

ECOLE NATIONAL POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT DE METALLURGIE

8/91

THESE DE MAGISTER

Presentée Par : MERZAK LARIBI

LE 18 JUIN 1991

INTITULÉE

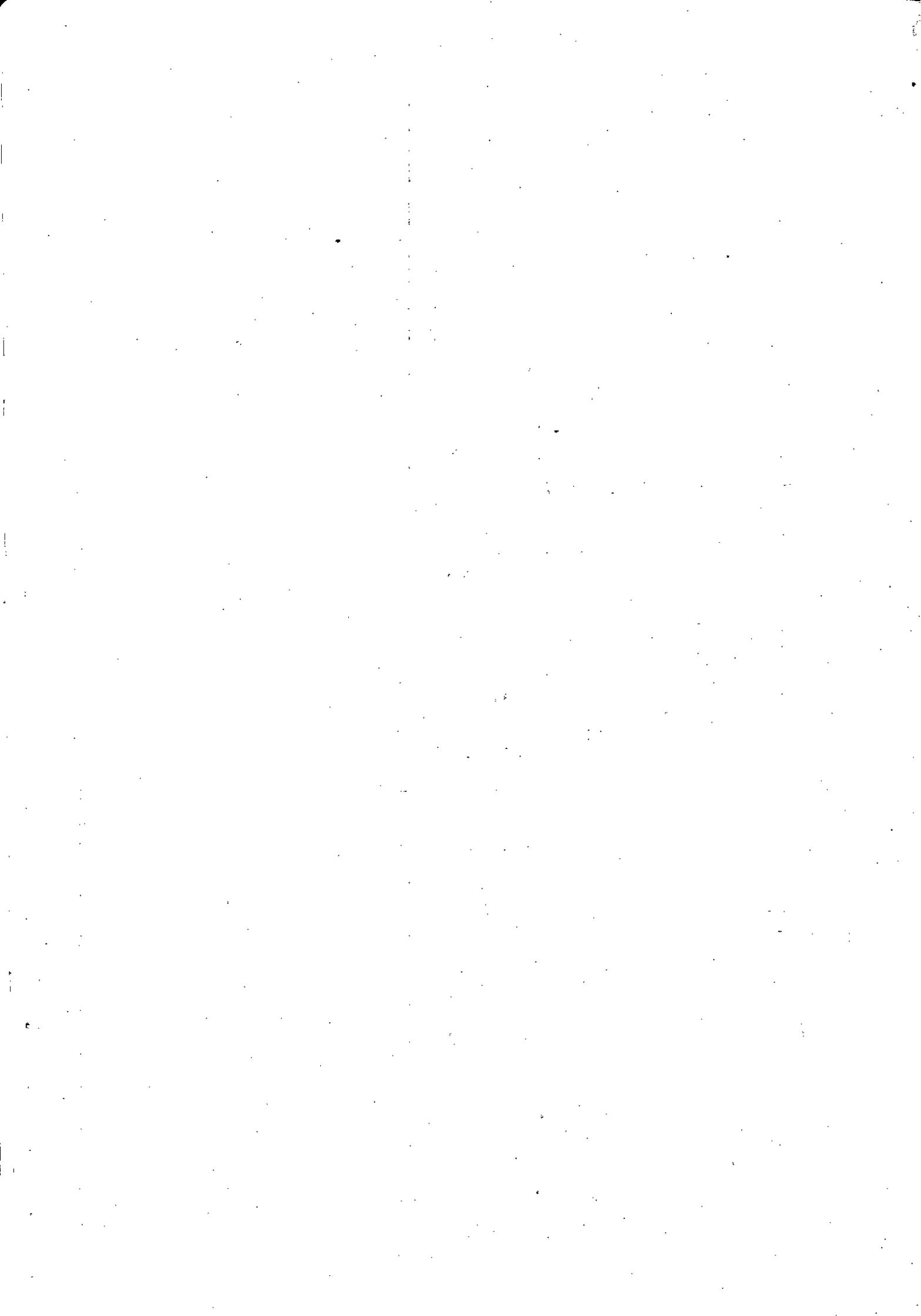
ETUDE COMPARATIVE DE LA DISTRIBUTION
DE TEMPERATURE D'UNE PIECE
CYLINDRIQUE SUBISSANT UN TRAITEMENT
THERMIQUE EN FONCTION DE DIFFERENTS
TYPES DE CHAUFFAGE

DEVANT LE JURY :

Président : Pr A. GAHMOSSE.

Examineurs Mr N. MESRATI
Mr R. DJELLOULI
Mr P. HELLAL
Mr A. GUEDJATI

Rapporteur : Mr D. PHAM KIM.



ECOLE NATIONAL POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT DE METALLURGIE

THESE DE MAGISTER

Presentée Par : MERZAK LARIBI

LE 18 JUIN 1991

INTITULÉE

ETUDE COMPARATIVE DE LA DISTRIBUTION
DE TEMPERATURE D'UNE PIECE
CYLINDRIQUE SUBISSANT UN TRAITEMENT
THERMIQUE EN FONCTION DE DIFFERENTS
TYPES DE CHAUFFAGE

DEVANT LE JURY :

Président : Pr A.GAIMOUSSE.

Examineurs Mr N.MESRATI
Mr R.DJELLOULI
Mr P.HELLAL
Mr A.GUEDJATI

Rapporteur : Mr D.PHAM KIM.

*
* R E M E R C I E M E N T S *
*

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à mon directeur de thèse Mr J.Karpati pour son aide fructueuse et pour ses prodigieux conseils.

Je remercie également Mr K.Pham pour les efforts qu'il n'a cessé de fournir en vue de mener à bien et à terme ce travail.

Mes remerciements vont également aux professeurs A.Biro et F.Tranta pour m'avoir accueilli dans leurs laboratoires à l'université polytechnique de Miskolc en Hongrie où a été effectuée la partie expérimentale de notre étude.

Que mon ami M.Katir trouve ici mes remerciements pour son assistance continue et son soutien moral.

J'exprime ma gratitude au Professeur A.Gahmousse pour la présidence du jury ainsi qu'à Mrs N.Mesrati, R.Djellouli, F.Hellal, A.Guedjati et K.Pham d'avoir accepté de juger ce travail.

Mon profond respect va à tous ceux qui, de près ou de loin, ont contribué à la réussite de ce travail.

SOMMAIRE

| | | | |
|----------------------|---|-----------|----|
| CHAPITRE I: | INTRODUCTION | | 1 |
| CHAPITRE II: | TECHNIQUES EXPERIMENTALES | | 5 |
| II-1: | Introduction | | 6 |
| II-2: | Matériau étudié | | 6 |
| II-3: | Forme et dimensions des éprouvettes | | 7 |
| II-4: | Traitement thermique réalisé | | 7 |
| II-5: | Types de fours utilisés | | 10 |
| II-6: | Enregistreur de températures | | 14 |
| II-7: | Perforation de l'éprouvette | | 16 |
| II-8: | Fabrication et mise en place des thermocouples | | 17 |
| II-9: | Enfournement des éprouvettes | | 21 |
| II-10: | Défournement des éprouvettes | | 23 |
| II-11: | Modes de chauffage utilisés | | 23 |
| II-11-1: | Chauffage type "A" | | 24 |
| II-11-2: | Chauffage type "B" | | 24 |
| II-11-3: | Chauffage type "C" | | 27 |
| II-11-4: | Chauffage type "D" | | 27 |
| II-12: | Schéma du dispositif expérimental | | 30 |
| CHAPITRE III: | PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX. | | 31 |
| III-1: | Introduction | | 32 |
| III-2: | Techniques et équipements mis en oeuvre | | 34 |
| III-2: | Chauffage type " A " | | 38 |
| III-2-1: | Résultats thermiques | | 39 |
| III-2-2: | Etude métallographique | | 41 |

| | | | |
|---------------------|--|-----------|-----------|
| III-2-3: | Etude de décarburation | | 42 |
| III-2-4: | Essais de dureté | | 43 |
| III-3: | Chauffage type " B " | | 44 |
| III-3-1: | Résultats thermiques | | 45 |
| III-3-2: | Etude métallographique | | 47 |
| III-3-3: | Etude de décarburation | | 48 |
| III-3-4: | Essais de dureté | | 49 |
| III-4: | Chauffage type " C " | | 50 |
| III-4-1: | Résultats thermiques | | 51 |
| III-4-2: | Etude métallographique | | 53 |
| III-4-3: | Etude de décarburation | | 54 |
| III-4-4: | Essais de dureté | | 55 |
| III-5: | Chauffage type " D " | | 56 |
| III-5-1: | Résultats thermiques | | 57 |
| III-5-2: | Etude métallographique | | 59 |
| III-5-3: | Etude de décarburation | | 60 |
| III-5-4: | Essais de dureté | | 61 |
| III-6: | Analyse des résultats expérimentaux | | 62 |
| | Conclusions | | 65 |
| CHAPITRE IV: | MODELISATION MATHEMATIQUE | | 66 |
| IV-1: | Introduction | | 67 |
| IV-2: | Position du problème | | 68 |
| IV-3: | Principes de fonctionnement d'un four de traitement thermique | | 70 |
| IV-4: | Equation différentielle de conduction | | 75 |
| IV-4-1: | Conductivité thermique " k " | | 76 |
| IV-4-2: | Chaleur spécifique " C _p " | | 78 |
| IV-5: | Discrétisation de l'équation différentielle | | 78 |
| IV-6: | Discrétisation du domaine d'étude | | 83 |
| IV-7: | Conditions initiales | | 87 |

| | | |
|-----------|---|-----|
| IV-8: | Conditions aux limites | 87 |
| IV-8-1: | Linéarisation de l'équation du rayonnement . | 89 |
| IV-8-1-1: | Détermination du coefficient d'écoulement par convection | 90 |
| IV-8-1-2: | Détermination du facteur d'échange par rayonnement | 91 |
| IV-9: | Etablissement du système d'équations . . | 92 |
| IV-9-1: | Principe de la méthode A.D.I | 93 |
| IV-9-2: | Mise en équations | 93 |
| IV-9-3: | Résolution par la méthode T.D.M.A . . . | 108 |
| IV-10: | Organigramme général | 111 |
| IV-11: | Possibilités et limites du logiciel . . . | 115 |

CHAPITRE V: PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS

| | | |
|--------|--|------------|
| | NUMERIQUES | 117 |
| V-1: | Présentation des résultats numériques . . | 118 |
| V-1-1: | Chauffage type "A" | 119 |
| V-1-2: | Chauffage type "B" | 122 |
| V-1-3: | Chauffage type "C" | 125 |
| V-1-4: | Chauffage type "D" | 128 |
| V-2: | Analyse des résultats numériques | 131 |
| | Etude comparative | 132 |
| | CONCLUSIONS GENERALES | 133 |
| | Références bibliographiques | 135 |
| | Annexes | 142 |

Depuis plusieurs décades, de nombreux progrès ont été accomplis en chauffage industriel et les opérations thermiques se sont considérablement développés. Ceci a permis d'acquérir un ensemble de techniques à même de fournir des produits et des prestations très rentables.

Naguère, dans l'industrie, on attachait moins d'importance à la puissance des fours. Actuellement, on exige d'avantage de performances pour une bonne production et un meilleur rendement, performances qui nécessitent une étude réellement plus précise des fours et de leurs fonctionnements. A ce développement doit correspondre la vérification des données de base et le remaniement des méthodes de calcul [1].

Aussi, l'avènement des ordinateurs et de l'informatique moderne est d'une aide inestimable dans l'étude des procédés, la compréhension des phénomènes, l'évaluation des résultats, le contrôle aisé des différents paramètres ainsi que la rapidité d'exécution et la facilité du choix et du "design" des fours et autres installations thermiques.

Par ailleurs, le choix d'un alliage métallique et des traitements qu'il faut lui faire subir, dépendent des sollicitations pratiques de son emploi. A cet effet, des opérations de traitements thermiques sont très souvent utilisées pour conférer aux matériaux métalliques des propriétés mécaniques requises pour des conceptions données, et l'emploi des fours pour la réalisation de cette tâche s'avère sine qua non.

Ceci étant, un fait fondamental demeure: Comment tirer le meilleur parti des vastes possibilités d'un four et de réaliser par conséquent le traitement thermique le moins onéreux tout en assurant une meilleure qualité du produit ?

Il est évident qu'une connaissance approfondie des matériaux, une utilisation réfléchie du four et un choix judicieux du mode de chauffage conduisent nécessairement à une plus grande capacité de production, une possibilité d'économie de l'énergie, un meilleur rendement ainsi que des caractéristiques mécaniques adéquates du produit traité.

Partant de ces considérations, l'objet de notre travail (constitué de deux parties) repose principalement et d'une part sur les travaux expérimentaux suivants:

- Faire subir à un alliage bien précis un traitement thermique adéquat sous l'influence respective de différents modes de chauffage.

- Contrôler pour chaque cas, l'évolution de la température de certains points judicieusement choisis de la pièce par l'intermédiaire de thermocouples et autres équipements spécifiques.

- Mettre en évidence les facteurs économiques mis en jeu ainsi que le temps nécessaire à la réalisation du traitement, relativement à chaque mode de chauffage.

- Procéder à une étude comparative des propriétés mécaniques résultantes après chaque traitement thermique.

Le but essentiel de cette étude expérimentale est naturellement varié: on vise en premier lieu la détermination du type de chauffage le plus rationnel et le plus rentable en vue d'augmenter la productivité du four. En deuxième lieu, il porte sur une meilleure connaissance de certains phénomènes thermiques complexes encore peu étudiés.

D'autre part, et dans le souci d'assurer le succès de la méthodologie sur l'étude d'un tel processus industriel, le deuxième volet de notre travail consiste en la modélisation mathématique du processus expérimental.

Cette simulation est basée sur l'approche par des modèles mathématiques puissants qui ont nécessité des analyses préalables approfondies des phénomènes et des méthodes d'investigation.

Cette étude a été menée en étroite liaison avec le travail expérimental en profondeur.

Une fois le modèle mathématique établi, un logiciel informatique est mis au point. Son objectif premier est de déterminer le profil de température dans la pièce au cours de chaque chauffage ainsi que le temps d'homogénéisation requis. Il permettrait également à partir de certaines connaissances préliminaires, l'obtention rapide et à moindres frais des informations nécessaires au contrôle et au perfectionnement des techniques de chauffage.

Enfin, la compatibilité des résultats mathématiques et expérimentaux validerait le logiciel élaboré, justifierait son efficacité et permettrait son utilisation ultérieure pour l'analyse d'autres procédés similaires. Ainsi pourrait-on prévoir leurs comportements sans avoir à recourir aux expériences généralement coûteuses, simplement en tenant compte des paramètres mis en jeu dans le nouveau procédé à étudier.

II-1 Introduction :

Le choix du matériau étudié, de sa forme, de ses dimensions ainsi que son traitement thermique sont l'aboutissement de recherches bibliographiques et d'informations recueillies au niveau des entreprises métallurgiques et de construction mécanique.

Une première analyse montre que l'acier tient une place considérable au coeur des besoins quotidiens de l'industrie, parcequ'on peut faire varier ses propriétés dans de larges limites en agissant, d'une part sur sa composition chimique et, d'autre part en mettant en oeuvre des traitements thermiques appropriés. Cet alliage offre également la possibilité de fabriquer des pièces de différentes formes et de n'importe quelles dimensions.

II-2 Matériau étudié :

Pour les raisons sus-citées d'une part, et pour sa disponibilité et son utilisation préférentielle pour la fabrication de pièces mécaniques courantes d'autre part, nous avons utilisé au cours de nos essais expérimentaux un acier XC 42

Une analyse spectrochimique effectuée sur un échantillon prélevé sur le matériau en question a révélé la composition chimique suivante:

| % des éléments les plus importants: | C | Mn | Si | S | P | Al |
|-------------------------------------|------|------|------|-------|-------|------|
| | 0.45 | 0.68 | 0.26 | 0.021 | 0.017 | 0.05 |

II-3 Forme et dimensions des éprouvettes :

La deuxième analyse des informations montre que la forme cylindrique est utilisée dans une large mesure sans limites de dimensions.

Pour cela, six (06) éprouvettes de forme cylindrique, d'un diamètre de soixante (60) mm et d'une longueur de cinq cents (500) mm ont été découpé sous lubrification sur une longue barre d'acier XC 42.

Ces dimensions représentent la moyenne de celle d'une gamme de produits cylindriques qu'on retrouve dans différentes industries, en commençant par de simples boulons jusqu'aux grands cylindres de forages pétroliers en passant par une panoplie de pièces de moyennes dimensions (arbres, axes, vérins ...) [15,47].

II-4 Traitement thermique réalisé :

Souvent, et dans le cas où de telles pièces sont employées dans des conditions de choc, de fatigue, de charge statique ou dynamique et de rupture, on recherche une microstructure fine et homogène possédant de bonnes caractéristiques plastiques et des propriétés de résistance convenables.

Le traitement de **Normalisation** constitue un des traitements thermiques recommandés à cet effet. Il conduit (dans le cas d'aciers hypoeutéctoides) à des structures ferrito-perlitiques très homogènes [5,8,9,12].

Ce traitement consiste en un chauffage au dessus de A_{c3} (cf. figs II.1,2), suivi d'un refroidissement rapide en air calme [8,10,46]. Le temps de maintien de la pièce dans le domaine austénitique doit être court; celle-ci doit séjourner au four

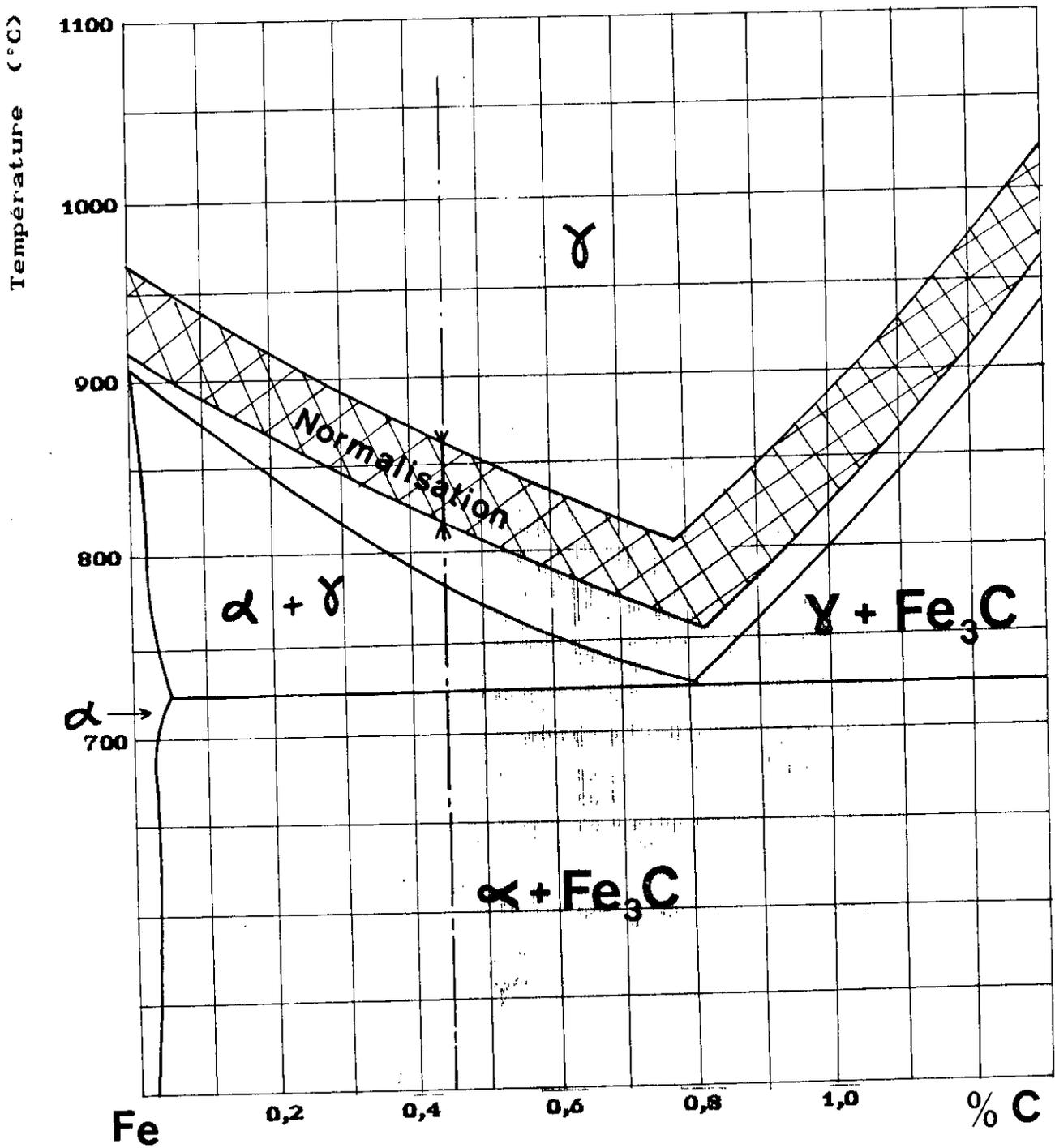


Fig II.1: Détermination de la température de normalisation de l'acier XC 42 par le diagramme Fe - C.

juste le temps suffisant pour permettre une température uniforme dans toute son épaisseur [10,8,9].

Pour l'acier XC 42, on recommande [5,47,46,15] une température de normalisation de 850°C environ.

Les principales caractéristiques mécaniques attendues par ce traitement thermique sont:

- Une structure ferrito-perlitique fine et coaléscée répartie de manière homogène dans toute l'épaisseur de la pièce.
- Une dureté également homogène comprise entre 195 et 210 HB selon les normes [15,10,46].

Une étude détaillée de ces deux propriétés ainsi que le phénomène de décarburation renseignent sur d'autres caractéristiques pouvant évidemment être améliorées, en l'occurrence l'allongement sera augmenté d'environ 15 à 20% et la résistance à la traction est améliorée de 3 à 5 Kgf/mm²... [8,15].

II-5 Types de fours utilisés :

Deux (02) types de fours industriels ont été utilisés pour l'accomplissement du traitement thermique de normalisation sous les différents modes de chauffage.

Le premier est un four discontinu à chambre. Il permet un chauffage direct sous flux convectif et rayonnant par l'intermédiaire d'un brûleur à gaz situé au niveau de la voûte. Ce four permet d'atteindre rapidement des températures de l'ordre de 1400°C. La fumée est dégagée par une tuyère située en bas de la paroi arrière. Le thermocouple situé sur la paroi supérieure

fait irruption à une quinzaine de centimètres à l'intérieur de la chambre. Celui-ci est relié à un régulateur permettant l'asservissement du four. La porte de ce four peut s'ouvrir et se refermer par l'intermédiaire d'un système pneumatique. (cf. figure II.3).

Suivant la température désirée, le régulateur agit sur un système d'électro-vannes permettant un débit convenable de gaz naturel et d'air, assurant une bonne combustion jusqu'à l'atteinte de la température de consigne. L'entrée d'air et de combustible se fait à des pressions bien déterminées.

Le deuxième appareil est un four électrique à convection forcée (cf figure II.4). Il comporte un ventilateur électrique servant au brassage de l'atmosphère dans l'enceinte en vue d'homogénéiser la température à l'intérieur de celle-ci et d'accélérer le processus de transfert de chaleur entre le corps de chauffe et la charge métallique. Ce ventilateur est fixé sur la paroi supérieure du four, celle-ci sert également de porte à système pneumatique.

Les résistances électriques très puissantes se trouvent installées sur les parois latérales et rayonnent sur des plaques radiantes situées à une dizaine de centimètres en regard. Le thermocouple est placé entre les résistances et les plaques radiantes et est relié au régulateur.

Il convient de signaler que ce four réalise des puissances très élevées. La température qui augmente de manière rapide et homogène dans toute l'enceinte peut atteindre 1200°C.

Trois raisons principales nous ont conduit à utiliser les deux fours sus-cités :

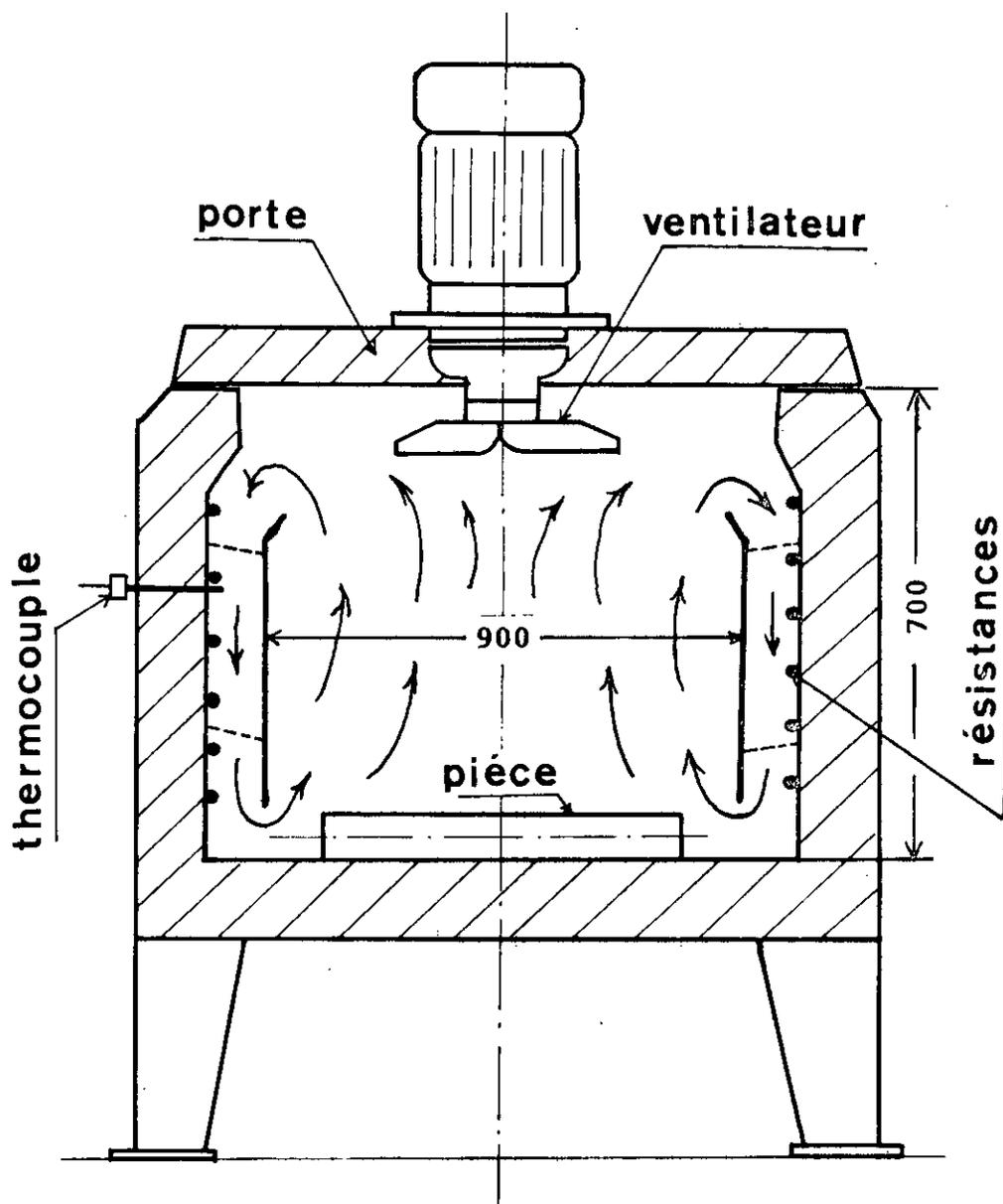


Figure II.4: Représentation schématique du four électrique

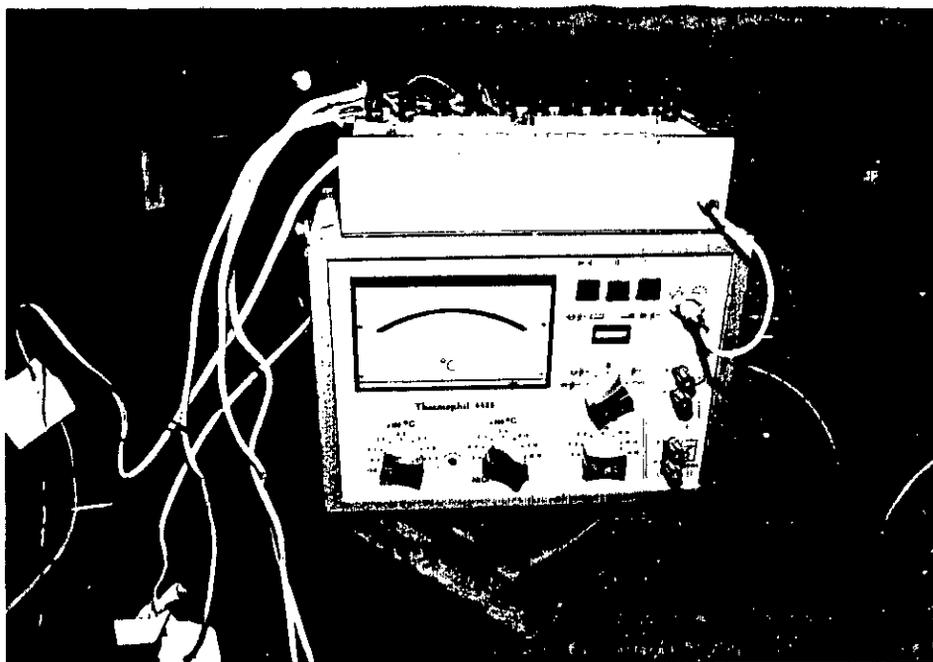


Fig N° II.5 : Dispositif d'enregistrement
des températures.

Un détail d'importance doit être pris en considération : Le câble de compensation utilisé au cours de nos essais est spécifique aux thermocouples dont nous nous sommes servis et qui sont du type " K " (en Alumel-Chromel). Parmi les trois types de câbles prévus par la norme internationale, a été utilisé celui en Cuivre-Constantan, avec le cuivre pour le positif (Chromel) et le constantan pour le négatif (Alumel) [42,3].

Ces précautions conduisent à une meilleure précision, en effet la norme prévoit pour les thermocouples type " K " une précision de 2,2°C de 0 à 277°C et d'environ 0,5 % de la température mesurée jusqu'à 1260°C [42].

La liaison étant effectuée, des étiquettes portant les désignations TC1, TC2, ..., TC10 représentant les numéros des thermocouples en fonction des points de mesure auxquels ils sont reliés sont collées sur les câbles de compensation. Ces derniers sont par ordre de numérotation reliés aux touches numérotées correspondantes de l'appareil d'enregistrement.

Ainsi, pour connaître instantanément la température des thermocouples, on appuie successivement sur les dix touches de l'enregistreur et on lit systématiquement la température correspondante. IL est bien évident qu'entre la première et la dixième lecture supposées faites au même instant t , s'écoulera un laps de temps d'au moins vingt (20) secondes. Ce décalage temporel entraîne un décalage thermique se traduisant par un "excès de température" particulièrement pour les thermocouples considérés en dernier lieu. Néanmoins, nous nous sommes arrangés afin de minimiser ces erreurs en commençant les mesures environ dix (10) secondes avant chaque instant considéré et de les terminer 10 secondes après.

II-7 Perforation de l'éprouvette :

L'une des six éprouvettes cylindriques préalablement préparées a été perforée à l'aide d'une perceuse électrique. Sept (07) trous d'un diamètre de 2,8 mm ont été ainsi réalisés sur la partie inférieure au niveau de la zone centrale de cette éprouvette.

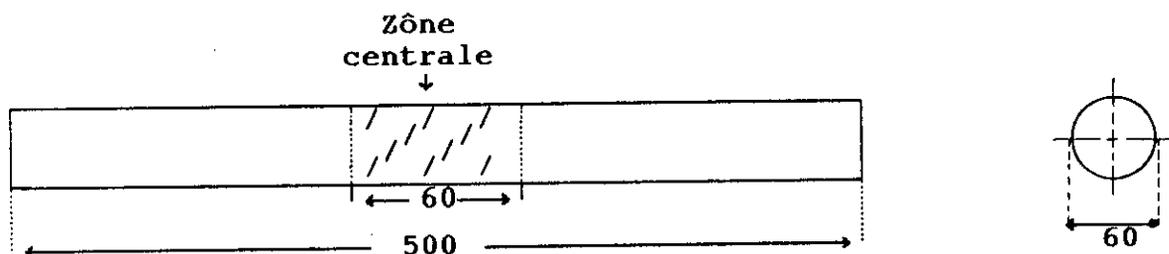


Figure II.6 : Zône de perforation de l'éprouvette.

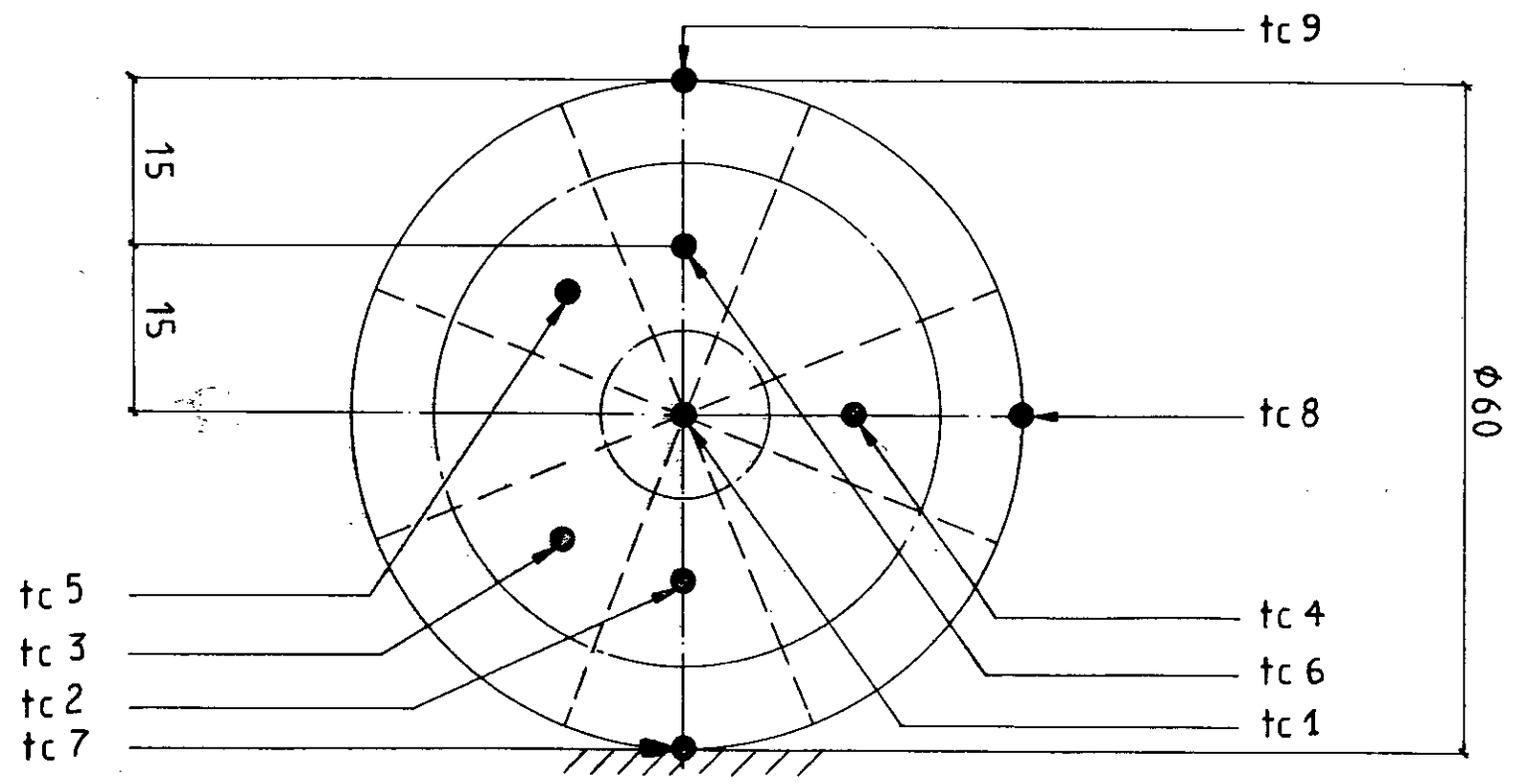


Figure II.7: MISE EN PLACE DES THERMOCOUPLES DANS LA ZONE CENTRALE

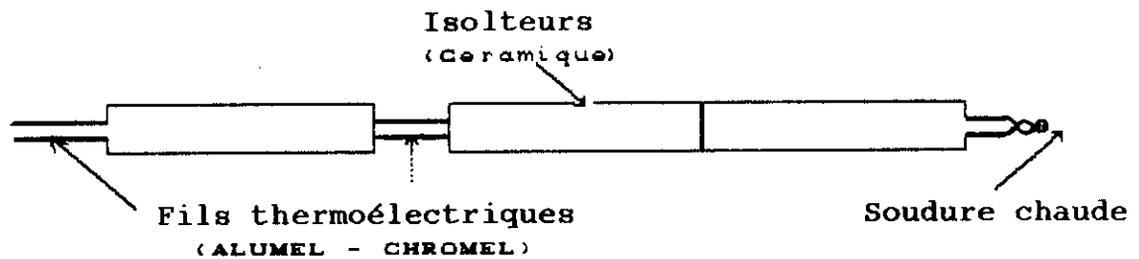


Figure II.9 : Réalisation des thermocouples.

La mise en place des thermocouples dans l'éprouvette se fait en les introduisant soigneusement jusqu'au fond des trous préalablement réalisés. Ils sont ensuite serrés par du de fer très fin afin d'assurer leur immobilité pendant la manipulation.

Les diamètres très réduits et presque égaux des thermocouples ($\phi = 2,5 \text{ mm}$) et des trous ($\phi = 2,8 \text{ mm}$) ont été ainsi choisis pour deux raisons principales:

- Enlever le moins de matière à l'éprouvette en acier XC 42 lors de la perforation, et éviter par conséquent de la remplacer par la céramique du thermocouple. Ces deux matières ont en effet des caractéristiques chimiques et thermiques différentes.
- Permettre aux thermocouples d'épouser parfaitement les trous et d'empêcher ainsi le flux convectif et rayonnant de venir contacter directement les points de mesure. Ce flux "se voit" obligé de se propager normalement par conduction à travers l'épaisseur de l'éprouvette.

II-9 Enfournement des éprouvettes :

Pour l'exécution du traitement thermique de normalisation en fonction de chaque mode de chauffage, trois (03) éprouvettes sont enfournées à la fois.

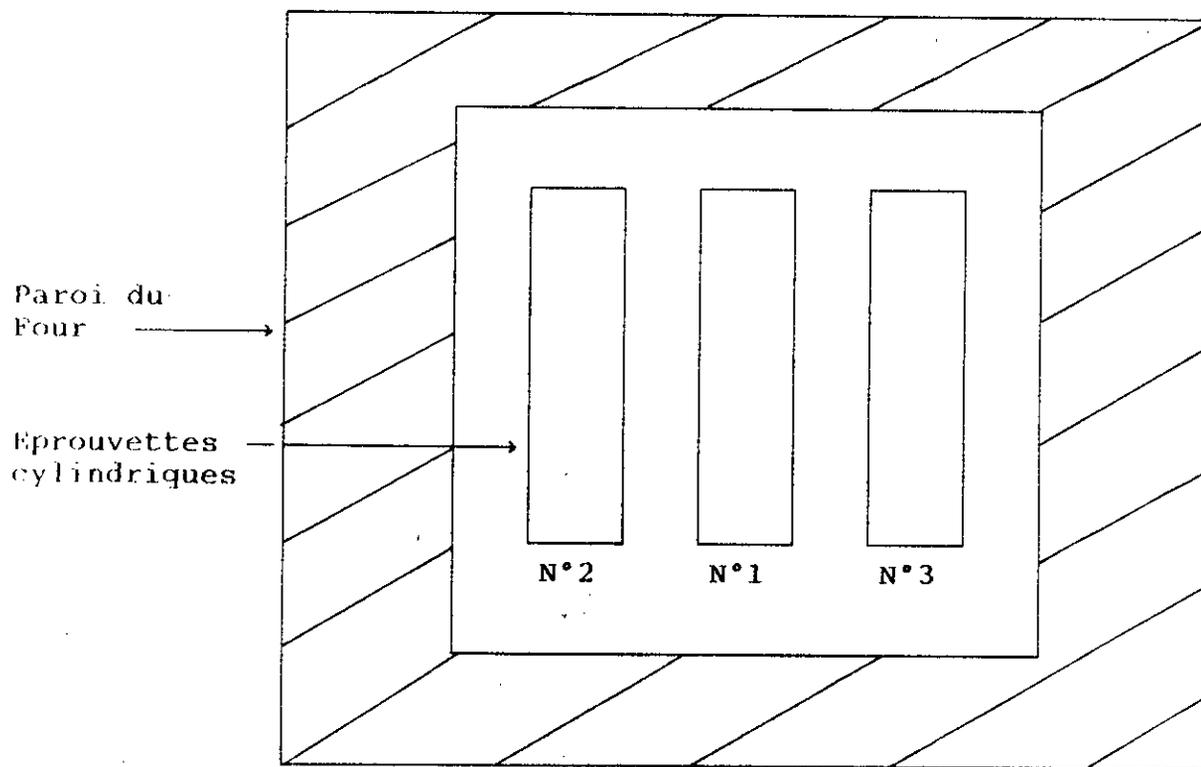
- Celle qui comporte les thermocouples servira pour l'étude de l'évolution et la distribution de température des différents points.

- La deuxième servira pour l'étude des propriétés mécaniques. A cet effet, et à la fin de chaque traitement, on prélèvera sur cette éprouvette des échantillons sur lesquels seront effectués des mesures de dureté, des études métallographique et de décarburation. Cette éprouvette est donc remplacée par une autre qui subira le traitement thermique sous les conditions ultérieures de chauffage, et qui à son tour, sera remplacée...etc.

- La présence de la troisième éprouvette permet d'approcher un cas réel de déroulement de traitement thermique où généralement plusieurs pièces sont enfournées en même temps. Cette éprouvette, n'est par conséquent, pas défournée après chaque traitement.

Les trois éprouvettes sont disposées **horizontalement** dans le four (cf. *figure II.10*). Une distance d'environ 50 mm est laissée entre elles.

Dans le cas d'utilisation du four à gaz, l'entaille d'une brique réfractaire faisant partie de la sole et située sous la porte, a servie pour acheminer l'ensemble des thermocouples vers l'extérieur. Ceux-ci sont recouvert d'un flocon de laine de verre afin d'éviter de les casser lorsque l'on referme la porte, voire d'empêcher toute déperdition thermique éventuelle.



Vue de dessus

Vue de Face

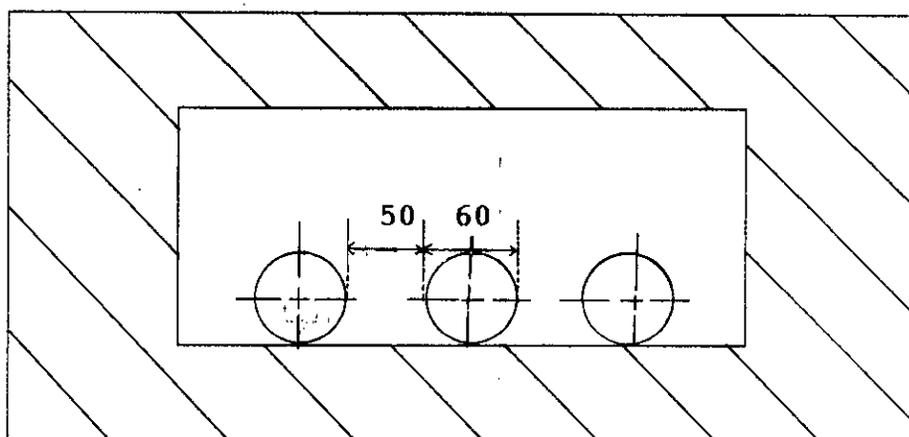


Fig II.10: Disposition horizontale des épreuves à l'intérieur du four.

Dans le cas du four électrique par cône, la porte est pourvue d'un orifice pouvant servir à cette fin.

II-10 Défournement des éprouvettes :

On procède au défournement des éprouvettes quelques minutes après s'être assuré par le biais de l'enregistreur que tous les points de mesure ont pratiquement atteint une température homogène de 850 °C.

Le four étant éteint, on ouvre la porte et on fait sortir l'éprouvette servant à l'étude des propriétés mécaniques pour la laisser refroidir à l'air calme comme prévu par les consignes du traitement de normalisation.

Très soigneusement, on défourne l'éprouvette "thermocouplée" à l'aide d'une pince géante pour éviter tout déplacement ou cassure des thermocouples. Celle-ci est déposée sur une plate-forme de briques réfractaires où sera poursuivie l'étude du profil de température pendant la phase de refroidissement.

Il sera procédé au nouvel enfournement des éprouvettes qui subiront le traitement de normalisation sous un autre mode de chauffage lorsque l'éprouvette "thermocouplée" et le four seront complètement refroidis.

II-11 Modes de chauffage utilisés :

Le traitement thermique de normalisation des éprouvettes en acier XC 42 est entamé dès que toutes les étapes de préparation et de vérification des différents matériaux et équipements mis en oeuvre sont franchies.

Il s'effectue à la température de 850°C sous l'influence respective de quatre (04) modes de chauffage.

Les trois (03) premiers, dénomés "A", "B", et "C", sont effectués dans le four à gaz alors que le quatrième du type "D" est réalisé dans le four électrique.

Dans ce qui suit, sera illustré chacun des quatre modes de chauffage en quésition:

II-11-1 Chauffage type "A" :

Ce chauffage consiste à ramener graduellement la température du four et par conséquent des éprouvettes, de l'ambiante à 850°C sous un flux normal de convection et de rayonnement. (cf. figure II.11).

La stabilité du four à la température de 850 °C est assurée par le système de régulation.

II-11-2 Chauffage type "B" :

C'est un chauffage par palier. Cette opération consiste d'abord en préchauffage de l'ambiante à 650 °C, un maintien pendant une quinzaine de minutes pour permettre à tous les points de se rapprocher de cette température, puis une montée normale jusqu'à 850 °C.

Ce type de chauffage est parfois utilisé en pratique, car, parait-il assure une certaine homogénéité de la température voire, augmente quelque peu la durée de vie des différents constituants du four (cf. figure II.12).

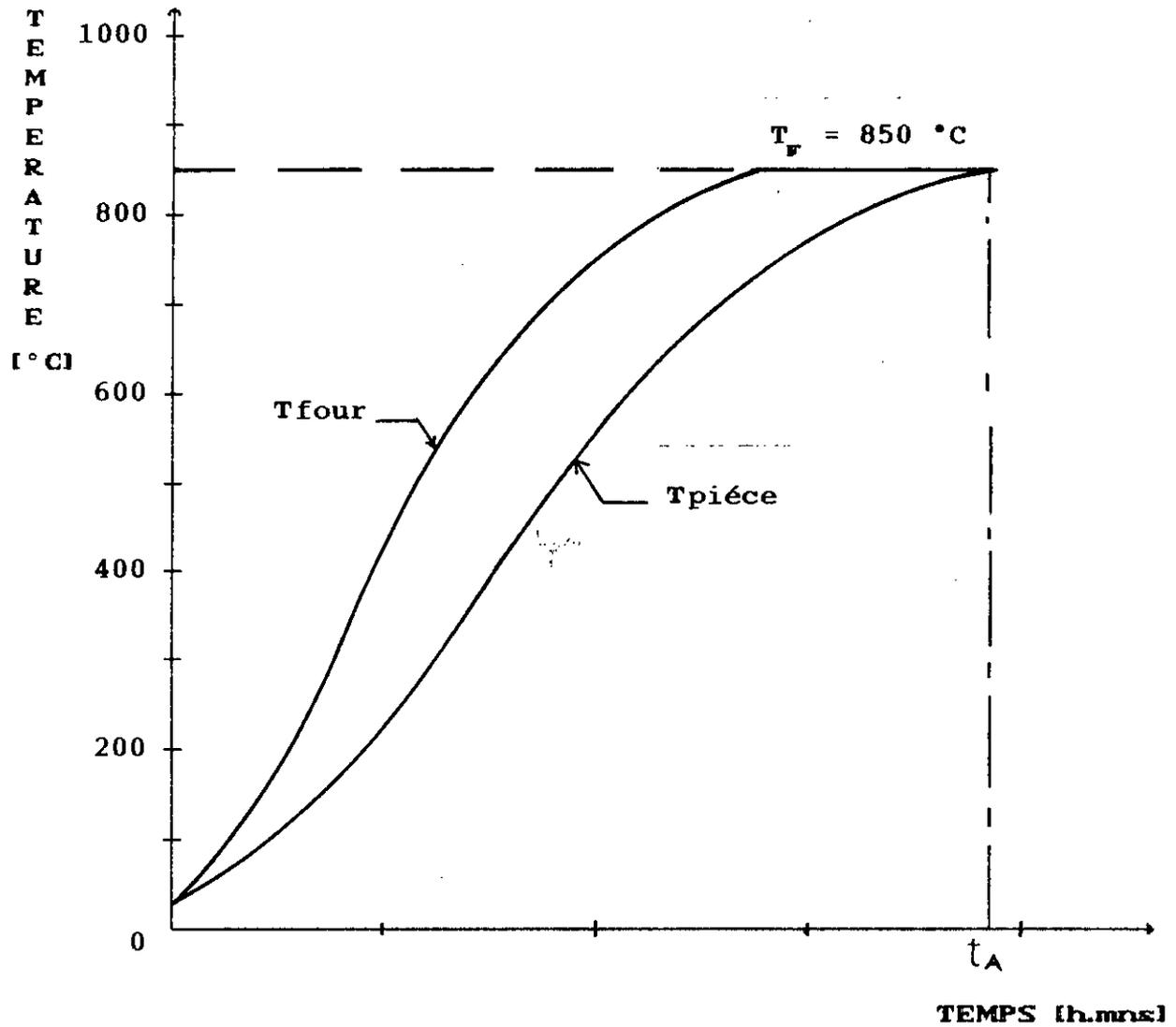


Figure II-11: Chauffage type "A"

- t_A : Temps d'homogénéisation lors du chauffage type "A" (h.mn)
- $T_{pièce}$: Température moyenne de tous les points de la pièce [°C].
- T_{Four} : Evolution de la température du four [°C] au cours du chauffage type "A".

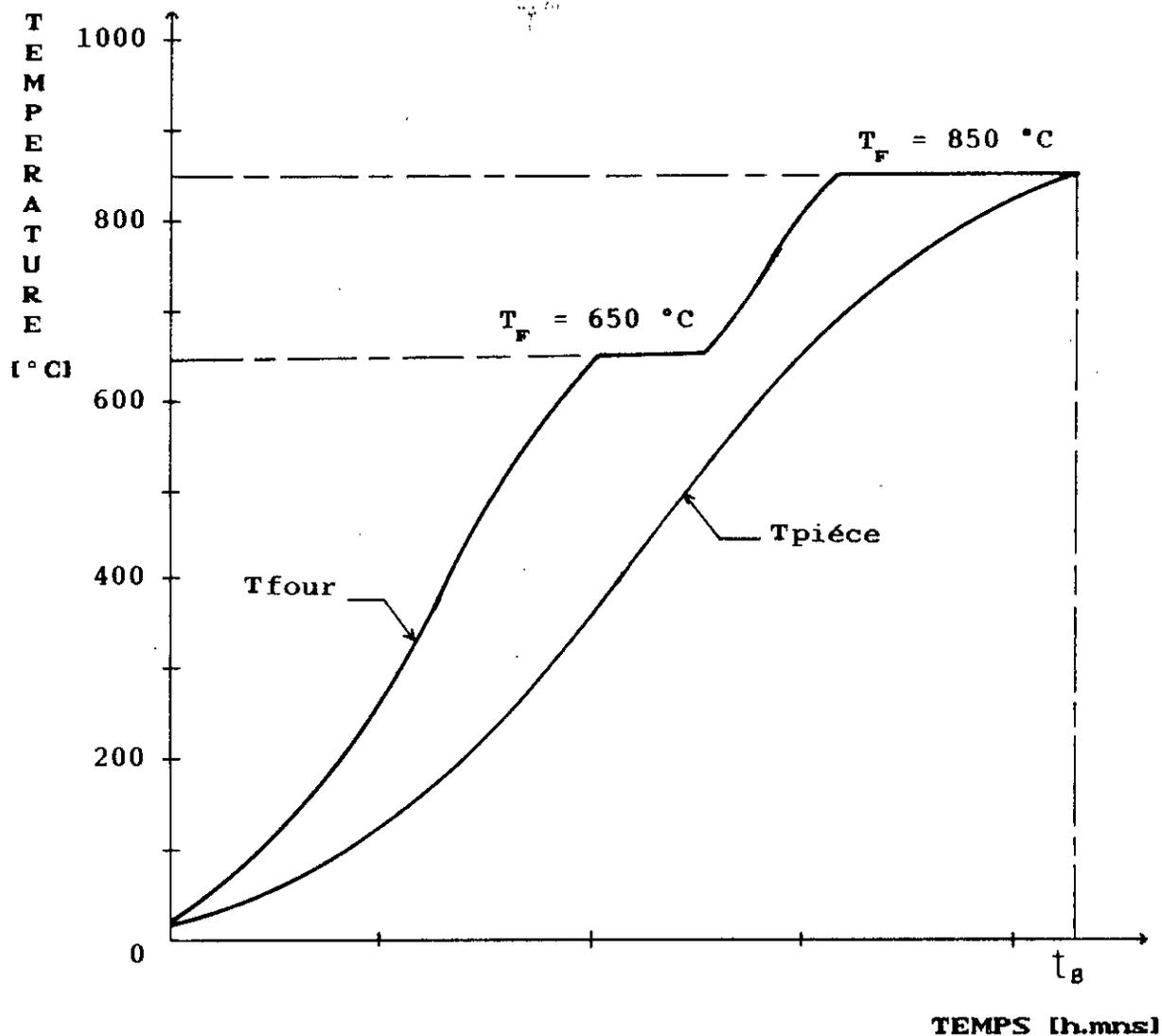


Figure II-12: Chauffage type "B"

- t_B : Temps d'homogénéisation lors du chauffage type "B" [h.mn]
 $T_{pièce}$: Température moyenne de tous les points de la pièce [°C].
 T_{four} : Evolution de la température du four [°C] au cours du chauffage type "B".

II-11-3 Chauffage type "C" :

Le principe de ce mode consiste en une surchauffe du four à une température de 950 °C, son maintien à cette température pendant une dizaine de minutes, puis le ramener par refroidissement à 850 °C (cf. figure II.13).

Lors du maintien du four à la température de surchauffe (950 °C) pendant le temps considéré (10 mns dans notre cas), il faut incessamment veiller à ce que la température de quelque point que ce soit de l'éprouvette n'excède pas tellement les 850 °C et de sortir par conséquent de la fourchette tolérée par le traitement thermique.

II-11-4 Chauffage type "D" :

Il est à rappeler que ce mode de chauffage est réalisé dans le four électrique à convection forcée. Il s'agit de monter graduellement en température jusqu'à 850 °C sous les conditions d'un flux de rayonnement et de convection forcée (cf. figure II.14).

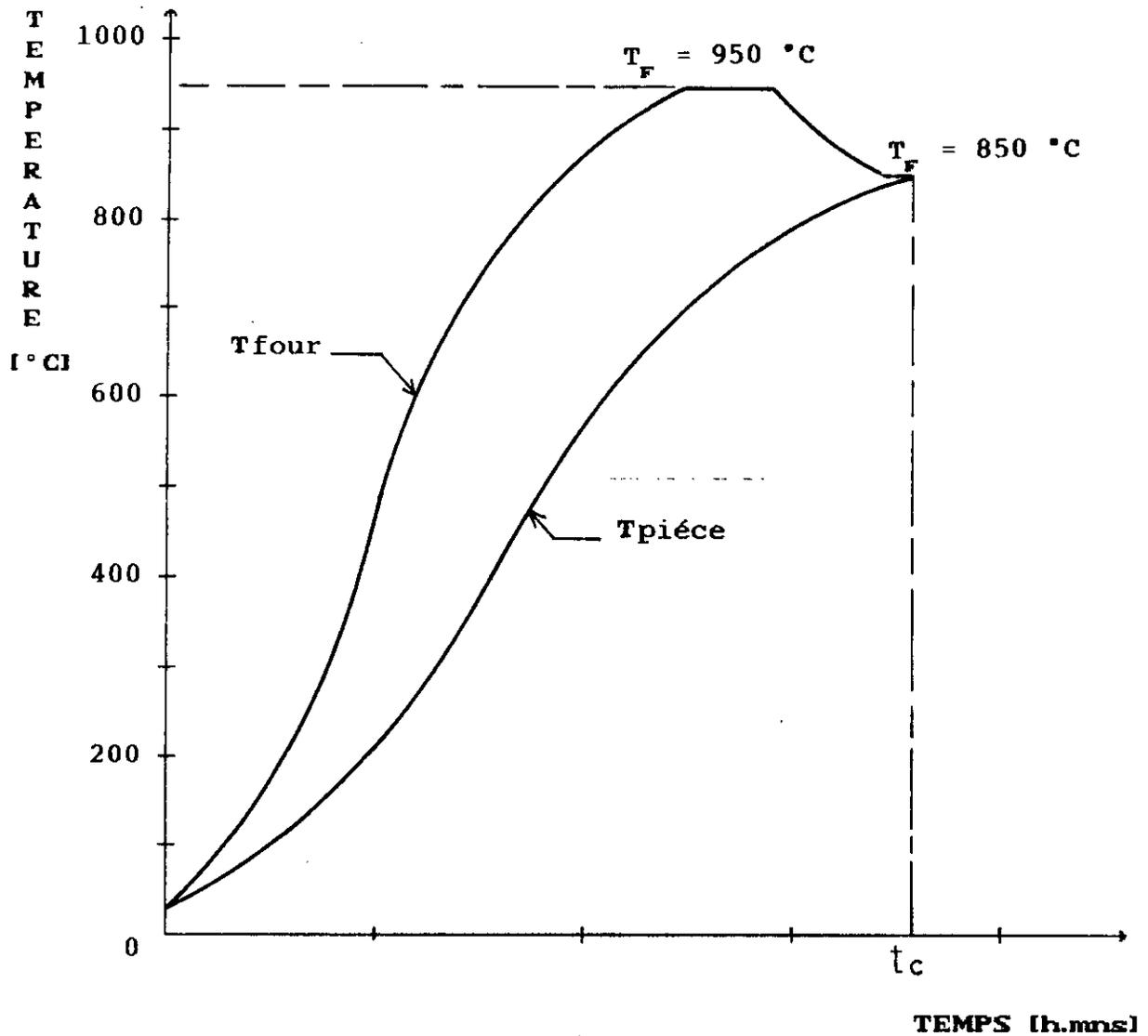


Figure II-13: Chauffage type "C"

- t_c : Temps d'homogénéisation lors du chauffage type "C" [h.mn]
- $T_{\text{pièce}}$: Température moyenne de tous les points de la pièce [°C].
- T_{Four} : Evolution de la température du four [°C] au cours du chauffage type "C".

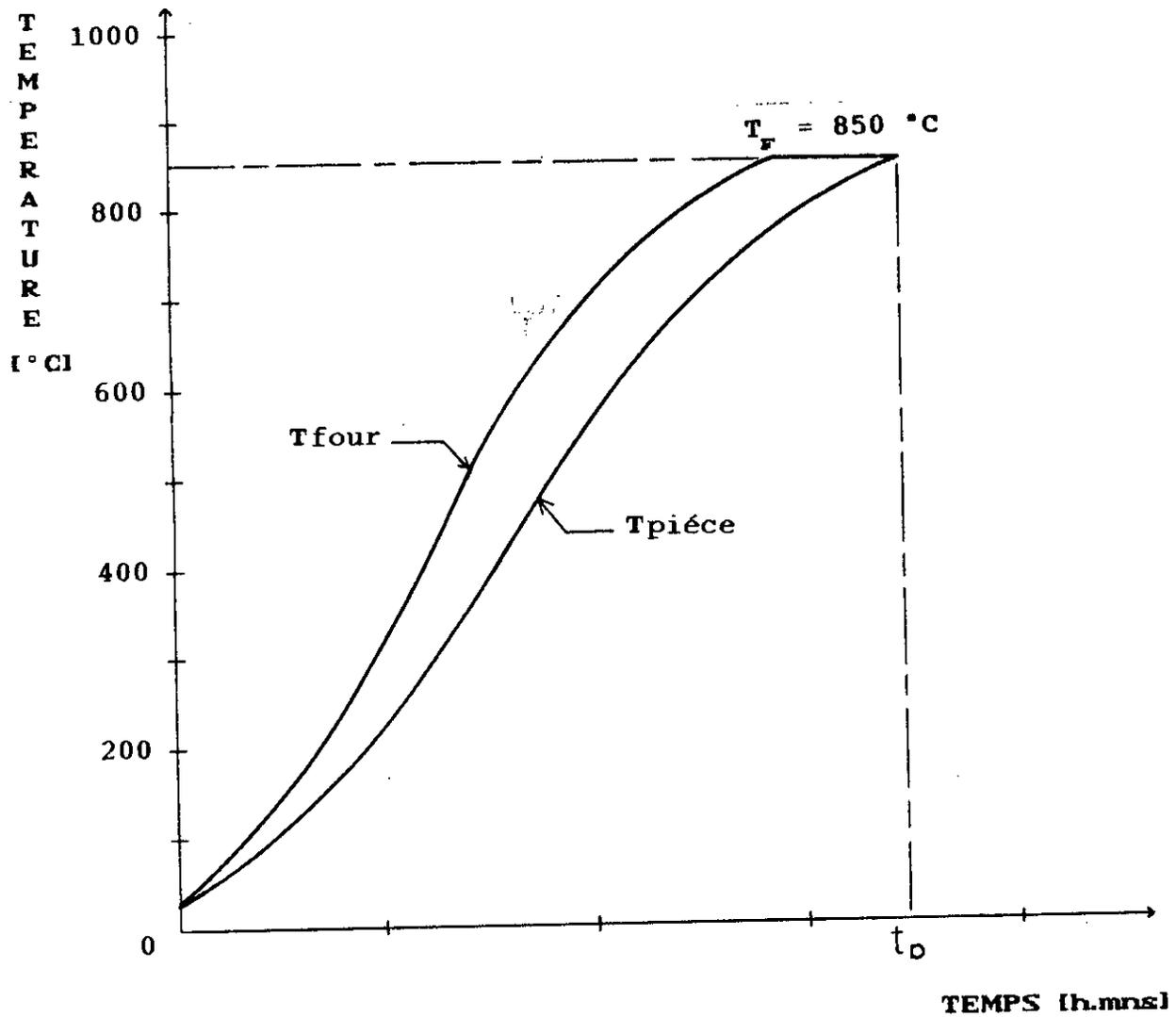
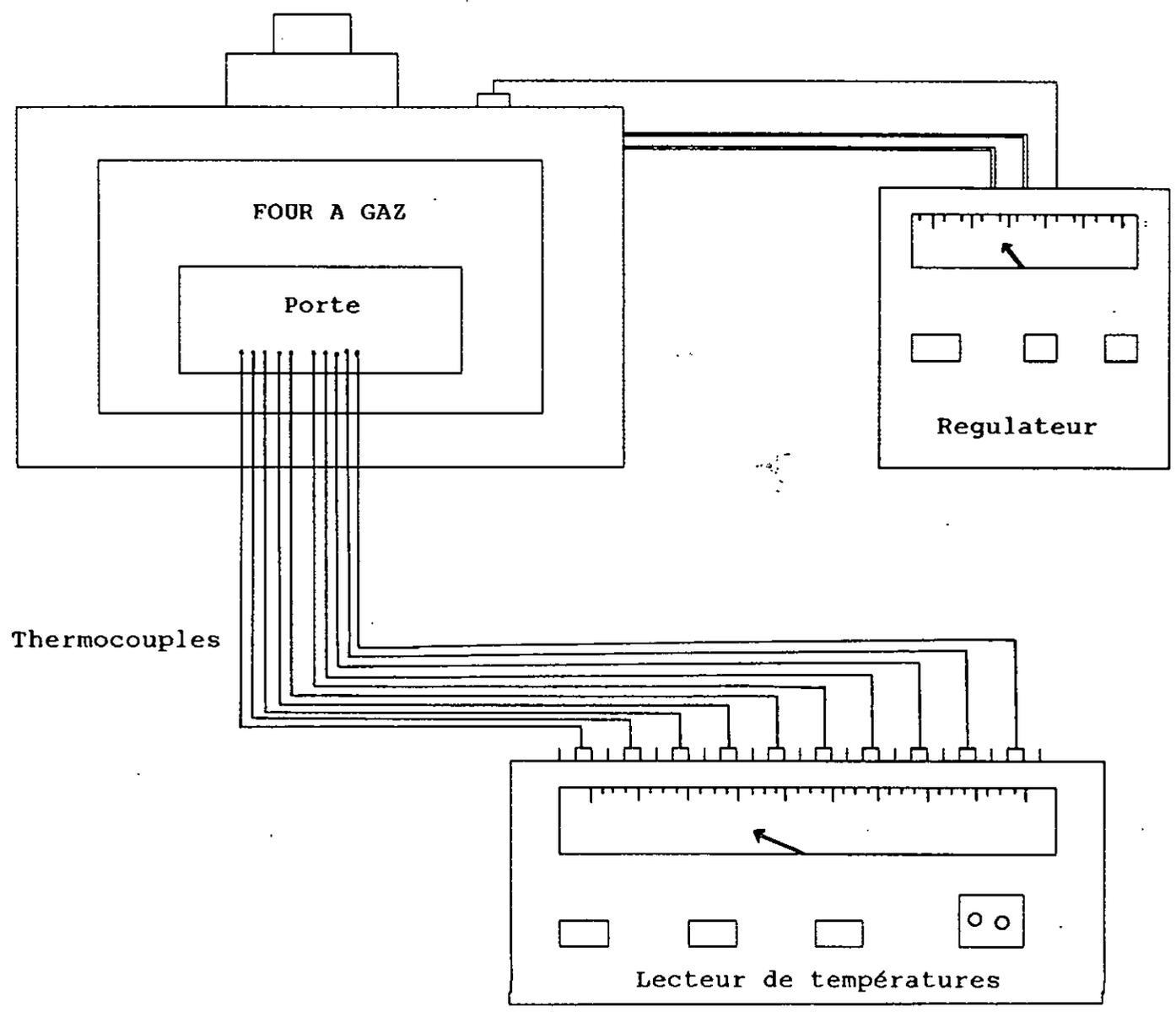


Figure II-14: Chauffage type "D"

t_D : Temps d'homogénéisation lors du chauffage type "D" [h.mn]
 $T_{\text{pièce}}$: Température moyenne de tous les points de la pièce [°C].
 T_{Four} : Evolution de la température du four [°C] au cours du chauffage type "D".



Representation schematique du dispositif experimental

CHAPITRE III

*
* PRESENTATION ET ANALYSE DES *
* RESULTATS EXPERIMENTAUX. *
*

III-1 Introduction :

Dans ce qui suit, sera présenté l'ensemble des résultats obtenus par les essais expérimentaux. Pour chaque type de chauffage, on procède à l'établissement de :

- ** Un tableau représentant la distribution de la température des différents points de l'éprouvette, prises de 5 en 5 minutes pendant le chauffage.
- ** Une représentation graphique de la distribution de température en se conformant au tableau de valeurs sus-cité.
- ** Le temps d'homogénéisation. Celui-ci est déterminé par le graphe; il indique que tous les points de l'éprouvette ont pratiquement atteint la température homogène de 850 °C.
- ** La consommation de gaz ou d'électricité suivant le cas, à l'aide d'un compteur relié au four.
- ** Une étude métallographique illustrée par des photographies de structures d'échantillons appropriés.
- ** Une étude de la décarburation de la zone périphérique de l'éprouvette.
- ** Un tableau représentant les duretés **HB** effectuées dans des endroits et des zones rigoureusement choisis de l'éprouvette.

Il convient de signaler que les études métallographique, de décarburation et de dureté ont été effectuées sur des échantillons prélevés dans deux (02) zones différentes (zone A, zone centrale) (cf. fig III.1).

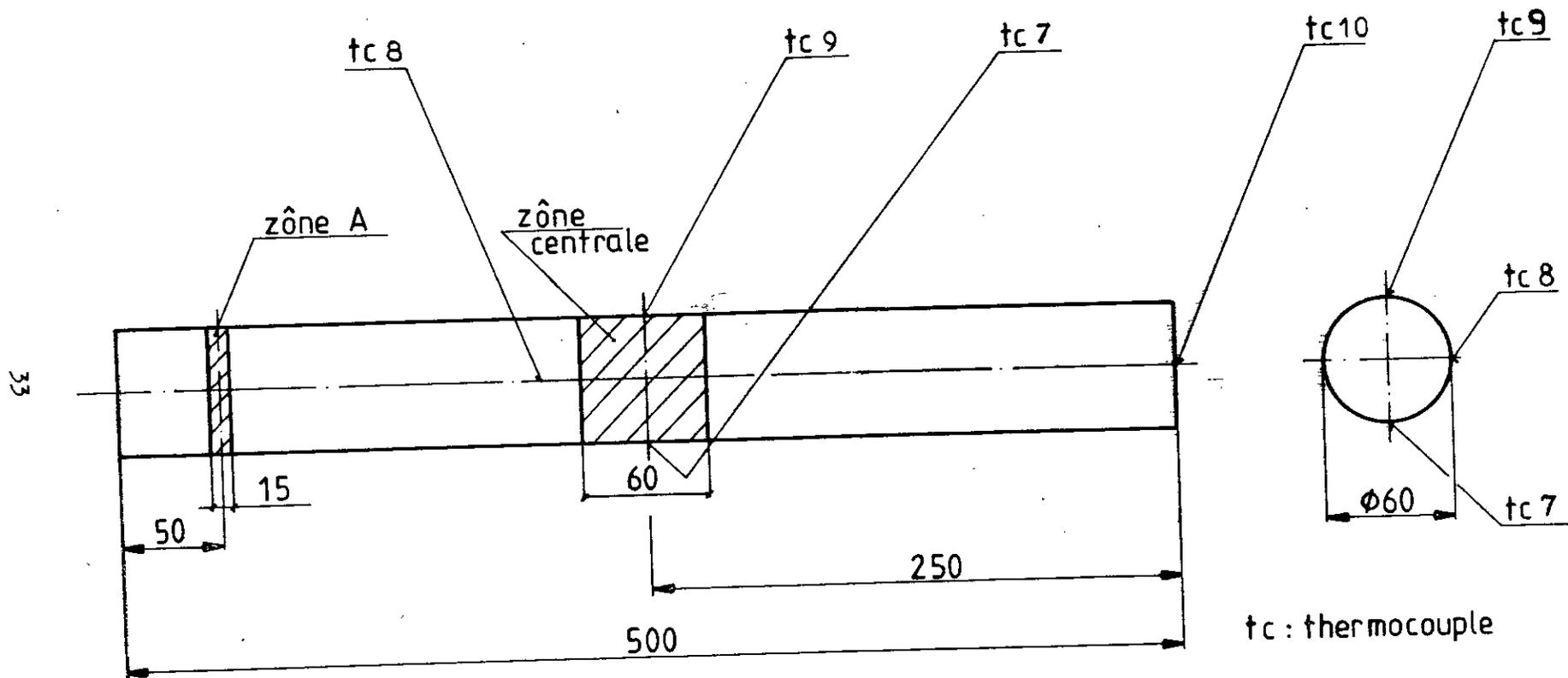


Fig III. 1 : REPARTITION DES ZONES D'ETUDE ET MISE EN PLACE DES THERMOCOUPLES À LA SURFACE DE LA CHARGE

Toutefois, et pour des raisons de reproduction similaire des résultats, nous avons jugé judicieux et non-encombrant de n'illustrer que certaines photographies, valeurs et courbes représentatives de l'ensemble.

III-2 Techniques et équipements mis en oeuvre :

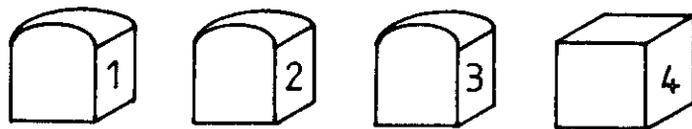
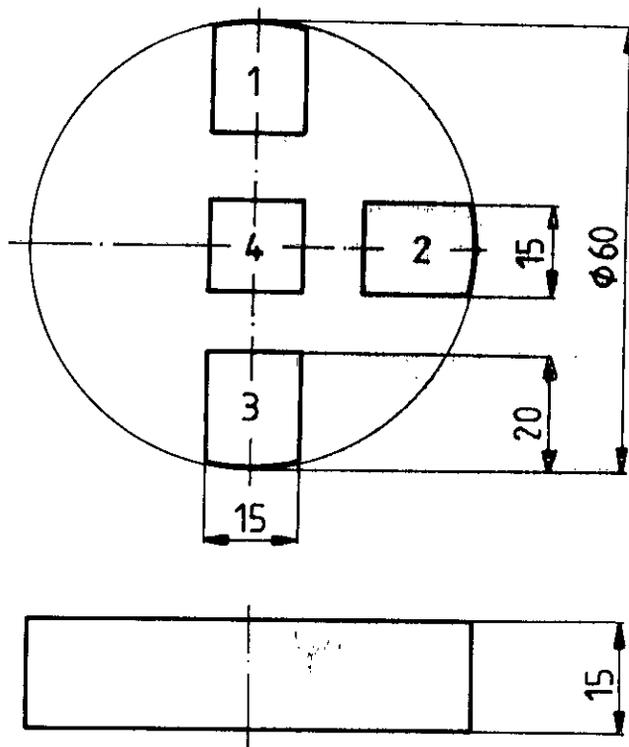
Dans un souci de mener à bien les études en question, des techniques de préparation des échantillons ainsi que des équipements spécifiques ont été mis en oeuvre.

L'étude métallographique et de décarburation ont nécessité pour chaque mode de chauffage huit (08) échantillons prélevés au niveau de la zone centrale et de la zone A à l'aide d'une meule tronçonneuse très précise. Leur taille est d'environ 15 mm de côté (cf. figure III.2).

Après l'opération d'abrasion, on a procédé au polissage de la surface à étudier en utilisant une polisseuse et des disques de polissage à granulométrie croissante, en l'occurrence le 240, 320, 600, 800, et 1000 (ces nombres représentent la quantité de grains de carbure de silicium par cm^2 .), puis un polissage fin réalisé avec un disque en feutre sur lequel on dépose de la pâte diamantée et du lubrifiant. Cette préparation a permis l'obtention d'une surface exempte de toute rayure, ayant l'aspect d'un miroir, indispensable à la réussite de l'étude en question.

Après un contrôle au microscope optique, la surface à étudier est attaquée avec du NITAL à 5% (5% HNO_3 et 95% $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) pendant 10 secondes. Elle est ensuite rincée à l'eau et séchée.

Le microscope métallographique qui a servi à l'observation microscopique est doté d'un appareil photographique avec lequel nous avons pris des photographies dans les endroits les plus nets des échantillons .



A,B,C,D = Types de chauffage

1,2,3,4 = Numéros des échantillons

Fig III.2 : PRELEVEMENT DES ECHANTILLONS POUR L'ETUDE METALLOGRAPHIQUE

Il convient de rappeler brièvement la méthode de calcul du taux de décarburation.

Soient % P et % F, respectivement le pourcentage de perlite et de ferrite présentes dans la zone périphérique de l'éprouvette après le traitement thermique.

On évalue le % P et le % F par l'observation microscopique et on détermine le % C correspondant en sachant que le % C dans la perlite et la ferrite est de 0,8 et 0,02 respectivement.

$$\% C = \% P \cdot 0,8 + \% F \cdot 0,02 \quad (\text{III.1})$$

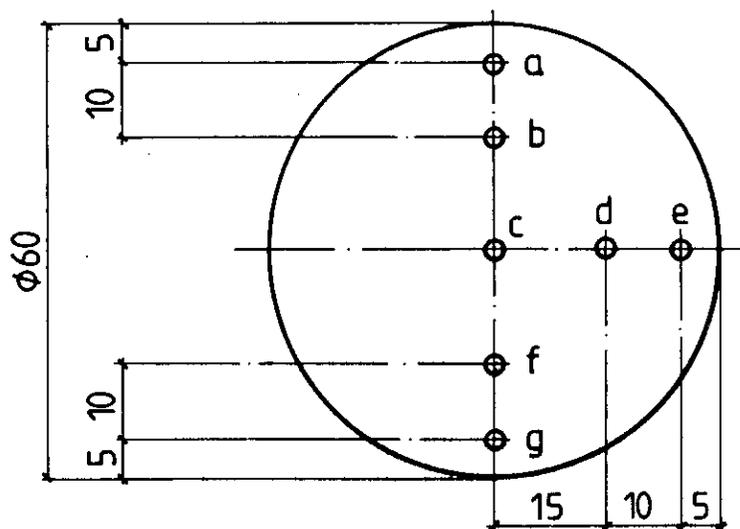
Ce % C est inférieur au % C à l'état initial. La différence rapportée en pourcentage représente justement le taux de décarburation.

L'étude de la dureté par cône, requiert un polissage grossier conduisant à une surface plane. Des points repérant les endroits où s'effectueront les mesures ont été tracés sur l'ensemble des deux sections de l'éprouvette. (cf. fig III.3).

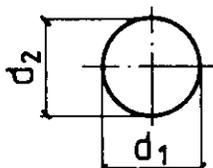
A cet effet, a été utilisé un duromètre pour essais BRINELL avec un poids de 750 grs et une bille de 5 mm de diamètre répondant aux normes.

Après réalisation de l'empreinte et détermination de son diamètre moyen par l'oculaire gradué du microscope, la dureté HB correspondante est aisément connue via les tables normalisées appropriées.

On présentera en annexe la structure métallographique et la dureté HB d'un échantillon prélevé sur une éprouvette à l'état initial c'est à dire n'ayant pas subi le traitement thermique de normalisation.



Points de mesure de la dureté HB



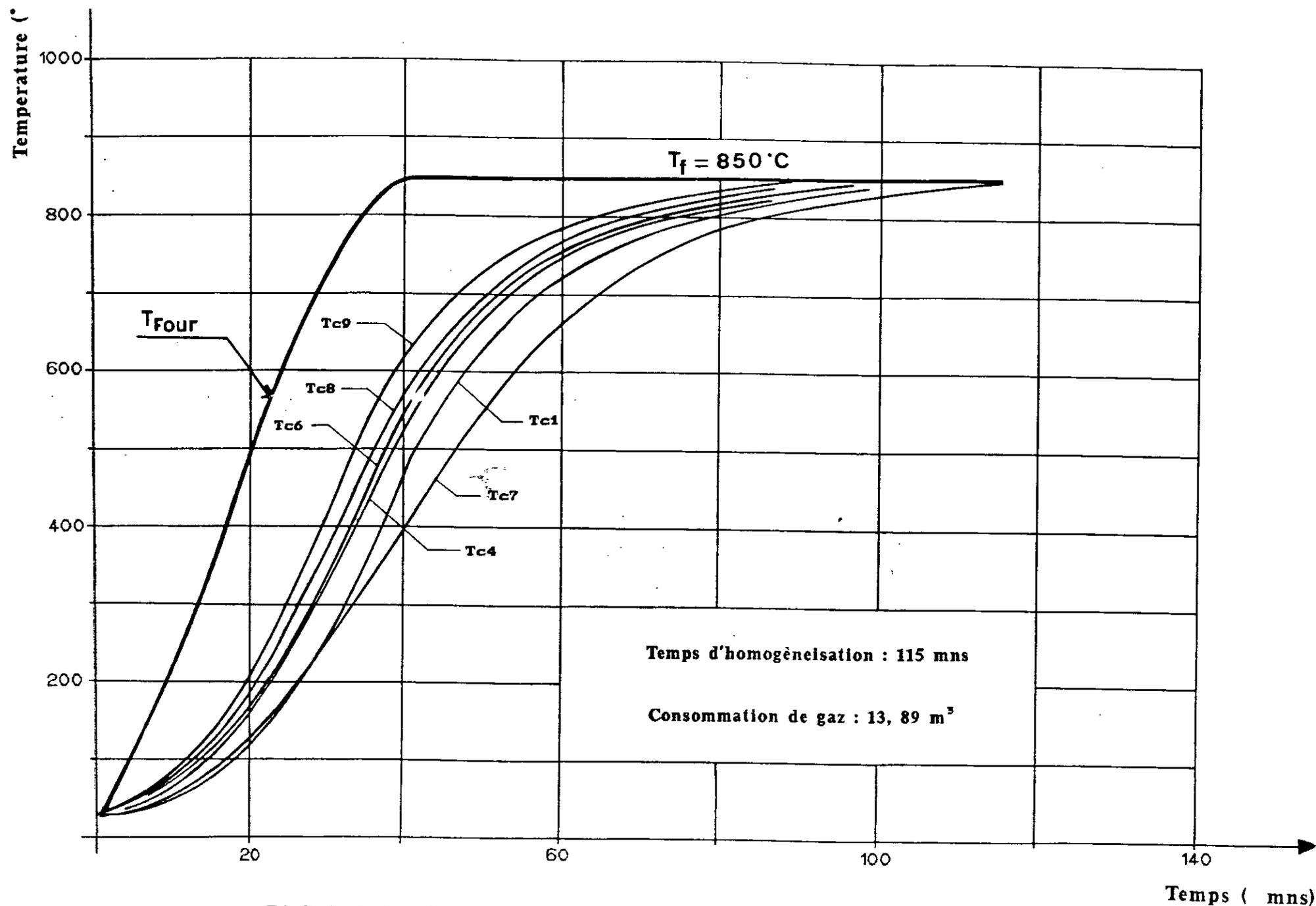
$$d_m = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

Fig III.3: Points de mesure de la dureté HB et diamètres des empreintes correspondantes

CHAUFFAGE TYPE " A "

Distribution de la température des différents points
de la pièce lors du chauffage type "A".

| Iter N° | Temps [h.mn] | T _{four} [°C] | Tc1 [°C] | Tc2 [°C] | Tc3 [°C] | Tc4 [°C] | Tc5 [°C] | Tc6 [°C] | Tc7 [°C] | Tc8 [°C] | Tc9 [°C] |
|------------|-----------------|---------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 00 | 00.00 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 01 | 00.05 | 120 | 30 | 30 | 32 | 32 | 33 | 33 | 35 | 55 | 56 |
| 02 | 00.10 | 240 | 45 | 50 | 60 | 60 | 61 | 61 | 55 | 80 | 81 |
| 03 | 00.15 | 360 | 80 | 90 | 100 | 100 | 101 | 101 | 90 | 135 | 137 |
| 04 | 00.20 | 480 | 130 | 135 | 160 | 162 | 164 | 166 | 140 | 200 | 205 |
| 05 | 00.25 | 600 | 195 | 200 | 237 | 239 | 242 | 245 | 180 | 295 | 304 |
| 06 | 00.30 | 700 | 270 | 260 | 330 | 334 | 339 | 344 | 240 | 379 | 395 |
| 07 | 00.35 | 780 | 364 | 350 | 420 | 425 | 430 | 435 | 325 | 481 | 500 |
| 08 | 00.40 | 850 | 460 | 425 | 524 | 530 | 536 | 540 | 400 | 580 | 605 |
| 09 | 00.45 | 850 | 560 | 500 | 613 | 622 | 630 | 636 | 482 | 631 | 640 |
| 10 | 00.50 | 850 | 630 | 580 | 670 | 675 | 682 | 700 | 564 | 706 | 723 |
| 11 | 00.55 | 850 | 685 | 645 | 721 | 725 | 730 | 737 | 620 | 732 | 742 |
| 12 | 01.00 | 850 | 730 | 690 | 750 | 753 | 760 | 766 | 675 | 775 | 785 |
| 13 | 01.05 | 850 | 760 | 720 | 779 | 782 | 788 | 794 | 706 | 789 | 795 |
| 14 | 01.10 | 850 | 780 | 750 | 798 | 801 | 806 | 810 | 735 | 810 | 818 |
| 15 | 01.15 | 850 | 800 | 770 | 812 | 815 | 820 | 822 | 760 | 815 | 820 |
| 16 | 01.20 | 850 | 810 | 798 | 820 | 823 | 825 | 828 | 785 | 825 | 832 |
| 17 | 01.25 | 850 | 820 | 814 | 827 | 830 | 833 | 835 | 808 | 830 | 836 |
| 18 | 01.30 | 850 | 828 | 823 | 835 | 838 | 842 | 844 | 820 | 837 | 842 |
| 19 | 01.35 | 850 | 834 | 832 | 839 | 842 | 844 | 846 | 830 | 840 | 845 |
| 20 | 01.40 | 850 | 838 | 840 | 843 | 843 | 845 | 848 | 838 | 845 | 847 |
| 21 | 01.45 | 850 | 843 | 843 | 846 | 847 | 849 | 849 | 844 | 847 | 849 |
| 22 | 01.50 | 850 | 846 | 847 | 848 | 849 | 849 | 849 | 848 | 850 | 850 |
| 23 | 01.55 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |



**FIG III.3 : DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE
LORS DU CHAUFFAGE " A "**

ETUDE METALLOGRAPHIQUE :

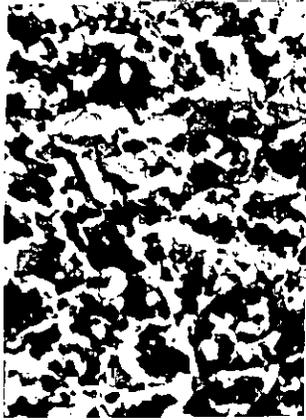


Photo N° 1



Photo N° 2

Fig III.4.A.a: Microstructure des échantillons de la zone centrale



Photo N° 3



Photo N° 4

Figure III.4.A.b: Microstructure des échantillons de la zone A

ETUDE DE DECARBURATION :

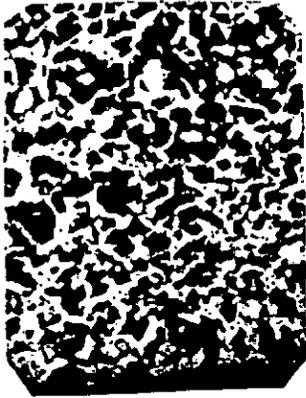


Photo N° 1

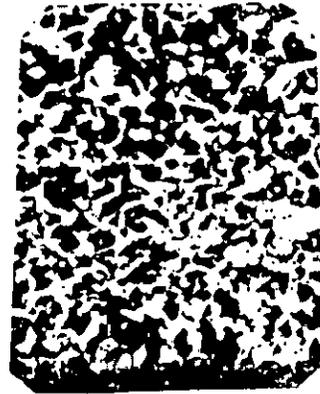


Photo N° 2

Fig III.5.A.a: Décarburation au niveau de la zone centrale



Photo N°

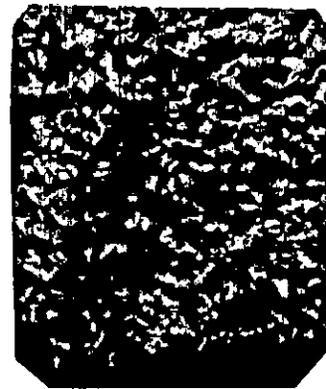


Photo N°

Fig III.5.A.b: Décarburation au niveau de la zone A

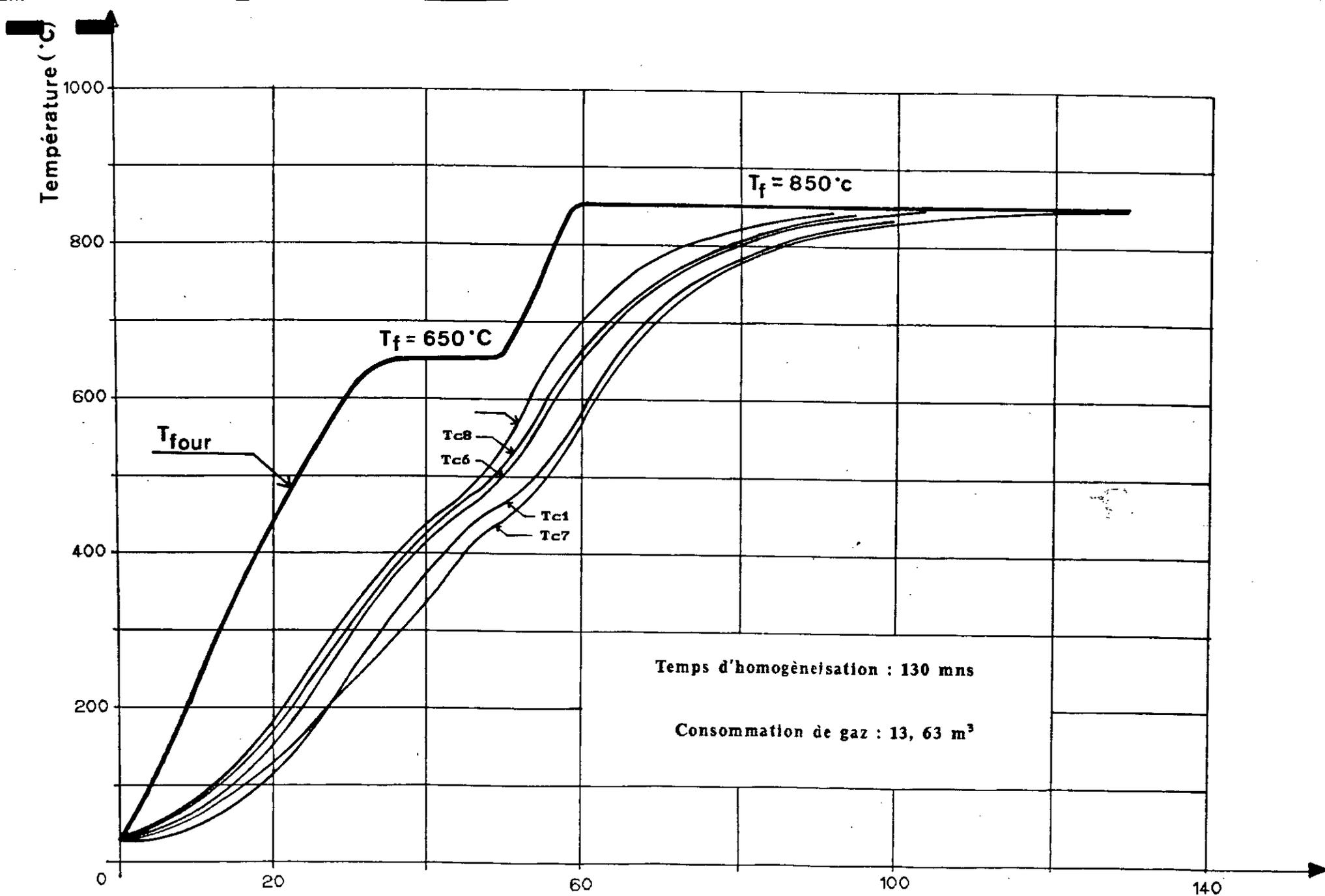
ETUDE DE DURETE :

| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,11 | 2,11 | 2,110 | 204 |
| b | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| c | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| d | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| e | 2,12 | 2,13 | 2,125 | 201 |
| f | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| g | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| Dureté (HB) moyenne de l'éprouvette | | | | 199 |

Tableau III.6.A.a: Valeurs des duretés HB de la zone centrale

| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,13 | 2,12 | 2,125 | 201 |
| b | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| c | 2,13 | 2,13 | 2,130 | 200 |
| d | 2,13 | 2,14 | 2,135 | 199 |
| e | 2,12 | 2,12 | 2,120 | 202 |
| f | 2,13 | 2,13 | 2,130 | 200 |
| g | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| Dureté (HB) moyenne de l'éprouvette | | | | 199 |

Tableau III.6.A.b: Valeurs des duretés HB de la zone A



**FIG III.4 : DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE
LORS DU CHAUFFAGE " B "**

Temps (ms)

ETUDE METALLOGRAPHIQUE :



Photo N°



Photo N°

Fig III.4.B.a: Microstructure des échantillons de la zone centrale



Photo N° 3



Photo N° 4

Fig III.4.B.b: Microstructure des échantillons de la zone A

Distribution de la température des différents points
de la pièce lors du chauffage type "B".

| Iter N° | Temps [h.mn] | T _{four} [°C] | Tc1 [°C] | Tc2 [°C] | Tc3 [°C] | Tc4 [°C] | Tc5 [°C] | Tc6 [°C] | Tc7 [°C] | Tc8 [°C] | Tc9 [°C] |
|------------|-----------------|---------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 00 | 00.00 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 01 | 00.05 | 110 | 30 | 30 | 32 | 32 | 32 | 32 | 35 | 51 | 52 |
| 02 | 00.10 | 220 | 44 | 53 | 56 | 57 | 57 | 58 | 55 | 74 | 76 |
| 03 | 00.15 | 330 | 74 | 87 | 93 | 94 | 94 | 96 | 90 | 125 | 127 |
| 04 | 00.20 | 430 | 120 | 128 | 146 | 147 | 148 | 150 | 130 | 178 | 180 |
| 05 | 00.25 | 520 | 175 | 180 | 208 | 210 | 211 | 214 | 180 | 250 | 257 |
| 06 | 00.30 | 590 | 238 | 236 | 280 | 282 | 284 | 287 | 230 | 313 | 322 |
| 07 | 00.35 | 650 | 310 | 288 | 348 | 351 | 353 | 356 | 275 | 391 | 400 |
| 08 | 00.40 | 650 | 372 | 340 | 416 | 421 | 424 | 428 | 325 | 436 | 444 |
| 09 | 00.45 | 650 | 425 | 398 | 455 | 458 | 463 | 467 | 380 | 496 | 504 |
| 10 | 00.50 | 650 | 470 | 449 | 500 | 503 | 506 | 510 | 440 | 507 | 517 |
| 11 | 00.55 | 750 | 513 | 508 | 540 | 541 | 545 | 548 | 495 | 610 | 618 |
| 12 | 01.00 | 850 | 575 | 558 | 623 | 626 | 628 | 633 | 560 | 662 | 671 |
| 13 | 01.05 | 850 | 655 | 652 | 692 | 697 | 700 | 704 | 640 | 712 | 721 |
| 14 | 01.10 | 850 | 712 | 709 | 741 | 744 | 747 | 749 | 705 | 763 | 773 |
| 15 | 01.15 | 850 | 756 | 758 | 778 | 781 | 784 | 786 | 748 | 788 | 800 |
| 16 | 01.20 | 850 | 786 | 786 | 802 | 805 | 808 | 811 | 778 | 810 | 820 |
| 17 | 01.25 | 850 | 810 | 808 | 819 | 822 | 825 | 828 | 800 | 825 | 830 |
| 18 | 01.30 | 850 | 821 | 821 | 832 | 835 | 837 | 839 | 812 | 835 | 838 |
| 19 | 01.35 | 850 | 830 | 829 | 838 | 841 | 843 | 844 | 824 | 838 | 840 |
| 20 | 01.40 | 850 | 835 | 837 | 841 | 843 | 845 | 846 | 834 | 842 | 844 |
| 21 | 01.45 | 850 | 839 | 840 | 845 | 846 | 847 | 847 | 840 | 844 | 846 |
| 22 | 01.50 | 850 | 844 | 845 | 847 | 847 | 848 | 848 | 843 | 845 | 847 |
| 23 | 01.55 | 850 | 846 | 847 | 848 | 848 | 848 | 849 | 845 | 847 | 848 |
| 24 | 02.00 | 850 | 847 | 848 | 848 | 849 | 849 | 849 | 847 | 848 | 850 |
| 25 | 02.05 | 850 | 849 | 849 | 849 | 849 | 849 | 850 | 849 | 850 | 850 |
| 26 | 02.10 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |

ETUDE DE DECARBURATION :



Photo N° 1

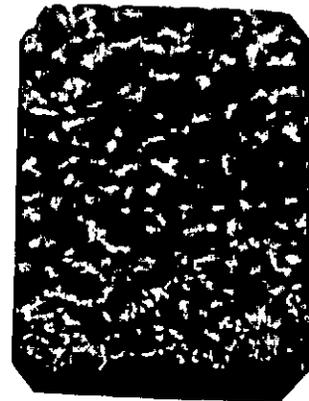


Photo N° 2

Fig III.5.B.a: Décarburation au niveau de la zone centrale



Photo N°

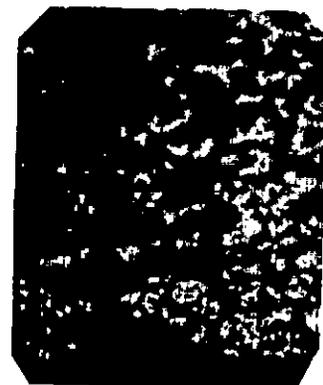


Photo N°

Fig III.5.B.b: Décarburation au niveau de la zone A

ETUDE DE DURETE :

| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,12 | 2,11 | 2,115 | 203 |
| b | 2,13 | 2,13 | 2,130 | 200 |
| c | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| d | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| e | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| f | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| g | 2,13 | 2,13 | 2,130 | 200 |
| Dureté (HB) moyenne de l'éprouvette | | | | 199 |

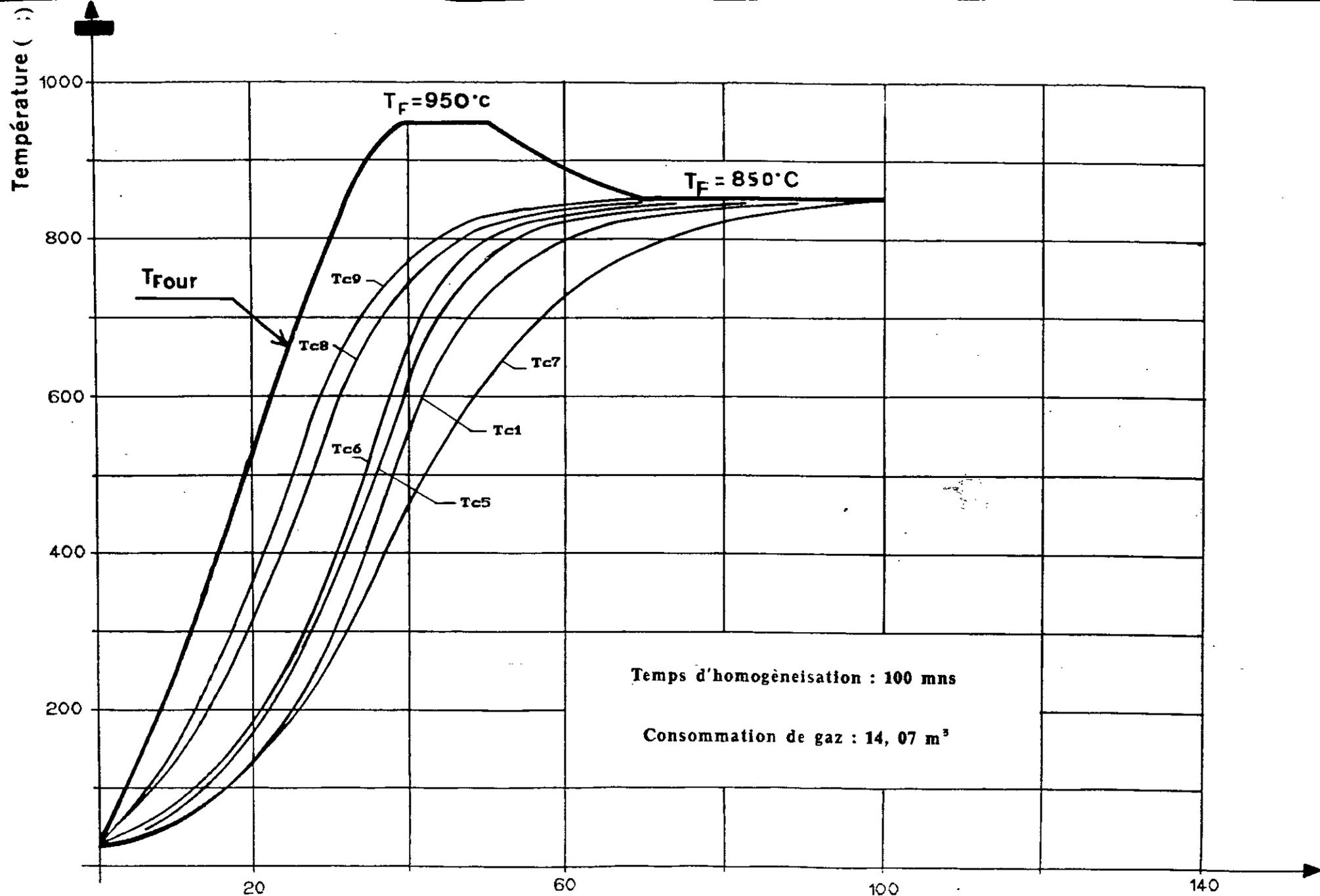
Tableau III.6.B.a: Valeurs des duretés HB de la zone centrale

| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,12 | 2,11 | 2,115 | 203 |
| b | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| c | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| d | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| e | 2,12 | 2,13 | 2,125 | 201 |
| f | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| g | 2,12 | 2,12 | 2,120 | 202 |
| Dureté (HB) moyenne de l'éprouvette | | | | 200 |

Tableau III.6.B.b: Valeurs des duretés HB de la zone A

Distribution de la température des différents points
de la pièce lors du chauffage type "C".

| Iter N° | Temps [h.mn] | Tfour [°C] | Tc1 [°C] | Tc2 [°C] | Tc3 [°C] | Tc4 [°C] | Tc5 [°C] | Tc6 [°C] | Tc7 [°C] | Tc8 [°C] | Tc9 [°C] |
|------------|-----------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 00 | 00.00 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 01 | 00.05 | 120 | 30 | 30 | 32 | 32 | 33 | 35 | 37 | 54 | 80 |
| 02 | 00.10 | 240 | 46 | 46 | 60 | 61 | 62 | 65 | 57 | 80 | 85 |
| 03 | 00.15 | 370 | 80 | 85 | 103 | 105 | 107 | 110 | 92 | 142 | 148 |
| 04 | 00.20 | 500 | 132 | 138 | 168 | 172 | 175 | 178 | 143 | 208 | 215 |
| 05 | 00.25 | 630 | 202 | 193 | 250 | 257 | 260 | 268 | 185 | 310 | 325 |
| 06 | 00.30 | 760 | 290 | 254 | 352 | 360 | 364 | 375 | 245 | 420 | 444 |
| 07 | 00.35 | 890 | 398 | 357 | 466 | 473 | 479 | 490 | 345 | 562 | 570 |
| 08 | 00.40 | 950 | 526 | 468 | 602 | 610 | 613 | 627 | 450 | 658 | 668 |
| 09 | 00.45 | 950 | 642 | 565 | 700 | 712 | 715 | 720 | 534 | 750 | 762 |
| 10 | 00.50 | 950 | 728 | 645 | 770 | 774 | 777 | 784 | 620 | 808 | 815 |
| 11 | 00.55 | 925 | 786 | 713 | 810 | 812 | 814 | 820 | 680 | 830 | 834 |
| 12 | 01.00 | 900 | 818 | 749 | 830 | 832 | 834 | 837 | 720 | 840 | 842 |
| 13 | 01.05 | 875 | 830 | 780 | 833 | 834 | 836 | 840 | 755 | 842 | 845 |
| 14 | 01.10 | 850 | 834 | 805 | 836 | 836 | 838 | 843 | 791 | 843 | 847 |
| 15 | 01.15 | 850 | 837 | 820 | 840 | 840 | 841 | 846 | 812 | 845 | 848 |
| 16 | 01.20 | 850 | 841 | 828 | 843 | 843 | 843 | 848 | 826 | 847 | 848 |
| 17 | 01.25 | 850 | 844 | 838 | 845 | 845 | 846 | 849 | 836 | 848 | 849 |
| 18 | 01.30 | 850 | 846 | 844 | 847 | 847 | 848 | 849 | 842 | 849 | 850 |
| 19 | 01.35 | 850 | 848 | 848 | 849 | 849 | 849 | 850 | 847 | 850 | 850 |
| 20 | 01.40 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |



**FIG III.5 : DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE
LORS DU CHAUFFAGE " C "**

Temps (ns)

ETUDE METALLOGRAPHIQUE :



Photo N°



Photo N°

Fig III.4.C.a: Microstructure des échantillons de la zone centrale



Photo N° 3

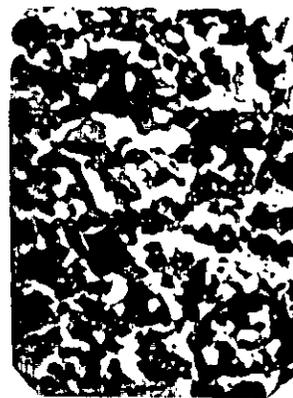


Photo N° 4

Fig III.4.C.b: Microstructure des échantillons de la zone A

ETUDE DE DURETE :

| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,11 | 2,11 | 2,110 | 200 |
| b | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| c | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 199 |
| d | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 202 |
| e | 2,12 | 2,13 | 2,125 | 201 |
| f | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 198 |
| g | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 201 |
| Dureté (HB) moyenne de l'éprouvette | | | | 200 |

Tableau III.6.C.a: Valeurs des duretés HB de la zone centrale

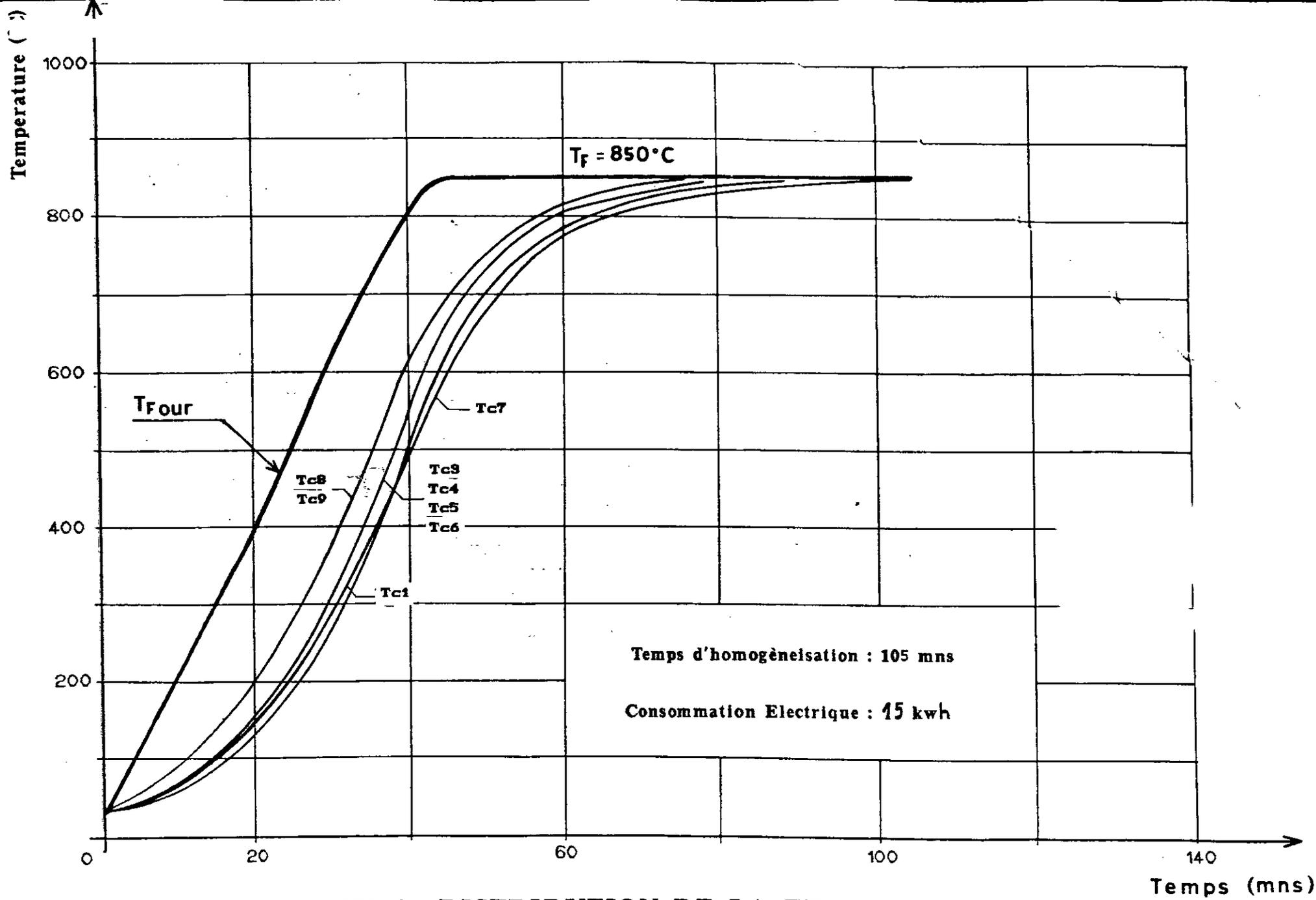
| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,12 | 2,13 | 2,125 | 201 |
| b | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| c | 2,12 | 2,14 | 2,130 | 200 |
| d | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| e | 2,11 | 2,11 | 2,110 | 204 |
| f | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| g | 2,12 | 2,12 | 2,120 | 202 |
| Dureté (HB) moyenne de l'éprouvette | | | | 200 |

Tableau III.6.C.b: Valeurs des duretés HB de la zone A

CHAUFFAGE TYPE " D "

Distribution de la température des différents points
de la pièce lors du chauffage type "D".

| Iter N° | Temps [h.mn] | T _{four} [°C] | Tc1 [°C] | Tc2 [°C] | Tc3 [°C] | Tc4 [°C] | Tc5 [°C] | Tc6 [°C] | Tc7 [°C] | Tc8 [°C] | Tc9 [°C] |
|------------|-----------------|---------------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 00 | 00.00 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 01 | 00.05 | 100 | 28 | 29 | 32 | 32 | 32 | 32 | 41 | 54 | 54 |
| 02 | 00.10 | 200 | 47 | 52 | 58 | 58 | 58 | 58 | 60 | 78 | 78 |
| 03 | 00.15 | 300 | 78 | 96 | 98 | 98 | 98 | 98 | 102 | 130 | 130 |
| 04 | 00.20 | 400 | 130 | 145 | 160 | 160 | 160 | 161 | 150 | 191 | 190 |
| 05 | 00.25 | 500 | 192 | 200 | 230 | 230 | 231 | 232 | 215 | 275 | 275 |
| 06 | 00.30 | 600 | 270 | 285 | 319 | 320 | 320 | 321 | 290 | 369 | 370 |
| 07 | 00.35 | 700 | 364 | 375 | 420 | 420 | 421 | 421 | 382 | 487 | 488 |
| 08 | 00.40 | 800 | 470 | 480 | 540 | 539 | 540 | 541 | 485 | 615 | 615 |
| 09 | 00.45 | 850 | 585 | 580 | 660 | 660 | 660 | 661 | 578 | 695 | 695 |
| 10 | 00.50 | 850 | 684 | 671 | 740 | 740 | 740 | 740 | 662 | 751 | 750 |
| 11 | 00.55 | 850 | 746 | 731 | 781 | 782 | 782 | 782 | 722 | 795 | 795 |
| 12 | 01.00 | 850 | 785 | 770 | 810 | 810 | 811 | 811 | 763 | 811 | 812 |
| 13 | 01.05 | 850 | 810 | 805 | 822 | 822 | 821 | 822 | 790 | 830 | 830 |
| 14 | 01.10 | 850 | 825 | 815 | 833 | 834 | 834 | 834 | 805 | 835 | 835 |
| 15 | 01.15 | 850 | 834 | 830 | 839 | 840 | 840 | 841 | 822 | 840 | 840 |
| 16 | 01.20 | 850 | 839 | 835 | 842 | 842 | 843 | 842 | 830 | 843 | 843 |
| 17 | 01.25 | 850 | 843 | 840 | 844 | 844 | 844 | 844 | 836 | 845 | 845 |
| 18 | 01.30 | 850 | 845 | 844 | 846 | 846 | 846 | 847 | 843 | 847 | 847 |
| 19 | 01.35 | 850 | 847 | 847 | 848 | 848 | 848 | 849 | 846 | 849 | 849 |
| 20 | 01.40 | 850 | 849 | 848 | 848 | 849 | 849 | 849 | 848 | 850 | 850 |
| 21 | 01.45 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |



**FIG III.6 : DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE
LORS DU CHAUFFAGE " D "**

ETUDE METALLOGRAPHIQUE :



Photo N°



Photo N°

Fig III.4.D.a: Microstructure des échantillons de la zone centrale



Photo N° 3



Photo N° 4

Fig III.4.D.b: Microstructure des échantillons de la zone A

ETUDE DE DECARBURATION :



Photo N° 1



Photo N° 2

Fig III.5.D.a: Décarburation au niveau de la zone centrale



Photo N°



Photo N°

Fig III.5.D.b: Décarburation au niveau de la zone A

| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,12 | 2,12 | 2,120 | 202 |
| b | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| c | 2,13 | 2,11 | 2,120 | 202 |
| d | 2,11 | 2,13 | 2,120 | 202 |
| e | 2,12 | 2,12 | 2,120 | 202 |
| f | 2,13 | 2,14 | 2,135 | 199 |
| g | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| Dureté (HB) moyenne de l'éprouvette | | | | 200 |

Tableau III.6.D.a: Valeurs des duretés HB de la zone centrale

| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|-------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| b | 2,13 | 2,14 | 2,135 | 199 |
| c | 2,11 | 2,13 | 2,120 | 202 |
| d | 2,13 | 2,13 | 2,130 | 200 |
| e | 2,12 | 2,13 | 2,125 | 201 |
| f | 2,14 | 2,14 | 2,140 | 198 |
| g | 2,14 | 2,13 | 2,135 | 199 |
| Dureté (HB) moyenne de l'éprouvette | | | | 199 |

Tableau III.6.D.b: Valeurs des duretés HB de la zone A

ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX :

Une première analyse des résultats obtenus montre d'abord que dans le cas d'un chauffage normal type "A", le temps d'homogénéisation permettant l'atteinte d'une température homogène de 850 °C dans toute l'épaisseur de la pièce est de 115 minutes et que la quantité de gaz consommé est de 13,89 m³.

Pour obtenir une température homogène de 850 °C dans le cas du chauffage par paliers du type "B", il s'écoule 130 mns et la consommation de gaz est de 13,63 m³.

On assiste dans ce cas à une différence (un retard) de 15 minutes environ dûe certainement au passage à 650 °C par le palier de 15 mns. En revanche, la consommation de gaz est moindre, et les températures des différents points sont rapprochées les unes des autres. Les contraintes thermiques sont donc moins sévères.

Par cōntre, le chauffage type "C" présentant une surchauffe à 950 °C pendant 10 mns est le plus économique: on enregistre un temps d'homogénéisation de 100 minutes pour une consommation de gaz de 14,07 m³.

L'application de ce type de chauffage offre la possibilité de réduire d'une quinzaine de minutes le temps requis pour la réalisation dans les conditions normales d'un traitement thermique de 115 mns tel que le chauffage type "A".

Ces deux avantages réunis font du procédé de chauffage type "C" une technique performante à recommander: elle économise en temps et en énergie.

Les résultats fournis par le chauffage dans un four électrique à convection forcée qui est un four performant montrent que le temps d'homogénéisation est de 100 minutes, les températures des différents points sont très homogènes, il y en a même qui sont égales, en l'occurrence celles des points Tc3, Tc4, Tc5 et Tc6 ainsi que celles des points Tc8 et Tc9; Néanmoins, l'énergie électrique consommée revient plus chère.

Une étude comparative technico-économique entre les quatre types de chauffage montre que le type "B" conduit à une plus faible dispersion des températures et une montée moins rapide de celles-ci, compensée par une plus faible consommation d'énergie.

Le traitement thermique réalisé sous les conditions d'une surchauffe à 950 °C est à retenir. Les performances qu'il offre sont comparables à celles données par un four électrique à convection forcée, en plus du prix de revient plus bas.

A notre avis, dans tous les cas de figure, l'impact sur la durée de vie des différents constituants du four est pratiquement identique vu que ces fours sont assez performants, et sont conçus pour des températures plus élevées.

* * * * *

Le deuxième volet des analyses montre que le traitement thermique de Normalisation de l'acier XC 42, en fonction de chaque type de chauffage, a permis d'obtenir les caractéristiques mécaniques attendues.

L'étude métallographique des échantillons prélevés au sein des différentes éprouvettes, révèle une structure ferrito-perlitique fine et homogène quasi-identique dans les quatre cas de figures et dans les différentes zones de l'éprouvette.

L'analyse du phénomène de décarburation via les photographies de structure au niveau de la périphérie de l'éprouvette et en nous servant de la méthode de calcul du taux de décarburation citée préalablement (cf. eq. III.1), montre que ce dernier est très faible pour tous les types de chauffage.

Ceci s'explique par le fait que la durée du traitement n'était pas assez longue (2 heures environ), ce qui ne permet pas une forte décarburation. Ce phénomène pourrait être plus important si la pièce est maintenue beaucoup plus longtemps dans le four, en particulier dans le four à gaz où il y a un apport continu de gaz et d'air (oxygène).

Dans les cas de figures (chauffages "A", "B", "C" et "D"), on remarque que les pourcentages de perlite et de ferrite sont d'environ 50 % chacun.

A partir de la relation (III.1), on tire le % de carbone restant au niveau de la zone périphérique comme suit:

$$\frac{50 \cdot 0,8}{100} + \frac{50 \cdot 0,02}{100} = 0,41 \%$$

ce qui donne un taux de décarburation d'environ 9 % .

La mesure des duretés donne des résultats très proches les des autres relativement à chaque type de chauffage et dont la valeur moyenne est de 200 HB.

De manière générale, ces résultats représentant l'amélioration des propriétés mécaniques sus-citées sont très satisfaisants; il apparait de même en filigrane de ces résultats que les autres caractéristiques mécaniques, à titre d'exemple la résistance à la rupture par traction et la résilience ont nécessairement été améliorées [8,10,16].

CONCLUSIONS :

L'investigation des propriétés mécaniques attendues par le traitement thermique de Normalisation en fonction de chaque type de chauffage, révèle une grande analogie entre les différents résultats obtenus aussi bien par les essais de dureté et de l'étude métallographique que par l'étude de décarburation.

L'examen des courbes expérimentales montre que la distribution de température dans les différents points de la pièce est directement liée au mode de chauffage utilisé. L'étude expérimentale que nous avons menée fait apparaître que dans le cas d'un chauffage où l'on fait minutieusement intervenir une surchauffe, on assiste à une évolution plus rapide de la température de la pièce. Le temps d'homogénéisation et par conséquent le temps d'exécution du traitement se trouve réduit d'environ une quinzaine de minutes. Il est donc clair que pour une année d'environ 6000 heures de service, on pourrait effectuer plusieurs centaines de traitements thermiques supplémentaires.

Un autre avantage qui ressort en filigrane de ces travaux, est que l'optimum économique qui correspond à un optimum temporel peut également correspondre à un optimum énergétique.

Il convient également de noter que les résultats obtenus par cette tentative sont comparables avec ceux d'un four plus performant, en particulier un four électrique à convection forcée.

IV-1 INTRODUCTION :

Le principe fondamental de cette modélisation mathématique est de définir un ensemble d'équations mathématiques ayant pour objectif la simulation du phénomène expérimental [51,53]. Son rôle est de déterminer, en amont, la distribution de la température et permet son suivi au cours de chaque mode de chauffage. En aval, le temps d'homogénéisation et par conséquent le temps de maintien, peuvent être connus avec une assez grande précision, ce qui représente l'un des plus importants facteurs d'économie de l'énergie.

Le modèle mathématique ainsi établi est complété par les conditions initiales et aux limites relatives à chaque procédé [51]. Celles-ci sont évidemment déterminées expérimentalement dans le souci d'assurer une représentation irréfutable du phénomène réel.

L'avantage essentiel est que le modèle élaboré puisse être utilisé dans un grand domaine de variation de variables, surtout lorsqu'il n'y a pas de changement majeur aussi bien dans les mécanismes fondamentaux de transfert de chaleur entre le corps de chauffe et le matériau à chauffer que dans le matériau lui-même.

La vérification du modèle et la confrontation des résultats, donnés par le logiciel informatique qui en découle, à la réalité est nécessaire afin que celui-ci puisse être utilisé avec confiance et promptitude pour prévoir ou étudier le comportement d'autres procédés similaires.

Un outil mathématique puissant [21,55,54,6] permettant d'approcher avec un grand succès et un degré de précision préalablement choisi les processus de transfert de chaleur [6,32] a été utilisé: **Les différences finies**. Son principe est le

remplacement de l'équation différentielle à distribution de température continue par des équations aux différences finies qui doivent satisfaire de manière discrète la température les différents points du solide [21,2,28].

La littérature relative à cette approche numérique [50,51,36,39,22,18] a montré que son utilisation via la méthode de PEACEMAN et RACHFORD (A.D.I :Alternating Direction Implicit) serait la plus performante, en effet elle assure, sans qu'ils fassent l'objet de vérification, les critères de stabilité, de convergence et de précision [6]; elle économise même en opérations d'ordinateurs [54].

La méthode de THOMAS (T.D.M.A :TriDiagonal Matrix Algorithm) a été judicieusement choisie pour résoudre le système d'équations établi, eu égard à sa facilité de mise en oeuvre, à sa simplicité et à sa précision. Aussi, elle s'adapte parfaitement à la méthode A.D.I. [6,55,29].

Ce travail est conclu par l'élaboration d'un logiciel, précédé d'un organigramme général, dont les résultats fournis feront l'objet d'une confrontation avec ceux donnés par les essais expérimentaux.

IV-2 Position du problème :

Le déroulement d'un traitement thermique d'une pièce métallique à l'intérieur d'un four est un processus difficile à cerner et à maîtriser. Son approche par un modèle mathématique est sans nul doute complexe: Ceci est dûe en partie aux différents mécanismes de transmission de chaleur mis en jeu, en particulier le rayonnement qui obéit à une loi non linéaire; d'autre part, une panoplie de paramètres doivent être connus, en l'occurrence, le coefficient d'écoulement par convection, le

facteur d'échange par rayonnement, la cadence de chauffage du four..., dont l'estimation est très souvent liée à une série d'autres paramètres, qui eux même nécessitent une analyse individuelle spécifique.

En régime transitoire, les différentes zones de l'éprouvette "voient" leurs températures évoluer d'une certaine manière (en fonction de chaque mode "A", "B", "C", "D" de chauffage), pour se stabiliser finalement à la température de 850 °C prévue par le traitement thermique de Normalisation.

Le régime stationnaire est atteint au bout d'un certain temps, appelé " Temps d'homogénéisation ": Celui-ci dépend de la taille de la pièce et du mode de chauffage et indique que l'équilibre thermique dans la phase austénitique est atteint.

* N.B: A partir de ce moment, et en fonction de la nature du traitement thermique envisagé, un temps de maintien supplémentaire de la pièce à cette température pourrait avoir lieu avant de passer à l'étape de refroidissement.

Ces procédés de chauffage, d'homogénéisation et de refroidissement sont continus dans l'espace et dans le temps. Ils sont rationnellement régis par des lois continues appropriées qu'il faudrait discrétiser.

Pour simuler un tel processus, la modélisation mathématique doit être entreprise en liaison étroite avec le travail expérimental en profondeur [53,51].

Il convient dans ce qui suit d'énumérer les principales étapes à suivre dans le développement du modèle en question: [53,58].

- 1)-: Une bonne compréhension du procédé.
- 2)-: Une analyse préliminaire des équations gouvernant les différents mécanismes de transfert de chaleur dans le four et dans l'éprouvette pour chaque mode de chauffage.
- 3)-: Une division (fictive) adéquate (discrétisation ou maillage) du domaine d'étude (éprouvette cylindrique) en volumes appropriés.
- 4)-: La discrétisation de l'équation de conduction en régime transitoire; son application pour chaque zone de l'éprouvette maniant une méthode spécifique.
- 5)-: L'établissement d'un système d'équations en utilisant les paramètres et les variables du système expérimental ainsi que les conditions initiales et aux limites.
- 6)-: La résolution du système d'équations par une méthode numérique judicieuse.
- 7)-: L'évaluation de la validité du modèle et la confrontation des résultats en ayant recours à l'ordinateur pour l'exécution du logiciel informatique élaboré.

Il est bon de rappeler succinctement les principes généraux de fonctionnement d'un four de traitement thermique, voire de présenter les mécanismes de transfert de chaleur mis en jeu lors du chauffage, avant d'aborder les différentes étapes de la modélisation mathématique du processus de normalisation de l'éprouvette cylindrique horizontale en acier XC42 en fonction des quatre différents modes de chauffage.

IV-3 Principes de fonctionnement d'un four de

traitement thermique :

Un four est un équipement de chauffage. Schématiquement, celui-ci est constitué d'une enceinte chauffée soit par des résistances soit par un brûleur éjectant un combustible (gaz...). [3,15]. Cette enceinte, souvent appelée chambre de chauffe, doit

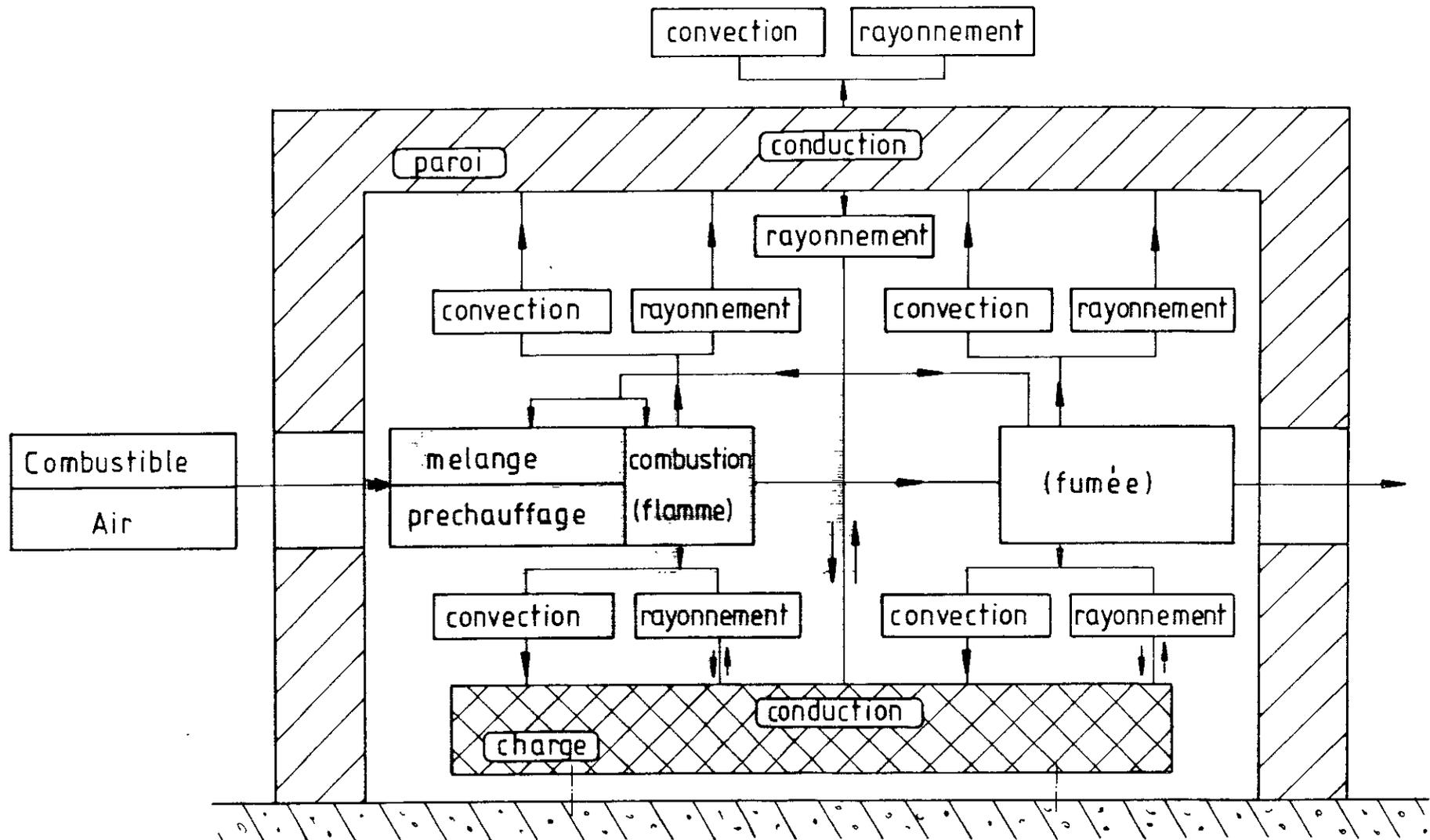


Figure IV-1 : PROCESSUS DE TRANSFERT DE CHALEUR DANS UN FOUR INDUSTRIEL À GAZ

être très bien calorifugée afin de réduire le plus possible les déperditions thermiques. La charge à chauffer est placée dans cette enceinte. L'asservissement est assuré par un régulateur.

Très utilisé en métallurgie, le four de traitement thermique permet de porter la température de la charge de l'ambiante à une température prédéterminée par le traitement, de l'y maintenir pendant un temps donné en vue de modifier ses propriétés après le refroidissement suivant une loi prédéfinie.

Le corps de chauffe (résistances ou brûleur) produit une énergie calorifique qui sera transmise à la substance à chauffer et aux parois du four. En fait, seule une partie de cette chaleur est absorbée par la charge; l'autre partie sert à chauffer l'enceinte du four et constitue les pertes thermiques (cf. fig IV-1).

Cet équipement utilise les lois usuelles de la thermique, en particulier celles déterminant la transmission de la chaleur par convection (*naturelle ou forcée*) et rayonnement entre le corps de chauffe et la charge (et les parois éventuellement) ainsi que la conduction qui constitue l'unique mode de propagation de la chaleur à l'intérieur de la charge (cf. fig IV.2).

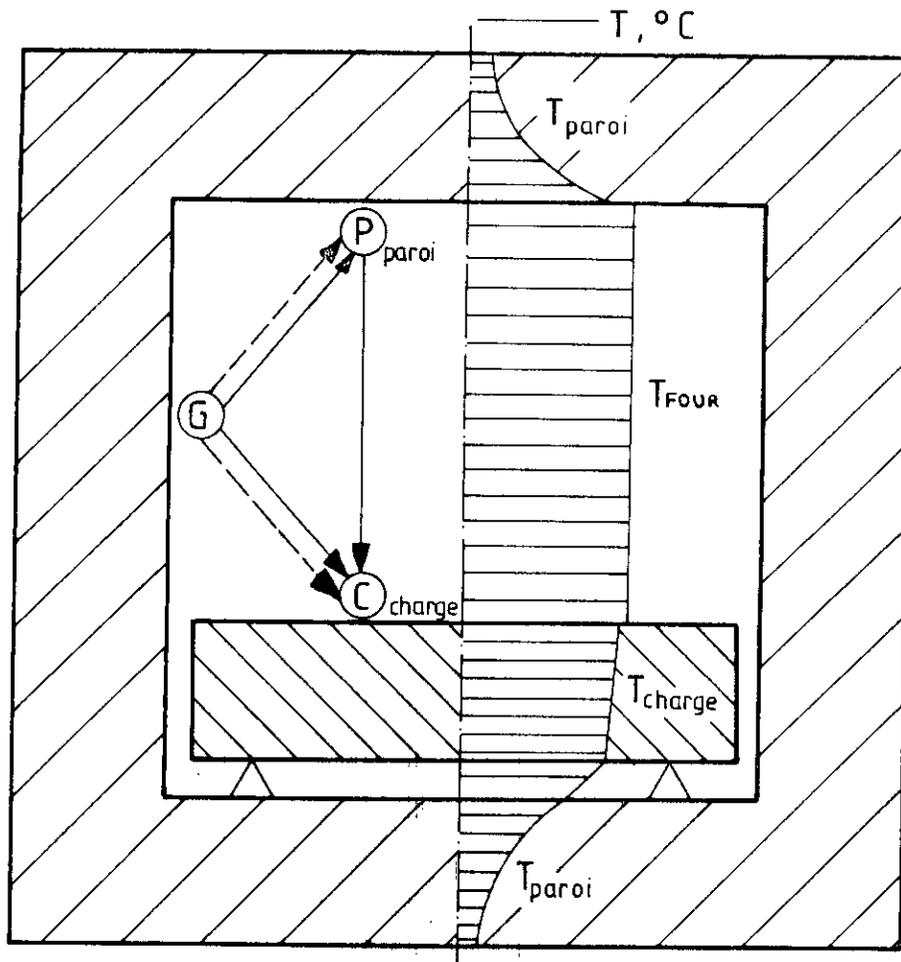
Les lois régissant chacun de ses mécanismes de transfert de chaleur sont rappelées ci- dessous:

**** LA CONVECTION:**

L'expression suivante exprime le flux de chaleur en fonction de la température:

$$q = h.S.(T_f - T_p)$$

(IV.1)



- \\\\\\\\\\ conduction thermique
- rayonnement thermique
- convection thermique

Figure **IV-2**: MODELE DE TRANSFERT DE CHALEUR
DANS UN FOUR INDUSTRIEL

où: q : Chaleur transmise [kcal]
 S : Surface chauffée [m^2]
 T_F : Température du four [$^{\circ}C$]
 T_p : Température de la pièce [$^{\circ}C$]

**** LA CONDUCTION:**

Celle-ci est représentée par la loi de Fourier, telle que:

$$dq = - k.S. \frac{\partial T}{\partial x} \quad (IV.2)$$

où: dq : Flux de chaleur [kcal/m]
 k : Conductivité thermique du matériau [kcal/ $m^2.h.^{\circ}C$]
 $\frac{\partial T}{\partial x}$: Gradient de température [$^{\circ}C/m$]

**** LE RAYONNEMENT:**

La loi de STEFFAN-BOLTZMANN exprime ce mécanisme par une équation non linéaire comme-suit:

$$q = S.\epsilon.\sigma.F.(T_F^4 - T_p^4) \quad (IV.3)$$

où: ϵ : Emmissivité globale de la source et du matériau
 σ : Coefficient de Steffan-Boltzman
 F : Facteur d'échange de la chaleur

IV-4 Equation différentielle de conduction :

De la loi de Fourier citée préalablement, ressort l'équation différentielle de conduction de la chaleur dans un solide en régime transitoire, par rapport à une seule direction [2,17,20,59,61] comme :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} = \rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{IV.4})$$

avec: x: Direction du chauffage [m]

$\frac{\partial T}{\partial x}$: Gradient de température dans la direction x [$^{\circ}\text{C}/\text{m}$]

\dot{q} : Chaleur d \dot{u} e aux sources internes du matériau [$\text{kcal}/\text{m}^3\cdot\text{h}$]

C_p : Chaleur spécifique massique du matériau [$\text{kcal}/\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}$]

Dans le cas d'un système tridimensionnel, l'équation définissant la répartition des températures en chaque point du corps, s'obtient en combinant l'équation (IV.4) dans les directions x, y, et z pour obtenir:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{IV.5})$$

Une écriture équivalente est donnée par:

$$\boxed{\nabla^2 T + \dot{q} = \rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t}} \quad (\text{IV.6})$$

où, ∇ représente le laplacien.

A partir de (IV.5), et en faisant le changement de variables suivant:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = r \cdot \cos\theta. \\ y = r \cdot \sin\theta. \\ z = z. \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} r, \theta, \text{ et } z \\ \text{représentent les coordonnées} \\ \text{cylindriques.} \end{array}$$

On aboutit à l'équation différentielle de conduction en coordonnées cylindriques sans sources internes:

$$\rho \cdot C_p \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (k \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\frac{k}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (k \cdot \frac{\partial T}{\partial z}) \quad (\text{IV.7}).$$

où, $\frac{\partial T}{\partial r}$, $\frac{\partial T}{\partial \theta}$ et $\frac{\partial T}{\partial z}$ représentent respectivement la variation du gradient de température dans les directions r , θ , et z .

IV-4-1 Conductivité Thermique k :

Le coefficient de conductivité thermique est généralement exprimé en W/m.°c ou en kcal/mh.°c.

A l'instar des autres corps, les matériaux métalliques ont une conductivité thermique qui dépend de la température. (cf. fig. IV.3).

Pour l'acier XC42, la conductivité thermique k est approchée par une fonction linéaire (cf. fig. IV.3) de la forme :

$$k = k_0 - 2,45 \cdot 10^{-2} T \quad (\text{IV.8})$$

k_0 : étant la conductivité thermique à la température ambiante;

$k_0 = 45 \text{ Kcal/m.}^\circ\text{c.}$

T : étant la température du point considéré de la pièce.

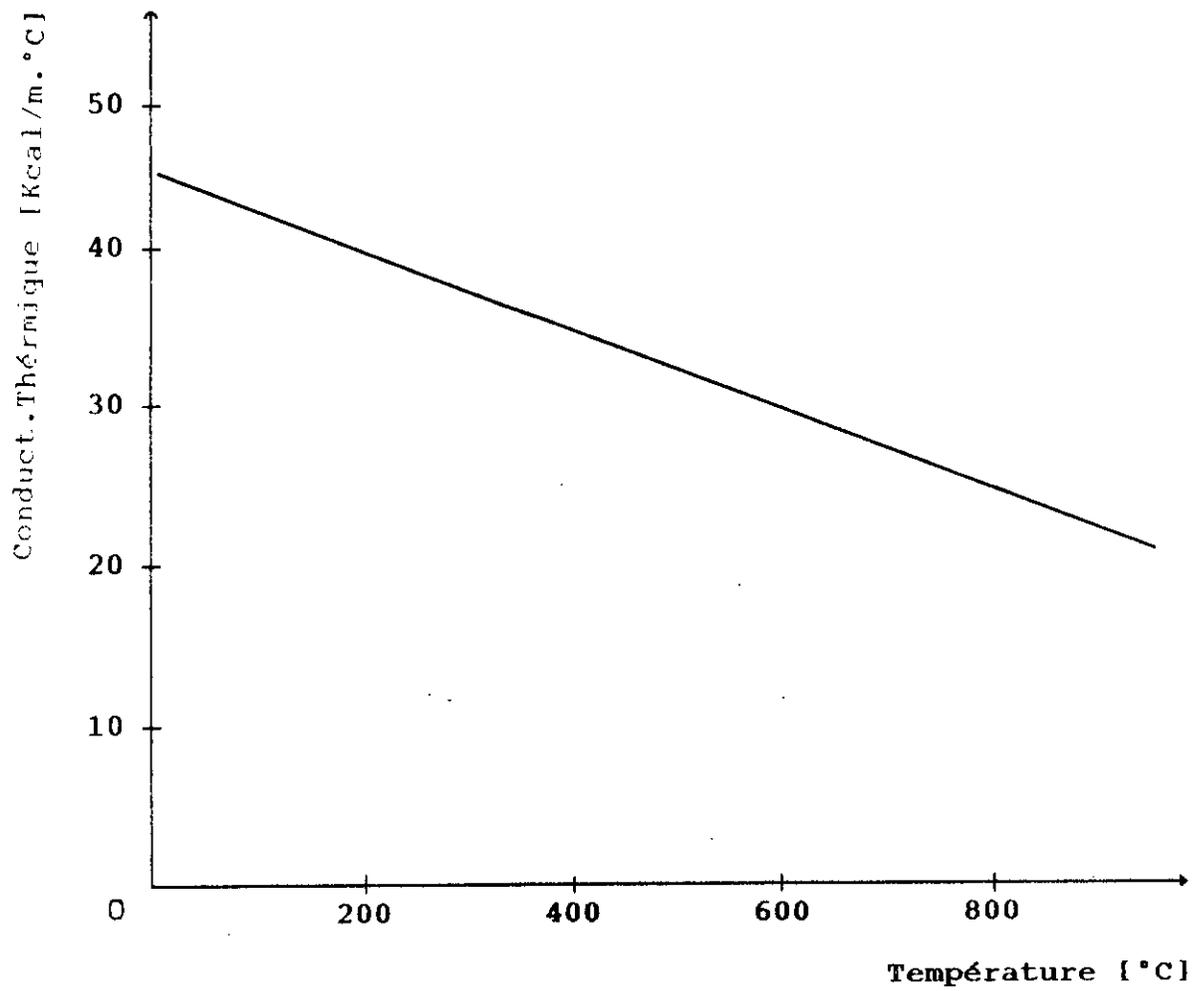


Fig IV.3: Conductivité Thermique de l'acier XC 42.

IV-4-2 Chaleur spécifique C_p :

Cette grandeur qui exprime la quantité de chaleur à fournir au corps afin d'élever sa température de 1°C est également liée à la température .

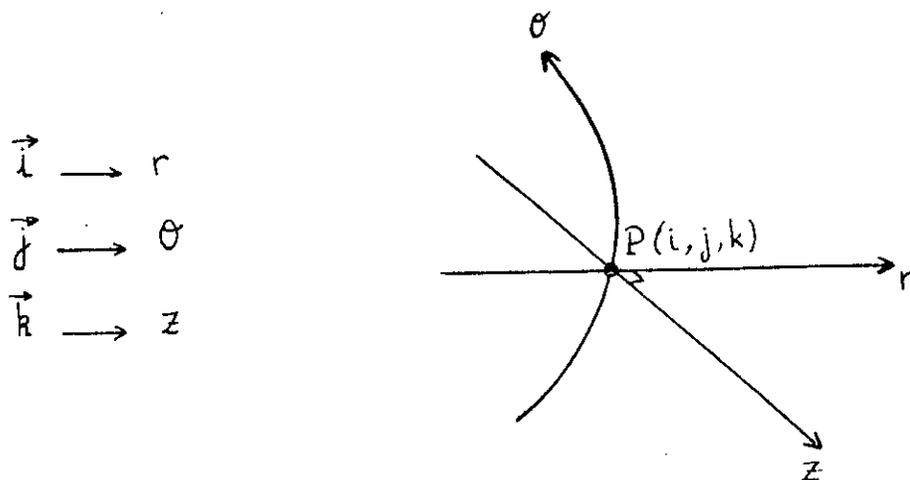
Dans le cas des aciers, elle est généralement donnée par des tableaux. Néanmoins, pour l'acier XC42, on représenté sa chaleur spécifique massique par la fonction approximative suivante:

$$C_p = C_{p0} + C_1 \cdot T + C_2 \cdot T^2 \quad (\text{IV.9})$$

C_{p0} : étant la chaleur spécifique à l'ambiante; = 0,11 kcal/kg.°c.
 C_1 et C_2 sont des constantes. $C_1 = 4 \cdot 10^{-5}$; $C_2 = 10^{-10}$
(cf. fig. IV.4).

IV-5 Discrétisation de l'équation différentielle :

Considérons un point P de coordonnées i, j, k par rapport aux directions r, θ , et z, comme indiqué par la représentation suivante:



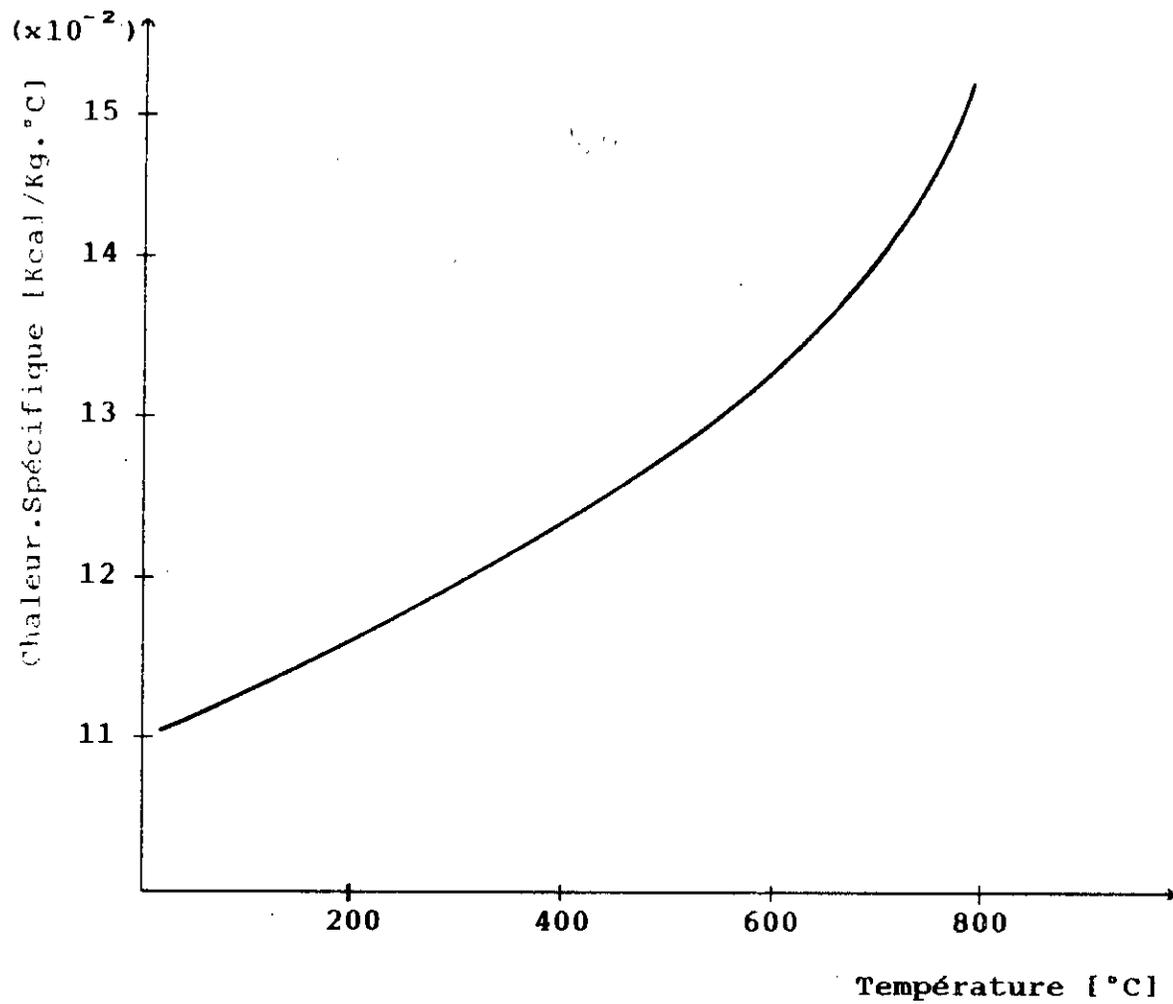


Fig IV.4: Chaleur Spécifique massique de l'acier XC 42.

Le concept général de la méthode numérique des différences finies appliquée en conduction thermique en régime transitoire est de diviser la matière (éprouvette) en régions aux centres desquelles on place un noeud [54,52,6,1]; effectuer la transformation de l'équation différentielle exacte en équations aux différences finies où interviennent la température du noeud considéré, celles des voisins et les propriétés thermiques de la matière, et où figurera un terme capacitif représentant l'augmentation de l'énergie interne en fonction du temps [51].

Dans le cas tridimensionnel, en coordonnées cylindriques (r, θ, z) , l'éprouvette est divisée en volumes élémentaires appelés "volumes de contrôle" ayant pour dimensions Δr , $\Delta \theta$, et Δz . [6,51,33].

Le noeud se trouvant au centre de chacun d'eux est entouré de six (06) voisins (*cf. fig IV.5*) :

* Deux (02) suivant la direction r , ce sont les noeuds N et S, relativement à Nord et Sud.

* Deux (02) suivant la direction θ , ce sont les noeuds H et B, relativement à Haut et Bas.

* Deux (02) suivant la direction z , ce sont les noeuds E et O, relativement à Est et Ouest.

Les parois n , s , h , b , e et o représentent les faces de chaque volume de contrôle selon les directions sus-citées.

Le schéma suivant représente un noeud P tel que décrit si-dessus.

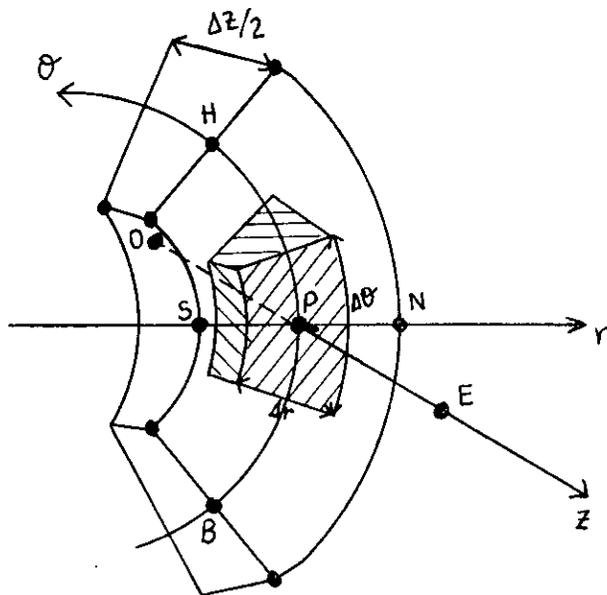


Figure IV.5: Schéma d'un noeud P(i,j,k) situé dans son volume de contrôle et entouré de ses 6 voisins.

A partir de l'équation générale (IV.6), et en transposant le facteur r dans le membre de gauche, on obtient l'eq (4.10):

$$\rho \cdot C_p \cdot r \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left(k \cdot r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{k}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + r \frac{\partial}{\partial z} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

Sachant que la température est, en plus du facteur temps, fonction de r, θ , et z, l'équation (IV.10) s'écrit:

$$\begin{aligned} \iiint \rho \cdot C_p \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial t} dt \cdot dr \cdot d\theta \cdot dz &= \iiint \frac{\partial}{\partial r} \left(k \cdot r \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr \cdot dt \cdot d\theta \cdot dz \\ &+ \iiint \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{k}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) d\theta \cdot dt \cdot dr \cdot dz \\ &+ \iiint r \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(k \cdot \frac{\partial T}{\partial z} \right) dz \cdot dt \cdot d\theta \end{aligned}$$

(IV.11).

Pendant un intervalle de temps Δt pris entre un instant t_0 et un instant considéré t , le point P (\vec{i} , \vec{j} , \vec{k}) "voit" sa température varier de $T_P^{t_0}$ à T_P^t ; ce qui permet d'écrire [6].

$$\begin{aligned} \iiint \rho \cdot C_P \cdot r \cdot (T_P^t - T_P^{t_0}) \, dr \cdot d\theta \cdot dz &= \iiint (k \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r})_n^t \, dt \cdot d\theta \cdot dz \\ &+ \iiint (\frac{k}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta})_b^h \, dt \cdot dr \cdot dz \\ &+ \iiint r \cdot (k \cdot \frac{\partial T}{\partial z})_o^c \, dt \cdot dr \cdot d\theta \end{aligned}$$

(IV.12)

En intégrant le terme $r \cdot dr$ du membre de gauche et sachant que le point P est entouré des 6 voisins dénommés ci-dessus, on aboutit à:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \cdot (T_P^t - T_P^{t_0}) \cdot \Delta\theta \cdot \Delta z &= \\ = \iiint \left\{ k_N \cdot r_N \cdot (\frac{\partial T}{\partial r})_n^t - k_S \cdot r_S \cdot (\frac{\partial T}{\partial r})_o^c \right\} \, dt \cdot d\theta \cdot dz \\ + \iiint \left\{ \frac{k_H}{r_H} \cdot (\frac{\partial T}{\partial \theta})_h^t - \frac{k_B}{r_B} \cdot (\frac{\partial T}{\partial \theta})_b^h \right\} \, dt \cdot dr \cdot dz \\ + \iiint r \cdot \left\{ k_E \cdot (\frac{\partial T}{\partial z})_o^c - k_D \cdot (\frac{\partial T}{\partial z})_o^c \right\} \, dt \cdot dr \cdot d\theta. \end{aligned}$$

(IV.13)

Ceci étant, l'écriture de l'équation différentielle discrétisée de l'évolution de la température d'un point P (i,j,k) appartenant à un volume de contrôle de dimensions Δr , $\Delta \theta$, Δz de l'éprouvette cylindrique pendant l'intervalle de temps Δt prendra donc la forme suivante [6,36]:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \cdot (T_P^{t+\Delta t} - T_P^t) \cdot \Delta \theta \cdot \Delta z = \\
 & = \int_t^{t+\Delta t} \left\{ k_N \cdot r_N \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_n - k_S \cdot r_S \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_s \right\} \Delta \theta \cdot \Delta z \cdot dt \\
 & + \int_t^{t+\Delta t} \left\{ \frac{k_H}{r_H} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)_h - \frac{k_B}{r_B} \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)_b \right\} \Delta r \cdot \Delta z \cdot dt \\
 & + \int_t^{t+\Delta t} r \cdot \left\{ \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right)_o - k_o \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)_o \right\} \Delta r \cdot \Delta \theta \cdot dt
 \end{aligned}$$

(IV.14)

IV-6 Discrétisation du domaine d'étude :

Pour des raisons de symétrie, de disposition horizontale de l'éprouvette à l'intérieur du four, et à la manière d'être chauffée (cf. fig IV.6); notre étude intéresse uniquement une partie en effet les résultats de la partie symétrique seront évidemment analogues.

Il convient également de noter que la température des fours utilisés est homogène suivant la direction z de l'éprouvette, ce qui réduit à deux dimensions (r et θ) l'étude du profil de température. En conséquence, dans la direction z, les parois sont adiabatiques et on note que:

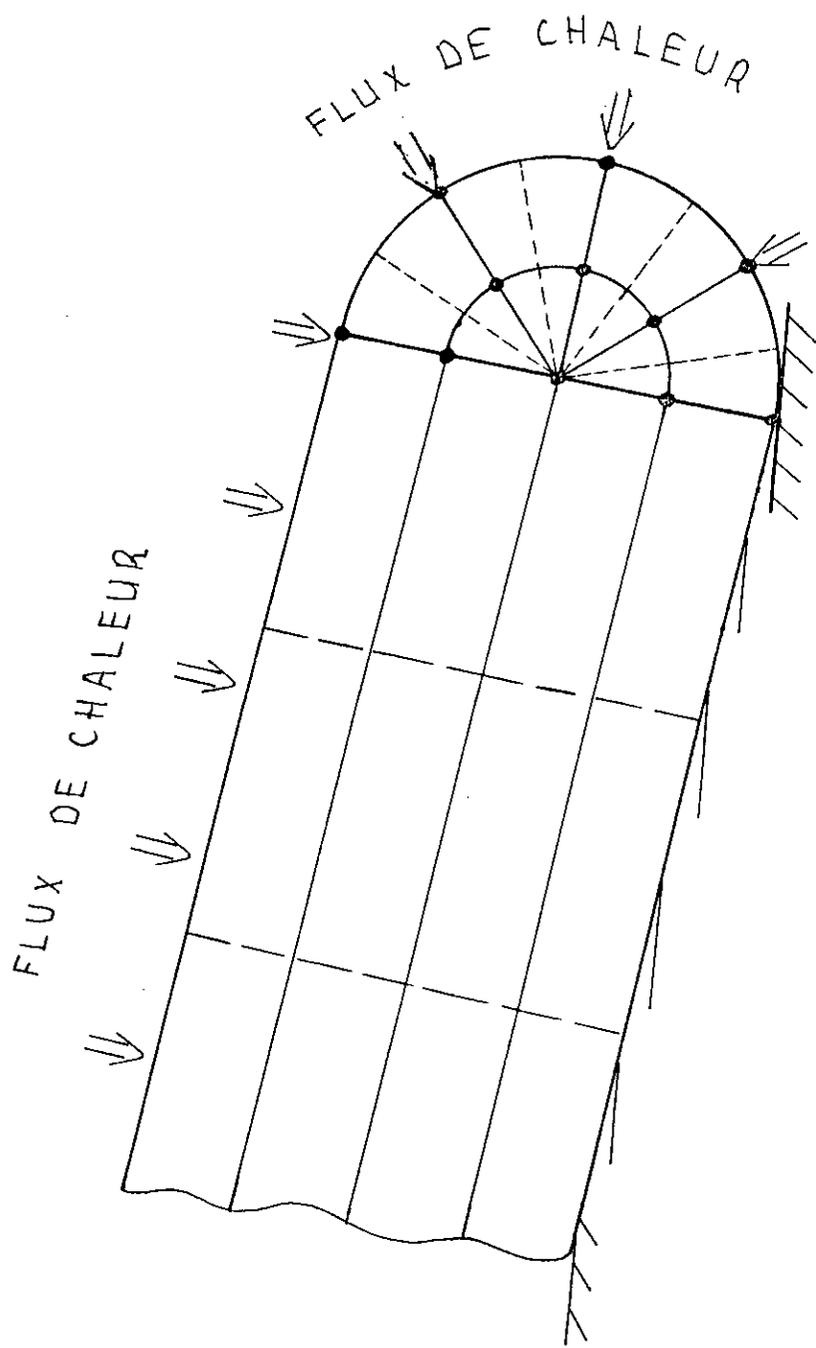


Fig IV.6 Disposition horizontale de l'éprouvette dans Le four

$$\frac{\partial T}{\partial z} = 0$$

(IV.15)

Les dimensions des volumes de contrôle se réduisent donc aux dimensions Δr et $\Delta \theta$; Δz sera pris comme dimension unitaire. (cf. fig IV.7).

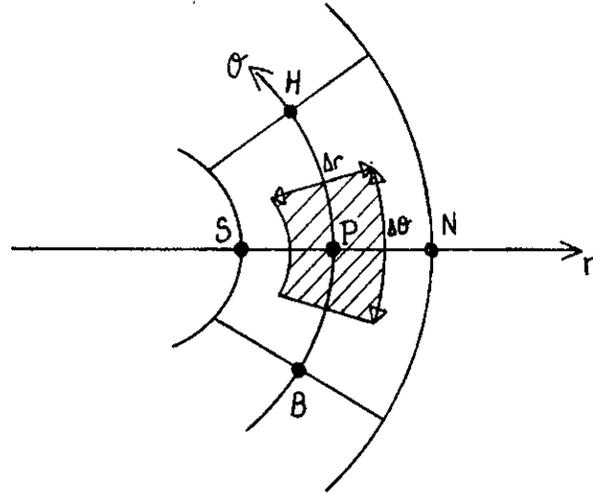


Fig IV.7: Volume de contrôle d'un noeud P.

Un point P (i,j) sera donc entouré de quatre voisins : N, S, H, et B.

Soient R et θ respectivement le rayon et la circonférence de l'éprouvette:

$$\begin{cases} R = 0,03 \text{ mètres} \\ \theta = 180 \text{ degrés.} \end{cases}$$

Vu ces dimensions et vu les caractéristiques thermiques de l'acier XC 42, le maillage (discrétisation du domaine) pour lequel on a opté est celui qui considère cinq (05) noeuds suivant θ et trois (03) suivant R. (cf. fig IV.8).

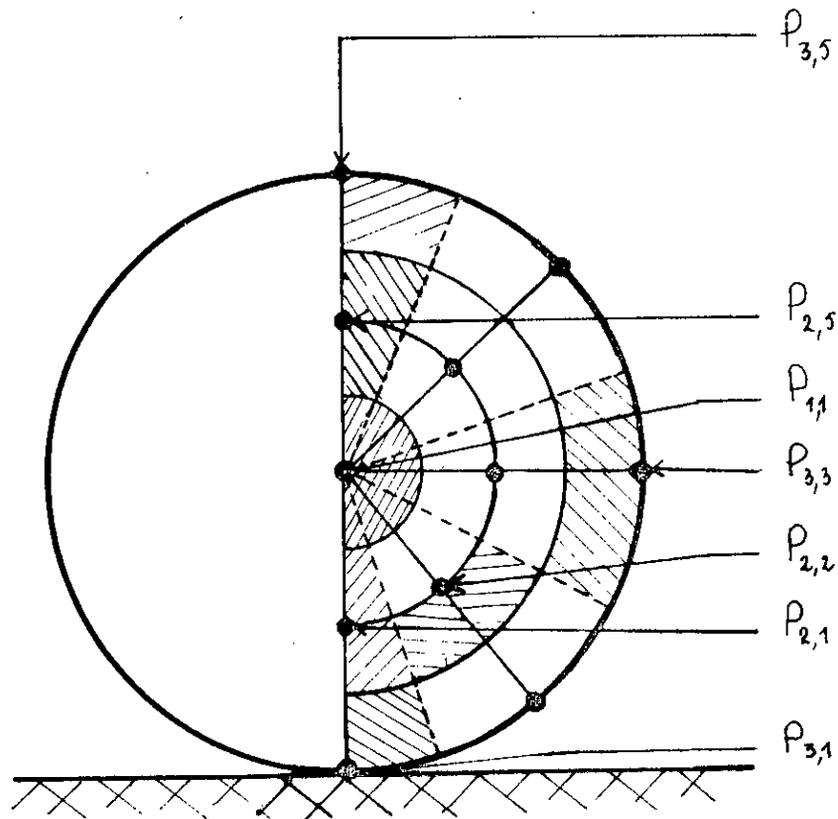


Fig IV.8: Discrétisation du domaine.

Soient M et N respectivement le nombre de noeuds suivant la direction r , ($M = 3$) et le nombre de noeuds suivant θ , ($N = 5$).

Il est évident que $\Delta r = \frac{R}{M - 1}$ et que $\Delta \theta = \frac{\theta}{N - 1}$.

Une correspondance entre la température de ces noeuds et celles considérés lors de l'étude expérimentale est donnée par le tableau suivant:

| | | | | | |
|----------|---|-----|----------|---|------------------|
| $T(1,1)$ | → | Tc1 | $T(3,1)$ | → | Tc7 |
| $T(2,1)$ | → | Tc2 | $T(3,2)$ | → | Tc (non utilisé) |
| $T(2,2)$ | → | Tc3 | $T(3,3)$ | → | Tc8 |
| $T(2,3)$ | → | Tc4 | $T(3,4)$ | → | Tc (non utilisé) |
| $T(2,4)$ | → | Tc5 | $T(3,5)$ | → | Tc9 |
| $T(2,5)$ | → | Tc6 | | | |

IV-7 Conditions initiales :

A l'instant initial $t_0 = 0$, la température de l'éprouvette et de l'enceinte du four sont prises égales à 25 °C pour chaque mode de chauffage.

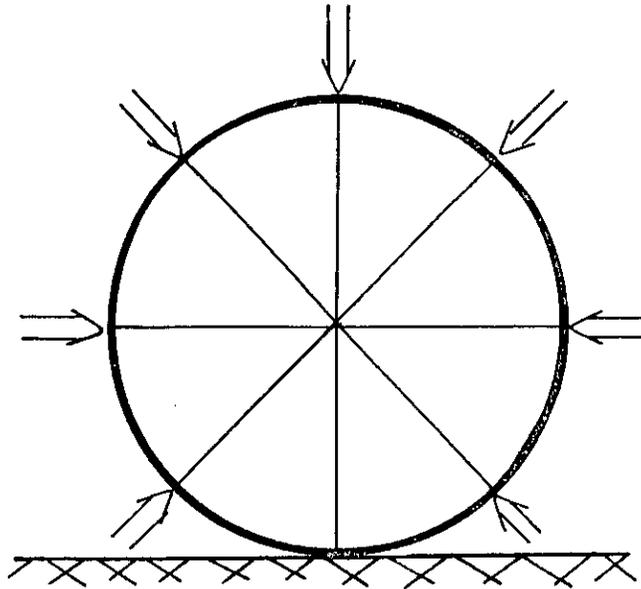
Ainsi, tous les points considérés de l'éprouvette, quelle que soit leur position, sont à la température ambiante juste avant de démarrer le four.

IV-8 Conditions aux limites :

Au cours du chauffage, l'éprouvette cylindrique est soumise à un flux de rayonnement et de convection (*naturelle, dans le cas du four à gaz et forcée dans le cas du four électrique*).

La chaleur transmise par le corps de chauffe et les parois du four vient lécher les parois latérales de l'éprouvette, puis s'écoule par conduction de molécule en molécule à l'intérieur de celle-ci pour élever progressivement sa température.

De toute évidence, les points situés sur cette paroi sont régis à la fois par l'équation de conduction et celle du flux convectif et rayonnant. Par conséquent, leur température est, à chaque instant, fonction de la température des noeuds voisins, et de celle de l'environnement (enceinte du four), comme l'indique la figure suivante:



⇒ : FLUX CONVectif ET RAYONNANT

Fig IV.9: Mécanisme de transfert de chaleur sur la paroi latérale de l'éprouvette.

A ce niveau, l'équation de conduction doit s'égaliser avec celle du flux convectif et rayonnant [6,54,34] telle que:

$$q = -k_N \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_N = h \cdot (T_F - T_P) + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_F^4 - T_P^4). \quad (\text{IV.16})$$

$$q_{\text{conduction}} = q_{\text{convection}} + q_{\text{rayonnement}}$$

On remarque que la température dans l'équation de Stéffan-Boltzmann relative au flux rayonnant est en puissance 4. Cette équation, par conséquent doit être linéarisée [6].

IV-8-1 Linéarisation de l'équation du rayonnement :

La linéarisation consiste à utiliser un développement limité du premier degré du type: $f(x) = f(x_0) + (x-x_0).f'(x_0)$, en vue d'avoir une équation linéaire en T_p . Les températures T_p^0 et T_f étant connues.

$$\begin{aligned}q_r &= \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_f^4 - T_p^4) \\&= q_0 + (T_p - T_p^0) \cdot \left(\frac{dq}{dT_p} \right)_{T_p^0} \\&= \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_f^4 - T_p^0^4) - 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_p - T_p^0) \cdot (T_p^0)^3 \\&= \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_f^4 - T_p^0^4) + 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_p^0)^3 - 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_p^0)^3 \cdot T_p \\&= (-4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_p^0)^3) \cdot T_p + 3 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_p^0)^3 + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_f^4)\end{aligned}$$

L'expression linéarisée du flux convectif et rayonnant s'écrit désormais comme suit :

$$q = -(h + 4 \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_p^0)^3) \cdot T_p + h \cdot T_f + 3 \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_p^0)^3 + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot (T_f^4)$$

(IV.17).

Les conditions aux limites sont donc subordonnées à cette équation linéarisée du flux convectif et rayonnant. Néanmoins, suivant le type de four et de chauffage, les différents paramètres doivent être connus, calculés ou estimés en utilisant soit des relations empiriques soit des expressions numériques ou bien tout simplement des tables appropriées.

L'émissivité ϵ , produit de l'émissivité ϵ_1 du corps de chauffe par ϵ_2 de l'éprouvette cylindrique en acier oxydé est déterminée par des tables [2,17,61], et sa valeur moyenne est prise égale à 0,8.

Par cōntre, le facteur d'échange par rayonnement F et le coefficient de convection h ont, quant à eux, nécessité des investigations conduisant à leur estimation convenable.

IV-7-1 Détermination du coefficient de convection h :

La détermination rationnelle par des méthodes numériques du coefficient de convection est très complexe; en effet, notons que l'expression la plus complète comporte au moins une douzaine de paramètres dont la plupart requiert une analyse fastidieuse et détaillée [1,3,62].

Nous avons, en conséquence, jugé préférable et judicieux de nous servir des formules semi-empiriques qui ne manquent pas tellement d'efficacité dans le domaine de la thermique appliquée aux fours. La littérature [62,3,1] a permis d'opter pour les formules suivantes:

** Dans le cas du four à gaz :

$$h = \left[7,4 + 9,24 \cdot 10^{-3} (T_F - 273) \right] \cdot \frac{w^{0,65}}{d^{0,85}} \quad (\text{kcal/m. h. } ^\circ\text{k})$$

(IV.18)

- où : T_F : Température de la fumée dans le four [$^\circ\text{k}$]
 w : Vitesse d'écoulement de la chaleur par le brûleur;
 = 40 m/s dans notre cas.
 d : Diamètre des éprouvettes [m];
 = 0,06 m.

** Dans le cas du four électrique :

$$h = \left[5,8 + 11,2 \cdot 10^{-3} (T_F - 273) \right] \cdot \frac{w^{0,65}}{d^{0,25}} \quad (\text{kcal/m. h. } ^\circ\text{k}) \quad (\text{IV.19})$$

où: T_F : Température à l'intérieur du four [$^\circ\text{k}$]

w: Vitesse de circulation de l'air sous l'action du ventilateur; $w = 65 \text{ m/s}$ dans notre cas.

IV-7-2 Détermination du coefficient F d'échange par rayonnement :

Ce facteur F est fonction de la position de la zone considérée de l'éprouvette par rapport à l'élément de chauffe. Il caractérise la quantité de chaleur échangée (reçue).

Lorsque l'unité de surface considérée de la charge est parfaitement en regard avec le corps de chauffe, celle-ci reçoit directement de la chaleur et F est important. Si par contre, la surface est "cachée", F prend des valeurs de plus en plus faibles car la quantité de chaleur reçue n'est que celle réfléchiée par les parois du four [2,17,61].

Dans le cas le plus favorable, F est proche de l'unité. On considère la valeur de 0,95 comme valeur maximale.

Dans le cas du four à gaz où le chauffage s'effectue par le brûleur situé sur la paroi supérieure, on admet que F varie selon l'expression suivante:

$$F_j = \frac{F}{(N - 1)} \cdot (j - 1). \quad \text{avec } F = 0,95. \quad (\text{IV.20})$$

j: représente la position du point (noeud) considéré et N le nombre de noeuds suivant la direction θ .

Dans le cas du four électrique où les résistances sont fixées sur les murs latéraux, la paroi extérieure de l'éprouvette reçoit donc la quasi totalité de la chaleur émise; et par conséquent, F prend la valeur constante de 0,95.

IV-8 Etablissement du système d'équations:

Comme indiqué précédemment, l'équation différentielle de conduction en régime transitoire (IV.6) se réduit à une équation à deux dimensions r et θ , et s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \cdot (T_P^{t+\Delta t} - T_P^t) \cdot \Delta\theta = \\ = \int_t^{t+\Delta t} \left\{ k_N \cdot r_N \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_n - k_S \cdot r_S \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_s \right\} \cdot \Delta\theta \cdot dt \\ \int_t^{t+\Delta t} \left\{ \frac{k_H}{r_H} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)_h - \frac{k_B}{r_B} \left(\frac{\partial T}{\partial \theta} \right)_b \right\} \cdot \Delta r \cdot dt \end{aligned}$$

(IV.21).

A été utilisé le terme r_p au lieu de r_H et r_B , en effet les trois noeuds P, H et B se trouvent sur la même circonférence et ont par conséquent le même rayon r_p .

Après avoir discrétisé le domaine (éprouvette) en un ensemble de noeuds $P_{i,j}$ ($i = \overline{1,3}$ et $j = \overline{1,5}$), la méthode des différences finies attribue à chacun des noeuds une équation discrète représentant l'évolution de sa température.

Pour cette mise en équations, nous avons utilisé la méthode dite de PEACEMAN et RACHFORD (A.D.I.).

1^{ère} étape : $t \longrightarrow t + \frac{\Delta t}{2}$: implicite en r , explicite en θ

$$a_{ij} X_{ij} = b_{i+1j} X_{i+1j} + c_{i-1j} X_{i-1j} + d_{i+1j} T_{i+1j} + e_{i-1j} T_{i-1j} \\ + f_{ij} T_{ij} + g$$

soit,

$$\boxed{A_{ij} X_{ij} = B_{ij} X_{i+1j} + C_{ij} X_{i-1j} + D_{ij}} \quad (\text{IV.22})$$

avec :

$$A_{ij} = a_{ij} \quad ; \quad B_{ij} = b_{ij} \quad ; \quad C_{ij} = c_{ij} \quad ;$$

$$D_{ij} = d_{i+1j} T_{i+1j} + c_{i-1j} T_{i-1j} + f_{ij} T_{ij} + g$$

2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \longrightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

$$a'_{ij} X_{ij} = b'_{i+1j} X_{i+1j} + c'_{i-1j} X_{i-1j} + d'_{i+1j} T_{i+1j} + e'_{i-1j} T_{i-1j} \\ + f'_{ij} T_{ij} + g'$$

soit,

$$\boxed{A'_{ij} X_{ij} = B'_{ij} X_{i+1j} + C'_{ij} X_{i-1j} + D'_{ij}} \quad (\text{IV.23})$$

avec :

$$A'_{ij} = a'_{ij} \quad ; \quad B'_{ij} = b'_{ij} \quad ; \quad C'_{ij} = c'_{ij}$$

$$D'_{ij} = d'_{i+1j} T_{i+1j} + c'_{i-1j} T_{i-1j} + f'_{ij} T_{ij} + g'$$

2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \rightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

Une formulation des équations sous la forme donnée précédemment, on obtient :

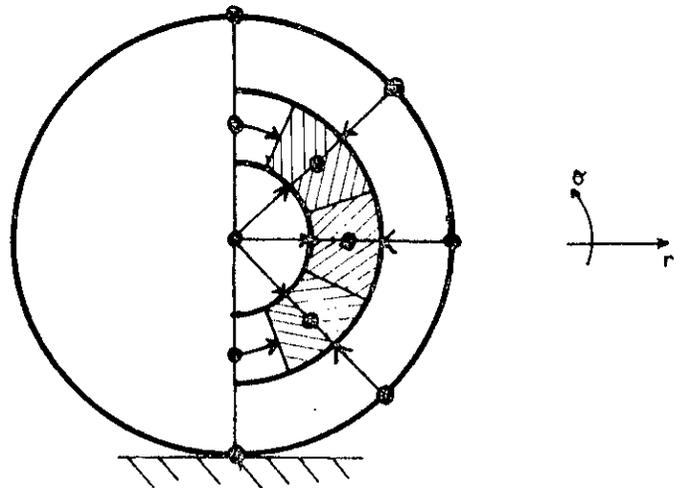
$$\begin{aligned}
 & \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \frac{2 \cdot \Delta \theta}{\Delta t} + \frac{k_H \cdot \Delta r_H}{\Delta \theta \cdot r_P} + \frac{k_B \cdot \Delta r_B}{\Delta \theta \cdot r_P} \right] \cdot X_P = \\
 & = \left[\frac{k_H \cdot \Delta r_H}{\Delta \theta \cdot r_P} \right] \cdot X_H + \left[\frac{k_B \cdot \Delta r_B}{\Delta \theta \cdot r_P} \right] \cdot X_B + \left[\frac{k_N \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r_N} \right] \cdot T_N + \left[\frac{k_S \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r_S} \right] \cdot T_S \\
 & + \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \frac{2 \cdot \Delta \theta}{\Delta t} + \frac{k_N \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r_N} + \frac{k_S \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r_S} \right] \cdot T_P
 \end{aligned}$$

(IV.26).

1 - Nœuds internes: P_{ij}

$$I = \overline{2, M-1}$$

$$J = \overline{2, N-1}$$



1^{ère} étape : $t \longrightarrow t + \frac{\Delta t}{2}$: implicite en r , explicite en θ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \cdot \frac{2 \cdot \Delta \theta}{\Delta t} \cdot (X_{i,j} - T_{i,j}) = \\ & = \frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (X_{i+1,j} - X_{i,j}) - \frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (X_{i,j} - X_{i-1,j}) \\ & \quad + \frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} (T_{i,j+1} - T_{i,j}) - \frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} (T_{i,j} - T_{i,j-1}) \end{aligned}$$

soit, après formulation :

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \frac{2 \cdot \Delta \theta}{\Delta t} + \frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} + \frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] X_{i,j} = \\ & = \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{i+1,j} + \left[\frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{i-1,j} + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] T_{i,j+1} + \\ & + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] T_{i,j-1} + \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \frac{2 \cdot \Delta \theta}{\Delta t} + \frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] T_{i,j} \end{aligned}$$

(IV.27)

2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \rightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \cdot \frac{2 \cdot \Delta \theta}{\Delta t} \cdot (X_{i,j} - T_{i,j}) = \\ & = \frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} (X_{i,j+1} - X_{i,j}) - \frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} (X_{i,j} - X_{i,j-1}) \\ & + \frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (T_{i+1,j} - T_{i,j}) - \frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (T_{i,j} - T_{i-1,j}) \end{aligned}$$

ce qui permet d'écrire, après formulation :

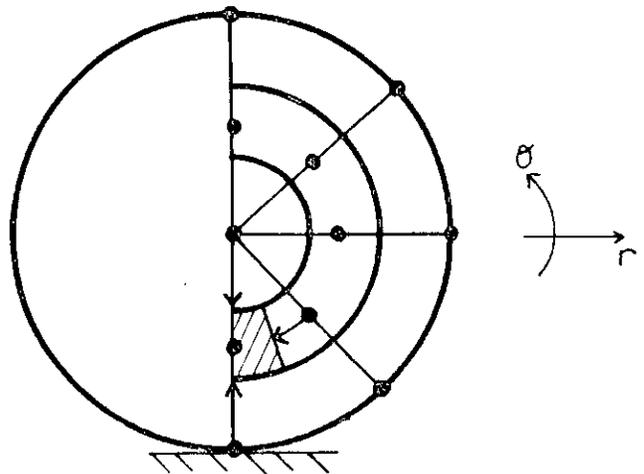
$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \frac{2 \cdot \Delta \theta}{\Delta t} + \frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] \cdot X_{i,j} = \left[\frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] \cdot X_{i,j+1} + \\ & + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] X_{i,j-1} + \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{i+1,j} + \left[\frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{i-1,j} + \\ & + \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \frac{2 \cdot \Delta \theta}{\Delta t} + \frac{k \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (r_N + r_S) \right] T_{i,j} \end{aligned}$$

(IV.28)

2 - Nœuds inférieurs: P_{i1}

$$I = 2, M - 1$$

$$J = 1$$



1^{ère} étape : $t \longrightarrow t + \frac{\Delta t}{2}$: implicite en r , explicite en θ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \cdot \frac{2 \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta t} \cdot (X_{i,1} - T_{i,1}) = \\ & = \frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (X_{i+1,1} - X_{i,1}) - \frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (X_{i-1,1} - X_{i,1}) \\ & + \frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} (T_{i,j+1} - T_{i,j}). \end{aligned}$$

soit, après écriture sous la forme (IV.22),

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + \frac{k \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (r_N + r_S) \right] X_{i,1} = \\ & = \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{i+1,1} + \left[\frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{i-1,1} + \left[\frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] \cdot T_{i,2} + \\ & + \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \frac{\Delta \theta}{\Delta t} - \frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] \cdot T_{i,1} \end{aligned}$$

(IV.29)

2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \longrightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \cdot \frac{2 \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta t} \cdot (X_{i,1} - T_{i,1}) = \\ & \left[\frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} (X_{i,j+1} - X_{i,j}) \right] + \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (T_{i+1,1} - T_{i,1}) \right] + \\ & \left[\frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (T_{i-1,1} - T_{i,1}) \right]. \end{aligned}$$

Ce qui donne: (IV.30)

$$\left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + \frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] \cdot X_{i,1} =$$

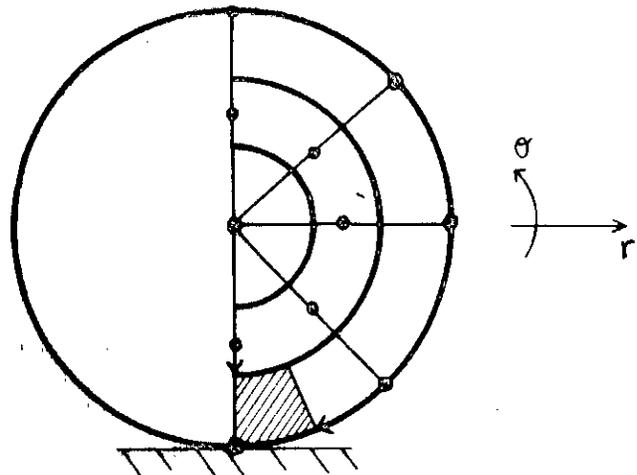
$$\left[\frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} \right] \cdot X_{i,2} + \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{i+1,1} + \left[\frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{i-1,1} +$$

$$\left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p (r_N^2 - r_S^2) \frac{\Delta \theta}{\Delta t} - \frac{k \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (r_N - r_S) \right] \cdot T_{i,1}$$

3 - Nœuds de la base : $P_{M,1}$

$$I = M$$

$$J = 1$$



Ces températures sont mesurées expérimentalement, car elles constituent l'une des conditions aux limites.

1^{ère} étape : $t \longrightarrow t + \frac{\Delta t}{2}$: implicite en r , explicite en θ

$$X_{M,1} = \frac{1}{2} (T_{\text{Paroi}}^{t+\Delta t} + T_{\text{Paroi}}^t)$$

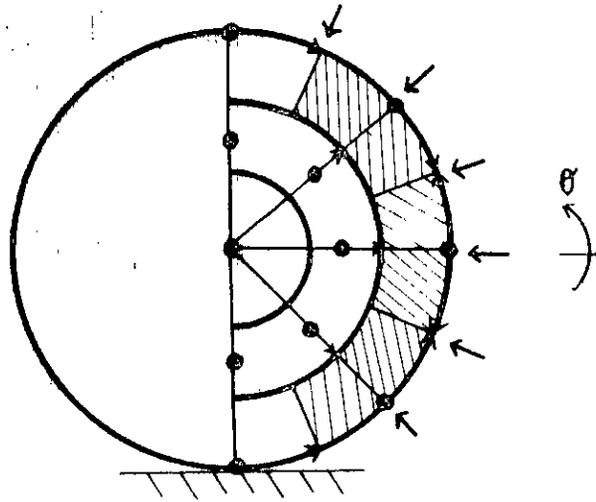
2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \longrightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

$$X_{M,1} = T_{\text{Paroi}}^{t+\Delta t}$$

4 - Noeuds latéraux : $P_{M,J}$

$$I = M$$

$$J = \frac{N-1}{2}$$



Ces noeuds sont lèchés par le flux convectif et rayonnant, et obéissent par conséquent à la loi linéarisée (IV.17) et à l'équation de conduction (IV.2).

1^{ère} étape : $t \longrightarrow t + \frac{\Delta t}{2}$: implicite en r , explicite en θ

$$\rho \cdot C_P \left[\left(R + \frac{\Delta r}{2} \right)^2 - \left(R - \frac{\Delta r}{2} \right)^2 \right] \cdot \frac{\Delta \theta}{\Delta t} (X_{M,J} - T_{M,J}) =$$

$$r_N \cdot \Delta \theta \cdot \left[- (h + 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,J}^3) \cdot X_{M,J} + h \cdot X_F + 3 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,J}^4 + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_F^4 \right] +$$

$$\left[\frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (X_{M,J} - X_{M-1,J}) \right] + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot \Delta \theta \cdot r_p} (T_{M,J+1} - T_{M,J}) \right] +$$

$$\left[\frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot \Delta \theta \cdot r_p} (T_{M,J} - T_{M,j-1}) \right]$$

ce qui revient à écrire :

$$\begin{aligned}
& \left[\rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + r_N \cdot \Delta \theta \cdot (h + 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,J}^3) + \dots \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. \dots + \frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{M,J} = \\
& \left[\frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{M-1,J} + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot T_{M,J+1} + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot T_{M,J-1} + \\
& \left[\rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + 3 \cdot r_N \cdot \Delta \theta \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,J}^3 - \dots \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. \dots \frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot T_{M,J} + (r_N \cdot \Delta \theta \cdot h) \cdot X_F + (r_N \cdot \Delta \theta \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F) \cdot T_F
\end{aligned}$$

(IV.31)

2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \rightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

$$\begin{aligned}
& \rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} (X_{M,J} - T_{M,J}) = \\
& r_N \cdot \Delta \theta \left[-(h + 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,J}^3) \cdot T_{M,J} + h \cdot T_F + 3 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,J}^4 + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_F^4 \right] - \\
& \left[\frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (T_{M,J} - T_{M-1,J}) \right] + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot \Delta \theta \cdot r_p} (X_{M,J+1} - X_{M,J}) \right] - \\
& \left[\frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot \Delta \theta \cdot r_p} (X_{M,J} - X_{M,J-1}) \right] .
\end{aligned}$$

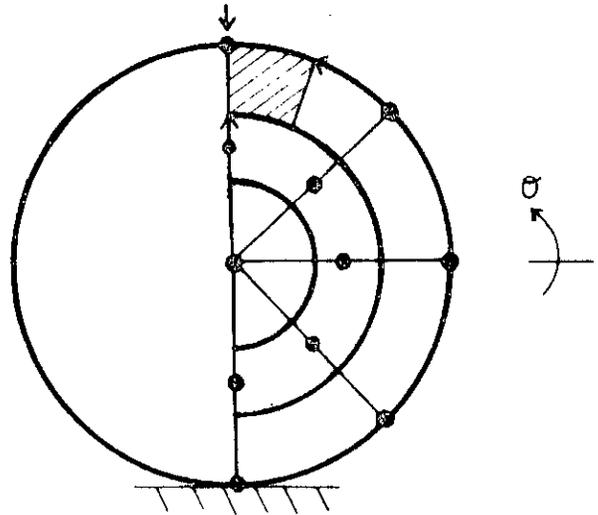
ce qui revient à écrire : (IV.32)

$$\begin{aligned}
 & \left[\rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + \frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot X_{M,J} = \\
 & \left[\frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot X_{M,J+1} + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{2 \cdot R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot X_{M,J-1} + \left[\frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{M-1,J} + \\
 & \left[\rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} - R \cdot \Delta \theta (h + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,J}^3) - \frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{M,J} \\
 & + r_N \cdot \Delta \theta \cdot (h \cdot T_F + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_F^4) .
 \end{aligned}$$

5 - Noeuds du sommet : P_{MN}

I = M

J = N



1^{ère} étape : $t \longrightarrow t + \frac{\Delta t}{2}$: implicite en r , explicite en θ

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} (X_{M,N} - T_{M,N}) = \\
 & r_N \cdot \frac{\Delta \theta}{2} \left[-(h + 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,N}^3) \cdot X_{M,N} + h \cdot X_F + 3 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,N}^4 + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_F^4 \right] - \\
 & \left[\frac{k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (X_{M,N} - X_{M-1,N}) \right] + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_p} (T_{M,N-1} - T_{M,N}) \right] .
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + r_N \frac{\Delta \theta}{2} (h + 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,N}^3) + \dots \right. \\
& \qquad \qquad \qquad \left. \dots + \frac{k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{M,N} = \\
& \left[\frac{k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{M-1,N} + R \cdot \Delta \theta \cdot (h \cdot T_F + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_F^4) + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot X_{M,N-1} + \\
& \left[\rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} - R \cdot \Delta \theta (h + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,N}^3 - \frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r}) \right] \cdot T_{M,N}
\end{aligned}$$

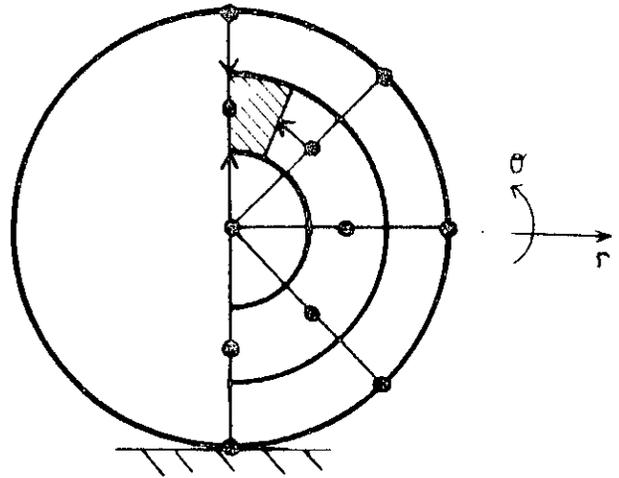
2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \rightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} \rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} (X_{M,N} - T_{M,N}) = \\
& r_N \frac{\Delta \theta}{2} \left[-(h + 4 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,N}^3) \cdot T_{M,N} + h \cdot T_F + 3 \cdot \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,N}^4 + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_F^4 \right] - \\
& \left[\frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} (T_{M,N} - T_{M-1,N}) \right] + \left[\frac{k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot R} (X_{M,N-1} - X_{M,N}) \right] -
\end{aligned}$$

ce qui revient à écrire : (IV.34)

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + \frac{k \cdot \Delta r}{R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot X_{M,N} = \\
& \left[\frac{k \cdot \Delta r}{R \cdot \Delta \theta} \right] \cdot X_{M,N-1} + \left[\frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{M-1,N} + \\
& \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_p \left[2 \cdot R \cdot \Delta r \right] \frac{\Delta \theta}{\Delta t} - r_N \cdot \Delta \theta (h + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_{M,N}^3 - \frac{2 \cdot k \cdot r_s \cdot \Delta \theta}{\Delta r}) \right] \cdot T_{M,N} \\
& + r_N \cdot \Delta \theta \cdot (h \cdot T_F + \varepsilon \cdot \sigma \cdot F \cdot T_F^4) .
\end{aligned}$$

6 - Noeuds supérieurs : P



$$I = 2, M-I$$

$$J = N$$

1^{ère} étape : $t \longrightarrow t + \frac{\Delta t}{2}$: implicite en r , explicite en θ

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \cdot \frac{2 \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta t} \cdot (X_{iN} - T_{iN}) = \\ & = \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (X_{i+1,N} - X_{iN}) - \frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (X_{i-1,N} - X_{iN}) \right] \\ & + \left[\frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_P} (T_{i,N+1} - T_{i,N}) \right] \end{aligned}$$

soit, après écriture sous la forme (IV.22),

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + \frac{k \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (r_N + r_S) \right] X_{iN} = \\ & = \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{i+1,N} + \left[\frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{i-1,N} + \left[\frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_P} \right] \cdot T_{i,N+1} + \\ & + \left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \frac{\Delta \theta}{\Delta t} - \frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_P} \right] \cdot T_{iN} \end{aligned}$$

2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \rightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

$$\frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \cdot \frac{2 \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta t} \cdot (X_{i,N} - T_{i,N}) =$$

$$\left[\frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_P} (X_{i,N-1} - X_{i,N}) \right] + \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (T_{i+1,N} - T_{i,N}) \right] +$$

$$\left[\frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (T_{i-1,N} - T_{i,N}) \right].$$

ce qui donne : (IV.36)

$$\left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + \frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_P} \right] \cdot X_{i,N} =$$

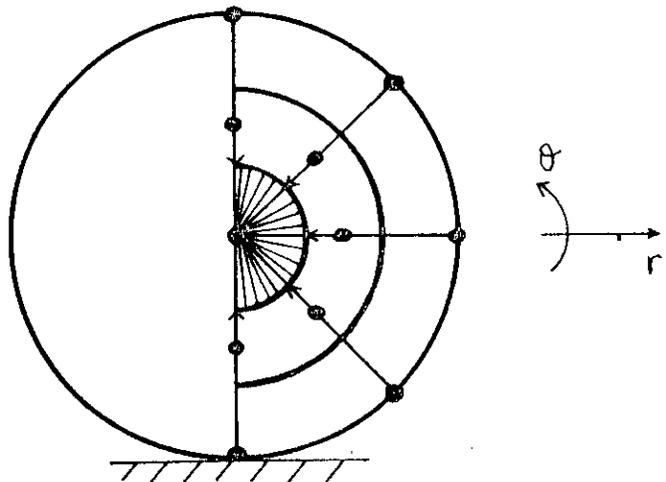
$$\left[\frac{2 \cdot k \cdot \Delta r}{\Delta \theta \cdot r_P} \right] \cdot X_{i,N-1} + \left[\frac{k \cdot r_N \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{i+1,N} + \left[\frac{k \cdot r_S \cdot \Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot T_{i-1,N} +$$

$$\left[\frac{1}{2} \rho \cdot C_P (r_N^2 - r_S^2) \frac{\Delta \theta}{\Delta t} - \frac{k \cdot \Delta \theta}{2 \cdot \Delta r} (r_N - r_S) \right] \cdot T_{i,N}.$$

7 - Noeuds du centre : P_{1,1}

$$I = 1$$

$$J = 1$$



Le calcul de la température du noeud central P est assez délicat. Suivant la précision voulue, plusieurs méthodes plus ou moins complexes sont proposées. D'après [18,39], la méthode la plus rationnelle consiste en :

1^{ère} étape : $t \longrightarrow t + \frac{\Delta t}{2}$: implicite en r, explicite en θ

$$\sum_{J=1}^N k \cdot r_N \frac{X_{2,J} - X_{1,1}}{\Delta r} \cdot \Delta \theta = \rho \cdot C_p \cdot r_N^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} (X_{1,1} - T_{1,1})$$

Ce qui revient à écrire sous la forme (IV.22):

$$\left[\rho \cdot C_p \cdot r_N^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + \sum_{J=1}^N k \cdot r_N \frac{\Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{1,1} =$$

$$\left[\sum_{J=1}^N k \cdot r_N \frac{\Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{2,J} + \left[\rho \cdot C_p \cdot r_N^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \right] \cdot T_{1,1}$$

(IV.37)

2^{ème} étape : $t + \frac{\Delta t}{2} \longrightarrow t$: implicite en θ , explicite en r

$$\sum_{J=1}^N k \cdot r_N \frac{X_{2,J} - X_{1,1}}{\Delta r} \cdot \Delta \theta = \rho \cdot C_p \cdot r_N^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} (X_{1,1} - T_{1,1})$$

Ce qui revient à écrire sous la forme (IV.22):

$$\left[\rho \cdot C_P \cdot r_N^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} + \sum_{J=1}^N k \cdot r_N \frac{\Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{1,1} =$$

$$\left[\sum_{J=1} k \cdot r_N \frac{\Delta \theta}{\Delta r} \right] \cdot X_{2,J} + \left[\rho \cdot C_P \cdot r_N^2 \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \right] \cdot T_{1,1}$$

(IV.38)

IV-9-3 Résolution par la méthode T.D.M.A.

La solution du système d'équations discrétisées par la méthode A.D.I, s'obtient commodément par l'algorithme de THOMAS, appelé couramment méthode T.D.M.A (Tri Diagonal Mairix Algorithm). Cette nomination revient au fait que les coefficients non nuls s'alignent sur les trois diagonales de la matrice qui découle du système sus-cité.

Dans le cas bidimensionnel en coordonnées cylindriques, et pour des raisons de principe de fonctionnement de l'algorithme, il convient d'écrire le système d'équations sous la forme (IV.22,23). (Pour plus de détails, voir parag IV.8 et [6]).

Dans notre cas, le principe de la méthode T.D.M.A, consiste à injecter pour chaque étape, la température connue du noeud de la génératrice inférieure (déterminée expérimentalement) dans le système d'équations et de déterminer l'ensemble des autres températures par le processus de substitution.

Pour la première étape (*implicite en r, explicite en θ*), cette température n'est fonction que de celle du point précédent dans la direction r. Inversement, celle-ci sera donc calculée via la température donnée par l'expérience.

On écrit que:

$$X_{i,j} = P_{i,j} \cdot X_{i+1,j} + Q_{i,j} \quad (\text{IV.39})$$

à partir de

$$X_{i-1,j} = P_{i-1,j} \cdot X_{i,j} + Q_{i-1,j} \quad (\text{IV.40})$$

La substitution de l'équation (IV.40) dans (IV.22) donne par conséquent:

$$a_{i,j} \cdot X_{i,j} = b_{i,j} \cdot X_{i+1,j} + c_{i,j} \cdot (P_{i-1,j} \cdot X_{i,j} + Q_{i-1,j}) + d_{i,j}$$

avec:
$$P_{i,j} = \frac{b_{i,j}}{a_{i,j} - c_{i,j} \cdot P_{i-1,j}}$$

et

$$Q_{i,j} = \frac{d_{i,j} + c_{i,j} \cdot Q_{i-1,j}}{a_{i,j} - c_{i,j} \cdot P_{i-1,j}}$$

($\left. \begin{array}{l} \text{Pour } i = 1, M \\ j = 1, N \end{array} \right\}$

Cette récurrence, débute par:

$$P_{1,j} = \frac{b_{1,j}}{a_{1,j}} \quad \text{et} \quad Q_{1,j} = \frac{d_{1,j}}{a_{1,j}}$$

Pour la deuxième étape (*implicite en θ , explicite en r*), on exprime la température du noeud de la génératrice inférieure en fonction de la température du noeud voisin dans la direction θ .

L'application du processus de substitution tel que cité préalablement donne:

$$P_{i,j} = \frac{b_{i,j}}{a_{i,j} - c_{i,j} \cdot P_{i,j-1}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Pour } i = 1, M \\ \quad \quad j = 1, N \end{array} \right.$$

$$Q_{i,j} = \frac{d_{i,j} + c_{i,j} \cdot Q_{i,j-1}}{a_{i,j} - c_{i,j} \cdot P_{i,j-1}}$$

En commençant bien évidemment par:

$$P_{i,1} = \frac{b_{i,1}}{a_{i,1}} \quad \text{et} \quad Q_{i,1} = \frac{d_{i,1}}{a_{i,1}}$$

L'application de cette méthode successivement aux deux étapes permet d'obtenir la température de chaque point de l'éprouvette après chaque itération considérée.

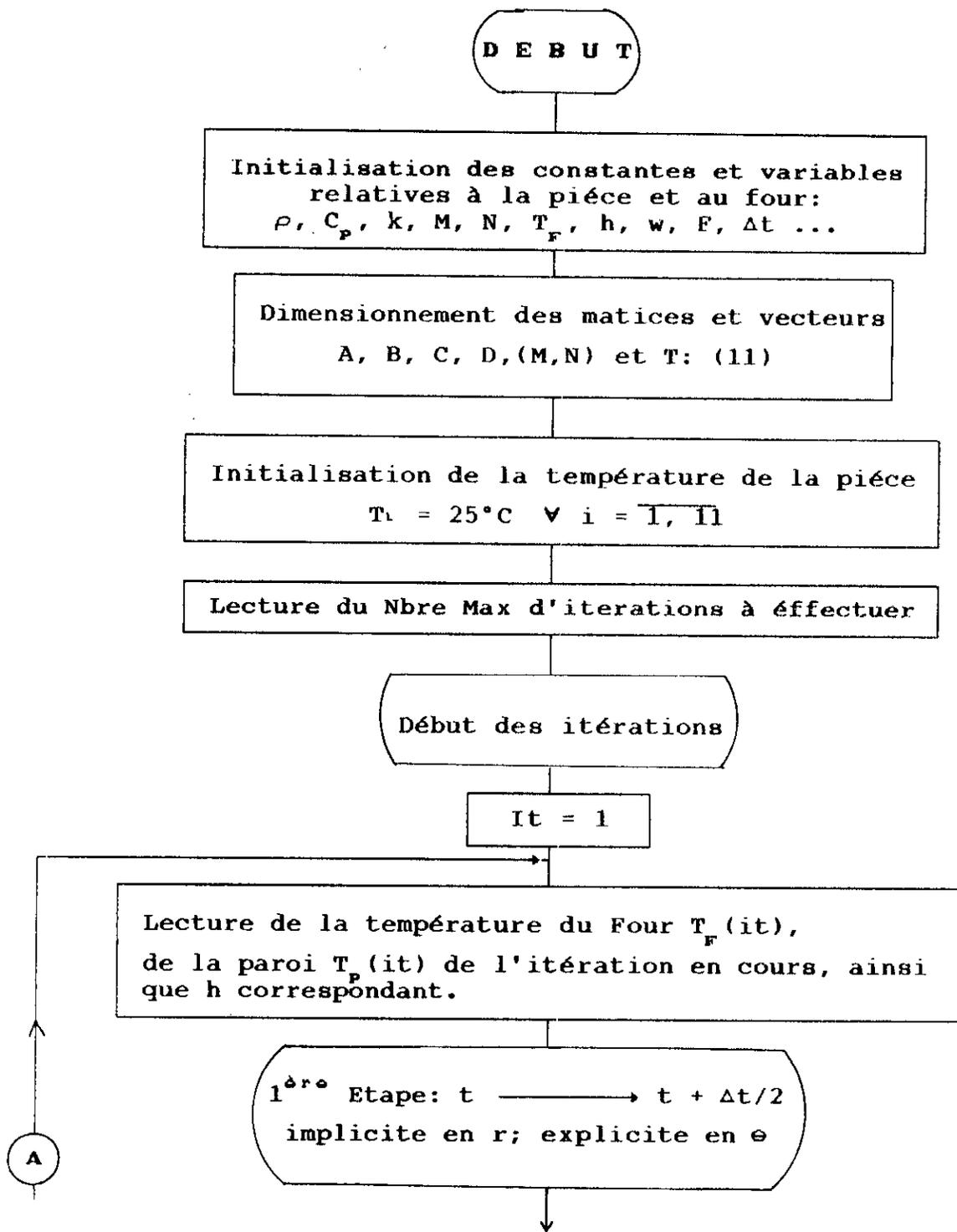
Ce processus est suivi par un test et prendra fin à l'atteinte du régime stationnaire.

IV-10 Organigramme général:

L'organigramme qui a conduit à l'élaboration du logiciel (LSDTC) de simulation de la distribution de température de la pièce cylindrique horizontale subissant un chauffage dans le four est assez complexe. A cet effet, nous avons jugé judicieux de le présenter de manière sommaire tout en faisant ressortir les étapes essentielles de l'algorithme.

Le logiciel a été écrit en langage Basic (GwBasic), réalisé sur un microordinateur compatible IBM. Il tient sur 1438 octets et est structuré en un programme principal qui fait appel à plusieurs sous programmes (Calcul de k , C_p , h , impression des résultats ...).

Notons que le temps mis par le logiciel pour traiter les quatre types de chauffage est de 03 minutes, soit environ 45 secondes par chauffage à raison de 25 itérations pour les 11 noeuds de l'éprouvette. Ce temps pourrait être réduit par l'utilisation d'une machine plus performante.



A

Etablissement du système d'équations par A.D.I:
Pour chaque noeud $P_{i,j}$; $i=1, M$ et $j=1, N$
Calcul des $A_{i,j}$, $B_{i,j}$, $C_{i,j}$, $D_{i,j}$ et de
 C_p , h , F , k pour chaque température

Résolution par T.D.M.A du système d'équations:
 $A_{i,j} X_{i,j} = B_{i+1,j} X_{i+1,j} + C_{i-1,j} X_{i-1,j} + D_{i,j}$
Les températures calculées sont rangées dans T(11)

Fin de la 1^{ère} étape

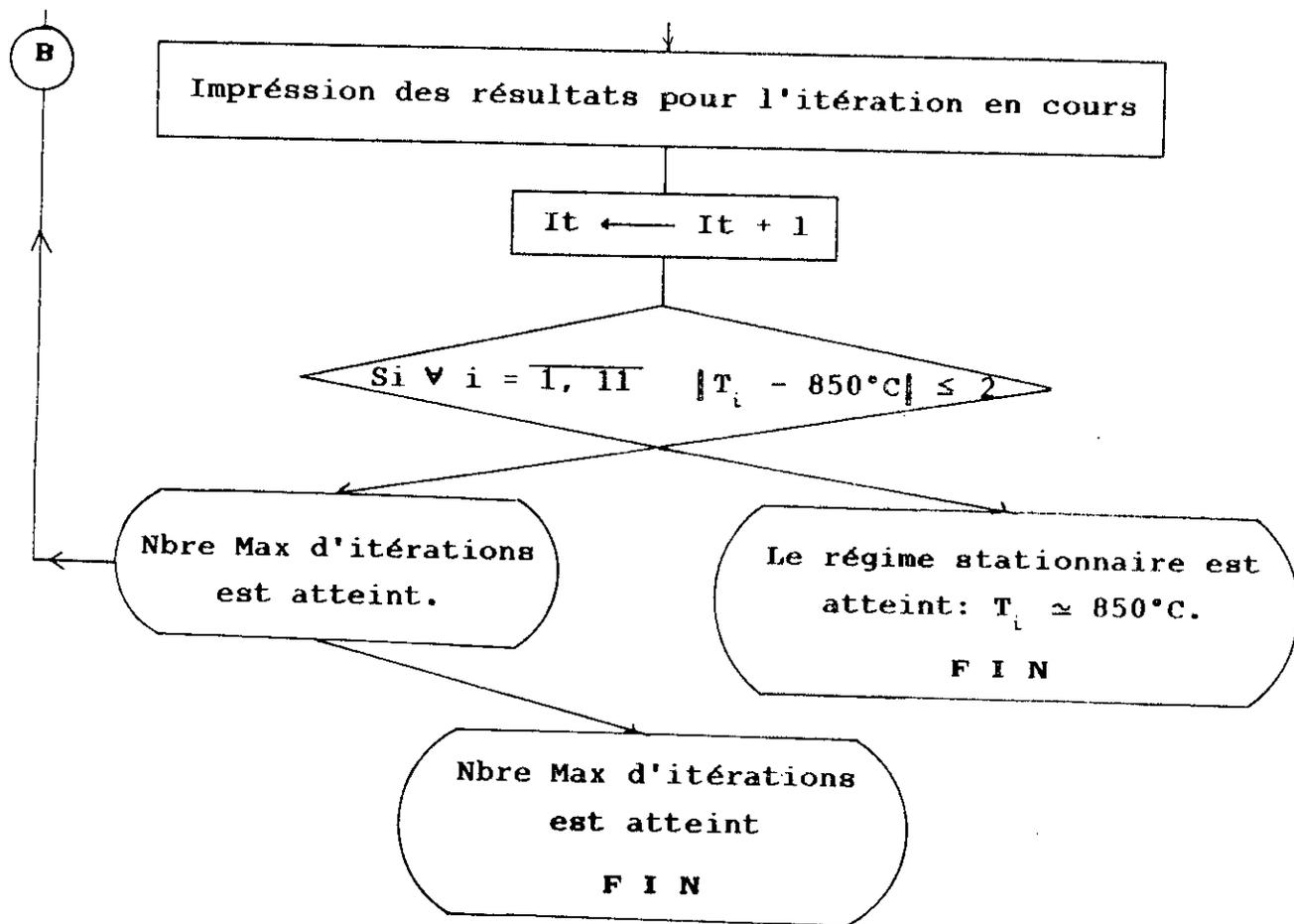
2^{ème} Etape: $t + \Delta t/2 \longrightarrow t + \Delta t$
implicite en θ ; explicite en r

Etablissement du système d'équations par A.D.I
Pour chaque noeud $P_{i,j}$; $i=1, M$ et $j=1, N$
Calcul des $A'_{i,j}$, $B'_{i,j}$, $C'_{i,j}$, $D'_{i,j}$ et de
 C_p , h , F , k pour chaque température

Résolution du système d'équations:
 $A'_{i,j} X_{i,j} = B'_{i,j+1} X_{i,j+1} + C'_{i,j-1} X_{i,j-1} + D'_{i,j}$
Les températures calculées sont rangées dans T(11)

Fin de la 2^{ème} étape

B



IV-11 Possibilités et limites du logiciel:

Dans le souci d'élargir son champ d'application et de diversifier son utilisation, le logiciel est conçu de manière paramétrable en ce sens qu'il peut simuler le processus sus-cité dans n'importe quel type de four (tubulaire, à chambre ...) sous toutes les conditions de chauffage (direct, indirect, à gaz, électrique, à convection forcée ...) sans limites de traitements ni de température.

Par ailleurs, tous les matériaux (aciers, fontes, alliages légers ...) peuvent être traités.

Dans notre cas, on a opté pour un maillage de 11 noeuds et des itérations de 5 en 5 minutes, cependant ces deux aspects peuvent être modifiés aisément par un maillage plus fin ou plus grossier, aussi l'incrémentation peut se faire par pas plus courts ou plus longs.

L'utilisation du logiciel pour un autre procédé similaire (four, traitement, matériau, temps ...) nécessite la connaissance de la température du four et de la paroi, de la vitesse de circulation de l'atmosphère ainsi que les paramètres thermiques du matériau.

Après avoir choisi le maillage convenable, un essai expérimental pourrait avoir lieu en vue d'une détermination plus rationnelle de certains paramètres et de la confirmation de certains autres.

Un autre avantage de ce logiciel est que le temps d'homogénéisation (voire le temps de maintien) des pièces à l'intérieur du four pourrait être connu avec une assez grande précision. Cette grandeur qui reste méconnue ou difficilement déterminable entraîne des pertes d'énergie ou de temps à cause des dépassements volontaires du temps exact requis par le traitement thermique exécuté.

Une contrainte majeure du modèle mathématique est qu'il est restreint aux seules géométries cylindriques horizontales.

Finalement, une option mérite d'être signalée: L'impression des résultats peut se faire simultanément sur écran et sur imprimante.

V.1: Présentation des résultats numériques

Dans les quelques pages qui suivent, on présentera les résultats numériques donnés par le logiciel et qui sont représentés par:

** Un tableau de valeurs de la distribution de la température de la pièce cylindrique pour chaque type de chauffage.

** Les courbes représentatives correspondantes, tout en mettant en valeur le temps d'homogénéisation relatifs à chaque cas.

On signale que pour des raisons de clareté, tout comme nous l'avons fait dans la partie expérimentale, certaines courbes, en l'occurrence celles des noeuds $P_{2,1}$, $P_{2,2}$, $P_{2,3}$, $P_{2,4}$ ne sont pas représentées; néanmoins aucune exception ne sera faite lors de l'analyse de celles-ci.

Il y a lieu également de noter que les courbes $T = f(t)$ sont représentées de la même manière que dans la partie expérimentale, ce qui conduit à une comparaison graphique plus significative.

A l'approche du régime stationnaire, chaque courbe passe par la moyenne des points en raison de la dispersion (de quelques °C) des résultats obtenus.

Le calcul prend fin dès que toutes les températures sont égales à 850 ± 2 °C. Cette dernière valeur (± 2 °C) est prise comme erreur de précision à ne pas dépasser par cette approche mathématique.

CHAUFFAGE TYPE " A "

***** SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE LORS DU CHAUFFAGE TYPE A *****

| iter... | temps.. | Tfour.. | T(1,1) | T(2,1) | T(2,2) | T(2,3) | T(2,4) | T(2,5) | T(3,1) | T(3,2) | T(3,3) | T(3,4) | T(3,5) |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| num | h.mn | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C |
| 0 | 0.00 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 1 | 0.05 | 120 | 28 | 32 | 31 | 31 | 31 | 31 | 35 | 52 | 52 | 52 | 52 |
| 2 | 0.10 | 240 | 44 | 50 | 58 | 58 | 58 | 58 | 55 | 76 | 76 | 76 | 76 |
| 3 | 0.15 | 360 | 76 | 85 | 97 | 97 | 97 | 98 | 90 | 131 | 131 | 132 | 133 |
| 4 | 0.20 | 480 | 125 | 133 | 158 | 159 | 159 | 160 | 140 | 191 | 193 | 195 | 198 |
| 5 | 0.25 | 600 | 190 | 182 | 233 | 234 | 236 | 237 | 180 | 280 | 285 | 290 | 294 |
| 6 | 0.30 | 700 | 268 | 243 | 323 | 326 | 329 | 332 | 240 | 363 | 370 | 377 | 385 |
| 7 | 0.35 | 780 | 358 | 331 | 415 | 419 | 424 | 429 | 325 | 461 | 472 | 482 | 492 |
| 8 | 0.40 | 850 | 455 | 410 | 516 | 523 | 530 | 536 | 400 | 557 | 571 | 584 | 597 |
| 9 | 0.45 | 850 | 550 | 497 | 605 | 614 | 622 | 631 | 482 | 615 | 623 | 631 | 639 |
| 10 | 0.50 | 850 | 623 | 578 | 663 | 667 | 671 | 675 | 564 | 688 | 697 | 706 | 714 |
| 11 | 0.55 | 850 | 678 | 631 | 713 | 720 | 726 | 732 | 620 | 719 | 725 | 730 | 735 |
| 12 | 1.00 | 850 | 721 | 687 | 746 | 748 | 750 | 752 | 675 | 761 | 767 | 772 | 777 |
| 13 | 1.05 | 850 | 752 | 715 | 773 | 778 | 782 | 786 | 706 | 777 | 781 | 784 | 787 |
| 14 | 1.10 | 850 | 775 | 747 | 791 | 792 | 793 | 794 | 735 | 800 | 803 | 807 | 810 |
| 15 | 1.15 | 850 | 792 | 765 | 805 | 808 | 811 | 813 | 760 | 808 | 810 | 812 | 813 |
| 16 | 1.20 | 850 | 806 | 792 | 815 | 816 | 816 | 816 | 785 | 820 | 822 | 825 | 827 |
| 17 | 1.25 | 850 | 817 | 807 | 824 | 826 | 828 | 829 | 808 | 825 | 827 | 828 | 829 |
| 18 | 1.30 | 850 | 826 | 824 | 831 | 831 | 832 | 832 | 820 | 834 | 835 | 837 | 838 |
| 19 | 1.35 | 850 | 833 | 828 | 837 | 838 | 839 | 840 | 830 | 838 | 838 | 839 | 839 |
| 20 | 1.40 | 850 | 838 | 840 | 841 | 841 | 841 | 840 | 838 | 842 | 843 | 844 | 844 |
| 21 | 1.45 | 850 | 842 | 842 | 844 | 845 | 845 | 846 | 844 | 844 | 844 | 845 | 845 |
| 22 | 1.50 | 850 | 845 | 849 | 846 | 846 | 846 | 846 | 848 | 847 | 847 | 847 | 848 |
| 23 | 1.55 | 850 | 847 | 848 | 848 | 848 | 849 | 849 | 850 | 848 | 848 | 848 | 848 |
| 24 | 2.00 | 850 | 849 | 849 | 849 | 849 | 849 | 848 | 850 | 849 | 849 | 850 | 850 |

120

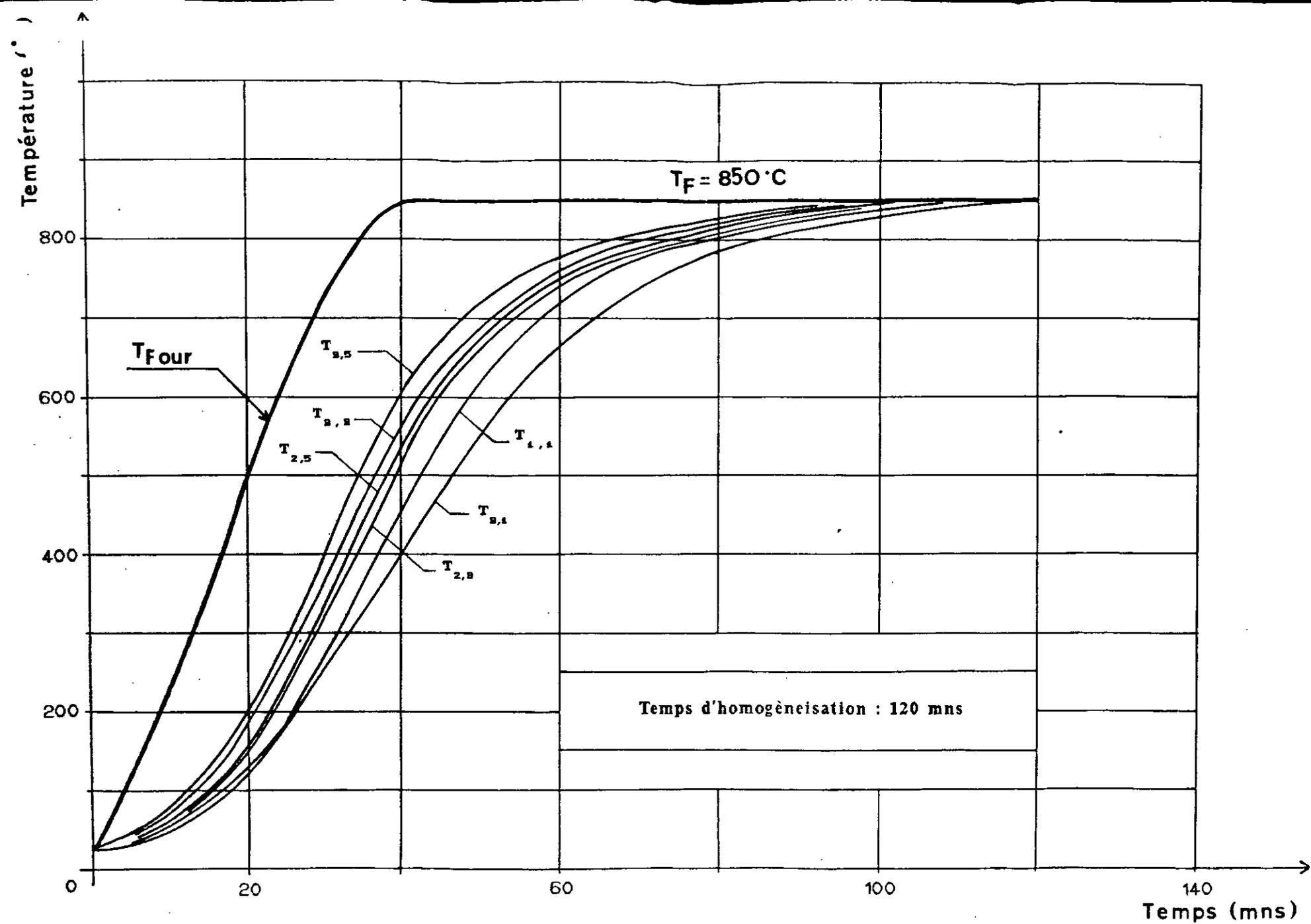


FIG V.1 : SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE
TEMPERATURE DU CHAUFFAGE " A "

CHAUFFAGE TYPE " B "

***** SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE LORS DU CHAUFFAGE TYPE B *****

| iter... | temps.. | Tfour.. | T(1,1) | T(2,1) | T(2,2) | T(2,3) | T(2,4) | T(2,5) | T(3,1) | T(3,2) | T(3,3) | T(3,4) | T(3,5) |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| num | h.mn | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C |
| 0 | 0.00 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 1 | 0.05 | 110 | 28 | 32 | 30 | 30 | 30 | 30 | 35 | 49 | 49 | 49 | 49 |
| 2 | 0.10 | 220 | 42 | 50 | 54 | 54 | 54 | 54 | 55 | 71 | 71 | 71 | 71 |
| 3 | 0.15 | 330 | 71 | 84 | 90 | 90 | 90 | 90 | 90 | 119 | 120 | 120 | 121 |
| 4 | 0.20 | 430 | 115 | 124 | 144 | 145 | 145 | 145 | 130 | 169 | 171 | 172 | 173 |
| 5 | 0.25 | 520 | 171 | 176 | 205 | 206 | 207 | 207 | 180 | 239 | 242 | 244 | 247 |
| 6 | 0.30 | 590 | 235 | 229 | 276 | 278 | 280 | 281 | 230 | 302 | 305 | 309 | 312 |
| 7 | 0.35 | 650 | 302 | 282 | 345 | 347 | 349 | 352 | 275 | 378 | 383 | 388 | 393 |
| 8 | 0.40 | 650 | 367 | 333 | 410 | 413 | 417 | 420 | 325 | 412 | 415 | 418 | 420 |
| 9 | 0.45 | 650 | 419 | 391 | 449 | 451 | 452 | 453 | 380 | 473 | 476 | 480 | 483 |
| 10 | 0.50 | 650 | 462 | 441 | 491 | 494 | 497 | 500 | 440 | 493 | 495 | 498 | 500 |
| 11 | 0.55 | 750 | 506 | 499 | 531 | 532 | 533 | 534 | 495 | 590 | 600 | 609 | 618 |
| 12 | 1.00 | 850 | 570 | 552 | 615 | 623 | 630 | 637 | 560 | 641 | 653 | 665 | 676 |
| 13 | 1.05 | 850 | 649 | 645 | 685 | 692 | 698 | 704 | 640 | 695 | 702 | 708 | 714 |
| 14 | 1.10 | 850 | 709 | 701 | 735 | 738 | 741 | 744 | 705 | 748 | 755 | 761 | 766 |
| 15 | 1.15 | 850 | 752 | 750 | 771 | 775 | 779 | 783 | 748 | 776 | 780 | 783 | 786 |
| 16 | 1.20 | 850 | 783 | 778 | 796 | 798 | 799 | 800 | 778 | 803 | 806 | 809 | 812 |
| 17 | 1.25 | 850 | 804 | 801 | 813 | 815 | 818 | 820 | 800 | 816 | 818 | 819 | 821 |
| 18 | 1.30 | 850 | 818 | 814 | 825 | 826 | 826 | 827 | 812 | 828 | 830 | 832 | 833 |
| 19 | 1.35 | 850 | 828 | 824 | 832 | 834 | 835 | 836 | 824 | 834 | 835 | 835 | 836 |
| 20 | 1.40 | 850 | 835 | 835 | 838 | 838 | 838 | 838 | 834 | 839 | 840 | 841 | 842 |
| 21 | 1.45 | 850 | 840 | 839 | 842 | 842 | 843 | 844 | 840 | 842 | 843 | 843 | 843 |
| 22 | 1.50 | 850 | 843 | 844 | 845 | 845 | 845 | 845 | 843 | 845 | 846 | 846 | 847 |
| 23 | 1.55 | 850 | 845 | 845 | 846 | 847 | 847 | 848 | 845 | 847 | 847 | 847 | 847 |
| 24 | 2.00 | 850 | 847 | 847 | 848 | 848 | 847 | 847 | 847 | 848 | 848 | 848 | 849 |
| 25 | 2.05 | 850 | 848 | 848 | 848 | 849 | 849 | 849 | 849 | 849 | 849 | 849 | 848 |
| 26 | 2.10 | 850 | 849 | 850 | 849 | 849 | 849 | 849 | 850 | 849 | 849 | 849 | 850 |

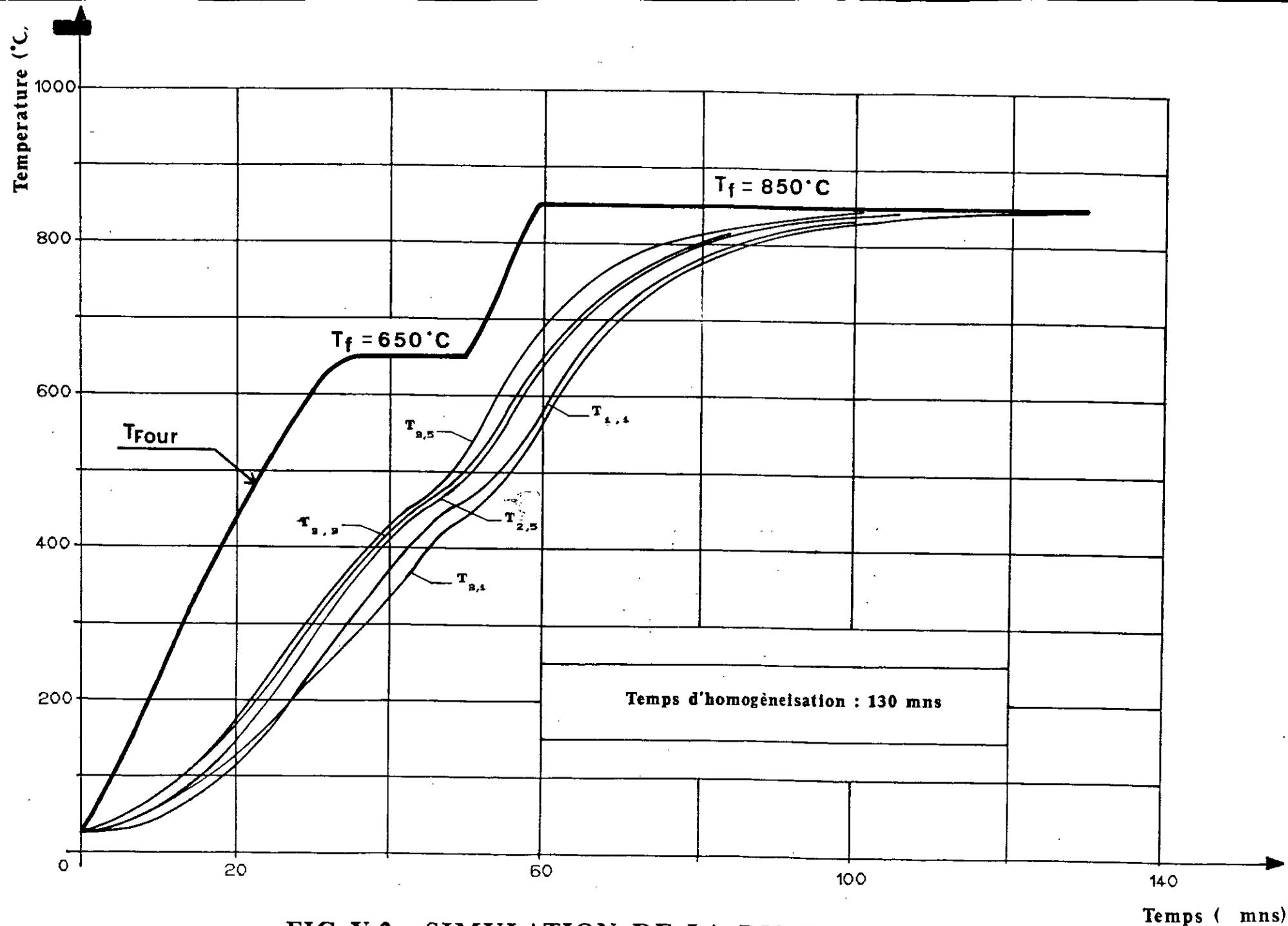
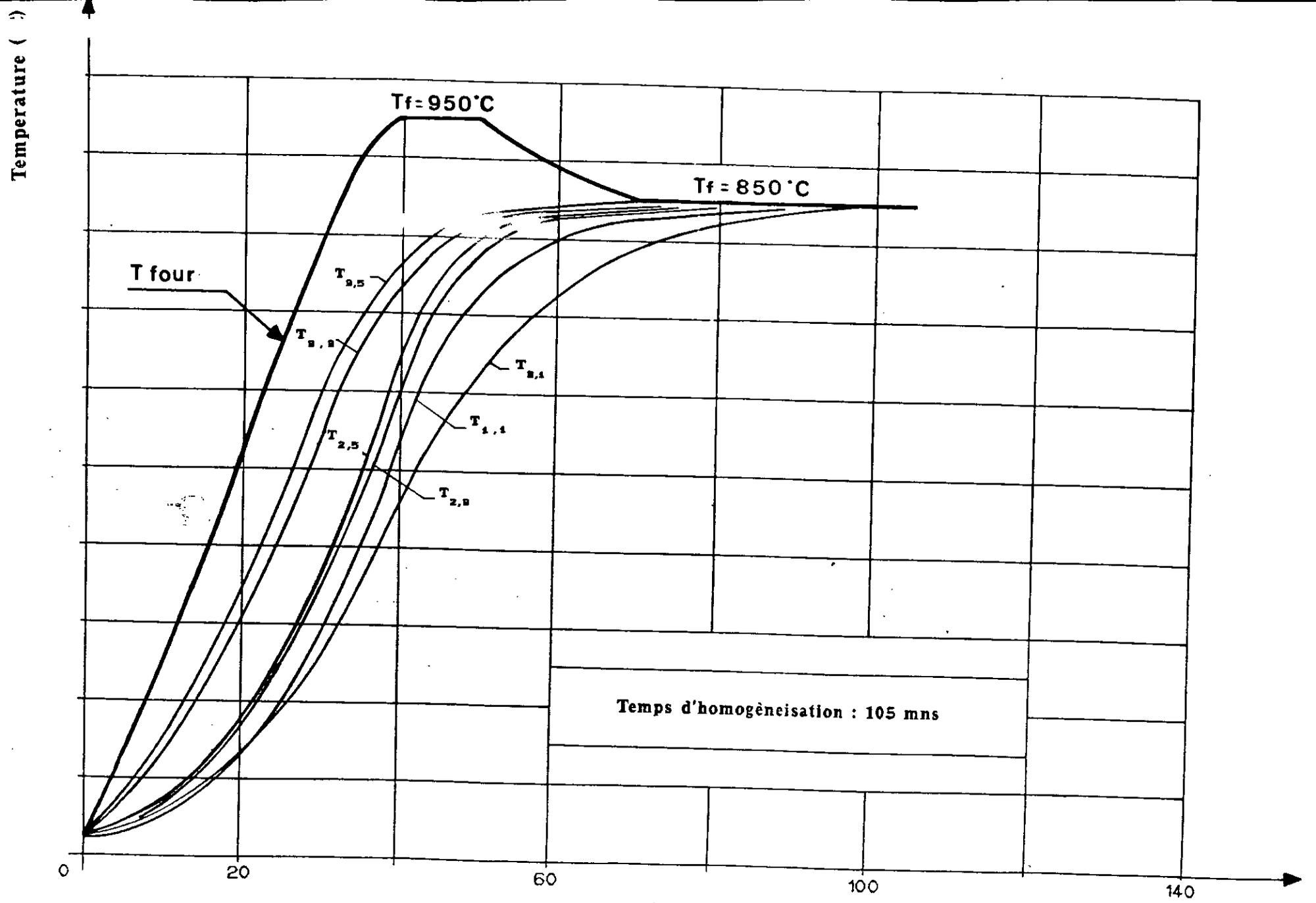


FIG V.2 : SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE
TEMPERATURE DU CHAUFFAGE " B "

CHAUFFAGE TYPE " C "

***** SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE LORS DU CHAUFFAGE TYPE C *****

| iter... | temps.. | Tfour.. | T(1,1) | T(2,1) | T(2,2) | T(2,3) | T(2,4) | T(2,5) | T(3,1) | T(3,2) | T(3,3) | T(3,4) | T(3,5) |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| num | h.mn | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C |
| 0 | 0.00 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 1 | 0.05 | 120 | 28 | 34 | 31 | 31 | 31 | 31 | 37 | 52 | 52 | 52 | 52 |
| 2 | 0.10 | 240 | 44 | 52 | 58 | 58 | 58 | 58 | 57 | 76 | 76 | 77 | 77 |
| 3 | 0.15 | 370 | 77 | 87 | 99 | 99 | 99 | 99 | 92 | 136 | 137 | 138 | 139 |
| 4 | 0.20 | 500 | 128 | 136 | 164 | 164 | 165 | 165 | 143 | 199 | 202 | 204 | 207 |
| 5 | 0.25 | 630 | 197 | 188 | 244 | 245 | 247 | 248 | 185 | 297 | 303 | 309 | 314 |
| 6 | 0.30 | 760 | 284 | 250 | 345 | 349 | 352 | 356 | 245 | 401 | 412 | 423 | 434 |
| 7 | 0.35 | 890 | 391 | 351 | 460 | 468 | 475 | 483 | 345 | 535 | 554 | 574 | 593 |
| 8 | 0.40 | 950 | 519 | 461 | 595 | 609 | 622 | 635 | 450 | 629 | 647 | 665 | 683 |
| 9 | 0.45 | 950 | 636 | 561 | 698 | 709 | 720 | 729 | 534 | 726 | 740 | 754 | 766 |
| 10 | 0.50 | 950 | 720 | 639 | 770 | 779 | 787 | 795 | 620 | 789 | 801 | 812 | 823 |
| 11 | 0.55 | 925 | 778 | 707 | 815 | 823 | 829 | 835 | 680 | 818 | 824 | 828 | 832 |
| 12 | 1.00 | 900 | 810 | 741 | 834 | 837 | 839 | 841 | 720 | 839 | 843 | 846 | 849 |
| 13 | 1.05 | 875 | 824 | 771 | 839 | 842 | 845 | 847 | 755 | 837 | 837 | 838 | 838 |
| 14 | 1.10 | 850 | 829 | 800 | 836 | 836 | 836 | 836 | 791 | 835 | 835 | 835 | 834 |
| 15 | 1.15 | 850 | 830 | 815 | 833 | 833 | 834 | 835 | 812 | 838 | 839 | 840 | 841 |
| 16 | 1.20 | 850 | 833 | 827 | 838 | 838 | 839 | 839 | 826 | 837 | 837 | 838 | 839 |
| 17 | 1.25 | 850 | 838 | 837 | 840 | 840 | 840 | 841 | 836 | 842 | 843 | 844 | 844 |
| 18 | 1.30 | 850 | 842 | 841 | 844 | 844 | 845 | 845 | 842 | 843 | 843 | 844 | 844 |
| 19 | 1.35 | 850 | 845 | 847 | 845 | 845 | 846 | 846 | 847 | 847 | 847 | 847 | 848 |
| 20 | 1.40 | 850 | 847 | 849 | 848 | 848 | 848 | 848 | 850 | 847 | 847 | 847 | 848 |
| 21 | 1.45 | 850 | 848 | 848 | 848 | 848 | 849 | 849 | 850 | 849 | 849 | 849 | 850 |



**FIG V.3 : SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE
TEMPERATURE DU CHAUFFAGE " C "**

Temps (mns)

CHAUFFAGE TYPE " D "

***** SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE LORS DU CHAUFFAGE TYPE D *****

| iter... | temps.. | Tfour.. | T(1,1) | T(2,1) | T(2,2) | T(2,3) | T(2,4) | T(2,5) | T(3,1) | T(3,2) | T(3,3) | T(3,4) | T(3,5) |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| num | h.mn | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C |
| 0 | 0.00 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 | 25 |
| 1 | 0.05 | 100 | 28 | 36 | 31 | 31 | 31 | 31 | 41 | 52 | 52 | 52 | 52 |
| 2 | 0.10 | 200 | 45 | 55 | 58 | 58 | 58 | 58 | 60 | 77 | 77 | 77 | 77 |
| 3 | 0.15 | 300 | 77 | 94 | 98 | 98 | 98 | 98 | 102 | 130 | 130 | 130 | 130 |
| 4 | 0.20 | 400 | 126 | 142 | 157 | 157 | 157 | 157 | 150 | 190 | 190 | 190 | 190 |
| 5 | 0.25 | 500 | 189 | 206 | 228 | 228 | 228 | 228 | 215 | 275 | 275 | 275 | 275 |
| 6 | 0.30 | 600 | 267 | 281 | 316 | 317 | 317 | 317 | 290 | 368 | 368 | 368 | 368 |
| 7 | 0.35 | 700 | 360 | 372 | 417 | 417 | 417 | 417 | 382 | 483 | 483 | 483 | 483 |
| 8 | 0.40 | 800 | 467 | 475 | 535 | 535 | 535 | 535 | 485 | 608 | 608 | 608 | 608 |
| 9 | 0.45 | 850 | 583 | 576 | 655 | 655 | 655 | 655 | 578 | 690 | 691 | 691 | 691 |
| 10 | 0.50 | 850 | 680 | 665 | 733 | 733 | 733 | 733 | 662 | 746 | 746 | 746 | 746 |
| 11 | 0.55 | 850 | 743 | 727 | 776 | 776 | 776 | 776 | 722 | 792 | 792 | 792 | 792 |
| 12 | 1.00 | 850 | 782 | 766 | 806 | 806 | 806 | 806 | 763 | 810 | 810 | 810 | 810 |
| 13 | 1.05 | 850 | 807 | 795 | 820 | 820 | 820 | 820 | 790 | 828 | 828 | 828 | 828 |
| 14 | 1.10 | 850 | 821 | 808 | 832 | 832 | 832 | 832 | 805 | 833 | 833 | 833 | 833 |
| 15 | 1.15 | 850 | 831 | 824 | 837 | 837 | 837 | 837 | 822 | 840 | 840 | 840 | 840 |
| 16 | 1.20 | 850 | 837 | 831 | 842 | 842 | 842 | 842 | 830 | 842 | 842 | 842 | 842 |
| 17 | 1.25 | 850 | 841 | 838 | 844 | 844 | 844 | 844 | 836 | 846 | 846 | 846 | 846 |
| 18 | 1.30 | 850 | 844 | 842 | 846 | 846 | 846 | 846 | 843 | 846 | 846 | 846 | 846 |
| 19 | 1.35 | 850 | 846 | 847 | 847 | 847 | 847 | 847 | 846 | 848 | 848 | 848 | 848 |
| 20 | 1.40 | 850 | 848 | 847 | 849 | 849 | 849 | 849 | 848 | 849 | 849 | 849 | 849 |
| 21 | 1.45 | 850 | 849 | 850 | 849 | 849 | 849 | 849 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |

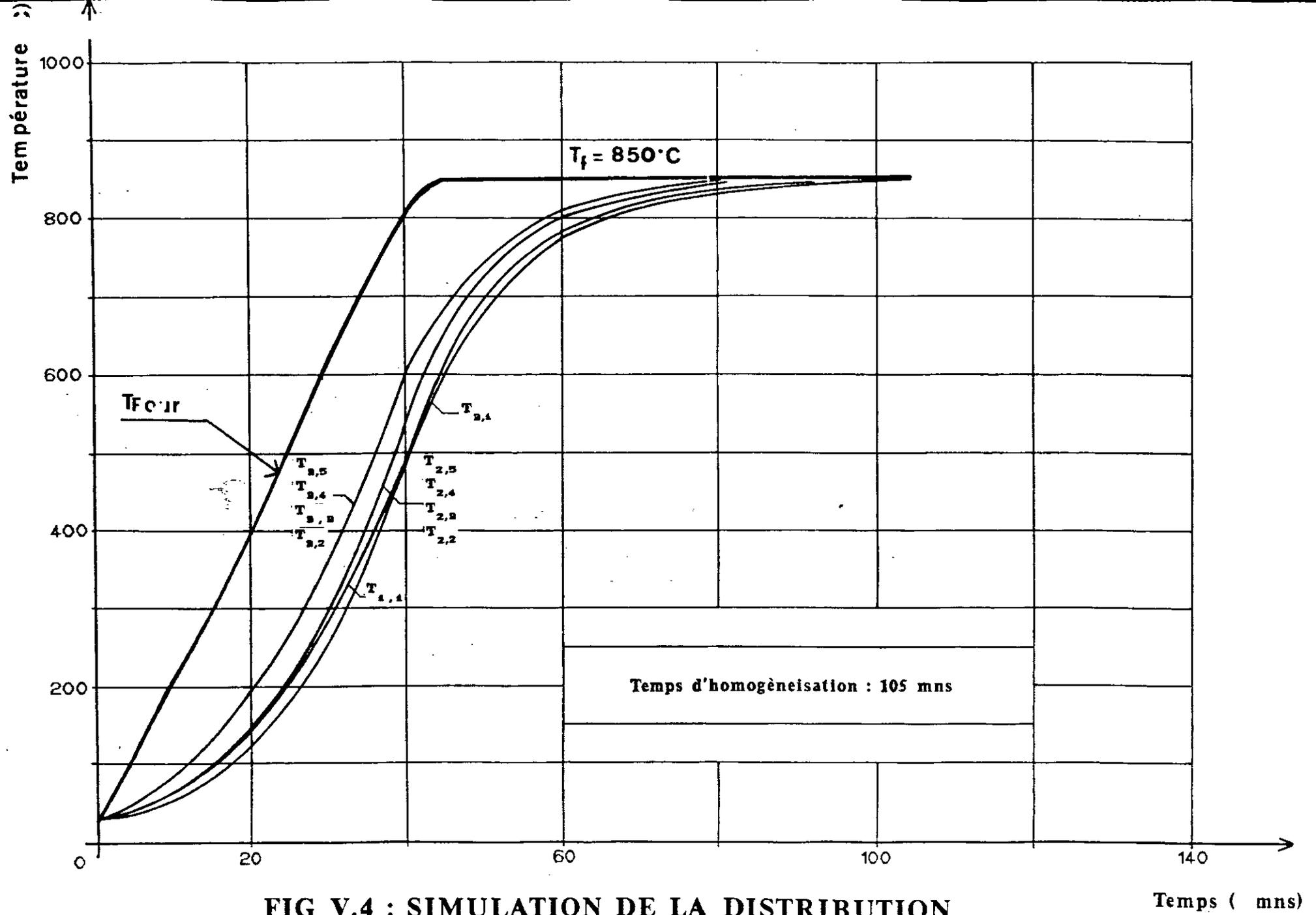


FIG V.4 : SIMULATION DE LA DISTRIBUTION

DE TEMPERATURE DU CHAUFFAGE " D "

V.2: Analyse des résultats numériques

La première constatation montre que les résultats numériques sont assez proches de ceux donnés par l'expérience. La simulation de la distribution de température lors de chaque type de chauffage est adéquate.

Les courbes de la simulation mathématique présentent un léger décalage (le maximum est d'une dizaine de °C) vers les températures plus faibles par rapport aux expérimentales; ceci est dû d'une part à la convexité des courbes $T = f(t)$ lors du chauffage dans un four et d'autre part à la méthode d'approche, en l'occurrence les différences finies.

Une investigation du tableau de valeurs montre qu'à l'approche du régime stationnaire, les températures varient légèrement autour des valeurs expérimentales. Dans le cas du chauffage type "C", on assiste même à une sensible diminution des températures lorsque le four passe de 950 °C à 850 °C. Ce phénomène est observé expérimentalement.

La deuxième analyse des résultats et leurs comparaisons montre que dans le cas des chauffage type "A" et "C", le temps d'homogénéisation présente un retard d'environ 5 minutes; ceci est également dû aux erreurs de mesure et à la précision des méthodes numériques utilisées.

ETUDE COMPARATIVE

De manière générale, les différents résultats numériques et expérimentaux obtenus sont assez concordants pour confirmer la validité du logiciel.

Force est de constater que la méthode des différences finies est d'un grand intérêt dans le domaine de la thermique; L'application de la méthode A.D.I pour l'établissement du système d'équations et de la méthode T.D.M.A pour sa résolution ont fait preuve d'un grand succès dans la modélisation mathématique du processus étudié.

Il est par ailleurs certain que les quelques différences et dispersions des résultats (température, temps d'homogénéisation) sont dues aux erreurs expérimentales de mesure (perforation des éprouvettes, thermocouples...), de lecture de la température (régulateur, enregistreur...) et à la complexité du modèle mathématique, mis à part les différentes méthodes utilisées pour la détermination des paramètres essentiels (h , F , w , ...) ainsi qu'à la précision des méthodes A.D.I et T.D.M.A.

Finalement, nous pouvons témoigner de l'efficacité du modèle mathématique et de la diversité de son application en présentant en annexe un tableau de la simulation du profil de température pour la même pièce, celle-ci est supposée enfournée lorsque le four est à la température du traitement.

CONCLUSIONS GENERALES

Par cette étude, nous avons voulu mettre en valeur nos connaissances dans le domaine de la thermique appliquée aux fours. Ce travail qui a pour but l'optimisation du fonctionnement d'un four et l'amélioration de son rendement a été entrepris par la proposition de modes de chauffage que nous avons comparé entre eux et par rapport au chauffage par convection forcée dans un four électrique via la distribution de température dans une pièce cylindrique, du temps nécessaire à l'homogénéisation de la température dans toute l'épaisseur de celle-ci et de l'énergie consommée lors de chaque type de chauffage.

Le travail expérimental effectué a permis de montrer que lorsqu'on utilise une surchauffe à 950 °C pendant 10 minutes, on arrive à réduire d'un quart d'heure le temps requis à la réalisation du traitement thermique de Normalisation de l'acier XC 42. Le chauffage par palier à 650 °C permet plutôt une bonne homogénéité lors du régime transitoire. La convection forcée réalise quant à elle une meilleure homogénéité et un temps aussi réduit que celui de la surchauffe.

On a ainsi montré qu'il est possible de tirer toute la quintessence d'un four en réalisant des compromis et les résultats obtenus sont comparables à ceux d'un four plus sophistiqué.

Force est de constater qu'il est difficile dans la pratique de pouvoir éviter certaines erreurs expérimentales que l'on a tendance à considérer comme négligeables mais qui peuvent parfois conduire à des résultats non précis (erreurs de mesure, rapidité de lecture à un instant donné...).

La simulation mathématique qui a permis une meilleure connaissance du phénomène expérimental et qui servira de modèle pour l'analyse des procédés similaires a été menée à bien.

La confrontation des résultats mathématiques avec ceux de l'expérience en ayant recours à l'outil informatique a permis d'une part de conclure que malgré certaines hétérogénéités, l'étude expérimentale reflète assez bien la réalité, d'autre part le modèle mathématique simule convenablement le phénomène et le logiciel (paramétrable) élaboré pourrait être utilisé avec confiance, promptitude et à des coûts très faibles pour une éventuelle investigation et optimisation d'un processus analogue.

Il convient également de signaler qu'en filigrane de ces travaux, on a pu résoudre un "paradoxe" qui paraît simple pour certains mais très souvent moins compris par beaucoup: c'est la détermination rationnelle du temps d'homogénéisation, en effet moyennant les paramètres relatifs au traitement thermique, à la pièce et au four, le logiciel mis à disposition permet outre la connaissance de l'évolution de la température pendant le régime transitoire, de déterminer le temps d'homogénéisation à l'atteinte du régime stationnaire.

Finalement, nous tenons à préciser que le modèle mathématique élaboré est restreint aux géométries cylindriques horizontales; Notre souhait serait que cette tentative puisse connaître des perspectives, du moins en vue d'élargir encore plus son champ d'application par l'étude d'autres géométries.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] W.HEILIGENSTAEDT
Thermique appliquée aux fours industriels. Tome I
Notions fondamentales. Dunod 1971
- [2] J.P.HOLMAN
Heat transfer. Mcgraw-Hill company 1972
- [3] M.ORFEUIL
Electrothermie Industrielle. Dunod 1980
- [4] M.DWORZAK
Les fours: Problèmes que peuvent rencontrer les
constructeurs.
Revue Trait.thermique, vol.210, P.18-19 1987
- [5] C.S.P.A.F.S
Aciers de construction non alliés et alliés spéciaux
pour traitement thermique. 1971
- [6] S.V.PATANKAR
Numérical heat transfer and fluid flow
Mcgraw-Hill company 1980
- [7] A.JORDAN, A.SZYBIAK, M.BENMOUNA
Temperature distribution in cylindrical conductor
with skin effect.
Int.J.heat.mass transfer. vol.30 N°7 PP 1539-1541. 1987
- [8] A.ROOS
Precis de métallographie appliquée. Dunod 1982
- [9] K.LAKHTINE
Metallographie et traitement thermique des métaux
Ed.Mir Moscou 1978
- [10] J.BARRALIS, G.MAEDER
Précis de métallurgie
Afnor - nathan Paris 1988

- [11] O.FARKAS, G.NAGY
Tuzelestan
Ed. Tankonyvkiadó Budapest 1985
- [12] J.L.MAZOYER
Régulation des fours à résistances.
Revue Trait.thermique. vol.210, P 9-17 1987
- [13] .NADJAFOV, .NIKOPORETS
Fours metallurgiques
O.P.U Alger 1983
- [14] H.FALTIN
Technische wärmelehre
Ed. Academie - Verlag. Berlin 1970
- [15] R.LOISON
Chauffage industriel et utilisation des combustibles
Techniques et documentation. 1957
- [16] G.LEMASSON, L.BLAIN
Matériaux de construction mécanique et électrique.
Dunod. 1976
- [17] B.GEBHART
Heat transfer. Mcgraw-Hill company. 1971
- [18] W.M.ROHSENOW
Handbook of heat transfer
Macgraw. Hill Co. N.Y 1982
- [19] C.LEROUX
Etat actuel des traitements thermiques, perspectives
et developpement.
Revue Trait.thermique vol 210, P 9-17 1987
- [20] H.S.CARSLAW, J.C.JAEGER
Conduction of heat in solids.
Oxford Univ Press. 1959
- [21] G.E.MYERS
Analytical methods in conduction heat transfer.
Mcgraw-Hill company 1971

- [22] J.CRANK, P.NICOLSON
 A practical méthode for numérical évaluation of solutions of partial différential équations of the heat-conduction type.
- [23] G.LEPPERT
 A stable numérical solution for transient heat flow.
 J.Am.Soc.Naval.Engrs. vol.65, PP.741-752 1953
- [24] L.W.HUNTER, S.FAVIN
 Steady state temperature distribution in a solid cylinder moving in the direction of its axis a cross-flow of hot gaz
 J.Heat.Transfer. vol.99, PP.668-674 1977
- [25] A.DRAOUI, F.ALLARD (Dir.Thèse)
 Etudes numériques des transferts de chaleur couplés rayonnement-conduction et rayonnement-convection dans un milieu semi transparent bidimensionnel.
 Th.Doct.Génie civil I.N.S.A Lyon 1989
- [26] E.M.SPARROW, A.HAJI-SHEIKH
 Transient and steady heat conduction in arbitrary bodies with arbitrary boundary and initial conditions.
 J.Heat.Transfer. vol. , PP.103-108 1968
- [27] J.DOUGLAS, J.E.GUNN
 A general formulation of alternating direction method, Part I, parabolic and hyperbolic problems.
 Numerishe Mathematik. vol.6, PP.428-453 1964
- [28] G.O'BRIEN, M.HYMAN, S.KAPLAN
 A study of the numerical solution of partial differential equations.
 J.Math.Phy. vol.29, PP.223-251 1951
- [29] J.DOUGLAS, JR, H.H.RACHFORD, JR
 On the numerical solution of heat conduction problems in two and three space variables.
 Trans.Amer.Math.Soc. vol.82, PP.421-439 1956

- [30] M.P.HEISLER
 Temperature charts for induction and constant temperature heating.
 Trans.ASME. vol.69, PP.227-236 1947
- [31] H.W.EMMONS
 The numerical solution of heat conduction problems.
 Trans.ASME. vol.65, PP.607-615 1943
- [32] M.LAPORTE
 Algorithmes numériques; Analyse et mise en oeuvre.
 Eyrolles. Paris 1974
- [33] V.S.ARPACI
 Conduction heat transfer
 Addison Wesley Pub. 1966
- [34] H.G.ELROD, JR
 New finite difference technique for solution of the heat conduction equation, especially near surfaces with convective heat transfer.
 Trans.ASME. vol.79, PP.1519-1526 1957
- [35] B.CARNAHAN, H.A.LUTHER, J.O.WILKS
 Applied numerical methods.
 John Weley & sons company N.Y. 1969
- [36] J.DOUGLAS, JR
 Alternating direction methods for three space variables.
 Numerische.Mathematik. vol.4, PP.41-63 1962
- [37]
 Transient conduction in a plate with counteracting convection and thermal radiation at the boundaries.
 Appl. Math. Modeling, 9, PP. 337-340 1985
- [38] H.Z.BARAKAT, J.A.CLARK
 On the solution of the diffusion equations by numerical methods.
 J.Heat Transfer. vol.88, PP.421-427 1966

- [39] O.J.EVANS, C.R.GANE
 A.D.I methods for the solution of transient heat conduction problems in R- θ geometry
 Int.J.Numer.Methods.Ing. vol.12, PP.1799-1807 1978
- [40] N.V.MARCHENKO, Ya.I.SHIPEL'MAN
 Transient radiation-conduction heat transfer in a finite cylinder filled with an absorbing radiating medium.
 High.Temp. vol.21. PP.553-558 1983
- [41] G.RIBAUD
 Mesures des températures T1 et T2
 Dunod. Paris 1958
- [42] Mesures thermiques
- [43] M.SAKO, T.CHIBA, J.M.S.GARZA
 Numerical solution of transient natural convective heat transfer from a horizontal cylinder.
 Heat.Transfer.Jap.Res. vol.11, PP.27-44 1982
- [44] K.A.WERKLEY, J.G.GILLIGAN
 The temperature distribution of a sphere placed in a directed uniform heat flow.
 J.Heat.Transfer. vol.103, PP.399-401 1981
- [45] T.H.KUEHN, R.J.GOLDSTEIN
 Numerical solution to the Navier-Stokes equations for laminar natural convection about horizontal isothermal circular cylinders.
 Int.J.Heat.Mass.Transfer. vol.23, PP.971-979 1980
- [46] H.NAKAMURA, V.ASAKO
 Laminar free convection from a horizontal cylinder with a uniform cross section of arbitrary shape.
 Bull. J.S.M.E Vol.21, PP. 471-478 1978
- [47] Techniques de l'ingenieur
 Traitements thermiques

- [48] T.FUJI, M.FUJI, T.MATSUNAGA
 A numerical analysis of laminar free convection around
 an isothermal horizontal circular cylinder.
 Num.Heat.Transfer. vol.2, PP.329-344 1979
- [49] A.V.LUIKOV
 Methods of solving the nonlinear equations of unsteady-
 state heat conduction.
 Heat.Transfer.Soviet.Res. vol.3, PP.1-51 1971
- [50] R.B.HWANG
 The application of the A.D.I.numerical scheme in
 subsurface transient flow.
 Proc.Heat.Transfer.fuid.Mecha.Calif.28-29 May.PP.49-67 1987
- [51] D.ABLITZER
 Modelisation mathematique des procedés
 E.N.S.M.I.M.Nancy
- [52] J.K.BRIMACOMBE
 Numerical solution of differential equations.
 U.S.Steel.Corp. 1977
- [53] D.M.HIMMELBLAU, K.B.BISCHOFF
 Process analysis and simulation-deterministic systems.
 John Wiley & sons Inc.N.Y. 1968
- [54] A.B DE VRIENDT
 La transmission de la chaleur T1 et T2
 Gaëtau.Morin.Ed. 1982
- [55] D.W.PEACEMAN, H.H.RACHFORD
 The numerical solution of parabolic and elliptic
 differential equations.
 J.Soc.Indust.Appl.Math. vol.3, PP.28-41 1955
- [56] D.YOUNG
 Iterative methods for solving partial difference
 equations of elliptic type. 1954

- [57] S.S.SADHAL
 Unsteady heat flow between solids with partially
 contacting interface.
 J.Heat.Transfer. vol.103, PP.32-35 1981
- [58] P.CLAVIN
 Modélisation des phénomènes de combustion
 Eyrolles Paris 1985
- [59] F.P.INCROPERA, D.P.DEWIT
 Fundamentals of heat and mass transfer
 J.Wiley & Sons Co. N.Y 1985
- [60] R.P.BENEDICT
 Fundamentals of temperature, pressure and flow
 measurements
 J.Wiley & Sons Co. N.Y 1984
- [61] F.KREITH
 Principles of heat transfer
 Int. Textbook. Co. 1962
- [62] A.J.CHAPMAN
 Heat transfer
 Macmillan. Pub Co 1974
- [63] C.DELANNOY
 Apprendre à programmer en basic.
 Eyrolles- Paris 1984
- [64] B.VANRYB, R.PROLITS
 Basic et GW Basic
 Eyrolles- Paris 1985
- [65] M.GACI, D.MAILLE
 Le basic et ses applications
 Ed. Berti Alger 1989
- [66] Documents IRSID, afnor, ...

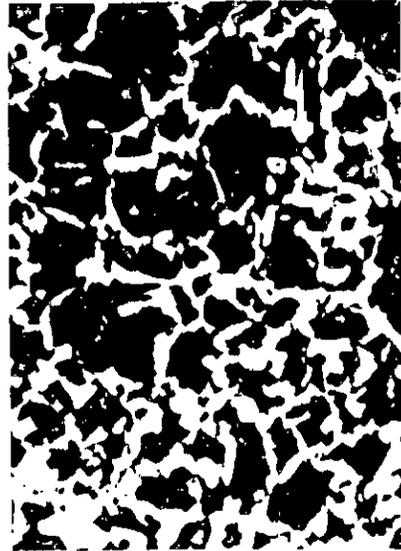
ANNEXE I

Représentation de la structure métallographique et de la dureté HB d'un échantillon prélevé sur l'éprouvette d'acier XC 42 n'ayant pas subi le traitement thermique de normalisation

Echantillon non traité



Au centre



A la périphérie

Structures métallographiques de l'acier XC 42 non traité

| Points de mesure: | Diamètres des empreintes: | | Diamètre moyen: (mm) | Dureté BRINELL (HB): |
|------------------------------------|---------------------------|---------------------|----------------------|----------------------|
| | d ₁ (mm) | d ₂ (mm) | | |
| a | 2,21 | 2,22 | 2,215 | 184 |
| b | 2,24 | 2,25 | 2,245 | 179 |
| c | 2,25 | 2,25 | 2,250 | 178 |
| d | 2,25 | 2,23 | 2,240 | 180 |
| e | 2,22 | 2,23 | 2,225 | 183 |
| f | 2,25 | 2,24 | 2,245 | 179 |
| g | 2,22 | 2,21 | 2,215 | 184 |
| Dureté HB moyenne de l'éprouvette: | | | | 181 |

Tableau de dureté HB d'un échantillon XC 42 non traité.

ANNEXE II

Resultats numeriques determinés par application des quatre types de chauffage, le four étant allumé.

On observe un décalage regulier des résultats et par conséquent des courbes correspondantes par rapport à celles où le four est initialement à 25°C, ce qui valide dans ce cas aussi le modèle mathématique élaboré.

***** SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE LORS DU CHAUFFAGE TYPE A *****

| iter... num | temps.. h.mn | Tfour.. °C | T(1,1) °C | T(2,1) °C | T(2,2) °C | T(2,3) °C | T(2,4) °C | T(2,5) °C | T(3,1) °C | T(3,2) °C | T(3,3) °C | T(3,4) °C | T(3,5) °C |
|----------------|-----------------|---------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 0 | 0.00 | 850 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 | 300 |
| 1 | 0.05 | 850 | 366 | 372 | 428 | 437 | 446 | 454 | 400 | 496 | 511 | 526 | 541 |
| 2 | 0.10 | 850 | 495 | 505 | 559 | 567 | 576 | 585 | 500 | 554 | 563 | 572 | 580 |
| 3 | 0.15 | 850 | 595 | 592 | 632 | 637 | 642 | 647 | 600 | 673 | 683 | 692 | 701 |
| 4 | 0.20 | 850 | 672 | 689 | 707 | 713 | 720 | 726 | 700 | 702 | 708 | 714 | 720 |
| 5 | 0.25 | 850 | 735 | 781 | 749 | 751 | 754 | 756 | 800 | 770 | 776 | 782 | 787 |
| 6 | 0.30 | 850 | 783 | 830 | 796 | 800 | 804 | 807 | 850 | 791 | 793 | 796 | 798 |
| 7 | 0.35 | 850 | 817 | 847 | 820 | 820 | 821 | 821 | 850 | 829 | 831 | 833 | 836 |
| 8 | 0.40 | 850 | 833 | 842 | 838 | 840 | 841 | 843 | 850 | 834 | 834 | 835 | 835 |
| 9 | 0.45 | 850 | 842 | 853 | 842 | 842 | 841 | 841 | 850 | 847 | 847 | 848 | 849 |
| 10 | 0.50 | 850 | 846 | 845 | 848 | 849 | 850 | 850 | 850 | 845 | 845 | 845 | 845 |
| 11 | 0.55 | 850 | 848 | 853 | 848 | 847 | 847 | 846 | 850 | 850 | 850 | 851 | 851 |
| 12 | 1.00 | 850 | 849 | 846 | 850 | 851 | 851 | 852 | 850 | 848 | 848 | 848 | 848 |
| 13 | 1.05 | 850 | 850 | 853 | 849 | 849 | 848 | 848 | 850 | 850 | 851 | 851 | 851 |
| 14 | 1.10 | 850 | 850 | 847 | 850 | 851 | 851 | 851 | 850 | 849 | 849 | 849 | 849 |
| 15 | 1.15 | 850 | 850 | 852 | 850 | 849 | 849 | 849 | 850 | 850 | 851 | 851 | 851 |
| 16 | 1.20 | 850 | 850 | 848 | 850 | 851 | 851 | 851 | 850 | 850 | 849 | 849 | 849 |
| 17 | 1.25 | 850 | 850 | 852 | 850 | 850 | 849 | 849 | 850 | 850 | 850 | 851 | 851 |
| 18 | 1.30 | 850 | 850 | 849 | 850 | 850 | 851 | 851 | 850 | 850 | 850 | 850 | 849 |
| 19 | 1.35 | 850 | 850 | 851 | 850 | 850 | 849 | 849 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 20 | 1.40 | 850 | 850 | 849 | 850 | 850 | 850 | 851 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 21 | 1.45 | 850 | 850 | 851 | 850 | 850 | 850 | 849 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 22 | 1.50 | 850 | 850 | 849 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 23 | 1.55 | 850 | 850 | 851 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |

***** SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE LORS DU CHAUFFAGE TYPE B *****

| iter... | temps.. | Tfour.. | T(1,1) | T(2,1) | T(2,2) | T(2,3) | T(2,4) | T(2,5) | T(3,1) | T(3,2) | T(3,3) | T(3,4) | T(3,5) |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| num | h.mn | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C |
| 0 | 0.00 | 650 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 | 200 |
| 1 | 0.05 | 750 | 251 | 272 | 301 | 304 | 307 | 310 | 300 | 397 | 409 | 422 | 434 |
| 2 | 0.10 | 850 | 376 | 394 | 447 | 456 | 464 | 472 | 400 | 469 | 483 | 496 | 510 |
| 3 | 0.15 | 850 | 501 | 496 | 555 | 563 | 571 | 579 | 500 | 588 | 597 | 606 | 615 |
| 4 | 0.20 | 850 | 598 | 596 | 643 | 649 | 654 | 659 | 600 | 655 | 664 | 673 | 681 |
| 5 | 0.25 | 850 | 674 | 690 | 701 | 707 | 713 | 719 | 700 | 720 | 726 | 733 | 738 |
| 6 | 0.30 | 850 | 735 | 779 | 755 | 759 | 761 | 764 | 800 | 759 | 765 | 770 | 775 |
| 7 | 0.35 | 850 | 784 | 835 | 792 | 795 | 798 | 801 | 850 | 800 | 803 | 806 | 808 |
| 8 | 0.40 | 850 | 816 | 842 | 824 | 825 | 826 | 826 | 850 | 823 | 825 | 827 | 829 |
| 9 | 0.45 | 850 | 834 | 847 | 835 | 837 | 838 | 839 | 850 | 839 | 839 | 840 | 841 |
| 10 | 0.50 | 850 | 842 | 848 | 845 | 845 | 845 | 844 | 850 | 843 | 844 | 844 | 845 |
| 11 | 0.55 | 850 | 846 | 850 | 846 | 847 | 847 | 847 | 850 | 848 | 848 | 848 | 848 |
| 12 | 1.00 | 850 | 848 | 849 | 849 | 849 | 849 | 849 | 850 | 848 | 848 | 849 | 849 |
| 13 | 1.05 | 850 | 849 | 850 | 849 | 849 | 849 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 14 | 1.10 | 850 | 850 | 849 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 849 | 849 | 850 | 850 |
| 15 | 1.15 | 850 | 850 | 850 | 849 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 16 | 1.20 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 17 | 1.25 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 18 | 1.30 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 19 | 1.35 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 20 | 1.40 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 21 | 1.45 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 22 | 1.50 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 23 | 1.55 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 24 | 2.00 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 25 | 2.05 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |
| 26 | 2.10 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 | 850 |

***** SIMULATION DE LA DISTRIBUTION DE LA TEMPERATURE LORS DU CHAUFFAGE TYPE C *****

| iter... | temps.. | Tfour.. | T(1,1) | T(2,1) | T(2,2) | T(2,3) | T(2,4) | T(2,5) | T(3,1) | T(3,2) | T(3,3) | T(3,4) | T(3,5) |
|---------|---------|---------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| num | h.mn | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C | °C |
| 0 | 0.00 | 950 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 | 400 |
| 1 | 0.05 | 950 | 475 | 471 | 541 | 555 | 568 | 581 | 500 | 620 | 643 | 666 | 688 |
| 2 | 0.10 | 950 | 620 | 612 | 689 | 702 | 716 | 728 | 600 | 684 | 697 | 710 | 721 |
| 3 | 0.15 | 925 | 723 | 700 | 760 | 767 | 773 | 778 | 700 | 789 | 799 | 808 | 816 |
| 4 | 0.20 | 900 | 787 | 793 | 815 | 821 | 827 | 832 | 800 | 804 | 809 | 812 | 815 |
| 5 | 0.25 | 875 | 829 | 847 | 835 | 837 | 838 | 838 | 850 | 843 | 845 | 847 | 848 |
| 6 | 0.30 | 850 | 846 | 847 | 851 | 853 | 854 | 856 | 850 | 838 | 837 | 836 | 834 |
| 7 | 0.35 | 850 | 849 | 853 | 846 | 844 | 843 | 842 | 850 | 856 | 856 | 857 | 859 |
| 8 | 0.40 | 850 | 849 | 845 | 851 | 853 | 854 | 856 | 850 | 844 | 844 | 843 | 842 |
| 9 | 0.45 | 850 | 850 | 855 | 848 | 847 | 846 | 845 | 850 | 853 | 854 | 855 | 855 |
| 10 | 0.50 | 850 | 850 | 845 | 851 | 852 | 853 | 854 | 850 | 847 | 847 | 846 | 846 |
| 11 | 0.55 | 850 | 850 | 854 | 849 | 848 | 847 | 846 | 850 | 852 | 852 | 853 | 853 |
| 12 | 1.00 | 850 | 850 | 846 | 851 | 851 | 852 | 853 | 850 | 848 | 848 | 848 | 847 |
| 13 | 1.05 | 850 | 850 | 854 | 850 | 849 | 848 | 847 | 850 | 851 | 851 | 852 | 852 |
| 14 | 1.10 | 850 | 850 | 847 | 850 | 851 | 852 | 852 | 850 | 849 | 849 | 849 | 848 |
| 15 | 1.15 | 850 | 850 | 853 | 850 | 849 | 849 | 848 | 850 | 851 | 851 | 851 | 851 |
| 16 | 1.20 | 850 | 850 | 848 | 850 | 851 | 851 | 852 | 850 | 850 | 849 | 849 | 849 |
| 17 | 1.25 | 850 | 850 | 852 | 850 | 849 | 849 | 849 | 850 | 850 | 851 | 851 | 851 |
| 18 | 1.30 | 850 | 850 | 848 | 850 | 850 | 851 | 851 | 850 | 850 | 850 | 849 | 849 |
| 19 | 1.35 | 850 | 850 | 852 | 850 | 850 | 849 | 849 | 850 | 850 | 850 | 850 | 851 |
| 20 | 1.40 | 850 | 850 | 849 | 850 | 850 | 851 | 851 | 850 | 850 | 850 | 850 | 849 |

