable nodale est le champ des pressions hydrodynamiques  $p$ .

Les courbes iso-pressions obtenues après calcul pour les différentes configurations géométriques du parement amont du barrage dans les deux cas de chargements sismiques, horizontal et vertical, sont représentées en annexe II.



## **CHAPITRE V**

# **APPLICATIONS NUMERIQUES**

## V-1 Introduction :

Sous chargements sismiques, particulièrement dans le cas horizontal, les pressions hydrodynamiques induites sous forme de surpression dans le liquide du réservoir peuvent être évaluées par des solutions analytiques exactes, notamment lorsque la géométrie du parement amont est très simple ; à défaut, ces dernières sont difficiles à obtenir et le recours aux méthodes numériques s'impose de lui-même.

La résolution du système d'équations linéaires (2.9), et par voie de conséquence, la détermination des coefficients inconnus  $A_i$  permet facilement à l'ingénieur concepteur de tracer la distribution des coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  en utilisant la formule donnée par l'équation (2.15).

Dans ce qui suit, nous présenterons une analyse comparative avec interprétation des résultats obtenus par les deux méthodes, semi-analytique et numérique pour les deux cas de chargements sismiques horizontal et vertical.

## V-2 Données du problème :

- $\rho$  = Masse volumique de l'eau en  $\text{Kg/m}^3$ .
- $\Theta$  : Angle d'inclinaison du parement amont du barrage par rapport à la verticale en degrés.
- $C$  : Fraction de la hauteur du barrage.
- $H$  : Hauteur du liquide dans le réservoir en mètre.
- $I=25$  : Nombre de termes retenus dans la série de calcul de  $C_p$  après sa troncature tenant compte du test de convergence (voir fig. III-1).

## V-3 Objectif des applications :

Pour les cas à étudier, il s'agit de déterminer les coefficients des pressions hydrodynamiques dans les deux cas de chargements sismiques horizontal et vertical. Bien entendu le calcul de  $C_p$  passe d'abord par la détermination des surpressions hydrodynamiques dans le liquide du réservoir après chargement sismique. Les courbes isopressions obtenues après calcul par éléments finis pour les deux types de chargements sismiques horizontal et vertical sont présentées en annexe II.

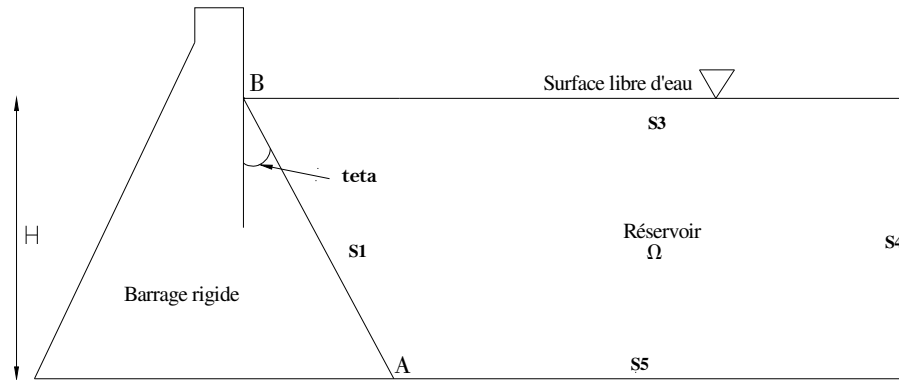
Le calcul du coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  par la méthode semi-analytique est effectué en utilisant le programme de calcul présenté au chapitre III, par ailleurs l'utilisation de la méthode des éléments finis nécessite la discrétisation du liquide dans le réservoir. Pour ce faire, des maillages appropriés sont adoptés pour chaque cas de figure ; ces derniers sont représentés dans les tableaux (V-1, V-2 ; V-3, V-9, V-10 et V-11).

Dans ce qui suit, nous présenterons en détail les trois cas de figures retenus en guise d'applications numériques pour chaque type de chargement sismique.

## V-4 Applications numériques :

### V-4 -1 Cas d'un chargement sismique horizontal :

#### V-4 -1 -1 Barrage rigide à fruit unique :

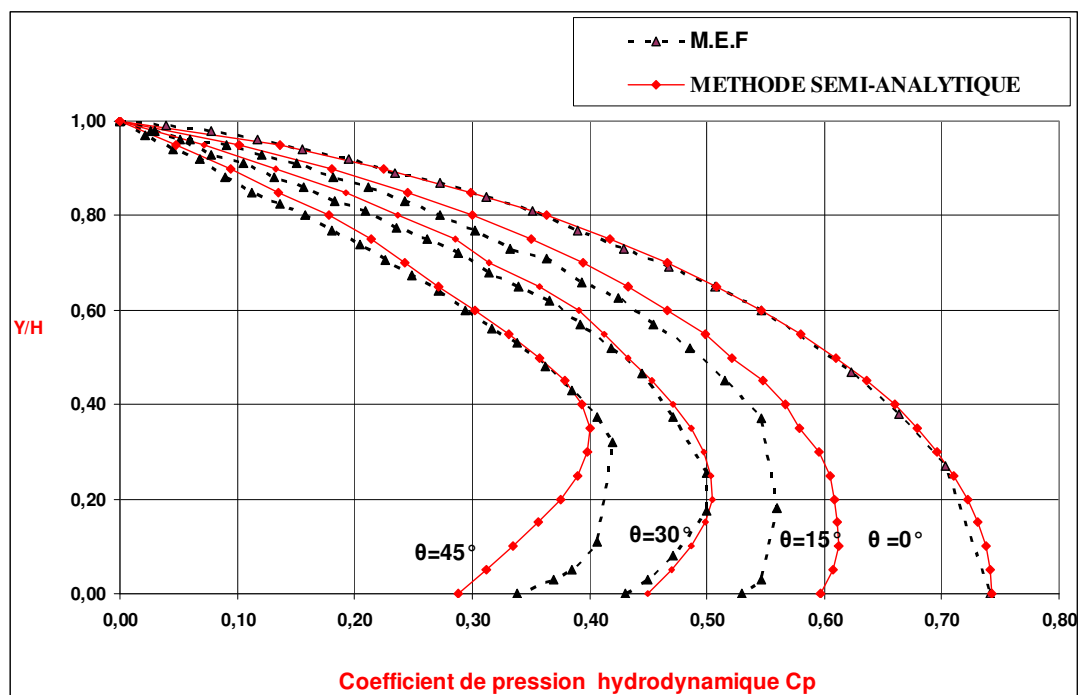


**Fig-V-1.** Cas d'un barrage rigide à fruit unique.

Angle "Thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=0^\circ$	1	17920	9153
$\Theta=15^\circ$	1	60416	30609
$\Theta=30^\circ$	1	59392	30081
$\Theta=45^\circ$	1	12544	6457

**TABLEAU V-1.** Maillage du liquide dans le réservoir (M.E.F-MATLAB).  
Cas de Barrage rigide à fruit unique soumis à un chargement sismique horizontal.

- Visualisation et interprétation des résultats :



**Fig.-V-2** Coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  pour différents angles d'inclinaison du parement amont d'un barrage rigide à fruit unique sous excitations sismiques horizontales.

La Fig.-V-2 montre la variation du coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  en fonction de l'inclinaison du parement amont du barrage, on voit clairement que l'augmentation de l'angle d'inclinaison du parement amont réduit d'une manière substantielle la surpression hydrodynamique sur toute la hauteur du barrage notamment au fond du réservoir.

On remarque aussi que la pression hydrodynamique maximale n'est pas enregistrée au niveau du fond du réservoir sauf pour le cas d'un parement vertical ou les deux valeurs coïncident (valeur maximale et valeur au niveau du fond du réservoir). Pour ce cas de figure, la valeur maximale de  $C_p$  est évaluée à  $C_{pmax}=0.74$ .

Les résultats obtenus par la méthode des éléments finis sont très proches des résultats obtenus par la méthode semi-analytique, une légère différence est constatée au niveau du fond du réservoir.

### V-4 -1 -2 Barrage rigide à fruit irrégulier (Beta=30°).

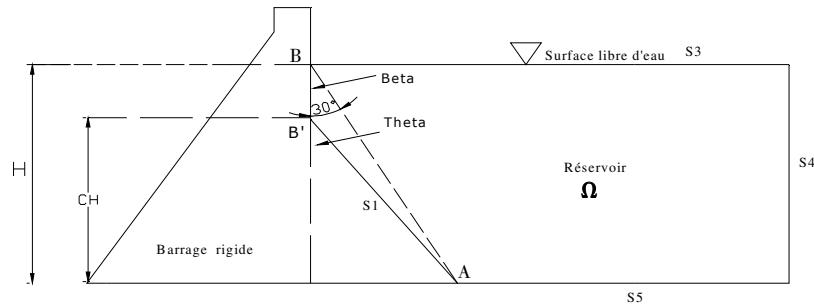


Fig.-V-3. Cas d'un barrage rigide à fruit irrégulier (Beta=30°).

Angle "Thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=37.6^\circ$	0,75	15872	8161
$\Theta=49.1^\circ$	0,5	30091	15709
$\Theta=66.6^\circ$	0,25	64512	32657

Tableau V-2 .Maillage du liquide dans le réservoir (M.E.F-MATLAB).cas d'un Barrage rigide à fruit irrégulier (Beta=30°) sous chargement sismique horizontal.

### V-4 -1 -3 Barrage rigide à fruit irrégulier (Beta=45°) :

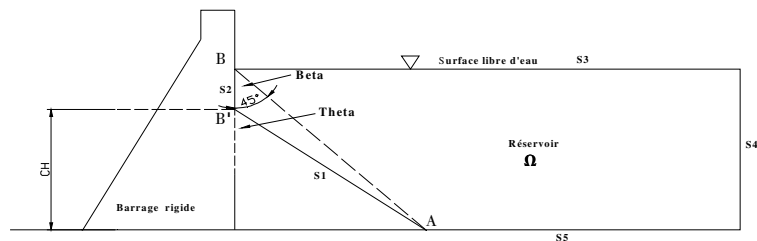
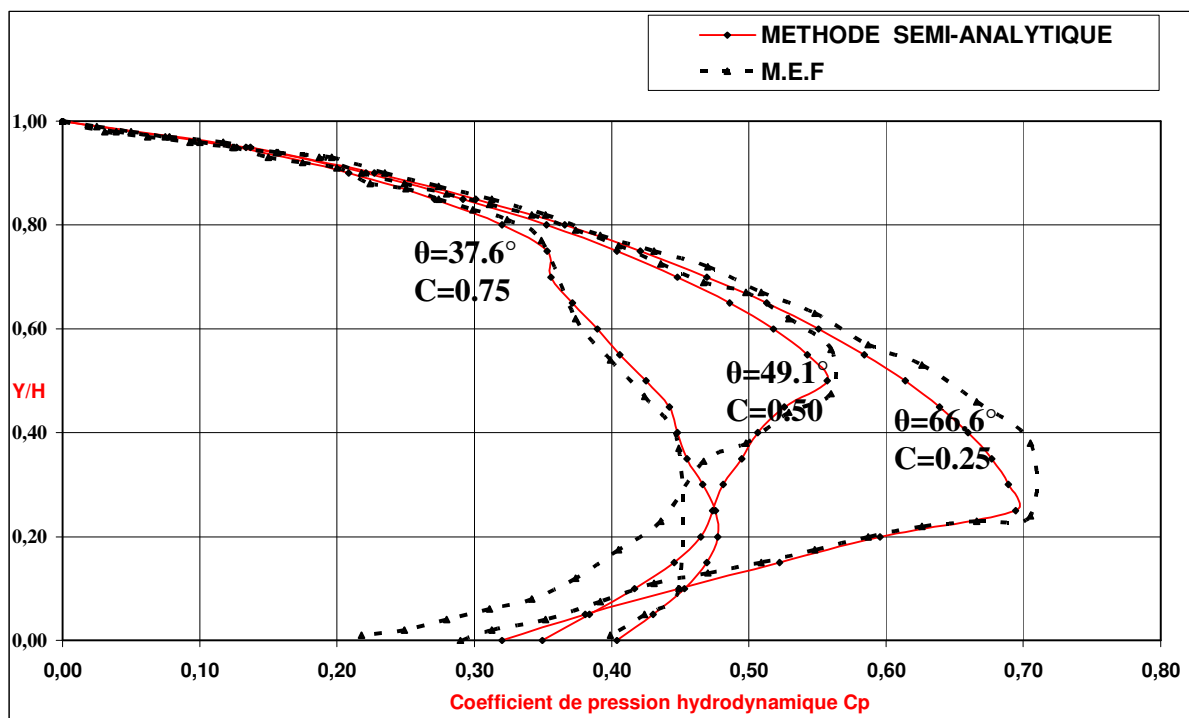


Fig.V-4. Cas d'un barrage rigide à fruit irrégulier (Beta=45°).

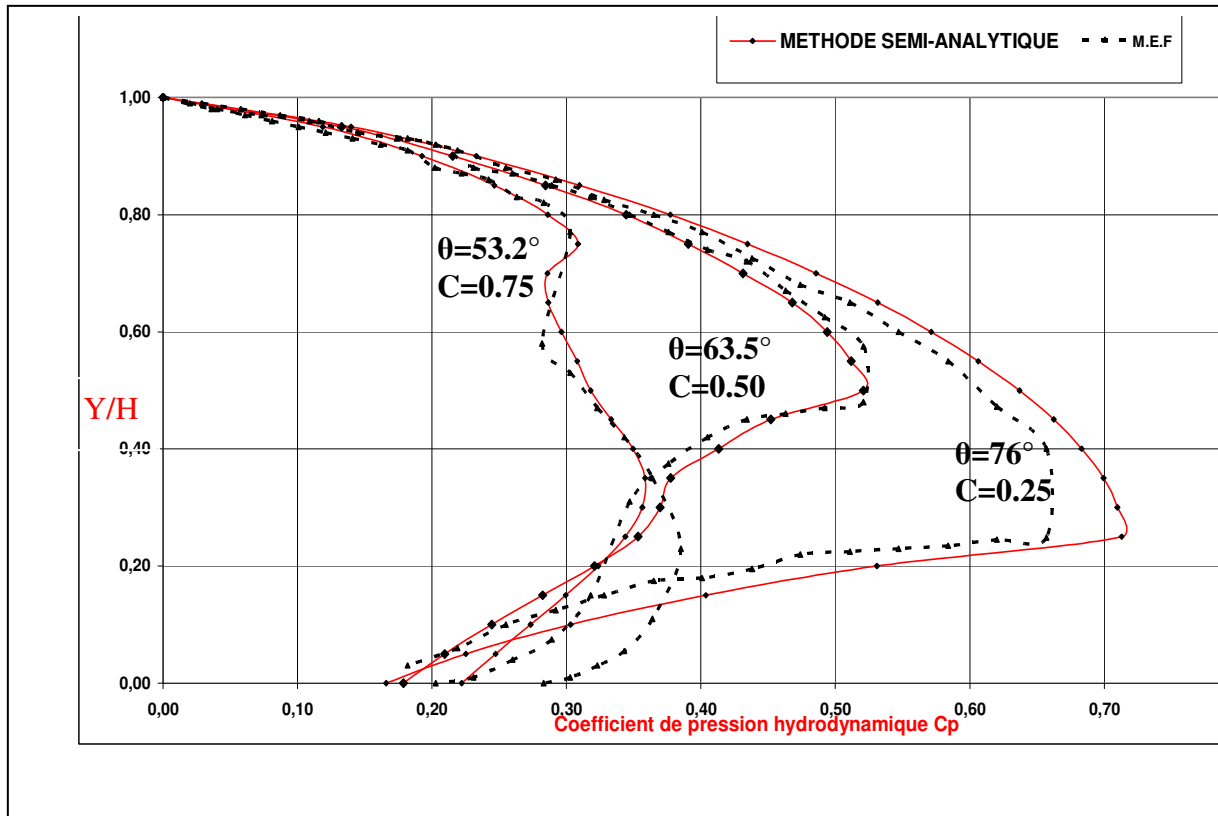
Angle "thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=53.2^\circ$	0,75	15872	8161
$\Theta=63.5^\circ$	0,5	13824	7105
$\Theta=76^\circ$	0,25	15104	7753

**Tableau V-3.** Maillage du liquide dans le réservoir (M.E.F-MATLAB).cas d'un Barrage rigide à fruit irrégulier ( $\text{Beta}=45^\circ$ ) sous chargement sismique horizontal.

- Visualisation et interprétation des résultats :



**Fig-V-5** Coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  pour le cas d'un barrage rigide à fruit irrégulier sous excitations sismiques horizontales ( $\text{Beta}=30^\circ$ ).



**Fig.-V-6** -Coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  pour le cas d'un barrage rigide à fruit irrégulier sous excitations sismiques horizontales (**Beta=45°**).

Pour les **Fig.-V-5** et **Fig.-V-6**, la pression maximale est atteinte à une certaine hauteur du fond du réservoir. Les valeurs maximales obtenues par les deux méthodes sont résumées dans les tableaux suivants :

- Pour le cas de **Beta=30°** :

C	$C_{pmax}$ (Méthode semi-analytique)	$C_{pmax}$ Méthode M.E.F
0.25	0.69	0.70
0.50	0.56	0.56
0.75	0.48	0.45

**Tableau V-4.** Comparaison des  $C_{pmax}$  entre les deux méthodes, analytique et (M.E.F-MATLAB). (**Beta=30°**)

- pour le cas de  $\text{Beta}=45^\circ$  :

C	$C_{p\max}$ (Méthode Semi-analytique)	$C_{p\max}$ Méthode M.E.F
0.25	0.71	0.66
0.5	0.52	0.52
0.75	0.36	0.39

**Tableau V-5.** Comparaison des  $C_{p\max}$  pour les deux méthodes (semi-analytique et M.E.F-MATLAB) ( $\text{Beta}=45^\circ$ )

La comparaison des différents résultats obtenus respectivement pour les deux cas :  $\text{Beta}=30^\circ$  et  $\text{Beta}=45^\circ$  (voir tableaux V-4 et tableau V-5) pour différentes valeurs de « Thêta » montre que la réduction de la hauteur de la partie verticale du barrage permet de réduire la valeur de  $C_{p\max}$  au droit de du parement amont de ce dernier.

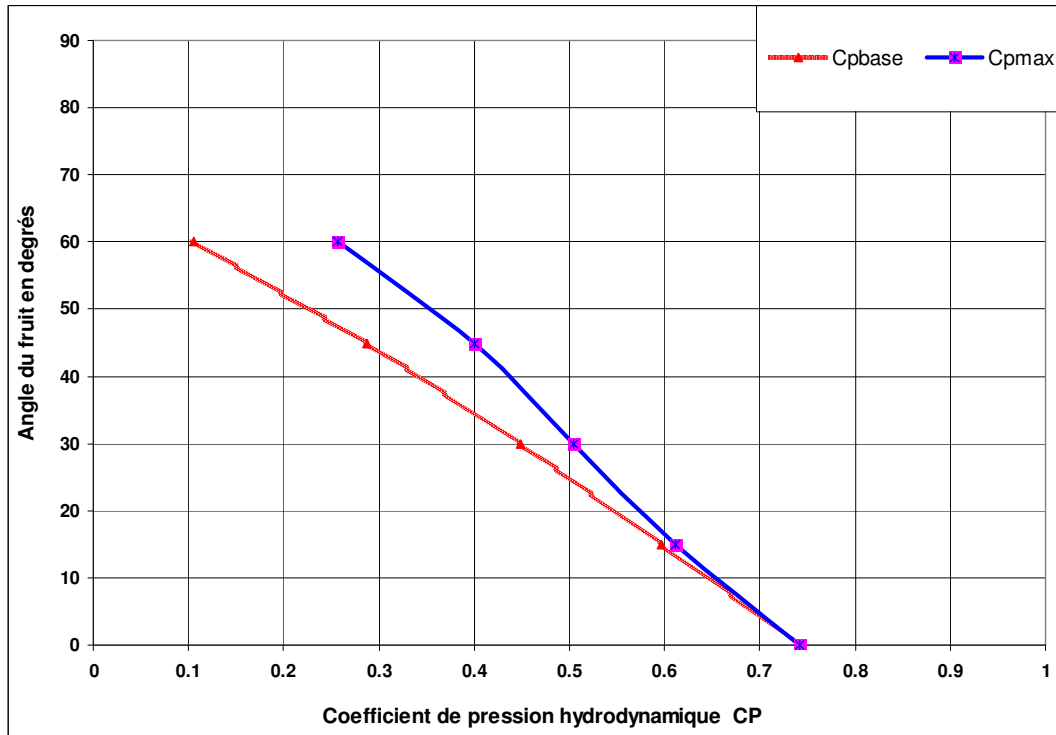
#### **V-4 -1 -4 Comparaison entre les valeurs maximales et les valeurs à la base du barrage de $C_p$ en fonction de l'inclinaison du barrage :**

Le tableau suivant présente les résultats obtenus pour les valeurs de  $C_{p\max}$  et les valeurs de  $C_{p\text{base}}$  dans le cas d'un barrage rigide à fruit unique soumis à un chargement sismique horizontal.

Angle du fruit (°)	$C_{p\max}$	$C_{p\text{base}}$ du barrage
0	0.74	0.74
15	0.61	0.60
30	0.50	0.45
45	0.40	0.29
60	0.26	0.10

**Tableau V-6.** Variation de  $C_{p\max}$  et  $C_{p\text{base}}$  en fonction de l'inclinaison d'un barrage à fruit unique sous chargement sismique horizontal.





**Fig.-V-7.** Comparaison entre le coefficient des pressions hydrodynamiques à la base du barrage et le coefficient des pressions max en fonction de l'inclinaison du parement amont d'un barrage à fruit unique.

La Fig.V-7 montre l'écart entre  $C_{pmax}$  et  $C_{pbase}$  pour les différents angles que peut présenter le parement amont d'un barrage à fruit unique.

Cet écart est de plus en plus important que l'inclinaison du parement amont augmente passant de (0 % pour  $\theta=0^\circ$  à 59 % pour  $\theta=60^\circ$ ).

On voit aussi que la courbe de  $C_{pbase}$  du barrage est pratiquement une droite, c'est-à-dire que la pression hydrodynamique à la base du réservoir varie linéairement dans la direction verticale avec la l'augmentation de l'angle du fruit du parement amont.

## V-4 -1 -5 Influence de la hauteur de la partie verticale d'un barrage rigide sur le coefficient des pressions hydrodynamiques $C_p$ :

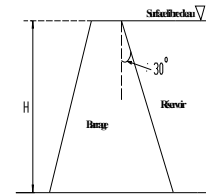


Fig. A1

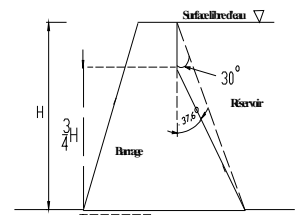
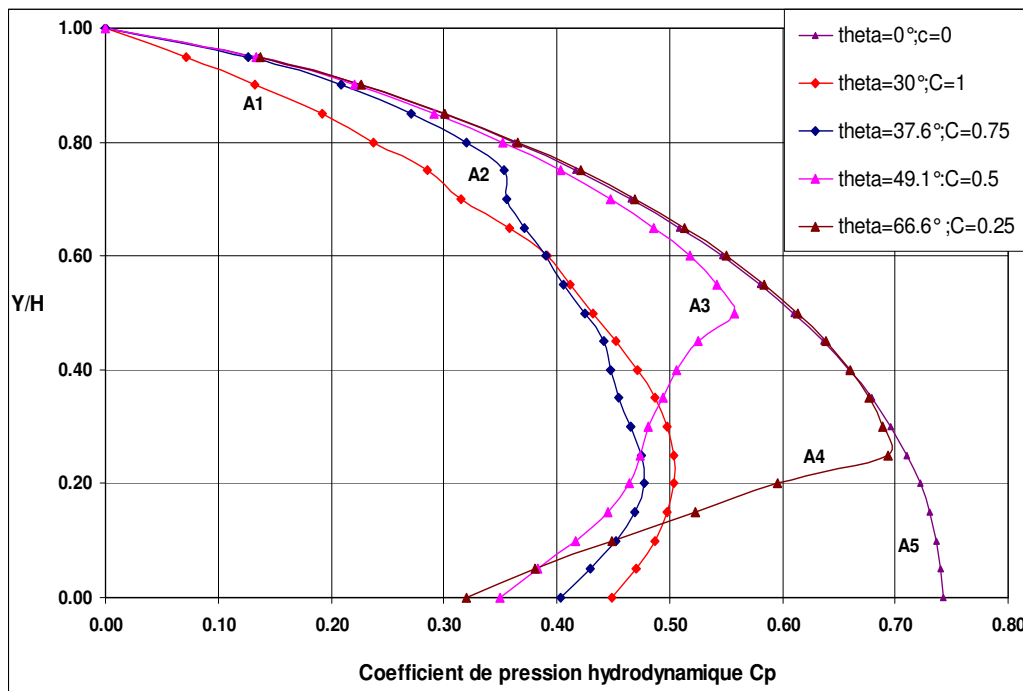


Fig. A2

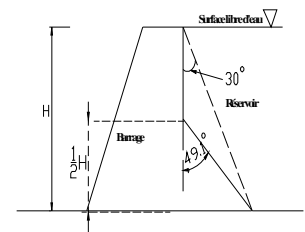


Fig. A3

Fig.-V-8-Coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  en fonction de la variation de hauteur de la partie verticale du parement amont (barrage à fruit irrégulier).

la

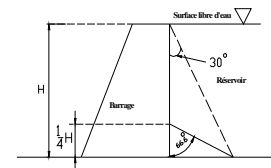


Fig. A4

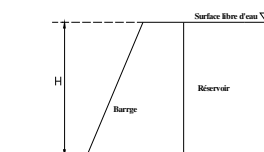


Fig. A5

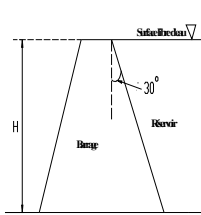
La **Fig.-V-8** montre que la variation de la hauteur de la partie verticale influe sur la distribution du coefficient de pression hydrodynamique.

Graphe	Hauteur de la partie verticale	$C_{pMAX}$
<b>A1</b>	<b>0</b>	<b>0.5</b>
<b>A2</b>	<b>H/4</b>	<b>0.48</b>
<b>A3</b>	<b>H/2</b>	<b>0.56</b>
<b>A4</b>	<b>3H/4</b>	<b>0.69</b>
<b>A5</b>	<b>H</b>	<b>0.74</b>

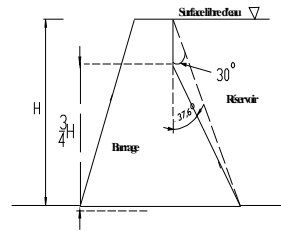
**Tableau V-7**  $C_{pmax}$  pour différentes hauteurs de la partie verticale d'un barrage rigide à fruit irrégulier.

On peut classer les courbes obtenues en deux groupes :

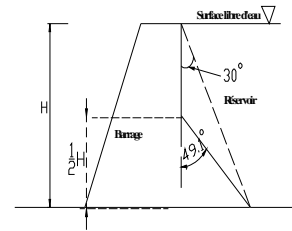
**1<sup>er</sup> groupe** : Il regroupe les courbes A1, A2 et A3 : on remarque que les  $C_{pmax}$  sont très voisins, en conséquence, le barrage montré sur la figure A3 est plus économique de point de vue volume de matériau à utiliser pour sa construction.



**Fig. A1**



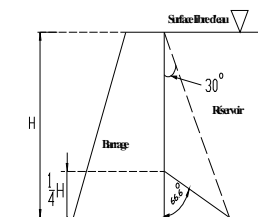
**Fig. A2**



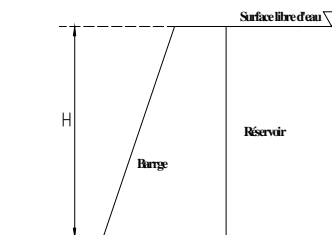
**Fig. A3 (Le cas le plus économique)**

1<sup>er</sup> groupe.

**2<sup>eme</sup> groupe** : Il regroupe les courbes A4 et A5, on remarque que les  $C_{pmax}$  sont très voisins, en conséquence, le barrage montré sur la figure A5 est plus économique que celui montré sur la figure A4 de point de vue volume de matériau à utiliser pour sa réalisation.



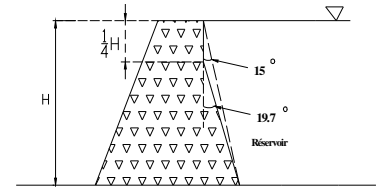
**Fig. A4**



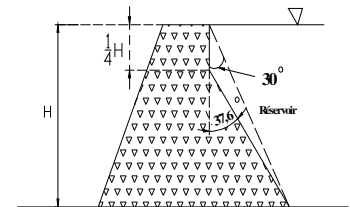
**Fig. A5 (Le cas le plus économique)**

2<sup>eme</sup> groupe.

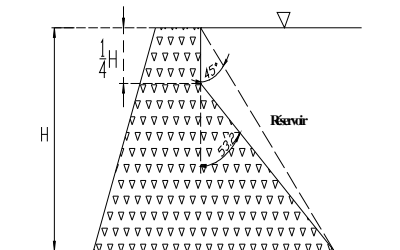
**V-4 -1 -6 Influence de l'angle d'inclinaison d'un barrage rigide à fruit irrégulier sur le coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  :**



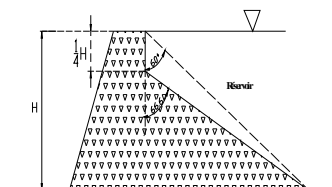
**Fig. B1**



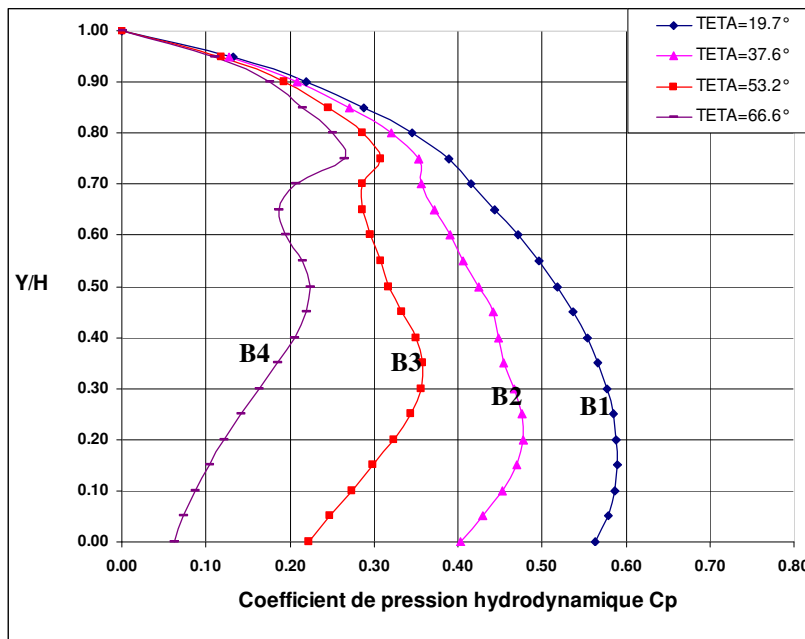
**Fig.B2**



**Fig.B3**



**Fig. B4**



**Fig.V-9-Coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  en fonction de l'angle d'inclinaison du parement amont d'un barrage rigide à fruit irrégulier.**

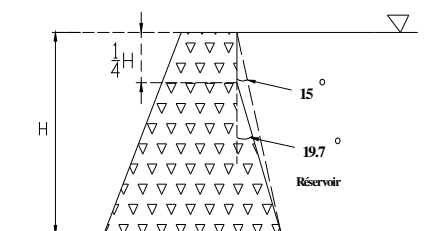
- **Interprétation des résultats :**

Pour une hauteur fixe de la partie verticale, l'augmentation du fruit du barrage engendre une diminution des pressions hydrodynamiques dans le liquide du réservoir sur toute la hauteur du barrage.

Graphes	Angle d'inclinaison du parement amont	$C_{Pmax}$
<b>B1</b>	<b>19.7°</b>	<b>0.59</b>
<b>B2</b>	<b>37.6°</b>	<b>0.48</b>
<b>B3</b>	<b>53.2°</b>	<b>0.36</b>
<b>B4</b>	<b>66.6°</b>	<b>0.26</b>

**Tableau V-8**  $C_{pmax}$  pour différentes inclinaisons du parement amont d'un barrage rigide à fruit irrégulier.

Le barrage montré sur la figure **B1** est le cas le plus sollicité ; mais il reste le cas le plus économique de point de vue volume de matériau à utiliser pour sa réalisation.



**Fig. B1**

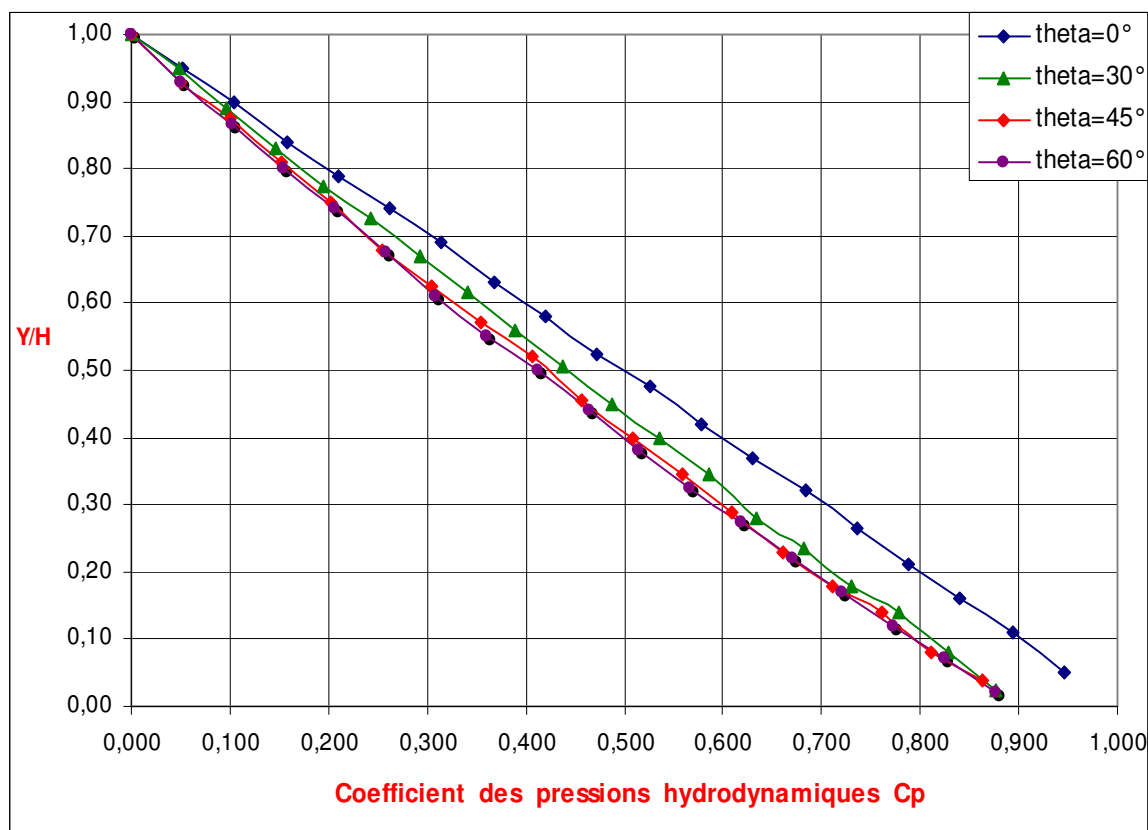
## V-4-2 Cas d'un chargement sismique vertical :

### V-4-2-1 Barrage rigide à fruit unique :

Angle "thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=0^\circ$	1	17920	9153
$\Theta=30^\circ$	1	14336	7361
$\Theta=45^\circ$	1	12544	6457
$\Theta=60^\circ$	1	13056	6713

**Tableau V-9.** Maillage du liquide dans le réservoir (M.E.F-MATLAB).  
Cas d'un Barrage rigide à fruit unique soumis à un chargement sismique vertical

- **Visualisation et interprétation des résultats :**



**Fig.V-10.** Coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  pour différents angles d'inclinaison du Parement amont d'un barrage rigide en fruit unique (utilisation de la M.E.F-MATLAB).

Pour ce cas de figure, à défaut d'une formulation analytique de la solution, nous nous sommes contenté d'une résolution numérique par la méthode des éléments finis.

Dans le cas d'un chargement sismique vertical, les courbes obtenues pour la distribution du coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  le long de l'interface barrage réservoir est un ensemble de droites ayant pratiquement les mêmes pentes, sauf pour le cas particulier d'un parement vertical (voir fig. V-10).

Deux conclusions peuvent être dégagées :

**La première :** Le coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  varie linéairement dans la direction verticale en fonction de la hauteur normalisée du barrage.

**La deuxième :** Le coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  est indépendant de la géométrie du parement amont du barrage, c'est-à-dire qu'il ne varie pas avec la variation de l'inclinaison de ce dernier.

Le chargement sismique vertical ascendant, pour une accélération du sol considérée constante, réduit uniquement l'effet de l'accélération gravitationnelle. Par contre, la considération d'un mouvement descendant du sol augmenterait cette surpression dans le réservoir. Dans les deux cas de figure, la linéarité des courbes n'est pas influencée.

#### V-4-2-2 Barrage rigide à fruit irrégulier ( $\text{Beta}=30^\circ$ ) :

Angle "Thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=37.6^\circ$	0,75	159744	80609
$\Theta=49.1^\circ$	0,5	90368	45609
$\Theta=66.6^\circ$	0,25	42752	21737

Tableau V-10. Maillage du liquide dans le réservoir (M.E.F-MATLAB).cas d'un Barrage rigide à fruit irrégulier ( $\text{Beta}=30^\circ$ ) sous chargement sismique vertical.

- Visualisation des résultats :

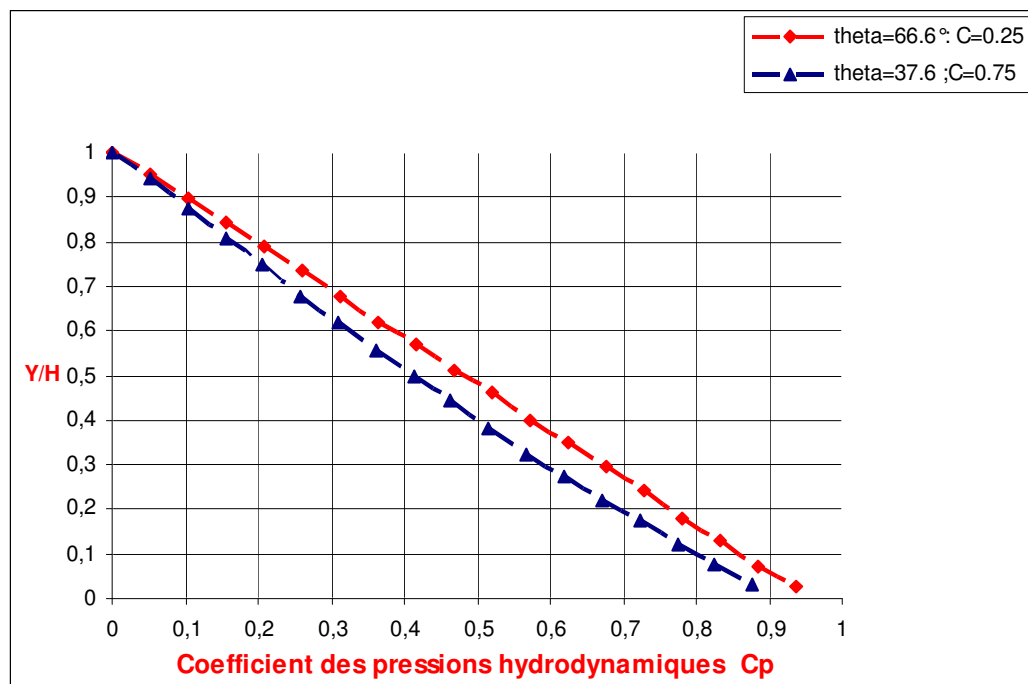


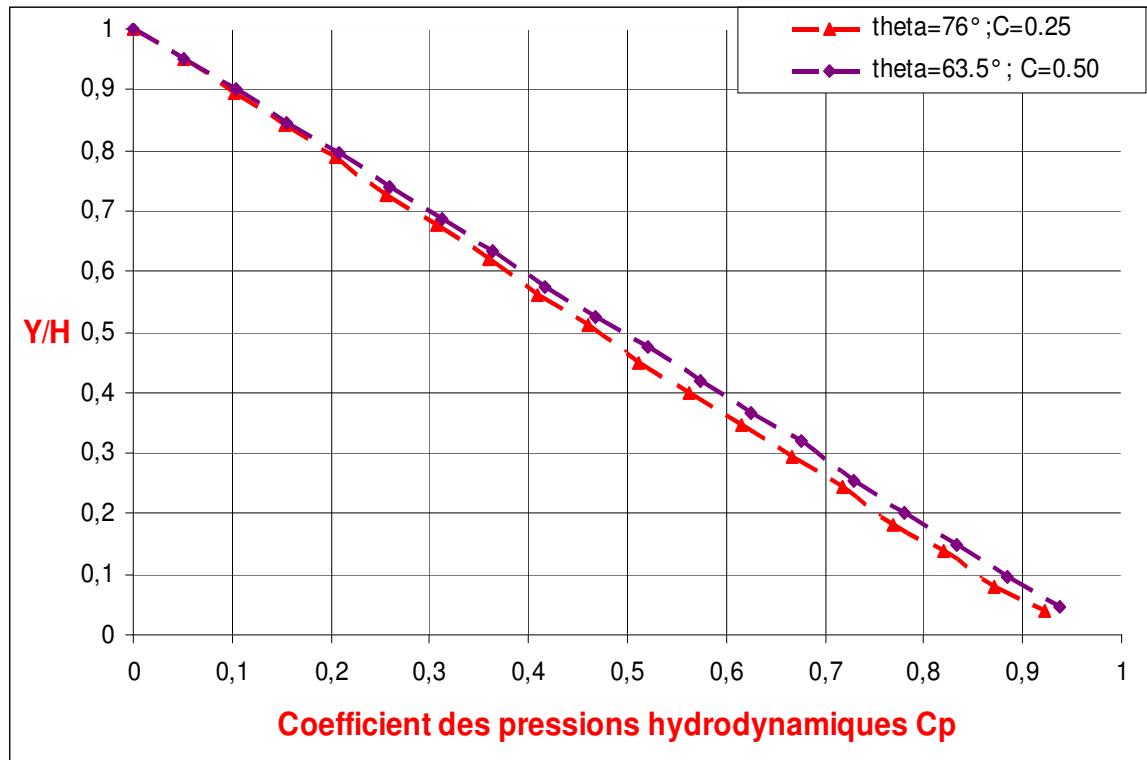
Fig.V-11. Coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  pour le cas d'un barrage rigide à fruit irrégulier sous excitations sismiques verticales (utilisation de la M.E.F-MATLAB).

#### V-4-2-3 Barrage rigide à fruit irrégulier ( $\text{Beta}=45^\circ$ ) :

Angle "Thêta" en degrés	C	Nbre d'éléments	Nbre de nœuds
$\Theta=53.2^\circ$	0,75	82944	41905
$\Theta=63.5^\circ$	0,5	36096	18377
$\Theta=76^\circ$	0,25	56320	28561

Tableau V-11. Maillage du liquide dans le réservoir (M.E.F-MATLAB).cas d'un Barrage rigide à fruit irrégulier ( $\text{Beta}=45^\circ$ ) sous excitations sismiques verticales.

- **Visualisation des résultats :**



**Fig.V-12.** Coefficient de pression hydrodynamique  $C_p$  pour le cas d'un barrage à fruit irrégulier sous excitations sismiques verticales (utilisation de la M.E.F-MATLAB).

- **Interprétation des résultats :**

Les résultats obtenus pour le coefficient des pressions hydrodynamiques pour le cas d'un barrage à fruit irrégulier sont aussi des droites.

Le coefficient  $C_p$  varie aussi linéairement dans la direction verticale en fonction de la hauteur du barrage indépendamment de la géométrie du parement amont de ce dernier (voir Fig. V-12).



# **CONCLUSION**

## Conclusions :

Cette étude, basée sur deux méthodes différentes nous a permis, nonobstant les résultats obtenus, d'évaluer les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

Ainsi, la méthode semi-analytique, présente l'avantage de produire des solutions pratiquement exactes, toutefois son utilisation se limite aux cas de barrages présentant un parement amont de géométrie simple.

La formulation analytique de la solution du problème devient très difficile à obtenir pour les cas de barrages à fruits irréguliers de géométrie complexe.

Cette difficulté est rencontrée notamment pour le cas d'un chargement sismique vertical, où la formulation analytique de la solution devient très laborieuse.

Par ailleurs, les méthodes numériques sont très pratiques de point de vue utilisation mais la précision des résultats est subordonnée au bon choix du modèle numérique ; un test de convergence de la solution numérique vers la solution exacte est toujours nécessaire pour ce type de méthodes.

L'utilisation de la M.E.F pour le calcul des pressions hydrodynamiques dans le réservoir nous a permis d'aboutir à des résultats relativement proches de ceux obtenus par la méthode semi-analytique pour le cas d'un chargement sismique horizontal.

De légers écarts sont enregistrés entre les résultats des deux méthodes notamment au fond du réservoir, toutefois un maillage plus raffiné permettrait de réduire de plus en plus cet écart selon les besoins de calcul.

Les différentes applications numériques effectuées montrent nettement cette convergence entre les deux méthodes, ce qui confirme que l'utilisation d'un élément de référence triangulaire linéaire dans le cas de la M.E.F convient pour notre cas de figure.

Notre modèle numérique étant validé à ce stade, nous avons élargi le champ d'application de la méthode des éléments finis pour le cas d'un chargement sismique vertical.

Les conclusions les plus importantes retenues dans cette étude se résument comme suit :

- **Dans le cas d'un chargement sismique horizontal :**
  1. Dans le cas d'un barrage rigide à fruit unique, la surpression d'eau diminue avec l'augmentation du fruit de la partie amont de ce dernier.
  2. Le coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  est une fonction de la forme géométrique de l'interface barrage-réservoir.

3. L'ingénieur concepteur choisira uniquement la valeur de  $C_s = \ddot{X}_{gmax} / g$ , il utilisera les valeurs des coefficients des pressions hydrodynamiques  $C_p$  à partir des courbes obtenues pour la détermination de la surpression d'eau dans le réservoir pour n'importe quel type de barrage rigide.
  4. A l'exception du cas d'un barrage présentant un parement amont vertical, le maximum du coefficient des pressions hydrodynamiques apparaît à une fraction de la hauteur au dessus du fond du réservoir.
  5. La valeur maximale du coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  est obtenu au fond du réservoir pour le cas d'un barrage à parement amont vertical, elle est de  $C_{pmax}=0.74$ .
  6. Les barrages présentant une hauteur de la partie verticale égale ou supérieure à la moitié de la hauteur totale engendrent pratiquement des pressions hydrodynamiques égales à ceux pressentant un parement vertical en totalité qui sont dans ce cas de figure plus économiques de point de vue volume de matériau nécessaire pour leur construction.
  7. Pour une hauteur fixe de la partie verticale, l'augmentation du fruit du barrage dans la partie inclinée engendre une diminution des pressions hydrodynamiques dans le liquide du réservoir sur toute la hauteur du barrage.
  8. La réduction de la hauteur de la partie verticale permet de réduire la valeur de  $C_{pmax}$  au droit du parement amont d'un barrage à fruit irrégulier.
- **Dans le cas d'un chargement sismique vertical :**
9. Le coefficient des pressions hydrodynamiques  $C_p$  est maximum au niveau du fond du réservoir.
  10. L'accélération verticale du sol atténue l'effet de l'accélération gravitationnelle, la pression hydrodynamique lui correspondant varie linéairement dans la direction verticale avec la hauteur du barrage indépendamment de la géométrie de l'interface barrage-réservoir.

# **ANNEXE I**

Pour le cas d'un chargement sismique horizontal :

$$\phi(x, y, t) = (Ae^{\lambda_i x} + Be^{-\lambda_i x})(C \cdot \cos \lambda_i y + D \cdot \sin \lambda_i y) \dot{X}_g(t) \quad (1)$$

**1<sup>ere</sup> condition aux limites :**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} (Ae^{\lambda_i x} + Be^{-\lambda_i x}) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} A \cdot e^{\lambda_i x} + \lim_{x \rightarrow \infty} B \cdot e^{-\lambda_i x} = 0 \quad (2)$$

(2) n'est vraie que si  $\boxed{A=0}$

**2<sup>eme</sup> condition aux limites :**

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (3)$$

$$(3) \Rightarrow (B \cdot e^{-\lambda_i \cdot CHig} \cdot \theta) \cdot (D \cdot \lambda_i) \cdot (\cos(0)) \cdot \dot{X}_g(t) = 0$$

$\Rightarrow \boxed{D=0}$  Car ( $B \neq 0$ , sinon solution triviale), ce qui nous ramène à

écrire :

$$\boxed{\phi(x, y, t) = B \cdot C \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot \cos \lambda_i y \cdot \dot{X}_g(t)}$$

**3<sup>eme</sup> condition aux limites :**

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{y=H} = 0 \quad (4)$$

$$(4) \Rightarrow B \cdot C \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot \cos(\lambda_i \cdot H) \cdot \ddot{X}_g(t) = 0$$

$$\dot{X}_g(t) \neq 0 \Rightarrow \cos(\lambda_i \cdot H) = 0 \Rightarrow \lambda_i = (2 \cdot i - 1) \frac{\pi}{2 \cdot H}$$

$i = 1, 2, \dots \infty$

$$\boxed{\lambda_i = (2 \cdot i - 1) \frac{\pi}{2 \cdot H}} \quad (5)$$

**4<sup>eme</sup> condition aux limites :**

$$\frac{d\phi}{dn} = \frac{\partial\phi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dn} + \frac{\partial\phi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dn} = -\dot{X}_g(t) \cdot \cos \theta \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial\phi}{\partial x} = -\lambda_i \dot{X}_g(t) \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\lambda_i x} \cdot \cos(\lambda_i y) \\ \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\lambda_i \dot{X}_g(t) \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\lambda_i x} \cdot \sin(\lambda_i y) \\ \frac{dx}{dn} = \cos \theta \quad ; \quad \frac{dy}{dn} = \sin \theta \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (6) \text{ et } (7) &\Rightarrow \frac{\partial\phi}{\partial x} + \text{tg} \theta \cdot \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\dot{X}_g(t) \\ &- \dot{X}_g(t) \sum_{i=1}^{\infty} A_i \lambda_i e^{-\lambda_i x} [\cos \lambda_i y + \text{tg} \theta \sin \lambda_i y] = -\dot{X}_g(t) \\ &\Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i \lambda_i e^{-\lambda_i x} [\cos \lambda_i y + \text{tg} \theta \sin \lambda_i y] = 1 \\ &\Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i f_i(x, y) = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

Avec ;

$$f_i(x, y) = \lambda_i e^{-\lambda_i x} [\cos \lambda_i y + \text{tg} \theta \sin \lambda_i y]$$

$f_i(x, y)$  Peut s'écrire aussi sous la forme :

$$f_i(x, y) = \frac{\lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x}}{\cos \theta} \cos(\theta - \lambda_i y) = \frac{\lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x}}{\cos \theta} \cos(\lambda_i y - \theta)$$

## REFERENCES

- [1] AVILES, J. & SANCHEZ-SESMA, F. J., « Hydrodynamic pressures on dams with non vertical upstream face », November, 1983, pp. 291-299.
- [2] CARLIER, M., « Hydraulique générale et appliquée », Paris, 1980, *Edition Eyrolles*.
- [3] CHWANG, A.T. 1978., « Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes », Part 2. Exact theory. *J.Fluid Mech.* **87**, 343-348.
- [4] CHWANG, A.T. 1979., « Hydrodynamic pressures on accelerating dam and criteria for cavitation », *J.engng Maths.***13**, 143-152.
- [5] CHWANG, A.T. 1981 « Effects of stratification on hydrodynamic pressure on dams », *J.engng Maths.* **15**, 49-63.
- [6] CHWANG, A.T. & HOUSNER, G.W 1978 « Hydrodynamic pressures on sloping dams during earthquakes », Part 1. Momentum Method. *J.Fluid Mech.* **87**, 335-341.
- [7] CHOPRA, A. K., 1967., « Hydrodynamic pressures on dams during earthquake », *J. Eng Mechanics. Div. ASCE* **93**, pp. 205-223.
- [8] CHOPRA, A. K. & GUPTA, S., « Hydrodynamic and foundation interaction effects in earthquake response of concrete gravity dams », *J. Structural Division, ASCE*, **107**, ST8, August 1981.
- [9] CLOUGH, R. W. & PENZIEN, J., « Dynamics of structures», *Mc Graw-Hill, London, England*, 1993.
- [10] DAS, Y. C. & A. K, F. A., « Hydrodynamic pressure on dams », *Int. J. Modeling and Simulation*, 1988, vol. **8**, 1, pp. 33-37.
- [11] DHATT, G., « Modélisation des fluides par éléments finis », *Polycopie de cours, Université de Technologie de Compiègne*, Mai, 1992.
- [12] FENVES, G & CHOPRA, A. K. 1983., « Effects of reservoir bottom absorption on earthquake response of concrete gravity dam », *J.Earthquake engng and structural Dynamics.***11**, 809-829.
- [13] FENVES, G & CHOPRA, A. K. 1985., « Effects of reservoir bottom absorption and dam-water-foundation rock interaction on frequency response function for concrete gravity dams », *J.Earthquake engng and structural Dynamics.***13**, 13-32.
- [14] FINN, W.D.L & VAROGLU, E. 1973., « Dynamics of gravity dam-reservoir systems », *Computers struct* .**3**, 913-924.
- [15] GRENIER, J. P., « Débuter en algorithmique avec MATLAB et SCILAB », *Editions Ellipses, Paris*, 2007.
- [16] HALL, J. F. & CHOPRA, A. K., 1982., « Two dimensional dynamic analysis of concrete gravity and embankment dams including hydrodynamic effects. », *J. Earthquake Engineering and structural Dynamics*, vol.**10**, pp. 305-332.
- [17] HUGUES, T. J. R., « The finite element method: Linear static and dynamic finite analysis », *Prentice Hall, Englewood Cliffs. N. J*, 1987.
- [18] HUMAR, J. L. & ROUFAIEL, M., « Finite element analysis of reservoir vibration », *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 1983 vol.109, pp. 315-230.

- [19] **KARMAN, T. VON** .1933., « Discussion of water pressures on dams during earthquakes», *Trans. ASCE* 98, 434-436.
- [20] **LAPRESTE, J. T.**, « Introduction à MATLAB », 2<sup>ème</sup> Edition avec MATLAB 7, Editions Ellipses, Paris, 2005.
- [21] **LIU, P. L-F.**, « Hydrodynamic pressures on rigid dams during earthquakes », *J. Fluid Mechanics*, 1986, vol **165** pp. 131-145.
- [22] **LIU, P. L-F & CHENG, A.H.-D.** 1984., « Boundary solution for fluid-structure interaction », *J.Hydraulic engng*, ASCE **110**, 51-64.
- [23] **MEI, FODA & TONG.** 1979., « Exact and hybrid-element solutions for the vibration of a thin elastic structure seated on the sea floor », *Transportation s, Cambridge Mass-02142, USA. Applied ocean research*, 1979, Vol.**1**, No.2.
- [24] **PRISCU, R., POPOVICI, A., STEMATIU, D. & STERE, C.**, « Earthquake Engineering for large dams », *Editura Academies and john Willey & Sons, Ltd*, 1985.
- [25] **RASHED, A.** 1982., « Dynamic analysis of fluid-structure systems » in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy. *California institute of Technology, Pasadena, 1983 (submitted July 26, 1982).*
- [26] **ROKEY, K. C., EVANS, H. R. & GRIFFITHS, W.**, « Introduction à la méthode des éléments finis », *Edition Eyrolles*, 1979.
- [27] **SAINI, S.**, « Modeling of hydrodynamic Effects on dams using Finite Elements », *Journal of the Institution of Engineers, India*, 1978, vol.**59**, pp. 204-210.
- [28] **SEGHIR, A.**, « Investigation des effets d'interaction sismique fluide structure par couplage éléments finis –éléments infinis », Thèse de magister sous la direction du Pr. Tiliouine Boualem, Département d'Hydraulique, E.N.P, 1999.
- [29] **TILIOUINE, B., SEGHIR, A.**, « Influence de l'interaction fluide-structure sur le comportement sismique du barrage de Oued-Foda (Nord-Ouest Algérien)», *Actes du 1<sup>er</sup> congrès Arabe de mécanique, Damas, Syrie*, 1-5 juin, 1997.
- [30] **TILIOUINE, B., SEGHIR, A.**, « A numerical model for time domain analysis of dams including fluid-structure interaction », *CST 98 International conference, Edinburgh Scotland*, 18<sup>th</sup>-20<sup>th</sup> August, 1998.
- [31] **TILIOUINE, B., SEGHIR, A.**, « Fluid-structure models for dynamic studies of dam-water systems », *Eleventh European Conference on Earthquake Engineering, Paris, France*, 6<sup>th</sup>-11<sup>th</sup> September, 1998.
- [32] **WESTERGAARD, H. M.**, « Water pressure on dams during earthquakes », *Transactions, ASCE*, 1933, vol.98, paper N°.1835, pp. 418-472.
- [33] **ZANGAR, C. N.**, « Hydrodynamic pressure on dams due to horizontal earthquake effects », *Eng Monograph, 11, U.S Bureau of reclamation, photoelastic Group report N°.21*, October 18, 1950.
- [34] **ZIENKIEWICZ, O. C & TAYLOR, R. L.**, « La méthode des éléments finis. Formulation de base et problèmes linéaires », volume 1, *Afnor technique*, 1991.
- [35] **ZIENKIEWICZ, O. C. & NEWTON, R. E.**, « Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid », *proc. Int. symp. On finite element techniques*, Stuttgart, 1<sup>st</sup>-15<sup>th</sup> May, 1969.



**ANNEXE I**

Pour le cas d'un chargement sismique horizontal :

$$\phi(x, y, t) = (Ae^{\lambda_i x} + Be^{-\lambda_i x})(C \cdot \cos \lambda_i y + D \cdot \sin \lambda_i y) \dot{X}_g(t) \quad (1)$$

**1<sup>ere</sup> condition aux limites :**

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \phi = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} (Ae^{\lambda_i x} + Be^{-\lambda_i x}) = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} A \cdot e^{\lambda_i x} + \lim_{x \rightarrow \infty} B \cdot e^{-\lambda_i x} = 0 \quad (2)$$

(2) n'est vraie que si  $\boxed{A=0}$

**2<sup>eme</sup> condition aux limites :**

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (3)$$

$$(3) \Rightarrow (B \cdot e^{-\lambda_i CH_{ig} \theta}) \cdot (D \cdot \lambda_i) \cdot (\cos(0)) \cdot \dot{X}_g(t) = 0$$

$\Rightarrow \boxed{D=0}$  Car ( $B \neq 0$ , sinon solution triviale), ce qui nous ramène à

écrire :

$$\boxed{\phi(x, y, t) = B \cdot C \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot \cos \lambda_i y \cdot \dot{X}_g(t)}$$

**3<sup>eme</sup> condition aux limites :**

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{y=H} = 0 \quad (4)$$

$$(4) \Rightarrow B \cdot C \cdot e^{-\lambda_i x} \cdot \cos(\lambda_i \cdot H) \cdot \ddot{X}_g(t) = 0$$

$$\ddot{X}_g(t) \neq 0 \Rightarrow \cos(\lambda_i \cdot H) = 0 \Rightarrow \lambda_i = (2 \cdot i - 1) \frac{\pi}{2 \cdot H}$$

$$i = 1, 2, \dots \infty$$

$$\boxed{\lambda_i = (2 \cdot i - 1) \frac{\pi}{2 \cdot H}} \quad (5)$$

**4<sup>eme</sup> condition aux limites :**

$$\frac{d\phi}{dn} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dn} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dn} = -\dot{X}_g(t) \cdot \cos \theta \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \phi}{\partial x} = -\lambda_i \dot{X}_g(t) \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\lambda_i x} \cdot \cos(\lambda_i y) \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\lambda_i \dot{X}_g(t) \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-\lambda_i x} \cdot \sin(\lambda_i y) \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\frac{dx}{dn} = \cos \theta \quad ; \quad \frac{dy}{dn} = \sin \theta$$

$$(6) \text{ et } (7) \Rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial x} + tg \theta \cdot \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\dot{X}_g(t)$$

$$- \dot{X}_g(t) \sum_{i=1}^{\infty} A_i \lambda_i e^{-\lambda_i x} [\cos \lambda_i y + tg \theta \sin \lambda_i y] = -\dot{X}_g(t)$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i \lambda_i e^{-\lambda_i x} [\cos \lambda_i y + tg \theta \sin \lambda_i y] = 1$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^{\infty} A_i f_i(x, y) = 1 \quad (8)$$

Avec ;

$$f_i(x, y) = \lambda_i e^{-\lambda_i x} [\cos \lambda_i y + tg \theta \sin \lambda_i y]$$

$f_i(x, y)$  Peut s'écrire aussi sous la forme :

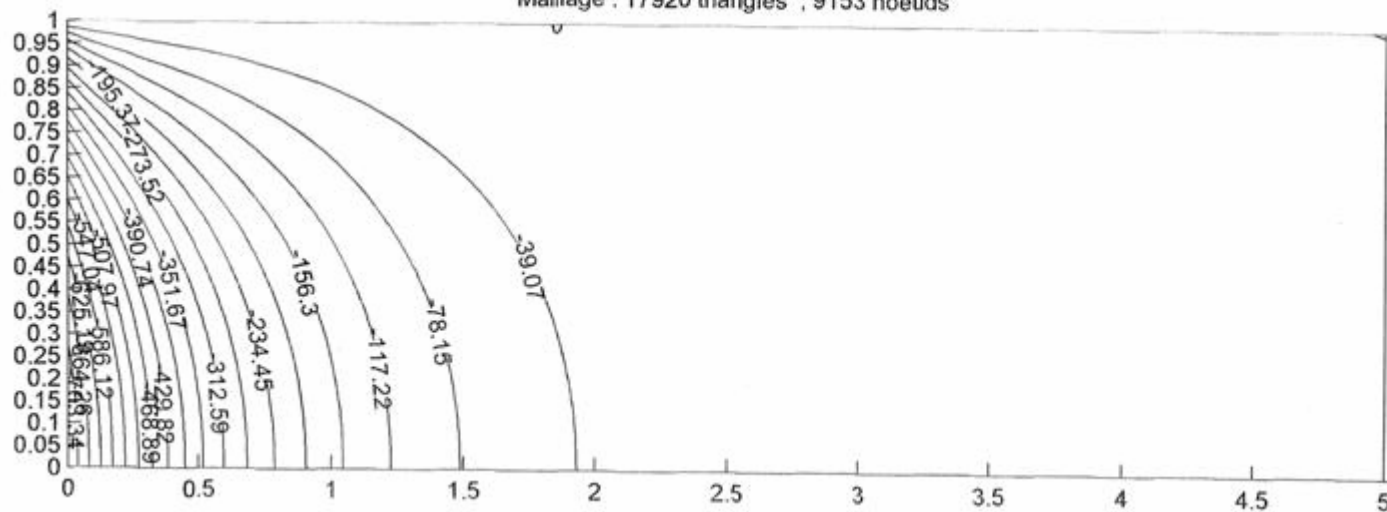
$$f_i(x, y) = \frac{\lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x}}{\cos \theta} \cos (\theta - \lambda_i y) = \frac{\lambda_i \cdot e^{-\lambda_i x}}{\cos \theta} \cos (\lambda_i y - \theta)$$

**ANNEXE II**

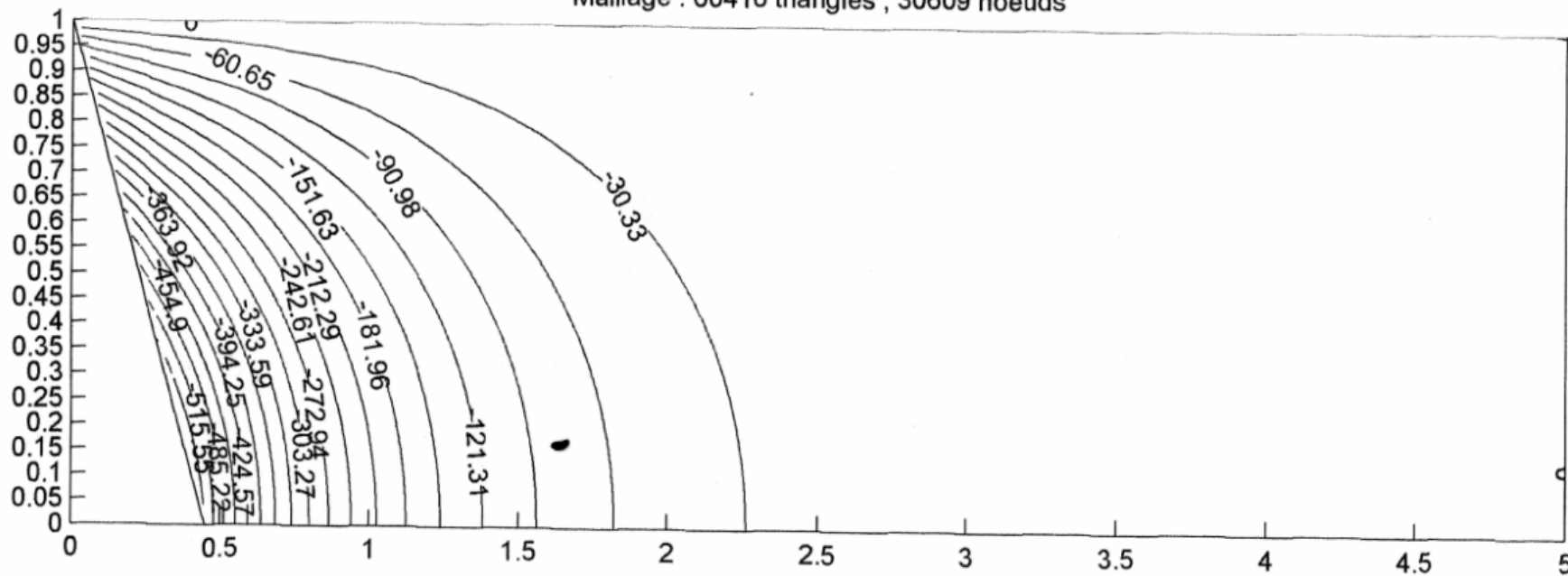
# **COURBES ISOPRESSIONS**

*Cas d'un chargement sismique horizontal*

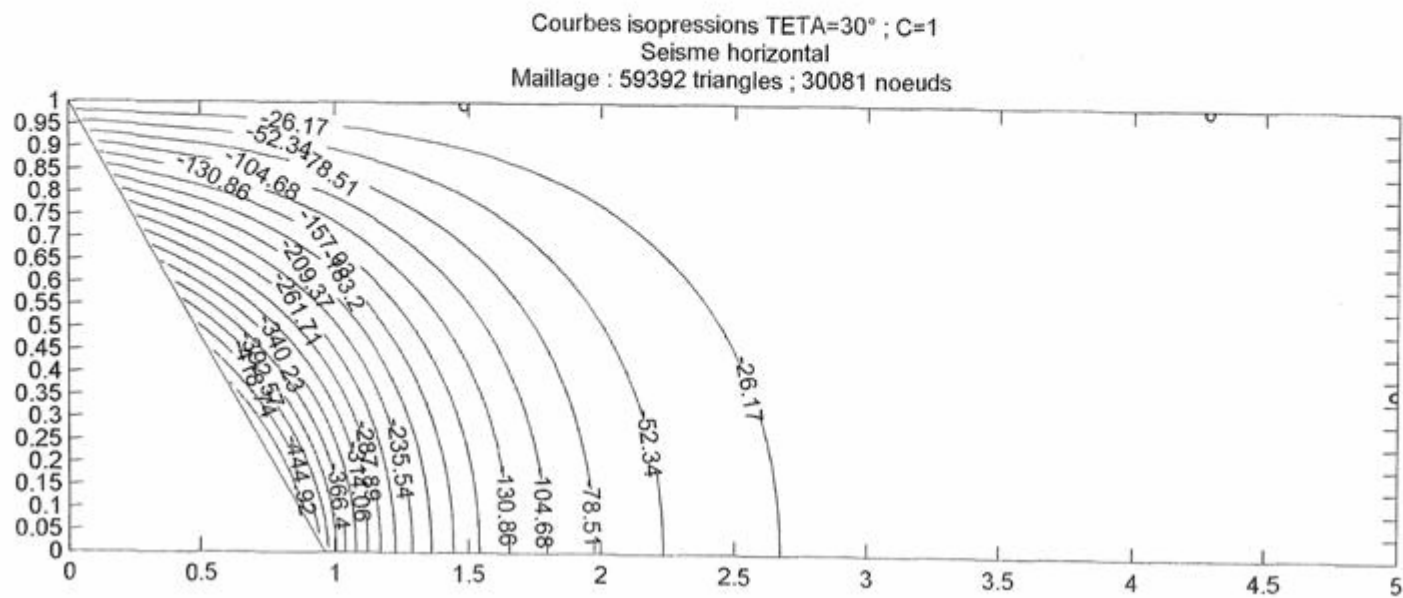
Courbes isopressions TETA=0° ; C=1  
Seisme horizontal  
Maillage : 17920 triangles ; 9153 noeuds

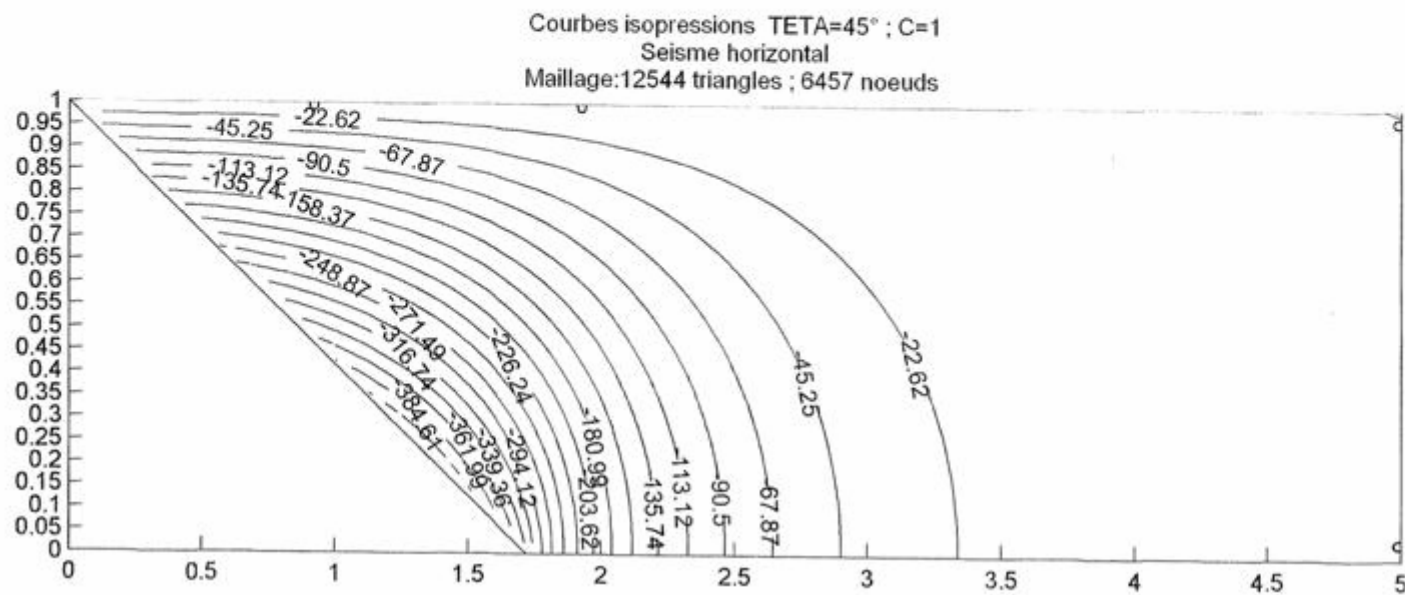


Courbes isopressions TETA=15° ; C=1  
Seisme horizontal  
Maillage : 60416 triangles ; 30609 noeuds

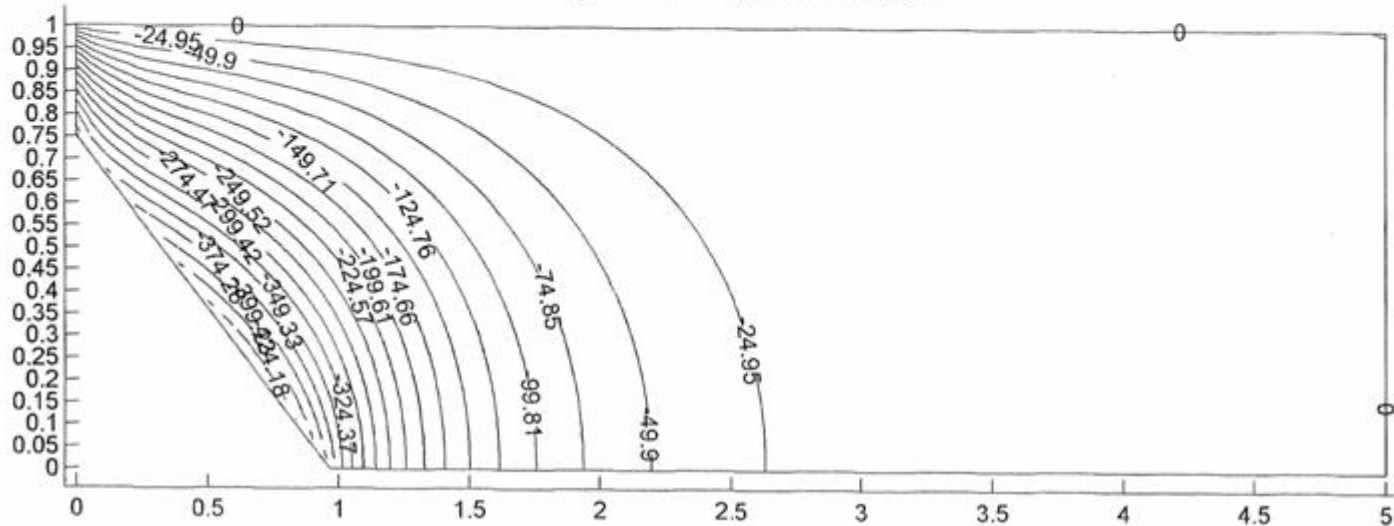




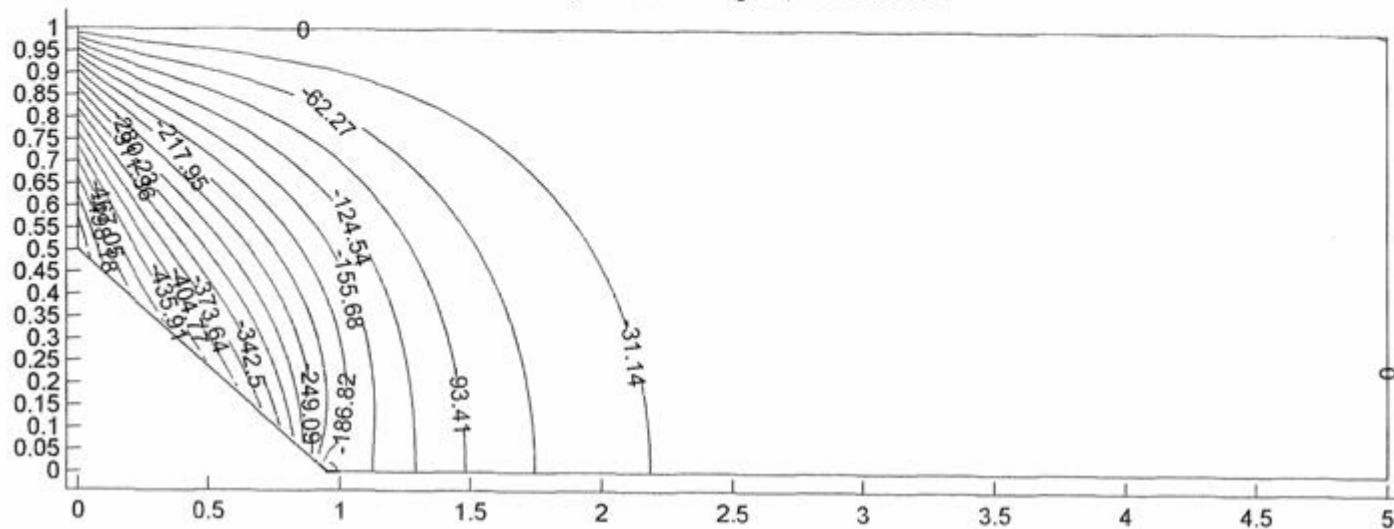


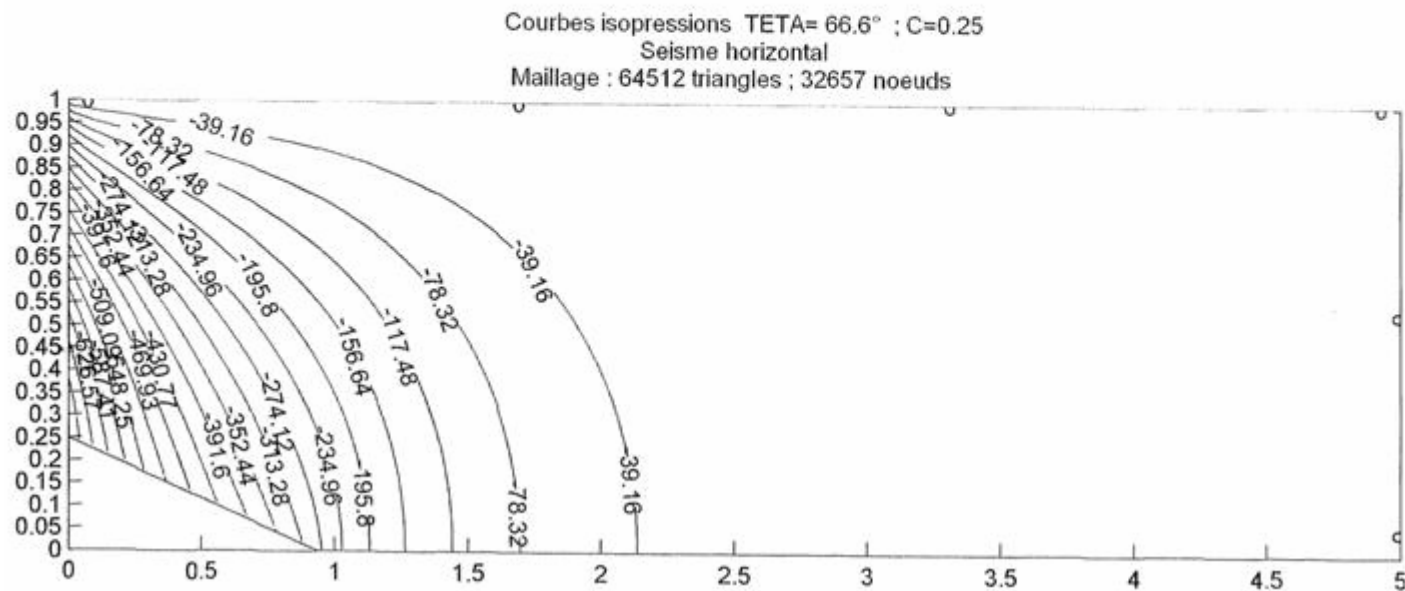


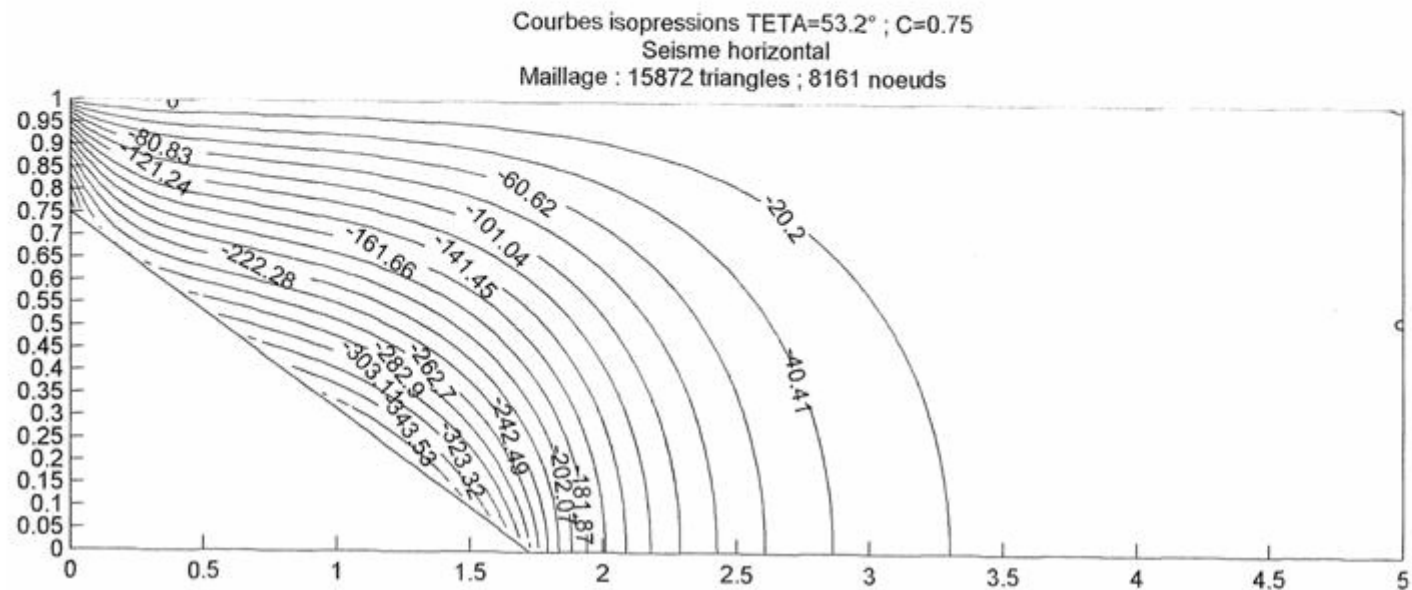
Courbes isopressions TETA=37.6° ; C=0.75  
Seisme horizontal  
Maillage : 15872 triangles ; 8161 noeuds



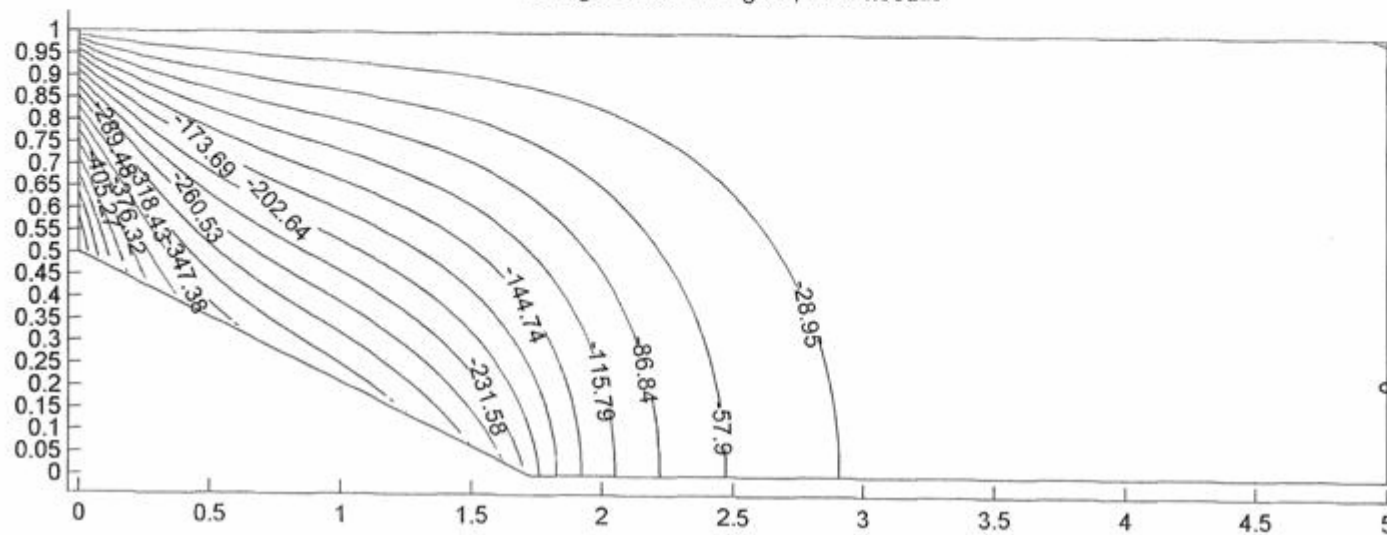
Courbes isopressions TETA=49.1° ; C=0.50  
 Seisme horizontal  
 Maillage : 30091 triangles ; 15709 noeuds

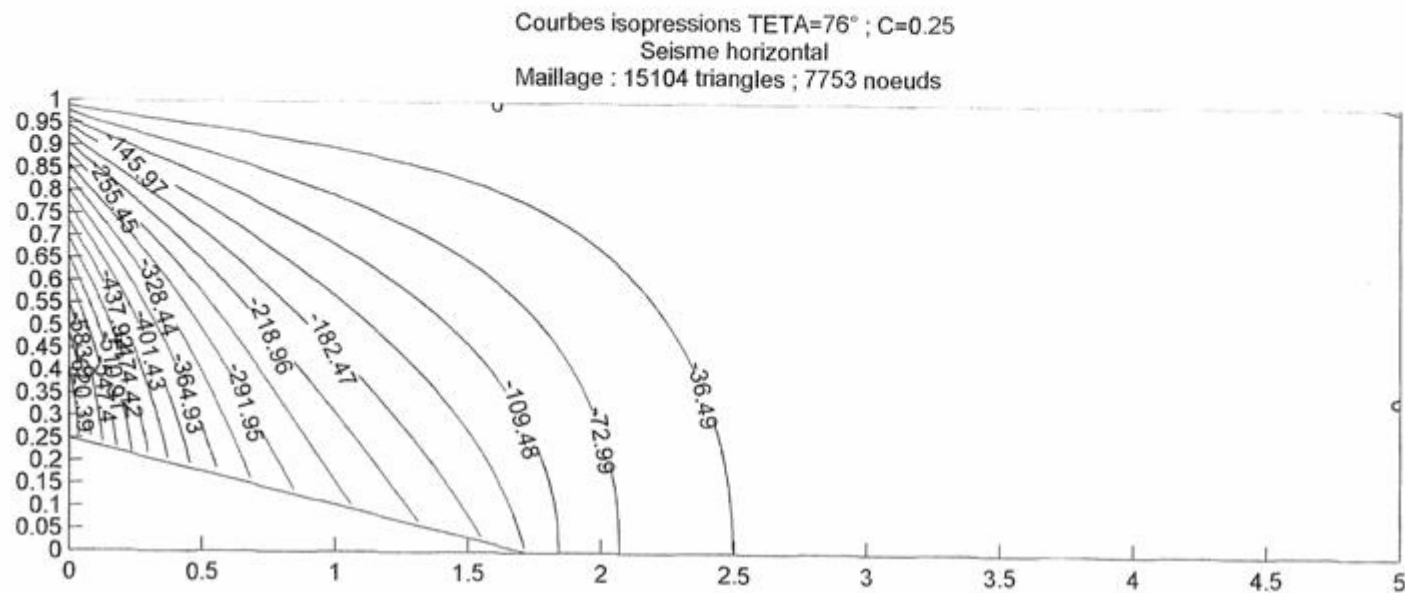






Courbes isopressions TETA=63.5° ; C=0.50  
Seisme horizontal  
Maillage : 13824 triangles ; 7105 noeuds

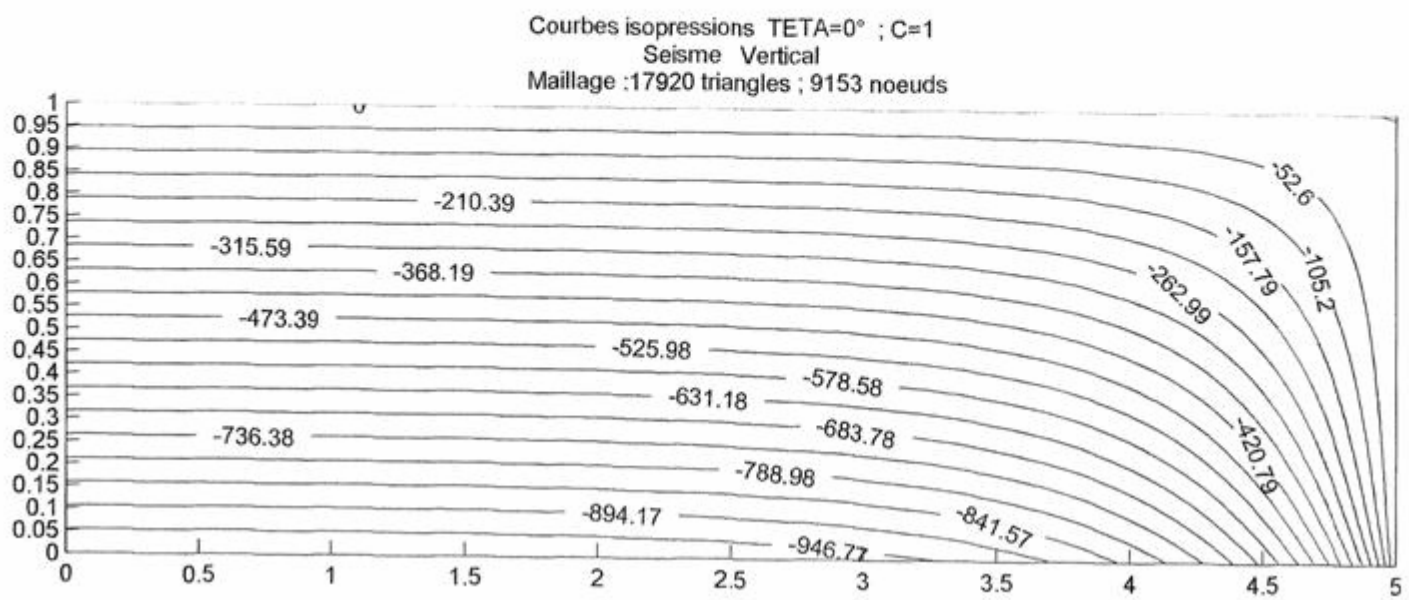




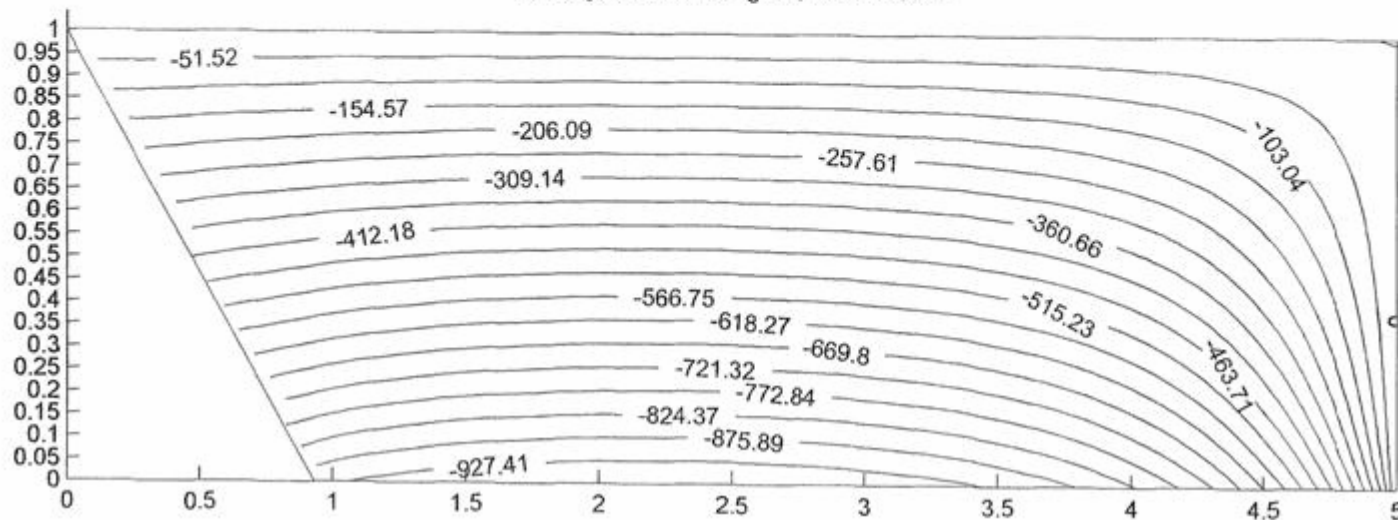


# **COURBES ISOPRESSIONS**

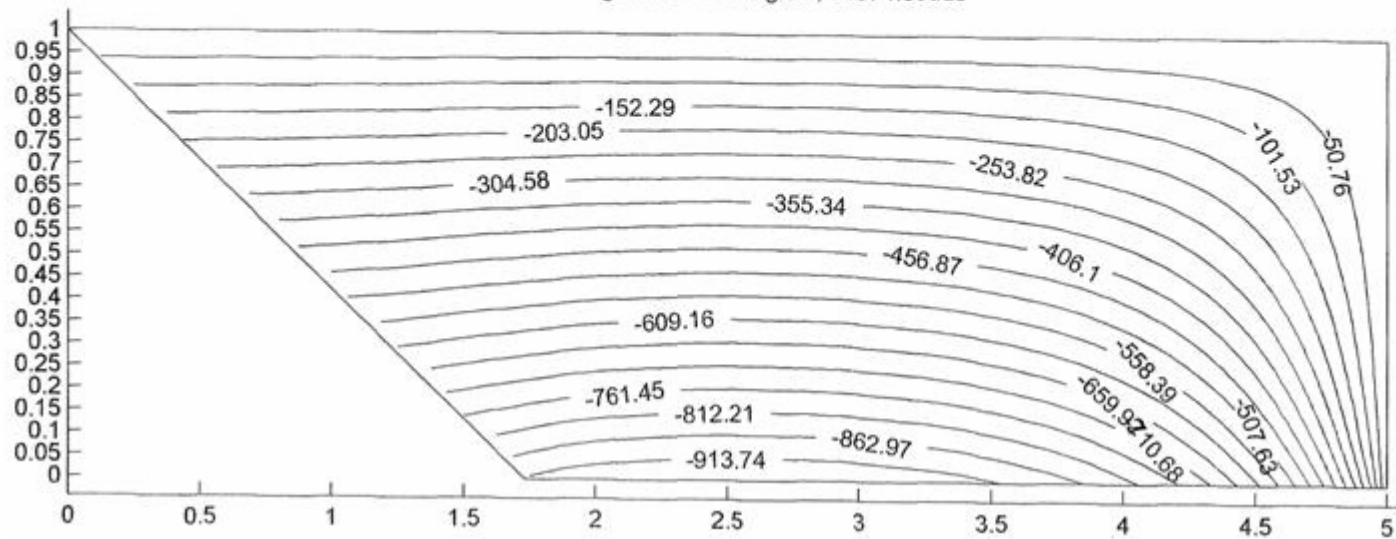
*Cas d'un chargement sismique vertical*

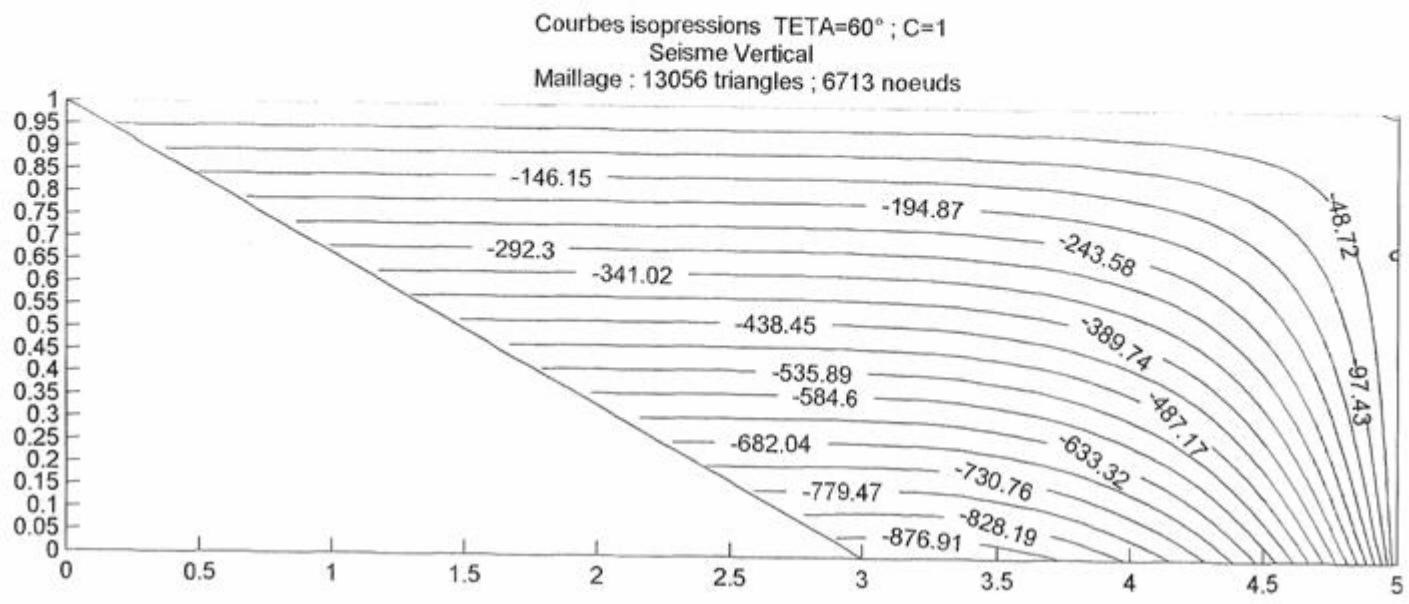


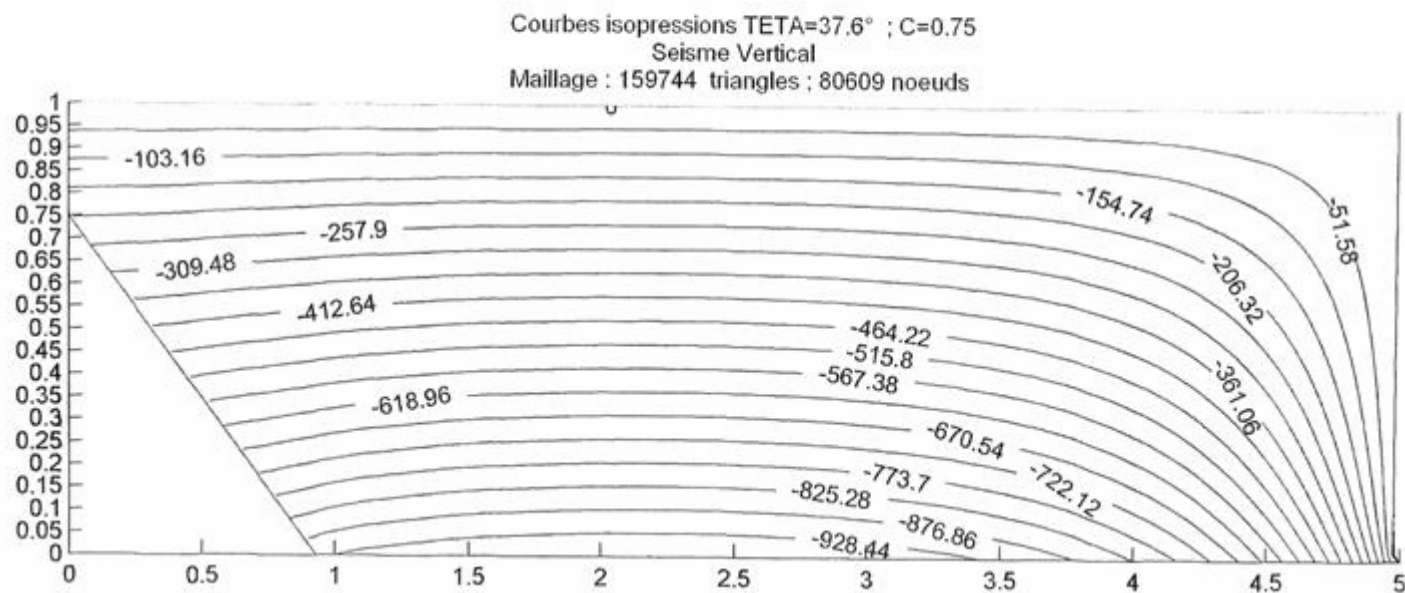
Courbes isopressions TETA=30° ; C=1  
Seisme Vertical  
Maillage :14336 triangles ; 7361 noeuds

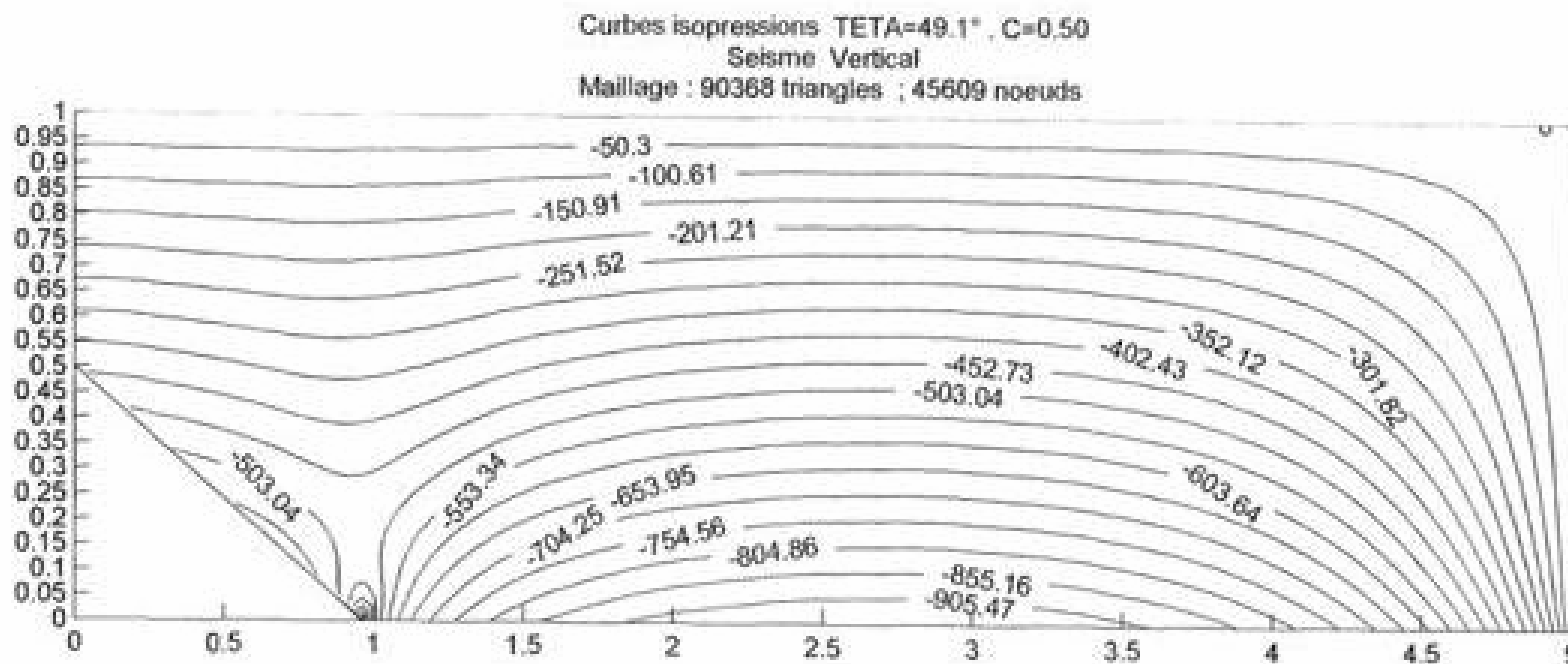


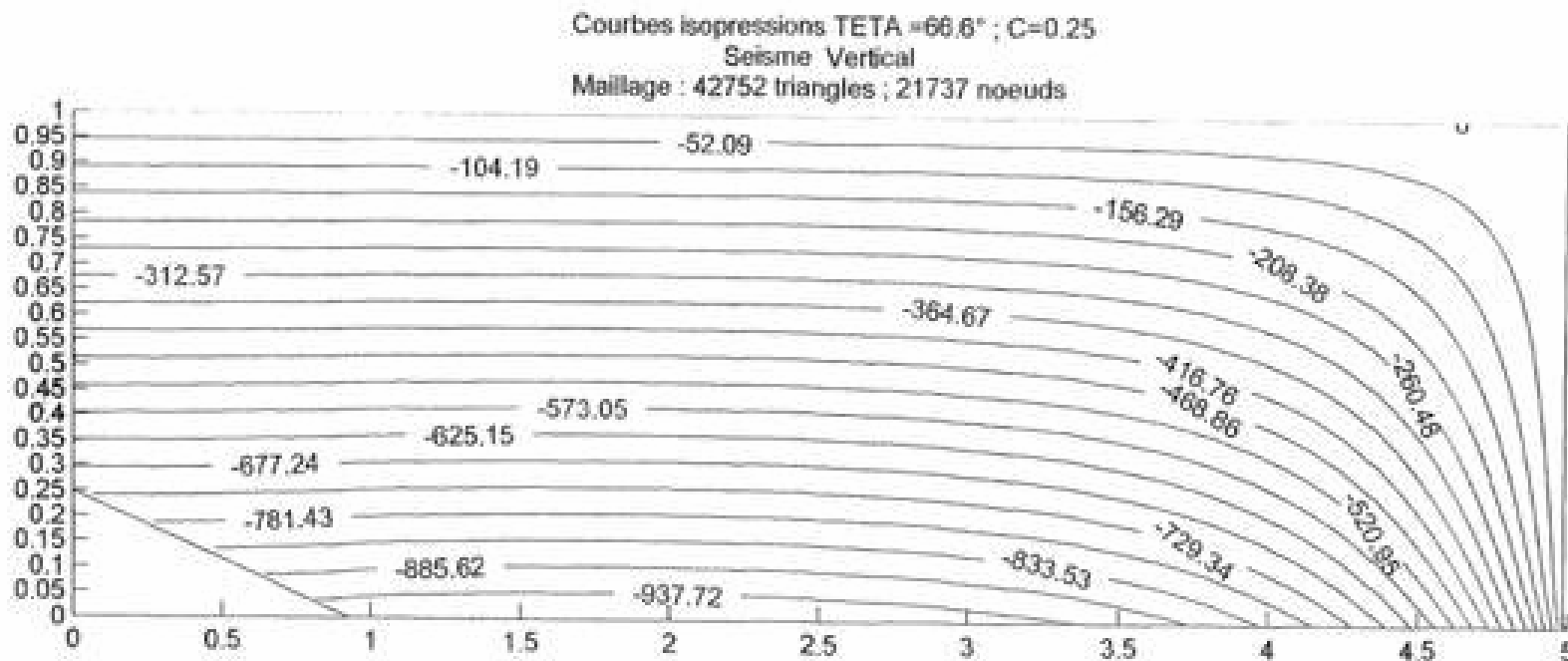
Courbes isopressions TETA=45° ; C=1  
Seisme Vertical  
Maillage : 12544 triangles ; 6457 noeuds



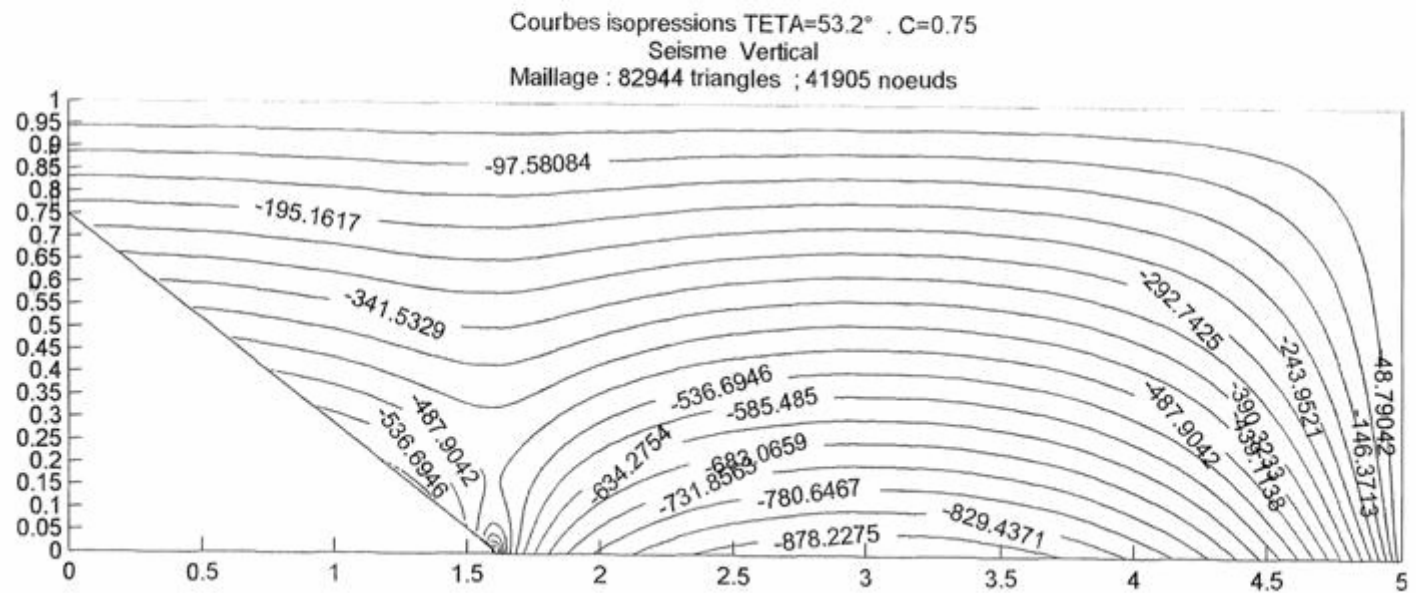




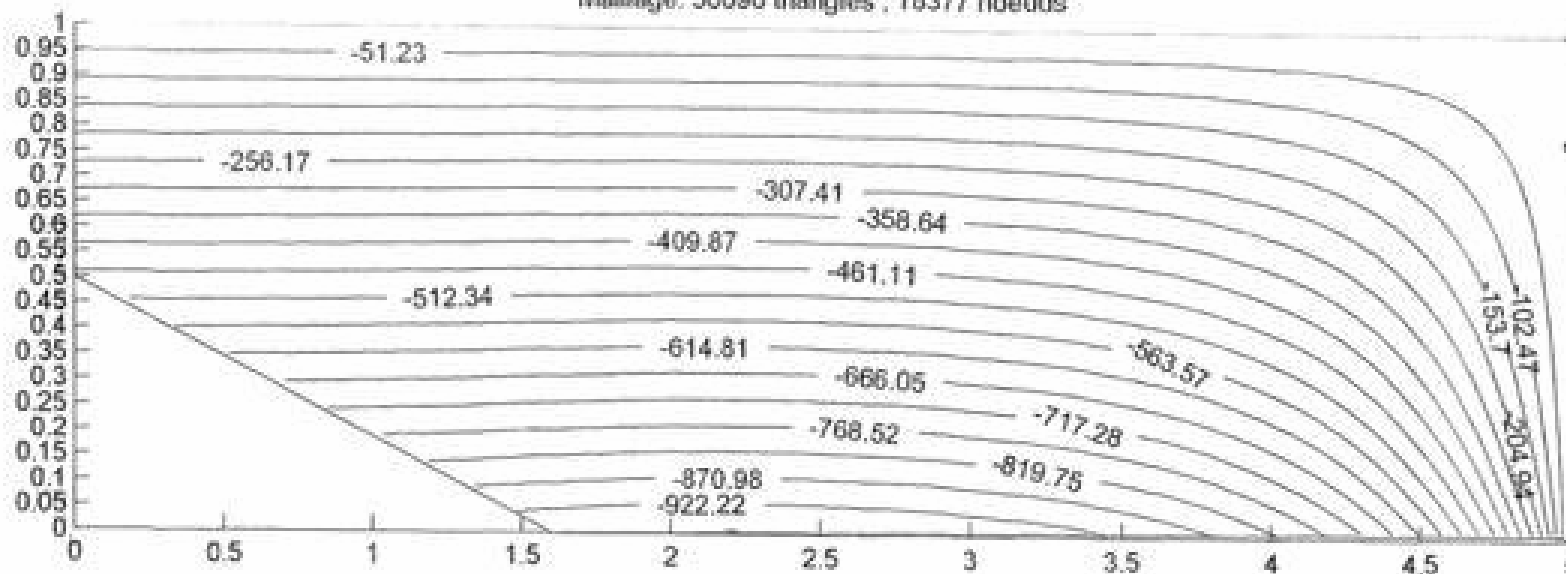


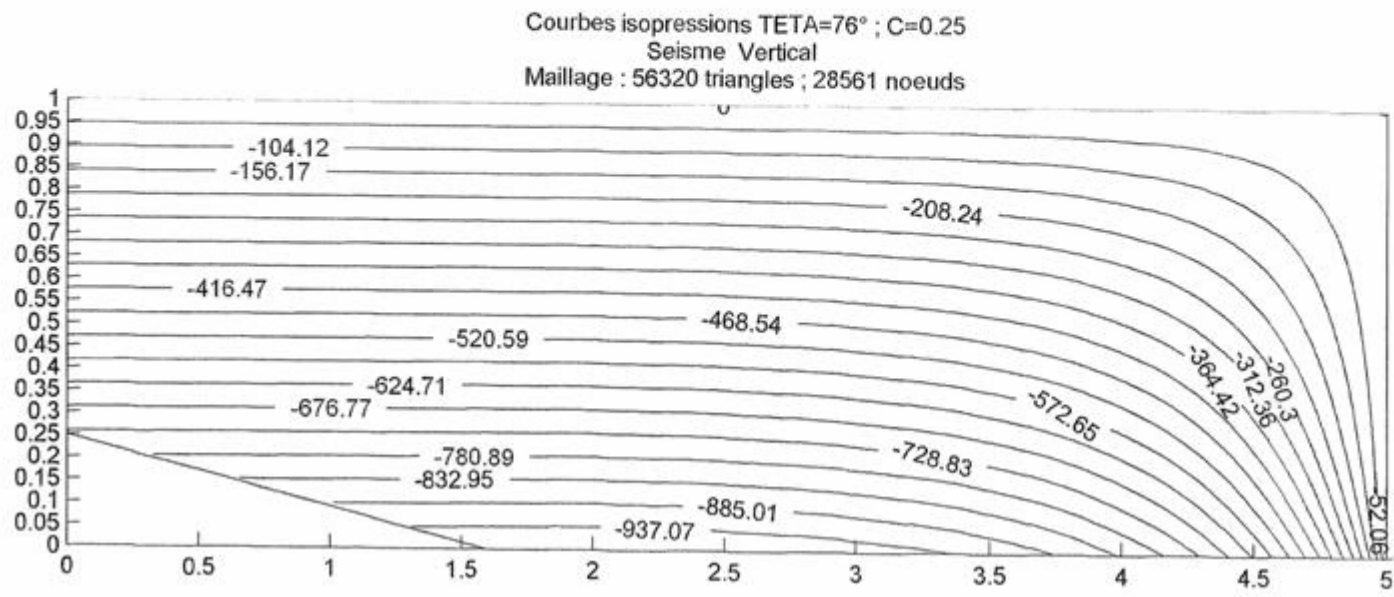






Courbes isopressions TETA =63.5° ; C= 0.50  
Seisme Vertical  
Maillage: 38096 triangles ; 18377 noeuds





## ملخص:

الضغط الهيدروديناميكي المتولد عن التنبهات الزلزالية على مستوى الواجهة غير المنتظمة للسدود المتينة، عامل فاصل لتصاميمها. هذه الدراسة تقدم من جهة، طريقة نصف تحليلية لهذا المشكل المذكور أعلاه، و من جهة أخرى، تحليلاً عددياً باستعمال طريقة العناصر المنتهية. الاختيار الملائم للشكل الهندسي للواجهة الملامسة للمائع يُمكننا من تقليص شدة هذا الضغط بشكل مُعتبر. تحليل النتائج المحصل عليها بكلتا الطريقتين، يُمكننا من الفهم الجيد لسلوك هذه السدود تحت تأثير هذا الضغط، و بالتالي، التوصل إلى اختيار تصاميم آمنة و اقتصادية في أن واحد لبنيتها الهيكلية.

**كلمات مفاتيح:** الضغط الهيدروديناميكي، التنبهات الزلزالية، طريقة العناصر المنتهية، طريقة نصف تحليلية، سد متين ذو واجهة غير منتظمة، تحليل عددي.

---

## Abstract:

The determination of hydrodynamic pressure generated by seismic excitation on rigid dams with irregular upstream face is essential for their design. This research presents, on one hand, a semi-analytical solution of the problem and on the other hand, a numerical solution based on the finite element method. An accurate choice for the geometry of the upstream face leads to a substantial reduction of the effects of the hydrodynamic pressure. Analysis of the results leads to better understanding of the behavior of this kind of dams vis a vis the seismic actions, and consequently to a design that is both safe and economical.

**Keywords:** Hydrodynamic pressure, seismic excitation, finite element method, semi-analytical solution, rigid dams with irregular upstream face, numerical solution.

---

## Résumé :

Les pressions hydrodynamiques générées par les excitations sismiques sur les parements amonts des barrages rigides, à fruits irréguliers, sont déterminantes pour leur conception. Cette étude présente, d'une part une solution semi-analytique du problème et d'autre part, une solution numérique basée sur la méthode des éléments finis. Un choix judicieux de la géométrie du parement amont permet de réduire substantiellement l'effet des pressions hydrodynamiques. L'analyse des résultats obtenus, permet, à priori, de mieux appréhender le comportement de ce type de barrages vis-à-vis des actions sismiques, et par suite, d'aboutir à la conception d'une structure optimale sur le double plan de la sécurité et de l'économie.

**Mots clés :** Pressions hydrodynamiques, excitations sismiques, méthode des éléments finis, solution semi-analytique, barrage rigide à fruit irrégulier, solution numérique.