

3/97

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



D.E.R de GENIE ELECTRIQUE & INFORMATIQUE

SPECIALITE : ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

**COMMANDE ROBUSTE DE LA  
MACHINE SYNCHRONE A  
AIMANTS PERMANENTS  
ALIMENTEE EN TENSION**

Proposé par :

M<sup>r</sup> : B. HEMICI  
M<sup>r</sup> : M.O. MAHMOUDI

Etudié par :

M<sup>lle</sup>: F. AMROUCHE  
M<sup>r</sup> : H. MILIANI

Dirigé par :

M<sup>r</sup> : B. HEMICI  
M<sup>r</sup> : M.O. MAHMOUDI

PROMOTION JUILLET 1997

E.N.P. 10, Avenue Hacén-Badi, EL-HARRACH, ALGER

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE  
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



D.E.R de GENIE ELECTRIQUE & INFORMATIQUE

SPECIALITE : ELECTROTECHNIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

THEME

**COMMANDE ROBUSTE DE LA  
MACHINE SYNCHRONNE A  
AIMANTS PERMANENTS  
ALIMENTEE EN TENSION**

Proposé par :

M<sup>r</sup> : B. HEMICI

M<sup>r</sup> : M.O. MAHMOUDI

Etudié par :

M<sup>lle</sup> : F. AMROUCHE

M<sup>r</sup> : H. MILIANI

Dirigé par :

M<sup>r</sup> : B. HEMICI

M<sup>r</sup> : M.O. MAHMOUDI

PROMOTION JUILLET 1997

E.N.P. 10, Avenue Hacén-Badi, EL-HARRACH, ALGER

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
١٣١٥ هـ

## DEDICACES



*Cette oeuvre est dédiée à mes grands parents mes parents, qu'ont toujours crû en moi..*

*A mon grand frère Maâmer*

*A mes frères Moussa et Nouredine et soeur Samira, Naima et Fatiha ainsi que leurs maris  
Ahmed et Mokhtar*

*A mes Amis,*

*A Melle Amrouche Lamia ainsi qu'à ses parents.*

**EL HADJE**

## DEDICACES



*Je dédie de fruit des années passées à travailler par l'aide de dieu le miséricordieux à :*

*Mes défunts grands-pères et grands-mères.*

*Aux êtres qui me sont si chers sur cette terre :*

*. Mes parents chéris dotés d'une compréhension et d'une attention sans limites, qui ont su bien m'encourager durant toute ma scolarité.*

*. A mes tantes et oncles pour leur compréhension,*

*. A mes soeurs pour leur assistance et leur présence dans les moments les plus durs,*

*. Mes pensées les plus sincères à SOFIANE qui m'a été d'une grande aide, ainsi que sa maman,*

*. A toutes ma famille grands et petits,*

*. A tous mes amis les plus proches,*

*. A K. Nacer et A. Djamel et au personnel « GENERAL SERVICE OFFICE »*

*. A la famille MILLANI sans oublier EL-HADJ qui a partagé avec moi les hauts et les bas de notre labeur « cette 5ème année si dure à affronter » ça a été un plaisir constant de travailler avec lui.*

*En conclusion toute peine mérite labeur.*

*AMROUCHE FARIDA (lamia)*

## « REMERCIEMENTS »



*Nous remercions Dieu tout puissant de nous avoir donné la volonté et surtout le courage de mener dans de bonnes conditions ce modeste travail.*

*Nous tenons aussi à témoigner de notre profonde gratitude, de nos sincères remerciements à tous ceux qui ont apportés leurs aides et soutien moral à savoir :*

- Nos promoteurs Messieurs B.HEMICI et M.O. MAHMOUDI
- MM BERKOUK, SOUAMI et BOU CHERIT chargés de cours à l'E.N.P.
- Le personnel de la bibliothèque en particulier messieurs SALAH & KRIMO

*N'ABANDONNE JAMAIS !!*



*Quand les choses sont vraiment mal,*

*Quand les fonds sont bas et que les dettes culminent,*

*Quand le soucis te pousse à déprimer,*

*Repose toi si tu veux,*

*Mais n'abandonne jamais,*

*Même si tout te semble aller lentement,*

*Même si tu sens la fatigue,*

*Même si le triomphe t'abandonne,*

*Même si une erreur te fait mal,*

*Même si une trahison te blesse,*

*Même si une illusion s'éteint,*

*Même si la douleur brûle tes yeux,*

*Même si l'ingratitude en est le prix,*

*Même si l'incompréhension coupe ton rire.*

*Même si tout à l'air de rien.*

*RECOMMENCES...*

*N'ABANDONNE JAMAIS.*

# SOMMAIRE

الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

## INTRODUCTION GENERALE

### Partie 1 :Commande vectorielle de la machine synchrone

#### Chapitre I : modélisation et alimentation de la MSAP.

I. 1. Généralités et caractéristiques.....	5
I. 2. Modélisation de la MSAP.....	
I. 2.1. HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES.....	6
I. 2.2. MISE EN EQUATION DE LA MSAP.....	6
I. 2.3. SIMULATION ET RESULTATS.....	9
I. 3. ALIMENTATION EN TENSION DE LA MSAP.....	12
I. 3.1. Modélisation de la source de tension.....	
I. 3.2. Modélisation de l'onduleur de tension .....	14
I. 3.3. Association onduleur - MSAP.....	16
I. 3.4. Simulation et résultats.....	17

#### Chapitre II : Commande vectorielle de MSAP

II 1. Introduction .....	21
II. 2. COMMANDE VECTORIELLE MAINTENANT LE COURANT.ID NUL....	21
II. 2.1 MISE EN OEUVRE DE LA COMMANDE VECTORIELLE.....	21
II. 2.2. SIMULATION ET RESULTATS .....	24
II 3. Réglage de vitesse.....	26
II. 3.1. FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE FERMEE.....	26
II. 3.2. APPLICATION A L'ASSOCIATION ONDULEUR - MSAP.....	29
II. 3.3. SIMULATION ET RESULTATS .....	29
II. 4. Etude de la sensibilité du réglage de vitesse vis-à-vis des variations paramétriques.....	37
II. 4.1. SIMULATION ET RESULTATS.....	37
II. 5. Conclusion.....	37

**Partie 2 : La commande robuste de la MSAP**

**CHAPITRE III : ROBUSTESSE ET CONCEPTS AUTOMATIQUES**

<b>III. 1. INTRODUCTION.....</b>	<b>43</b>
<b>III. 2. DEFINITION .....</b>	<b>43</b>
<b>III. 3. FAMILLE DE MODELES D'INCERTITUDES.....</b>	<b>43</b>
<b>III. 3. 1. INCERTITUDES NON STRUCTUREES.....</b>	<b>43</b>
<b>III. 3. 2. INCERTITUDES SEMI-STRUCTUREES.....</b>	<b>44</b>
<b>III. 3. 3. INCERTITUDES STRUCTUREES.....</b>	<b>45</b>
<b>III. 4. ROBUSTESSE DES SYSTEMES MONO VARIABLES.....</b>	<b>45</b>
<b>III. 4. 1. LA ROBUSTESSE EN STABILITE.....</b>	<b>46</b>

**CHAPITRE IV : COMMANDE HINF PAR LES FACTEURS PREMIERS  
APPLICATION A LA MSAP**

<b>IV. 1. INTRODUCTION.....</b>	<b>49</b>
<b>IV. 2. CADRE GENERAL DE L'OPTIMISATION HINF.....</b>	<b>49</b>
<b>IV. 2. 1. PROBLEME STANDARD.....</b>	<b>49</b>
<b>IV. 2. 2. PROBLEME HINF STANDARD.....</b>	<b>51</b>
<b>IV. 3. SYNTHESE HINF PAR FACTORISATIONS PREMIERES.....</b>	<b>52</b>
<b>IV. 3. 1. FACTORISATIONS PREMIERES.....</b>	<b>52</b>
<b>IV. 3. 2. PROBLEMES DE STABILISATION ROBUSTE DEDUIT DES FACTORISATIONS PREMIERES .....</b>	<b>53</b>
<b>IV. 4. Application de la MSAP.....</b>	<b>54</b>
<b>IV. 5. SIMULATION.....</b>	<b>55</b>
<b>IV. 5. CONCLUSION .....</b>	<b>55</b>

**Chapitre V : COMMANDE ROBUSTE PAR PLACEMENT DE POLES AVEC  
CALIBRAGE DE LA FONCTION SENSIBILITE PERTURBATION- SORTIE :**

<b>V. 1. INTRODUCTION .....</b>	<b>62</b>
<b>V. 2. LE PLACEMENT DE POLES.....</b>	<b>62</b>
<b>V. 2. 1. IDENTITE DE BEZOUT.....</b>	<b>62</b>
<b>V. 2. 2. PROCEDURE DE CALCUL DU REGULATEUR .....</b>	<b>64</b>
<b>V. 2. 3. UTILISATION DE LA METHODE DE SYLVISTER POUR RESOUDRE L'IDENTITE D BEZOUT.....</b>	<b>64</b>
<b>V. 3. DEFINITION DE LA FONCTION DE SENSIBILITE PERTURBATION SORTIE .....</b>	<b>65</b>
<b>V. 4. CRITERES DE ROBUSTESSE.....</b>	<b>66</b>
<b>V. 4. 1. LES MARGES DE ROBOTESSE.....</b>	<b>66</b>
<b>V. 4. 1. 1. MARGE DE MODULE AM.....</b>	<b>67</b>
<b>V. 4. 1. 2. MARGE DE RETARD.....</b>	<b>68</b>

V. 4. 1. 3. MARGE DE PHASE.....	68
V. 4. 1. 4. Marge de gain.....	68
V. 4. 2. Incertitudes sur le modèle du procédé et stabilité robuste.....	68
V. 5. Propriétés et calibrage de la fonction de sensibilité perturbation - sortie.....	69
V. 5. 1. Propriétés.....	69
V. 5. 2. Calibrage.....	70
V. 6. La boucle de régulation .....	71
V. 6. 1. Le procédé .....	71
V. 6. 2. Synthèse du régulateur R.S.T.....	73
V. 6. 3. Tests de robustesse.....	77
V. 6. 3. 1. Test sur la marge de module.....	77
V. 6. 3. 2. Test vis-à-vis des incertitudes ou variations des paramètres du modèle de procédé.....	78
V. 6. 3. 3. Test sur la marge de phase .....	79
V. 7. CONCLUSION	

## CONCLUSION GENERALE

## PERSPECTIVE

## BIBLIOGRAPHIE

## ANNEXE

## LISTE DES SYMBOLES .

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

- MSAP : Machine synchrone à aimants permanents.
- a, b, c : Axes de la machine.
- d, q : Axes directe et en quadrature.
- ia, b, c : Courants des phases statoriques de la machine en triphasé .
- id, q : Courants des phases statoriques de la machine dans le repère de PARK .
- va, b, c : Tensions des phases statoriques de la machine en triphasé.
- ud, q : tensions des phases statoriques d'axe direct et en quadrature.
- [ I ] : Vecteur courant statorique.
- [ V ] : Vecteur tension statorique.
- $\phi$ a, b, c : Flux statoriques
- [  $\phi$  ] : Vecteur flux.
- Rs : Résistance d'une phase statorique.
- [ R ] : Matrice résistance.
- [ L ] : Matrice inductance.
- Ld, q : Inductances cycliques directe et quadratique.
- J : Moment d'inertie de la machine.
- f : Coefficient de frottement.
- Cem : Couple électromagnétique de la machine.
- Cr : Couple résistant.
- $\omega$  : Vitesse angulaire du rotor.
- $\Omega$  : Vitesse angulaire mécanique du rotor.
- $\theta$  : Position du rotor.
- P : Nombre de paires de pôles.
- $\tau_e$  : Constante de temps électrique.
- $\tau_m$  : Constante de temps mécanique.
- s : Opérateur de LAPLACE.
- Ki, K : Paramètres du régulateur de vitesse.
- K1, K2 : Paramètres du régulateur de courant.
- V1, 2, 3 : Tensions du réseau.
- Ud : Tension à la sortie du redresseur.
- L : Inductance du filtre.

- C : Capacité du filtre.
- Uf : Tension d'alimentation de l'onduleur.
- MLI : Technique de modulation de largeur d'impulsions.
- $\Delta M$  : Marge de module
- $\Delta G$  : Marge de gain
- $\Delta \tau$  : Marge de retard
- $\Delta \phi$  : Marge de phase.
- z : Opérateur de la transformée en Z.
- Hbo(z) : Fonction de transfert en boucle ouverte.
- Hbf(z) : Fonction de transfert en boucle fermée.
- h : Période d'échantillonnage.
- Syp : Fonction de sensibilité perturbation-sortie
- X : Vecteur d'état.
- y : Variable de sortie du système d'état
- U : Entrée de commande.
- G(s) : Fonction de transfert du système d'état.
- $\lambda_i$  : Valeur propre.
- w : fréquence.
- K(s) : Fonction de transfert du régulateur déduit de la commande robuste  $H_\infty$ .
- R, S, T(z) : Polynômes du régulateur robuste R-S-T.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## ***INTRODUCTION GENERALE***

## INTRODUCTION GENERALE

*La recherche de nouvelles structures de commande pour la machine synchrone à aimants permanents a déjà fait l'objet d'une littérature internationale. En général, l'augmentation de performances dynamiques de la MSAP constituait l'objectif principal de ces études, afin de reproduire le plus fidèlement possible les caractéristiques en flux et en couple de la machine à courant continu.*

*A cet effet, les techniques de commande linéaire, puis non linéaire, ont été utilisées, initialement en temps continu, puis en temps discret. Conjointement, différents choix de référentiels de travail ont été étudiés sur la base du modèle de park.*

*Récemment, les performances dynamiques atteintes ayant été jugées satisfaisantes pour la majorité des applications industrielles, la notion de **robustesse** est alors apparue comme un objectif important de la commande des machines synchrones à aimants permanents.*

*L'objet de ce travail est d'explorer des solutions de commande robuste suivant un cahier des charges, retenu pour son intérêt industriel, et résumé par:*

- *une machine synchrone à aimants permanents à faible puissance*
- *un onduleur MLI à trois niveaux de tension*

*Il est possible aujourd'hui de traiter le problème de la robustesse d'un système asservi par, entre autres, les deux approches principales suivantes:*

- **Commande adaptative** : *Les lois de commande sont modifiées en fonction des variations paramétriques du procédé pour lesquelles une identification en temps réel est généralement nécessaire.*
- **Automatique robuste** : *une structure unique de commande est déterminée à partir non pas d'un modèle unique mais d'une famille de modèles, sans faire appel à l'identification en ligne.*

*De par leur spécificité, chacune des deux classes citées présente des intérêts pour la commande robuste de la MSAP. Cependant, l'application directe de ces méthodes peut conduire à un échec si la structure du modèle de commande, relatif à l'association machine-convertisseur, est trop éloignée de la réalité physique.*

*L'approche proposée dans ce travail consiste alors en une formulation complète des problèmes de commande en introduisant le concept de robustesse dès la phase de modélisation de la machine et de son actionneur.*

*Donc notre motivation principale pour ce travail résulte d'un réel besoin industriel à augmenter l'insensibilité à la variation de vitesse de la MSAP face aux:*

- *incertitudes de modélisation*

- variations paramétriques de la machine
- perturbations issues de l'onduleur MLI associé

*Ainsi le développement important des techniques de l'automatique robuste au cours de ces dernières années conduit naturellement à étudier l'application de ces outils aux systèmes électrotechniques, dont nos principales contributions sont l'analyse de la robustesse du schéma de la commande vectorielle classique associé à un régulateur :*

- standard.
- issu d'une commande  $H_\infty$  par les factorisations premières.
- issu d'une commande par placement de pôles robustes avec calibrage de la fonction de sensibilité perturbation-sortie.

## **ORGANISATION GENERALE**

*La thèse est divisée en deux parties principales.*

*La première partie est consacrée à la commande vectorielle de la machine synchrone à aimants permanents.*

*Nous présentons dans le premier chapitre la modélisation et l'alimentation en tension de la MSAP, pour à la fin associer l'ensemble convertisseur-MSAP.*

*Le chapitre deux traite de la commande par flux orienté de la MSAP, en illustrant la structure de commande vectorielle adoptée. Et en phase de boucler notre système linéaire, dans le but de régler la vitesse de sortie, on synthétisera le régulateur de vitesse au moyen d'une technique classique développée pour les systèmes linéaires, soit la méthode par placement de pôles.*

*La seconde partie aborde le problème de la commande robuste de la machine synchrone à aimants permanents.*

*Au début, nous entamerons la deuxième partie par des généralités et des concepts automatiques généraux, dans le but d'éclaircir certaines notions et définitions sur la Robustesse dans les chapitres qui suivront.*

*Dans le chapitre quatre, on explicitera la commande  $H_\infty$  par les facteurs premiers pour aboutir au calcul d'un régulateur robuste associé à la MSAP en temps continu.*

*Enfin, le chapitre cinq est consacré à une autre commande robuste: **Le placement de pôles robustes avec calibrage de la fonction de sensibilité perturbation-sortie**, qui synthétisera un régulateur RST numérique.*

***PARTIE 1***

***LA COMMANDE VECTORIELLE DE LA MACHINE  
SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS***

**CHAPITRE I**

**MODELISATION ET ALIMENTATION DE LA MACHINE  
SYNCHRONNE A AIMANTS PERMANENTS**

## I.1- GENERALITES ET CARACTERISTIQUES :

La machine synchrone à aimants permanents est une machine à courant alternatif qui s'impose dans les applications nécessitant des performances dynamiques et statiques très élevées et plus particulièrement dans les systèmes embarqués (en aéronautique, dans les domaines aérospatiaux...) en raison de son rapport (puissance/masse) élevé.

Et avec les aimants modernes, les applications se sont développées dans la mesure où l'inducteur à aimants pourrait concurrencer l'inducteur bobiné.

Aussi, l'utilisation des aimants modernes au niveau des machines associées aux convertisseurs statiques est de plus en plus adoptée pour les entraînements à vitesse variable.

Cependant, les principaux matériaux utilisés actuellement au niveau des aimants permanents sont essentiellement des alliages de type terres rares, ALCINO et ferrites qui constituent de nos jours l'essentiel du marché.

La MSAP possède des caractéristiques très intéressantes comparativement à d'autres machines à rotor bobiné : [ 20 ]

- L'absence du collecteur -balais facilite sa maintenance : la fiabilité augmente.
- Les aimants au rotor permettent d'obtenir une excitation sans pertes joules
- La MSAP possède une puissance-massique élevée, et un couple dépassant deux fois son couple nominal.
- La puissance de la MSAP est proportionnelle à la densité d'énergie des aimants utilisés.
- La MSAP avec sa structure présente une grande souplesse et un encombrement réduit.
- Morphologie souple.

## I.2- MODELISATION DE LA MSAP :

La MSAP que nous considérons dans ce travail est munie au rotor d'un système d'aimants permanents assurant une répartition d'induction sinusoïdale dans l'entrefer. Par ailleurs notre système ne contient pas d'amortisseurs. Ils tendraient à augmenter les harmoniques de courants absorbés par le moteur ; et en raison de l'absence de pièces polaires, cette machine possède une structure à pôles lisses. [ 23 ]

La machine synchrone à aimants comprend un stator muni d'un bobinage généralement triphasé, un rotor avec un système d'aimants assurant une répartition d'induction sinusoïdale dans l'entrefer. L'effet de ce système peut être assimilé à celui d'un bobinage alimenté par un courant continu constant. [ 23 ]

**L2.1- HYPOTHESES SIMPLIFICATRICES :**

La MSAP dans sa configuration exacte est complexe, et afin de mieux la représenter, il est indispensable d'adopter les hypothèses simplificatrices suivantes : [ 20 ]

- Le circuit magnétique de la machine n'est pas saturé et est parfaitement feuilleté. La machine ne contient pas de circuits amortisseurs.
- La distribution de la f.c.e.m est sinusoïdale ,ce qui nous permet de considérer seulement la première harmonique d'espace créée par chaque phase de l'induit.
- Les enroulements sont décalés de 120° donc la machine est équilibrée.
- Les réactances de fuites sont indépendantes de la position du rotor.
- L'effet d'hystérésis et les pertes dans l'acier sont négligeables.
- L'aimantation est rigide.

**L2.2- MISE EN EQUATION : [ 21 ]**

Soit le schéma représentatif suivant:

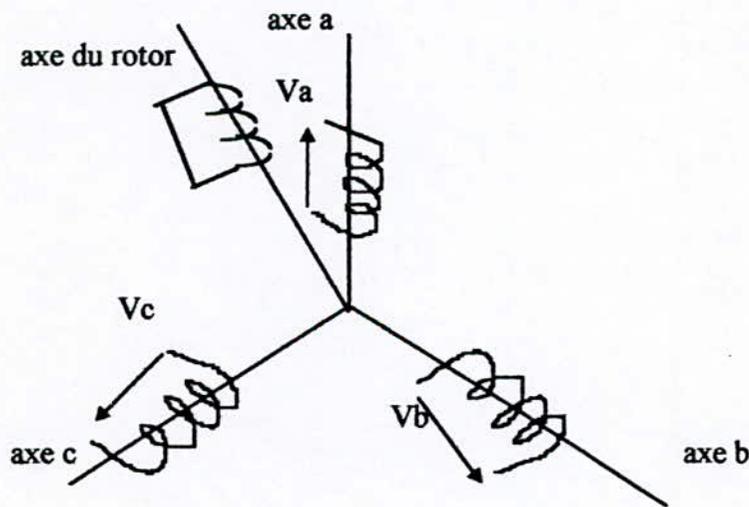


FIG I.1: Schéma de la machine synchrone à aimants permanents

En tenant compte des simplifications citées ci-dessus, les équations électriques de l'enroulement statorique de la MSAP sont :

$$[\phi] = [L_s][I] + \phi_f [\sin\theta \quad \sin(\theta - 2\pi/3) \quad \sin(\theta + 2\pi/3)]^T \quad (I.1)$$

$$C_{em} = \frac{P}{2} [I]^T \left( \frac{\delta}{\delta\theta} [L_s] \right) [I] \quad (I.2)$$

$$[V] = [R][I] + \frac{d}{dt}[\phi]$$

$$[V] = (v_a \quad v_b \quad v_c)'$$

$$[I] = (i_a \quad i_b \quad i_c)'$$

$$[R] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix}$$

$$[\phi] = (\phi_a \quad \phi_b \quad \phi_c)'$$

Pour étudier le comportement de la MSAP, on utilise la transformation de CLARKE :

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & -1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2} \\ 0 & \sqrt{3/2} & -\sqrt{3/2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (I.3)$$

$x_a, x_b, x_c$  représentent le système triphasé de courants ou de tensions.

$x_a, x_\beta$  représentent le système diphasé correspondant de courants ou de tensions; et  $x_0$  est la composante homopolaire .

En régime équilibrée, la composante homopolaire est nulle.

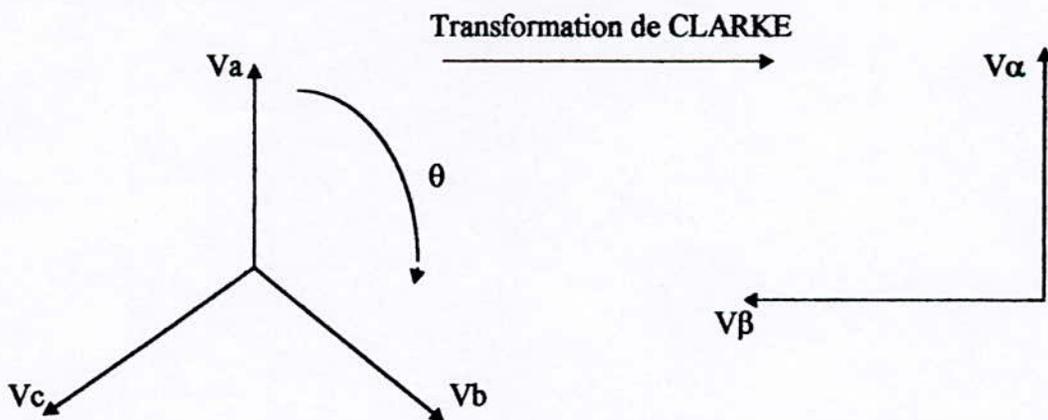


FIG I.2 : Transformation d'une machine triphasé en une machine diphasée

Le passage aux composantes de PARK se traduit par l'équation : [ 23 ]

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

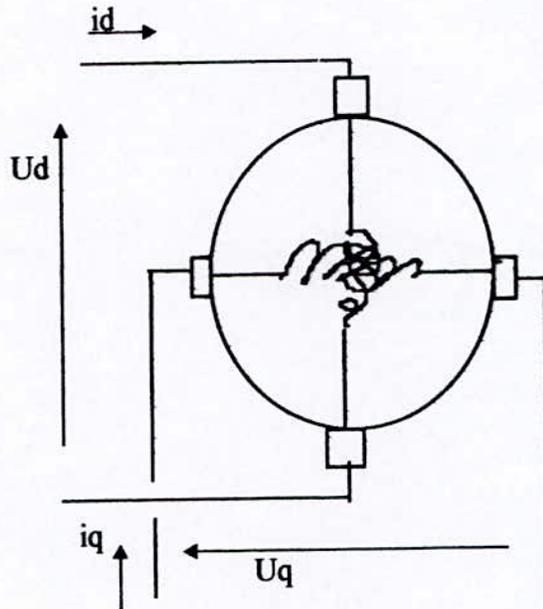


FIG I.3 : MSAP équivalente obtenue par la transformée de PARK

Finalement les équations de la MSAP s'écrivent dans le référentiel de PARK comme suit :

$$\begin{aligned} \phi_d &= L_d i_d + \phi_f \\ \phi_q &= L_q i_q \\ C_{em} &= P(\phi_d i_q - \phi_q i_d) \\ u_d &= R_s i_d - L_q \omega i_q + L_d \frac{di_d}{dt} \\ u_q &= R_s i_q + L_d \omega i_d + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega \phi_f \\ J \frac{d\Omega}{dt} &= C_{em} - f\Omega - C_r \end{aligned} \quad (1.4)$$

### 1.2.3- SIMULATION ET RESULTATS :

Nous simulons le modèle de la machine synchrone à aimants permanents alimentée en tension, pour deux essais:

- à vide.
- démarrage à vide puis application d'une charge en régime permanent.

- Du fait que  $L_d = L_q$ , on constate que le couple électromagnétique est parfaitement proportionnel à  $i_q$ . Sa valeur en régime permanent compense les pertes mécaniques (frottement et ventilation). Par contre au démarrage, il dépasse sa valeur nominale pour vaincre l'inertie de la machine.
- La transformation de PARK conduit à une machine équivalente identique à la MCC ayant un inducteur de courant constant, et deux induits en quadrature.
- Dans une MSAP, le flux engendré par les aimants est constant.
- Lors d'une application d'une perturbation, la vitesse diminue. Nous constatons une forte demande de courant et de flux.

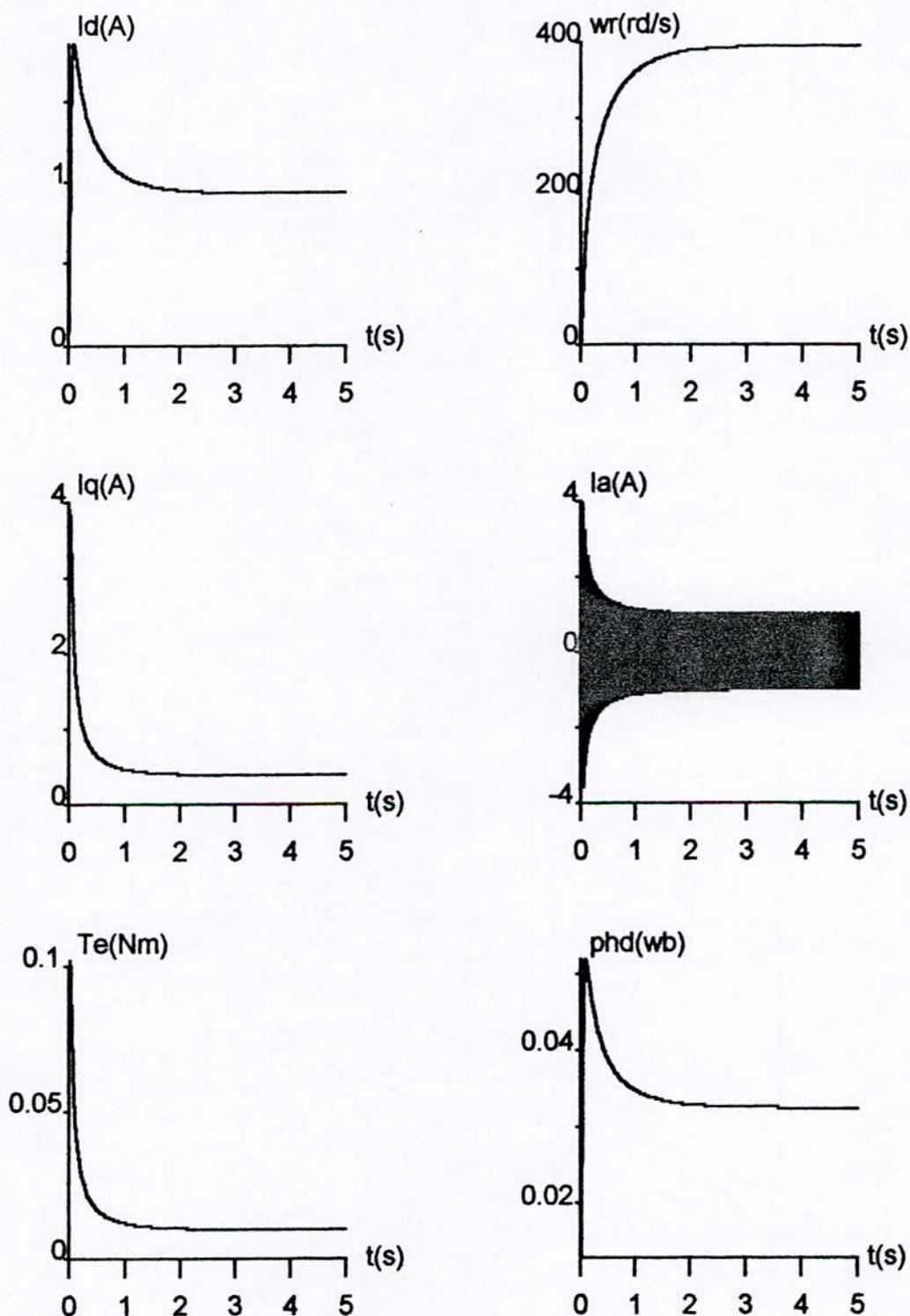


Figure I.4 -a :  
CARACTERISTIQUES DYNAMIQUES DE LA MSAP A VIDE.

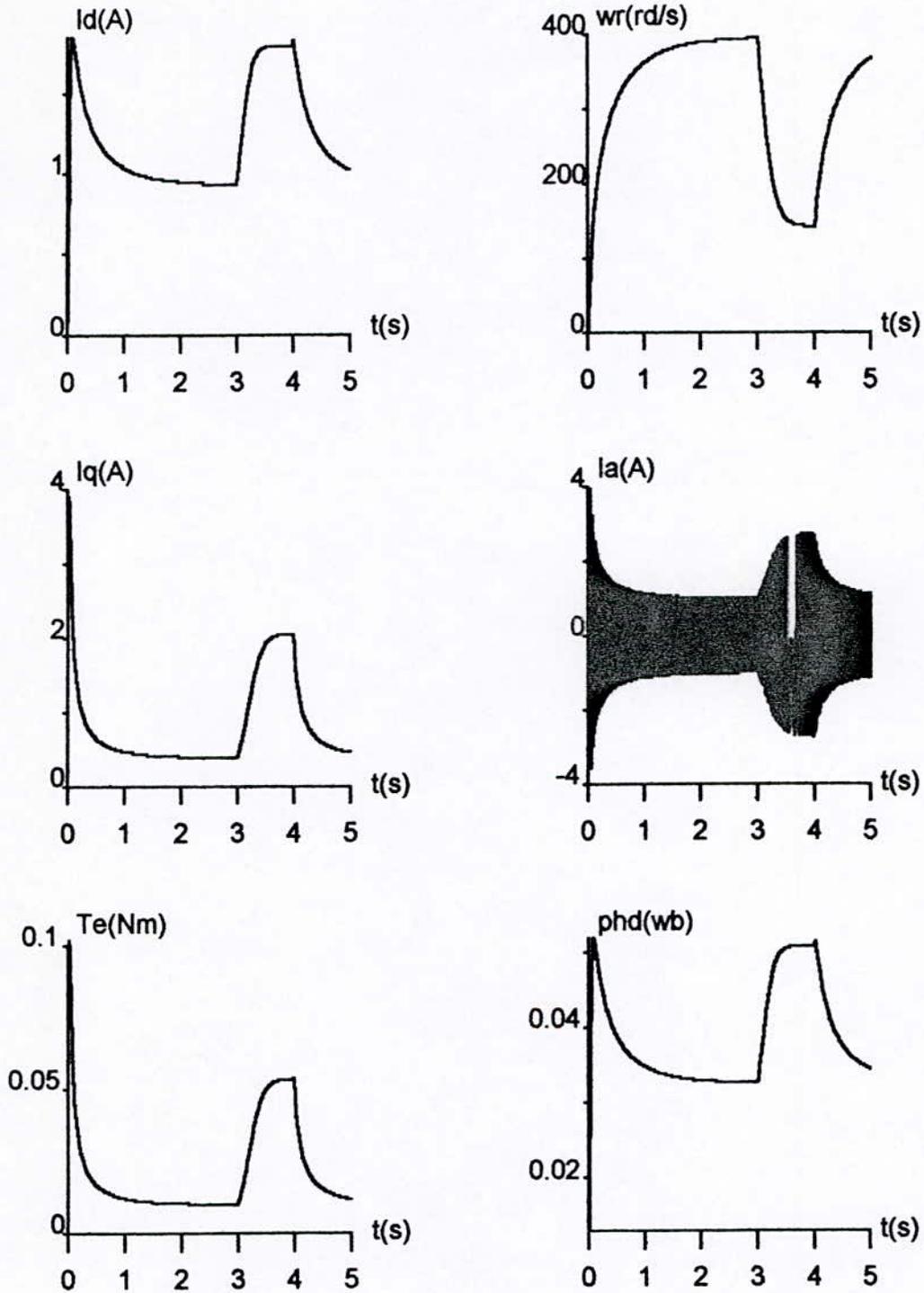


Fig I.4-b :  
Les caractéristiques dynamiques de la MSAP : Application d'une charge en régime permanent

### L3- ALIMENTATION EN TENSION DE LA MSAP:

En faible puissance, on utilise de manière quasi générale des onduleurs de tension à transistors de puissance commandés par la technique de modulation de largeur d'impulsions (MLI).

L'ensemble onduleur-machine-commande est représenté par la figure (I.5). La MSAP a une distribution de f.c.e.m sinusoïdale; et la logique de commande fournit les impulsions de commande des interrupteurs suivant la position du rotor.

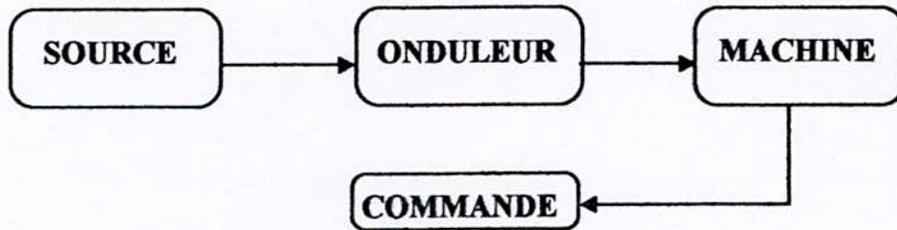


FIG I. 5 : Schéma de principe du système

#### L3.1- MODELISATION DE LA SOURCE DE TENSION :

La tension continu alimentant l'onduleur est obtenue par redressement de la tension alternative du réseau. Le redresseur est un pont de *GREATZ*, qui peut être à base de diodes ou de thyristors. On se limite à un pont à diodes. [21 ]

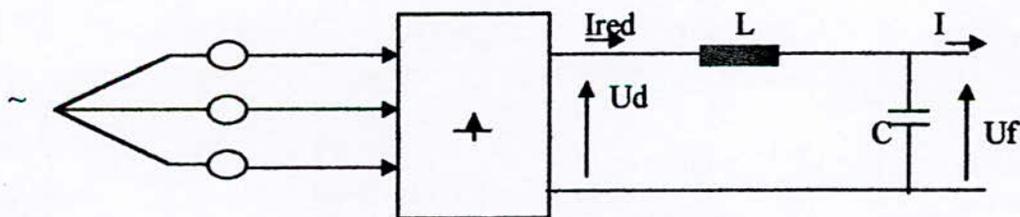


FIG I.6- : Source de tension continu

Le filtre LC permet d'obtenir à l'entrée de l'onduleur une tension  $U_f$  sensiblement constante et un courant d'entrée  $I$  légèrement ondulé. La capacité  $C$  qui absorbe le courant de récupération, supprime les brusques variations de la tension  $U_f$  durant les de intervalles de commutations. La self  $L$  permet de rendre sensiblement constant le courant  $I_{red}$  pris à la source.

Les grandeurs  $I, I_{red}, U_f, U_d$  sont liées par les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} U_d &= L \frac{dI}{dt} + U_f \\ \frac{dU_f}{dt} &= (1/L)(I_{red} - I) \end{aligned} \quad (1.5)$$

$L$  et  $C$  sont les paramètres du filtres, dont la fréquence propre est :

$$\omega_f = 1/\sqrt{LC} \quad (1.6)$$

Ces paramètres sont choisis de manière que la fréquence propre soit suffisamment loin de la fréquence de fonctionnement de la machine. Les paramètres choisis sont :

$$L = 20 \text{ mH} \quad \text{et} \quad C = 300 \text{ } \mu\text{F}$$

Les diodes du pont redresseur sont supposées parfaites, et fonctionnant à commutation naturelle.

Les fonctions logiques de connections sont :

$$\begin{aligned} G_j &= \begin{cases} 1 & \text{si } V_j \text{ est la plus positive} \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \\ G'_j &= \begin{cases} 1 & \text{si } V_j \text{ est la plus né gative} \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \end{aligned} \quad (1.7)$$

L'expression de la tension redressée est donné par : [ 21 ]

$$U_d = (G_1 - G'_1)V_1 + (G_2 - G'_2)V_2 + (G_3 - G'_3)V_3 \quad (1.8)$$

**I.3.2 - MODELISATION DE L'ONDULEUR DE TENSION :**

L'onduleur (à transistors de puissance, fonctionnant à des fréquences de commutation élevées) est contrôlé par la technique MLI. De ce fait, le convertisseur de puissance peut être considéré comme un simple amplificateur, et n'interviendra que sous la forme d'un gain pur dans la modélisation du système.

Un autopilotage de l'onduleur par la machine est assuré.

Nous supposons la commutation des éléments semi-conducteurs instantanée. Ainsi, à chaque bras de l'onduleur est associée une fonction logique de connexion  $F_j$  définie comme suit : [21]

$$F(j) = \begin{cases} 1 & \text{si } K_j \text{ est connectée à la borne + de la source} \\ -1 & \text{si } K_j \text{ est connectée à la borne - de la source} \end{cases} \quad (I.8)$$

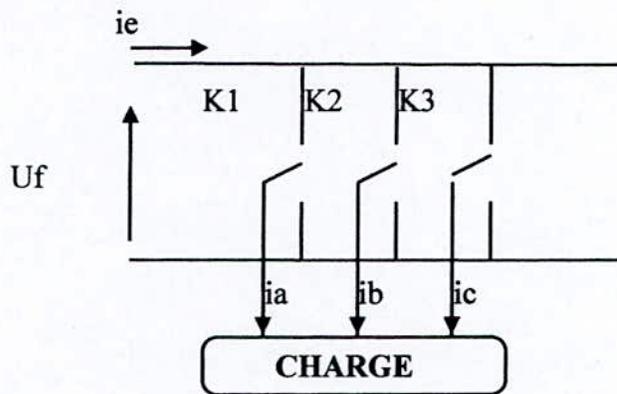


FIG I.7- :Représentation des transistors par des interrupteurs

il en découle :

$$\begin{aligned} U_{ab} &= \frac{1}{2} U_f (F_1 - F_2) \\ U_{bc} &= \frac{1}{2} U_f (F_2 - F_3) \\ U_{ca} &= \frac{1}{2} U_f (F_3 - F_1) \end{aligned} \quad (I.9)$$

D'où l'expression matricielle :

$$[V] = U_f [C] [F] \quad (I.10)$$

où :

$$[C] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[F] = [F_1 \quad F_2 \quad F_3]^t \quad (I.11)$$

$$I = [F][I]^t$$

Il reste à déterminer les fonctions logiques  $F_j$  qui dépendent de la stratégie de commande MLI.

Le principe de la stratégie triangulo-sinusoidale consiste à comparer un signal triangulaire appelé : porteuse, à trois tensions de références sinusoidales ou modultrices de références. Ces modultrices de références sont décalées de  $120^\circ$  les unes par rapport aux autres .

$$V_j = V_{\max} \sin(2\pi f_m t - (i-1)2\pi/3)$$

$$i = \overline{1,3} \quad (I.12)$$

**Vmax**: tension maximale de  $V_j$

**fm** :fréquence de  $V_j$

Le signal triangulaire de fréquence  $f_p$  supérieure à  $f_m$  est formée d'une succession de segments de droite dans le temps , alternativement positifs et négatifs.

La droite à pente positive :	pour $t \in [0, T_p/2]$	$v_p = \frac{1}{2}U_f(4t/T_p - 1)$
La droite à pente négative	pour $t \in [T_p/2, T_p]$	$v_p = \frac{1}{2}U_f(-4t/T_p + 3)$

**Tp**: est la période de la porteuse

A chaque intersection de la porteuse et l'une des modultrices, un comparateur change d'état et donne les ordres de commutations aux bras de l'onduleur pour amorcer ou bloquer un interrupteur. Par suite on définit les paramètres suivants :

\* le coefficient de réglage :  $\frac{V_m}{U_f/2} = r$

\* l'indice modulaire :  $M = \frac{f_p}{f} = \frac{T}{T_p}$

**I.3.3 - ASSOCIATION CONVERTISSEUR-MSAP:**

Cette association convertisseur-MSAP est schématisée par la figure ci-dessous :

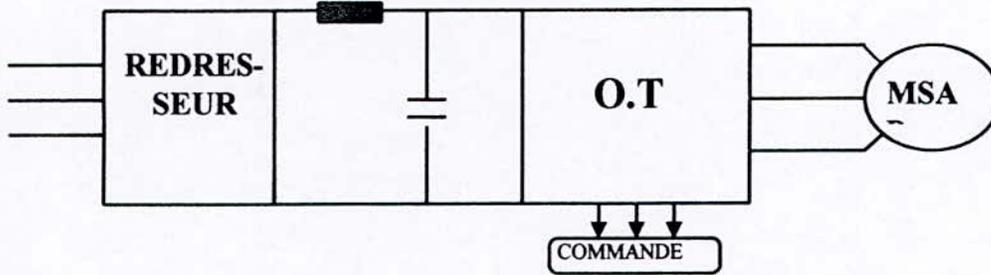


FIG I.8- : Association convertisseur-MSAP

On coordonnera les relations entre chaque entrée-sortie du système en chaîne, d'où l'organigramme :

$$\begin{aligned}
 \text{Réseau :} \quad & V_j = V_{\max} \sin(\omega_r t - (j-1)2\pi/3) \\
 & j = \overline{1,3} \\
 \text{Redresseur :} \quad & U_d = \frac{3}{\pi} V_{\max} \sin \frac{\pi}{3} \\
 \text{Filtre :} \quad & Ud = U_f + L \frac{dI_{red}}{dt} \\
 & \frac{dU_f}{dt} = (1/L)(I_{ed} - I) \tag{I.12} \\
 \text{Onduleur :} \quad & [V] = U_f [C] [F] \\
 & [U_{dq}] = P(\theta) [V] \\
 \text{MSAP :} \quad & u_d = R_s i_d - L_q \omega i_q + L_d \frac{di_d}{dt} \\
 & u_q = R_s i_q + L_d \omega_d + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega \phi_f \\
 & J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - f\Omega - C_r \\
 & \frac{d\theta}{dt} = \omega \quad \text{et} \quad \omega = P\Omega
 \end{aligned}$$

### **I. 3.4 - SIMULATION ET RESULTATS :**

Afin d'étudier le comportement dynamique de l'ensemble convertisseur -MSAP nous simulons son fonctionnement dans les deux cas suivants :

- A vide
- Application d'une charge au régime permanent .

La technique de modulation de largeur d'impulsions appliquée à la MSAP engendre une forte ondulation des caractéristiques de la machine qui va occasionner l'apparition d'harmoniques qui provoqueraient une pulsation du couple autour de sa valeur moyenne. Ces ondulations ne gênent pas le fonctionnement de la MSAP car elles sont à hautes fréquences .

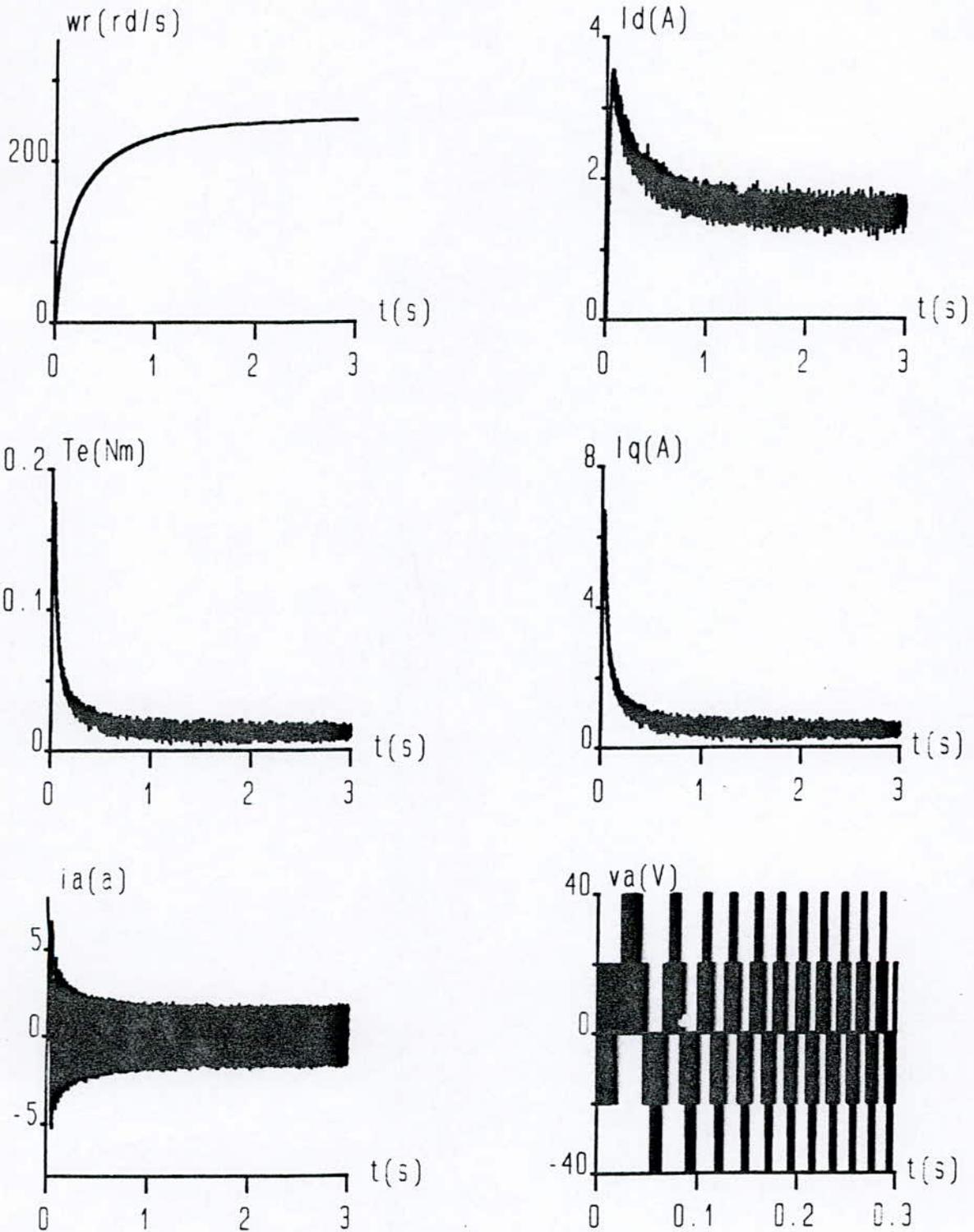
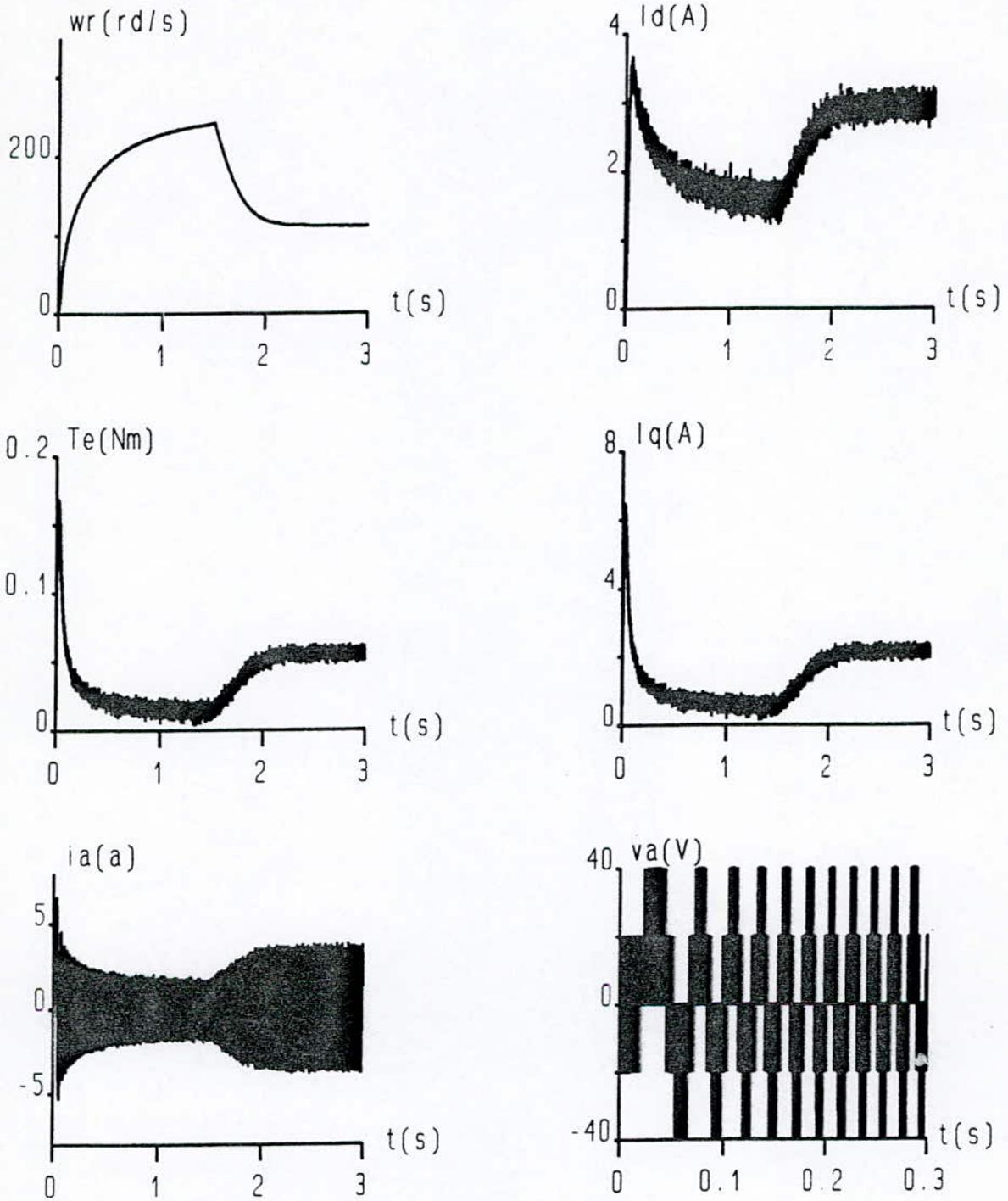


Figure (I.10.a) : Caractéristique dynamique de l'association MLI-MSAP (à vide)



Figure(I.10.b) :Caractéristique dynamique de l'association MLI-MSAP(application d'une charge aurégime établi).

## ***CHAPITRE II***

### ***COMMANDE VECTORIELLE ET REGLAGE DE VITESSE DE LA MSAP***

**II.1- INTRODUCTION**

Comme le modèle du moteur synchrone à aimants permanents correspond à un système multivariable, un contrôle performant de la vitesse ou de la position et du couple demande le contrôle simultané de plusieurs variables.

Plusieurs stratégies de commandes peuvent être considérées, elles se différencient par le choix de la relation entre  $i_d$  et  $i_q$ , c'est-à-dire par la manière dont le couple est développé dans la machine. Ces commandes sont communément appelées **COMMANDE VECTORIELLE PAR ORIENTATION DU FLUX**

**II.2- COMMANDE VECTORIELLE MAINTENANT LE COURANT  $i_d$  NUL :**

La stratégie de commande la plus souvent utilisée consiste à maintenir le courant  $i_d$  nul et à réguler la vitesse ou la position par le courant  $i_q$  via la position  $U_q$ . Physiquement, cette stratégie revient à maintenir le flux de réaction d'induit en quadrature avec le flux rotorique produit par le système d'excitation.

Lorsque le courant  $i_d$  est nul, le modèle du moteur synchrone à aimants permanents se réduit suivant l'axe  $q$ , à un modèle équivalent à celui d'un moteur à courant continu à excitation indépendante. La relation couple courant devient linéaire : [ 23 ]

$$C_{em} = K_t i_q \quad \text{avec} \quad K_t = cste$$

Le courant  $i_d$  peut naturellement être maintenu à zéro, si on découple le système au moyen de l'action calculée à partir des variables du système.

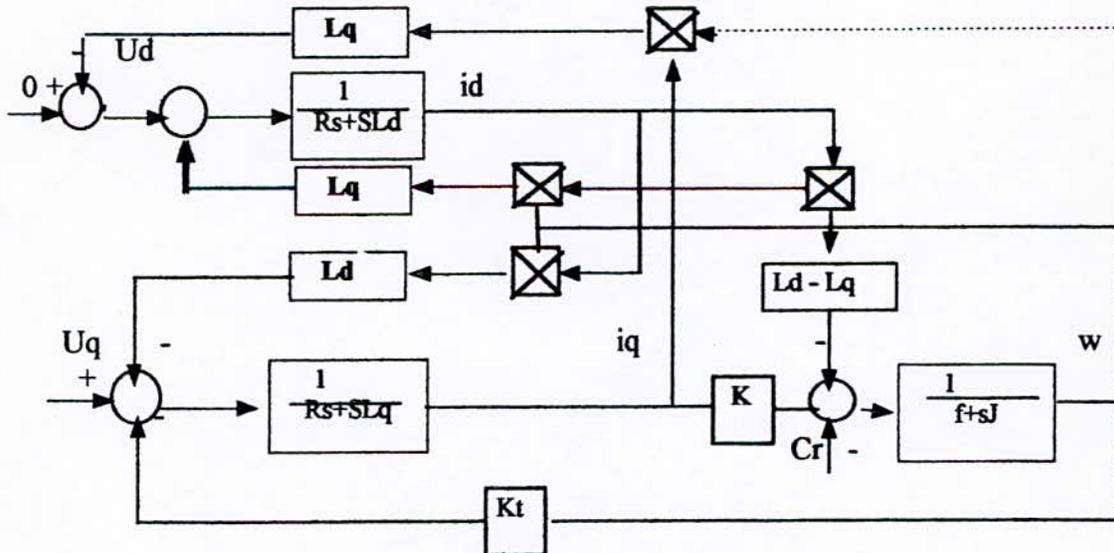


FIG II.1- : Schéma bloc de la MSAP avec découplage

Le courant  $i_d$  est donc maintenu nul en posant :

$$u_d = -\omega L_q i_q \quad (II.1)$$

Le schéma ci-dessus devient :

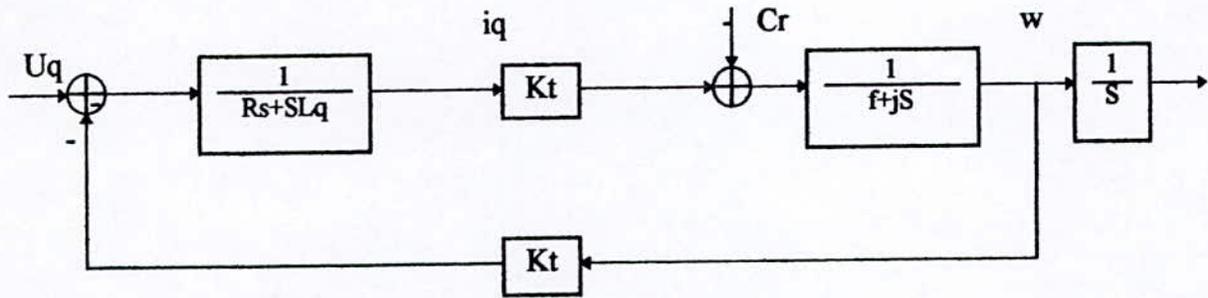


FIG II.2 : Modèle en tension avec annulation de la composante  $i_d$  du courant statorique.

### II.2.1- MISE EN OEUVRE DE LA COMMANDE VECTORIELLE : [ 20 ]

Cependant, en pratique le découplage réalisé n'est pas parfait à cause des incertitudes sur les paramètres, et des imprécisions de mesure.

L'intérêt d'une commande simplifiée est de réduire la complexité de la réalisation pratique et par conséquent son coût. D'où le schéma :

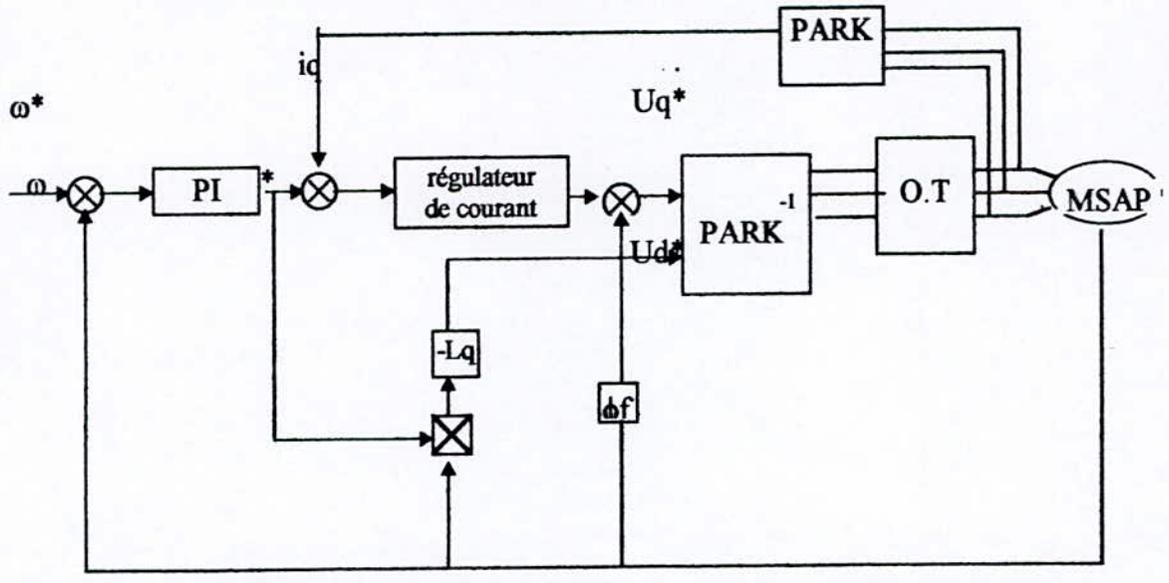


FIG II.3 : Schéma de principe du contrôle vectoriel simplifié

Les expressions de la structure de découplage de la commande vectorielle de la MSAP sont :

$$\begin{aligned}
 u_d^* &= -\omega L_q i_q^* = -\omega L_q C_{em}^* / K_t \\
 u_q^* &= R_s \frac{C_{em}^*}{K_t} + \frac{L_q}{K_t} \frac{dC_{em}^*}{dt} + \omega \phi_f
 \end{aligned}
 \tag{II.2}$$

D'ou' le schéma bloc :

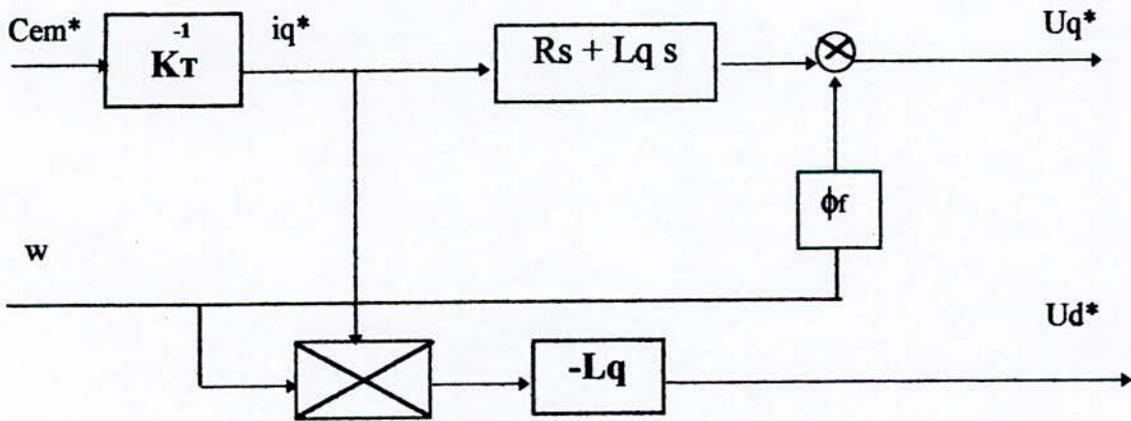


FIG II.4 : structure du contrôle vectoriel

Pour s'approcher plus de la réalité physique, nous consacrons cette partie à l'application de la stratégie de découplage à la machine MSAP associée à un onduleur de tension contrôlé par la technique PWM.

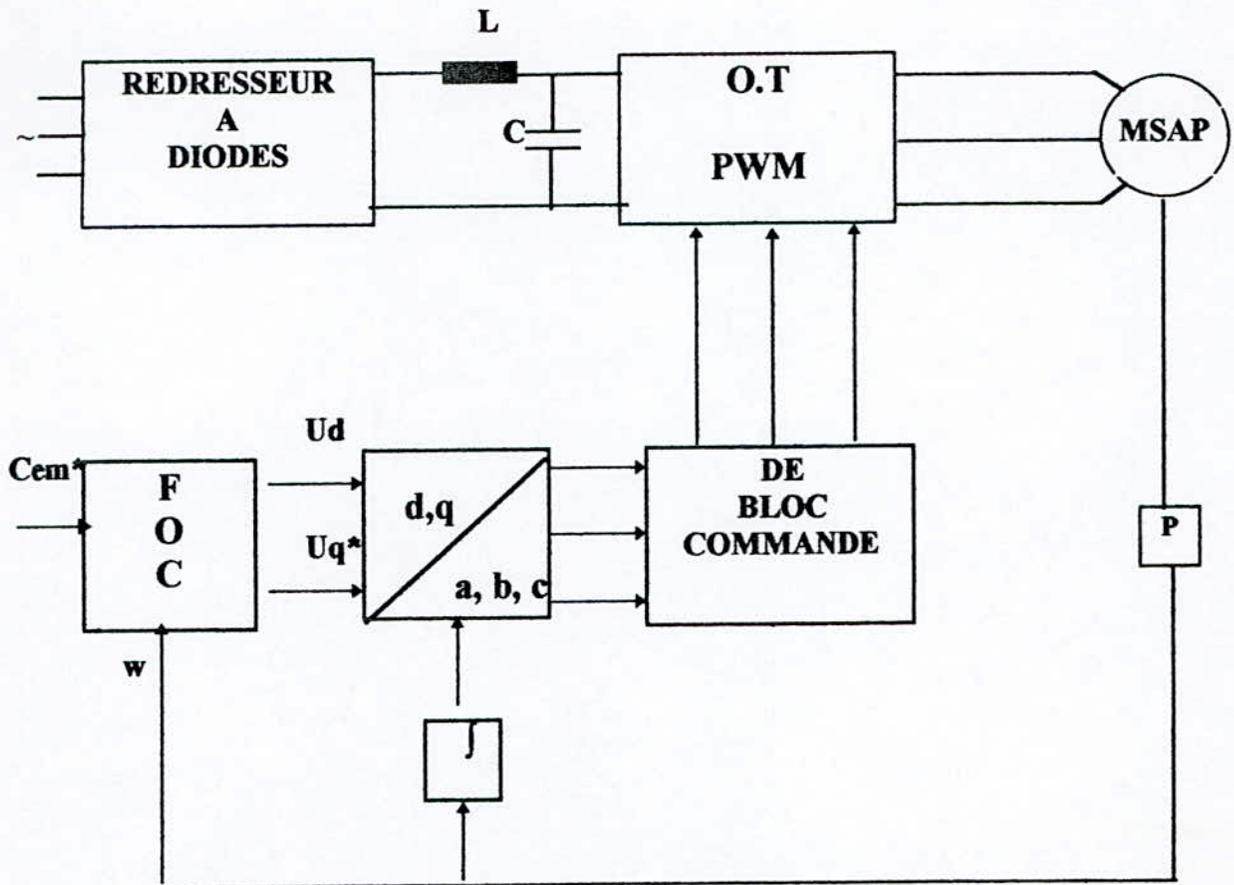


FIG II.5 : Association FOC-ONDULEUR-MSAP en boucle ouverte

### II.2.2- SIMULATION ET RESULTATS :

Pour vérifier la structure de découplage , nous l'avons appliqué au modèle de la machine seule, puis à l'ensemble MSAP-MLI

Les résultats de simulation montrent que la stratégie de commande est satisfaisante et le découplage est parfait

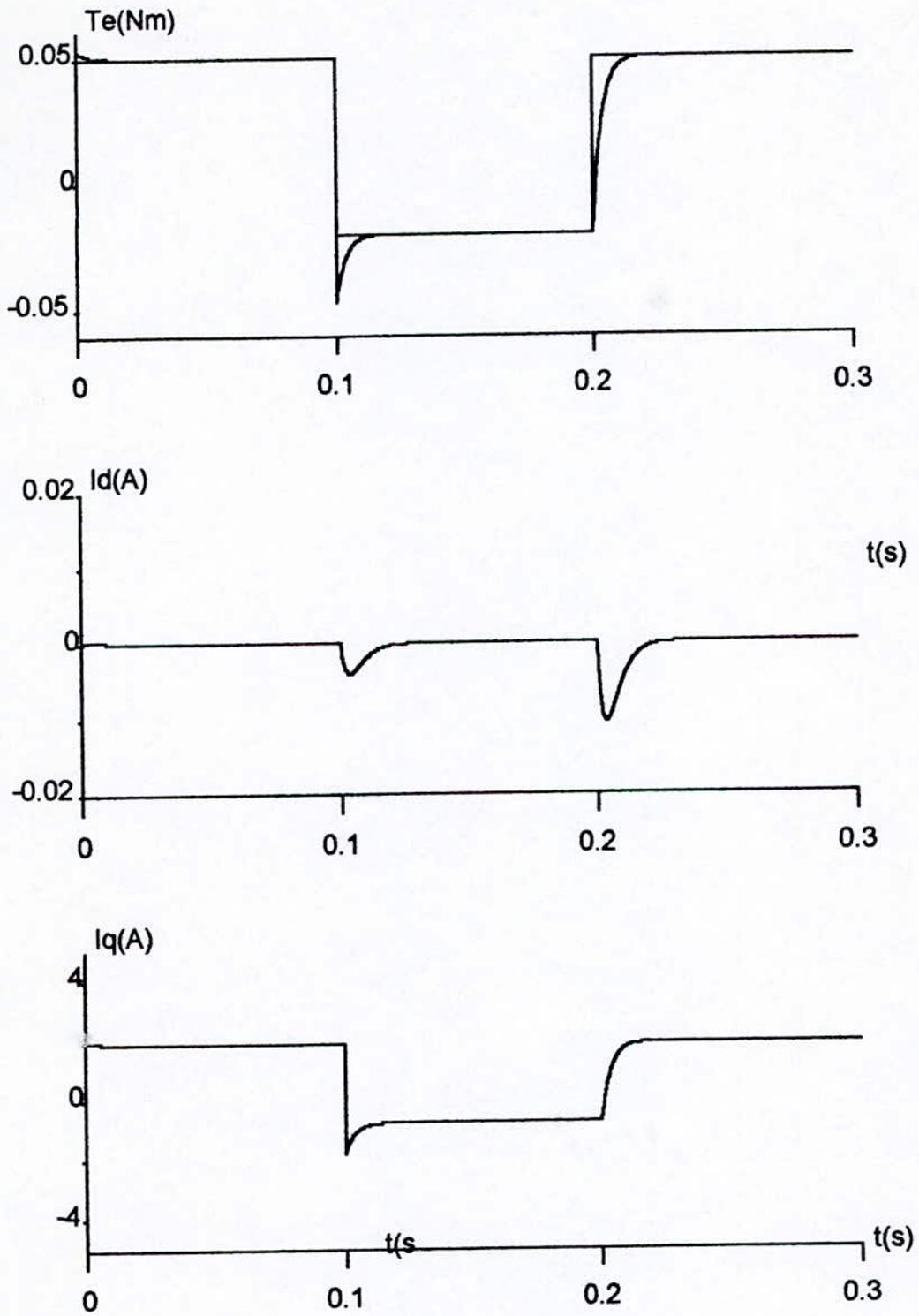


Fig II.5 :  
Commande v6ctorielle en boucle ouverte :  
Application au mod6le de la MSAP

**II.3- REGLAGE DE VITESSE :**

Comme le régulateur de vitesse peut être déterminé dans la commande étudiée à partir du modèle linéaire, on utilisera des techniques classiques développées pour des systèmes linéaires afin de le synthétiser.

Plus précisément la technique retenue en électrotechnique, consiste à réguler la vitesse au moyen d'un régulateur PI.

Commençons par poser les équations de la MSAP :

$$\begin{aligned}
 u_d &= R i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega L_q i_q \\
 u_q &= R i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega L_d i_d + \omega \phi_f \\
 J \frac{d\Omega}{dt} &= C_{em} - f\Omega - C_r \\
 C_{em} &= P \left[ (L_d - L_q) i_d i_q + \phi_f i_q \right]
 \end{aligned}
 \tag{II.3}$$

**II.3.1- FONCTION DE TRANSFERT EN BOUCLE FERMEE :**

Associons à notre machine le bloc de découplage FOC : [ 20 ]

$$\begin{aligned}
 u_d &= u_d^* \quad \text{et} \quad u_q = u_q^* \\
 u_d^* &= -\omega L_q \frac{C_{em}^*}{K_t} \\
 u_q^* &= R_s \frac{C_{em}^*}{K_t} + (L_q/K_t) \frac{dC_{em}^*}{dt} + \omega \phi_f \\
 C_{em}^* &= K_t i_q^* \\
 K_t &= P \phi_f
 \end{aligned}
 \tag{II.4}$$

D'où le système d'équations :

$$\begin{aligned}
 \frac{di_q}{dt} &= \frac{-R_s}{L_q} i_q + (1/K_t) C_{em}^* \\
 \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{K_t}{J} i_q - f \frac{1}{J} \Omega - C_r \frac{1}{J}
 \end{aligned}
 \tag{II.5}$$

Le système d'état représentatif :

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -\frac{R_r}{L_q} & 0 \\ \frac{K_r}{J} & -\frac{f}{J} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \frac{1}{K_r} \\ 0 \end{bmatrix} C_{em}^* + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} C_r \quad (II.6)$$

$$Y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} X$$

Avec :

$$X = (i_q \quad \Omega)' \quad (II.7)$$

$$Y = \Omega$$

la fonction de transfert entrées/-sortie :

$$\Omega(s) = \frac{1}{f(1+\tau_e s)(1+\tau_m s)} C_{em}^* - \frac{1}{f(1+\tau_m s)} C_r$$

sachant que :

$$i_q(s) = \frac{1}{K(1+\tau_e s)} C_{em}^* \quad (II.8)$$

$$C_{em} = \frac{1}{1+\tau_e s} C_{em}^*$$

$$\tau_e = L_q/R_r \quad \text{et} \quad \tau_m = J/f$$

La boucle de régulation peut être schématisée par la figure :

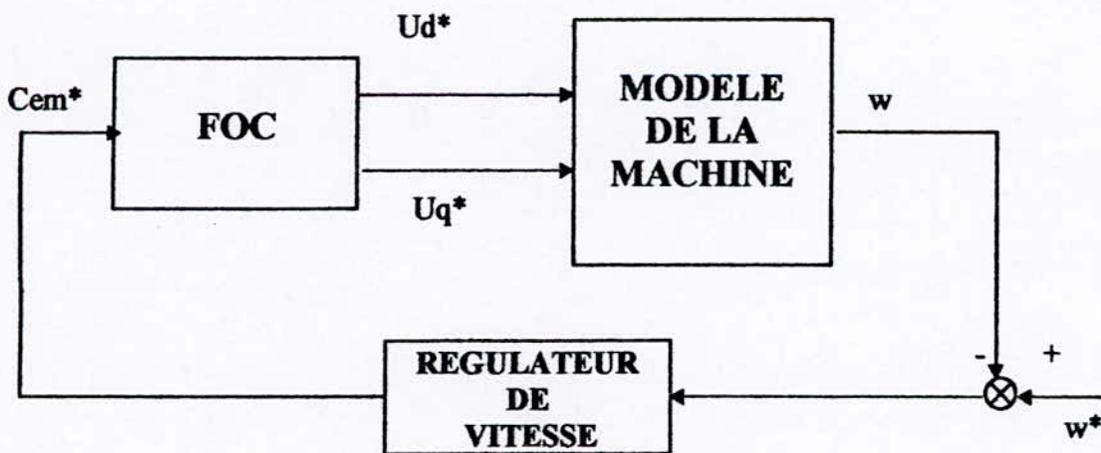


FIG II.7 : Boucle de régulation

la fonction de transfert en boucle ouverte déduite :

$$F(s) = \frac{\Omega(s)}{C_{em}^*} = \frac{1}{f(1 + \tau_e s)(1 + \tau_m s)} \quad (\text{II.9})$$

En utilisant un régulateur PI pour le réglage de vitesse dont la fonction de transfert est de la forme :

$$C(s) = \frac{Ks + K_i}{s} \quad (\text{II.10})$$

La fonction de transfert en boucle fermée du système est la suivante :

$$F_f(s) = \frac{CF}{1 + CF} = \frac{Ks + K_i}{s(1 + \tau_e s)(1 + \tau_m s)f + (Ks + K_i)} \quad (\text{II.11})$$

ou bien,

$$F_f(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (\text{II.12})$$

telque :

$$N(s) = Ks + K_i$$

$$D(s) = J\tau_e s^3 + (J + f\tau_e s^2) + Ks + (f + K_i)$$

nous né gligeons les termes :  $J\tau_e s$  et  $f\tau_e s^2$

$$J\tau_e \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad f\tau_e \rightarrow 0$$

par suite le nouveau dé nominateur :

$$D(s) = Js^2 + Ks + (K_i + f) \quad (\text{II.13})$$

Il est évident pour le choix des pôles de  $D(s)$ , que ces derniers doivent posséder une partie réelle négative afin de garantir un comportement stable de fonctionnement. Nous imposons alors, des pôles complexes conjugués avec parties réelles et imaginaires égales en valeur absolue, en leurs imposant la même valeur réelle  $(-\rho)$ .

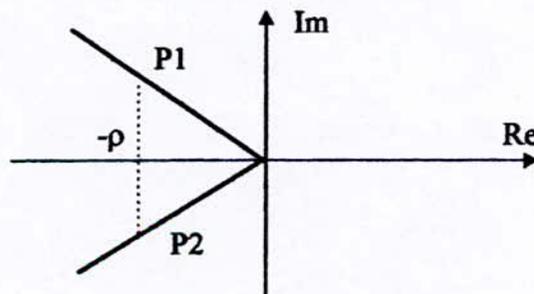


Figure II.8 : Imposition des pôles.

$$D(s) = (s - p_1)(s - p_2)$$

Avec:

$$p_1 = -\rho + j\rho \quad \text{et} \quad p_2 = -\rho - j\rho \quad (\text{II.14})$$

par identification :

$$K = 2\rho j \quad \text{et} \quad K_i = 2\rho^2 J - f$$

### II.3.2- APPLICATION A L'ASSOCIATION ONDULEUR-MSAP :

L'association onduleur de tension MSAP avec application du contrôl vectoriel et réglage de vitesse est représentée par la figure ci-dessous :

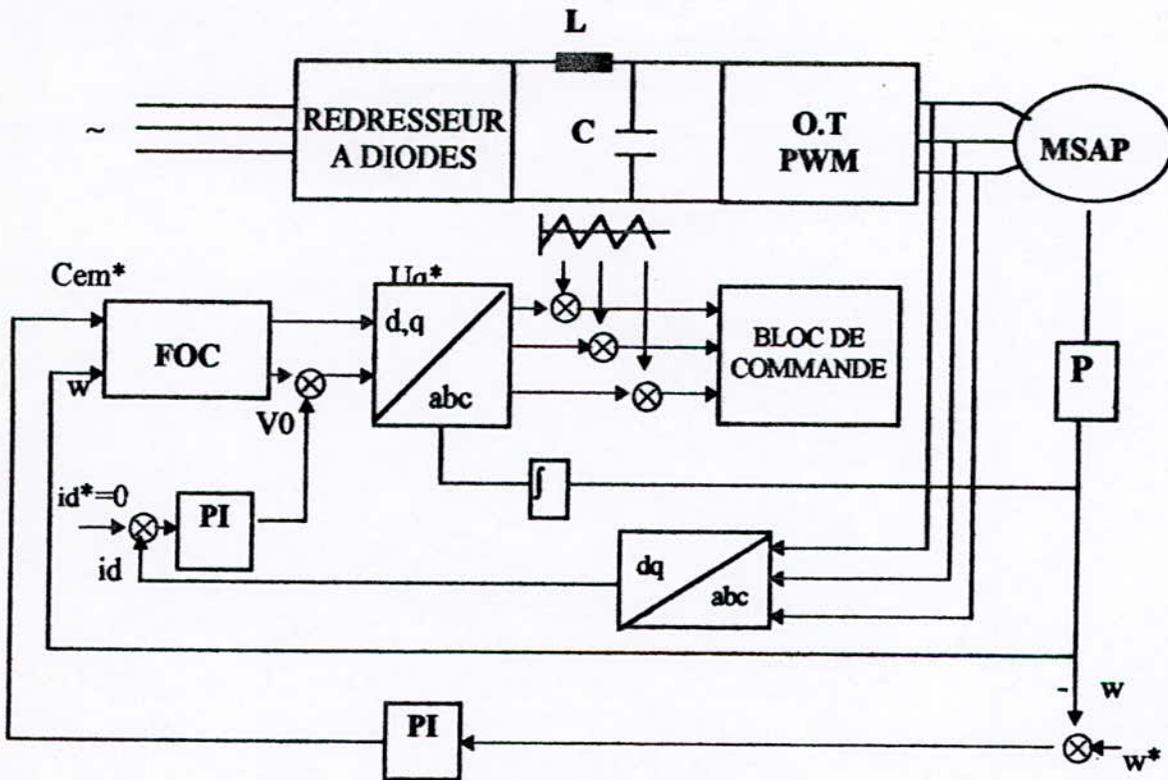


Fig II.9 : Schéma de réglage de vitesse de la MSAP munie de sa commande vectorielle

### II.3.3- SIMULATION ET RESULTATS :

Nous appliquons le réglage de vitesse au modèle de la machine dans les deux cas suivants :

- Association FOC-MSAP
- Association FOC- ONDULEUR-MSAP

Les résultats de simulation sont donnés respectivement dans les figures (II-10) et (II-11).

- Les performances de poursuite de la consigne de vitesse sont satisfaisantes .
- Le rejet de la perturbation est rapide et le découplage entre couple et flux est satisfaisant.
- Il est nécessaire de limiter le courant (couple) lors de l'inversion du sens de rotation de la machine pour éviter une intervention brutale de ces grandeurs.
- Le régime sévère imposé à la machine n'affecte guère le découplage de celle-ci, comme le montre les ondes du courant  $i_q$  et celle du couple électromagnétique . Ces deux ondes ont régourement la même forme .

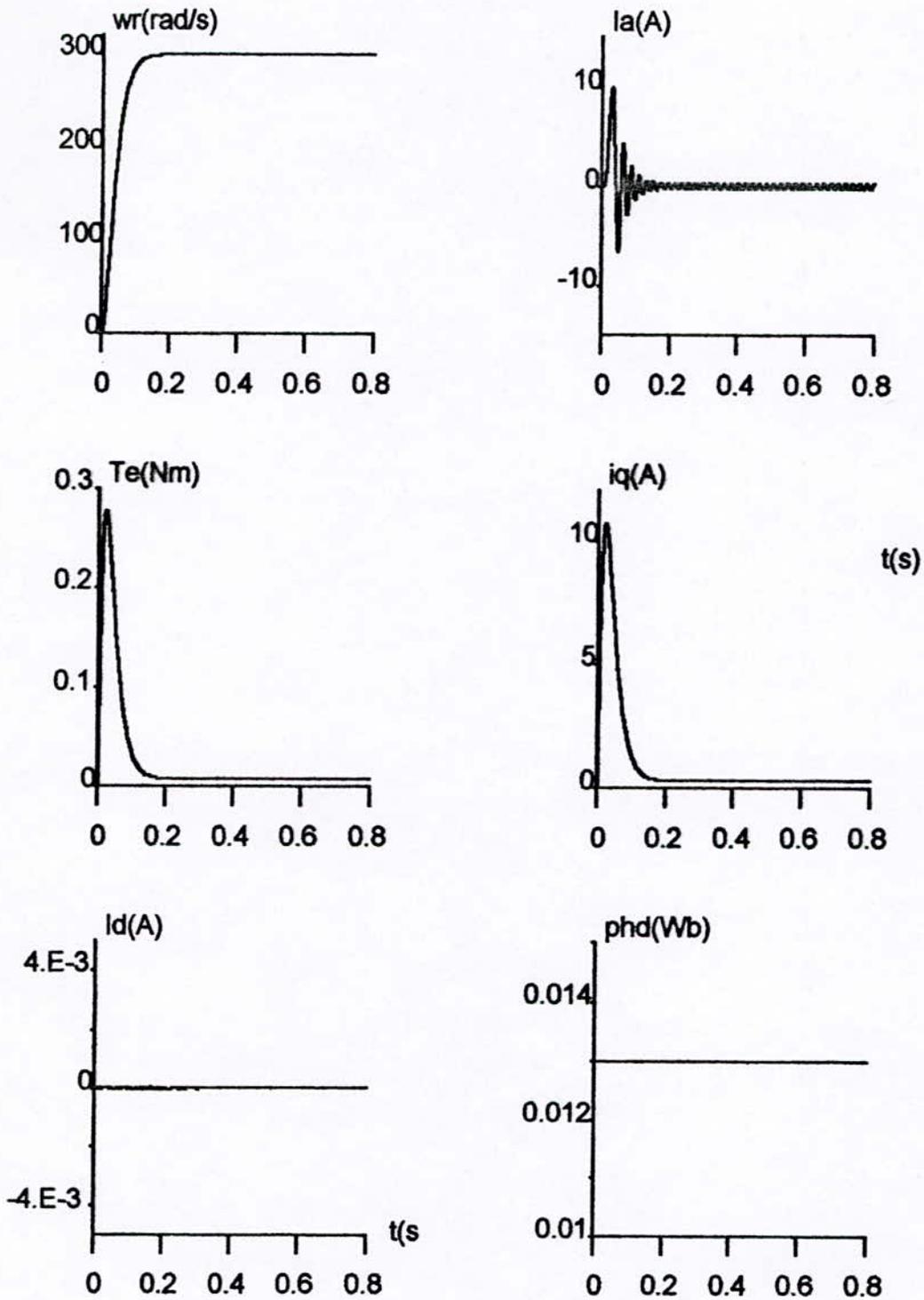


Fig II.10-a :  
caractéristiques dynamiqués à vide de la MSAP.-Foc en boucle fermée

$s = 20$

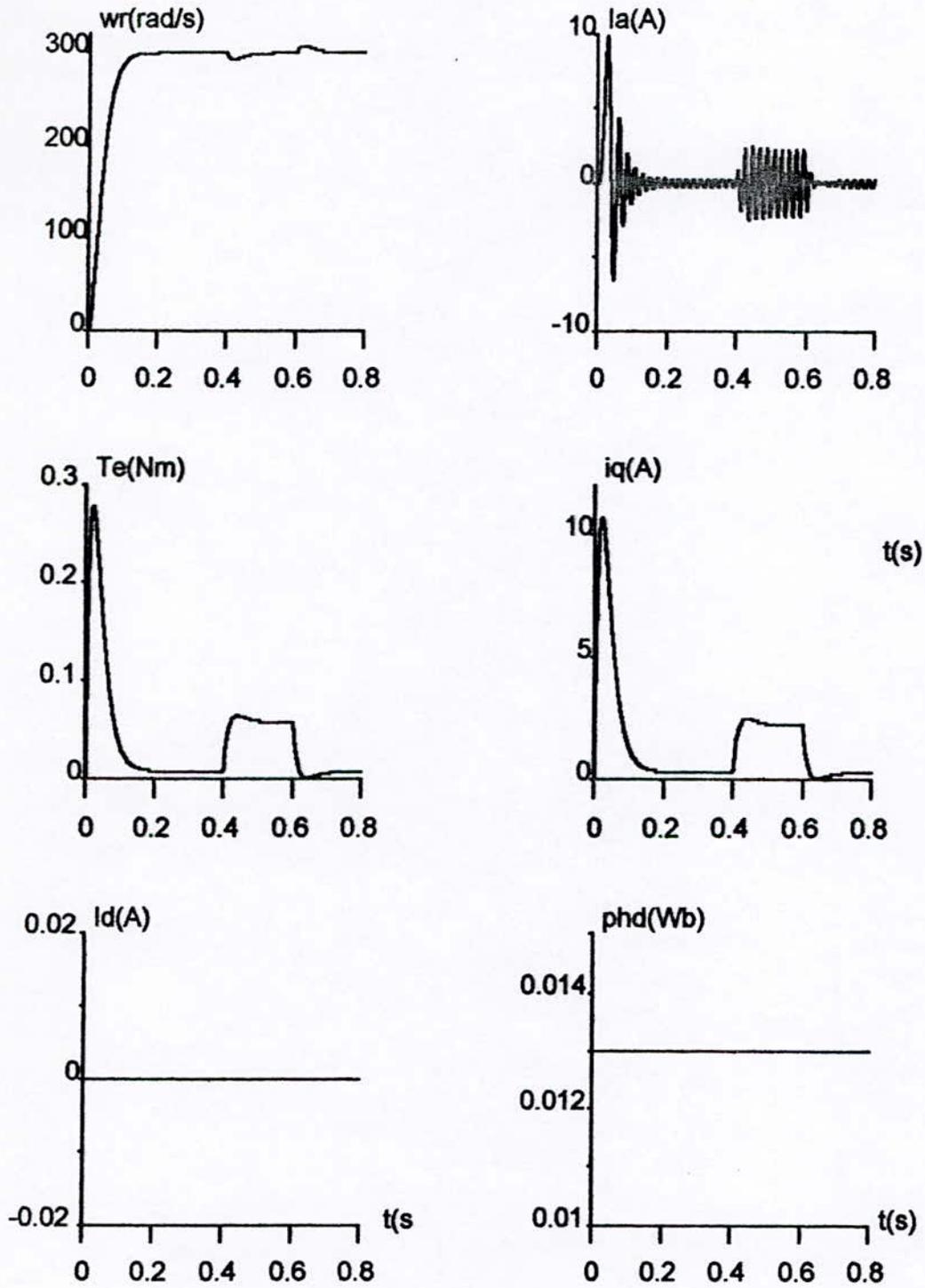


Fig II.10 b:  
Caractéristiques dynamique du réglage de la machine lors de l'application d'une charge au régime permanent

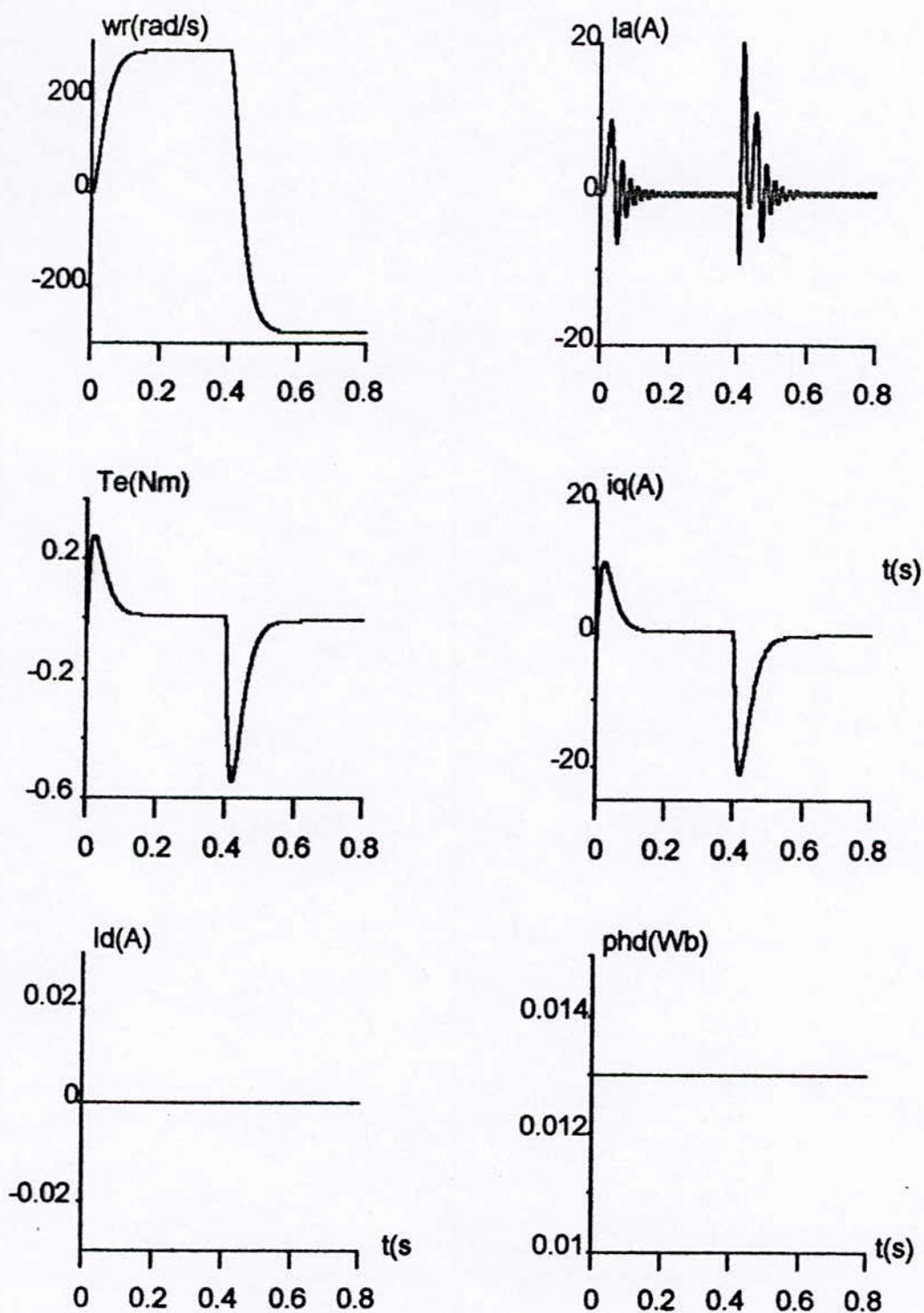
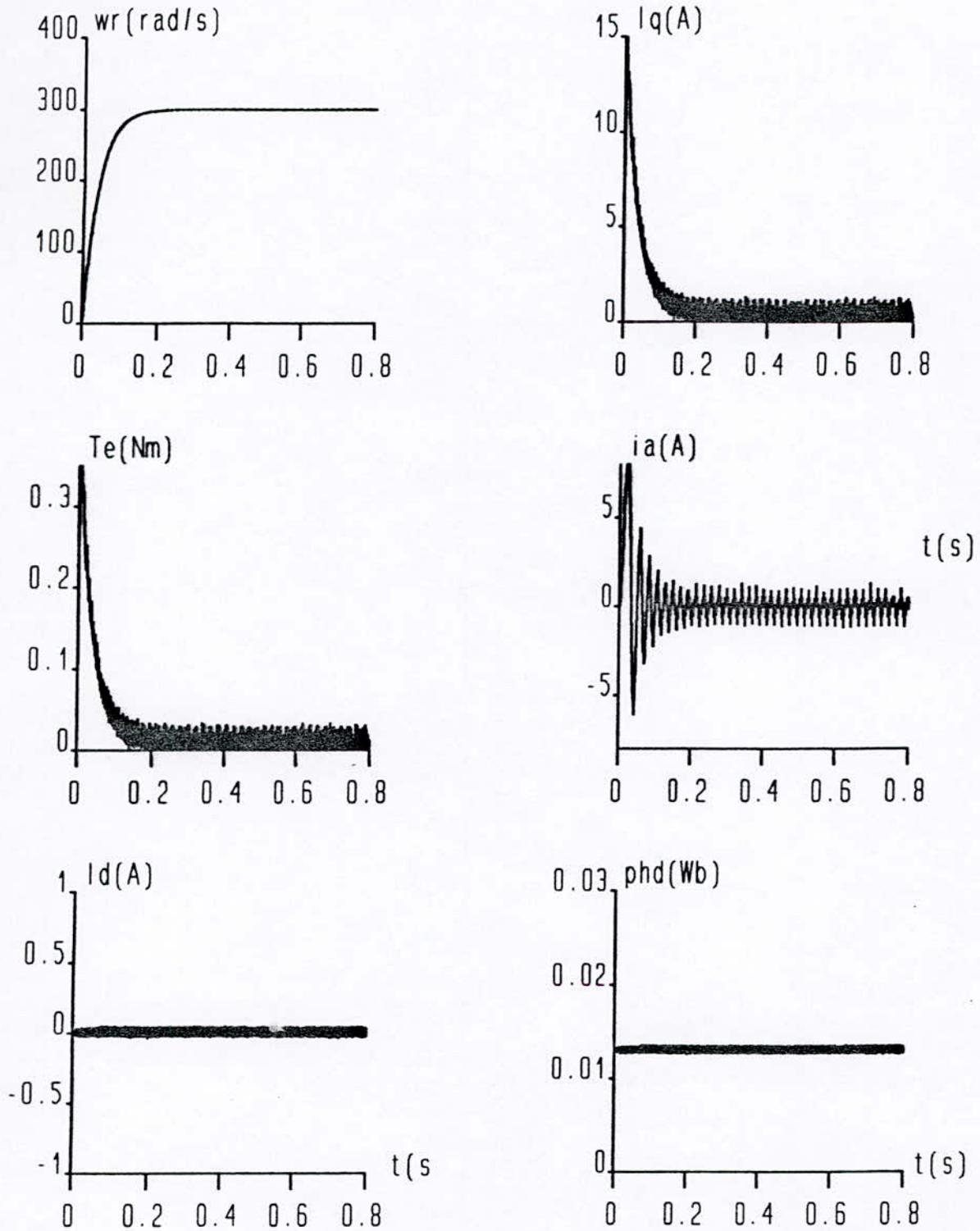


Fig II.10.c :  
Caractéristique dynamique de la machine lors de l'inversion du sens de rotation à vide .



Figure(II.||.a)- Réglage de vitesse de la MSAP alimentée par un onduleur de tension (fonctionnement à vide).

$\xi = 20$

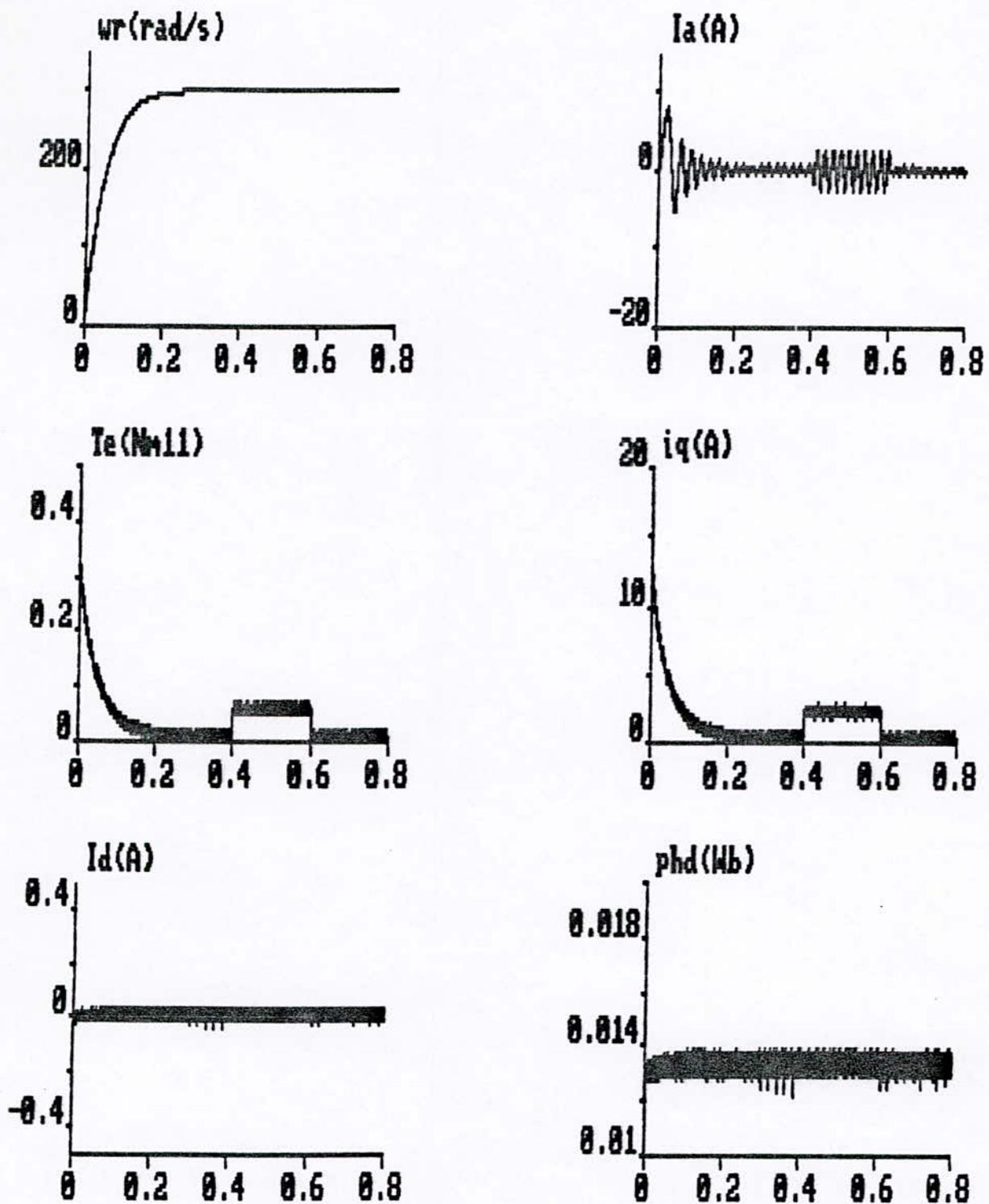
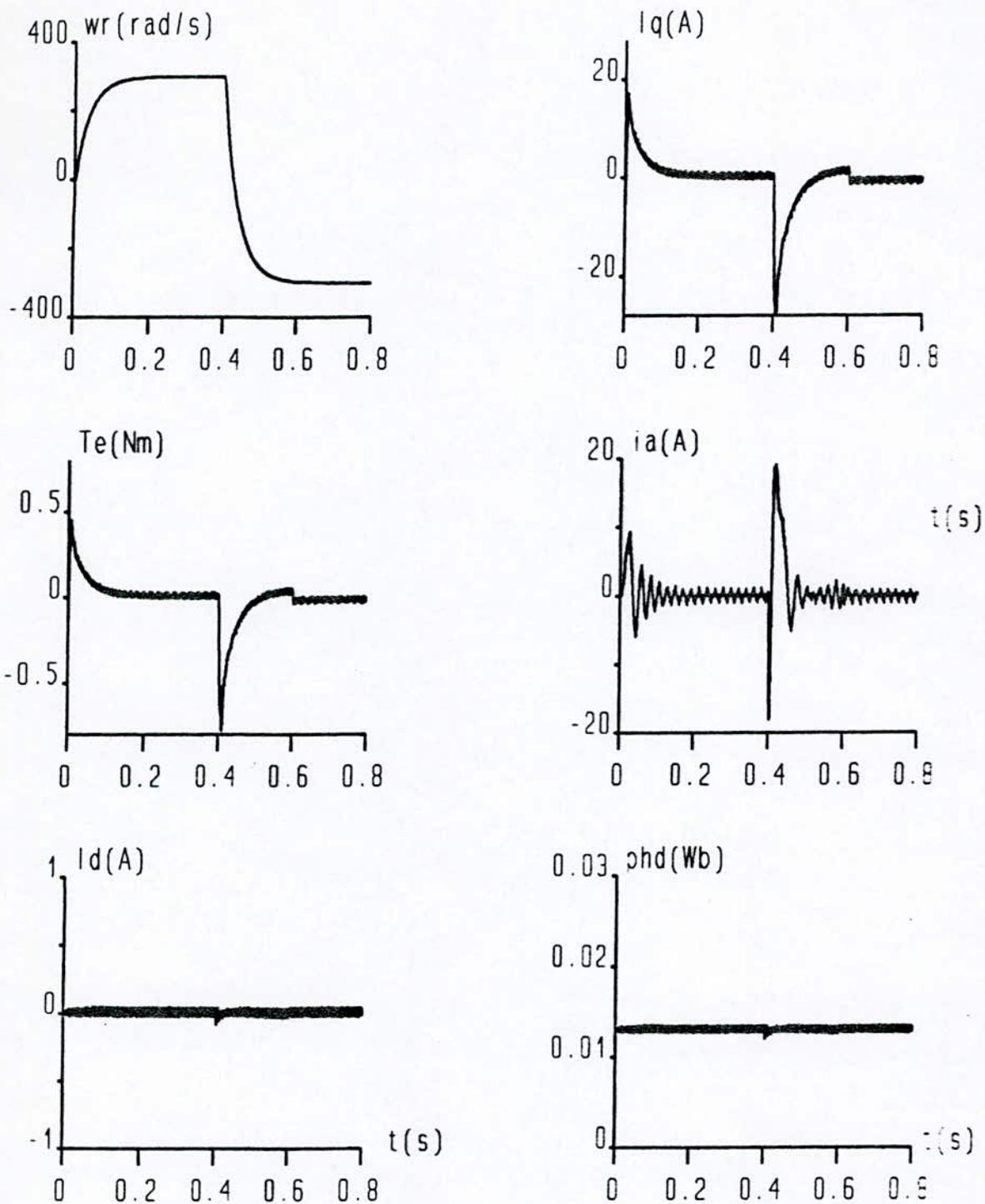


Fig (IX.11b): Réglage de vitesse par application du correcteur PI à la MSAP munie de son onduleur de tension MLI (avec application d'une perturbation de charge)



Figure(II.||.c) :Réglage de vitesse de la MSAP alimentée par onduleur de tension (inversion du sens de rotation).

#### **IL4- ETUDE DE LA SENSIBILITE DU REGLAGE DE VITESSE VIS-A-VIS DES VARIATIONS PARAMETRIQUES :**

Le découplage et la régulation des différentes grandeurs dépend des paramètres électriques et mécaniques de la machine

Dans cette section, nous étudions la sensibilité de la régulation du système en fonction des erreurs commises dans l'identification des différents paramètres.

Pour cela, nous simulons le comportement de la MSAP lorsqu'on fait varier ces différents paramètres.

##### **IL4.1- SIMULATION ET RESULTATS :**

Afin d'évaluer le changement des courbes de simulation de la MSAP munie de sa commande vectorielle et de son système de réglage de vitesse, nous testons les performances de la commande dans le cas où nous faisons varier  $J$ ,  $R_s$ ,  $L_d$ ,  $L_q$  à 150% de leurs valeurs identifiées.

En faisant varier les paramètres de la machine, la dynamique est retardé.

#### **IL5- CONCLUSION :**

A l'issue de ce chapitre, nous tirons les conclusions suivantes :

- La mise en oeuvre de la commande vectorielle impose à la machine un couple proportionnel au courant statorique, comme dans le cas d'une machine à courant continu.
- La commande par l'intermédiaire du courant  $i_q$  améliore considérablement la dynamique de poursuite.
- La variation des paramètres de la machine retarde de peu la dynamique de celle-ci.

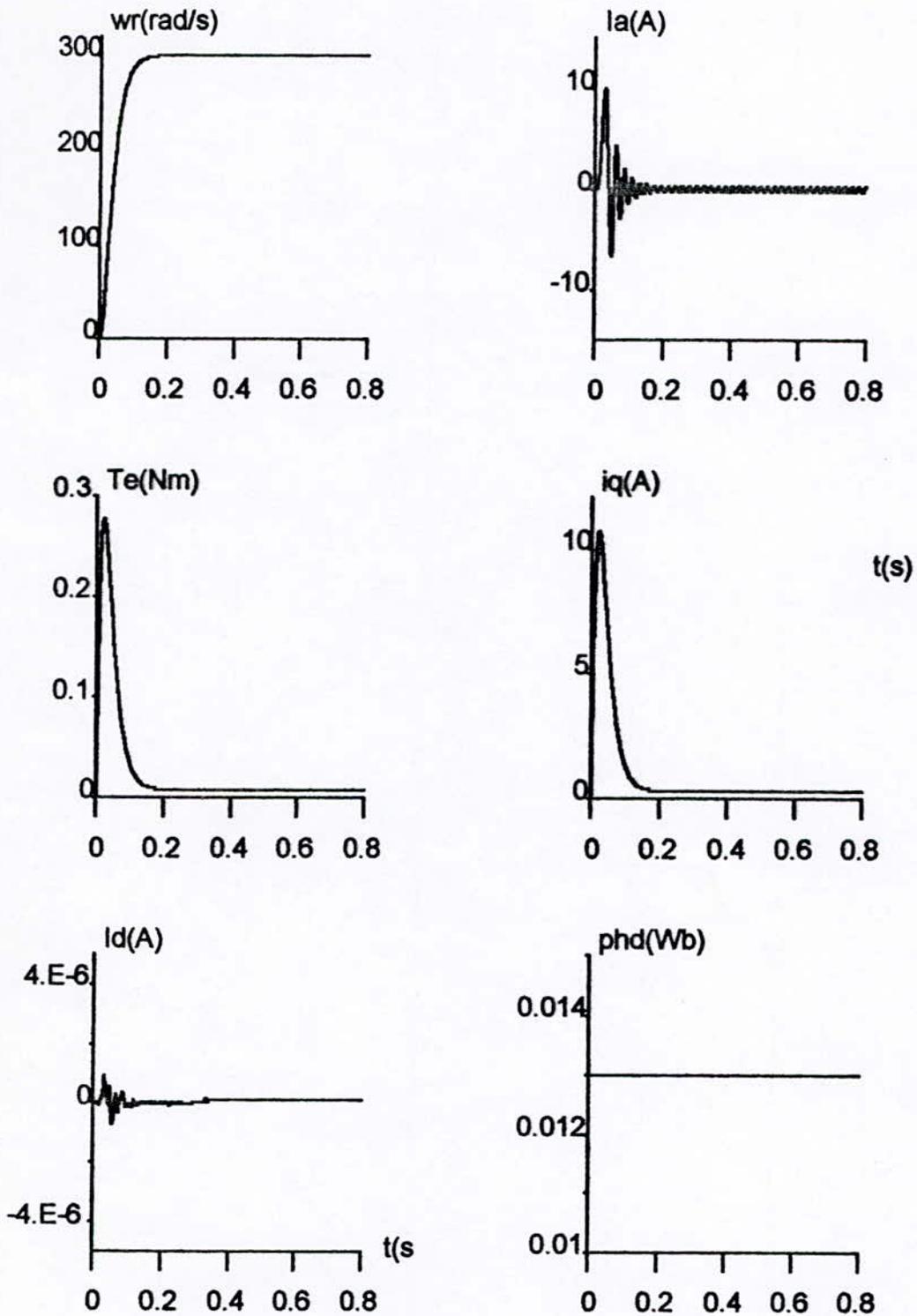


Figure II.12-a :  
Influence de la variation de la résistance sur le découplage de la MSAP.

$$\xi = 20$$

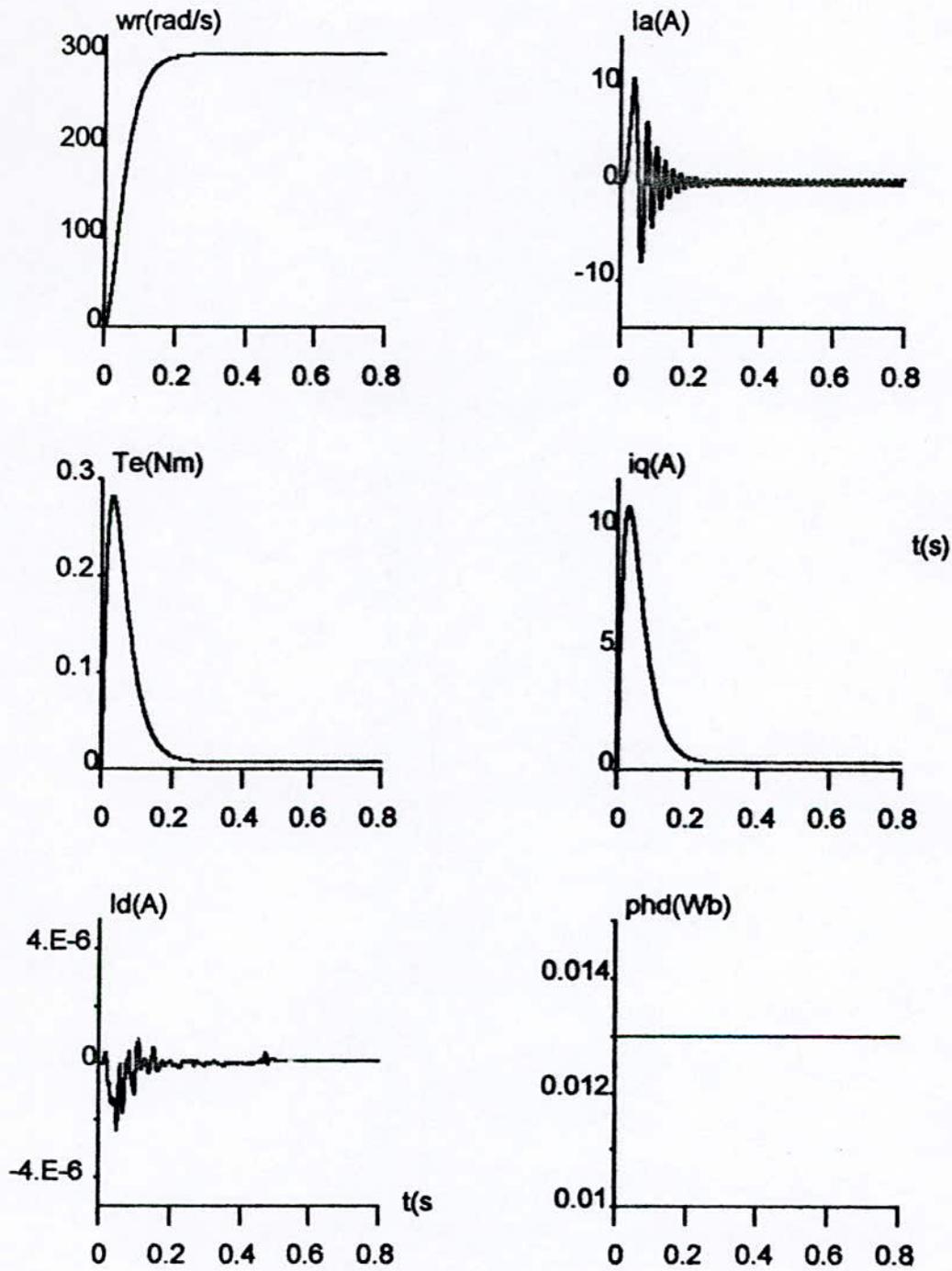


Figure II.12-b : Influence e la variation de l'inductance statorique sur le découplage de la MSAP.

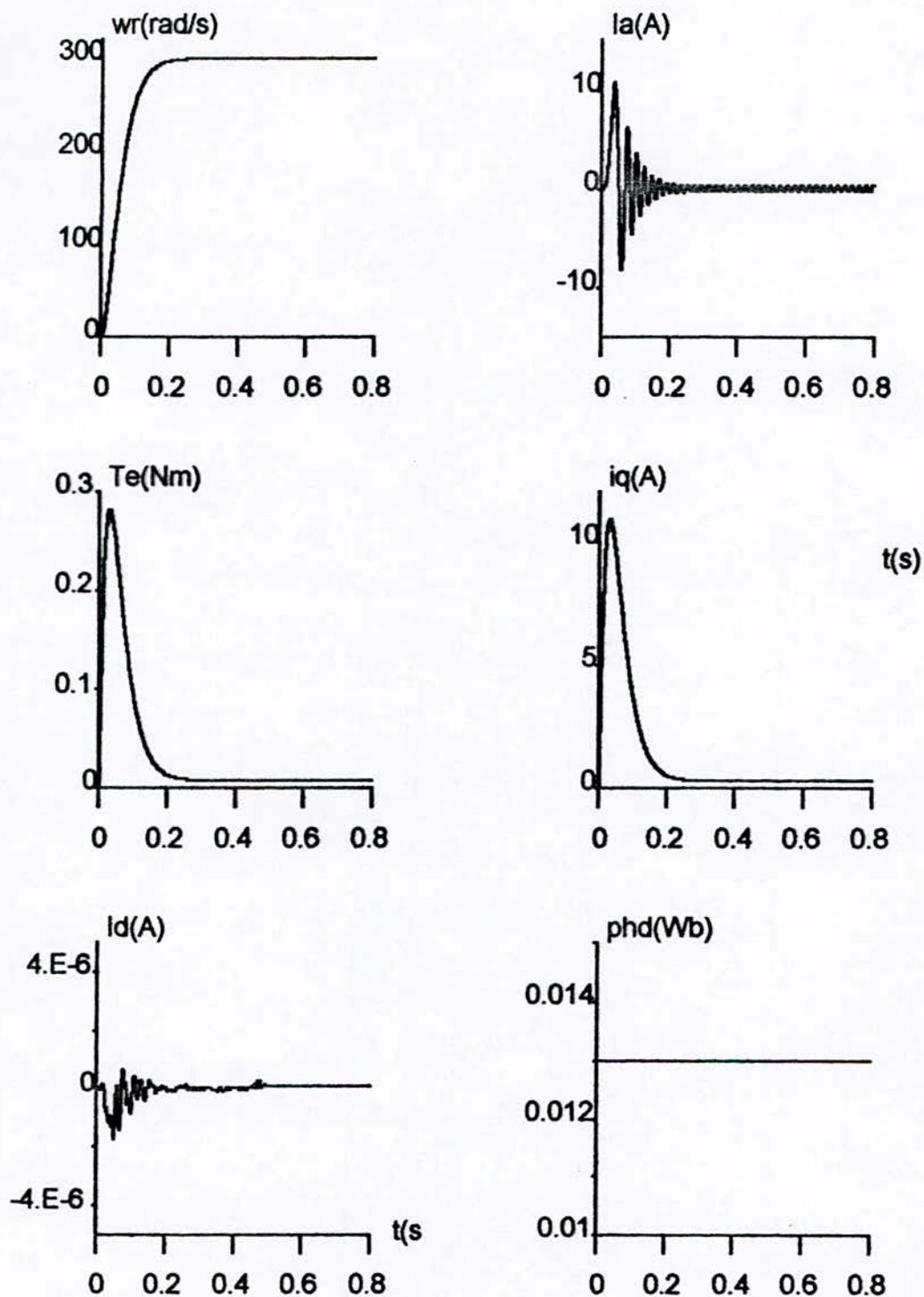


Figure II.12-c :  
influence de la variation de l'inertie sur le découplage de la MSAP.

***PARTIE 2***

***COMMANDE ROBUSTE DE LA MACHINE SYNCHRONE  
A AIMANTS PERMANENTS***

**CHAPITRE III**

**ROBUSTESSE ET CONCEPTS AUTOMATIQUES**

### III.1- INTRODUCTION:

Un modèle mathématique, aussi précis soit-il, est toujours une approximation du système physique qu'il doit représenter. L'écart entre le modèle de commande et le procédé réel résulte d'une méconnaissance totale ou partielle de certains phénomènes physiques (dynamiques négligées, variations paramétriques), mais également des simplifications d'élibérées répondant à des contraintes pratiques.

La synthèse d'une loi de commande étant nécessairement réalisée à partir d'un modèle de connaissance, le comportement dynamique du procédé réel en boucle fermée est plus ou moins dégradé par l'action des incertitudes de modélisation.

### III.2- DEFINITION: [ 22 ]

La *robustesse* est la *propriété d'un système asservi* à conserver son comportement dynamique et statique en présence d'erreurs de modèle et de perturbations externes. En d'autres termes, il s'agit de *minimiser la sensibilité* du comportement de la boucle fermée vis-à-vis d'un ensemble d'incertitudes.

### III.3- FAMILLE DE MODELES D' INCERTITUDES:

Soit le système linéaire  $G$  à temps invariant (système *LTI*), non perturbé(modèle nominal), et défini par la représentation d'état : [22 ]

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX + DU \end{aligned} \quad (III.1)$$

Une famille  $\tilde{G}$  de modèles LTI est définie autour d'un modèle nominal  $G$  perturbé par un ensemble d'incertitudes  $\Delta$  de natures diverses. On distingue principalement les incertitudes structurées généralement relatives à des erreurs de modèle bornées en fréquence, des incertitudes structurées généralement associées aux variations paramétriques.

Ces deux classes d'incertitudes suffisent à elles seules à formaliser la majorité des perturbations de modèle d'un système physique.

Par ailleurs, une troisième classe d'incertitudes dite demi-structurées permet d'introduire une répartition particulière des erreurs de modèles.

#### III.3.1- INCERTITUDES NON STRUCTUREES:

D'abord, il est nécessaire de poser l'hypothèse suivante: [22]

**HYPOTHESE:** Quelle que soit la classe de représentation, le bloc d'incertitudes  $\Delta(s)$  est stable et borné à toute fréquence  $w$  par une fonction de pondération  $W(jw)$  telle que:

$$\forall w \in R \quad \overline{\sigma}(\Delta(jw)) < |W(jw)| \quad (III.2)$$

$$\begin{aligned} \text{ou } \bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) &= \sup_i [\sigma_i(G(j\omega))] \\ \text{et } \sigma_i(G(j\omega)) &= \sqrt{\lambda_i[G(-j\omega)'G(j\omega)]} \\ \sigma_i(G(j\omega)) &\in R^+ \quad i=1,n,1 \end{aligned} \quad (III.3)$$

$\lambda_i$ : valeur propre.

$\sigma_i$ : valeur singulière de  $G(s)$

Soit  $G(s)$  stable; la norme  $H_\infty$  de la matrice de transfert  $G(s)$  est définie par :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in R} \sup_i [\lambda_i(G(j\omega)G(-j\omega)')]^{1/2} \quad i=1,n,1 \quad (III.4)$$

La connaissance exacte de l'incertitude est souvent limitée, et par conséquent sa description par une pondération d'ordre élevé apparaît injustifiée, voir absurde.

### PROPRIETES [ 22 ]

Les propriétés des représentations non structurées peuvent se résumer comme suit:

- Les erreurs de modèles sont regroupées dans un seul bloc  $\Delta(s)$ .
- La seule information caractérisant  $\Delta(s)$  est un majorant fréquentiel.

L'avantage principal de ce type de représentation est d'utiliser un formalisme unique pour décrire aussi bien les erreurs paramétriques, que les dynamiques mal connues ou négligées et même certaines non linéarités. Néanmoins, cette classe d'incertitude peut conduire à définir des blocs  $\Delta(s)$  n'ayant pas d'existence physique.

### III.3.2- INCERTITUDES SEMI-STRUCTUREES:

Grouper toutes les erreurs de modèles dans un seul bloc  $\Delta(s)$  et le considérer stable (hypothèse) est parfois contraignant. Dans ce cas, une autre famille de modèles peut être obtenue par la décomposition en *facteurs premiers* stables  $\tilde{M}(s), \tilde{N}(s)$  de la matrice de transfert nominale  $G(s)$  telle que:

$$\begin{aligned} G(s) &= \tilde{M}^{-1}(s)\tilde{N}(s) \\ \text{avec } \tilde{N}(s)\tilde{N}(-s)' + \tilde{M}(s)\tilde{M}(-s)' &= I \end{aligned} \quad (III.5)$$

se traduisant par le système incertain :  $\tilde{G}(s) = (\tilde{M}(s) + \Delta_M(s))^{-1}(\tilde{N}(s) + \Delta_N(s))$

Cependant, les erreurs de modèles décrites sont mieux réparties que dans le cas des représentations non structurées. Notons que cette formulation dite semi structurée constitue la base de la méthode de *synthèse  $H_\infty$*  par *LOOP-SHAPING*, introduite par *McFarlane et Glover*, pouvant être associée à la technique dite de *GAIN-SCHEDULING*. [ 22 ]

Par ailleurs, la modélisation par facteurs premiers des filtres électriques passifs, d'ordre élevé, et caractérisés par des résonances multiples, est certainement bien adaptée à la commande robuste des réseaux électriques.

A titre d'exemple, la régulation de la tension continue en entrée d'un onduleur MLI alimentant une machine asynchrone est généralement associée au problème de stabilité résultant de l'association :

- filtre LC situé entre le redresseur à commutation naturelle et l'onduleur
- topologie variable d'un convertisseur MLI (2 ou 3 niveaux de tensions)
- liaison avec la MAS (câble de grande longueur)
- inductance de fuite propre à la machine

La modélisation par les facteurs premiers de ce système, relatif à de multiples résonances variables, et l'utilisation de la méthode de *LOOP-SHAPING* pour la commande du convertisseur-réseau, devraient conduire à une amélioration sensible des performances en robustesse des convertisseurs industriels. [22]

### III.3.3- INCERTITUDES STRUCTURELES :

Considérons un système *LTI*, paramétré par *k paramètres incertains*  $\delta_1, \dots, \delta_k$ , tels que :  $\delta_i \in [-1,1]$  et décrit par le formalisme d'état suivant : [22]

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \left( A + \sum_{i=1}^k \delta_i A_i \right) X + \left( B + \sum_{i=1}^k \delta_i B_i \right) U \\ Y &= \left( C + \sum_{i=1}^k \delta_i C_i \right) X + \left( D + \sum_{i=1}^k \delta_i D_i \right) U \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

pour lequel le système nominal est défini par A, B, C et D. La structure des incertitudes associées à  $A_i, B_i, C_i$ , et  $D_i$  traduit comment la *i*ème incertitude  $\delta_i$  perturbe le modèle d'état. Cependant, les couplages entre les coefficients des matrices d'état ne sont pas pris en compte. La représentation ci-dessus définit alors une famille de modèles beaucoup trop large.

### III.4- ROBUSTESSE DES SYSTEMES MONOVARIABLES:

Considérons le système monovisible  $G(s)$  bouclé par le correcteur stabilisant  $K(s)$ . La boucle fermée résultante est mise sous la forme suivante:

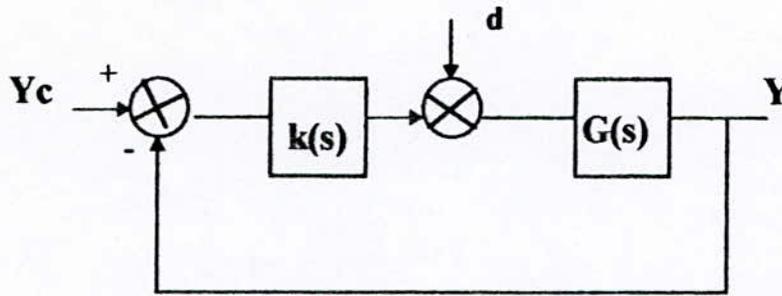


FIG II.1: système monovariante en boucle fermée

Les propriétés de stabilité en boucle fermée du système décrit sont données par l'étude fréquentielle du transfert de boucle  $L(j\omega) = G(j\omega) K(j\omega)$  dans le plan complexe.

Les conditions nécessaires et suffisantes pour garantir la stabilité asymptotique du modèle nominal de  $G(s)$  en boucle fermée sont données par le critère de Nyquist.

En présence d'incertitudes (structurées ou non structurées) sur  $G(s)$  la distance minimale du lieu de Nyquist relatif à  $L(j\omega)$  par rapport au point critique  $(-1, j0)$  caractérise alors la marge de stabilité du système en boucle fermée. Pour quantifier cette distance, on définit classiquement des indicateurs de robustesse tels que la marge de phase et la marge de gain. Mais respecter de bonnes marges de gain et de phase ne garantit pas forcément la robustesse en stabilité de la boucle fermée.

Introduites plus récemment, la marge de retard et la marge de module définissent des critères supplémentaires pour atteindre l'objectif de robustesse en stabilité. Notons que ces critères, définis par les fonctions de sensibilités  $S_y(j\omega)$ ,  $T_{y\kappa}(j\omega)$ , se traduisent graphiquement dans le plan complexe : [ 22 ]

$$\begin{aligned} S_y(j\omega) &= (1 + L(j\omega))^{-1} \\ T_{y\kappa}(j\omega) &= L(j\omega)(1 + L(j\omega))^{-1} \end{aligned} \quad (\text{III.7})$$

#### III.4.1—LA ROBUSTESSE EN STABILITE:

**La robustesse en stabilité** définit la propriété d'un système bouclé à garantir sa stabilité interne pour une famille de modèles. Dans le cas d'incertitudes non structurées, par application du théorème du petit gain, le critère de stabilité robuste s'exprime par le théorème suivant: [22 ]

**Théorème.** Dans l'hypothèse où  $G(s)$ ,  $K(s)$  et  $\Delta(s)$  sont stables, le système bouclé est stable pour tout  $\Delta \in \underline{\Delta}$ , tel que :

$$\|\Delta\|_{\infty} < 1 \text{ si et seulement si : } \|GK\|_{\infty} < 1 \quad (\text{III.8})$$

où  $\underline{\Delta}$ , l'ensemble des matrices  $\Delta_i$  complexes d'incertitudes linéaires bornées, est défini par,

$$\underline{\Delta} = \left\{ \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_q) : \bar{\sigma}(\Delta_i) \leq 1 \right\} \quad (\text{III. 9})$$

$i = 1, q$

$q$  : un nombre entier positif.

## **CHAPITRE IV**

### **COMMANDE $H_{\infty}$ PAR LES FACTEURS PREMIERS APPLICATION A LA MSAP**

#### IV.1- INTRODUCTION:

La synthèse des correcteurs a été menée en utilisant l'approche  $H_\infty$  par les facteurs premiers, développée par *McFarlane et Glover*. Le choix de cette méthode, de préférence à l'approche plus classique par les  $\gamma$ -itérations, est lié initialement aux propriétés de cette approche: [ 8, 6 ]

- facilité d'une mise en oeuvre qui utilise les concepts de l'Automatique traditionnelle.
- meilleur comportement des algorithmes sur le plan numérique.
- existence d'un indicateur permettant de guider la synthèse.
- cette approche présente en outre le grand avantage de permettre avec la même facilité la synthèse en temps continu ou en temps discret.

Il est important de souligner que le recours à *une synthèse  $H_\infty$*  ne soit pas une garantie absolue de robustesse de la loi de commande. Il convient d'éviter de faire l'amalgame trop souvent constaté, entre les outils de synthèse de la commande et les outils d'analyse des propriétés du système commandé, parmi lesquelles la robustesse est évidemment une qualité très importante.

#### IV.2- CADRE GENERAL DE L'OPTIMISATION $H_\infty$ :

Historiquement, l'approche  $H_\infty$  est le résultat de nombreux essais motivés par la prise en compte de la robustesse a priori lors d'une synthèse. Naissant dans ce contexte, la synthèse  $H_\infty$  a souvent été interprétée à ses débuts comme un moyen de stabiliser une famille de systèmes (les incertitudes de modèles étant décrites sous une forme globale: non structurée)

Cependant, la synthèse  $H_\infty$  doit être plutôt considérée comme une façon particulière de calculer un correcteur, sans que toutes les demandes de robustesse soient prise en compte a priori. Elle permet de modéliser différents transferts du système asservi, et ainsi garantir des marges de stabilité globales (marges de phase, de gain et de module).

##### IV.2.1- PROBLEME STANDARD:

L'ensemble des travaux relatifs à la commande robuste, est basée sur une modélisation unifiée du procédé généralisé  $P(s)$  bouclé par le correcteur  $K$  illustrée par la figure ci-dessous : [ 7 ]

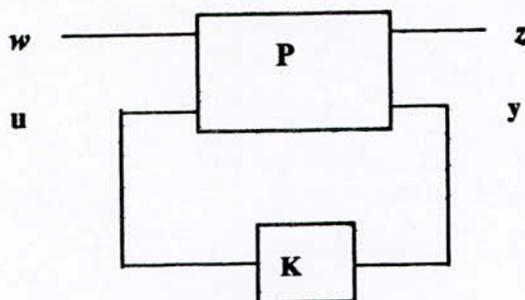


FIG IV.1 : problème  $H_\infty$  standard

La matrice de transfert  $P(s)$  décrit un système comportant 2 ensembles d'entrées et 2 ensembles de sorties:

Le vecteur  $w(t)$  définit les entrées exogènes de  $P$  incluant les consignes(à suivre), les perturbations, les bruits de mesure.

Le vecteur  $z(t)$  est constitué des signaux d'erreurs à commander comme par exemple les erreurs de poursuite entre les consignes et les sorties.

Les composantes du vecteur  $y(t)$  sont définies par les variables de mesure en sortie de  $P$ , qui deviennent les entrées de  $K$ .

Le vecteur  $u(t)$  représente les grandeurs de commandes du procédé  $P$ , qui est aussi la sortie du régulateur  $K$ .

La représentation dite sous forme standard est suffisamment générale pour s'appliquer indifféremment aux systèmes linéaires ou non linéaires. [22]

Le système d'état est le suivant:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + BU \\ Y &= CX + DU \end{aligned} \quad (IV.1)$$

dont une notation, devenue rapidement populaire, rappelant la fonction de transfert en boucle ouverte de l'espace d'état:

$$\begin{aligned} G(s) &= [A, B, C, D] \\ \text{où} \\ G(s) &= C(sI - A)^{-1} B + D \end{aligned} \quad (IV.2)$$

Les nouvelles équations représentant le système d'état sont:

$$\begin{aligned} z &= P_{11}w + P_{12}U \\ y &= P_{21}w + P_{22}U \\ U &= Ky \end{aligned} \quad (IV.3)$$

La matrice de transfert en boucle fermée  $F(P, K)$  est tirée à partir des équations :

$$\begin{aligned} y &= P_{21}w + P_{22}Ky \\ \text{donc,} \\ y &= (I - P_{22}K)^{-1} P_{21}w \\ \text{Finalement,} \\ F(P, K) &= zw^{-1} = \left[ P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1} P_{21} \right] \end{aligned} \quad (IV.4)$$

La représentation générale de notre système globale peut être donné par:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B_1w + B_2U \\ z &= C_1X + D_{11}w + D_{12}U \\ y &= C_2X + D_{21}w + D_{22}U \end{aligned} \quad (IV.5)$$

dont la matrice de transfert simplifiée:

$$P(s) = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (IV.6)$$

#### IV.2.2- PROBLEME $H_\infty$ STANDARD: [ 8 ]

$P(s)$  et  $\gamma > 0$  étant donnés, trouver  $K(s)$  qui stabilise le système bouclé de la fig avec :

$$\|F(P, K)\|_\infty < \gamma$$

dans laquelle la norme  $H_\infty$ , est égale à la valeur maximale du gain du système en régime sinusoïdale, soit de façon rigoureuse:

$$\|G\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sup_i \left( \lambda_i (G(j\omega)G(-j\omega))^t \right)^{\frac{1}{2}} \quad (IV.7)$$

$\lambda_i(\ )$  désignant la  $i$ -ème valeur propre. Les correcteurs assurant la plus petite valeur de  $\gamma$  possible seront dits *optimaux*.

### IV.3- SYNTHESE H $\infty$ PAR FACTORISATIONS PREMIERES: [6]

Cette approche est basée sur la notion de factorisation première d'une matrice de transfert, et présente des propriétés intéressantes, et sa mise en oeuvre fait appel à des notions classiques de l'automatique.

#### IV.3.1- FACTORISATIONS PREMIERES:

Soit  $G(s)$  la matrice de transfert d'un système. La factorisation première à droite normalisée de  $G(s)$  est constituée des 2 matrices  $M(s)$ ,  $N(s)$  propres (le module est fini) et sans pôles à partie réelle positive ou nulle, telle que:

$$\begin{cases} G(s) = N(s)M(s)^{-1} \\ \forall s \in \mathbb{C} \quad N(-s)^t N(s) + M(-s)^t M(s) = I \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

De même, la factorisation première à gauche normalisée est formée des 2 matrices  $\tilde{M}(s)$ ,  $\tilde{N}(s)$  propres et sans pôles à partie réelle positive ou nulle, telles que:

$$\begin{cases} G(s) = \tilde{M}(s)^{-1} \tilde{N}(s) \\ \forall s \in \mathbb{C} \quad \tilde{N}(s)\tilde{N}(-s)^t + \tilde{M}(s)\tilde{M}(-s)^t = I \end{cases} \quad (\text{IV.8})$$

Les matrices constituant ces deux factorisations peuvent être construites à partir d'une représentation d'état minimal de  $G(s)$ . Nous supposons pour simplifier que cette dernière est strictement propre, soit  $G(s) = [A, B, C, 0]$ . Nous obtenons alors la décomposition suivante :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} N(s) \\ M(s) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C \\ -B^t X \end{pmatrix} \cdot (sI - A + BB^t X)^{-1} B + \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \\ (\tilde{N}(s) \quad \tilde{M}(s)) &= C(sI - A + YC^t C)^{-1} (B \quad -YC^t) + (0 \quad I) \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

où  $X$  et  $Y$  sont les matrices définies positives solutions des équations de RICCATI :

$$\begin{aligned} A^t X + XA - XBB^t X + C^t C &= 0 \\ AY + YA^t - YC^t CY + BB^t &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.10})$$

**NOTE:** si  $D$  est non nul, alors les expressions donnant  $N, \tilde{N}, M, \tilde{M}, X$  et  $Y$  se trouvent dans [ 17, 18 ].

**IV.3.2- PROBLEME DE STABILISATION ROBUSTE DEDUIT DES FACTORISATIONS PREMIERES:**

En exprimant le modèle nominal du système à réguler à partir de ses facteurs premiers à gauche, les incertitudes de modèle peuvent être prises en compte en considérant un modèle de la forme: [8, 6]

$$G = \tilde{M}^{-1} \tilde{N}$$

et

$$\tilde{G} = (\tilde{M} + \Delta_M)^{-1} (\tilde{N} + \Delta_N) \tag{IV.11}$$

où  $\Delta_M, \Delta_N$  sont des matrices de transfert inconnues mais sans pôle à partie réelle positive ou nulle.

On peut alors définir une famille de modèles de la façon suivante:

$$\zeta = \left\{ \tilde{G} = (\tilde{M} + \Delta_M)^{-1} (\tilde{N} + \Delta_N); \left\| \begin{pmatrix} \Delta_M & \Delta_N \end{pmatrix} \right\|_\infty < \varepsilon \right\} \tag{IV.12}$$

Cette forme est très générale, dans la mesure où  $\zeta$  peut contenir des modèles d'ordres différents, n'ayant pas le même nombre de pôles dans le demi plan droit.

Le *problème de stabilisation robuste* correspondant est de trouver la plus grande valeur de  $\varepsilon$ , notée  $\varepsilon_{\max}$  et appelée *marge de stabilité maximale*, telle que tous les modèles dans l'ensemble  $\zeta$  puissent être stabilisés par le même correcteur.

McFarlane et Glover ont montré qu'il s'agit en fait d'un problème de synthèse  $H_\infty$  particulier.

**Stabilisation robuste  $H_\infty$**

Trouver  $\gamma_{\min}$  et  $K(s)$  stabilisant  $G(s)$  tel que: [8]

$$\left\| \begin{pmatrix} I \\ K \end{pmatrix} \cdot (I - GK)^{-1} \begin{pmatrix} I & G \end{pmatrix} \right\|_\infty = \gamma_{\min} = \varepsilon_{\max}^{-1} \tag{IV.13}$$

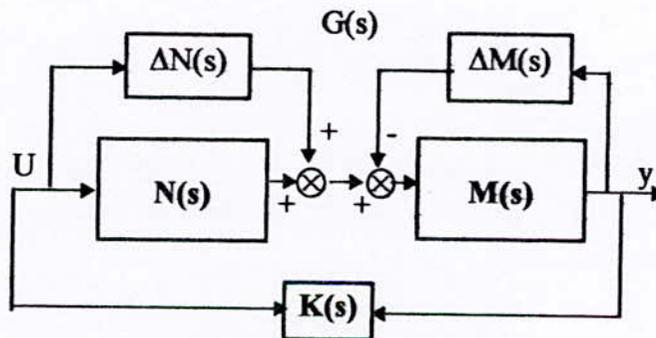


FIG IV.2 : stabilisation robuste d'un système décrit par factorisation première

Pour éviter de s'embrouiller dans les  $\gamma$ -itérations, il a été démontré que la valeur minimale de  $\gamma$  est connue à l'avance:

$$\gamma_{\min} = \varepsilon_{\max}^{-1} = \sqrt{1 + \lambda_{\sup}(YX)} \quad (\text{IV.14})$$

où

$\lambda_{\sup}$ : la plus grande valeur propre

X et Y: solutions des équations de RICCATI

Finalement, pour tout  $\varepsilon < \varepsilon_{\max}$ , un correcteur stabilisant tous les modèles dans  $\zeta$  est donné par:

$$\begin{aligned} K(s) &= B'X(sI - A + BB'X - \gamma^2 ZYC'C)^{-1} \gamma^2 ZYC' \\ Z &= (I + YX - \gamma^2 I)^{-1} \\ \gamma &= \varepsilon^{-1} \end{aligned} \quad (\text{IV.15})$$

#### IV.4- APPLICATION A LA MSAP :

Pour effectuer la synthèse de la commande adoptée dans ce chapitre, et à partir des équations de la dynamique de la machine synchrone à aimants permanents, nous tirons le système asservi suivant :

$$\dot{X} = AX + BU$$

$$Y = CX + DU$$

avec,

$$X = \begin{bmatrix} i_q \\ \Omega \end{bmatrix} \quad Y = \Omega \quad U = C_{em}^*$$

$$A = \begin{bmatrix} -R_s/L_q & 0 \\ K_r/J & -f/J \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{bmatrix} R_s/L_q K_r \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \ 1] \quad \text{et} \quad D = [0]$$

$$\omega = P\Omega$$

Dont la valeur minimale de  $\gamma$  est :

$$\gamma_{\min} = 2,4256$$

et le correcteur  $H_{\infty}$  calculé :

$$K(s) = \frac{5.0786s + 7.5863 * 10^4}{s^2 + 13575 * 10^{19} s + 0.0117 * 10^{10}}$$

#### **IV.5.Simulation :**

Afin d'évaluer le changement des courbes de la MSAP munie de sa commande vectorielle et de son régulateur  $H_{\infty}$ , nous testons les performance de la commande dans le cas où nous faisons varier les paramètres de la machine .

#### **IV.6.Conclusion :**

– Nous avons présenté dans ce chapitre la commande robuste de la MSAP par les facteurs premiers.

Le recours à la commande Hinf n'est pas en soit une garantie de robustesse, mais l'approche des facteurs premiers a la nécessité de poser le problème d'optimisation de façon à fournir à notre sujet quelques garanties.

- critère 4-blocs équilibré du point de vue entrées/sorties en faisant intervenir les quatres fonctions de transfert principales du système asservi.

- garantie de stabilité d'une famille de modèles dont la taille est donné par la marge de stabilité maximale aisément calculable.

Dans le cadre de la commande de la MSAP, munie de sa commande vectorielle, l'approche mise au point a aboutit au calcul d'un correcteur que nous avons testé dans un environnement de simulation aussi représentatif que possible, des conditions de fonctionnement de la machine.

Les essais ont permis de conforter les choix méthodologiques et théoriques effectués en soulignant le bon comportement du correcteur face à un environnement contraignant.

CHAPITRE IV : APPROCHE  $H_{\infty}$  PAR LES FACTEURS PREMIERS  
APPLICATION A LA MSAP

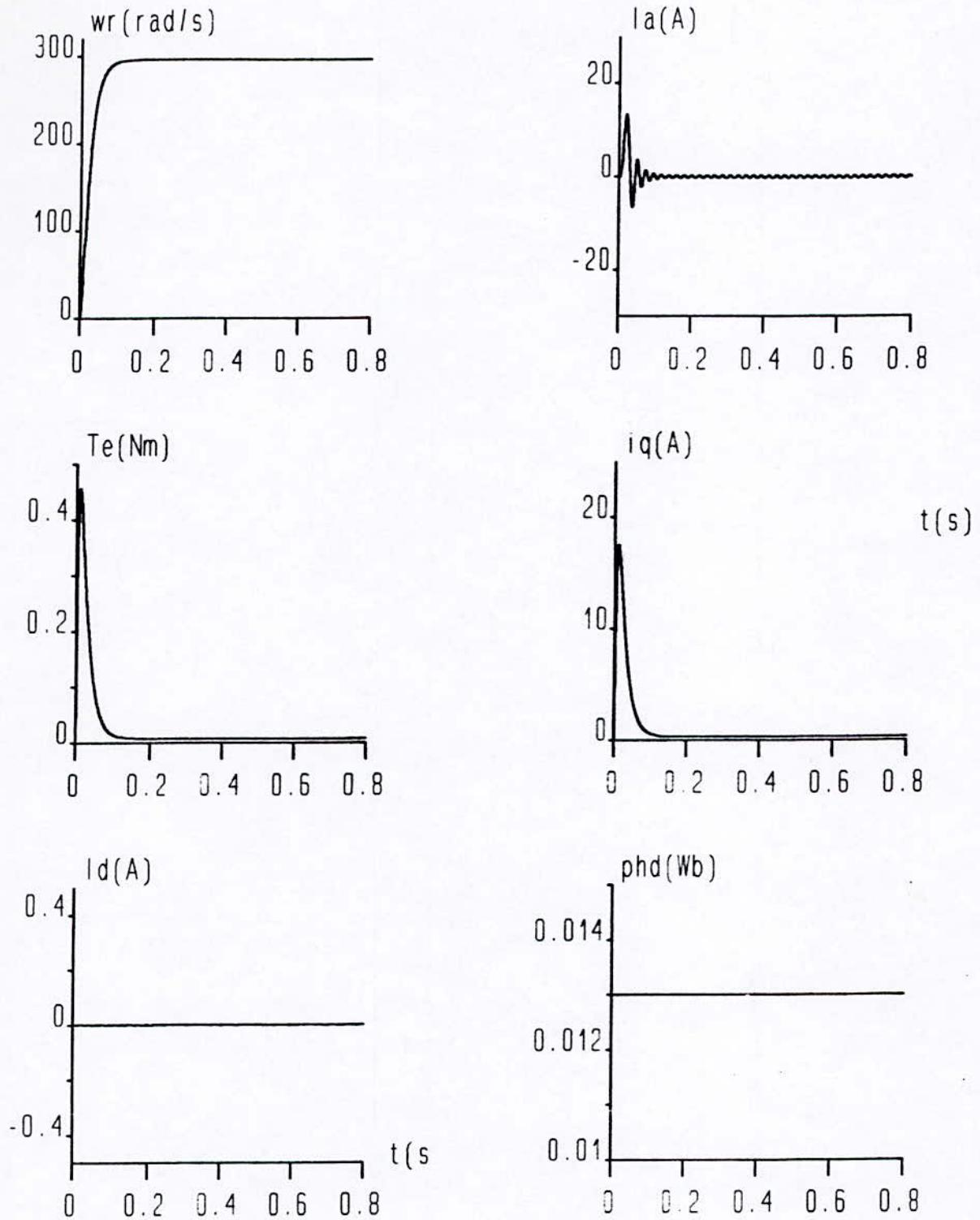


figure (IV.3.4) : Commande  $H_{\infty}$  en vitesse de la MSAP lors d'une variation de 150% sur Rs.

CHAPITRE IV : APPROCHE  $H_{\infty}$  PAR LES FACTEURS PREMIERS  
APPLICATION A LA MSAP

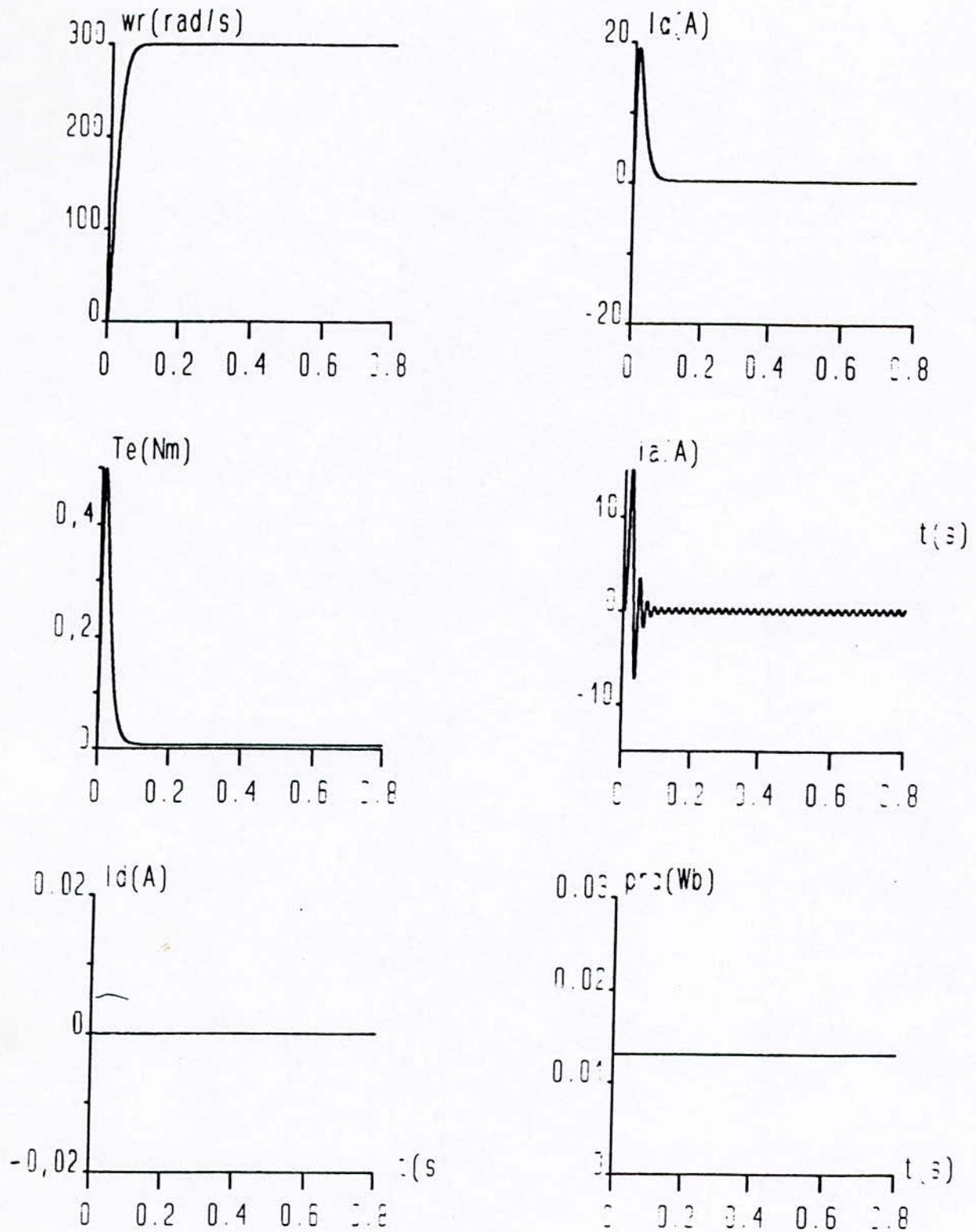


fig. (IV.3.b) : Commande  $H_{\infty}$  en vitesse de la MSAP lors d'une variation de  $L$  (diminution de 50%)

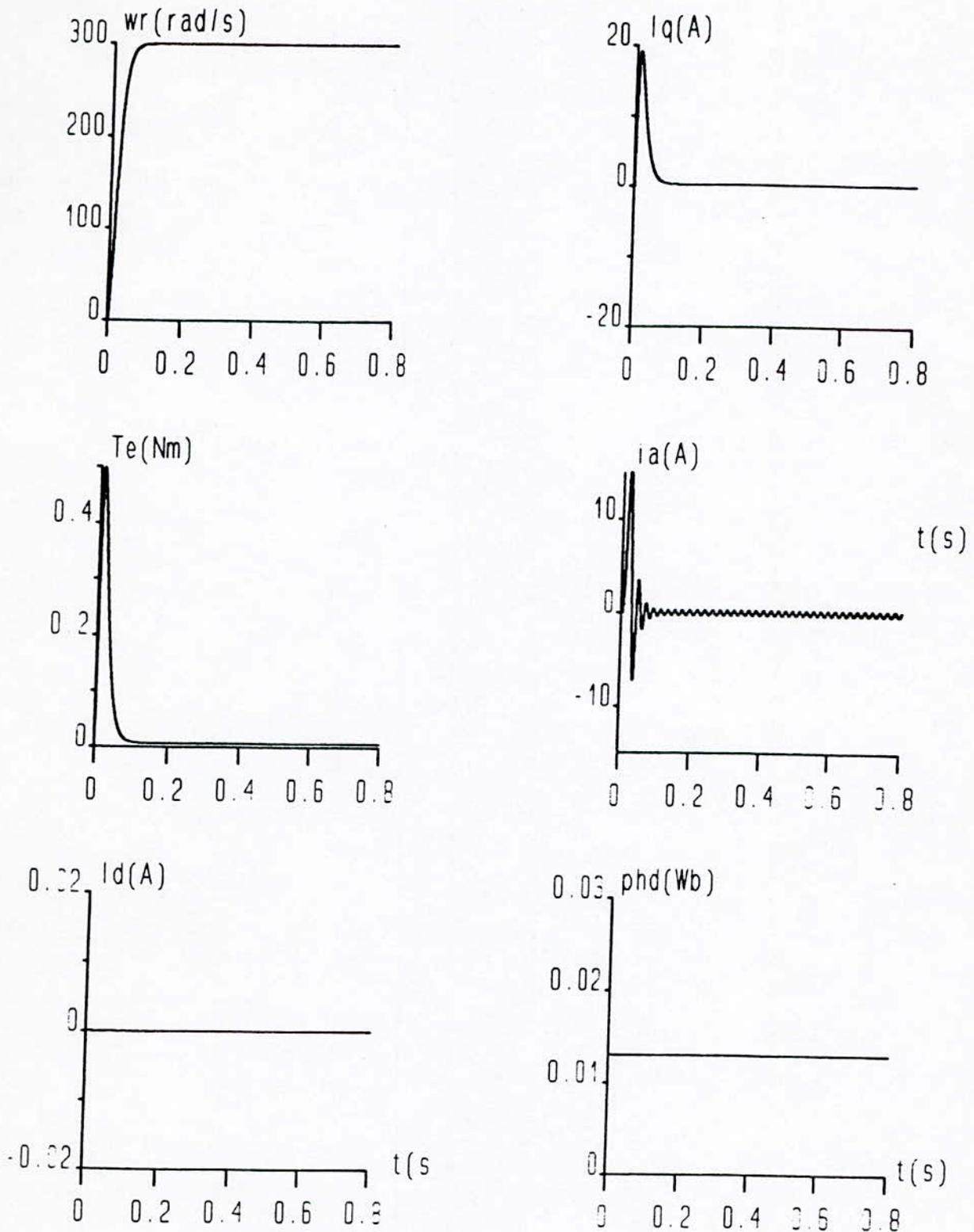


fig. (IV.3.b) : Commande  $H_{\infty}$  en vitesse de la MSAP lors d'une variation de  $J$  (+50%)

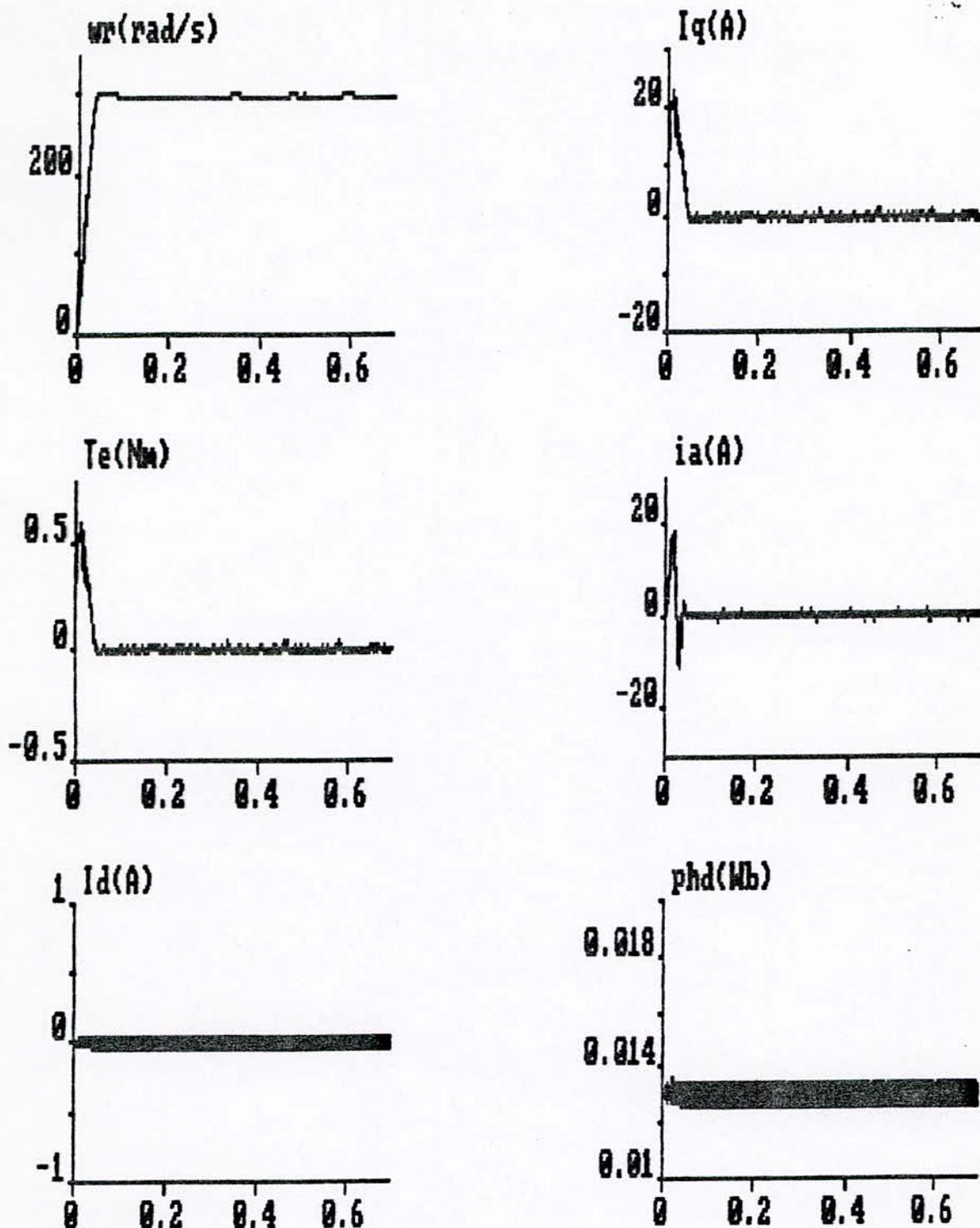


Fig IV.4a: Réglage de vitesse par application du correcteur Hinf à la MSAP munie de son onduleur de tension MLI lors d'une variation sur L (-50%)

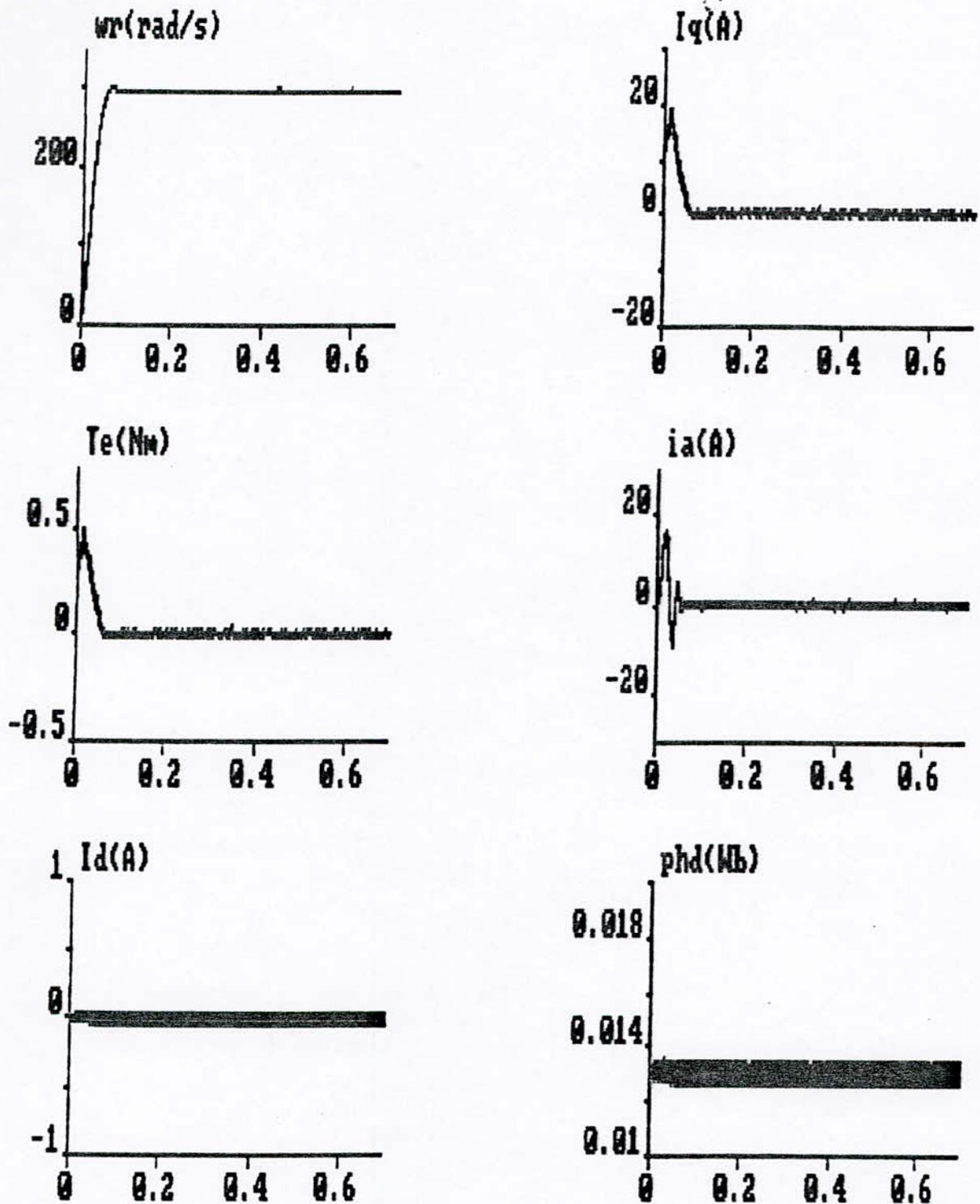


Fig IV.4b: Réglage de vitesse par application du correcteur  $H_{inf}$  à la MSAP munie de son onduleur de tension MLI lors d'une variation sur  $R_s$  (+50%)

CHAPITRE IV : APPROCHE H PAR LES FACTEURS PREMIERS  
APPLICATION A LA MSAP

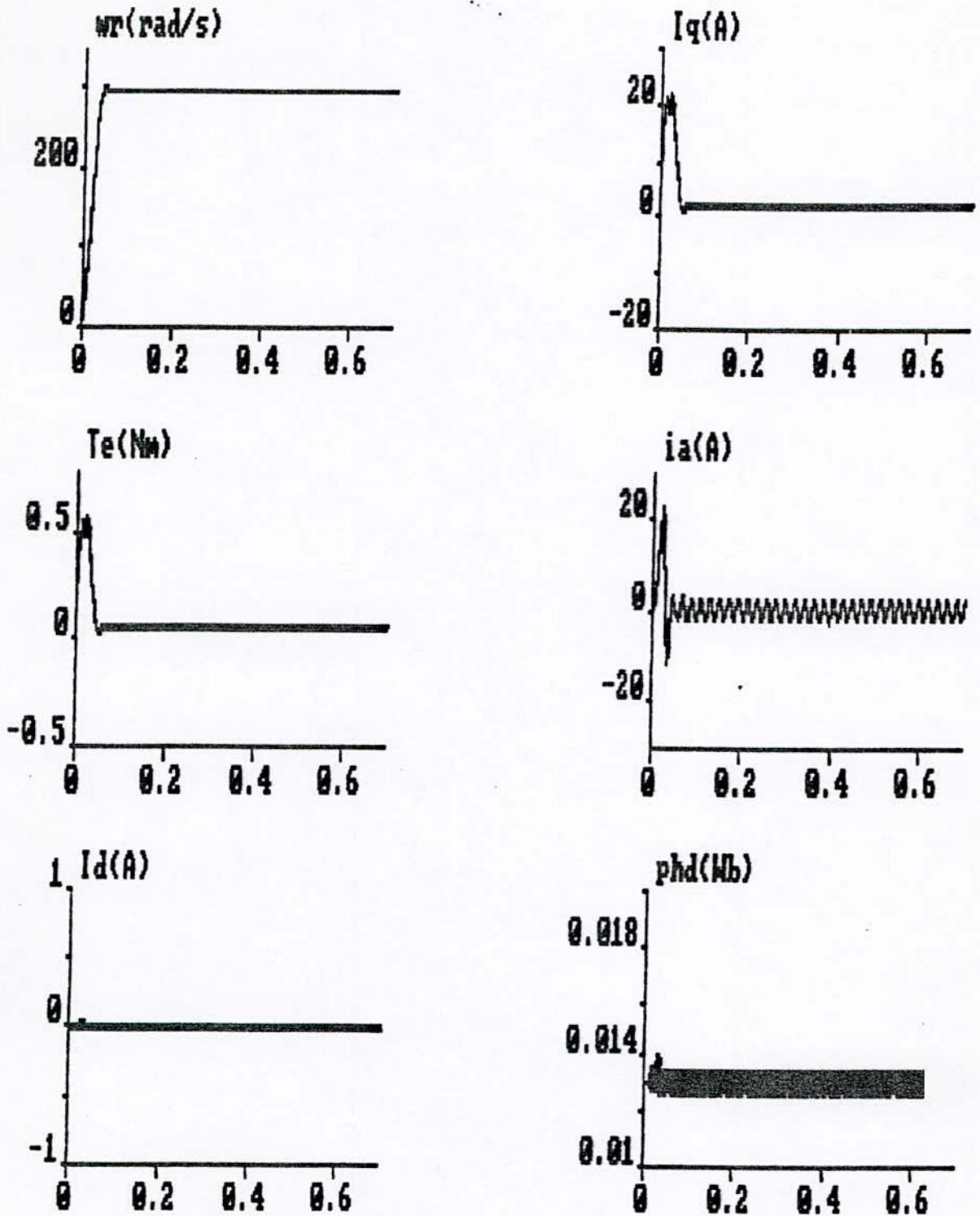


Fig IV.4c: Réglage de vitesse par application du correcteur  $H_{inf}$  à la MSAP munie de son onduleur de tension MLI lors d'une variation sur  $C_r = 0,25 \text{ Nm}$ .

**CHAPITRE V**

**COMMANDE ROBUSTE PAR PLACEMENT DE POLES AVEC  
CALIBRAGE DE LA FONCTION DE SENSIBILITE  
PERTURBATION - SORTIE -**

## V.1. INTRODUCTION:

La technique du *placement des pôles* est très répandue pour le calcul des régulateurs numériques. Cette partie traite de la commande robuste en utilisant cette technique.

Le type de régulateur considéré est le régulateur à trois éléments *R-S-T*, car c'est le type le plus général de régulateurs invariants, dont la synthèse est purement algébrique. Elle peut directement être formalisée en un algorithme.

La méthode considérée est le placement des pôles avec calibrage de la fonction de sensibilité perturbation-sortie.

La raison en est qu'un régulateur conçu par une méthode telle qu'elle soit, place les pôles du système bouclé d'une certaine manière, et donc en dernière analyse, toute méthode de synthèse peut être considérée comme un cas particulier du placement des pôles.

- La procédure de calcul implique la spécification des pôles désirés de la boucle fermée (problème de « stabilité nominale ») et de certaines parties fixes du régulateur pour le rejet exact des perturbations en régime stationnaire (intégrateur pour le cas des perturbations en échelon, perturbation de charge).
- Néanmoins les propriétés de rejection des perturbations à différentes fréquences (problème de « performance nominale ») et la robustesse du système en boucle fermée vis-à-vis des incertitudes de modélisation (problème de « stabilité robuste ») va dépendre de ces spécifications.

## V-2 LE PLACEMENT DE POLES:

### V.2.1- IDENTITE DE BEZOUT:

La structure du système en boucle fermée échantillonnée est donnée par la figure (V.1)

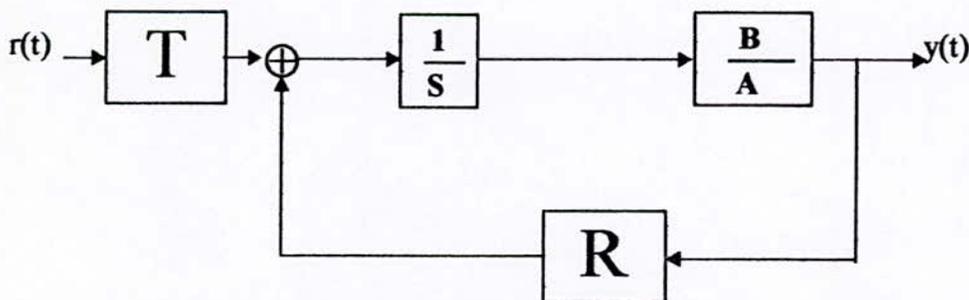


Fig (V.1) : Structure canonique des régulateurs numériques.

C'est une structure à trois branches R-S-T.

Si:

$$H(Z^{-1}) = \frac{V(Z^{-1})}{A(Z^{-1})} \quad (V.1)$$

est la fonction de transfert échantillonnée du procédé. La fonction de transfert en boucle ouverte est donnée par:

$$H_{BO}(Z^{-1}) = \frac{B(Z^{-1})V(Z^{-1})}{A(Z^{-1})S(Z^{-1})} \quad (V.2)$$

où:  $A(Z^{-1})$  et  $B(Z^{-1})$  s'écrivent:

$$A(Z^{-1}) = 1 + a_1 Z^{-1} + \dots + a_n Z^{-n} \quad (V.3) [9]$$

$$B(Z^{-1}) = b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n} \quad (V.4) [9]$$

et la fonction de transfert du système en boucle fermée entre la consigne  $r(t)$  et la sortie  $y(t)$ , s'écrit:

$$H_{BF}(Z^{-1}) = \frac{B(Z^{-1})T(Z^{-1})}{A(Z^{-1})S(Z^{-1}) + B(Z^{-1})R(Z^{-1})} \quad (V.5)$$

$$H_{BF}(Z^{-1}) = \frac{B(Z^{-1})T(Z^{-1})}{P(Z^{-1})} \quad (V.6)$$

où:

$$P(Z^{-1}) = A(Z^{-1})S(Z^{-1}) + B(Z^{-1})R(Z^{-1}) \quad (V.7)$$

$$P(Z^{-1}) = 1 + P_1 Z^{-1} + \dots + P_n Z^{-n} \quad (V.8)$$

définit les pôles du système en boucle fermée.

L'équation ( V.7) est connue sous le nom de « l'identité de Bezout » où l'équation Diophantine.

Souvent  $P(Z^{-1})$  s'écrit sous la forme:

$$P(Z^{-1}) = P_D(Z^{-1})P_F(Z^{-1}) \quad (V.9)$$

où:

- $P_D(Z^{-1})$  correspond aux pôles dominants choisis en fonction des performances désirées, introduits pour un effet de filtrage (adoucir les variations de la commande ou améliorer la robustesse du système en boucle fermée).

$P(Z^{-1})$  étant spécifiée, pour calculer les polynômes  $R(Z^{-1})$  et  $S(Z^{-1})$  il faut résoudre l'équation Diophontine ( Identité de Bezout ).

En définissant :

$$n_A = \deg A(Z^{-1}) \quad ; \quad n_B = \deg B(Z^{-1}) \quad (V-10)$$

L'équation Diophontine à une solution unique si  $A(Z^{-1})$  et  $B(Z^{-1})$  sont premiers entre eux [ 2 ] pour :

$$\begin{aligned} n_p &= \deg P(Z^{-1}) \leq n_A + n_B - 1 ; \\ n_s &= \deg S(Z^{-1}) = n_B - 1 ; \\ n_r &= \deg R(Z^{-1}) = n_A - 1 ; \end{aligned} \quad (V-11)$$

où

$$S(Z^{-1}) = s_0 + s_1 Z^{-1} + \dots + s_{n_B} Z^{-n_B} \quad (V-12)$$

$$R(Z^{-1}) = r_0 + r_1 Z^{-1} + \dots + r_{n_A} Z^{-n_A} \quad (V-13)$$

### V. 2-2 PROCEDURE DE CALCUL DU REGULATEUR :

Elle se résume en trois étapes :

- ◆ **Etape 1:** Choix des pôles désirés en boucle fermée ( imposition de  $P(Z^{-1})$  )
- ◆ **Etape 2:** Résolution de l'équation Diophontine et obtention de  $R(Z^{-1})$  et  $S(Z^{-1})$ .
- ◆ **Etape 3:** Calcul du précompensateur  $T(Z^{-1})$  :

$$T(Z^{-1}) = G \cdot P(Z^{-1}) \quad (V-14) \quad [ 9 ]$$

avec :

$$G = \begin{cases} \frac{1}{B(1)} & \text{si } B(1) \neq 0 \\ 1 & \text{si } B(1) = 0 \end{cases} \quad (V-15) \quad [ 9 ]$$

### V-2-3 UTILISATION DE LA METHODE DE SYLVESTER POUR RESOUDRE L'IDENTITE DE BEZOUT :

Nous rappelons l'identité de Bezout :

$$A(Z^{-1}) \cdot S(Z^{-1}) + B(Z^{-1}) \cdot R(Z^{-1}) = P(Z^{-1})$$

cette équation équivalent à un système d'équation à  $n_E$  équations et  $n_i$  inconnues, avec :

$$\begin{aligned} n_E &= n_A + n_S + 1 \\ n_i &= n_S + n_R + 2 \end{aligned}$$

$$(V-7) \quad \Leftrightarrow \quad A(Z^{-1}) \cdot X(Z^{-1}) + B(Z^{-1}) \cdot Y(Z^{-1}) = P(Z^{-1}) \quad (V-16)$$

Dans cette équation,  $A(Z^{-1})$ ,  $B(Z^{-1})$  et  $P(Z^{-1})$  sont les donnés et  $X(Z^{-1})$  et  $Y(Z^{-1})$

sont les inconnues :

$$\begin{cases} X(Z^{-1}) = x_0 + x_1 Z^{-1} + \dots + x_{nx} Z^{-nx} \\ Y(Z^{-1}) = y_0 + y_1 Z^{-1} + \dots + y_{ny} Z^{-ny} \end{cases} \quad (V-17)$$

L'équation ( V-16), peut s'écrire sous forme matricielle, comme l'indique ( V -18) :

$$S(A, B) \cdot K = P \quad (V-18)$$

La matrice  $S(A, B)$  est appelée la matrice de Sylvester ( c'est la matrice représentant le procédé ). De l'équation ( V -18) on tire notre régulateur de la forme :

$$K = S(A, B)^{-1} \cdot P \quad (V-19)$$

### V-3 DEFINITION DE LA FONCTION DE SENSIBILITE PERTURBATION - SORTIE :

Le système en boucle fermée est sujet à des perturbations, et il est important de connaître l'effet de ces perturbations sur la sortie du système du procédé; par ailleurs cette fonction de sensibilité joue un rôle fondamental dans l'analyse de la robustesse du système bouclé par rapport aux erreurs de modèle. Cette fonction doit être calibrée pour assurer des performances nominale en rejet de perturbations, et assurer la stabilité du système bouclé en présence d'erreurs de modèles ( stabilité robuste ).

La figure ( V-2) permet de définir cette fonction :

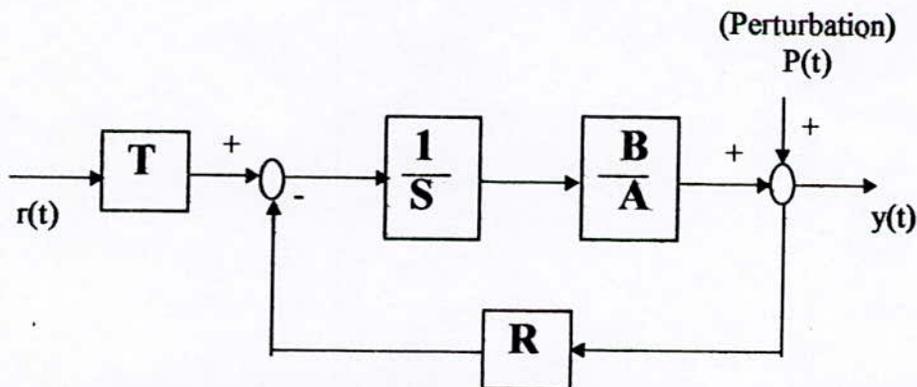


Fig V.2 : boucle de régulation numérique en présence de perturbations

La fonction de sensibilité perturbation-sortie  $S_{yp}$  qui est un indicateur clé pour la robustesse, s'écrit :

$$S_{yp} = (Z^{-1}) = \frac{A(Z^{-1}) \cdot S(Z^{-1})}{A(Z^{-1}) \cdot S(Z^{-1}) + B(Z^{-1}) \cdot R(Z^{-1})} = \frac{A(Z^{-1}) \cdot S(Z^{-1})}{P(Z^{-1})} \quad (V. 20)$$

\* On verra par la suite les propriétés et le calibrage de cette fonction.

## V-4 CRITERES DE ROBUSTESSE :

### V-4-1 LES MARGES DE ROBUSTESSE:

La figure (V-2) représente le lieu de Nyquist d'une fonction de transfert échantillonnée de la boucle ouverte correspondant à l'utilisation d'un régulateur R-S-T. Dans ce cas la fonction de transfert de la boucle ouverte est obtenue en posant  $Z^{-1} = e^{j\omega}$ :

$$H_{BO}(e^{-j\omega}) = \frac{B(e^{-j\omega}) \cdot R(e^{-j\omega})}{A(e^{-j\omega}) \cdot S(e^{-j\omega})} \quad (V. 21)$$

Le vecteur reliant l'origine à un point de l'hobographe de la fonction de transfert représente  $H_{BO}(e^{j\omega})$  pour une certaine pulsation normalisée.

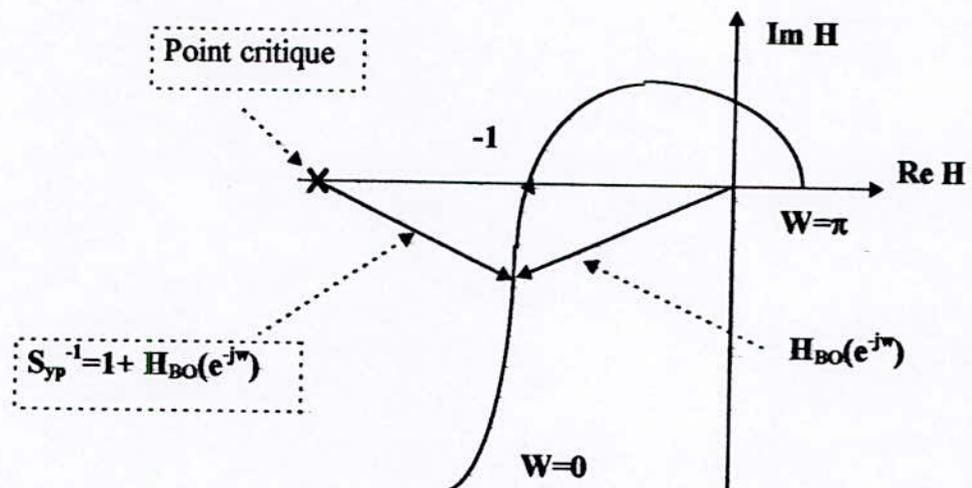


Fig V-3 : Lieu de Nyquist d'une fonction de transfert échantillonnée et le point critique

V-4-1-1 MARGE DE MODULE  $\Delta M$  :

Rappelons que le critère de stabilité de Nyquist exige que l'hodographe de la fonction de transfert en boucle ouverte parcourue dans le sens des fréquences croissantes doit laisser à gauche le point critique  $[-1, j 0]$ .

L'éloignement minimale de l'odographe de  $H_{BO}(e^{j\omega})$  par rapport au point critique va définir une marge de stabilité qui d'après l'équation :

$$S_{yp}(Z^{-1}) = 1 + H_{BO}(Z^{-1}) \tag{V. 22}$$

va dépendre du maximum de la fonction de sensibilité perturbation-sortie. Cette marge de stabilité est appelée marge de module, c'est une marge de robustesse très importantes. Par conséquent : La marge de module est définie comme le rayon du cercle centré en  $[-1, j 0]$  et tangent à l'hodographe de  $H_{BO}(Z^{-1})$  . Il résulte immédiatement que :

$$\Delta M = \left| 1 + H_{BO}(e^{-j\omega}) \right|_{\min} = \left( \left| S_{yp}(e^{-j\omega}) \right|_{\max} \right)^{-1} \tag{V. 23}$$

$$\Delta M = \left( \|S_{yp}\|_{\infty} \right)^{-1}$$

En d'autre terme, la marge de module est égale à l'inverse de la norme  $H_{\infty}$  de  $S_{yp}(Z^{-1})$ . La figure ci-dessous illustre la relation existant entre le module de la fonction de sensibilité et la marge de module.

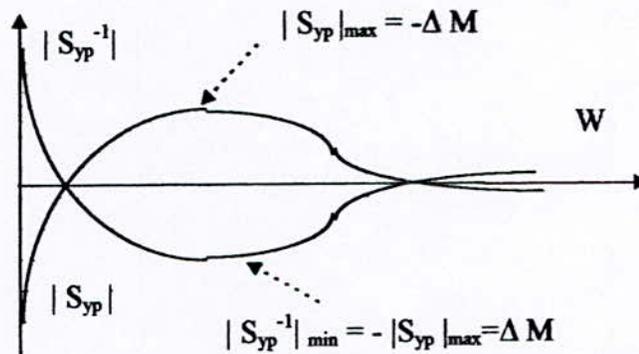


fig V-4 : Relation entre la fonction de sensibilité Perturbation-sortir et la marge de module

La marge de module est très importante car « elle définit la valeur maximale admissible de la fonction de sensibilité ».

#### V-4-1-2 MARGE DE RETARD :

Pour une certaine pulsation, le déphasage introduit par un retard pur  $\tau$  est  $\angle\phi = -\omega\tau$ . On peut donc convertir la marge de phase  $\Delta\phi$  en marge de retard c'est-à-dire calculer le retard additionnel qui ne conduira pas à l'instabilité, il résulte :

$$\Delta\tau = \frac{\Delta\phi}{\omega_{\sigma}} \quad \text{où } \omega_{\sigma}$$

$\omega_{\sigma}$  est la pulsation de croisement.

#### V-4-1-3 MARGE DE PHASE :

C'est la phase additionnelle qu'il faut ajouter à la phase pour laquelle le gain est unitaire, pour avoir un déphasage total :  $\angle\phi = -180^\circ$ .

#### V-4-1-4 MARGE DE GAIN :

La marge de gain est égale à l'inverse du gain de  $H_{BO}(Z^{-1})$  pour la pulsation à laquelle le déphasage est  $\angle\phi = -180^\circ$ .

Les valeurs typique de ces marges utilisées pour une conception robuste sont [3] :

- ◆ Marge de module :  $\Delta M \geq 0.5$  (-6 dB)
- ◆ Marge de retard :  $\Delta\tau \geq h$
- ◆ Marge de gain :  $\Delta G \geq 2$  (6 dB)
- ◆ Marge de phase :  $30^\circ \leq \Delta\phi \leq 60^\circ$

### V-4 -2 INCERTITUDES SUR LE MODELE DU PROCEDE ET STABILITE ROBUSTE :

La figure ( V-4) illustre l'effet des incertitudes ou des variations des paramètres du modèle nominale du processus sur le lieu de Nyquist de la fonction de transfert en boucle ouverte. En règle générale le lieu de Nyquist pour le modèle nominal du procédé se trouve à l'intérieur d'un « tube » correspondant aux tolérances possibles ( ou acceptables) des variations ou incertitudes de la fonction de transfert du modèle du procédé.

Afin d'assurer la stabilité du système en boucle fermée pour une fonction de transfert du procédé  $H'_{BO}(Z^{-1})$  différente de la fonction de transfert nominale  $H_{BO}(Z^{-1})$  il faut que l'hodographe de  $H'_{BO}(Z^{-1})$  laisse à l'extérieur le point critique; afin de satisfaire ceci, il faut que la différence entre la fonction de transfert en boucle ouverte réelle  $H'_{BO}(Z^{-1})$  et celle  $H_{BO}(Z^{-1})$  soit inférieur à la distance entre la fonction de transfert en boucle ouverte nominale et le point critique. Ceci s'exprime :

$$\begin{aligned} |H'_{BO}(Z^{-1}) - H_{BO}(Z^{-1})| &< |1 + H_{BO}(Z^{-1})| \\ &< |S_{yp}(Z^{-1})| \end{aligned} \quad (V.24)$$

**V-5 PROPRIETES ET CALIBRAGE DE LA FONCTION DE SENSIBILITE  
PERTURBATION-SORTIE:**

**V-5-1 PROPRIETES :**

◆ **Propriété 1 :**

Le module de la fonction de sensibilité à une certaine fréquence donne le facteur d'amplification ou d'atténuation de la perturbation en sortie du système.

◇ aux fréquences où  $|S_{yp}(w)| = 1$  (dB); il n'y a ni amplification ni atténuation de la perturbation.

◇ Aux fréquences où  $|S_{yp}(w)| < 1$  (dB); la perturbation est atténuée.

◇ Aux fréquences où  $|S_{yp}(w)| > 1$  (dB); La perturbation est amplifiée.

◆ **Propriété 2 :**

L'atténuation de la perturbation dans une certaine zone de fréquence entraînera nécessairement l'amplification des perturbations dans d'autres zones de fréquences.

◆ **Propriété 3 :**

L'inverse du maximum du module de la fonction de sensibilité correspond à la marge de module  $\Delta M$  :

$$\Delta M = \left( |S_{yp}(e^{-jw})|_{\max} \right)^{-1} \quad (V.5)$$

◆ **Propriété 4 :** Une annulation de l'effet des perturbations sur la sortie est obtenue aux fréquences où :

$$A(e^{-jw}).S(e^{-jw}) = A(e^{-jw}).H_s(e^{-jw}).S(e^{-jw}) \quad [9]$$

◆ **Propriété 5 :** Le module de la fonction de sensibilité est égale à 1 c'est-à-dire :

$$\begin{aligned} |S_{yp}(e^{jw})| = 1 \text{ (0 dB) aux fréquences où :} \\ (e^{jw}).R(e^{jw}) = B(e^{jw}).H_R(e^{jw}).R(e^{jw}) = 0 \end{aligned}$$

Dans ce cas la perturbation n'est ni amplifiée ni atténuée.

### V.5.2.CALIBRAGE :

Les contraintes de « performances nominales » et de « stabilité robuste » conduisent à la définition d'un « gabarit souhaitable » pour la fonction de sensibilité. Dans le cas le plus typique on s'intéresse à assurer un rejet de perturbation en basses fréquences, ce qui définira une valeur maximale pour le module de la fonction de sensibilité en hautes fréquences.

En ce qui concerne la « stabilité robuste » la marge de module choisie définit  $|S_{yp}|_{\max}$ , et la marge de retard choisie définit un gabarit supérieur et inférieur. Donc, on peut définir un gabarit représenté par la figure V.5

La méthodologie de calibrage de la fonction de sensibilité Perturbation-sortie, se déroule ainsi (9) :

- ◆ Choix des pôles dominants de  $P(Z^{-1})$  et des parties fixes de  $R(Z^{-1})$  et  $S(Z^{-1})$  imposées par les spécifications des performances.
- ◆ Calcul du régulateur.
- ◆ Examen de la fonction de sensibilité Perturbation-sortie.

Si la marge de module n'est pas assurée, et le maximum de la fonction de sensibilité se trouve dans la zone de fréquences adjacente à la zone d'atténuation, dans ce cas, on introduit une paire de zéros complexe supplémentaire dans  $S(Z^{-1})$ , ce qui aura comme effet un déplacement du maximum de la fonction de sensibilité vers les hautes fréquences, et un accroissement de la bande d'atténuation

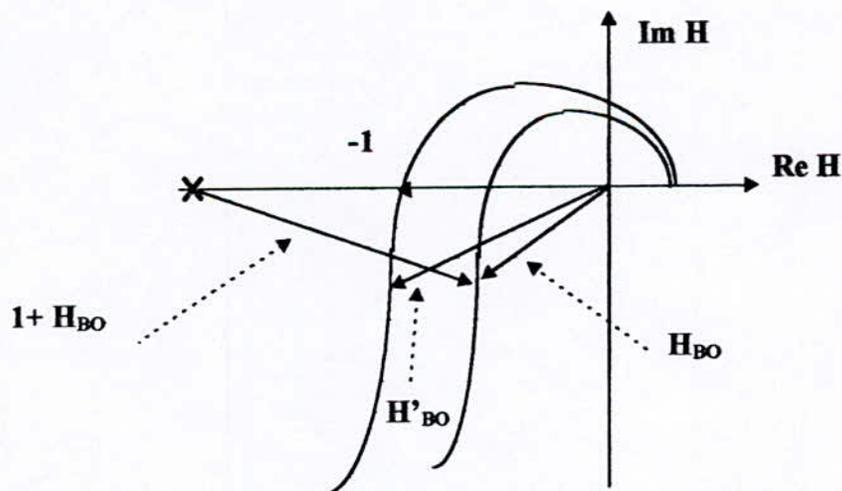


Fig V-5 : Lieu de Nyquist pour la fonction de transfert en boucle ouverte nominale et en présence de variations ou incertitudes sur les paramètres

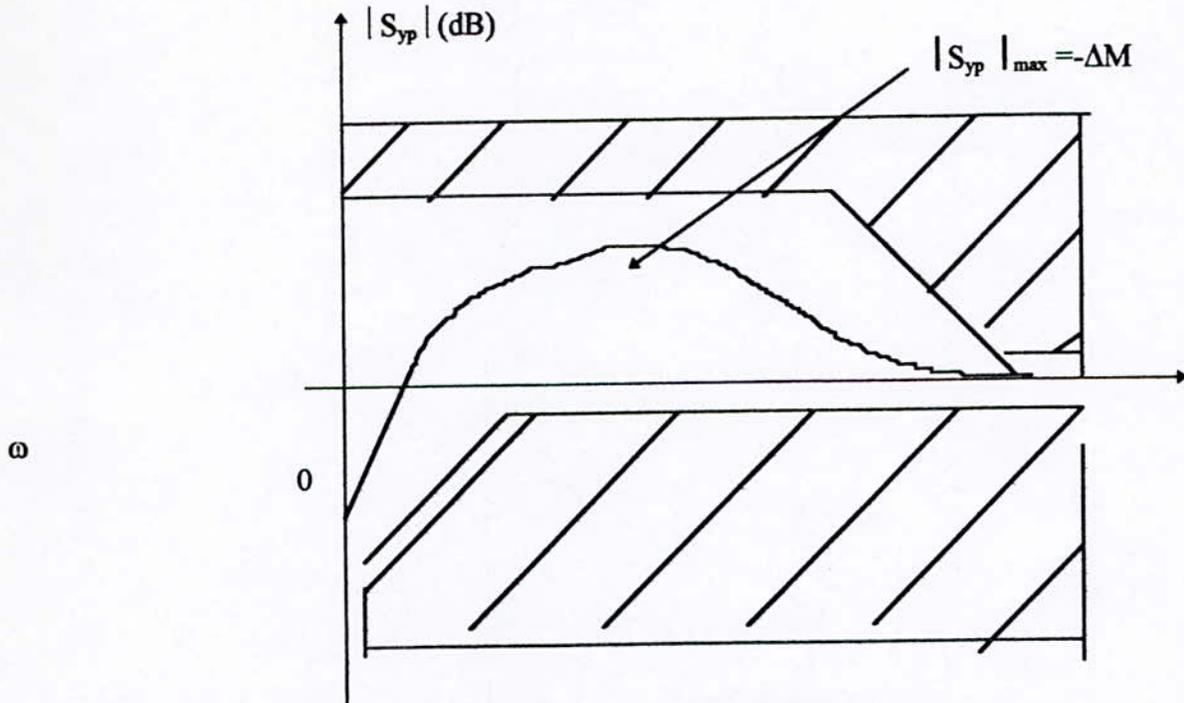


Figure V.6 : Gabarit souhaité pour la fonction de sensibilité

## V.6- LA BOUCLE DE REGULATION

### 6-1- Le procédé

Au lieu d'utiliser un régulateur de vitesse analogique, nous avons utilisé un régulateur numérique à trois éléments  $R-S-T$  comme l'illustre la figure ci dessous :

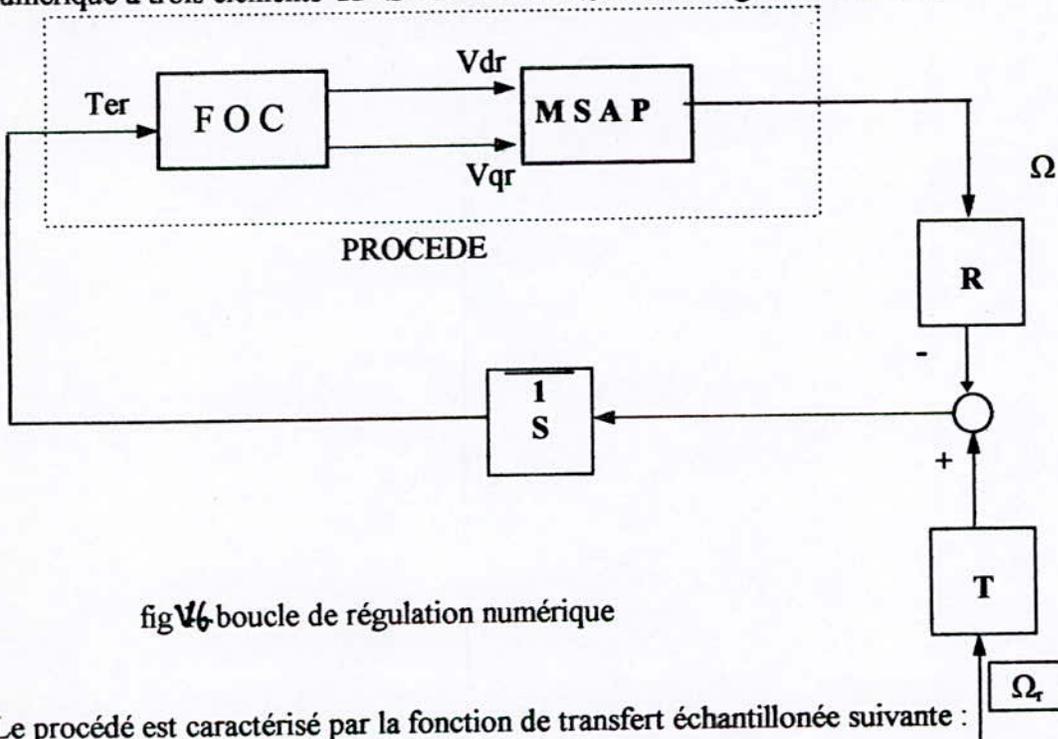


fig V.6 boucle de régulation numérique

Le procédé est caractérisé par la fonction de transfert échantillonnée suivante :

$$H(s) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} \quad (V.26.)$$

On peut obtenir  $H(Z^{-1})$  après échantillonnage de la fonction de transfert continue du procédé qui est de la forme :

$$H(s) = \frac{\Omega(s)}{Ter(S)} \quad (V.27)$$

Nous avons :

$$H(S) = \frac{1}{f_c(1+\tau_e S)(1+\tau_m S)} \quad (v.28)$$

$$H(S) = \frac{1}{f_c} \cdot \frac{\frac{1}{\tau_e \tau_m}}{S^2 + 2 \frac{\tau_e + \tau_m}{2 \tau_e \tau_m} S + \frac{1}{\tau_e \tau_m}}$$

où

$$\tau_e = \frac{L_q}{R_s} \tau_m = \frac{j}{f_c}$$

En posant

$$\omega_0^2 = \frac{1}{\tau_e \tau_m}$$

$$\zeta = \frac{\tau_e + \tau_m}{2 \sqrt{\tau_e \tau_m}}$$

Le modèle continu du système s'écrit de la manière suivante :

$$H(S) = \frac{1}{f_c} \cdot \frac{\omega_0^2}{S^2 + 2 \zeta \omega_0 S + \omega_0^2} \quad (v.30)$$

Dans le but d'obtenir le modèle discret du procédé ; nous avons utilisé la transformation bilinéaire suivante :

$$S \cong \frac{2 - h \cdot Z}{2 + h \cdot Z} \quad (v.31)$$

où  $h$  est la période d'échantillonnage

L'application de cette transformation sur l'équation ( V.30 ) donne un modèle discret du procédé de la forme :

$$H ( Z^{-1} ) = \frac{b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2}}{1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2}} \quad (v. 32)$$

$$H ( Z^{-1} ) = \frac{B ( Z^{-1} )}{A ( Z^{-1} )} \quad (v. 33)$$

avec

$$\begin{cases} b_0 = \frac{\omega_0^2}{f_c + K + \omega_0^2 \cdot f_c} \\ b_1 = h \cdot b_0 \\ b_2 = \frac{h^2}{4} \cdot b_0 \end{cases} \quad (v. 34)$$

et

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\omega_0^2 - 1}{f_c + K + f_c \cdot \omega_0^2} \cdot h \cdot f_c \\ a_2 = \frac{f_c + f_c \cdot \omega_0^2 - K}{4 \cdot (f_c + K + f_c \cdot \omega_0^2)} \end{cases} \quad (V.35)$$

$$K = 2f_c \zeta \cdot \omega_0$$

### 5- 2- Synthèse du régulateur R - S - T

L'objectif de la synthèse d'un régulateur numérique se traduit par la détermination de  $R$ ,  $S$  et  $T$  afin d'obtenir des fonctions de transfert en boucle fermée vis-à-vis de la consigne et de la perturbation qui permettent de satisfaire les performances imposées ; ces performances sont souvent exprimées en termes de pôles désirés en boucle fermée

c'est-à-dire le polynôme  $P(Z^{-1})$

Nous rappelons l'identité de bezout :

$$A(Z^{-1}) \cdot S(Z^{-1}) + B(Z^{-1}) \cdot R(Z^{-1}) = P(Z^{-1})$$

Où  $P(Z^{-1})$  est la trajectoire désirée

Reste donc à spécifier le polynome des pôles en boucle fermée. On choisit  $P(Z^{-1})$  de la forme :

$$P(Z^{-1}) = 1 + p_1 Z^{-1} + p_2 Z^{-2} \quad (\text{v. 36})$$

Une méthode judicieuse pour définir  $p_1$  et  $p_2$  consiste à considérer d'abord un modèle continu normalisé du 2<sup>e</sup> ordre (notre procédé est du 2<sup>e</sup>me ordre) permettant d'obtenir un temps de montée et un dépassement maximal en concordance avec les spécifications. Ce choix peut se faire à l'aide des diagrammes permettant de déterminer les paramètres  $\omega_0$  et  $\zeta$  du système du deuxième ordre. En s'assurant que la période d'échantillonnage  $h$  et la pulsation propre vérifient la condition :

$$\begin{cases} 0.25 \leq \omega_{01} \cdot h \leq 1.5 \\ 0.7 \leq \zeta \leq 1 \end{cases}$$

On peut aussi spécifier la trajectoire (polynome désiré) à partir des performances désirées

La discrétisation de ce modèle continu ainsi choisi donne les facteurs  $p_1$  et  $p_2$  sous la forme :

$$\begin{aligned} p_1 &= -2 \cdot \alpha \cdot \beta \\ p_2 &= \alpha^2 \end{aligned}$$

Où

$$\begin{aligned} \alpha &= e^{-\zeta_1 \omega_{01} h} \\ \beta &= \cos(\omega_{01}^2 \sqrt{1 - \zeta_1^2}) \end{aligned}$$

En remplaçant dans l'équation diophantine, on obtient :

$$(1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2})(s_0 + s_1 Z^{-1}) + (b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2})(r_0 + r_1 Z^{-1}) = p_0 + p_1 Z^{-1} + p_2 Z^{-2}$$

Ce qui donne l'équation :

$$(s_0 + b_0 r_0) + (s_1 + a_1 s_0 + b_0 r_1 + b_1 r_0) Z^{-1} + (a_1 s_1 + a_2 s_0 + b_1 r_1 + b_2 r_0) Z^{-2} + b_2 r_1 Z^{-3} = P(Z^{-1})$$

Sachant que

$$P(Z^{-1}) = 1 + p_1 Z^{-1} + p_2 Z^{-2}$$

Nous aboutissons au système d'équations linéaire suivant:

$$\begin{cases} s_0 + 0 \cdot s_1 + b_0 r_0 + 0 \cdot r_1 = p_0 \\ a_1 s_0 + 1 \cdot s_1 + b_1 r_0 + b_0 r_1 = p_1 \\ a_2 s_0 + a_1 s_1 + b_2 r_0 + b_1 r_1 = p_2 \\ 0 \cdot s_0 + 0 \cdot s_1 + 0 \cdot r_0 + b_2 r_1 = 0 \end{cases} \quad (\text{V.37})$$

Le système (12) s'écrit matriciellement comme suit :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & b_0 & 0 \\ a_1 & 1 & b_1 & b_0 \\ a_2 & a_1 & b_2 & b_1 \\ 0 & a_2 & 0 & b_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ r_0 \\ r_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ p_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{V.38})$$

Ce système est équivalent à :

$$S(A, B) \cdot K = P \quad (\text{V.39})$$

Où

- $S(A, B)$  représente le modèle du procédé
- $K$  est le vecteur représentant le régulateur
- $P$  est le vecteur représentant le polynôme désiré

Donc le régulateur est déterminé à partir de l'équation (V.14) comme suit :

$$K = S(A, B)^{-1} \cdot P \quad (\text{V.40})$$

L'inversion de la matrice de Sylvester donne :

$$S^{-1}(A, B) = \frac{1}{\det} \begin{bmatrix} a_2(b_1^2 - b_0b_2) + b_2(b_2 - a_1b_1) & b_0(a_1b_2 - a_2b_1) & b_0(a_2b_0 - b_2) & b_0(b_1 - a_1b_0) \\ b_2(a_2b_1 - a_1b_2) & b_2(b_2 - a_2b_0) & b_2(a_1b_0 - b_1) & (b_1^2 - b_0b_2) + b_0(a_2b_0 - a_1b_1) \\ a_2(a_2b_0 - a_1b_1) + b_2(a_1^2 - a_2) & a_2b_1 - a_1b_2 & b_2 - a_2b_0 & b_0a_1 - b_1 \\ a_2(a_1b_2 - a_2b_1) & a_2(a_2b_0 - b_2) & a_2(b_1 - a_1b_0) & (b_2 - a_1b_1) + b_0(a_1^2 - a_2) \end{bmatrix}$$

avec :

$$\det = a_2(b_1^2 - b_0b_2) + b_2(b_2 - a_1b_1) - b_0a_2(a_1b_1 - a_2b_0) + b_0b_2(a_1^2 - a_2)$$

d'après l'équation (V.15) on peut déduire les paramètres du régulateur :

$$\begin{cases} S_0 = \frac{1}{\det} \left\{ \rho_0 [a_2(b_1^2 - b_0b_2) + b_1(b_2 - a_1b_1)] + b_0 [\rho_1(a_1b_2 - a_2b_1) + \rho_2(a_2b_0 - b_2)] \right\} \\ S_1 = \frac{1}{\det} \left\{ b_2 [\rho_0(a_2b_1 - a_1b_2) + \rho_1(b_2 - a_2b_0) + \rho_2(a_1b_0 - b_1)] \right\} \\ r_0 = \frac{1}{\det} \left\{ \rho_0 [a_2(a_2b_0 - a_1b_1) + b_2(a_1^2 - a_2)] + \rho_1(a_2b_1 - a_1b_2) + \rho_2(b_2 - a_2b_0) \right\} \\ r_1 = \frac{1}{\det} \left\{ a_2 [\rho_0(a_1b_2 - a_2b_1) + \rho_1(a_2b_0 - b_2) + \rho_2(b_1 - a_1b_0)] \right\} \end{cases}$$

$$\det = a_2[b_1^2 - b_0b_2] + b_2[b_2 - a_1b_1] - b_0a_2[a_1b_1 - a_2b_0] + b_0b_2[a_1^2 - a_2]$$

$$\begin{cases} t_0 = \frac{\rho_0}{b_0 + b_1 + b_2} \\ t_1 = \frac{\rho_1}{b_0 + b_1 + b_2} \\ t_2 = \frac{\rho_2}{b_0 + b_1 + b_2} \end{cases}$$

Ainsi le régulateur numérique est synthétisé

#### APPLICATION SUR L'ASSOCIATION ONDULEUR-MACHINE :

Afin de mieux tester notre régulateur , nous l'avons appliqué sur l'association onduleur-machine .

La figure ci-dessous représente schématiquement cette association :

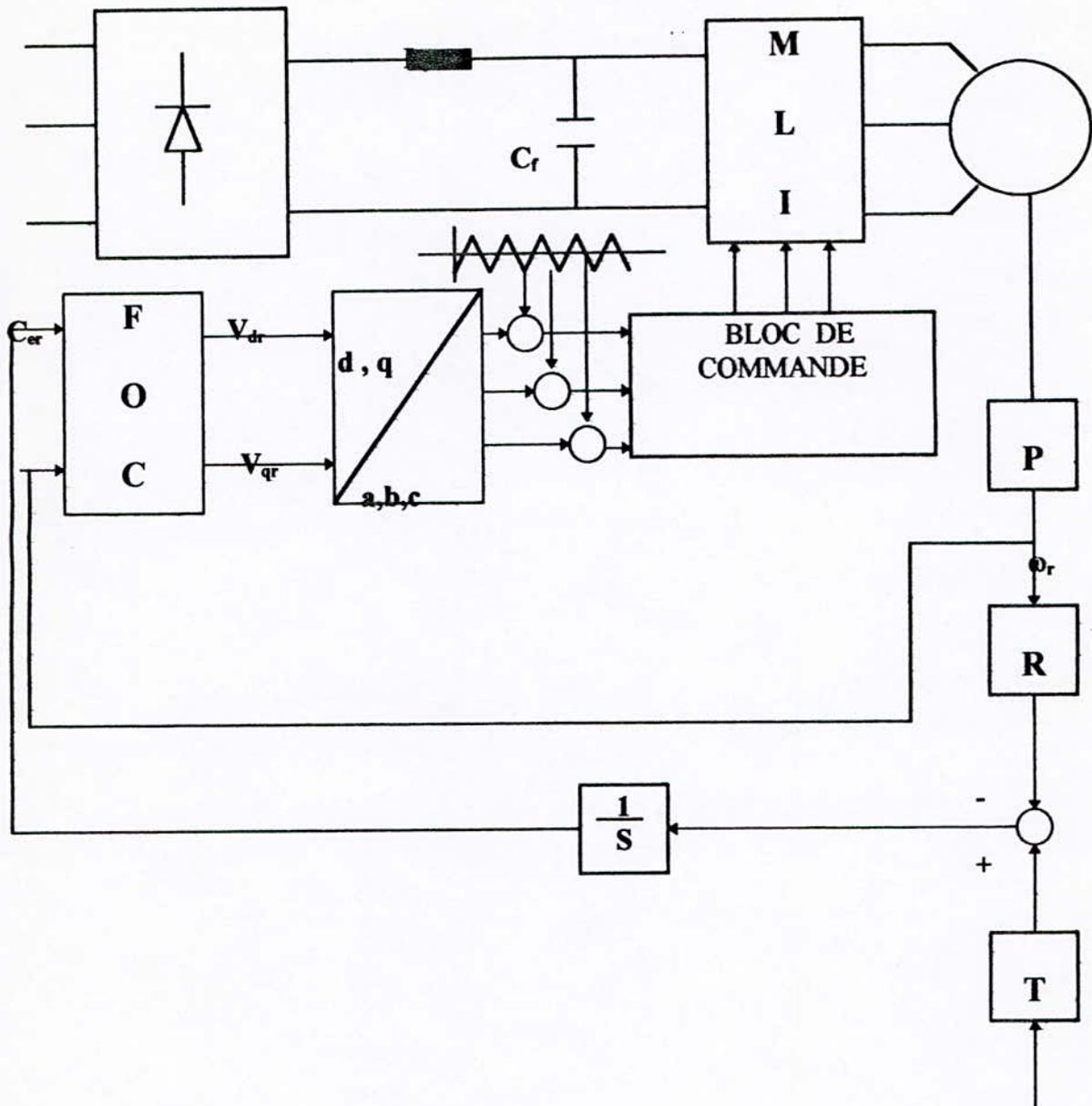


Fig.6 : régulation numérique de l'ensemble onduleur-machine

### V.6.3 TESTES DE ROBUSTESSE :

#### V.6.3.1 TESTE SUR LA MARGE DE MODULE :

Nous avons utilisé le diagramme de Bode pour visualiser l'évolution de l'amplitude de la fonction de sensibilité perturbation-sortie  $Syp(e^{-j\omega})$  dans le domaine fréquentiel et déduire la marge de module.

Nous avons :

$$Syp(Z^{-1}) = \frac{A(Z^{-1}) \cdot S(Z^{-1})}{P(Z^{-1})} \quad (V.41)$$

connaissant,  $A(Z^{-1})$ ,  $S(Z^{-1})$ , et  $P(Z^{-1})$  de notre modèle :

$$Syp(Z^{-1}) = \frac{(1 + a_1 + a_2 Z^{-2}) \cdot (S_0 + S_1 Z^{-1})}{P_0 + P_1 Z^{-1} + P_2 Z^{-2}} \quad (V.42)$$

$$Syp(Z^{-1}) = \frac{S_0 + (S_1 + a_1 S_0) Z^{-1} + (a_1 S_1 + a_2 S_0) Z^{-2} + a_2 S_1 Z^{-3}}{P_0 + P_1 Z^{-1} + P_2 Z^{-2}} \quad (V.43)$$

Le tracé du module de l'équation (V.43) est donné par la figure (V.8), ce qui nous a permis de déduire la marge de module :

$$\Delta M = \frac{1}{|Syp|_{MAX}}$$

dans notre cas :  $\Delta M =$

### V.6.3.2 TESTE VIS-A-VIS DES INCERTITUDES OU VARIATION DES PARAMETRES DU MODELE DE PROCEDE :

On sait que la courbe  $Syp^{-1}(e^{jw})$  en dB, qui s'obtient par symétrie de  $Syp(e^{jw})$ , nous donnera à chaque fréquence une condition suffisante pour le module de l'écart toléré entre la fonction de transfert réelle en boucle ouverte et la fonction de transfert en boucle ouverte nominale.

Nous avons :

$$Syp^{-1}(e^{-jw}) = \frac{P(Z^{-1})}{A(Z^{-1})S(Z^{-1})}$$

$$Syp^{-1}(e^{-jw}) = \frac{P_0 + P_1 Z^{-1} + P_2 Z^{-2}}{S_0 + (S_1 + a_1 S_0) Z^{-1} + (a_1 S_1 + a_2 S_0) Z^{-2} + a_2 S_1 Z^{-3}}$$

La figure 1 donne le diagramme de  $|Syp^{-1}(w)|$  permettant de déduire les tolérances nominale et le modèle réel.

Nous avons pris un modèle différent du modèle nominale ( avec variation des paramètres) :

$$H'_{BO} = \frac{b'_0 + b'_1 Z^{-1} + b'_2 Z^{-2}}{1 + a'_1 Z^{-1} + a'_2 Z^{-2}}$$

En faisant la différence :  $|H_{BO}(Z^{-1}) - H'_{BO}(Z^{-1})|$

### V.6.3.3 TESTE SUR LA MARGE DE PHASE :

Nous avons la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$H_{BO}(Z^{-1}) = \frac{B(Z^{-1})R(Z^{-1})}{A(Z^{-1})S(Z^{-1})}$$

$$= \frac{(b_0 + b_1Z^{-1} + b_2Z^{-2})(r_0 + r_1Z^{-1})}{(1 + a_1Z^{-1} + a_2Z^{-2})(S_0 + S_1Z^{-1})}$$

$$H_{BO}(Z^{-1}) = \frac{b_0r_0 + (b_0r_1 + b_1r_0)Z^{-1} + (b_1r_1 + b_2r_0)Z^{-2} + b_2r_1Z^{-3}}{S_0 + (S_1 + a_1S_0)Z^{-1} + (a_1S_1 + a_2S_0)Z^{-2} + a_2S_1Z^{-3}}$$

Le diagramme de gain et de phase de  $H_{BO}(Z^{-1})$ , sont représentés à la figure.

CHAPITRE V : COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES ROBUSTE AVEC CALIBRAGE DE LA FONCTION DE SENSIBILITE PERTURBATION- SORTIE.

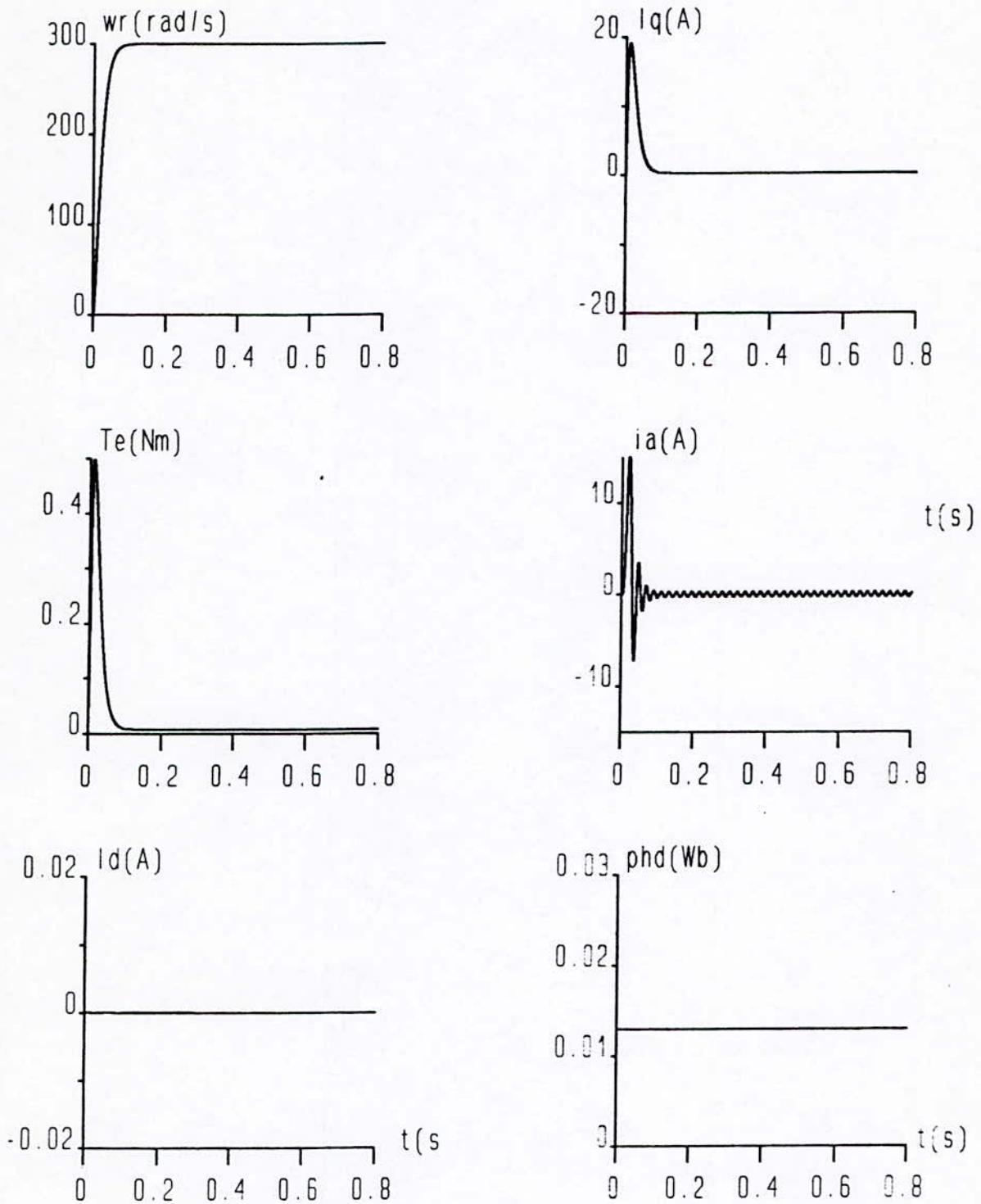


Figure (V.7.a) : Réglage numérique de l'association FOC - MSAP lors d'une variation de 10% sur  $L_q$

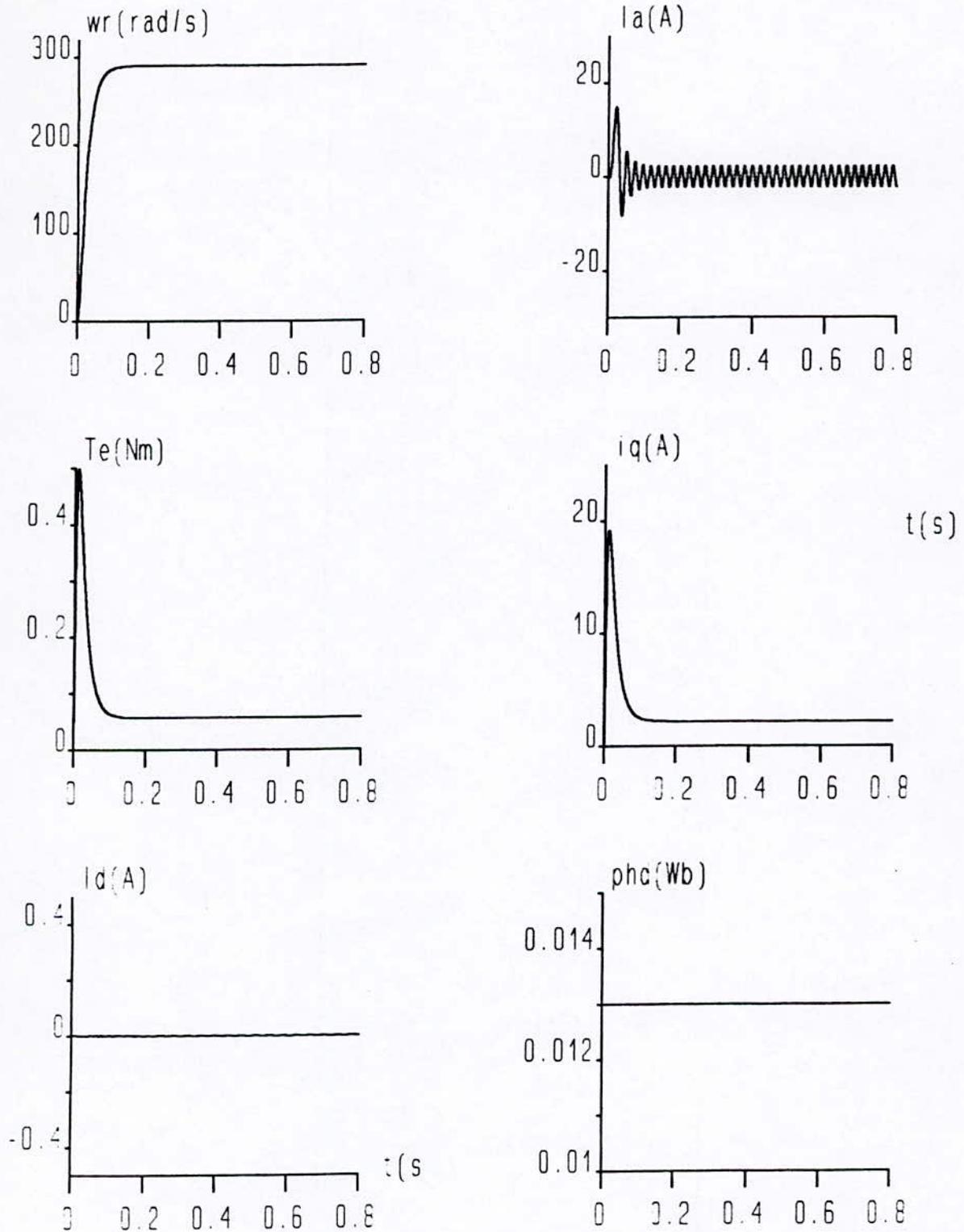


Figure (v.7.b) : Réglage numérique de l'association FOC-MSAP (Démarrage en plein charge).

CHAPITRE V : COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES ROBUSTE AVEC CALIBRAGE DE LA FONCTION DE SENSIBILITE PERTURBATION- SORTIE.

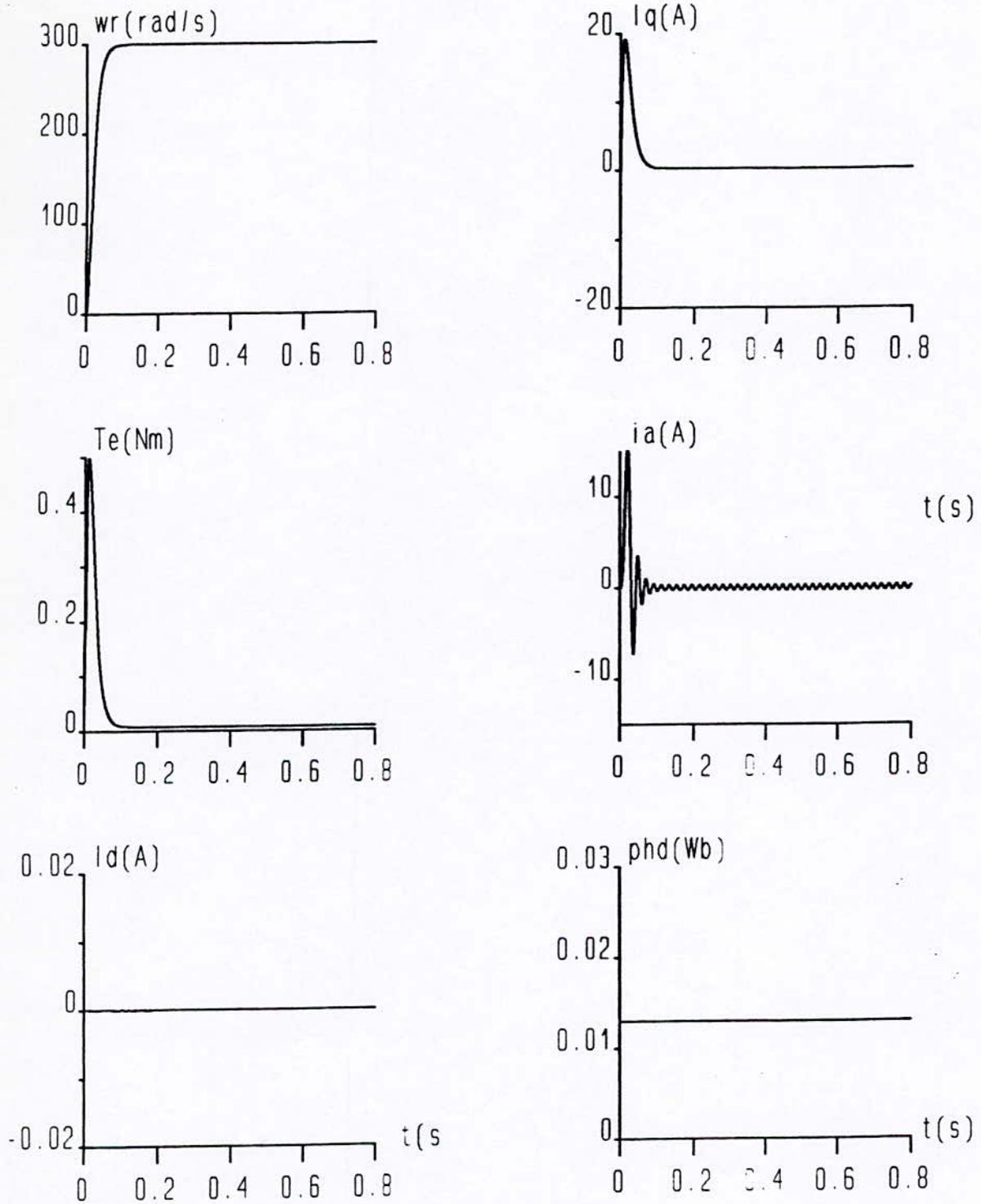


Figure (V.7.c) : Réglage numérique de l'association MLI-MSAP à vide

CHAPITRE V : COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES ROBUSTE AVEC CALIBRAGE DE LA FONCTION DE SENSIBILITE PERTURBATION- SORTIE.

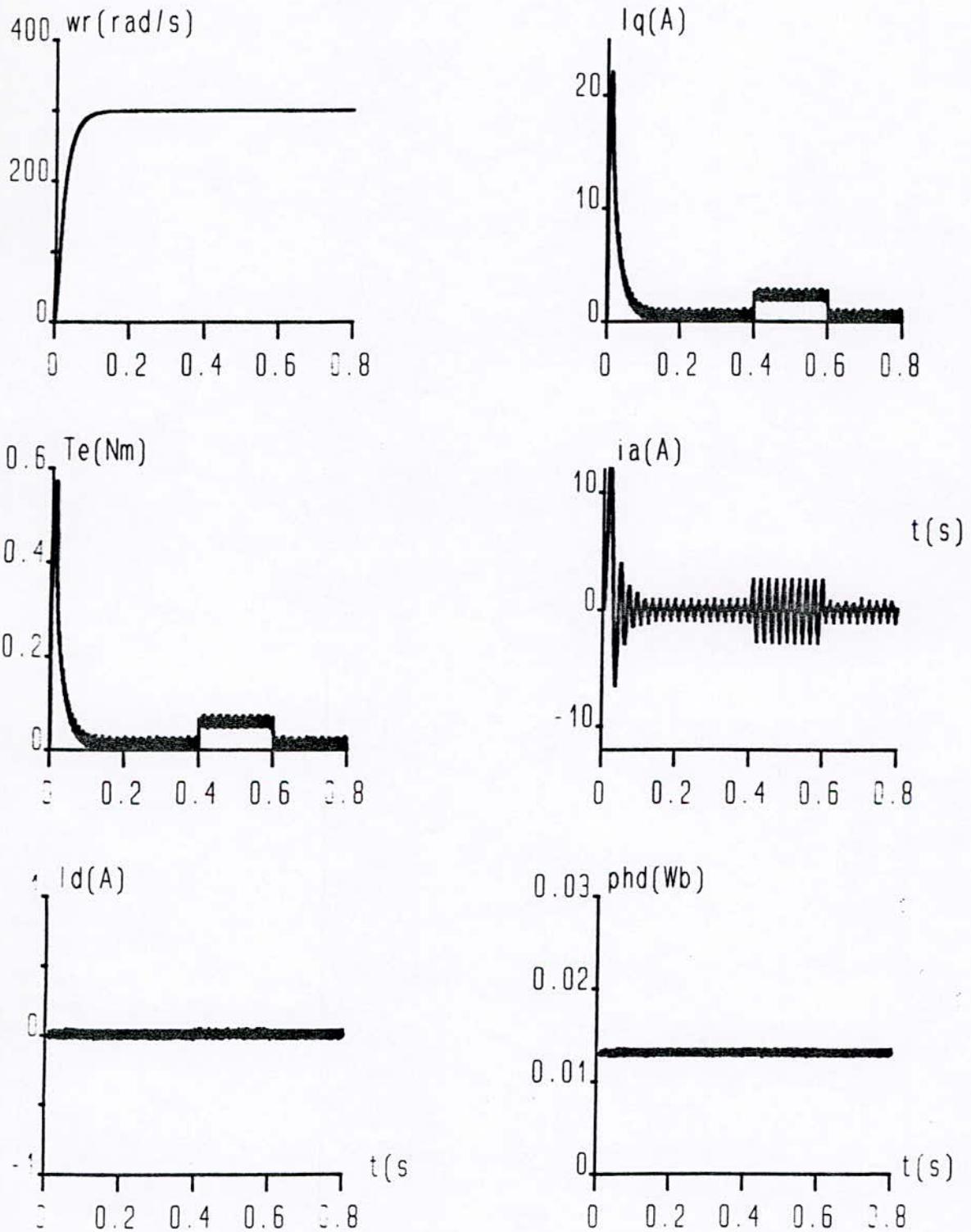


Figure (V.8. a) : Réglage numérique de la vitesse lors de l'application d'une charge au régime établi.

CHAPITRE V : COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES ROBUSTE AVEC CALIBRAGE DE LA FONCTION DE SENSIBILITE PERTURBATION- SORTIE.

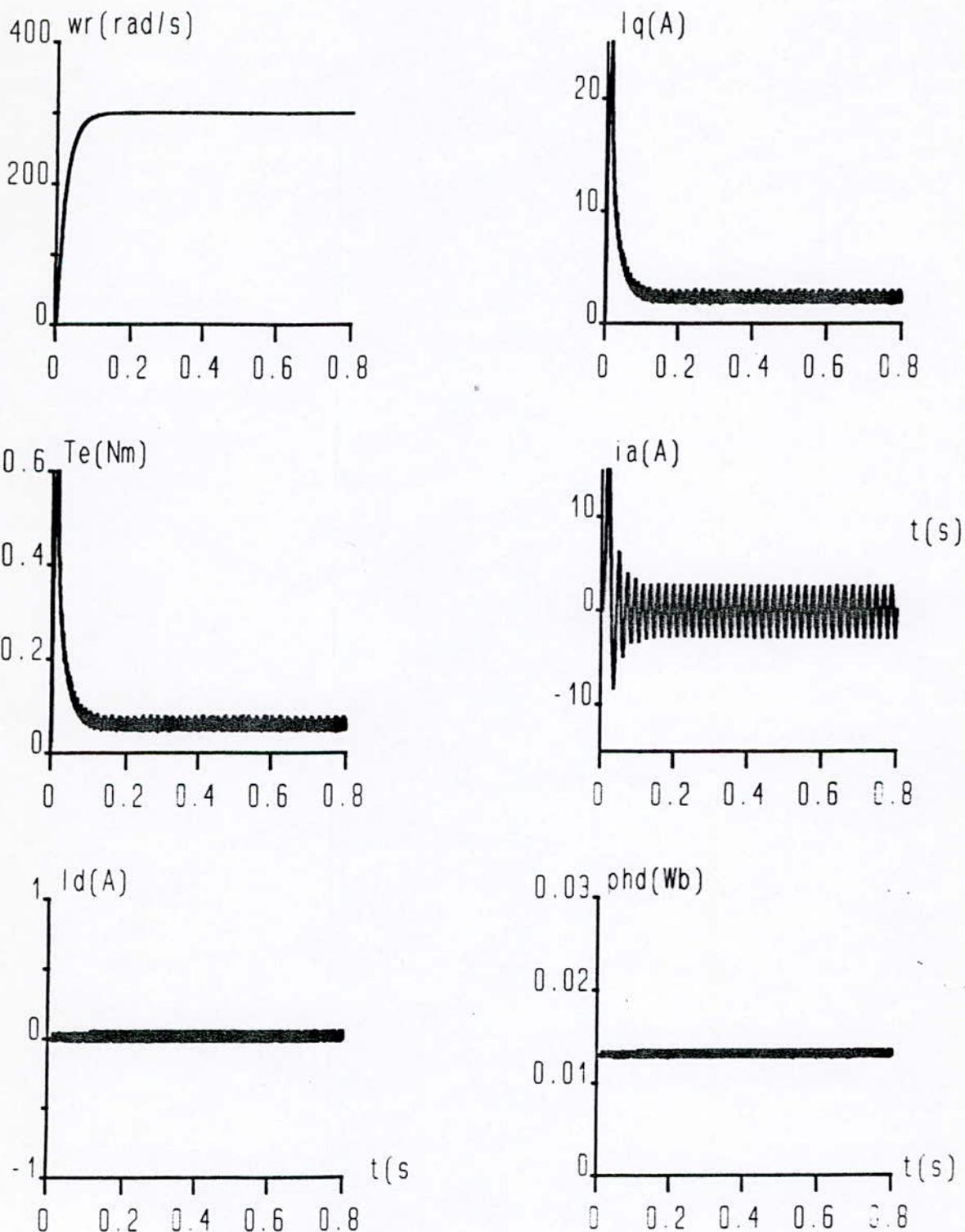
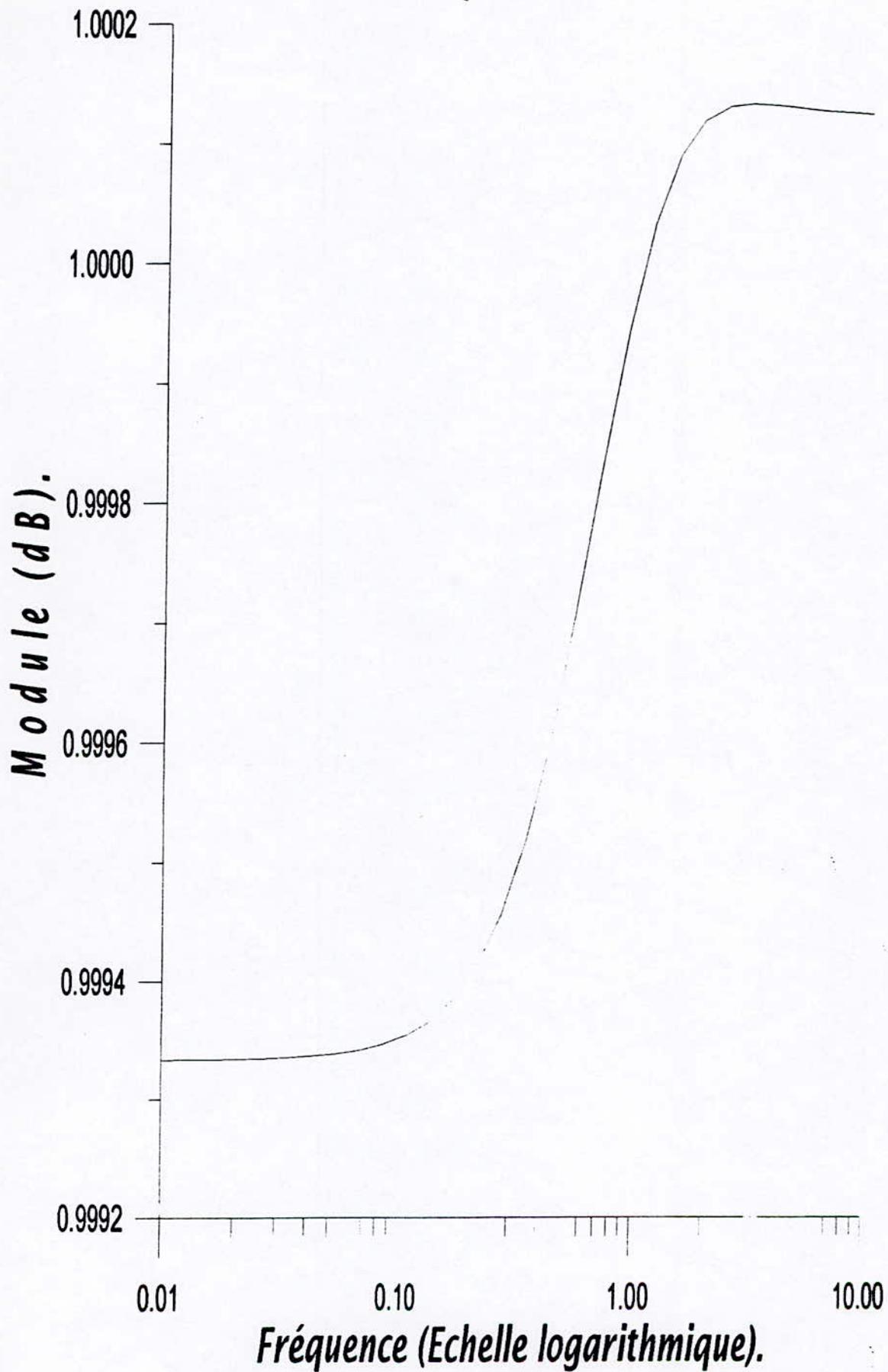
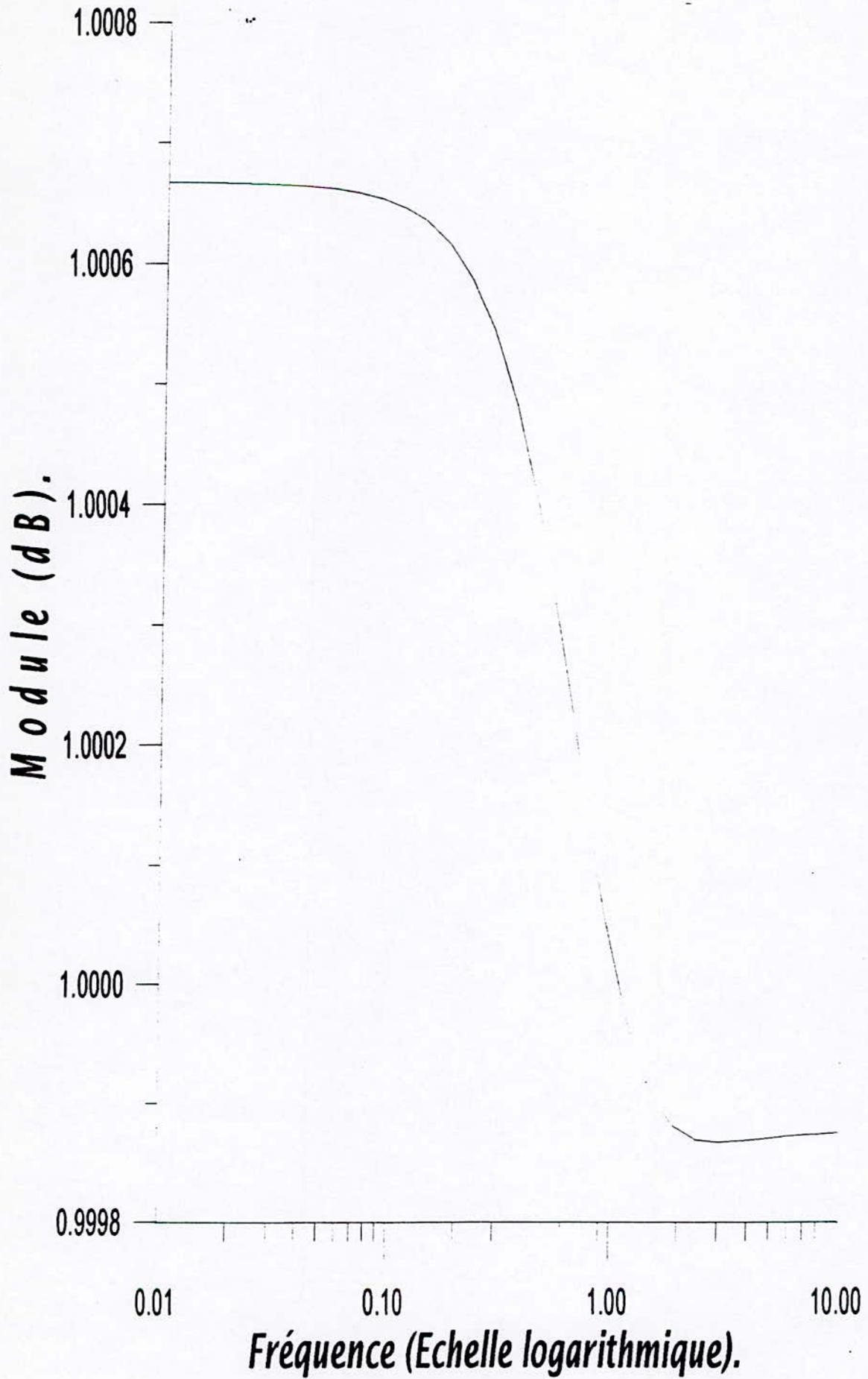


Figure (v.8.b) : réglage numérique de l'association MLI-MSA lors du démarrage en charge avec une variation de 10% de  $L_q$

**CHAPITRE V : COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES ROBUSTE AVEC CALIBRAGE DE LA FONCTION DE SENSIBILITE PERTURBATION- SORTIE.**



CHAPITRE V : COMMANDE PAR PLACEMENT DE POLES ROBUSTE AVEC CALIBRAGE DE LA FONCTION DE SENSIBILITE PERTURBATION- SORTIE.



***CONCLUSION GENERALE***

## CONCLUSION GENERALE

Dans ce travail plusieurs méthodes de synthèse de régulateurs ont été présentées .

Dans une première partie nous avons synthétisé un régulateur standard par la méthode d'imposition des pôles ; dont les résultats obtenus montrent l'incapacité de ce type de régulateur à satisfaire les performances désirées.(stabilité robuste et rejet des perturbations ) .

Dans l'autre partie, nous avons présenté deux solutions en synthétisant deux types de régulateurs robustes.

- la synthèse Hinf par les facteurs premiers pose le problème d' optimisation robuste de façon à fournir à notre sujet quelques garanties. Le réglage de vitesse étudié donne des résultats satisfaisants .Un limiteur de courant s'impose.
- Le second type est numérique issu d'une technique combinant le placement de pôles avec un calibrage de la fonction de sensibilité perturbation-sortie, le régulateur ainsi synthétisé est appliqué à la commande en vitesse de la machine synchrone à aimants permanents. Après la vérification des marges de robustesse nous pouvons conclure que les régulateurs numérique sont parfaitement adaptés à la régulation des procédés ayant des incertitudes sur les paramètres du système à réguler .

## ***PERSPECTIVES :***

Parmi les problèmes qui n'ont pas été abordés d'une façon détaillée et qui pourront faire l'objet d'une futur recherche, nous pouvons citer les ponts suivants :

- $H_{\infty}$  non linéaire.
- Application de nouvelles théories de commande robuste à la machine synchrone à aimants permanents, telles que la commande CRONE ou la méthode de synthèse  $H_{\infty}$  par Loop-Shaping.
- Appliquer la synthèse  $\mu$ -analyse, après synthèse du correcteur  $H_{\infty}$  à la MSAP.

## ***BIBLIOGRAPHIE***

## BIBLIOGRAPHIE

### OUVRAGES :

- [ 1 ] - VAS. P : *vector control of AC machine*  
clarendon press oxford, 1990, USA
- [ 2 ] - CHATLIN. J : *machines électriques, vol 2*  
Dunod, 1983
- [ 3 ] - BARRET. P : *régimes transitoires des machines tournantes*
- [ 4 ] - BUHLEUR. H : *conception de systèmes automatiques*  
Press Polytechnique Rommande, 1988
- [ 5 ] - SEGUIER. G : *Les convertisseurs de l'électronique de puissances*  
Lavoisier, 1990
- [ 6 ] - FRANCIS. B. A : *A courses in  $H\infty$  control theory*  
Notes in control and information sciences. NEW YORK, Verlag,  
1987.
- [ 7 ] - SHAHIAN. B et HASSUL. M : *Control system design. Using Matlab*  
Prentice Hall, Englewood Cliffs, NEW JERSEY  
1993
- [ 8 ] - BERNUSSOU. J : *Commande robuste*  
Edition Hermès, 1996.
- [ 9 ] - LANDAU. I D : *Identification et commande des procédés*  
2ème édition, Hermès, Paris, 1993
- [ 10 ] - BUHLEUR. H : *Réglage échantillonné.*  
Press Plytechnique Romandes, 1988.
- [ 11 ] - KRALISE. P : *Analyse of electrical machinery.*  
Mc. Graw. Hill International Edition, 1986.
- [ 12 ] - MORARI. M et ZAFIRIOU. E : *Robust process control.*  
Prentice Hall International, Englewood Cliffs, USA.

### ARTICLES ET PUBLICATIONS :

- [ 13 ] - DE LARMINAT : *La commande robuste : Un tour d' horizon.*  
CNRS, Automatique, Juillet 1989.

## BIBLIOGRAPHIE

- [ 14 ] - ROBIN. J et XIANYA. X : *Robust regulator design.*  
INT. J. Control, Vol. 41, No. 2, 461 -476.
- [ 15 ] - CHEN. B et CHIN-CHANG. W : *Robust linear controller design : Time domain approach.*  
IEEE Transactions in Automatic Control, Vol. AC-32, No. 2, 1987
- [ 16 ] - PRAKASIL. R : *Robust control of a CSI-Fed inductio motor drive system.*  
IEEE Transactions On Industry Applications, Vol. 23, No. 4, 1987.
- [ 17 ] - KEITH. G : *Robust stabilization of normalized coprime factor plant descriptions with  $H_\infty$ - Bounded uncertainty.*  
IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, 1989.
- [ 18 ] - DOYLE. J et KEITH. G : *State space solutions to standard control problems.*  
IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 34, No. 8, 1989
- [ 19 ] - BERNUSSOU. J et GARCIA.G : *Pole assignement for uncertain systems in a specified disk by state feedback.*  
IEEE. T. A. C, 1993.

### THESES :

- [ 20 ] - BOUHASSOUN. E et TLEMCANL. M : *Commande vectorielle de la machine synchrone à aimants permanents.*  
PFE, ENP 1995 ALGER
- [ 21 ] - REKIOUA. D : *Etude et modélisation des machines synchrones à aimants permanents associées à des onduleurs de tension.*  
MAGISTER, ENP 1993 ALGER.
- [ 22 ] - THOMAS. JL : *Contributions à la commande robuste des machines asynchrones.* ✓  
DOCTORAT D'ETAT, CNAM 1994
- [ 23 ] - ROBYNS. B : *Commande numérique des moteurs synchrones et asynchrones.*  
Séminaire sur les entraînements électriques à vitesse variable.  
RABAT, Avril 1992.
- [ 24 ]- Organisation : ALLA. H : *Robustesse : analyse et synthèses de commandes robustes.*  
Ecole d'été d'automatique de grenoble, Septembre 1993.

***ANNEXE***

## ANNEXE :

La machine utilisée lors du déroulement des différents calculs et simulations est une machine synchrone à aimants permanents de type SmCo à distribution sinusoïdale, de 100W, 28 V et dont les paramètres sont :

$$R_s = 3.4 \Omega$$

$$L_d = 21 \text{ mH}$$

$$L_q = 21 \text{ mH}$$

$$J = .0001 \text{ N.m/rd.s}^2$$

$$f = .00005 \text{ N.m/rd.s}$$

$$P = 2$$

$$\phi_f = .013 \text{ Wb}$$