

وزارة التربية الوطنية  
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ANALYSE DE BASE DES METHODES  
D'ECOULEMENT DE PUISSANCE  
OPTIMAL ET APPLICATIONS

Proposé par : A.HELLAL

Etudié par : H.BENKACI ALI

Dirigé par A.HELLAL

M.LEBIB

PROMOTION 1992-93

DEDICACES

A ma mère, à la mémoire de mon père,  
à Mme Y.AOUCHICHE, à ma famille,  
à tous ceux qui me sont chers

MEROUANE

A mes parents  
ma mere, mon pere  
A toute ma famille  
mes freres  
mes soeurs  
A tous mes amis

HASSENE

## REMERCIEMENT

Nous remercions vivement notre promoteur Monsieur A.Hellal pour toute l'aide qu'il nous a sans cesse apporté, pour nous avoir guidés et orientés dans notre travail et pour l'intérêt qu'il a manifesté vis-à-vis de notre travail.

Nous tenons aussi à remercier tous ceux de nos proches et de nos amis pour leur soutien moral par leur aimable aide et leurs précieux conseils.

هذه الأطروحة تدرس مشكل الحمل الأمثال القدرة في أنظمة الطاقة الكهربائية. الهدف العملي هو خفض تكلفة الإنتاج للقدرة الحقيقية مع مراعات العوائق لحمل القدرة (توزيع مقتصد).  
استعملت طريقة التدرج في الأول مع ضبط متغيرات التحكم لخفض تكلفة التوليد. تقنيتان لهذه الطريقة عرضتا و قرنتا.  
عرضت فيما بعد طريقة نيوتن المقربة لحل العديد من المشاكل مع مقدمة في مفهوم تحفيض التقلان.

## ABSTRACT

This thesis deals with the problem of optimal load flow in power systems. The practical probleme considered is a minimisation of the production cost of active power with the onstraint of a power flow probleme (economic dispatch).

A gradient method is used first, by adjusting the control variables which minimize the cost of generators. Two techniques of this method are presented and compared

The NEWTON approach is then presented to solve the same probleme with introduction of concept (p- $\theta$  and Q-V).

|   |    |
|---|----|
| INTRODUCTION.....   | 1  |
| NOTATIONS.....  | 3  |
| CHAPITRE I: Formulation Mathématique.....                 | 5  |
| I-0- Généralités.....                                     | 6  |
| I-1- Méthode du Gradient.....                             | 8  |
| I-1-1- Méthode du Gradient du 1er ordre.....              | 10 |
| I-1-2- Méthode du Gradient du 2e ordre.....               | 13 |
| .....I-2- Méthode de NEWTON.....                          | 16 |
| I-2-1- Technique de découplage.....                       | 19 |
| CHAPITRE II- Applications aux problème de l'écoulement de |    |
| puissance optimal.....                                    | 21 |
| II-1- Signification des éléments du problème.....         | 22 |
| II-1-1- Variable d'état.....                              | 22 |
| II-1-2- Variable de controle.....                         | 23 |
| II-1-3- Contraintes de l'écoulement de puissance.....     | 23 |
| II-1-4- Calcul de l'écoulement de puissance.....          | 24 |
| II-1-5- Contraintes inégalités.....                       | 24 |
| II-2- Solution du problème de l'écoulement de puissance   |    |
| optimal.....  | 26 |
| II-2-1- Méthode du Gradient.....                          | 27 |
| II-2-2- Méthode du Gradient du 1er ordre.....             | 27 |
| II-2-3- Méthode du Gradient de 2e ordre.....              | 36 |
| II-2-4- Variation de la puissance active demandée.....    | 40 |
| II-3- Approche de NEWTON.....                             | 40 |
| II-4- Découplage du problème d'écoulement de puissance    |    |
| optimal.....  |    |

TABLE DES MATIERES

|  |    |
|--|----|
| CHAPITRE III: Simulations et interprétation des résultats..... | 49 |
| CONCLUSION GENERALE .....                                      | 58 |
| BIBLIOGRAPHIE.....   | 60 |

## INTRODUCTION:

L'économie et la sécurité d'un système de puissance sont les objectifs majeurs de l'application de calcul numérique dans l'industrie de puissance.\*

C'est une tâche difficile qui fait appel à des analyses avancées vu la dimension et la complexité du réseau qui ne cessent d'augmenter.

Le développement du dispatching économique de l'optimisation de l'écoulement de puissance a fait son apparition dans les années 20 lorsque la puissance générée par des groupes de production dépassait la puissance totale demandée.

Le problème était donc, comment répartir la puissance active entre les groupes avec un coût minimal tout en satisfaisant la demande?

Spécialement le dispatching économique est un processus de calcul par lequel la puissance générée répond à la demande du consommateur et à la stabilité du réseau (machines génératrices, transformateurs, lignes,...).

Pour résoudre le problème d'optimisation de l'écoulement de puissance, plusieurs méthodes ont été utilisées dès les années 20 (par exemple: méthodes des coûts marginaux). Vers la fin des années 50 des travaux ont été effectués pour améliorer la méthode des formules de pertes (méthode de coefficient B) et ceux avec l'apparition de l'écoulement de puissance.

L'écoulement de puissance est caractérisé par l'injection des puissances actives et réactives en chaque noeud, son objectif étant de déterminer la tension et l'angle en chaque noeud du réseau à partir desquels d'autres quantités sont calculées (exemple: formule des pertes).

L'optimisation a été appliquée à l'écoulement de puissance durant les années 60.

L'optimisation de l'écoulement de puissance est un calcul d'écoulement de puissance qui minimise le coût de production, ou autres quantités (les pertes) en prenant en considération les limites des équipements du système de puissance.

Dans les années 70 une contrainte importante, la sécurité a été prise en compte dans la procédure d'écoulement de puissance pour protéger le réseau.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour résoudre la majorité de ces problèmes. Parmi les premières celles de DOMMEL-TINNEY qui porte le nom du gradient. Certaines méthodes manipulent l'écoulement de puissance de façon à réduire le temps de calcul pour s'approcher au mieux du temps réel, vu que la demande varie d'un instant à un autre.

Dans ce présent travail, nous étudierons quelques méthodes qui touchent la majorité des problèmes cités, soit :

### 1- Méthode du Gradient

2- Methode de Newton

3- Méthode de couplé (formule condensée)

Pour ce faire le plan notre travail se présente comme suit :

Dans le premier chapitre nous exposerons la formulation mathématique du problème ainsi que celle des méthodes à présenter, nous verrons leur modèle mathématique et leur procédure.

Les applications aux problèmes de la répartition de puissance optimale dans un réseau électrique seront traitées dans le second chapitre.

Nous ferons ensuite les comparaisons et les interprétations des résultats dans le troisième chapitre.

Enfin nous terminerons notre travail par des conclusions.



F: fonction objective.

G: contrainte égalité.

U: variable de controle.

X: variable d'état.

U<sub>min</sub>: valeur minimale de la variable d'état.

U<sub>max</sub>: valeur maximale de la variable d'état.

H: contrainte inégalité.

L: fonction Lagrangien.

$\lambda$ : multiplicateur de Lagrange.

$\mu$ : vecteur variable duale.

dF: différentielle de F.

$\partial F$ : dérivée partielle de F.

F': première dérivée de F

F'': seconde dérivée de F

V<sub>i</sub>: amplitude de la tension nodale

$\theta_i$ : phase de la tension nodale

Y<sub>ij</sub>: admit tance

G<sub>ij</sub>: réactan ce

B<sub>ij</sub>: susceptan ce

$\theta_{ij}$ : phase de l'élément de la matrice admit tan ce

P<sub>c</sub>: puissance totale consommée

$\alpha_i$ ,  $\beta_i$  et  $\gamma_i$ : coefficients de cout

$\Delta P_g$ : var iation de la puissance active

Q<sub>l<sub>i</sub></sub>: puissance réactive cosommée en chaque noeud

P<sub>l<sub>i</sub></sub>: puissance consommée en chaque noeud

Q<sub>g</sub>: puissance réactive générée

P<sub>g</sub>: puissance active générée

n: nombre de noeuds

---

$m$ : nombre de noeuds générateurs.

$A, B, C$ : élément la matrice Jacobienne.

CHAPITRE I.  
FORMULATION MATHÉMATIQUE

**I-1-GENERALITES:**

D'une façon générale le problème mathématique consiste à optimiser une ou plusieurs quantités (minimiser ou maximiser) appelées fonctions objectives sujets à des contraintes de type égalité et à d'autres contraintes de type inégalité.

La fonction objective et la contrainte sont fonctions de deux types de variables (en général): de contrôle et d'état.

Un problème de minimisation se définit par:

$$\left. \begin{array}{l} \min F(U, X) \quad (1) \\ \text{lié à } \quad G(U, X) = 0 \quad (2) \\ \quad \quad H(U, X) \leq 0 \quad (3) \end{array} \right\} \quad (I)$$

U: variable de contrôle (variable à ajuster pour obtenir l'optimum).

X: variable d'état.

Le problème (I) est un problème non linéaire multivariable avec des contraintes non linéaires.

La solution de ce problème nécessite des méthodes de linéarisation. La solution est obtenue lorsque les problèmes (1), (2) et (3) sont vérifiés simultanément.

Une manière de résoudre les problèmes (1), (2) et (3) simultanément est de les rassembler dans une seule fonction Lagrangien.

La fonction Lagrangien s'écrit sous la forme

$$L(U, X) = F(U, X) + \lambda G(U, X) + \mu H(U, X) \quad (4)$$

avec  $\lambda$ : multiplicateur de Lagrange (vecteur).

$\mu$ : vecteur variables duales.

La solution simultanée du Lagrangien est:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial U} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial X} &= 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} &= G(U, X) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II})$$

Pour le dernier terme du Lagrangien, il doit vérifier les conditions de KUHN-TUCKER.

### CONDITIONS DE KUHN-TUCKER:

La méthode la plus connue où les inégalités sont prises en considération est celle basée sur les conditions de KUHN-TUCKER.

Les conditions sont les suivantes:

$$\mu H(U, X) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \mu = 0 \\ \text{ou bien} \\ \frac{\partial L(U, X)}{\partial \mu} = H(U, X) = 0 \end{cases}$$

L'algorithme est le suivant:

- 1- Résoudre les équations (II) pour  $\mu=0$ .
- 2- Vérifier si:

$H(U, X) \leq 0$  aller à l'étape 3

$H(U, X) > 0$   $\mu$  devient un multiplicateur de Lagrange comme  $\lambda$   
et résoudre simultanément (II) avec  $\frac{\partial L(U, X)}{\partial \mu} = 0$

- 3- STOP.

Le système (II) développé s'écrit:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial U} = \frac{\partial F}{\partial U} + \lambda \frac{\partial G}{\partial U} + \mu \frac{\partial H}{\partial U} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = \frac{\partial F}{\partial X} + \lambda \frac{\partial G}{\partial X} + \mu \frac{\partial H}{\partial X} = 0 \quad (6)$$

(III)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = G(U, X) = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = H(U, X) = 0 \quad (8)$$

Nous allons présenter quelques méthodes de résolution de ces systèmes.

### I-2-METHODE DU GRADIENT:

Dans cette méthode on considère  $\mu=0$ , donc le système (III) se réduit à:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial U} = \frac{\partial F}{\partial U} + \lambda \frac{\partial G}{\partial U} = 0 \quad (5a)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = \frac{\partial F}{\partial X} + \lambda \frac{\partial G}{\partial X} = 0 \quad (6a) \quad (IV)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = G(U, X) = 0 \quad (7a)$$

La difficulté de résoudre le problème d'optimisation réside dans la manipulation des contraintes qui sont non linéaires.

La méthode du gradient combine les équations (5a) et (6a) pour réduire la dimension du problème.

De l'équation (6a) on tire:

$$\lambda = - \left[ \left( \frac{\partial G}{\partial X} \right)^t \right]^{-1} \frac{\partial F}{\partial X} \quad (9)$$

En remplaçant  $\lambda$  dans l'équation (5a) on obtient:

$$\frac{\partial L}{\partial U} = \frac{\partial F}{\partial U} - \left( \frac{\partial G}{\partial X} \right)^t \left[ \left( \frac{\partial G}{\partial X} \right)^t \right]^{-1} \frac{\partial F}{\partial X} \quad (10)$$

D'autre part:

Les différentielles de  $F(U, X)$  et de  $G(U, X)$  se calculent à partir des équations (1) et (2.)

L'équation (1) nous donne:

$$dF(U, X) = \frac{\partial F}{\partial U} \cdot dU + \frac{\partial F}{\partial X} \cdot dX \quad (11)$$

L'équation (2) nous donne:

$$dG(U, X) = \frac{\partial G}{\partial U} \cdot dU + \frac{\partial G}{\partial X} \cdot dX = 0 \quad (12)$$

de l'équation (12) on obtient:

$$dX = - \left( \frac{\partial G}{\partial X} \right)^{-1} \cdot \left( \frac{\partial G}{\partial U} \right) \cdot dU \quad (13)$$

L'équation (11) devient

$$dF(U, X) = \left[ \frac{\partial F}{\partial U} - \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \left( \frac{\partial G}{\partial X} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial G}{\partial U} \right] \cdot dU = \nabla F \cdot dU \quad (14)$$

avec:

$$\nabla F = \left[ \frac{\partial F}{\partial U} - \frac{\partial F}{\partial X} \cdot \left( \frac{\partial G}{\partial X} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial G}{\partial U} \right] \quad (15)$$

L'équation (14) nous permet de résoudre le problème d'optimisation tout en restant dans la région de réalisabilité. Une solution réalisable est une solution optimale qui vérifie la contrainte égalité.

Pour simplifier l'étude de la méthode du gradient, nous présenterons deux techniques de cette méthode[11].

### I-1-1-METHODE DU GRADIENT DU PREMIER ORDRE:

La méthode du gradient du premier ordre exploite le développement en série de Taylor du premier ordre de la fonction à minimiser et de la contrainte égalité.

Dans cette méthode, on considère la variable  $X$  constante pendant le processus d'optimisation, donc le problème (I) devient:

$$\text{lié à } \left. \begin{array}{ll} \min F(U) & (1c) \\ G(U) = 0 & (2c) \\ H(U) \leq 0 & (3c) \end{array} \right\} (V)$$

avec

$$U = (U_1, U_2, \dots, U_n)^t$$

En formant le développement en série de Taylor du premier ordre de  $F$  et de  $G$  on obtient:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial U_1} \cdot dU_1 + \frac{\partial F}{\partial U_2} \cdot dU_2 + \dots + \frac{\partial F}{\partial U_n} \cdot dU_n \quad (16)$$

$$dG = \frac{\partial G}{\partial U_1} \cdot dU_1 + \frac{\partial G}{\partial U_2} \cdot dU_2 + \dots + \frac{\partial G}{\partial U_n} \cdot dU_n = 0 \quad (17)$$

L'équation (17) montre que la somme des variations de  $G$  par rapport aux variations de  $U_i$  est nulle.

On peut donc choisir une variable dépendante  $U_j$  telle que

$$\frac{\partial G}{\partial U_j} dU_j = - \sum_{i \neq j} \frac{\partial G}{\partial U_i} dU_i \quad (18)$$



donc

$$dU_j = - \sum_{i \neq j} \frac{\partial G / \partial U_i}{\partial G / \partial U_j} dU_i \quad (19)$$

Les variables  $U_i$  avec  $i \neq j$  sont des variables indépendantes.

En substituant (19) dans l'équation (16), on obtient:

$$dF = \left[ \frac{\partial F}{\partial U_1} - \frac{\partial F}{\partial U_j} \left( \frac{\partial G / \partial U_1}{\partial G / \partial U_j} \right) \right] dU_1 + \dots + \left[ \frac{\partial F}{\partial U_n} - \frac{\partial F}{\partial U_j} \left( \frac{\partial G / \partial U_n}{\partial G / \partial U_j} \right) \right] dU_n \quad (20)$$

L'équation (20) va nous permettre d'obtenir l'optimal réalisable. Elle montre aussi que la différentielle de  $F$  est fonction des différentielles des variables indépendantes seulement.

$$\frac{dF}{dU_i} = \frac{\partial F}{\partial U_i} - \frac{\partial F}{\partial U_j} \left( \frac{\partial G / \partial U_i}{\partial G / \partial U_j} \right) \quad (21)$$

L'optimal réalisable est atteint lorsque  $\frac{dF}{dU_i}$  est inférieure à la tolérance.

Exemple avec deux variables:

$$\text{Minimiser } F(X) = F(x_1, x_2) \quad (22)$$

$$\text{sachant que: } G(X) = G(x_1, x_2) = 0 \quad (23)$$

Pour les déplacements  $x_1$  et  $x_2$  nous avons:

$$dF(X) = \frac{\partial F(X)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial F(X)}{\partial x_2} dx_2 \quad (24)$$

$$\text{de plus } dG(X) = \frac{\partial G(X)}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial G(X)}{\partial x_2} dx_2 = 0 \quad (25)$$

L'équation (20) appliquée à cet exemple nous donne:

$$dF(X) = \left[ \frac{\partial F(X)}{\partial x_1} - \frac{\partial F(X)}{\partial x_2} \left[ \frac{\partial G(X)}{\partial x_2} \right]^{-1} \frac{\partial G(X)}{\partial x_1} \right] \cdot dx_1 \quad (26)$$

Le gradient réduit est:

$$\frac{dF(X)}{dx_1} = \frac{\partial F(X)}{\partial x_1} - \frac{\partial F(X)}{\partial x_2} \left[ \frac{\partial G(X)}{\partial x_2} \right]^{-1} \frac{\partial G(X)}{\partial x_1} \quad (27)$$

La différentielle de  $F(X)$  ne dépend que du déplacement ( $dx_1$ ) de la variable indépendante  $x_1$ .

La direction du vecteur déplacement des variables indépendantes est telle que le gradient réduit tend à s'annuler (condition nécessaire d'obtention de l'optimal)

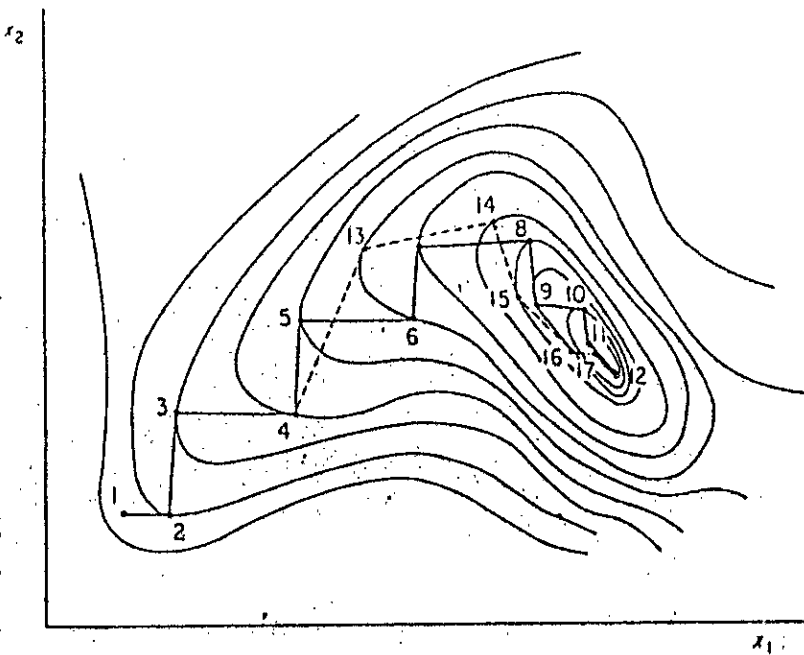


Figure I-1: Trajectoire du vecteur déplacement.

Si le déplacement devient nul alors l'optimum est atteint, sinon, on poursuit le processus d'optimisation jusqu'à ce que la fonction objective décroît vers le minimum

ou bien une nouvelle contrainte est rencontrée (voir figure I-1).

Toutes les variables sont alors calculées à partir des nouvelles valeurs des variables indépendantes.

### I-1-2-METHODE DU GRADIENT DU SECOND ORDRE:

Le développement en série de Taylor de la fonction F du second ordre est comme suit:

$$dF(U) = \left[ \frac{\partial F}{\partial U_1} dU_1 + \dots + \frac{\partial F}{\partial U_n} dU_n \right] + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial U_1^2} dU_1^2 + \dots + \frac{\partial^2 F}{\partial U_n^2} dU_n^2 \right] + \dots \quad (28)$$

Nous considérons F comme une somme de fonction dont chacune ne dépend que d'une seule variable

$$F(U) = \sum_i F_i(U_i) \quad (29)$$

$$\text{ce qui résulte que } \frac{\partial^2 F}{\partial U_i \partial U_j} = 0 \text{ pour } i \neq j \quad (30)$$

De l'équation (2c) on a:

$$dG = \frac{\partial G}{\partial U_1} dU_1 + \frac{\partial G}{\partial U_2} dU_2 + \dots + \frac{\partial G}{\partial U_n} dU_n = 0 \quad (31)$$

Cette équation nous permet d'écrire comme pour la première méthode:

$$dU_j = - \sum_{i \neq j} \frac{\partial G / \partial U_i}{\partial G / \partial U_j} dU_i \quad (32)$$

En substituant (32) dans équation (28) on obtient:

$$dF = \sum_{i \neq j} \left[ \frac{\partial F}{\partial U_i} - \frac{\partial F}{\partial U_j} \left( \frac{\partial G}{\partial U_j} \right)^{-1} \frac{\partial G}{\partial U_i} \right] dU_i + \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i \neq j} \left[ \frac{\partial G / \partial U_i}{\partial G / \partial U_j} \right]^2 dU_i^2 + 2 \sum_{i,k} \frac{\partial G / \partial U_i}{\partial G / \partial U_j} \frac{\partial G / \partial U_k}{\partial G / \partial U_j} dU_i dU_k \right\} \frac{\partial^2 F}{\partial U_j^2} \quad (33)$$

Avec  $i$  et  $k$  différent de  $j$ .

Pour chaque  $U_i$  avec  $i \neq j$  on a :

$$\frac{\partial F}{\partial U_i} = 0 = \left( \frac{\partial F}{\partial U_i} - \frac{\partial F}{\partial U_j} \frac{\partial G / \partial U_i}{\partial G / \partial U_j} \right) + \frac{\partial^2 F}{\partial U_i^2} dU_i + \frac{\partial^2 F}{\partial U_j^2} dU_j \sum_{k \neq j} \frac{\partial G / \partial U_i}{\partial G / \partial U_j} \frac{\partial G}{\partial U_k} dU_k \quad (34)$$

En posant :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial G / \partial U_i}{\partial G / \partial U_j} &= A_i \\ \frac{\partial F}{\partial U_i} &= F_i' \\ \frac{\partial F}{\partial U_j} &= F_j' \\ \frac{\partial^2 F}{\partial U_i^2} &= F_i'' \\ \frac{\partial^2 F}{\partial U_j^2} &= F_j'' \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

On obtient le système matricielle suivant:

$$\begin{bmatrix} F_1'' + F_j'' A_1 A_2 & F_j'' A_1 A_2 & \cdots & \cdots \\ F_j'' A_2 A_1 & F_2'' + F_j'' A_2^2 & F_j'' A_2 A_3 & \cdots \\ \vdots & F_j'' A_3 A_2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dU_1 \\ dU_2 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_1' + F_j' A_1 \\ F_1' + F_j' A_2 \\ \vdots \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (36)$$

La résolution de ce système nous permet d'avoir l'optimum en calculant

$$U = U + dU.$$

Le vecteur  $U$  est  $(U_1, U_2, \dots, U_n)$ .

## I-2-METHODE DE NEWTON:

Dans cette partie de notre étude, nous ne considérerons pas les contraintes inégalités fonctionnelles, nous ne considérerons que les limitations de bornes supérieure et inférieure des variables, en ajustant les variables qui dépassent à leurs valeurs limites.

Les conditions pour obtenir l'optimum (conditions de KUHN-TUCKER) [1,6] sont :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial U} = \frac{\partial f}{\partial U} + \lambda \frac{\partial g}{\partial U} = 0 & \quad (37) \\ \frac{\partial f}{\partial X} + \lambda \frac{\partial g}{\partial X} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = 0 & \quad (38) \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = g(U, X) = 0 & \quad (39) \end{aligned} \right\} \quad (VI)$$

Avec:

$$U = [U_1, \dots, U_m]^t$$

$$X = [X_1, \dots, X_p]^t$$

$$\text{et } \lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_n]^t$$

$$\text{On pose } (Y) = (U, X, \lambda) \quad (40)$$

Le problème (VI) est donc équivalent à :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial Y} = 0 \quad (41)$$

$$\text{En posant } A(Y) = \frac{\partial \mathcal{L}(Y)}{\partial Y} \quad (42)$$

Le système (VI) devient :

$$\left. \begin{array}{l} A(Y) = 0 \\ Y = (U, X, \lambda) \end{array} \right\} \quad (43)$$

Le développement en série de Taylor du premier ordre de  $A(Y)$  au voisinage de la solution  $Y_s$  est :

$$A(Y) - A(Y_s) = \frac{\partial A}{\partial Y} dY \quad (44)$$

En remplaçant la différentielle de  $Y$  par  $\Delta Y$  on aura :

$$A(Y) = \frac{\partial A}{\partial Y} \Delta Y \quad (45)$$

avec  $\Delta Y = Y - Y_s$

$$\text{d'où } A(Y) = \frac{\partial A}{\partial Y} (Y - Y_s) \quad (46)$$

$$\text{Par suite } Y - Y_s = \left[ \frac{\partial A}{\partial Y} \right]^{-1} A(Y) \quad (47)$$

La solution  $Y_s$  est obtenue par le processus itératif suivant :

$$Y^{(k+1)} - Y^{(k)} = - \left[ \frac{\partial A}{\partial Y^{(k)}} \right]^{-1} A[Y^{(k)}] \quad (48)$$

Le processus itératif se termine lorsque  $|Y^{(k+1)} - Y^{(k)}|$  est inférieure à la tolérance.

En fonction des dérivées du Lagrangien on a :

$$Y^{(k+1)} - Y^{(k)} = - \left[ \frac{\partial^2 L}{\partial Y^2} \right]^{-1} \cdot \frac{\partial L}{\partial Y} [Y^{(k)}] \quad (49)$$

La matrice  $\left[ \frac{\partial^2 L}{\partial Y^2} \right]$  représente le matrice Jacobienne. D'une façon plus détaillée les équations  $A(Y) = 0$  s'écrivent de la manière suivante:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial U_1} &= A_1(U, X, \lambda) = 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial L}{\partial U_m} &= A_m(U, X, \lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial X_1} &= A_{m+1}(U, X, \lambda) = 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial L}{\partial X_p} &= A_{m+p}(U, X, \lambda) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_1} &= A_{m+p+1}(U, X, \lambda) = 0 \\ &\vdots \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda_n} &= A_{m+p+n}(U, X, \lambda) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

La matrice Jacobienne est :

$$\left[ \begin{array}{cccccccc} \frac{\partial A_1}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial A_1}{\partial U_m} & \frac{\partial A_1}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial A_1}{\partial X_p} & \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial A_1}{\partial \lambda_n} \\ \frac{\partial A_2}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial A_2}{\partial U_m} & \frac{\partial A_2}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial A_2}{\partial X_p} & \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial A_2}{\partial \lambda_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial A_{m+n+p}}{\partial U_1} & \dots & \frac{\partial A_{m+n+p}}{\partial U_m} & \frac{\partial A_{m+n+p}}{\partial X_1} & \dots & \frac{\partial A_{m+n+p}}{\partial X_p} & \frac{\partial A_{m+n+p}}{\partial \lambda_1} & \dots & \frac{\partial A_{m+n+p}}{\partial \lambda_n} \end{array} \right] \quad (51)$$

La matrice Jacobienne est de dimension  $(n + m + p)^2$  où :



$n$  : Dimension du vecteur variables de contrôles .

$m$  : Dimension du vecteur multiplicateur Lagrangien .

$p$  : Dimension du vecteur variables d'état .

$$[Y] = [U_1, \dots, U_m, X_1, \dots, X_p, \lambda_1, \dots, \lambda_n]^t$$

$$[A] = \left[ \frac{\partial L}{\partial U_1}, \dots, \frac{\partial L}{\partial U_m}, \frac{\partial L}{\partial X_1}, \dots, \frac{\partial L}{\partial X_p}, \frac{\partial L}{\partial \lambda_1}, \dots, \frac{\partial L}{\partial \lambda_n} \right] \quad (52)$$

Le nombre considérable d'équations non linéaires entraînant une taille considérable de la matrice Jacobienne rend le problème très complexe.

Le problème peut être simplifié à l'aide de différentes techniques, nous citerons entre autres la technique de découplage que nous nous proposons d'étudier dans ce qui suit.

### I-2-1-TECHNIQUE DE DECOUPLAGE:

La technique de découplage (Newton Découplé) subdivise le problème en deux sous-problèmes suivant le type d'inconnues.

$$\text{Soit } (U) = (U_1, U_2)$$

$$(X) = (X_1, X_2) \quad (53)$$

Certaines fonctions sont étroitement liées à  $U_1$  et  $X_1$  et d'autres à  $U_2$  et  $X_2$ , on doit résoudre les deux sous-problèmes suivants:

$$\text{I) } \text{Min } F_1(U_1, X_1) \quad (54)$$

$$\text{lié } G_1(U_1, X_1) = 0 \quad (55)$$

$$\text{où } Y = (U_1, X_1, \lambda_1)$$

$$\text{II) } \text{Min } F_2(U_2, X_2) \quad (56)$$

$$\text{lié } G_2(U_2, X_2) = 0 \quad (57)$$

$$\text{où } Y = (U_2, X_2, \lambda_2)$$

La résolution de ces deux sous-problèmes par la méthode de Newton est similaire à la résolution du problème complet  $A(X) = 0$ .

La sous-matrice  $\frac{\partial A_1}{\partial Y_1}$  est de dimension  $(m_1 + p_1 + n_1) \times (m_1 + p_1 + n_1)$

La sous-matrice  $\frac{\partial A_2}{\partial Y_2}$  est de dimension  $(m - m_1 + p - p_1 + n - n_1)^2$

La taille des deux sous-matrices rassemblées est inférieure à celle de la matrice

Jacobienne  $\left[ \frac{\partial A}{\partial Y} \right]$

## CHAPITRE II

# APPLICATION AUX PROBLEMES DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE OPTIMAL

L'application du problème mathématique à un réseau électrique consiste à minimiser ou maximiser une ou plusieurs quantités définies par la fonction objective tout en répondant à certaines contraintes physiques:

$$\left. \begin{array}{ll} \text{Minimiser la fonction objective } F(U, X) & \text{(II-1)} \\ \text{sachant que } G(U, X) = 0 & \text{(II-2)} \\ H(U, X) \leq 0 & \text{(II-3)} \\ U_{\min} \leq U \leq U_{\max} & \text{(II-4)} \end{array} \right\} \text{(II-I)}$$

avec  $U$ : variable de contrôle.

$X$ : variable d'état.

L'équation (II-2) représente les équations de l'écoulement de puissance: cette équation est appelée **contrainte égalité**.

L'inéquation (II-3): **contrainte d'inégalité fonctionnelle** qui a un rapport en particulier avec les puissances transitées que les lignes peuvent supporter.

L'inéquation (II-4): les bornes des variables de contrôle.

(II-1): généralement représente le coût de production.

## II-1-SIGNIFICATION DES ELEMENTS DU PROBLEME:

Dans n'importe quel cas, la formulation du problème de l'optimisation de l'écoulement de puissance doit inclure la définition des variables, contraintes et fonction objective.

### II-1-1-VARIABLES D'ETAT:

L'état du système est complètement défini par la matrice admittance du réseau et les tensions aux noeuds, toutes les puissances sont alors faciles à déterminer.

Les tensions aux noeuds sont représentées par leurs modules  $V$  et leurs angles  $\theta$ .

Les variables  $V$  et  $\theta$  sont étroitement liées aux puissances actives et réactives générées.

Dans notre cas les variables d'état sont  $V$  et  $\theta$ .

### II-1-2-VARIABLES DE CONTROLE:

Les variables de contrôle de l'écoulement de puissance sont:

$P_g$ : puissance active générée.

$\varphi$ : transformateur de phase.

$Q_g$  ou  $V$ : puissance active générée ou amplitude tension: le choix entre les deux dépend de modèle de solution adoptée

$t$ : rapport de transformation.

### II-1-3- CONTRAINTES DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE:

(contrainte égalité):

Les équations de l'écoulement de puissance sont exprimées en termes d'équilibre des puissances 'mismatch'.

Pour chaque noeud du système on a:

$$\left. \begin{aligned} \Delta P_i &= P_{g_i} - P_{l_i} - V_i \sum_k (G_{ik} \cos \theta_{ik} + B_{ik} \sin \theta_{ik}) = 0 & (II-5) \\ \Delta Q_i &= Q_{g_i} - Q_{l_i} - V_i \sum_k (G_{ik} \sin \theta_{ik} - B_{ik} \cos \theta_{ik}) = 0 & (II-6) \end{aligned} \right\} (II-7)$$

pour  $i$  allant de 1 à  $n$ .

$n$ : nombre de noeuds.

$\theta_{ik} = \theta_i - \theta_{ik}$ : Argument des tensions nodales généralement inférieur à  $20^\circ$ .

$G_{ik}$ : conductance des lignes.

$B_{ik}$ : susceptance des lignes.

$$B_{ik} \gg G_{ik}$$

$P_{g_i}, Q_{g_i}$  puissance active et réactive générées

$P_{l_i}, Q_{l_i}$  puissance active et réactive demandées

Les puissances injectées en chaque noeud  $P_i$  et  $Q_i$  sont la différence entre la puissance générée et la puissance demandée en chaque noeud

chaque noeud est caractérisé par quatre variables:  $P_i, Q_i, V_i, \theta_i$ , on fixe deux d'entre elles et on fait varier les deux autres

suitant les variables spécifiées (fixées) on classe les noeuds en trios types:

- Noeud de référence:  $V$  et  $\theta$  fixées,  $P$  et  $Q$  inconnues.
- Noeud de génération:  $P$  et  $V$  fixées,  $\theta$  et  $Q$  inconnues.
- noeud de charge:  $P$  et  $Q$  fixées,  $V$  et  $\theta$  inconnues.

#### II-1-4- CALCUL DE L'ÉCOULEMENT DE PUISSANCE:

Le calcul de l'écoulement de puissance consiste à résoudre les équations (6) et (7), donc à déterminer les variables jusque là inconnues

Quatre méthodes classiques sont généralement utilisées suivant la taille du réseau:

- La méthode de Gauss-Seidel.
- La méthode de Newton.
- La méthode de newton découplée.
- Pour les très grands réseaux on utilise la méthode de newton découplée rapide(fast decoupled).

#### II-1-5- CONTRAINTES INÉGALITES:

On rencontre deux types de contraintes inégalités:

a- Limites supérieures et inférieures: concernant généralement les variables de contrôles car elles sont liées au fonctionnement des machines et à la stabilité du réseau

b- Contraintes inégalités fonctionnelles:

exemple: puissance maximale admissible transitée entre deux noeuds:

$$\left| V_{ik}^* \cdot (V_{ik} - V_{jk}) \cdot Y_{ik,jk} + V_{ik}^* \cdot V_{ik} \cdot y'_{ik,jk} / 2 \right| \leq F_{k,max}$$

k: numero de la branche.

Pendant la recherche de l'optimal, on peut rencontrer une contrainte. Si on fixe la variable à sa valeur limite le coût ne sera pas à sa valeur minimale.

La manipulation des contraintes fonctionnelles est très compliquée et peut prendre beaucoup de temps.

## II-1-6- FONCTION OBJECTIVE:

La formulation de la fonction objective est parmi les aspects de l'optimisation les moins développés.

Il est souvent difficile de décrire au mieux la fonction objective par une fonction scalaire simple.

les fonctions objectives rencontrées sont:

a- Fonction objective minimum de coût de production:

c'est la fonction objective la plus utilisée, très rencontrée dans la répartition économique de puissance. Elle est constituée d'une somme de fonctions élémentaires:

$$F = \sum C_i(P_{ji})$$

où  $C_i$  sont les courbes de coût de génération qui sont données explicitement et caractérisent le coût de production de chaque centrale.

en réalité  $C_i$  sont des approximations des vraies courbes de coût de production. Couramment dans la pratique du dispatching toutes les courbes des coûts sont

convexes ou approximées par des fonctions convexes. (une condition nécessaire pour l'obtention d'un minimum est que la fonction soit convexe).

b- Fonction objective minimum de pertes:

ce problème est souvent résolu par le sous-problème Q-V, vue que les pertes dépendent beaucoup plus des amplitudes des tensions que des phases des tensions.

Les fonctions objectives citées jusque là sont les plus rencontrées.

c- Fonction objective minimum de déviation:

Cette fonction nous évite les déviations causées par les violations des contraintes, l'un des exemples est lorsque  $Q_g$  doit rester à l'intérieur de ses limites.

Cette fonction prend la forme:

$$F = \sum W_i (S_i - S_i^{sp})^2$$

où:  $S_i^{sp}$ : valeur désirée

$S_i$ : valeur à calculer

$W_i$ : le poids qui oblige la variable à rester dans ces limites

On peut rencontrer d'autres fonctions objectives telles que minimum de violations.

## II-2- SOLUTION DU PROBLEME DE L'ÉCOULEMENT DE

### PUISSANCE:

Beaucoup de travaux ont été accomplis pour résoudre de l'optimisation de l'écoulement de puissance.

Dans la majorité des méthodes le processus d'optimisation est réalisé avec la solution de l'écoulement de puissance.

Les équations de l'écoulements de puissance sont non linéaires par suite le problème du calcul de l'écoulement de puissance optimal est lui aussi non linéaire.



Les principales non linéarités proviennent des pertes qui sont fonctions quadratiques des variables de contrôle ( $P_g$  ou  $V$ ).

la complexité du problème du calcul de l'écoulement de puissance optimal a fait qu'on trouve beaucoup de techniques de résolution de formes divers et souvent le problème est subdivisé en sous-problèmes pour surmonter les difficultés qu'il comporte.

### II-2-1- METHODE DU GRADIENT:

La méthode du gradient a été utilisée pour la première fois dans la résolution du problème de l'optimisation de l'écoulement de puissance par H.W.DOMMEL et W.F.TINNEY[1], cette méthode représente l'élément de base de toute autre méthode de résolution de l'optimisation de l'écoulement de puissance vu qu'elle exploite directement le gradient de la fonction à optimiser.

Dans ce présent travail nous étudierons deux techniques de la méthode du gradient dans lesquelles les variables sélectionnées sont les puissances actives générées

### IV-2-2- APPLICATION DE LA METHODE DU GRADIENT DU

#### PREMIER ORDRE:

De nombreuses méthodes ne sont pas aussi directes dans leur procédures que la méthode du gradient. Cette dernière a une particularité qui la distingue des autres méthodes, c'est qu'elle démarre d'une solution réalisable et cherche l'optimal tout en conservant la réalisabilité (une solution réalisable signifie que toutes les contraintes sont satisfaites).

Pour cette méthode, on considère la somme des puissances générées égale à la puissance totale demandée plus les pertes, les pertes sont déterminées à partir du calcul de l'écoulement de puissance.

Pour une première approche, on considère les pertes invariantes en fonction des puissances générées pendant le calcul de l'optimisation.

$$\sum P_g(i) = P_c \quad (\text{II} - 8)$$

$P_c$  : puissance totale consommée dans le réseau .

La fonction objective s'écrit :

$$\sum F(U) = \sum_i F_i(P_g(i)) = \sum_i \alpha(i) + \beta(i)P_g(i) + \gamma(i)P_g^2(i) \quad (\text{II-9})$$

avec  $U = [P_g(1), \dots, P_g(m)]$

La fonction coût est la somme des fonctions coûts de chaque centrale.

Ces coûts sont fonctions quadratiques de  $P_g$

$\alpha(i)$ ,  $\beta(i)$  et  $\gamma(i)$  coefficients de coût.

A partir du développement de TAYLOR :

$$F + \Delta F = F_1(P_g(1)) + F_2(P_g(2)) + \dots + F_n(P_g(n)) + \frac{dF_1}{dP_g(1)} \Delta P_g(1) + \dots + \frac{dF_n}{dP_g(n)} \Delta P_g(n) \\ + \frac{1}{2} \left[ \frac{d^2 F_1}{dP_g^2(1)} [\Delta P_g(1)]^2 + \frac{d^2 F_2}{dP_g^2(2)} [\Delta P_g(2)]^2 \right] + \dots \quad (\text{II-10})$$

Pour cette méthode (gradient du 1<sup>er</sup> ordre) on ne tient compte que du développement du 1<sup>er</sup> ordre.

$$\Delta F = \frac{dF_1}{dP_g(1)} \Delta P_g(1) + \dots + \frac{dF_n}{dP_g(n)} \Delta P_g(n) \quad (\text{II-11})$$

Pour de petites variations de puissances générées  $P_g(i)$  on a :

$$\text{on a: } \sum_i \Delta P_g(i) = 0 \quad (\text{II-12})$$

On considère un noeud dépendant  $j$ , de (II-12) on a :

$$\Delta P_g(j) = - \sum_{i \neq j} \Delta P_g(i) \quad (\text{II-13})$$

L'équation (II-12) montre qu'une fois les valeurs initiales des puissances choisies, vérifiant la contrainte égalité (II-8), la solution demeure dans la région de réalisabilité.

L'équation (II-11) représente la variation du coût de production totale en fonction des puissances générées.

(II-11) et (II-13) combinées nous donnent:

$$\Delta F = \sum_{i \neq j} \left[ \frac{dF_i}{dP_g(i)} - \frac{dF_j}{dP_g(j)} \right] \cdot \Delta P_g(i) = \sum_{i \neq j} \frac{\partial F}{\partial P_g(i)} \cdot \Delta P_g(i) \quad (\text{II-14})$$

L'algorithme est le suivant:

1- Lecture des données:

- Puissance maximale  $P_{g\max}(i)$  qui puisse être générée au noeud  $i$ .
- Puissance minimale générée  $P_{g\min}(i)$ .
- Les coefficients de la fonction coût:  $\alpha(i)$ ,  $\beta(i)$  et  $\gamma(i)$ .

2- Choix des valeurs initiales de puissances générées sauf le noeud de référence

3- Calcul de l'écoulement de puissance et déduction des pertes, ainsi la puissance générée du noeud de référence

4- On initialise  $P_{g\max}(i)$  à  $P_{g\max}(i)$  et on fixe les tolérances.

5- On calcule  $\frac{\partial F}{\partial P_g(i)} = \frac{dF_i}{dP_g(i)} - \frac{dF_j}{dP_g(j)}$  et on sélectionne  $i$  pour lequel cette dérivée partielle est maximale.

$$6- \text{ Si } \frac{\partial F}{\partial P_g(i)} < 0 \quad \text{donc} \quad \frac{dF_i}{dP_g(i)} < \frac{dF_j}{dP_g(j)}$$

$$\text{on prend } \Delta P_g(i) = \frac{P_{g\max}(i) - P_g(i)}{2}$$

$$\text{sinon } \Delta P_g(i) = -\frac{P_{g\max}(i) - P_g(i)}{2}$$

$$P_g(i) = P_g(i) + \Delta P_g(i)$$

$$P_g(j) = P_g(j) - \Delta P_g(j)$$

en effet :

F est convexe  $\Rightarrow$  F' croissante

c'est à dire: si  $x_i$  augmente  $\frac{dF}{dx_i}$  augmente

si  $x_i$  diminue  $\frac{dF}{dx_i}$  diminue

Notre but est d'avoir un gradient réduit nul pour avoir un minimum donc:

si  $\frac{dF}{dx_i} > \frac{dF}{dx_j}$ , on doit diminuer  $\frac{dF}{dx_i}$

c'est à dire, diminuer  $x_i$ , de ce fait augmenter  $\frac{dF}{dx_j}$

Pour réduire la différence  $\frac{dF}{dx_i} - \frac{dF}{dx_j}$

donc si  $\frac{dF}{dx_i} - \frac{dF}{dx_j}$  supérieure à 0  $\Rightarrow dx_i$  inférieure à 0.

*La direction du déplacement  $dx_i$  de la variable indépendante est l'opposée du gradient réduit.*

Après la  $k^{\text{ième}}$  itération  $P_{gma}(i)$  prend la valeur de  $P_g(i)$ , c'est-à-dire:

$$P_{gma}(i) = P_g^k(i)$$

$$\text{Plus général } \Delta P(i) = \pm \frac{P_g^k - P_g^{k-1}}{2}$$

7- Test sur les limites: si  $P_g(i)$  déborde de ces limites on le fixe à cette limite et on ajuste  $P_g(j)$  de telle sorte que  $\sum_k P_g(k) = P_c$

Si  $P_g(j)$  lui aussi déborde de ces limites, on remet  $P_g(i)$  et  $P_g(j)$  aux valeurs de l'itération précédente et on incrémente  $j$  à  $j+1$  puis on retourne à l'étape 5.

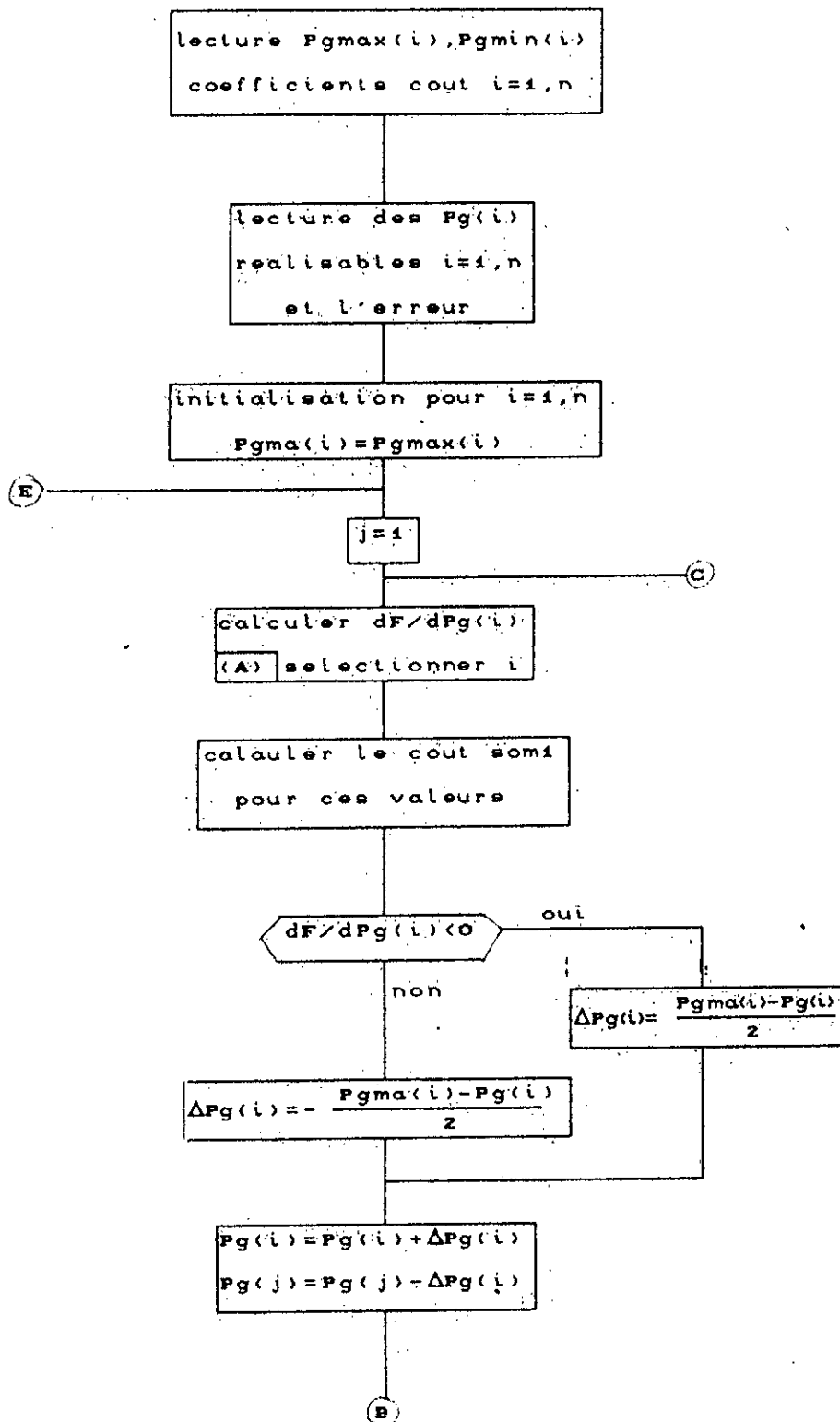
8- Test sur les tolérances:

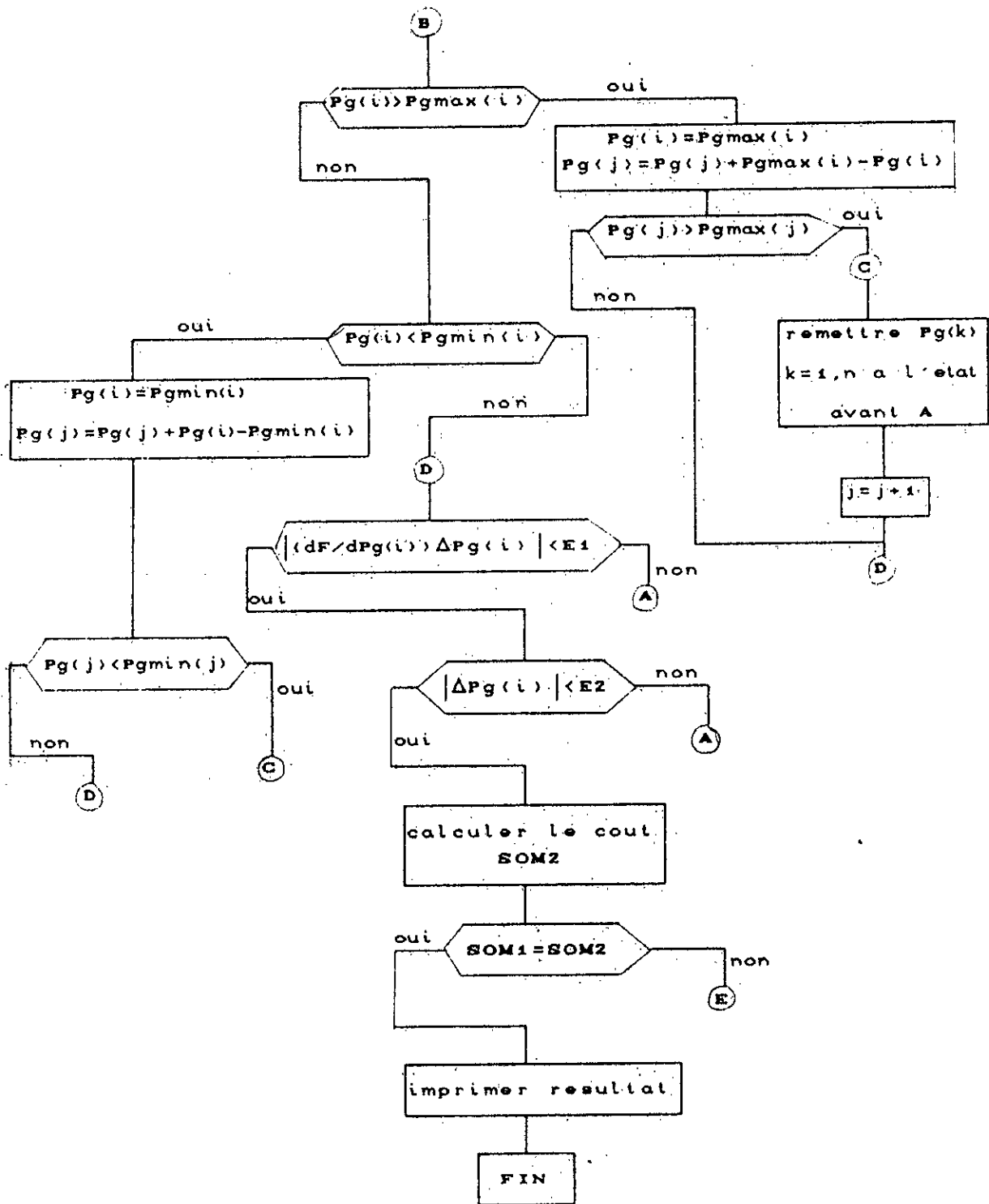
$$\text{Si } \max |P_g^{k+1} - P_g^k| < \varepsilon \text{ on va à 9.}$$

Sinon on va à 4.

9- Si le coût final est égal au coût précédent on va à 10, sinon aller à 3.

10- Imprimer la nouvelle répartition des puissances générées et le coût optimal trouvé.





Introduction des pertes:

Jusqu'à présent les pertes étaient négligées dans la formulation du calcul optimal de l'écoulement de puissance, leur introduction dans la méthode du gradient donne le problème suivant:

$$\text{Minimiser } F(P_{g_i}) = \sum_i \alpha_i + \beta_i \cdot P_{g_i} + \gamma_i \cdot P_{g_i}^2 \quad (\text{II-15})$$

$$\text{sachant que } \sum P_{g(i)} = \sum P_l(i) + \sum \text{Pertes} \quad (\text{II-16})$$

Les pertes dans les lignes sont induites par l'écoulement de puissance. Ces pertes sont fonction quadratiques des puissances actives.

Vu que les pertes dépendent des puissances actives générées de chaque noeud, la différentielle de l'équation (II-16) s'écrit:

$$\sum dP_{g(i)} = \sum \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g(i)}} \cdot dP_{g(i)} \quad (\text{II-17})$$

$P_l(i)$  ne dépend pas de la puissance générée.

En remplaçant la différentielle  $dP_{g_i}$  par la variation de puissances  $\Delta P_{g_i}$ , on obtient:

$$\sum \Delta P_{g(i)} = \sum \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g(i)}} \cdot \Delta P_{g(i)} \quad (\text{II-18})$$

Cette équation peut s'écrire:

$$\sum \left[ 1 - \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g(i)}} \right] \cdot \Delta P_{g(i)} \quad (\text{II-19})$$

En considérant  $j$  le noeud dépendant on obtient:

$$\Delta P_{g(j)} \cdot \left[ 1 - \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g(j)}} \right] = - \sum_{i \neq j} \left[ 1 - \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g(i)}} \right] \cdot \Delta P_{g(i)} \quad (\text{II-20})$$



De équation (II-15) on tire:

$$\sum \frac{\partial F_i}{\partial P_{g_i}} \cdot \Delta P_{g_i} = \Delta F \quad (\text{II-21})$$

L'équation (II-21) combinée avec équation (II-20) nous donne

$$\Delta F = \sum_{i \neq j} \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial P_{g_i}} - \frac{\partial F_j}{\partial P_{g_j}} \cdot \left[ \frac{1 - \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g_i}}}{1 - \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g_j}}} \right] \right\} \cdot \Delta P_{g_i} \quad (\text{II-22})$$

En posant:

$$\left[ \frac{1 - \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g_i}}}{1 - \frac{\partial \text{Pertes}}{\partial P_{g_j}}} \right] = \frac{B_i}{B_j}$$

On obtient:

$$\Delta F = \sum_{i \neq j} \left\{ \frac{\partial F_i}{\partial P_{g_i}} - \frac{\partial F_j}{\partial P_{g_j}} \cdot \frac{B_i}{B_j} \right\} \cdot \Delta P_{g_i} \quad (\text{II-23})$$

L'optimum est atteint lorsque:

$$\frac{\partial \Delta F}{\partial P_{g_i}} = \frac{\partial F_i}{\partial P_{g_i}} - \frac{\partial F_j}{\partial P_{g_j}} \cdot \frac{B_i}{B_j} = 0 \quad (\text{II-24})$$

avec  $i \neq j$  et  $i$  allant de 1 à  $n$ .

### II-2-3- METHODE DU GRADIENT DU SECOND ORDRE:

La méthode du gradient du second ordre est parmi les méthodes qui convergent en très peu d'itérations.

Cette méthode se distingue par le fait que la solution est obtenue après seulement une itération.

Par la méthode du gradient du second ordre on peut gérer le problème aux limites dans le cas où certaines limites sont violées, en fixant les puissances qui dépassent à leurs limites et en refait le calcul d'optimisation pour les autres puissances.

Enfin grâce à la méthode du facteur de participation, on peut optimiser le calcul de l'écoulement de puissance tout en considérant les variations de la puissance active.

Le problème est de:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimiser} & F(P_{g_i}) \\ \text{liée à} & \sum_i P_{g_i} = P_c \end{array}$$

L'optimisation de la fonction objective nous amène à utiliser le gradient de cette fonction et celui de la fonction contrainte

Le développement en série de Taylor manipule ces gradients et les combine comme suit:

$$\begin{aligned} F + \Delta F = & F_1(P_g(1)) + F_2(P_g(2)) + \dots + F_n(P_g(n)) + \frac{dF_1}{dP_g(1)} \Delta P_g(1) + \dots + \frac{dF_n}{dP_g(n)} \Delta P_g(n) \\ & + \frac{1}{2} \left[ \frac{d^2 F_1}{dP_g^2(1)} [\Delta P_g(1)]^2 + \frac{d^2 F_2}{dP_g^2(2)} [\Delta P_g(2)]^2 \right] + \dots \quad (\text{II} - 25) \end{aligned}$$

En général les dérivées secondes mixtes sont nulles:

$$\frac{\partial^2 F_i}{\partial P_{g_i} \partial P_{g_j}} = 0 \quad \text{du fait que } F_i \text{ ne dépend que de } P_{g_i}$$

le gradient de la contrainte égalité s'écrit:

$$\sum P_{g_i} = 0 \Rightarrow \Delta P_{g_j} = -\sum P_{g_i} \quad \text{pour } i \neq j \quad (\text{II-26})$$

En substituant la relation (II-26) dans (II-25) on obtient

$$\begin{aligned} \Delta F = & \sum_{i \neq j} \left( \frac{dF_i}{dP_{g_i}} - \frac{dF_j}{dP_{g_j}} \right) \cdot \Delta P_{g_i} + \\ & \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i \neq j} \frac{d^2 F_i}{dP_{g_i}^2} (\Delta P_{g_i})^2 + \frac{d^2 F_j}{dP_{g_j}^2} \left[ \sum_{i \neq j} \left( \Delta P_{g_i}^2 + 2 \cdot \Delta P_{g_i} \cdot \sum_{k \neq j} \Delta P_{g_k} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{II-27})$$

Pour chaque  $i$  différent de  $j$  on a:

$$\frac{\partial \Delta F}{\partial \Delta P_{g_i}} = 0 \Rightarrow \left( \frac{dF_i}{dP_{g_i}} - \frac{dF_j}{dP_{g_j}} \right) + \frac{d^2 F_i}{dP_{g_i}^2} (\Delta P_{g_i}) + \frac{d^2 F_j}{dP_{g_j}^2} \sum_{i \neq j} \Delta P_{g_i} = 0 \quad (\text{II-28})$$

$$\begin{aligned} \text{On pose } F'_i &= \frac{dF_i}{dP_{g_i}} \\ \text{et } F''_i &= \frac{d^2 F_i}{dP_{g_i}^2} \end{aligned}$$

sous forme matricielle le système devient:

$$\begin{bmatrix} F_1'' + F_j'' & F_j'' & \dots & \dots & F_j'' \\ F_j'' & F_2'' + F_j'' & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & F_j'' \\ F_j'' & \dots & \dots & F_j'' & F_n'' + F_j'' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta P_{g_1} \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta P_{g_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1' - F_j' \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ F_n' - F_j' \end{bmatrix} \quad (\text{II-29})$$

Algorithme de la méthode:

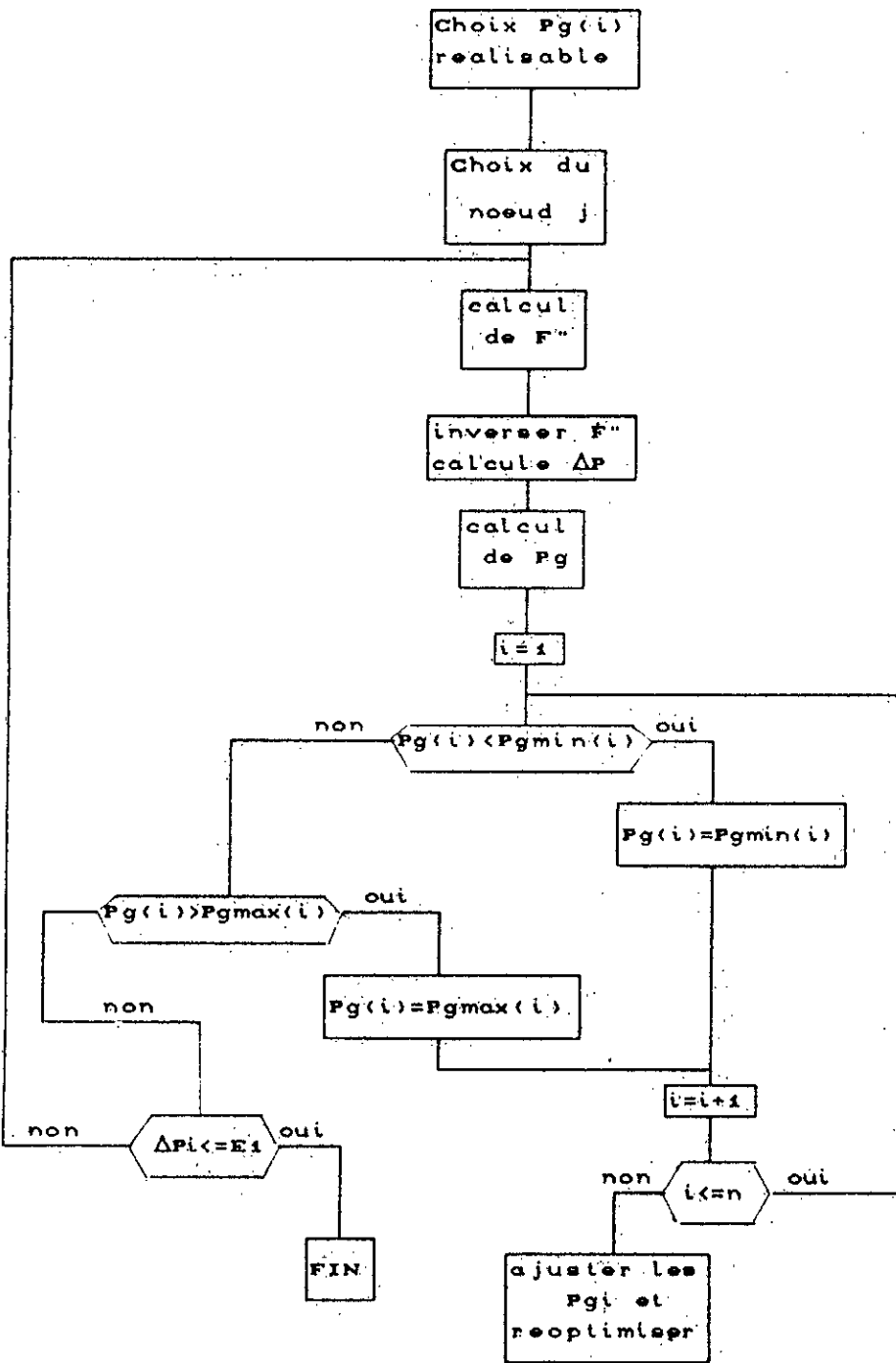
- 1- Choix des valeurs de Pgi initiales qui vérifient l'équilibre des puissances(mismatch).
- 2-Sélectionner un noeud indépendant j quelconque.
- 3- Calculer la matrice [F''] (qui est défini positive et ne comporte pas de zéro).
- 4- Résoudre le problème (II-29) et déterminer ΔPgi soit par inversion (SHIPLY COLMAN) ou par LU, GAUSS-SEIDEL.
- 5- Calculer les nouvelles valeurs de Pgi.
- 6- Vérifier s'il n'y a pas de limites violées :

Ajuster les valeurs de Pg qui dépassent , ré-optimiser les autres valeurs de puissance qui ne dépassent pas en utilisant les facteurs de participation ou le processus d'optimisation ci-présent (sélectionner un noeud dépendant dont les limites ne sont pas violées).

- 7- Calcul de l'erreur et réitérer si l'erreur est supérieure à la tolérance.
- 8- Afficher les résultats.

En principe on a pas besoin de réitérer, une seule itération suffit.Cela est du au fait que le développement en série de TAYLOR est du second degré l'erreur est minimale les dérivées du 3eme degré sont dans le cas général nulles.

Organigramme de la méthode:



### II-2-4 VARIATION DE LA PUISSANCE ACTIVE DEMANDEE:

Soit  $P_{gt}$  la puissance totale  $f$  générée après variation de la demande, et  $\Delta P_v$  la variation de la demande en puissance active.

La variation de la puissance active est égale à la somme des variations des puissances générées, ce qui s'écrit par l'équation suivante:

$$\begin{aligned}\Delta P_v &= \sum \Delta P_i \\ &= \Delta \lambda \cdot \sum \frac{1}{F_i''}\end{aligned}$$

par suite on a:

$$\left( \frac{\Delta P_i}{\Delta P_v} \right) = \frac{1}{F_i''} \cdot \left( \sum \frac{1}{F_i''} \right)^{-1}$$

donc

$$\Delta P_i = \frac{1}{F_i''} \cdot \left( \sum \frac{1}{F_i''} \right)^{-1} \cdot \Delta P_v$$

Ainsi à partir d'un optimal on obtient le point optimal pour lequel la demande varie peu par rapport à celle du premier point optimal et on a plus besoin d'introduire le processus d'optimisation précédent.

### II-3- APPLICATION DE LA METHODE DE NEWTON A LA REPARTITION ECONOMIQUE DE PUISSANCE

La fonction objective représentant la fonction coût s'écrit :

$$F(U = P_{g_i}) = \sum_1^m a_i + b_i P_{g_i} + c_i P_{g_i}^2 \quad (\text{II} - 30)$$

où  $m$  représente le nombre de noeuds générateurs.

Les contraintes égalités sont :

$$\sum V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) - P_{g_i} + P_L(i) = 0 \quad i=1, n \quad (\text{II-31})$$

$$\sum V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) - Q_{g_i} + Q_L(i) = 0 \quad i=1, n \quad (\text{II-32})$$

où  $n$ : nombre de noeuds

Le vecteur représentant toutes les variables est:

$$Y = [P_{g_1}, \dots, P_{g_m}, V_2, \dots, V_m, \theta_2, \dots, \theta_n, \lambda_1, \dots, \lambda_n, \lambda_{q_{m+1}}, \dots, \lambda_{q_n}]$$

Les équations (2) et (3) représentent les équations de l'écoulement de puissance.

On peut transformer le système précédent en une fonction

LAGRANGIEN [1,6] qui est de la forme :

$$L = \sum_{i=1}^m a_i + b_i P_{g_i} + c_i P_{g_i}^2 + \sum_{i=1}^n \lambda P_i \left[ \sum_{j=1}^n V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) - P_{g_i} + P_L(i) \right] + \sum_{i=m}^n [V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) - Q_{g_i} + Q_L(i)] \quad (\text{II-33})$$

Les valeurs de  $Q_g(i) \quad i=1, m$  se déduisent de l'équation (II-32) à

partir des valeurs des modules et des arguments de tension  $V_i, \theta_i$  avec  $i=1, n$ .

Les conditions d'obtention du minimum de coût de production et de

la vérification des équations de l'écoulement de puissance sont :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{g_i}} &= b_i + 2c_i P_{g_i} - \lambda_{p_i} = 0 \quad i = 1, m \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial V_i} &= \lambda_{p_i} \sum_{j \neq i} V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) + 2\lambda_{p_i} V_i Y_{ii} \cos(-\theta_{ii}) + \sum_{j \neq i} \lambda_{p_j} Y_{ji} \cos(\theta_j - \theta_i - \theta_{ji}) \\
 &+ \lambda_{q_i} \sum_{j \neq i} V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) + 2\lambda_{q_i} V_i Y_{ii} \sin(-\theta_{ii}) + \sum_{j \neq i} \lambda_{q_j} Y_{ji} \sin(\theta_j - \theta_i - \theta_{ji}) = 0 \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_i} &= -\lambda_{p_i} V_i \sum_{j \neq i} V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) + V_i \sum_{j \neq i} \lambda_{p_j} V_j Y_{ji} \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) \\
 &+ \lambda_{q_i} \sum_{j \neq i} V_j Y_{ji} \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) - V_i \sum_{j \neq i} \lambda_{q_j} V_j Y_{ji} \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) = 0 \\
 &+ \lambda_{q_i} \sum_{j \neq i} V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) + 2\lambda_{q_i} V_i Y_{ii} \sin(-\theta_{ii}) + \sum_{j \neq i} \lambda_{q_j} Y_{ji} \sin(\theta_j - \theta_i - \theta_{ji}) = 0 \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_{p_i}} &= \sum V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) - P_{g_i} + P_L(i) = 0 \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_{q_i}} &= \sum V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) - q_{g_i} + q_L(i) = 0
 \end{aligned}$$

(II-34)

en posons :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{g_i}} &= A_{p_i} \quad i = 1, m \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial V_i} &= B_i \quad i = 2, n \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta_i} &= C_i \quad i = 2, n \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_{p_i}} &= D_i \quad i = 1, n \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_{q_i}} &= E_i \quad i = m+1, n
 \end{aligned}$$

(II-35)



$$A = [AP_1, \dots, AP_m, B_1, \dots, B_n, C_1, \dots, C_n, \lambda_{p_1}, \dots, \lambda_{p_n}, \lambda_{q_1}, \dots, \lambda_{q_n}]$$

La matrice Jacobienne est :

|                                    |                                  |                                       |  |  |
|------------------------------------|----------------------------------|---------------------------------------|--|--|
| $\frac{\partial AP}{\partial P_g}$ | $\frac{\partial AP}{\partial V}$ | $\frac{\partial AP}{\partial \theta}$ | $\frac{\partial AP}{\partial \lambda_p}$ | $\frac{\partial AP}{\partial \lambda_q}$ |
| $\frac{\partial B}{\partial P_g}$  | $\frac{\partial B}{\partial V}$  | $\frac{\partial B}{\partial \theta}$  | $\frac{\partial B}{\partial \lambda_p}$  | $\frac{\partial B}{\partial \lambda_q}$  |
| $\frac{\partial C}{\partial P_g}$  | $\frac{\partial C}{\partial V}$  | $\frac{\partial C}{\partial \theta}$  | $\frac{\partial C}{\partial \lambda_p}$  | $\frac{\partial C}{\partial \lambda_q}$  |
| $\frac{\partial D}{\partial P_g}$  | $\frac{\partial D}{\partial V}$  | $\frac{\partial D}{\partial \theta}$  | $\frac{\partial D}{\partial \lambda_p}$  | $\frac{\partial D}{\partial \lambda_q}$  |
| $\frac{\partial E}{\partial P_g}$  | $\frac{\partial E}{\partial V}$  | $\frac{\partial E}{\partial \theta}$  | $\frac{\partial E}{\partial \lambda_p}$  | $\frac{\partial E}{\partial \lambda_q}$  |

(II-36)

exemple de calcul :

$$\begin{aligned} \frac{\partial AP_i}{\partial P_g} &= 2c_i \\ \frac{\partial A_i}{\partial P_{gk}} &= 0 \\ \frac{\partial AP_i}{\partial V} &= 0 \\ \frac{\partial AP_i}{\partial \lambda_p} &= -1 \\ \frac{\partial AP_i}{\partial \lambda_k} &= 0 \quad k \neq i \\ \frac{\partial AP_i}{\partial \lambda_q} &= 0 \end{aligned}$$

(II-37)

#### II-4 DECOUPLAGE DU PROBLEME D'ÉCOULEMENT DE

#### PUISSANCE OPTIMAL PAR LA METHODE DE NEWTON :

En général dans un réseau les phases des tensions nodales sont petites et proches les unes des autres et les lignes considérées inductives.

Ces considérations font que la puissance injectée

$$\begin{aligned}
 P(i) &= \sum_j V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) \\
 &= \sum_j V_i V_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)]
 \end{aligned}
 \tag{II-38}$$

est étroitement liée aux phases des tensions nodales et la puissance réactive:

$$\begin{aligned}
 Q(i) &= \sum_j V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \theta_{ij}) \\
 &= \sum_j V_i V_j [G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)]
 \end{aligned}
 \tag{II-39}$$

est étroitement liée aux amplitudes des tensions nodales.

D'autre part la fonction coût est liée aux puissances actives, et les pertes liées à l'amplitude des tensions nodales, ce qui permet de séparer le problème du calcul d'écoulement de puissance optimal en deux sous-problèmes: l'un prenant en considération des variations des puissances actives et des phases de tensions nodales, l'autre prenant en considération les variations des amplitudes des tensions et des puissances réactives.

$$(U_1, X_1) = (P_i, \theta_i)$$

$$(U_2, X_2) = (Q_i, V_i)$$

### 1) SOUS PROBLEME P- $\theta$ :

Il consiste à minimiser :

$$F(P_g) = \sum_{i=1, m} a_i + b_i P_{g_i} + c_i P_{g_i}^2$$

$$\text{lié à } P_g(i) - P_L(i) - V_i \sum_j V_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)] Y_{ij} \tag{II-40}$$

$i = 1, n$

la fonction Lagrangien est :

$$L = \sum_i a_i + b_i P_{g_i} + c_i P_{g_i}^2 + \sum_i \lambda_{pi} [P_{g_i} - P_{L_i} - P(i)] \quad (\text{II-41})$$

$$P(i) = \sum_j V_i V_j [G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j)]$$

Les conditions de KUHN-TUCKER s'écrivent :

$$\frac{\partial L}{\partial P_{g_i}} = b_i + 2c_i P_{g_i} - \lambda_{pi} = 0 \quad i=1, m \quad (\text{II-42})$$

$$\frac{\partial L}{\partial P_{g_i}} = \lambda_{pi} \cdot \sum_{i \neq j} V_i \cdot V_j \cdot [-B_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j) + G_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j)]$$

$$+ \sum \lambda_{pj} \cdot V_i \cdot V_j \cdot [B_{ij} \cdot \cos(\theta_j - \theta_i) + G_{ij} \cdot \sin(\theta_j - \theta_i)] = 0 \quad i=2, n \quad (\text{II-43})$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{pi}} = P_{g_i} - P_{L_i} - \sum_{i \neq j} V_i \cdot V_j \cdot [B_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j) + G_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j)] = G(U, X) = 0$$

avec  $i=1, n$  (II-44)

$$Y = [P_{g_1}, \dots, P_{g_m}, \theta_2, \dots, \theta_n, \lambda_{p1}, \dots, \lambda_{pn}]$$

on pose:

$$\frac{\partial L}{\partial P_{g_i}} = A_{pi}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta_i} = B_i$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_{pi}} = C_i$$

la matrice Jacobienne est :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial A_{pi}}{\partial P_g} & \frac{\partial A_{pi}}{\partial \theta} & \frac{\partial A_{pi}}{\partial \lambda_p} \\ \frac{\partial B_i}{\partial P_g} & \frac{\partial B_i}{\partial \theta} & \frac{\partial B_i}{\partial \lambda_p} \\ \frac{\partial C_i}{\partial P_g} & \frac{\partial C_i}{\partial \theta} & \frac{\partial C_i}{\partial \lambda_p} \end{bmatrix} \quad (\text{II-45})$$

## 2) SOUS-PROBLEME Q-V:

## a- Formules des pertes: [8]

La valeur des pertes dans un réseau est égale à la somme des puissances injectées :

$$\begin{aligned} \text{Pertes} &= \sum_i P(i) \\ &= \sum_i \sum_j V_i \cdot V_j \cdot [B_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j) + G_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j)] \\ &= \sum_i \sum_j V_i \cdot V_j \cdot B_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j) + \sum_i \sum_j V_i \cdot V_j \cdot G_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j) \\ &= S_1 + S_2 \end{aligned} \quad (\text{II-46})$$

$$S_1 = \sum_i \sum_j S_1(i, j) \quad S_1(i, j) = B_{ij} \cdot V_i \cdot V_j \cdot \sin(\theta_i - \theta_j)$$

$$S_1 = \left[ \sum_i \sum_j S_1(i, j) + \sum_i \sum_j S_1(j, i) \right] / 2$$

$$\text{or } S_1(i, j) = -S_1(j, i)$$

$$\text{donc } S_1 = 0$$

$$\text{Par suite Pertes} = S_2 = \sum_i \sum_j V_i \cdot V_j \cdot G_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j) \quad (\text{II-47})$$

$$\text{en général } \theta_i - \theta_j \cong 0 \Rightarrow \cos(\theta_i - \theta_j) \cong 1 \quad (\text{II-48})$$

ce qui fait que les pertes dépendent pratiquement de V seulement

le sous-problème Q-V s'écrit [6,7,8]:

$$\min \sum_i \sum_j V_i \cdot V_j \cdot G_{ij} \cdot \cos(\theta_i^0 - \theta_j^0) \quad (\text{II-49})$$

$$\text{liée à } -Q_i - \sum_j V_i \cdot V_j \cdot [G_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j)] = 0$$

$$\text{avec } i=m+1, n \quad (\text{II-50})$$

la fonction Lagrangien s'écrit :

$$L_2 = \sum_i \sum_j V_i \cdot V_j \cdot G_{ij} \cdot \cos(\theta_i^0 - \theta_j^0) + \sum \lambda_{qi} \left[ -Q_i - \sum_j V_i \cdot V_j \cdot [G_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j)] \right] \quad (\text{II-51})$$

Les conditions de KUHN-TUCKER sont :

$$\begin{aligned} A_{qi} &= \frac{\partial L_2}{\partial V_i} = 2 \cdot \sum_{j=1}^n V_j \cdot G_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j) \\ &\quad - \lambda_{qi} \cdot \sum_{j=1}^n V_j \cdot [B_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j) + G_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j)] - 2 \cdot \lambda_{qi} \cdot V_i \cdot B_{ii} \\ &\quad - \sum_{j=m+1}^n \lambda_{qj} \cdot V_j \cdot [B_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j) + G_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j)] \end{aligned}$$

$$B_i = \frac{\partial L_2}{\partial V_i} = -QI_i - \sum_j V_i \cdot V_j \cdot [G_{ij} \cdot \sin(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \cdot \cos(\theta_i - \theta_j)]$$

avec  $i \neq j$

(II-52)

La matrice Jacobienne est :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial A_i}{\partial V} & \frac{\partial A_i}{\partial \lambda_q} \\ \frac{\partial B_i}{\partial V} & \frac{\partial B_i}{\partial \lambda_q} \end{bmatrix} \quad (\text{II-53})$$

Algorithme de la methode:

- 1) Résoudre le problème de l'écoulement de puissance afin d'obtenir Q et V initiaux.
- 2) Résoudre le problème P- $\theta$   
Les résultats sont Pg et  $\theta$
- 3) Test: Si l'erreur inférieure à la tolérance aller à (6).
- 4) Résoudre le sous-problème Q-V.
- 5) Aller a (2).
- 6) Fin.

## CHAPITRE III

### SIMULATIONS ET INTERPRETATIONS

### DES RESULTATS

Dans ce chapitre nous présenterons les résultats que nous avons obtenu en appliquant quelques méthodes traitées dans les chapitres précédents.

Nous allons d'abord étudier les résultats des deux méthodes du gradient afin de les comparer et de tirer des conclusions nous permettant de choisir celle à appliquer pour calculer l'écoulement de puissance optimal.

Nous ferons ensuite le même calcul (écoulement de puissance optimal) en utilisant la méthode de Newton découplé et nous comparerons les résultats des deux derniers calculs.

#### I) résultats obtenus par les méthodes du gradient:

Le réseau sur lequel l'application de ces méthodes s'est faite est le réseau schématisé par la figure (2) qui représente l'exemple IEEE 30 NOEUDS [2].

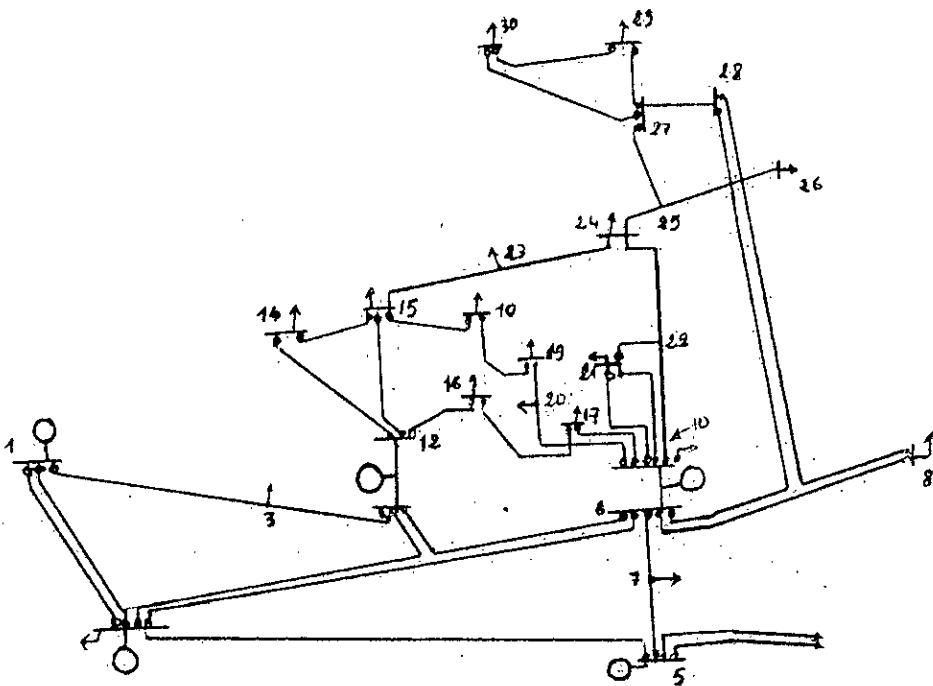


Figure 2: Schéma du réseau 30 noeuds [2]



1) résultats de la méthode du gradient du premier ordre:

Dans le chapitre précédent nous avons considéré que

$\Delta P^{\circ} = \pm(P_{gmax} - P_{g^{\circ}})/2$  ou  $\Delta P^{\circ}$  représente la variation de la puissance active générée après la première itération.

Nous prendrons d'autres considérations et nous comparerons les résultats obtenus par chacune d'elles.

Tableau n°1:

| Noeud n°   | Valeurs initiales Pg(MW) | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|--------------------------|------------------------|
| 1          | 133.4                    | 185.7                  |
| 2          | 50.0                     | 50.7                   |
| 3          | 30.0                     | 15.0                   |
| 4          | 20.0                     | 10.0                   |
| 5          | 20.0                     | 10.0                   |
| 6          | 30.0                     | 12.0                   |
| Coût(\$/h) | 801.869                  | 768.922                |

Tableau n°2:

| Noeud n°   | Valeurs initiales Pg(MW) | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|--------------------------|------------------------|
| 1          | 113.4                    | 190.137                |
| 2          | 50.0                     | 46.263                 |
| 3          | 30.0                     | 15.000                 |
| 4          | 30.0                     | 10.000                 |
| 5          | 30.0                     | 10.000                 |
| 6          | 30.0                     | 12.000                 |
| Coût(\$/h) | 822.529                  | 768.756                |

Les tableaux (1) et (2) représentent les résultats obtenus par la méthode du gradient du premier ordre avec  $\Delta P^{\circ} = \pm(P_{gmax} - P_{g^{\circ}})/2$  et des valeurs initiales différentes dont la somme est égale à 283.4.

Tableau n°3:

| Noeud n°   | Valeurs initiales Pg(MW) | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|--------------------------|------------------------|
| 1          | 133.4                    | 200.00                 |
| 2          | 50.0                     | 22.80                  |
| 3          | 30.0                     | 17.35                  |
| 4          | 20.0                     | 20.00                  |
| 5          | 20.0                     | 11.25                  |
| 6          | 30.0                     | 12.00                  |
| Coût(\$/h) | 801.869                  | 780.011                |

Tableau n°4:

| Noeud n°   | Valeurs<br>Pg(MW) | initiales | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-------------------|-----------|------------------------|
| 1          | 113.4             |           | 178.40                 |
| 2          | 50.0              |           | 50.00                  |
| 3          | 30.0              |           | 20.00                  |
| 4          | 30.0              |           | 10.00                  |
| 5          | 30.0              |           | 10.63                  |
| 6          | 30.0              |           | 14.37                  |
| Coût(\$/h) | 822.529           |           | 768.722                |

Les tableaux (3) et (4) représentent les résultats obtenus par la méthode gradient du premier ordre avec  $\Delta P = \pm(Pg^o - Pg_{min})/2$  et des valeurs initiales différentes dont la somme est égale à 283.4.

Tableau 5:

| Noeud n°   | Valeurs<br>Pg(MW) | initiales | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-------------------|-----------|------------------------|
| 1          | 133.4             |           | 184.41                 |
| 2          | 50.0              |           | 46.98                  |
| 3          | 30.0              |           | 19.36                  |
| 4          | 20.0              |           | 10.63                  |
| 5          | 20.0              |           | 10.00                  |
| 6          | 30.0              |           | 12.00                  |
| Coût(\$/h) | 801.869           |           | 767.629                |

Tableau 6:

| Noeud n°   | Valeurs<br>Pg(MW) | initiales | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-------------------|-----------|------------------------|
| 1          | 113.4             |           | 185.08                 |
| 2          | 50.0              |           | 45.70                  |
| 3          | 30.0              |           | 18.75                  |
| 4          | 30.0              |           | 11.87                  |
| 5          | 30.0              |           | 10.00                  |
| 6          | 30.0              |           | 12.00                  |
| Coût(\$/h) | 822.529           |           | 767.714                |

Les tableaux (5) et (6) représentent les résultats obtenus par la méthode du gradient du premier ordre avec  $\Delta P^o = \pm \max[(Pg_{max} - Pg^o)/2, (Pg^o - Pg_{min})/2]$  et des valeurs initiales différentes dont la somme est égale à 283.4.

Tableau 7:

| Noeud n°   | Valeurs initiales<br>Pg(MW) | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-----------------------------|------------------------|
| 1          | 133.4                       | 189.45                 |
| 2          | 50.0                        | 43.20                  |
| 3          | 30.0                        | 18.75                  |
| 4          | 20.0                        | 10.00                  |
| 5          | 20.0                        | 10.00                  |
| 6          | 30.0                        | 12.00                  |
| Coût(\$/h) | 801.869                     | 767.908                |

Tableau 8:

| Noeud n°   | Valeurs initiales<br>Pg(MW) | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-----------------------------|------------------------|
| 1          | 113.40                      | 177.46                 |
| 2          | 50.00                       | 50.00                  |
| 3          | 30.00                       | 15.00                  |
| 4          | 30.00                       | 16.25                  |
| 5          | 30.00                       | 12.19                  |
| 6          | 30.00                       | 12.50                  |
| Coût(\$/h) | 822.529                     | 770.033                |

Les tableaux (7) et (8) représentent les résultats obtenus par la méthode du premier ordre avec  $\Delta P^o = \pm \min[(Pg_{\max} - Pg^o)/2, (Pg^o - Pg_{\min})/2]$  et des valeurs initiales différentes dont la somme est égale à 283.4.

Nous remarquons que le coût de génération varie lorsqu'on change les valeurs initiales et que le choix  $\Delta P^o = \pm \max[(Pg_{\max} - Pg^o)/2, (Pg^o - Pg_{\min})/2]$  nous donne un coût inférieur à celui obtenu en choisissant d'autres valeurs de  $\Delta P^o$ .

Les conclusions que nous pouvons tirer des résultats précédents sont:

- La méthode du gradient du premier ordre dépend des valeurs initiales.
- Les meilleurs résultats nous sont donnés en choisissant

$$\Delta P^o = \pm \max[(Pg_{\max} - Pg^o)/2, (Pg^o - Pg_{\min})/2].$$

Résultats obtenus par la méthode du gradient du second ordre:

Tableau 9:

| Noeud n°   | Valeurs<br>Pg(MW) | initiales | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-------------------|-----------|------------------------|
| 1          | 133.4             |           | 185.40                 |
| 2          | 50.0              |           | 46.87                  |
| 3          | 30.0              |           | 19.12                  |
| 4          | 20.0              |           | 10.00                  |
| 5          | 20.0              |           | 10.00                  |
| 6          | 30.0              |           | 12.00                  |
| Coût(\$/h) | 801.869           |           | 767.602                |

Tableau 10:

| Noeud n°   | Valeurs<br>Pg(MW) | initiales | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-------------------|-----------|------------------------|
| 1          | 113.4             |           | 185.40                 |
| 2          | 50.0              |           | 46.87                  |
| 3          | 30.0              |           | 19.12                  |
| 4          | 30.0              |           | 10.00                  |
| 5          | 30.0              |           | 10.00                  |
| 6          | 30.0              |           | 12.00                  |
| Coût(\$/h) | 822.529           |           | 767.602                |

Les tableaux (9) et (10) sont obtenus avec le même noeud dépendant 3 et des valeurs initiales différentes dont la somme est égale à 283.4.

Tableau 11:

| Noeud n°   | Valeurs<br>Pg(MW) | initiales | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-------------------|-----------|------------------------|
| 1          | 133.4             |           | 185.40                 |
| 2          | 50.0              |           | 46.87                  |
| 3          | 30.0              |           | 19.12                  |
| 4          | 20.0              |           | 10.00                  |
| 5          | 20.0              |           | 10.00                  |
| 6          | 30.0              |           | 12.00                  |
| Coût(\$/h) | 801.869           |           | 767.602                |

Tableau 12:

| Noeud n°   | Valeurs initiales<br>Pg(MW) | Valeurs finales Pg(MW) |
|------------|-----------------------------|------------------------|
| 1          | 133.4                       | 185.40                 |
| 2          | 50.0                        | 46.87                  |
| 3          | 30.0                        | 19.12                  |
| 4          | 20.0                        | 10.00                  |
| 5          | 20.0                        | 10.00                  |
| 6          | 30.0                        | 12.00                  |
| Coût(\$/h) | 801.869                     | 767.602                |

Les tableaux (11) et (12) sont obtenus avec le même noeud dépendant 5 et les mêmes valeurs initiales mais respectivement avec une et deux itérations.

Nous remarquons que les résultats des 4 tableaux sont identiques, cela nous amène à dire que la méthode du gradient du second ordre ne dépend ni du choix des valeurs initiales ni du noeud dépendant.

Les résultats obtenus après une itération et ceux après deux itérations prouvent que la convergence est atteinte après une itération.

#### Comparaison entre les deux méthodes du gradient:

La comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes du gradient montre que celle du second ordre:

- Donne les résultats les plus optimaux et les plus fiables (indépendants du noeud dépendant et des valeurs initiales).

- Le temps d'exécution est légèrement inférieur à celui de la méthode du premier ordre.

Vue les résultats obtenus, nous optons pour la méthode du gradient du second ordre pour résoudre le problème d'optimisation de l'écoulement de puissance (avec introduction de l'écoulement de puissance).

### III-2-Calcul de l'écoulement de puissance optimal

#### III-2-1- Application de la méthode du gradient:

Le réseau sur lequel va se baser le reste de notre étude [11] est celui schématisé par la figure ci-dessous.

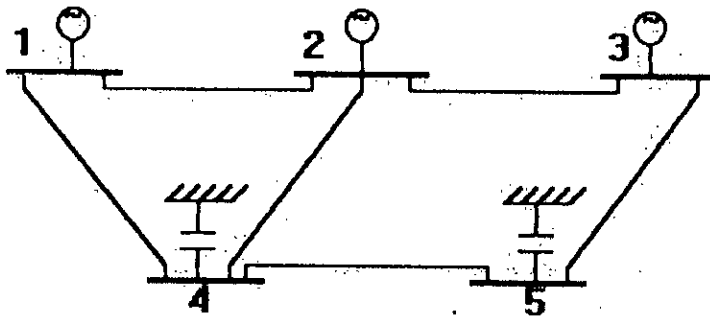


Figure représentant le réseau à 5 barres

Le tableau ci-dessous représente les valeurs obtenues par le calcul de l'écoulement de puissance optimal en utilisant la méthode du gradient du second ordre.

Tableau 13:

| Noeud n° | Pg (MW) | V. (pu) | $\theta^\circ$ |
|----------|---------|---------|----------------|
| 1        | 274.48  | 1       | 0.00           |
| 2        | 65.96   | 1       | -4.70          |
| 3        | 24.46   | 1       | -9.32          |

Le coût obtenu pour ces valeurs est: 1084.903 \$/h

### III-2-2- Application de la méthode de Newton Découplée:

Tableau 13:

| Noeud n° | Pg (MW) | $\lambda$ (\$/MWH) | $\theta^\circ$ |
|----------|---------|--------------------|----------------|
| 1        | 274.348 | -0.3091516         | 0.00           |
| 2        | 67.447  | -0.3131932         | -4.70          |
| 3        | 25.741  | -0.3213395         | -9.32          |

Le coût obtenu pour ces valeurs est: 1095.741 \$/h

Afin d'obtenir de bons résultats par la méthode de newton, il faut que les valeurs initiales soient assez proches de la solution à cet effet il faut que la variation des phases des tensions soient petites pour éviter les grandes variations de  $\lambda$ .

Après les résultats obtenus par les deux méthodes (gradient du second ordre et newton), nous remarquons que les valeurs obtenus par la méthode du gradient sont assez proches de celles obtenus par newton et que le temps d'exécution pour la méthode de newton est légèrement inférieur à celui de la méthode du gradient.

Nous remarquons que les résultats obtenus par les deux méthodes (du Newton et du gradient) sont assez proches, en notant que le coût de production obtenu par la méthode du gradient est meilleurs que celui obtenu par la méthode de Newton.

#### Conclusion sur les deux méthodes:

Les conclusions que nous avons tirées sont:

- La solution de l'écoulement de puissance optimal peut être obtenue par la méthode du gradient même si on est loin de la solution.

-Le choix des valeurs initiales est très importants pour la méthode de Newton.

CONCLUSION

GENERALE



**CONCLUSION GENERALE:**

A travers l'analyse des résultats que nous venons de présenter, la méthode du gradient et en particulier la méthode du gradient du second ordre s'avère très utile et d'une assez bonne précision pour la simulation de l'optimisation de l'écoulement de puissance, du fait qu'elle présente à la fois un aspect analytique et numérique simple et fiable.

De plus, l'utilisation de la méthode du gradient du second ordre donne une bonne convergence.

Par contre la méthode de newton découplé peut présenter des problèmes de divergence si on est pas près de la solution. Elle a un aspect numérique et analytique assez complexe, nécessite certaines conditions pour la convergence. il existe cependant des techniques pour la méthode de newton qui contournent le problème de convergence, mais n'ont pas fait l'objet de notre étude.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [1]- H.W.Dommel and, W.F.Tinney, "Optimal Power Flow Solutions", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, VOL.PAS-87 No.10, October 1968.
- [2]- O.Alsac and B.Stott, "Optimal Load Flow whit Steady-State Security", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, PAS-93 (1974) 959-969.
- [3]- R.C.Burchett, H.H.Happ, D.R.Vierath et K.A.Wirgau, "Developments in Optimal Power Flow", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, VOL. PAS-101, No.2 February 1982.
- [4]- J.Carpentier, "Towards a Secure and Optimal Automatic Operation of Power systems", PICA, 1987
- [5]- B.Stott, O.Alsac and J.L.Marinho, "The Optimal Power Flow Problem" in Electric Power Problems; Mathematical Challenge, Book, SIAM, pp 327-351, Philadelphia, 1980
- [6]- D.I.Sun, B.Ashley, B.Brewer, A.Hughes et W.F.Tinney, "Optimal Power by Newton Approach", IEEE Trans Power Apparatus and Systems, VOL. PAS-103, No.10, October 1984.
- [7]- M.E.El-Hawary and G.A.N.Mbamalu, "Stochastic Optimal Load Flow Using a Combined Quasi-Newton and Conjugate Gradient Technique", Electrical Power & Energie Systems, VOL 11 No 2 April 1989.
- [8]- M.Ahmed, "Decoupled Optimal Load Flow: A Condensed Formulation" Electric Power Systems Research. 22 (1991) pp 41-45.
- [9]- R.C.Burchett, H.H.Happ et D.R.Vierath, "Quadratically Convergent Optimal Power Flow", IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, VOL. PAS-103, No. 11, November 1984.
- [10]- D.M.Himmelblau, "Applied Nonlinear Programming", Mc Graw-Hill, 1972.
- [11]- A.J.Wood, B.F.Wollenberg, "Power Generation Operation and Control", John Wiley & Sons, 1984.

## BIBLIOGRAPHIE

---

[12]- A.R.Bergen, "Power Systems Analysis", Prentice-Hall, 1986.