19/83
lea

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE ET D'ELECTROTECHNIQUE

FILIERE D'INGENIEUR EN ELECTRONIQUE.

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
المكتبة
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHÈQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET : ETUDE DE QUADRIPOLES MICRO-ONDES PAR METHODES GRAPHIQUES ET NUMERIQUES

PROPOSE PAR : K. GRABOWSKI.

REALISE PAR : BOUDIAF. A.

FARAH. DJ.

PROMOTION JUIN 83.

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE ET D'ELECTROTECHNIQUE

FILIERE d'INGENIEUR en ELECTRONIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE DE QUADRIPOLES MICROONDES

PAR DES METHODES GRAPHIQUES ET NUMERIQUES

PROPOSÉ par: Mr K. GRABOWSKI

realisé par: BOUDIAF A

FARAH DJ

بســـم الله الرّحمٰن الرّحيم

"أولم ير الذين كفروٓا أنّ السّمٰوٰت والأرض كانتا رتقا ففتقنٰهما وجعلنا من المآء كلّ شيء حيّ أفلا يومنون"

"صدق الله العظيم"

"سورة الأنبياء الاية 30"

"Le seigneur a dit : « Ceux qui ne me croient pas n'ont ils pas vu que les cieux et la terre étaient bel et bien cousus? Ensuite nous les avons dégagés tous deux et nous avons fait de l'eau tout être vivant. Ne croient ils donc pas? "

(S XXI/30)

DEDICACES

.A MES PARENTS

.A MES FRERES ET SOEURS

DJAMEL

- A MA MERE

- A MON PERE

- A MES FRERES ET SOEURS

- A CEUX QUI ATTESTENT « Qu'il n'y a de DIEU que DIEU et MOHAMED est son PROPHETE ».

ABDERRAHMANE

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier Mr GRABOWSKI, notre promoteur, pour sa gentillesse et l'aide consentie dans l'élaboration de notre travail.

Nos remerciements vont également :

- à Mr BOUDRAÂ
- à tous ceux qui nous ont aidé de près ou de loin.
- à ceux qui ont contribué à notre formation

Table des Chapitres

I) INTRODUCTION

l'interêt du coefficient de reflexion et de la notion d'onde est vite apparu, dans le domaine des hyperfrequences, pour decrire les circuits. C'est que l'emploi du coefficient de reflexion s'avère efficace puisqu'il est facile de suivre ses transformations le long d'une chaine de quadripôles : son evolution est representée par une simple transformation homographique.
on en vient vite à la theorie de la matrice S
cette matrice presente des proprietes mathématiques commodes et existe pour toutes sortes de quadripôles. Elle renferme les caracteristiques principales du quadripôle : le coefficient de reflexion et celui de transmission.
Une autre representation utilise le schema electrique pour caracteriser un quadripole : c'est celle, par exemple, en un circuit dit canonique. cette representation permet de pouvoir travailler dans les conditions optimales, de connaitre à l'avance le comportement du circuit utilisé si on opere quelque modification
des travaux relativement recents montrent que le champ d'application de la matrice S peut être étendu aux basses frequences

II FORMES DE REPRESENTATION DE QUADRIPOLES MICRO-ONDES

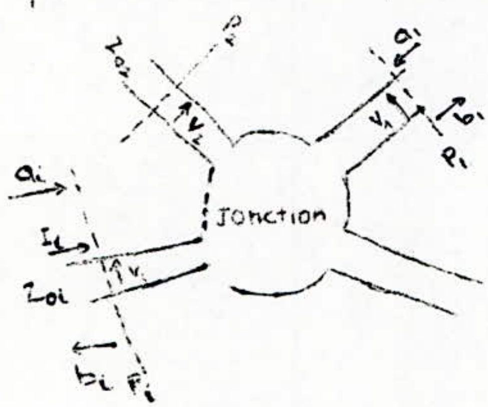
1) representation par des matrices

1.1 MATRICE DE REPARTITION

1.1.1 : multipôle :

a) DEFINITION de la matrice [S] : considerons un multipole passif de n acces

ou portes et de plans de reference specifies P_i



chaque porte se caracterise par : - son impedance caracteristique Z_{oi}
- l'onde entrante a_i
- l'onde sortante b_i

Pour caracteriser le multipôle, independamment de ses terminaisons, nous chercherons une grandeur sous forme d'une matrice rassemblant les paramètres caracteristiques de ce multipôle. L'étude, alors, du multipole revient à la connaissance des elements S_{ij} de cette matrice que nous appellerons [S].

les S_{ij} sont determinés pour des plans de reference donnés et une frequence fixe.

les milieux contenus dans le multipôle sont supposés lineaires, ce qui permet d'ecrire une onde sortante b_i comme la somme de toutes les ondes entrantes a_j affectées des constantes S_{ij}.

$$b_i = S_{i1} a_1 + S_{i2} a_2 + \dots S_{in} a_n$$

En faisant varier i de 1 à n on obtient l'écriture suivante :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & \dots & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix}$$

; soit d'une manière plus simple : $[b]=[S][a]$ (1)

(1) définit la matrice $[S]$ du multipôle

b/ Signification physique des éléments S_{ij} :

si on excite la porte i avec une onde a_i en adaptant toutes les autres terminaisons

on a : $\begin{cases} a_j = 0 & j = 1, \dots, n \\ & j \neq i \end{cases}$ d'où $b_k = S_{ki} \cdot a_i$

* pour $k = i$ $S_{ki} = S_{ii}$ représente le coefficient de réflexion de l'accès i

* pour $k \neq i$ S_{ki} représente le coefficient de transmission de l'accès i vers l'accès k.

c/ Signification physique des ondes a_i et b_i :

Pour l'accès i on a les expressions de la tension et du courant comme :

$$\left.\begin{aligned} V_i(z) &= V_i^+ e^{-\gamma_i z} + V_i^- e^{\gamma_i z} \\ Z_{0i} \cdot I_i(z) &= V_i^+ e^{-\gamma_i z} - V_i^- e^{\gamma_i z} \end{aligned}\right. \quad (EQ.\ 1)$$

<u>remarque</u> : Z_{0i} sera réelle pour la suite

$$2V_i^+ = e^{\gamma_i z} \left(V_i(z) + Z_{0i} I_i(z) \right)$$

$$2V_i^- = e^{-\gamma_i z} \left(V_i(z) - Z_{0i} I_i(z) \right)$$

on pose : $a_i = \dfrac{V_i^+ e^{-\gamma_i z}}{\sqrt{Z_{0i}}}$; $b_i = \dfrac{V_i^- e^{\gamma_i z}}{\sqrt{Z_{0i}}}$

on obtient : $V_i = (a_i + b_i)\sqrt{Z_{0i}}$ et $I_i = \dfrac{a_i - b_i}{\sqrt{Z_{0i}}}$

$$I_i = \frac{a_i - b_i}{\sqrt{Z_{0i}}}$$

La puissance moyenne est donnée par : $P_m = \frac{1}{2} R_e (V_i . I_i^*)$

$$P_m = \frac{1}{2} [a_i a_i^* - b_i b_i^*] = \frac{1}{2} [|a_i|^2 - |b_i|^2]$$

la puissance moyenne totale : $P_{mt} = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n} |a_i|^2 - \sum_{i=1}^{n} |b_i|^2 \right]$

– cas particulier du multipôle sans pertes :

La puissance dissipee est nulle dans ce cas : $0 = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{n} |a_i|^2 - \sum |b_i|^2 \right]$

i.e $\sum_{i=1}^{n} |a_i|^2 = \sum_{i=1}^{n} |b_i|^2$ (eq 2)

la puissance totale entrante est egale à la puissance sortante totale.

1.1.2 Quadripôle :

Pour un quadripôle (n=2), la matrice de repartition se reduit à :

$$S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

Pour un quadripôle sans pertes l'equation (2) (§ 1.1.1) devient :

$$\sum_{i=1}^{2} |a_i|^2 = \sum_{i=1}^{2} |b_i|^2 \quad \text{ou} \quad \sum_{i=1}^{2} a_i a_i^* = \sum_{i=1}^{2} b_i b_i^*$$

$$[\hat{a}]^* [a] = [\hat{b}]^* [b] = [\tilde{Sa}]^* [Sa] = [\hat{a}]^* [\hat{S}]^* [S] [a] \Rightarrow [\hat{S}]^* [S] = I$$

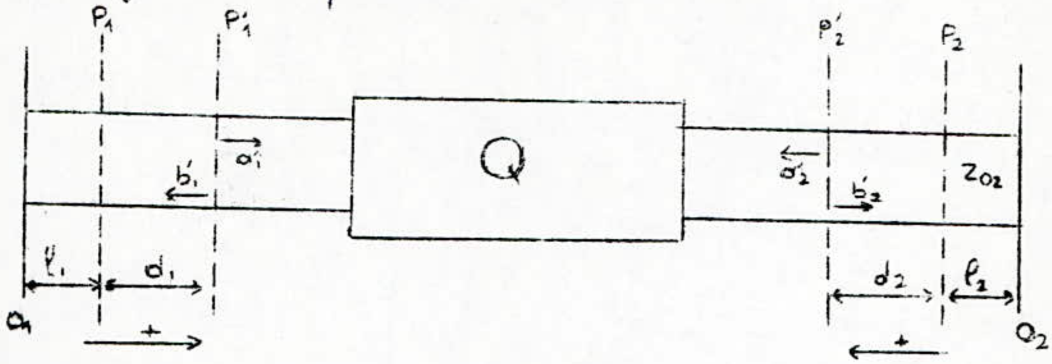
avec : I = matrice unité
$\wedge$ = le transposé
$*$ = le conjugué

Si le quadripôle est symetrique : $[\hat{S}] = [S]$ d'où $[S]^* [S] = I$

ce qui se traduit par :

$$\sum_{r=1}^{2} S_{ri}^* S_{rj} = \delta_{ij} \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

1.1.3 changement des plans de reference :



En choisissant le sens positif celui qui entre dans le quadripôle on a les expressions des S'_{ij} definis par rapport aux nouveaux plans (P'_1 et P'_2) données par [GRIVET] ; $S'_{21} = S_{21} e^{j(\beta_1 d_1 + \beta_2 d_2)}$; $S'_{11} = S_{11} e^{2j\beta_1 d_1}$

$$S'_{12} = S_{12} e^{j(\beta_1 d_1 + \beta_2 d_2)} \quad ; \quad S'_{22} = S_{22} e^{2j\beta_2 d_2}$$

soit d'une maniere générale : $S'_{ik} = S_{ik} e^{j(\beta_i d_i + \beta_k d_k)}$

1.2 MATRICE DE TRANSFERT C :

La matrice de transfert est une caracteristique du quadripole. Elle relie les ondes dans le plan d'entrée P_1 aux ondes dans le plan de sortie P_2. Elle est surtout utilisée pour la determination du quadripôle equivalent de plusieurs quadripôles relies en cascade. Elle est definie par :

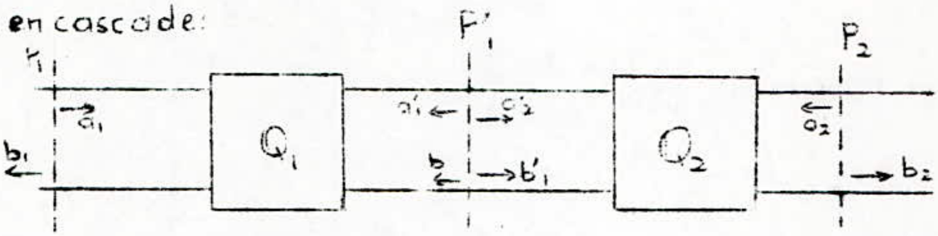
$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix} \iff \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

- Relation entre les C_{ij} et les S_{ij} d'un quadripôle :

on montre aisement que :

$$C_{11} = \frac{1}{S_{21}} \quad ; \quad C_{12} = -\frac{S_{22}}{S_{21}} \quad ; \quad C_{21} = \frac{S_{11}}{S_{21}} \quad ; \quad C_{22} = S_{12} - \frac{S_{11} S_{22}}{S_{21}}$$

1.2.1 Quadripoles en cascade:



le plan P'_1 est commun aux 2 quadripôles

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = [C_1] \begin{bmatrix} b'_1 \\ a'_1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} a'_2 \\ b'_2 \end{bmatrix} = [C_2] \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

comme $\begin{bmatrix} b'_1 \\ a'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_2 \\ b'_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = [C_1][C_2] \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$

La matrice de transfert du quadripole équivalent est: $[C] = [C_1][C_2]$

En généralisant à n quadripoles: $[C] = [C_1][C_2] \cdots [C_n]$

1.3 Proprietés générales:

Pour faciliter l'étude, on considère les accès homogènes: $R_{c1} = R_{c2}$

1.3.1 MATRICE de REPARTITION S:

a/ reciprocité: Si le quadripôle est reciproque on a: $S_{12} = S_{21}$

b/ symetrie: un quadripôle est symetrique si en le retournant les coefficients de reflexion restent inchangés, ce qui se traduit par: $S_{11} = S_{22}$

c/ Quadripôle sans pertes: [voir GRIVET]

$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \quad ; \quad |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 = 1 \quad ; \quad S_{11} S_{12}^* + S_{21} S_{22}^* = 0$

1.3.2 MATRICE de Chaine:

Les mêmes proprietés se retrouvent dans la matrice de chaine:

a/ reciprocité: $C_{12} = C_{21}$

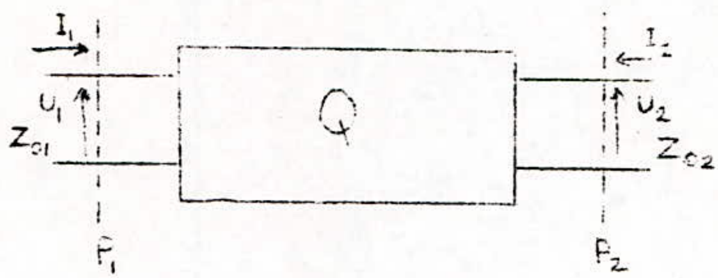
b/ symetrie: $C_{11} = C_{22}$

2. REPRESENTATION par les circuits equivalents:

2.1 representation par transformateur:

2.1.1 theorème: Pour n'importe quel quadripôle sans pertes, on peut trouver, pour une frequence fixe, deux plans dans la ligne d'entrée et de sortie entre lesquels le quadripôle est representé par un transformateur ayant un coefficient de transformation réel.

Demonstration:



soit la matrice A, appelée matrice de chaine, definie par :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ -I_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

supposons que la ligne, d'impédance caracteristique Z_{02}, est terminée en P_2 par la charge Z_{ch}. Alors l'impedance vue en P_1 est :

$$Z_{P_1} = \frac{A_{12} + A_{11} Z_{ch}}{A_{22} + A_{21} Z_{ch}}$$

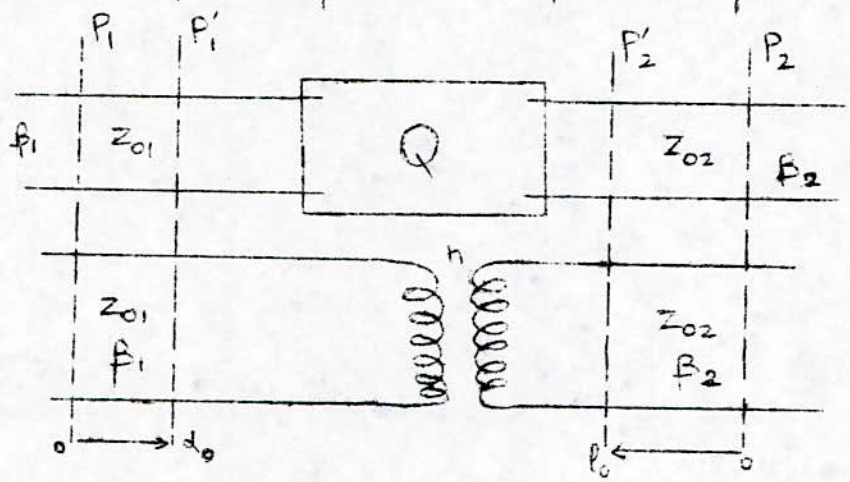
D'autre part les eléments de $[A]$ sont reliés aux elements de $[Z]$ par

$$A_{11} = \frac{Z_{11}}{Z_{12}} \;, \quad A_{12} = \frac{\det [Z]}{Z_{12}} \;, \quad A_{21} = \frac{1}{Z_{12}} \;, \quad A_{22} = \frac{Z_{22}}{Z_{12}}$$

comme les Z_{ij}, d'un quadripole sans pertes, sont imaginaires purs alors:

A_{11} et A_{22} sont reels, A_{21} et A_{12} sont imaginaires purs.

supposons que nous ayons trouvé les deux plans P'_1 et P'_2 entre lesquels le quadripôle, sans pertes, peut être representé par un transformateur idéal



on place en P'_2 une charge Z_{ch}, on a alors : $Z_{P'_1} = Z'_1 = n^2 Z_{ch}$

or on a la relation : $Z'_1 = Z P'_1 = \dfrac{A_{12} + A_{11} Z_{ch}}{A_{22} + A_{21} Z_{ch}} = n^2 Z_{ch}$

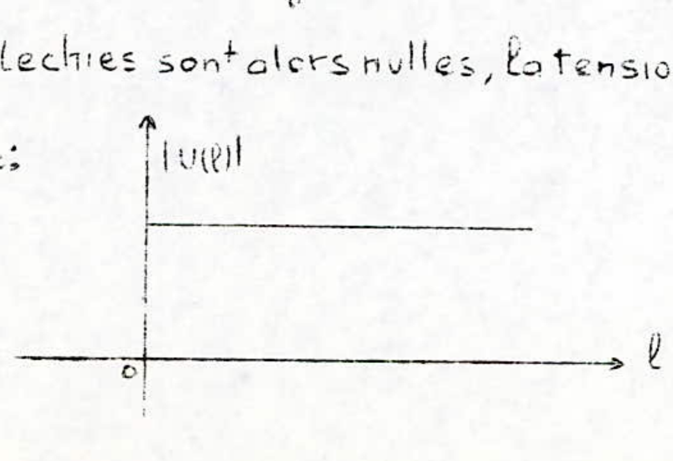
cette egalite est verifiee pour : $A_{12} = A_{21} = 0$

ce qui donne : $n^2 = \dfrac{A_{11}}{A_{22}}$; n^2 etant reel par hypothèse, le rapport $\dfrac{A_{11}}{A_{22}}$ est aussi réel, l'égalité est donc vraie.

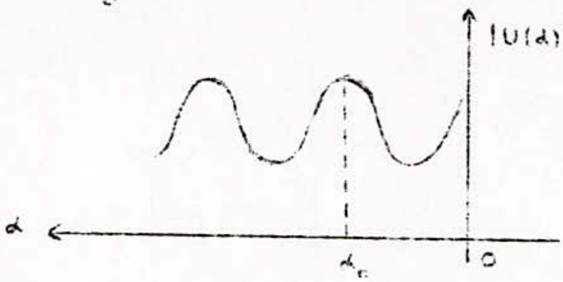
a) determination de n^2 :

supposons qu'on ait une charge adaptée en P_2 : $Z_{ch} = Z_{02}$

Les ondes reflechies sont alors nulles, la tension $U(\ell)$, à droite, est de la forme :



Par contre, à gauche, la tension $V(d)$ a la forme suivante :



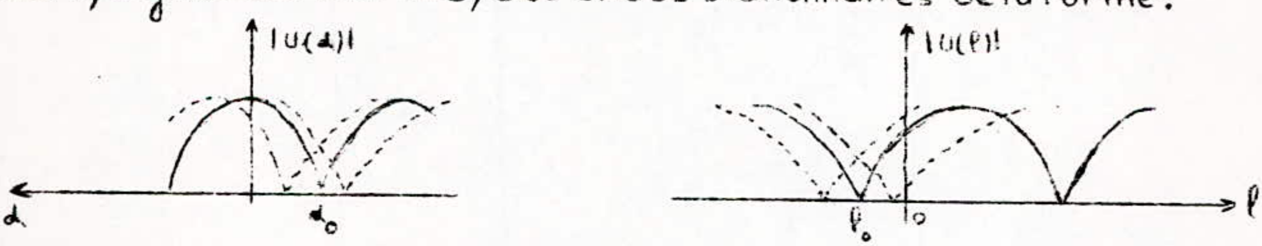
on choisit le plan P'_1 en un maximum de tension. P'_1 correspond au point d'abscisse $d = d_0$. Par definition le TOS est : $S = \left| \frac{U_{max}(d)}{U_{min}(d)} \right|$

En un maximum de tension on a : $Z = S Z_{01} = \dfrac{A_{11} Z_{02} + A_{12}}{A_{21} \cdot Z_{02} + A_{22}}$ (1)

$S Z_{01}$ etant reel l'egalite (1) est verifiee pour : $\begin{cases} A_{12} = A_{21} = 0 \\ \text{ou} \\ A_{11} = A_{22} = 0 \end{cases}$

Faisons de telle sorte que c'est : $A_{12} = A_{21} = 0$

Pour cela remplacons la charge adaptée par un court-circuit mobile, on a alors, à gauche et à droite, des ondes stationnaires de la forme :



le plan P'_1 correspondant à $d = d_0$ est conservé.

Deplaçons le court-circuit de façon à avoir un minimum en $d = d_0$; en ce point

$$Z(d_0) = \frac{Z_{01}}{S} = 0 = \frac{A_{11} Z_{ch} + A_{12}}{A_{21} Z_{ch} + A_{22}} = \frac{A_{12}}{A_{22}} \qquad (Z_{ch} = 0)$$

comme $A_{22} \neq \infty$ (sinon $Z(d)$ serait nulle quel que soit Z_{ch}) on a necessairement $A_{12} = A_{21} = 0$. Ainsi le rapport de transformation, entrelesplans P'_1 et P'_2 est : $n^2 = \frac{A_{11}}{A_{22}}$

b/ le coefficient n^2 est fonction de S, Z_{01} et Z_{02} :

on a : $Z(d_0) = S Z_{01} = \frac{A_{11}}{A_{22}} Z_{02} = n^2 Z_{02}$ d'où $\boxed{n^2 = S \frac{Z_{01}}{Z_{02}}}$

Si les deux lignes ont même impedance caracteristique : $n^2 = S$ $(Z_{01} = Z_{02})$

On a trouvé finalement les troisparamètres (d_0, ℓ_0 et n^2) du transformateur equivalent à notre quadripôle sans pertes.

2.1.2 Equation des tangentes:

cette equation n'est valable que pour les quadripoles sans pertes.

Pour trouver cette equation on procède de la manière suivante:

on place comme charge un court-circuit mobile et on cherche la relation qui existe entre ℓ et d. on a : $Z(\ell_0) = j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2(\ell - \ell_0)$

et $Z(\ell) = 0$ (puisque on a un court-circuit en ℓ). D'autre part

$$Z(d_0) = n^2 Z(\ell_0) = j n^2 Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2(\ell - \ell_0) = j Z_{01} S \operatorname{tg} \beta_2(\ell - \ell_0)$$

$$Z(d) = Z_{01} \frac{Z(d_0) + j Z_{01} \operatorname{tg} \beta_1(d - d_0)}{Z_{01} + j Z(d_0) \operatorname{tg} \beta_1(d - d_0)} = 0 \text{ (au minimum), ceci donne}$$

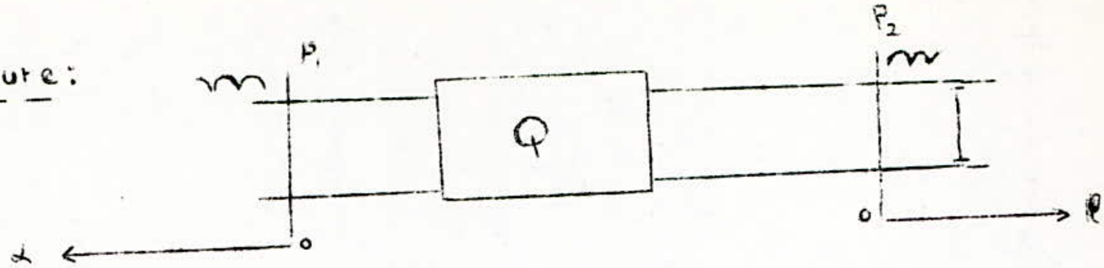
$Z(d_0) + j Z_{01} \operatorname{tg} \beta_1(d - d_0) = 0$ et finalement :

$$\boxed{\operatorname{tg} \beta_1(d - d_0) + S \operatorname{tg} \beta_2(\ell - \ell_0) = 0}$$

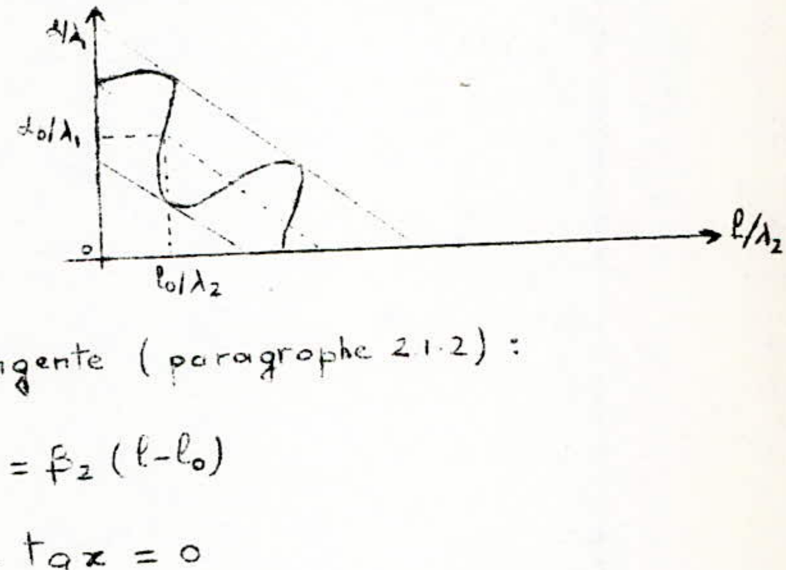
2-1-3 Application de la methode des tangentes:

cette methode est particulièrement interessante pour un quadripole introduisant une faible désadaptation (TOS faible).

Procédure :



- on choisit deux plans, arbitrairement, P_1 et P_2 qu'on prend comme références
- on charge le quadripole par un court-circuit mobile.
- on repère un minimum quelconque, en amont du quadripôle, correspondant à une position ℓ du court-circuit. En faisant varier ℓ on obtient différentes valeurs de α. On trace, alors, la courbe $\alpha/\lambda_1 = f(\ell/\lambda_2)$. L'allure de la courbe est dessinée ci-après :



Posons dans l'équation de la tangente (paragraphe 2.1.2) :

$y = \beta_1(\alpha - \alpha_0)$ et $x = \beta_2(\ell - \ell_0)$

on obtient : $\operatorname{tg} y + s \operatorname{tg} x = 0$

on a en différentiant : $\dfrac{dy}{\cos^2 y} = -s \dfrac{dx}{\cos^2 x}$

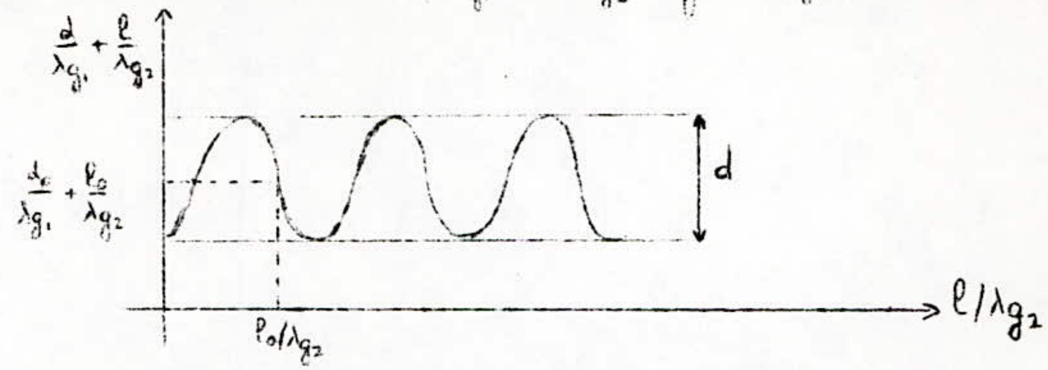
Pour $\begin{cases} \alpha = \alpha_0 \\ \text{et} \\ \ell = \ell_0 \end{cases}$ alors $\begin{matrix} y = 0 \\ \text{et} \\ x = 0 \end{matrix}$ $\longrightarrow$ $\cos^2 y = \cos^2 x = 1$

- pour des lignes homogènes on a : $Z_{01} = Z_{02}$ et donc $n^2 = s$

d'où $n^2 = -\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{d(\alpha/\lambda_1)}{d(\ell/\lambda_2)}$

n^2 étant le carré du rapport de transformation.

Si on trace maintenant la courbe $d/\lambda_{g_1} + \ell/\lambda_{g_2} = f(\ell/\lambda_{g_2})$ on a l'allure suivante :



on démontre (Ginzton page 281) que : $\boxed{n^2 = \frac{1 + \sin \pi d}{1 - \sin \pi d}}$

- pour $d \ll 1$ on a : $n^2 \simeq 1 + 2\pi d$

Pour trouver n il suffit de mesurer la distance d. les plans P'_1 et P'_2 sont donnés par d_o et ℓ_o, respectivement, au point d'inflexion.

2.2 representation par circuit de Weissfloch:

les deux methodes vues precedemment, celles du transformateur et de la tangente, permettent de donner le schema equivalent pour un quadripôle sans pertes. Pour un quadripôle avec pertes on utilise la methode de Weissfloch. cette methode consiste à trouver, entre deux plans P_1 et P_2, le circuit equivalent d'un quadripole imparfait et reciproque. Ce circuit est constitué de deux quadripoles en cascade, l'un dissipatif, l'autre parfait (Fig 2.2 a et b)

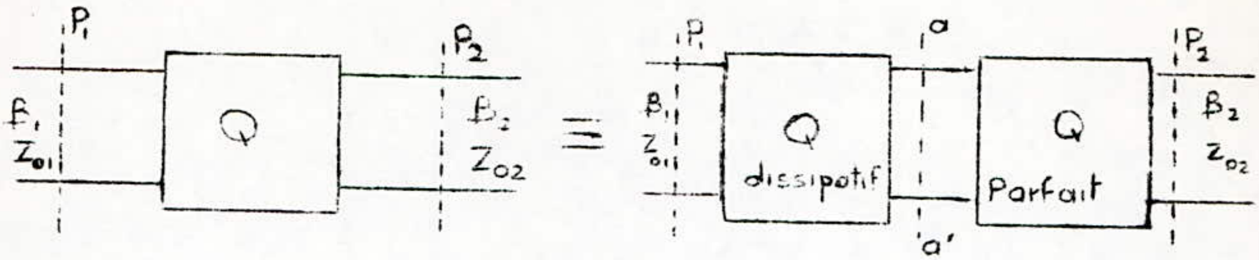


fig 2.2 a

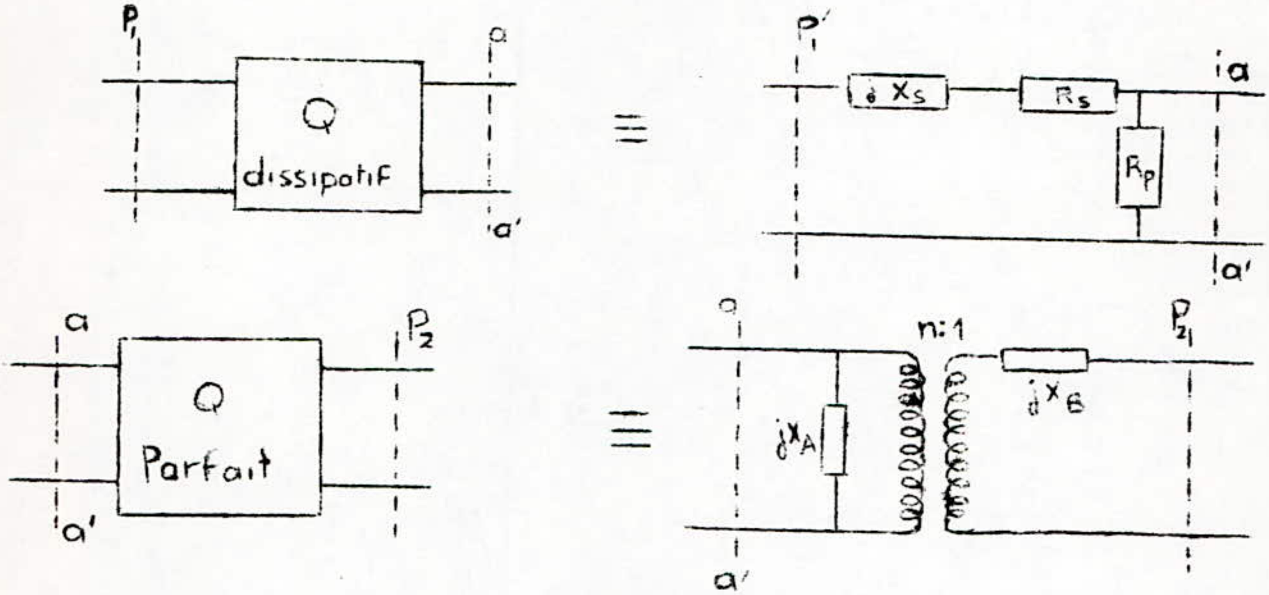


fig 2.2 b

Le problème revient à determiner les six paramètres: $X_S, R_S, R_P, n, X_A, X_B$

Pour celà on charge le quadripôle par un court-circuit mobile.

le quadripôle parfait ramène, dans le plan (a, a'), l'impedance de valeur $Z_S = j Z_{02} \, tg \, \beta_2 \ell + j X_B$ alors $Z_{(a,a')} = n^2 Z_S$

le quadripole parfait transforme les reactances pures, de charge, en reactances pures à son entrée, puis elles sont transformées, à leur tour, par le quadripôle imparfait en un cercle dans le demi-plan $r \geqslant 0$

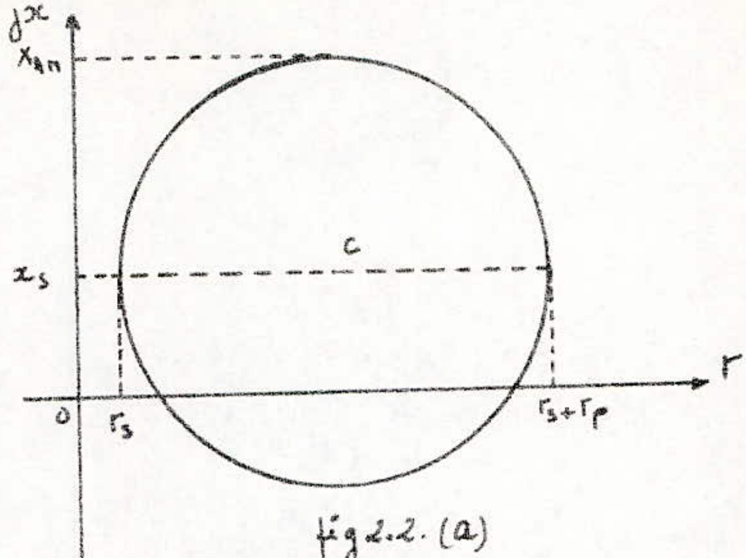


fig 2.2. (a)

Determination des differents paramètres du shema

a) La résistance Rs et la réactance Xs :

On déplace le court circuit de manière à avoir une impédance nulle dans le Plan aá ($Z_{aa'}=0$), alors $Z_{P_1} = jX_s + R_s + R_p // Z_{aa'} = jX_s + R_s$ ainsi Rs Correspond à la résistance minimum fig 2.2(a) d'où on tire Xs.

b) La réactance XB :

$$Z_{aa'} = 0 \Leftrightarrow jX_B + jZ_{02}\, tg\, \beta_2 l_1 = 0 \qquad \text{d'où} \quad X_B = -Z_{02}\, tg\, \beta_2 l_1$$

c) La réactance XA :

On fait varier la position du court circuit de manière à obtenir la résonnance dans le plan aá

$Z_{aa'} = R_p // (Z_r // jX_A)$: Z_r : impédance ramenée par le CC parfait dans le plan aá. Pour avoir la résonnance dans le plan aá il faut que :

$$Z_r // jX_A = \infty \quad \text{d'où} \quad Z_r + jX_A = 0 \Leftrightarrow jn^2(X_B + Z_{02}\, tg\, \beta_2 l_2) + jX_A = 0$$

$$\text{d'où} \quad X_A = -n^2(X_B + Z_{02}\, tg\, \beta_2 l_2)$$

d) La résistance R_p :

Pour une impedance infinie dans le plan (aa') (i.e $Z_{aa'} = \infty$), on a une impedance de valeur : $Z(P_1) = R_p + R_s + jX_s$ dans le plan P_1.
la partie resistive est à son maximum ce qui facilite l'extraction de la resistance R_p, directement du graphe (Fig 2.2 a)

e) le rapport n :

Pour une position quelconque du court-circuit l'impédance reduite dans le plan P_1 :

$$z(P_1) = r_s + jx_s + \cfrac{1}{\cfrac{1}{r_p} - j\left[\cfrac{1}{x_A} + \cfrac{1}{n^2 \frac{Z_{02}}{Z_{01}}(x_B + tg\beta_2 l)}\right]}$$

avec $r_s = \dfrac{R_s}{Z_{01}}$; $x_s = \dfrac{X_s}{Z_{01}}$

$x_A = \dfrac{X_A}{Z_{01}}$; $x_B = \dfrac{X_B}{Z_{02}}$

cherchons le maximum de reactance :

posons $a = \dfrac{1}{r_p}$ et $x = \dfrac{1}{x_A} + \dfrac{1}{n^2 \frac{Z_{02}}{Z_{01}}(x_B + tg\beta_2 l)}$

$\dfrac{1}{a - jx} = \dfrac{a}{a^2 + x^2} + j\dfrac{x}{a^2 + x^2}$, et soit $f(x) = \dfrac{x}{a^2 + x^2}$

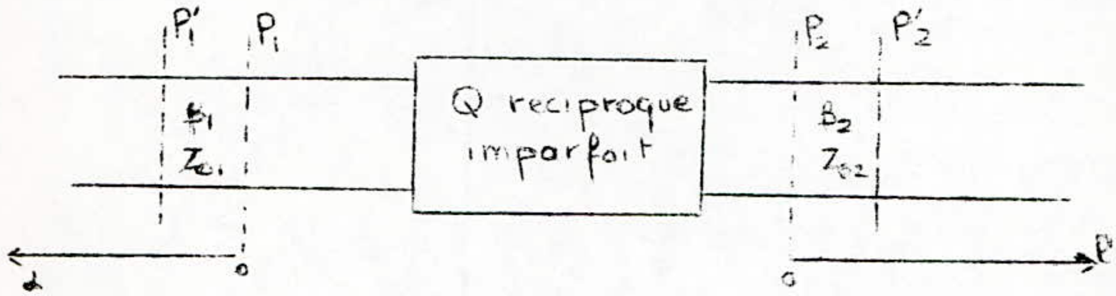
la fonction $f(x)$ possède des extremums pour $x = \pm a$.

le maximum est donné pour $x = a$ $\left(\dfrac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x=a) < 0\right)$ d'où la relation

$$\frac{1}{r_p} = \frac{1}{x_A} + \frac{1}{n^2 \frac{Z_{02}}{Z_{01}}(x_B + tg\beta_2 l)} \quad \text{d'où} \quad \boxed{n^2 = \frac{r_p x_A}{(x_A - r_p)} \cdot \frac{1}{\frac{Z_{02}}{Z_{01}}(x_B + tg\beta_2 l)}}$$

2.3 Representation par circuit canonique :

on a vu qu'un quadripôle imparfait et reciproque peut être representé par un circuit, dit de Weissfloch, de six paramètres (r_S, r_P, x_S, x_A, x_B et n). On peut trouver deux plans particuliers qui permettent d'amener à quatre le nombre de paramètres à determiner : le nouveau circuit est dit circuit canonique.



P_1 et P_2 sont deux plans arbitraires.

P_1' et P_2' sont les deux plans entre lesquels on a le circuit canonique representé ci-contre :

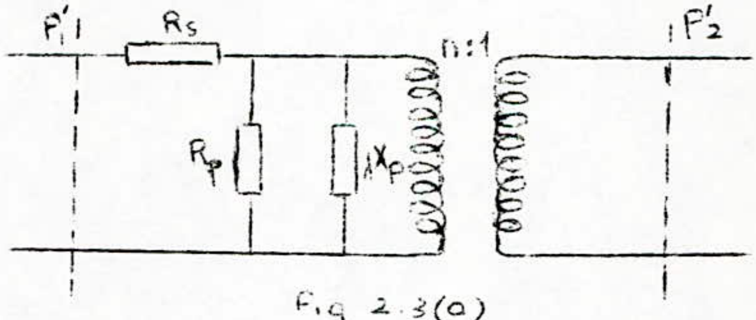


Fig 2.3(a)

Pour determiner les éléments de ce circuit l'on se rapporte au plan complexe du coefficient de reflexion ρ. Pour cela :

– on place un court-circuit mobile à la sortie du quadripôle ; et pour differentes positions on mesure le coefficient de reflexion ρ, dans le plan P_1 ; on obtient, alors, un cercle (γ). (les valeurs de ρ sont limités par le cercle $|\rho| = 1$)

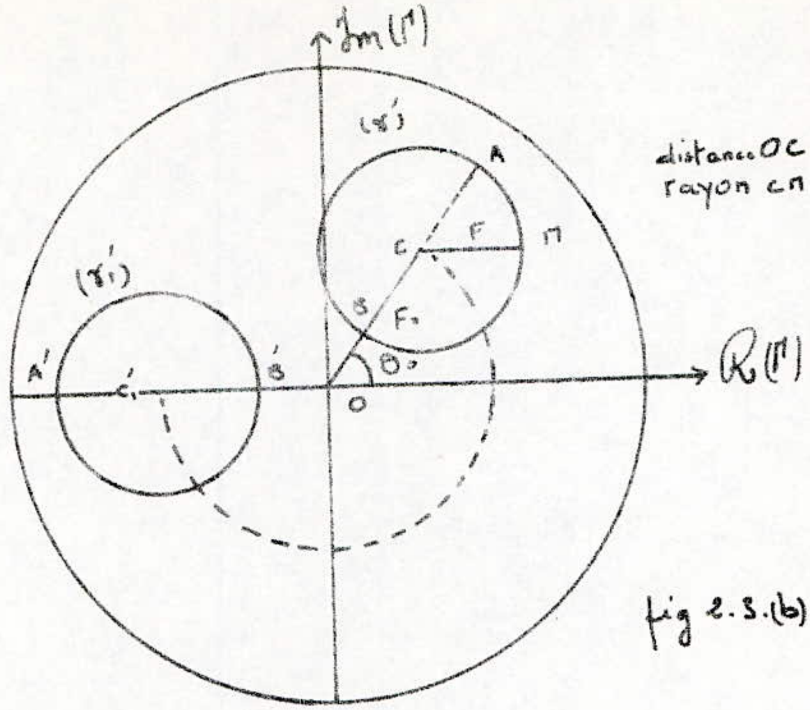


fig 2.3.(b)

- 2.3.2 Détermination des éléments du circuit.

a) Le plan P'_1 :

Pour cela on deplace (γ') de façon à ramener son centre sur L'axe réel de Γ fig 2.3.(b), on obtient alors Le cercle (γ'_1), Le déplacement est effectué vers Le générateur avec un angle $\theta = \theta_0 + \pi$ qui correspond à $2\beta_1 d_0$:

$$2\beta_1 d_0 = \theta_0 + \pi \qquad \text{d'où} \quad d_0 = \frac{\lambda}{4\pi}(\theta_0 + \pi)$$

L'abscisse $d = d_0$ donne La position du plan P'_1

b) La résistance Rs :

$\rho_{A'} = -(F_0 + F)$ est reéL negatif fig. 2.3.(b)

$$\rho_{A'} = -(F_0 + F) \qquad \rho_{B'} = -(F_0 - F) \qquad \rho_{A'} = \frac{z-1}{z+1} = -(F_0 + F)$$

z doit être réelle. Sur L'abaque de smith le point A' Correspond à z_{min} réelle : $\quad z_{min} = r_s$ d'où $\frac{r_s - 1}{r_s + 1} = -(F_0 + F) \Leftrightarrow r_s = \frac{1 + \rho_{A'}}{1 - \rho_{A'}}$

$$r_s = \frac{1 - (F_0 + F)}{1 + (F_0 + F)}$$

c) la resistance R_p:

au point B' l'impedance reduite $z(P_1')$ est reelle et maximale. Elle vaut :

$$z_{max} = r_s + r_p = \frac{1 - (F_0 - F)}{1 + (F_0 - F)} \quad \text{d'où} \quad \underline{R_p = Z_{01} r_p = Z_{01} \cdot \frac{4F}{(1+F_0)^2 - F^2}}$$

d) le plan P_2' :

supposons qu'on ait trouvé P_2' : un court-circuit en P_2' donne, en P_1', $z = r_s$. Pour avoir P_2', il suffit de deplacer le court-circuit de maniere à retrouver sur le cercle (C) - au plan P_1 - la valeur ρ_A du coefficient de reflexion : la position ℓ du court-circuit donne P_2'.

e) la reactance X_p :

On se déplace, à partir de P_2', de $\frac{\lambda}{4}$ vers la droite ($\ell > 0$); on a, alors, en P_2' une charge infinie qui, ramenée aux bornes de X_p, donne au plan P_1' une impédance reduite : $z(P_1') = r_s + \dfrac{j r_p x_p}{r_p + j x_p}$

On mesure, en P_1', le coefficient de reflexion ρ :

il correspond sur la fig 2.3 b au pt ρ_e'. On a alors l'expression de l'impedance : $z_e = \dfrac{1 + \rho_e'}{1 - \rho_e'}$ d'où $\underline{\dfrac{1}{z_e - r_s} = \dfrac{1}{r_p} - \dfrac{j}{x_p}}$

f) le rapport n :

. on change la position du court-circuit de maniere à obtenir, en P_1', le coefficient de reflexion $\gamma = \rho_{B'}$. En cette position nous avons :

$j X_p // n^2 j Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 (\ell_B - \ell_0) = \infty$ puisque $z(P') = r_s + r_p$ en d'autres termes

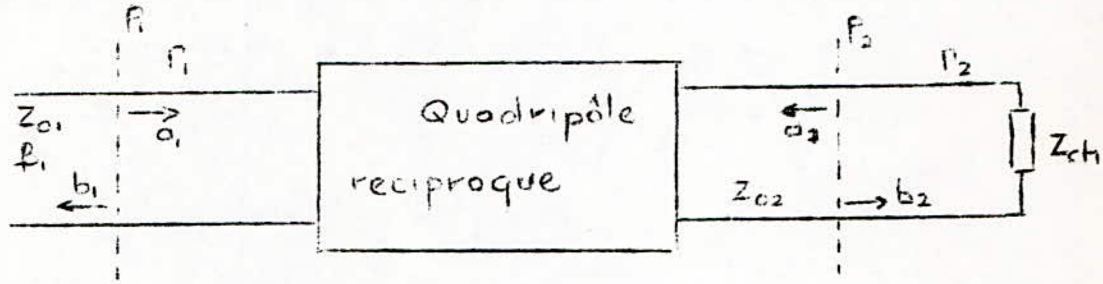
$$j\left(Z_{01} x_p + n^2 Z_{02} \operatorname{tg} \beta_2 (\ell_B - \ell_0)\right) = 0 \quad \text{d'où} \quad n^2 = -\frac{Z_{01}}{Z_{02}} \cdot \frac{x_p}{\operatorname{tg} \beta_2 (\ell_B - \ell_0)}$$

III METHODES de MESURE:

3) Methodes de mesure des S_{ij} des Q micro-ondes:

3.1 méthode des 3 points:

Pour determiner les S_{ij} d'un quadripôle reciproque on utilise, dans cette methode, un court-circuit mobile et une charge adaptée.



Γ_1 = coefficient de reflexion au plan P_1.

Γ_2 = " " au niveau de la charge.

$$\Gamma_1 = b_1/a_1 \quad , \quad \Gamma_2 = a_2/b_2$$

d'autre part
$$\begin{cases} b_1 = S_{11} a_1 + S_{12} a_2 \\ b_2 = S_{21} a_1 + S_{22} a_2 \end{cases}$$

En combinant les equations precedentes on arrive à:

$$\Gamma_1 = S_{11} + \frac{S_{12}^2 \Gamma_2}{1 - S_{22}\Gamma_2}$$

on mesure P_1 pour les cas suivants :

a) $Z_{ch} = 0$ donc $\Gamma_{2cc} = -1$

b) $Z_{ch} = \infty$ d'où $\Gamma_{2co} = 1$

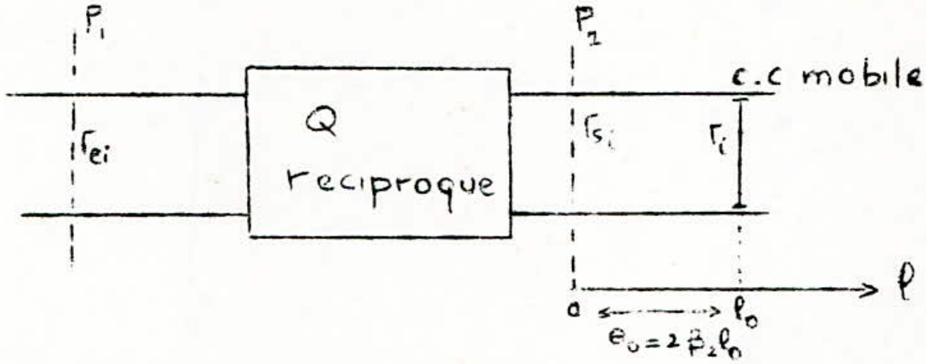
c) $Z_{ch} = Z_{02}$ (adaptation) donc $\Gamma_{2ad} = 0$

on en tire: $S_{11} = \Gamma_{1ad}$

$$S_{22} = \frac{2\Gamma_{1ad} - (\Gamma_{1cc} + \Gamma_{1co})}{\Gamma_{1cc} - \Gamma_{1co}} \quad ; \quad S_{12}^2 - S_{11} S_{22} = \frac{2\Gamma_{1cc}\Gamma_{1co} - \Gamma_{1ad}(\Gamma_{1cc} + \Gamma_{1co})}{\Gamma_{1cc} - \Gamma_{1co}}$$

3 2 Methode des 4 points:

on utilise, dans cette methode, le principe d'un court-circuit mobile.



Soient:

Γ_{ei} : le coefficient de reflexion en P_1

Γ_{si} : " " en P_2

Γ_i : " " au niveau du court-circuit

On mesure les coefficients de reflexion Γ_{ei} correspondants à à quatre positions du court-circuit mobile distantes de $\lambda/8$.

on a: $\Gamma_{si} = \Gamma_i \, e^{-2j\beta\ell_i}$ $\quad (i = 1,2,3,4)$

le 1er point: $\ell_1 = \ell_0$ et $2\beta\ell_1 = 2\beta\ell_0$ $\quad (\beta = \beta_2)$

le 2eme point: $\ell_2 = \ell_0 + \frac{\lambda}{8}$ et $2\beta\ell_2 = 2\beta\ell_0 + \frac{\pi}{2}$

le 3eme point: $\ell_3 = \ell_0 + 2.\frac{\lambda}{8}$ et $2\beta\ell_3 = 2\beta\ell_0 + \pi$

le 4eme point: $\ell_4 = \ell_0 + 3\frac{\lambda}{8}$ et $2\beta\ell_4 = 2\beta\ell_0 + 3\frac{\pi}{2}$

comme $\Gamma_i = -1$ quel que soit la position du court-circuit mobile,

on a : $\Gamma_{s1} = -e^{-2j\beta\ell_0}$; $\Gamma_{s2} = j\,e^{-2j\beta\ell_0}$; $\Gamma_{s3} = e^{-2j\beta\ell_0}$; $\Gamma_{s4} = -j\,e^{-2j\beta\ell_0}$

posons : $\theta_0 = 2\beta \ell_0$

comme $\Gamma_e = S_{11} + \dfrac{S_{12}^2 \Gamma_s}{1 - S_{22}\Gamma_s}$ on a :

$$\Gamma_{e1} = S_{11} - \frac{S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 + S_{22} e^{-j\theta_0}} \quad ; \quad \Gamma_{e2} = S_{11} + j\,\frac{S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 - j\,S_{22} e^{-j\theta_0}}$$

$$\Gamma_{e3} = S_{11} + \frac{S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 - S_{22} e^{-j\theta_0}} \quad ; \quad \Gamma_{e4} = S_{11} - j\,\frac{S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 + j\,S_{22} e^{-j\theta_0}}$$

et posons : $F_1 = \frac{1}{4}\left[(\Gamma_{e1} - \Gamma_{e3}) + j\,(\Gamma_{e2} - \Gamma_{e4}) \right]$

$$F_2 = \frac{1}{4}\left[(\Gamma_{e1} - \Gamma_{e3}) - j\,(\Gamma_{e2} - \Gamma_{e4}) \right]$$

$$F_3 = \frac{1}{4}\left[(\Gamma_{e1} + \Gamma_{e3}) - (\Gamma_{e2} + \Gamma_{e4}) \right]$$

$$F_4 = \frac{1}{4}\left[(\Gamma_{e1} + \Gamma_{e3}) + (\Gamma_{e2} + \Gamma_{e4}) \right]$$

on en tire :

$$F_1 = -\frac{S_{12}^2 e^{-j\theta_0}}{1 - (S_{22} e^{-j\theta_0})^4} \quad , \quad F_2 = F_1 \cdot S_{22}^2\, e^{-2j\theta_0}$$

$$F_3 = -F_1 \cdot S_{22} \cdot e^{-j\theta_0} \quad ; \quad F_4 = S_{11} - F_1 \cdot (S_{22} e^{-j\theta_0})^3$$

Finalement :

$$S_{11} = F_4 - \frac{F_2 F_3}{F_1}$$

$$S_{22} = -\frac{F_3}{F_1} \cdot e^{j\theta_0} \quad ; \quad S_{12}^2 e^{-j\theta_0} = -F_1 \left(1 - \left(\frac{F_2}{F_1}\right)^2 \right)$$

3.3 Methode des 2 points (dite quart d'onde):

C'est une simplification de la methode des quatre points, applicable si $|S_{22}|^2 << 1$.

* Procedure:

- on met un court-circuit en P_2 et on mesure le coefficient de reflexion ρ_{e_1} à l'entrée (en P_1).

- Puis on deplace le court-circuit de $\lambda/4$, vers la droite, à partir de P_2: il y a donc un circuit ouvert en P_2. on mesure le coefficient de reflexion ρ_{e2}.

$$\rho_{e_1} = S_{11} - \frac{S_{12}^2}{1+S_{22}}$$

$$\rho_{e_2} = S_{11} + \frac{S_{12}^2}{1-S_{22}}$$

$$\rho_{e_1} - \rho_{e_2} = \frac{-2S_{12}^2}{1-S_{22}^2} \simeq -2S_{12}^2 \quad (|S_{22}|^2 << 1)$$

S_{22} faible

d'où : $S_{12}^2 \simeq \frac{1}{2}\left(\rho_{e_2} - \rho_{e_1}\right)$

remarque: les differentes methodes developpées ici donnent de mauvais resultats pour les quadripoles à très grandes pertes ($\alpha \geqslant 10$ dB environ)

3.4 methode de Deschamps:

3.4.1 description:

on utilise, dans cette methode, comme charge variable un court-circuit mobile.

le schema du montage ne change pas et comporte toujours le quadripôle, le court-circuit mobile et les deux plans arbitraires P_1 (à l'entrée) et P_2 (à la sortie)

cette methode est basée sur la transformation bilinéaire qui lie l'impedance de sortie à l'impédance d'entrée d'un quadripôle quelconque. Elle est valable pour les quadripoles dissipatifs ou non.

3.4.2 Proprietes de la transformation:

la relation qui lie le coefficient de reflexion à l'entrée du quadripôle au coefficient de reflexion à la sortie peut être ecrite:

$$\Gamma_e = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_s}{1 - S_{22} \Gamma_s} \qquad 3.4.2\ (1)$$

il s'agit d'une relation de type homographique

on considere dans le plan de la variable complexe Γ_s deux faisceaux de circonferences orthogonales:

- D'une part le faisceau de cercles (γ_i) centres sur l'origine
- D'autre part le faisceau de droites d_i passant par l'origine (Fig 3.4.2 (a))

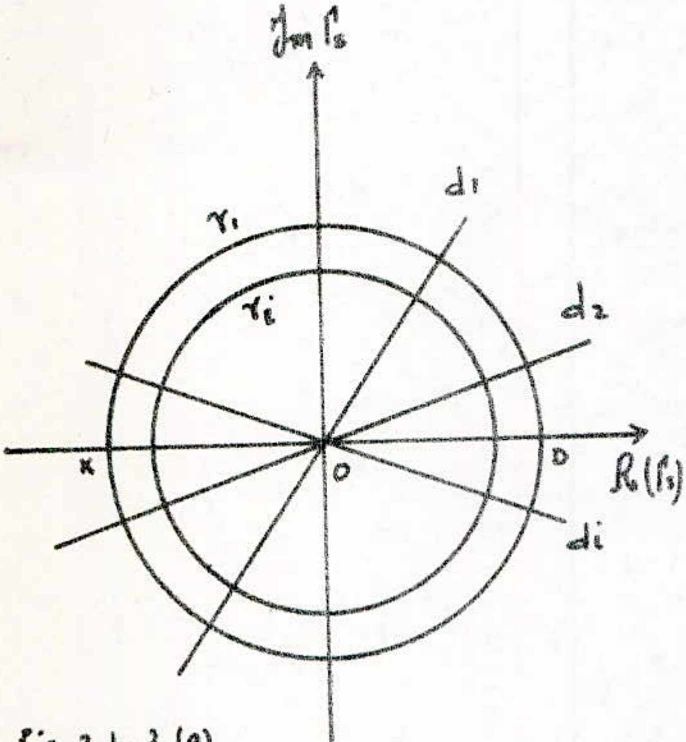


fig 3.4.2 (a)

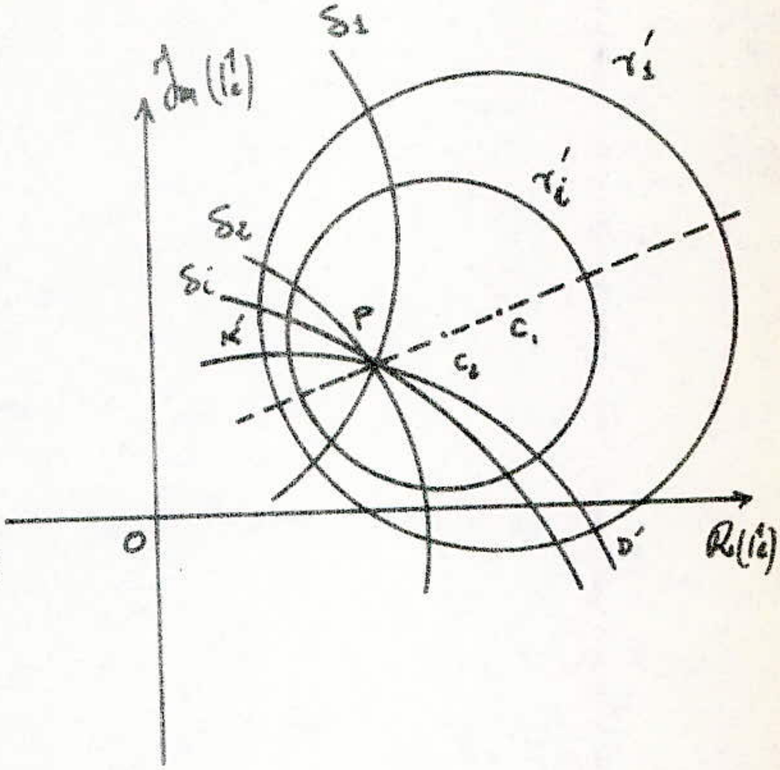


fig 3.4.2 (b)

Ces deux faisseaux sont transformés par la relation 3.4.2 (1) en deux faisseaux de circonférences orthogonales notés (γ_i) et (δ_i) occupant une position quelconque dans le plan Γ_e fig 3.4.2 (b)

Les circonférences δ_i passent toutes par deux points P et P' qui sont les Transformés réspectivement de l'origine et du point $\Gamma_s = 1$, le point P est Appelé iconocentre.

En pratique pour des charges passives le domaine utile du plan Γ_s est L'interieur de la circonférence γ_1 de rayon égal à l'unité, il correspond A des charges réactives. La partie utile dans le plan Γ_e est l'interieur de La circonférence γ'_1.

3.4.3 Procedure :

on place, comme charge, un court-circuit mobile, et pour huit positions du court-circuit distantes de $\lambda/16$, on mesure le coefficient de reflexion a l'entree Γ_e correspondant. les plans P_1 et P_2 sont choisis quelconques.

3.4.4 Determination des elements S_{ij} :

a) 1ere methode :

- l'iconocentre P correspond à $\Gamma_s = 0$: P est le transformé de O l'origine du plan Γ_s.

$$\boxed{S_{11} = OP} \qquad (1)$$

- le point K', correspondant à un court-circuit en P_2 ($\Gamma_s = -1$), est donné par :

$$OK' = S_{11} - \frac{S_{12}^2}{1 + S_{22}} \qquad (2)$$

- le point D' transformé de D (D étant un circuit ouvert en P_2) est donné par :

$$OD' = S_{11} + \frac{S_{12}^2}{1 - S_{22}} \qquad (3)$$

A l'aide de (1), (2) et (3) on tire :

$$\boxed{S_{22} = \frac{PK' + PD'}{K'D'}}$$

$$\boxed{S_{12}^2 = -(1 + S_{22})\, PK'}$$

b) 2ème methode:

supposons qu'on ait trouvé deux plans P_1' et P_2' pour lesquels S_{11} et S_{22} sont réels.

$(1+S_{22})$ et $(1-S_{22})$ sont donc réelles, les derniers termes de (2) et (3) ont pour phase celle de S_{12}^2. les vecteurs correspondants à ces termes - dans le plan Γ_e - c'est à dire PK' et PD' se trouvent sur une même droite. comme la transformation, qui nous fait passer des coefficients de reflexion du plan Γ_s aux coefficients de reflexion du plan complexe Γ_e, est bilinéaire cette droite doit couper le cercle (γ') en deux angles droits. la seule droite - interieure au cercle - coupant le cercle en deux angles droits passe par le diamètre alors les points C, P, K' et D' sont colinéaires.

le diametre du cercle (γ') est donné par la somme $(PD' + (-PK'))$

le rayon est donné par: $R = \dfrac{|PD' + K'P|}{2}$ (voir fig 3.4.10)

$R = \dfrac{|S_{12}^2|}{1-S_{22}^2}$, de même $|PC| = |PD' - R|$, $|PC| = \dfrac{S_{22}|S_{12}^2|}{1-S_{22}^2}$

D'où $|S_{11}| = |PO|$, $|S_{22}| = \dfrac{|PC|}{R}$ et $|S_{12}|^2 = R(1-|S_{22}|^2)$

Pour les arguments on a :

La ligne $K'D'$ est parallèle au vecteur S_{12}^2 ainsi l'angle $2\theta_{12}$ est donné par :

$$2\theta_{12} = \mathrm{Arg}(S_{12}^2) = (\vec{OD}, \vec{K'D'})$$

Les angles θ_{11} et θ_{22} sont nuls par le choix des plans P_1' et P_2', mais pour des plans quelconques (S_{11} et S_{22} ne sont pas réels) θ_{11} est donné par l'angle duquel il faut déplacer le cercle (γ') de manière à rendre S_{11} réel (fig 3.4.4.(b))

Enfin on montre (Deschamps : J. Appl. Phys. Vol. 24 . 1953) que pour des plans quelconques dans le cas général (fig 3.4.4(c)) :

$$\theta_{11} = \mathrm{Arg}(S_{11}) = (OD, OP) \quad , \quad \theta_{22} = \mathrm{Arg}(S_{22}) = (PC, CD'') \; , \; 2\theta_{12} = \mathrm{Arg}(S_{12}^2) = (OD, CD'')$$

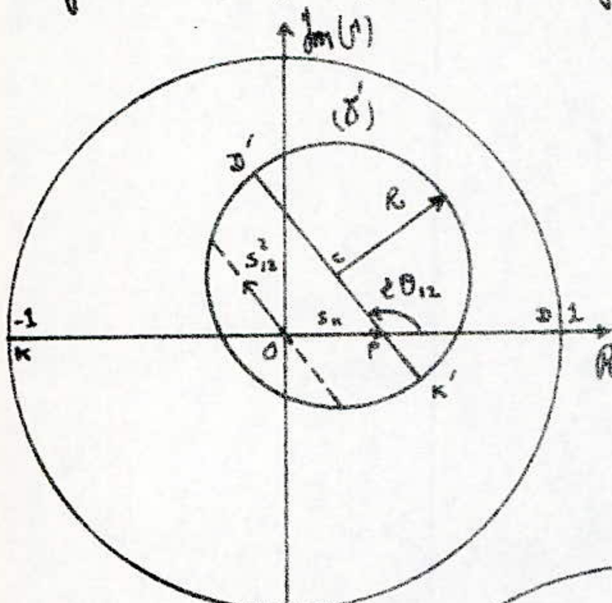


fig 3.4.4 (a)

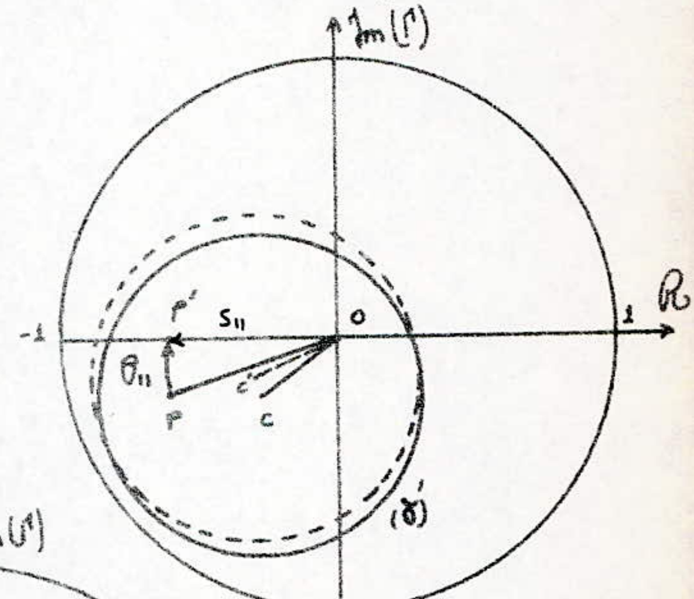


fig 3.4.4.(b)

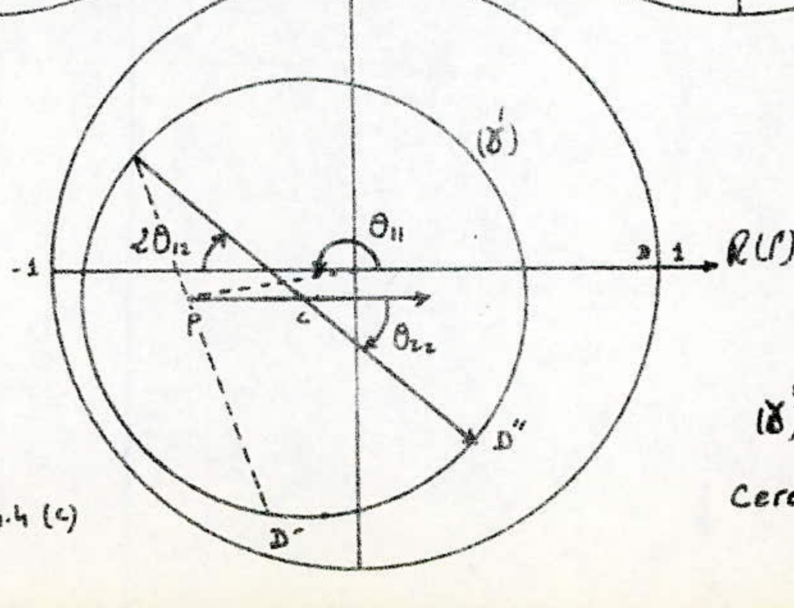


fig 3.4.4 (c)

(γ') : transformé du cercle $|\Gamma| = 1$

IV Exemples de representation: (montage en page 32)

4.1 quadripoles sans pertes

desadaptation faible	desadaptation forte
① methode du transformateur	
$P'_1 = 56.1$ mm $P'_2 = 11.14$ mm $n^2 = 1.2$ verification $z'c = 0.26 + j0.43$ $\begin{cases} z(P'_1) = 0.3 + j0.38 \\ n^2 z'c = 0.312 + j0.516 \end{cases}$	$P'_1 = 54$ $P'_2 = 9.45$ $n^2 = 3.3$ verification $z'c = 0.32 + j0.7$ $\begin{cases} z(P'_1) = 1.1 + j1.9 \\ n^2 z'c = 1.05 + j2.3 \end{cases}$
② methode des tangentes	
$P'_1 = 56.2$ mm $P'_2 = 11.17$ mm $n^2 = 1.21$ verification $z'c = 0.26 + j0.42$ $\begin{cases} z(P'_1) = 0.3 + j0.38 \\ n^2 z'c = 0.31 + j0.5 \end{cases}$	$P'_1 = 54$ $P'_2 = 9.7$ $n^2 = 3.5$ verification $z'c = 0.32 + j0.675$ $\begin{cases} z(P'_1) = 1.1 + j1.9 \\ n^2 z'c = 1.12 + j2.36 \end{cases}$
③ methode des 3 points:	
$S_{11} = 0.095 \angle 100.65°$ $S_{22} = 0.1 \angle -26.84°$ $S_{12}^2 = 0.99 \angle 270°$	$S_{11} = 0.579 \angle 71.3°$ $S_{22} = 0.6 \angle -40.6°$ $S_{12}^2 = 0.659 \angle 80.13°$
④ methode des 4 points:	
$S_{11} = 0.09 \angle 108.8°$ $S_{22} = 0.092 \angle -18.2°$ $S_{12}^2 = 0.99 \angle 304°$	$S_{11} = 0.568 \angle 74°$ $S_{22} = 0.591 \angle -40.8°$ $S_{12}^2 = 0.67 \angle 71°$
⑤ methode de Deschamps:	
$S_{11} = 0.12 \angle 121°$ $S_{22} = 0.12 \angle -30°$ $S_{12}^2 = 0.98 \angle 273.4°$	$S_{11} = 0.7 \angle 82°$ $S_{22} = 0.7 \angle -13.5$ $S_{12}^2 = 0.65 \angle 69°$

conclusion:

les mesures effectuées sur le quadripôle reciproque et sans pertes montrent, après comparaison (à l'aide d'une charge connue), que les deux methodes - celle du transformateur et des tangentes - donnent des résultats identiques pour une grande desadaptation; par contre pour une faible désadaptation la methode des tangentes est légerement meilleure. Mais pour une plus faible desadaptation la différence entre les deux methodes serait plus nette.

les methodes des points donnent des resultats assez appreciables si on tient compte de toutes les erreurs (erreur humaine, erreur introduite par l'appareil..)

4.2 Quadripoles avec pertes :

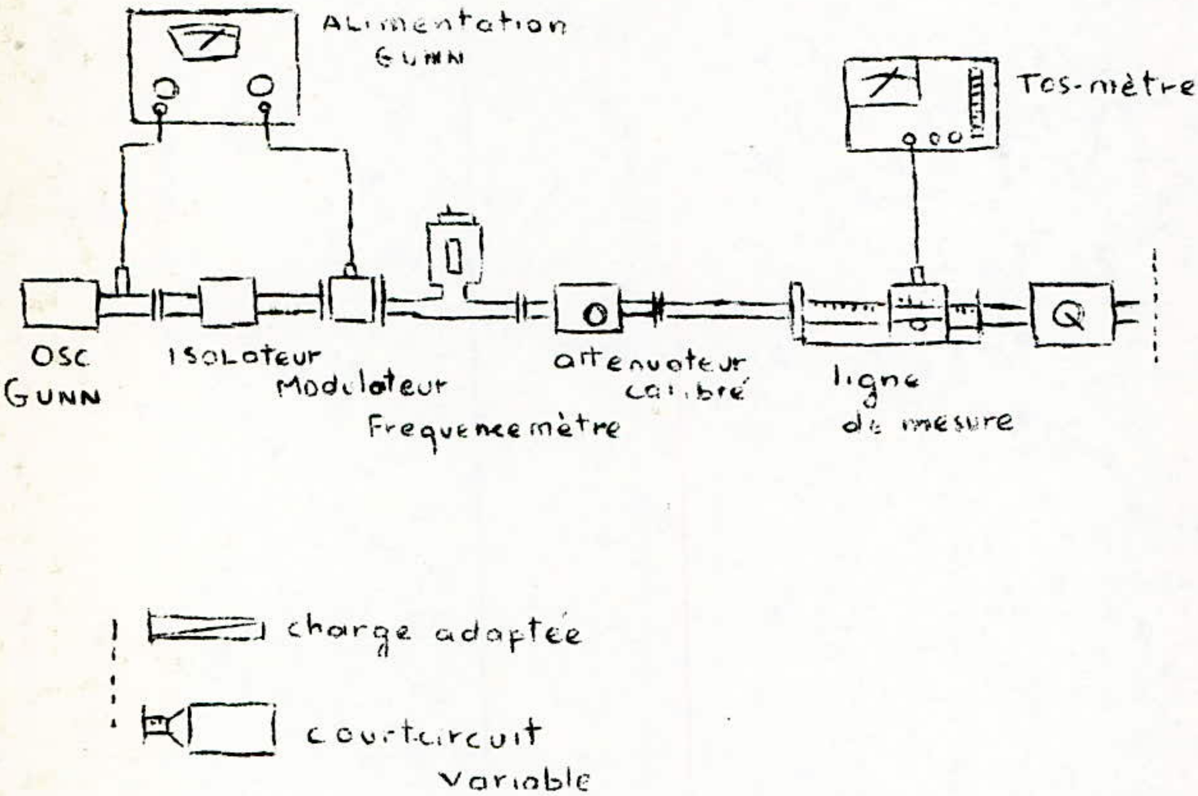
atténuation : 1.42 dB	atténuation 4 dB
① méthode des 3 points	
$s_{11} = 0.35 \angle 115.3$	$s_{11} = 0.375 \angle 122.7$
$s_{22} = 0.3 \angle -81.1$	$s_{22} = 0.053 \angle 84.25$
$s_{12}^2 = 0.63 \angle 30.1$	$s_{12}^2 = 0.076 \angle 123.3$
② méthode des 4 points	
$s_{11} = 0.369 \angle -61.2$	$s_{11} = 0.375 \angle 122.7$
$s_{22} = 0.268 \angle -86$	$s_{22} = 0.072 \angle 50$
$s_{12}^2 = 0.613 \angle 27.5$	$s_{12}^2 = 0.072 \angle 137$
③ méthode de Deschamps	
$s_{11} = 0.365 \angle 123.5$	$s_{11} = 0.472 \angle 129$
$s_{22} = 0.3 \angle -85$	$s_{22} = 0.1 \angle -151$
$s_{12}^2 = 0.627 \angle 33$	$s_{12}^2 = 0.099 \angle 136$
④ circuit de Weissfloch	
$x_s = 0.3$	$x_s = 0.36$
$r_s = 0.1$	$r_s = 0.32$
$r_p = 3.15$	$r_p = 0.23$
$x_A = -0.229$	
$n^2 = 0.05$	
$x_B = 3.833$	
⑤ circuit canonique	
$P'_1 = 70.1$ mm	$P'_1 = 69.9$
$P'_2 = 16.14$ mm	$P'_2 = 12$
$r_s = 0.081$	$r_s = 0.282$
$r_p = 3.17$	$r_p = 0.178$
$x_p = 2.2$	$x_p = 0.06$
$n^2 = 0.614$	$n^2 = 0.003$

conclusion :

les mesures effectuées sur le quadripole avec pertes nous ont montré que pour des très faibles pertes ($\alpha \leq 1.5$ dB) les methodes utilisees donnent des resultats satisfaisants - sensiblement les mêmes - mais pour des pertes plus importantes ($\alpha > 4$ dB) les methodes donnent des resultats a peine acceptables.

Pour le circuit de Weissfloch, par exemple, la valeur du rapport de transformation n'est pas atteinte.

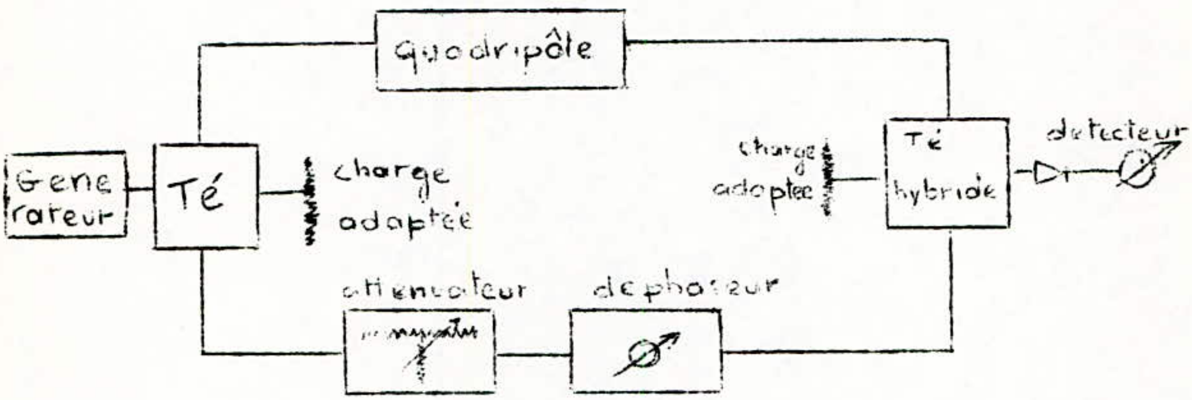
MONTAGE UTILISE :



ce montage permet de mesurer le coefficient de reflexion à l'entrée du quadripôle en utilisant la ligne de mesure et le Tos-mètre.

4.3 methode de mesure pour les quadripôles à grandes pertes:

les methodes de mesure decrites jusqu'ici sont valables pour des quadripôles reciproques sans pertes, avec pertes faibles ou moyennes. Mais à mesure que les pertes augmentent ces methodes deviennent de plus en plus imprecises: on utilise, dans ce cas, un pont hyperfrequence (fig a)

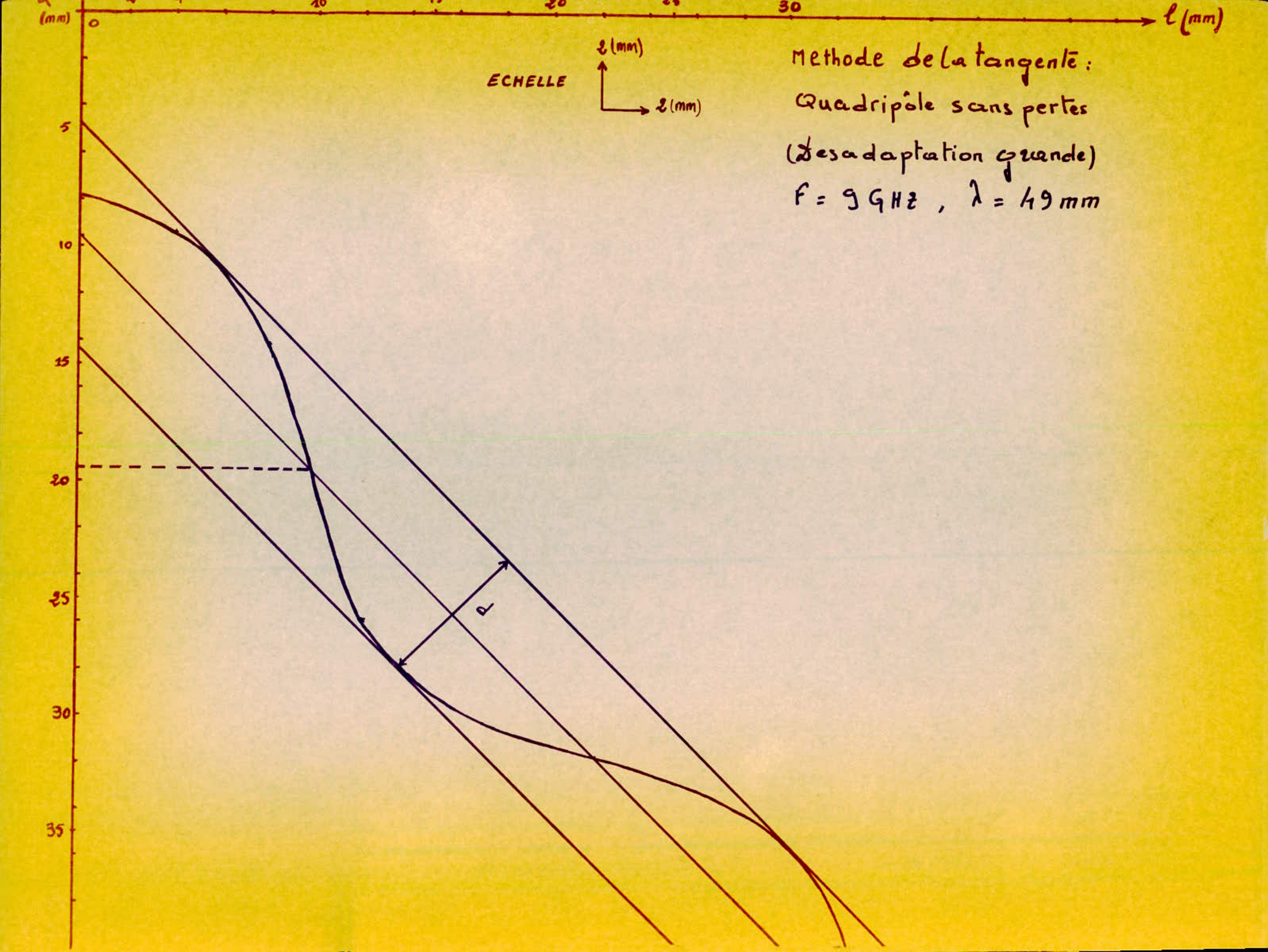


(fig a)

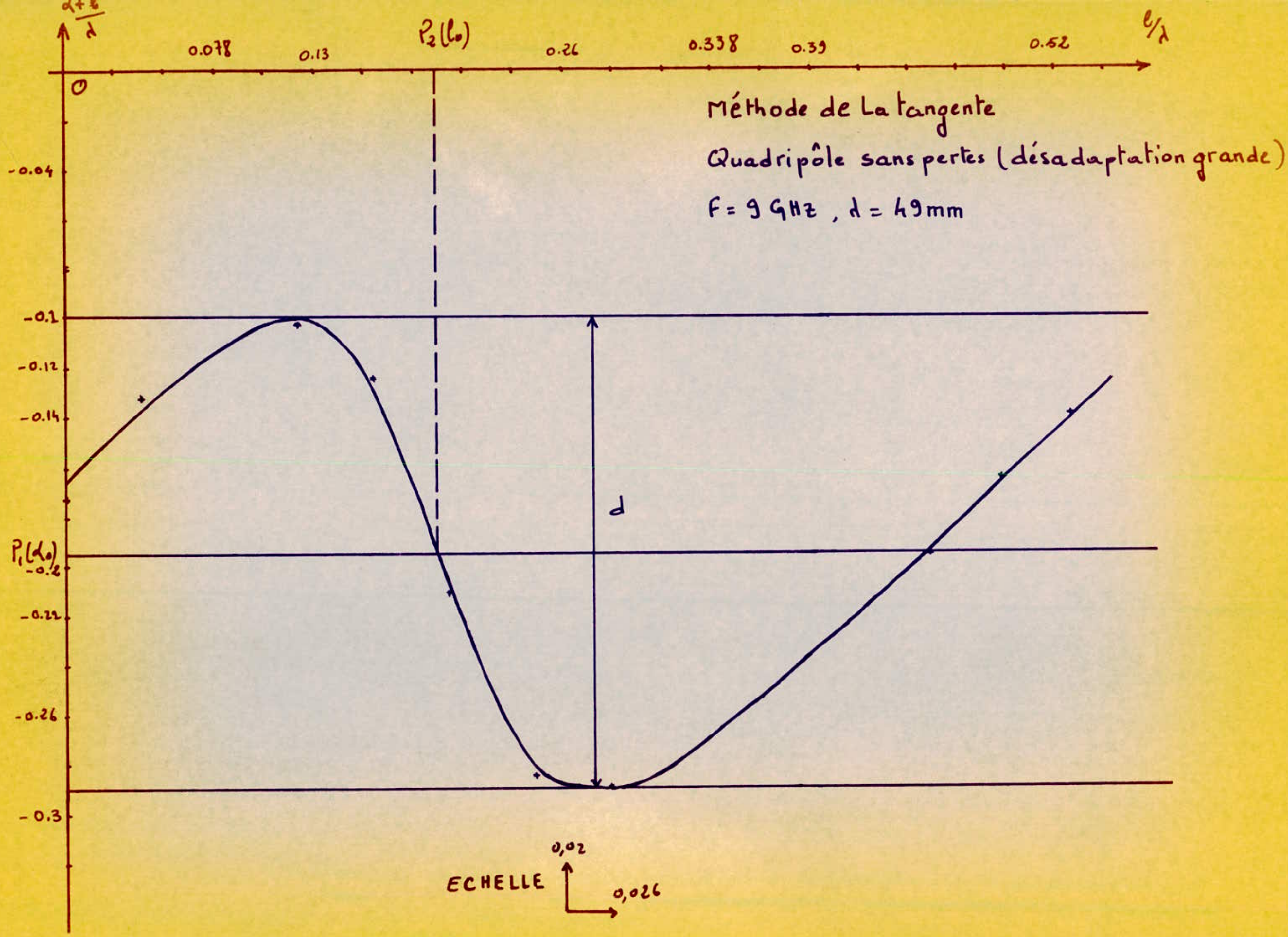
Principe du pont:

le signal issu du generateur est divisé, à l'aide d'un té en 2 parties l'une parcourt le quadripôle dont on veut mesurer les S_{ij}, l'autre une chaîne comprenant un attenuateur et un dephaseur reglables et calibrés. On recombine les deux signaux à l'aide d'un té hybride et l'on ajuste le déphaseur et l'attenuateur pour annuler le signal de sortie.

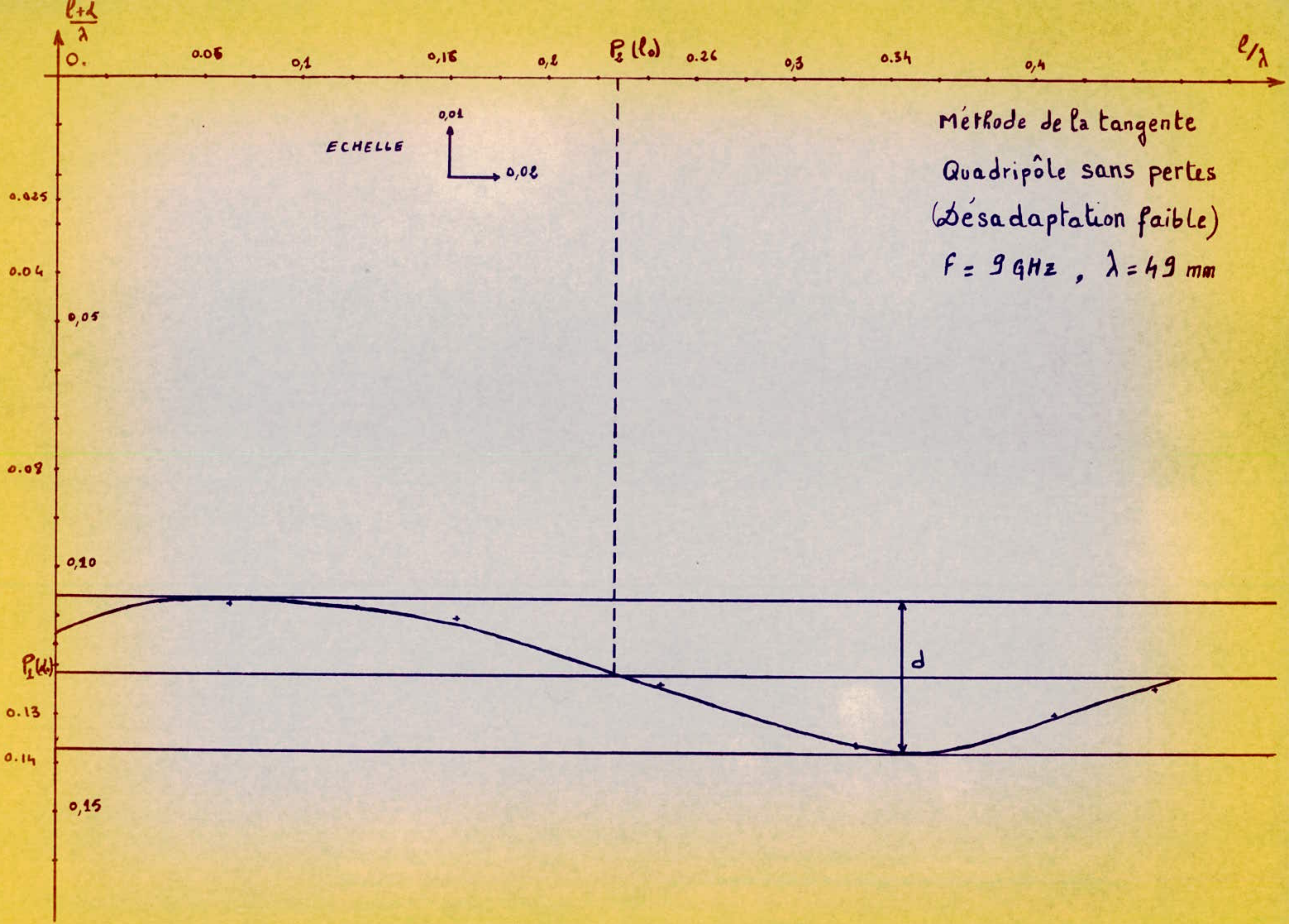
* remarque: on peut utiliser ce même montage (fig a) pour les mesures des quadripoles non reciproques.



Methode de la tangente :
Quadripôle sans pertes
(Desadaptation grande)
f = 9 GHz , λ = 49 mm
ECHELLE
ℓ (mm)
ℓ (mm)
ℓ (mm)
(mm)
0
10
20
30
5
10
15
20
25
30
35
d



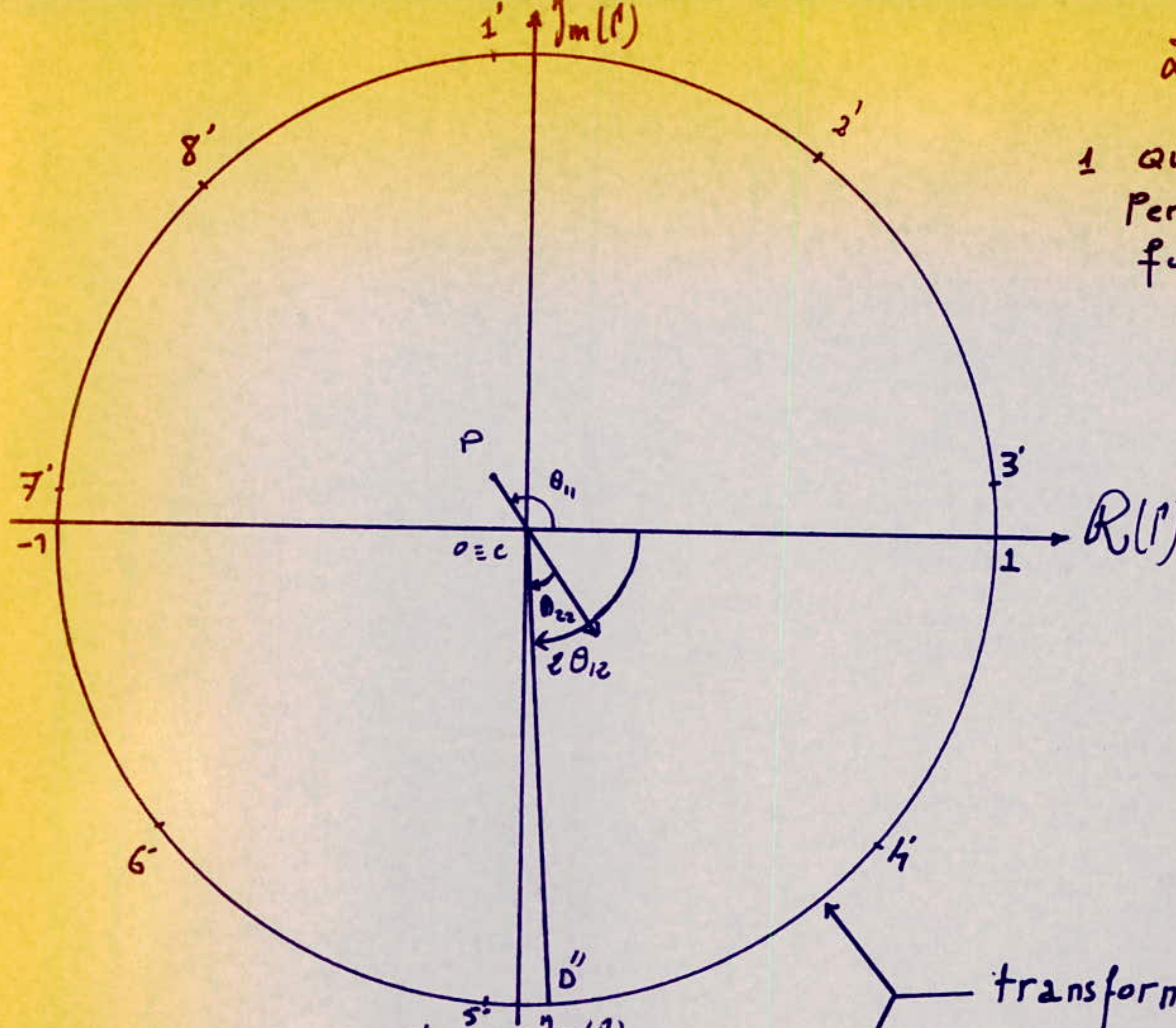
$\frac{\alpha+\varepsilon}{\lambda}$
$P_2(\ell_0)$
ℓ/λ
0.078
0.13
0.26
0.338
0.39
0.52
O
Méthode de La tangente
Quadripôle sans pertes (désadaptation grande)
F = 9 GHz , d = 49mm
-0.04
-0.1
-0.12
-0.14
$P_1(\alpha_0)$
-0.2
-0.22
-0.26
-0.3
d
ECHELLE
0,02
0,026



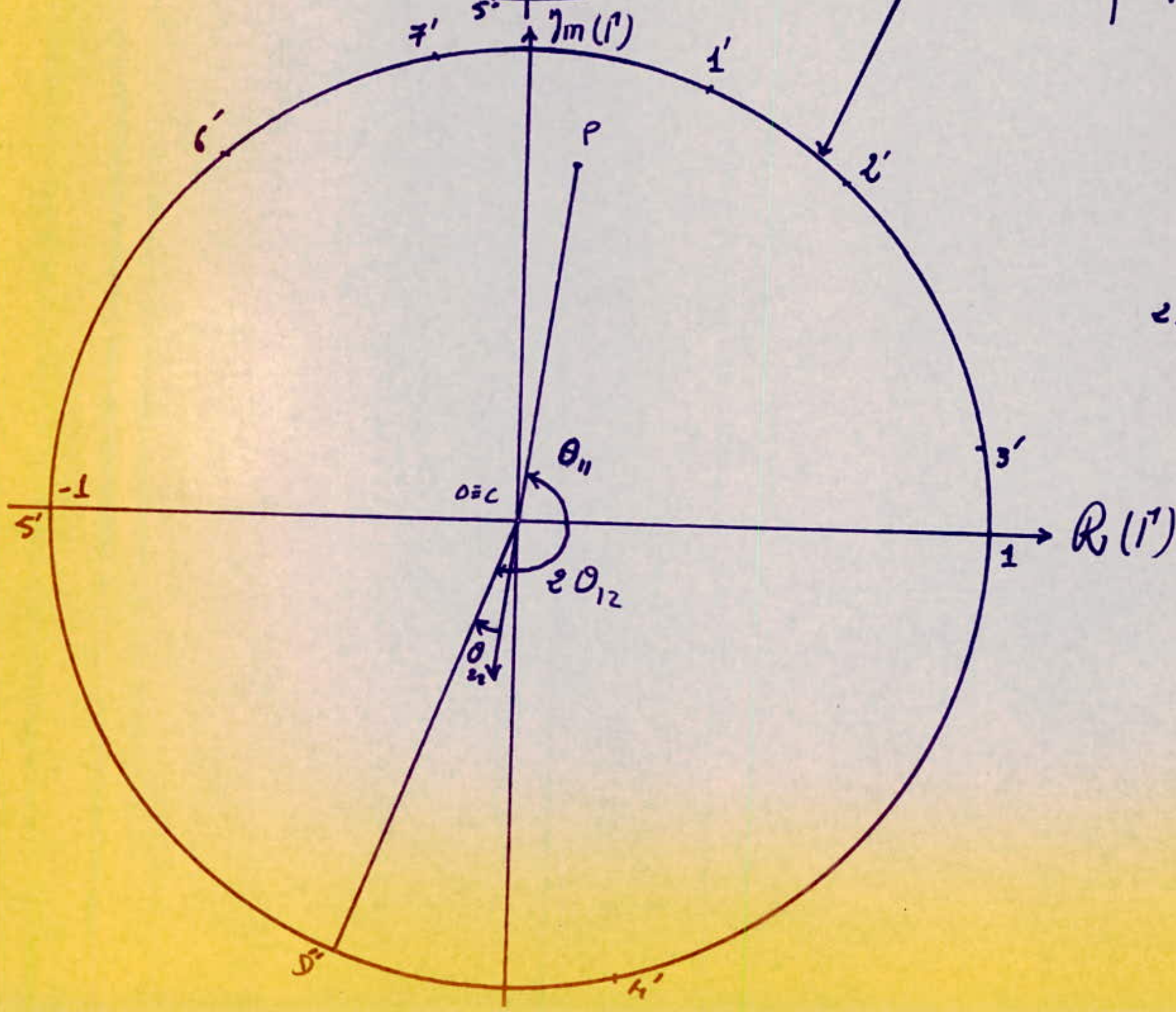
Méthode de la tangente
Quadripôle sans pertes
(Désadaptation faible)
f = 9 GHz , λ = 49 mm
ECHELLE
0,01
0,02
$\frac{l+d}{\lambda}$
l/λ
0.
0.05
0,1
0,15
0,2
$P_2(l_0)$
0.26
0,3
0.34
0,4
0.025
0.04
0,05
0.08
0,10
$P_1(d_0)$
0.13
0.14
0,15
d

Déschamps:

1 Quadripôle sans pertes (désadaptation faible)



transformé du cercle |Γ|=1



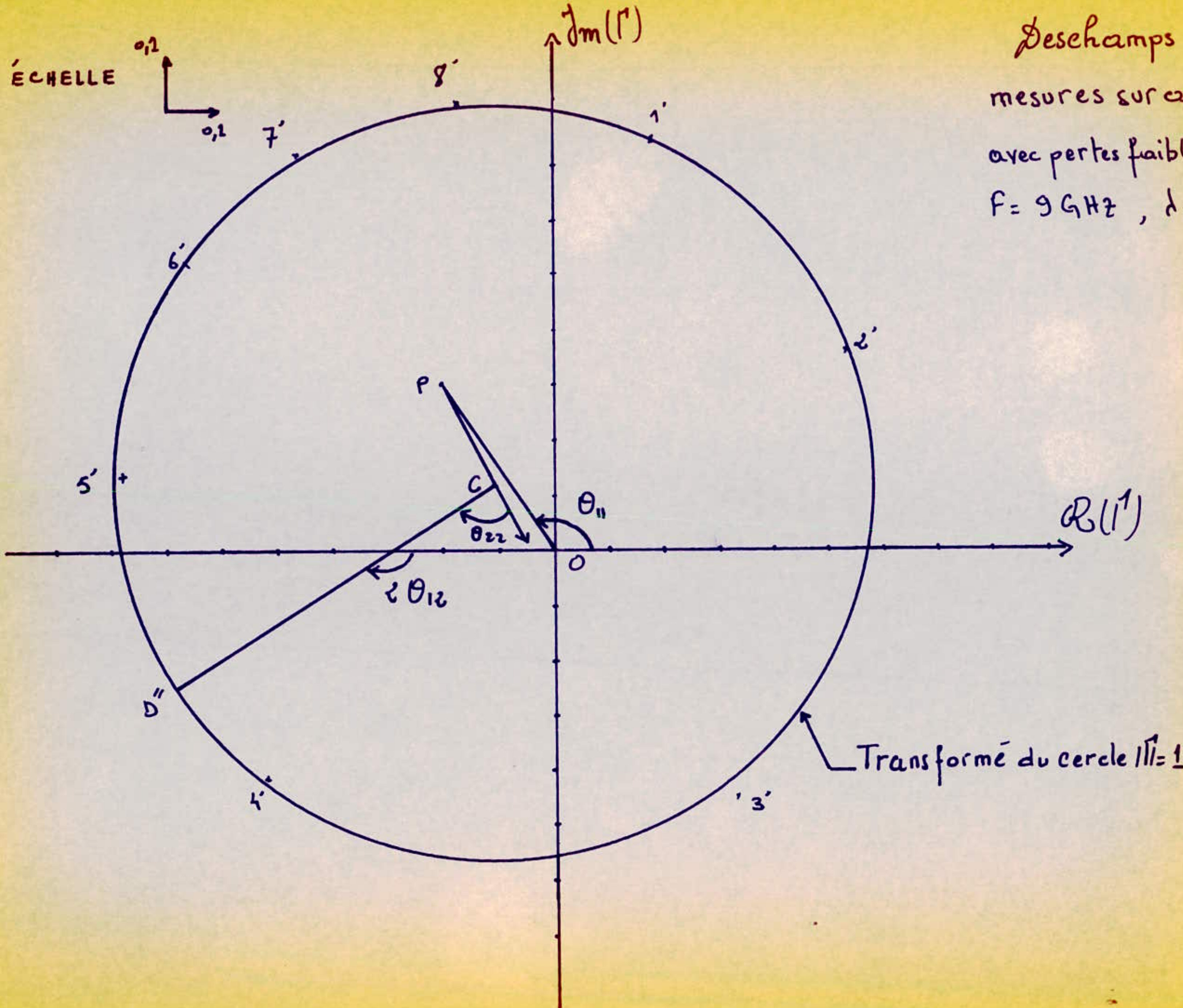
2. Quadripôle sans pertes (désadaptation grande)

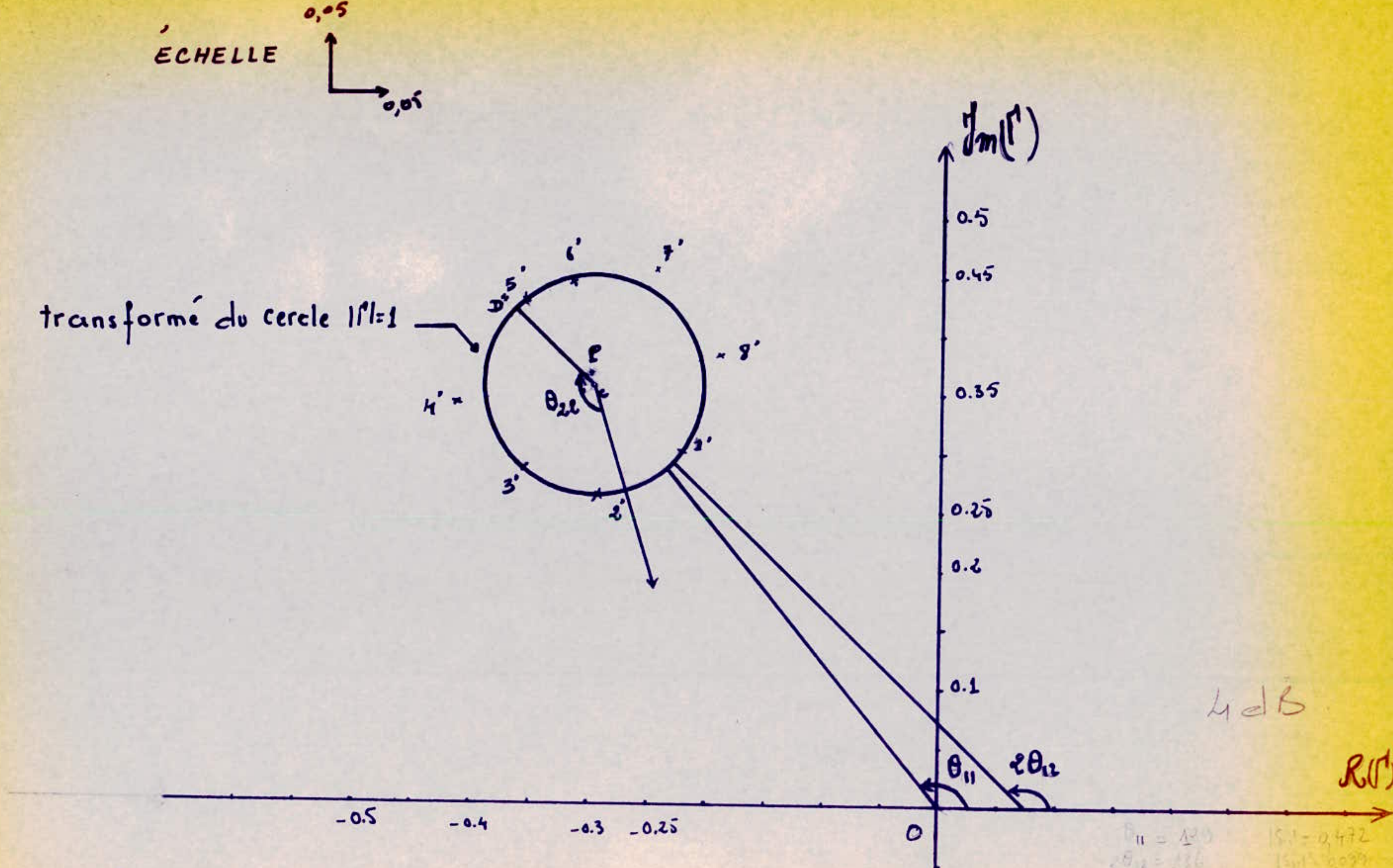
Deschamps :

mesures sur quadripole

avec pertes faibles (1,42 dB)

F = 9 GHz , λ = 49 mm.





Deschamps :

mesures sur quadripôle avec pertes (4dB)

Pour $F = 9$ GHz, $\lambda = 49$ mm

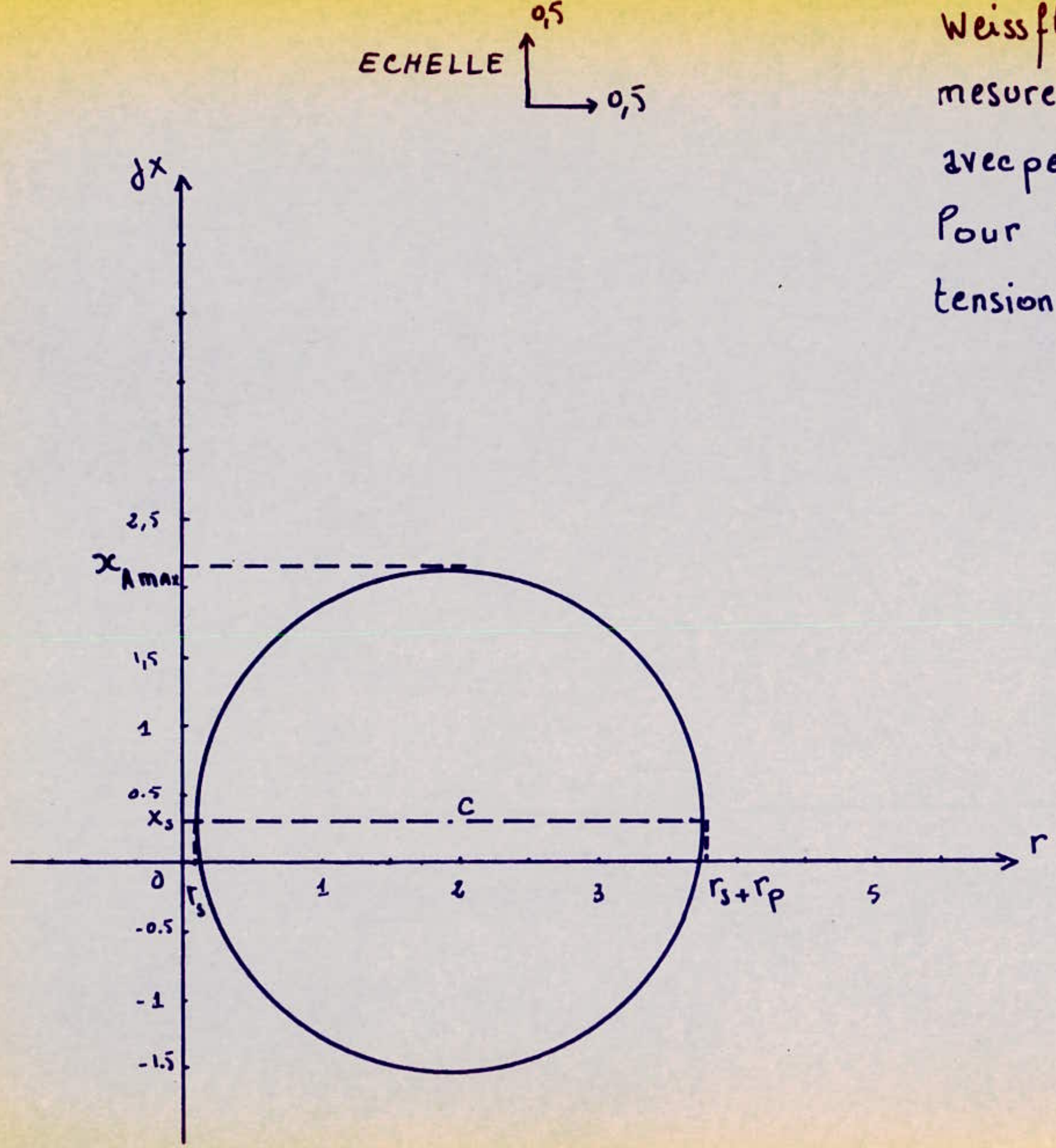
Weissfloch :

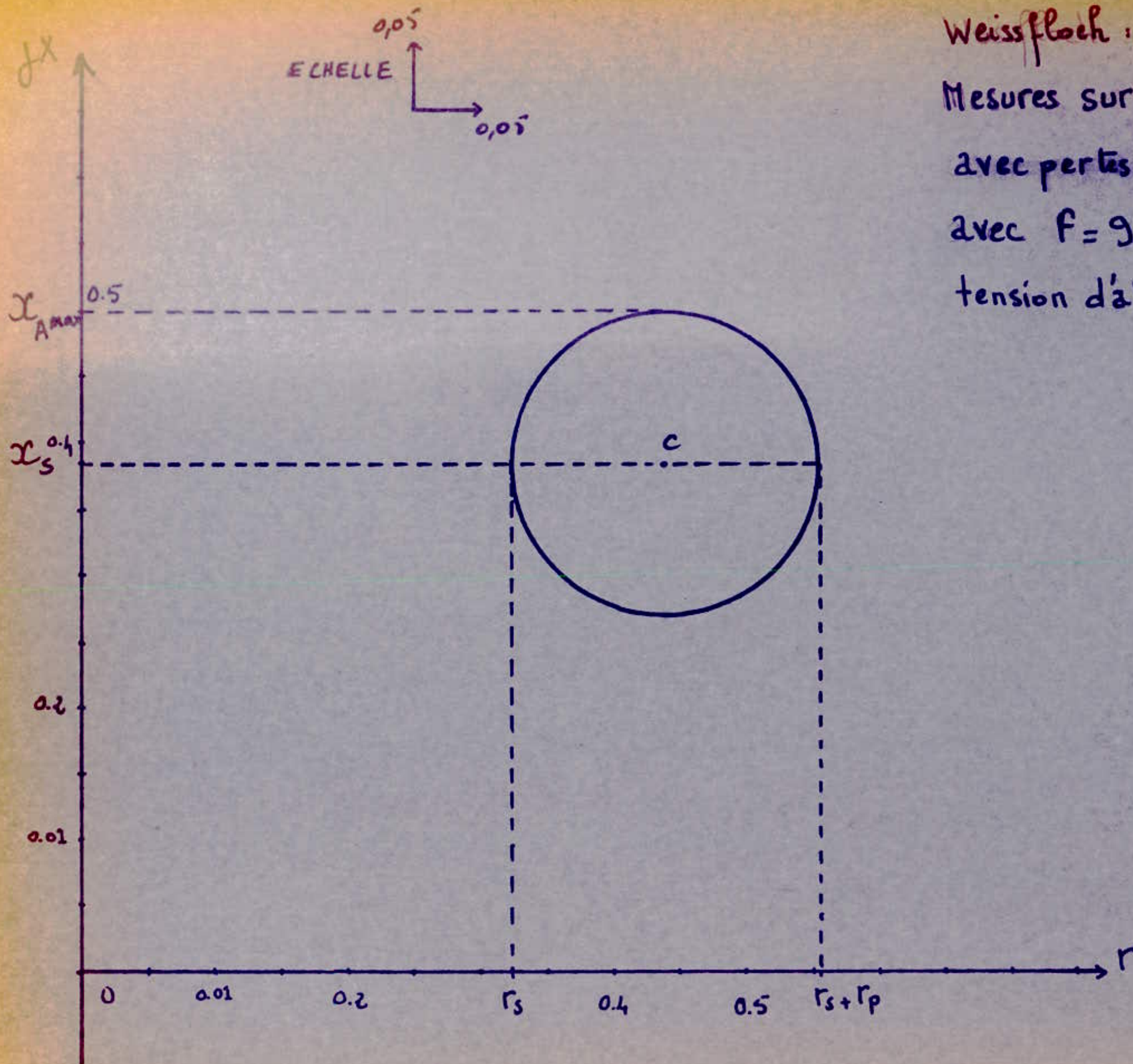
mesures sur quadripôle reciproque

avec pertes (1,42 dB)

Pour f = 9 GHz , λ = 49 mm

tension d'alim. : 9 V





Weissfloch :

Mesures sur quadripôle réciproque avec pertes (4 dB)

avec $f = 9$ GHz, $\lambda \cong 49$ mm

tension d'alim. 9 V.

V CONCLUSION GENERALE:

Plusieurs methodes ont été utilisées afin de caracteriser un quadripôle reciproque, dissipatif ou non, à l'aide de la matrice S ou à l'aide de schemas equivalents. Chacune de ces methodes presentait des avantages et des inconvenients. Le choix de l'une de ces methodes depend de plusieurs facteurs, en particulier:

a) du materiel disponible

b) des proprietes du quadripôle à mesurer.

c) de la rapidite et des erreurs propres à la mesure

On peut noter que dans le cas des quadripôles sans pertes, mais à forte desadaptation, les deux methodes - du transformateur et de la tangente - donnent des resultats comparables. Toutefois la methode du transformateur est la plus rapide et la plus simple. Cependant quand la desadaptation introduite devient faible alors la methode des tangentes devient plus interessante et donne de meilleures resultats. Pour ce qui est de la mesure des elements S_{ij} des quadripoles reciproques avec ou sans pertes, on constate que la methode des 3 points est plus simple et donc plus rapide, malheureusement elle fournit des resultats sensibles

aux erreurs de mesure (la charge n'étant pas parfaitement adaptée, erreur due à l'enfoncement,...). la méthode des 4 points donne des résultats plus interessants que celle des 3 points puisqu'on utilise que le court-circuit mobile mais elle necessite beaucoup de calcul. la methode de Deschamps s'overe plus précise et plus avantageuse parce que d'une part on n'utilise que le court-circuit mobile et d'autre part le nombre de mesure effectué est élevé: elle permet, ainsi, de detecter les erreurs (un ou 2 points aberronts) qu'on peut corriger donc. les erreurs, les plus importantes, qu'on peut faire sont propres à la construction géometrique.
Dans le cas des quadripoles à grandes pertes, ces méthodes ne sont plus valables et on fait appel alors à des montages speciaux tel le pont hyperfrequence que nous avons decrit (4.3)

ANNEXE

"TRAITEMENT NUMERIQUE de Données de Mesure"

nous avons vu que la methode de Deschamps donnait, au plan P_1 à l'entrée, des points regulierement distribues sur une courbe de forme circulaire quand on faisait varier la valeur de la charge dans le plan P_2. Comme la theorie prevoit un cercle il serait bon d'optimiser les résultats de mesure en cherchant le cercle passant par le plus grand nombre de points. Une fois, le cercle obtenu on corrige les points de mesure : les nouveaux points serviront alors pour le calcul des S_{ij} du quadripole. Dans ce dessein, on utilise la methode de Gauss-Seidel dont on donne l'algorithme.

algorithme:

A l'aide des trois points de mesure choisis on evalue les paramètres approximatifs du cercle Optimum à savoir le rayon R1 et les coordonnées X1 et Y1 du centre. Puis l'on choisira deux intervalles suivant x et suivant y plus ou moins grand (selon la precision ε voulue) de part et d'autre du centre. Puis on opere de la maniere suivante :

1. On fixe la valeur de l'ordonneé y et on essaie de trouver ou plutôt on cherche l'abscisse x qui donne la meilleure approximation au sens ds moindres carrés, en calculant pour chaque abscisse x la nouvelle valeur du rayon R.

2. On garde la meilleure valeur de l'abscisse et on fait varier y - en calculant R pour chaque nouvelle ordonneé - jusqu'à trouver toujours la meilleure approximation.

3. Si la precision voulue est atteinte, on se dirige vers le calcul des nouvelles coordonneés ds points de mesure (C1, Y(1), C2, Y(2), ...) ; sinon on recommence le calculant en gardant fixe la valeur de y qui a donné la meilleure approximation.

* Formules Utilisées:

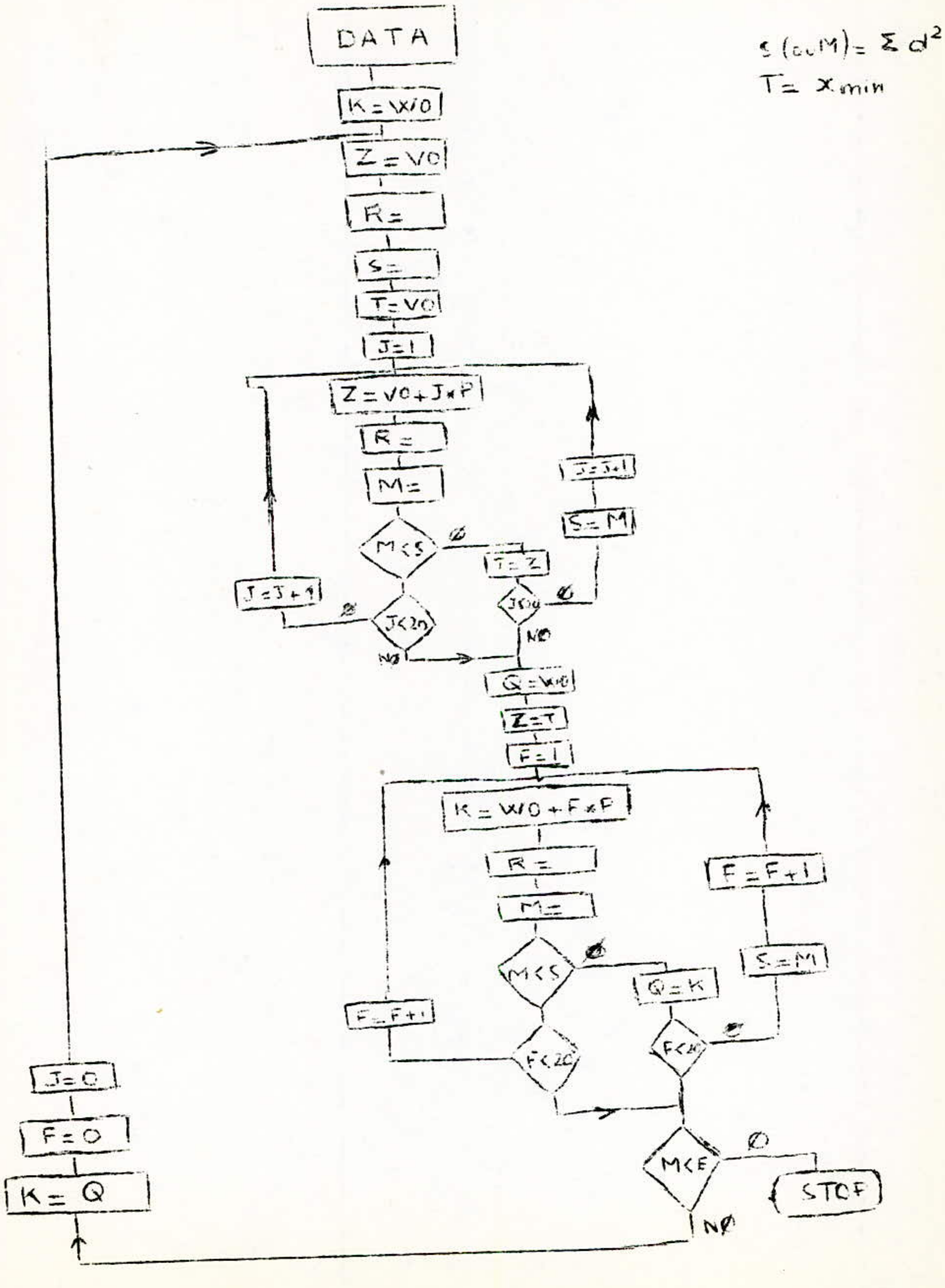
- le carré de la distance entre un point de mesure et un point sur le cercle optimum est: $$d^2 = \left(\sqrt{(X(I)-Z)^2 + (Y(I)-K)^2} - R\right)^2$$

+ C'est la somme des d^2 qu'on veut rendre minimale : pour cela on annule la deriveé premiere. On obtient, alors, la valeur de R sans cesse calculeé dans le programme :

$$R = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \sqrt{(X(I)-Z)^2 + (Y(I)-K)^2}$$

— le programme, donné par la suite, est ecrit en langage Basic, un langage simple utilisé sur l'ordinateur "Apple two".

. organigramme : cercle optimum par la methode de Gauss-Seidel



- Programme -

```
1.   REM  cercle OPTIMUM
5.   DIM  X(8), Y(8)
10.  READ  X(1), X(2), X(3), X(4), X(5), X(6), X(7), X(8), Y(1), Y(2), Y(3), Y(4), Y(5), Y(6), Y(7), Y(8), E, P
15.  K2 = - ( X(2) - X(1)) / (Y(2) - Y(1))
20.  K3 = - ( X(3) - X(1)) / ( Y(3) - Y(1))
25.  D =  K3 - K2
30.  IF  D = 0  THEN 340
35.  H2 = 0.5 * ( Y(1) + Y(2) + ( X(2)^2 - X(1)^2) / ( Y(2) - Y(1)))
40.  H3 = 0.5 * ( Y(1) + Y(3) + ( X(3)^2 - X(1)^2) / ( Y(3) - Y(1)))
45.  X1 =  (H2 - H3) / D
50.  Y1 =  (K3 * H2 - K2 * H3) / D
55.  R1 =  SQR ( (X(1) - X1)^2 + (Y(1) - Y1)^2)
60.  V0 =  X1 - R1/20
65.  W0 =  Y1 - R1/20
80.  K =  W0
85.  Z =  V0
90.  GOSUB 290
95.  GOSUB 315
100. S = G
105. T = V0
110. J = 1
115. Z = V0 + J * P
120. GOSUB 290
125. GOSUB 315
130. M = G
135. IF  M < S  THEN 150
140. IF  J < 20  THEN 215
145. GOTO  160
150. T = Z
155. IF J < 20 THEN 210
160. Q = W0
165. Z = T
```

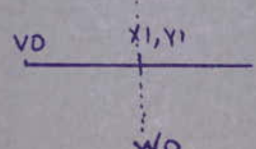
```
170. F= 1
175. K = WO+F*P
180. GOSUB 290
185. GOSUB 315
190. M= G
195  IF M<S THEN 225
200  IF F<20 THEN 265
205  GOTO 235
210  S= M
215  J=J+1
220  GOTO 115
225  Q = K
230  IF F<20 THEN 260
235  IF M<E THEN 275
240  K=Q
245  F= 0
250  J=0
255  GOTO 85
260  S= M
265  F= F+1
270  GOTO 175
275  PRINT "X0=";Z;"Y0=";Q;"R0=";R
280  GOTO 345
285  DATA
290  R= 0
295  FOR I=1 TO 8
300  R=R+(SQR((X(I)-Z)^2+(Y(I)-K)^2))/8
305  NEXT I
310  RETURN
315  G=0
320  FOR I=1 TO 8
```

```
5. G=G+(R-SQR((X(I)-Z)^2+(Y(I)-K)^2))^2
0. NEXT I
. RETURN
0. PRINT "PtS ALIGNES PAS DE SOLUTION"
5. I= 1
0. GOSUB 470
5. PRINT "C1=";L;"Y1=";N
0. I=2
5. GOSUB 470
. PRINT "C2=";L;"Y2=";N


0. I=8
5 GOSUB 470
0 PRINT "C8=";L;"Y8=";N
5 END
0 M2=Z-X(I)
5 IF M2=0 THEN 540
0 U1=(Q-Y(I))/M2
5 U2=(Q-Z*U1)
```

```
490. U3=(R^2)/(1+U1^2)
495. K1= Z+SQR(U3)
500 K2= Z-SQR(U3)
505 A= (X(I)-K1)^2
510 B= (X(I)-K2)^2
515 IF A<B THEN 530
520 L=K2
525 GOTO 535
530 L= K1
535 N= U1*L+U2
540 RETURN
```

remarque: pour avoir la precision voulue il suffit d'agir sur le pas P, la valeur de I_{max} - respectivement F_{max} - en tenant compte de: $\frac{R_1}{10} = I_{max} \cdot P$ = intervalle



"ALGORithme du programme consernant la recherche des éléments S_{ij} d'un Q"

1. On cherche l'intersection Q des droites passant par les points distant de $\lambda/4$ (1' et 5', 2' et 6'...)

- Pour cela on cherche l'intersection de la 1ère droite avec les 2ème, 3ème et 4ème droite puis on cherche
- l'intersection de la 2ème avec la 3ème et 4ème droite et ainsi de suite, enfin on cherche la moyenne des abscisses et des ordonnées X_Q et Y_Q fig 1.1.

L'intersection de la Ième droite avec la Jème droite est donnée par :

$$\text{Abscisse } Z(I,J) = \frac{\dfrac{Y(1,J)X(2,J) - Y(2,J)X(1,J)}{X(2,J) - X(1,J)} - \dfrac{Y(1,I)X(2,I) - Y(2,I)X(1,I)}{X(2,I) - X(1,I)}}{\dfrac{Y(2,I) - Y(1,I)}{X(2,I) - X(1,I)} - \dfrac{Y(2,J) - Y(1,J)}{X(2,J) - X(1,J)}}$$

$$\text{ordonnée } W(I,J) = \frac{(Y(2,J) - Y(1,J))\,Z(I,J) + Y(1,J)X(2,J) - Y(2,J)X(1,J)}{X(2,J) - X(1,J)}$$

La moyenne des abscisses et des ordonnées donne respectivement X_Q et Y_Q.

- 2. Recherche des coordonnées de l'iconocentre
- - On trace la droite y_{QC} passant par Q et C (avec C centre du cercle representatif Des impédances de sorties mesurées à l'entrée) X_C et Y_C sont donnés par le 1er programme
- On trace deux perpendiculaires à cette droite (y_{QC}) passant respectivement par Q et C

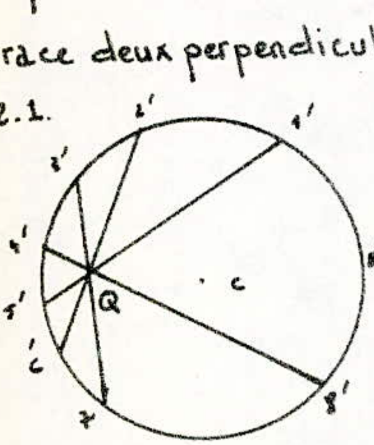


fig 1.1

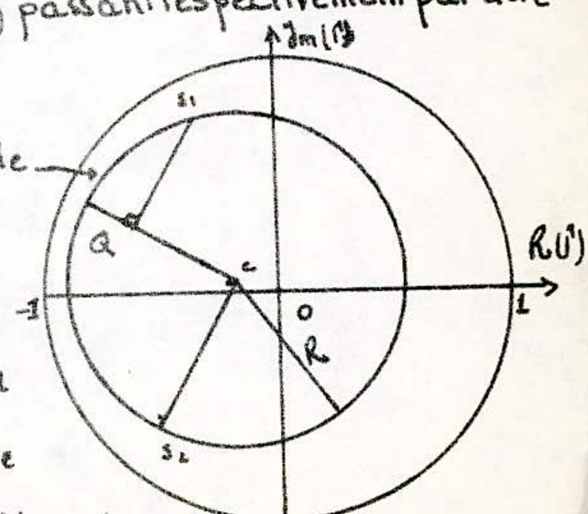


fig 2.1

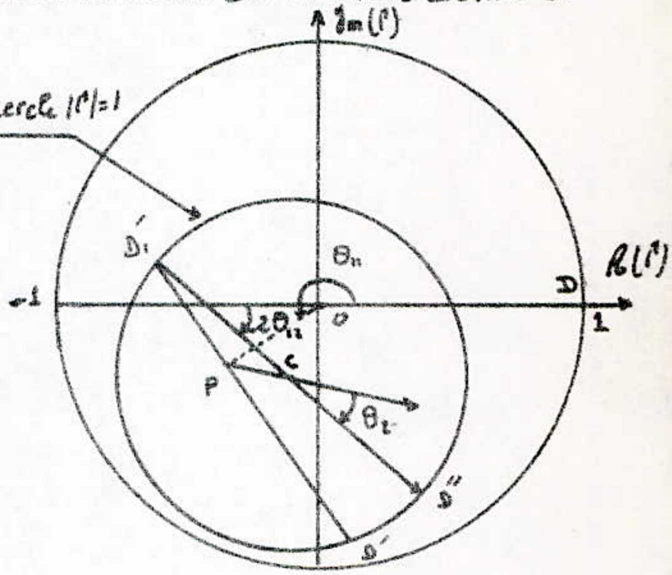
- L'intersection de ces deux perpendiculaires avec le cercle donne deux points S_1 et S_2, et enfin l'intersection des deux droites y_{QC} et $y_{S_1S_2}$ donne le point R appelé iconocentre

- 3 Calcul des modules $|S_{11}|$, $|S_{22}|$ et $|S_{12}|^2$:

$$|S_{11}| = \text{distance } OP \;,\quad |S_{22}| = \frac{\text{distance } PC}{R} \;,\quad |S_{12}|^2 = R\left(1 - |S_{22}|^2\right)$$

- 4. Calcul des arguments : θ_{11}, $2\theta_{12}$, θ_{22}.

Pour cela on trace la droite PD' (D' transformé du point $\Gamma = 1$) fig. 4.1.
L'intersection de cette droite avec le cercle de centre C nous donne le Point D'_1, puis L'intersection de la droite passant par C, D'_1 avec le même cercle nous donne D''



Alors :

$$\theta_{11} = \mathrm{Arg}\, S_{11} = (OD, OC) = \mathrm{Arctg}\left(\frac{Y_P}{X_P}\right)$$

$$\theta_{22} = \mathrm{Arg}\, S_{22} = (PC, CD'') = \mathrm{Arctg}\left(\frac{Y_{D''} - Y_n}{X_{D''} - X_n}\right) - \mathrm{Arctg}\left(\frac{Y_c - Y_P}{X_c - X_P}\right)$$

$$2\theta_{12} = \mathrm{Arg}\, S_{12}^2 = (OD, CD'') = \mathrm{Arctg}\left(\frac{Y_{D''} - Y_n}{X_{D''} - X_n}\right)$$

Remarque :

Les Coordonnées des huits points mesurés à l'entrée du quadripole sont notées par :

1^{er} Pt : $\begin{pmatrix} X(1,1) \\ Y(1,1) \end{pmatrix}$ 2^e Pt : $\begin{pmatrix} X(1,2) \\ Y(1,2) \end{pmatrix}$ 3^e Pt : $\begin{pmatrix} X(1,3) \\ Y(1,3) \end{pmatrix}$ 4^e Pt : $\begin{pmatrix} X(1,4) \\ Y(1,4) \end{pmatrix}$

5^e Pt : $\begin{pmatrix} X(2,1) \\ Y(2,1) \end{pmatrix}$ 6^e Pt : $\begin{pmatrix} X(2,2) \\ Y(2,2) \end{pmatrix}$ 7^e Pt : $\begin{pmatrix} X(2,3) \\ Y(2,3) \end{pmatrix}$ 8^e Pt : $\begin{pmatrix} X(2,4) \\ Y(2,4) \end{pmatrix}$

- Le programme a été adapté à L'APPL II en Langage basic.
- Le temps d'execution du programme est approximativement de 30 s, Les résultats sont donnés avec une précision de 10^{-4}

" Programme donnant les éléments Sij d'un quadripôle avec pertes "

1 REM ICO

5 DIM X(2,3), Y(2,3), U(2,3), V(2,3), W(2,3), Z(2,3), A(7), B(7), C(8), D(4), K(4)

1Ø READ X(1,1), X(1,2), X(1,3), X(2,1), X(2,2), X(2,3), Y(1,1), Y(1,2), Y(1,3), Y(2,1), Y(2,2)
Y(2,3), Xc, Yc, R

15 I = 1

2Ø J = 1

25 LET
$$U(I,J+1) = \frac{Y(1,J+1)X(2,J+1) - Y(2,J+1)X(1,J+1)}{X(2,J+1) - X(1,J+1)} - \frac{Y(1,I)X(2,I) - Y(2,I)X(1,I)}{X(2,I) - X(1,I)}$$

3Ø LET
$$V(I,J+1) = \frac{Y(2,I) - Y(1,I)}{X(2,I) - X(1,I)} - \frac{Y(2,J+1) - Y(1,J+1)}{X(2,J+1) - X(1,J+1)}$$

35 LET
$$Z(I,J+1) = \frac{U(I,J+1)}{V(I,J+1)}$$

4Ø LET
$$W(I,J+1) = \frac{(Y(2,J+1) - Y(1,J+1)) * Z(I,J+1) + (Y(1,J+1)X(2,J+1) - Y(2,J+1)X(1,J+1))}{X(2,J+1) - X(1,J+1)}$$

45 IF J ⩾ 2 THEN 6Ø

5Ø J = J + 1

55 GØTØ 25

6Ø IF I ⩾ 2 THEN 75

65 I = I + 1

7Ø GOTO 25

75 LET XQ = (Z(1,2) + Z(1,3) + Z(2,3)) / J+1

8Ø LET YQ = (W(1,2) + W(1,3) + W(2,3)) / J+1

85 LET A(1) = (YQ - Yc) / (XQ - Xc)

87 LET B(1) = (Yc XQ - YQ Xc) / (XQ - Xc)

9Ø LET A(2) = 1 / A(1)

92 LET $B(2) = Y_C + X_c/A(1)$

94 LET $B(3) = Y_Q + X_Q A(2)$

96 LET $A(7) = 1 + A^2(2)$

98 LET $C(1) = (X_c + A(2)(B(2) - Y_c))/A(7)$

100 LET $C(2) = ((B(2) - Y_C)^2 + X_c^2 - R^2)/A(7)$

102 LET $D(1) = C^2(1) - C(2)$

104 LET $X_1 = C(1) + (D(1))^{1/2}$

106 LET $Y_1 = - A(2) X_1 + B(2)$

108 LET $C(3) = (X_c + A(2)(B(3) - Y_c))/A(7)$

110 LET $C(4) = ((B(3) - Y_c)^2 + X_c^2 - R^2)/A(7)$

112 LET $D(2) = C^2(3) - C(4)$

114 LET $X_2 = (C(3) - (D(2))^{1/2})$

116 LET $Y_2 = - A(2) X_2 + B(3)$

118 LET $X_P = \left(B(1) - \frac{Y_1 X_1 - Y_2 X_1}{X_2 - X_1}\right) \Big/ \left(\frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} - A(1)\right)$

120 LET $Y_P = A(1) X_P + B(1)$

122 LET $PC = ((Y_c - Y_P)^2 + (X_c - X_P)^2)^{1/2}$

124 LET $PH = (R^2 - (PC)^2)^{1/2}$

126 LET $S_1 = (Y_P^2 + X_P^2)^{1/2}$

128 LET $S_2 = PC/R$

130 LET $S_3 = R(1 - S_2^2)$

132 LET $A(4) = (Y_P - Y(2,1))/(X_P - X(2,1))$

134 LET $B(4) = (X_P Y(2,1) - Y_P X(2,1))/(X_P - X(2,1))$

136 LET $C(5) = (X_c + A(4)(Y_c - B(4)))/(1 + A^2(4))$

138 LET $C(6) = (X_c^2 + (Y_c - B(4))^2 - R^2)/(1 + A^2(4))$

140 LET $D(3) = C^2(5) - C(6)$

142 LET $K(1) = C(5) + (D(3))^{1/2}$

144 LET $K(2) = C(5) - (D(3))^{1/2}$

146 IF $(K(1) - X(2,1))^2 > 0.1$ THEN 150

148 $K(1) = K(2)$

150 LET $H(1) = A(4) K(1) + B(4)$

152 LET $A(5) = (Y_c - H(1))/(X_c - K(1))$

154 LET $B(5) = (H(1) X_c - Y_c K(1))/(X_c - K(1))$

156 LET $C(7) = (X_c + A(5)(Y_c - B(5)))/(1 + A^2(5))$

158 LET $C(8) = (X_c^2 + (Y_c - B^2(5)) - R^2)/(1 + A^2(5))$

160 LET $D(4) = C^2(7) - C(8)$

162 LET $K(3) = C(7) + (D(4))^{1/2}$

164 LET $K(4) = C(7) - (D(4))^{1/2}$

166 IF $(K(3) - K(1))^2 > 0.1$ THEN 170

168 $K(3) = K(4)$

170 LET $H(2) = A(5) K(3) + B(5)$

172 LET $X_n = - B(5)/A(5)$

174 LET $X_T = (K(3) - X_n)$

176 LET $Y_T = H(2)$

178 LET $X_F = (X_c - X_P)$

180 LET $Y_F = (Y_c - Y_P)$

182 LET $G_1 = \underline{Y_P}/X_P$

184 LET $G_2 = Y_F/X_F$

186 LET $G_3 = Y_T/X_T$

188 LET $K(1) = ATN(G_1)$

190 LET $K(2) = ATN(G_2)$

```
192 LET K(3) = ATN(G3)
194 LET O1 = 180*K(1)/PI
196 LET OF = 180*K(2)/PI
198 LET O3 = 180*K(3)/PI
200 LET O2 = O3 - OF
202 PRINT "S1="; S1; "S2="; S2; "S3="; S3; "O1="; O1; "O2="; O2
          "O3="; O3
204 DATA
206 END
```

Remarques:

- Pour alleger l'ecriture du programme nous avons remplacer les insignes des opérations multiplication et exposant (*, ↑) utilisés en basic par les insignes usuels.
- $S_1 = |S_{11}|$; $S_2 = |S_{22}|$; $S_3 = |S_{12}|^2$

  $O_1 = \theta_{11}$; $O_2 = \theta_{22}$; $O_3 = 2\theta_{12}$
- Les valeurs des arguments sont données en degré

BIBLIOGRAPHIE

P. GRIVET : physique des lignes H.F et d'UHF (1974)

E.L. GINZTON : microwave measurments (1957)

LEFEUVRE.S : hyperfrequence (1969)

BOUDOURIS et Chenevier : circuits pour ondes guidées

Roubine : circuits pour ondes ultracourtes

Lamoitier : le BASIC par la pratique

Lamoitier : le langage BASIC et la nouvelle norme