

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

2ex

FILIERE D'INGENIEUR EN ELECTRONIQUE



PROJET DE FIN D'ETUDES

**APPLICATIONS DU  
TE HYBRIDE (MAGIQUE)**

PROPOSE PAR :

Mr GRABOVSKI  
PROFESSEUR A L'ENPA

REALISE PAR :

S. ZAIDI  
R. KHALDI

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

FILIÈRE D'INGENIEUR EN ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

APPLICATIONS DU  
TE HYBRIDE (MAGIQUE)

PROPOSE PAR :

Mr GRABOVSKI  
PROFESSEUR A L'ENPA

REALISE PAR :

S. ZAIDI  
R. KHALDI

DEDICACES /

A la mémoire de mon père ,  
A ma mère ,  
A mes frères ,  
A toute la famille ,  
A tous ceux qui me sont chères

RABAH KHADI

A mon père ,  
A ma mère ,  
A ma grande- mère ,  
A mes frères et sœurs ,  
A mes amis ,

ZAIDI SALAH ,

REMERCIEMENTS .

Nous tenons à remercier notre promoteur dont la précieuse aide et les conseils judicieux qu'il nous a prodigué ont été pour nous d'un grand concours.

Nous ne manquerons pas d'exprimer aussi toute notre gratitude et notre reconnaissance à tous les professeurs qui ont contribué à notre formation.

Notre vive reconnaissance va également à tous ceux qui ont contribué à la mise en forme fiscale de ce projet:-

Nos remerciements vont également à nos camarades.-

## TABLE DES MATIERES.

I.INTRODUCTION.

II.THEORIE GENERALE DES MULTipoles.

II.1.matrices caractéristiques.

II.1.1.introduction

II.1.2.matrice de transmission.

II.1.3.matrices d'impédances et l'admittances.

II.1.4.changement de plan de référence.

II.1.5.remarque sur les matrices caractéristiques.

II.2.propriétés générales.

II.2.1.réciprocité.

II.2.2.multipôle sans pertes.

II.2.3.notion de symétrie géométrique.

II.2.4.exemples.

III. OCTOPOLes.TÉ HYBRIDE, TÉ MAGIQUE.

III.1.Té hybride.

III.1.1.definition.

III.1.2.étude générale-matrice de transmission.

III.2.Té magique.

III.2.1.definition.

III.2.2.matrice de transmission.

III.2.3.propriétés du té magique.

III.2.4.schéma équivalent.

III.2.5.graphe de fluence.

III.2.6.fonctionnement du té magique avec des terminaisons adaptées.

III.2.7.fonctionnement du té magique avec des terminaisons quelconques.

**IV. APPLICATIONS. partie théorique.**

IV.1. mesure d'impédances ou de coefficients de réflexion.

IV.1.1. Pont d'impédances.

IV.1.2. méthode utilisant le montage déséquilibré.

IV.2. détecteur de phase.

IV.3. déphasageur variable.

IV.4. adaptateur d'impédances

IV.5. mélangeur équilibré

IV.6. circulateur.

**V. APPLICATIONS. partie pratique.**

V.1. mesure d'impédances.

V.2. Mesure de module de coefficients de réflexion.

V.3. adaptation d'impédances.

V.4. déphasageur variable.

**VI. CONCLUSION.**

**BIBLIOGRAPHIE.**

## INTRODUCTION

On appelle "hyperfréquence" le domaine de fréquences venu dans la technique radio-electrique, qui centré sur les longueurs d'ondes centimétriques, déborde de part et d'autre des ondes décimétriques et millimétriques.

L'énergie de très haute fréquence est véhiculée soit à l'aide de lignes de transmission (cas des ondes métriques et décimétriques), soit de guides d'ondes (cas des ondes plus courtes). On peut considérer de nombreux circuits micro-ondes comme des éléments destinés à lier deux ou plusieurs guides d'ondes. Une jonction de guides ou un Té hybride constitue un élément de ce genre.

Les télécommunications, la technique de mesure et la recherche expérimentale exigent la connaissance de ces éléments (circuits) afin d'élargir leur champ d'application et d'augmenter les possibilités de fonctionnements.

Dans ce sens, nous consacrons notre projet à l'étude du Té hybride et magique et ainsi que ces applications.

Dans les deux premiers chapitres on a exposé en détail la théorie des multipoles et l'étude des deux types de Té. Par suite viennent dans le chapitre quatre (4) les applications qu'on a décrites théoriquement. Le chapitre suivant est consacré à certaines manipulations utilisant le Té magique.

## II - THEORIE GENERALE DES MULTIFOLES

Les multipôles sont des dispositifs qui jouent le rôle d'éléments de circuit en ondes guidées. En général, par ce multipôle émergent "n" guides ou lignes.

Leur fonctionnement physique sera décrit dans diverses conditions d'utilisation par des matrices caractéristiques dont la priorité sera donnée à la matrice de transmission. Cette matrice groupe des éléments qui ont un sens physique bien précis en hyperfréquences.

Dans tout ce qui suit, nous considérons uniquement des multipôles passifs (ne contenant pas de source d'énergie).

### 2.1- Matrices caractéristiques.

#### 2.1.1- Introduction:

Considérons un certain nombre de lignes de transmission ou de guides d'ondes, qui convergent vers une même région pour former une fonction. Sur chaque ligne ou guide on choisit un plan de référence. L'espace défini par la fonction et les portions de guides ou de lignes délimitées par les plans de référence constitue le multipôle (fig. 2.1.1).

Le cas habituel est celui des multipôles qui ont des bras en guides rectangulaires identiques ; et qui seront parcourus par un seul mode bien déterminé.

Pour que le mode propagé ne soit pas affecté d'ondes evanescentes, on choisit les plans de référence assez loin de la fonction. De plus ces plans vont servir d'origines de coordonnées longitudinales ( $z_i=0$  à la position  $P_i$ ).

L'étude générale des propriétés va s'effectuer en considérant les ondes dans les "n" guides comme la figure (2.1.1) l'indique.

Les ondes incidentes et émergentes seront respectivement notées  $A_i$  et  $B_i$ , auxquelles on fait correspondre les champs  $E_i$  et  $H_i$ .

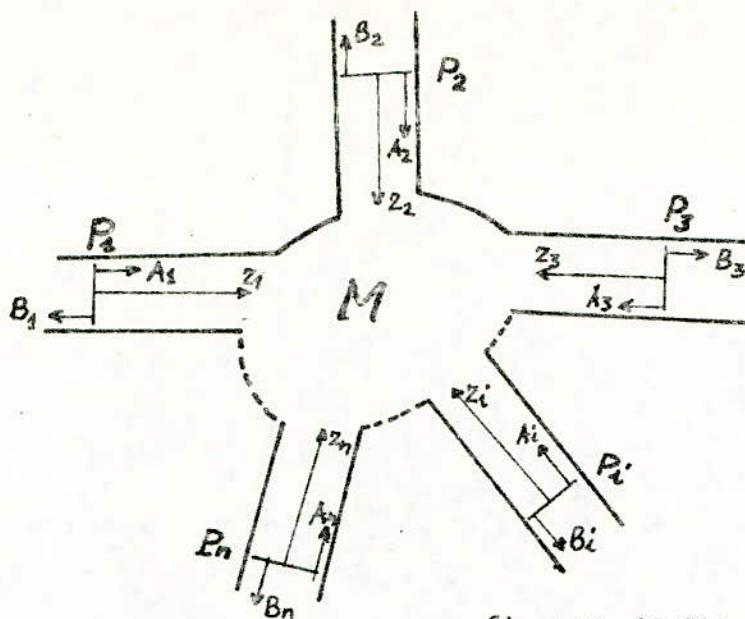


fig 2.1.1. Multipôle.

Puissance transportée dans un guide:

La puissance hyperfréquence est transportée par les ondes électromagnétiques guidées. À travers une section droite d'un guide donné, la puissance moyenne est la partie réelle du flux du vecteur de Poynting.

$$\bar{P} = \operatorname{Re} \left( \frac{1}{2} \int_S (\bar{E} \wedge \bar{H}^*) d\bar{s} \right) \text{ soit. } \bar{P} = \operatorname{Re} \left( \frac{1}{2} \int_S (\bar{E}_T \wedge \bar{H}_T^*) d\bar{s} \right).$$

Comme l'impédance d'onde est réelle alors les champs  $\bar{E}_T$  et  $\bar{H}_T$  sont en phase.

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \int_S (\bar{E}_T \wedge \bar{H}_T^*) d\bar{s}$$

Définissons la notion d'onde unité transportant une puissance connue. Soient  $\bar{e}_T$  et  $\bar{h}_T$  les ondes unités.

Par définition on a :

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \int_S (\bar{e}_T \wedge \bar{h}_T^*) d\bar{s} = \frac{1}{2} \text{ Watt} \quad (2.1.1).$$

Il y a lieu maintenant de rapporter toute onde d'un même mode à cette onde unité. Une onde quelconque du même mode sera définie par son amplitude par rapport à l'onde unité.

Pour le mode TM :

$$\bar{E}_T = A \bar{e}_T : \bar{E}_Z = A \bar{e}_2$$

Pour le mode TE :

$$\bar{H}_T = A \bar{h}_T : \bar{H}_Z = A \bar{h}_2$$

La puissance moyenne transportée par une onde incidente est:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} A \cdot A^* = \frac{1}{2} |A|^2$$

Demême la puissance réfléchie transportée par l'onde réfléchie est:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} B \cdot B^* = \frac{1}{2} |B|^2 \quad (2.1.2)$$

## 2-1.2 Matrice de transmission.

C'est une matrice qui est tirée à partir d'un système d'équations linéaires liant les ondes émergentes aux ondes entrantes.

La linéarité des équations de Maxwell pour un milieu supposé linéaire nous permet d'appliquer le principe de superposition (c-à-d une onde émergente  $B_i$  est la somme de toutes les ondes  $A_j$  affectées des coefficients  $S_{ij}$ ).

$$(2.1.3) \quad B_i = S_{i1}A_1 + S_{i2}A_2 + \dots + S_{ii}A_i + \dots + S_{in}A_n.$$

En variant  $i$  de 1 à  $n$ , on obtient un système d'équations:

$$(2.1.4) \quad \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \dots & S_{nn} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} \quad [B] = [S][A] \quad (2.1.5)$$

La matrice de transmission  $S$  est aussi appelée matrice de diffraction, de dispersion ou de répartition. Ainsi le comportement du multipôle sera défini par la matrice  $[S]$  rapportée aux plans de référence et à une fréquence fixe. Donc l'étude du multipôle se fera, si l'on connaît les paramètres  $S_{ij}$  de la matrice  $[S]$ .

Signification des paramètres  $S_{ij}$ .

a) Considérons les éléments diagonaux:

On a  $B_i = S_{ii}A_i$  lorsque  $A_p = 0 \quad \forall p \neq i$

$$(2.1.6) \quad S_{ii} = \frac{B_i}{A_i}$$

Le paramètre  $S_{ii}$  représente le coefficient de réflexion propre du multipôle pour le bras ( $i$ ) et sur le plan  $P_i$  (les autres terminaisons sont toutes adaptées).

$$(2.17) \quad S_{ii}^* \cdot S_{ii} = \frac{B_i^* B_i}{A_i^* A_i} \quad \text{autre écriture } S_{ii}^* \cdot S_{ii} = |S_{ii}|^2$$

Cette relation exprime le rapport de puissance émergente par le plan  $P_i$  sur la puissance incidente par ce même plan.

Quand  $S_{ii}$  est nul ( $S_{ii}=0$ ), on dit que le bras ( $i$ ) est adapté à la fonction.

b) Éléments non diagonaux.

De l'équation (2.15), on tire :

$$B_i = S_{ij} A_j \quad \text{lorsque } A_p = 0 \text{ pour } p \neq j$$

$$(2.18) \quad S_{ij} = \frac{B_i}{A_j}$$

Si l'on place un générateur en  $T_j$ , et un détecteur adapté en  $T_i$ ; toutes les autres terminaisons sont adaptées.

Le coefficient  $S_{ij}$  caractérise le coefficient de transmission du bras ( $j$ ) vers le bras ( $i$ ).

A l'adaptation de tous les bras, on aura :

$$(2.19) \quad S_{ij}^* \cdot S_{ij} = |S_{ij}|^2 \quad \text{autre écriture } S_{ij}^* S_{ij} = \frac{B_i^* B_i}{A_j^* A_j}$$

Cette relation exprime le rapport de puissance émergente par le plan  $P_i$  (détectée en  $T_i$ ) à la puissance incidente par le plan  $P_j$ .

On voit que les paramètres  $S_{ij}$  ont un sens physique bien précis et ils sont directement mesurables. Leur détermination expérimentale revient à des mesures d'ondes, voire à des mesures de puissance en ce qui concerne leurs modules.

Ces éléments sont liés entre-eux par des relations qui découlent des propriétés générales de la matrice  $[S]$  et de la symétrie géométrique.

### 2-1.3 - Matrices d'impédances [Z] et d'admittances [Y]

#### a- Matrice d'impédances [Z].

Au lieu de raisonner en ondes, on raisonne en tension ( $U_2$ ) et courant ( $I_2$ ) de lignes équivalentes.

$$(2.1.10) \quad U(z) = A e^{-\delta_g z} + B e^{+\delta_g z}$$

$$I(z) = A e^{-\delta_g z} - B e^{+\delta_g z}$$

à la côte  $z=0$  du guide on aura :

$$(2.1.11) \quad \begin{aligned} U_i &= A_i + B_i \\ I_i &= A_i - B_i \quad \text{avec } i=1, n. \end{aligned}$$

ou bien :

$$(2.1.12) \quad \begin{aligned} [U] &= [A] + [B] \\ [I] &= [A] - [B] \end{aligned}$$

Compte-tenu de la relation (2.1.5), on obtient :

$$(2.1.13) \quad \begin{aligned} [U] &= [I+S][A] \\ [I] &= [I-S][A] \end{aligned}$$

Tirons la matrice [A] de la seconde équation (en admettant que  $[I-S]$  est réversible), on aura.

$$(2.1.14) \quad [A] = [I-S]^{-1}[I]$$

on remplace (2.1.14) dans l'équation (2.1.13), on obtient :

$$(2.1.15) \quad [U] = [I+S][I-S]^{-1}[I]$$

Par définition, on trouve :

$$(2.1.16) \quad [Z] = [I] + 2[S][I-S]^{-1}$$

[Z]: matrice carré  $n \times n$  appelée matrice impédance du multipôle

La matrice d'impédances [Z], que l'on déduit directement de la matrice de transmission indépendamment des terminaisons, détermine le comportement du multipôle au même titre que [S].

Les  $Z_{ij}$  sont des nombres complexes sans dimensions, on leur donne formellement le sens d'impédance réduite.

A l'aide de la matrice  $[Z]$ , on peut assimiler un multipôle à un réseau classique qui aura la même matrice impédance ; cependant le passage d'un multipôle à un réseau équivalent n'est pas univoque car il existe de nombreux réseaux qui ont la même matrice d'impédances. Donc un multipôle donné peut-être représenté par un réseau équivalent seulement à sa fréquence de fonctionnement.

### b- Matrice admittance $[Y]$ .

L'inverse de la matrice impédance quand il existe, nous donne la matrice d'admittances.

$$(2.1.17) \quad [Y] = [Z]^{-1}$$

$$(2.1.18) \quad [T] = [Y][U]$$

De l'équation (2.1.16), on tire facilement  $[Y]$

$$(2.1.19) \quad [Y] = [I] - 2[S][I + SJ]^{-1}$$

$[Y]$ : matrice carré ( $n \times n$ ) : appelée matrice admittance du multipôle.

Connaissant les matrices d'impédances et d'admittances, on peut retrouver la matrice  $[S]$ .

$$(2.1.20) \quad [S] = [Z - I][Z + I]^{-1}$$

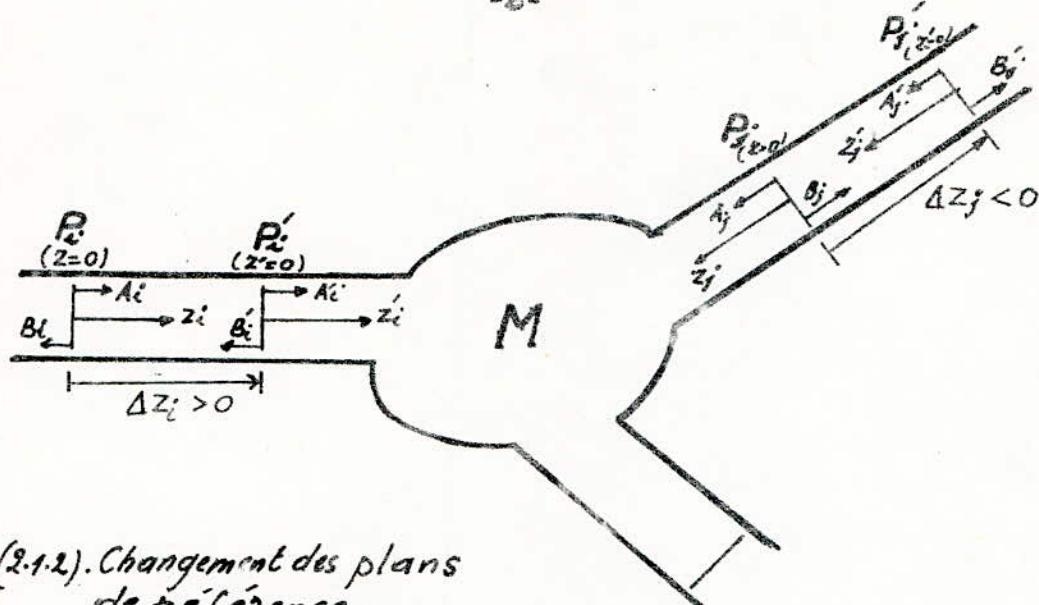
$$(2.1.21) \quad [S] = [I - Y][I + Y]^{-1}$$

### 2.1.4 - Changement de plans de référence

La matrice  $[S]$  est déterminée par rapport aux plans de référence ( $P_1, P_2, \dots, P_n$ ) arbitrairement choisis comme des origines des axes  $Z_i$  sur les bras correspondants du multipôle (les  $Z_i$  sont tous dirigés vers la jonction).

Effectuons un déplacement  $\Delta Z_i$  à chaque plan  $P_i$  (soit dans les sens des  $Z_i$  positifs, soit dans les sens des  $Z_i$  négatifs).

Pour cette nouvelle position des plans de référence ( $P'_1, P'_2, \dots, P'_n$ ), le multipôle considéré aura une matrice de transmission  $[S']$ .



fig(2.1.2). Changement des plans de référence.

Considérons les  $A_i$  et  $B_i$  sur le plan  $P_i'$ ; sur le plan  $P'_i$ , on a les ondes  $B'_i$  et  $A'_i$

$$(2.1.22) \quad A'_i = A_i e^{-\delta g_i \Delta z_i}$$

$$(2.1.23) \quad B'_i = B_i e^{+\delta g_i \Delta z_i} \quad \text{ou bien} \quad A_i = A'_i e^{+\delta g_i \Delta z_i}$$

$\delta g_i$ : Constante de propagation guidée.

On peut donc écrire :

$$(2.1.24) \quad [A] = [T][A'] \quad , \quad [B] = [T]^{-1}[B']$$

avec :

$$(2.1.25) \quad T = \begin{bmatrix} e^{\delta g_1 \Delta z_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\delta g_2 \Delta z_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & e^{\delta g_n \Delta z_n} \end{bmatrix}$$

$$T_{ij} = \delta_{ij} e^{\delta g_i \Delta z_i} \quad \text{où} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

$\delta_{ij}$ : le symbole de Kronecker.

La relation (2.1.5) devient :

$$(2.1.26) \quad [B] = [S][T][A']$$

d'autre part :

$$[B] = [T]^{-1}[B']$$

puisque  $[B'] = [S'] [A']$  alors, on obtient :

$$(2.1.27) \quad [S'] = [T] [S] [T]$$

d'où la relation :

$$(2.1.28) \quad S'_{ij} = S_{ij} e^{(\delta g_i \Delta z_i + \delta g_j \Delta z_j)}$$

Si les bras du multipôle sont à pertes négligeables, on aura

$$\delta g_i = j B g_i \quad ; \quad \delta g_j = j B g_j$$

et si les guides sont identiques  $B g_i = \beta g_j = \beta g$ .

Par conséquent :

$$(2.1.29) \quad S'_{ij} = S_{ij} e^{j \beta g (\Delta z_i + \Delta z_j)}.$$

On voit que le module n'a pas varié mais l'argument a changé.

Posons

$$S_{ij} = |S_{ij}| e^{j \phi_{ij}}$$

$$S'_{ij} = |S_{ij}| e^{j \phi'_{ij}}$$

En identifiant on trouve :

$$(2.1.30) \quad |S_{ij}| = |S'_{ij}|, \quad \phi'_{ij} = \phi_{ij} + \beta g (\Delta z_i + \Delta z_j)$$

Pour rendre réel l'élément  $S'_{ij}$ , il suffit de prendre

$$(2.1.31) \quad \phi'_{ij} = -\frac{2\pi}{\lambda g} (\Delta z_i + \Delta z_j) + 2m\pi \quad (m: \text{entier}).$$

d'où

$$\phi'_{ij} = 2m\pi$$

Remarque:

Cette propriété très utile ne se retrouve pas dans les matrices  $[Z]$  et  $[Y]$  où tous les éléments changent en module et en argument.

### 2.1.5 Remarque sur les matrices caractéristiques

Dans le domaine microonde, les grandeurs fondamentales mesurables sont : la puissance, le coefficient de réflexion et la fréquence. Par conséquent on peut facilement déterminer les paramètres de la matrice  $[S]$ . D'autre part la matrice se connaît seulement par rapport aux plans de référence. Si on change les plans de référence, la matrice  $[S]$  sera affectée d'une façon simple que les matrices  $[Z]$  ou  $[Y]$ .

Avec tous les avantages que possèdent cette matrice de répartition ( $S$ ) par rapport aux matrices impédance ou admittance, la préférence sera donnée à ( $S$ ) surtout pour l'étude des multipôles d'ordre élevé. Les matrices ( $Z$ ) et ( $Y$ ) servent à assimiler le multipôle à son réseau équivalent.

## 2.2 - Propriétés générales

On distingue deux types de propriétés physiques pour un multipôle.

a) - Propriétés intrinsèques :

Elles regroupent la réciprocité, la symétrie géométrique et l'absence de pertes.

b) - Propriétés imposées

- Répartition de puissance, - adaptation des bias à la jonction.

Établissons les propriétés intrinsèques. Chacune de ces propriétés se traduit par des relations simples entre les éléments de la matrice considérée ( $[S]$ ,  $[Z]$  ou  $[Y]$ ).

### 2.2.1.- Réciprocité

Un multipôle passif contenant des matériaux isotropes est réciproque.

Cette propriété se traduit par l'égalité  $s_{ij} = s_{ji}$  (2.2.2)  
La matrice  $[S]$  est donc symétrique :

$$(2.2.2) \quad [S] = [\tilde{S}]$$

$[\tilde{S}]$  : matrice transposée de  $[S]$ .

### 2.2.2- Multipôle sans pertes

En absence de pertes dans le multipôle, la puissance emergente par les plans de référence doit égaler la puissance entrante.

$$(2.2.3) \quad \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n A_p^* A_p = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^n B_p^* B_p.$$

Soit en écriture matricielle.

$$\begin{bmatrix} A_1^* & A_2^* & \dots & A_n^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_1^* & B_2^* & \dots & B_n^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix}$$

$$[\tilde{A}^*][A] = [\tilde{B}^*][B]$$

$$[B] = [S][A] \Rightarrow [\tilde{B}^*] = [\tilde{A}^*][\tilde{S}^*].$$

$[\tilde{S}^*]$ : matrice transposée de  $[S]$  avec des éléments complexes conjugués.

$$[\tilde{A}^*][A] = [\tilde{A}^*][\tilde{S}^*][S][A].$$

De cette équation, on tire

$$[\tilde{S}^*][S] = [I] \quad (2.2.4)$$

La matrice  $[S]$  du multipôle est unitaire.

L'unicité de cette matrice nous donne un système à  $n$  équations qu'on peut résumer sous la forme suivante:

$$(2.2.5) \quad \sum_{p=1}^n S^{*i} \cdot S^{*j} = \delta_{ij} \quad \text{avec } S_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$

Si de plus le multipôle est réciproque alors l'équation (2.2.4) devient:

$$(2.2.6) \quad [\tilde{S}^*][S] = [I] \quad \text{puisque } [\tilde{S}^*] = [S].$$

### 2.2.3- Notion de symétrie géométrique:

La plupart des multipôles ont une structure présentant une symétrie géométrique. Compte tenu de cette symétrie, on peut effectuer des raisonnements sur le fonctionnement physique du multipôle. Si de plus le choix des plans de référence préserve cette symétrie, on déduit des relations simples entre les éléments de la matrice  $[S]$ .

$S_{ij} = \pm S_{pq}$  - égalité des coefficients de réflexion  
- égalité ou opposition des coefficients de transmission

## Discussion sur les paramètres disponibles.

Une matrice caractéristique contient  $n^2$  éléments complexes. Chaque élément est représenté par un couple de nombres réels  $(a, b)$ .

Soit  $C = a + jb$  ou encore  $C = |C| e^{j\phi}$

La matrice compte donc en tout  $2n^2$  paramètres. Comme elle est déterminée par rapport à un ensemble de  $n$  plans de référence, alors  $n$  doivent rester libres. Sur les  $2n^2$  paramètres, il nous reste que  $(2n^2 - n)$  paramètres pour décrire les propriétés physiques du multipôle.

Pour un multipôle sans pertes, le nombre de paramètres disponibles est :

$$2n^2 - n - n^2 = n(n-1).$$

Si ce multipôle est réciproque le nombre de paramètres est :

$$\frac{n(n-1)}{2}.$$

Donc pour un multipôle sans pertes et réciproque, le nombre de paramètres disponibles pour décrire les propriétés imposées est :

$$2n^2 - n - \left[n^2 + \frac{n}{2}(n-1)\right] = \frac{1}{2}n(n-1).$$

Tableau (2.2.1) : Nombre de paramètres pour les multipôles sans pertes.

Nombre total de paramètres	Nombre total de paramètres physiques	Paramètres physiques disponibles	
		Sans pertes et non réciproque	Sans pertes et réciproque
Multipôle à bras	$2n^2$	$2n^2 - n$	$n(n-1)$
Quadrupôle ( $n=2$ )	8	6	2
Hexapôle ( $n=3$ )	18	15	6
Octopôle ( $n=4$ )	32	28	12

Pour illustrer les propriétés ci-dessus, on donne deux exemples :

### Exemple 1:

On veut réaliser un quadripôle qu'on intercale entre un générateur et une charge passive. Ce quadripôle doit laisser passer toute la puissance issue du générateur et dissiper la puissance réfléchie dans la charge.

Un tel dispositif est très utile car il ne fait débiter la source que dans un seul sens. On l'appelle "ISOLATEUR IDÉAL".

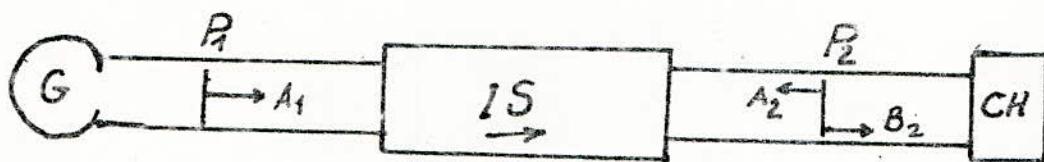


fig. (2.2.1) : Isolateur idéal.

Écrivons la matrice d'un quadripôle.

$$[S] = \begin{bmatrix} |S_{11}| e^{j\phi_{11}} & |S_{12}| e^{j\phi_{12}} \\ |S_{21}| e^{j\phi_{21}} & |S_{22}| e^{j\phi_{22}} \end{bmatrix}$$

$[S]$  contient  $2n^2 - n = 6$  paramètres physiques et deux arguments libres du choix des plans de référence  $P_1$  et  $P_2$ . Pour que cette matrice décrive un isolateur, on lui impose les conditions suivantes.

$$S_{11} = 0, \quad S_{12} = 0, \quad S_{21} = 1$$

On a trois conditions, or un quadripôle sans pertes possède au maximum 2 conditions. Il sera donc dissipatif et non réciproque puisque  $S_{12} \neq S_{21}$ .

Ce quadripôle étant dissipatif, rien ne l'empêche d'absorber toute la puissance (sans réflexion) renvoyée par la charge. Il sera, alors complètement adapté à la tension : soit  $S_{22} = 0$ .

finalement  $[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ e^{j\phi_{21}} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$

La relation (2.2.5) donne  $B_1 = 0$ ,  $B_2 = A_1 e^{j\phi_{21}}$

Conclusion: Un isolateur idéal est en principe possible. C'est un quadripôle dissipatif et non réciproque.

### Exemple 2:

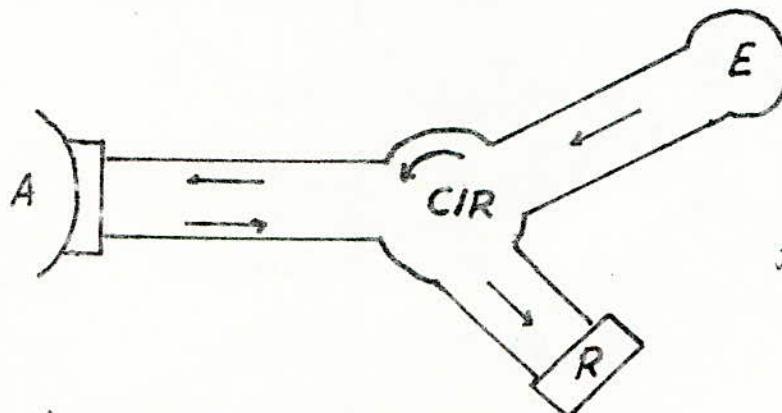
On se propose de concevoir un hexapôle qui serait complètement adapté à la fonction: ( $|S_{11}| = |S_{22}| = |S_{33}|$ ) et qui fonctionne de la façon suivante:

La puissance entrant dans le bras (1) sort totalement du bras (2). De même (2)  $\rightarrow$  (3) et (3)  $\rightarrow$  (1).

Ce fonctionnement exige trois conditions qui sont :

$$|S_{13}| = 1 ; |S_{32}| = 1 , |S_{21}| = 1$$

Ce type de fonctionnement caractérise un circulateur.



fig(2.2.8): circulateur

A: Antenne  
E: émetteur  
R: récepteur.

les propriétés imposées sont traduites par 6 conditions indépendantes. D'après le tableau (2.2.1) on voit que l'hexapôle peut être sans pertes et non réciproque. Sa matrice sera:

$$(2.2.8) \quad [S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & e^{j\phi_{13}} \\ e^{j\phi_{21}} & 0 & S_{23} \\ S_{31} & e^{j\phi_{32}} & 0 \end{bmatrix}$$

L'absence de pertes nous permet d'écrire:  $S_{12} = S_{23} = S_{31} = 0$

Finalement, la matrice S s'écrit:

$$(2.2.9) \quad [S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

L'ensemble des conditions à remplir étant compatible. Le dispositif est donc possible.

### III - OCTOPOLES . TE HYBRIDE , TE MAGIQUE .

Les octopôles sont des dispositifs d'auquel émergent quatre guides ou lignes. Ces dispositifs sont supposés sans pertes et réciproques. Toutes les propriétés citées dans la théorie des multipôles restent valables pour les octopôles.

#### 3.1- TE HYBRIDE

##### 3.1.1 Définition :

Comme la figure (3.1.1) l'indique, un té hybride en guides d'ondes rectangulaires, élément de la famille des octopôles, est constitué par l'association des deux (2) té plan E et plan H.

Les té hybrides existent sous différentes formes.

- Té en guide rectangulaire fig.(3.1.1)
- Té en anneau de guides d'ondes fig (3.1.2).
- Té en anneau de lignes coaxiales , On peut aussi réaliser des té avec des lignes à rubans et microrubans.
- Té hybride 3dB en branches . fig.(3.1.3)

L'objet de notre travail consiste à étudier les té hybrides en guides d'ondes rectangulaires.

Représentation schématique du té hybride (fig 3.1.4)

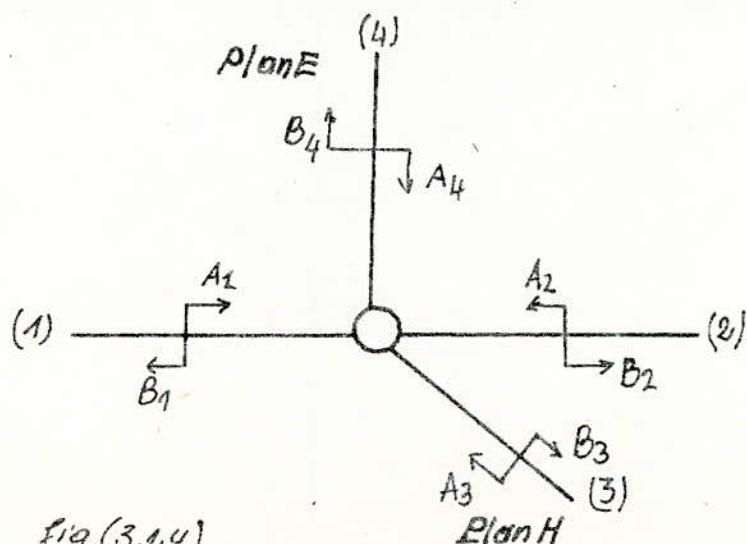


fig (3.1.4).

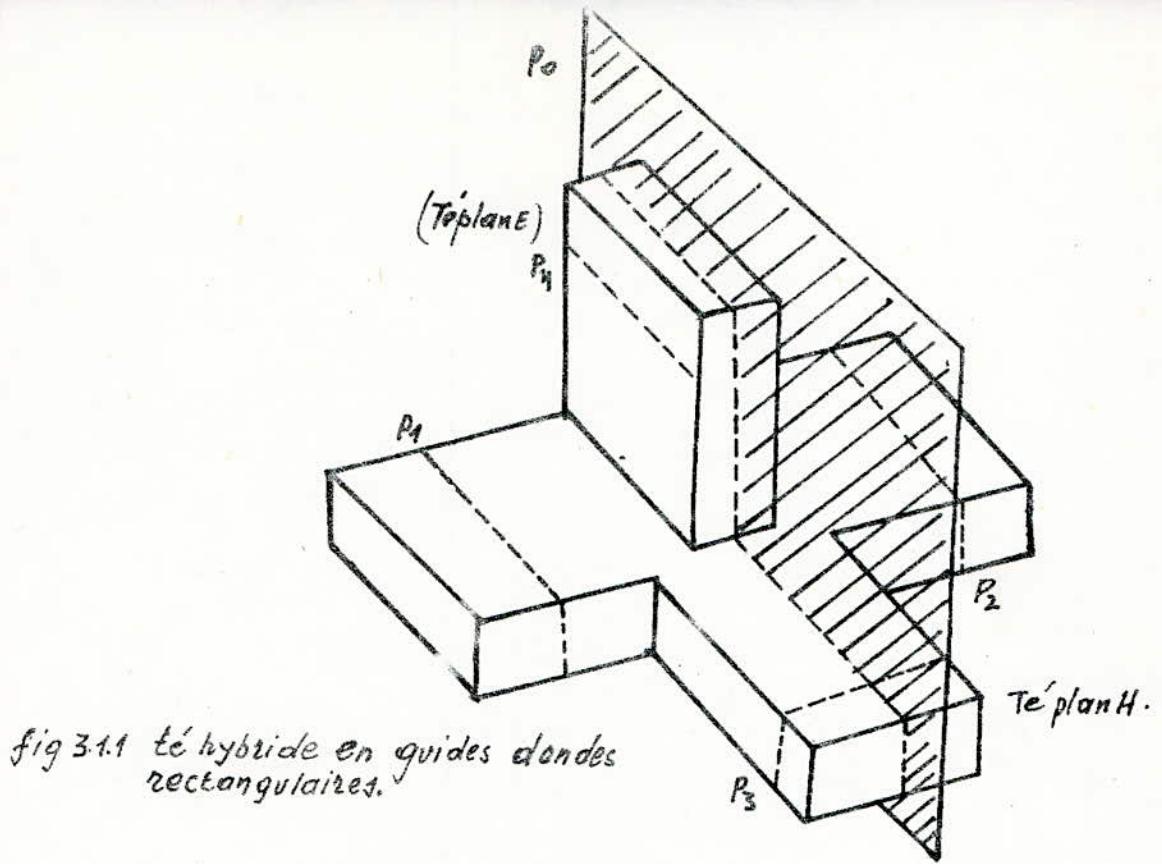


fig 3.1.1 té hybride en guides d'ondes rectangulaires.

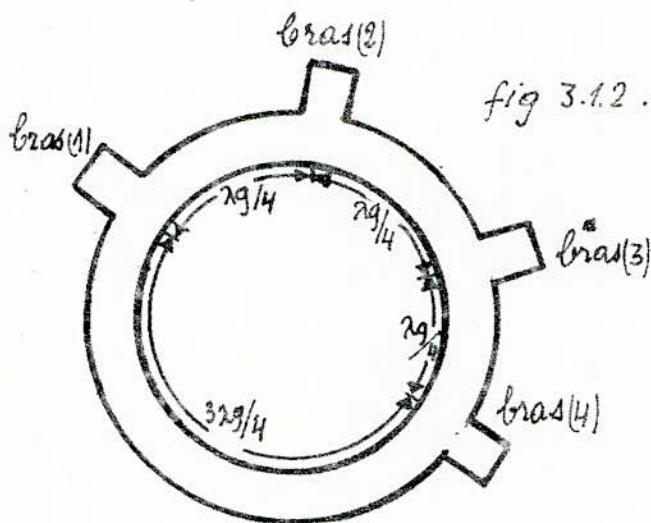
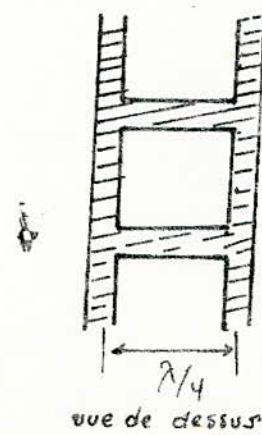
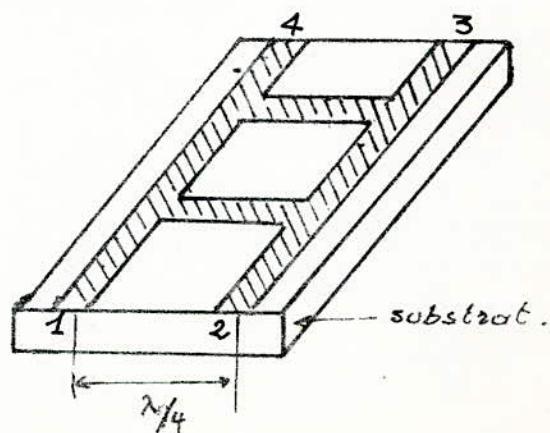


fig 3.1.2 . té en anneau de guides d'ondes



3.1.3. té hybride. 3dB. en branches .



### 3.1.2 - Etude générale : Matrice de transmission.

Le té'hybride tel qu'on le voit sur la figure (3.1.1) présente un plan de symétrie géométrique  $P_0$ . Sur les bras (1) et (3) on prend les plans de référence à égale distance du plan  $P_0$ .

Avant d'écrire la matrice  $S$ , il est intéressant d'examiner les effets de symétrie géométrique et de réciprocité.

Par symétrie géométrique :

$$(3.1.2) \quad S_{11} = S_{22}; \quad S_{31} = S_{32}; \quad S_{41} = -S_{42}$$

Les bras (3) et (4) étant découplés entre eux, alors :

$$(3.1.3) \quad S_{34} = 0$$

Par réciprocité :

$$(3.1.4) \quad S_{12} = S_{21}; \quad S_{13} = S_{31}; \quad S_{14} = S_{41}$$

$$S_{32} = S_{23}; \quad S_{24} = S_{42}; \quad S_{34} = S_{43}$$

Compte-tenu de ces relations, la matrice de répartition sera :

$$(3.1.5) \quad S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & S_{11} & S_{13} & -S_{14} \\ S_{13} & S_{13} & S_{33} & 0 \\ S_{14} & -S_{14} & 0 & S_{44} \end{bmatrix}$$

Les paramètres  $S_{11}$ ;  $S_{33}$  et  $S_{44}$  sont des coefficients de réflexion propres à la jonction (les terminaisons étant toutes adoptées).

L'expression (3.1.5) tient compte de toutes les propriétés du té'hybride sauf l'absence de pertes. Ecrivons donc que la matrice  $S$  est unitaire.

Il en découle un système d'équations qui nous permet de réduire le nombre de paramètres indéterminés et d'écrire la matrice  $S$  avec un petit nombre de paramètres libres.

L'unicité de la matrice  $S$  se traduit par la relation suivante :

$$(3.1.6) \quad \sum_{p=1}^n S_{pi} \cdot S_{pj} = \delta_{ij} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \delta_{ij} = 1 & \text{pour } i=j \\ \delta_{ij} = 0 & \text{pour } i \neq j \end{cases}$$

$\delta$ : symbole de Kronecker.

Les éléments  $S_{ij}$  sont écrits sous la forme :

$$(3.1.7) \quad S_{ij} = a_{ij} e^{j\phi_{ij}} \quad \text{avec} \quad 0 < a_{ij} < 1$$

a) Considérons le cas où  $a_{12} \neq 0$

Explicitons la relation matricielle  $[S]^* [S] = [I]$

$$(3.1.8) \quad \left[ \begin{array}{cccc} a_{11} e^{-j\phi_{11}} & a_{12} e^{-j\phi_{12}} & a_{13} e^{-j\phi_{13}} & a_{14} e^{-j\phi_{14}} \\ a_{12} e^{-j\phi_{12}} & a_{22} e^{-j\phi_{22}} & a_{23} e^{-j\phi_{23}} & a_{24} e^{-j\phi_{24}} \\ a_{13} e^{-j\phi_{13}} & a_{23} e^{-j\phi_{23}} & a_{33} e^{-j\phi_{33}} & 0 \\ a_{14} e^{-j\phi_{14}} & a_{24} e^{-j\phi_{24}} & 0 & a_{44} e^{-j\phi_{44}} \end{array} \right] \times \left[ \begin{array}{cccc} a_{11} e^{j\phi_{11}} & a_{12} e^{j\phi_{12}} & a_{13} e^{j\phi_{13}} & a_{14} e^{j\phi_{14}} \\ a_{12} e^{j\phi_{12}} & a_{22} e^{j\phi_{22}} & a_{23} e^{j\phi_{23}} & a_{24} e^{j\phi_{24}} \\ a_{13} e^{j\phi_{13}} & a_{23} e^{j\phi_{23}} & a_{33} e^{j\phi_{33}} & -a_{14} e^{j\phi_{14}} \\ a_{14} e^{j\phi_{14}} & a_{24} e^{j\phi_{24}} & 0 & a_{44} e^{j\phi_{44}} \end{array} \right] = [I]$$

En effectuant le produit, il en découle deux propriétés :

- Propriété I : la somme des carrés des éléments de chaque colonne est égale à l'unité.

$$(3.1.9) \quad \left\{ \begin{array}{l} a_{11}^2 + a_{12}^2 + a_{13}^2 + a_{14}^2 = 1 \quad (a) \\ a_{12}^2 + a_{21}^2 + a_{23}^2 + a_{24}^2 = 1 \quad (b) \\ a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 = 1 \quad (c) \\ a_{14}^2 + a_{24}^2 + a_{44}^2 = 1 \quad (d) \end{array} \right.$$

On constate que les équations (a) et (b) sont identiques, le système est donc réduit à trois équations indépendantes qui permettent de déterminer les  $a_{ij}$  ( $i \neq j$ ) en fonction des  $a_{ii}$  ou réciproquement.

Propriété II: Les produits scalaires deux à deux des colonnes sont nuls.

$$(3.1.10) \quad \begin{aligned} (e) \quad & a_{11}a_{12}e^{j(\phi_{12}-\phi_{11})} + a_{11}a_{12}e^{j(\phi_{11}-\phi_{12})} + a_{13}^2 - a_{14}^2 = 0 \\ (f) \quad & a_{11}a_{13}e^{j(\phi_{13}-\phi_{11})} + a_{12}a_{13}e^{j(\phi_{13}-\phi_{12})} + a_{13}a_{13}e^{j(\phi_{13}-\phi_{13})} = 0 \\ (g) \quad & a_{11}a_{14}e^{j(\phi_{14}-\phi_{11})} - a_{12}a_{14}e^{j(\phi_{14}-\phi_{12})} + a_{14}a_{14}e^{j(\phi_{14}-\phi_{14})} = 0 \end{aligned}$$

On a retenu que les équations indépendantes.  
De la relation (3.1.9) on tire :

$$a_{13} = \sqrt{\frac{1-a_{33}^2}{2}} \quad ; \quad a_{14} = \sqrt{\frac{1-a_{44}^2}{2}}$$

Dans l'équation (a), on remplace  $a_{13}$  et  $a_{14}$  par leurs valeurs soit :

$$a_{11}^2 + a_{12}^2 = \frac{(a_{33} + a_{44})^2}{4} + \frac{(a_{33} - a_{44})^2}{4}$$

Pour respecter l'unicité de [S], on admet que :

$$(3.1.11) \quad a_{11} = \frac{a_{33} + a_{44}}{2} \quad ; \quad a_{12} = \frac{a_{33} - a_{44}}{2}$$

La détermination des phases dépend de la position des plans de référence.

Effectuons un choix tel que :

$$(3.1.12) \quad \phi_{33} = \phi_{44} = \phi.$$

et on détermine  $\phi_{11}$  et  $\phi_{12}$  en utilisant l'équation (e).

$$e^{j(\phi_{12}-\phi_{11})} + e^{-j(\phi_{12}-\phi_{11})} = -\frac{a_{13}^2 + a_{14}^2}{a_{11}a_{12}}$$

ou bien :  $\cos(\phi_{12}-\phi_{11}) = \frac{a_{33}^2 - a_{44}^2}{a_{33}^2 - a_{44}^2}$

$$\cos(\phi_{12}-\phi_{11}) = 1 \Rightarrow \phi_{12} - \phi_{11} = 0 \quad (\text{ou } \phi_{12} - \phi_{11} = 2k\pi).$$

Prenons les plans  $P_1$  et  $P_2$  de façon que :

$$(3.1.13) \quad \begin{aligned} \phi_{11} &= \phi + \pi \\ \phi_{12} &= \phi + \pi \end{aligned}$$

Le même calcul que le précédent nous donne.

$$2\phi_{14} - \phi_{44} - \phi_{11} = (2k+1)\pi$$

d'où :

$$\phi_{14} = (k+1)\pi + \phi \quad (3.1.14)$$

$$\text{de même} \quad \phi_{13} = (k'+1)\pi + \phi$$

Ecrivons par suite la matrice de transmission.

$$(3.1.15) \quad S = \frac{e^{j\phi}}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}}(a_{33} + a_{44}) & -\frac{1}{\sqrt{2}}(a_{33} - a_{44}) & \pm\sqrt{1-a_{33}^2} & \pm\sqrt{1-a_{44}^2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}(a_{33} - a_{44}) & -\frac{1}{\sqrt{2}}(a_{33} + a_{44}) & \mp\sqrt{1-a_{33}^2} & \mp\sqrt{1-a_{44}^2} \\ \pm\sqrt{1-a_{33}^2} & \pm\sqrt{1-a_{33}^2} & \sqrt{2}a_{33} & 0 \\ \pm\sqrt{1-a_{44}^2} & \mp\sqrt{1-a_{44}^2} & 0 & \sqrt{2}a_{44} \end{bmatrix}$$

$\pm$  : le signe supérieur correspond à le pair.  
le signe inférieur correspond à l'impair.

On remarque que le nombre de paramètres est réduit dont un est formel (la phase  $\phi$ ).

La phase  $\phi$  sera fonction du choix des plans de référence.

L'expression de la matrice  $S$  interprète toutes les propriétés du té'hybride ; celui-ci n'étant pas adapté à la jonction puisque  $S_{11} \neq 0$ .

Le dispositif, malgré l'absence d'adaptation, agit comme équipartiteur de puissance.

b). Cas où  $a_{12} = 0$  ce qui entraîne  $a_{33} = a_{44} = \alpha$ .  
Par conséquent :

$$|S_{11}| = |S_{44}| = |S_{33}| = \alpha.$$

$$|S_{13}| = |S_{41}| = \sqrt{1-\alpha^2}$$

Un calcul analogue au précédent nous donne :

$$\begin{aligned}\phi_{33} &= 2\phi_{13} - \phi_{11} + \pi \\ \phi_{44} &= 2\phi_{14} - \phi_{11} + \pi\end{aligned}\quad (3.1.17)$$

La matrice unitaire  $S$  doit maintenant être écrite

$$(3.1.18) \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \sqrt{2}\alpha e^{j\phi_{11}} & 0 & \sqrt{1-\alpha^2} e^{j\phi_{13}} & \sqrt{1-\alpha^2} e^{j\phi_{14}} \\ 0 & \sqrt{2}\alpha e^{j\phi_{11}} & \sqrt{1-\alpha^2} e^{j\phi_{13}} & -\sqrt{1-\alpha^2} e^{j\phi_{14}} \\ \sqrt{1-\alpha^2} e^{j\phi_{13}} & \sqrt{1-\alpha^2} e^{j\phi_{13}} & -\sqrt{2}\alpha e^{j(\phi_{13}-\phi_{11})} & 0 \\ \sqrt{1-\alpha^2} e^{j\phi_{14}} & -\sqrt{1-\alpha^2} e^{j\phi_{14}} & 0 & -\sqrt{2} e^{j(2\phi_{14}-\phi_{11})} \end{bmatrix}$$

avec quatre paramètres indéterminés :  $\alpha, \phi_{11}, \phi_{13}, \phi_{14}$ .

$a_{12}=0$  signifie que les bras (1) et (2) sont découpés.

Dans ce cas considéré, deux paires de bras sont découpées entre eux, à savoir les bras (3) et (4) d'une part et les bras (1) et (2) d'une autre part.

c). Cas particulier. (té magique).

Posons  $\alpha=0$  ce qui entraîne  $|S_{ii}|=0$

On voit que tous les éléments diagonaux sont nuls. D'autant plus que la matrice  $S$  est toujours unitaire

Le té hybride est complètement adapté à la fonction (car les  $S_{ii}=0$ ) ; ainsi le té hybride est appelé té magique.

### 3.2 - TE MAGIQUE

3.2.1.- Définition: c'est un té hybride tel que  $S_{33} = S_{44} = 0$

#### 3.2.2-Matrice de transmission:

Pour obtenir l'adaptation à la fonction dûte, on place dans les bras (3) et (4) des obstacles appropriés. Comme ces bras sont découplés entre eux, on peut effectuer des réglages séparément jusqu'à ce qu'on arrive à l'adaptation des bras à la fonction.

Cette adaptation est assurée sur une bande de fréquence de largeur voisine de 10%.

On sait que  $\alpha = 0$

les bras (3) et (4) étant adaptés à la fonction,  
d'où :

$$S_{33} = 0, \quad S_{44} = 0$$

La matrice  $S$  s'écrit :

$$(3.2.1) \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & e^{j\phi_{13}} & e^{j\phi_{14}} \\ 0 & 0 & e^{j\phi_{13}} & -e^{j\phi_{14}} \\ e^{j\phi_{13}} & e^{j\phi_{13}} & 0 & 0 \\ e^{j\phi_{14}} & -e^{j\phi_{14}} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On a deux paramètres identiques  $\phi_{13}$  et  $\phi_{14}$ , ils dépendent du choix des plans de référence.

Pour ce qui est des plans  $P_1$  et  $P_2$ , la seule restriction imposée est qu'ils soient à égale distance de  $P_0$ .

Choisissons les plans  $P_3$  et  $P_4$  de sorte que :

$$(3.2.2) \quad \phi_{13} = 2m\pi, \quad \phi_{14} = 2n\pi \quad (m, n : des entiers).$$

Ainsi la matrice de répartition se trouve complètement déterminée avec ses coefficients tous réels.

$$(3.2.3) \quad S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

### 3.2.3 - Propriétés du té magique

- C'est un octopôle sans pertes et réciproque
- Adaptation complète à la jonction.
- Avec deux paires de bras (1)-(2) et (3)-(4) complètement découplés entre-eux.

On peut représenter schématiquement le té magique comme la figure (3.2.1) l'indique.

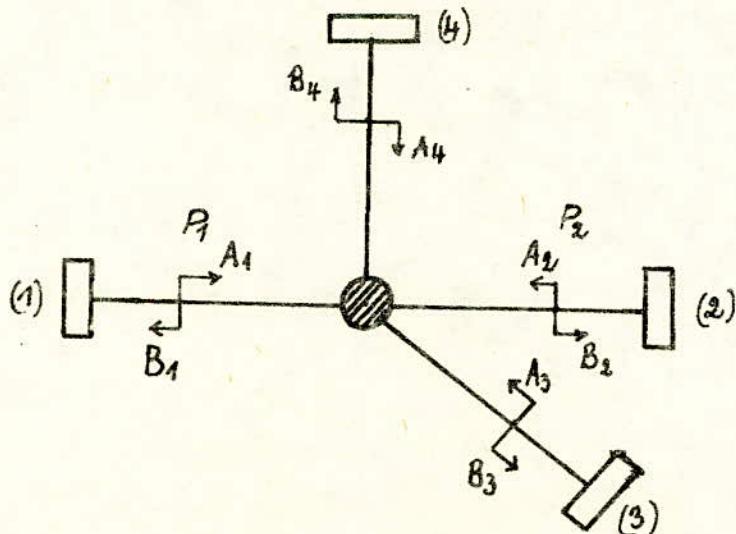


fig 3.2.1: Représentation schématique du té magique.

①: la jonction est adaptée.

### 3.2.4 - Schéma équivalent du té magique

Le té magique est une combinaison de té plan E et té plan H. Son circuit résulte de l'association des circuits équivalents aux té's qui le composent.

Il est donc préférable d'étudier séparément les schémas équivalents des deux té's.

#### A - Té plan E ou té série

Le té est un dispositif hyperfréquence, constitué d'un guide principal sur lequel est greffé perpendiculairement un autre tronçon de guide.

Le té plan E est composé d'un guide principal comportant un tronçon de guide greffé sur la face large (fig. 3.2.2).

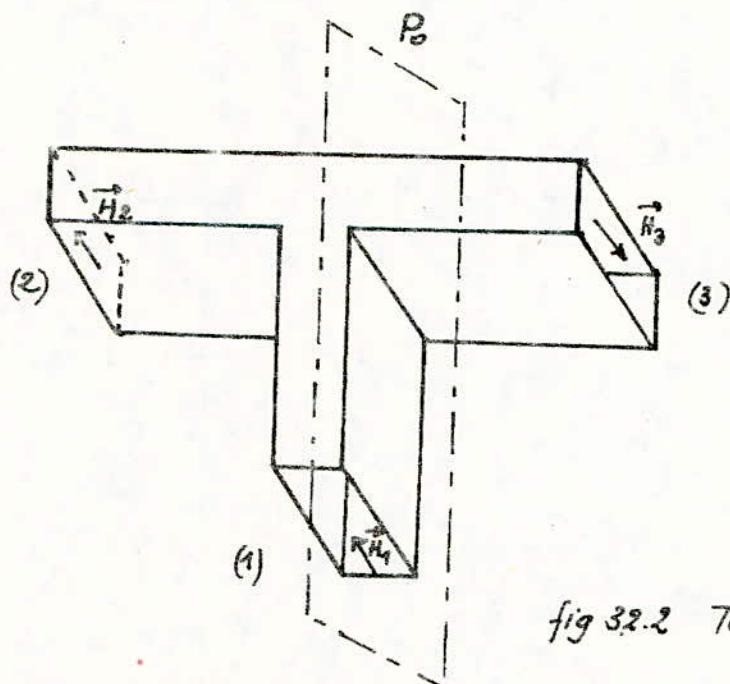


fig 3.2.2 Té plan E.

$P_0$  étant le plan d'asymétrie géométrique.

En choisissant les plans de référence  $P_2$  et  $P_3$  à égale distance de  $P_0$ , on peut avoir les deux bras (2) et (3) en série. Ceci se comprend car si on termine le bras (1) par un court-circuit, le quadripôle (2;3) se comportera comme un quadripôle à diffraction antisymétrique.

La relation définissant le quadripôle à diffraction antisymétrique se traduit par :

$$(3.2.4) \quad \vec{H}_2 = -\vec{H}_3 \quad \vec{H}_i = \vec{h}_i (A_i - B_i).$$

$H$ : champ magnétique.

$\vec{h}$ : onde unité.

Pour connaître le champ magnétique  $H$ , il suffit de connaître la quantité  $(A - B)$ .

$$(3.2.5) \quad \begin{aligned} \vec{H}_2 &= (A_2 - B_2) \vec{h}_2 \\ \vec{H}_3 &= (A_3 - B_3) \vec{h}_3 \end{aligned} \quad \text{où } \vec{h}_2 = -\vec{h}_3$$

La relation (3.2.4) s'écrit :

$$(3.2.6) \quad A_2 - B_2 = - (A_3 - B_3).$$

### Matrice de transmission d'un plan E

Par réciprocité :

$$(3.2.7) \quad S_{13} = S_{31}, \quad S_{12} = S_{21}, \quad S_{23} = S_{32}$$

Les relations (3.2.6) et (2.1.5) nous permettent d'écrire l'égalité suivante :

$$(3.2.8) \quad -S_{12}A_1 + (1-S_{22})A_2 - S_{23}A_3 = S_{13}A_1 + S_{23}A_2 + A_3 (S_{33}-1).$$

L'égalité reste vraie pour tous les  $A_i$ . Par conséquent :

$$(3.2.9) \quad S_{12} = -S_{13}, \quad 1 - S_{22} = S_{23}, \quad S_{33} = S_{22}$$

La matrice  $S$  sera donc :

$$(3.2.10) \quad [S] = \begin{bmatrix} \alpha_{11} e^{j\phi_{11}} & \alpha_{12} e^{j\phi_{12}} & -\alpha_{13} e^{j\phi_{13}} \\ \alpha_{12} e^{j\phi_{12}} & \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} & 1 - \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} \\ \alpha_{13} e^{j\phi_{13}} & 1 - \alpha_{23} e^{j\phi_{23}} & \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} \end{bmatrix}$$

$$(3.2.11) \quad \text{Choisissons le plan } P_1 \text{ tel que l'élément } S_{12} \text{ soit réel et positif.} \\ S_{12} = \alpha_{12}, \quad \phi_{12} = 0 \Rightarrow \phi_{13} = 0 \Rightarrow S_{13} = -\alpha_{12}.$$

La relation (3.2.10) devient :

$$(3.2.12) \quad [S] = \begin{bmatrix} \alpha_{11} e^{j\phi_{11}} & \alpha_{12} & -\alpha_{12} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} & 1-\alpha_{22} e^{j\phi_{22}} \\ -\alpha_{12} & 1-\alpha_{22} e^{j\phi_{22}} & \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} \end{bmatrix}$$

L'unitarité de  $[S]$  nous donne :

$$\alpha_{11}^2 + \alpha_{12}^2 + \alpha_{22}^2 = 1 \Rightarrow \alpha_{12} = \left( \frac{1-\alpha_{11}^2}{2} \right)^{1/2} \quad (3.2.13)$$

$$\alpha_{11} \alpha_{12} e^{-j\phi_{11}} + \alpha_{12} \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} - \alpha_{12} (1-\alpha_{22} e^{j\phi_{22}}) = 0$$

$$\alpha_{11} e^{-j\phi_{11}} + 2 \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} = 1$$

$$\alpha_{11} \cos \phi_{11} - 2 \alpha_{22} \cos \phi_{22} = 1$$

$$\alpha_{11} \sin \phi_{11} - 2 \alpha_{22} \sin \phi_{22} = 0 \Rightarrow \sin \phi_{11} = \frac{2 \alpha_{22} \sin \phi_{22}}{\alpha_{11}} \quad (3.2.14)$$

$$-\alpha_{12}^2 + \alpha_{22} e^{-j\phi_{22}} - \alpha_{22}^2 + \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} - \alpha_{22}^2 = 0$$

$$\alpha_{12}^2 + 2 \alpha_{22}^2 = 2 \alpha_{22} \cos \phi_{22}$$

$$(3.2.15) \quad \cos \phi_{22} = \frac{\alpha_{12}^2 + 2 \alpha_{22}^2}{2 \alpha_{22}} \quad \text{d'où} \quad \cos \phi_{11} = \frac{1 - \alpha_{12}^2 - 2 \alpha_{22}^2}{\alpha_{11}} \quad (3.2.16)$$

Considérons le bras (1) adapté à la fonction (c.-à.-d.  $\alpha_{11}=0$ )

La relation (3.2.13) devient :

$$(3.2.17) \quad \alpha_{12}^2 = \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \alpha_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\alpha_{12}$  étant réel et positif.

Dans l'expression (3.2.16) le dénominateur est nul, pour que  $\phi_{11}$  ait une valeur réelle il faut que le numérateur soit nul.

Donc :

$$1 - \alpha_{12}^2 - 2 \alpha_{22}^2 = 0 \Rightarrow \alpha_{22} = \frac{1}{2} \quad (3.2.18)$$

L'expression (3.2.15) devient :

$$(3.2.19) \quad \cos \phi_{22} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 1 \Rightarrow \phi_{22} = 0 \quad (\text{à } 2k\pi \text{ près}).$$

La matrice  $S$  du té série s'écrit avec des paramètres tous réels.

$$(3.2.20) \quad S = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Le schéma équivalent d'un té série est comme la figure (3.2.3) l'indique.

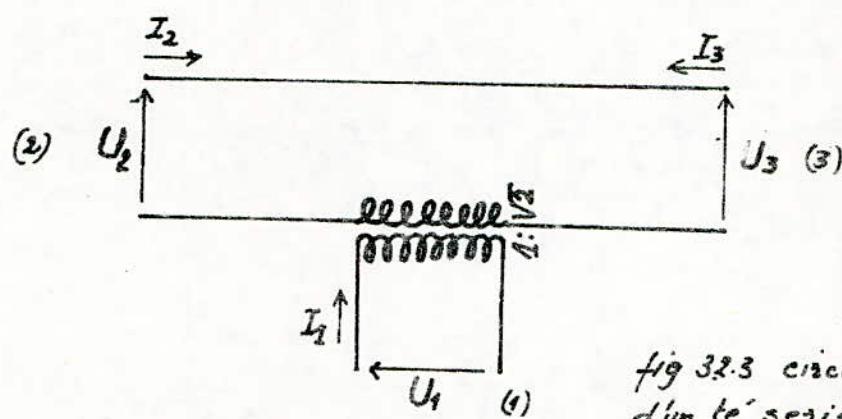


fig 3.2.3 circuit équivalent d'un té série.

On obtient un transformateur de rapport  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

### B- Té plan H ou té parallèle

Pour le té plan H, le tronçon de guide est branché sur la face étroite du guide principal fig (3.2.4).

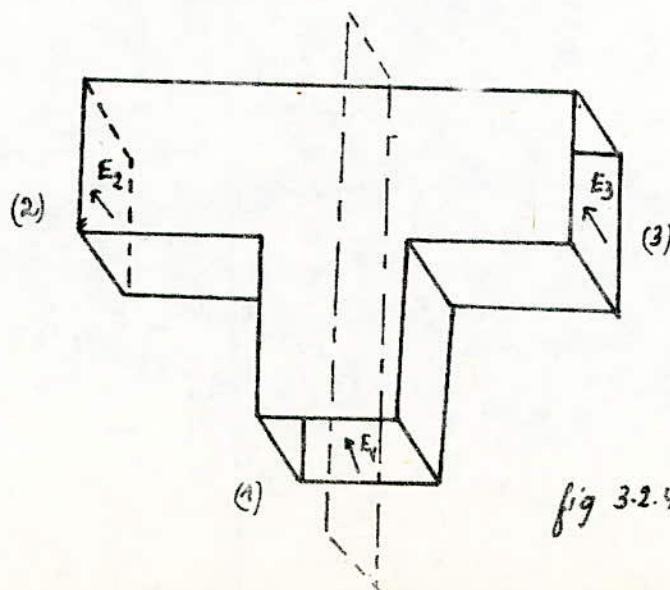


fig 3.2.4 : té parallèle.

Ce té est aussi appeler té parallèle, du fait que si le bras (y) est terminé par un court-circuit, le quadripôle (2.8) se comportera comme un quadripôle à diffraction symétrique.

Nous avons donc la relation :

$$(3.2.21) \quad \vec{E}_2 = \vec{E}_3 \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} \vec{E}_2 &= \vec{e}_2 (A_2 + B_2) \\ \vec{E}_3 &= \vec{e}_3 (A_3 + B_3) \end{aligned}$$

$(\vec{e}_2, \vec{e}_3)$  : sont les ondes unités  $\vec{e}_2 = \vec{e}_3$   
la relation (3.2.21) s'écrit :

$$(3.2.22) \quad A_2 + B_2 = A_3 + B_3$$

Compte-tenu de la réciprocité (3.2.7) et des relations (3.2.22) et (3.1.5), on trouve :

$$(3.2.23) \quad \begin{aligned} 1 + S_{22} &= S_{23} = S_{32} \\ S_{22} &= S_{33} \\ S_{12} &= S_{13} \end{aligned}$$

En tenant compte des équations trouvées et du choix de  $P_1$ , la matrice de transmission sera :

$$(3.2.24) \quad S = \begin{bmatrix} \alpha_{11} e^{j\phi_{11}} & \alpha_{12} & \alpha_{12} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} & 1 + \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} \\ \alpha_{12} & 1 + \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} & \alpha_{22} e^{j\phi_{22}} \end{bmatrix}$$

[S] doit être unitaire : alors,

$$(3.2.25) \quad \alpha_{12}^2 = \frac{1 - \alpha_{11}^2}{2}$$

$$(3.2.26) \quad \cos \phi_{11} = \frac{\alpha_{12}^2 + 2\alpha_{22} - 1}{\alpha_{11}} \quad ; \quad \cos \phi_{22} = - \frac{2\alpha_{22}^2 + \alpha_{12}^2}{2\alpha_{22}^2} \quad (3.2.27)$$

$$(3.2.28) \quad \sin \phi_{11} = \frac{2\alpha_{12} \sin \phi_{22}}{\alpha_{11}}$$

Supposons que le bras (1) est adapté à la jonction ( $\alpha_{11}=0$ ) la relation (3.2.25) devient :

$$(3.2.29) \quad \alpha_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

il vient :

$$(3.2.30) \quad \alpha_{22} = \frac{1}{2}$$

$$\cos \phi_{22} = -1 \Rightarrow \phi_{22} = \pi \quad (2k\pi \text{ près})$$

k : entier.

On obtient alors la matrice :

$$(3.2.31) \quad [S] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Les éléments de [S] sont tous réels.

Le schéma équivalent est un transformateur de rapport  $\sqrt{2}:1$  fig(3.25)

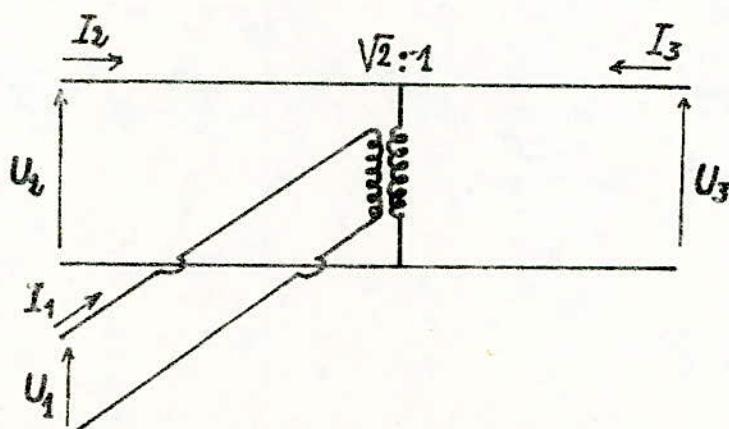


fig: 3.2.5. circuit équivalent d'un té' parallèle ayant le bras (1) adapté à la jonction.

En associant les deux circuits équivalents (des tés série et parallèle), on obtient le circuit équivalent du té magique. fig(3-2-6)

Il comporte deux transformateurs  $T_3$  et  $T_4$  de rapport  $V_2$  et  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  respectivement.

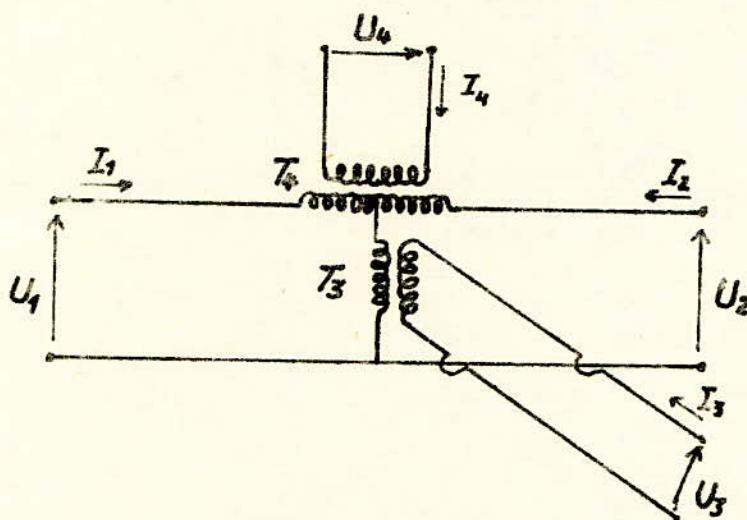


fig. 3-2-6. Circuit équivalent du té magique.

### 3.2.5- Graphe de fluence

Un multipôle est tout le temps décrit par des paramètres de dispersion. Le mérite est donné à ces paramètres car si on utilise les paramètres de [Z] ou de [Y], leur mesure donnera naissance à des parasites dans le domaine de très hautes fréquences. Par contre, les paramètres de dispersion peuvent être mesurer à toute fréquence. Ces paramètres présentent aussi un avantage puisqu'ils décrivent le signal de fluence à l'intérieur du multipôle.

Le graphe de fluence est propre au multipôle considéré et il fait appel à l'analyse du flux d'énergie. Ce graphe possède deux (2) noeuds pour chaque bras du multipôle; un noeud pour l'onde incidente et un noeud pour l'onde émergente. Au niveau du même bras il existe une liaison entre les deux noeuds. A chaque liaison entre noeuds d'un même bras ou de bras différents, on associe le paramètre  $S_{ij}$  correspondant.

Avant de décrire le graphe de fluence du té'hybride, on étudie d'abord le cas d'un quadripôle à 2 portes. les résultats obtenus se généralisent au té'hybride.

#### Graphe de fluence d'un quadripôle fig.(3.2.8)

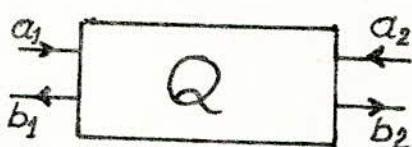


fig.3.2.7 : Mise en évidence des ondes ( $A_i B_j$ ) dans le quadripôle

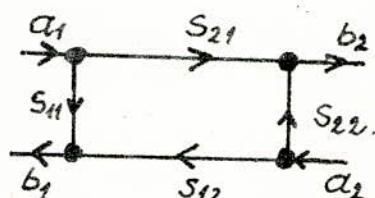


fig.3.2.8 : Graphe de fluence d'un quadripôle .

Excitons le quadripôle par l'onde incidente ( $\alpha_1$ ), celle-ci est en partie réfléchie suivant le chemin  $S_{11}$  pour sortir du noeud ( $b_1$ ), et en partie transmise suivant  $S_{21}$  et sort du noeud ( $b_2$ ). De même, si le quadripôle possède des réflexions au niveau du plan  $P_2$ , l'onde incidente  $\alpha_2$  se partage en deux ondes réfléchie et transmise comme la figure (3.2.8) l'indique.

Suivant les flèches du graphe de fluence, on écrit :

$$(3.2.8a) \quad b_1 = S_{11} \alpha_1 + S_{12} \alpha_2 \quad \text{et} \quad b_2 = S_{21} \alpha_1 + S_{22} \alpha_2$$

En analysant ces équations, on peut facilement mesurer les paramètres  $S_{ij}$ .

Supposons que le bras (2) est fermé par une charge adaptée c.-à-d.  $\alpha_2 = 0$ , il vient :

$$(3.2.33) \quad \begin{aligned} b_1 &= S_{11} \alpha_1 \Rightarrow S_{11} = \frac{b_1}{\alpha_1} \\ b_2 &= S_{21} \alpha_1 \Rightarrow S_{21} = \frac{b_2}{\alpha_1} \end{aligned}$$

De même, si le bras (1) est fermé sur une charge adaptée, on trouve :

$$(3.2.34) \quad \begin{aligned} S_{12} &= \frac{b_1}{\alpha_2} \\ S_{22} &= \frac{b_2}{\alpha_2} \end{aligned}$$

Le graphe de fluence d'un octopôle s'interprète de la même façon.

On donne les graphes de fluence d'un octopôle (fig. 3.2.9), d'un té' hybride (fig. 3.2.10) et d'un té' magique fig (3.2.11).

fig(3.2.9): Graphe de fluence d'un octopôle

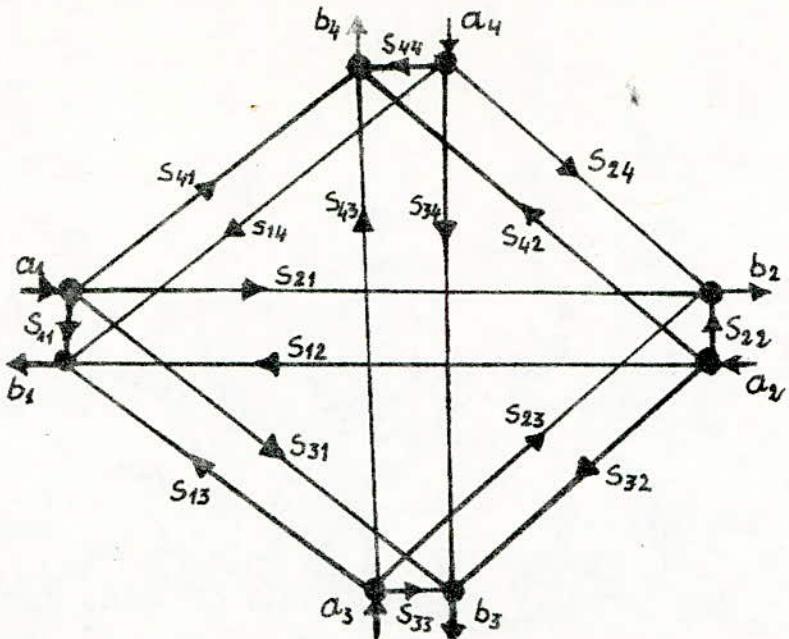
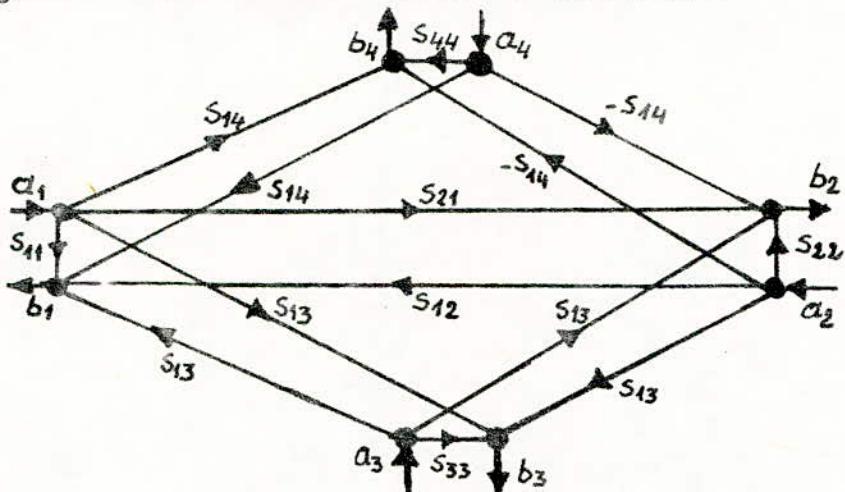
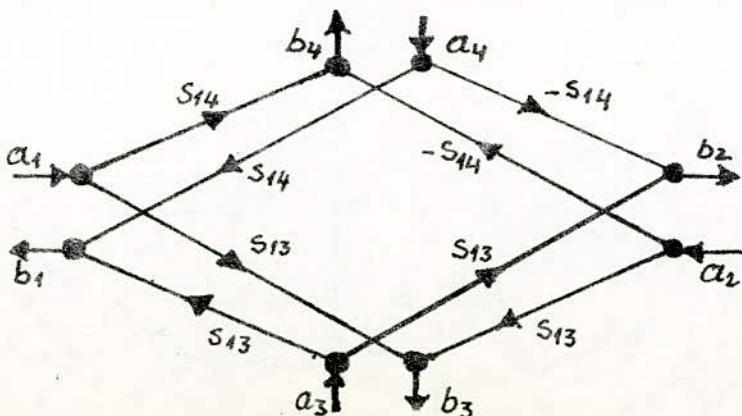


fig 3.2.10: Graphe de fluence d'un té' hybride



$$\begin{aligned} s_{23} &= s_{13} = s_{32} \\ -s_{14} &= s_{42} = s_{24} \\ s_{34} &= s_{43} = 0 \\ s_{11} &= s_{22} \\ s_{14} &= s_{41} \end{aligned}$$

fig 3.2.11: Graphe de fluence d'un té' magique adapté à la jonction.



$$\begin{aligned} s_{11} &= s_{22} = s_{33} = s_{44} = 0 \\ s_{12} &= s_{21} = s_{34} = s_{43} = 0 \\ s_{14} &= s_{41} = -s_{24} = -s_{42} \\ s_{13} &= s_{31} = s_{23} = s_{32} \end{aligned}$$

### 3.2.6- Fonctionnement d'un té magique avec des terminaisons adaptées

Dans le cas où les charges sont quelconques, en développant la relation matricielle (2.4.5), on obtient le système d'équations suivant :

$$(3.2.35) \quad \begin{aligned} B_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_3 + A_4) & B_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_3 - A_4) \\ B_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 + A_2) & B_4 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 - A_2) \end{aligned}$$

La puissance moyenne qui sort par le plan de référence P<sub>c</sub> est donnée par l'équation :

$$W_i = \frac{1}{2} B_i^* B_i = \frac{1}{2} |B_i|^2 ; \text{ de même pour la puissance moyenne incidente : } W_i = \frac{1}{2} A_i^* A_i = \frac{1}{2} |A_i|^2 .$$

- Considerons maintenant le cas où toutes les terminaisons sont fermées par des charges adaptées, sauf le bras qui comporte le générateur d'excitation.  
1- le générateur est couplé au bras (1) :

Il excite le dispositif par l'onde A<sub>1</sub>. Par conséquent toutes les ondes A<sub>j</sub> ( $j = 2, 3, 4$ ) sont nulles.

Dans ce cas les équations (3.2.35) deviennent :

$$B_1 = B_2 = 0 \quad B_3 = B_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} A_1 \quad (3.2.36)$$

$$\text{de même : } W_1 = W_2 = 0 \quad W_3 = W_4 = \frac{1}{4} |A_1|^2 \quad (3.2.37)$$

Conclusion 1: En excitant le té magique par le bras (1), on obtient une équpartition de puissance en (3) et (4); du bras (2) il n'y a aucune puissance qui sort.

2- Le générateur est couplé au bras (2)

Soit A<sub>2</sub> maintenant l'onde incidente : donc A<sub>1</sub> = A<sub>3</sub> = A<sub>4</sub> = 0

$$(3.2.38) \quad \begin{aligned} B_1 = B_2 &= 0 & B_3 &= \frac{1}{\sqrt{2}} A_2 \\ && B_4 &= -\frac{1}{\sqrt{2}} A_2 \end{aligned}$$

Les ondes sortantes des bras correspondants sont en opposition de phase.

$$(3.2.39) \quad W_1 = W_2 = 0 \quad W_3 = W_4 = \frac{1}{4} |A_2|^2$$

Conclusion 2: La puissance se répartie également dans (3) et (4) mais rien dans (1).

Les résultats obtenus avec générateur en (3) et (4) sont figurés dans le tableau.

— Considérons maintenant le cas où le té' magique est excité par deux générateurs (ces générateurs doivent être synchronisés sur la fréquence de fonctionnement du té' magique).

1<sup>er</sup> cas: Les deux générateurs attaquent le té' par (2) et (4) avec deux signaux de même amplitude et de même phase.

Soit:  $A_1 = A_2$  et  $A_3 = A_4 = 0$

on trouve:

$$(3.2.40) \quad \begin{array}{lll} B_1 = 0 & B_3 = \sqrt{2} \cdot A_1 & W_1 = W_2 = 0 \\ B_2 = 0 & B_4 = 0 & W_3 = |A_1|^2, \quad W_4 = 0 \end{array} \quad (3.2.41)$$

on remarque dans ce cas qu'il y'a sommation de deux signaux en phase; mais aucune onde ne sort du bras (4).

— cas où les signaux sont en opposition de phase.

Soit:  $-A_1 = A_2$  et  $A_3 = A_4 = 0$

on trouve:

$$\begin{array}{lll} B_1 = 0 & B_3 = 0 \\ B_2 = 0 & B_4 = -\sqrt{2} A_1 \end{array} \quad (3.2.42)$$

On a addition de deux signaux en opposition de phase dans le bras (4) et aucune onde ne sort du bras (3).

2<sup>er</sup> cas: Les deux générateurs sont placés en (3) et (4).

Les terminaisons (1) et (2) sont fermées par des charges adaptées. A l'entrée des bras (4) et (3), on a deux ondes  $A_3$  et  $A_4$  ayant la même amplitude et la même phase.

Soit:  $A_3 = A_4$  et  $A_1 = A_2 = 0$

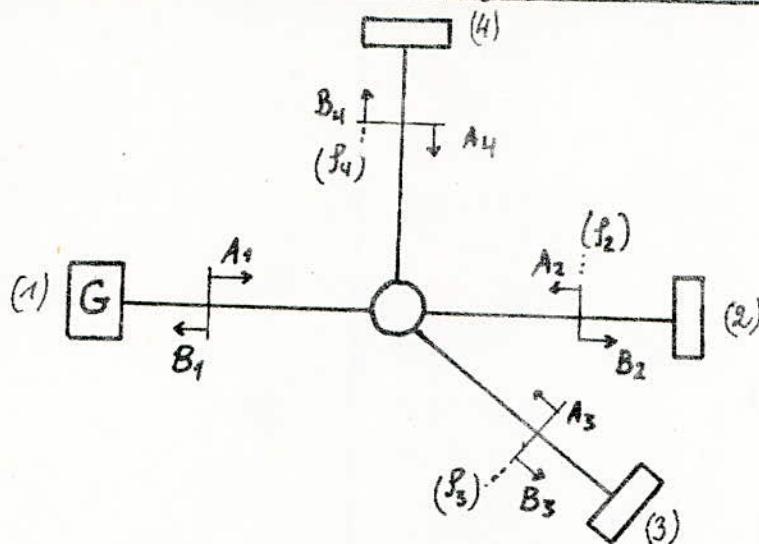
Le système (3.2.35) devient.

$$(3.2.43) \quad \begin{array}{lll} B_2 = B_3 = B_4 = 0 & il \text{ vient.} & W_1 = |A_3|^2 \\ B_1 = \sqrt{2} A_3 & & W_2 = W_3 = W_4 = 0 \end{array} \quad (3.2.44)$$

Conclusion: les deux générateurs en (3) et (4) émettent une puissance qui sort totalement du bras (1) et rien ne sort par le bras (2).

Les résultats de tous les cas possibles sont groupés dans le tableau (3.2.1).

### 3.2.7 - Fonctionnement d'un té'magique à terminaisons quelconques.



On alimente le té'magique par l'un de ses bras, et les autres bras comportent des charges passives caractérisées par leur coefficient de réflexion que l'on ramène au plan de référence correspondant.

Admettons que le bras (1) émet une onde  $A_1$ , sur les autres terminaisons des réflexions se produisent.

$$(3.2.44) \quad A_j = S_j B_j \quad A_j : \text{représente l'onde réfléchie par la charge placée sur le bras}(j).$$

A partir des équations (3.2.35) et (3.2.44), on peut déterminer toutes les ondes ( $A, B$ ) en fonction des coefficients de charges correspondantes et de l'onde émise.

a - on place le générateur sur le bras (1)

L'équation (3.2.44) nous donne.

$$(3.2.45) \quad A_2 = S_2 B_2 ; \quad A_3 = S_3 B_3 ; \quad A_4 = S_4 B_4$$

Cherchons à exprimer les ondes  $B_j$  en fonction de  $A_1$  et  $S_j$ . Des équations (3.2.35) et (3.2.45) ont été.

$$B_1 = \frac{1}{2} [(S_3 + S_4)A_1 + (S_3 - S_4)S_2 B_2] \quad \text{et} \quad B_2 = \frac{B_1}{1 - S_2 S_4} - \frac{S_4}{1 - S_2 S_1} A_1 \quad (3.2.46)$$

En combinant ces équations, on trouve :

$$(3.2.47) \quad B_1 = \frac{(S_3 + S_4) - 2S_2 S_3 S_4}{2 - S_2 (S_3 + S_4)} A_1 \quad , \quad B_2 = \frac{S_3 - S_4}{2 - S_2 (S_3 + S_4)} A_1 \quad (3.2.48)$$

De la même façon, on détermine les ondes  $B_3$  et  $B_4$ .

$$(3.2.49) \quad B_3 = \sqrt{2} \frac{(1 - S_2 S_4)}{2 - S_2 (S_3 + S_4)} \cdot A_1 \quad B_4 = \sqrt{2} \frac{1 - S_2 S_3}{2 - S_2 (S_3 + S_4)} \cdot A_1 \quad (3.2.50)$$

b - on place le générateur sur le bras (2).

Le bras (1) est maintenant fermé par charge passive ayant un coefficient de réflexion  $S_1$  ramené au plan  $P_1$ .

$A_2$  : est l'onde incidente du générateur  
les ondes réfléchies sont :

$$(3.2.51) \quad A_1 = S_1 B_1, \quad A_3 = S_3 B_3, \quad A_4 = S_4 B_4.$$

On exprime  $B_1$  en fonction de  $A_2$ ,  $S_1$ ,  $S_3$  et  $S_4$ .

$$B_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_3 + A_4) = \frac{1}{\sqrt{2}} (S_3 B_3 + S_4 B_4)$$

$$B_1 = \frac{1}{2} (S_1 S_3 B_1 + A_2 S_3 + S_1 S_4 B_1 - A_2 S_4)$$

$$B_1 (2 - S_1 S_3 - S_1 S_4) = (S_3 - S_4) A_2$$

$$\text{d'où: } B_1 = \frac{S_3 - S_4}{2 - S_1 (S_3 + S_4)} \cdot A_2 \quad (3.2.52)$$

De la même façon on trouve :

$$(3.2.53) \quad B_2 = \frac{S_3 + S_4 - 2 S_1 S_3 S_4}{2 - S_1 (S_3 + S_4)} \cdot A_2 \quad ; \quad B_3 = \sqrt{2} \frac{1 - S_1 S_4}{2 - S_1 (S_3 + S_4)} A_2 \quad (3.2.54)$$

$$(3.2.55) \quad B_4 = \sqrt{2} \frac{-1 + S_1 S_3}{2 - S_1 (S_3 + S_4)} \cdot A_2$$

c - cas où le générateur est en (3).

$$(3.2.56) \quad A_1 = S_1 B_1; \quad A_2 = S_2 B_2 \quad A_4 = S_4 B_4.$$

on trouve:

$$B_2 = \frac{(1 - S_4 S_1)}{1 - S_4 S_2} B_1, \quad B_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ A_3 + \frac{S_4}{\sqrt{2}} (A_1 - S_2 B_2) \right]$$

on remplace  $B_2$  dans l'expression de  $B_1$ .

$$B_2 = \frac{A_3}{\sqrt{2}} + \frac{S_4 S_1}{2} B_1 - \frac{S_4 S_2 B_1}{2} \left( \frac{1 - S_4 S_1}{1 - S_4 S_2} \right)$$

$$B_1 \left[ 1 + \frac{S_4 S_2}{2(1 - S_4 S_2)} - \frac{S_4^2 S_2 S_1}{2(1 - S_4 S_2)} - \frac{S_4 S_1}{2} \right] = \frac{A_3}{\sqrt{2}}$$

Finalement, on trouve :

$$B_1 = \sqrt{2} \frac{1 - S_2 S_4}{2 - S_4 (S_1 + S_2)} \cdot A_3 \quad (3.2.57)$$

Demême ,

$$(3.2.58) \quad B_2 = \sqrt{2} \frac{1 - S_1 S_4}{2 - S_4 (S_1 + S_2)} A_3 \quad B_3 = \frac{S_1 + S_2 - 2 S_1 S_2 S_4}{2 - S_4 (S_1 + S_2)} A_3 \quad (3.2.59)$$

$$(3.2.60) \quad B_4 = \frac{S_1 - S_2}{2 - S_4 (S_1 + S_2)} A_3$$

Le calcul sera le même que le précédent quand on couple le générateur au bras (4). On donne seulement les ondes réfléchies par les charges passives

$$(3.2.61) \quad A_1 = S_1 B_1 ; \quad A_2 = S_2 B_2 ; \quad A_3 = S_3 B_3$$

les expressions des ondes émergentes  $B_1, B_2, B_3$  et  $B_4$  sont rassemblées dans le tableau (32.1).

### Conclusion:

1- Exammons le cas où le té est alimenté par le bras (3). Si les deux coefficients de réflexion  $S_1$  et  $S_2$  sont égaux ( $S_1 = S_2$ ), alors on n'obtient aucune onde sortante du bras (4) quelque soit  $S_4$ .

Cette hypothèse permet d'utiliser le té magique comme pont d'impédances.

2- Si  $S_1 = S_2 = 0$  c'est à dire les charges en (1) et (2) sont adaptées. En déduire  $B_3 = B_4 = 0$

Le dispositif fonctionne alors comme un équipartiteur de puissance.

De même, si on alimente le dispositif par le bras (4), on constatera les mêmes faits :

- $S_1 = S_2$  donne  $B_3 = 0$

- $S_1 = S_2 = 0$  donne  $B_3 = B_4 = 0$ .

Tableau (3.2.1). Fonctionnement d'un té magique à terminaisons adaptées.

$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$W_1^-$	$W_2^-$	$W_3^-$	$W_4^-$	Remarques
Equipartition de puissance (en phase)												
$A_1$	0	0	0	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_1$	$\frac{1}{\sqrt{2}} A_1$	0	0	$\frac{1}{4}  A_1 ^2$	$\frac{1}{4}  A_1 ^2$	(1) $\rightarrow$ (3) et (4) rien dans (2)
0	0	$A_3$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}} A_3$	$\frac{1}{\sqrt{2}} A_3$	0	0	$\frac{1}{4}  A_3 ^2$	$\frac{1}{4}  A_3 ^2$	0	0	(3) $\rightarrow$ (1) et (2) rien dans (4)
Equipartition de puissance (en opposition de phase)												
0	$A_2$	0	0	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_2$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot A_2$	0	0	$\frac{1}{4}  A_2 ^2$	$\frac{1}{4}  A_2 ^2$	(2) $\rightarrow$ (3) et (4), rien dans (1)
0	0	0	$A_4$	$\frac{1}{\sqrt{2}} A_4$	$-\frac{1}{\sqrt{2}} A_4$	0	0	$\frac{1}{4}  A_4 ^2$	$\frac{1}{4}  A_4 ^2$	0	0	(4) $\rightarrow$ (1) et (2), rien dans (3)
Addition de deux signaux égaux.												
$A_1$	$A_2 = A_1$	0	0	0	0	$\sqrt{2} A_1$	0	0	0	$ A_1 ^2$	0	(1) et (2) $\rightarrow$ (3), rien dans (4)
0	0	$A_3$	$A_4 = A_3$	$\sqrt{2} A_3$	0	0	0	$ A_3 ^2$	0	0	0	(3) et (4) $\rightarrow$ (1) rien dans (2)
Addition de deux signaux opposés												
$A_1$	$A_2 = -A_1$	0	0	0	0	0	$\sqrt{2} A_1$	0	0	0	$ A_1 ^2$	(1) et (2) $\rightarrow$ 4, rien dans (3)
0	0	$A_3$	$A_4 = -A_3$	0	$\sqrt{2} A_3$	0	0	0	$ A_3 ^2$	0	0	(3) et (4) $\rightarrow$ 2 rien dans (1)

Tableau: (3.2.2) Fonctionnement d'un té magique alimenté par un seul générateur, les autres bras aboutissant à charges possives quelconques (de coefficients de réflexion  $s_j$ ; ramenés aux plans de référence correspondants  $p_j$ ).

$A_1 =$	$A_2 =$	$A_3 =$	$A_4 =$	$B_1 =$	$B_2 =$	$B_3 =$	$B_4 =$
Générateur à la terminaison (1)							
$A_1$	$s_2 B_2$	$s_3 B_3$	$s_4 B_4$	$\frac{s_3 + s_4 - 2s_2 s_3 s_4}{D_1} A_4$	$\frac{s_3 - s_4}{D_1} A_4$	$\sqrt{2} \frac{1 - s_3 s_4}{D_1} A_1$	$\sqrt{2} \frac{1 - s_2 s_3}{D_1} A_1$
Générateur à la terminaison (2)							
$s_1 B_1$	$A_2$	$s_3 B_3$	$s_4 B_4$	$\frac{s_3 - s_4}{D_2} A_2$	$\frac{s_3 + s_4 - 2s_1 s_3 s_4}{D_2} A_2$	$\sqrt{2} \frac{1 - s_1 s_4}{D_2} A_2$	$\sqrt{2} \frac{1 + s_1 s_3}{D_2} A_2$
Générateur à la terminaison (3)							
$s_1 B_1$	$s_2 B_2$	$A_3$	$s_4 B_4$	$\sqrt{2} \frac{1 - s_2 s_4}{D_3} A_3$	$\sqrt{2} \frac{1 - s_1 s_4}{D_3} A_3$	$\frac{s_1 + s_2 - 2s_1 s_2 s_4}{D_3} A_3$	$\frac{s_1 - s_2}{D_3} A_3$
Générateur à la terminaison (4)							
$s_1 B_1$	$s_2 B_2$	$s_3 B_3$	$A_4$	$\sqrt{2} \frac{1 - s_2 s_3}{D_4} A_4$	$\sqrt{2} \frac{-1 + s_1 s_3}{D_4} A_4$	$\frac{s_1 - s_2}{D_4} A_4$	$\frac{s_1 + s_2 - 2s_1 s_2 s_3}{D_4} A_4$

## IV - APPLICATIONS - / Partie théorique /

Le té magique et le té hybride sont des dispositifs qui se prêtent bien à de nombreuses applications dans le domaine des microondes. Parmi ces applications, nous citons quelques-unes qui feront l'objet de nos manipulations.

- Mesure d'impédances ou de coefficients de réflexion.
- DéTECTeur de phase.
- DéphasEUR variable
- AdaptATEUR d'impÉDANCES
- MélangeUR équilibré
- CircULATEUR.

### 4.1 - Mesure d'impédances ou de coefficients de réflexion.

Comme il a été dit auparavant, le té magique peut-être utilisé comme pont d'impédances en hyperfréquences.

#### 4.1.1. Pont d'impédances.

Cette mesure repose sur l'équilibre du pont. Pour cela, on utilise une charge étalon variable, que l'on définira par la suite, qui permet la condition d'équilibre pour n'imposer quelle impédance  $Z_x$ . ( $Z_x$ : l'impédance inconnue).

Le montage est représenté par la figure (4.1.1): la charge étalon est connectée au bras (2), en (1) la charge inconnue, en (3) un générateur et en (4) un détecteur.

On caractérise les charges inconnue et étalon par leur coefficient de réflexion respectivement  $s_x$  et  $s_e$ , tous deux ramenés aux plans de référence  $P_1$  et  $P_2$  ( $s_x$  et  $s_e$  sont des nombres complexes); définis par:

$$(4.1.1). \quad s_x = \frac{A_1}{B_1}, \quad s_e = \frac{A_2}{B_2}$$

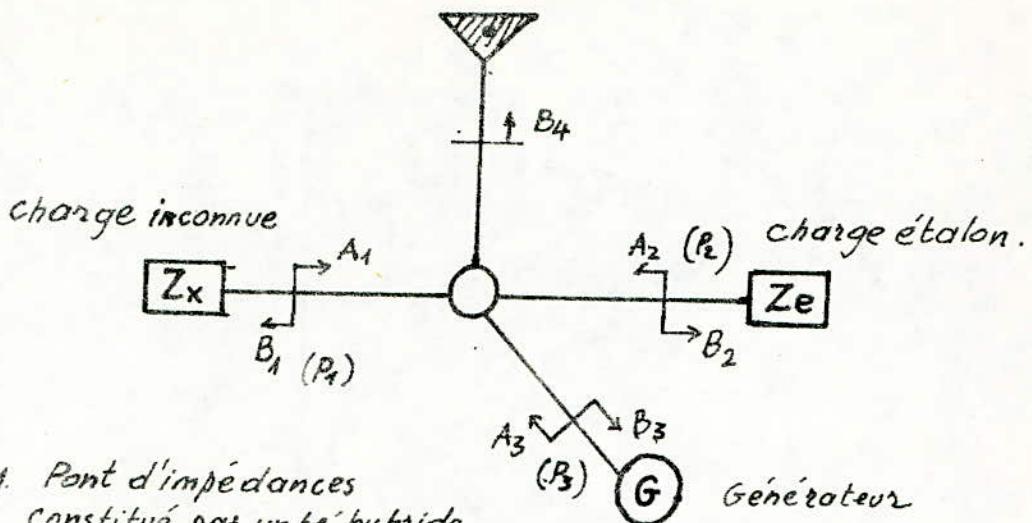


fig. 4.1.1. Pont d'impédances constitué par un té-hybride.

Le détecteur est supposé adapté ; par conséquent  $A_4 = 0$   
Le pont sera équilibré quand  $B_4 = 0$ .  
Developpons la relation (3.1.5)

$$B_4 = S_{14}A_1 - S_{14}A_2 = S_{14}(A_1 - A_2)$$

À l'équilibre ( $B_4 = 0$ ), on a :

$$(4.1.2) \quad A_1 = A_2 \quad \text{puisque } S_{14} \neq 0$$

Dans les mêmes conditions :

$$B_1 = S_{11}A_1 + S_{12}A_2 + S_{13}A_3$$

$$B_2 = S_{12}A_1 + S_{11}A_2 + S_{13}A_3$$

Compte-tenu de la relation (4.1.2), il vient :

$$(4.1.3) \quad B_1 = B_2$$

Les équations (4.1.2) et (4.1.3) permettent l'égalité des rapports.

$$(4.1.4) \quad \frac{A_1}{B_1} = \frac{A_2}{B_2} \quad \text{ou bien} \quad \boxed{f_x = f.}$$

Le coefficient de réflexion est ainsi déterminé, il suffit de le substituer dans la relation exprimant l'impédance en fonction du coefficient de réflexion. De là, à partir du calcul, on détermine l'impédance inconnue.

#### 4.1.2.- Autre méthode utilisant le montage déséquilibré.

Cette méthode nous évite l'utilisation de la charge étalon en la remplaçant par une charge adaptée de coefficient de réflexion nul sur son plan de référence. Mais, l'inconvénient est qu'elle mesure seulement le module du coefficient de réflexion ; Ceci ne suffit pas pour déterminer la charge inconnue.

Le montage est le même que celui étudié dans (4.1.1), seule la charge étalon est remplacée par une charge adaptée.

Dans ce cas l'onde  $B_4$  n'est plus nulle et les coefficient de réflexion  $S_x$  et  $S$  sont différents ( $S_x \neq S = 0$ ).

Les terminaisons (2) et (4) sont adaptées, alors  $A_2 = A_4 = 0$   
La relation (3.1.5) nous donne :

$$(4.1.5) \quad B_4 = S_{14}A_1 = S_{14}S_x \cdot B_1 \\ B_1 = S_{11}A_1 + S_{13}A_3$$

Compte-tenu de (4.1.1), l'expression de  $B_1$  devient

$$(4.1.6) \quad B_1 = \frac{S_{13}}{1 - S_{11}S_x} A_3$$

Dans l'équation (4.1.5), on remplace  $B_1$  par son expression :

$$(4.1.7) \quad B_4 = \frac{S_{14} \cdot S_{13} \cdot S_x}{1 - S_{11}S_x} \cdot A_3$$

Cette méthode est difficile, car on doit expliciter les paramètres  $S_{11}$  du té' hybride et mesurer le rapport  $\frac{B_4}{A_3}$ . Par contre, on peut tourner cette difficulté en mesurant la puissance détectée à la terminaison (4). ( $P_D$ ).

La puissance fournie par le générateur est maintenue constante.

$$(4.1.8) \quad P_D = \frac{1}{2} |B_1|^2 \quad , \quad P_G = \frac{1}{2} |A_3|^2$$

$$(4.1.9) \quad \frac{P_D}{P_G} = \left| \frac{s_{44}}{A_3} \right|^2 = \frac{\left| s_{44} \cdot s_{13} \right|^2}{\left| 1 - s_{14} s_x \right|^2} |s_x|^2$$

Admettons que le té est légèrement désadapté à la jonction ( $|s_{11}| \ll 1$ ). L'équation (4.1.9) devient

$$(4.1.10) \quad \frac{P_D}{P_G} = |s_{14} \cdot s_{13}|^2 |s_x|^2$$

Le produit  $|s_{14} \cdot s_{13}|^2$  peut être déterminer en mesurant la puissance détectée ; la charge inconnue étant remplacée par un court-circuit ( $H = 1$ ).

Cette méthode permet uniquement la détermination du module du coefficient de réflexion. Elle ne donne aucune information sur sa phase ; c'est pour cette raison qu'on lui préfère la méthode du pont équilibré.

## Expressions utiles permettant le calcul de l'impédance inconnue $Z_x$

$$Z_x = Z_g \frac{1 + \rho_x}{1 - \rho_x}$$

où  $Z_g$  est l'impédance d'onde du guide.

Les guides d'ondes rectangulaires sont les supports de propagation du mode  $TE_{10}$  ( $H_{10}$ ) appelé mode fondamental.

Pour une propagation progressive à l'intérieur du guide dans la direction des génératrices, on peut considérer une impédance d'onde  $Z_g$  égale à :

$$(1) \quad Z_g = \frac{Z_0}{\cos \gamma} \quad \text{avec } Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi$$

$$\sin \gamma = \frac{\lambda}{\lambda_c} \quad \lambda_c: \text{longueur d'onde de coupure.}$$

La longueur d'onde de coupure  $\lambda_c$  dans un guide rectangulaire propagant le mode  $TE_{10}$  est  $\lambda_c = 2a/n$ .

Pour l'onde  $H_{10}$ ,  $n=1$  et  $\lambda_c = 2a$

a: dimension large du guide.

La relation (1) devient  $Z_g = \frac{120\pi}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$

La dimension du guide R100 est:  $a = 22,86 \text{ mm.}$

$Z_g$  étant maintenant connue, le coefficient de réflexion sera déterminé à l'équilibre.

Ainsi l'impédance inconnue  $Z_x$  se trouve complètement déterminée.

### Charge étalon variable

Dans la mesure d'impédances à l'aide des ponts, on utilise généralement des charges étalons variables qui existent sous différentes formes. Parmi celles-ci, nous avons choisi celle qui est constituée par l'ensemble atténuateur calibré et déphaseur calibré donnant respectivement le module et la phase du coefficient de réflexion de la charge, qui permettra la détermination complète de l'impédance de la charge étalon.

On conçoit la charge étalon par l'ensemble atténuateur-déphaseur avec un court-circuit placé en sortie.

Cherchons le coefficient de réflexion de la charge étalon ainsi conçue.

Les fonctionnements de l'atténuateur et du déphaseur sont décrits par leurs matrices de transmission respectives  $S_a$  et  $S_d$ .

- La Matrice de transmission d'un atténuateur réciproque et adapté est :

$$S_a = \begin{bmatrix} 0 & e^{-\alpha} \\ e^{-\alpha} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{où : coefficient d'atténuation.}$$

- La Matrice de transmission d'un déphaseur réciproque et adapté est :

$$S_d = \begin{bmatrix} 0 & e^{j\phi} \\ e^{-j\phi} & 0 \end{bmatrix}$$

- Considérons le montage suivant :

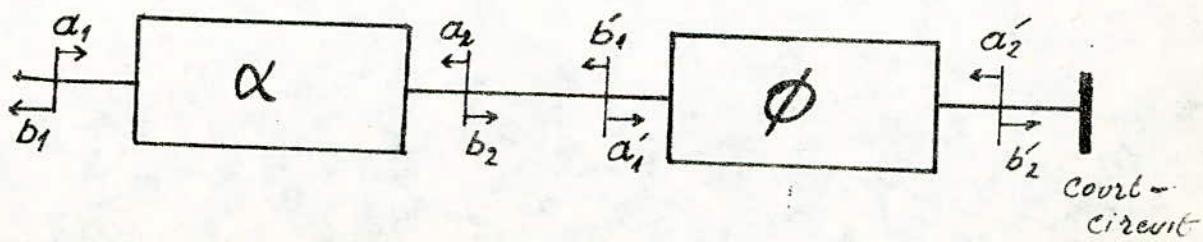


fig (4.12) : charge étalon

Le court-circuit présente un coefficient de réflexion en son plan égal à -1.

$$(1). \quad \frac{a'_2}{b'_2} = -1$$

En développant la relation  $[B] = [S][A]$ , on obtient:

$$(2). \quad b'_2 = a'_1 e^{-j\phi}, \quad b'_1 = a'_2 e^{+j\phi} \quad (3)$$

Grâce à l'égalité (1), la relation (3) devient:

$$b'_1 = -b'_2 e^{+j\phi}, \text{ en remplaçant } b'_2 \text{ par sa valeur,}\\ \text{il vient:}$$

$$b'_1 = -a'_1 e^{-2j\phi}$$

Le coefficient de réflexion à l'entrée du déphaseur est donc:

$$\rho'_e = \frac{b'_1}{a'_1} = -e^{-j2\phi}$$

Le développement de la relation  $[B] = [S][A]$ , pour l'atténuateur, donne:

$$(4) \quad b_1 = e^{-\alpha} a_2 \quad b_2 = e^{-\alpha} a_1 \quad (5)$$

À la sortie de l'atténuateur, le coefficient de réflexion est

$$(6) \quad \rho'_e = \frac{a_2}{b_2}$$

Dans (4), on remplace  $a_2$  par son expression donnée par (5),

$$b_1 = b_2 e^{-\alpha} \rho'_e \quad \text{puisque } b_2 = a_1 e^{-\alpha}$$

$$\text{alors, } b_1 = a_1 \rho'_e e^{-2\alpha} = -a_1 e^{2\alpha} e^{-2j\phi}$$

Ainsi on obtient le coefficient de réflexion de la charge étalon:

$$\rho_e = \frac{b_1}{a_1} = -e^{-2\alpha} e^{-j2\phi}$$

autre écriture.

$$\rho_e = -e^{-2\alpha} [\cos(2\phi) - j \sin(2\phi)]$$

ou :

$$\boxed{\rho_e = e^{-2\alpha} [\cos(2\phi + \pi) - j \sin(2\phi + \pi)]}$$

Tableau (4.1.1): Impédances de la charge étalon

$\alpha = 0$				$\alpha = 0,1$			
$\phi$	$ \Gamma  = e^{-2\alpha}$	$\Gamma =  \Gamma  e^{-2j\phi}$	$Z = Z_g \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$	$\phi$	$ \Gamma  = e^{-2\alpha}$	$\Gamma =  \Gamma  e^{-2j\phi}$	$Z = Z_g \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$
20	1	-0,76+j0,64	3,13+j199,16	20	0,81	-0,61+j0,51	66+j175,17
30	1	-0,5+j0,86	2,28+j378,4	30	0,81	-0,40+j0,69	84,78+j237,6
40	1	0,17+j0,98	2,37+j460,4	40	0,81	-0,13+j0,79	102,9-j449,02
60	1	0,5+j0,86	2,02+j316,4	60	0,81	0,40+j0,69	245,8-j907,8
90	1	1	$\infty$	90	0,81	0,81	5240
$\alpha = 0,3$				$\alpha = 0,5$			
$\phi$	$ \Gamma  = e^{-2\alpha}$	$\Gamma =  \Gamma  e^{-2j\phi}$	$Z = Z_g \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$	$\phi$	$ \Gamma  = e^{-2\alpha}$	$\Gamma =  \Gamma  e^{-2j\phi}$	$Z = Z_g \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$
20	0,54	-0,41+j0,34	183,5+j175,7	20	0,36	-0,27+j0,23	288,25-j152,40
30	0,54	-0,27+j0,46	214,02-j277,3	30	0,36	-0,18+j0,30	315,3+j222,6
40	0,54	-0,09+j0,52	269,2+j388,9	40	0,36	-0,06+j0,35	360,8+j308
60	0,54	0,27+j0,46	527,17+j683,7	60	0,36	0,18+j0,30	627,6-j432,8
90	0,54	0,54	1841,3	90	0,36	0,36	1168,7
$\alpha = 0,7$				$\alpha = 0,9$			
$\phi$	$ \Gamma  = e^{-2\alpha}$	$\Gamma =  \Gamma  e^{-2j\phi}$	$Z = Z_g \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$	$\phi$	$ \Gamma  = e^{-2\alpha}$	$\Gamma =  \Gamma  e^{-2j\phi}$	$Z = Z_g \frac{1+\Gamma}{1-\Gamma}$
20	0,24	-0,18+j0,15	365,4+j116,6	20	0,16	-0,12+j0,10	422+j87,3
30	0,24	-0,12+j0,20	399,4+j169,9	30	0,16	-0,08+j0,13	450,8+j120,8
40	0,24	-0,04+j0,23	446+j223	40	0,16	-0,02+j0,15	501,9+j155,2
60	0,24	0,12+j0,20	634,8-j270,1	60	0,16	0,08+j0,13	617,9+j165,6
90	0,24	0,24	897,3	90	0,16	0,16	759,52

## 4.2 - Déphasage variable.

Pour en faire le témoigne un déphasage, il suffit de fermer les bras (3) et (4) par des courts-circuits mobiles, et de laisser les terminaisons (1) et (2) disponibles. Dans ces conditions le dispositif apparaîtra comme un quadripôle (1)-(2) dont les propriétés sont fonction des positions variables des courts-circuits.

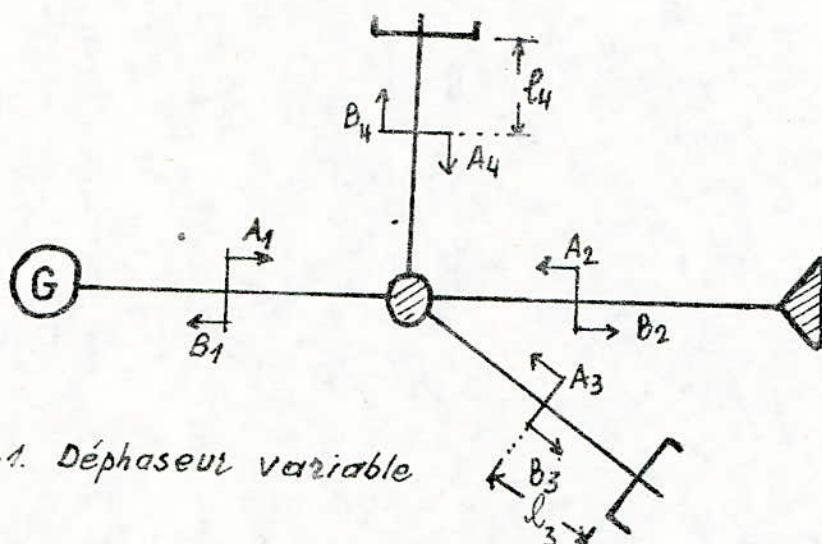


fig. 4.2.1. Déphasage variable

Recherche de la matrice  $S_Q$  (matrice du quadripôle (1)-(2)).

Un court-circuit a un coefficient égal à  $-1$ , si ce court-circuit est placé à une distance  $l_i$  du plan  $P_i$ , son coefficient s'exprimera par :

$$-1 = \frac{A_i e^{-j\beta g l_i}}{B_i e^{j\beta g l_i}} \quad \beta_g: \text{constante de propagation}$$

$$\text{à } l_i = 0 \Rightarrow S_i(0) = \frac{A_i}{B_i}$$

$$-1 = S_i(0) e^{-j2\beta g l_i} \quad \text{ceci nous donne.}$$

$$S_i(0) = -e^{+j2\beta g l_i}$$

d'où la relation

$$A_i = -B_i e^{+j2\beta g l_i}$$

Les courts-circuits étant en (3) et (4), donc :

$$\begin{array}{ll} \text{pour } i=3 & \text{on aura } A_3 = -B_3 e^{j\theta_3} \\ i=4 & A_4 = -B_4 e^{j\theta_4} \end{array} \quad (4.2.1)$$

avec

$$\theta_3 = 2\beta_g l_3 = \frac{4\pi l_3}{\lambda_g}$$

$$\theta_4 = 2\beta_g l_4 = \frac{4\pi l_4}{\lambda_g}$$

En remplaçant les expressions (4.2.1) dans les équations (3.2.35) tout en éliminant les ondes d'indices 3 et 4, on trouve :

$$(4.2.2) \quad B_1 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 + A_2) e^{j\theta_3} + \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 - A_2) e^{j\theta_4} \right]$$

$$B_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 + A_2) e^{j\theta_3} + \frac{1}{\sqrt{2}} (A_2 - A_1) e^{j\theta_4} \right]$$

il vient :

$$(4.2.3) \quad S_g = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} e^{j\theta_3} + e^{j\theta_4} & e^{j\theta_3} - e^{j\theta_4} \\ e^{j\theta_3} - e^{j\theta_4} & e^{j\theta_3} + e^{j\theta_4} \end{bmatrix}$$

Est-il possible de trouver une condition qui peut satisfaire l'adaptation à la jonction du quadripôle (1)-(2), si elle existe alors le dispositif fonctionnera en déphaseur réciproque.

L'adaptation à la jonction impose :  $e^{j\theta_3} + e^{j\theta_4} = 0$

soit  $e^{j\theta_3} = -e^{j\theta_4}$  ou bien  $e^{j[\theta_3 + (2k+1)\pi]} = e^{j\theta_4}$   
c.-à-d

$$(4.2.4) \quad \theta_4 = \theta_3 + (2k+1)\pi, \quad (k: \text{entiers})$$

d'où la condition.

$$(4.2.5) \quad l_4 - l_3 = (2k+1) \frac{\lambda_g}{4}$$

Pour réaliser un déphaseur, il faut que la différence des déplacements des courts-circuits soit un multiple impair de  $\lambda g/4$ ; cette condition peut être assurée par un couplage mécanique des deux pistons.

Ainsi la matrice  $S_q$  s'écrit :

$$(4.2.8) \quad S_q = \begin{bmatrix} 0 & e^{j\theta_4} \\ e^{-j\theta_4} & 0 \end{bmatrix}$$

Si le bras (2) est fermé sur une charge adaptée ( $A_2=0$ )  
on aura :

$$(4.2.9) \quad B_1 = 0 \quad ; \quad B_2 = A_1 e^{j\theta_4}$$

Ces relations traduisent bien la propriété du déphaseur.  
Une onde lancée en (1) passe complètement en (2) moyennant  
un déphasage  $\theta_4$ .

### 4.3-Adaptateur :

Une ligne adaptée ne produit aucune réflexion. Cela se produit lorsque la charge de la ligne a une impédance réduite (ou une admittance) égale à 1 (qui correspond au centre de l'obaque de Smith).

L'adaptation ne s'obtient pas en partant d'une charge quelconque, il faudra modifier l'impédance terminale de la ligne, pour cela on rajoute en parallèle sur la charge terminale une ou plusieurs impédances fixes ou variables.

Dans les lignes coaxiales, on utilise des stubs ou courts-circuits de longueurs variables.

Par contre nous savons qu'il n'existe pas d'impédance caractéristique pour un guide d'onde, on peut cependant réaliser une charge adaptée à l'aide d'un guide, qu'on appellera adaptateur d'impédances.

Le té magique (ou té hybride) remplit bien la fonction d'un adaptateur, qu'on peut intercaler dans plusieurs montages des autres dispositifs afin d'assurer leur adaptation.

Considérons toujours le montage représenté par la figure (4.2.1). La terminaison (2) étant toujours adaptée, mais la condition (4.2.4.) n'est plus imposée.

Le coefficient de réflexion  $S_1$  du quadripôle (1)-(2), considéré dans le plan de référence du bras (1) sera égal à  $S_{211}$  de la matrice  $S_g$ . (4.2.3)

$$S_1 = (S_{211}) = -\frac{1}{2} (e^{j\theta_3} + e^{j\theta_4})$$

$$S_1 = -\frac{1}{2} e^{j\theta_3} [1 + e^{j(\theta_4 - \theta_3)}]$$

$$S_1 = -\frac{1}{2} e^{j\frac{1}{2}(\theta_4 - \theta_3)} [e^{-j\frac{1}{2}(\theta_4 - \theta_3)} + e^{j\frac{1}{2}(\theta_4 - \theta_3)}] e^{j\theta_3}$$

Finalement, on trouve

$$|S_1| = |\cos \frac{1}{2}(\theta_4 - \theta_3)|$$

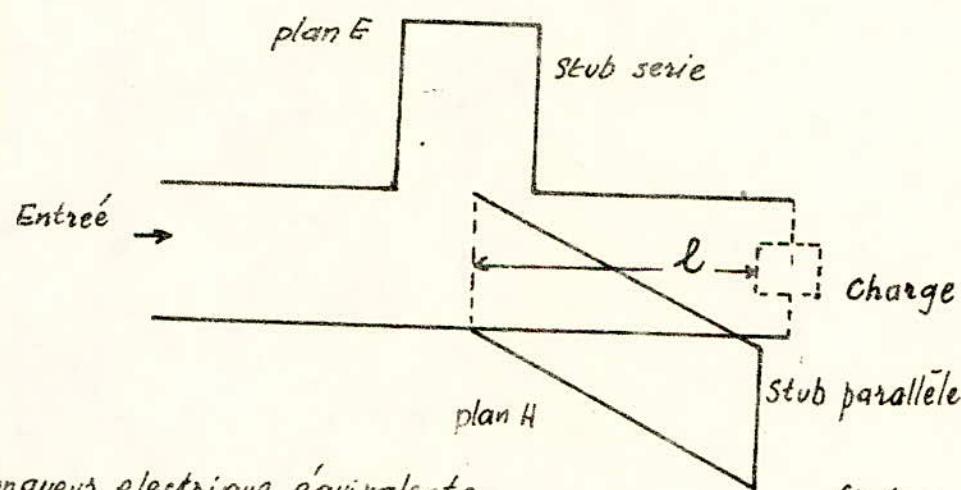
On voit que le module dépend seulement de la différence  $(\theta_4 - \theta_3)$  et peut couvrir tout l'intervalle  $[0 \text{ à } 1]$ .

Utilisation de l'abaque de Smith pour l'adaptation d'une charge quelconque à l'aide du té magique.

Les courts-circuits connectés aux bras (3) et (4) font du té magique un quadripôle aux propriétés variables permettant l'adaptation d'une charge quelconque.

Sur l'abaque, on raisonne en impédance et admittance, car les deux stubs sont placés l'un en série (té plan E) et l'autre en parallèle (té plan H) sur le guide principal. Le dispositif possède donc deux degrés de liberté.

Problème: On veut que l'ensemble (stubs + charge) fig. 1. présente une impédance  $Z_g$  à l'entrée.



$l$ : longueur électrique équivalente

fig 1:

Soit  $z = r - jx$  l'impédance ramenée à la jonction (Point T sur l'abaque). Le lieu des impédances à adapter avec le stub série est le cercle ( $C_0$ ) symétrique du cercle ( $y=1$ ) par rapport au centre de l'abaque.

On peut ramener toute impédance à ce cercle ( $C_0$ ) en agissant sur le stub série, autrement dit on ajoute une quantité imaginaire à l'impédance ramenée  $z$  tel que le point représentatif (T) de  $z$  se trouve sur le cercle ( $C_0$ ). (Sur l'abaque, on a deux points solutions C et D).

a) Première solution. (Point C)

-53-

$$jx_s(\ell_1) + jx_T = jx_C$$

$jx_s(\ell_1)$ : impédance que doit présenter le stub série.

Il vient :  $x_s(\ell_1) = x_C - x_T$  (Point P<sub>1</sub>).

d'où

$$z_s = jx_s(\ell_1) = j(x_C - x_T)$$

La longueur  $\ell_1$  du stub est donnée par l'angle  $(OI, OP_1)$

Soit :  $\frac{\ell_1}{\lambda} = \alpha$  ou bien  $\ell_1 = \alpha\lambda + k\frac{\lambda}{2}$   $\alpha$ : lecture sur l'abaque

b) Deuxième solution; (Point D)

$$jx_s(\ell'_1) + jx_T = jx_D \Rightarrow jx_s(\ell'_1) = j(x_D - x_T) \quad (P_2)$$

de la même façon que précédemment on trouve :

$$\ell'_1 = \beta\lambda + k\frac{\lambda}{2} \quad [\text{angle: } (OI, OP_2)]$$

Avec le stub parallèle, la condition d'adaptation est que l'admittance doit-être de la forme  $y = 1 \pm jb$ . Or, les deux points solutions trouvés avec le stub série nous donnent, par symétrie par rapport au centre de l'abaque, deux admittances répondant à la condition.

$$y_E = 1+jb_E \quad (\text{Point E}).$$

$$y_F = 1-jb_F \quad (\text{point F}).$$

Le Stub parallèle doit donc présenter une admittance de façon à annuler la partie imaginaire :

On pose  $y_p(\ell) = \pm jb(\ell)$ .

Premier cas (Point E)

$$y_E = 1+jb_E$$

L'admittance du stub parallèle est de la forme:  $y_p(\ell_2) = -jb(\ell_2)$  (point L)

La longueur  $\ell_2$  est donnée par l'angle  $(OJ, OL)$ .

$$\frac{\ell_2}{\lambda} = \gamma \Rightarrow \ell_2 = \gamma\lambda + k\frac{\lambda}{2}$$

Deuxième cas (Point F).

$$y_F = 1-jb_F \text{ soit } y_p(\ell'_2) = +jb(\ell'_2) \quad (\text{point K})$$

La longueur  $\ell'_2$  est donnée par l'angle  $(OJ, OF)$ .

$$\ell'_2 = k\lambda + k\lambda/2$$

N.B: Le procédé peut-être inversé en considérant le stub parallèle d'abord puis le stub série.

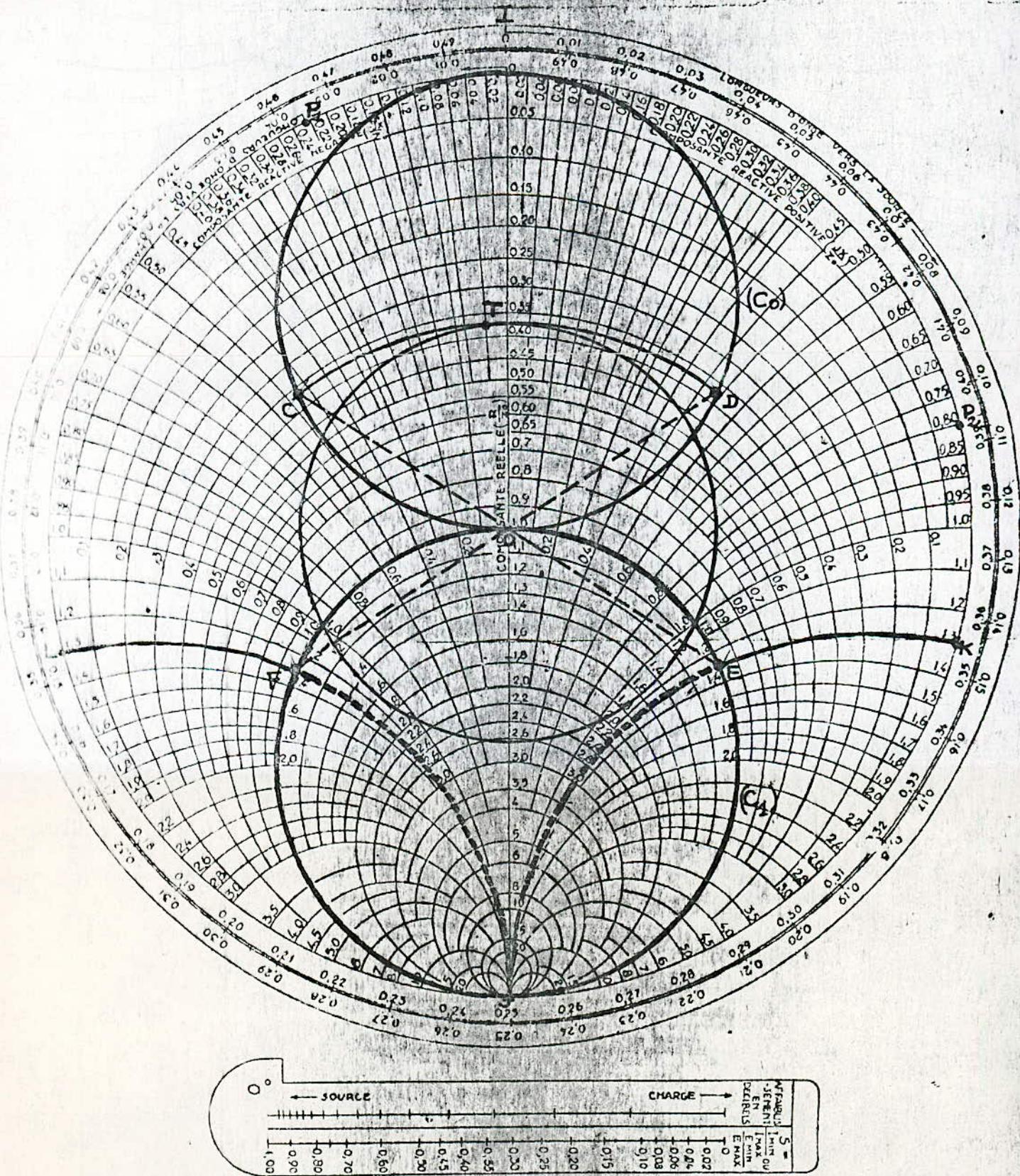


FIG. 26.

#### 4.4-Détecteur de phase

Considérons le montage fig (4.4.1). On connecte aux terminaisons (1) et (2) deux détecteurs  $D_1$  et  $D_2$ , en (3) et (4) on place deux générateurs  $G_3$  et  $G_4$ .

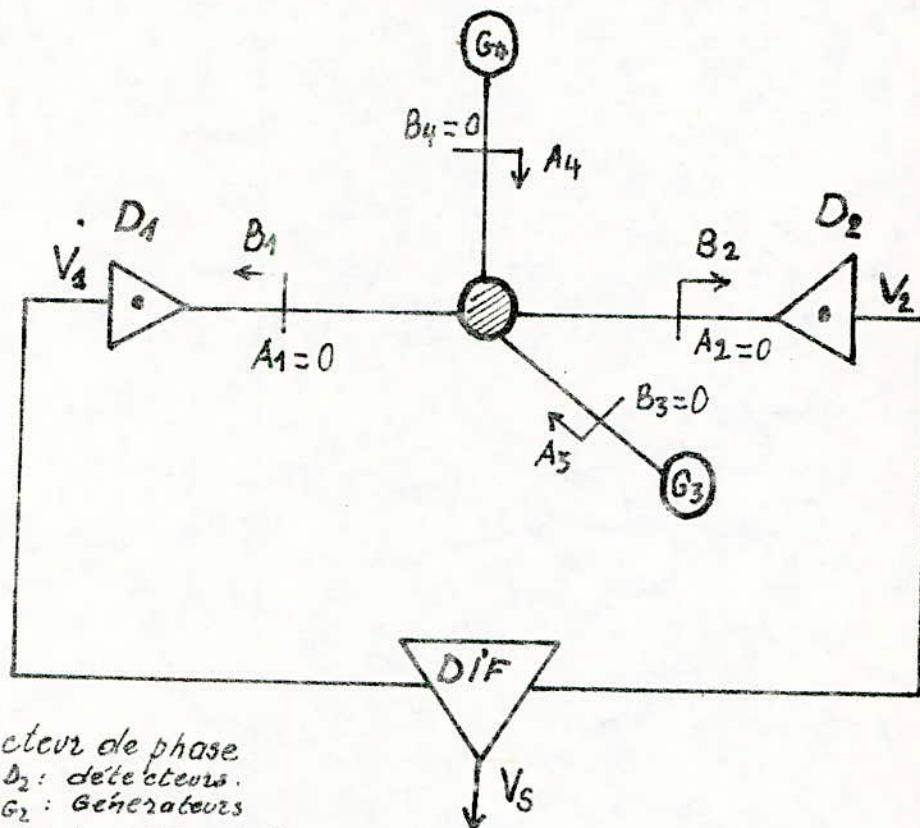


fig 4.4.1. Détecteur de phase.  
 $D_1$  et  $D_2$ : détecteurs.  
 $G_3$  et  $G_4$ : Générateurs  
DIF : Ampli différentiel.

Les détecteurs  $D_1$  et  $D_2$  étant adoptés, on aura  $A_1=A_2=0$   
les relations (3.2.35) deviennent :

$$(4.4.1) \quad B_3 = B_4 = 0$$

$$B_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_3 + A_4) ; \quad B_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (A_3 - A_4)$$

Les ondes incidentes des générateurs ( $G_3$ ) et ( $G_4$ ) ne subissent pas de réflexion au niveau de la jonction, les ondes sortantes  $B_1$  et  $B_2$  par les détecteurs  $D_1$  et  $D_2$  donnent naissance à deux tensions continues  $V_1$  et  $V_2$  telles que :

$$(4.4.2) \quad V_1 \approx |A_3 + A_4|^P ; \quad V_2 \approx |A_3 - A_4|^P$$

P: paramètre indiquant la loi de détection.

$V_1$  et  $V_2$  sont appliquées aux entrées de l'amplificateur différentiel. celui-ci va amplifier la différence de tension  $V_1 - V_2$ . Considérons le cas où les deux signaux  $A_3$  et  $A_4$ , fournis par les générateurs synchrones  $G_3$  et  $G_4$ , ont même amplitude mais de phases différentes.

$$(4.4.3) \quad A_4 = A_3 e^{j\theta}$$

Admettons que la détection est quadratique ( $P=2$ ) il vient :

$$\begin{aligned} V_1 &\simeq |A_3|^2 [1 + e^{j\theta}]^2 \\ &= |A_3|^2 [(1 + \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta] \\ V_1 &= 4 \cdot |A_3|^2 \cdot \cos^2(\theta/2) \end{aligned}$$

De même pour la tension  $V_2$  :

$$V_2 = 4 \cdot |A_3|^2 \sin^2(\theta/2)$$

À la sortie de l'amplificateur différentiel, on recueille une tension sensiblement égale à la différence  $(V_1 - V_2)$

$$\begin{aligned} V_s &= 4 |A_3|^2 [\cos^2(\theta/2) - \sin^2(\theta/2)] \\ &= 4 \cdot |A_3|^2 \cos \theta. \end{aligned}$$

$$(4.4.4) \quad V_s = G \cdot \cos \theta$$

où  $G = 4 \cdot |A_3|^2$  est le gain de l'amplificateur différentiel. Nous remarquons que la tension de sortie est proportionnelle au cosinus du déphasage entre les deux ondes entrantes.

#### 4.5 - Mélangeur équilibré

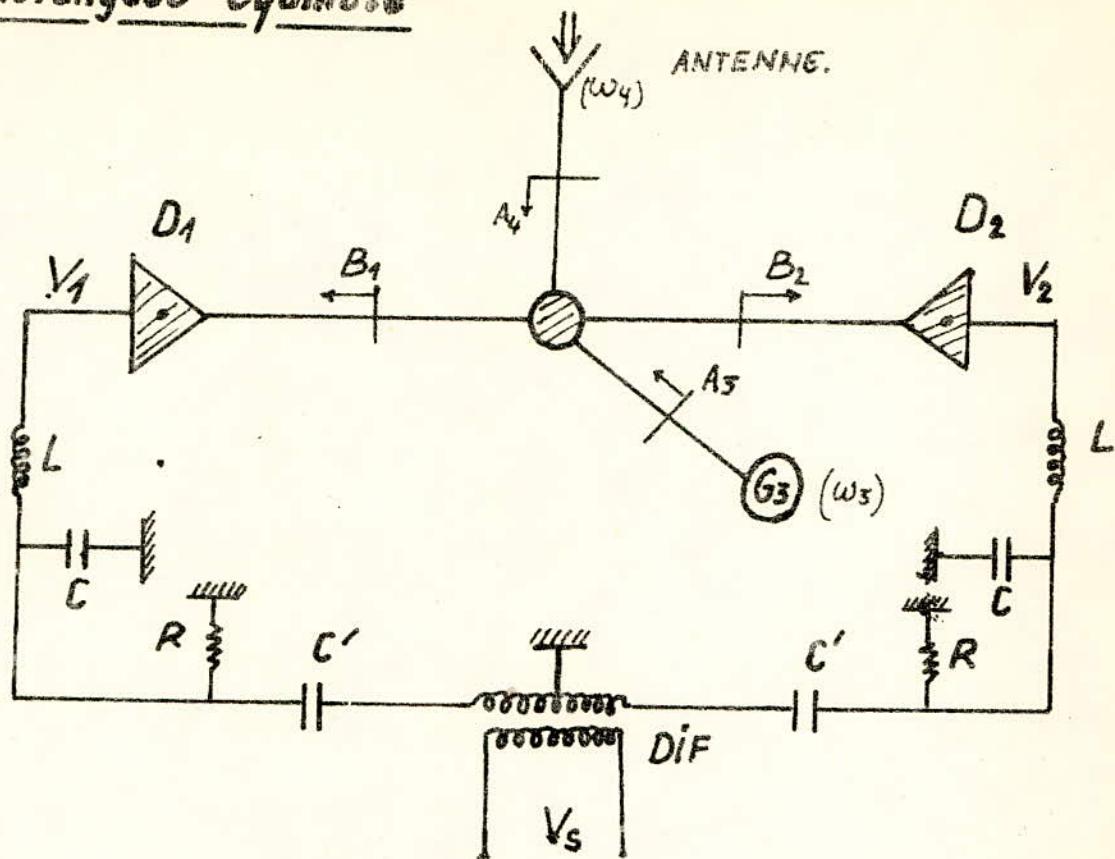


fig (4.5.1) : Mélangeur équilibré

$D_1$  et  $D_2$  : détecteurs à cristal adaptés ;  $G_3$  : oscillateur local  
 $LC$  : filtres HF ; DIF : amplificateur différentiel ;  $C'$  : arrêts de la composante continue ;  $R$  : résistance d'autopolarisatrices.

Le té' magique pris dans le montage, est alimenté par deux sources de fréquences différentes.

Le montage fonctionne en régime dynamique. Sur la terminaison (3), on place un oscillateur local et sur le bras (4) on dispose d'une antenne de réception.

Le signal délivré par l'oscillateur local doit-être plus fort que le signal à recevoir.

Si les fréquences ( $w_3$ ) et ( $w_4$ ) appartiennent à la bande de travail des guides, nous obtiendrons à la sortie de l'ampli différentiel, un signal dont sa fréquence est déterminée par le battement des deux fréquences  $w_3$  et  $w_4$ .

$$F_I = F_0 - F_3$$

Tout calcul fait, la tension de sortie est de la forme.

$$V_S = G \cdot A_4 \cdot \cos [(\omega_3 - \omega_4)t - \phi_4]$$

G: facteur de gain, il représente le gain de l'ampli et le rendement des détecteurs.

Ce résultat est obtenu sous la supposition qu'au-delà des détecteurs, les composantes HF résiduelles et la composante continue sont mises à la terre, à l'aide des filtres.

L'expression de  $V_S$  nous montre que le signal de sortie est proportionnel au signal reçu et indépendant de l'amplitude du signal de l'oscillateur local.

Les bras (3) et (4) sont découplés entre-eux; Par conséquent l'antenne et l'oscillateur local sont découplés, ce découplage permet d'éviter les fluctuations. Si l'oscillateur présente un certain niveau de bruit, celui-ci sera partagé en deux signaux de même phases entre les deux guides (1) et (2). à la sortie des détecteurs, on recueille des tensions en phase qui seront annulées à la sortie de l'ampli différentiel.

#### 4.6 - Circulateur

C'est un circuit à 4 portes avec une fonction permettant la propagation d'énergie dans une direction donnée. Un tel circuit peut être obtenu par association de tés magiques et d'un gyrateur. Le dispositif est supposé complètement adapté à la fonction et non réciproque. Ceci se comprend puisque le gyrateur est un élément réciproque.

Le rôle du gyrateur est de conduire le signal dans le sens direct sans qu'il subit un déphasage, et dans le sens inverse le signal est déphasé de  $\pi$ .

L'examen de la figure (4.6.1) nous permet de conclure qu'une onde lancée par le bras (1) sort totalement par (2) sans se coupler aux bras (3) et (4). De même, une onde lancée en (2) sort totalement en (3).

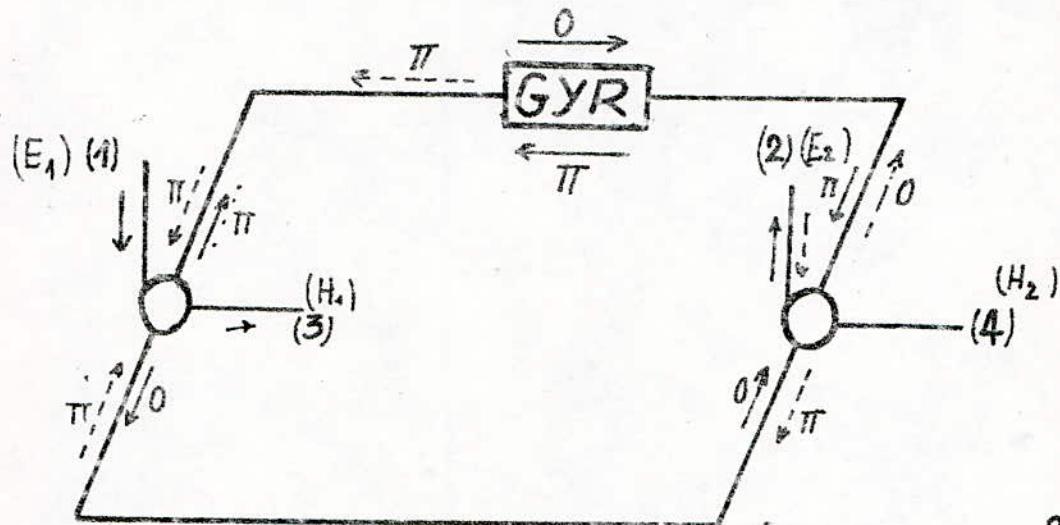
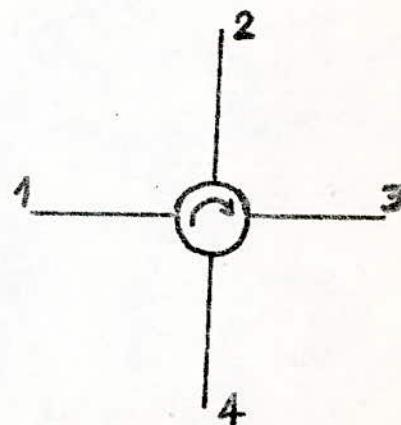


fig: (4.6.1). Circulateur

La matrice du circulateur formé par les quatre bras est donc.

$$S = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



La matrice [S] est unitaire mais non symétrique.

## II - APPLICATIONS - /Partie Pratique/

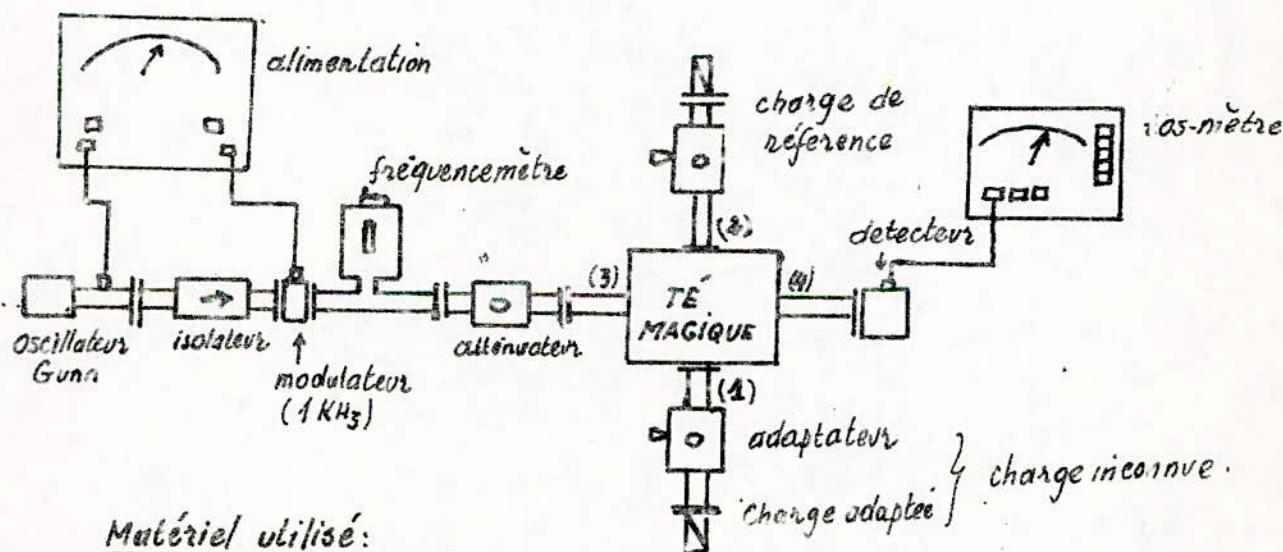
### 5.1 - Mesure d'impédances

Introduction: La méthode de mesure citée dans la partie théorique ne trouve pas son application telle qu'elle a été décrite. Faute du manque d'un déphasageur calibré, nous avons choisi une autre charge de référence. Cette charge est caractérisée par un adaptateur à sonde variable et mobile auquel on connecte une charge adaptée.

#### But de la manipulation:

Elle consiste en la mesure d'impédances par la méthode de pont utilisant le té magique.

#### Montage:



#### Matériel utilisé:

- Alimentation PM 781 X
- Oscillateur Gunn PM 7015
- Isolateur à ferite PM 70.45 X
- Fréquencemètre PM 7070 X
- Modulateur à diode 1KHz PM 7026 X
- Atténuateur variable PM 7110 X
- Tos-mètre 1Khz.
- Cristal détecteur
- Té magique PP 4050 X

### Principe :

On utilise deux adaptateurs à sondes fermés par des charges adaptées que l'on place sur les bras (1) et (2) du té magique.

Un adaptateur caractérisera la charge de référence et le deuxième la charge inconnue (à mesurer). De plus chaque impédance est représentée par l'enfoncement et la position de la sonde dans le guide.

On notera :

- $h$ : l'enfoncement de la sonde.
- $d$ : la position de la sonde.

Pour la charge de référence, on fixe l'enfoncement et on fait varier la position dans une plage égale à  $\lambda g/2$ , car au-delà on obtiendrait des solutions redondantes.

À tout couple  $(h, d)$  de la charge de référence, on essaie d'atteindre l'équilibre du montage (Pont) en agrissant sur la position et l'enfoncement de la charge inconnue. Une fois ces valeurs déterminées, on passe aux mesures d'impédances.

Il est à signaler que cette méthode nécessite deux mesures :

- la première concerne la détermination des couples  $(h, d)$  donnant l'équilibre. Voir tableau de mesures (5.1.1)
- la deuxième consiste en la mesure du T.O.S (taux d'onde stationnaire) et d'un minimum de tension correspondant aux couples  $(h, d)$ . De là, en utilisant la relation (5.1.1), on détermine l'impédance correspondante. Voir tableaux (5.1.2) et (5.1.3).

Formule permettant le calcul des impédances.

$$Z_{(d)} = Z_g \frac{Z_t + j Z_g \operatorname{tg}(\beta_g d)}{Z_g + j Z_t \operatorname{tg}(\beta_g d)}$$

On sait que l'impédance réduite est égale à  $\bar{z}(d) = \frac{Z(d)}{Z_g}$ , il viennent.

$$\bar{z}(d) = \frac{\beta_t + j \operatorname{tg}(\beta_g d)}{1 + j \beta_t \operatorname{tg}(\beta_g d)}$$

En un minimum de tension l'impédance réduite est égale à  $\frac{1}{S}$

$$\bar{z}(dm) = \frac{1}{S} \quad [Z(dm) = \frac{Z_g}{S}]$$

L'impédance terminale réduite ( $\beta_t$ ) sera :

$$\beta_t = \frac{1/S + j \operatorname{tg}(\beta_g dm)}{1 + j 1/S \operatorname{tg}(\beta_g dm)} = \frac{1 + j S \operatorname{tg}(\beta_g dm)}{S + j \operatorname{tg}(\beta_g dm)}$$

(5.1.1)

$$Z_t = Z_g \cdot \frac{1 + j S \operatorname{tg}(\beta_g dm)}{S + j \operatorname{tg}(\beta_g dm)}$$

S : taux d'ondes stationnaire  
où  $Z_g$  : impédance du guide  
 $\beta_g$  : constante de propagation dans le guide

Remarque 1:

- Quand le minimum se déplace vers le générateur, l'impédance de charge sera de la forme  $z = 2 - jx$ ; dans le cas contraire  $z = 2 + jx$ .

- On peut aussi déterminer la valeur de l'impédance en utilisant l'abaque de Smith.

Remarque 2:

La conclusion figure dans (5.2).

Tableau (5.1.1). Mesure d'impédances : Valeurs des enfoncements et des positions des deux sondes à l'équilibre.

charge référence (E).						charge à mesurer. (y).						
R (mm)	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,8	2,7	2,2	2,6	2,8	3
d (mm)	80	85	90	95	100	104,3	81,4	84	86,2	90	102,4	105
h	4	4	4	4	4	4	4,5	4,7	4,6	4,2	4,6	4,5
d	80	85	90	95	100	104,3	79,5	82,5	87	93,5	100	104,3
h	6	6	6	6	6	6	6,5	6,3	6,5	6,3	6,3	6,5
d	80	85	90	95	100	104,3	79,8	85,2	89	94	99,5	103,7
h	8	8	8	8	8	8	8	8,3	8,2	8,2	8,3	8,5
d	80	85	90	95	100	104,3	80,5	84,6	89,2	94,3	99,5	103,7
h	9,5	9,5	9,5	9,5	9,5	9,5	9,5	9,7	9,7	9,6	9,7	9,7
d	80	85	90	95	100	104,3	80,5	84,6	89,6	94,3	100,5	103,7

- Fréquence de travail : 9 GHz.

- Alimentation : 8 volts.

- Atténuateur variable 5 dB.

- Atténuateur calibré 10 dB.

- Charge de référence: MO 1003 + charge adaptée (E)

- Charge inconnue : MO 1074 + charge adaptée (y).

- Longueur d'onde du guide : 48,6 mm.

-  $\alpha = 22,86 \text{ mm}$

Tableau (5.12). Mesure d'impédances - Valeurs des T.O.S et des minimums correspondant aux couples ( $b, d$ ).

Charge référence (E)						charge inconnue. (y)						
d minimum de tension	9,5	11,6	7,3*	3,7*	4,8	8,3	9,53	12,8	1,04*	8,8*	8,6	10,3
S : T.O.S	1,125	1,13	1,09	1,05	1,08	1,12	1,145	1,26	1,08	1,08	1,08	1,143
d	8,3	12,3	7,7*	2,77*	4,06	7,4	8,3	10,9	9,7*	3,3*	3,5	8,8
S	1,34	1,36	1,33	1,31	1,25	1,36	1,5	1,55	1,47	1,29	1,425	1,45
d	7,3	12,3	9,4*	3,7	2,5	6,8	7,8	13,3	8,2*	3,3	2,3	7
S	2,3	2,39	2,39	2,3	2,3	2,39	2,7	2,6	2,5	2,3	2,2	2,5
d	5,3	10,1	9,5*	4,7	0,4	4,1	7,4	10,2	9*	4,9	1	4,7
S	4,46	4,46	4,46	4,46	4,46	4,46	3,16	3,98	2,51	3,54	3,75	4,21
d	1,5	8,9	13,3	6*	1,1*	3,2	5,6	9,2	10,8*	6*	0,8*	4
S	7,94	7,94	8,91	7,94	7,94	8,91	7,94	10	10	10	10	10

(\*) : le minimum avec la charge se déplace vers le plan de charge.

$$\lambda g = 48,6 \text{ mm.}$$

Tableau (5.1.3), Mesures d'impédances - valeurs des impédances mesurées.

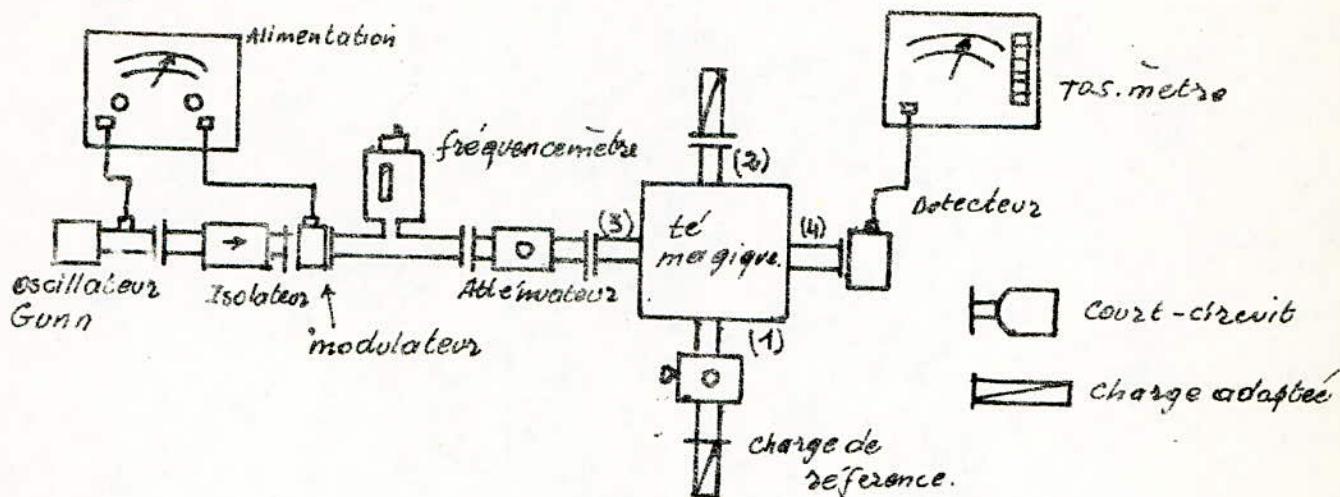
Charge référence ( $\rho$ )						charge inconnue ( $\rho$ mesuré)					
1,09 - $j$ 0,07	1,12 - $j$ 0,01	1,02 + $j$ 0,08	0,94 + $j$ 0,03	0,86 - $j$ 0,06	1,07 - $j$ 0,08	1,10 - $j$ 0,09	1,25 - $j$ 0,04	1,07 + $j$ 0,04	1,05 + $j$ 0,06	1,05 - $j$ 0,07	1,12 - $j$ 0,07
1,13 - $j$ 0,27	1,35 + $j$ 0,01	1,08 + $j$ 0,28	0,8 + $j$ 0,14	0,88 - $j$ 0,18	1,06 - $j$ 0,29	1,26 - $j$ 0,41	1,49 - $j$ 0,21	1,32 + $j$ 0,31	0,83 + $j$ 0,16	0,84 - $j$ 0,17	1,21 - $j$ 0,35
1,9 - $j$ 0,6	2,38 + $j$ 0,09	1,52 + $j$ 0,77	0,8 - $j$ 0,63	0,47 - $j$ 0,26	0,81 - $j$ 0,79	1,6 - $j$ 0,8	2,31 + $j$ 0,74	1,10 + $j$ 0,93	0,6 - $j$ 0,55	0,48 - $j$ 0,23	0,83 - $j$ 0,84
0,36 - $j$ 0,75	1,94 - $j$ 2,08	1,42 + $j$ 1,9	0,36 - $j$ 0,9	0,22 - $j$ 0,09	2,6 - $j$ 3,2	0,79 - $j$ 1,06	2,06 - $j$ 1,86	1,36 + $j$ 1,05	0,41 - $j$ 0,65	0,27 - $j$ 0,11	1,96 - $j$ 3,8
0,13 - $j$ 0,19	0,68 - $j$ 2,04	3,27 + $j$ 4,22	0,24 + $j$ 0,92	0,12 + $j$ 0,13	0,13 - $j$ 0,48	0,22 - $j$ 0,85	0,67 - $j$ 2,32	2,5 + $j$ 4,23	0,19 + $j$ 0,96	0,10 + $j$ 0,09	0,13 - $j$ 0,55

Tableau (5.1.4) : Valeurs des modules d'impédances mesurées.

a/ Cas de l'impédance de référence.						b/ Cas de l'impédance à mesurer.					
1,09	1,12	1,02	0,94	0,86	1,07	1,10	1,25	1,07	1,05	1,05	1,12
1,16	1,35	1,11	0,81	0,95	1,09	1,23	1,5	1,35	0,84	0,85	1,25
1,98	2,38	1,8	1,01	0,53	1,13	1,78	2,42	1,47	0,81	0,53	1,18
0,83	2,84	2,37	0,96	0,22	4,12	1,32	2,77	1,71	0,76	0,29	4,27
0,23	2,15	5,33	0,97	0,17	0,49	0,87	2,41	4,91	0,97	0,13	0,56

## 5.2 - Mesure du module du coefficient de réflexion

### Montage :



### Méthode de mesure :

1- On place avant tout un court-circuit ayant le module du coefficient de réflexion égal à l'unité. Sur l'appareil de mesure, on lit la puissance détectée  $P_d$  valeur que l'on garde comme référence. La puissance fournie par le générateur  $P_G$  est maintenue constante.

2- on replace la charge E (charge de référence) qui a un coefficient de réflexion différent de l'unité ; l'appareil de mesure nous indique la puissance correspondante détectée que l'on note  $P_d'$ .

Connaissant les deux puissances  $P_d$  et  $P_d'$ , on peut facilement déterminer le module de coefficient de réflexion.

### Résolution :

On utilise la relation (4.110)

$$\frac{P_d}{P_G} = |S_{13} \cdot S_{14}|^2 \cdot |S_x|^2$$

- Avec un court-circuit, la formule devient :

$$(5.2.1) \quad \frac{P_D}{P_G} = /S_{13} \cdot S_{14}/^2$$

d'où

$$(5.2.2) \quad \left(\frac{P_D}{P_G}\right)_{dB} = 10 \log\left(\frac{P_D}{P_G}\right) = x \quad (\text{où } x \text{ est la valeur lue}).$$

- avec la charge ( $E$ ), l'expression garde toujours le facteur  $|S|^2$ .

$$\left(\frac{P_D}{P_G}\right)_{dB} = 10 \log\left(\frac{P_D'}{P_E}\right) = y \quad (5.2.3)$$

Des relations (5.2.2) et (5.2.3), on tire :

$$(5.2.4) \quad 10 \log \frac{P_D}{P_D'} = (x-y)_{dB} ; \text{ on pose } x-y=0$$

il vient :

$$(5.2.5) \quad \frac{P_D}{P_D'} = 10^{-U/10}$$

$$\text{où } P_D = P_G / S_{13} \cdot S_{14} / ^2 \quad \text{et } P_D' = P_G \cdot /S_{13} \cdot S_{14}/^2 |S|^2$$

$$\text{le rapport } \frac{P_D}{P_D'} \text{ donne } \frac{P_D}{P_D'} = \frac{1}{|S|^2} \quad (5.2.6)$$

En tenant compte des égalités (5.2.5) et (5.2.6), on obtient

$$|S|^2 = 10^{-U/10} \quad \text{ou bien} \quad |S| = 10^{-U/20}$$

Dans cette manipulation, on a mesuré les modules de coefficients de réflexion que peut avoir la charge de référence pour différents couples ( $h, d$ ) déjà considérés. Les résultats sont rassemblés dans le tableau (5.2.1).

Cette mesure du module  $|S|$  fournit directement le taux d'ondes stationnaires  $S$ .

$$S = \frac{1+|S|}{1-|S|}$$

Tableau (5.2.1): Mesure du module de coefficients de réflexion

$Z = f(h, d)$ : charge de référence E						Détermination de $ S $ (Pratique)					
$h = 2,5$ $d = 80$	$h = 2,5$ $d = 85$	$h = 2,5$ $d = 90$	$h = 2,5$ $d = 95$	$h = 2,5$ $d = 100$	$h = 2,5$ $d = 104,3$	-	-	-	-	-	-
$h = 4$ $d = 88$	$h = 4$ $d = 85$	$h = 4$ $d = 90$	$h = 4$ $d = 95$	$h = 4$ $d = 100$	$h = 4$ $d = 104,3$	0,11	0,11	0,12	0,11	0,12	0,12
$h = 6$ $d = 80$	$h = 6$ $d = 85$	$h = 6$ $d = 90$	$h = 6$ $d = 95$	$h = 6$ $d = 100$	$h = 6$ $d = 104,3$	0,28	0,30	0,33	0,33	0,30	0,28
$h = 8$ $d = 80$	$h = 8$ $d = 85$	$h = 8$ $d = 90$	$h = 8$ $d = 95$	$h = 8$ $d = 100$	$h = 8$ $d = 104,3$	0,52	0,53	0,63	0,74	0,65	0,53
$h = 9,5$ $d = 80$	$h = 9,5$ $d = 85$	$h = 9,5$ $d = 90$	$h = 9,5$ $d = 95$	$h = 9,5$ $d = 100$	$h = 9,5$ $d = 104,3$	0,72	0,66	0,77	1	0,93	0,74

Tableau (5.2.1). Valeurs théoriques de  $|S|$ .

Remarque:

Pour des enfoncements faibles, le signal réfléchi est faible. Le détecteur, travaillant dans sa zone quadratique, ne peut pas détecter ce signal.

(-): les signaux sont imperceptibles sur l'appareil de mesure (cas où  $h = 2,5$ ).

0,06	0,05	0,04	0,03	0,08	0,05
0,139	0,14	0,13	0,13	0,13	0,14
0,39	0,56	0,44	0,27	0,33	0,41
0,68	0,63	0,63	0,63	0,64	0,63
0,77	0,78	0,79	0,77	0,78	0,80

## Conclusion.

Le dispositif utilisé comme élément de pont pour la mesure d'impédances, du module de coefficient de réflexion, nous conduit à des résultats qui sont dans un même ordre de grandeur. Le léger écart qui existe entre les résultats peut-être négligeable puisque les composants de circuit ne sont pas tous parfaits. De fait, diverses erreurs peuvent donner naissance à une différence entre les valeurs d'impédance (tableau 5.1.3), de même entre les valeurs des modules de coefficients de réflexion (tableau 5.2.1).

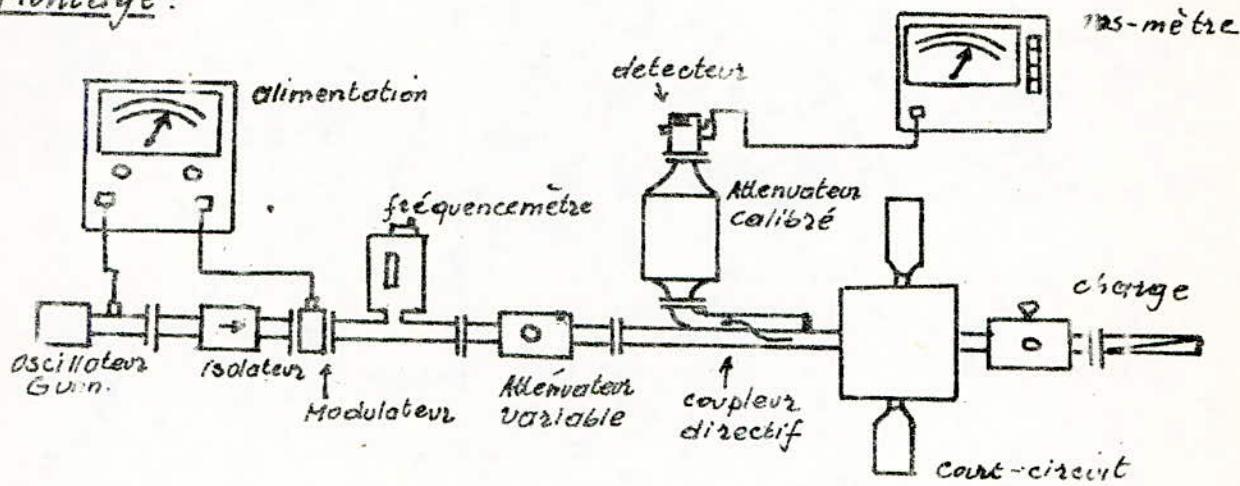
Les différentes sources d'erreurs qui peuvent exister dans le montage sont :

- 1- Une mauvaise construction du té introduit une désadaptation et un couplage par dissymétrie.
- 2- La fréquence de fonctionnement n'est pas constante et peut différer de la fréquence d'adaptation du té magique.
- 3- Une désadaptation de l'isolateur du côté té magique donne naissance à une onde incidente (par réflexion) supplémentaire perturbant l'onde stationnaire dans la ligne de mesure.
- 4- Désadaptation et caractéristiques non identiques des détecteurs
- 5-a) Erreur de lecture des positions des maximums et des minimums sur la ligne de mesure.  
5-b) Erreur de lecture sur l'appareil de mesure (pas mesuré)
- 6- La mauvaise qualité des courts-circuits surtout après un certain d'utilisation.

### 5.3 - Adaptation d'impédances :

But : La manipulation consiste en l'utilisation d'un té morigique pour avoir l'adaptation d'impédances de charge quelconque.

#### Montage :



On règle l'oscillateur Gunn sur 9000 MHz pour une tension de 8 volts.

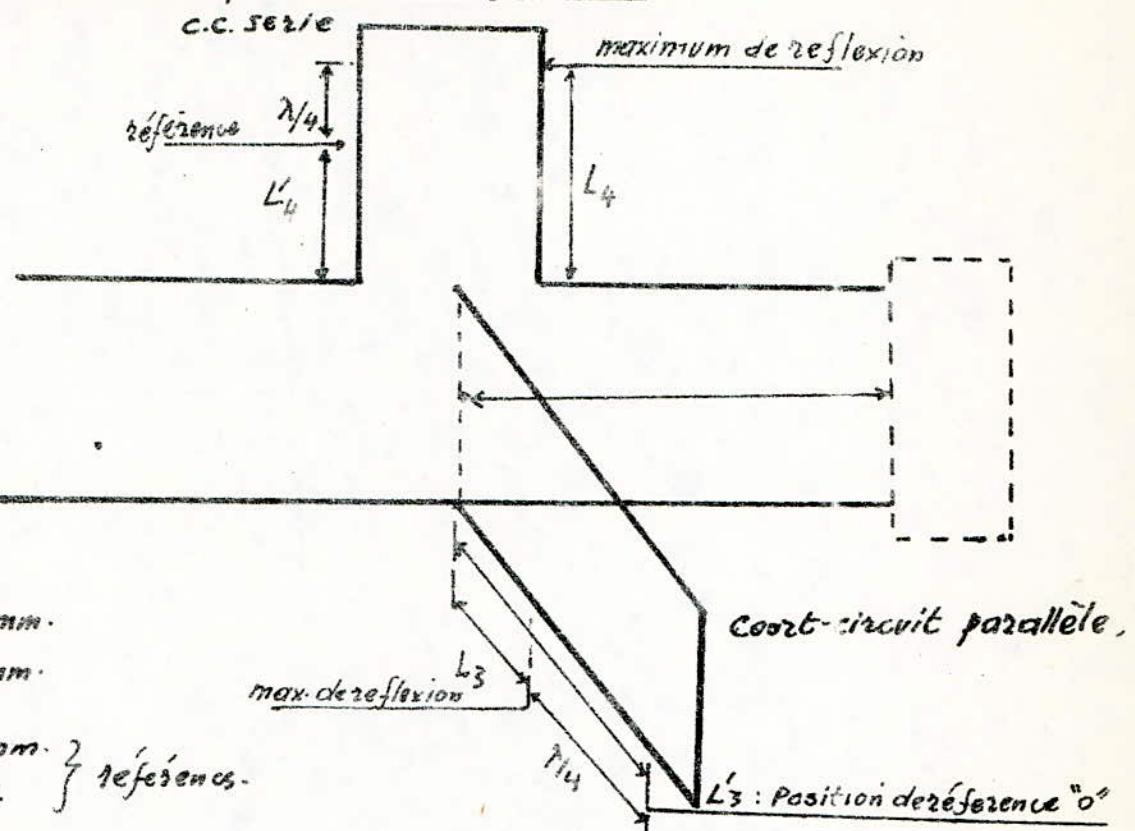
#### Principe :

On place la charge à adapter sur la terminaison (2) du té morigique; les bras (3) et (4) sont fermés par des courts-circuits variables. Le coupleur directif, intercalé entre le générateur et le bras (1) du té morigique, permet de véhiculer le signal réfléchi que l'on détectera sur l'appareil de mesure (TOS-mètre). L'étude du signal détecté permet de voir l'adaptation. Celle-ci correspond à un minimum de signal détecté.

#### Mode opératoire :

Pour adapter une impédance de charge quelconque, on agit tour à tour sur la position des courts-circuits jusqu'à obtention d'une déviation minimale sur le TOS-mètre qui se traduit par une réflexion nulle. Ainsi la charge présente un coefficient de réflexion nul et un TOS unité. A ce moment, on dit que l'on a adaptation. Les résultats sont rassemblés dans le tableau (5.3.1).

### Détermination des positions de référence.



Les positions  $L_3$  et  $L_4$  sont telles qu'on obtient un maximum de puissance refléchie. Ces positions sont déterminées l'une après l'autre.

Quand on détermine  $L_4$ , le court-circuit parallèle est remplacée par une charge adaptée; de même pour  $L_3$ .

A  $L_4$  correspond un court-circuit présentant à son entrée une impédance infinie.

Pour le court-circuit parallèle, celui-ci présente, à la position  $L_3$ , une impédance nulle à son entrée.

Les positions de référence sont obtenues après un déplacement de  $\lambda/4$  à partir des positions initiales. Elles sont définies en vue d'avoir un minimum de réflexion.

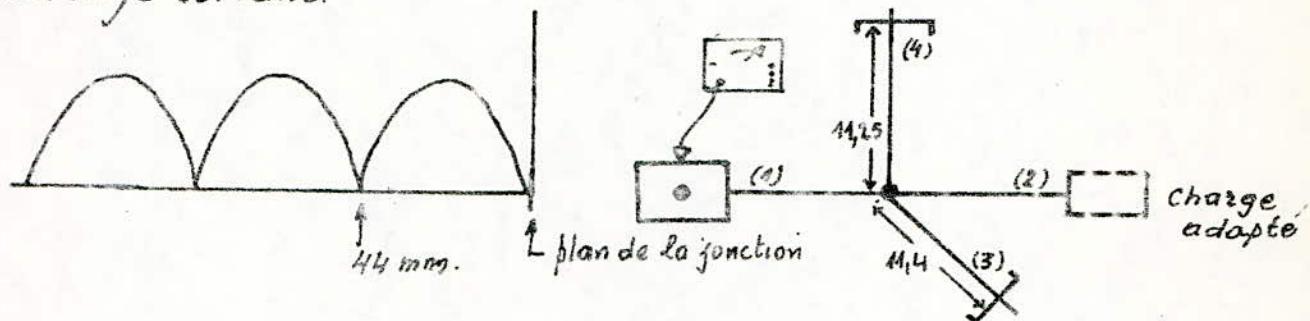
-77-

## Mesure de la longueur électrique équivalente.

La longueur électrique équivalente est la distance qui sépare le plan de charge du plan de la jonction.

Procédé de mesure. (La mesure se fait en deux étapes).

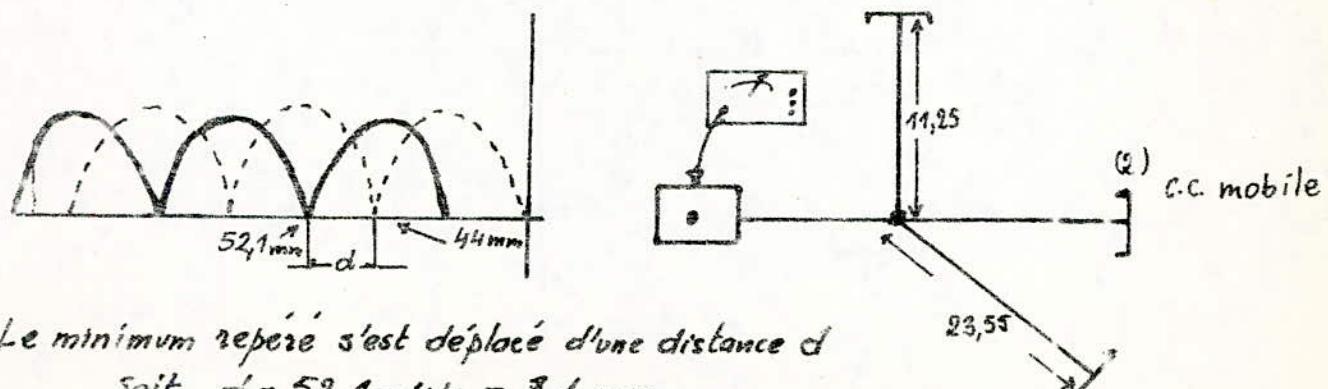
1<sup>re</sup> étape : on veut déterminer un minimum de référence. Soit le montage suivant.



On place la ligne de mesure (bras (1)), et une charge adaptée sur le bras (2). Le court-circuit série est positionné de telle sorte qu'il n'influe pas sur le dispositif. (c.-à-d il est sur la position "référence", il se comporte comme un court-circuit à son entrée). Le court-circuit parallèle est sur la position donnant une réflexion totale.  
A l'aide de la ligne de mesure, on détecte les minima de l'onde stationnaire dont l'un est pris comme référence ( $d = 44 \text{ mm}$ ). fig 1

### 2<sup>me</sup> étape:

On remplace la charge adaptée par un court-circuit mobile. Le court-circuit parallèle est maintenant sur la position "référence".



Le minimum repéré s'est déplacé d'une distance  $d$   
Soit  $d = 52,1 - 44 = 8,1 \text{ mm}$ .

Il vient:

$$l = \left( \frac{\lambda_0}{2} - d \right) + \frac{\ell_0}{2}$$

$$l = 16,4 \text{ mm}$$

Exemple: d'adaptation traité à l'aide de l'abaque de Smith

Soit  $Z = 1,9 - j0,6$  l'impédance à adapter  
calculons les longueurs des deux stubs à l'adaptation.

Sur l'abaque,  $Z$  est représentée par le point A à  $d/\lambda = 0,781$  du générateur.  
On ramène cette impédance au plan de la jonction.

$$\frac{L}{\lambda} = \frac{16,4}{48,6} = 0,336$$

$$d/\lambda = L/\lambda + d/\lambda = 0,117 \quad (+0,5)$$

On lit sur l'abaque l'impédance ramenée. Soit

$Z_2 = 0,75 + j0,60$  : représentée par le point T  
Le cercle ( $C_0$ ) est le lien des impédances et  $C(g=1)$  le lien des admittances.

Au point C, on a :

$$jx = j0,42$$

$$jx_s - jx_2 = j0,42 \text{ d'où } jx_s = -j0,18$$

Il vient

$$Z_s = -j0,21 \text{ (point } P_1) \Rightarrow \boxed{L_{s_1} = 0,471\lambda = 22,39 \text{ mm.}}$$

Au point D on a :

$$jx = -j0,42$$

$$jx_s + jx_2 = -j0,42 \text{ d'où } jx_s = -j1,02 \text{ (Point } P_2)$$

$$\boxed{L_{s_2} = 0,374\lambda = 18,13 \text{ mm}}$$

Calcul des longueurs du court-circuit parallèle (stub parallèle).

Au point F, on a :

$$y = 1 - j0,55; \text{ l'admittance du stub parallèle est donc}$$

$$y_p = j0,55 \text{ (point L)}$$

on trouve :

$$L_{p_1} = 0,33\lambda \Rightarrow \boxed{L_{p_1} = 16,10 \text{ mm}}$$

Au point E, on a :

$$y = 1 + j0,55 \quad y_p = -j0,55 \text{ (point K').}$$

$$\boxed{L_{p_2} = 8,29 \text{ mm}}$$

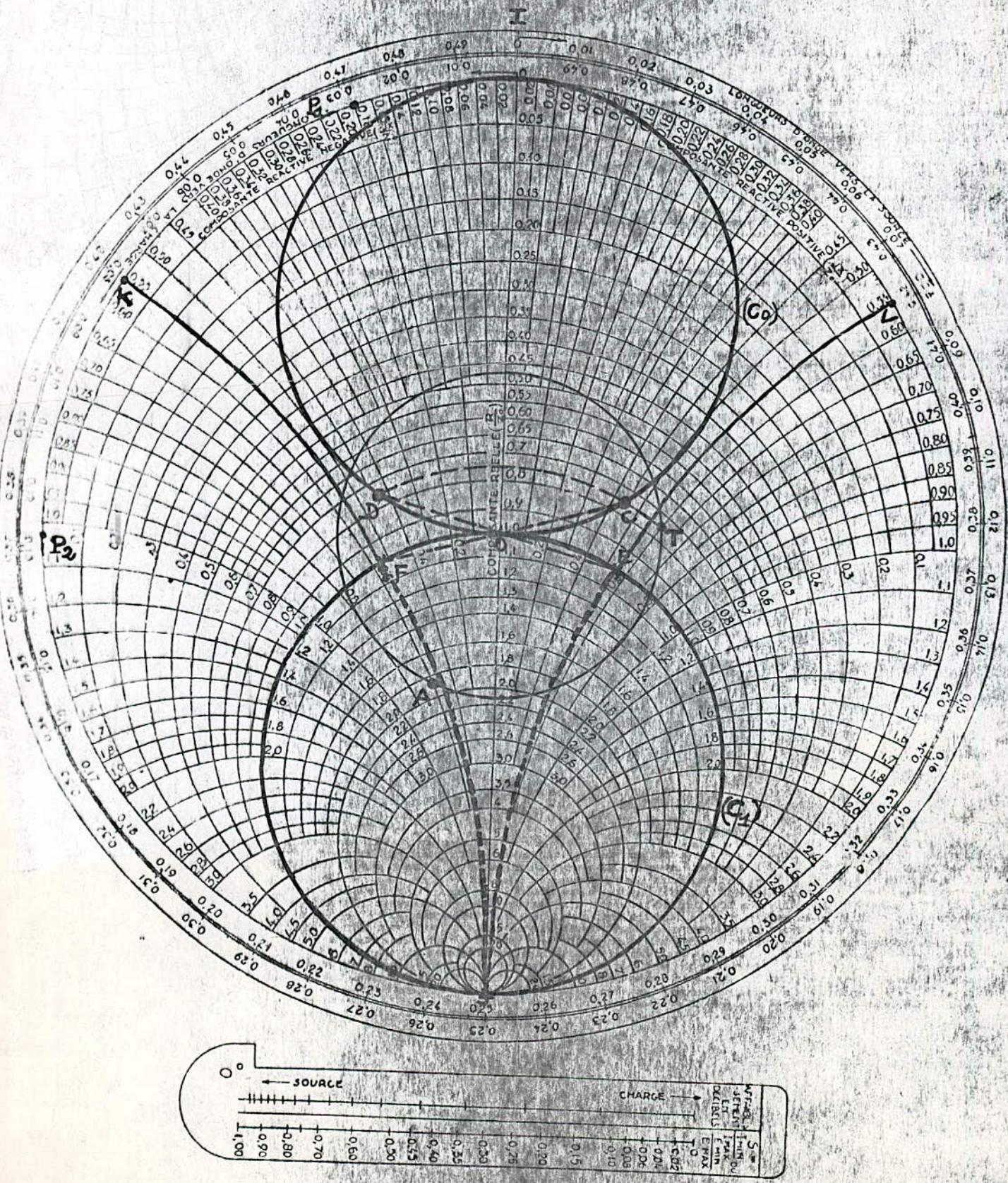


FIG. 26

Tableau (5.3.1). Adaptation : valeurs pratiques des couples ( $L_s$ ,  $L_p$ ).

Impédance à adapter	1 <sup>er</sup> couple		2 <sup>nd</sup> couple.	
	$L_s$	$L_p$	$L_s$	$L_p$
$0,80 - j0,18$	7,9	11,8	17,9	—
$1,9 - j0,6$	—	16,0	21,33	10,65
$0,8 - j0,53$	20,99	—	7,55	11,65
$0,36 - j0,91$	16,45	13,49	—	18,23
$2,6 - j3,2$	20,75	5,8	14,45	—

Tableau (5.3.1) : Exemple théorique.

Impédance à adapter.	1 <sup>er</sup> couple		2 <sup>nd</sup> couple	
	$L_s$	$L_p$	$L_s$	$L_p$
$1,9 - j0,6$	22,89	16,10	18,17	8,29

(-): la longueur n'est pas déterminée à cause de la longueur réduite du court-circuit utilisé.

### Conclusion:

D'après l'étude théorique faite sur l'adaptation, on doit obtenir deux couples solutions pour les deux courts-circuits (statis). En examinant le tableau de mesure (5.3.1), un couple seulement assure l'adaptation ; le deuxième ne peut être déterminer à cause des longueurs réduites des courts-circuits.

Entre les valeurs mesurées et calculées (théoriques) existe un écart qu'on peut admettre si l'on tient compte des erreurs introduites dans le montage.

Ces erreurs peuvent provenir soit de la mauvaise qualité des courts-circuits, soit de la présence des modes émergents, au niveau de la fonction, qui sont équivalents à des éléments réactifs influant sur l'adaptation.

Malgré ces erreurs, le té magique par son efficacité est qualifié de bon adaptateur d'impédances.

### S.4 - Déphasage variable.

But: C'est de faire du té magique un déphaseur, et de tracer la courbe  $\psi_f$  (phase théorique) en fonction de la phase  $\phi_m$  (phase mesurée).

#### Théorie:

Comme il a été montré dans (5.3.), on fixe les positions des courts-circuits de façon que le court-circuit série présente à l'entrée  $z=0$  et le court-circuit parallèle présente  $z_e = \infty$ . Pour ces positions fixes de référence, le té magique n'introduit aucun déphasage.

- Position de référence du cc. série  $L_1 = 44,25 \text{ mm}$ .

- Position de référence du cc. parallèle  $L_3 = 23,55 \text{ mm}$ .

on voit que l'écart de ces positions vérifie bien la condition (4.2.5).

Considérons une ligne de mesure, alimentée en ses extrémités par deux ondes supposées de même amplitude mais de phases différentes. Le champ (tension) résultant en un point quelconque de la ligne de mesure est la superposition de deux ondes.

Soit:

$$V_i = A e^{-j\beta z} \quad \text{l'onde incidente}$$

$$V_2 = A e^{j[\beta(z-l) + \phi]} \quad \text{l'onde réfléchie}$$

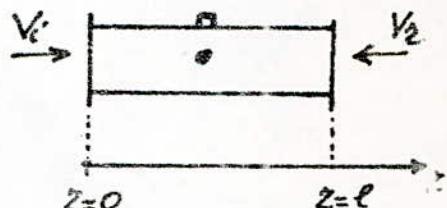
$\phi$ : déphasage introduit par le té magique.

La tension résultante est :

$$V = V_i + V_2 = A e^{-j\beta z} + A e^{j[\beta(z-l) + \phi]}$$

$$V = A e^{j(\frac{\phi - \beta l}{2})} \cdot [e^{-j[\beta z + \frac{\phi - \beta l}{2}]} + e^{j(\beta z + \frac{\phi - \beta l}{2})}]$$

$$V = 2A e^{j(\frac{\phi - \beta l}{2})} \left[ \cos \left( \beta z + \frac{\phi - \beta l}{2} \right) \right]$$



La sonde de la ligne de mesure ne détecte que le module du champ, alors on écrit

$$|V| = |2A| \cos \left[ \frac{\phi}{2} + \beta \left( z - \frac{\phi}{2} \right) \right]$$

$$|V| = |2A| \cos [\phi/2 + x] \quad \text{avec } x = \beta \left( z - \frac{\phi}{2} \right)$$

Pour  $\phi = 0$ , il vient

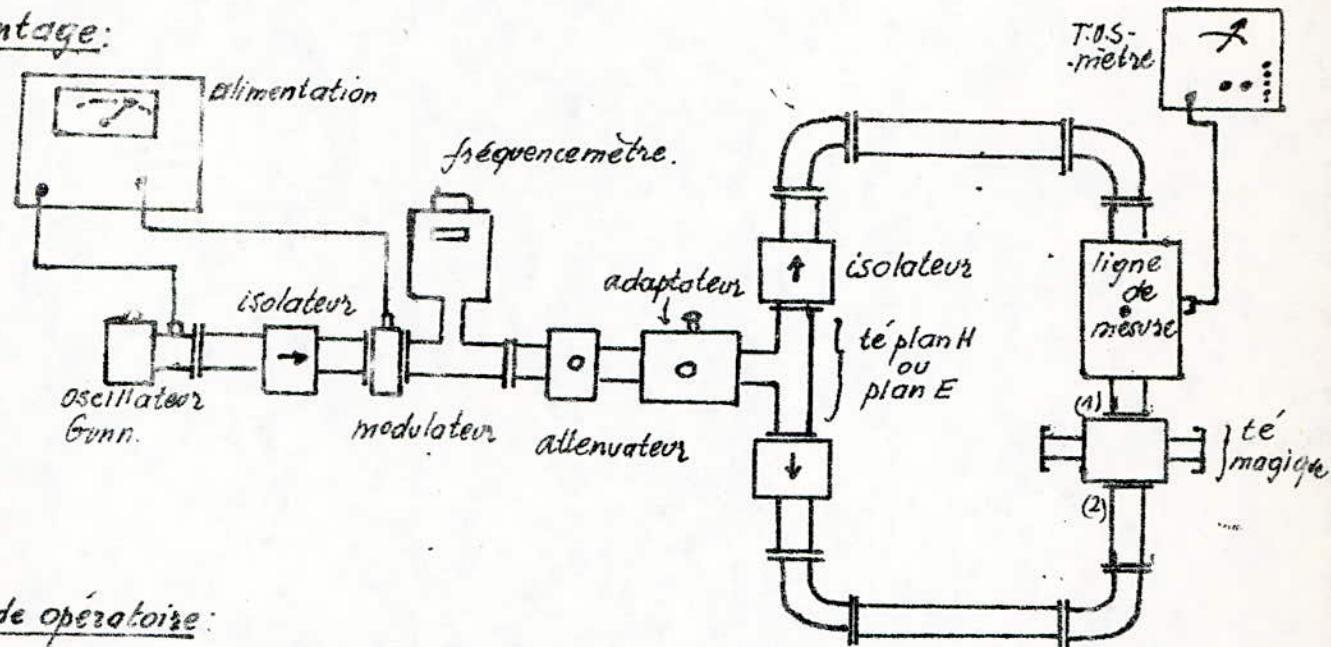
$$|V| = |2A \cos X| : \text{ onde stationnaire comme référence.}$$

Pour  $\phi \neq 0$ , les minimums de l'onde stationnaire se déplacent d'une distance  $\delta L$  de telle façon que.

$$\phi_{1/2} = \beta_g d \quad \text{ou} \quad \phi_T = 2\beta_g \cdot d \quad ; \quad \phi_M = 2\beta_g \cdot \delta L.$$

où  $\delta L$ : déplacement sur les courts-circuits.

### Montage:



### Mode opératoire:

- On accorde l'oscillateur sur une fréquence de 9000 MHz.
- L'atténuateur variable est fixé à 10 dB de façon à avoir une déviation moyenne sur l'appareil de mesure. Aux positions de référence des deux courts circuits, on repère un minimum de tension sur la ligne de mesure qui correspond à une déviation minimale sur le T.O.S. mètre. Ensuite, on déplace les courts-circuits d'une longueur  $\delta L$ , on constate que le minimum s'est déplacé. Grâce à la ligne de mesure, on note le déplacement provoqué par  $\delta L$ .

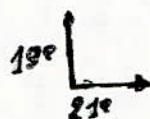
On recommence l'opération pour diverses valeurs  $\delta L$ .  
Voir tableau (5.4.1).

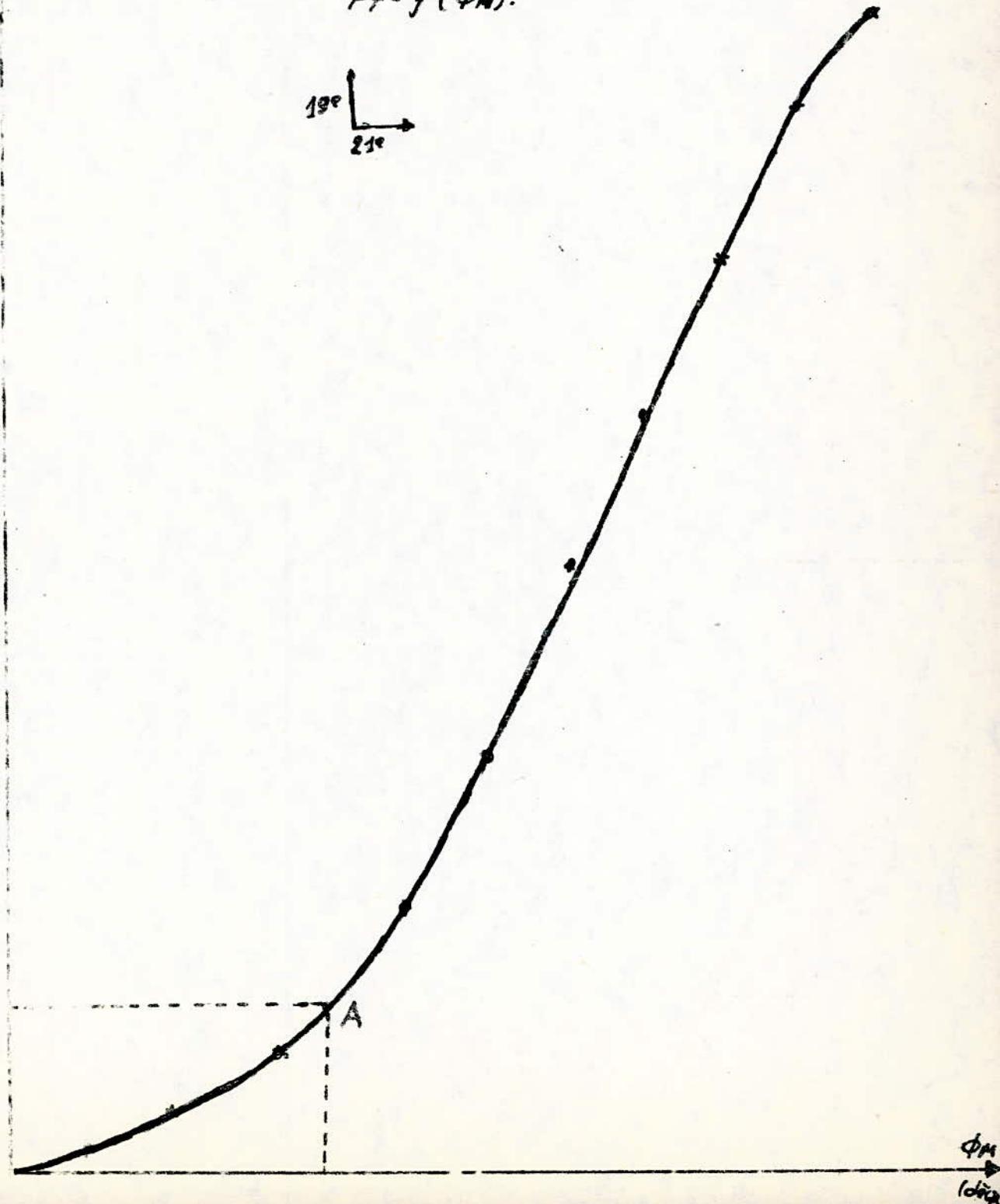
Tableau (5.4.1) : Déphasage variable:- mesure de phases.

$l_s$ : longueur du court-circuit Sectie (mm)	11,25	13,25	15,25	17,25	19,25	21,25	23,25	25,25	27,25	29,25	31,25	33,25
$l_p$ : longueur du court-circuit parallèle (mm)	23,55	25,55	27,55	29,55	31,55	32,55	35,55	37,55	39,55	41,55	43,55	45,55
$\Delta l$ (mm): déplacement des bobinages	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22
$\theta$ : déplacement des bobinages (min)	0	7,67	14,7	22,2	30,1	37,5	43,5	50,0	57,2	64,2	71,2	78,6
$\theta$ : phase mesurée (min)	0	23,6	59,25	88,9	112,5	140,1	177,7	207,4	237	267,6	296,2	325,9
$\phi$ : phase théorique (degrés)	0	9,62	20,7	32,6	54,9	88,8	137,7	200	251,87	300,62	351	380,23

$\Delta \phi_T$  (degrees)

$$\phi_T = f(\phi_m).$$


  
 19°      21°



Remarque:

Le montage permet également la mesure d'extinction (dote magique) qui est directement liée au taux d'onde stationnaire.

Cette mesure nécessite l'emploi d'un amplificateur pour éléver le niveau des minimums. Malheureusement, on ne dispose pas d'un tel amplificateur.

Ce manque de matériel nous a privé d'une telle mesure.

Commentaire de la courbe  $\phi_r = f(\phi_m)$ .

D'après la courbe, on distingue deux zones.

a) Zone non linéaire.

Elle s'explique par le fait qu'au niveau de la jonction, il existe une zone perturbée dans laquelle apparaissent des modes émanants mettant en jeu de l'énergie réactive. La zone perturbée est équivalente à des éléments réactifs qui déduisent la longueur équivalente du guide. Dans cette zone le déphaseur n'est pas fidèle.

b) Zone linéaire

A partir du point A, la courbe de phase est presque linéaire. Si on admet les variations dues aux erreurs introduites par les composants du circuit, la courbe représentera la courbe d'échantillonnage du déphaseur.

## CONCLUSION

Le Té magique est un dispositif particulièrement important pour de nombreuses applications dans le domaine micro-onde. Son utilisation comme élément de pont, résultant de la division de puissance et de l'équipartition est d'une grande importance. Dans ce cas, ce dispositif appelé diviseur de puissance peut remplacer par exemple les atténuateurs lorsque les puissances sont très élevées.

Les possibilités offertes par le fonctionnement du Té magique sont nombreuses mais nous nous arrêterons seulement sur quelques applications et propriétés. Le Té magique est équivalent à un transformateur et c'est une extension aux UHF du transformateur différentiel très utilisé en basse fréquence.

On peut aussi l'utiliser comme adaptateur, et réaliser des éléments de circuits tels que les déphasateurs, les circulateurs....etc.

Nous rappelons également que ce dispositif jouit des caractéristiques suivantes:

toute onde excitée dans le bras (E) donne dans (1) et (2) deux ondes en opposition de phase, mais rien dans (H). De même une onde lancée du bras (H) excite deux ondes en phase dans (1) et (2) mais rien dans (E).

Aux avantages que présente ce dispositif s'ajoute certains inconvénients. Son utilisation ne peut être satisfait qu'à une fréquence fixe de fonctionnement ou dans une bande de fréquence très étroite entourant la fréquence de travail. Dans une bande de fréquences étendues il se produit des erreurs dues à la déadaptation et au couplage par dissymétrie du Té. Pour cela on recommande l'emploi de dispositifs à large bande.

Cependant vu son prix relativement élevé on s'adresse, quand on le peut à des dispositifs plus simples et moins chers tels que le té hybride, les té simples (plan-E, plan-H), les circulateurs....etc

Notre étude est un peu générale. Nous souhaitons que des promotions futurs s'appuieront sur ce modeste projet afin de rédiger une suite dans laquelle seront étudiés d'autres applications.

BIBLIOGRAPHIE.

1. Adam.

microwave theory and application

2. CAROL G. MONTGOMERY.

technique des mesures en micro-ondes.

3. E. Argence et Th. Kahan.

théorie des guides et des cavités électromagnétiques.

4. Georges Boudouris et Pierre Chenevier

Circuits pour ondes guidées, dunod, 1975

5. G. A. Deschamps.

Détermination of reflexction coefficient and insertion  
loss of a waveguide junction. Application physique  
pp1046-1050(August)1953)

6. HARVEY. A. F.

Microwave engineering. 1963.

7. E. L. GINZTON.

Microwave measurement, Mc Graw-Hill, New York, 1953

8. R. Rigal et J. Voge.

Les hyperfréquences. Circuits et propagation des ondes.  
Edition EYROLLES, 1970.

9. R. N. Ghose.

Microwave circuits theory and analysis, Mc Graw, New York 1963

10. S. Lefevre.

Hyperfrequencs, dunod, 1969