

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

MESURE DES COEFFICIENTS DE
REFLEXION ET DE TRANSMISSION
D'UN QUADRIPOLE NON ACCESSIBLE
DIRECTEMENT (accessible par discontinuité)
DANS LA BANDE X ($8,2 \div 12,4$ GHZ)

Proposé par :
M. Trabelsi

Etudié par :
A. Achir
S. Boughali

Dirigé par :
M. Trabelsi



PROMOTION : juin 84

DEDICACES:

A mon père, A ma mère
A mes frères et sœurs
A ma femme et à mon fils
et à tous mes amis.

ACHIR

A mon père, A ma mère
A ma femme
A mes frères
A toute ma famille ainsi que mes beaux parents
Et à mes amis(es) sans lesquels la vie
serait certainement moins belle

Je dédie ce travail
S. BOUGHALI

REMERCIEMENTS

Nous remercions vivement Mr TRABELSI
notre promoteur pour l'aide et les Conseils qu'il
nous a prodigué tout au long de ce projet.

Que Mr GRABOWSKI, Professeur à l'école
Nationale polytechnique trouve ici l'expression
de nos remerciements les plus vifs pour ses
précieux Conseils.

Nos remerciements vont également à tous les
enseignants ayant participé à notre formation.
Que tous ceux qui ont contribué de près ou de
loin par leur aide morale ou matérielle trouvent
ici l'expression de notre profonde gratitude.

SYMBOLES ET ABREVIATIONS UTILISES DANS LA THESE

- f.e.m = force électromotrice .
Q = quadripole
 Z^* = Impédance Z conjuguée .
 \hat{S} = Module de S
 $\hat{\rho}$ = Module du coefficient de réflexion ρ
 $\text{Re}[Z]$ = Partie réelle de Z .
det = Δ = Déterminant.
Def = Définition
U-HF = Ultra haute fréquence .
 \nexists = n'existe pas .
 \forall = quelque soit
T.O.S = Taux d'ondes stationnaires
C.C = Court Circuit
C.O = Circuit Ouvert .
 \tilde{S} = Matrice transposée de S

TABLE des CHAPITRES :

Chap I : INTRODUCTION

Chap II : GENERALITES

II-1] propriétés générales des multipôles :

II-1-1) Matrice Caractéristique d'un multipôle

a) Matrice de dispersion [5]

II-1-2) Changement de plan de référence

II-1-3) Réciprocité

II-1-4) Multipôle sans perte

II-1-5) Symétrie géométrique.

II-1-6) Discussion sur les paramètres disponibles

II-1-7) Multipôle sans perte et réciproque.

II-2] les quadripôles :

II-2-1) Matrice Caractéristique

a) Matrice de dispersion

b) Matrice de chaîne

c) Quadripôle en cascade

II-2-2) Quadripôle passif chargé par un dipôle

II-2-3) Quadripôle passif sans perte

II-2-4) Quadripôle passif réciproque.

II-2-5) Quadripôle passif sans perte et réciproque

II-2-6) Quadripôle passif à diffraction symétrique

II-2-7) " " " antisymétrique

II-2-8) Quadripôle actif

Chap III REPRESENTATION DES QUADRIPOLES PASSIFS MICRO-ONDE PAR LES CIRCUITS EQUIVALENTS ET METHODE DE MESURE

III-1] représentation par les circuits électriques:

III-1-1) Méthode des transformateurs

III-1-2) Méthode des tangentes

III-1-3) Méthode de Weissflach

III-1-4) Méthode des Circuits Canoniques.

III-2] méthode de mesure des paramètres S_{ij} d'un
quadripole passif à faible et moyenne perte.

III-2-1) Méthode des 3 points

III-2-2) Méthode des 4 points

III-2-3) Méthode des 2 points (dite quart d'onde)

III-2-4) Méthode de Deschamp

III-3] méthode de mesure des paramètres S_{ij} d'un
quadripole passif à grande perte.

III-4] méthode de mesure des paramètres S_{ij} d'un
quadripole actif

Chap IV RESULTATS EXPERIMENTAUX

Chap V CONCLUSION

Chap I : INTRODUCTION

Dans les premiers temps de développement des techniques radio, seules les fréquences les plus basses étaient utilisées. Avec l'évolution de la connaissance scientifique et technique, le nombre des utilisateurs et les applications possibles ont considérablement augmenté. Il en a résulté un encombrement du spectre des fréquences dont on a pu s'échapper qu'en élargissant ce spectre vers les hautes fréquences. Des conventions internationales ont alloué les fréquences disponibles aux divers organismes utilisateurs.

Le domaine des hyperfréquences a été atteint pendant la 2^e guerre mondiale avec l'apparition des radars de guerre. L'augmentation de fréquence signifie une diminution de la longueur d'onde mais aussi l'apparition de nouveaux problèmes car les dimensions des composants utilisés sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde. La théorie des lignes de transmission fournit la solution à ces problèmes en technologie micro-ondes (300 MHz - 300 GHz).

Depuis son apparition, cette technique ultra-haute fréquence a été appliquée à de nombreux systèmes de radar et de communication et est employée par les scientifiques pour les recherches dans les matériaux et les plasmas.

Ses possibilités des télécommunications deviendront plus

importantes avec l'augmentation des fréquences pour s'éloigner de la partie encombrée du spectre et se déplacer vers les hyperfréquences plus élevées.

Des programmes de satellites mondiaux sont établis pour la radiodiffusion et la transmission des données. Ses transmissions directes de signaux de télévision en hyperfréquences se répandent rapidement.

Ses hyperfréquences sont très utilisées pour les problèmes de sécurité : radars de veille, systèmes de guidage des missiles, radars Doppler.

La navigation par air ou par mer fait appel de façon importante aux hyperfréquences et gagne en sécurité avec les radars de surveillance, de proximité, de guidage à courte ou longue distance, les radars météo.

Ses sources hyperfréquences à l'état solide dont on dispose maintenant élargissent le champ d'application des hyperfréquences en permettant la fabrication de matériels légers et peu encombrants qui offrent une bonne fiabilité pour un prix de revient intéressant. Dans le domaine grand public, on trouve de plus en plus de détecteurs de présence, de mesureurs de vitesse, jusqu'au four à micro-ondes.

Le domaine des hyperfréquences est appelé à connaître un développement rapide dans les prochaines années et ne concerne plus seulement les ingénieurs et les chercheurs travaillant

importantes avec l'augmentation des fréquences pour s'éloigner de la partie encombrée du spectre et se déplacer vers les hyperfréquences plus élevées.

Des programmes de satellites mondiaux sont établis pour la radiodiffusion et la transmission des données. Ses transmissions directes de signaux de télévision en hyperfréquences se répandent rapidement.

Les hyperfréquences sont très utilisées pour les problèmes de sécurité : radars de veille, systèmes de guidage des missiles, radars Doppler.

La navigation par air ou par mer fait appel de façon importante aux hyperfréquences et gagne en sécurité avec les radars de surveillance, de proximité, de guidage à courte ou longue distance, les radars météo.

Ses sources hyperfréquences à l'état solide dont on dispose maintenant élargissent le champ d'application des hyperfréquences en permettant la fabrication de matériels légers et peu encombrants qui offrent une bonne fiabilité pour un prix de revient intéressant. Dans le domaine grand public, on trouve de plus en plus de détecteurs de présence, de mesureurs de vitesse, jusqu'au four à micro-ondes.

Le domaine des hyperfréquences est appelé à connaître un développement rapide dans les prochaines années et ne concerne plus seulement les ingénieurs et les chercheurs travaillant

sur des dispositifs très complexes.

Un quadripôle en hyperfréquence est complètement défini si on arrive à définir sa matrice caractéristique [S] appelée matrice de dispersion [ou aussi matrice de transmission]. Celle-ci renferme les coefficients de réflexion et de transmission propre au quadripôle.

L'emploi du coefficient de réflexion s'avère efficace puisqu'il est facile de suivre ses transformations le long d'une chaîne de quadripôle son évolution est représentée par une simple transformation homographique.

Une autre représentation du quadripôle utilise le schéma électrique pour le caractériser ex: Méthode du transformateur, Circuit de Weissflach, Circuit Canonique. Ces représentations permettent de pouvoir travailler dans les conditions optimales, de connaître à l'avance le comportement du circuit utilisé.

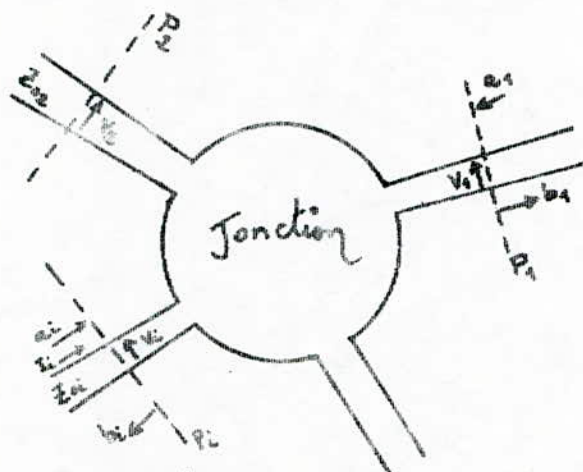
Dans ce qui suit nous avons développé les différentes méthodes de mesure de la matrice [S] d'un quadripôle d'une façon générale et plus particulièrement d'un quadripôle non accessible directement qui est le sujet de notre travail.

Chap: II GENERALITES

II-1] propriétés générales des multipôles :

II-1-1) Matrice Caractéristique d'un multipôle :

Un nombre de lignes de transmission ou guides d'ondes Convergent vers une même région forment une jonction. Un plan de référence qui est un plan de section droite est choisi sur chaque ligne ou guide. L'enceinte Comprenant la jonction, les portions de ligne et les plans de référence Constituent un multipôle.



Chaque porte se Caractérise par : — Son impédance Caractéristique Z_{0i}
 — L'onde incidente a_i
 — L'onde sortante b_i

a] Matrice de dispersion ou de transmission [S]

Pour Caractériser le multipôle indépendamment de ses terminaisons nous chercherons une grandeur sous forme d'une matrice ressemblant les paramètres Caractéristiques de ce multipôle.

L'étude du multipôle revient alors à la connaissance des éléments S_{ij} de cette matrice

que nous appellerons $[S]$. Ses S_{ij} sont déterminés pour des plans de référence choisis et une fréquence fixe.

Ses milieux contenus dans le multipôle sont supposés linéaires, ce qui permet d'écrire une onde sortante b_i comme la somme de toutes les ondes entrantes a_j affectées des constantes S_{ij} .

$$b_i = S_{i1} a_1 + S_{i2} a_2 + \dots + S_{in} a_n$$

En faisant varier i de 1 à n on obtient l'écriture suivante sous forme matricielle.

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & \dots & \dots \\ \vdots & & \\ \vdots & & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

Soit d'une manière plus simple $[b] = [S][a]$ — (1)

L'équation (1) définit la matrice $[S]$ du multipôle

- Signification physique des éléments S_{ij} :

Si on excite la porte i avec une onde a_i en adaptant toutes les autres terminaisons on a :

$$\begin{cases} a_j = 0 & j = 1, \dots, n \\ & j \neq i \end{cases} \quad \text{d'où } b_k = S_{ki} a_i$$

* Pour $k = i \rightarrow S_{ki} = S_{ii}$ représente le coeff de réflexion de l'accès i

• Pour $k \neq i \rightarrow S_{ki}$ représente le coeff de transmission de l'accès i vers l'accès k

Alors $S_{ii} S_{ii}^* = |S_{ii}|^2$ représente le rapport de la puissance réfléchie par le multipôle à la puissance incidente à travers le plan P_i du bras i .

Quand $S_{ii} = 0 \Rightarrow$ le bras i est adapté à la jonction.

Pour les éléments non diagonaux S_{ij} (avec $i \neq j$)

$$b_i = S_{ij} a_j \text{ lorsque } a_p = 0 \text{ pour tout } p \neq j$$

Si l'on place un générateur à la terminaison T_j et un détecteur adapté à T_i (toutes les autres terminaisons étant également adaptées) $\Rightarrow \frac{b_i}{a_j} = S_{ij}$ Coeff de transmission entre les bras $(j) \rightarrow (i)$

La condition d'adaptation est réalisée

$$\Rightarrow S_{ij} S_{ij}^* = |S_{ij}|^2 = \frac{\text{Puissance émergente par } P_i}{\text{Puissance incidente par } P_j}$$

Comme nous considérons que les multipôles sont passifs les éléments S_{ij} représentent soit des coefficients de réflexion soit des coefficients de transmission on aura toujours $|S_{ij}| \leq 1$

- Signification physique des ondes a_i et b_i

Pour l'accès i on a les expressions de la tension et du courant comme :

$$V_i(z) = V_i^+ e^{-\gamma_i z} + V_i^- e^{\gamma_i z}$$

$$Z_{oi} I_i(z) = V_i^+ e^{-\gamma_i z} - V_i^- e^{\gamma_i z}$$

Z_{oi} sera réelle pour la suite :

$$2 V_i^+ = e^{\gamma_i z} [V_i(z) + Z_{oi} I_i(z)]$$

$$2 V_i^- = e^{-\gamma_i z} [V_i(z) - Z_{oi} I_i(z)]$$

$$\text{On pose } a_i = \frac{V_i^+ e^{-\gamma_i z}}{\sqrt{Z_{oi}}} \quad ; \quad b_i = \frac{V_i^- e^{\gamma_i z}}{\sqrt{Z_{oi}}}$$

$$\text{On obtient : } V_i = (a_i + b_i) \sqrt{Z_{oi}} \quad \text{et} \quad I_i = \frac{a_i - b_i}{\sqrt{Z_{oi}}}$$

La puissance moyenne est donnée par $P_m = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (V_i I_i^*)$

$$P_m = \frac{1}{2} [a_i a_i^* - b_i b_i^*] = \frac{1}{2} [|a_i|^2 - |b_i|^2]$$

La puissance moyenne totale : $P_{mt} = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n |a_i|^2 - \sum_{i=1}^n |b_i|^2 \right]$

- Cas particulier du multipôle sans perte:

La puissance dissipée est nulle dans ce cas

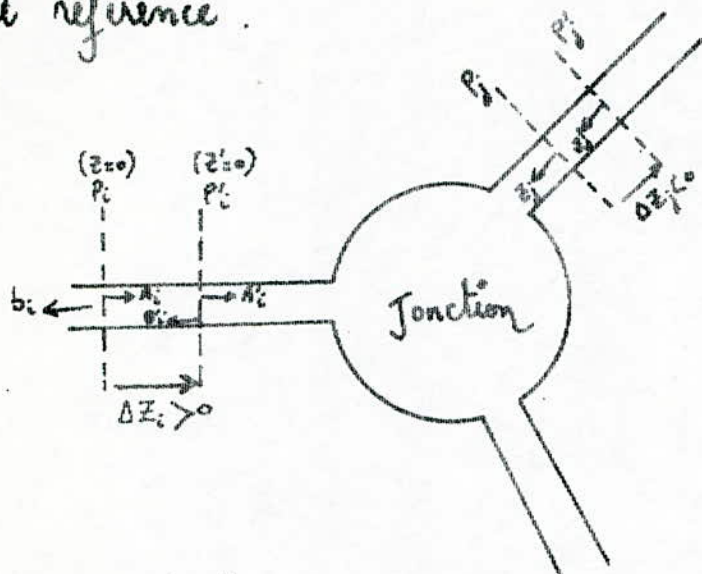
$$0 = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^n |a_i|^2 - \sum_{i=1}^n |b_i|^2 \right]$$

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^n |a_i|^2 = \sum_{i=1}^n |b_i|^2$$

La puissance totale entrante est égale à la puissance totale sortante.

II-1-2) Changement de plans de référence :

On peut simplifier le nombre de paramètres de la matrice $[S]$ d'un multipôle avec un choix adéquat des plans de référence.



Imposons à chaque plan de référence P_i un déplacement Δz_i qui peut être positif vers les z croissants ou négatif vers les z décroissants. La nouvelle matrice de transmission du multipôle considéré est $[S']$ et cela par rapport au nouvel ensemble de plan de référence (P'_1, P'_2, \dots)

-Relation entre $[S]$ et $[S']$

(A_i, B_i) sur le plan P_i du bras (i)

(A'_i, B'_i) sur le plan P'_i du bras (i)

$$A'_i = A_i e^{-\gamma_{g_i} \Delta z_i} \quad \Rightarrow \quad A_i = A'_i e^{\gamma_{g_i} \Delta z_i}$$

$$B_i = B'_i e^{-\gamma_{g_i} \Delta z_i}$$

$$[\gamma_{g_i} = c \frac{st_a}{v} \text{ de propagation guidée}]$$

$$\Rightarrow \begin{cases} [A] = [T] [A'] \\ [B] = [T]^{-1} [B'] \end{cases} \quad T = \begin{bmatrix} e^{\gamma_1 \Delta z_1} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & e^{\gamma_2 \Delta z_2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & e^{\gamma_n \Delta z_n} \end{bmatrix}$$

$$T_{ij} = \delta_{ij} e^{\gamma_i \Delta z_i}$$

Matrice diagonale (n x n)

$$\delta_{ij} = \text{Symbole de Kronecker} = \begin{cases} 1 \text{ pour } i=j \\ 0 \text{ pour } i \neq j \end{cases}$$

$$\left. \begin{matrix} B = SA \\ B = T^{-1} B' \\ A = TA' \end{matrix} \right\} \Rightarrow T^{-1} B' = S T A' \Rightarrow \begin{matrix} B' = T S T A' \\ B' = S' A' \end{matrix} \Rightarrow \boxed{S' = T S T}$$

$$\Rightarrow \boxed{S'_{ij} = S_{ij} e^{(\gamma_i \Delta z_i + \gamma_j \Delta z_j)}$$

Remarque:

1°] On voit que le changement des plans de référence n'affecte que les arguments des éléments de la matrice de transmission leurs modules restent inchangés.

2°] Il est possible de rendre les éléments S'_{ij} réels en choisissant convenablement les plans de référence

$$S_{ij} = |S_{ij}| e^{j\varphi_{ij}} \quad S'_{ij} = |S'_{ij}| e^{j\varphi'_{ij}}$$

Supposons que les bras i et j sont constitués de la même espèce de guide fonctionnent sur le même mode

$$\Rightarrow \beta_{zi} = \beta_{zj} = \beta_z \text{ [guides à pertes négligeables]}$$

$$|S_{ij}| = |S'_{ij}| \text{ et } \varphi'_{ij} = \varphi_{ij} + \beta_z (\Delta z_i + \Delta z_j)$$

Pour que S'_{ij} soit réel il faut que $\varphi'_{ij} = 0 + 2k\pi$

$$\Rightarrow \varphi_{ij} + \beta_z (\Delta z_i + \Delta z_j) = 0 + 2k\pi$$

$$\varphi_{ij} + \frac{2\pi}{\lambda_g} (\Delta z_i + \Delta z_j) = 2k\pi$$

$$\varphi_{ij} = -\frac{2\pi}{\lambda_g} (\Delta z_i + \Delta z_j) + 2k\pi \quad (k \text{ entier}).$$

Pour rendre l'élément S'_{ij} réel ($\varphi'_{ij} = 2k\pi$) on a n choix pour les déplacements sur les n bras \Rightarrow on peut rendre réel n éléments de la matrice de transmission au maximum.

II-1-3) Réciprocité :

Un multipôle passif contenant des matériaux isotropes (σ, ϵ, μ sont des scalaires) est réciproque.

Cette propriété se traduit par $S_{ij} = S_{ji}$ (i et j 2 bras quelconques du multipôle). La matrice $[S]$ est alors symétrique.

Remarque :

La symétrie de la matrice $[S]$ ne préfigure aucune symétrie géométrique pour le multipôle.

Pour démontrer la réciprocité du multipôle on utilise le théorème de LORENTZ sous sa forme intégrale (voir BOUDOIRIS)

II-4) Multipole sans perte :

Dans le cas d'un multipole sans perte sa matrice caractéristique $[S]$ vérifie la relation $\tilde{S}^* S = I$

$$\text{ou } \tilde{S} S^* = I$$

En l'absence de perte, la puissance entrante dans le multipole est égale à la puissance émergente

$$\frac{1}{2} \sum_{p=1}^n A_p A_p^* = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n B_p B_p^*$$

$$\text{ou } A_1 A_1^* + A_2 A_2^* + \dots + A_n A_n^* = B_1 B_1^* + B_2 B_2^* + \dots + B_n B_n^*$$

Sous forme matricielle on aura :

$$\begin{bmatrix} A_1^* & \dots & A_n^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^* & \dots & B_n^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}^* A = \tilde{B}^* B = (\tilde{S} A)^* S A = (\tilde{S} \tilde{A})^* S A = \tilde{S}^* \tilde{A}^* S A$$

$$\Rightarrow \boxed{S = \tilde{S}^* = I}$$

Remarque : Pour le multipole avec perte (dissipatif) on a :

$$P_{\text{entrante}} = P_{\text{émergente}} + P_{\text{absorbée}}$$

Les éléments S_{ij} de la matrice de transmission se trouvent encore liés entre eux mais par des relations qui ne sont pas simples et qui dépendent de chaque cas particulier.

II-4.5) Symétrie géométrique :

La plupart des multipoles ont une structure qui présente une symétrie géométrique. Le choix des plans de référence préserve cette symétrie structurale et la symétrie géométrique se retrouve dans la matrice $[S]$ des multipoles.

II-4-6) Discussion sur les paramètres disponibles:

Une matrice Caractéristique d'un multipole contient n^2 éléments chaque élément est un nombre complexe c'est à dire un couple de 2 n^{bre} réels (a, b)
 a et b sont des paramètres \Rightarrow la matrice aura $2n^2$ paramètres n paramètres de cette matrice correspondent aux plans de référence. Soit $(2n^2 - n)$ paramètres qui restent; décrivent les propriétés physiques du multipole.
 La connaissance du nombre de paramètre disponible est importante puisqu'elle permet de savoir d'avance si la réalisation de tel dispositif est en principe possible ou non.

Si l'on désire imposer à un multipole une certaine propriété il faut le faire avec le minimum de condition indépendante.

ex: ① L'adaptation du bras (i) sur la jonction s'interprétera par $|S_{ij}| = 0$ qui sera comptée comme une seule condition.

② L'absence de perte réduit les Z_{ij} en imaginaires purs. $Z_{ij} = jX_{ij}$ n^2 équations \Rightarrow l'absence de perte bloque n^2 paramètres à elle seule et laisse $(2n^2 - n) - n^2 = n(n-1)$ paramètres disponibles.

③ La réciprocité se traduit par $Z_{ij} = Z_{ji} \Rightarrow$ on a n choix pour l'indice i et $(n-1)$ pour l'indice j (car $j = i$ ne donne pas une équation indépendante)

Parmi les $n(n-1)$ équations obtenues, 2 par 2 sont identiques il y a donc $\frac{n(n-1)}{2}$ équations indépendantes qui sont généralement complexes et se développent en $n(n-1)$ équations réelles. Il en résulte que la réciprocité à elle seule bloque $n(n-1)$ paramètres

II-1-7) Multipole sans perte et réciproque :

Il bloque $n^2 + \frac{1}{2}n(n-1) \Rightarrow n^{brc}$ de paramètres disponibles est : $(2n^2 - n) - [n^2 + \frac{1}{2}n(n-1)] = \frac{1}{2}n(n-1)$

Tableau donnant le n^{brc} de paramètres pour les multipôles sans perte :

	N_{brc}^{total} des paramètres	N_{brc}^{total} de paramètres physiques	Paramètres physiques disponibles	
			Sans perte et non réciproque	Sans perte et réciproque
Multipôle à n bras	$2n^2$	$2n^2 - n$	$n(n-1)$	$\frac{1}{2}n(n-1)$
Quadrupôle ($n=2$)	8	6	2	1
Hexapôle ($n=3$)	18	15	6	3
Octopôle ($n=4$)	32	28	12	6

Quand le multipôle est dissipatif (avec perte) le bilan de puissance exprimant la conservation de l'énergie ne se traduit plus par des relations simples.

Ces paramètres physiques sont :

$2n^2 - n$ s'il est non réciproque

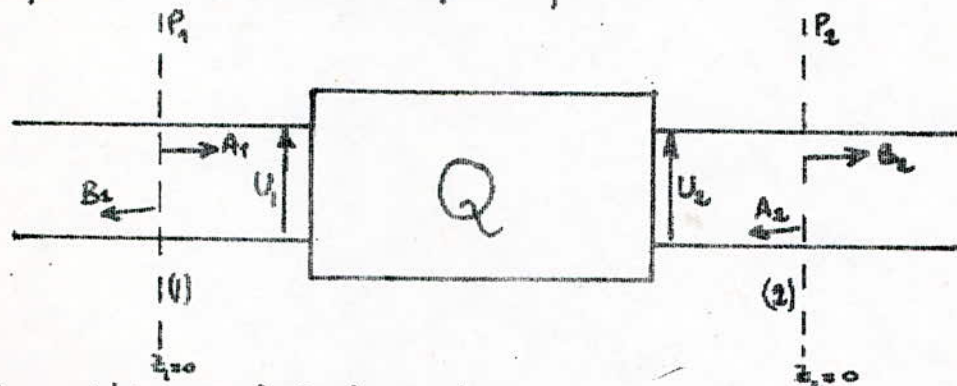
$(2n^2 - n) - n(n-1) = n^2$ s'il est réciproque.

Ces paramètres doivent être déterminés de façon que le bilan (Puissance entrante = Puissance émergente + Perte)
Cette condition réduit le choix des paramètres.

II-2] les quadripoles :

On appelle Quadripole un ensemble d'élément aboutissant à 2 paires de bornes, une d'entrée et une de sortie.

Représentation d'un quadripole :



II-2] Propriétés générales des quadripoles

- Matrice Caractéristique :

Ses grandeurs rapportées aux plans de référence $P_1 (z_1=0)$ et $P_2 (z_2=0)$ sont reliées entre elles par les matrices suivantes :

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \quad [S]: \text{matrice de transmission.}$$

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = [Z] \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \quad [Z]: \text{Matrice d'impédance}$$

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = [Y] \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad [Y]: \text{Matrice d'admittance}$$

a) Matrice de dispersion:

$$A_i = \frac{1}{2} \left(\frac{U_i}{\sqrt{Z_0}} + \sqrt{Z_0} I_i \right) \quad i = 1, 2$$

$$B_i = \frac{1}{2} \left(\frac{U_i}{\sqrt{Z_0}} - \sqrt{Z_0} I_i \right) \quad i = 1, 2$$

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = S_{11} A_1 + S_{12} A_2$$

$$B_2 = S_{21} A_1 + S_{22} A_2$$

Quand le dipôle (2) est adapté \Rightarrow pas de réflexion $A_2 = 0$

$$S_{11} = \left(\frac{B_1}{A_1} \right)_{A_2=0} = \Gamma_1 \rightarrow \text{Coeff de réflexion à l'entrée du quadripôle.}$$

Quand le dipôle (1) est adapté \Rightarrow pas de réflexion $A_1 = 0$

$$S_{22} = \left(\frac{B_2}{A_2} \right)_{A_1=0} = \Gamma_2 \rightarrow \text{Coeff de réflexion à la sortie du quadripôle.}$$

Lorsque le dipole (2) est adapté $\Rightarrow A_2 = 0$

alors $S_{21} = \left(\begin{array}{c} B_2 \\ A_1 \end{array} \right)_{A_2=0} \rightarrow$ Coeff de transmission de (1) vers (2)

Lorsque le dipole (1) est adapté $\Rightarrow A_1 = 0$

alors $S_{12} = \left(\begin{array}{c} B_1 \\ A_2 \end{array} \right)_{A_1=0} \rightarrow$ Coeff de transmission de (2) vers (1)

b) Matrice chaîne

On fait introduire une matrice Caractéristique supplémentaire, la matrice chaîne $[C]$ particulièrement utile lorsqu'on a plusieurs quadripôles en cascade.

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = [C] \begin{pmatrix} B_2 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} B_2 \\ A_2 \end{pmatrix}$$

Cette matrice $[C]$ relie les ondes dans le plan P_1 aux ondes dans le plan P_2

$$\text{on a: } [B] = [S][A] \Rightarrow \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{d'où (1) } B_1 = S_{11} A_1 + S_{12} A_2$$

$$(2) B_2 = S_{21} A_1 + S_{22} A_2 \Rightarrow A_1 = \frac{B_2}{S_{21}} - \frac{S_{22} A_2}{S_{21}}$$

je remplace A_1 par son expression dans l'eq (1)

$$B_1 = S_{11} \left[\frac{B_2}{S_{21}} - \frac{S_{22} A_2}{S_{21}} \right] + S_{12} A_2$$

$$B_1 = \frac{S_{11}}{S_{21}} B_2 - \frac{S_{22} S_{11}}{S_{21}} A_2 + S_{12} A_2 = \frac{S_{11}}{S_{21}} B_2 + A_2 \left[S_{12} - \frac{S_{22} S_{11}}{S_{21}} \right]$$

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S_{21}} & -\frac{S_{12}}{S_{21}} \\ \frac{S_{11}}{S_{21}} & S_{12} - \frac{S_{11}S_{22}}{S_{21}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_2 \\ A_2 \end{bmatrix}$$

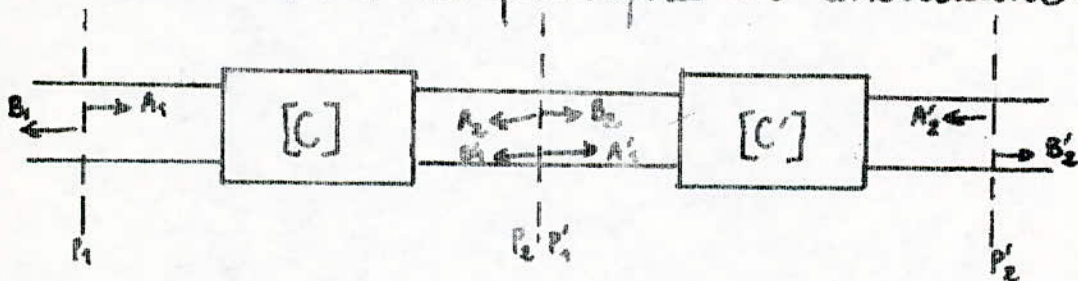
Enfinement on obtient les relations suivantes

$$C_{11} = \frac{1}{S_{21}} \quad ; \quad C_{12} = -\frac{S_{12}}{S_{21}}$$

$$C_{21} = \frac{S_{11}}{S_{21}} \quad C_{22} = \left(S_{12} - \frac{S_{11}S_{22}}{S_{21}} \right)$$

c) quadripoles en cascades :

Plusieurs quadripoles en Cascade Constituent un nouveau quadripole unique. Déterminons la matrice de chaîne de ce quadripole équivalent en fonction des matrices de chaîne des quadripoles le constituant.



Le nouveau quadripole est délimité par P₁ et P₂'.

Soit [C_r] sa matrice de chaîne

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = [C_r] \begin{pmatrix} B'_2 \\ A'_2 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} P'_1 \text{ est confondu avec } P_2 \\ A_2 = B'_2 \text{ et } B_2 = A'_2 \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = [C] \begin{pmatrix} B_2 \\ A_2 \end{pmatrix} = [C] \begin{pmatrix} A'_1 \\ B'_1 \end{pmatrix} = [C][C'] \begin{pmatrix} B'_2 \\ A'_2 \end{pmatrix}$$

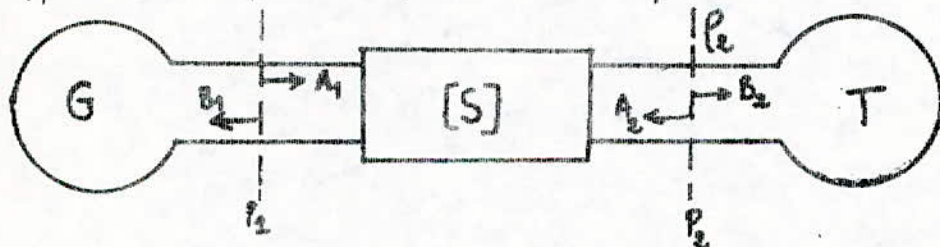
$$\text{d'où } [C_r] = [C] \cdot [C']$$

Nous avons n quadripôles en cascade de matrices de chaîne respectives $[C_1], [C_2], \dots, [C_n]$ alors la matrice de chaîne du quadripôle équivalent sera :

$$[C_r] = [C_1][C_2] \dots [C_n]$$

1-2-2) quadripôle chargé par un dipôle :

Soit un quadripôle de matrice de transmission $[S]$ défini par rapport aux plans P_1 et P_2 alimenté par son entrée par un générateur chargé à sa sortie par un dipôle. Désignons par ρ_2 le coefficient de réflexion rapporté au plan P_2 de ce dipôle.



$$\text{On a } A_2 = \rho_2 B_2$$

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix}$$

$$B_1 = S_{11} A_2 + S_{12} A_e$$

$$B_2 = S_{21} A_1 + S_{22} A_2$$

\Rightarrow

$$B_1 = S_{11} A_1 + S_{12} \rho_2 B_2$$

$$B_2 = S_{21} A_1 + S_{22} \rho_2 B_2 \Rightarrow B_2 = \frac{S_{21}}{(1 - S_{22} \rho_2)} A_1$$

$$B_1 = S_{11} A_1 + S_{12} \rho_2 \frac{S_{21} A_1}{1 - S_{22} \rho_2} = \left(S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \rho_2}{1 - S_{22} \rho_2} \right) A_1$$

$$\rho_1 = \frac{B_1}{A_1} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \rho_2}{1 - S_{22} \rho_2}$$

Ou en fct des éléments de la matrice chaîne [C] du quadripole

$$\rho_1 = \frac{C_{21} + C_{22} \rho_2}{C_{11} + C_{12} \rho_2}$$

[I-2.3) quadripole sans perte :

Un quadripole sans perte est caractérisé par la relation suivante : $\tilde{S}^* S = I$ (I : matrice unité
S : " de transmission)

Ce qui entraîne les relations suivantes :

$$S_{11}^* S_{11} + S_{21}^* S_{21} = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$$

$$S_{12}^* S_{12} + S_{22}^* S_{22} = |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1$$

$$S_{12}^* S_{11} + S_{22}^* S_{21} = S_{11}^* S_{12} + S_{21}^* S_{22} = 0$$

Si l'on pose $|S_{11}| = a$ (a réel $0 \leq a \leq 1$)

Les Matrices [S] et [C] s'écrivent :

$$S = \begin{bmatrix} a e^{j\varphi_{11}} & \sqrt{1-a^2} e^{j\varphi_{12}} \\ -\sqrt{1-a^2} e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22} - \varphi_{12})} & a e^{j\varphi_{22}} \end{bmatrix}$$

$$[C] = \frac{e^{j\varphi_{12}}}{\sqrt{1-a^2}} \begin{bmatrix} -e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22})} & a e^{j\varphi_{11}} \\ -a e^{j\varphi_{22}} & 1 \end{bmatrix}$$

Il reste donc 4 paramètres indéterminés 1 module a et 3 arguments (φ_{11} , φ_{12} , φ_{22}) dont 2 dépendent du choix des plans de référence en d'autre terme il n'y a que 2 paramètres disponibles.

II-2-4) quadripole réciproque:

Un quadripole passif contenant des matériaux isotropes (ϵ, μ, σ sont des scalaires) est réciproque.

Par conséquent $[S]$ est symétrique; d'où $S_{12} = S_{21}$

La matrice $[S]$ aura dans ce cas 3 éléments complexes à déterminer (ou 6 paramètres).

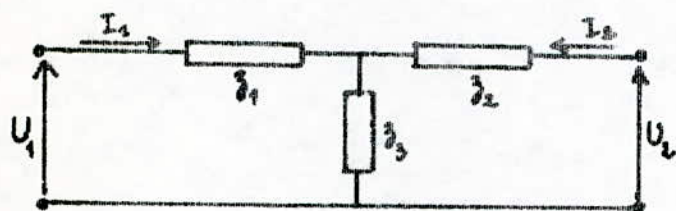
Ceci est vrai aussi pour les autres matrices caractéristiques d'un quadripole, les matrices $[Z]$ et $[Y]$ sont aussi symétriques. Pour la matrice chaîne $[C]$ étant donné les relations qui existent entre S_{ij} et C_{ij} (page 17)

on obtient $\det C = 1$

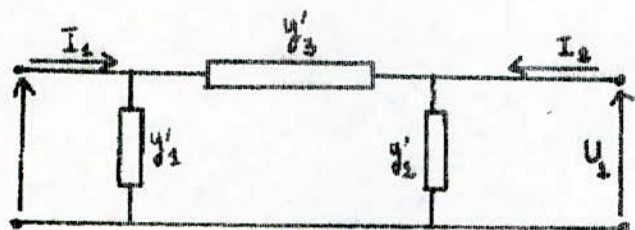
Seuls les quadripoles réciproques peuvent avoir des circuits équivalents composés d'éléments passifs (R, L, C) car la notion de non-réciprocité n'existe pas en circuit classique.

On peut déterminer ces éléments à l'aide de $[Z]$ ou de $[Y]$ dès qu'une des matrices est précisée.

Un tel circuit se présentera dans le cas général et sous sa forme la plus simple, comme une association de 3 impédances (ou 3 admittances) en T ou en Π



Circuit en T



Circuit en Π

L'identité entre la matrice $[Z]$ du quadripôle réel et la matrice impédance du quadripôle équivalent entraîne :

$$Z_{11} = (z_1 + z_3) \quad , \quad Z_{12} = Z_{21} = z_3 \quad , \quad Z_{22} = (z_2 + z_3)$$

Pour le circuit équivalent en T l'identité entre les matrices admittances $[Y]$ entraîne :

$$Y_{11} = (y'_1 + y'_3) \quad , \quad Y_{12} = Y_{21} = -y'_3 \quad , \quad Y_{22} = (y'_2 + y'_3)$$

Pour le circuit équivalent en Π

$$z_1 = Z_{11} - Z_{12} \quad , \quad z_2 = Z_{22} - Z_{12} \quad , \quad z_3 = Z_{12}$$

$$y'_1 = Y_{11} + Y_{12} \quad , \quad y'_2 = Y_{22} + Y_{12} \quad , \quad y'_3 = -Y_{12}$$

Pour définir $[Z]$ il faut que z_3 soit fini (circuit en T)

Pour définir $[Y]$ il faut que y_3' soit fini (circuit en Π)

II-2-5) quadripole sans perte et réciproque :

Quadripole sans perte $\Rightarrow \tilde{S}^* S = I$ — (1)

Quadripole réciproque $\Rightarrow S_{12} = S_{21}$ — (2)

La Condition (1) nous donne :

(Voir II-2-3)

$$[S] = \begin{pmatrix} a e^{j\varphi_{11}} & \sqrt{1-a^2} e^{j\varphi_{12}} \\ -\sqrt{1-a^2} e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22} - \varphi_{12})} & a e^{j\varphi_{22}} \end{pmatrix}$$

Rapportons la Condition (2) dans la matrice $[S]$

on obtient $\varphi_{12} = \frac{\varphi_{11} + \varphi_{22} + \pi(2k+1)}{2}$

La matrice de dispersion $[S]$ d'un quadripole sans perte et réciproque est :

$$[S] = \begin{bmatrix} a e^{j\varphi_{11}} & \mp j \sqrt{1-a^2} e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22})/2} \\ \mp j \sqrt{1-a^2} e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22})/2} & a e^{j\varphi_{22}} \end{bmatrix}$$

et la matrice chaîne $[C] = \frac{\mp j}{\sqrt{1-a^2}} \begin{bmatrix} -e^{-j(\varphi_{11} + \varphi_{22})/2} & a e^{j(\varphi_{22} - \varphi_{11})/2} \\ -a e^{j(\varphi_{11} - \varphi_{22})/2} & e^{j(\varphi_{11} + \varphi_{22})/2} \end{bmatrix}$

Remarque : Les termes des matrices $[Z]$ et $[Y]$ sont imaginaires purs car il n'y a pas de dissipation d'énergie par effet joule due en général aux parties réelles des impédances.

quadripole symétrique :

Un quadripole est symétrique si en le retournant les coefficients de réflexions restent inchangés, ce qui se traduit par : $S_{11} = S_{22}$

II-2) Quadripole à diffraction symétrique :

Déf :

C'est un quadripole réciproque où les "tensions" correspondant aux 2 plans de référence sont égales.

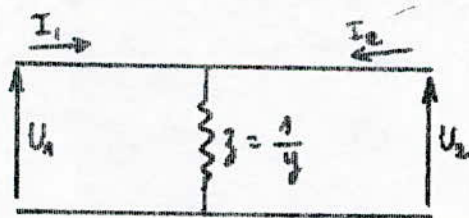
$$U_1 = U_2 \Rightarrow A_1 + B_1 = A_2 + B_2$$

La relation $U_1 = U_2$ écrite pour $I_1 = 0$, puis pour $I_2 = 0$ en tenant compte de la symétrie de $[Z]$ entraîne :

$$[Z] = \begin{Bmatrix} z & z \\ z & z \end{Bmatrix} = \frac{1}{y} \begin{Bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{Bmatrix}$$

$[Y] = [Z]^{-1}$ Comme $\det [Z] = 0 \Rightarrow [Y]$ n'existe pas

Le circuit équivalent se réduit à une seule impédance ou admittance en parallèle.



Circuit équivalent d'un quadripole à diffraction symétrique.

[Z] ainsi que les autres matrices ne comportent qu'un élément complexe indéterminé. Pour [S] et [C] on obtient à partir de

$$A_1 + B_1 = A_2 + B_2 \quad \text{les relations } S_{12} = S_{21} = 1 + S_{11} = 1 + S_{22}$$

$$C_{21} = -C_{12} = 1 - C_{11} = C_{22} - 1$$

Si de plus le quadripôle est sans perte on aura :

$$\varphi_{11} = \varphi_{22} = \varphi$$

$$S_{21} = 1 + S_{11}$$

$$\mp j \sqrt{1-a^2} e^{j\varphi} = 1 + a e^{j\varphi} \rightarrow \text{ Cette relation est vérifiée}$$

$$\text{ pour } a = -\cos \varphi \quad \text{ et } \sqrt{1-a^2} = \mp \sin \varphi$$

La matrice [S] deviendra :

$$[S] = -e^{j\varphi} \begin{bmatrix} \cos \varphi & j \sin \varphi \\ j \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$\text{ d'où } [C] = \frac{j}{\sin \varphi} \begin{bmatrix} e^{-j\varphi} & \cos \varphi \\ -\cos \varphi & -e^{j\varphi} \end{bmatrix}$$

L'admittance du circuit équivalent est reliée à φ par la relation $y = 2j \cot \varphi = \frac{1}{Z}$

Remarque :

Un quadripôle ne peut être à diffraction symétrique que pour des positions bien définies de ses plans de référence.

II-2-7) quadripole à diffraction antisymétrique :

Déf :

C'est un quadripole réciproque où les courants correspondants aux 2 plans de référence sont égaux et opposés :

$$I_1 = -I_2$$

$$\Rightarrow A_1 - B_1 = -(A_2 - B_2) = B_2 - A_2$$

$$\Rightarrow A_1 - B_2 = B_2 - A_2$$

$$[I] = [Y][U]$$

$$Y_{11} = \left(\frac{I_1}{U_1} \right)_{U_2=0}$$

$$Y_{12} = \left(\frac{I_1}{U_2} \right)_{U_1=0}$$

$$Y_{21} = \left(\frac{I_2}{U_1} \right)_{U_2=0}$$

$$Y_{22} = \left(\frac{I_2}{U_2} \right)_{U_1=0}$$

$$\text{pour } I_1 = -I_2 \Rightarrow Y_{11} = -Y_{21}$$

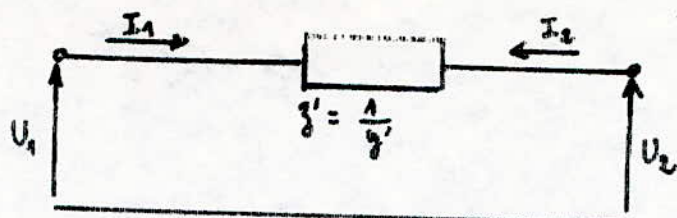
$$Y_{12} = -Y_{22}$$

et comme le quadripole est réciproque
 $[Y]$ est symétrique $Y_{12} = Y_{21}$

Et le circuit équivalent se réduit à une admittance y' (ou impédance z')

$$[Y] = y' \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z'} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Alors que la matrice impédance n'est pas définie
 car $\det [Y] = 0$



Circuit équivalent d'un quadripôle
à diffraction antisymétrique.

Ses éléments des matrices $[S]$ et $[C]$ sont reliés entre eux par :

$$S_{12} = S_{21} = 1 - S_{11} = 1 - S_{22}$$

$$\text{et } C_{12} = -C_{21} = 1 - C_{11} = C_{22} - 1$$

De plus si le quadripôle est sans perte :

$$\varphi_{11} = \varphi_{22} = \varphi$$

$$a = \cos \varphi \quad \text{et} \quad \sqrt{1-a^2} = \mp \sin \varphi \quad , \quad \text{avec } a \text{ et } \sqrt{1-a^2} > 0$$

$$[S] = e^{j\varphi} \begin{bmatrix} \cos \varphi & -j \sin \varphi \\ -j \sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix}$$

$$[C] = \frac{-j}{\sin \varphi} \begin{bmatrix} -e^{j\varphi} & \cos \varphi \\ -\cos \varphi & e^{j\varphi} \end{bmatrix}$$

Et l'impédance série z' du circuit équivalent est :

$$z' = 2j \cotg \varphi$$

II-2) quadripole actif

Intérêt de la matrice $[S]$ pour décrire les amplificateurs :

Dans le domaine des quadripoles passifs l'usage de la matrice $[S]$ s'est montré particulièrement efficace pour exprimer les relations qui relèvent de Considérations énergétiques : Périodicité ($P_2 = P_1$), pertes d'insertions ($P_2 < P_1$) il est donc tout naturel d'envisager si cette représentation peut s'appliquer aux amplificateurs dont la Caractéristique essentielle est de réaliser la Condition :

a) $P_2 > P_1$

b) $P_1 = \frac{1}{2} (a_1 a_1^* - b_1 b_1^*)$

c) $P_2 = -\frac{1}{2} (a_2 a_2^* - b_2 b_2^*)$

Dans le Concret cette perspective est tentante car aujourd'hui en micro-onde un étage amplificateur se présente comme un obstacle inséré le plus souvent sur une ligne et plus rarement sur un guide (lampes spéciales pour μ onde, transistor UHF). Sa matrice $[S]$ qui se prête bien à l'expression des mesures sur ligne est donc de ce point de vue un moyen de représentation tout indiqué car elle permet à la fois d'exprimer les mesures et la théorie. Ce mode de description des quadripoles actifs par la matrice $[S]$ ne doit cependant pas cacher qu'un quadripole actif représente actuellement le type de quadripole le plus général pratiquement utilisé. En Conséquence il est plus Complicé à décrire car très peu de Conditions sont imposées aux S_{ij} .

En particulier il n'est pratiquement plus question de perfection et la réciprocity est une qualité peu recherchée et par la même rare. On ne dispose donc plus de ces conditions simplificatrices pour clarifier la description.

Il faut se résigner à considérer effectivement 4 coefficients complexes S_{ij} c'est à dire 4 arguments et 4 modules et à les mesurer avec précision le plus souvent dans une assez large gamme de fréquence car par raison de commodité dans la mise en œuvre les amplificateurs à large bande jouissent d'une popularité générale il est toujours possible de réduire la bande passante par un filtre branché en cascade. Ses conditions nouvelles que l'on pourra établir dans la suite et reconnaître comme valables pour des catégories intéressantes d'amplificateurs: stabilité inconditionnelle, unilatéralité apportent des caractères de simplicité précieux en pratique mais de portée beaucoup moins générale seule l'adaptation reste une possibilité de simplification marquante avec toujours $S_{11} = S_{22} = 0$

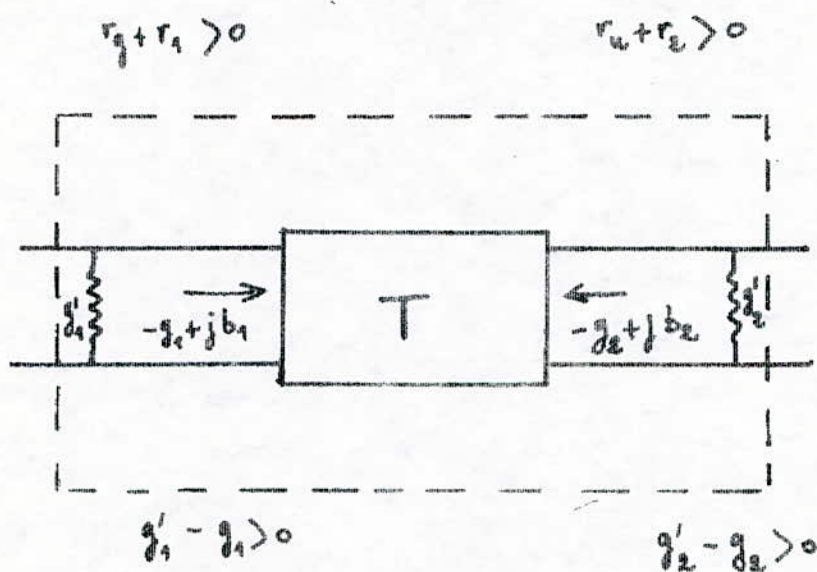
a) stabilité :

- Il existe des amplificateurs "inconditionnellement" stable qui peuvent être mesurés et utilisés sans autre précaution comme un quadripole passif.

- Les amplificateurs "conditionnellement" stable pour lesquels il peut apparaître une "résistance négative" dans l'impédance d'entrée $\operatorname{Re}(Z_1) = r_{1-} = -|r_1|$

Impédance de sortie $\operatorname{Re}(Z_2) = r_{2-} = -|r_2|$

Ils ne fonctionnent comme amplificateur que si l'impédance interne Z_g du générateur et l'impédance d'utilisation Z_u présentent des résistances positives suffisantes r_g ou r_u telle qu'en situation de mesure ils n'apparaissent finalement que des résistances résultantes positives.



b) Non réciprocity des éléments actifs - Unilatéralité -

La plupart des éléments actifs de structure naturelle quadripolaire sont non réciproques; c'est à dire que $S_{12} \neq S_{21}$ dans leur matrice S et le plus souvent la non réciprocity se traduit par $S_{21} \gg S_{12}$

Condition d'inégalité forte qui est sûrement remplie si $S_{12} = 0$

On dit alors que l'élément actif ou l'amplificateur considéré est unilatéral. Sous un élément actif l'unilatéralité est une qualité intrinsèque précieuse dans la construction d'un amplificateur. En effet l'élément actif considéré remplit alors 2 fonctions utiles différentes : il amplifie et il isole la sortie de l'entrée.

La Condition $S_{12} = 0$ interdit en effet qu'une partie de la puissance amplifiée ne soit automatiquement réinjectée à l'entrée et ne produise ainsi l'effet de réaction positive qui est la cause de l'instabilité. On comprend ainsi intuitivement qu'un élément actif unilatéral assure toujours une amplification "inconditionnellement" stable quel que soit le montage amplificateur employé à condition que ce dernier conserve "l'unilatéralité" c'est à dire n'introduise pas de couplage nouveau entre la sortie et l'entrée.

Aujourd'hui il n'y a pas d'élément actif pratiquement unilatéral en microonde, mais il en existe toujours aux fréquences radioélectriques au dessous de 100 MHz par exemple c'est la pentode du type HF ou UHF.

En microondes, pour les transistors, l'unilatéralité est recherchée mais comme aux radiofréquences, elle n'est réalisée qu'à un bien moindre degré.

En effet les admittances de couplage sont encore

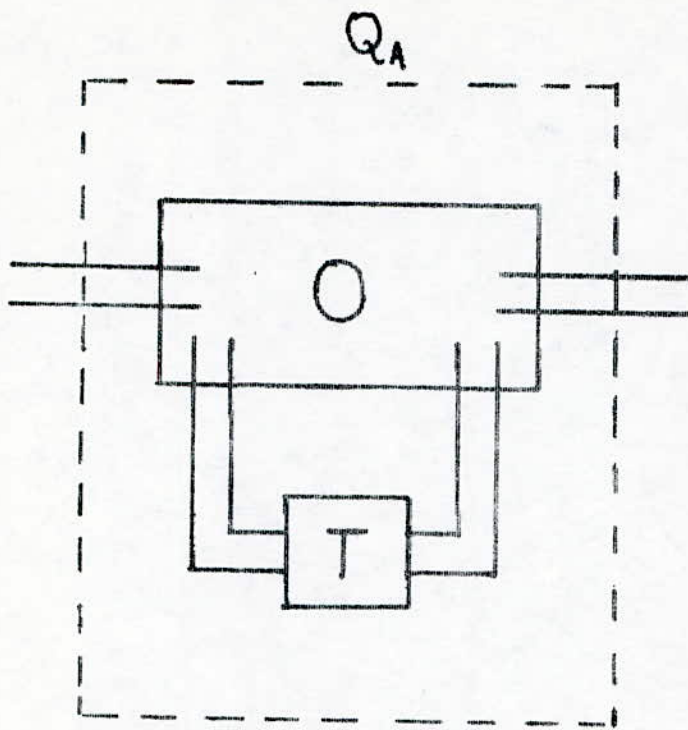
du type $j\omega$, mais il n'est pas possible de réduire les Capacités C aussi commodément que dans les lampes, ni même de les diminuer efficacement en spécialisant la construction quand ω augmente : Il y a toujours une Capacité de la zone de transition qui est intimement liée à la fonction amplificatrice.

c) Gain en Puissance (G) des amplificateurs:

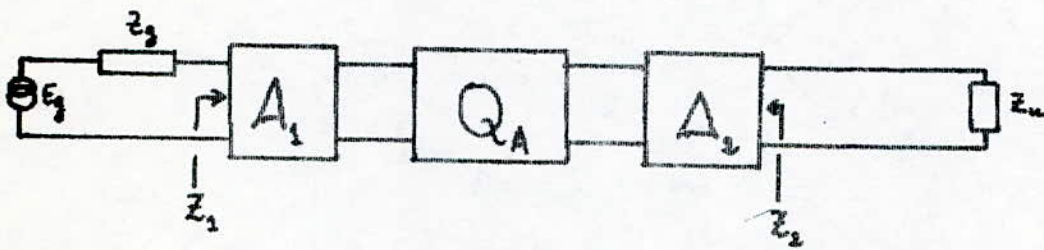
Quadripole actif linéaire :

Un quadripole actif est un quadripole qui à côté d'éléments passifs classiques contient au moins un élément actif représentable par un modèle linéaire diode, pentode transistor bipolaire, transistor à effet de champs.

Ses éléments passifs volontairement inclus dans ce dispositif concourent avec l'élément actif, à assurer la fonction prévue pour le quadripole qui peut être par exemple celle de filtre actif, d'isolateur actif, d'adaptateur actif, etc.



- a -



- b -

Figure ci dessous nous présente un quadripole actif général Q_A

a) Il peut être représenté par un élément actif mesurable T relié à un octopole passif O (souvent parfait) qui caractérise la fonction utile de Q_A

b) Q_A est en général complété par 2 quadripoles parfaits A_1 et A_2 et l'ensemble adapte Z_u à Z_g .

Aux éléments précédents, on adjoint en général la f.e.m, l'impédance interne de la source de signal et l'impédance d'utilisation. La figure (-a- page 32) donne une représentation schématique de l'ensemble.

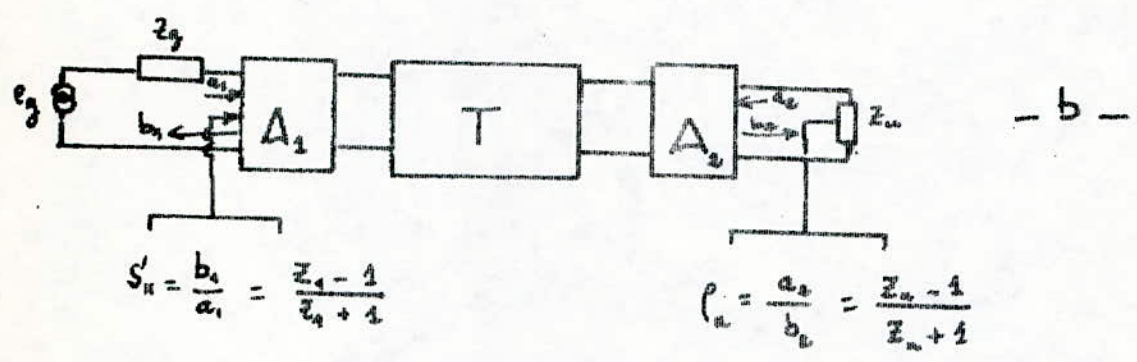
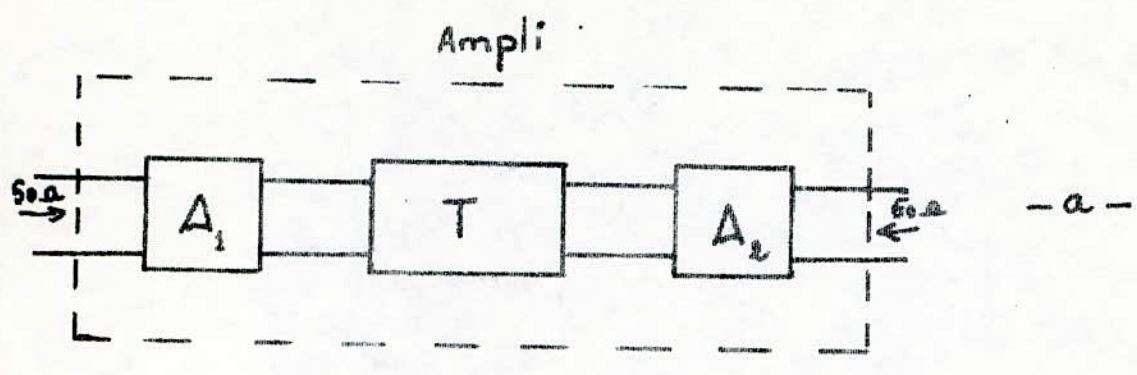
T représente l'élément actif défini par mesure directe l'octopole O , les éléments passifs fonctionnels qui lui sont ajoutés. On essaie en général d'adapter la source et l'utilisation au Q actif total Q_A formé par O et T en intercalant entre la source et Q_A et entre Q_A et l'utilisation 2 quadripôles parfaits adaptateurs A_1 et A_2 comme sur la figure (-b- page 32). Il s'agit alors "d'adaptation conjuguée" caractérisée par:

$$Z_g = Z_1^* \quad Z_u = Z_2^*$$

Z_2 étant l'impédance que l'on voit à l'entrée de A_2 lorsque l'utilisation est branchée à la sortie de A_2 de même Z_1 est l'impédance que l'on voit en regardant la sortie de A_1 , l'entrée étant connectée à Z_g (Eg la F.e.m de source étant supprimée).

Cet état d'adaptation conjuguée est souvent recherché mais il n'est pas toujours possible de le réaliser il peut être inaccessible si les conditions requises mènent à l'instabilité du dispositif.

d) Quadripole amplificateur micro onde :



- a - Il est formé d'un élément actif mesurable T, 2 adaptateurs parfaits A_1 et A_2 qui transforment l'impédance d'entrée de T, $r_1 + jx_1$ et celle de sortie $r_2 + jx_2$ en la résistance Caractéristique R_c .
 En général les lignes d'accès sont coaxiales $R_c = 50 \Omega$

- b - Schéma plus général.

La matrice S de l'amplificateur ressemble à celle d'un Q passif adapté, avec $S_{11} = 0$ $S_{22} = 0$

e) Quadripole amplificateur : gain en puissance G :

$$G = \frac{P_2}{P_1} \quad G > 1$$

L'inégalité $G \gg 1$ introduit beaucoup de problèmes nouveaux et intéressants aux Centres desquels se trouve celui de la stabilité qui apparaît dès qu'on calcule G

- Calcul du gain G :

- Calcul de P_2 :

$$P_u = \frac{a_2^2}{b_2^2} \quad 2P_2 = \frac{b_2^2}{2} [1 - \hat{\rho}_u^2]$$

Comme $b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$ on a : $b_2 = [S_{21} / (1 - S_{22}\rho_u)] a_1$

$$\text{d'où } P_2 = \frac{\hat{a}_1^2}{2} \frac{\hat{S}_{21}^2 [1 - \hat{\rho}_u^2]}{|1 - S_{22}\rho_u|^2}$$

- Calcul de P_1 :

Pour évaluer P_1 , il faut calculer S'_{11} , coefficient de réflexion amont du quadripôle, lorsqu'il est bouclé en aval

sur ρ_u on a : $b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 = S_{11}a_1 + S_{12}\rho_u b_2 = a_1 \left(S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\rho_u}{1 - S_{22}\rho_u} \right)$

Ce qui définit $S'_{11} = \frac{b_1}{a_1}$ et donne P_1 :

$$S'_{11} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}\rho_u}{1 - S_{22}\rho_u} \quad (1) \quad P_1 = \left(\frac{\hat{a}_1^2}{2} \right) (1 - \hat{S}'_{11}{}^2)$$

Ce qui fournit G sous la forme suivante : $G = \frac{\hat{S}_{21}^2 [1 - \hat{\rho}_u^2]}{(1 - \hat{S}'_{11}{}^2) |1 - S_{22}\rho_u|^2}$

En développant le dénominateur au moyen de l'exp(1) on parvient

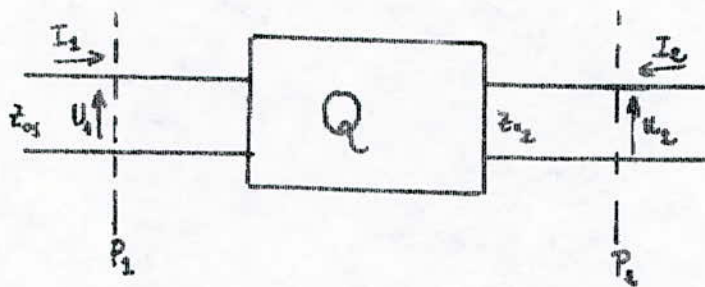
à mettre sous la forme explicite : $G = \frac{S_{21}^2 (1 - \rho_u^2)}{1 - S_{11}^2 + \rho_u^2 (S_{22}^2 - \delta^2) - 2 \operatorname{Re}[\rho_u (S_{22} - \Delta S'_{11})]^2}$

Chap III REPRESENTATION DES QUADRIPOLES MICRO-ONDES PAR LES CIRCUITS EQUIVALENTS.

III-1] representation par les circuits électriques :

III-1-1] méthode des transformateurs :

Pour n'importe quel quadripole sans pertes on peut trouver pour une fréquence fixe, 2 plans dans la ligne d'entrée et de sortie entre lesquels le quadripole est représenté par un transformateur ayant un coefficient de transformation réel.



La matrice A appelé matrice de chaîne, définie par :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

Supposons que la ligne, d'impédance caractéristique Z_{02} est terminée en P_2 par la charge Z_{ch} . Alors l'impédance vue en P_1 est :

$$Z_p = \frac{U_1}{I_1}$$

$$U_1 = A_{11} U_2 - A_{12} I_2 \quad \text{--- (1)}$$

$$I_1 = A_{21} U_2 - A_{22} I_2 \quad \text{--- (2)}$$

$$U_2 = -Z_{ch} I_2 \quad \text{--- (3)}$$

On remplace $U_2 = -Z_{ch} I_2$ dans (1) et (2)

$$U_1 = -A_{11} Z_{cd} I_2 - A_{12} I_2$$

$$I_1 = -A_{21} Z_{cd} I_2 - A_{22} I_2$$

$$\Rightarrow \frac{U_1}{I_1} = \frac{A_{11} Z_{cd} + A_{12}}{A_{21} Z_{cd} + A_{22}} \longrightarrow Z_{P_1} = \frac{A_{12} + A_{11} Z_{cd}}{A_{22} + A_{21} Z_{cd}}$$

D'autre part les éléments de $[A]$ sont reliés aux éléments de $[Z]$ par la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} U_1 = A_{11} U_2 - A_{12} I_2 & \text{--- ①} \\ I_1 = A_{21} U_2 - A_{22} I_2 & \text{--- ②} \end{cases}$$

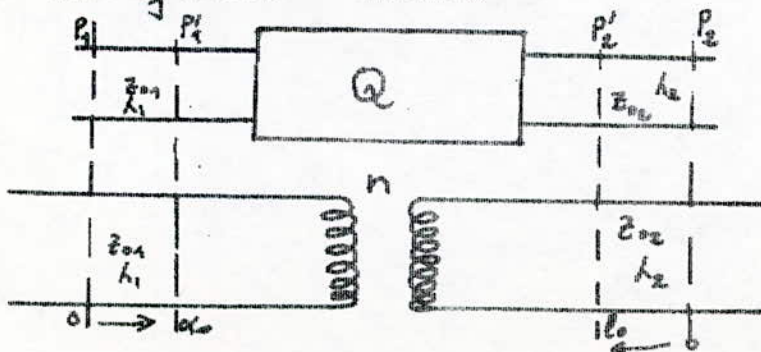
$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 & \text{--- ③} \\ U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 & \text{--- ④} \end{cases}$$

A partir de ces 4 équations on tire :

$$A_{11} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}}, \quad A_{12} = \frac{\det[Z]}{Z_{21}}, \quad A_{21} = \frac{1}{Z_{21}}, \quad A_{22} = \frac{Z_{22}}{Z_{21}}$$

On remarque que les Z_{ij} d'un quadripôle sans perte sont imaginaires purs alors A_{11} et A_{22} sont réels, A_{21} et A_{12} sont imaginaires purs.

Supposons que nous ayons trouvé les 2 plans P'_1 et P'_2 entre lesquels le quadripôle, sans perte, peut être représenté par un transformateur idéal.



On place en P'_2 une charge Z_{ch} , on a alors $Z_{P'_2} = n^2 Z_{ch}$

$$\text{on a la relation } Z_{P'_2} = \frac{A_{12} + A_{11} Z_{ch}}{A_{22} + A_{21} Z_{ch}} = n^2 Z_{ch}$$

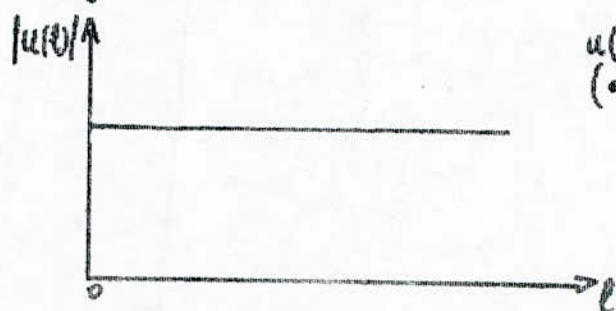
Cette égalité est vérifiée pour $A_{12} = A_{21} = 0$

qui donne $n^2 = \frac{A_{11}}{A_{22}}$; n^2 étant réel par hypothèse, le rapport

$\frac{A_{11}}{A_{22}}$ est aussi réel.

- Détermination de n^2 :

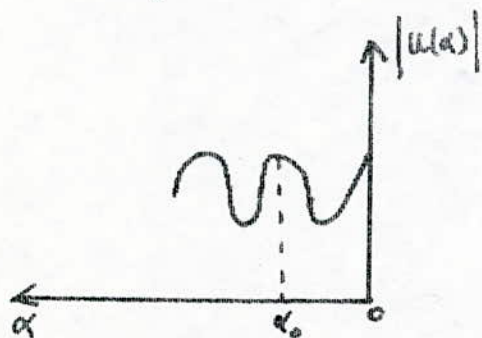
Supposons qu'on ait une charge adaptée en P_2 : $Z_{ch} = Z_{02}$.
Les ondes réfléchies sont alors nulles, la tension $u(l)$ à droite est de la forme:



$$u(l) = V_i e^{-\gamma l} \Rightarrow |u(l)| = \text{cte}$$

(adaptation à la sortie
 \Rightarrow ∇ onde réfléchie)

Par contre à gauche, la tension $u(\alpha)$ a la forme suivante:



$$u(\alpha) = V_i e^{-\gamma \alpha} + V_r e^{\gamma \alpha}$$

$$|u(\alpha)|^2 = V_i^2 + V_r^2 + 2V_i V_r (2 \cos^2 \gamma \alpha - 1)$$

$|u(\alpha)|$ dépend de $\cos \gamma \alpha$

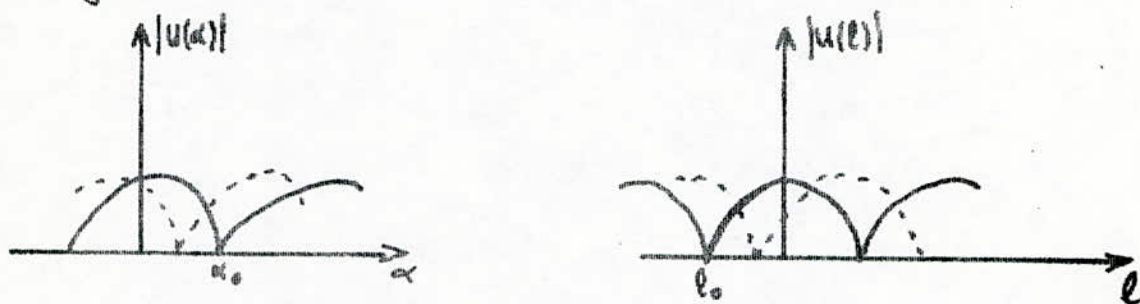
On choisit le plan P'_2 en un maximum de tension. P'_2 correspond au point d'abscisse $\alpha = \alpha_0$. Par définition le TOS est $S = \frac{U_{\max}}{U_{\min}}$ en un maximum de tension on a:

$$Z = Z_{max} = S Z_{o1} = \frac{A_{12} + A_{11} Z_{o2}}{A_{22} + A_{21} Z_{o2}} \quad (1)$$

$S Z_{o1}$ étant réel l'égalité (1) est vérifiée pour : $\begin{cases} A_{12} = A_{21} = 0 \\ A_{11} = A_{22} = 0 \end{cases}$

Faisons de tel sorte que c'est $A_{12} = A_{21} = 0$ (car si $A_{11} = A_{22} = 0 \Rightarrow$ le rapport de transf. devient indéterminé)

pour cela remplaçons la charge adaptée par un Court-Circuit mobile on a alors à gauche et à droite, des ondes stationnaires de la forme :



Le plan P'_1 correspondant à $\alpha = \alpha_0$ est conservé.

Déplaçons le Court Circuit de façon à avoir un minimum à $\alpha = \alpha_0$ en ce point $Z(\alpha_0) = \frac{Z_{o1}}{S} = 0 = \frac{A_{12} + A_{11} Z_{cd}}{A_{22} + A_{21} Z_{cd}} = \frac{A_{12}}{A_{22}}$ ($Z_{cd} = 0$)

Comme $A_{22} \neq 0$ (si non $Z(\alpha)$ serait nulle $\forall Z_{cd}$) on a nécessairement $A_{12} = A_{21} = 0$. Ainsi le rapport de transformation entre les plans P'_1 et P'_2 est : $n^2 = \frac{A_{11}}{A_{22}}$

Le coefficient n^2 est fonction de S , Z_{o1} et Z_{o2}

on a $Z(\alpha_0) = S Z_{o1} = \frac{A_{11}}{A_{22}} Z_{o2} = n^2 Z_{o2}$ d'où $n^2 = S \cdot \frac{Z_{o1}}{Z_{o2}}$

Si les 2 lignes ont même impédance Caractéristique : $n^2 = S$ (car $Z_{o1} = Z_{o2}$)
on a trouvé finalement les 3 paramètres (α_0 , l_0 et n^2) du transformateur équivalent à notre quadripole sans perte.

- remarque:

Cette méthode est simple en théorie mais en pratique elle exige de la précision pour les terminaisons adaptées on lui préfère la méthode des tangentes.

III 1-2) Méthode des tangentes

Cette équation n'est valable que pour les quadripôles sans pertes. Pour trouver cette équation on procède de la manière suivante:

On place comme charge 1.c.c. mobile et on cherche la relation qui existe entre l et α on a : $Z(l_0) = j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 (l - l_0)$

et $Z(l) = 0$ (puisque on a 1.c.c. en l). D'autre part :

$$Z(\alpha_0) = n^2 Z(l_0) = j n^2 Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 (l - l_0) = j Z_{01} s \operatorname{tg} \beta_2 (l - l_0)$$

$$Z(\alpha) = Z_{01} \cdot \frac{Z(\alpha_0) + j Z_{01} \operatorname{tg} \beta_1 (\alpha - \alpha_0)}{Z_{01} + j Z(\alpha_0) \operatorname{tg} \beta_1 (\alpha - \alpha_0)} = 0 \text{ (au minimum) ;}$$

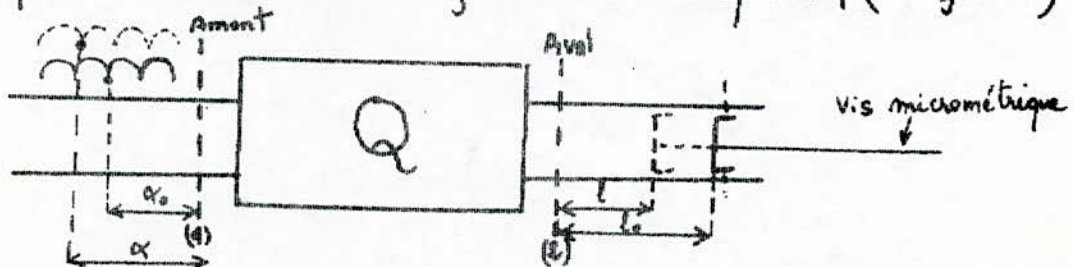
ceci donne : $Z(\alpha_0) + j Z_{01} \operatorname{tg} \beta_1 (\alpha - \alpha_0) = 0$ et finalement

on aura :

$$\operatorname{tg} \beta_1 (\alpha - \alpha_0) + s \operatorname{tg} \beta_2 (l - l_0) = 0$$

- Application de la méthode des tangentes:

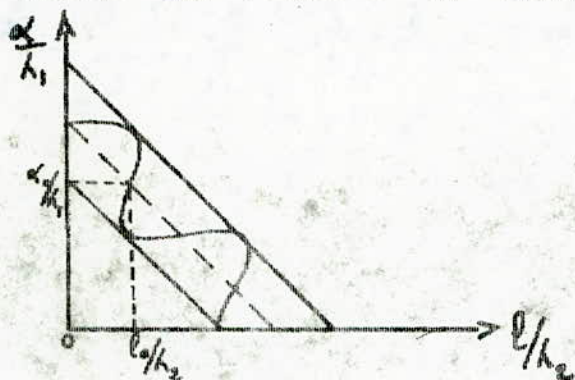
Cette méthode est particulièrement intéressante pour un quadripôle introduisant une faible désadaptation (Tos faible)



La ligne aval est terminée par un piston mobile de court circuit que l'on déplace pour un certain nombre de position l_0 du piston aval, on détermine en amont la position α_0 d'un même minimum dans le champs de l'onde stationnaire. En Amont α_0 et l_0 sont mesurés à partir de repères arbitraires (1) et (2).

On trace la courbe $\frac{\alpha}{\lambda_1} = f\left(\frac{l}{\lambda_2}\right)$

Cette courbe présente une forme caractéristique oscillant de part et d'autre d'une droite de pente $+1$; dans un graphique où $\frac{l}{\lambda_2}$ est porté en abscisse et $\frac{\alpha}{\lambda_1}$ en ordonnée. L'allure de la courbe est dessinée ci-dessous :



Posons dans l'équation de la tangente

$$y = \beta_1 (\alpha - \alpha_0) \quad \text{et} \quad x = \beta_2 (l - l_0)$$

on obtient $\text{tg } y + S \text{tg } x = 0$

on a en différenciant $\frac{dy}{\cos^2 y} = -S \frac{dx}{\cos^2 x}$

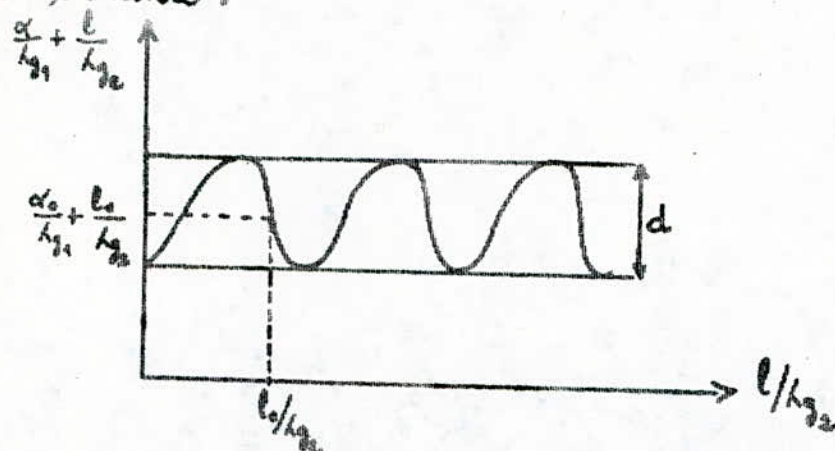
Pour $\begin{cases} \alpha = \alpha_0 \\ \text{et} \\ l = l_0 \end{cases}$ alors $\begin{cases} y = 0 \\ \text{et} \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow \cos^2 y = \cos^2 x = 1$

- Pour des lignes homogènes on a : $Z_{01} = Z_{02}$ et donc $n^2 = S$

$$\text{d'où } n^2 = -\frac{dy}{dx} = -\frac{d(\alpha/h_1)}{d(l/h_2)}$$

n : étant le rapport de transformation.

- Si on trace maintenant la courbe $\alpha/h_{21} + l/h_{22} = f(l/h_{22})$ on a l'allure suivante :



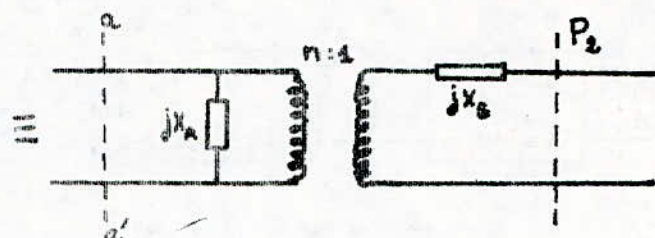
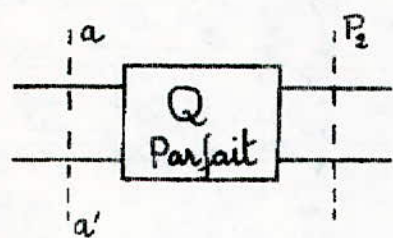
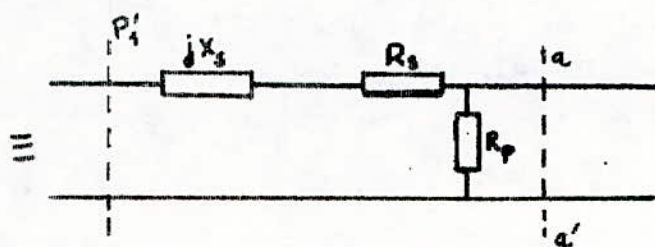
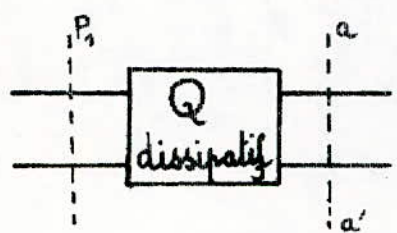
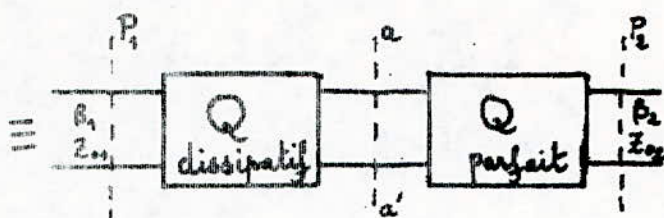
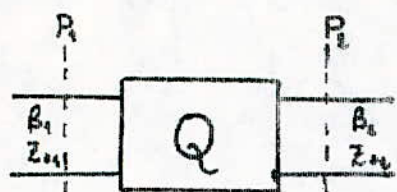
On démontre (Ginzton page 281) que : $n^2 = \frac{1 + \sin \pi d}{1 - \sin \pi d}$

Pour $d \ll 1$ on a : $n^2 \approx 1 + 2\pi d$

Pour trouver n il suffit de mesurer la distance d . Les plans P'_1 et P'_2 sont donnés par α_0 et l_0 , respectivement au point d'inflexion.

III-1-3) Méthode de Weissflach :

Les deux méthodes vues précédemment, celles du transformateur et de la tangente, permettent de donner le schéma équivalent pour un quadripôle sans pertes. Pour un quadripôle avec pertes on utilise la méthode de Weissflach. Cette méthode consiste à trouver, entre 2 plans P_1 et P_2 , le circuit équivalent d'un quadripôle imparfait et réciproque. Ce circuit est constitué de 2 quadripôles en cascade, l'un dissipatif, l'autre parfait (figure ci-après)



Le problème revient à déterminer les six paramètres : $X_S, R_S, R_P, \eta, X_A, X_B$ du schéma équivalent.

- Relevés pratiques pour les mesures du schéma équivalent :

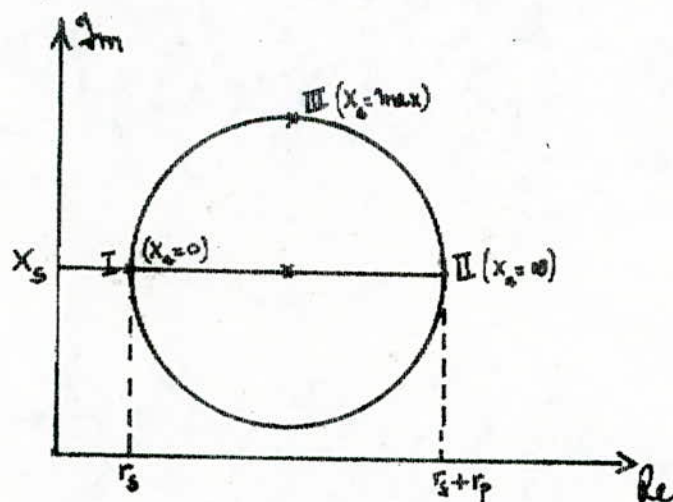
- On considère la partie du quadripôle avec pertes et on détermine X_S, R_S et R_P ; les plans P_1 et P_2 sont quelconques

a) on fait la première mesure sans quadripôle

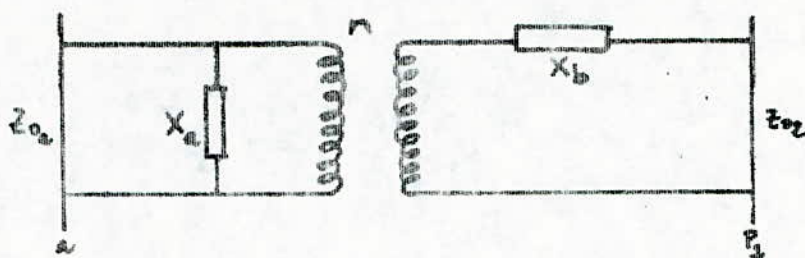
on met le Court Circuit à zéro, on repère un minimum sur la ligne à mesure (x_0) correspondant à un certain TOS_2

b) avec le quadripôle on met le Court Circuit à zéro ; on déplace la ligne à mesure à un nouveau minimum (x') et on relève le nouveau TOS_2

c) On déplace le Court Circuit mm par mm jusqu'à h_g et à chaque fois on détecte le minimum correspondant (avec la ligne de mesure) on détermine les impédances correspondantes sur l'abaque de smith \Rightarrow on obtient un cercle dont le centre est X_S et le diamètre sera R_P



- Détermination des paramètres du quadripôle parfait :



Le point I sur le cercle correspond à l'impédance minimale (relative à un C.C) $Z_a = 0$ donc $X_a = 0$

$$X_a = 0 \Rightarrow j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 l_I + j X_b = 0 \quad l_I = \text{déplacement du C.C correspondant au point I.}$$

d'où $X_b = -Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 l_I$

$$\boxed{X_b = \frac{x_b}{Z_{02}} = -\operatorname{tg} \beta_2 l_I}$$

Le point II correspond à un circuit ouvert $Z_a = \infty$

$$Z_{oc} = j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 l_{II}$$

$$Z_a = (j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 l_{II} + j X_b) n^2 // j X_a \longrightarrow \infty$$

$$\frac{(j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 l_{II} + j X_b) n^2 (j X_a)}{(j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 l_{II} + j X_b) n^2 + j X_a} \longrightarrow \infty$$

$$\text{d'où } n^2 (j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 l_{II} + j X_b) = -j X_a$$

$$X_a = (-X_b - Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 l_{II}) n^2$$

$$\Rightarrow \boxed{X_a = [\operatorname{tg} \beta_2 l_I - \operatorname{tg} \beta_2 l_{II}] n^2} \quad \text{--- ①}$$

Nous ne pouvons déterminer x_a car n est inconnue. Prenons alors un troisième point ; le point III où la partie imaginaire de l'impédance doit être maximale.

Pour la longueur l_{III} du c.c. correspondant au point III

on a : $Z_s = r_s + jx_s$ et $Z(P_1) = Z_s + \frac{1}{\frac{1}{r_p} - j \left[\frac{1}{x_a} + \frac{1}{n^2(x_b + tg \beta_2 l_{III})} \right]}$

Partie imaginaire maximum donc réactance vue de P_1 doit être maximum.

$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{x_a} + \frac{1}{n^2(x_b + tg \beta_2 l_{III})} \quad \text{--- (2)}$$

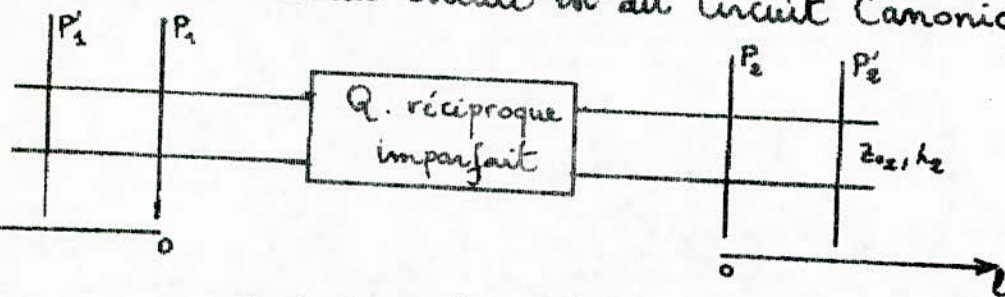
nous avons 2 équations à 3 inconnues leur résolution donne :

$$n^2 = \frac{1}{r_p} \times \frac{tg \beta_2 l_{III} - tg \beta_2 l_{II}}{(tg \beta_2 l_I - tg \beta_2 l_{II})(tg \beta_2 l_{III} - tg \beta_2 l_I)}$$

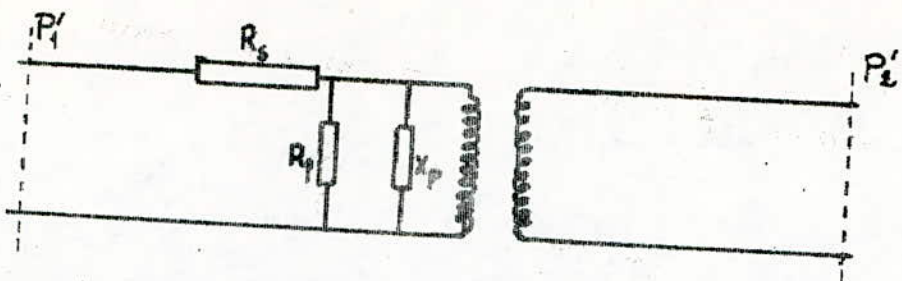
et $x_a = r_p \cdot \frac{tg \beta_2 l_{III} - tg \beta_2 l_{II}}{tg \beta_2 l_{III} - tg \beta_2 l_I}$

III-1.4) méthode des circuits canoniques:

On a vu qu'un quadripole imparfait et réciproque peut être représenté par un circuit dit de WEISSFLACH, de six paramètres ($r_s, r_p, x_s, x_a, x_b, n$). On peut trouver 2 plans particuliers qui permettent d'amener à quatre le nombre de paramètres à déterminer. Le nouveau circuit est dit circuit canonique.



P_1 et P_2 sont arbitraires.



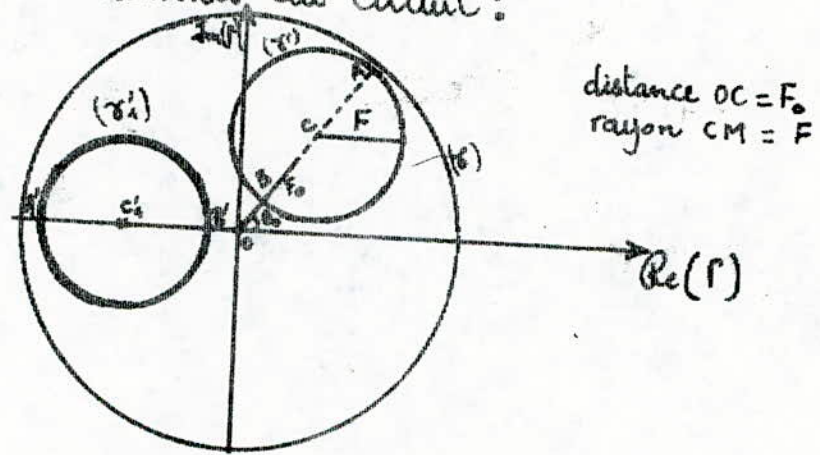
P_1' et P_2' sont les 2 plans entre lesquels on a le circuit canonique représenté ci dessus.

Pour déterminer les éléments de ce circuit l'on se rapporte au plan complexe du coefficient de réflexion ρ . Pour cela :

- On place un C.C. mobile à la sortie du quadripole et pour différentes positions on mesure le coefficient de réflexion ρ dans le plan P_1 .

On obtient alors, un cercle (γ) . Ses valeurs de ρ sont limitées par $|\rho| = 1$

- Détermination des éléments du circuit :



distance $OC = F_0$
rayon $CM = F$

a) Le Plan P_1' :

Pour cela on déplace (γ) de façon à ramener son centre sur l'axe réel de $r \Rightarrow$ cercle (γ')

Le déplacement est effectué vers le générateur avec un angle $\theta = \theta_0 + \pi$ qui correspond à $2\beta_1 \alpha_0$.

$$2\beta_1 \alpha_0 = \theta_0 + \pi \Rightarrow \alpha_0 = \frac{(\theta_0 + \pi) \lambda_1}{4}$$

L'abscisse α_0 donne la position du plan P_1'

b) Sa résistance R_s

$$\rho'_A = -(F_0 + F) \text{ est réel négatif}$$

$$\rho'_B = -(F_0 - F) \text{ est " "}$$

$$\rho'_A = -(F_0 + F) = \frac{z-1}{z+1} \Rightarrow z \text{ doit être réelle}$$

Sur l'abaque de Smith le point A' correspond à z_{\min}

$$z_{\min} = r_s \Rightarrow \rho'_A = -(F_0 + F) = \frac{r_s - 1}{r_s + 1} \Rightarrow r_s = \frac{1 + \rho'_A}{1 - \rho'_A}$$

$$\Rightarrow r_s = \frac{1 - (F_0 + F)}{1 + (F_0 + F)}$$

c) Sa résistance R_p :

au point B' l'impédance réduite $z(P'_1)$ est réelle et maximale

$$\text{elle vaut } z_{\max} = r_s + r_p = \frac{1 + \rho'_B}{1 - \rho'_B} = \frac{1 - (F_0 - F)}{1 + (F_0 - F)}$$

$$\Rightarrow r_p = \frac{1 - (F_0 - F)}{1 + (F_0 - F)} - \frac{1 - (F_0 + F)}{1 + (F_0 + F)} = \frac{4F}{(1 + F_0)^2 - F^2}$$

$$r_p = \frac{4F}{(1 + F_0)^2 - F^2}$$

d) Le Plan P'_2 :

Supposons qu'on ait trouvé le plan P'_2 : un C.C en P'_2 donne en P'_1 au point A' $z = r_s$

Pour avoir P'_2 , il suffit de déplacer le c.c. de manière à retrouver sur le cercle (C) au plan P_1 la valeur ρ_A .

Sa position l du c.c donne P'_2 .

e) Sa réactance X_p :

On se déplace, à partir de P'_2 de $\frac{\lambda}{4}$ vers la droite ($P > 0$) on a alors en P'_2 une charge infinie qui ramenée aux bornes de X_p donne au plan P'_1 une impédance réduite $z(P'_1) = r_s + j \frac{r_p x_p}{r_p + j x_p}$

On mesure en P'_2 , le coefficient de réflexion ρ :

il correspond sur la figure (page 47) au point ρ_c

on a alors l'expression de l'impédance

$$z_c = \frac{1 + \rho_c^2}{1 - \rho_c^2} \quad \text{d'où} \quad \boxed{\frac{1}{z_c - r_s} = \frac{1}{r_p} - \frac{j}{x_p}}$$

f) Le rapport n :

On change la position du Court Circuit de manière à obtenir en P'_1 le coefficient de réflexion $\rho = \rho_0$. En cette position

$$\text{nous avons : } j x_p // n^2 j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 (l_0 - l_0) = \infty$$

$$\text{puisque } z(P') = r_s + r_p$$

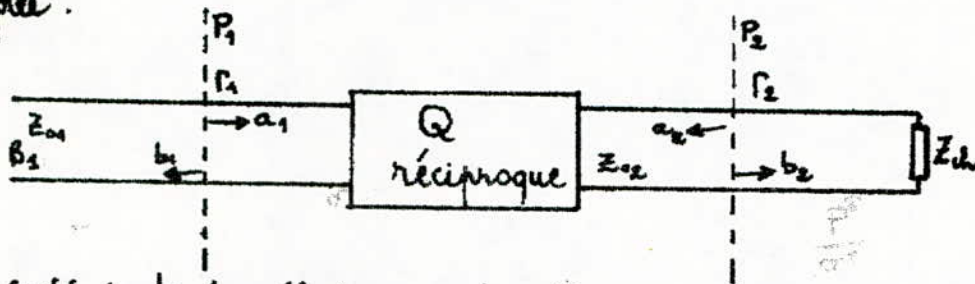
$$\text{En d'autre terme } j (Z_{01} x_p + n^2 Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 (l_0 - l_0)) = 0$$

$$\boxed{n^2 = - \frac{Z_{01}}{Z_{02}} \frac{x_p}{\operatorname{tg} \beta_2 (l_0 - l_0)}}$$

III-2] methode de mesure des paramètres S_{ij} d'un quadripole passif à faible et moyenne perte

III-2-1) 2^e (méthode des 3 points :

Pour déterminer les S_{ij} d'un quadripole réciproque on utilise dans cette méthode un Court Circuit mobile et une charge adaptée.



Γ_1 : coefficient de reflexion au plan P_1

Γ_2 : " " " au niveau de la charge.

$$\Gamma_1 = \frac{b_1}{a_1} \quad ; \quad \Gamma_2 = \frac{a_2}{b_2}$$

d'autre part on a : $b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2$$

En Combinant les équations précédentes on arrive à :

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}\Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2}$$

On mesure Γ_1 pour les cas suivants :

- a) $Z_{ch} = 0$ donc $\Gamma_{2cc} = -1$
- b) $Z_{ch} = \infty$ d'où $\Gamma_{2co} = 1$
- c) $Z_{ch} = Z_{02}$ (adaptation) donc $\Gamma_{2ad} = 0$

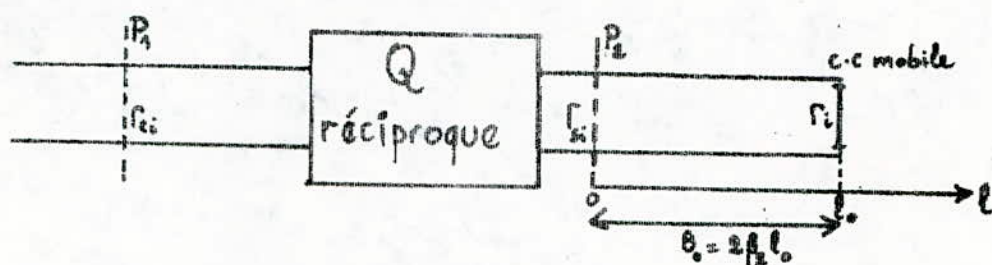
on en tire : $S_{11} = \Gamma_{1ad}$

$$S_{22} = \frac{2\Gamma_{1ad} - (\Gamma_{2cc} + \Gamma_{2co})}{\Gamma_{2cc} - \Gamma_{2co}}$$

$$S_{12}^2 - S_{11}S_{22} = \frac{2\Gamma_{2cc}\Gamma_{2co} - \Gamma_{1ad}(\Gamma_{2cc} + \Gamma_{2co})}{\Gamma_{2cc} - \Gamma_{2co}}$$

III-2-2) Méthode des 4 points :

On utilise, dans cette méthode, le principe d'un Court circuit mobile



Soient :

Γ_{ei} : le coefficient de réflexion en P_1

Γ_{si} : " " en P_2

Γ_i : " " au niveau du C. Circuit

On mesure les coefficients de réflexion Γ_{ei} correspondants à 4 positions du Court Circuit mobile distantes de $\lambda/8$.

$$\text{on a : } \Gamma_{si} = \Gamma_i e^{-2j\beta l_i} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

$$\text{le 1}^\circ \text{ point : } l_1 = l_0 \text{ et } 2\beta l_1 = 2\beta l_0 \quad (\beta = \beta_2)$$

$$\text{le 2}^\circ \text{ point : } l_2 = l_0 + \frac{\lambda}{8} \text{ et } 2\beta l_2 = 2\beta l_0 + \frac{\pi}{2}$$

$$\text{le 3}^\circ \text{ point : } l_3 = l_0 + 2\frac{\lambda}{8} \text{ et } 2\beta l_3 = 2\beta l_0 + \pi$$

$$\text{le 4}^\circ \text{ point : } l_4 = l_0 + 3\frac{\lambda}{8} \text{ et } 2\beta l_4 = 2\beta l_0 + \frac{3\pi}{2}$$

Comme $\Gamma_i = -1$ quel que soit la position du Court Circuit mobile.

$$\text{On a : } \Gamma_{s1} = -e^{-2j\beta l_0} \quad ; \quad \Gamma_{s2} = j e^{-2j\beta l_0} \quad ; \quad \Gamma_{s3} = e^{2j\beta l_0} \quad ; \quad \Gamma_{s4} = -j e^{-2j\beta l_0}$$

$$\text{Posons } \theta_0 = 2\beta l_0$$

$$\text{Comme } \Gamma_e = S_{11} + \frac{S_{12}^2 \Gamma_s}{1 - S_{22} \Gamma_s} \quad \text{on a :}$$

$$\Gamma_{e1} = S_{11} - \frac{S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 + S_{22} e^{-j\theta_0}} \quad ; \quad \Gamma_{e2} = S_{11} + j \frac{S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 - j S_{22} e^{-j\theta_0}}$$

$$\Gamma_{e3} = S_{11} + \frac{S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 - S_{22} e^{-j\theta_0}} \quad ; \quad \Gamma_{e4} = S_{11} - \frac{j S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 + j S_{22} e^{-j\theta_0}}$$

et posons :

$$F_1 = \frac{1}{4} \left[(\Gamma_{e1} - \Gamma_{e3}) + j (\Gamma_{e2} - \Gamma_{e4}) \right]$$

$$F_2 = \frac{1}{4} \left[(\Gamma_{e1} - \Gamma_{e3}) - j (\Gamma_{e2} - \Gamma_{e4}) \right]$$

$$F_3 = \frac{1}{4} \left[(\Gamma_{e1} + \Gamma_{e3}) - (\Gamma_{e2} + \Gamma_{e4}) \right]$$

$$F_4 = \frac{1}{4} \left[(\Gamma_{e1} + \Gamma_{e3}) + (\Gamma_{e2} + \Gamma_{e4}) \right]$$

On tire :

$$F_1 = \frac{-S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 - (S_{22} e^{-j\theta_0})^4} \quad ; \quad F_2 = F_1 \cdot S_{22}^2 e^{-2j\theta_0}$$

$$F_3 = -F_1 \cdot S_{22} e^{-j\theta_0} \quad ; \quad F_4 = S_{11} - F_1 (S_{22} e^{-j\theta_0})^3$$

finallement on aura :

$$S_{11} = F_4 - \frac{F_2 \cdot F_3}{F_1}$$

$$S_{22} = -\frac{F_2}{F_1} e^{j\theta_0}$$

$$S_{12}^2 e^{-j\theta_0} = -F_1 \left[1 - \left(\frac{F_2}{F_1} \right)^2 \right]$$

III-2-3) Méthode des 2 points (dite des quart d'onde)

C'est une simplification de la méthode des 4 points, applicable si $|S_{22}|^2 \ll 1$

- Procédure:

On met un C.C. en P_2 et on mesure le coefficient de réflexion ρ_{e1} à l'entrée (en P_1); puis on déplace le court circuit de $\lambda/4$ vers la droite, à partir de P_2 : il y a donc un circuit ouvert en P_2 . On mesure le coefficient de réflexion

ρ_{e2}

$$\rho_{e1} = S_{11} - \frac{S_{12}^2}{1 + S_{22}}$$

$$\rho_{e1} - \rho_{e2} = \frac{-2S_{12}^2}{1 - S_{22}^2} \approx -2S_{12}^2 \quad \left(\begin{array}{l} |S_{22}|^2 \ll 1 \\ S_{22} \text{ faible} \end{array} \right)$$

$$\rho_{e2} = S_{11} + \frac{S_{12}^2}{1 - S_{22}}$$

$$\text{d'où } S_{12}^2 \approx \frac{1}{2} (\rho_{e2} - \rho_{e1})$$

Remarque:

Les différentes méthodes développées ici donnent de mauvais résultats pour les quadripôles à très grandes pertes ($\alpha \geq 10$ dB environ).

III-2-4) Méthode de DESCHAMP :

a) Description :

On utilise dans cette méthode, comme charge variable un Court Circuit mobile. Le schéma du montage ne change pas et comporte toujours le quadripôle, le Court Circuit mobile et les 2 plans arbitraires P_1 (à l'entrée) et P_2 (à la sortie). Cette méthode est basée sur la transformation bilinéaire qui lie l'impédance de sortie à l'impédance d'entrée d'un quadripôle quelconque. Elle est valable pour les quadripôles dissipatifs ou non.

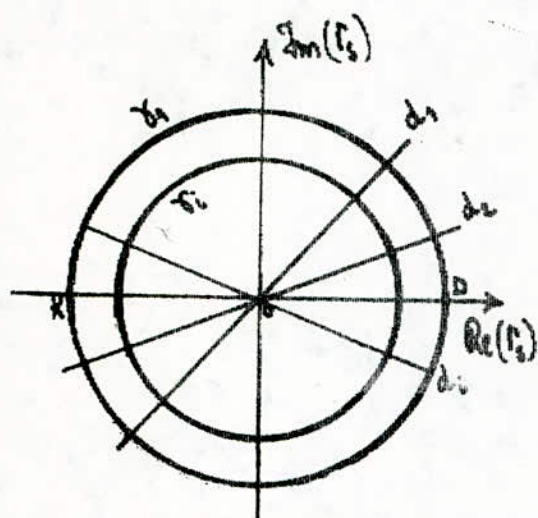
b) Propriétés de la transformation :

La relation qui lie le coefficient de réflexion à l'entrée du quadripôle au coefficient de réflexion à la sortie peut être écrite comme suit :

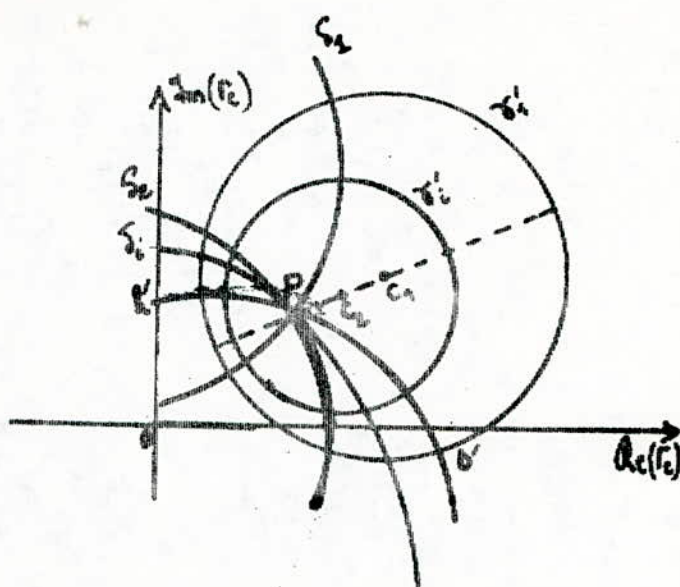
$$\Gamma_e = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_s}{1 - S_{22} \Gamma_s} \quad \text{--- (III-2-4-1)}$$

Il s'agit d'une relation du type homographique. On considère dans le plan de la variable complexe Γ_s deux faisceaux de circonférences orthogonales :

D'une part le faisceau de cercle (γ_i) centrés sur l'origine d'autre part le faisceau de droites d_i passant par l'origine (fig III-2-4-a)



- fig III-2-4-a -



- fig III-2-4-b -

Ces 2 faisceaux sont transformés par la relation (III-2-4-1) en 2 faisceaux de circonférences orthogonales (δ'_i) et (δ_i) occupant une position quelconque dans le plan (Γ_c) [fig III-2-4-b]

Les circonférences δ_i passent toutes par 2 points P et P' qui sont les transformés respectivement de l'origine et du point $\Gamma_s = 1$. Le point P est appelé isocentre.

En pratique pour des charges passives le domaine utile du plan Γ_s est l'intérieur de la circonférence δ_2 de rayon égal à l'unité, il correspond à des charges réactives. Sa partie utile dans le plan Γ_c est l'intérieur de la circonférence δ'_1 .

c) Procédure :

On place comme charge, un court circuit mobile et pour 8 positions du C.C. distantes de $h/16$, on mesure le coefficient

de réflexion à l'entrée Γ_s correspondant. Ses plans P_1 et P_2 sont choisis quelconques.

d) Détermination des éléments S_{ij} :

1^o méthode:

Si l'isocentre P correspond à $\Gamma_s = 0$: P est la transformée de O l'origine du plan Γ_s

$$\boxed{S_{11} = OP} \text{ ----- } \textcircled{1}$$

Le point K' correspondant à 1 court circuit en P_2 ($\Gamma_s = -1$) est donnée par:

$$\boxed{OK' = S_{11} - \frac{S_{12}^2}{1 + S_{22}}} \text{ ----- } \textcircled{2}$$

Le point D' transformé de D (D étant un circuit ouvert en P_2) est donnée par:

$$\boxed{OD' = S_{11} + \frac{S_{12}^2}{1 - S_{22}}} \text{ ----- } \textcircled{3}$$

À l'aide de (1), (2) et (3) on tire:

$$\boxed{S_{22} = \frac{PK' + PD'}{K'D'}}$$

$$\boxed{S_{12}^2 = -(1 + S_{22}) PK'}$$

2^o méthode:

Supposons qu'on ait trouvé 2 plans P'_1 et P'_2 pour lesquels S_{11} et S_{22} sont réels.

$(1 + S_{22})$ et $(1 - S_{22})$ sont donc réelles, les derniers termes de

(2) et (3) ont pour phase celle de S_{12}^2 . Ses vecteurs correspondants à ces termes dans le plan Γ_2 c'est à dire PK' et PD' se trouvent sur une même droite. Comme la transformation qui nous fait passer des coefficients de réflexion du plan complexe Γ_2 est bilinéaire cette droite doit couper le cercle (γ') en 2 angles droits. Sa seule droite intérieure au cercle coupant le cercle en 2 angles droits passe par le diamètre alors les points C, P, K' et D' sont colinéaires.

Le diamètre du cercle (γ') est donné par la somme $(PD' + (-PK'))$.

Le rayon est donné par $R = \frac{|PD' + K'P|}{2}$ (Voi fig a page 58)

$$R = \frac{|S_{12}^2|}{1 - |S_{22}^2|} \quad \text{de même } |PC| = |PD' - R|, \quad PC = \frac{S_{22} |S_{12}^2|}{1 - |S_{22}^2|}$$

$$\text{d'où } |S_{11}| = |P0|, \quad |S_{22}| = \frac{|PC|}{R} \quad \text{et } |S_{12}|^2 = R [1 - |S_{22}|^2]$$

Pour les arguments on a :

La ligne $K'D'$ est parallèle au vecteur S_{12}^2 ainsi l'angle $2\theta_{12}$ est donné par : $2\theta_{12} = \text{Arg}(S_{12}^2) = (\text{OD}, K'D')$

Ses angles θ_{11} et θ_{22} sont nuls par le choix des plans P'_1 et P'_2 mais pour des plans quelconques (S_{11} et S_{22} ne sont pas réels).

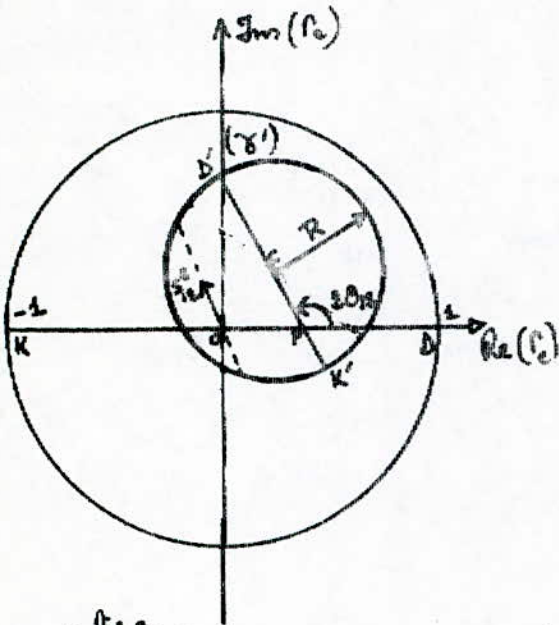
θ_{11} est donné par l'angle duquel il faut déplacer le cercle (γ') de manière à rendre S_{11} réel (fig b page 58).

Enfin on montre (Deschamps : J. Appl. phys Vol. 24. 1953)

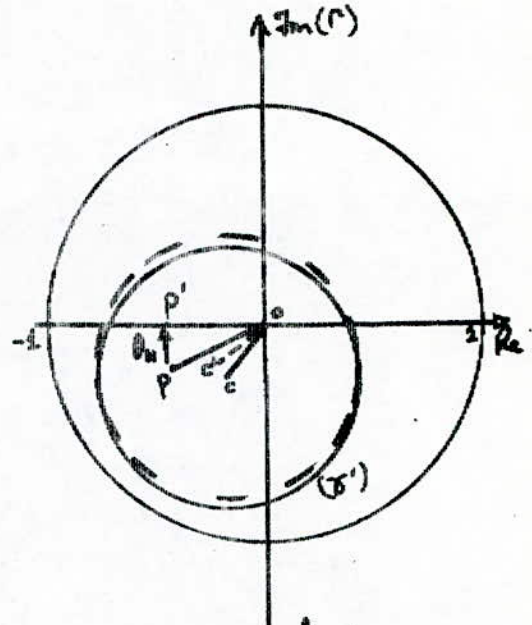
que pour des plans quelconques dans le cas général (fig c page 58)

$$\theta_{11} = \text{Arg}(S_{11}) = (\text{OD}, \text{OP}) \quad , \quad \theta_{22} = \text{Arg}(S_{22}) = (\text{PC}, \text{CD}'')$$

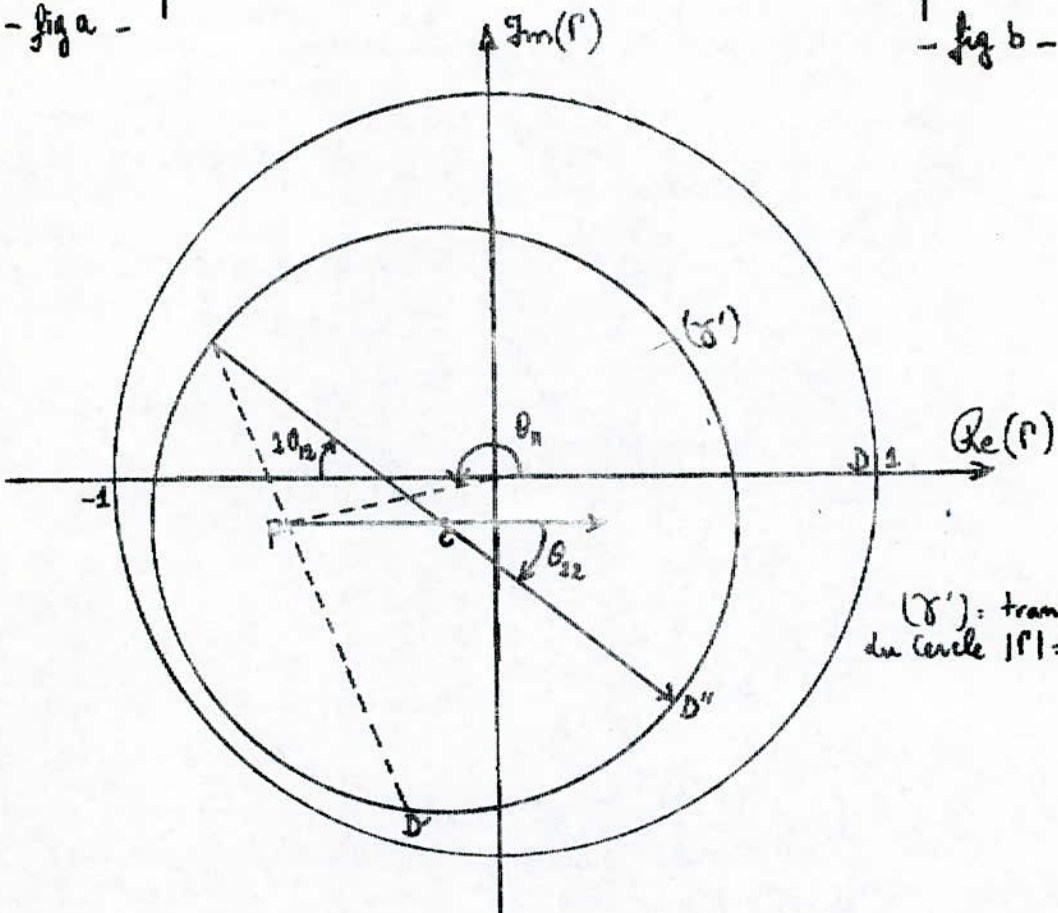
$$2\theta_{12} = \text{Arg}(S_{12}^2) = (\text{OD}, \text{CD}'')$$



- fig a -



- fig b -

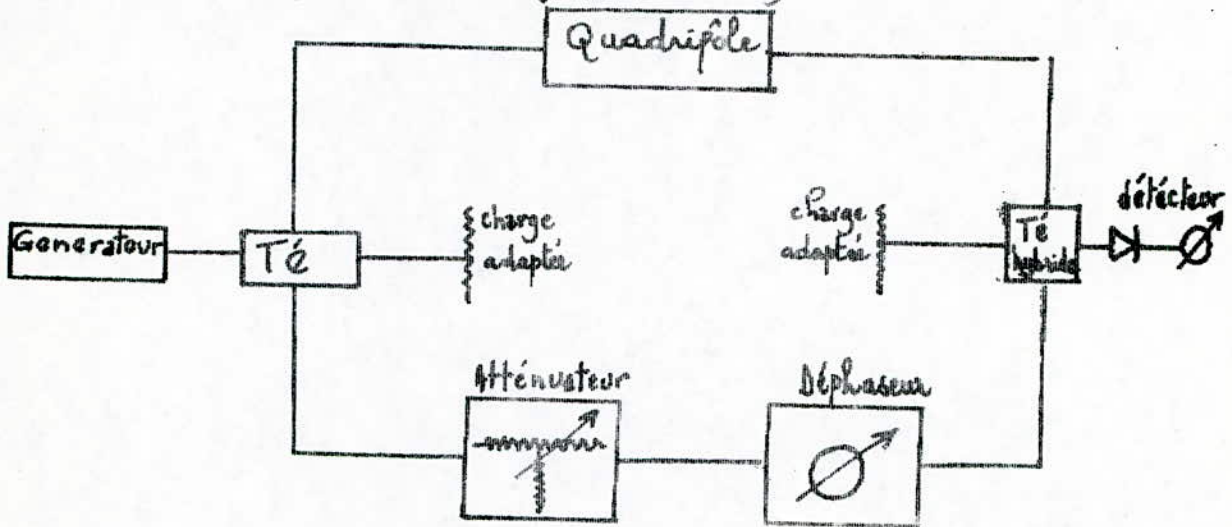


(γ'): transformé du cercle $|r|=1$.

- fig c -

III-3] méthode de mesure des paramètres S_{ij} d'un quadripôle passif à grande perte :

Les méthodes de mesure décrites jusqu'ici sont valables pour des quadripôles réciproques sans pertes, avec pertes faibles ou moyennes. Mais à mesure que les pertes augmentent ces méthodes deviennent de plus en plus imprécises : On utilise dans ce cas un pont hyperfréquence (fig ci-dessous).



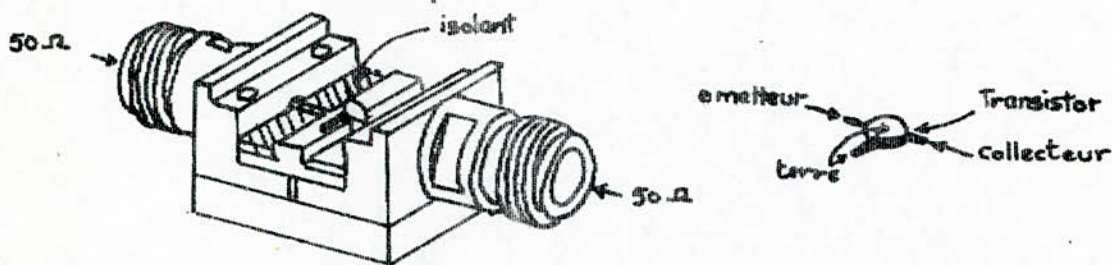
- Principe du pont :

Le signal issu du générateur est divisé, à l'aide d'un Té en 2 parties l'une parcourt le quadripôle dont on veut mesurer les S_{ij} , l'autre une chaîne comprenant un atténuateur et un déphaseur réglables et calibrés. On recombine les 2 signaux à l'aide d'un Té hybride et l'on ajuste le déphaseur et l'atténuateur pour annuler le signal de sortie.

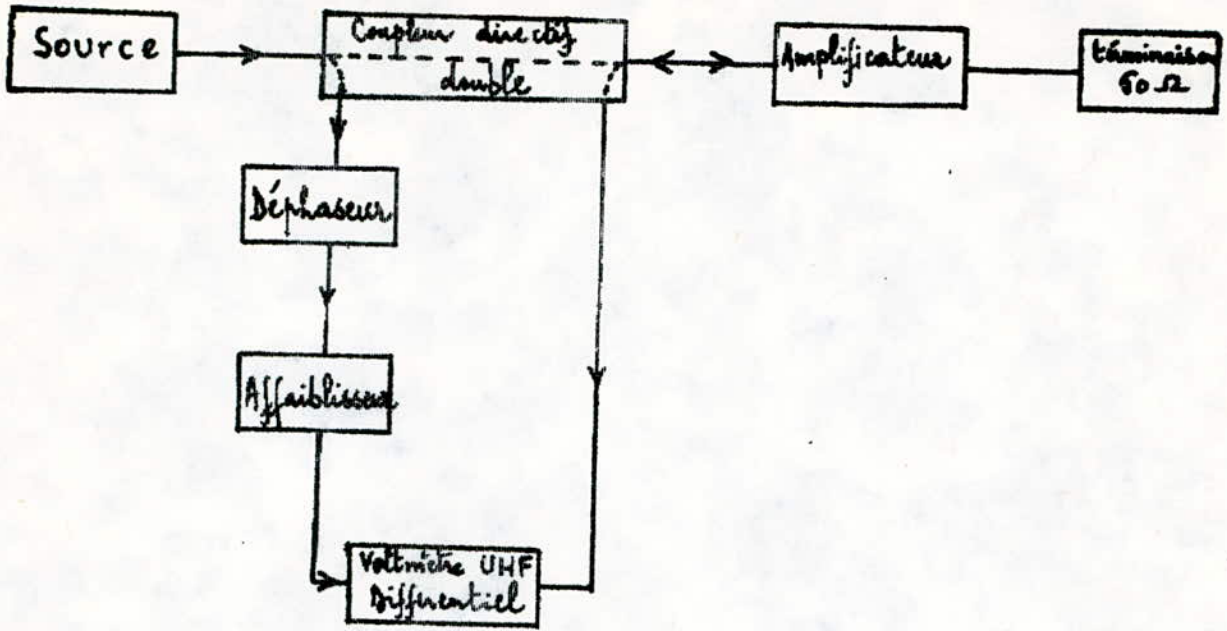
Remarque : On peut utiliser ce même montage pour les mesures des quadripôles non réciproques.

III-4] méthode de mesure des paramètres S_{ij} d'un quadripôle actif

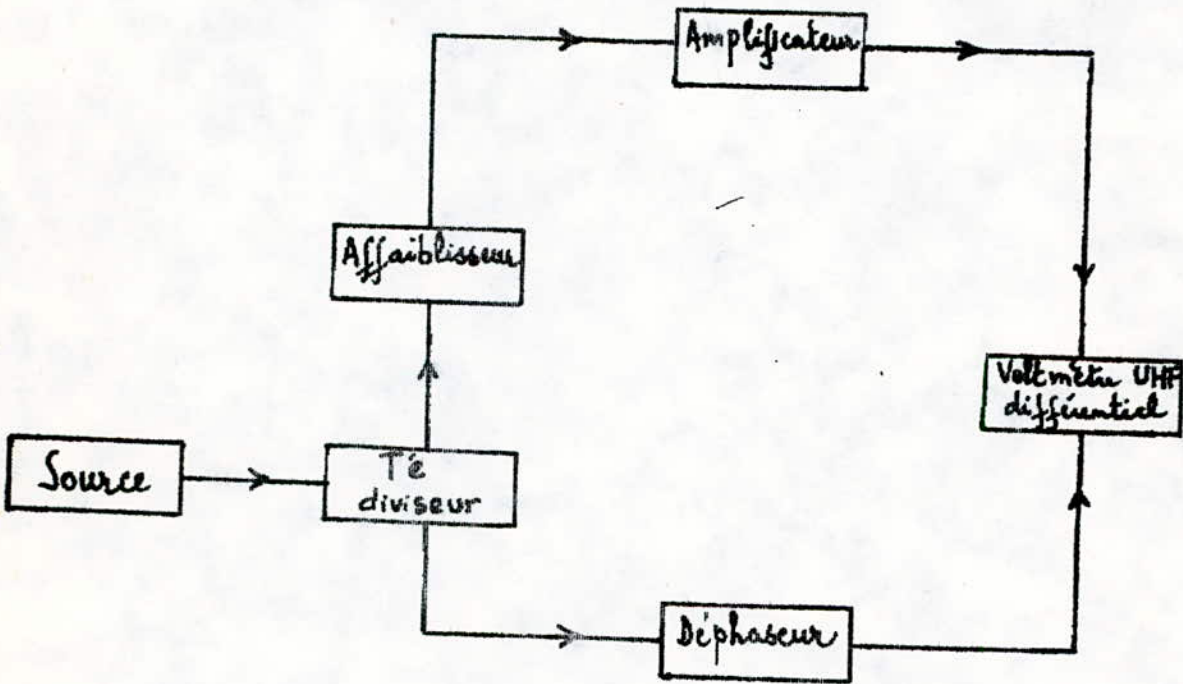
A] On prendra pour exemple le transistor bipolaire dit UHF dont les connexions sont adaptées à l'insertion sur une ligne coaxiale d'impédance caractéristique $R_c = 50 \Omega$



à l'aide d'un montage simple (fig ci-dessus). Elles sont conçues ainsi pour introduire le minimum de parasite. On remarque que les états fondamentaux relatifs à $[S]$ sont des états adaptés où le transistor se trouve chargé par R_c à l'amont comme à l'aval. Ces terminaisons sont employées usuellement dans les mesures qui portent sur les états fondamentaux ce sont là des conditions très favorables à la stabilité du dispositif dans une large bande de fréquence: En effet très généralement la stabilité augmente avec la dissipation quand on introduit les résistances aux terminaisons. La terminaison employée ici apparaît donc comme favorable à la stabilité si on la compare au court circuit ou au circuit ouvert qui sont des terminaisons non dissipatives.



- a - Dispositif de mesure de $S_{11} = \frac{b_1}{a_1}$ ou $S_{22} = \frac{b_2}{a_2}$
au moyen d'un double "Coupleur directif"



- b - Mesure de S_{12} et S_{21}

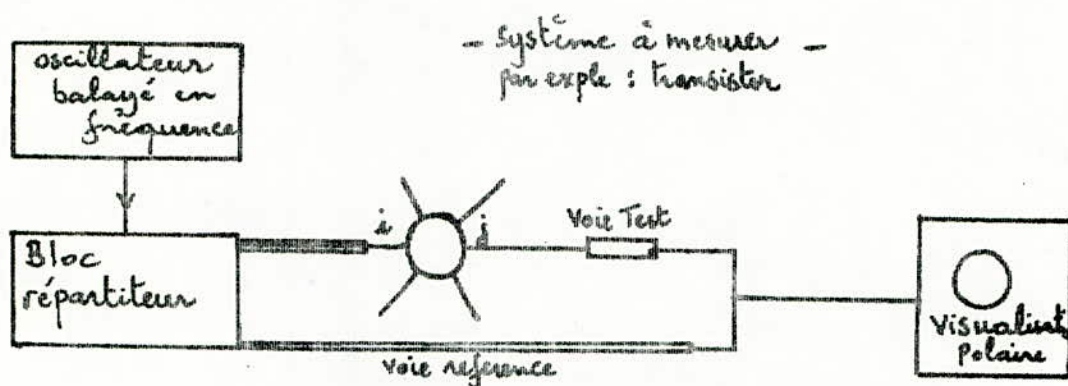
Le banc d'onde stationnaire classique mène encore ici à une mesure précise de S_{11} et de S_{22} à une fréquence déterminée mais il se prête mal à l'automatisation des mesures dans une large bande. On lui préfère alors un dispositif à coupleur directif double, qui mesure simultanément a_1 et b_1 (ou a_2 et b_2) en moyen d'un voltmètre de zéro d'un affaiblisseur et d'un déphaseur suivant le schéma (-a- page 61). L'affaiblisseur et le déphaseur peuvent chacun comporter un dispositif à ferrites ajustable par le réglage d'un courant magnétisant.

Le même type de montage mène également à la détermination complète de S_{12} et S_{21} (figure -b- page 61) et dans ce cas on subvient à une lacune des mesures ordinaires au banc d'onde stationnaire avec 2 sondes classiques une en amont l'autre en aval. On ne peut en général déterminer que les modules $|S_{21}|$ et $|S_{12}|$ pour obtenir les phases argument S_{12} et argument S_{21} il faut remplacer le voltmètre quadratique usuel par un voltmètre à changement de fréquence et à détecteur synchrone; la technique actuelle fait de préférence appel au coupleur directionnel.

B) Mesure des paramètres S à l'analyseur de réseaux :

Des appareillages - dits analyseurs de réseaux - ont été développés pour la mesure rapide des paramètres S dans une gamme de q.q. MHz à 40 GHz. On utilise en général une visualisation sur écran cathodique, avec représentation polaire en abaque de Smith.

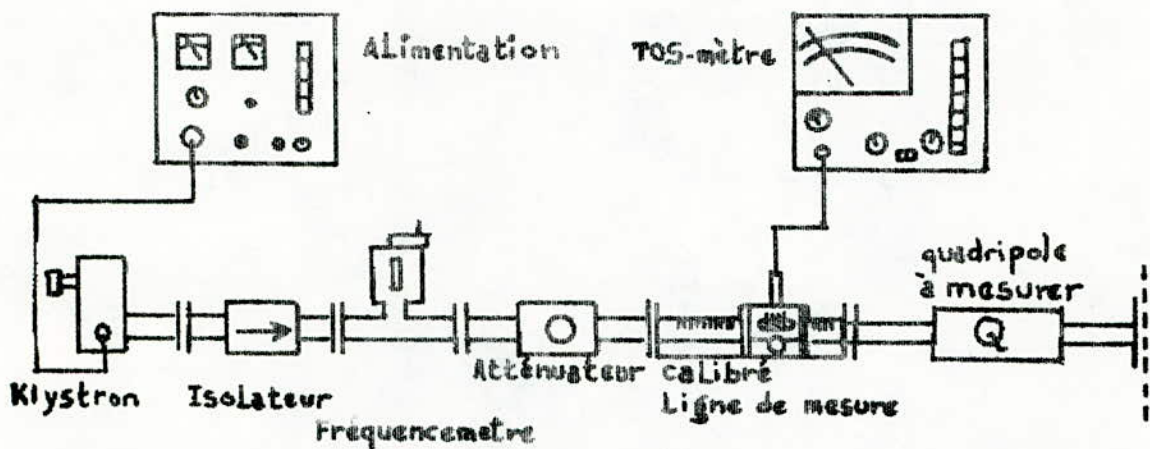
- exemple type d'utilisation de ces analyseurs de réseaux pour la mesure des paramètres S :



L'onde monochromatique provient d'un oscillateur à fréquence variable dans la gamme désirée. Un bloc répartiteur divise l'énergie, de manière convenable suivant une échelle ajustable, entre une voie test et une voie référence. Dans la voie test on attaque l'accès i désiré du système à l'accès, à étudier et l'on recueille le signal à l'accès j ; les autres accès seront chargés sur des terminaisons adaptées. Les 2 accès considérés pourront être par exple l'entrée et la sortie d'un transistor haute fréquence monté en émetteur commun, les signaux issus des voies test et référence sont comparés dans le système de visualisation, on se fait l'affichage en général sur écran cathodique. Par mesure différentielle entre les 2 voies on obtient soit le gain ou la perte d'insertion, soit le déphasage introduit par l'élément actif ou passif à mesurer en transmission; On obtient ainsi les éléments S_{ij} .

Chap: IV RESULTATS EXPERIMENTAUX:

A) montage utilisé:



Q_A : Adaptateur à sonde variable - enfoncement 3mm - + Atténuateur ROTARY

Q_B : " " " " 7mm + " "

charge adaptée

Court-Circuit variable.

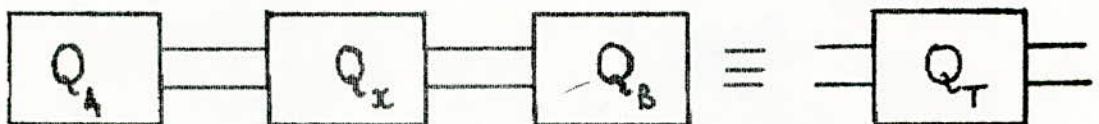
- Montage permettant la mesure du coefficient de réflexion à l'entrée du quadripole en utilisant la ligne de mesure et le TOS-mètre -

B] Simulation :

- Notre but c'est de mesurer les S_{ij} d'un quadripole inconnu (Q_x) non accessible directement. Dans notre cas on a pris comme quadripole Q_x un octopole (coupleur directif) sur lequel on a connecté de part et d'autre du bras secondaire une charge adaptée et un court circuit; puis on a confectionné deux autres quadripoles (Q_A et Q_B avec pertes) et on a inséré le quadripole inconnu Q_x entre ces 2 quadripoles intermédiaires Q_A, Q_B . On a simulé l'ensemble de ces 3 quadripoles à un seul quadripole totale (Q_T) à qui on appliquait les différentes méthodes de mesure des paramètres S_{ij} .

Connaissant les S_{ij} des quadripoles intermédiaires (Q_A, Q_B) on en déduisait ceux du quadripole inconnu (Q_x).

- Simulation des 3 quadripoles (Q_A, Q_B, Q_x) à un seul quadripole Q_T :



* Calcul de la matrice chaîne du quadripole totale Q_T :

Les 3 quadripoles étant en cascade la matrice chaîne résultante c'est le produit des matrices chaînes.

$$[C_T] = [C_A] \cdot [C_x] \cdot [C_B]$$

$$\begin{bmatrix} C_{11T} & C_{12T} \\ C_{21T} & C_{22T} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11A} & C_{12A} \\ C_{21A} & C_{22A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11x} & C_{12x} \\ C_{21x} & C_{22x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11B} & C_{12B} \\ C_{21B} & C_{22B} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C_{11T} \\ C_{12T} \\ C_{21T} \\ C_{22T} \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} C_{11a} C_{11b} & C_{11a} C_{21b} & C_{12a} C_{11b} & C_{12a} C_{21b} \\ C_{11a} C_{12b} & C_{11a} C_{22b} & C_{12a} C_{12b} & C_{12a} C_{22b} \\ C_{21a} C_{11b} & C_{21a} C_{21b} & C_{22a} C_{11b} & C_{22a} C_{21b} \\ C_{21a} C_{12b} & C_{21a} C_{22b} & C_{22a} C_{12b} & C_{22a} C_{22b} \end{bmatrix}}_{\Delta} \begin{bmatrix} C_{11n} \\ C_{12n} \\ C_{21n} \\ C_{22n} \end{bmatrix}$$

La résolution de ce système d'équation nous donne les valeurs de la matrice chaîne du quadripôle inconnu Q_x d'où on déduit ses S_{ij} .

On veut résoudre le système $[A][X] = [B]$ où A, X, B sont Complexes

Notons A_r, A_i, X_r, X_i, b_r et b_i les parties réelles et imaginaires respectives de A, X et B .

Le système s'écrit alors:

$$[A_r + jA_i][X_r + jX_i] = [b_r + jb_i] \quad (j^2 = -1)$$

En séparant les termes réels et imaginaires on aura:

$$A_r X_r - A_i X_i = b_r$$

$$j[A_i X_r + A_r X_i] = j b_i$$

Ce qui s'écrit sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} A_r & -A_i \\ A_i & A_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_r \\ X_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_r \\ b_i \end{bmatrix}$$

En Conclusion, on peut ramener le problème de la résolution d'un système linéaire complexe d'ordre n à celle d'un système linéaire réel d'ordre $2n$.

* Résolution des systèmes d'équations linéaires par la méthode de GAUSS:

La méthode de GAUSS consiste à transformer le système $AX = b$ à matrice A quelconque en un système équivalent $A'X = b'$

où A' est une matrice triangulaire supérieure.

La triangularisation est effectuée par le jeu de transformation élémentaires.

La résolution de ce dernier système étant immédiate avec l'algorithme suivant :

$$A'X = b'$$

A' étant une matrice triangulaire supérieure on a :

$$\sum_{j=1}^n a'_{ij} x_j = b'_i \quad i = 1, n$$

$$\text{où } a'_{ij} = 0 \text{ si } j < i$$

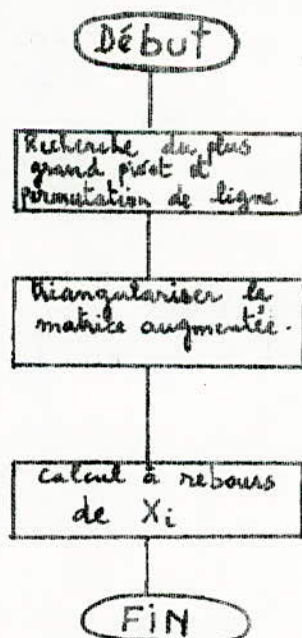
il équivaut donc à :

$$b'_i = \sum_{j=i}^n a'_{ij} x_j = \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j + a_{ii} x_i \quad i = 1, n$$

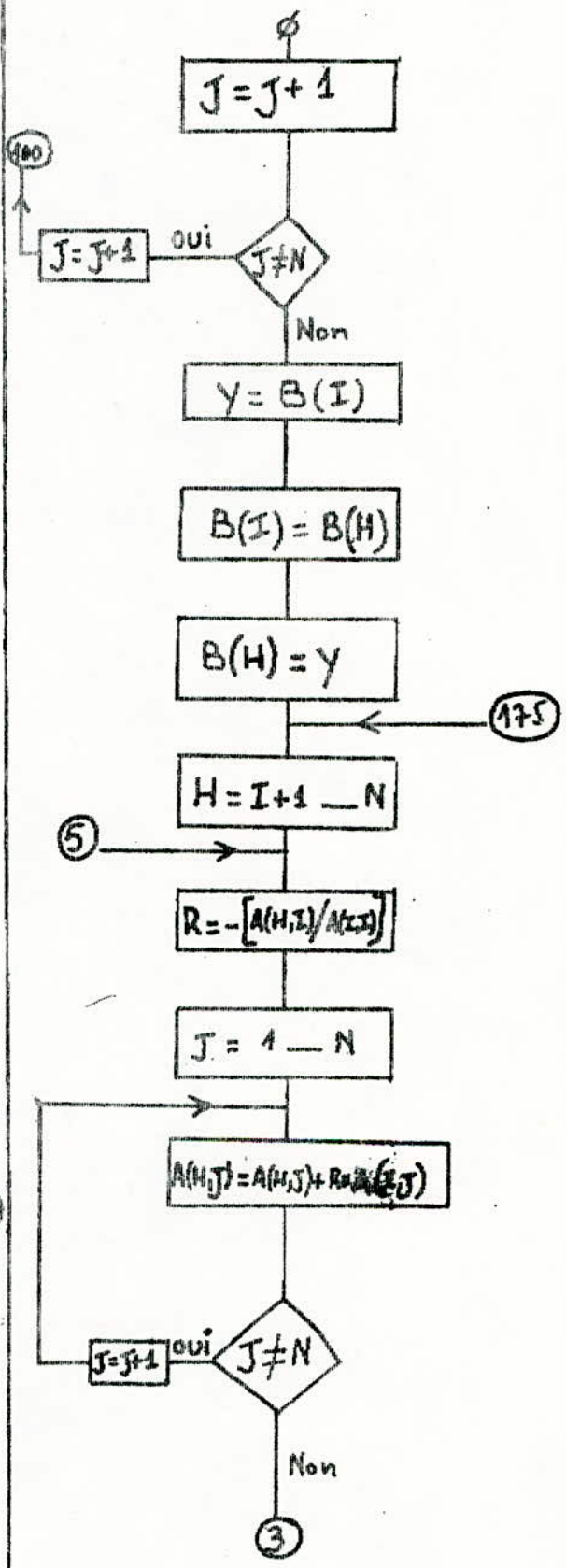
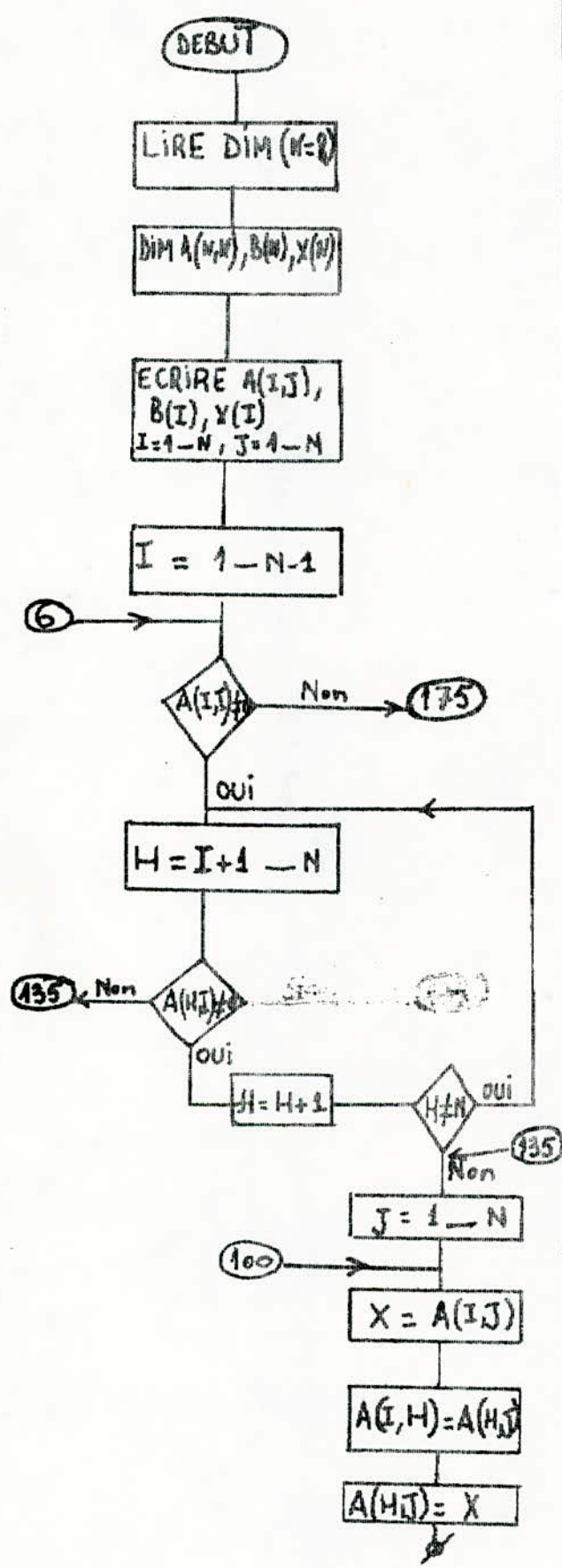
x_i s'obtient donc aisément par le calcul à rebours suivant :

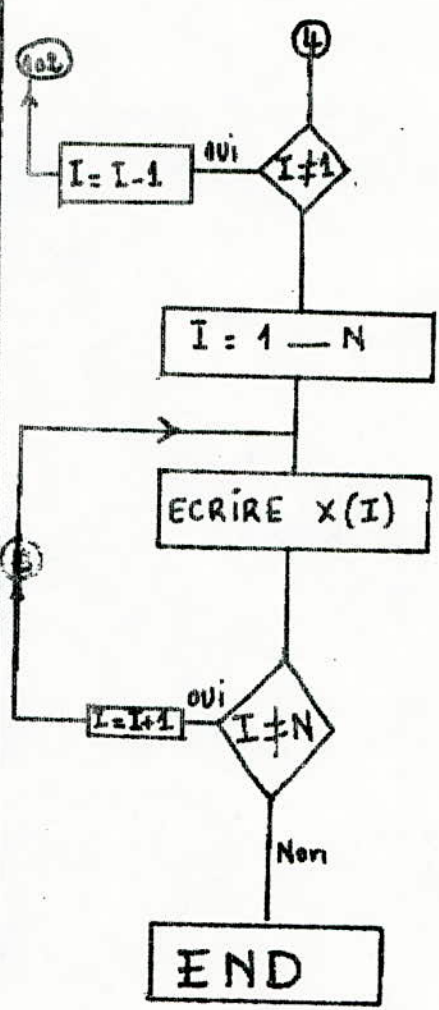
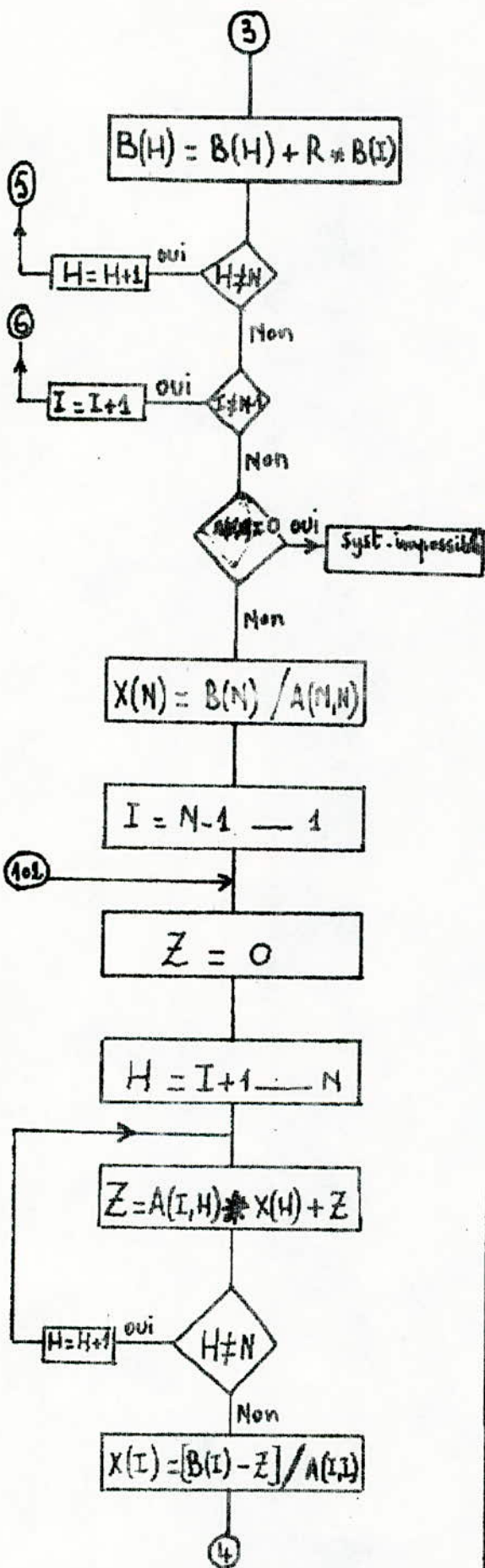
$$x_i = \frac{1}{a_{ii}} \left[b'_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j \right], \quad i = n, n-1, \dots, 1$$

- Algorithme donnant la résolution du système d'équation :



c) organigramme:





D] programme :

```

D5 REM : RESOLUTION D'UN SYST. LINEAIRE
    PAR LA METHODE DE GAUSS.
08 INPUT « LA DIM. N = » ; N
10 DIM A$(N,N), A(N,N), B$(N), B(N), X$(N), X(N)
15 FOR I= 1 TO N
20 FOR J= 1 TO N
25 A(I,J) = VAL (A$(I,J))
30 B(I) = VAL (B$(I))
35 X(I) = VAL (X$(I))
40 NEXT J
45 NEXT I
50 FOR I= 1 TO N
55 FOR J= 1 TO N
60 INPUT A(I,J)
65 NEXT J
70 NEXT I
75 FOR I= 1 TO N
80 INPUT B(I)
85 NEXT I
90 REM : TRIANGULARISATION DE LA MAT
95 FOR I= 1 TO N-1
100 IF A(I,I) < > 0 THEN 175
105 REM : RECHERCHE D'UN PIVOT NON NUL
110 FOR H=I+1 TO N
115 IF A(H,I) < > 0 THEN 135
120 NEXT H
130 REM : Permutation des lignes
135 FOR J= 1 TO N
140 X = A(I,J)
145 A(I,H) = A(H,J)
150 A(H,I) = X
155 NEXT J
160 Y = B(I)
165 B(I) = B(H)
170 B(H) = Y
175 FOR H=I+1 TO N
180 R = - [A(H,I) / A(I,I)]
185 FOR J= 1 TO N
190 A(H,J) = A(H,J) + R * A(I,J)
195 NEXT J
200 B(H) = B(H) + R * B(I)
205 NEXT H
210 NEXT I
215 IF A(N,N) = 0 THEN 290
220 RESOLUTION DU SYST. TRIANGULAIRE
225 X(N) = B(N) / A(N,N)
230 FOR I=N-1 TO 1 STEP -1

```

```

235 Z = 0
240 FOR H=I+1 TO N
245 Z = A(I,H) * X(H) + Z
250 NEXT H
255 X(I) = [(B(I) - Z)/A(I,I)]
260 NEXT I
265 PRINT " LES RACINES DU SYS. SONT : "
270 FOR I= 1 TO N
275 PRINT " X(I) = " , X(I) .
280 NEXT I
285 Go To 235
290 PRINT " syst. IMPOSSIBLE "
295 END

```

Ce programme a été adapté à "L'APPLE TWO" en langage basic. Le temps d'exécution du programme est approximativement de 30 s, les résultats sont donnés avec une précision de 10^{-4} .

É résultats pratiques :

$Q_A [1,3dB]$

Méthode des 3 points	Méthode de DESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,029 \angle -121^\circ$	$S_{11} = 0,025 \angle -120^\circ$	$S_{11} = 0,027 \angle -119^\circ$
$S_{22} = 0,034 \angle 241,3^\circ$	$S_{22} = 0,035 \angle +119^\circ$	$S_{22} = 0,033 \angle 249,43^\circ$
$S_{12} = 0,719 \angle 81,22^\circ$	$S_{12} = 0,836 \angle 80^\circ$	$S_{12} = 0,725 \angle 83^\circ$

$Q_A [2dB]$

Méthode des 3 points	Méthode de DESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,014 \angle -110^\circ$	$S_{11} = 0,016 \angle -110^\circ$	$S_{11} = 0,019 \angle -108^\circ$
$S_{22} = 0,015 \angle 124,67^\circ$	$S_{22} = 0,022 \angle 115^\circ$	$S_{22} = 0,018 \angle 119,07^\circ$
$S_{12} = 0,704 \angle 92,07^\circ$	$S_{12} = 0,787 \angle 93^\circ$	$S_{12} = 0,768 \angle 86,24^\circ$

$Q_A [3dB]$

Méthode des 3 points	Méthode de DESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,019 \angle -89^\circ$	$S_{11} = 0,018 \angle -90^\circ$	$S_{11} = 0,020 \angle -92,3^\circ$
$S_{22} = 0,05 \angle 119,6^\circ$	$S_{22} = 0,060 \angle 115^\circ$	$S_{22} = 0,059 \angle 116^\circ$
$S_{12} = 0,711 \angle 87,7^\circ$	$S_{12} = 0,706 \angle 83^\circ$	$S_{12} = 0,720 \angle 85,22^\circ$

$Q_B [1,3dB]$

Méthode des 3 points	Méthode de DESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,320 \angle -140^\circ$	$S_{11} = 0,320 \angle -140^\circ$	$S_{11} = 0,340 \angle -138^\circ$
$S_{22} = 0,443 \angle 74,57^\circ$	$S_{22} = 0,450 \angle 73^\circ$	$S_{22} = 0,446 \angle 70^\circ$
$S_{12} = 0,757 \angle 59,31^\circ$	$S_{12} = 0,752 \angle 59^\circ$	$S_{12} = 0,760 \angle 57^\circ$

$Q_B [2dB]$

Méthode des 3 points	Méthode de BESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,272 \angle -12^\circ$	$S_{11} = 0,270 \angle -130^\circ$	$S_{11} = 0,265 \angle -133,4^\circ$
$S_{22} = 0,386 \angle 63,6^\circ$	$S_{22} = 0,442 \angle 65^\circ$	$S_{22} = 0,442 \angle 67,42^\circ$
$S_{12} = 0,698 \angle 161,6^\circ$	$S_{12} = 0,694 \angle 60^\circ$	$S_{12} = 0,690 \angle 59^\circ$

$Q_B [3dB]$

Méthode des 3 points	Méthode de BESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,209 \angle -133^\circ$	$S_{11} = 0,240 \angle -138^\circ$	$S_{11} = 0,248 \angle -136^\circ$
$S_{22} = 0,440 \angle 75,6^\circ$	$S_{22} = 0,420 \angle 76^\circ$	$S_{22} = 0,400 \angle 74,9^\circ$
$S_{12} = 0,646 \angle 59,8^\circ$	$S_{12} = 0,640 \angle 60^\circ$	$S_{12} = 0,651 \angle 60^\circ$

Q_{Total}
 $\left\{ \begin{matrix} Q_A(2dB) \\ Q_B(3dB) \\ Q_C \end{matrix} \right\}$

Méthode des 3 points	Méthode de BESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,183 \angle -37^\circ$	$S_{11} = 0,190 \angle -35^\circ$	$S_{11} = 0,178 \angle -36,34^\circ$
$S_{22} = 0,235 \angle 140^\circ$	$S_{22} = 0,275 \angle 144^\circ$	$S_{22} = 0,245 \angle 146^\circ$
$S_{12} = 0,509 \angle -64,8^\circ$	$S_{12} = 0,547 \angle -56^\circ$	$S_{12} = 0,523 \angle -59,15^\circ$

Q_{Total}
 $\left\{ \begin{matrix} Q_A(2dB) \\ Q_B(2dB) \\ Q_C \end{matrix} \right\}$

Méthode des 3 points	Méthode de BESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,156 \angle -36^\circ$	$S_{11} = 0,156 \angle -35^\circ$	$S_{11} = 0,154 \angle -34,92^\circ$
$S_{22} = 0,333 \angle 123,3^\circ$	$S_{22} = 0,230 \angle 144^\circ$	$S_{22} = 0,282 \angle 134^\circ$
$S_{12} = 0,424 \angle -35,5^\circ$	$S_{12} = 0,450 \angle -34^\circ$	$S_{12} = 0,434 \angle -36,2^\circ$

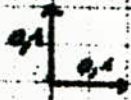
Q_{Total}
 $\left\{ \begin{matrix} Q_A(3dB) \\ Q_B(3dB) \\ Q_C \end{matrix} \right\}$

Méthode des 3 points	Méthode de BESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,126 \angle -37^\circ$	$S_{11} = 0,126 \angle -37^\circ$	$S_{11} = 0,125 \angle -36,56^\circ$
$S_{22} = 0,289 \angle 122,3^\circ$	$S_{22} = 0,291 \angle 144^\circ$	$S_{22} = 0,279 \angle 132,3^\circ$
$S_{12} = 0,333 \angle -33,9^\circ$	$S_{12} = 0,331 \angle -38^\circ$	$S_{12} = 0,329 \angle -34,9^\circ$

Q_x

Méthode des 3 points	Méthode de BESCHAMPS	Méthode des 4 points
$S_{11} = 0,227 \angle -224^\circ$	$S_{11} = 0,230 \angle 150^\circ$	$S_{11} = 0,240 \angle -230^\circ$
$S_{22} = 0,643 \angle 178,36^\circ$	$S_{22} = 0,582 \angle 65^\circ$	$S_{22} = 0,632 \angle 73^\circ$
$S_{12} = 0,681 \angle -172^\circ$	$S_{12} = 0,740 \angle 13,5^\circ$	$S_{12} = 0,671 \angle -173,3^\circ$

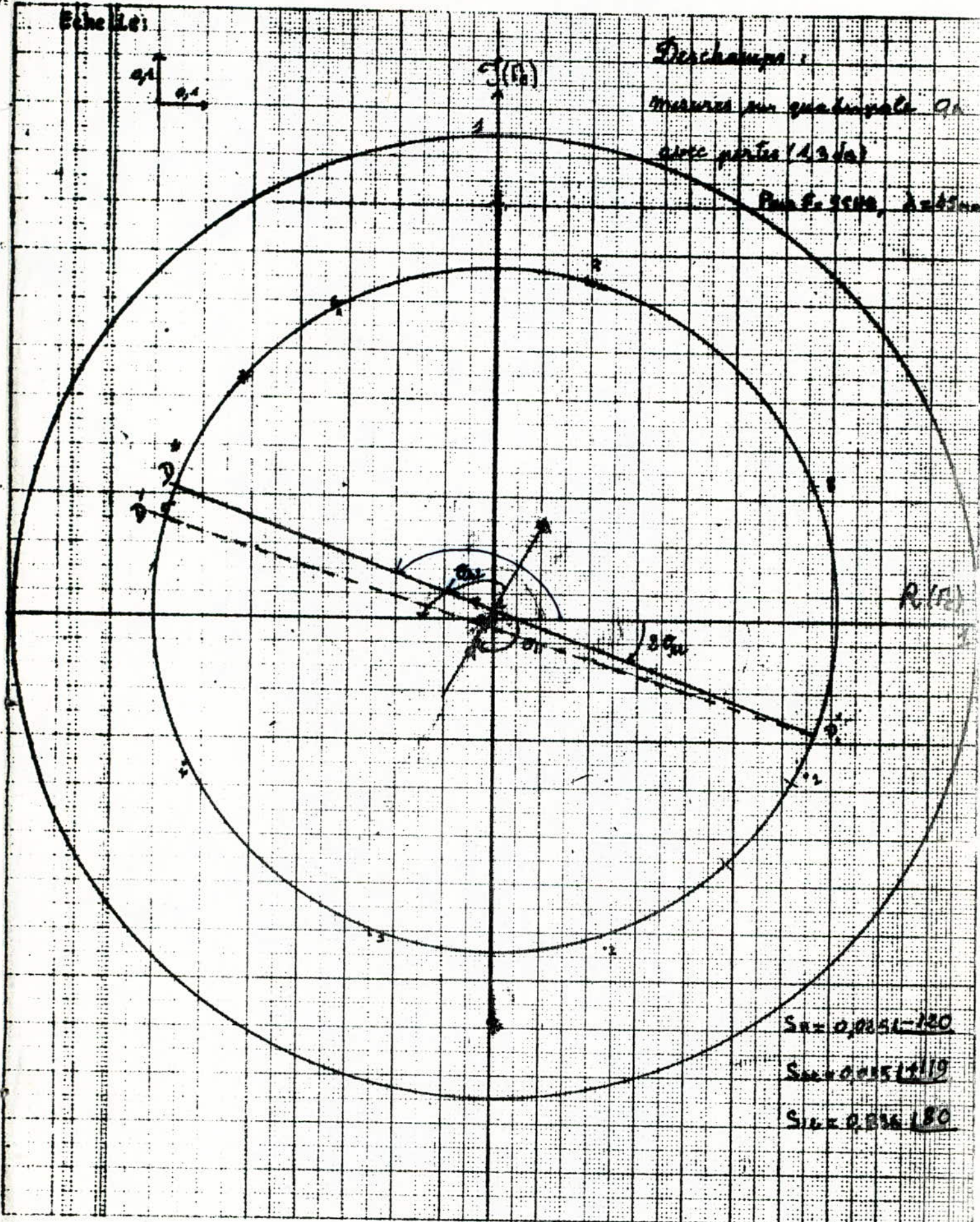
Echelle 1:1



Deschamps :

mesures sur quadrupole Q_1
avec parties 1/3/3/3

Amplitude 2,45m

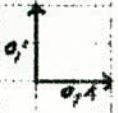


$S_1 = 0,0041 \cdot 120$

$S_2 = 0,0051 \cdot 119$

$S_3 = 0,0056 \cdot 180$

Echelle

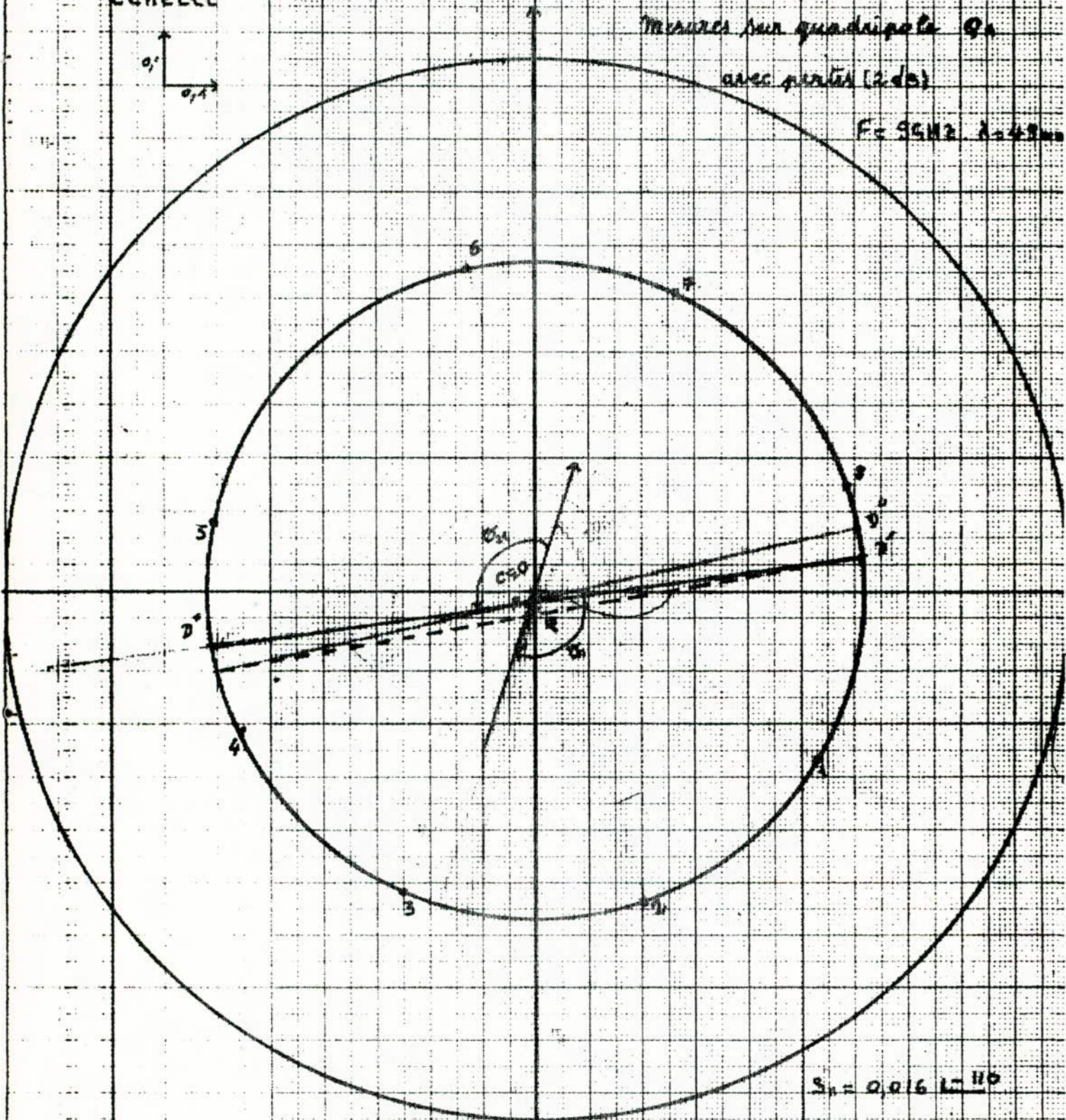


Deschamps:

Mesures sur quadripôle Q_1

avec pertes (2 dB)

$F = 9 \text{ GHz}$, $\lambda = 33 \text{ mm}$

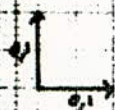


$$S_{11} = 0,016 \quad L = 110$$

$$S_{22} = 0,022 \quad L = 115$$

$$S_{12} = 0,787 \quad L = 22$$

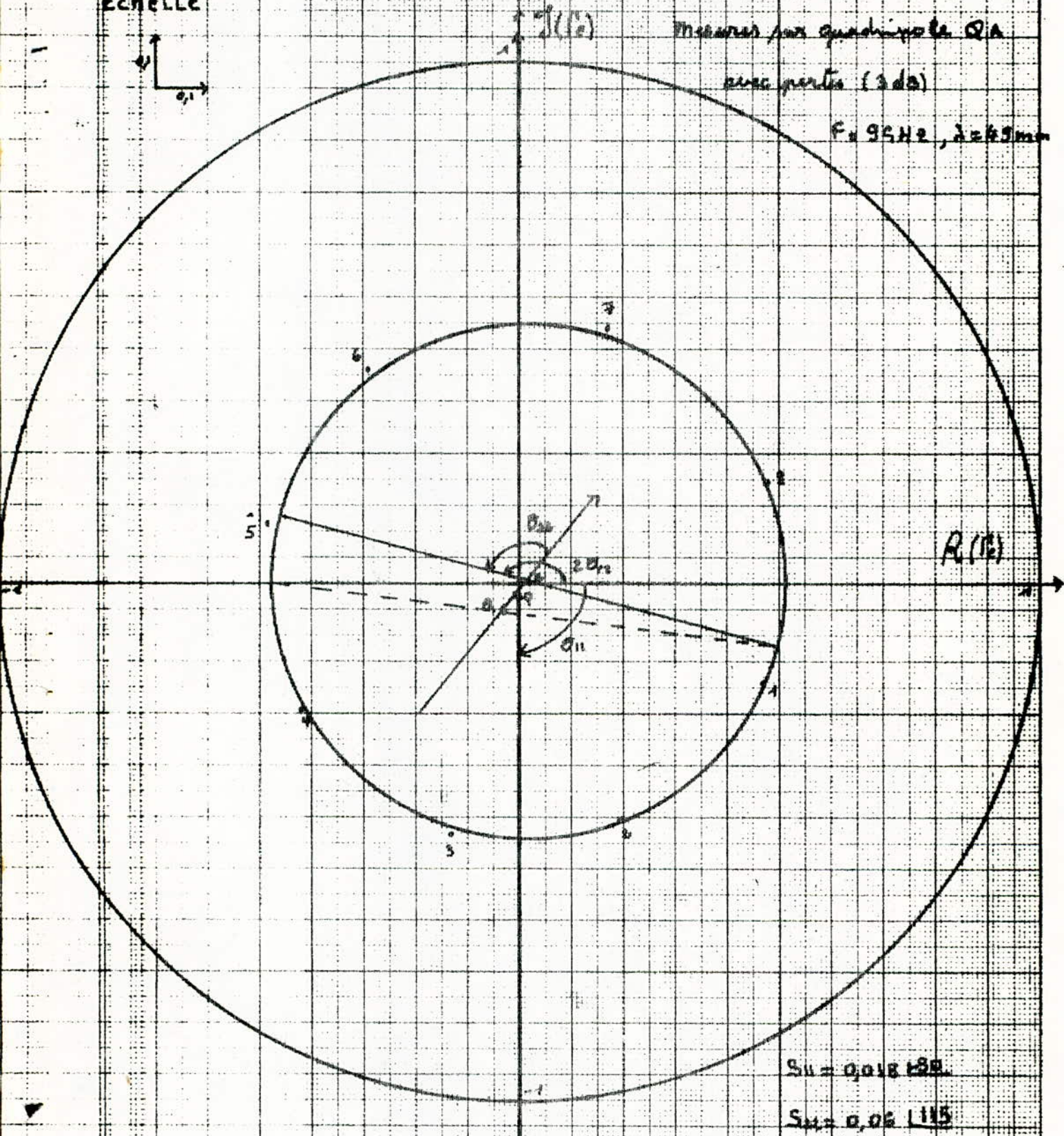
Echelle



Deschamps:

Mesures par quadrupole QA
avec pertes (3 dB)

$F_0 = 95.42$, $\lambda = 3.15$ m



$S_{11} = 0,018 \pm 0,001$

$S_{22} = 0,06 \pm 0,005$

$S_{12} = 0,706 \pm 0,005$

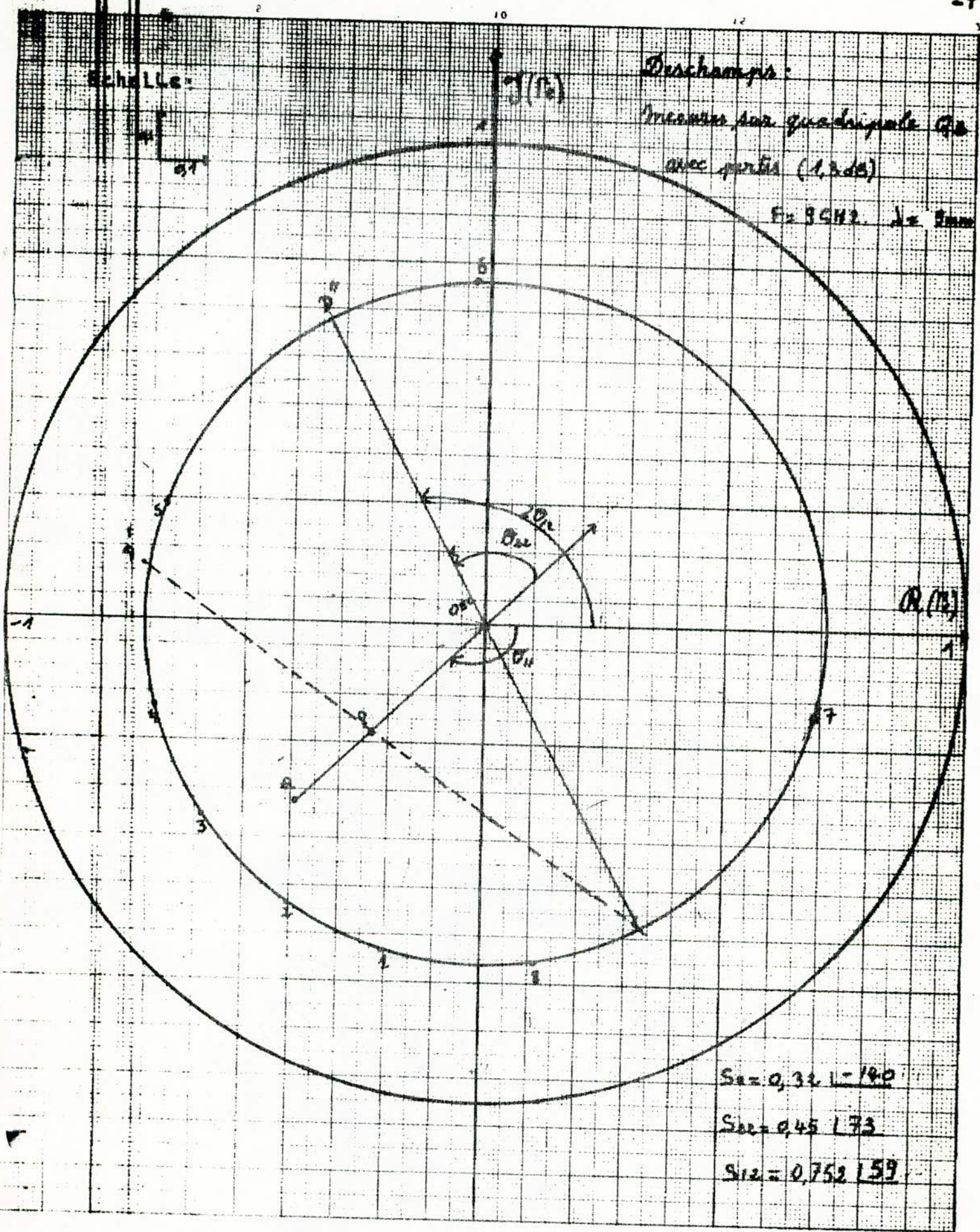
Echelle:



Deschamps:

Micromètre aux quadrupoles Q_0
avec parties (1, 2, 3, 4)

$F = 8542$ $\lambda = 8000$



$S_0 = 0,32 \quad l = 140$

$S_{02} = 0,45 \quad l = 73$

$S_{12} = 0,752 \quad l = 59$

Echelle:

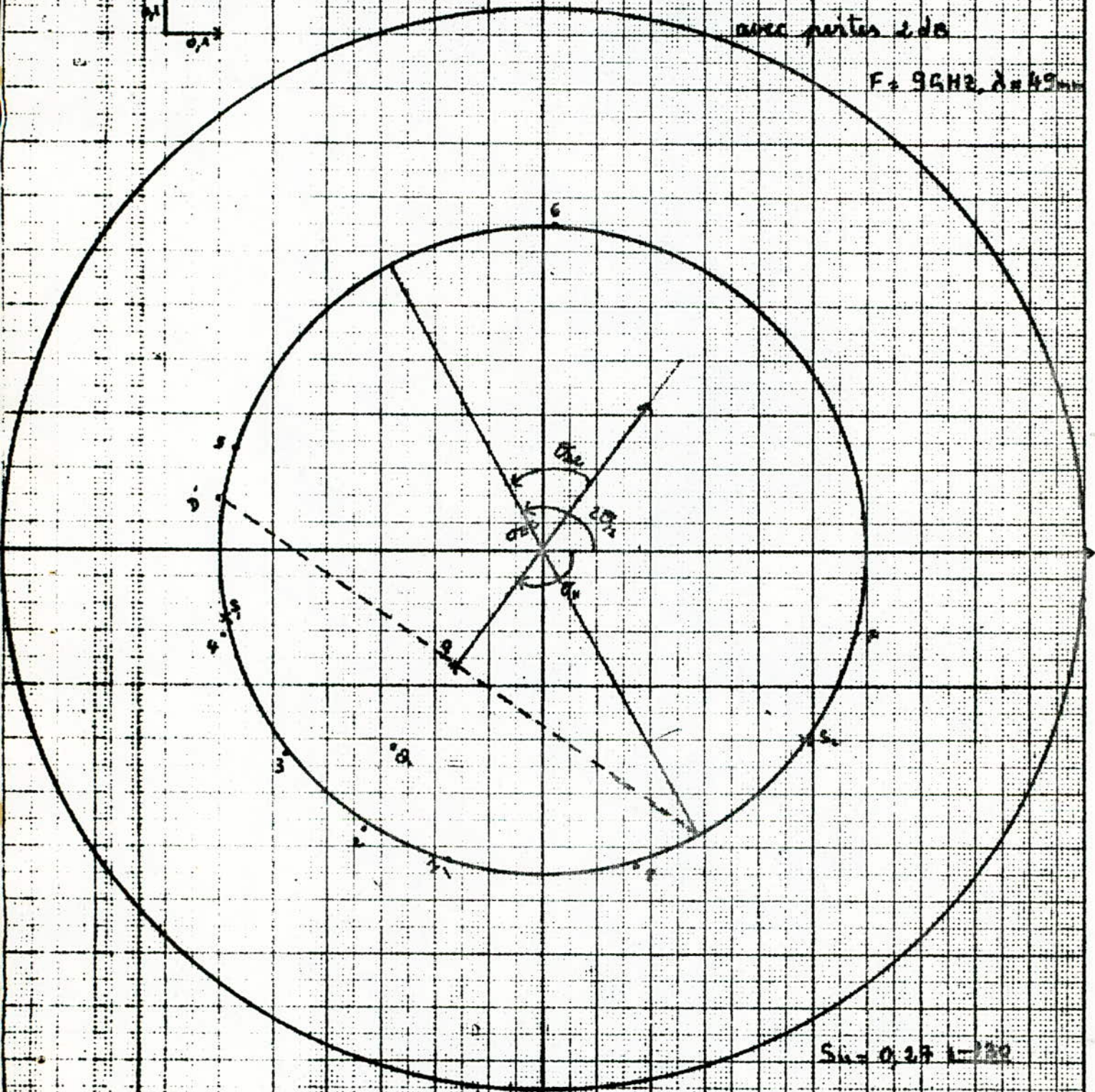


Deschamps:

mesures sur quadripole Q_0

avec pertes i.de

$F = 95\text{MHz}$, $\lambda = 49\text{cm}$

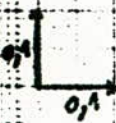


$$S_{11} = 0,27 \angle -130$$

$$S_{22} = 0,49 \angle 69$$

$$S_{12} = 0,67 \angle 69$$

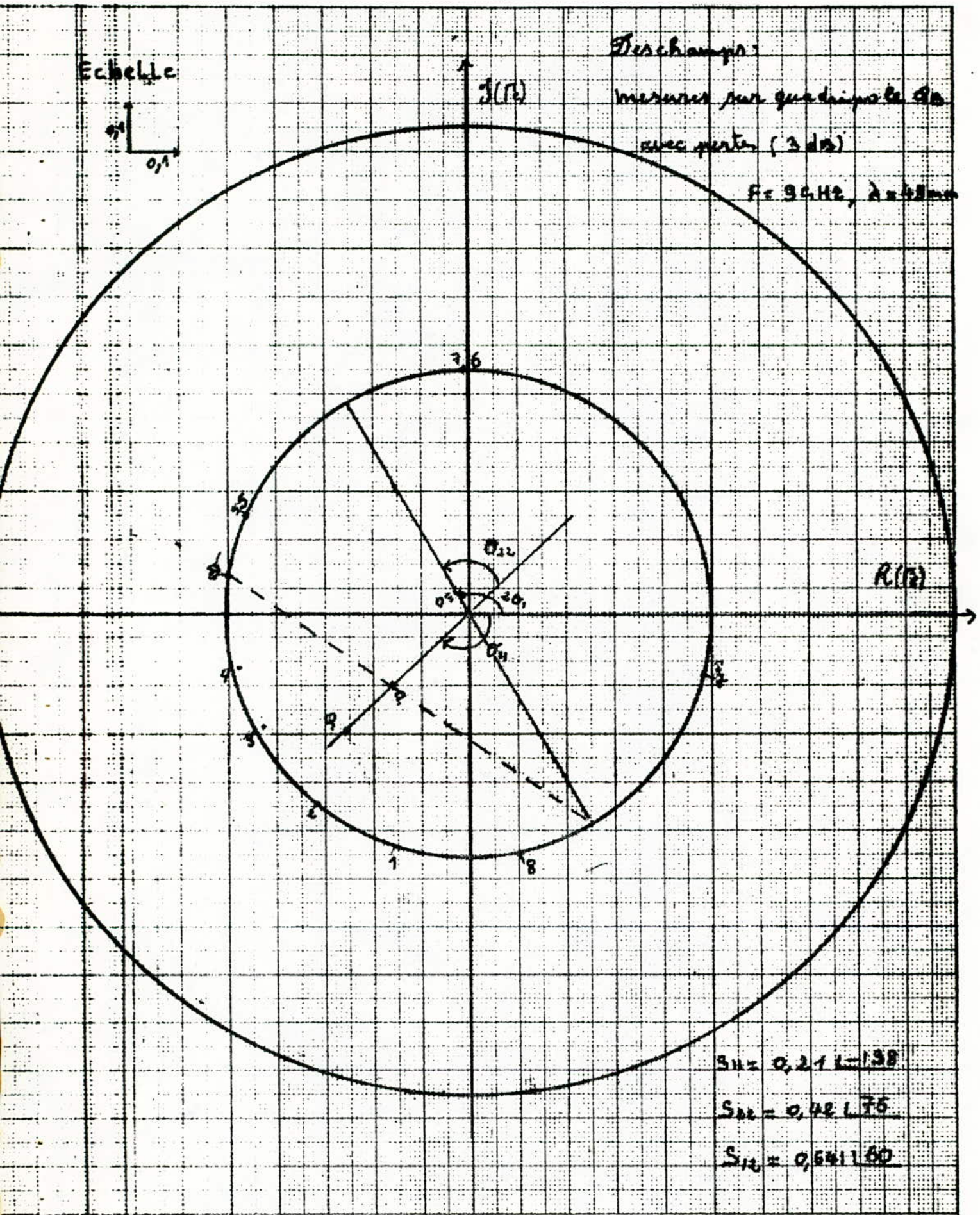
Echelle



Trichamps:

mesures sur quadripôle SA
avec perte (3 dB)

$f_c = 90\text{ MHz}$, $\lambda = 3.3\text{ m}$



$S_{11} = 0.21 \angle -138$

$S_{22} = 0.42 \angle 75$

$S_{12} = 0.64 \angle 60$

Echelle:

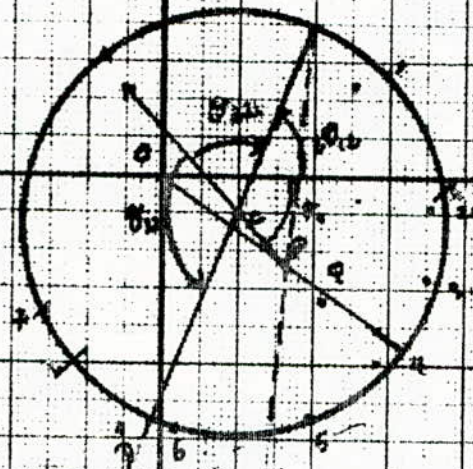


$J(\rho)$

Deschamps:

mesures par quadrants

total (Q_1 et Q_2 avec pds 1,210)



$R(\rho)$

$$S_{11} = 0,191-35$$

$$S_{12} = 0,3751-14$$

$$S_{13} = 0,5171-56$$

Echelle



$\mathcal{J}(P_0)$

Deschamps:

Mesures sur quasi-pôle total

(Q_0 et Q_0 avec pente 3dB)

Power F = 95 Hz, $\lambda = 49$ mm

$\mathcal{R}(P_0)$

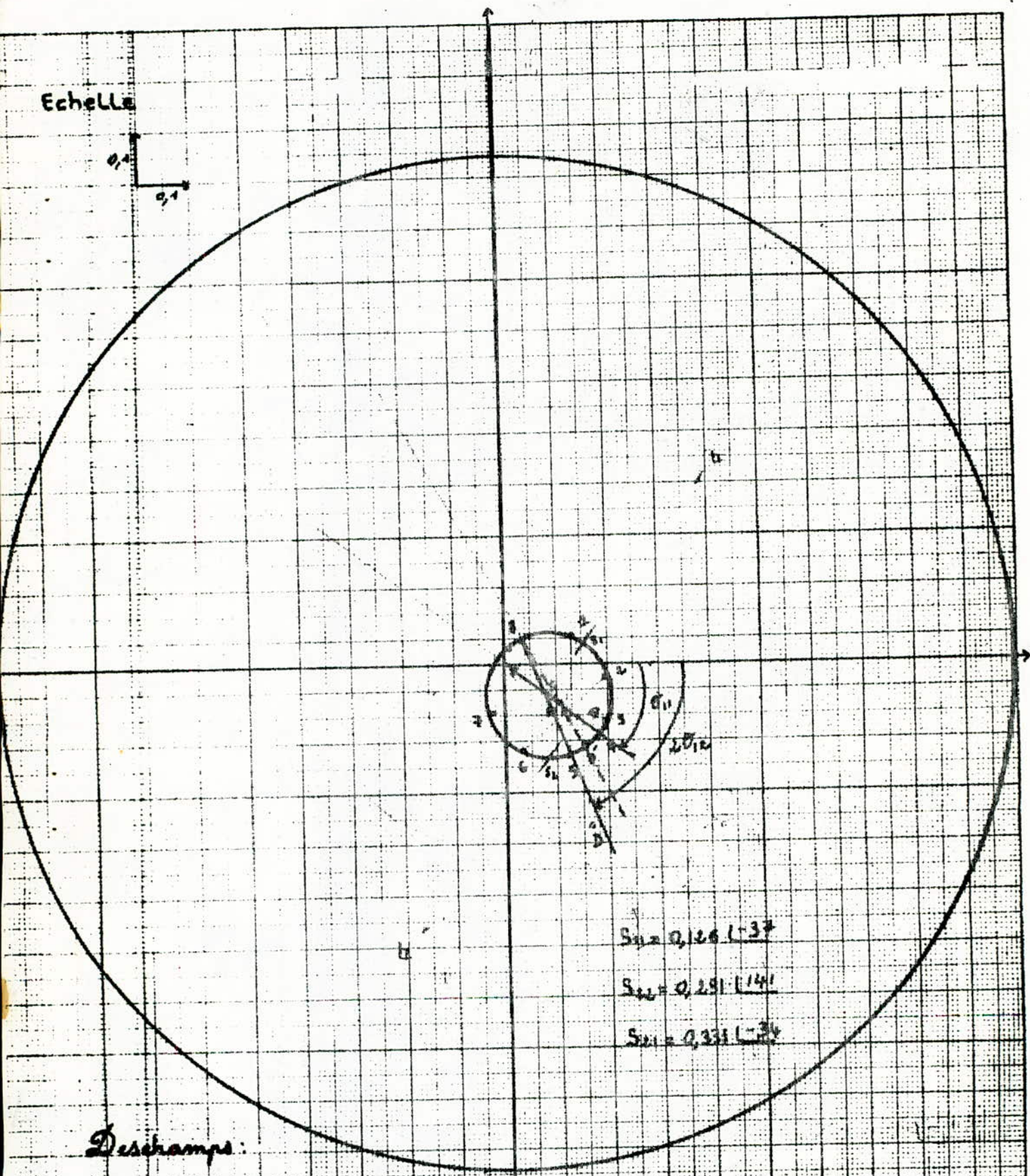


$$S_{11} = 0,156 \angle -35$$

$$S_{22} = 0,23 \angle 141$$

$$S_{12} = 0,45 \angle -34$$

Echelle



$$S_{11} = 0,126 \text{ (37)}$$

$$S_{22} = 0,291 \text{ (14)}$$

$$S_{21} = 0,331 \text{ (34)}$$

Deschamps:

Mesures sur quadrupôle total

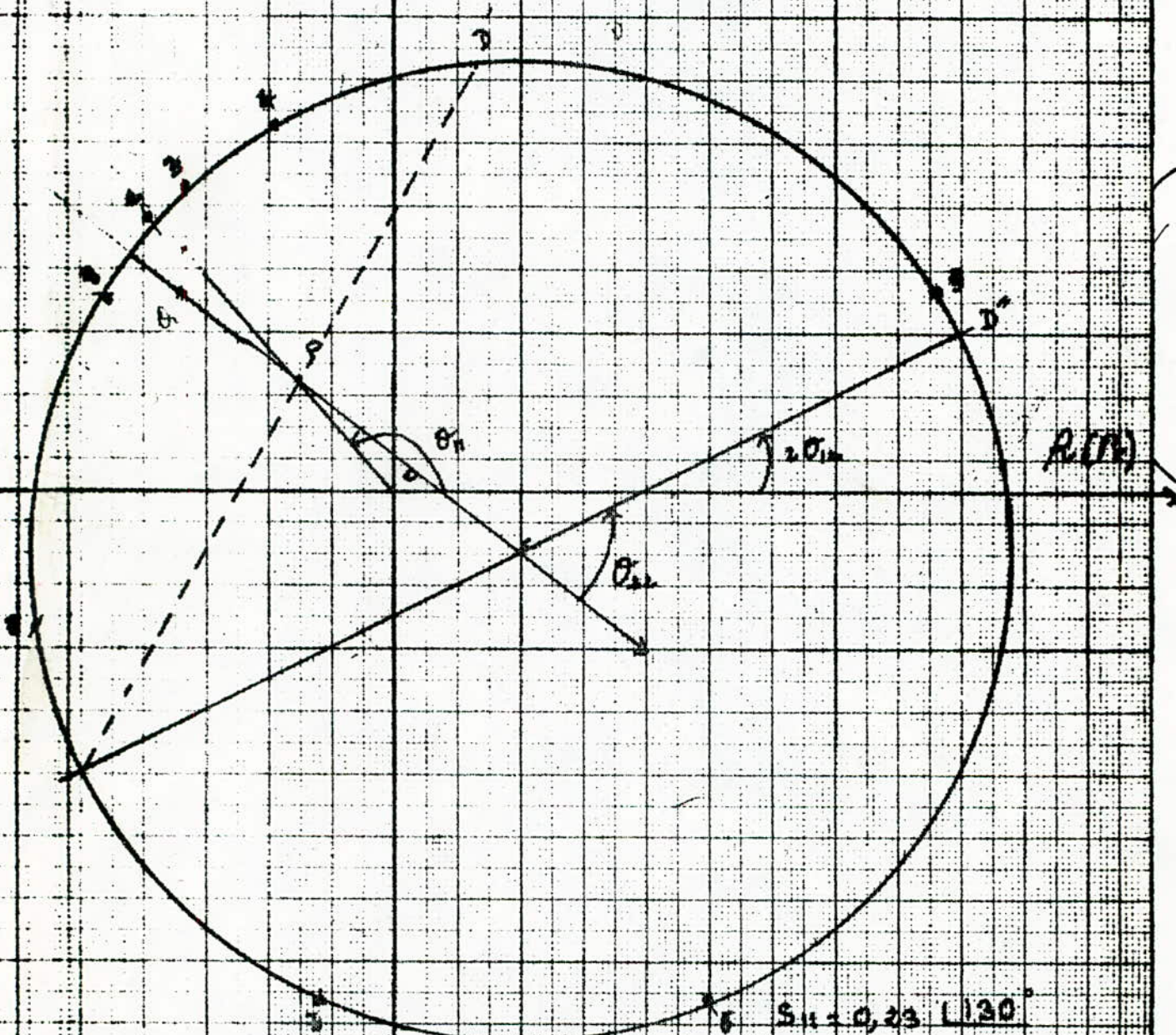
(Q_{11} et Q_{22} avec pertes (20)) pour $f = 3,5 \text{ MHz}$, $\lambda = 82 \text{ mm}$

Echelle:



Deschamps

Mesures par Quadrupole αx



$S_{11} = 0,23 \angle 130^\circ$
 $S_{22} = 0,582 \angle 65^\circ$
 $S_{12} = 0,71 \angle 135^\circ$

- Conclusion :

En utilisant les différentes méthodes de mesure des paramètres S_{ij} du quadripole on a remarqué que la méthode des 3 points est la plus simple et la plus rapide mais elle nous donne pas des valeurs très précises car on ne peut pas avoir une charge adaptée à 100%.

La méthode des 4 points présente un inconvénient les calculs nous prennent énormément de temps.

Par contre la méthode de DESCHAMPS est préférable car elle nous minimise les erreurs et on peut éliminer les valeurs aberrantes étant donné qu'on prend plusieurs points de mesure.

- Connaissant les S_{ij} des quadripoles (Q_A, Q_B, Q_T) on calcule les C_{ij} correspondants à la matrice A.

$[B] = [A][X]$ → On résout ce système d'équation en utilisant la méthode de GAUSS dont le programme a été donné précédemment.

En adaptant ce programme à "L'APPLE TWO" on obtient les résultats suivants du quadripole inconnu Q_x :

$Q_T = [Q_A(43), Q_B(43), Q_C]$	$Q_T = [Q_A(240), Q_B(240), Q_C]$	$Q_T = [Q_B(316), Q_C(316), Q_C]$
$S_{11x} = 0,284 \quad \quad -228,39^\circ$	$S_{11x} = 0,255 \quad \quad -228,38^\circ$	$S_{11x} = 0,229 \quad \quad -228,94^\circ$
$S_{22x} = 0,659 \quad \quad 78,6^\circ$	$S_{22x} = 0,620 \quad \quad 79^\circ$	$S_{22x} = 0,671 \quad \quad 98,75^\circ$
$S_{21x} = 0,664 \quad \quad -164,7^\circ$	$S_{21x} = 0,690 \quad \quad -170,7^\circ$	$S_{21x} = 0,652 \quad \quad -175,75^\circ$

- En Comparant les valeurs des paramètres S_{ij} du quadripole Q_z donné par l'ordinateur et ceux mesurés directement on constate une légère différence des valeurs et cela est dû aux différentes causes suivantes :

- Matériel (sa non fidélité des appareils)
- Erreurs de lecture (erreurs de paralaxe)
- Sensibilité du TOS mètre aux bruits pour les faibles TOS
Calibre 60 dB (instabilité de l'aiguille).

- Remarque :

On peut déterminer les S_{ij} du quadripole inconnu Q_z sans prendre des mesures sur les quadripoles intermédiaires Q_A et Q_B et cela d'après la formule $\Gamma_c = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_B}{1 - S_{22} \Gamma_B}$.

Pour le quadripole total :

$$S_{11T} = f(S_{ijA}, S_{ijB}, S_{ijX})$$

$$S_{12T} = f(S_{ijA}, S_{ijB}, S_{ijX})$$

$$S_{22T} = f(S_{ijA}, S_{ijB}, S_{ijX})$$

$$S_{21T} = f(S_{ijA}, S_{ijB}, S_{ijX})$$

On a finalement donc 12 inconnues à déterminer ; il nous faut 12 équations pour cela on doit faire 12 mesures pour 12 positions différentes du c.c. et on calcule à chaque fois le coefficient de réflexion à l'entrée du quadripole total.

Chap V CONCLUSION GENERALE:

La théorie sur les méthodes de mesure des paramètres de réflexion et de transmission d'un quadripôle est assez simple mais le côté pratique nous a posé beaucoup de problème notamment pour la mesure du TOS et aussi pour la confection de nos quadripôles intermédiaires Q_A et Q_B qui sont inconnus et qu'on a pris au début sans pertes et on a remarqué qu'on trouvait des TOS infini alors on a pensé à introduire des pertes sur ces quadripôles. Pour des grandes pertes le TOS est constant et voisin de 1 le cercle (P_e) se réduit à un point sur l'abaque de SMITH et il nous est très difficile de calculer les coefficients de réflexion à l'entrée du quadripôle alors on a introduit des faibles et moyennes pertes pour avoir un TOS normal.

Le TOS mètre est conçu de tel façon qu'il travaille dans la zone quadratique de la diode détectrice. Pour des signaux forts on est plus dans cette zone et les valeurs lues sur le TOS mètre ne correspondent plus aux vrais valeurs; pour cela on utilise les méthodes des 3 dB et de l'atténuateur. Supralement on a aucune idée sur la valeur du TOS alors faisant confiance à la lecture directe du TOS on trouve des TOS aux environs de 7 après calcul on trouve des valeurs aberrantes des S_{ij} ($S_{11}^2 + S_{21}^2 > 1$)

Alors on a incriminé cette méthode et on a refait les mesures en utilisant les deux autres méthodes de mesure du TOS qui nous donnaient pratiquement les mêmes valeurs du TOS qui étaient de 3 au lieu de 7, ce qui nous a permis d'aboutir à des résultats appréciables.

Pour l'optimisation nous l'avons pas traité car il nous fallait des tronçons de guide coulissant qui sont malheureusement non disponible au niveau du laboratoire.

L'utilisation de l'adaptateur à sonde variable à la place du tronçon de guide coulissant introduit de nouveaux problèmes : - Le plan de référence de Q_0 change et les caractéristiques de Q_m changent (en module et en phase).

BIBLIOGRAPHIE

- (1) P. GRIVET
Physique des lignes HF et d'UHF (1971)
- (2) BOUDOURIS et CHENEVIER
Circuits pour ondes guidées.
- (3) LAMOITIER
Le basic par la pratique
- (4) EL GINZTON
Microwave measurements (1957)
- (5) E. REVIÉ, R. SARDOS
Matrice [S] (1982).
- (6) GOUDET
Ondes Centimétriques.
- (7) DesChamps J. App. Phys Vol. 24. 1953
- (8) SERIE SCHAUM "Le basic"
- (9) M. BOUMAH RAT et A. GOURDIN [1983]
Méthodes numériques appliquées.