

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

15/82

DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE ET D'ELECTROTECHNIQUE

FILIERE D'INGENIEUR EN ELECTRONIQUE



## PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET : ETUDE D'UN SYSTEME ANTIBLOQUANT D'UN VEHICULE AUTOMOBILE

PROPOSE PAR : M. SCHREYER

REALISE PAR : BENNAMANE Abderrazek P

ADDAD Mohammed Malik

Juin 1982



D E D I C A C E S

-----

A mes parents  
A mes frère et sœurs  
A la mémoire de mon cousin  
A toute ma famille  
A tous mes amis.

Mohammed Malik

D E D I C A C E S

-----

A la mémoire de mon père en témoignage de ma profonde  
affection.

Abderrazek

R E M E R C I E M E N T S

-----

Ce travail a été effectué à l'U.S.T.H.B. "Ecole Nationale Polytechnique" d'EL-HARRACH sous la direction de Monsieur SCHREYER , qu'il veuille bien trouver ici le témoignage de notre gratitude et de nos sincères remerciements.

Nous avons été sensibles à l'intêret que Monsieur CHABROL a porté à notre travail. Nous le remercions pour ses nombreuses suggestions et précieux conseils.

Nous remercions tous les professeurs de l'E.N.P. (USTHB) qui ont contribué à notre formation.

TABLE DES MATIERES

-----

CHAPITRE I : Généralités sur le freinage

- 1) But et Importance du freinage
- 2) Etude de l'adhérence pneu-sol
- 3) Notion de glissement
- 4) Notion d'adhérence longitudinale
- 5) Notion d'adhérence transversale

CHAPITRE II : Equations de mouvement du véhicule

- 1) Equations de mouvement
- 2) Calcul des forces exercées sur le véhicule
  - 2-1) Calcul des forces  $N'_V$  et  $N'_R$  dues à la transmission d'énergie lors du freinage
  - 2-2) Calcul des réactions des roues sur le sol en fonction des paramètres du véhicule

CHAPITRE III : Optimisation du processus de freinage

- 1) Minimisation de la distance d'arrêt
- 2) Expression du moment du couple de freinage avant en fonction du moment du couple de freinage arrière
- 3) Critère de freinage optimal
- 4) Notion sur la régulation extrémal
- 5) Etude du modèle mathématique du véhicule
  - 5-1) Caractéristique du modèle mathématique du véhicule
  - 5-2) Détermination du moment du couple de freinage total  $M_f$
  - 5-3) Détermination de la décélération  $\dot{V}$  et de la vitesse  $V$
  - 5-4) Détermination de l'accélération rotationnelle  $\dot{\omega}$  et de la vitesse  $w$
- 6) Commande de la pression de freinage arrière
  - 6-1) Les différents états de la roue
  - 6-2) Détermination du schéma de la commande de pression de freinage arrière
- 7) Bloc diagramme de simulation
  - 7-1) Description de la commande de freinage
  - 7-2 Schéma du bloc diagramme de simulation

## CHAPITRE IV : Calcul Analogique

- 1) Généralités sur le canal analogique
  - 1-1) Unité machine
  - 1-2) Choix de la variable indépendante
- 2) Etude détaillée des différentes fonctions de base
  - 2-1) Définition des fonctions de base
  - 2-2) Etude détaillée des différentes fonctions de base
    - 2-2-1) Opérateurs linéaires
    - 2-2-2) Opérateurs non linéaires

## CHAPITRE V : SIMULATION ELECTRIQUE DU PROBLEME:

- 1-) Etude du circuit de commande de la pression totale de freinage
- 2-) Détermination analogique des paramètres relatifs à la roue
- 3-) Détermination analogique des paramètres relatifs au véhicule
- 4-) Simulation électrique du glissement
- 5-) Simulation électrique de la contrainte d'optimalité
  - 5-1) Simulation du signal S
  - 5-2) Simulation du signal de préselection P
- 6-) Génération de la caractéristique  $\mu(G)$
- 7-) Génération des signaux quadratiques

Conclusion

C OCTOBT 1968

10/10/68

## I N T R O D U C T I O N

=+#+#=#+#+#+#+#+#+#+#+#+#

Inventer la roue et, au bout de nombreux siècles, être parvenue à l'actionner au moyen d'un moteur, suppose qu'on a pensé à la freiner et à l'arrêter. Cependant, la préoccupation d'un freinage puissant, rationnel et sûr n'a pas été longtemps au premier plan des soucis des constructeurs de voitures automobiles. Il a fallu attendre l'électronique et les semi-conducteurs pour attaquer sérieusement le secteur de l'anti-patinage.

Quels que soient l'adoucissement et la progressivité introduits par les systèmes actuels, le freinage ne peut devenir vraiment correct et conforme à la sécurité que s'il est rigoureusement exercé en fonction d'une connaissance exacte de la liaison pneu-sol.

Pour cela, nous nous sommes vus confier l'étude d'un système anti-bloquant qui réalise en cas d'urgence un freinage optimal.

La donnée essentiellement variable sur laquelle doit se fonder notre étude est cette liaison pneu-sol. Dans un premier temps, nous déterminerons les caractéristiques de l'état des roues, afin de pouvoir régler en fonction de ces données la pression optimale s'exerçant sur le frein.

La deuxième partie de notre étude consiste à simuler électriquement le problème.

Pour être concrets, nous avons pris les caractéristiques d'un véhicule type courant.

Les dispositifs capables de détecter et d'enrayer un blocage de roue sur un véhicule automobile sont connus sous des appellations générales telles que: système de freinage, antibloquant, anti-patinage, antiskid.



## CHAPITRE I : GENERALITES SUR LE FREINAGE

### 1°/ But et importance du freinage:

Le freinage a pour but de réduire ou d'annuler la vitesse d'un véhicule. Il consiste essentiellement en laissant la force motrice " descendre " à un minimum voire même à zéro à introduire une résistance supplémentaire s'ajoutant à la résistance normale à l'avancement. Cette résistance additionnelle est créée généralement par le frottement d'un organe solidaire de la roue, donc mobile, contre un organe fixe par rapport au premier. Le frottement absorbe l'énergie cinétique du véhicule et comme tout frottement la transforme en chaleur ensuite diffusée dans l'air ambiant. Le frein est donc uniquement un transformateur d'énergie en générateur de chaleur.

Le rôle des freins est extrêmement important car c'est aussi du freinage que dépend la sécurité des véhicules, de ses occupants, de son chargement et de tout ce qui peut se trouver devant eux.

Le freinage est la cause de très nombreux accidents très graves. Dans certains cas extrêmes, le conducteur applique un couple de freinage supérieur au couple de freinage disponible au niveau de la liaison pneu-sol: les roues se bloquent, le conducteur perd le contrôle de son véhicule. S'il s'agit du blocage du train avant, le véhicule cesse de pouvoir être dirigé, donc il poursuit une trajectoire rectiligne sans qu'il soit possible de la rectifier. Le blocage des roues arrières déstabilise le véhicule qui peut se mettre à tourner.

Le remède recherché est donc de réaliser des systèmes de freinage adaptatifs aux conditions du sol qui consistent à corriger l'action du pied sur le frein en fonction des caractéristiques de la chaussée.

L'électronique permet de répondre à ce besoin. On arrive actuellement à concevoir des dispositifs nouveaux qui permettent un véritable calcul donnant à chaque instant l'état dynamique de la roue. Le freinage est automatiquement réglé en fonction de cette indication.

## 2°/ Etude de l'adhérence pneu-sol:

Les dispositifs de freinage électroniques ont pour but d'adapter le freinage aux conditions du sol.

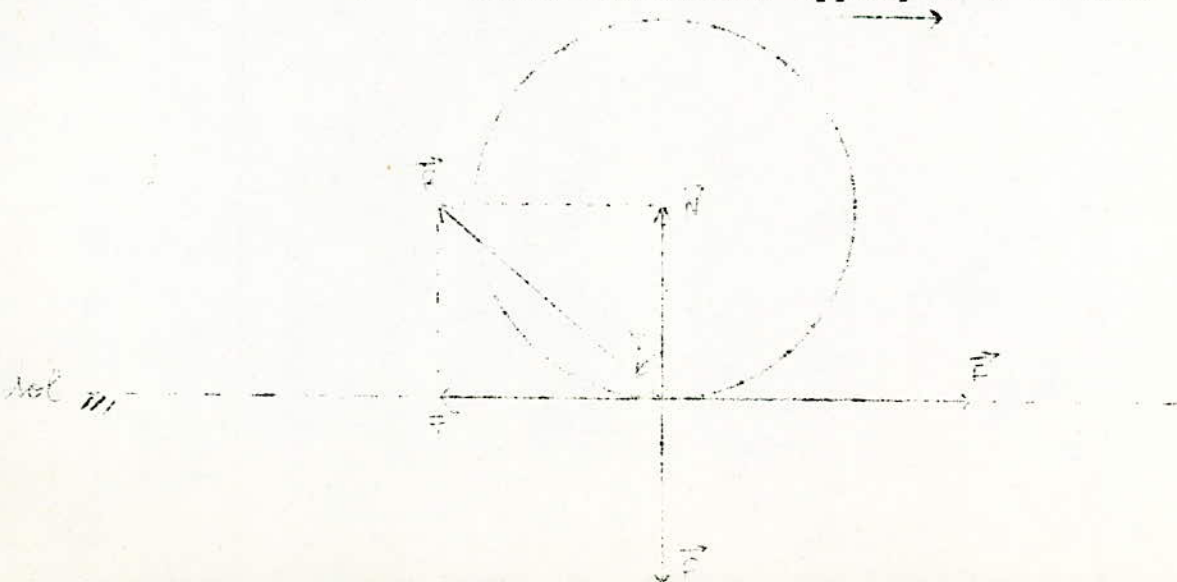
La connaissance des lois d'adhérence pneu-sol est donc essentielle pour définir de tels dispositifs.

Deux corps qui sont en contact adhèrent lorsqu'il existe une certaine résistance dans le déplacement de l'un par rapport à l'autre. Dans le cas extrême, le déplacement est impossible parce que les corps sont collés ou soudés, dans le cas contraire l'adhérence se traduit par la nécessité de fournir un effort pour assurer le déplacement.

Le cas qui nous intéresse est celui où les corps sont indépendants (roue et route) mais appliquées l'une sur l'autre par une force  $P$  perpendiculaire à leur plan tangent à un point de contact.

$\vec{P}$  : Poids de la roue

$\vec{F}$  : Force extérieure appliquée à la roue



La force P fait apparaître une résistance T .

Le déplacement ne peut avoir lieu que si on applique une force F dans le plan tangent au contact, supérieure à T.

On a les relations suivantes:

$$\vec{N} = - \vec{P}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{|\vec{T}|}{|\vec{N}|} = \mu$$

La tangente de l'angle  $\varphi$  est appelée coefficient d'adhérence.

On a l'égalité suivante:

$$|\vec{T}| = \mu |\vec{N}| \quad \text{or} \quad |\vec{N}| = |\vec{P}|$$

d'où:  $|\vec{T}| = \mu |\vec{P}|$

La force T est appelée force de frottement ou résistance d'adhérence.

Le coefficient d'adhérence  $\mu$  dépend de la nature des corps en présence et de l'état de leur surface; il n'est pas constant pour des corps et des surfaces donnés.

On admet communément les valeurs du coefficient d'adhérence  $\mu$  ci-dessous:

Route goudronnée à gravier enrobé	: 0,9
Macadam sec, dur et rugueux	: 0,7 - 0,8
Asphalte sec - pavé sec	: 0,5 - 0,6
Macadam humide	: 0,5
Asphalte et pavé gras ou gelé	: 0,2 - 0,3
Verglas	: 0,05

Le coefficient d'adhérence  $\mu$  varie avec la vitesse, il diminue quand celle-ci augmente.

Les différents points de la roue qui viennent successivement en contact avec le sol, lors du roulement, peuvent être considérés comme immobiles par rapport à la surface de ce dernier puisqu'ils ne glissent pas.

### 3°/ Notion de glissement:

Le nom de glissement est donné d'une manière classique au rapport suivant:

$$G = \frac{V - V'}{V}$$

V est la vitesse du véhicule par rapport au sol

V' est la vitesse périphérique de la roue

Le glissement G évolue entre les valeurs zéro et un. Le glissement G est égale à l'unité si la vitesse V' est nulle: c'est à dire la roue est bloquée. Le glissement G est nul si les vitesses V et V' sont égales: ce qui correspond au début du freinage.

### 4°/ Notion d'adhérence longitudinale:

L'adhérence longitudinale correspond à l'adhérence suivant l'axe des roues, elle est utilisée pour la mise en mouvement et le freinage.

L'allure du coefficient d'adhérence longitudinale est représentée par l'une des quatre courbes de la figure I-1.

En raisonnant sur la figure I-2, on remarque que si un couple de freinage est appliqué, le coefficient d'adhérence longitudinal utilisé croit et passe par un maximum pour un glissement  $G=G_m$  ( En général  $G_m$  varie entre 0,1 et 0,3 ).

La zone délimitée par les glissements  $G=0$  et  $G=G_m$  correspond à une zone de stabilité; en effet, pour des couples de freinage croissants le coefficient utilisé croit ainsi que le glissement G.

Puisque  $T = \mu.P$ , si  $\mu$  croit alors T croit.

Pour un couple de freinage supérieur à celui correspondant à la valeur maximale de l'adhérence utilisée, cette dernière décroît tandis que le glissement  $G$  continue d'augmenter, on se trouve dans une zone d'instabilité. En effet, l'adhérence en diminuant entraîne très rapidement la roue vers le blocage.

Les valeurs du glissement comprises entre zéro et  $G_m$  correspondent au glissement dû à la déformation du pneu. Au delà de  $G_m$ , il s'agit du glissement réel (liaison pneu-sol).

Comme le maintien rigoureux à  $G_m$  n'est pas possible, on recherche une plage de variation aussi étroite que possible entre les valeurs  $G'_m$  et  $G''_m$ .

#### 5°/ Notion d'adhérence transversale:

On définit une autre adhérence: l'adhérence transversale. Elle correspond à l'adhérence suivant l'axe perpendiculaire; elle assure la stabilité et la directibilité du véhicule, elle intéresse le dérapage et le maintien du véhicule sur la trajectoire fixée.

La caractéristique du coefficient d'adhérence transversal est représentée sur la figure I-3

On remarque que l'adhérence transversale est maximale pour un glissement nul, diminue quand  $G$  augmente et se trouve voisine de zéro pour le blocage  $G=1$ . Ce qui explique que le véhicule qui patine ne peut être dirigé.

On remarque que lorsqu'on a le glissement qu'on recherche pour l'adhérence longitudinale, on n'a pas le plus grand coefficient d'adhérence transversal possible, mais on a cependant une valeur suffisante en pratique.

De toutes ces considérations , on peut affirmer que pour éviter le blocage des roues et pour obtenir une distance d'arrêt minimale, on doit avoir un dispositif qui devrait réguler le couple de freinage de façon à ce que le glissement soit maintenu à la valeur  $G_m$ .

Pour cela un dispositif électronique va nous permettre de maintenir le glissement dans une plage centrée sur  $G_m$  aussi étroite que possible.

De ce fait, on assure au véhicule une stabilité et une directibilité importante résultant d'une valeur assez grande de l'adhérence transversale.

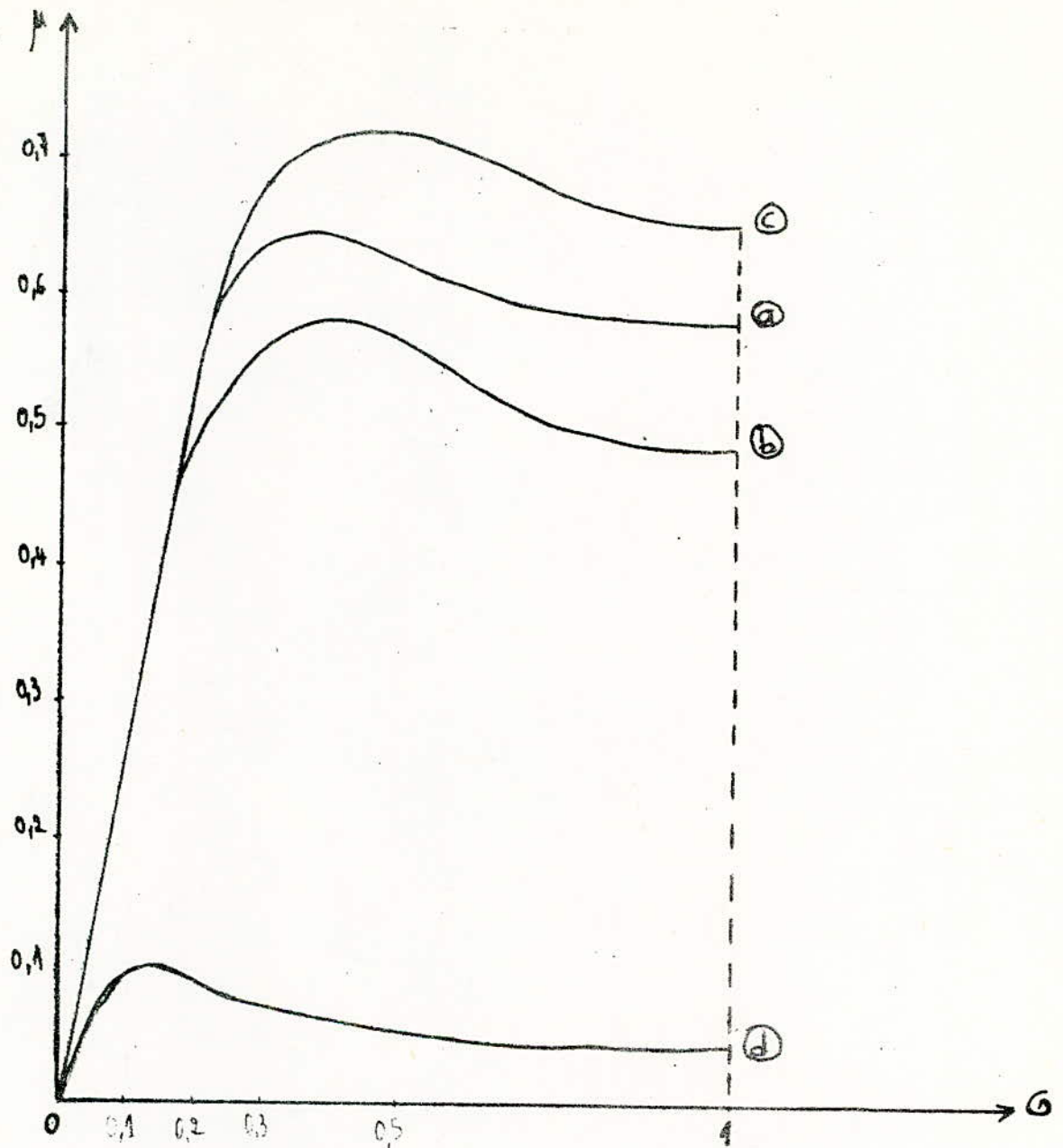


fig I-1 Caractéristiques du coefficient d'adhérence longitudinale  $\mu(G)$  de différents sols.

- a : Sol de bonne adhérence
- b : gravillons
- c : sol de très bonne adhérence
- d : neiges

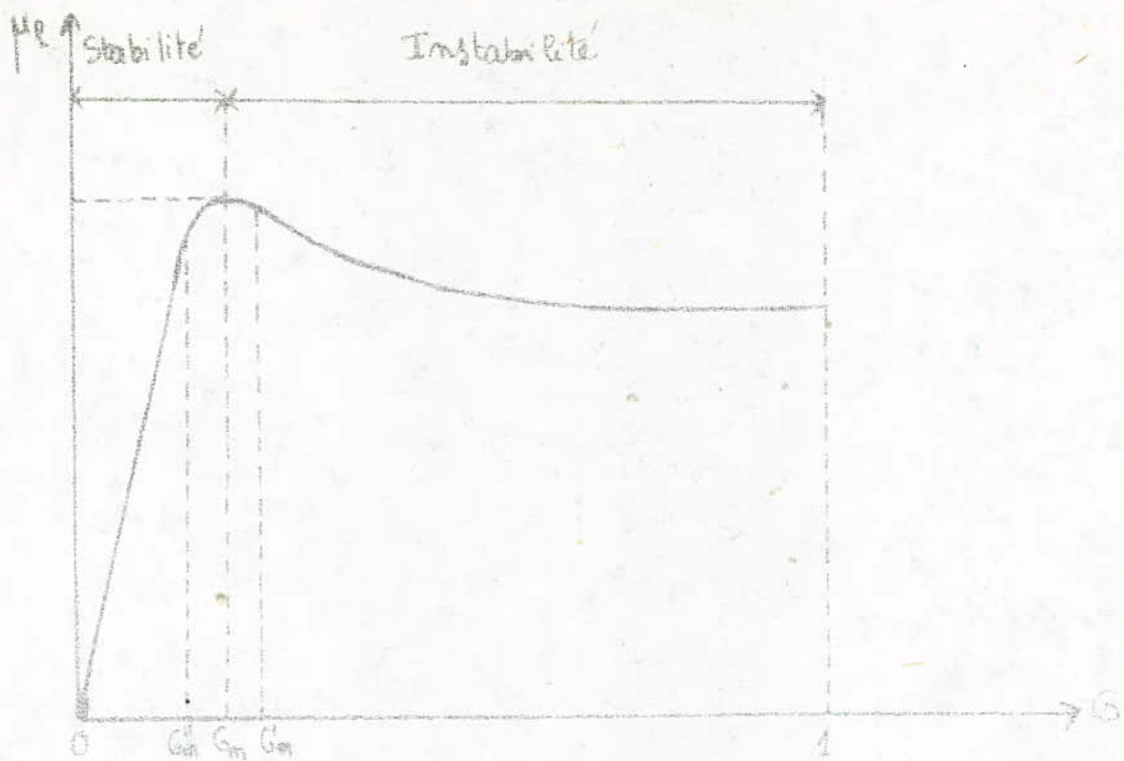


Fig I.2 Evolution du coefficient d'adhérence longitudinale en fonction du glissement  $G$



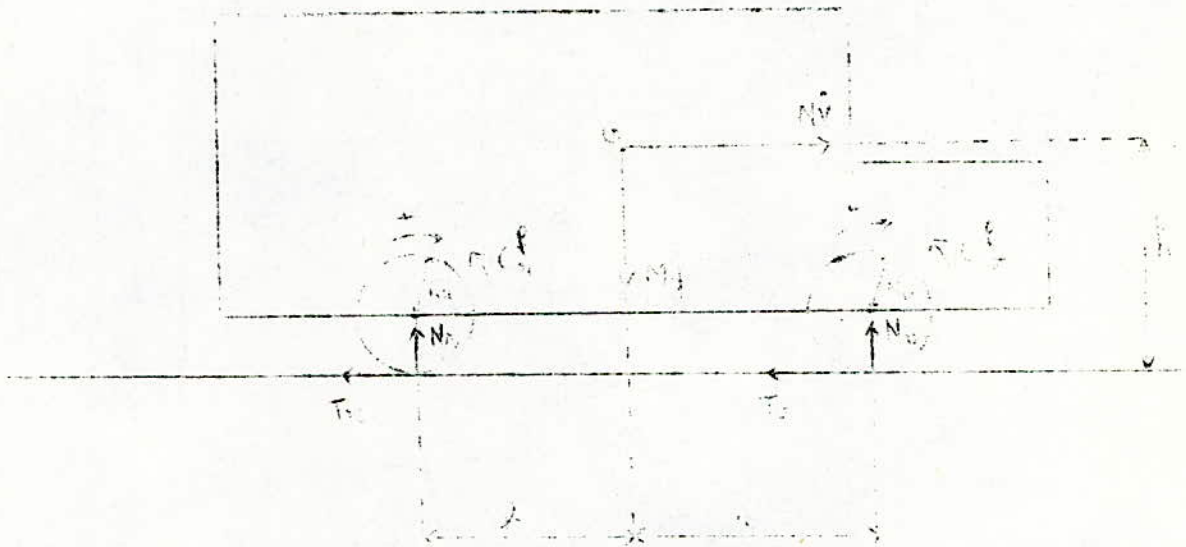
Fig I.3 Variation du coefficient d'adhérence transversale  $\mu_t$  en fonction du glissement  $G$



CHAPITRE II : EQUATIONS DE MOUVEMENT DU VEHICULE  
 -----

1°/ Equations de mouvement:

Ecrivons les équations du mouvement d'un véhicule se déplaçant le long d'une route rectiligne soumis à un couple de freinage:



En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la translation du véhicule et à la rotation des roues, on obtient:

$$(1) \quad M \cdot \dot{V} = - T_v - T_r \quad \text{pour l'ensemble du véhicule}$$

$$(2) \quad I_v \cdot \dot{\omega}_v = T_v \cdot R_v - M_v^f \quad \text{pour les roues avants}$$

$$(3) \quad I_r \cdot \dot{\omega}_r = T_r \cdot R_r - M_r^f \quad \text{pour les roues arrières}$$

Notation utilisée:

$C_v^f$  : Couple de freinage avant

$C_r^f$  : Couple de freinage arrière

$M$  : Masse totale du véhicule  
 $V$  : Vitesse du véhicule  
 $\dot{V}$  : Accélération (ou décélération) du véhicule  
 $T_v$  : Force d'adhérence de la roue avant  
 $T_r$  : Force d'adhérence de la roue arrière  
 $I_v$  : Moment d'inertie de la roue avant  
 $I_r$  : Moment d'inertie de la roue arrière  
 $R_v$  : Rayon de la roue avant  
 $R_r$  : Rayon de la roue arrière  
 $M_v^f$  : Moment du couple de freinage de la roue avant  
 $M_r^f$  : Moment du couple de freinage de la roue arrière

Le point G est le centre de gravité du véhicule.

$$\text{Puisque: } T_v = \mu_v \cdot N_v$$

$$\text{et } T_r = \mu_r \cdot N_r$$

donc l'équation (1) peut s'écrire:

$$M \cdot \dot{V} = - \mu_v \cdot N_v - \mu_r \cdot N_r$$

avec:  $N_v$  : Réaction de la roue avant sur le sol  
 $N_r$  : Réaction de la roue arrière sur le sol  
 $\mu_v$  : Coefficient d'adhérence de la roue avant  
 $\mu_r$  : Coefficient d'adhérence de la roue arrière

2°/ Calcul des forces exercées sur le véhicule:

2-1 Calcul des forces  $N'_v$  et  $N'_r$  dues à la transmission d'énergie des roues au véhicule lors du freinage:

Lors du freinage d'un véhicule ( frein à disque ou à tambour ) , on enregistre un phénomène qui est la transmission d'énergie des roues au véhicule. En effet le freinage d'un véhicule est assuré par un frottement entre deux corps ( roue et disque ou roue et tambour ) , l'un transmettant de l'énergie à l'autre.

Pour le calcul des forces  $N'_v$  et  $N'_r$ , on ne considérera pas le poids du véhicule et la réaction du véhicule sur le sol.

$F_r$  : Force de freinage de la roue arrière

$F_v$  : Force de freinage de la roue avant

Pour exprimer  $N'_v$  et  $N'_r$ , il suffit d'appliquer le théorème des moments au point A de la roue avant et au point B de la roue arrière.

Au point A, on obtient:

$$F_v \cdot r + F_v \cdot r + F_r \cdot (b+a+r') - F_r \cdot (b+a-r'') + N'_r \cdot (b+a) = 0$$

d'où:  $2 F_v \cdot r + 2 F_r \cdot r' = N'_r \cdot (b+a)$

il vient:  $N'_r = \frac{2 F_v \cdot r + 2 F_r \cdot r'}{(b+a)}$

Au point B, on obtient:

$$F_r \cdot r' + F_r \cdot r' - F_v \cdot (b+a-r) + F_v \cdot (b+a+r) - N'_v \cdot (b+a) = 0$$

d'où:  $2 F_r \cdot r' + 2 F_v \cdot r = N'_v \cdot (b+a)$

il vient:  $N'_v = \frac{2 F_r \cdot r' + 2 F_v \cdot r}{(b+a)}$

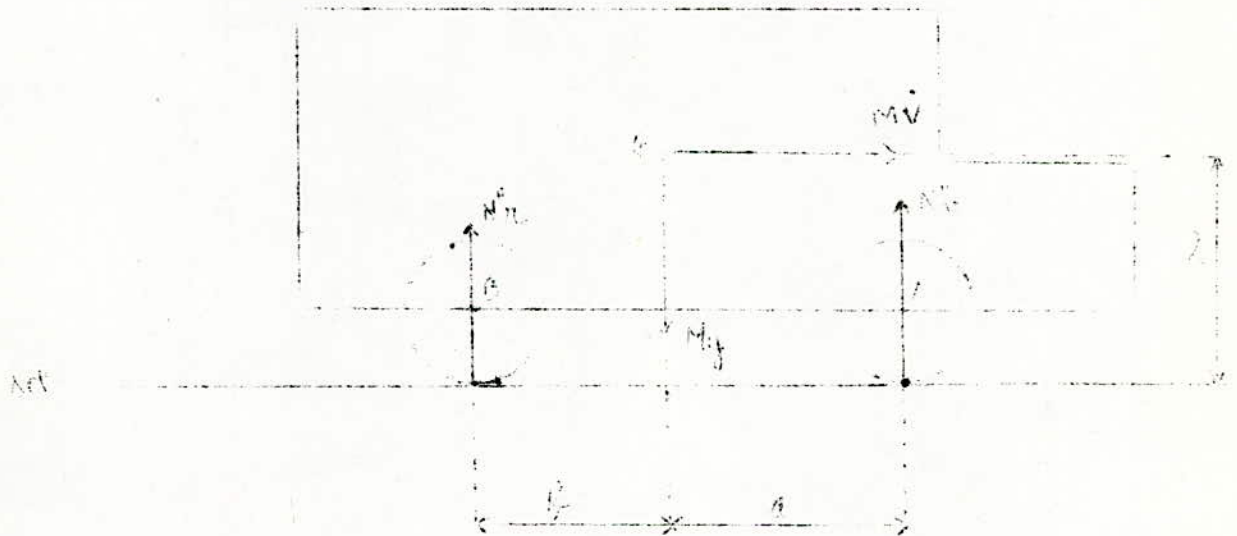
On remarque que les forces  $N'_V$  et  $N'_R$  sont égales et de sens opposé.

Lors du freinage, la transmission d'énergie des roues avants au véhicule est égale à la transmission d'énergie des roues arrières au véhicule.

On notera que la force  $N'_V$  a tendance à soulever les roues avants, par contre la force  $N'_R$  a tendance à enfoncer les roues arrières sur le sol. Ceci bien entendu lors du freinage.

2-2 Calcul des réactions des roues sur le sol en fonction des paramètres du véhicule:

Soient  $N''_R$  la réaction de la roue arrière sur le sol et  $N''_V$  la réaction de la roue avant sur le sol.



Pour déterminer  $N''_R$  et  $N''_V$ , de la même façon que précédemment, il suffit d'appliquer le théorème des moments au point A de la roue avant et au point B de la roue arrière.

Au point A, on obtient:

$$h.M\dot{V} + Mg.a = N''_r.(a+b) \quad (4)$$

Puisque:  $M\dot{V} = -\mu_v.N''_v - \mu_r.N''_r$

et:  $Mg = N''_v + N''_r$

donc:  $N''_v = Mg - N''_r$

d'où:  $M\dot{V} = -\mu_v.(Mg - N''_r) - \mu_r.N''_r$

il vient:  $M\dot{V} = N''_r.(\mu_v - \mu_r) - \mu_v.Mg$

En remplaçant  $M\dot{V}$  dans l'équation (4) par son expression, on obtient:

$$h.N''_r.(\mu_v - \mu_r) - \mu_v.Mg + Mg.a = N''_r.(a+b)$$

donc:  $N''_r = Mg \cdot \frac{(a - h.\mu_v)}{(a+b) + h.(\mu_r - \mu_v)} \quad (5)$

Au point B; on obtient:

$$h.M\dot{V} + N''_v.(a+b) = Mg.b \quad (6)$$

Puisque:  $M\dot{V} = -\mu_v.N''_v - \mu_r.N''_r$

et:  $Mg = N''_v + N''_r$

donc:  $N''_r = Mg - N''_v$

d'où:  $M\dot{V} = -\mu_v.N''_v - \mu_r.(Mg - N''_v)$

il vient:  $M\dot{V} = N''_v.(\mu_r - \mu_v) - \mu_r.Mg$

En remplaçant  $M\dot{V}$  dans l'équation (6) par son expression, on obtient:

$$h.N''_v.(\mu_r - \mu_v) - \mu_r.Mg + N''_v.(a+b) = Mg.b$$

donc:  $N''_v = Mg \cdot \frac{(b + h.\mu_r)}{(a+b) + h.(\mu_r - \mu_v)} \quad (7)$

On notera que si on fait  $N''_v + N''_r$ , on trouve bien  $Mg$ .

On remarque que l'action des roues avants sur le sol est supérieure à celle des roues arrières.

CARACTERISTIQUES DU VEHICULE CONSIDERE  
-----

Masse du véhicule chargée	$M = 1500 \text{ Kg}$
Masse d'une roue	$m = 20 \text{ Kg}$
Moment d'inertie d'une roue	$I = 1,472 \text{ Kg/m}^2$
Rayon d'une roue	$R = 0,30 \text{ m}$
Moment du couple de freinage arriere	$M_r^f = 1230 \text{ N.m}$
Moment du couple de freinage avant	$M_v^f = 2460 \text{ N.m}$
Distance du centre de gravité au sol	$h = 0,60 \text{ m.}$
Distance du centre de gravité au centre de la roue arriere	$b = 0,959 \text{ m}$
Distance du centre de gravité au centre de la roue avant	$a = 1,547 \text{ m}$

CHAPITRE III : OPTIMISATION DU PROCESSUS DE FREINAGE

1°/ Minimisation de la distance d'arrêt:

Pour que le dispositif de freinage soit sûr, il faut qu'il soit efficace, c'est à dire que la distance d'arrêt soit la plus petite que possible et par conséquent le temps de freinage minimum quelque soient les conditions de sols rencontrés:

De l'équation (1) :

$$M\dot{V} = - T_v - T_r$$

$$MV = - \mu_v N_v - \mu_r N_r$$

avec:  $N_v = N_v'' + N_v'$

et:  $N_r = N_r'' - N_r'$

donc:  $M\dot{V} = - \mu_v \cdot (N_v'' + N_v') - \mu_r \cdot (N_r'' - N_r')$

Remplaçons dans l'expression ci-dessus  $N_v''$ ,  $N_r''$ ,  $N_v'$

et  $N_r'$  par leur formule respective:

$$M\dot{V} = - \mu_v \left[ \frac{2 F_r \cdot r' + 2 F_v \cdot r}{(a+b)} + \frac{Mg \cdot (b+h \cdot \mu_r)}{(a+b)+h \cdot (\mu_r - \mu_v)} \right] - \frac{\mu_r}{r} \left[ \frac{Mg \cdot (a-h \cdot \mu_v)}{(a+b)+h \cdot (\mu_r - \mu_v)} - \frac{2 F_v \cdot r + 2 F_r \cdot r'}{(a+b)} \right]$$

donc:  $MV = - Mg \left[ \frac{a \cdot \mu_r + b \cdot \mu_v}{(a+b)+h \cdot (\mu_r - \mu_v)} + \frac{2}{Mg} \frac{F_v \cdot r + F_r \cdot r'}{(a+b)} (\mu_v - \mu_r) \right]$

finalement:  $-\frac{\dot{V}}{g} = \frac{a \cdot \mu_r + b \cdot \mu_v}{(a+b)+h \cdot (\mu_r - \mu_v)} + \frac{2}{Mg} \frac{F_v \cdot r + F_r \cdot r'}{(a+b)} (\mu_v - \mu_r)$

Désignons par  $f$  la fonction définie comme suit:

$$f = - \frac{\dot{V}}{g}$$

On remarque que la fonction  $f$  dépend des paramètres  $\mu_r$  et  $\mu_v$  :  $f = f(\mu_r, \mu_v)$ .

$$\mu_r \in [0, 1] \quad \text{et} \quad \mu_v \in [0, 1]$$

Montrons que la fonction  $f(\mu_r, \mu_v)$  atteint son maximum pour le coefficient d'adhérence  $\mu_{\max} = \mu_{rm} = \mu_{vm}$ .

$\mu_{rm}$  et  $\mu_{vm}$  sont les coefficients d'adhérence critiques.

Pour cela, calculons les dérivées de la fonction  $f(\mu_r, \mu_v)$ , d'une part par rapport à  $\mu_r$ , et d'autre part, par rapport à  $\mu_v$ .

$\alpha$  est l'angle que font les directions  $\mu_r$  et  $\mu_v$ .

$$\frac{df}{d\mu} = \frac{df}{d\mu_v} \cdot \cos \alpha + \frac{df}{d\mu_r} \cdot \sin \alpha$$

Calculons  $\frac{df}{d\mu_v}$  et  $\frac{df}{d\mu_r}$ .

$$\frac{df}{d\mu_v} = \frac{b(a+b+h\mu_r-h\mu_v) + (a\mu_r+b\mu_v) \cdot h}{[(a+b) + h(\mu_r-\mu_v)]^2} + \frac{2}{Mg} \frac{F_v \cdot r + F_r \cdot r'}{(a+b)} \quad (-1)$$

$$\text{finalement: } \frac{df}{d\mu_v} = \frac{(a+b) \cdot (b+h\mu_r)}{[(a+b)+h(\mu_r-\mu_v)]^2} - \frac{2}{Mg} \frac{F_v \cdot r + F_r \cdot r'}{(a+b)}$$

$$\frac{df}{d\mu_r} = \frac{a(a+b+h\mu_r-h\mu_v) - (a\mu_r+b\mu_v) \cdot h}{[(a+b) + h(\mu_r-\mu_v)]^2} + \frac{2}{Mg} \frac{F_v \cdot r + F_r \cdot r'}{(a+b)}$$

$$\text{finalement: } \frac{df}{d\mu_r} = \frac{(a+b) \cdot (a-h\mu_v)}{[(a+b)+h(\mu_r-\mu_v)]^2} + \frac{2}{Mg} \frac{F_v \cdot r + F_r \cdot r'}{(a+b)}$$

Puisque:  $0 \leq |\mu_v - \mu_r| \leq 1$  et  $a+b > h$

et pour assurer la stabilité d'un véhicule, on a:  $a > h$

et aussi:  $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$

d'où:  $0 \leq \sin \alpha \leq 1$  et  $0 \leq \cos \alpha \leq 1$

On en déduit que  $\frac{df}{d\mu_r}$  est toujours positif quelque soient les valeurs de  $\mu_r$  et  $\mu_v$ .

Montrons que  $\frac{df}{d\mu_v}$  est aussi positif.

Pour cela, on doit calculer la valeur de  $\frac{df}{d\mu_v}$  de notre modèle considéré.



$$\frac{df}{d\mu_v} = \frac{(a+b) \cdot (b+h \cdot \mu_r)}{[(a+b) + h \cdot (\mu_r - \mu_v)]^2} - \frac{2}{Mg} \frac{F_v \cdot r + F_r \cdot r'}{(a+b)}$$

Etudions les deux cas extrêmes de la dérivée  $\frac{df}{d\mu_v}$  qui minimisent le premier terme.

1er cas:  $\mu_r = 0$  et  $\mu_v = 1$

$$\text{On trouve: } \frac{df}{d\mu_v} = 0,66$$

2ème cas:  $\mu_r = 1$  et  $\mu_v = 0$

$$\text{On trouve: } \frac{df}{d\mu_v} = 0,40$$

On en conclut que  $\frac{df}{d\mu}$  est positive, donc la fonction  $f(\mu_r, \mu_v)$  est maximum pour  $\mu_{rm} = \mu_{vm} = \mu_{max}$ .

Puisque la fonction  $f = -\frac{\dot{V}}{g}$ , on en déduit que la déccélération  $\dot{V}$  du véhicule est maximale si le coefficient d'adhérence des roues avants est égal à celui des roues arrières.

Afin d'assurer un freinage efficace, les roues avants et arrières doivent " travailler " dans les mêmes conditions, ce qui implique une distance de freinage et un temps de freinage minimums.

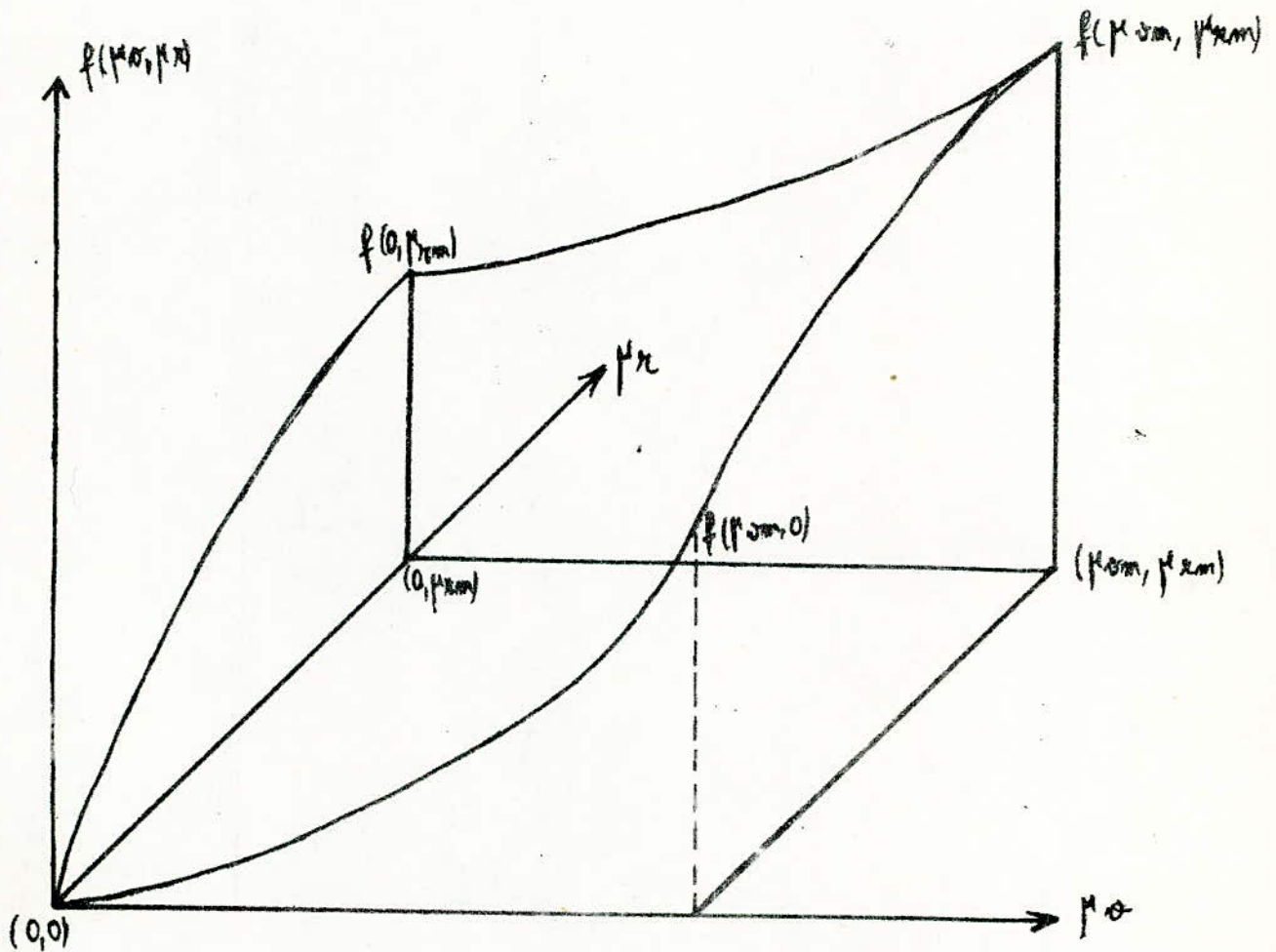


fig III-1 Orientation de la fonction  $f(p_0, p_1)$  dans l'espace.

2°/ Expression du moment du couple de freinage avant en fonction du moment du couple de freinage arrière:

Pour que les roues avant et arrières " travaillent " dans les mêmes conditions, il est nécessaire de contrôler la pression des roues avant en fonction de celles des roues arrières.

On aura à chaque instant t:

$$\mu_v(t) = \mu_r(t) = \mu(t)$$

et  $w_v = w_r = w$

donc  $\dot{w}_v = \dot{w}_r = \dot{w}$

D'après les équations (2) et (3), on en déduit que:

$$(9) \quad \dot{w}_v = \frac{1}{I_v} (T_v \cdot R_v - M_v^f)$$

$$(10) \quad \dot{w}_r = \frac{1}{I_r} (T_r \cdot R_r - M_r^f)$$

Les équations (9) et (10) sont égales car  $\dot{w}_r = \dot{w}_v$

Il vient:

$$\frac{1}{I_v} (T_v \cdot R_v - M_v^f) = \frac{1}{I_r} (T_r \cdot R_r - M_r^f)$$

donc:  $T_v \cdot R_v - M_v^f = \frac{I_v}{I_r} (T_r \cdot R_r - M_r^f)$

d'où:  $M_v^f = T_v \cdot R_v - \frac{I_v}{I_r} (T_r \cdot R_r - M_r^f)$

finalement:  $M_v^f = \frac{I_v}{I_r} \cdot M_r^f + \mu \cdot (N_v \cdot R_v - \frac{I_v}{I_r} N_r \cdot R_r)$

On remarque que le moment du couple de freinage avant est supérieur au moment du couple de freinage arrière car la réaction des roues avant sur le sol est supérieure à celles des roues arrières.

Les forces accélérant les roues avant sont plus grandes que celles accélérant les roues arrières, d'où la nécessité de produire un couple de freinage avant supérieur à celui de l'arrière.

### 3°/ Critère de freinage optimal:

D'après la courbe représentative du coefficient d'adhérence longitudinale  $\mu$  en fonction du glissement  $G$ , le fonctionnement du freinage est optimal si  $\mu$  se trouve au voisinage de  $\mu_{\max}$ , cela revient à chercher les contraintes pour lesquelles  $\frac{d\mu}{dG}$  est positif.

D'une façon générale, la roue passe par une adhérence maximale qui correspond à un certain couple de freinage, celui-ci devenant plus élevé, l'adhérence diminue progressivement jusqu'au minimum correspondant au blocage de la roue.

La stabilité est assurée pendant la phase qui sépare le début du freinage jusqu'au ralentissement maximal.

Pour éviter le blocage des roues et pour obtenir une distance d'arrêt minimale, on doit donc satisfaire à la condition  $\frac{d\mu}{dG}$  positive.

$$\frac{d\mu}{dG} = \frac{d\mu}{dt} \cdot \frac{dt}{dG}$$

$$\frac{d\mu}{dG} = \frac{\frac{d\mu}{dt}}{\frac{dG}{dt}} = \frac{\dot{\mu}}{\dot{G}}$$

Pour que  $\frac{d\mu}{dG}$  soit positif, il faut que:

Soient:  $\dot{\mu} < 0$  et  $\dot{G} < 0$

ou soient:  $\dot{\mu} > 0$  et  $\dot{G} > 0$

Calcul de  $\dot{G} = \frac{dG}{dt}$

Puisque  $G = \frac{V - w.R}{V}$

donc  $\dot{G} = \frac{wR \cdot \dot{V} - \dot{w}R \cdot V}{V^2}$

Calcul de  $\dot{\mu} = \frac{du}{dt}$

De l'équation (1) :  $M\dot{V} = -\mu_v N_v - \mu_r N_r$

Puisque les roues avant et arrières "travaillent dans les mêmes conditions:  $\mu_r = \mu_v = \mu$

donc:  $M\dot{V} = -\mu (N_v + N_r)$

d'où:  $\mu = \frac{M\dot{V}}{N_v + N_r}$

Dérivons  $\mu$  par rapport au temps:

$$\frac{du}{dt} = -M \frac{\ddot{V} \cdot (N_v + N_r) - \dot{V} \cdot (N_v + N_r)'}{(N_v + N_r)^2}$$

$$(N_v + N_r)' = \frac{d}{dt} (N_v + N_r) = 0 \text{ car } N_v + N_r = Mg$$

$$\text{d'où } \dot{\mu} = -M\ddot{V} \frac{Mg}{(Mg)^2}$$

$$\text{donc } \dot{\mu} = -\frac{\ddot{V}}{g}$$

En conclusion, pour que  $\frac{du}{dG}$  soit positif, il faut que:

$$\begin{aligned} \text{Soient: } & \frac{wR \cdot \dot{V} - \dot{w}R \cdot V}{V^2} < 0 \quad \text{et} \quad -\frac{\dot{V}}{g} < 0 \\ \text{ou soient: } & \frac{wR \cdot \dot{V} - \dot{w}R \cdot V}{V^2} > 0 \quad \text{et} \quad -\frac{\dot{V}}{g} > 0 \end{aligned}$$

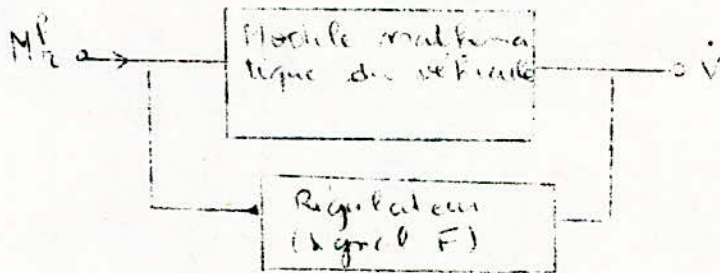
En écrivant ces contraintes plus simplement, on obtient:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{w}{V}\right)' > 0 \quad \text{et} \quad \ddot{V} > 0 \\ \text{ou} & \left(\frac{w}{V}\right)' < 0 \quad \text{et} \quad \ddot{V} < 0 \end{aligned}$$

Ces contraintes nous permettent d'avoir un freinage optimal.

#### 4°/ Notion sur la régulation extrême:

Lorsqu'on applique un couple de freinage à un véhicule, l'accélération est affectée, par conséquent on peut concevoir un modèle mathématique du véhicule *représenté* par un "bloc" ayant pour entrée le moment du couple de freinage arrière  $M_r^F$  et pour sortie la décélération  $\dot{V}$ . La sortie est reliée à l'entrée par l'intermédiaire d'un régulateur qui est la pression de freinage ( signal F ).



Par définition, la régulation est extrême si:  
$$\text{grad } \dot{V} = - \frac{d\dot{V}}{dM_r^F} = 0$$

En fait, on recherche le maximum du coefficient d'adhérence  $\mu$  pour chaque état de la liaison pneu-sol.

On a montré précédemment que pour assurer une optimisation du fonctionnement de la commande, il fallait que  $\frac{d\mu}{dG}$  soit positif ; montrons que cette contrainte correspond à  $\text{grad } \dot{V} = 0$ .

Pour cela, montrons que le signe de  $\frac{d\mu}{dG}$  est identique au signe de  $-\frac{d\dot{V}}{dM_r^F}$ .

Quatre cas se présentent:

\* Le glissement augmente de la valeur zéro à  $G_m$ .

Le coefficient d'adhérence  $\mu$  augmente avec le glissement  $G$ , on en déduit que  $\frac{d\mu}{dG} > 0$ .

Pour étudier le signe de  $-\frac{d\dot{v}}{dM_r^f}$ , on analyse le signe de  $-\frac{d\dot{v}}{dt} / \frac{dM_r^f}{dt}$ .

La déccélération étant nulle au départ, diminue jusqu'à la valeur minimum  $-g \cdot \mu_k$ .

$\mu_k$  : coefficient d'adhérence maximum

On en déduit que  $\frac{d\dot{v}}{dt} < 0$  donc  $-\frac{d\dot{v}}{dt} > 0$ .

Puisque le couple de freinage arrière est appliqué durant ce laps de temps alors  $\frac{dM_r^f}{dt} > 0$

On considère que  $\frac{dM_r^f}{dt}$  est positif lorsque le couple de freinage est appliqué, par contre  $\frac{dM_r^f}{dt}$  est négatif si le couple de freinage n'est pas appliqué.

Par conséquent, on a:  $-\frac{d\dot{v}}{dM_r^f} > 0$

Pour ce cas, le signe de  $\frac{d\mu}{dG}$  est bien identique au signe de  $-\frac{d\dot{v}}{dM_r^f}$ .

\* Le glissement  $G$  diminue de  $G_m$  à  $G_b$ .

$G_b$  est le glissement correspondant au blocage des roues ( $G_b=1$ )

$\mu_b$  est le coefficient d'adhérence correspondant au glissement  $G_b$ .

Le coefficient d'adhérence  $\mu$  diminue de  $\mu_k$  à  $\mu_b$  tandis que le glissement augmente de  $G_m$  à  $G_b$ , on en déduit que  $\frac{d\mu}{dG} < 0$ .

La déccélération augmente de  $-g \cdot \mu_k$  à  $-g \cdot \mu_b$  donc  $\frac{d\dot{v}}{dt} > 0$ , par conséquent  $-\frac{d\dot{v}}{dt} < 0$

Le couple de freinage étant appliqué alors  $\frac{dM_r^f}{dt} > 0$ ; finalement  $-\frac{d\dot{v}}{dM_r^f} < 0$ .

Ce qui correspond bien au signe de  $\frac{d\mu}{dG}$ .

\* Le glissement diminue de  $G_b$  à  $G_m$ .

Le coefficient d'adhérence  $\mu$  augmente de  $\mu_b$  à  $\mu_k$  tandis que le glissement diminue de  $G_b$  à  $G_m$  donc  $\frac{d\mu}{dG} < 0$ .

La décélération diminue de  $-g \cdot \mu_b$  à  $-g \cdot \mu_k$  donc  $\frac{d\dot{v}}{dt} < 0$ , par conséquent  $-\frac{d\dot{v}}{dt} > 0$ .

Le couple de freinage n'étant pas appliqué alors  $\frac{dM_f}{dt} < 0$ .

Finalement  $-\frac{d\dot{v}}{dM_f} < 0$

Pour ce cas, on a bien signe de  $\frac{d\mu}{dG}$  identique au signe de  $-\frac{d\dot{v}}{dM_f}$ .

\* Le glissement diminue de  $G_m$  à la valeur zéro.

Le coefficient d'adhérence  $\mu$  diminue de  $\mu_k$  à zéro avec le glissement, par conséquent  $\frac{d\mu}{dG} > 0$ .

La décélération augmente de  $-g \cdot \mu_k$  à zéro donc  $\frac{d\dot{v}}{dt} > 0$ , il vient  $-\frac{d\dot{v}}{dt} < 0$ .

Le couple de freinage n'étant pas appliqué  $\frac{dM_f}{dt} < 0$ ; finalement  $-\frac{d\dot{v}}{dM_f} > 0$ .

Ce qui correspond bien au signe de  $\frac{d\mu}{dG}$ .

On a montré dans les quatre cas possibles que le signe de  $\frac{d\mu}{dG}$  est identique au signe de  $-\frac{d\dot{v}}{dM_f}$ .



5°/ Etude du modèle mathématique du véhicule:

Lorsque les roues avants et arrières " travaillent " dans les mêmes conditions, on a à chaque instant t:

$$\mu_r(t) = \mu_v(t) = \mu$$

et  $w_r = w_v$

Ceci va nous conduire à trouver un modèle simplifié du véhicule.

Des équations (2) et (3) :

$$I_v \cdot \dot{\omega}_v = T_v \cdot R_v - M_v^f$$

$$I_r \cdot \dot{\omega}_r = T_r \cdot R_r - M_r^f$$

En sommant les deux relations ci-dessus, il vient:

$$I_v \cdot \dot{\omega}_v + I_r \cdot \dot{\omega}_r = T_v \cdot R_v + T_r \cdot R_r - M_v^f - M_r^f$$

Plus simplement l'équation peut s'écrire:

$$I \cdot \dot{\omega} = T \cdot R - M_t^f$$

avec:  $I = I_v + I_r$

$$R = R_v + R_r$$

$$M_t^f = M_v^f + M_r^f$$

$$T = T_v + T_r$$

On a aussi:

$$M \cdot \ddot{V} = - T$$

Les équations (1), (2) et (3) du véhicule se résument à deux équations simples pour le modèle considéré:

$$M \ddot{V} = - T$$

$$I \cdot \dot{\omega} = T \cdot R - M_t^f$$

5-1 Caractéristique du modèle mathématique du véhicule:



On assimilera le véhicule à une roue ayant les caractéristiques suivantes:

- une masse  $M$  égale à celle du véhicule
- un moment d'inertie égal à la somme des moments d'inertie de la roue avant et de la roue arrière
- une force d'adhérence  $T$  égale à la somme des forces d'adhérence de la roue avant et de la roue arrière.
- un rayon  $R$  égal au rayon de la roue arrière et de la roue avant
- - un couple de freinage égal à la somme des couples de freinage de la roue avant et de la roue arrière.
- une vitesse de rotation du modèle de véhicule  $w$  égal à celles des roues avant et arrière.
- un coefficient d'adhérence  $\mu$  égal à celles des roues avant et arrière.

Notre modèle de véhicule sera désormais défini par les deux équations:

$$M \cdot \dot{V} = - T$$

$$I \cdot \dot{w} = T \cdot R - M_t^f$$

Ces deux relations vont nous permettre de calculer les paramètres importants à savoir  $\dot{V}$ ,  $V$ ,  $\dot{w}$ ,  $w$  et  $M_t^f$  en fonction des caractéristiques du modèle de véhicule et du coefficient d'adhérence  $\mu$  disponible à tout instant  $t$ .

5 - 2 Détermination du moment du couple de freinage total  $M_t^f$  :

Puisque:  $M_t^f = M_r^f + M_v^f$

et  $N_v = Mg \frac{b+h.u}{(a+b)} + \frac{2F_r \cdot r' + 2F_v \cdot r}{(a+b)}$

$N_r = Mg \frac{a-h.u}{(a+b)} - \frac{2F_r \cdot r' + 2F_v \cdot r}{(a+b)}$

donc, on aura: en négligeant  $2uR/(a+b)$  devant l'unité.

$M_v^f = M_r^f + \mu \cdot R \cdot Mg \frac{(b-a)}{(b+a)} + \mu^2 \cdot 2 Mg \cdot R \frac{h}{(a+b)}$

Soit finalement:

$M_t^f = 2 M_r^f + \mu \cdot R \cdot Mg \frac{(b-a)}{(a+b)} + 2 \mu^2 \cdot Mg \cdot R \frac{h}{(a+b)}$

5-3 Détermination de la déccélération  $\dot{V}$  et de la vitesse  $V$  :

Puisque  $M \cdot \dot{V} = - T$

et  $T = Mg \cdot \mu$

donc  $M \cdot \dot{V} = - Mg \cdot \mu$

d'où  $\dot{V} = - g \cdot \mu$

Soit  $V_0$  la vitesse initiale du freinage

La déccélération  $\dot{V}$  et la vitesse  $V$  sont reliées par la relation:

$V = \int \dot{V} dt + V_0$

$V = - g \cdot \mu dt + V_0$

5-4 Détermination de l'accélération rotationnelle  $\dot{\omega}$  et de la vitesse  $\omega$  :

De l'expression:  $I \cdot \dot{\omega} = T \cdot R - M_t^f$

On tire:  $\dot{\omega} = \frac{T \cdot R}{I} - \frac{1}{I} M_t^f$

or:  $M_t^f = 2 M_r^f + \mu \cdot R \cdot Mg \frac{(b-a)}{(b+a)} + 2 \mu^2 Mg \cdot R \frac{h}{(b+a)}$

d'où:  $\dot{w} = \frac{1}{I} Mg \cdot h \cdot \mu - 2 \frac{M r^f}{I} - 2 Mg \cdot R \frac{\mu^2}{I \cdot (a+b)} - Mg \cdot R \cdot \mu \frac{(b-a)}{I \cdot (a+b)}$

finalement:

$$\dot{w} = \frac{2 Mg \cdot R}{I \cdot (a+b)} ( a \cdot \mu - h \cdot \mu^2 ) - 2 \frac{M r^f}{I}$$

De cette relation, on déduit w:

$$w = \int \dot{w} dt + w_0$$

$w_0$  est la vitesse initiale de rotation de la roue.

$w_0$  et  $V_0$  sont liés par la relation:

$$V_0 = w_0 \cdot R \quad \text{ou} \quad w_0 = V_0 / R$$

$$\text{donc: } w = \int \dot{w} dt + \frac{V_0}{R}$$

## 6°/ Commande de la pression de freinage arrière:

La commande des freins est automatiquement réglée en fonction de l'état dynamique de la roue, il faudrait que le système interdise tout blocage des roues quelque soit l'état du sol.

Afin d'assurer la stabilité du véhicule sur sa trajectoire, l'automate qui s'interpose entre l'homme et l'action de freinage ne peut substituer le conducteur, il doit seulement intervenir en cas de danger, c'est à dire risque de blocage des roues.

A cet effet, nous devons élaborer un signal P dit signal de préselection qui ne réagira que pour la zone avoisinante à la zone de blocage; il a été démontré expérimentalement ( par des chercheurs) que cette zone dangereuse est définie par la relation:

$$P=1 \text{ si } -\dot{w} \geq (0,8 \text{ à } 1,3) .g \quad \text{roue bloquée}$$

$$P=0 \text{ si } -\dot{w} < (0,8 \text{ à } 1,3) .g \quad \text{roue libre}$$

$g$  étant l'accélération de la pesanteur.

D'autre part, il est bien évident que le système ne doit rentrer en action que si le conducteur applique un couple de freinage. Nous représenterons cette information par le signal F.

F=0 Pression de freinage non exercée

F=1 Action de freinage du chauffeur

Pour déterminer entièrement l'état dynamique de la roue, il nous faut encore disposer du signal S

$$S=1 \quad \text{si} \quad \frac{du}{dG} > 0$$

$$S=0 \quad \text{si} \quad \frac{du}{dG} < 0$$

L'automate nanti des trois informations P, S et F va pouvoir réguler la pression de freinage arrière.

La pression de freinage des roues avants est contrôlée par celles des roues arrières.

Comme il a été vu précédemment, la force accélérant les roues avants est plus grande que celles des roues arrières. Puisque que  $N_v > N_r$ , on en déduit que  $T_v > T_r$ .

Lorsqu'on arrête le freinage des roues, il subsiste un couple de freinage des roues avants.

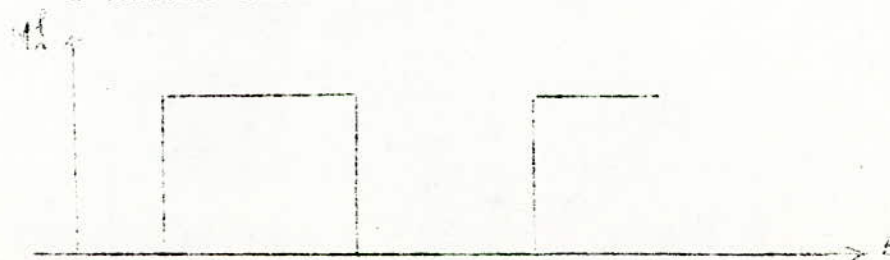
La diminution de la pression de freinage doit être rapide pour enrayer efficacement le blocage des roues.

La perception de déccélération est beaucoup plus sensible sur le sol de haute adhérence; la nécessité d'une chute de pression rapide ne s'impose que sur les sols de basse adhérence pour lesquels le temps nécessaire pour que la roue se bloque est plus petit.

En réalité, le moment du couple de freinage arrière a l'allure suivante:



Pour des raisons de simplification, on supposera que le moment du couple de freinage arrière a l'allure suivante:



Désignons par X le signal de commande qui agit sur la pression de freinage arrière.

$$\text{Puisque: } M_t^f = 2 M_r^f + \mu \cdot R \cdot Mg \frac{(b-a)}{(b+a)} + 2 \mu^2 \cdot Mg \cdot R \frac{h}{(a+b)}$$

$$\text{donc: } M_t^f = 2 M_r^f + A \cdot \mu + B \cdot \mu^2$$

$$\text{avec: } A = R \cdot Mg \frac{(b-a)}{(b+a)}$$

$$B = 2R \cdot Mg \frac{h}{(a+b)}$$

$$\text{Si le signal } X=0, \text{ alors } M_r^f = 0$$

$$\text{d'où: } M_t^f = A \cdot \mu + B \cdot \mu^2$$

Par conséquent  $M_t^f$  diminue, ce qui entraîne une diminution du glissement  $\mathbb{S}$ , donc une augmentation du coefficient d'adhérence  $\mu$ .

L'adhérence  $\mu$  croit jusqu'à ce que la roue atteigne la zone de stabilité c'est à dire  $S=1$ , on se trouve alors au voisinage de  $\mu_{\max}$ , donc X devient égal à l'unité et par conséquent le moment du couple de freinage total devient égal à:

$$M_t^f = 2 M_r^f + A \cdot \mu + B \cdot \mu^2$$

La force de freinage  $T = - Mg \cdot \mu$  est maximale puisque  $\mu = \mu_{\max}$  d'où une distance et un temps de freinage minimums.

#### 6-1 Les différents états de la roue:

Nous résumons les différents cas possibles des états de la roue à l'aide de la courbe  $\mu = f(G)$  représentée à la figure III-1.

Zone 1 :	F = 1	P = 1	S = 0
Zone 2 :	F = 1	P = 0	S = 0
Zone 3 :	F = 1	P = 0	S = 1
Zone 4 :	F = 0	P = 0	S = 1

Déterminons le signal X de commande de la pression de freinage arrière de chacune des quatre zones:

- Zone 1 : Instable et dangereuse, intervention de l'automate pour réduire le moment du couple de freinage total  $M_t^f$  ; par conséquent  $M_r^f = 0$  d'où le signal  $X = 0$ .
- Zone 2 : Instable, risque de blocage éliminé, on maintient  $X = 0$  afin de se rapprocher de la zone de stabilité et du maximum d'adhérence.
- Zone 3 : Stable, éloignée du blocage, on peut donc réappliquer le couple de freinage arrière afin de disposer d'une force de freinage maximale donc  $X = 1$ .
- Zone 4 : Dans cette zone la roue est motrice, aucun couple de freinage n'est appliqué par conséquent  $X = 0$ .

L'état  $P=1$  et  $F=1$  doit correspondre au début du cycle d'intervention du système de freinage.

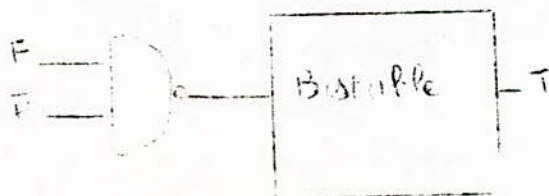
L'état  $P=0$  et  $F=0$  doit préparer le système à un nouveau cycle.

Moyennant une "porte" NAND dont la sortie commande un bistable (bascule), on peut concevoir un système tel que le bistable ne change d'état que si  $P=1$  et  $F=1$  ou  $F=0$  et  $P=0$ .

Etat (1,1) début du cycle, le bistable passe de l'état 0 à l'état 1.

Etat (0,0) fin du cycle, et préparation à un nouvel état, le bistable passe de l'état 1 à l'état 0.

On adoptera le circuit suivant:





La bascule T est un circuit capable de maintenir la sortie dans un état donné ou de l'inverser lorsqu'on applique à son entrée un niveau "1".

6-2 Détermination du schéma de la commande de pression de freinage arrière:

On doit élaborer un circuit de commande dont la sortie X en fonction des états P, S et F est donnée par le tableau suivant:

F = 1	P=1	S=0	X=0
F = 1	P=0	S=0	X=0
F = 1	P=0	S=1	X=1
F = 0	P=0	S=1	X=0

Le schéma de la figure ci-dessous nous permet de commander la pression de freinage arrière.

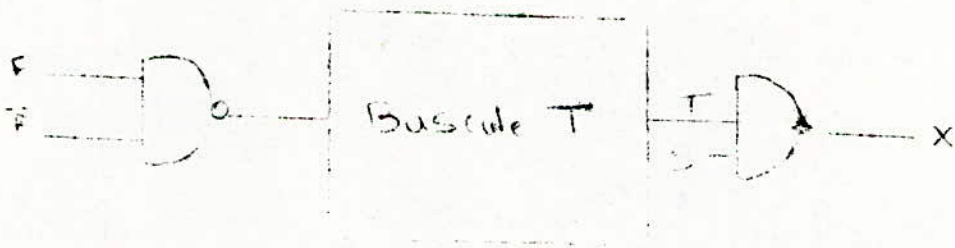


Table de vérité de cette commande:

F	P	$\bar{P}$	$F \cdot \bar{P}$	Q	Q+	S	X=T.S
1	1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1	0	0
1	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	1	0

Q : état initial de la bascule à l'instant t

Q+ : état final de la bascule à l'état t+1

On remarque que la table de vérité est bien conforme à l'état X désiré.

## 7°/ Bloc diagramme de simulation

### 7-1 Description de la commande de freinage:

Au début du freinage, les vitesses initiales du véhicule et des roues sont égales à respectivement  $V_0$  et  $w_0$ .

A l'instant  $t=0$  où débute le freinage, le coefficient d'adhérence  $\mu$  est nul. L'action du freinage provoque une diminution des vitesses du véhicule et des roues, d'où une variation du coefficient d'adhérence  $\mu$ .

La commande consiste tout d'abord à simuler le glissement  $G$ . Connaissant ce dernier, il est nécessaire de simuler la caractéristique  $\mu(G)$  afin de connaître cette valeur à chaque instant.

Le modèle mathématique du véhicule nous permet de déterminer  $\dot{V}$  et  $\dot{w}$ , par conséquent les vitesses  $V$  et  $w$ .

Cette commande est soumise à une contrainte l'assurant de "travailler" dans la zone de stable de la caractéristique  $\mu(G)$ .

Le système en lui-même est commandé par deux signaux  $F$  et  $P$ ;  $F$  étant le signal de pression de freinage et  $P$  étant le signal de préselection qui détermine le signal de blocage.

On notera que si le signal  $F$  est égal à zéro (pression de freinage non exercée) la commande est à l'arrêt, par contre si le signal  $F$  est égal à l'unité (pression de freinage exercée) la commande fonctionne.

Il est bien entendu que la diminution de pression de freinage se fait par la commande.

Le signal  $X$  nous indique si le couple de freinage arrière est appliqué.

Connaissant le signal  $X$  et la valeur de  $\mu$  à tout instant, on déduit la pression de freinage totale à exercer sur le véhicule.

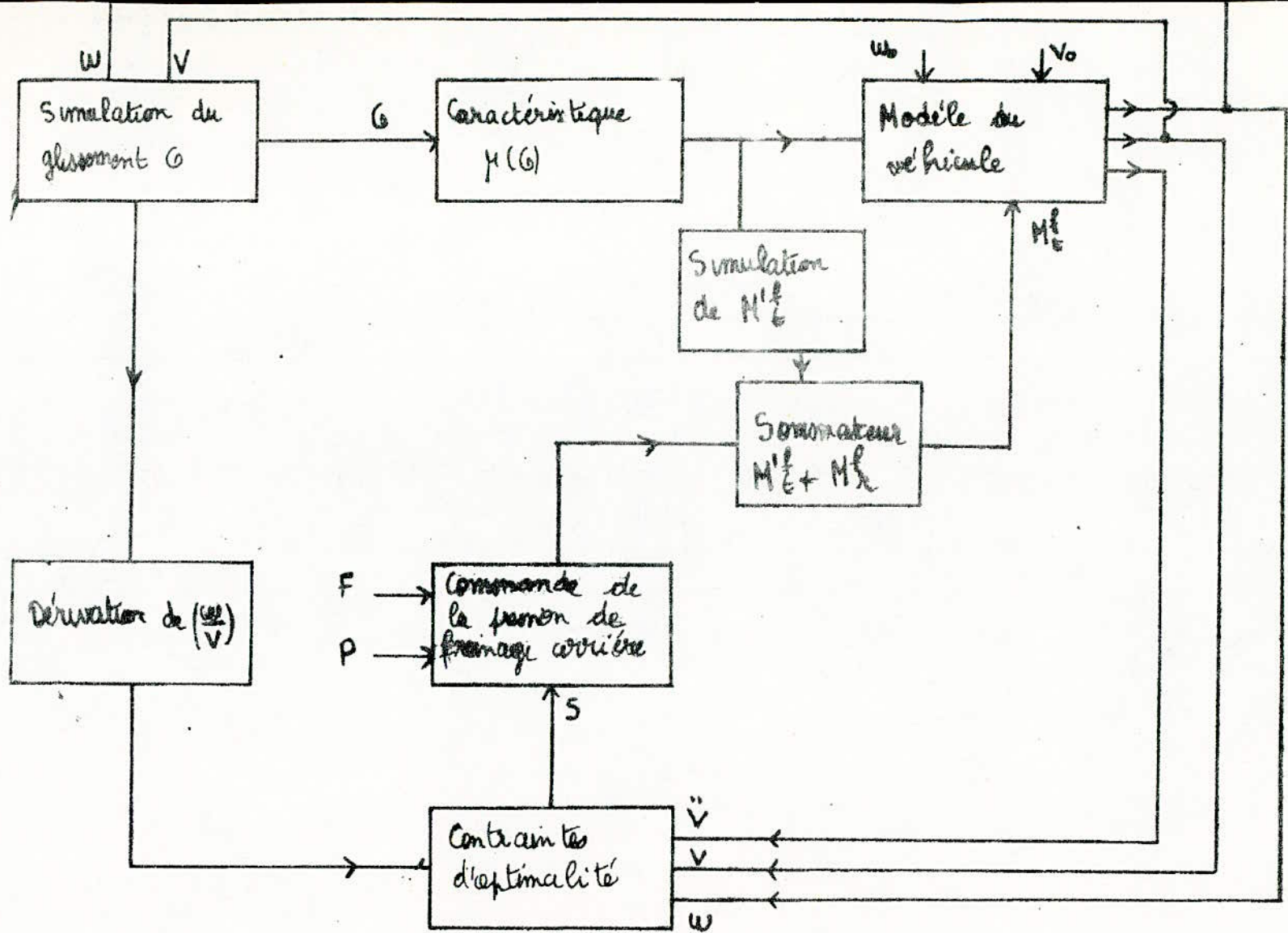


fig II-6 BLOC DIAGRAMME DE SIMULATION  
 DE LA COMMANDE DE FREINAGE

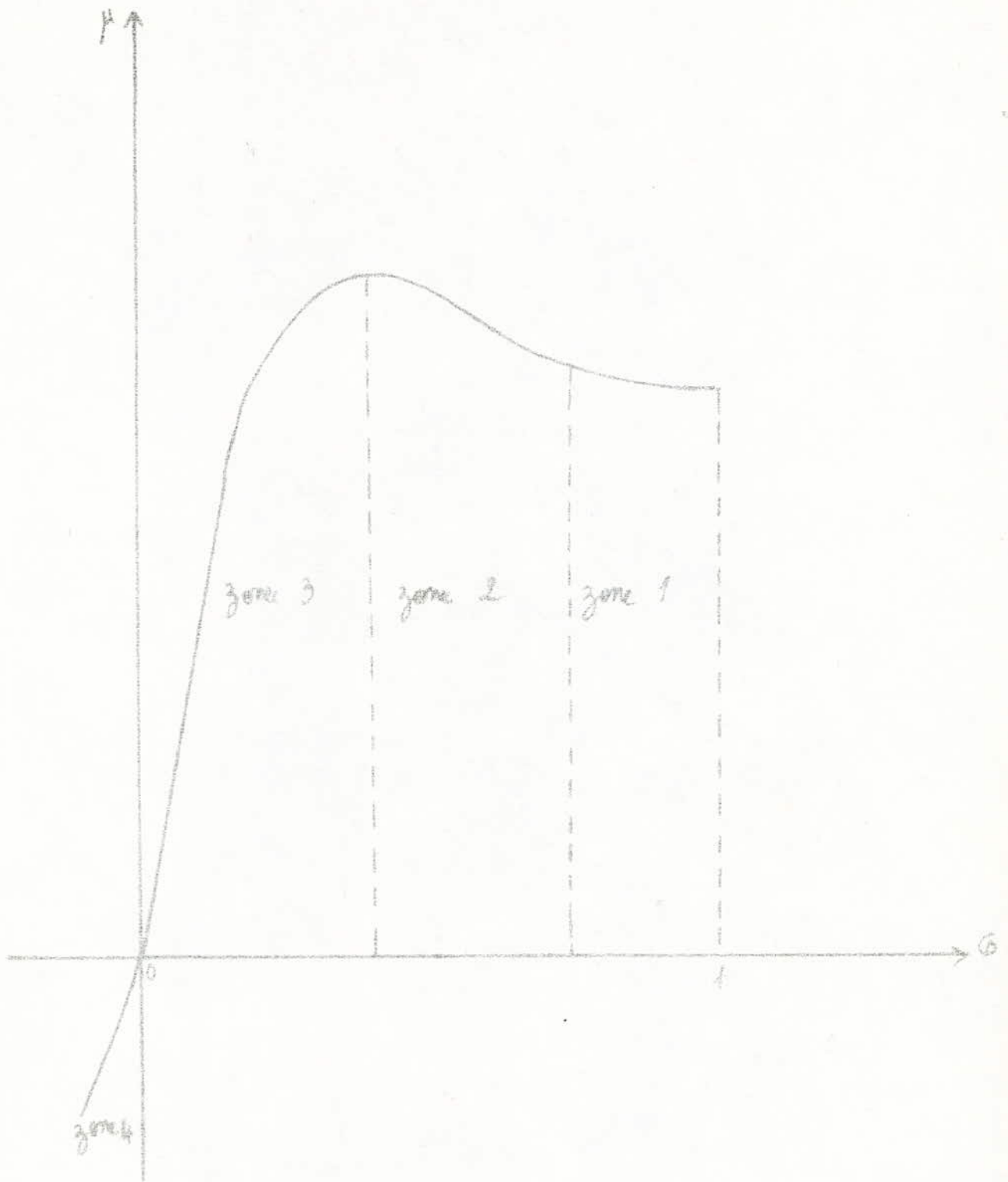


fig B-5 Différentes zones caractérisant l'état de la rosée

## CHAPITRE IV : CALCUL ANALOGIQUE

### 1°/ Généralités sur le canal analogique:

L'étude analogique d'un phénomène physique consiste à remplacer la grandeur physique que l'on veut étudier par une grandeur électrique dite grandeur machine. Cette dernière peut être soit un courant, soit une tension proportionnelle aux inconnues du problème.

On utilise à cet effet un calculateur analogique qui est une combinaison d'éléments ou d'unités de calcul, reliés électriquement les uns aux autres. Ces opérateurs reproduisent une équation donnée et fournissent une solution visuelle; il est particulièrement bien adapté à l'opération d'intégration donc aux résolutions de systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients constants, à la résolution d'opérations algébriques classiques, sommation, multiplication, division,...

Le processus employé est le suivant:

a) Connaissant les équations du système à étudier, on cherche un modèle analogique sur lequel on puisse facilement effectuer les mesures.

b) On établit entre les différentes variables de ce modèle et celles du système à étudier un tableau de correspondance permettant de calculer les uns en fonction des autres.

c) On applique au modèle des sollicitations analogues à celle du problème.

d) On mesure la réponse du modèle à ces sollicitations.

e) On traduit enfin ces mesures, grâce au tableau de correspondance pour trouver les véritables valeurs des grandeurs physiques du problème posé.

## 1-1 Unité machine:

Afin d' avoir une simulation correcte de notre problème, on doit introduire une unité machine qui est une grandeur électrique nous permettant de limiter les tensions de calculs afin qu'elles ne dépassent pas une tension de référence  $V_{réf}$  que l'on se fixera. Le choix de cette grandeur électrique doit satisfaire au deux critères suivants:

a) Aucune variable machine ne doit quitter la plage de linéarité de l'amplificateur; en dehors de cette plage, les opérations effectuées sont entachées de grandes erreurs.

b) Les variables machines doivent être observables c'est à dire, elles ne doivent pas être trop petites ni varier trop vite de manière à ce qu'elles puissent être repérées avec assez de précision par les instruments de mesure ou d'enregistrement.

Ces deux critères sont presque toujours réalisés lorsque les échelles choisies sont adéquates.

Les échelles sont tirées à partir des relations suivantes:

$$X_{élec} = \frac{X_{phy}}{X_{phy-max}} \cdot V_{réf}$$

$$\text{On pose: } K = \frac{V_{réf}}{X_{phy-max}}$$

Généralement, on prend  $V_{réf} = 10$  Volts.

$X_{phy}$  étant la variable physique

$X_{élec}$  est la tension électrique qui lui est associé.

$X_{phy-max}$  est la variable physique maximale

K est le facteur d'échelle qui lie les deux grandeurs par la relation:

$$X_{élec} = K \cdot X_{phy}$$

## 1-2 Choix de la variable indépendante:

La variable indépendante des calculateurs analogiques est le temps. Le choix des échelles des variables machines entraîne automatiquement celui des variables indépendantes.

L'unité de cette variable indépendante est la seconde du temps machine; son échelle est définie comme suit:

$$m_t = 1 \left[ \frac{\text{seconde}}{\text{unité de mesure de la variable}} \right]$$

Si  $m_t = 1$ , on dit que la machine résout le problème en temps réel; cela signifie que le processus physique et son modèle se déroulent à la même vitesse.

Si la durée de simulation d'un processus est inférieure à la durée réelle, on dit que la machine fonctionne en temps accéléré; et inversement c'est à dire, si  $m_t$  est inférieur, le calculateur travaille en temps ralenti.

La variation de la durée de résolution du problème est primordiale dans le choix de l'échelle de la variable indépendante. Elle est liée aux constantes de temps des intégrateurs.

Soit le schéma de la figure a), il représente un intégrateur de constante de temps l'unité.



La variable d'entrée est  $\dot{x}(t)$ , elle représente la vitesse de variation de la variable  $x(t)$ . En changeant la constante de temps, on peut aisément modifier la vitesse de variation de  $x(t)$ .

La figure b) représente un intégrateur dont la vitesse de variation est dix fois plus grande que le schéma de la figure a). Ceci est réalisable en faisant un changement de variable indépendante adéquat.



## 2°/ Etude détaillée des différentes fonctions de base:

### 2-1 Définition des fonctions de base

L'inventaire des fonctions et opérations mathématiques de base que nous avons à étudier est le suivant:

- Multiplication par une constante
- Somme algébrique
- Multiplication de deux variables
- Division de deux variables
- Intégration d'une variable par rapport au temps
- Dérivation d'une variable par rapport au temps
- Comparaison de deux variables
- Génération de fonction non linéaire

L'intérêt du calcul analogique par courant continu réside dans le fait que la plus part des fonctions et opérations précédentes peuvent être réalisées avec un nombre extrêmement limité de composants tels que:

- L'amplificateur opérationnel
- Le générateur de fonction à diodes



## 2-2 Etude détaillée des différentes fonctions de base:

Notre étude nécessite l'emploi de l'amplificateur opérationnel pour l'obtention des opérations suivantes:

- l'inversion
- la sommation
- l'intégration
- la dérivation
- la différence

On peut aussi obtenir des opérations non linéaires telles que:

- la multiplication
- la génération de fonction
- la comparaison de deux variables

### L'amplificateur inverseur:

Le montage de cet opérateur est donné à la figure IV-1. Si on admet que l'amplificateur opérationnel est idéal, on peut dire qu'il passe le même courant dans les résistances  $R_1$  et  $R_2$ . Un calcul élémentaire montre que le gain en tension se met sous la forme:

$$G_v = - \frac{R_2}{R_1} = \frac{V_s}{V_e}$$

Cette relation montre que si les résistances  $R_2$  et  $R_1$  sont égales, la tension de sortie est au signe près égale à la tension d'entrée.

### L'amplificateur sommateur:

L'amplificateur inverseur est souvent utilisé en sommateur inverseur dont le schéma de principe est donné à la figure IV-2.

L'amplificateur étant supposé idéal donc son gain en tension est infini, par conséquent tout le courant injecté à l'entrée passe en totalité dans la branche de contre réaction  $R_{cr}$ .

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = I_s$$

$$I_e = 0$$

$$V_e = 0$$

$$\text{d'où: } V_1 = R_1 \cdot I_1$$

$$V_2 = R_2 \cdot I_2$$

$$V_3 = R_3 \cdot I_3$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$V_n = R_n \cdot I_n$$

$$\text{et: } V_s = - R_{cr} \cdot I_s$$

$$\text{DONC: } \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots + \frac{V_n}{R_n} = - \frac{V_s}{R_{cr}}$$

$$\text{soit encore: } V_s = - \frac{R_{cr}}{R_1} V_1 + \frac{R_{cr}}{R_2} V_2 + \dots + \frac{R_{cr}}{R_n} V_n$$

$$\text{En posant: } K_i = R_{cr} / R_i \quad i = 1, \dots, n$$

$$\text{il vient alors: } V_s = - \sum_{i=1}^n K_i V_i$$

#### Amplificateur de différence:

Le schéma de principe de cet opérateur est donné à la figure IV-3.

L'amplificateur étant supposé idéal, on peut montrer que les tensions  $V_s$ ,  $V_1$  et  $V_2$  sont reliées par la relation:

$$V_s = \frac{R_3}{R_3 + R_2} \left( \frac{R_{cr}}{R_1} + 1 \right) V_2 - \frac{R_{cr}}{R_1} V_1$$

$$\text{CAR: } V_d = V'' - V' = 0 \quad \text{ce qui implique } V'' = V'$$

$$\text{or: } V'' = \frac{R_3}{R_3 + R_2} V_2$$

$$\text{et: } \frac{V_1 - V'}{R_1} = \frac{V_s + V'}{R_{cr}} = i_1$$

$$\text{d'où: } V_s = V' \left( \frac{R_{cr}}{R_1} + 1 \right) - \frac{R_{cr}}{R_1} V_1$$

Dans le cas où toutes les résistances sont égales,

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_{cr} \quad \text{on aura:}$$

$$V_s = V_2 - V_1$$

### L'intégrateur:

Nous allons étudier maintenant deux applications importantes pour notre simulation. Ceux sont l'intégration et la dérivation moyennant l'amplificateur opérationnel. Le schéma de principe de l'intégrateur est donné à la figure IV-4.

On suppose toujours que l'amplificateur est idéal.

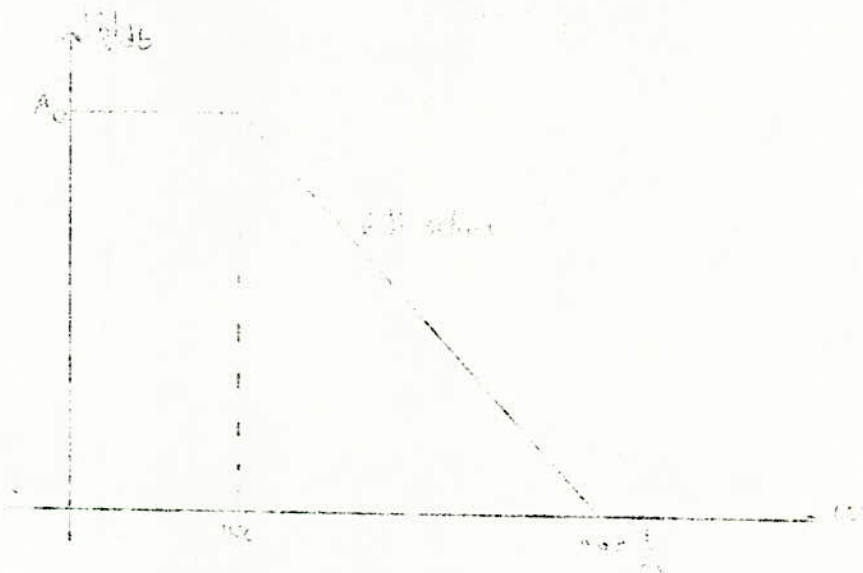
$$\text{On aura: } G_o = - \frac{Z_c}{Z_1} = - \frac{1}{R.C.p} = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$$

$$\text{d'où: } V_s(t) = - \frac{1}{R.C} \int V_e(t) dt$$

$$\text{La fonction de transfert est donc: } H(p) = - \frac{1}{RC.p} = - \frac{1}{p\tau}$$

$\tau$ : est la constante de temps

Le gain étant limité, la courbe représentant le gain en boucle fermée en fonction de la fréquence aura l'allure suivante:



$\omega_0$  est la pulsation pour laquelle le gain en tension  $G_v$  est égal à l'unité c'est à dire zéro décibel.

$$\omega_0 = 1/RC = 1/\tau$$

$\omega_c$  est la pulsation pour laquelle le gain en tension  $G_v$  est de trois décibels inférieur à  $A_0$

$A_0$  gain en boucle ouverte de l'amplificateur

$$w_c = 1/Z_0 A_0 \quad \text{et} \quad Z_0 A_0 = \frac{1}{C}$$

Aux fréquences très basses, le rapport  $Z_2/Z_1$  devenant supérieur au gain  $A_0$  de l'amplificateur en boucle ouverte, il n'est plus donc intégrateur.

Pour pallier à cet inconvénient on utilise un pseudo-intégrateur qui n'est autre qu'un amplificateur inverseur avec un circuit correcteur disposé en parallèle sur la résistance de retour. Cet amplificateur est équivalent à un intégrateur réel dont le gain est fini.

Son schéma de principe est donné à la figure IV-5.

En continu le gain est fixé par le rapport  $R_2/R_1$ .

Si le gain en boucle ouverte de l'amplificateur  $A_0 \gg R_2/R_1$  la fonction de transfert s'exprime par:

$$H(p) = - \frac{R_2}{R_1} (R_2 C \cdot p + 1)$$

La courbe donnant le gain en boucle fermée sera:

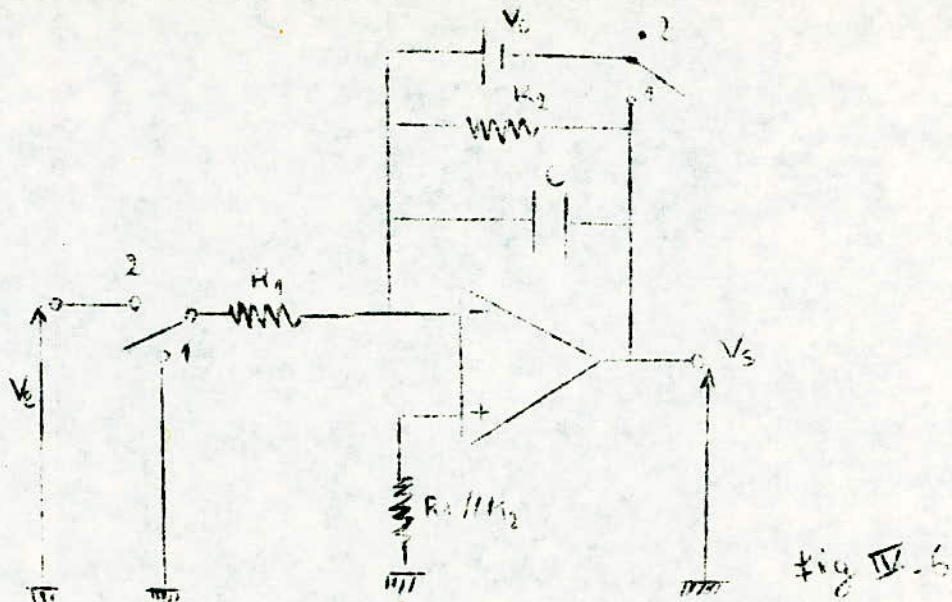


Pour  $w_1 = 1/R_1 C$  le module du gain est égal à l'unité si  $R_2 \gg R_1$

Pour  $w_2 = 1/R_2 C$  le module du gain est réduit de 6db/octave

Du fait de la réduction de la bande passante, l'influence du bruit sur l'intégrateur sera insignifiante.

Intégrateur avec condition initiale:



La tension de sortie  $V_s = - \frac{1}{RC} \int V_e dt + V_0$

Expression dans laquelle  $V_0$  est la tension initiale aux bornes du condensateur.

La relation précédente montre que l'intégration d'un signal doit être précédé d'une mise en condition initiale avant de passer au calcul proprement dit.

### Le dérivateur:

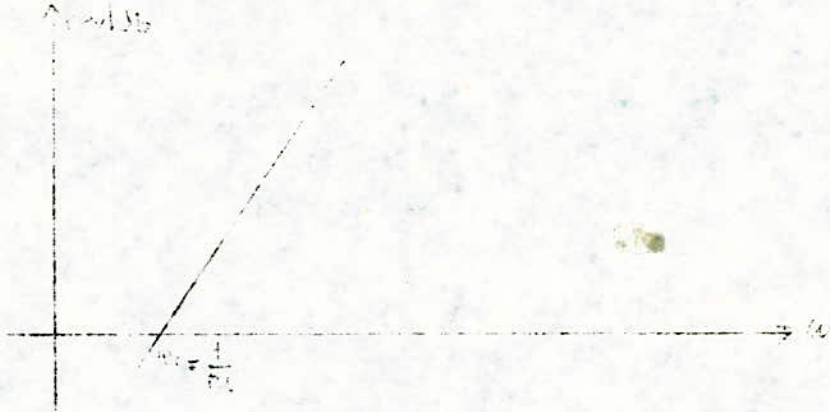
Le schéma d'un dérivateur théorique est donné par la figure IV-7.

Sa fonction de transfert est:  $H(p) = -RC.p$

d'où:

$$V_s(t) = -RC \frac{d}{dt} V_e(t)$$

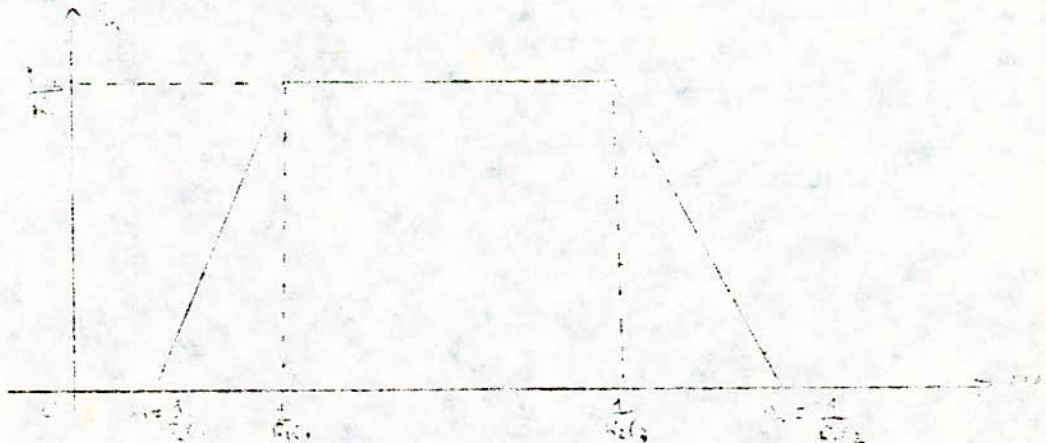
Sa courbe de gain en boucle fermée est comme ci-dessous:



Le montage amplifie considérablement les variations de tension à grande pente, notamment les parasites et les bruits.

Ce qui nous amène à utiliser le montage pratique de la figure IV-8.

Sa courbe de gain en boucle fermée sera donc:



Le montage est dérivateur jusqu'à la pulsation  $1/R_1 C_1$ , puis amplificateur de  $1/R_1 C_1$  à  $1/R_2 C_2$ , puis intégrateur de  $1/R_2 C_2$  jusqu'à  $w_2 = 1/R_1 C_2$ .

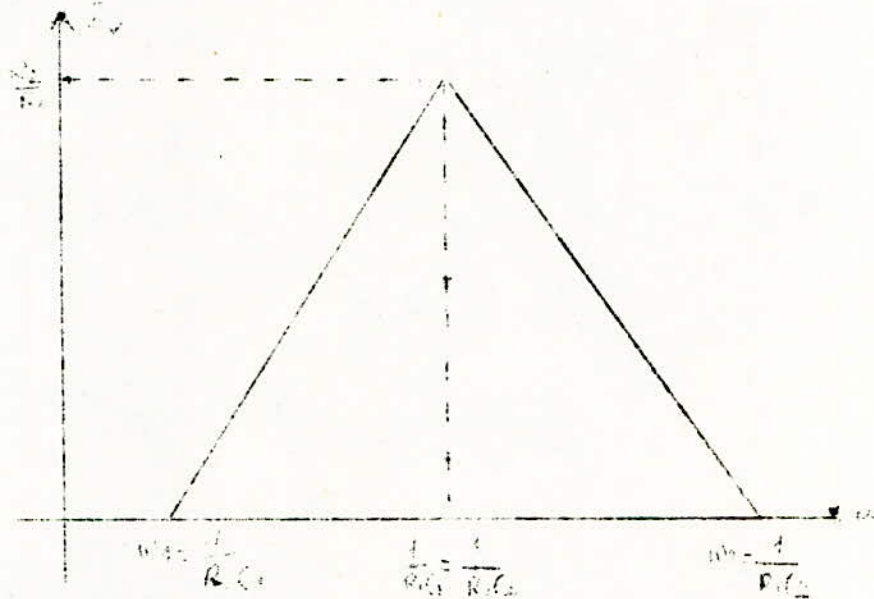
Sa fonction de transfert est:

$$H(p) = - \frac{R_2 C_1 \cdot p}{(R_1 C_1 \cdot p + 1) \cdot (R_2 C_2 \cdot p + 1)}$$

La seule partie intéressante de la courbe se trouve entre  $1/R_2 C_1$  et  $1/R_1 C_1$ .

On choisit  $1/R_1 C_1 = 1/R_2 C_2$  de manière à supprimer la partie amplificatrice du montage.

La courbe de gain sera alors:



De ce fait, on réduit le bruit et on favorise la stabilité du système.

#### Ampli suiveur:

Le schéma de principe est donné par la figure IV-9.

Le gain d'un amplificateur suiveur est égal à l'unité. Il présente une impédance d'entrée élevée et permet de faire une adaptation d'impédance.

## Les opérateurs non linéaires:

### - Le Multiplieur:

La multiplication de deux fonctions X et Y est chose courante. Plusieurs types de multiplieurs sont actuellement utilisés. Les principes de fonctionnement sont très différents, et chaque type de multiplieur possède des qualités particulières:

- le multiplieur à diodes
- le multiplieur logarithmique
- le multiplieur en circuit intégré

### Le multiplieur à diodes: ( figure IV-10 p

Le plus classique des multiplieurs applique l'identité:

$$X.Y = \frac{1}{4} \left[ (X+Y)^2 - (X-Y)^2 \right]$$

Son principe de fonctionnement est que le multiplieur à diodes met en jeu deux générateurs paraboliques et un sommateur.

Les tensions d'entrée X et Y servent de signaux d'entrée à des générateurs de fonction paraboliques.

Ceux-ci sont constitués d'un jeu de diodes dont les potentiels de conduction sont ajustés par une série de résistances.

### Le multiplieur logarithmique: (figure IV-11-a)

Le principe est très simple ( dans le cas où les tensions d'entrées sont positives) :

$$\log X.Y = \log X + \log Y$$

### Le multiplieur en circuit intégré:

La firme MOTOROLA fabrique ce type de circuit dont la référence est MC1595C.

Le multiplieur MC1595C réalise le produit de deux tensions X et Y à un facteur d'échelle près.

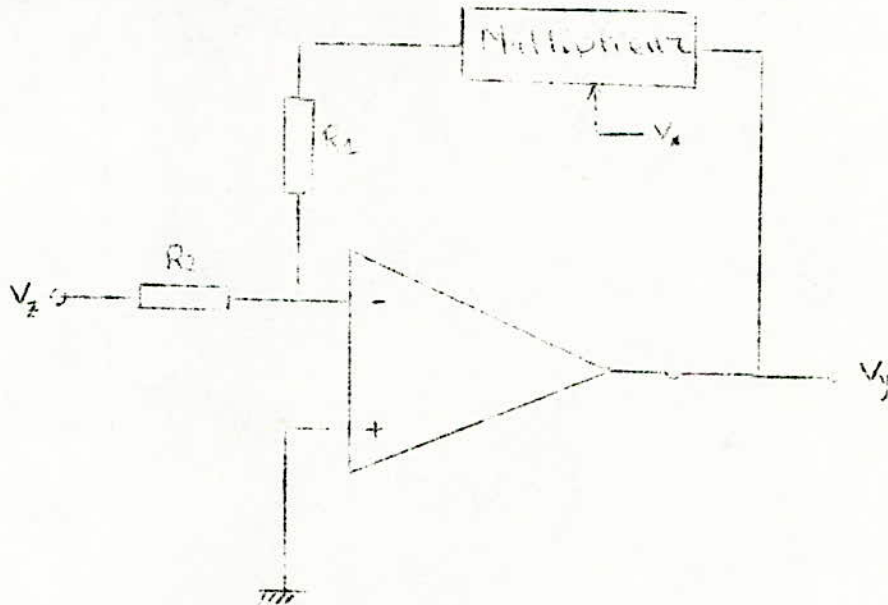
Le schéma de ce multiplieur est représenté à la figure IV-11-b.



Le diviseur:

La division de deux tensions se fait en "montant un multiplieur en contre réaction sur un ampli opérationnel.

La figure ci dessous donne le schéma de principe d'un diviseur:



Comme l'amplificateur opérationnel est supposé idéal, son entrée inverseuse sera une masse virtuelle.

On peut donc écrire:

$$-\frac{V_z}{R_2} = K \cdot \frac{V_x \cdot V_y}{R_1}$$

$$\text{Il vient: } V_y = -\frac{R_1}{K \cdot R_2} \frac{V_z}{V_x}$$

$$\text{Si } R_1 = K \cdot R_2$$

$$\text{donc: } V_y = -\frac{V_z}{V_x}$$

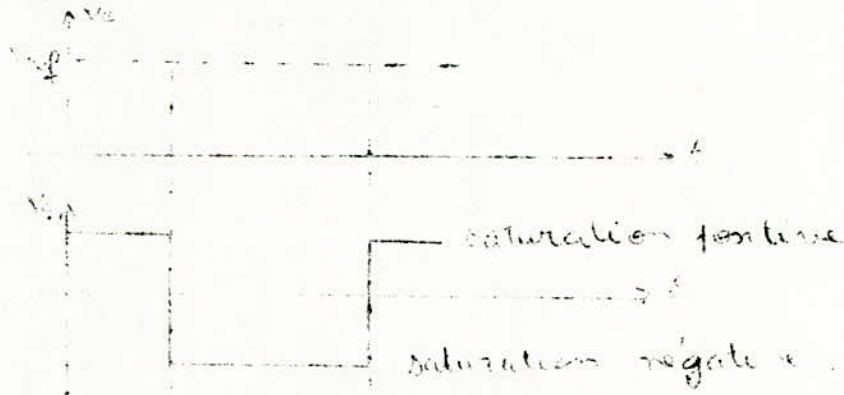
On obtient ainsi le rapport des tensions  $V_y$  et  $V_x$  au signe près. Un étage changeur de signe permet de rétablir le signe.

Le schéma de ce diviseur est représenté à la figure IV-12-b.

### Le comparateur:

Etant donné le gain élevé en boucle ouverte d'un amplificateur opérationnel, il suffit d'une très faible différence de tension entre les entrées pour que la sortie de l'amplificateur passe de  $-V_{smax}$  à  $+V_{smax}$  (saturation ou blocage de l'amplificateur opérationnel).

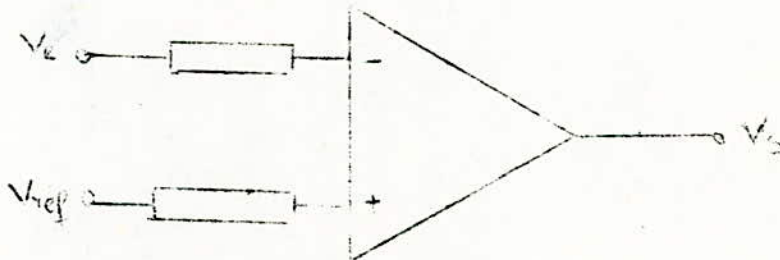
Exemple:



Un comparateur est essentiellement un montage dans lequel une tension de référence est appliquée sur l'une des entrées, alors que la tension à comparer est à l'autre des entrées.

La tension de sortie d'un comparateur peut être limitée au moyen de diodes convenablement polarisées (ou diodes Zener) afin de rendre la sortie d'un comparateur compatible avec des circuits intégrés logiques.

Le schéma de principe d'un comparateur est le suivant.



Le schéma pratique d'un comparateur est donné par la figure IV-13.

## Le générateur de fonction:

### Généralités:

Usuellement, quand on veut tracer une courbe, on calcule quelques points particuliers que l'on relie au mieux. Les conformateurs à diodes permettent d'obtenir des signaux de forme quelconque à partir d'une tension variable prélevée sur un circuit de calcul. Ils utilisent la propriété de reconstituer une courbe quelconque en la considérant comme une succession de segments de droite qui seront générés par des diodes convenablement polarisées. Il va de soit que la précision dans la reconstitution augmente avec le nombre de segments de droite donc de diodes utilisées.

Considérons le schéma de la figure IV-14.

Le point A peut être assimilé à une masse virtuelle, les diodes ne conduisent que si la tension à leur borne est supérieure à 0,2 Volt.

Si la tension de diode  $V_d$  est inférieure ou égale à 0,2 Volt aucun courant n'est débité.

La tension seuil de la diode est donnée par la relation:

$$V_d = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} \cdot V_e = 0,2 \text{ Volt}$$

Cette relation montre que la diode "1" se met à conduire pour une tension d'entrée  $V_{e1}$  que nous appelons tension de coude.

$$V_{e1} = V_d \frac{R_1 + R_2}{R_1} = V_d \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Il en est de même pour les autres diodes dont les tensions de coude sont données par les relations suivante:

$$V_{e2} = V_d \left( 1 + \frac{R_4}{R_3} \right)$$

$$V_{e3} = V_d \left( 1 + \frac{R_6}{R_5} \right)$$

Il s'ensuit qu'en répartissant judicieusement les rapports  $R_2/R_1$ ,  $R_4/R_3$  et  $R_6/R_5$ , on pourra synthétiser une courbe de forme quelconque.

On choisira les résistances de telle sorte que :

$$V_{e1} < V_{e2} < V_{e3}$$

Pour  $V_e < V_{e1}$  aucune diode ne conduit donc le courant  $i$  est nul et par conséquent la tension  $V_s$  est nulle.

Pour  $V_{e1} < V_e < V_{e2}$ , la diode  $D_1$  conduit ; les diodes  $D_2$  et  $D_3$  sont bloquées, on aura alors  $V_s = -R_o \cdot i_{d1}$

Pour  $V_{e2} < V_e < V_{e3}$ , les diodes  $D_1$  et  $D_2$  conduisent et la diode  $D_3$  est bloquée, on aura :

$$\text{le courant } i = i_{d1} + i_{d2}$$

$$\text{d'où } V_s = -R_o (i_{d1} + i_{d2})$$

Pour  $V_e > V_{e3}$ , les diodes  $D_1$ ,  $D_2$  et  $D_3$  conduisent, on a le courant  $i = i_{d1} + i_{d2} + i_{d3}$

$$\text{d'où : } V_s = -R_o (i_{d1} + i_{d2} + i_{d3})$$

$$V_s = -R_o \sum_{i=1}^3 i_{di}$$

Si on suppose que la caractéristique d'une diode est linéaire à partir de la tension de coude ;

nous obtenons une caractéristique de transfert du montage dont le schéma est donné par la figure IV-15

#### Utilisation pratique d'un générateur de diodes :

-) on remplace la courbe par une suite de segments de droite.

On détermine les points de cassure et les pentes des segments joignant ces points de façon que la courbe s'éloigne le moins possible de la courbe désirée

-) On construit la première fonction élémentaire

-) On construit la deuxième fonction élémentaire et on vérifie un point de la première, on retouche si nécessaire.

-) On construit la troisième fonction et on vérifie un point de la deuxième, etc...

On opère plus rapidement en utilisant des intervalles  $X_i$ ,  $X_{i+1}$  égaux ; mais pour augmenter la précision on a intérêt à diminuer les intervalles dans les zones où la courbure de  $F(x)$  varie rapidement.

Supposons que l'on veut réaliser la fonction  $F(x)$  dont la courbe approximative est donnée par la figure IV-16.

Celle-ci est réalisée en faisant la somme de cinq fonctions élémentaires  $Y_0$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$  et  $Y_3$ .

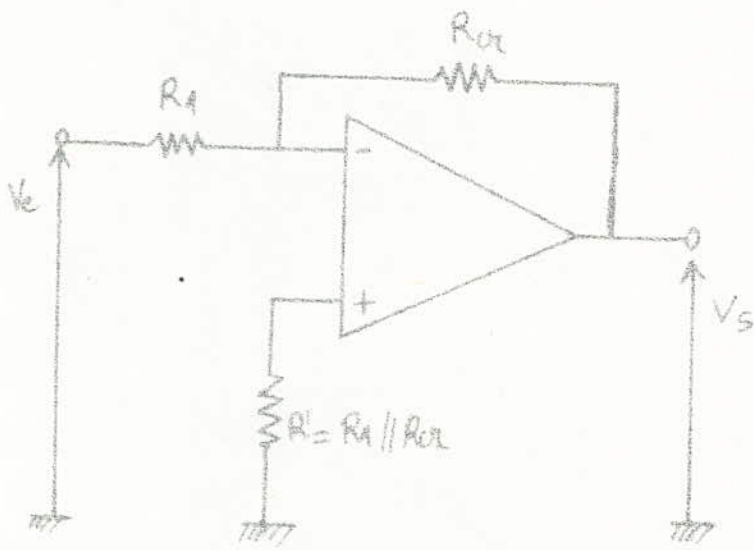


fig II-1 Amplificateur inverseur

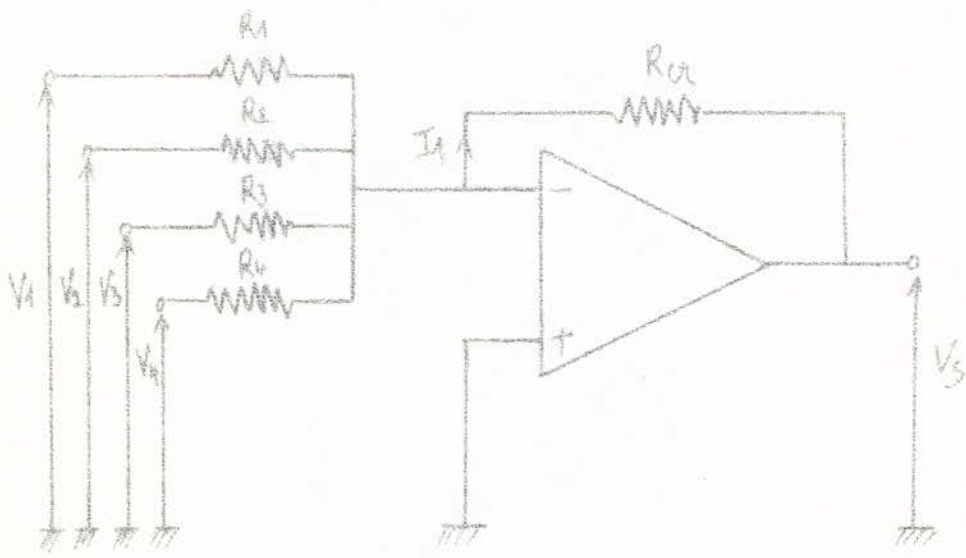


fig. IV-2 Circuit sommateur inverseur

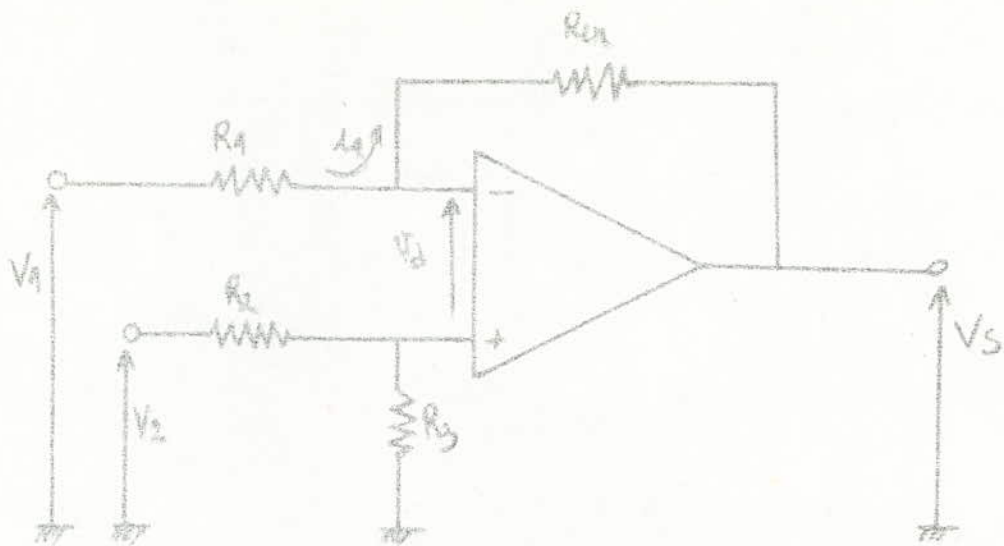


fig IV-3 Amplificateur de différence

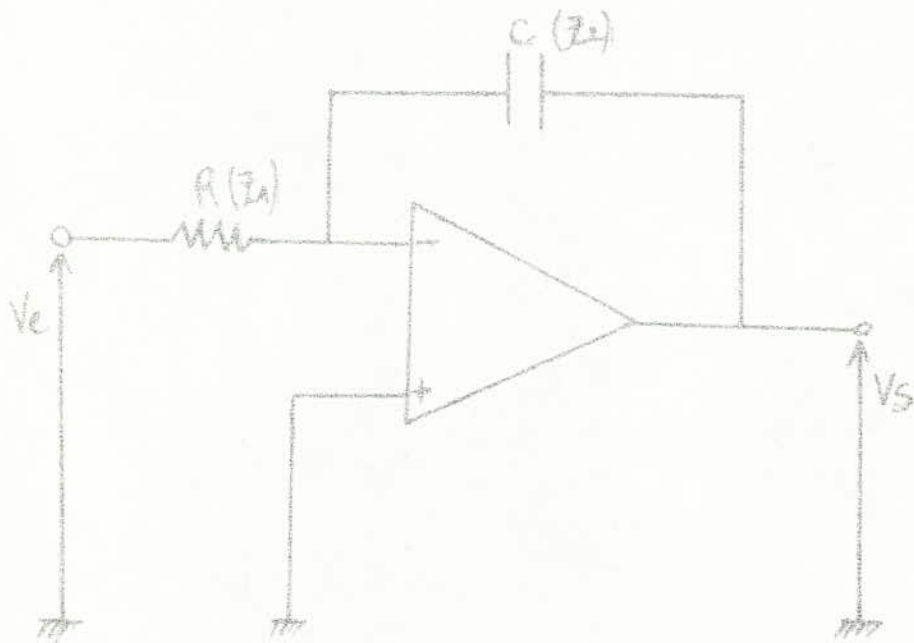


fig IV-4 Intégrateur

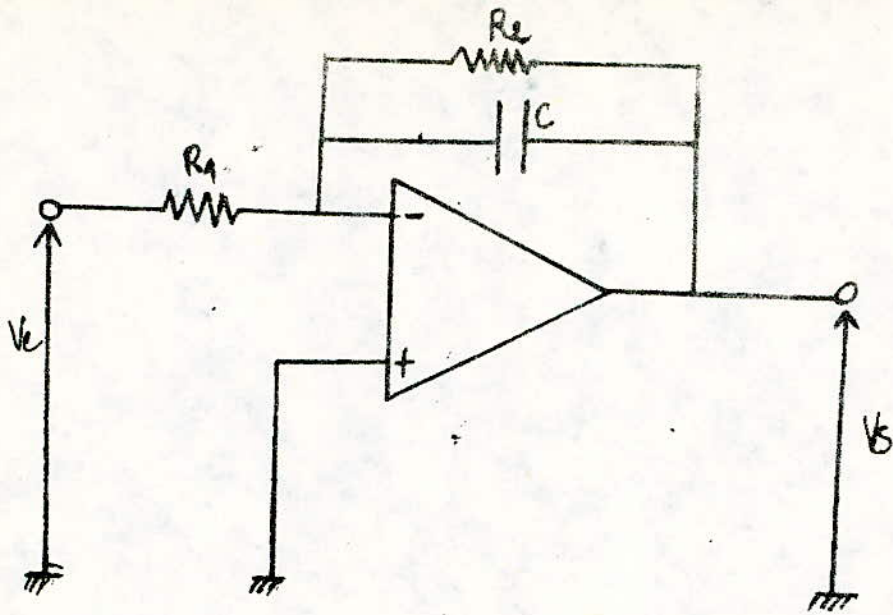


fig II-5 Intégrateur réel.

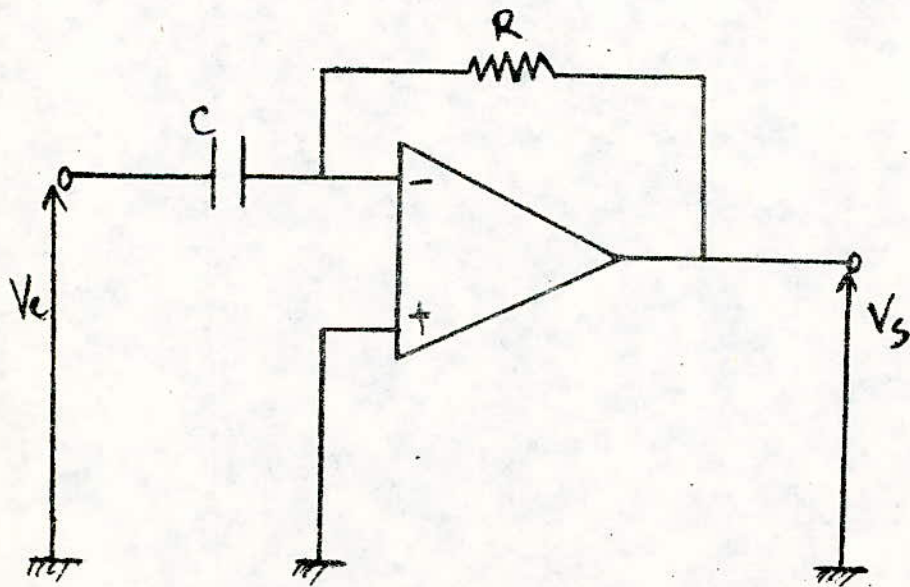


fig II-7 Dérivateur



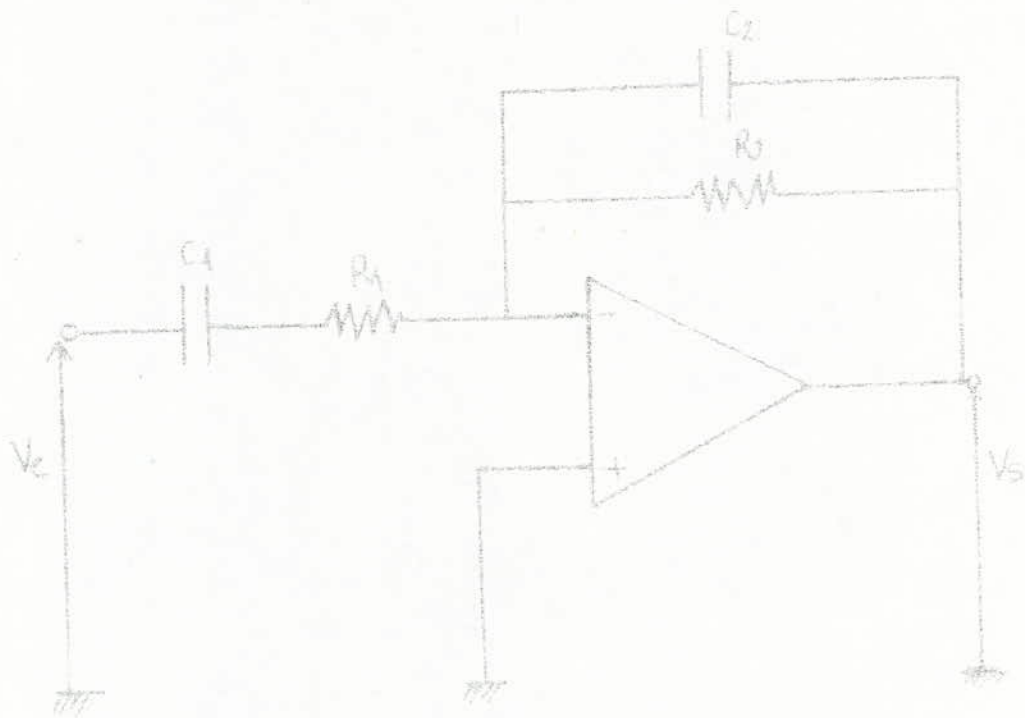


fig IV\_8 Derivation avec compensation

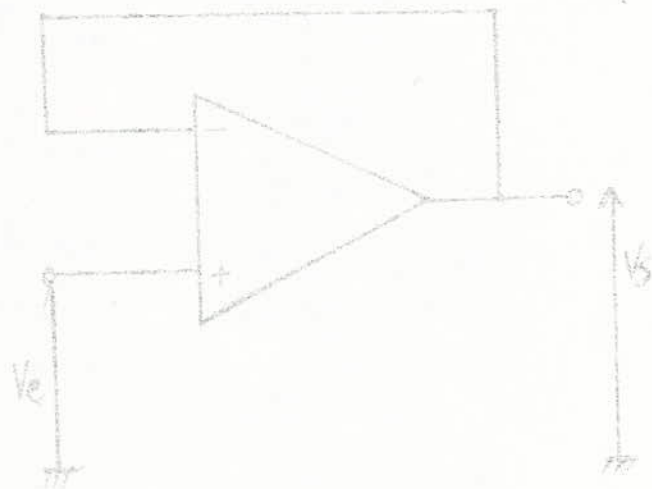


fig IV\_9 Amplificateur tampon

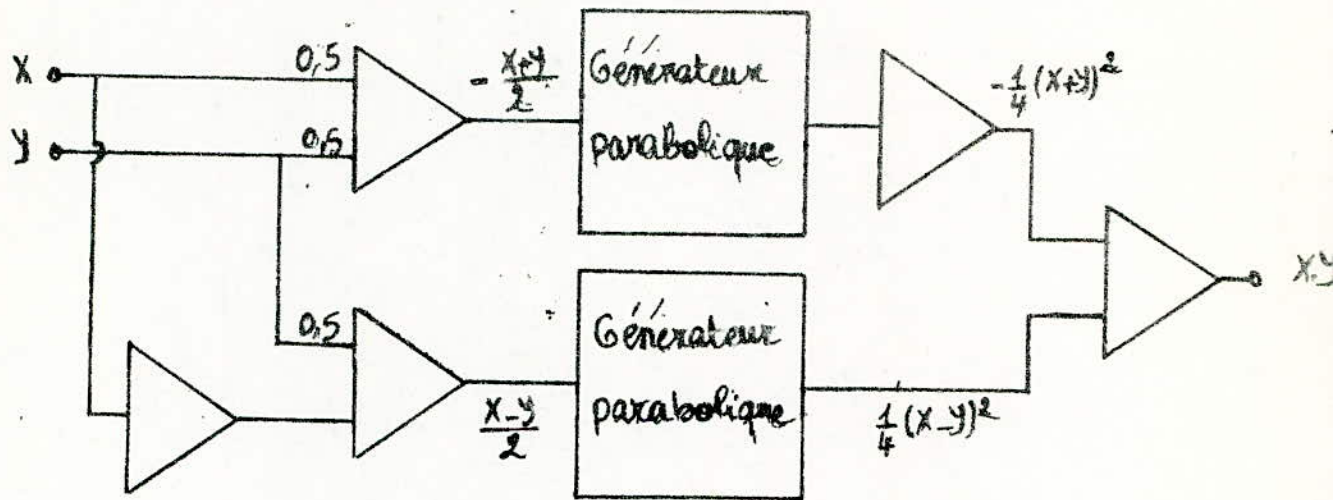


fig IV-10 Schéma de principe d'un multiplieur à diodes.

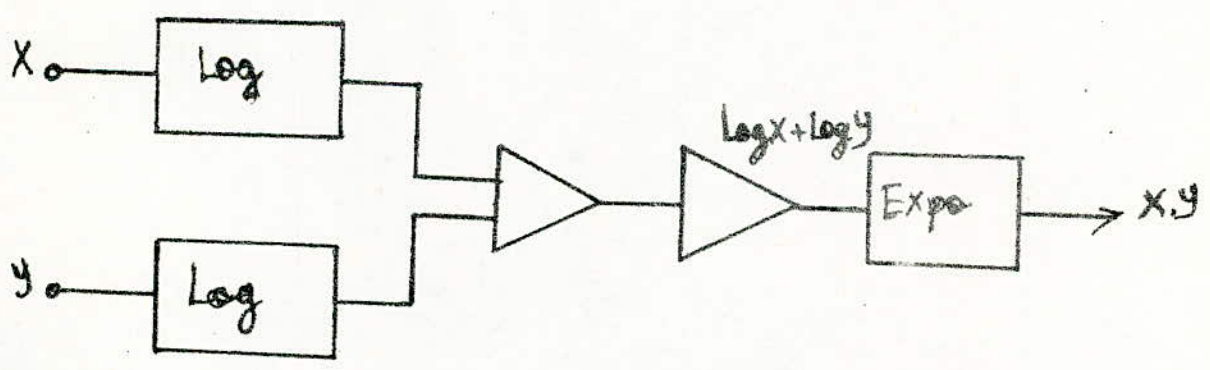


fig IV-11-a Schéma de principe d'un multiplieur logarithmique.

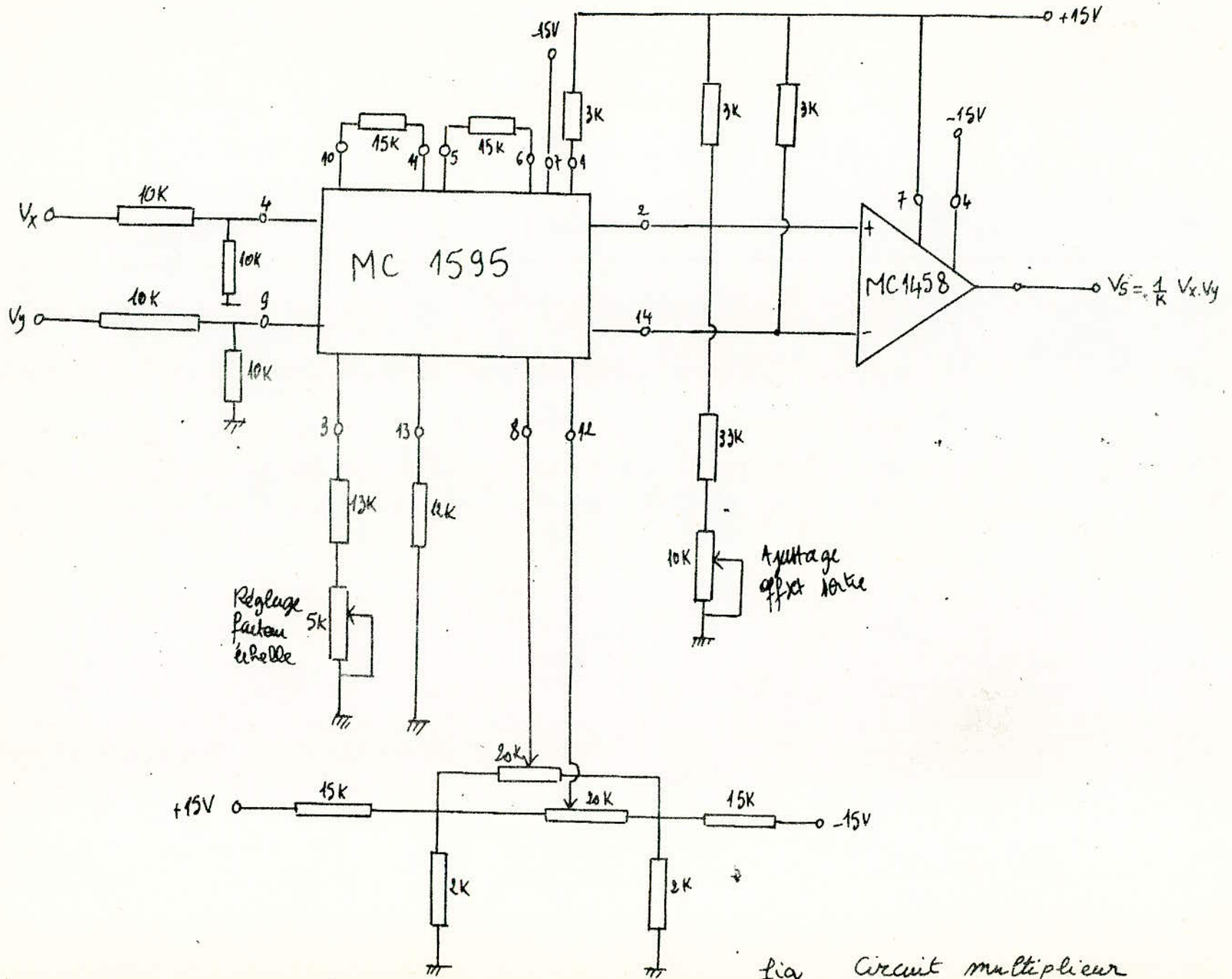


fig Circuit multiplicateur

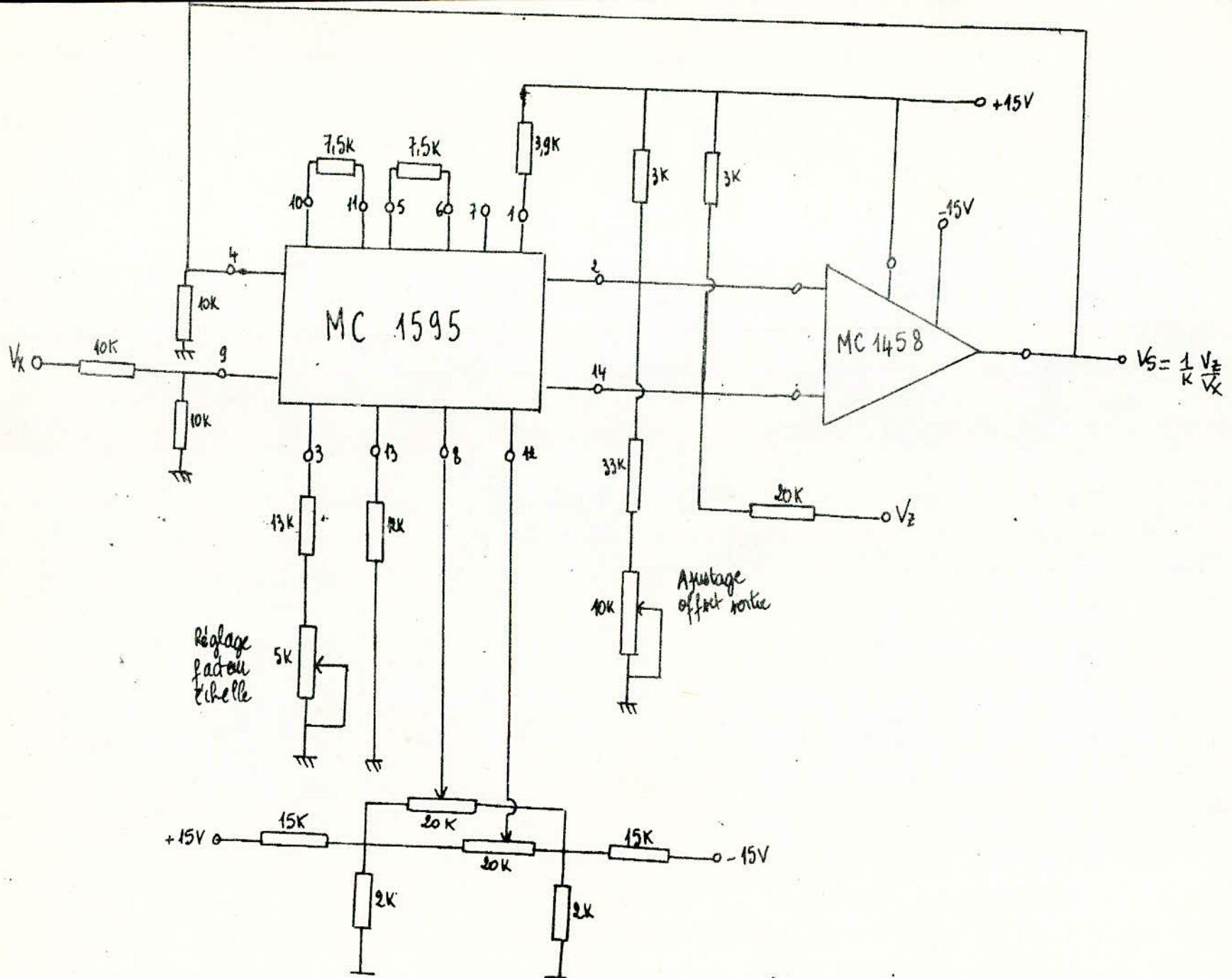


fig circuit diviseur

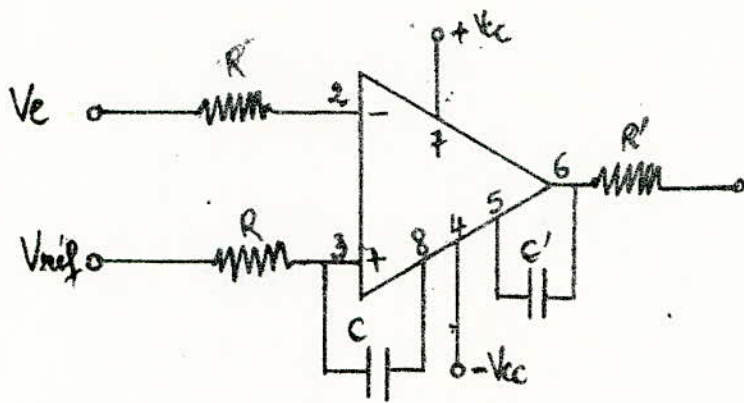


fig IV-13 Schéma pratique d'un comparateur

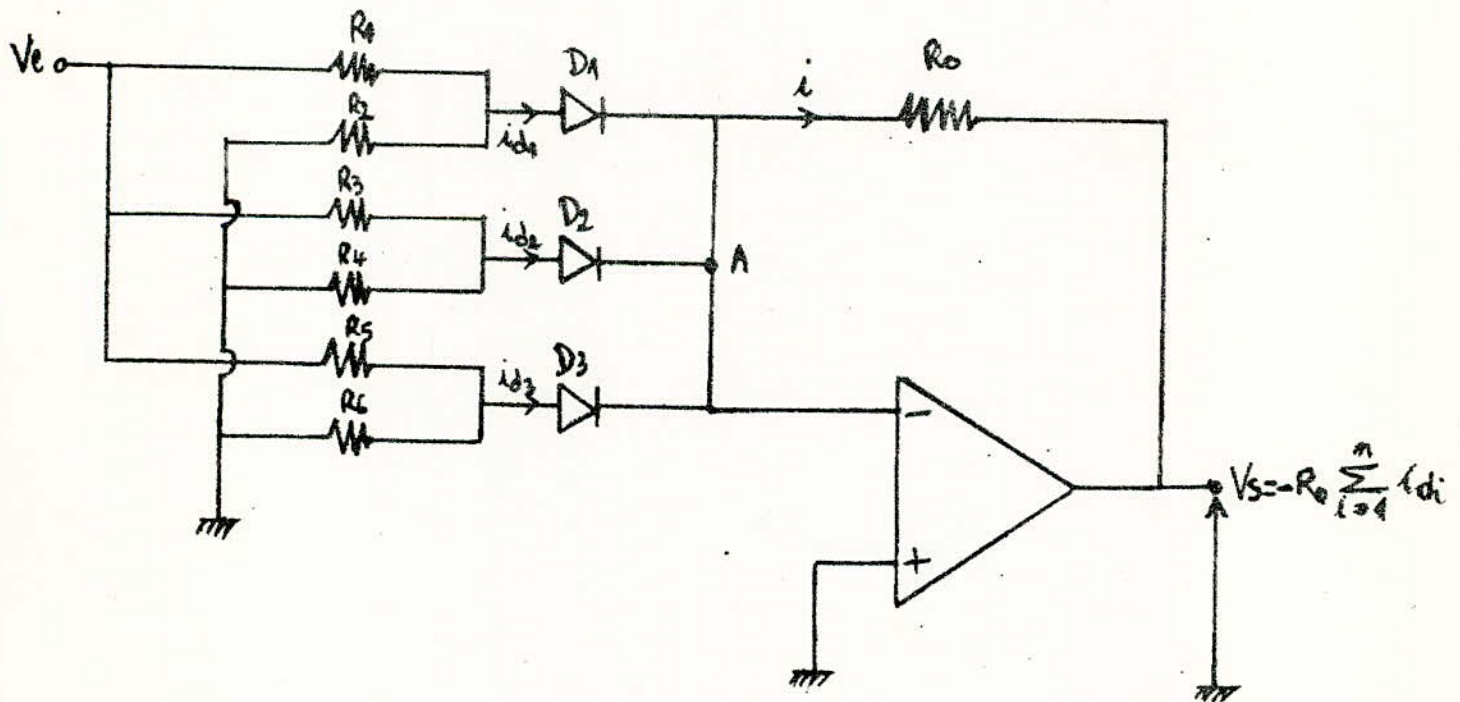


fig IV-14 Générateur de fonction

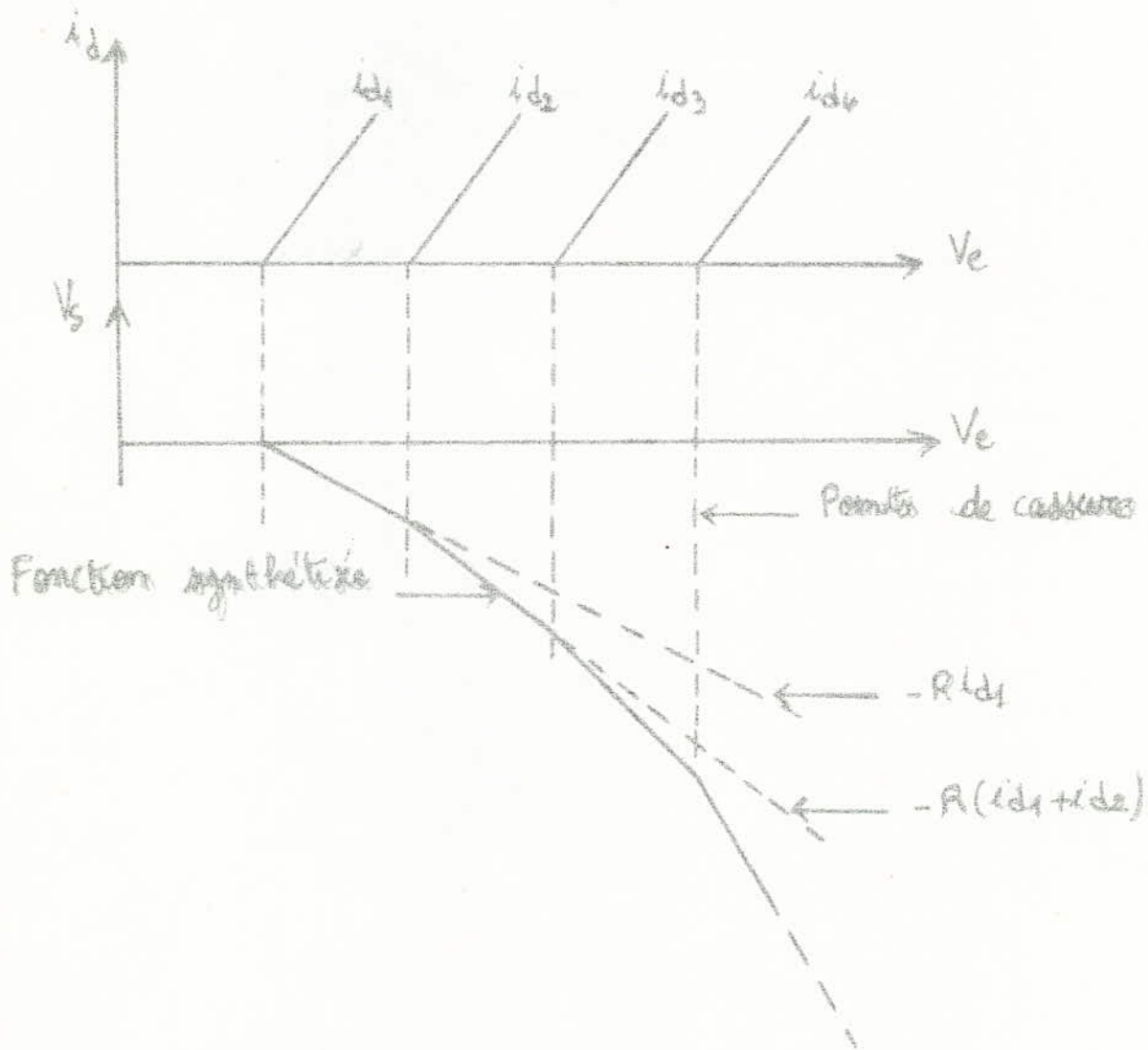


fig II-15 Caractéristique de transfert du générateur de fonction

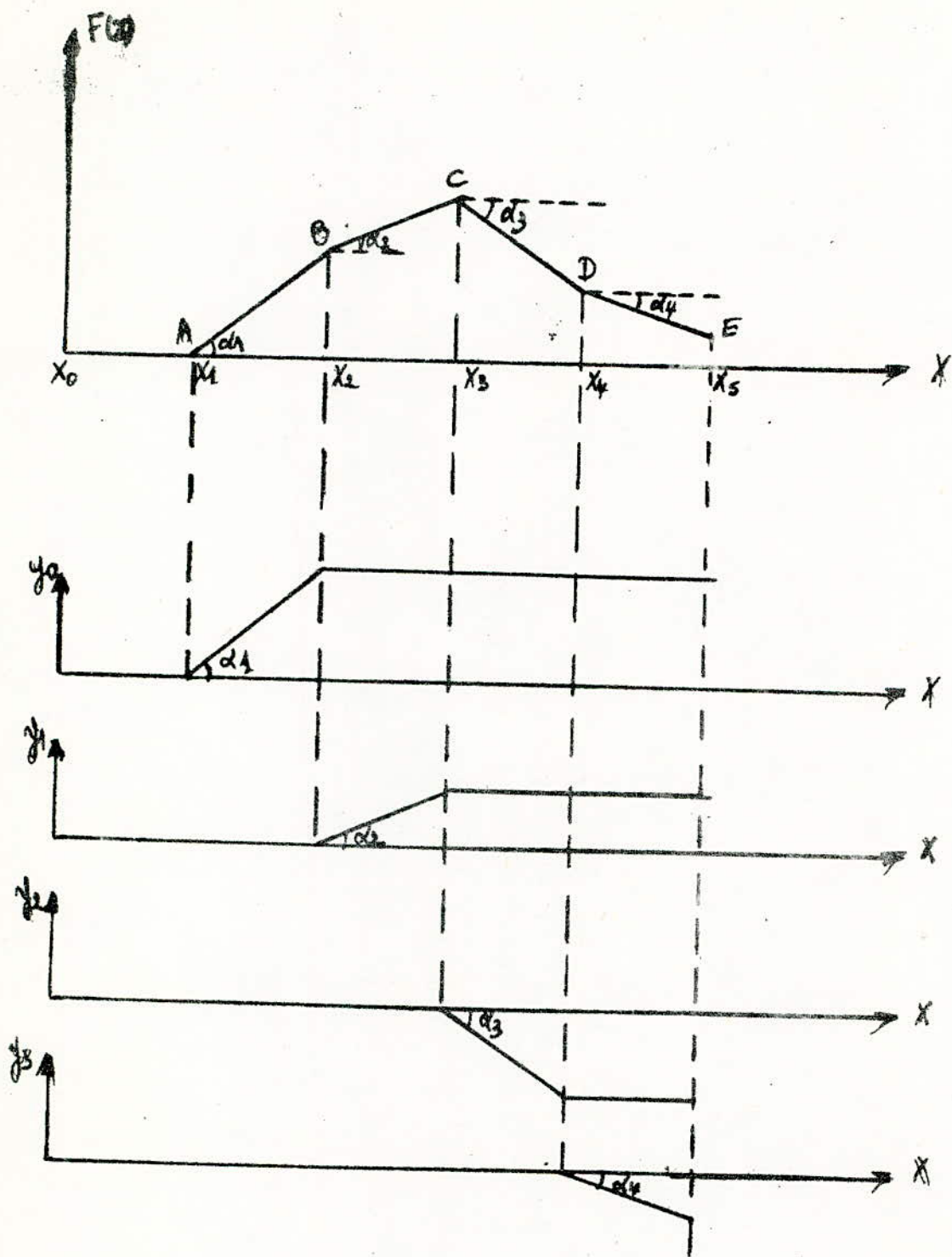


fig IV-16.

CHAPITRE V : SIMULATION ELECTRIQUE DU PROBLEME  
 -----

1°/ Etude du circuit de commande de la pression totale de freinage.

Puisque:  $M_t^f = 2 M_r^f + 2 Mg.R \frac{h}{(a+b)} \cdot \mu^2 + Mg.R \frac{(b-a)}{(b+a)} \mu$

donc:  $M_t^f = 2 M_r^f + M_t^f$

avec:  $M_t^f = 2 Mg.R \frac{h}{(a+b)} \cdot \mu^2 + Mg.R \frac{(b-a)}{(b+a)} \cdot \mu$

La pression de freinage arriére est commandé par le signal X .

Il s'agit donc de trouver un circuit qui régit l'équation de  $M_t^f$  .

En prenant les valeurs des caractéristiques de notre modèle considéré, on trouve numériquement  $M_t^f$  :

$$M_t^f = - 1055 \mu + 2154 \mu^2$$

$M_t^f$  est maximum pour une valeur du coefficient d'adhérence  $\mu$  égale à l'unité, d'où:

$$M_{t,max}^f = 1099$$

Effectuons un changement d'unité en posant:

$$M_{t)e}^f = \frac{M_{t)p}^f}{M_{t)p.m}^f} \cdot V_{réf}$$

avec:  $M_{t)p}^f$  : valeur physique du moment du couple de freinage  $M_t^f$

$M_{t)e}^f$  : valeur éléctrique du moment du couple de freinage  $M_t^f$

$M_{t)p.m}^f$  : valeur physique maximale du moment du couple de freinage  $M_t^f$

$V_{réf}$  : Tension de référence



Si on choisit une tension de référence  
 $V_{\text{réf}} = 5 \text{ Volts}$ , on aura:

$$M'_{t.e}{}^f = 10 \mu^2 - 5 \mu$$

Le moment du couple de freinage  $M'_t{}^f$  peut être simulé à l'aide d'un amplificateur de différence. Le circuit de commande de la pression de freinage totale est représenté à la figure V-1.

2°/ Détermination analogique des paramètres relatifs à la roue:

Puisque:  $\dot{\omega} = -2 \frac{M_r^f}{I} + 2 \frac{Mg \cdot r}{I} \frac{xa}{a+b} \cdot \mu - 2 \frac{Mg \cdot R}{I} \frac{h}{a+b} \cdot \mu^2$

donc:  $\dot{\omega} = -2 \frac{M_r^f}{I} + \dot{\omega}'$

avec:  $\dot{\omega}' = 2 \frac{Mg \cdot R}{I} \frac{a}{a+b} \cdot \mu - 2 \frac{Mg \cdot R}{I} \frac{h}{a+b} \cdot \mu^2$

De même que précédemment, la pression de ~~de~~ freinage arrière étant commandée par le signal X, il suffit de trouver un circuit qui régit l'équation de  $\dot{\omega}'$ .

Il va de soi que pour un type d'équations données, il conviendra de prévoir un circuit dont les composants dépendront des conditions initiales, ainsi que des valeurs maximales prises par chaque variable.

En prenant les valeurs des caractéristiques de notre modèle considéré, on trouve:

$$\dot{\omega}' = 942 \mu - 365 \mu^2$$

$\dot{\omega}'$  est maximum pour une valeur du coefficient d'adhérence  $\mu$  égale à l'unité, d'où:

$$\dot{\omega}'_{\text{max}} = 577$$

En effectuant un changement d'unités, on a :

$$\dot{w}'_e = \frac{\dot{w}'_p}{\dot{w}'_{p.m}} \cdot V'_{\text{réf}}$$

avec:  $\dot{w}'_p$  : Valeur physique de l'accélération  $\dot{w}'$   
 $w'_e$  : Valeur électrique de l'accélération  $\dot{w}'$   
 $\dot{w}'_{p.m}$  : Valeur physique maximale de l'accélération  $\dot{w}'$   
 $V'_{\text{réf}}$  : tension de référence

Si on choisit une tension de référence

$V'_{\text{rtf}} = 8$  Volts , on obtient:

$$\dot{w}'_e = 13 \mu - 5 \mu^2$$

Un amplificateur de différence nous permet de simuler le circuit de  $\dot{w}'$ . Ce dernier est représenté à la figure V-2.

Il suffit d'intégrer l'accélération  $\dot{w}$  pour obtenir la vitesse des roues  $w$ .

$$w(t) = \int \dot{w}(t) dt + w_0$$

Effectuons un changement d'unités:

Puisque:  $\dot{w}'_e = K' \cdot \dot{w}'_p$

et:  $\dot{w}'_e = K \cdot w'_p$

ON en déduit que:

$$w_e = \frac{K}{K'} \int \dot{w}'_e dt + w_{0e}$$

$w_e$  : vitesse électrique de la vitesse des roues

$w_p$  : valeur physique de la vitesse des roues

$K$  et  $K'$  : facteurs d'échelle

On choisit  $V'_{\text{réf}} = w_{0e} = 8$  Volts.

On trouve alors:

$$w_e = 6,4 \int \dot{w}'_e dt + w_{0e}$$

La constante de temps de l'intégrateur sera

$$\tau = \frac{1}{6,4} = 0,15s$$

Le schéma du circuit de  $w$  est donné par la figure V-2.

Il est bien évident que la vitesse de rotation des roues  $w$  sera obtenu moyennant un intégrateur avec une condition initiale  $w_{0e}$ .

$w_0$  représente la vitesse de rotation maximale des roues (début du freinage).

### 3°/ Détermination analogique des paramètres relatifs au véhicule:

La déccélération du véhicule  $\dot{V}$  a pour expression:

$$\dot{V} = -g \cdot \mu$$

En effectuant un changement d'unités:

$$\dot{V}_e = \frac{\dot{V}_p}{V_{p.m}} \cdot V_{\text{réf}} = K'' \cdot \dot{V}_p$$

On choisit  $\dot{V}_{p.m} = V_{\text{réf}}$

donc:  $\dot{V}_e = \dot{V}_p$

On en déduit que  $K''=1$

$\dot{V}_e$  : Valeur électrique de la déccélération de la roue

$\dot{V}_p$  : Valeur physique de la déccélération de la roue

$\dot{V}_{p.m}$  : Valeur physique maximale de la déccélération de la roue.

Un amplificateur inverseur de gain dix permet d'obtenir la déccélération du véhicule  $\dot{V}$ .

Le schéma de  $\dot{V}$  est donné par la figure V-3.

Il suffit d'intégrer la déccélération  $\dot{V}$  pour obtenir la vitesse du véhicule  $V$ .

$$V = \int \dot{V} dt + V_0$$

d'où:  $V = -g \int \mu dt + V_0$

Effectuons un changement d'unités; on obtient  
alors:

$$v_e = \frac{K}{K''} \int \dot{v}_e dt + v_{oe}$$

$$v_e = - 10 \frac{K}{K''} \int \mu_e + v_{oe}$$

Si on suppose que la vitesse initiale  $v_0$  du véhicule avant le freinage vaut 100 Km/h (28 m/s).

$$\text{alors: } K = \frac{v_{\text{réf}}}{v_{\text{p.m}}} = \frac{8}{28} = 0,28$$

$$K'' = 1 \quad \text{car } \dot{v}_e = \dot{v}_p$$

$$\text{Puisque } w_{oe} = 8 \text{ Volts alors } v_{oe} = 2,4 \text{ Volts.}$$

On en déduit :

$$v_e = - 2,8 \int \mu_e dt + 2,4$$

donc la constante de temps de notre intégrateur sera  $\tau = \frac{1}{2,8} = 0,35 \text{ s.}$

Pour obtenir  $\ddot{v}$ , il suffit de dériver la décélération  $\dot{v}$ .

$$\text{Puisque } \dot{v} = - g \mu$$

$$\text{alors: } \ddot{v} = - g \frac{d\mu}{dt}$$

$$\text{Puisque } \mu_e = \mu_p \quad \text{alors } v_e = - g \frac{d\mu_e}{dt}$$

La simulation de  $\ddot{v}$  se fait à l'aide d'un circuit de dérivation représentée à la figure V-3.

4°/ Simulation électrique du glissement:

Le glissement  $G$  a pour expression  $G = 1 - \frac{w}{V} \cdot R$ .

Connaissant le rapport de  $w$  sur  $V$ , la simulation du glissement se fait à l'aide d'un amplificateur de différence représentée à la figure V-4.

Calcul des éléments du circuit:

Le glissement  $G = 1 - \frac{w}{V} \cdot 0,3$

A la sortie de l'amplificateur de différence, on a:

$$\left( \frac{R_{cr}}{R_1} + 1 \right) \left( \frac{R_3}{R_3 + R_2} \right) \cdot 1 = \frac{R_{cr}}{R_1} \cdot \frac{w}{V} = 1 - \frac{w}{V} \cdot 0,3$$

d'où on déduit:

$$R_{cr} = 0,3 R_1$$

$$R_2 = 0,3 R_3$$

5°/ Simulation électrique de la contrainte d'optimalité:

5-1 Simulation du signal S:

La simulation des contraintes se fait à l'aide de deux comparateurs et une "porte" OU exclusif inversée à deux entrées représentée à la figure V-5

Table de vérité du  $OU_{\text{exclusif}}$  et du  $\overline{OU}_{\text{exclusif}}$ .

a	b	a+b	$\overline{a+b}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

Le symbole du OU exclusif est:  $\oplus$ .

Lorsque les contraintes sont vérifiées, le signal  $S=1$ :

$$v < 0 \quad \text{et} \quad \left(\frac{w}{v}\right)' < 0 \quad \text{ou}$$
$$v > 0 \quad \text{et} \quad \left(\frac{w}{v}\right)' > 0 .$$

Si les contraintes ne sont pas vérifiées, le signal  $S=0$ .

La tension de sortie positive du circuit intégré uA710 correspond en logique positive à l'impulsion "1", par contre la tension négative correspond au "0".

#### 5-2 Simulation du signal de préselection P:

Un circuit comparateur nous permet de simuler l'inéquation suivante:  $- \dot{w} \geq (0,8 \text{ à } 1,3) \cdot g$ .

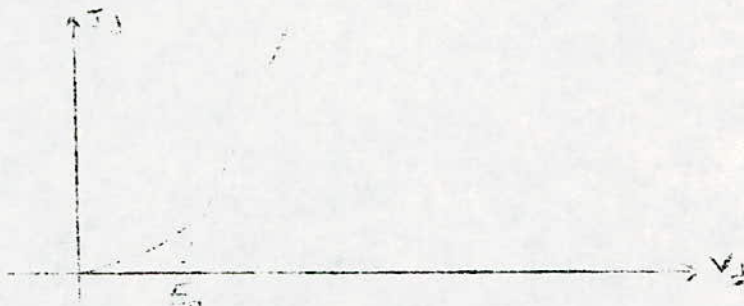
On simplifiera l'inéquation à :

$$- \dot{w} > g$$

Cela revient à faire:  $\dot{w} < - g$

## 6°/ Génération de la caractéristique $\mu(G)$ :

La croissance du courant  $i_d$  de la diode devient linéaire qu'à partir d'une certaine tension seuil  $E_0$  qui est de l'ordre de 0,6 Volt. Pour des tensions inférieures à  $E_0$ , le courant varie selon une loi exponentielle.



Afin de "travailler" dans la partie linéaire de la caractéristique de la diode, nous devons procéder à un changement d'échelle des variables d'entrées  $\mu$  et  $G$  puisque la plage de variation de ces deux paramètres est de zéro à un volt.

### Etude du générateur de fonction simulant la caractéristique $\mu(G)$ :

La caractéristique sera simulée par trois segments de droite; elle sera obtenue en faisant la somme algébrique de trois fonctions élémentaires  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$ .

Afin d'avoir des tensions de coude supérieures à 0,6 Volt et pour être dans le domaine linéaire, on commence par effectuer une amplification de la tension correspondante au glissement  $G$ . Pour s'approcher au maximum de la caractéristique désirée, nos fonctions élémentaires doivent avoir respectivement la forme suivante:

$$y_1 = A_1 \cdot G$$

$$y_2 = A_2 \cdot G + B_2$$

$$y_3 = A_3 \cdot G + B_3$$

On construit notre caractéristique moyennant la relation:  $\mu(G) = (y_1 + y_3) - y_2$

Pour ne pas avoir à faire la différence de tensions trop faibles et pour éviter les problèmes de saturation, on effectue un changement d'échelle de  $\mu$  en le multipliant par un facteur  $k$  adéquat. Pour restituer la vraie valeur de  $\mu(G)$ , il suffira de mettre un atténuateur de gain  $1/k$ .

Calcul des éléments:

Pour l'étude de notre caractéristique  $\mu(G)$ , nous avons adopté le graphe de la figure V-6.

Les tensions coudes des diodes sont respectivement:

$$V_{e1} = 2 \text{ Volts} \quad ; \quad V_{e2} = 7 \text{ Volts}$$

$$V_{e1} = 0,2 \left( 1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad \frac{R_2}{R_1} = 9$$

$$V_{e2} = 0,2 \left( 1 + \frac{R_6}{R_7} \right) \quad \frac{R_6}{R_7} = 34$$

Les droites  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$  ont respectivement pour équation:

$$y_1 = - 1,35 \mu$$

$$y_2 = - ( 1,46 \mu + 2,92 )$$

$$y_3 = - ( 0,10 \mu + 0,70 )$$

Les pentes des trois diodes  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$  sont données respectivement par les relations:

$$\frac{R_6}{R_4} = 1,35 \quad ; \quad \frac{R_5}{R_6} = 0,1 \quad ; \quad \frac{R_3}{R_1} = 1,46$$

Le schéma électrique de la caractéristique  $\mu(G)$  est donné par la figure V-7.

Ce dernier se compose d'un conformateur qui simule  $y_1$ , d'un sommateur qui donne  $y_1 + y_3$ , d'un amplificateur de différence qui effectue l'opération:  $y_1 + y_3 - y_2$  et d'un atténuateur dont la sortie délivre la valeur exacte de  $\mu(G)/k$ .



## 7°/ Génération de signaux quadratiques:

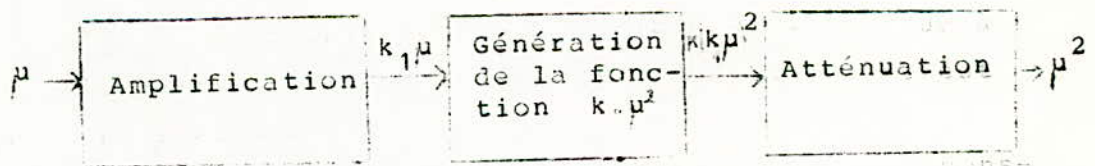
La simulation du quadrateur est obtenue à l'aide d'un générateur de fonction dont l'entrée est  $\mu$  et la sortie est  $k \cdot \mu^2$ .

En se référant au schéma de la figure IV-14, on constate qu'une polarisation judicieuses des diodes, et un choix convenable des résistances nous permettra d'obtenir la caractéristique  $k \cdot \mu^2$ .

On procédera comme suit:

- On effectue une amplification de  $k_1$  de la tension d'entrée  $\mu$  afin que les tensions coudes des diodes soient supérieures à 0,6 Volt.
- On choisit convenablement le facteur  $k$ , afin d'éviter la saturation de l'amplificateur.
- Puisque notre générateur nous délivre la fonction  $k \cdot \mu^2$  et que nous avons besoin de  $\mu^2$ , on procédera à une atténuation.

Le synoptique du quadrateur sera:



### Calcul des éléments du quadrateur:

En choisissant  $k_1 = 5$  et  $k = 0,5$ , le tracé de la courbe  $f(\mu) = \mu^2 \cdot 0,5$  (figure V-8) nous montre que  $f(\mu)$  peut être simulé à l'aide de quatre segments de droite à savoir:

$$\begin{aligned}y_1 &= 2 \cdot \mu - 2 \\y_2 &= 0,5 \mu - 1 \\y_3 &= \mu - 3 \\y_4 &= \mu - 4\end{aligned}$$

Les tensions de coudes des diodes sont respectivement:  
 $V_{e1} = 2 \text{ V}$  ;  $V_{e2} = 3 \text{ V}$  ;  $V_{e3} = 4 \text{ V}$  ;  $V_{e4} = 5 \text{ V}$ .

$$\begin{aligned}
 V_{e1} &= 0,2 \left( 1 + \frac{R_1}{R_2} \right) & R_1 &= 9 R_2 \\
 V_{e2} &= 0,2 \left( 1 + \frac{R_3}{R_4} \right) & R_3 &= 14 R_4 \\
 V_{e3} &= 0,2 \left( 1 + \frac{R_5}{R_6} \right) & R_5 &= 19 R_6 \\
 V_{e4} &= 0,2 \left( 1 + \frac{R_7}{R_8} \right) & R_7 &= 24 R_8
 \end{aligned}$$

Les pentes des quatre droites  $Y_1$ ,  $Y_2$ ,  $Y_3$  et  $Y_4$  sont données par les relations:

$$R_0/R_1 = 2 \quad ; \quad R_0/R_2 = 0,5 \quad ; \quad R_0/R_5 = 1 \quad ; \quad R_0/R_7 = 1.$$

Ce qui nous impose les égalités suivantes:

$$R_0 = 2 \cdot R_1 = \frac{R_2}{2} = R_3 = R_7$$

Le schéma du quadrateur est donné à la figure

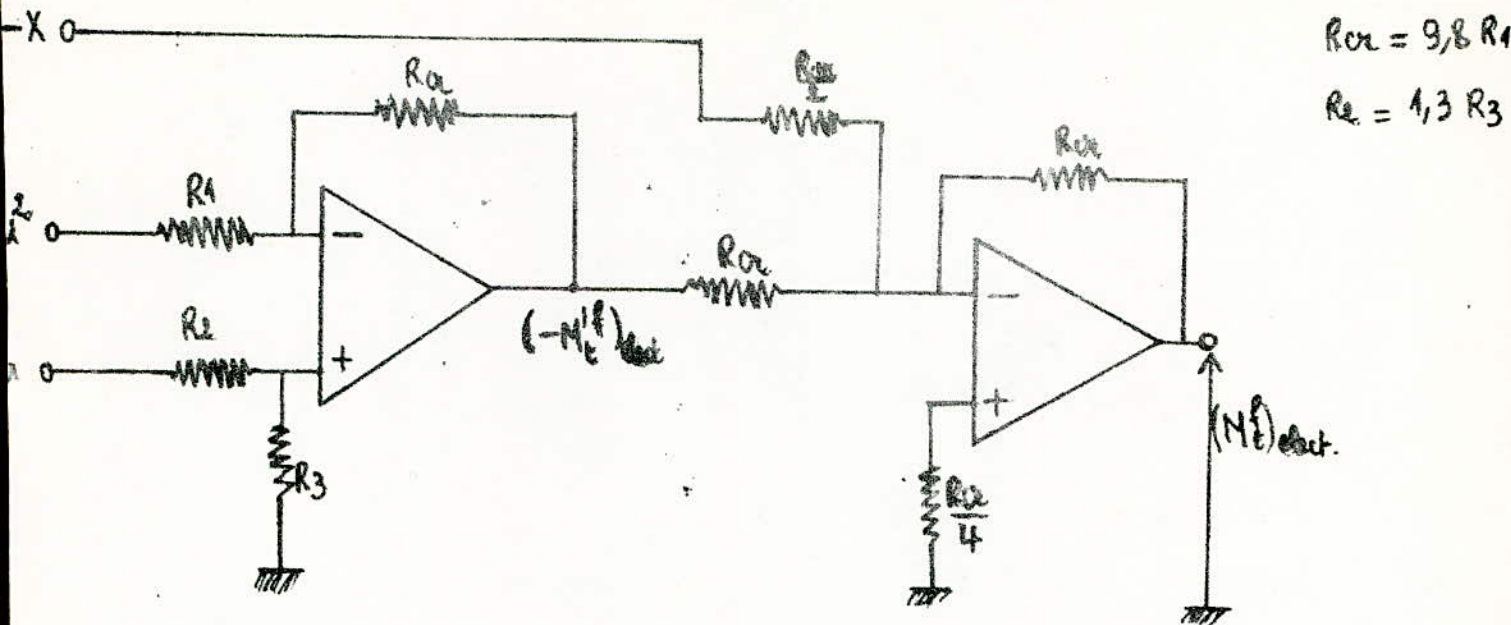


fig I-1 Circuit de la commande de pression de freinage totale  $M_e^f$

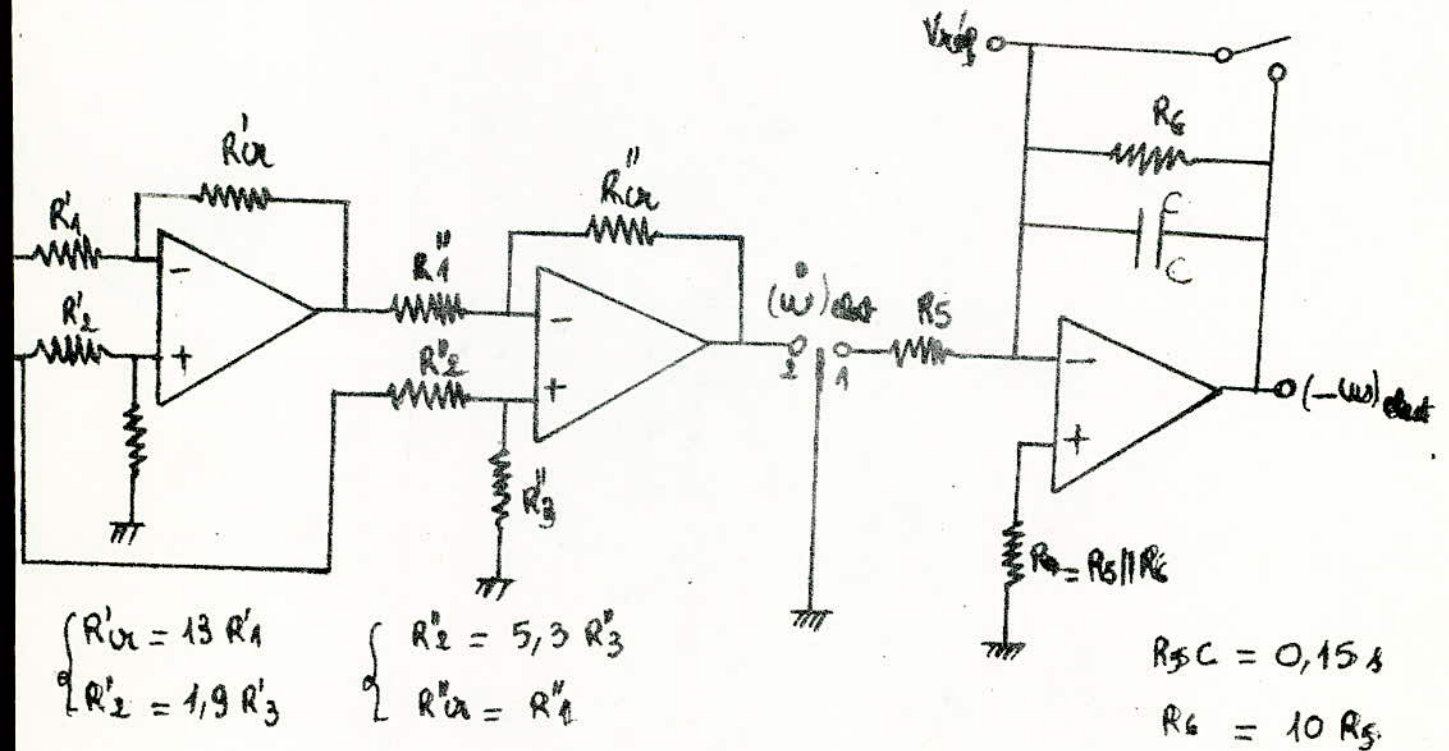


fig I-2 Circuit de l'accélération des roues  $u$  et de la vitesse  $\omega$ .

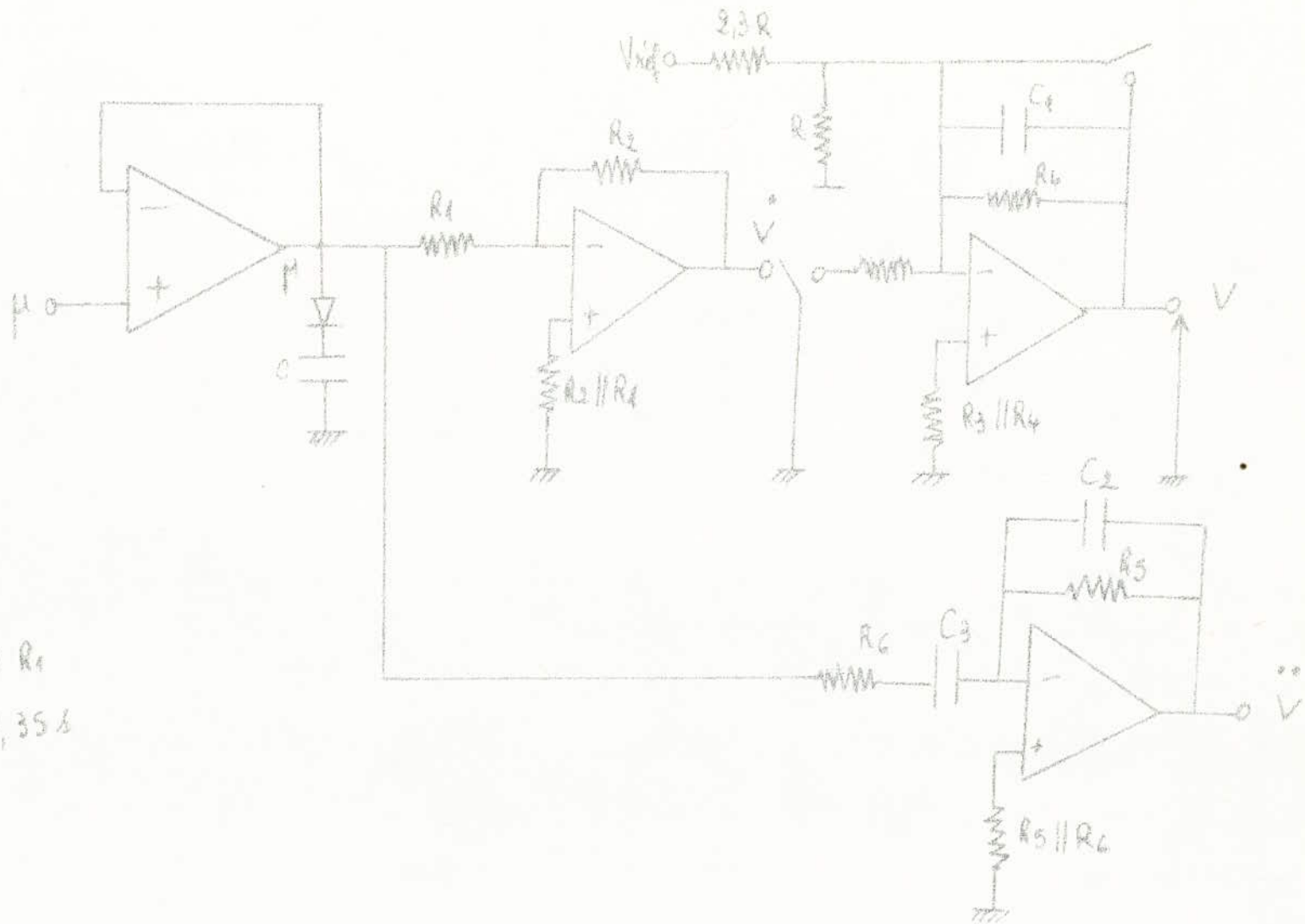
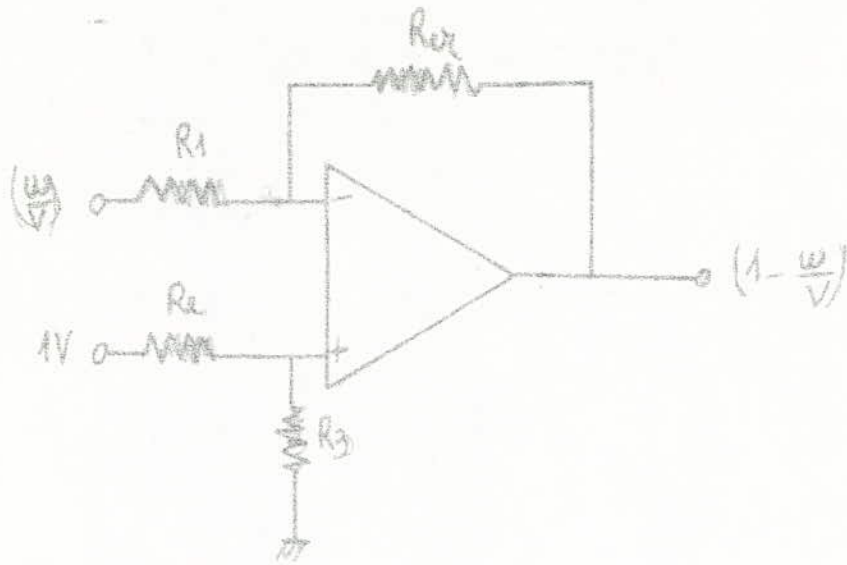


fig V-3 Circuit de l'accélération  $\ddot{V}$ , de la vitesse  $\dot{V}$  et de  $V$ .



$$\begin{cases} R_{ex} = 0,3 R_1 \\ R_3 = 0,3 R_3 \end{cases}$$

fig II.4 Circuit de glissement G

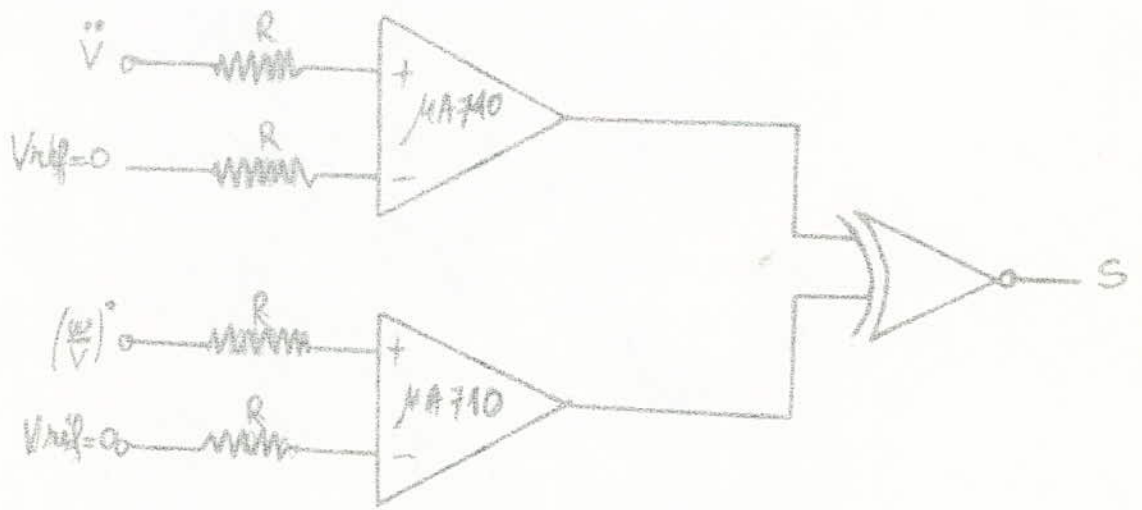
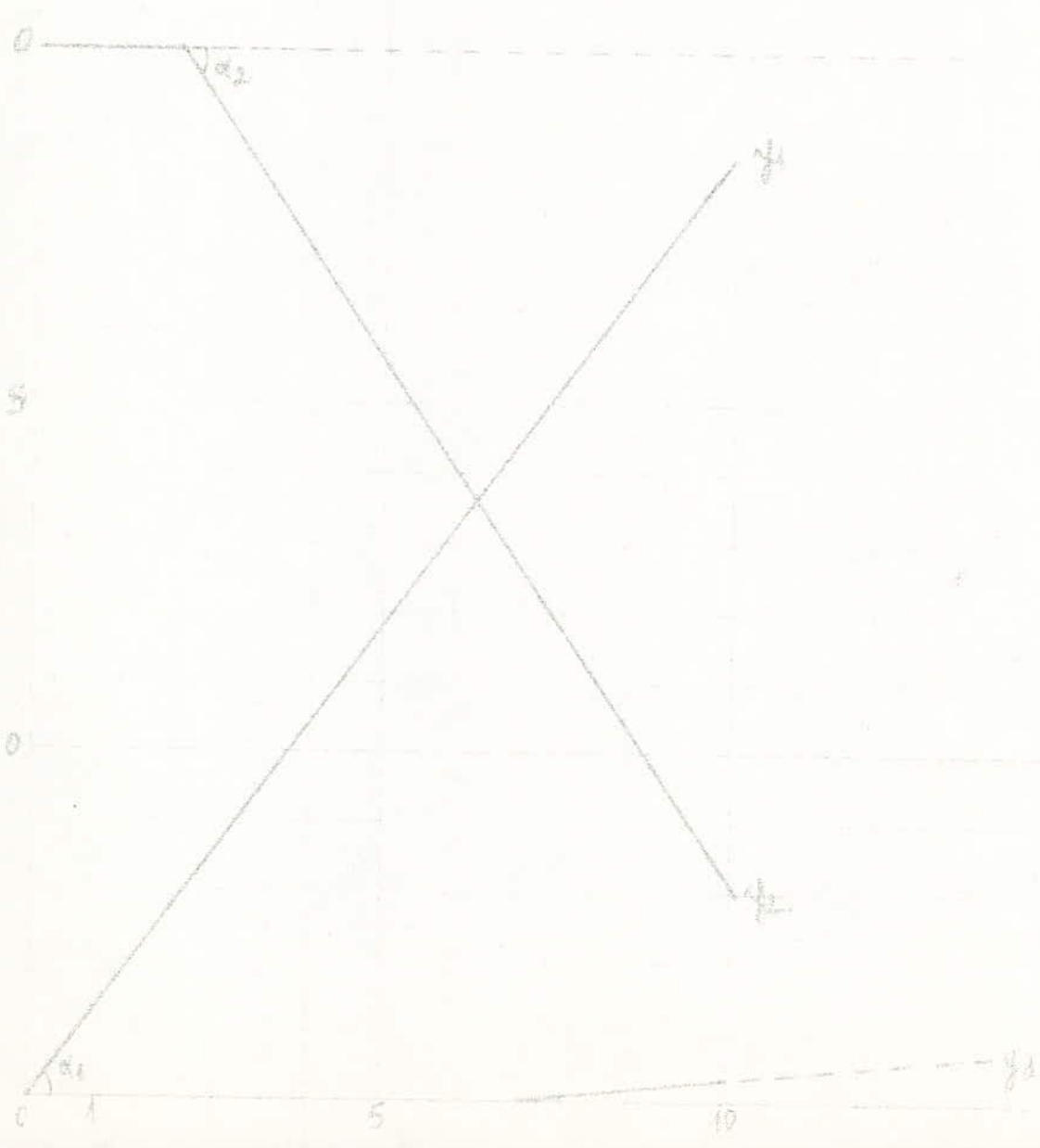
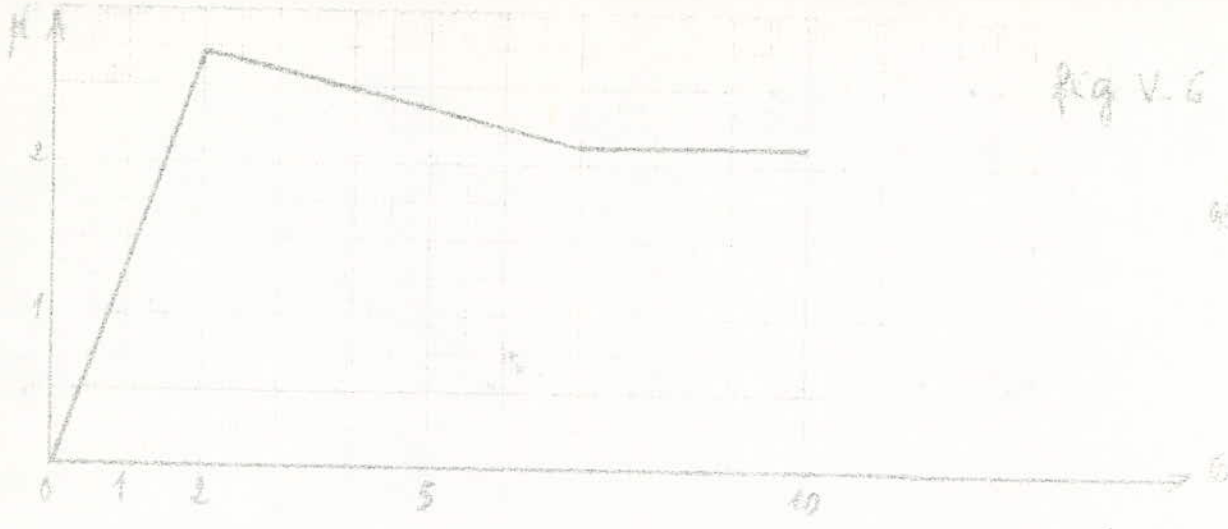


fig II.5 Circuit du signal S



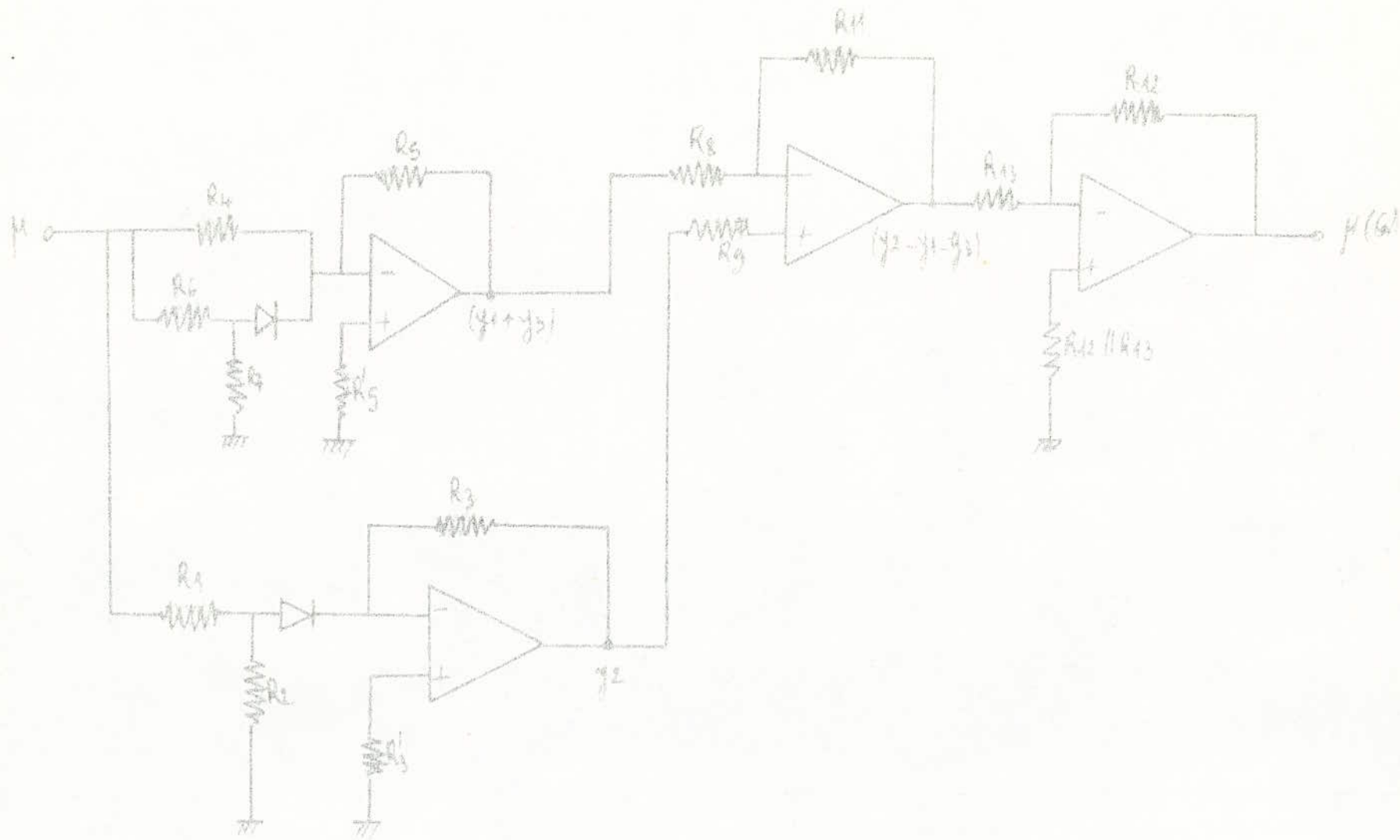


fig 7 Circuit de génération de la caractéristique  $\mu(\omega)$

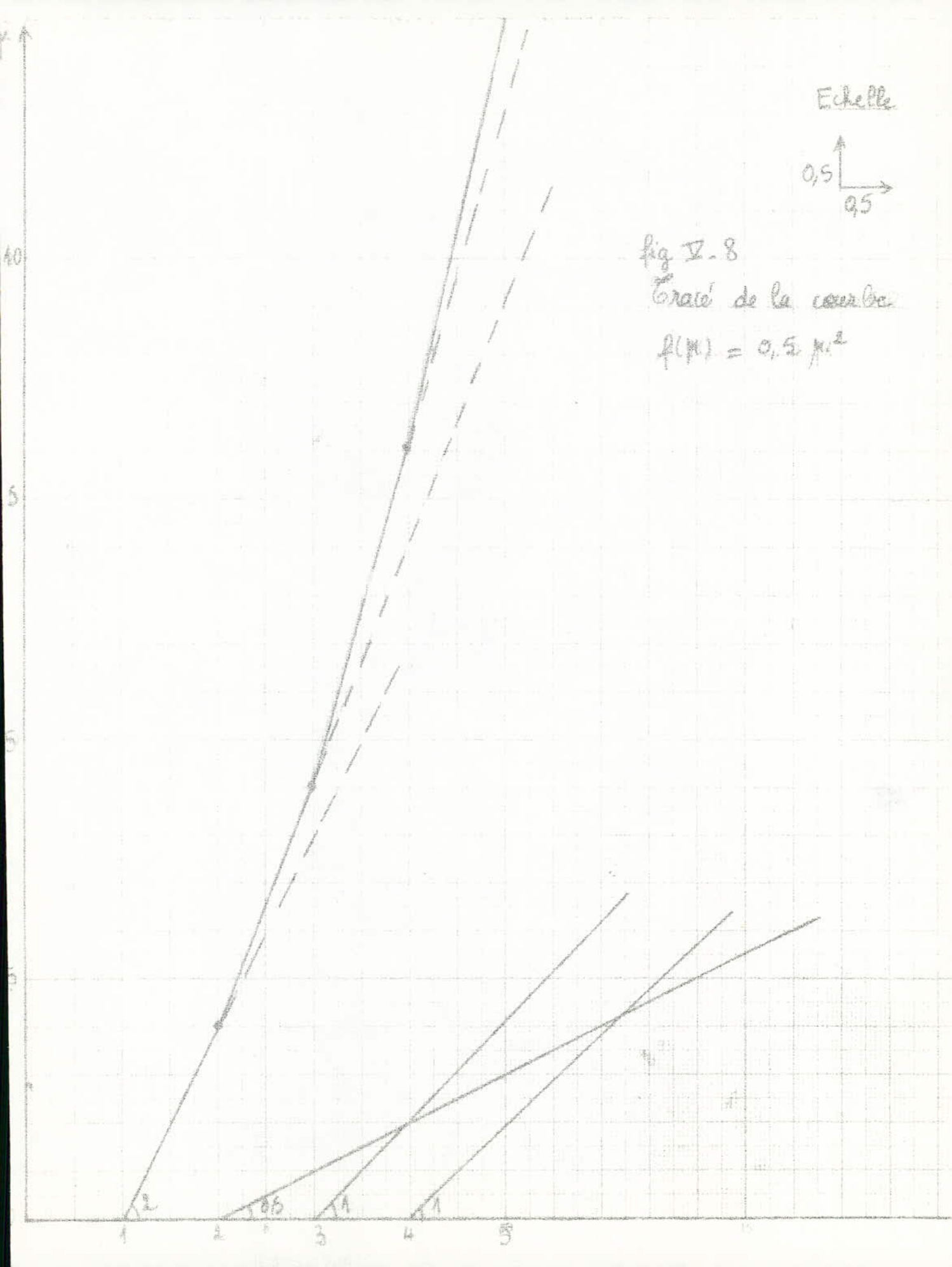
Echelle



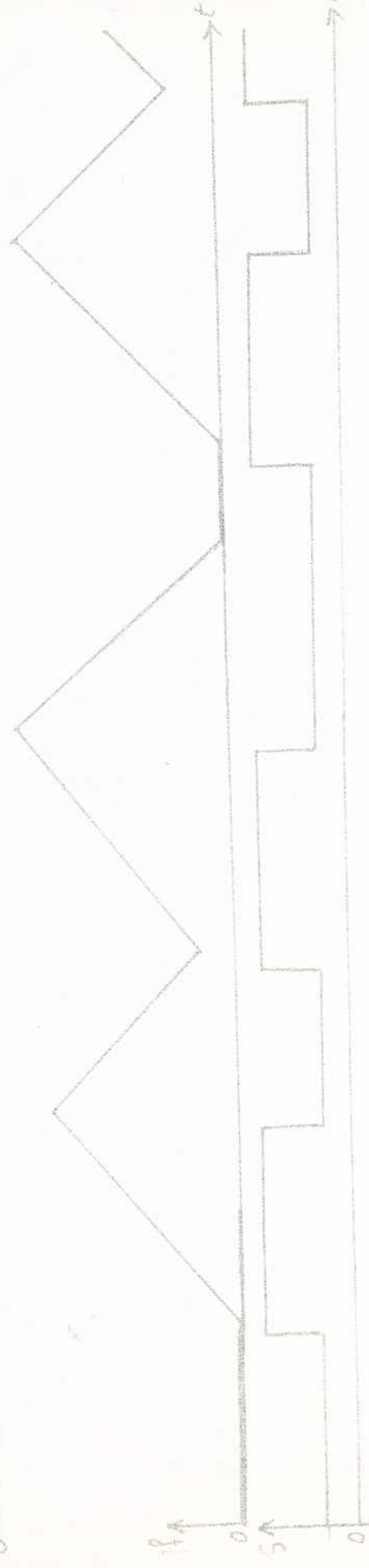
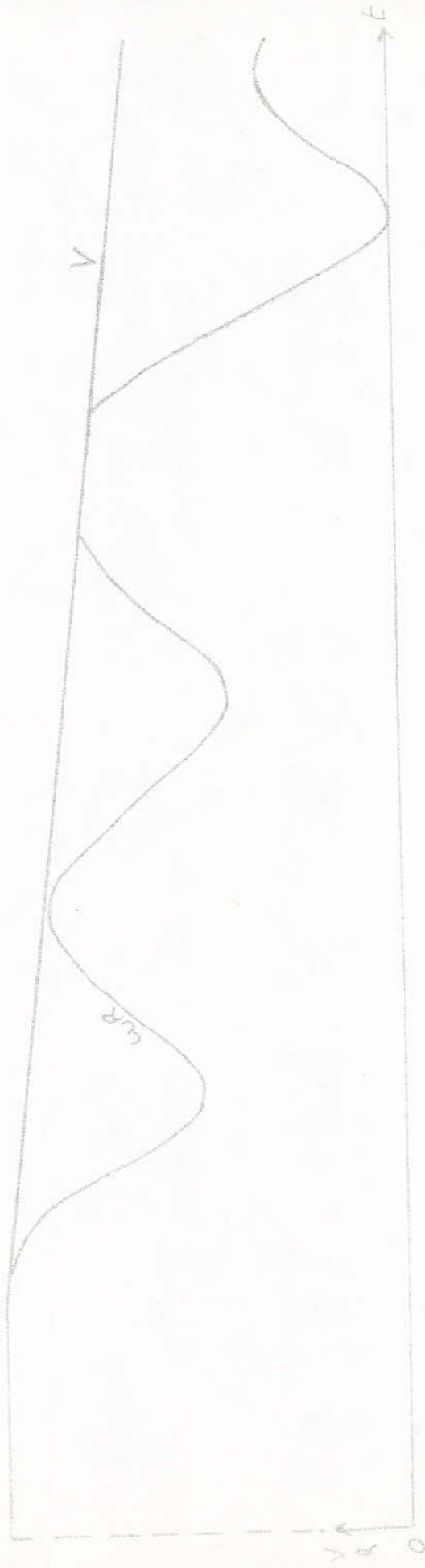
fig. V-8

Trace de la courbe

$$f(x) = 0,5 x^2$$







## C O N C L U S I O N

-----

L'étude qui vient d'être faite est l'essai d'une présentation d'un sujet d'actualité qui est le freinage électronique.

Nous nous sommes attachés à présenter l'étude d'un travail consacré à l'amélioration du système de freinage. Destiné à une exploitation réelle, ce genre de système n'est pas chose aisé à concevoir. Au stade actuel du développement de l'électronique automobile, la réalisation reviendrait trop chère; on dénombre actuellement près de six cent composants pour la réalisation d'un système antibloquant. Grâce aux microprocesseurs, on peut en diminuer le nombre.

D'autre part, nous avons constaté que la documentation dans ce domaine est peu nombreuse.

Nous espérons avoir donné quelques éléments base et ouvert la voie à l'amélioration de ce travail et à la recherches de solutions plus raffinées.

B I B L I O G R A P H I E

-----

- L'électronique Automobile par: G. GORY
- Le freinage des véhicules automobiles  
sur route par: H. PERROT
- Calcul Analogique par: J. HUGUES &  
RJ.PISTENON
- Sciences Progrés découverte par: Guy BOURGOIN  
Janvier 1971
- Ingénieurs de l'Automobile  
Octobre 1969 - Décembre 1971 -  
Mai 1972 . André FURIA  
Pierre GANCEL  
Christian TANGUY  
Pierre BOUCHARD