

Université des Sciences et de la Technologie

Houari Boumediène

»O«

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

»O«

Département d'Electronique et d'Electrotechnique

»O«

Filière d'Ingénieur en Electronique

»O«

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**IDENTIFICATION ET COMMANDE
D'UN PROCESSUS A RETARD**



Proposé par :

M. J.P GAUTHIER

Docteur d'Etat

et

M. PH. SINTES

Professeur à l'E.N.P.A.

Etudié et réalisé par :

M. ABDELMOUMENE

M. MENIKH

Promotion Juin 1982

Université des Sciences et de la Technologie

Houari Boumediène

—»O«—

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

—»O«—

Département d'Electronique et d'Electrotechnique

—»O«—

Filière d'Ingénieur en Electronique

—»O«—

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**IDENTIFICATION ET COMMANDE
D'UN PROCESSUS A RETARD**

Proposé par :

M. J.P GAUTHIER

Docteur d'Etat

et

M. PH. SINTES

Professeur à l'E.N.P.A.

Etudié et réalisé par :

M. ABDELMOUMENE

M. MENIKH

Promotion Juin 1982

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وَيَسْأَلُونَكَ عَنِ الرُّوحِ، قُلِ الرُّوحُ مِنْ أَمْرِ رَبِّي

وَمَا أُوتِيتُمْ مِنَ الْعِلْمِ إِلَّا قَلِيلًا

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمُ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

وَأَنْ هَذَا صِرَاطِي مُسْتَقِيمًا فَاتَّبِعُوهُ وَلَا تَتَّبِعُوا

السَّبِيلَ فَتَنُفَرِقَ بَيْنَكُمْ عَنِ سَبِيلِهِ ذَلِكُمْ

وَمَا كُنتُمْ تَعْلَمُونَ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمُ

DEDICACES

* A MES PARENTS

* A MON FRERE SALAH

qu'il trouve ici l'expression
de mon profond respect.

* A MES FRERES et SOEURS

MENIKH

* A MES PARENTS

* A MES FRERES et SOEURS

ABDELMOUMENE

A tous ceux qui luttent dans la voie tracée par ALLAH - - -

.../...

R E M E R C I E M E N T S

Nous remercions vivement Messieurs GAUTHIER et SINTES de nous avoir proposé ce sujet et de nous avoir guidé dans notre travail. Leur aide et leurs précieux conseils, ont permis l'élaboration de ce projet.

Que tous les professeurs de l'E.N.P.A. qui ont contribué de près ou de loin à notre formation veuillent trouver ici l'expression de notre profonde gratitude .

Nos remerciements vont également à Monsieur BARRAUD chercheur au laboratoire d'automatique de Grenoble pour son aide documentaire

TABLE DES MATIERES

CHAPITRES	PAGES
1. Introduction	1
2. Explication du schema de principe	3
3. Simulation des differents organes du PIDR	6
- Systeme du second ordre	6
- Comparateur	9
- Regulateur PID	10
- Circuit de retard	15
4. Régulation en boucle fermée	24
5. Etude théorique du modèle	26
6. Optimisation	37
7. Methode du gradient	38
8. Programmation	42
9. Réalisation	58
- Schema électronique	64
- Circuit imprimé	65
10. Difficultés rencontrées	67
11. Conclusion	68

Introduction .

" L'identification d'un système est la détermination sur la base de la connaissance des entrées et des sorties de ce système, d'un modèle mathématique, appartenant à une classe de modèles donnés, ce dernier soumis aux mêmes signaux test, étant alors équivalent au système donné ".
ZADEH

L'objet de notre projet est : connaissant l'entrée et la sortie d'un processus donné de l'identifier à un modèle du deuxième ordre avec retard et de pouvoir par la suite le commander.

Position du Problème .

Considérons un processus à identifier soumis à des entrées $e(t)$ et délivrent des sorties $S(t)$, ces grandeurs étant mesurables.

Supposons que nous ayons choisi comme modèle mathématique un système du second ordre avec retard dépendant des paramètres $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ (on rappelle que la fonction de transfert d'un deuxième ordre avec retard est de la forme $F(P) = \frac{e^{-TP}}{ap^2 + bp + c}$), et qui, pour les mêmes entrées $e(t)$ délivre les sorties $S(t)$ sur un même intervalle de temps $(0, t)$.

Le problème de l'identification consiste alors à rechercher dans une famille de modèles celui qui représente le plus fidèlement le système réel; autrement dit, à rechercher les valeurs des paramètres (X) telle que la sortie correspondante $s(t)$.

Soit le plus voisin possible de la sortie réelle $S(t)$.

En idéaliser le problème, la valeur des paramètres à retenir serait celle pour laquelle on aurait :

$$\xi(t) = S(t) - s(t) = 0 \quad (1) \quad \dots/\dots$$

et ceci quelque soit l'entrée .

En realité l'identité (1) n'est jamais realisée car le modelé choisi ne sera qu'une approximation du reel .

Il apparait donc necessaire de definir un critère qui sera une fonctionnelle de l'écart $\epsilon(t)$ qui admettra zero comme minimum absolu unique . Cette fonctionnelle sera évaluée sur $[0,t]$ et le critère sera donc une fonction de X.

Les valeurs des parametres à retenir seront alors celles qui minimiseront le critère. Le minimum du critère pourra caracteriser la qualité de l'identification .

Explication du schema de principe .

Supposons que nous voulons reguler un systeme . Si ce systeme ne comporte pas de retard(ou comportant un retard faible devant la constante de temps),il sera alors possible de le commander avec un P.I.D comme indiqué sur la fig ci dessous .



Par contre,si le systeme comporte un temps mort non negligible,alors quelle que soit la methode de corection adoptée,la grandeur réglée ne peut repondre à une variation de la grandeur reglant avant l'ecoulement d'un temps T egal au retard de parcours.

La solution consiste alors à idenfier le processus à un model du 2^{em} ordre suivi d'un retard T egal à celui du systeme pour comparer ainsi exactement dans le temps les sorties systeme-Modele. Le P.I.D quand à lui servira à reguler le modele .

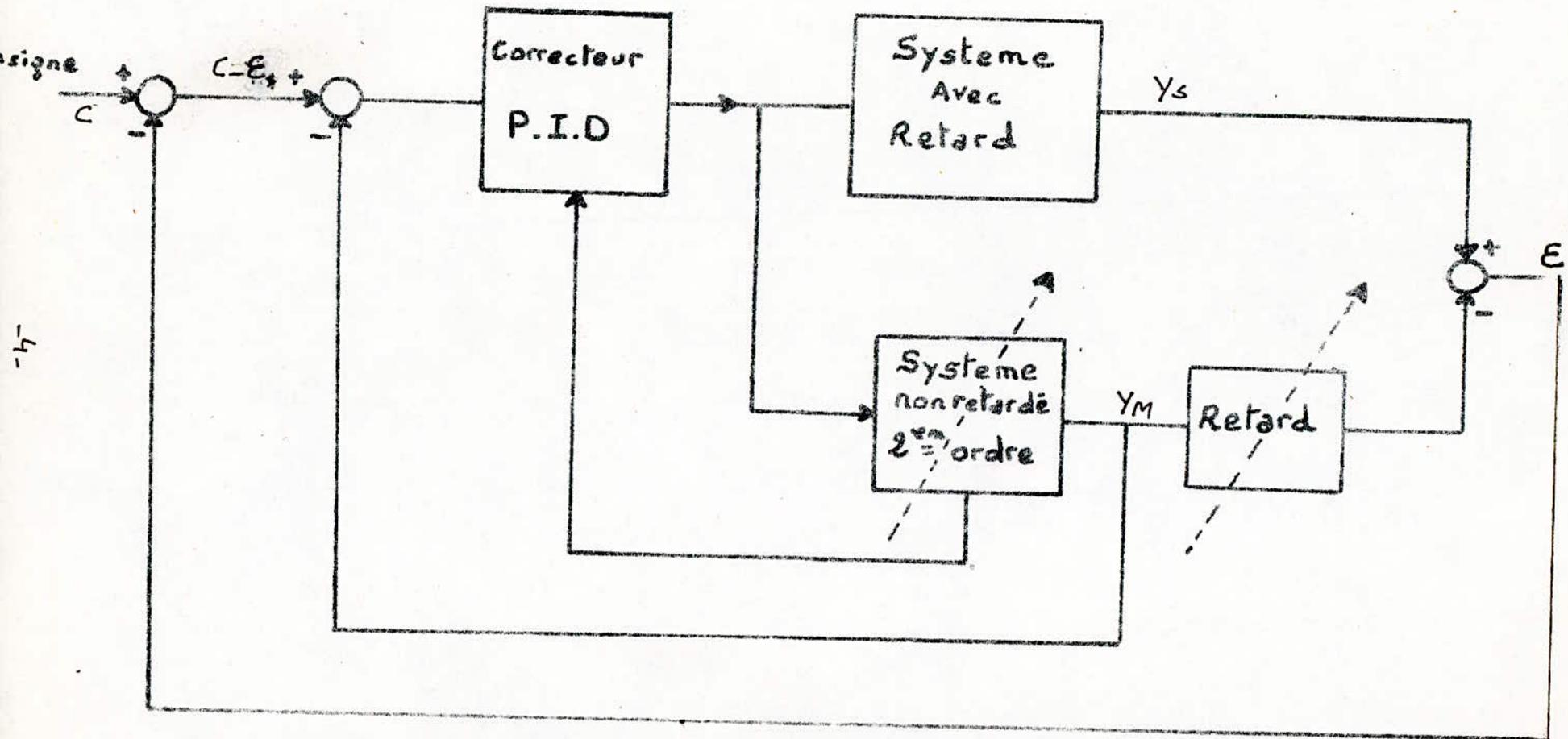
Remarque : l'erreur statique d'un tel montage est nulle.

En effet :

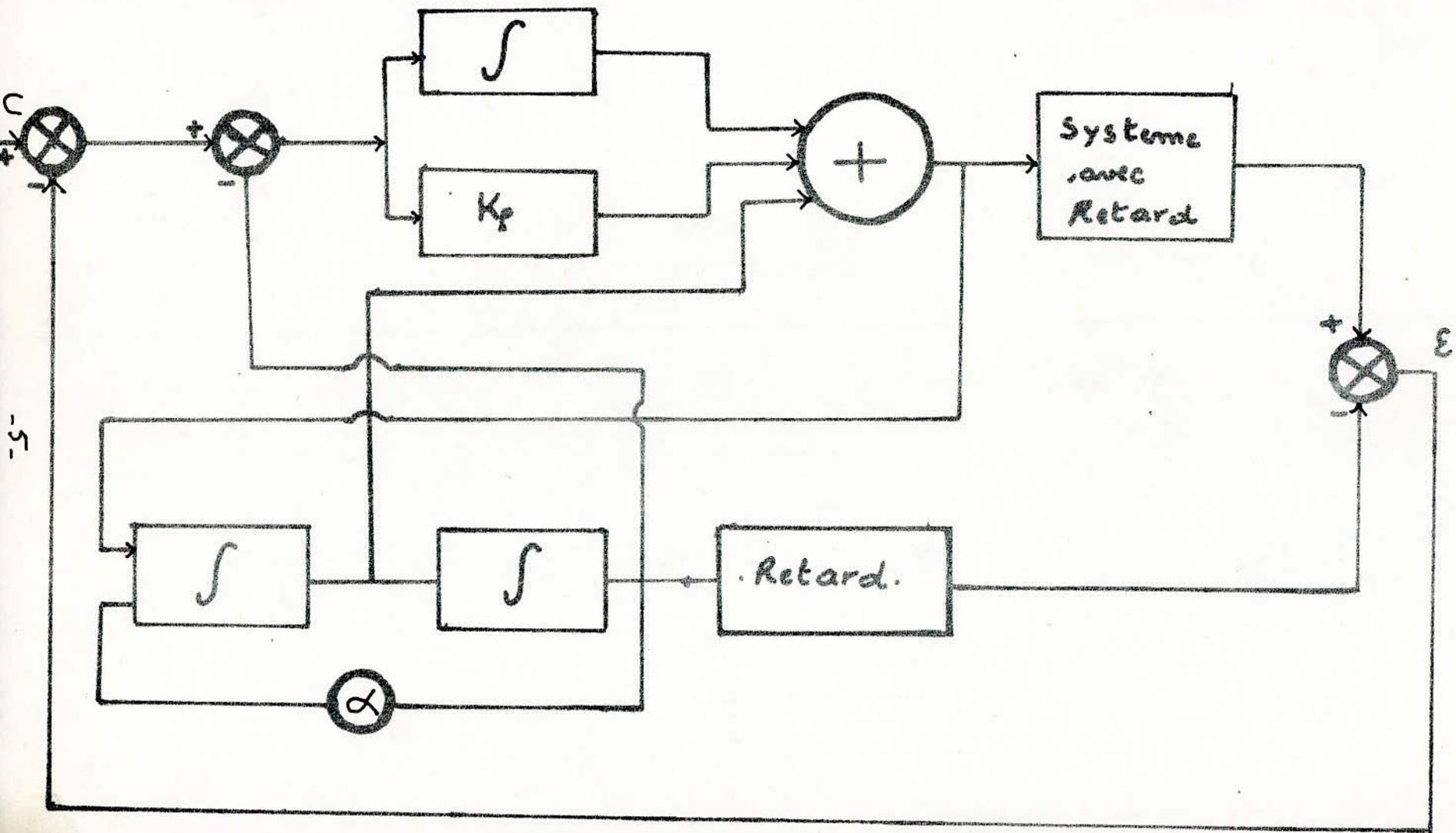
En regime permanent à l'entrée du P.I.D nous avons $C - \varepsilon - Y_{\frac{m}{n}} = 0$

Or à la sortie du systeme,nous avons y_s qui suit exactement

la consigne $y_s = C \implies \boxed{\varepsilon = 0 .} \quad (Y_s = Y_m)$



Schema de principe



Schema fonctionnel

Simulation des différents organes du PIDR

Comme nous avons dit, l'idée de Base de la methode utilisé est de comparer le comportement du systeme avec retard a celui d'un systeme du deuxième ordre ; choisi comme modèle suivi d'un retard pur Systeme du deuxième ordre .(fig 8)

Fonction de transfert .

$$V_d = - \frac{1}{R_{P3} cp} Ve + \frac{1}{R'_{cp}} Vs$$

$$\text{Mais } Vs = - \frac{R_2}{R'} \frac{1}{1 + R_{P4} cp} V_d$$

remplaçons (V_d) par sa valeur dans l'expression precedente nous aurons .

$$Vs = \frac{R_{P4}}{R'} \left[\frac{1}{1 + R_{cp} P_4} \cdot \frac{1}{R_{P3} cp} Ve - \frac{1}{1 + R_{cp} P_4} \cdot \frac{1}{R'_{cp}} Vs \right]$$

$$Vs \cdot \left(1 + \frac{1}{(1 + R_{cp} P_4) R'_{cp}} \right) = \frac{R_2}{R'} \frac{1}{(1 + R_{cp} P_4) R_{P3} cp} Ve$$

après reduction au même denominateur du coefficient de Vs et simplificateur nous obtenons

$$F(p) = \frac{Vs}{Ve} = \frac{R'}{R_{P3}} \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R'_{cp}} cp + R_2 c^2 p^2}$$

par identification avec la

fonction de transfert du 2^{eme} ordre classique.

$$F(p) = \frac{Gm}{1 + 2 \zeta \omega_0 / p + \frac{P^2}{\omega_0^2}} \quad \text{nous obtenons } \omega_0 = \frac{1}{R'_{c}} \quad \zeta = \frac{1}{2} \frac{R'}{R_{P4}}$$

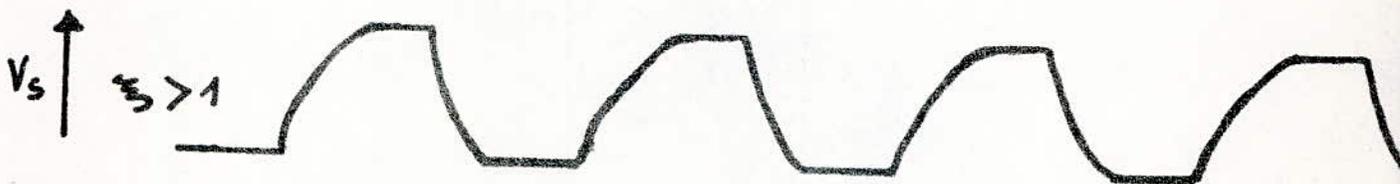
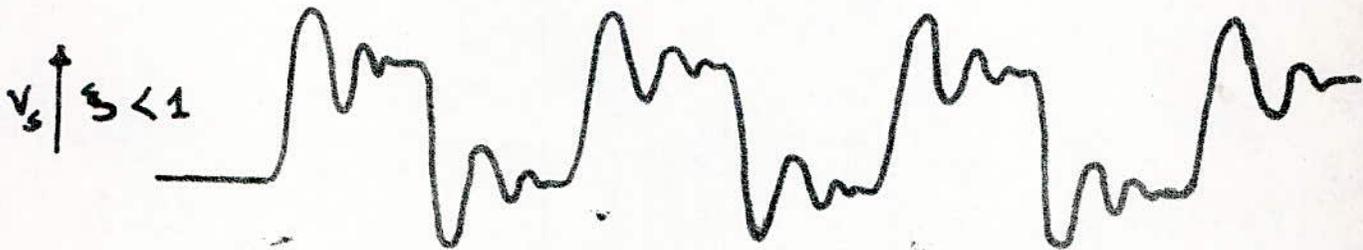
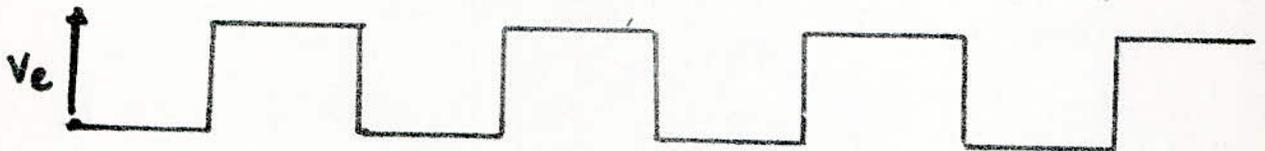
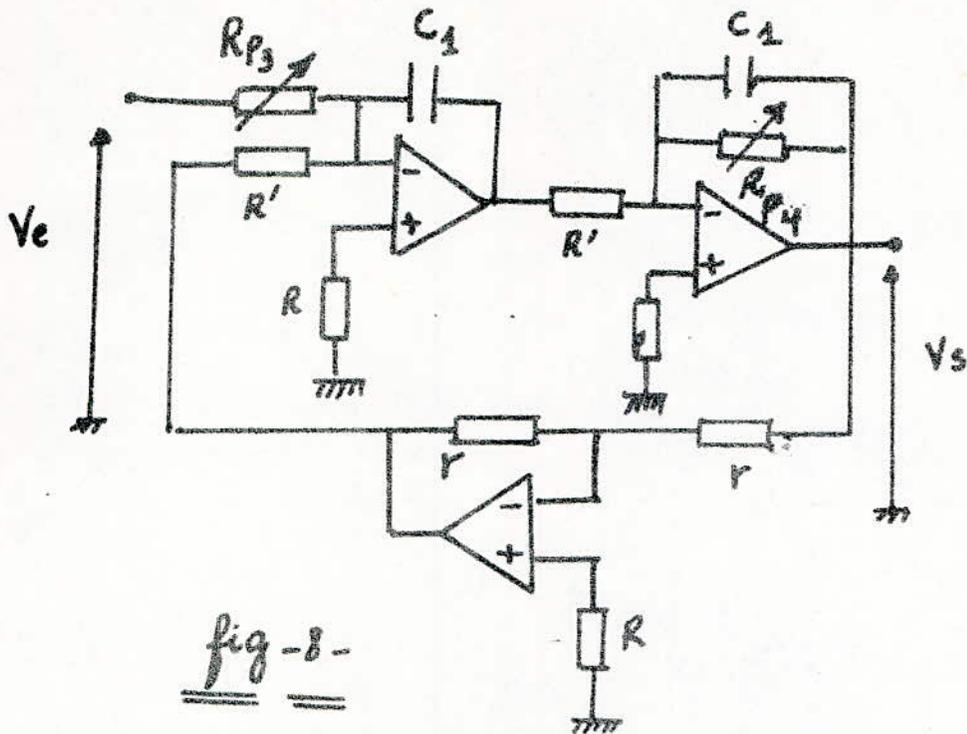
$$Gm = \frac{R'}{R_{P3}}$$

Choix des éléments

- On a utilisé :
- 3 amplificateur operationnels du type U A741
 - 2 resistances: $R' = 100 \Omega$
 - 4 " : $r = 1K\Omega$
 - 2 capacités: $C_1 = 0.1 \mu F$
 - 2 potentiometres l'un de $R_{p3} = 47K\Omega$; l'autre $R_{p4} = 1K$

Ceux ci permettront le réglage des deux parametres du circuit du deuxième ordre à savoir G_m et ξ_2 . Selon les valeurs prises par ce dernier paramètre on préleve les courbes de reponse représentées ci-dessous. (fig 8)

Circuit du 2^om Ordre (Le modele)



Comparateur .(fig 4)

C'est un amplificateur operationnel, dont la fonction est de mesurer la difference entre la grandeur de commande et la grandeur reglee l'egalite de ces 2 tensions ne constitue pas une troisieme possibilite au test de comparaison

En supposant que l'impedance d'entree Zid de l'amplificateur operationnel est infinie ; on aura :

$$V_o = A_{vd} (V_2 - V_1).$$

$$V_1 = e_1 \cdot \frac{R_2}{R_2 + R_1} + \frac{R_1}{R_2 + R_1} V_o$$

$$V_2 = \frac{R_4}{R_4 + R_3} e_2$$

Il en resulte :
$$V_o = A_{vd} \left[\frac{R_4}{R_4 + R_3} e_2 - \frac{R_2}{R_2 + R_1} e_1 - \frac{R_1}{R_2 + R_1} V_o \right].$$

ou

$$V_o \left[1 + A_{vd} \frac{R_1}{R_2 + R_1} \right] = A_{vd} \left[\frac{R_4}{R_4 + R_3} e_2 - \frac{R_2}{R_2 + R_1} e_1 \right].$$

Comme $A_{vd} \gg 1$

donc :
$$V_o = \frac{R_2 + R_1}{R_4 + R_3} \cdot \frac{R_4}{R_1} e_2 - \frac{R_2}{R_1} e_1.$$

Si toutes les resistances sont egales : $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R.$

alors :
$$\boxed{V_o = e_2 - e_1}$$
 dans notre cas $R = 1 \text{ K}\Omega.$

Regulateur PID

Le rôle d'un tel regulateur est d'obtenir un fonctionnement stable du **SYSTEME** avec un gain satisfaisant et une bonne précision lorsque le systeme est excité .

Nous allons dans ce qui suit etudier les differents actions qui constituent ce regulateur

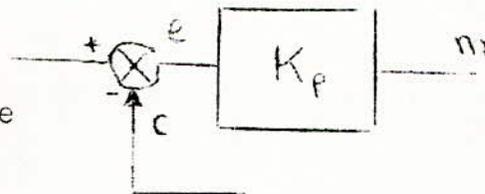
I) Action proportionnelle (fig 5)

I-1 Definition :- c'est un regulateur où la sortie (grandeur réglante) est liée à l'entrée (écart) par une relation lineaire continue de type $m = K_p \cdot e + M$

où m : grandeur réglante

K_p : Sensibilité proportionnelle

e : écart



la sensibilité proportionnelle K_p est la variation de la grandeur réglante produite par une variation d'une unité de l'écart
l'action proportionnelle est représentée sur la figure 5 par le potentiometre R_{p2}

A cet effet

$$V_s = -R \left(\frac{V_d}{R_1} + \frac{V_p}{R_{p2}} + \frac{V_{I1}}{R_3} \right)$$

pour éliminer le courant de décalage à l'entrée on a interet a choisir .

$$\frac{1}{R_4} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_{p2}} \quad , \text{ on prend}$$

$$R_{p2\max} = 4,7K\Omega$$

$$R_2 = R_1 = R_3 = 1,5K\Omega \quad R_4 = 680\Omega$$

II) Action integrale (fig6)

II.1 Definition.- C'est un regulateur où le signal de sortie est proportionnel à l'integrale du signal d'entrée (à une constante pro

$$m(t) = K \int_0^t e(t) dt + M_0$$

On pose $M_0 = 0$; $M_0 =$ constante d'integration

Sous forme operationnelle la relation precedente s'écrit

$$M(P) = \frac{K}{P} \quad E(P) = \frac{1}{T_i P} E(P) \quad \text{avec } T_i = \frac{1}{K}$$



T_i : temps d'integration; il est defini comme étant la durée de la variation d'une unité de la grandeur reglante produite par unité de variation de l'ecart.

La fonction de transfert d'un tel regulateur est

$$-\frac{V_E}{R_{P1}} = V_s \left(\frac{1}{R_i} + C_p p \right)$$

$$\text{ou } \frac{V_s}{V_E} = - \frac{R_i}{R_p} \frac{1}{1 + R_i C_p p}$$

Si $R_i C_p p \ll 1$.

$$\text{on aura } \frac{V_s}{V_E} = - \frac{1}{R_{P1} C_p} = \frac{1}{T_1 P}$$

$$\text{en prenant } R_{P1} = 47 \text{ K}$$

$$C_o = 0,1 \text{ U F}$$

$$R_i = 100 \text{ } \Omega$$

$$\text{on a } T_1 = R_{P1} C_o = 47 \cdot 10^{-4} = 4,7 \text{ ms}$$

a l'entrée de l'integrateur on'a des impulsions de durée constante .

$$T_2 = 0,025 \text{ S} \quad \text{donc } T_2 \approx 5 T_1 \quad (\text{bonne integration})$$

III) Action Derivée (fig 7)

Dans ce cas la sortie est égale à la dérivée de l'entrée (à une constante près) . $m(t) = K_D \frac{de(t)}{dt}$

Sous forme opérationnelle on obtient

$$M(p) = K_D P E(p)$$

Remarque :- L'action par dérivation ne peut être correctement définie en utilisant une variation d'un échelon parce que la dérivée par rapport au temps d'un échelon est infinie à l'instant de variation.

C'est pour cette raison que nous avons préféré prendre le signal avant une intégration ce qui équivaut à dire qu'on a pris la dérivée du signal par rapport à la sortie du système du second ordre

Schema fonctionnel du PID (fig 7)

Remarquons que le réglage de l'un de trois paramètres du régulateur PID n'affecte en rien celui des deux autres.

Une telle configuration nous permet d'éliminer totalement la dépendance entre les trois paramètres à savoir K_p ; T_i ; K_D .

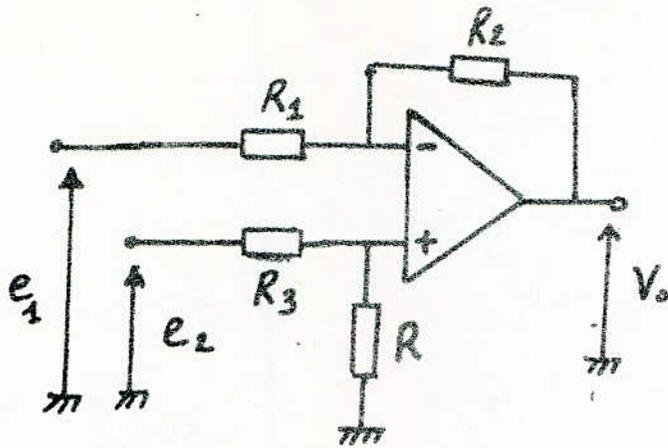


fig-4-

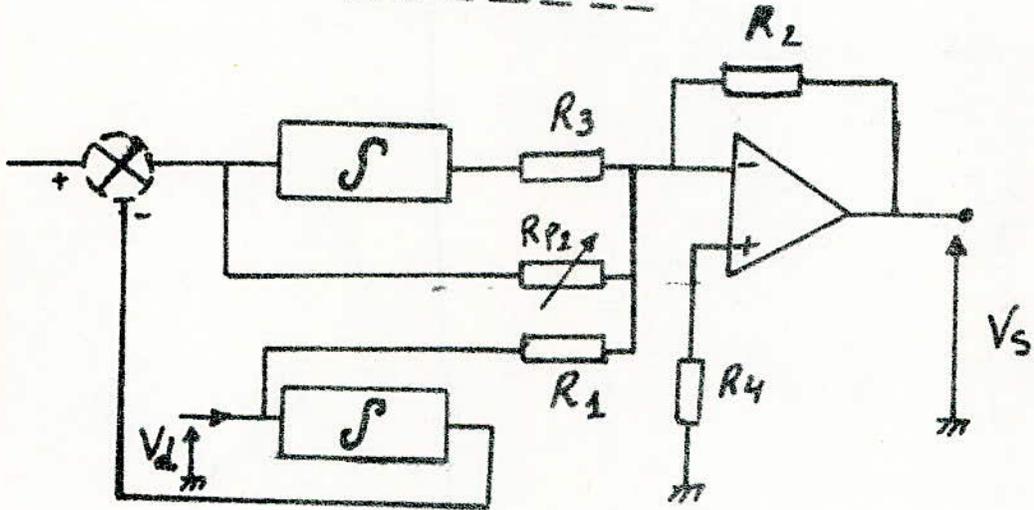


fig-5-

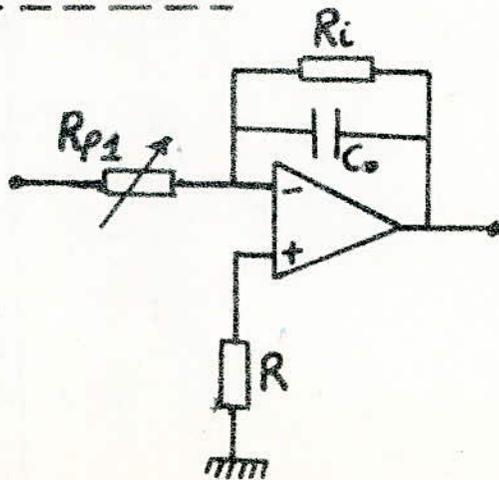
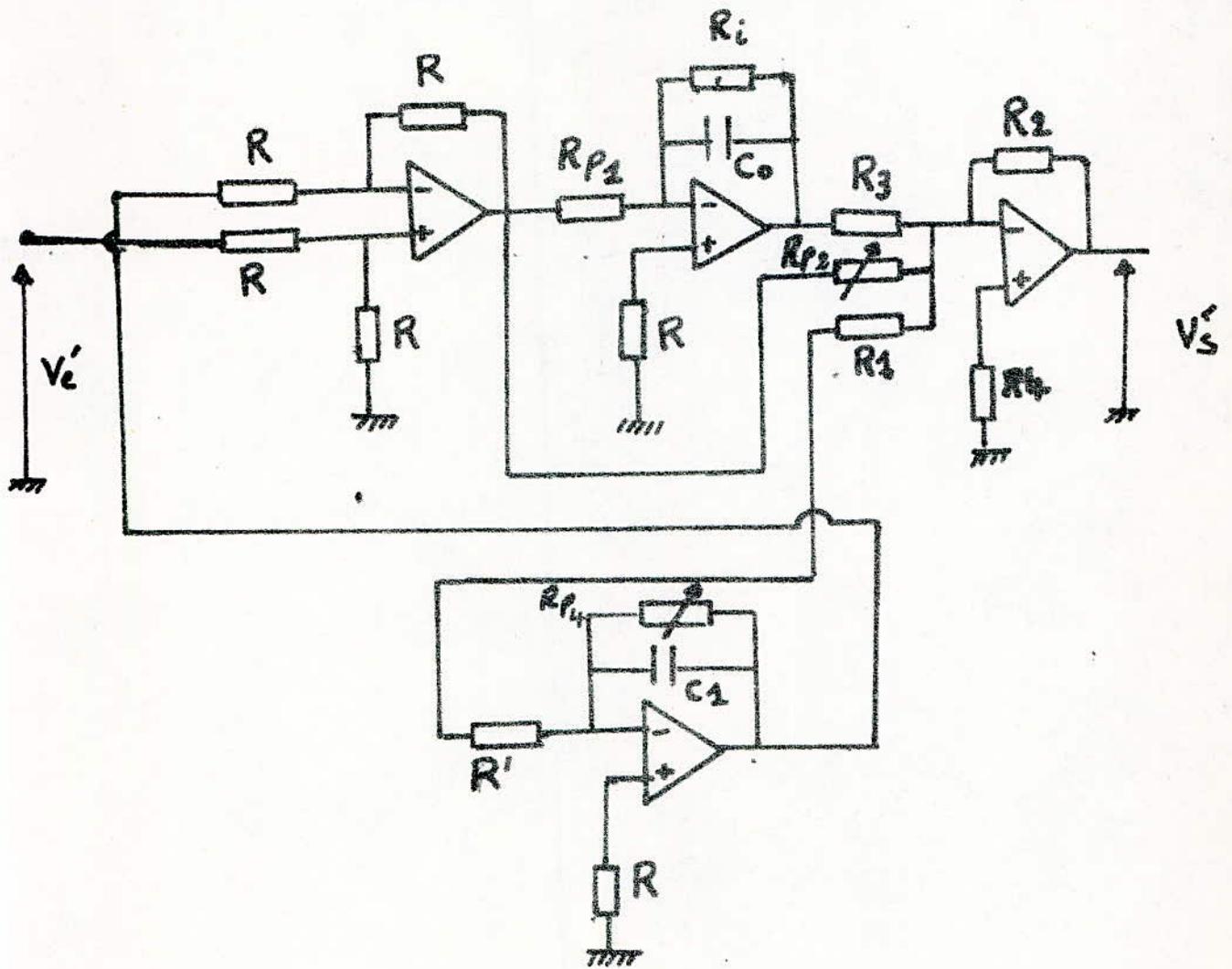


fig-6-



circuit du PID.

- Fig 7 -

Circuit de retard

Comme, il a déjà été dit plus haut, nous avons besoin d'un retard et ceci pour faire correspondre notre modèle avec le système retardé.

La fonction de transfert d'un retard pur est e^{-Tp} . Notre but est de réaliser un circuit qui ait cette fonction de transfert ou du moins qui l'approche. Pour cela nous allons utiliser ce qu'on appelle le développement de Padé.

1. Rappel sur les approximants de Padé.

Pour approximer la fonction exponentielle, on utilise un outil actuellement très répandu : les approximants de Padé.

A/ Definition

Soit F une série formelle donnée par :

$$F(Z) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i Z^i \quad ; \quad a_i \in \mathbb{C}$$

On appelle approximants de Padé de F de type $\left(\frac{P}{q} \right)$ la fraction rationnelle écrite sous forme réduite :

$$g_{pq}(Z) = n_{pq}(Z) / d_{pq}(Z) .$$

où :

- a) le degré de $n_{pq}(Z) \leq p$.
- b) le degré de $d_{pq}(Z) \leq q$ et $d_{pq}(0) = 1$.
- c) $d_{pq}(Z) \cdot F(Z) - n_{pq}(Z) = O(Z^{p+q+1})$.

Cette fraction est bien définie en \mathbb{C} , sauf dans les racines de l'équation $d_{pq}(Z)=0$, même si le rayon de convergence de F est nul.

Il est possible d'écrire la caractérisation c) de la définition de la façon suivante:

.../...

Si : $npq (Z) = \sum_{i=0}^p n_i Z^i$ et $dpq (Z) = \sum_{i=0}^q d_i Z^i$.

On trouve :

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=0}^q a_{K-i} d_i = -n_K \quad \text{si } K=0, \dots, P . \quad (i) \\ \sum_{i=0}^q a_{K-i} d_i = 0 \quad \text{si } K=p, \dots, p+q . \quad (ii) . \end{array} \right.$$

où $a_i = 0$ si $i < 0$.

Donc l'existence des approximants de Padé d'une fonction F est liée à l'existence d'une solution du système (1) , l'unicité est assurée par la condition dite de normalisation $dpq(0)=1$.

Le système (1) donne aussi un moyen de calcul des approximants de Padé d'une série formelle F , mais on trouve les inconvénients et le coût de calcul d'un système linéaire .

Bussonais a développé des algorithmes bien plus intéressantes pour calculer une suite des approximants de padé d'une série formelle F .

On peut remarquer que si $F(X) \neq 0$, alors l'approximant de Padé de type (P/q) de $(1/F)$ est l'inverse de l'approximant (P/q) de F .

B/ Approximants de Padé de la fonction exponentielle .

calcul des coefficients .

Etant donné qu'on peut représenter la fonction exponentielle par une série entière, de rayon de convergence infini :

$$e^Z = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{Z^i}{i!}$$

On se pose la question de calculer les approximants de Padé de e^Z et d'étudier leur convergence .

Hermite a étudié ce problème et il a réussi à trouver une formule explicite des coefficients d'approximants de Padé de l'exponentielle de type P/q .

Hermite et Padé ont remarqué que si $F(t)$ est un polynôme en t de degré m et :

$$\mathcal{F}(t) = \frac{F(t)}{Z} + \frac{F^{(1)}(t)}{Z^2} + \dots + \frac{F^{(m)}(t)}{Z^{m+1}} . \quad (2)$$

alors : $\int e^{-tZ} F(t) dt = - e^{-tZ} \mathcal{F}(t) . \quad (3)$

Si on définit maintenant deux polynômes en Z :

et $\phi_0(Z) = F(0)Z^m + F^{(1)}(0)Z^{m-1} + \dots + F^{(m)}(0) . \quad (4)$

$$\phi_1(Z) = F(1)Z^m + F^{(1)}(1)Z^{m-1} + \dots + F^{(m)}(1) . \quad (5)$$

alors on obtient de (3) que :

$$\phi_0(Z)e^Z - \phi_1(Z) = Z^{m+1} \cdot e^Z \cdot \int_0^1 e^{-Zt} \cdot F(t) dt .$$

Dans le cas des approximants de Padé il faut et il suffit que :

- (i) le degré de ϕ_0 soit q .
- (ii) le degré de ϕ_1 soit p .
- (iii) m doit au moins être égal à $p+q$.

Donc il faut et il suffit que :

$$F^{(l)}(0) = 0 \text{ pour } l = 0, \dots, m - q - 1 .$$

$$F^{(l)}(1) = 0 \text{ pour } l = 0, \dots, m - p - 1 .$$

Pour que le polynôme $F(t)$ y satisfasse il faut et il suffit

l'on ait :

.../...

$$F(t) = t^{m-q}(t-1)^{m-p} G(t)$$

où $G(t)$ est un polynôme en (t) de degré $p+q-m$.

Mais m doit être au moins égal à $p+q$, donc nécessairement

$m = p+q$ et G est une constante

Il en résulte, finalement :

$$F(t) = t^p (t-1)^q = (-1)^q t^p (1-t)^q.$$

$$\text{et } \phi_0(Z) = F^{(p+q)}(0) + F^{(p+q-1)}(0) \cdot Z + \dots + F^{(p)}(0)$$

$$\phi_1(Z) = F^{(p+q)}(1) + F^{(p+q-1)}(1) Z + \dots + F^{(q)}(1)$$

Avec :

$$e^Z \frac{\phi_1(Z)}{\phi_0(Z)} = \frac{(-1)^q Z^{p+q+1}}{\phi_0(Z)} \int_0^1 e^{Z(1-t)} (1-t)^q dt$$

Mais de la formule du développement du binôme on trouve

$$F(t) = t^p (t-1)^q = t^{p+q} \sum_{k=0}^q \binom{q}{k} (-1)^k t^{-k} = \sum_{k=0}^q \binom{q}{k} (-1)^k t^{p+q-k}$$

Si on dérive on obtient :

$$F^{(p+q-K)}(0) = \frac{(p+q-K)! q(q-1)\dots(q-K+1)}{K!} (-1)^K$$

et

$$F^{(p+q-K)}(1) = \frac{(p+q-K)! p(p-1)\dots(p-K+1)}{K!} (-1)^K$$

donc :

$$\phi_0(Z) = (p+q)! dpq(Z) \text{ et } \phi_1(Z) = (p+q)! npq(Z)$$

Alors on obtient une forme explicite des coefficients des approximants de Padé de l'exponentielle de type (P/q)

$$npq(Z) = \sum_{K=0}^P \frac{(p+q-K)! p!}{K! (p-K)!} (Z)^K$$

$$d_{pq}(Z) = \sum_{K=0}^q \frac{(p+q-K)! q!}{(p+q)! (q-K)! K!} (-Z)^K$$

on remarque que $d_{qp}(-Z) =$

Si dans ces 2 dernières expressions on met $p=q$
alors l'approximant de padé de e^Z sera .

$$e^Z = \frac{\sum_{K=0}^p (Z)^K}{\sum_{K=0}^q (-Z)^K} \quad (6)$$

Revenons à notre retard dont la fonction de transfert
est justement une exponentielle : e^{-Tp}

Posons dans l'expression (6) $Z = -Tp$.

$$\text{alors : } e^{-Tp} = \frac{\sum_{K=0}^p (-Tp)^K}{\sum_{K=0}^q (Tp)^K} \quad (7)$$

dans notre projet, nous nous sommes limités au deuxième

Il va de soi que plus l'ordre est grand et plus meilleur
retard .

Mais la complexité des circuits augmente .

Développons donc l'expression (7) au 2^{ème} ordre :

$$e^{-Tp} \approx \frac{1 - Tp + T^2 p^2}{1 + Tp + T^2 p^2} \quad (8)$$

Il nous reste donc à trouver un circuit ayant une telle
fonction de transfert (8) peut s'écrire :

$$F(p) = \frac{1 - Tp + T^2 p^2}{1 + Tp + T^2 p^2} = \frac{1 + Tp + T^2 p^2}{1 + Tp + T^2 p^2} -$$

$$\frac{2Tp}{1 + Tp + T^2 p^2} = 1 - \frac{2Tp}{1 + Tp + T^2 p^2}$$

Examinons le deuxième terme du second membre de cette égalité

$$\frac{T_p}{T_p + T_p^2} ; \text{ cette fonction de transfert est celle d'un}$$

Passes-bande. Ce dernier sera réalisé grâce à l'emploi d'un convertisseur d'impédance négative I.N.I.C. (fig 1).

Convertisseur d'impédance négative idéal

Le convertisseur d'impédance négative, généralement appelé N.I.C. (negative impedance converter), est un élément actif ayant la propriété de présenter une impédance d'entrée de signe opposé à celui de l'impédance placée en sortie. (fig 1 a)

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = -K Z_2 \quad (K > 0)$$

La matrice de chaîne d'un tel circuit est donc :

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} .$$

$$K = \frac{k_1}{k_2} = C_{te}$$

Si k_1 et k_2 sont positifs, le circuit est un convertisseur d'impédance négative à inversion de courant (I.N.I.C.)

Si k_1 et k_2 sont négatifs, le circuit est un convertisseur d'impédance négative à inversion de tension (V.N.I.C.).

b) Réalisation pratique d'un I.N.I.C (fig 1 b).

Dans un convertisseur d'impédance négative à inversion de courant, la tension d'entrée est égale à la tension de sortie et le courant de sortie est l'opposé du courant d'entrée à un coefficient K près.

Dans le schéma présenté (fig 1 b), composé d'un amplificateur opérationnel et de deux résistances R_1 et R_2 , on a effectivement, en fonction du théorème de la masse virtuelle.

$$V_1 = V_2 .$$

$$v = V_1 - R_1 I_1 \quad (\text{l'impédance d'entrée de l'A.O. étant infinie}).$$

$$I_2 = \frac{v - V_1}{R_2} = \frac{R_1 I_1}{R_2} = K I_1. \quad \text{Avec } K = \frac{R_1}{R_2} .$$

Compte tenu du sens conventionnel adopté pour les courants, on a bien physiquement inversion de courant.

Ce montage, extrêmement simple, permet d'approcher de très près les propriétés du N.I.C. idéal défini précédemment.

Après ce bref rappel sur les I.N.i.c. revenons à notre fonction de transfert; celle-ci sera réalisée grâce à l'adjonction de deux quadripôles, l'un(QA) est mis à l'entrée de l'I.N.I.C., l'autre(QB) est mis à la sortie de l'I.N.I.C., comme indiqué sur la fig(2 a).

Fonction de transfert du circuit de la fig(2 a).

L'impédance de charge du N.I.C est $Z' = \frac{R_{P5}}{1 + R_{CP}}$. Il en résulte

que l'impédance d'entrée du N.I.C est $-Z'$ ($K = 1$) qui sera l'impédance de charge du premier quadripôle(QA). On peut donc écrire la relation fig 2 - b i

$$V_s = (-Z') \cdot \left(-\frac{V_e}{Z - Z'} \right) \quad \text{Avec } Z = R_{P5} + \frac{1}{C_P} .$$

ou

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{Z'}{Z - Z'} = \frac{\frac{R_{P5}}{1 + R_{CP}}}{-\frac{R_{P5}}{1 + R_{CP}} + R_{P5} + \frac{1}{C_P}} = \frac{R_{P5}}{-R_{P5} + R_{P5}(1 + R_{CP}) + (1 + R_{CP}) \frac{1}{C_P}}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_{p5}CP}{-R_{p5}CP + R_{p5}CP + R_{p5}^2 C^2 P^2 + 1 + R_{p5}CP}$$

$$\frac{V_s}{V_e} = \frac{R_{p5}CP}{1 + R_{p5}CP + R_{p5}^2 C^2 P^2}$$

Si nous posons $T = \frac{RC}{p}$; nous obtenons bien notre fonction de transfert c'est à dire $\frac{V_s}{V_e} = \frac{Tp}{1 + Tp + T^2 p^2}$

Examinons la fig 3 : à la sortie du sommateur, nous aurons :

$$V''s = - \frac{R}{R/2} V_s - \frac{R}{R} V's$$

ou: $V''s = - 2 V_s - V's$.

or $V_s = \frac{Tp}{1 + Tp + T^2 p^2} V_e$; et $V's = -V_e$

donc :

$$V''s = \left(- \frac{2 Tp}{1 + Tp + T^2 p^2} + 1 \right) V_e$$

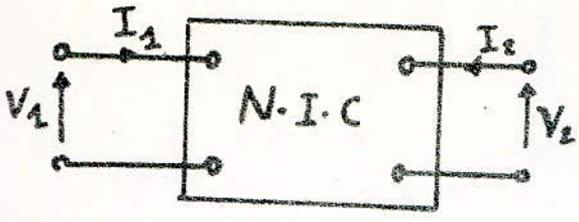
ou

$$F(p) = \frac{V''s}{V_e} = 1 - \frac{2 Tp}{1 + Tp + T^2 p^2}$$

Choix des éléments :

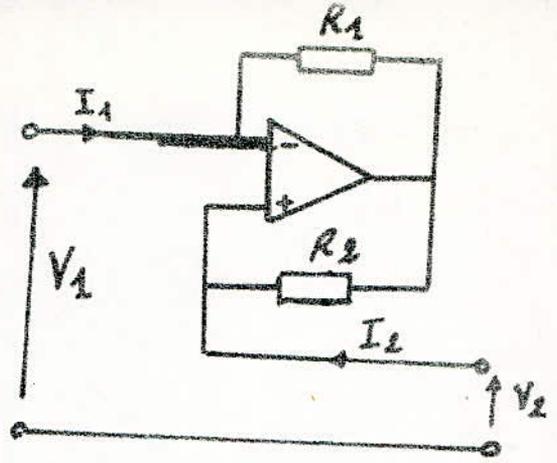
$$R_1 = R_2 = R = 1 \text{ k } \Omega ; \quad C = 0,2 \mu\text{F}$$

$$R_{p5} = 0 \div 47 \text{ K}\Omega \quad (\text{potentiometre double}).$$



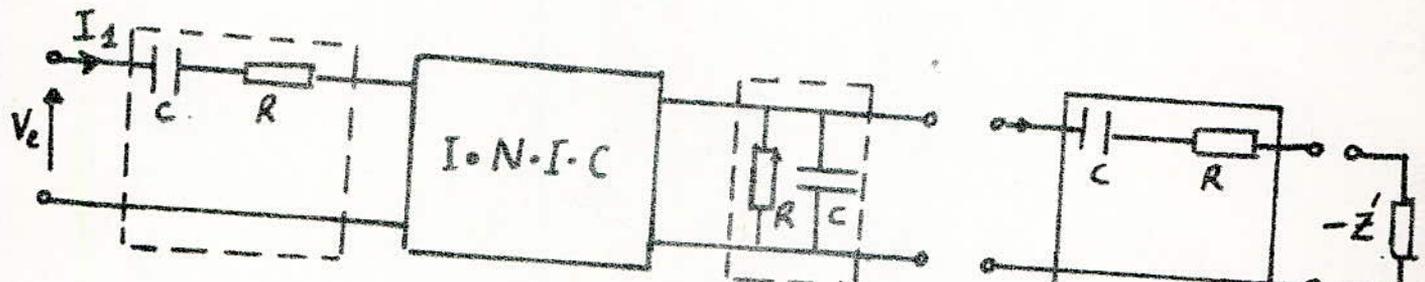
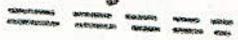
(a)

$$K = \frac{R_1}{R_2}$$



(b)

- fig 1 -



(QA)

$$K = 1$$

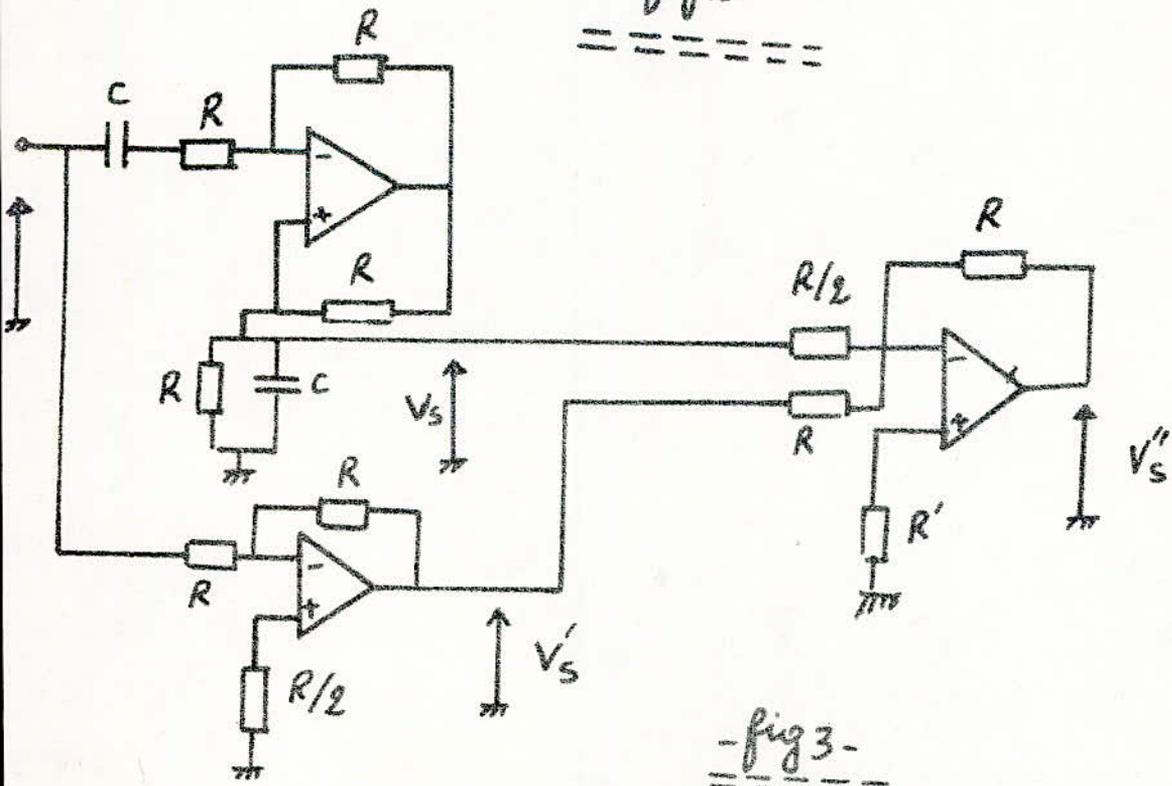
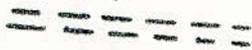
(a)

(QB)

(QA)

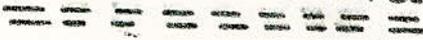
(b)

- fig 2 -



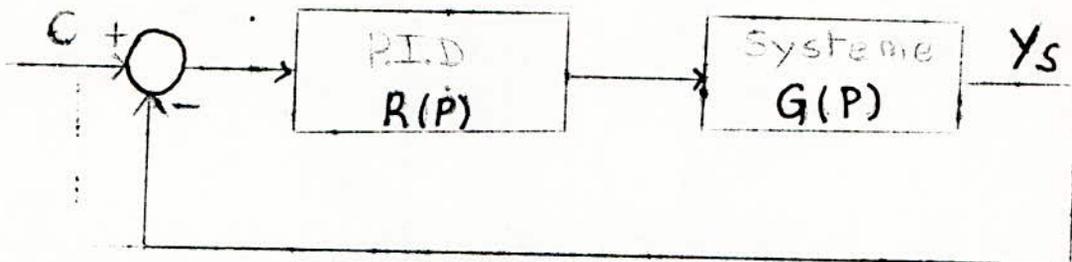
- fig 3 -

Circuit de retard



Régulation en Boucle fermée .

Le principe de la methode consiste à se donner un modèle de fonctionnement pour le systeme commandé. puis à en deduire les parametres de correcteur qui confère au systeme les caracteristiques de la regulation optimale .



Exemple : Supposons que le systeme a regler est de second ordre dont la fonction de transfert est de la forme. $G(P) = \frac{A}{(1+T_1P)(1+T_2P)}$

Fonction de transfert en Boucle fermée .

$$Y_s(p) = R(p) \cdot G(p) \cdot E(p) = R(p) \cdot G(p) (C(p) - Y_s(p))$$

$$\text{d'où } Y_s(p) (1 + R(p) \cdot G(p)) = R(p) \cdot G(p) \cdot C(p)$$

$$F(p) = \frac{Y_s(p)}{C(p)} = \frac{R(p) \cdot G(p)}{1 + R(p) \cdot G(p)}$$

dans notre cas la fonction de transfert du regulateur PID est

$$R(p) = K_p \left(1 + T_d P + \frac{1}{T_i p} \right) \text{ et on prendra}$$

$$G(p) = \frac{A}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

$$\text{D'où } F(p) = \frac{R(p) \cdot G(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{A K_p \left(1 + T_{dp} + \frac{1}{T_{ip}} \right)}{A K_p \left(1 + T_{dp} + \frac{1}{T_{ip}} \right) + (1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

- Ecart permanent : Exprimons la relation liant l'écart à la grandeur d'entrée du système en Boucle fermée .

$$E(p) = C(p) - Y_s(p) = C(p) (1 - Y_s(p)/C(p)) = C(p) (1-F(p))$$

$$= C(p) (1 - \frac{R(p) \cdot G(p)}{1 + R(p) G(p)})$$

$$E(p) = \frac{C(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{(1 + T_1 p) (1 + T_2 p)}{A K_p (1 + T_d \cdot p + \frac{1}{T_i \cdot p}) + (1 + T_1 \cdot p) (1 + T_2 \cdot p)}$$

.. (1 + T₁ · p)

pour $C(p) = \frac{1}{p}$ L'écart sera

$$E_0 = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{(1 + T_1 p) \cdot (1 + T_2 p) \cdot (1/p)}{A \cdot K_p (1 + T_d \cdot p + \frac{1}{T_i \cdot p}) + (1 + T_1 \cdot p) (1 + T_2 \cdot p)}$$

.. (1 + T₁ · p)

d'où : $E_0 = 0$

Conclusion :

L'action PID est utilisé, s'il est important d'annuler l'erreu permanente.

il peut apparaitre suprenant de combiner deux modes de contrôle qui semblent avoir des effets complementaires; le contrôle derivé et le contrôle integral ayant respectivement pour effet une avance et un retard de phase.

En realité, ces deux contrôles se completent parfaitement.

L'avance de phase tend à augmenter la stabilité, tandis que le retard de phase augmente la precision .

Systeme du deuxième ordre .

Nous avons vu que le deuxième ordre representait le modele; grâce auquel on peut identifier le processus.

La fonction de transfert de ce second ordre est $F(P) = \frac{1}{ap^2 + bp + c}$

Il nous faut donc connaître la reponse à un échelon de ce systeme pour pouvoir grâce à la méthode du gradient determiner les parametres a,b,c du modele identifiant le plus fidelement le processus.

Reponse à un échelon .

Si l'on observe les équations differentielles des differents systemes du deuxième ordre, on constate qu'elles se presentent generalement sous la forme :

$$\ddot{y}(t) + 2 \xi w_n \dot{y}(t) + w_n^2 y(t) = K w_n^2 u(t)$$

en passant à la transformée de laplace nous aurons :

$$P^2 Y(P) + 2 \xi w_n P Y(P) + w_n^2 Y(P) = K w_n^2 U(P) . \quad (1)$$

Si l'entrée est un echelon d'amplitude u; on peut écrire

$$u(t) = u \cdot h(t) \quad \text{avec} \quad h(t) = \begin{cases} 1 & \text{Si } t > 0 \\ 0 & \text{Si } t < 0 \end{cases}$$

La transformée de laplace de h(t) est $\frac{1}{P}$.

Par consequent :

$$Y(P) \cdot \left[P^2 + 2 \xi w_n P + w_n^2 \right] = K \cdot w_n^2 \cdot \frac{U}{P}$$

d'où :

$$Y(P) = \frac{K \cdot w_n^2 \cdot U}{P(P^2 + 2 \xi w_n \cdot P + w_n^2)}$$

Retrouvons, grâce à la transformée inverse de Laplace, la réponse en temps du modèle (système du deuxième ordre).

Nous remarquons, que cette réponse dépend des valeurs prises par ξ .

1^{er} Cas. $\xi > 1$. 2 racines réelles négatives :

$$\text{les pôles : } \begin{aligned} P_1 &= \omega_n \left(-\xi + \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \\ P_2 &= \omega_n \left(-\xi - \sqrt{\xi^2 - 1} \right) \end{aligned} \quad P_0 = 0$$

$$\text{Posons : } T_1 = -\frac{1}{P_1} = \frac{1}{\omega_n (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})}; \quad T_2 = -\frac{1}{P_2} = \frac{1}{\omega_n (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})}$$

$$\text{avec } T_1 \cdot T_2 = \frac{1}{\omega_n^2}$$

$$\text{d'où } Y(P) = \frac{U \cdot K \cdot \omega_n^2}{P(P-P_1)(P-P_2)} = \frac{U \cdot K \cdot \omega_n^2}{P \left(P + \frac{1}{T_1} \right) \left(P + \frac{1}{T_2} \right)}$$

$$\text{ou } Y(P) = \frac{K U}{P(1 + P T_1)(1 + P T_2)}$$

Après décompositions en termes simples et application de la transformée inverse de Laplace ; nous obtenons :

$$y(t) = \left[K \cdot h(t) + \frac{K}{(T_2 - T_1)} \left(T_1 \cdot e^{-t/T_1} - T_2 \cdot e^{-t/T_2} \right) \right]$$

U .

2^e Cas : $\xi = 1$

les pôles : $P_1 = -w_n$

$P_2 = -w_n$

$P_0 = 0$.

$$Y(P) = \frac{K \cdot U}{P(1 + PT_1)^2}$$

d'où: $y(t) = \left[K \cdot h(t) - K \left(1 + \frac{t}{T_1} \right) \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} \right] \cdot U$.

3^e Cas $0 < \xi < 1$.

les pôles: $P_1 = w_n (-\xi + j \sqrt{1 - \xi^2})$

$P_2 = w_n (-\xi - j \sqrt{1 - \xi^2})$

$P_0 = 0$

$$Y(P) = \frac{U \cdot K \cdot w_n^2}{P(P - P_1)(P - P_2)} = \frac{K \cdot U}{P} + \frac{-KP - 2K\xi w_n}{[(P + \xi w_n)^2 + w_n^2(1 - \xi^2)]} \cdot U$$

En utilisant la transformée inverse on aboutit à :

$$Y(t) = \left\{ K h(t) - \frac{K}{\sqrt{1 - \xi^2}} \cdot e^{-\xi w_n t} \cdot \cos \left[w_n \sqrt{1 - \xi^2} \cdot t - \arctg \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \right] \right\} \cdot U$$

Reecrivons maintenant ces differentes reponses (selon les valeurs de ξ) en fonction cette fois-ci des parametres du modele c'est à dire a, b et c .

En effet, la fonction de transfert d'un second ordre d'après

(1) est :
$$F(p) = \frac{Kw_n^2}{p^2 + 2\zeta w_n p + w_n^2} \quad (2)$$

Or la fonction de transfert choisie pour notre modèle est :

$$F(p) = \frac{1}{ap^2 + bp + c}$$

qu'on peut écrire :

$$F(p) = \frac{1/a}{p^2 + \frac{b}{a}p + \frac{c}{a}} = \frac{\frac{a}{c} \cdot \frac{1}{a} \cdot \frac{c}{a}}{p^2 + \frac{b}{a}p + \frac{c}{a}} = \frac{\frac{1}{c} \cdot \frac{c}{a}}{p^2 + \frac{b}{a}p + \frac{c}{a}}$$

identifions cette dernière expression avec (2) :

alors :

$$K = \frac{1}{c}$$

$$w_n^2 = \frac{c}{a} \iff w_n = \sqrt{\frac{c}{a}}$$

$$2\zeta w_n = \frac{b}{a} \iff \zeta = \frac{1}{2w_n} \cdot \frac{b}{a} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a}{c}} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b}{2\sqrt{ac}}$$

Remplaçons K , w_n et ζ par leur nouvelle valeur :

Pour $\zeta > 1$:

$$y(t) = U \left\{ \frac{1}{c} + \frac{2 e^{-\left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)} \right] \frac{t}{2}}}{\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a} + \frac{b^2}{a} - 4c}} \right. -$$

$$\left. \frac{2 \cdot e^{-\left[\frac{b}{a} - \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)} \right] \frac{t}{2}}}{\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a} - \frac{b^2}{a} + 4c}} \right\}$$

Pour $\xi = 1$:

$$y(t) = \frac{4a}{b^2} \cdot U \left[1 - \left(1 + \frac{b}{2a} \cdot t \right) e^{-\frac{bt}{2a}} \right].$$

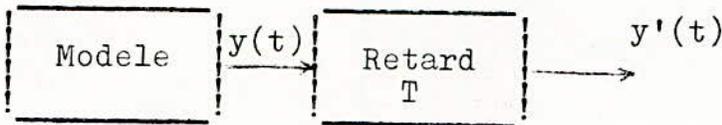
Pour $0 < \xi < 1$.

$$y(t) = \frac{U}{c} \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{b^2}{4ac}}} \cdot e^{-\frac{bt}{2a}} \cdot \cos \left[\sqrt{\frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a} \right)^2} \cdot t - \right. \right.$$

$$\left. \arctg \frac{b}{\sqrt{4ac - b^2}} \right\}$$

Remarque :

Supposons que nous faisons suivre notre modele dont la reponse est $y(t)$ par un retard T . Comme indiqué ci dessous :



donc : $y'(t) = y(t - T)$

developpons $y(t - T)$ en serie de Taylor :

$$y'(t) = y(t) - T \frac{d}{dt} y(t) + \frac{T^2}{2} \frac{d^2}{dt^2} y(t) - \frac{T^3}{3!} \frac{d^3}{dt^3} y(t) + \dots$$

ou en utilisant la transformée de Laplace :

$$y'(P) = y(P) \left(1 - Tp + \frac{T^2 p^2}{2} - \frac{T^3 p^3}{3!} + \dots \right)$$

On reconnait dans la parenthese le developpement en serie de l'exponentielle e^{-PT}

Donc : $\frac{y'}{y} = e^{-PT}$

Nous aurons besoin au cours de l'optimisation des parametres du modele des derivees des differentes reponses par rapport à ces mêmes parametres .

Tout calcul fait et en considerant le retard T, nous obtenons:

Pour $\xi > 1$

$$\frac{\partial y(t-T)}{\partial a} = U \left\{ (t-T) \left[\frac{b}{a^2} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)}} \left(\frac{b^2}{a^3} - 2\frac{c}{a^2} \right) \right] \right.$$

$$\left. e^{-\left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)} \right]} \cdot \frac{(t-T)}{2} \right.$$

$$\cdot \left[\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4\frac{b^2 \cdot c}{a}} + \frac{b^2}{a} - 4c \right] + \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{1}{\frac{\sqrt{b^4}{a^2} - 4\frac{b^2 \cdot c}{a}}{a^3}} \left(\frac{b^4}{a^3} - \frac{2b^2 c}{a^2} \right) \right) \cdot$$

$$\cdot 2 e^{-\left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)} \right]} \frac{(t-T)}{2} \left. \right\} \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4\frac{b^2 c}{a}} + \frac{b^2}{a} - 4c \right)^2}$$

$$- \left\{ (t-T) \left[\frac{b}{a^2} + \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)}} \left(2 \cdot \frac{c}{a^2} - \frac{b^2}{a^3} \right) \right] \cdot e^{-\left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)} \right]} \right.$$

$$\left. - \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)} \right] \frac{(t-T)}{2} \right.$$

$$\cdot \left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2}{a} c} - \frac{b^2}{a} + 4c \right) - \left(-\frac{b^4}{a^2} + 2 \frac{b^2 c}{a} + \frac{b^2}{a^2} \right) \cdot \sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}}$$

$$\cdot 2 \cdot e^{-\left[\frac{b}{a} - \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a}\right)} \right] \cdot \frac{t-T}{2}} \left. \vphantom{\frac{b}{a}} \right\} \frac{1}{\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a} - \frac{b^2}{a} + 4c}^{2/2}}$$

$$\frac{\partial y(t-T)}{\partial b} = U \cdot \left\{ -(t-T) \left[\frac{1}{a} + \frac{\frac{b}{a^2}}{\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \frac{c}{a}}} \cdot e^{-\left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a}\right)} \right] \frac{t-T}{2}} \right] \frac{t-T}{2} \right.$$

$$\cdot \left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} + \frac{b^2}{a} - 4c \right) - \left(\frac{\frac{b^3}{a^2} - 2 \frac{b \cdot c}{a}}{\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} + \frac{b}{a}} \right) \cdot 4 \cdot \dots -$$

$$\left. e^{-\left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a}\right)} \right] \frac{t-T}{2}} \right\} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} + \frac{b^2}{a} - 4c \right)^2} - \left\{ -(t-T) \left[\frac{1}{a} - \frac{\frac{b}{a^2}}{\sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a}\right)}} \right] \cdot \right.$$

$$\left. e^{-\left[\frac{b}{a} - \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a}\right)} \right] \frac{t-T}{2}} \right\} \cdot \left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} - \frac{b^2}{a} + 4c \right) -$$

.../...

$$- \left(\frac{b^3}{a^2} - 2 \cdot \frac{bc}{a} - \frac{b}{a} \right) \cdot 4 \cdot e^{- \left[\frac{b}{a} - \sqrt{\left(\frac{b}{a} \right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a} \right)} \right] \frac{t-T}{2}} \left. \dots \right\} \\ \cdot \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} - \frac{b^2}{a} + 4c \right)^2} \left. \dots \right\}$$

$$\frac{\partial y(t-T)}{\partial c} = U \cdot \left\{ - \frac{1}{c^2} + \left\{ (t-T) \cdot \frac{2}{a \sqrt{\left(\frac{b}{a} \right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a} \right)}} \right. \right.$$

$$\cdot e^{- \left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a} \right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a} \right)} \right] \frac{t-T}{2}} \cdot$$

$$\cdot \left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} + \frac{b^2}{a} - 4c \right) + \left(\left(\frac{b^2}{a} + 2 \right) \cdot 4 \cdot \right. \\ \left. \left(a \sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} \right) \right) \cdot 4 \cdot$$

$$\cdot e^{- \left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a} \right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a} \right)} \right] \frac{t-T}{2}} \left. \right\} \frac{1}{\left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} + \frac{b^2}{a} - 4c \right)^2} -$$

$$- \left\{ - (t-T) \frac{2}{a \sqrt{\left(\frac{b}{a} \right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a} \right)}} \cdot e^{- \left[\frac{b}{a} - \sqrt{\left(\frac{b}{a} \right)^2 - 4 \left(\frac{c}{a} \right)} \right] \frac{t-T}{2}} \right.$$

$$\left. \left(\sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}} - \frac{b^2}{a} + 4 \right) - \left(2 - \frac{b^2}{a \sqrt{\frac{b^4}{a^2} - 4 \frac{b^2 c}{a}}} \right) \cdot 4 \cdot \right\}$$

$$\cdot e^{-\left[\frac{b}{a} - \sqrt{\left(\frac{b}{a}\right)^2 - 4\left(\frac{c}{a}\right)} \right] \frac{t-T}{2}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{b^4}{a^2} - 4\frac{b^2c}{a} - \frac{b^2}{a} + 4c\right)^2}} \right\}$$

Pour $\xi = 1$:

$$\frac{\partial y(t-T)}{\partial a} = U \cdot \left[\frac{4}{b^2} - \left(\frac{4}{b^2} + \frac{t^2}{a^2} \right) e^{-\frac{bt}{2a}} - \frac{2t}{ba} \right]$$

$$\frac{\partial y(t-T)}{\partial b} = U \cdot \left[-\frac{8a}{b^3} + \left(\frac{8a}{b^3} + \frac{4t}{b^2} + \frac{t^2}{ab} \right) e^{-\frac{bt}{2a}} \right]$$

$$\frac{\partial y(t-T)}{\partial c} = 0.$$

$$\underline{\underline{0 < \xi < 1}}$$

$$*) \frac{\partial y(t-T)}{\partial a} = -\frac{U}{c \sqrt{1 - \frac{b^2}{4ca}}} \cdot \left[\frac{b(t-T)}{2 \cdot a^2} \cdot e^{-\frac{b}{2a}(t-T)} - \frac{b^2}{8ca^2} \frac{e^{-\frac{b}{2a}(t-T)}}{\left(1 - \frac{b^2}{4ca}\right)} \right]$$

$$\cdot \cos \left[\sqrt{\frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2} (t-T) - \text{Arctg} \frac{b}{\sqrt{4ca - b^2}} \right]$$

$$+ \left\{ \frac{U \left(\frac{b^2}{2a^3} - \frac{c}{a^2} \right) (t-T)}{2 \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4 \cdot a^2}}} - \frac{U b \cdot \left(\frac{4c^2}{a^2} - 2 \frac{b^2 \cdot c^2}{a^3} \right)}{\left(4 \cdot c^2 \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right) + b^2 \right) 4c \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}}} \right\}$$

$$\sin \left[\sqrt{\frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2} (t-T) - \text{Arctg} \frac{b}{\sqrt{4ca - b^2}} \right] \cdot \frac{e^{-\frac{b}{2a}(t-T)}}{\sqrt{1 - b^2/4ca}}$$

$$*) \frac{\partial y(t-T)}{\partial b} = \frac{U \cdot e^{-\frac{b}{2a}(t-T)}}{2ac \sqrt{1 - \frac{b^2}{4ac}}} \left((t-T) - \frac{b}{2c(1 - \frac{b^2}{4ac})} \cdot \cos \left(\sqrt{\frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2} \right) \right)$$

$$\cdot \left((t-T) - \text{Arctg} \frac{b}{\sqrt{4ca - b^2}} \right) \cdot \left(\frac{b(t-T)/2a^2 + \frac{b^2 \cdot c + 2c \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}}}{2a^2 \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}}} \right) \cdot \frac{1}{b^2 + 4c^2 \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right)}$$

$$\cdot \sin \left(\left(\sqrt{\frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2} (t-T) - \text{Arctg} \frac{b}{\sqrt{4ca - b^2}} \right) \right) \cdot \frac{U \cdot e^{-\frac{b}{2a}(t-T)}}{2 \cdot a \cdot c \sqrt{1 - \frac{b^2}{4ac}}}$$

$$*) \frac{\partial y(t-T)}{\partial c} = -\frac{U}{c^2} + \frac{U}{2c^3} \cdot \frac{(2c - \frac{b^2}{4a}) e^{-\frac{b}{2a}(t-T)}}{\left(1 - \frac{b^2}{4ca}\right)^{3/2}} \cdot \cos \left(\sqrt{\frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2} (t-T) \right)$$

$$- \text{Arctg} \frac{b}{\sqrt{4ca - b^2}} \cdot \frac{U e^{-\frac{b}{2a}(t-T)}}{2ac \sqrt{1 - \frac{b^2}{4ac}}} \left(\frac{6ac - b^3}{2a^2 \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}} (b^2 + 4c^2 \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)) \right)$$

$$+ \frac{(t-T)}{2a \sqrt{\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}}} \sin \left(\sqrt{\frac{c}{a} - \left(\frac{b}{2a}\right)^2} (t-T) - \operatorname{Arctg} \frac{b}{\sqrt{4ca - b^2}} \right)$$

OPTIMISATION

PRATIQUE D'IDENTIFICATION

L'IDENTIFICATION CONSISTE A DETERMINER UN ENSEMBLE D'EQUATIONS - MODELE DECRIVANT LE MIEUX POSSIBLE LE PROCEDE. IL Y A DEUX ETAPES DANS LE TRAVAIL : LA PREMIERE CONSISTE A FIXER LA FORME DES EQUATIONS, C'EST L'ETAPE QUALITATIVE OU CARACTERISATION, LA SECONDE CONSISTE A TROUVER LES VALEURS NUMERIQUES DES COEFFICIENTS QUI INTERVIENNENT DANS CES EQUATIONS, C'EST L'ETAPE QUANTITATIVE, OU ESTIMATION DES PARAMETRES. CES VALEURS NUMERIQUES SONT DETERMINEES POUR QUE LE COMPORTEMENT DU MODELE SOIT LE PLUS PROCHE DE CELUI DU SYSTEME : CETTE "PROXIMITE" SE MESURE A L'AIDE D'UN CRITERE; UNE FOIS LE CRITERE CHOISI; IL SUFFIT DE FAIRE APPEL AUX MATHEMATIQUES POUR REDUIRE LA DIFFERENCE SYSTEME - MODELE. NOTONS QUE NOUS PARLONS D'IDENTITE DE COMPORTEMENT ET NON DE STRUCTURE. COMME LE COMPORTEMENT DU SYSTEME DEPEND DE SON ENVIRONNEMENT - ET PRINCIPALEMENT DE SES ENTREES - IL FAUDRA SOIGNER LE CONTEXTE DE L'IDENTIFICATION; IL FAUT QUE MODELE ET SYSTEME SE CONDUISENT IDENTIQUEMENT DANS DES CONDITIONS AUSSI VARIEES QUE POSSIBLE : LE MODELE DOIT ETRE FIDELE ET PRECIS. MAIS IL NE FAUT PAS OUBLIER QUE LE MODELE DETERMINE SERVIRA ENSUITE POUR CALCULER LA COMMANDE DU SYSTEME. ON A DONC INTERET A LE CHOISIR AUSSI SIMPLE QUE POSSIBLE. CES COMPROMIS PRECISION - SIMPLICITE DOIVENT RESTER CONSTAMMENT A L'ESPRIT DE CELUI QUI FAIT LE MODELE.

Etape quantitative

Lorsque la structure du modèle est choisie, il faut déterminer les valeurs numériques des constantes qui interviennent dans la fonction de transfert du modèle. Pour juger des valeurs à leur attribuer, on définit un critère; qui exprime quantitativement l'écart entre système et modèle, ce critère devra être minimalisé. Le critère le plus courant est le critère quadratique (somme des carrés des écart entre les deux réponses) car il présente deux avantages essentiels.

1°) il a une interprétation physique évidente .

2°) il est facile à traiter mathématiquement, pour trouver la valeur des paramètres qui le minimise on applique la méthode du gradient .

Méthode du gradient

On définit l'espace paramétrique espace engendré par les paramètres à déterminer dans cette espace un point représente le modèle un autre le système le critère est :

$$J(\xi(I)) = \sum_{I=1}^N [Y_M(I, X) - y_s(I)]^2$$

ou N : nombre de points de mesure : $\xi(I) = Y_M(I, X) - y_s(I)$

Y_M : Sortie du modèle à l'instant (I). y_s : SORTIE SYSTEME

$X = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$ le vecteur des variables

Le problème est de minimiser cette fonctionnelle par la méthode du gradient qui consiste à chercher le sens conduisant à une diminution de $J(\xi(I))$. On progresse pas à pas selon l'algorithme suivant $X_{I+1} = X_I - Hf(X)$

ou H : est le pas de progression.

$f(X)$: vecteur gradient défini par $\left(\frac{\partial J}{\partial A} ; \frac{\partial J}{\partial B} ; \frac{\partial J}{\partial C} \right)^T$

jusqu'à reaugmentation de $J (\hat{\epsilon}(I))$. Si le changement est trop fréquent, on diminue corrélativement la longueur du pas (H) et on continue ainsi jusqu'à ce que $H < \epsilon$; ou (ϵ) est fixé a priori. Cette suite converge évidemment vers un minimum local.

Une fois ce minimum atteint on recalcule le gradient en ce point et on progresse dans le sens inverse celui-ci $\left(-\frac{\partial J}{\partial X} \right)$ tout en cherchant un nouveau point dans cette direction en déplaçant d'une longueur H (voir fig 9). L'iteration est interrompue lorsque la différence entre deux minimums est inférieure à la précision désirée.

Remarque : - nous supposons donc maintenant être en mesure de déterminer le vecteur (X) qui minimise $J(X)$.

Lors de l'identification d'un processus réel ; on n'a jamais $J (X_{opt}) = 0$.

A quoi est dû cet écart sortie objet - sortie modèle ?

- a) il existe toujours des erreurs de mesure sur les entrées-sorties;
- b) le modèle choisi ne représente qu'un modèle "moyen" valable autour d'un certain point de fonctionnement.

pour juger de la validité du modèle; on se basera d'abord sur la valeur du critère. plus précisément si le critère est quadratique ; on observera la grandeur sans dimension $M =$

$$\sqrt{\frac{J (X_{opt})}{\sum_{k=1}^N y_k^2}}$$

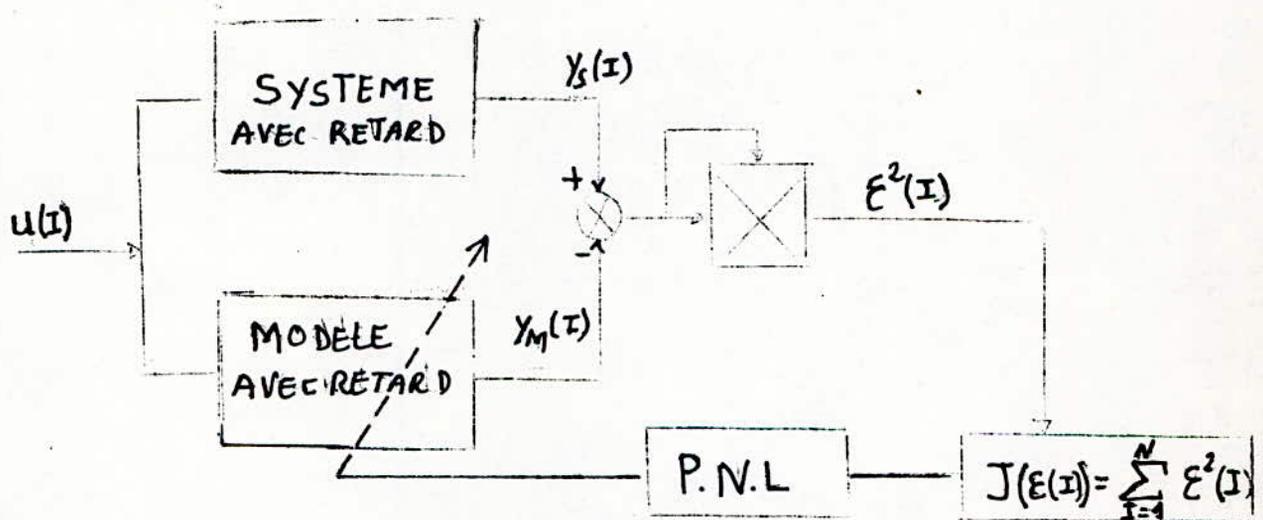
selon que ce critère relatif est égal
 a 1 % , 5 % ; 20 % en sera évidemment plus ou moins satisfait du
 modèle obtenu

Remarque :

La figure ci contre illustre tous les concepts exposés plus
 haut .

θ , X : paramètres de la fonction de transfert du système et du
 modèle

Y_s , Y_M : respectivement réponse du système et du modèle .



identification par la methode de moindres carrés suivie de PNL
 pour la détermination des paramètres X du modèle .

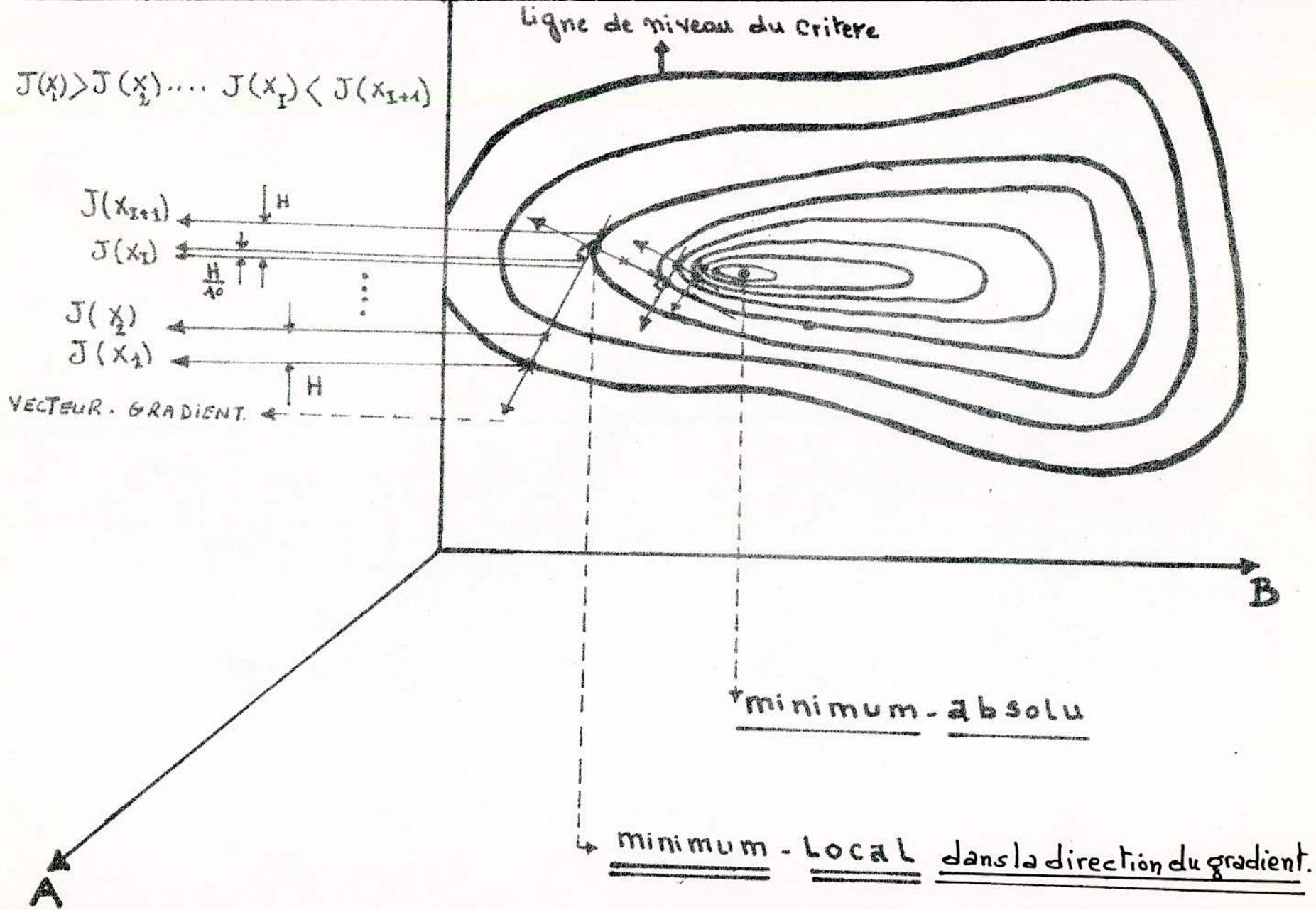
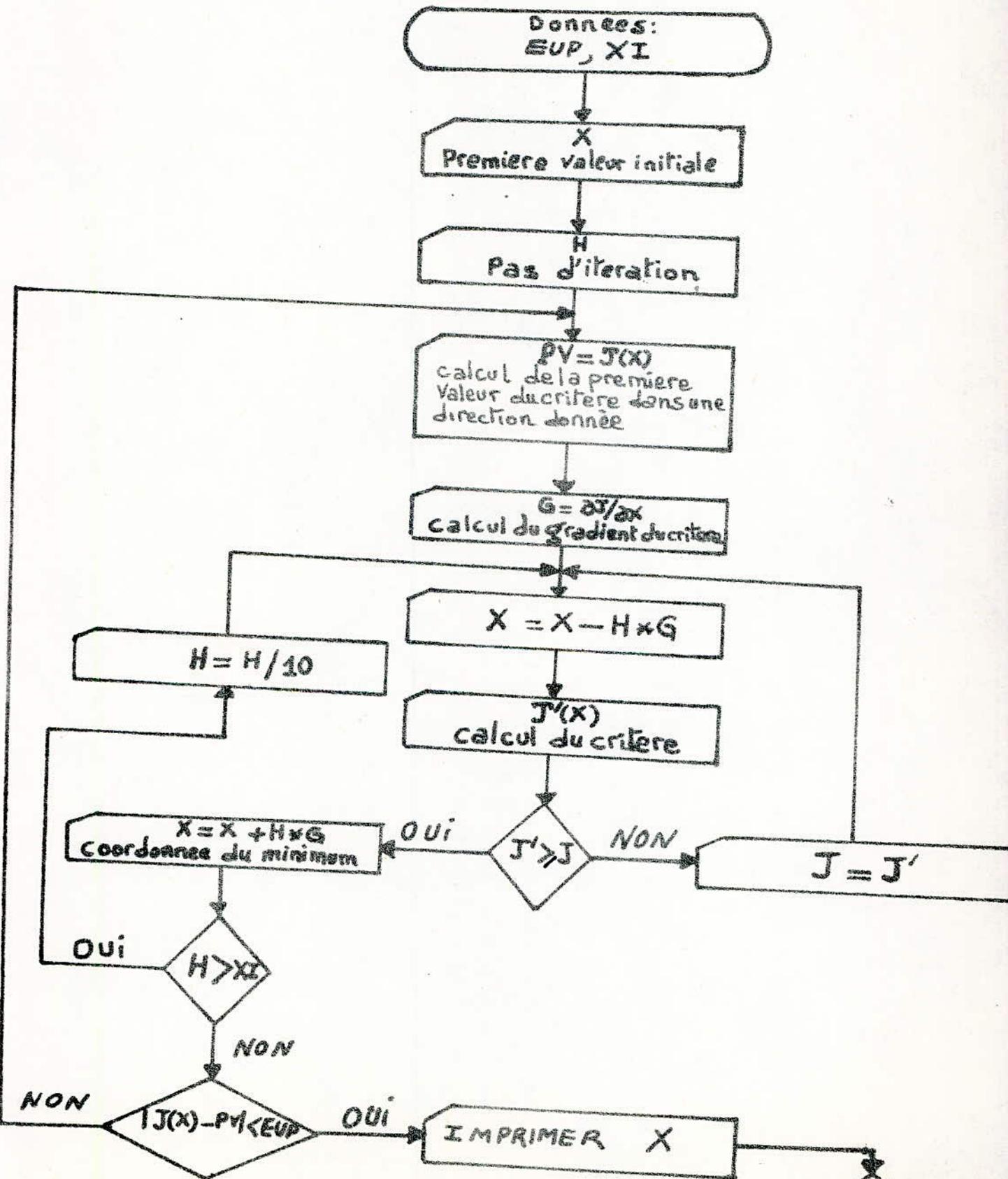


fig. 9.

CONVERGENCE DE LA METHODE DU GRADIENT

44

ORGANIGRAMME DU PROGRAMME PRINCIPAL



P R O G R A M M A T I O N

Dans cette partie, nous allons présenter le programme qui nous permet de minimiser la fonctionnelle :

$$J(X) = \sum_{I=1}^N (Y_M(X, I) - Y_S(I))^2$$

Selon les paramètres du modèle ($X = \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix}$), nous remarquons l'existence de 3 solutions qui seront déterminées par trois sous-programmes .

Les paramètres (A, B, C) optimaux déterminés par le programme principal serviront à tracer la réponse du modèle grâce au programme des tracés de courbes.

Ci dessous le programme principal :

```
C *****
C CE PROGRAMME PERMET DE MINIMISER L'INDICE DE PERFORMANCE(PJ)
C LA METHODE DU GRADIENT .
C PJ =SOMME DES CARRÉS DES ECARTS ENTRE LES REPONSES SYSTEME-
C MODELE
C PJ EST FONCTION DES PARAMETRES A,B,C, DE LA FONCTION DE TRANS-
C FERT DU MODELE .
C CELLE-CI EST DE LA FORME  $F(P) = \exp(-Z \cdot P) / (A \cdot P^2 + B \cdot P + C)$ , Z=RE-
C TARD LE CALCUL DU GRADIENT, DE L'INDICE DE PERFORMANCE, DE LA
C REPONSE DU MODELE SE FERA (SELON LA VALEUR DU DISCRIMINANT
C DELTA .
C  $\Delta = (B/A)^2 - 4 \cdot (C/A)$  GRACE A 3 SUBROUTINES, CORREC, SUN,
C CIRTA
C OA, OB, OC ETANT LES COORDONNES DU POINT INITIAL DANS L'ESPACE
C PARAMETRIQUE ENGENDRE PAR LES PARAMETRES A, B, C
```

.../...

```

C   SUN1 = DJA =DERIVEE DE PJ PAR RAPPORT A:A
C   SUN2 = DJB =DERIVEE DE PJ PAR RAPPORT A:B
C   SUN3 = DJC =DERIVEE DE PJ PAR RAPPORT A:C
C   H= PAS DE PROGRESSION
C   RUP=VALEURS INTERMEDIAIRES DE PJ.
C   SUP=VALEUR MINIMALE DE PJ MINIMUM LOCAL
C   TUP =PREMIERE VALEUR DE PJ DANS UNE DIRECTION DONNEE.
C   V=SORTIE DU SYSTEME.
C   U=ENTREE DU SYSTEME.
C   T=TEMPS.
C   XI=PRECISION SUR LE PAS H.
C   EUP =PRECISION ENTRE 2 ARRETES DE RESOLUTION SUCCESSIVES.
C   LE PROGRAMME EST INTERROMPU LORSQUE EUP EST ATTEINT .
C   - - - - -
DIMENSION V(100),U(100),T(100)
READ(5,3)((V(I),I=1,32),(U(I),I=1,32),(T(I),I=1,32),XI,EUP,Z
3  FORMAT(16F5.2/16F5.2/16F5.2/10F8.5/10F8.5/10F8.5/2F8;5/2E14
1.6/1F4.1)
OA=0. 1E-03
OB=0. 2E-01
OC=0. 1E 03
I =32
RUP=0.
SUP=0.
TUP=0.
C   CALCUL DU GRADIENT

```

```

A=OA
B=OB
C=OC
DELTA=(B/A)**2-4.*(C/A).
IF(DELTA.IT.O.)GOT C12
IF(DELTA.EQ.O.)GOT C17
IF(DELTA.GT.O.)GOT C14
13 SUN1 =DJA
SUN2 =DJB
SUN3 =DJC
GOTO6
12 CALL CCRREC(V,U,T ,I,A,B,C, Z, PJ, DJA,DJB,DJC)
TUP=PJ
SUP=PJ
GOTO13
17 CALL SUN(V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC)
TUP=PJ
SUP=PJ
GOTO13
14 CALL CIRTA(V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC)
TUP=PJ
SUP=PJ
GOTO13
9 DELTA=(B/A)**2-4.*(C/A)
IF(DELTA.LT.O.)GOTO02
IF(DELTA.EQ.O.)GOTO07
IF(DELTA.GT.O.)GOTO04
2 CALL CORREC(V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC)
SUP=PJ
.../...

```

```

2 CALL CCRREC(V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC)
  RUP=PJ
  GOTO 11

7 CALL SUN(V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC)
  RUP=PJ
  GOTO 11

4 CALL CIRTA(V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC)
  RUP=PJ

11 CONTINUE
  IF(RUP,GT.SUP.OR.RUP.EQ. SUP)GOTO5
  SUP=RUP
  OA=A
  OB=B
  OC=C

C   PROGRESSION DANS LA DIRECTION INVERSE DU GRADIENT

6 A=OA-H*SUN1
  B=OB-H*SUN2
  C=OC-H*SUN3
  IF((A*B*C*).GT.0)GOTO31
  OA=ABS (A)
  OB=ABS (B)
  OC=ABS (C)
  GOTO20

31 IF(A.EQ.0.OR.B.EQ.0.OR.C.EQ.0)GOTO 8
  GOTO9

5 H=H/10

```

.../...

```
IF(H.LT.XI)GOTO 15
GO TO 6
15 IF(ABS(TUP-SUP).LT.EUP)GOTO 8
GOTO 20
8 WRITE(6,10)A,B,C
10 FORMAT(//20H VOICI LES RESULTATS/20X,2HA=,E14.6/20X,2HB=,E14.
6/20X
1 ,2HC= ,E14.6)
STOP
END.
```

```

SUBROUTINE CORREC (V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC )
DIMENSION V(I) .U(I) .T(I)
DJA=0.
DJB=0.
DJC=0.
PJ=0.
DO I =1,32
TP=B *(T(I)-Z)/(2.*A)
IF(TP. LT. 15.)GOTO 80
SHIFT =0.
GOTO 40
30 SHIFT=EXP(-TP)
40 A TER =1.-B**2/(4.*C*A)
A TOT = SHIF T/(C*S CRT (ATER))
ACI =-(2.*(-E**2/(4.*A) )*SHIFT/2.*C**3* (ATER**(3./2.))
B TER =C/A-B**2/(4.*C**2)
TF =(SQRT(BTER))*(T(I)-Z)-ATAN(B/ (2.*C*SQRT(B TER )))
ARG =823549.
66 IF(TF.GT.ARG)GOTO 65
GOTO 67
65 TF=TF -1 00 00*3.14
GOTO 66
67 TEMB =C Q3(TF)
GAM=2. *A**2 *S CRT(ETER)*(B**2 +4 .C**2* (ET ER ))
GAMMA = (B**3-6*B*A*C)/GAM
BCI=(GAMMA-(T(I)-Z)/(2.*A*SQRT(BTER)))*SIN(TF)

```

```

DC=(TEMB)*(ACI)+(BCI)*(ATOT)*U(I)-U(I)/C**2
ABI=(SHIF1/(2.*A*C*S6RT(A TER))*(T(I)-Z-B/(2.*C*ATER)))
BBIR=(B**2*C)/(2.*A**2*SQRT(BTER))+2.*C*SQRT(BTER)
SOM1=B*(T(I)-Z)/(2.*A**2*S6RT(BTER))*SIN(TF)
SOM=BBIR*(B**2+4.*C**2*BTER)*SIN(TF)
BBI=SOM1+SOM
DE=(BBI)*(ATOT)+(TEMB)*(ABI)*U(1)
DEP=B*(T(I)-Z)/(2.*A**2)*SHIF1-B**2/(8.*C*A**2*ATER)*SHIF1
ART=1./(C*SQRT(ATER))*DEP
VOLT=B*(4.*C**2/A**2-(2.*B**2*C**2)/A**3)
VITE=(B**2/(2.*A**3)-C/A**2)*(T(I)-Z)/2.*SQRT(BTER)
BAI=(VITE+VOLT/(4.*C*O*(BTER)+B*B)*4.*C*SQRT(BTER))*SIN(TF)
DA=(TEMB*ART+ATOT*BAI)*U(I)
YA=U(I)/C-(SHIF1/(C*S6RT(ATER))*COS(TF))*U(I)
DJA=2.*(YA-V(I))*DA+DJA
DJB=2.*(YA-V(I))*DB+DJB
DJC=2.*(YA-V(I))*DC+DJC
PJ=(YA-V(I))**2+PJ

```

1 CONTINUE

RETURN

END

```

SUBROUTINE CIRTA(V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC)
DIMENSION V(I),U(I),T(I)

PJ=0.

DJA=0.

DJB=0.

DJC=0.

DO1 I=1,32
DELTA=(B/A)**2-4.*C/A
TP1=(B/A+SQRT(DELTA))*(T(I)-Z)/2.
IF(TP1.LT.30.)GOTO70
BETA=0
GOTO80
70 BETA=EXP(-(B/A+SQRT(DELTA))*(T(I)-Z)/2.)
80 TP2=(B/A-SQRT(DELTA))*(T(I)-Z)/2.
IF(TP2.LT.30.)GOTO90
ALPHA=0!
GOTO95
90 ALPHA=EXP(-(B/A-SQRT(DELTA/)))*(T(I)-Z)/2.)
95 PS=B*SQRT(DELTA)+B**2/A-4.*0
KHI=B*SQRT(DELTA)-B**2/A+4.*0
C51=U(I)*(T(I)-Z)*(B/A**2+1./SQRT(DELTA)*(B**2/A**2-2.*0/A**2))*SP
C54=2.*U(I)*((B/A)**2+1./SQRT(DELTA)*((B/A)**3-2.*B*C/A**2))
BER1=(C51+C54)*BETA/PS**2
AL=U(I)*(T(I)-Z)*(B/A**2+1./SQRT(DELTA)*(2.*C/A**2-B**2/A**3))*KHI
BL=2*U(I)*((B/A)**2+1./SQRT(DELTA)*(2.*C*(B/A)**2-B**4/A**3))
BER2=(AL-BL)*ALPHA/KHI**2
DA=BER1-BER2

```

```

AM1=U(I)*(T(I)-Z)*(1./A+1./SQRT(DELTA)*B/A**2)*PS
AM2=(1./SQRT(DELTA))*(2.*(B/A)**2-4.*C/A)+2.*B/A)*2*U(I)
AFB=(AM1-AM2)*BETA/PS**2
BM1=U(I)*(T(I)-Z)*(1./A-1./SQRT(DELTA)*B/A**2)*KHI
BM2=(1./SQRT(DELTA))*(2.*(B/A)**2-4.*C/A)-2.*B/A)*2.*U(I)
BFB=(BM1-BM2)*BETA/PS**2
BM1=U(I)*(T(I)-Z)*(1./A-1./SQRT(DELTA)*B/A**2)*KHI
BM2=(1./SQRT(DELTA))*(2.*(B/A)**2-4.*C/A)-2.*B/A)*2.*U(I)
BFB=(BM1-BM2)*ALPHA/KHI**2
DB=AFB-BFB
AN1=2.*U(I)*(T(I)-Z)*PS/(A*SQRT(DELTA))
AN2=4.*(B/(A*SQRT(DELTA))+2.)*U(I)
CA=(AN1+AN2)*BETA/PS**2
BN1=U(I)*(T(I)-Z)*2./(A*SQRT(DELTA))*KHI
BN2=4.*U(I)*(2.-B/(A*SQRT(DELTA)))
OB=(BN1-BN2)*ALPHA/KHI**2
DC=CA-OB-1./C**2*U(I)
YA=U(I)*(1./C+2.*BETA/PS-2.*ALPHA/KHI)
DJA=2.*(YA-V(I))*DA+DJA
DJB=2.*(YA-V(I))*DB+DJB
DJC=2.*(YA-V(I))*DC+DJC
PJ=(YA-V(I))**2+PJ
1 CONTINUE
RETURN
END

```

SUBROUTINE SUN(V,U,T,I,A,B,C,Z,PJ,DJA,DJB,DJC)

DIMENSION V(I).U(I).T(I)

PJ=0.

DJA=0.

DJB=0.

DO 1 I=1,32

TP=B*(T(I)-Z)/(2.*A)

IF(TP.LT.3C.)GOTO 50

OMEGA=0

GOTO 60

50 OMEGA =EXP(-TP)

60 DA=4./B**2*U(I)-(4./B**2+(T(I)-Z)**2/A**2)*OMEGA-2.*(T(I)-Z)/(B*A)

DB=-8.*A/B**3*U(I)+(8.*A/B**3+4.*(T(I)-Z)/B**2+(T(I)-Z)**2/(A*B))*

1 OMEGA

YA=4.*A/B**2*(U(I) -(1.+E/ (2.*A)*(T(I)-Z))*OMEGA)

DJA =2.*(YA-V(I))*DA+DJA

DJB =2.*(YA-V(I))*DB+DJB

DJC=0.

PJ=(YA-V(I))**2+PJ

1 CONTINUE

RETURN

END

VOICI LES RESULTATS

A= 0.324811 E + 00

B= 0.200000 E - 01

C= 0.100089 E + 03

REMARQUE :

1 - LA PRECISION SUR H(C'EST A DIRE XI) A ETE PRISE ENVIRON EGALE A LA PRECISION MACHINE (XI= 0,1 E -60).

2 - LA PRECISION ENTRE 2 ARETES DE RESOLUTION EST EUP = 0,1 E -08.

```

C      * CE PROGRAMME TRACE LES COURBES SUR L'IMPRIMANTE      *
C      *****
C      * TAB,TAB1 = RESPECT IV EMENT VALEURS SYSTEMES,MODELE. *
C      * VALMAX =VALEUR MAXIMALE DE LA PREMIERE COURBE      *
C      * VALMA =VALEUR MAXIMALE DE LA DEUXIEME COURBE      *
C      * VALMIN= VALEUR MINIMALE DE LA PREMIERE COURBE      *
C      * VALMI= VALEUR MINIMALE DE LA DEUXIEME COURBE      *
C      *****
      DIMENSION TAB(32), TAB1 (32)
      READ(5,3) ((TAB(I),I=1,32),(TAB1(I),I=1,32))
3     FORMAT(16F5.2/16F5.2/16F5.2/16F5.2)

      TAB(I)=TAB(I)*1000.
      TAB1(I)=TAB1(I)*1000.

2     CONTINUE

      VALMAX =0.62*1000.
      VALMIN=0.
      PRINT 18

18    FORMAT(//40X,19H REPONSE DU SYSTEME)
      CALL COURBE (TAB,VALMAX,VALMIN)
      VALMA = 0.63*1000.
      VALMI = 0.
      PRINT 17

17    FORMAT(40X,19H REPONSE DU MODELE )
      CALL COURBE(TAB1,VALMA ,VALMI)
      STOP
      END

```

```

SUBROUTINE COURBE ( T AB, V A:MAX, V A:MIN )
DIMENSION TAB (32), T AB1 (32), GRAPHE (32,80)
DATA I BLANC, II, IMOINS, IPLUS/ 1H , 1H I, 1H-, 1H+/
IPAS =1.
DO 3 I = 1, 32
DO 4 J = 1, 80 .
GRAPHE (I,J) =I BLANC
4 CONTINUE
3 CONTINUE
C GRADUATION DE L'AXE DES ORDONNES
U1=IF IX ( VALMAX - VALMIN)/32)+1
C EMBLACEMENT DE L'ORIGINE
IORI G=IF IX ( VALMAX + J1)/ U1)
DO 1 I =1 , 32
GRAPHE (I,1) =II
GRAPHE (I,80) =II
1 CONTINUE
C CADRAGE DE LA FIGURE
DO 2 I = 1,80
GRAPHE (1,I) = IMOINS
GRAPHE ( I ORIG,I ) = IMOINS
GRAPHE (32,I ) = IMOINS
2 CONTINUE
T=0
DO 5 I = 1 , 32
IABC=(T/I PAS ) +1
JORD = IFIX (( VALMAX - TAB (I))/U1)+1

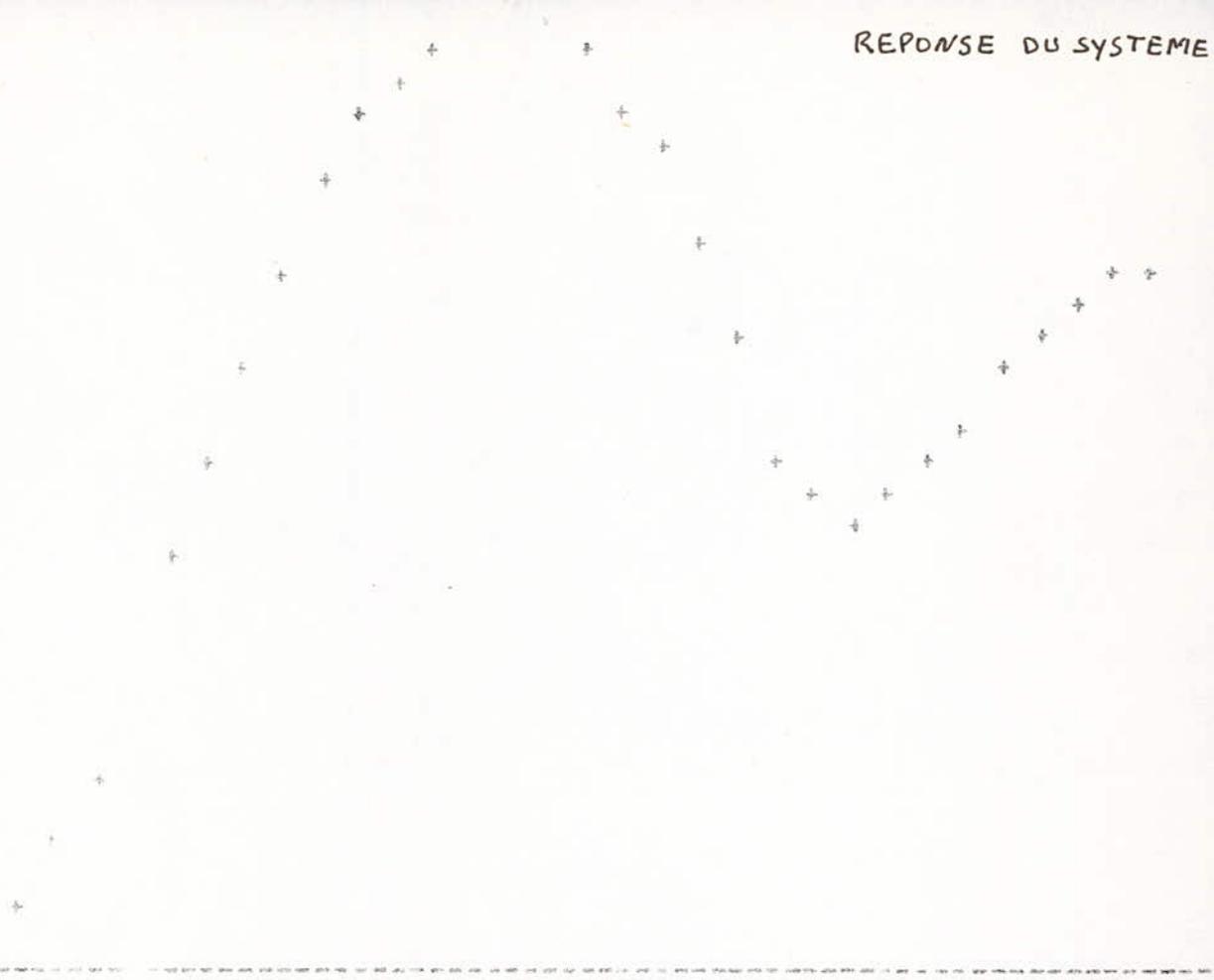
```

.../...

```
GRAPHE (JORD,IABC)=IPLUS
T=T +2
5 CONTINUE
DO 7 I=1,32
B =VALMAX -(I-1)*U1
PRINT 500 ,(GRAPHE(I,J),J=1,80))
7 CONTINUE
500 FORMAT(E14.5 ,80 A1)
RETURN
END
```

REPONSE DU SYSTEME

53000 + 0.7
 52000 + 0.7
 54000 + 0.31
 52000 + 0.7
 51000 + 0.31
 48000 + 0.31
 46000 + 0.7
 44000 + 0.31
 42000 + 0.7
 40000 + 0.7
 38000 + 0.31
 36000 + 0.7
 34000 + 0.31
 32000 + 0.31
 30000 + 0.7
 28000 + 0.7
 26000 + 0.7
 24000 + 0.7
 22000 + 0.31
 20000 + 0.7
 18000 + 0.31
 16000 + 0.7
 14000 + 0.31
 12000 + 0.7
 10000 + 0.31
 8000 + 0.7
 6000 + 0.31
 4000 + 0.7
 2000 + 0.31
 0



REPONSE DU MODELE

63000 + 0.31
 61000 + 0.7
 59000 + 0.7
 57000 + 0.31
 55000 + 0.7
 53000 + 0.31
 51000 + 0.7
 49000 + 0.31
 47000 + 0.7
 45000 + 0.31
 43000 + 0.7
 41000 + 0.31
 39000 + 0.7
 37000 + 0.31
 35000 + 0.7
 33000 + 0.31
 31000 + 0.7
 29000 + 0.31
 27000 + 0.7
 25000 + 0.31
 23000 + 0.7
 21000 + 0.31
 19000 + 0.7
 17000 + 0.31
 15000 + 0.7
 13000 + 0.31
 11000 + 0.7
 9000 + 0.31
 7000 + 0.7
 5000 + 0.31
 3000 + 0.7
 1000 + 0.31



Conclusion

Les courbes de dessus demontre l'excellente identification
menée par le programme principal .

Realisation

Nous avons vu au cours du chapitre simulation des differents organes du P.I.D. que la fonction de transfert du modele s'ecrivait :

$$F(P) = \frac{R'}{R_{p3}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R'^2}{R_{p4}} C_1 \cdot p + R'^2 \cdot C^2 \cdot p^2}$$

qu'on peut écrire encore :

$$F(P) = \frac{1}{R_{p3} \cdot R' \cdot C_1^2 p^2 + \frac{R' R_{p3}}{R_{p4}} C_1 \cdot p + \frac{R_{p3}}{R'}} \quad (1)$$

cette expression est de la forme :

$$F(P) = \frac{1}{Ap^2 + Bp + c} \quad (2)$$

Or nous avons vu comment; connaissant l'entrée et la sortie du systeme à identifier, on pouvait determiner les parametres du modele representant le plus fidelement le systeme.

Ces parametres determinés grâce au programme sont :

$$A = 0.325 ; B = 0.020 ; C = 100.$$

$$\text{Connaissant } R' = 100 \quad , \quad C_1 = 0.1 \mu F.$$

$$\text{On en deduit : } R_{p3} = 10K\Omega \quad \text{et } R_{p4} = 5 \Omega .$$

Fonction de transfert du P.I.D

(cf fig 7)

D'après le chapitre simulation des differents organes du P.I.D.R ; nous avons :

$$V'e = R' C_1 p.$$

$$\text{or } V'e = \frac{dV_e}{dt}$$

Par consequent :

$$R(P) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R_2}{R_3} \cdot \frac{1}{R_{p_1} \cdot C_0 \cdot P} + \frac{R_2}{R_{p_2}} + \frac{R_2}{R_1} \cdot R' C_1 P.$$

$$= \frac{R_2 R'}{R_1} \cdot C_1 \cdot \frac{1}{P} \left(P^2 + \frac{R_1}{R' \cdot R_{p_2} \cdot C_1} P + \frac{R_1}{R' \cdot R_3 \cdot R_{p_1} C_0 C_1} \right)$$

Expression de forme : $\frac{V_s}{V_e} = \frac{G}{P} (P^2 + \alpha P + \beta) .$

En boucle fermée le P.I.D et le modele vont donner une fonction de transfert :

$$F(P) = \frac{F(P) \cdot R(p)}{1 + F(P) \cdot R(P)}$$

or $F(P) = \frac{1}{Ap^2 + Bp + C} = \frac{1/A}{p^2 + \frac{B}{A}p + \frac{C}{A}} = \frac{K}{p^2 + ap + b}$

d'où : $F'(P) = \frac{\frac{K}{p^2 + ap + b} \cdot \frac{G}{P} (p^2 + p + B)}{1 + \frac{K}{p^2 + ap + b} \cdot \frac{G}{P} (p^2 + p + B)}$

Si nous choisissons : $a = \alpha$ et $b = \beta$. alors :

$$F'(P) = \frac{K \cdot G / P}{1 + K \cdot G / P} = \frac{1}{1 + \frac{P}{KG}}$$

Le systeme bouclé est équivalent à un systeme du 1^{er} ordre dont la constante de temps est $\frac{1}{KG} = \frac{R_1 \cdot R_{p_3} \cdot C_1}{R_2} = R_{p_3} \cdot C_1$

(car $R_1 = R_2$)

Donc :

$$\alpha = \frac{R_1}{R_{p2} \cdot R' \cdot C_1} \quad \text{et} \quad a = \frac{1}{R_{p4} \cdot C_1} .$$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_{p2} \cdot R' \cdot C_1} = \frac{1}{R_{p4} \cdot C_1}$$

On en tire $R_{p2} = \frac{R_1 \cdot R_{p4}}{R'} = \frac{15 \cdot 10^2 \cdot 5}{10^2} = 75 \Omega$

et $\beta = \frac{R_1}{R_3 \cdot R' \cdot R_{p1} \cdot C_1} \quad \text{et} \quad b = \frac{1}{R'^2 \cdot C_1^2}$

$$\Rightarrow \frac{R_1}{R_3 \cdot R' \cdot R_{p1} \cdot C_1} = \frac{1}{R'^2 \cdot C_1^2}$$

On en tire $R_{p1} = R' = 100 \Omega$

La constante de temps est :

$$\frac{1}{GK} = R_{p3} \cdot C_1 = 10^4 \cdot 10^{-7} = 1 \text{ ms}$$

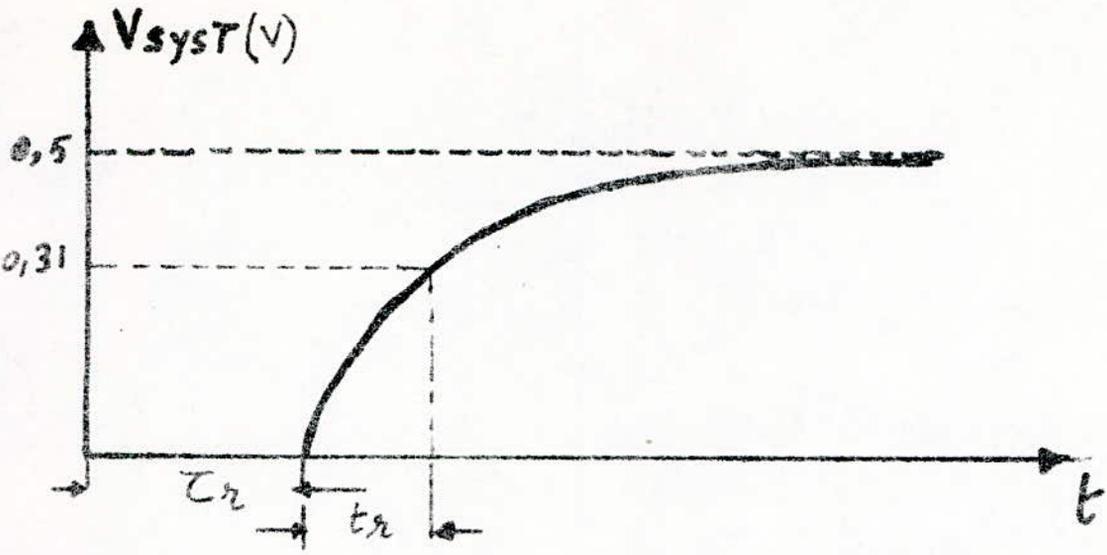
La fréquence de travail est de 30 Hz soit une période de 33 ms

Le retard a été fixé à la valeur de 2,8 ms.

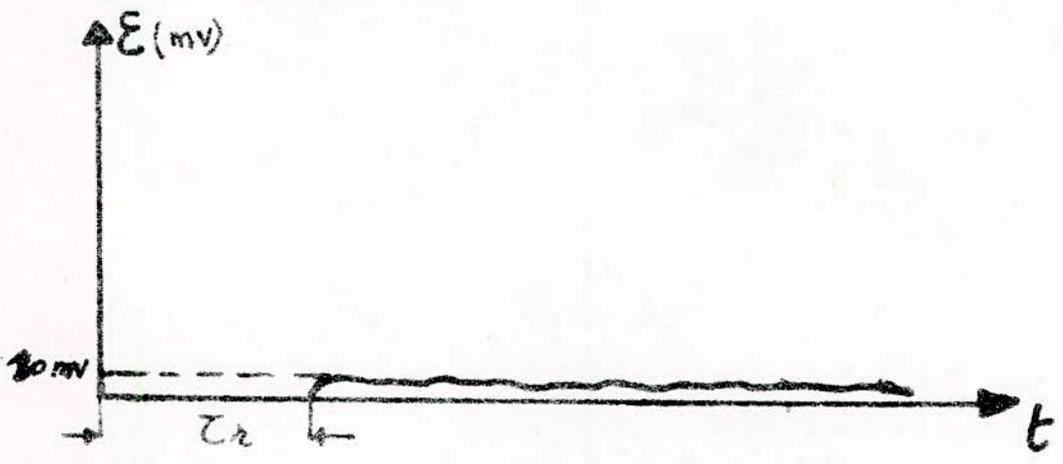
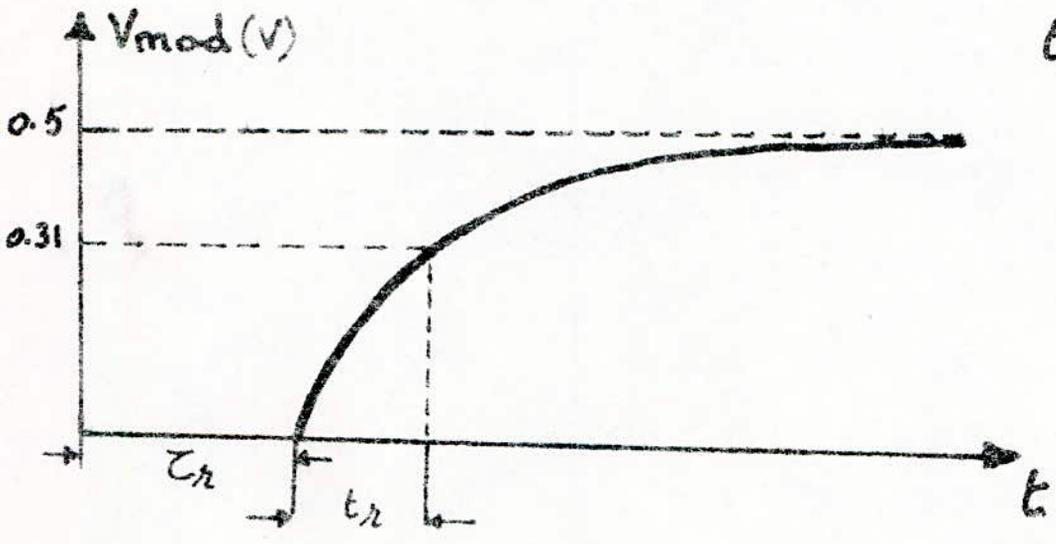
Par conséquent l'inégalité $\frac{3}{GK} + T_R < T^{\text{est vérifiée}}$, ainsi le régime

permanent sera atteint .

Les courbes visualisées sur oscilloscope sont représentés sur la figure 10 .



$\tau_r = 2,8 \text{ ms}$
 $t_r = 1 \text{ ms}$

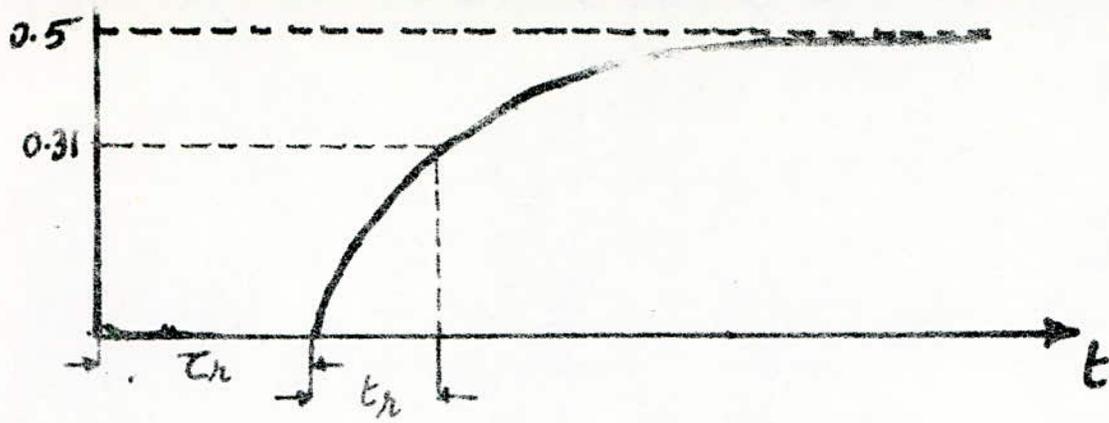


Cas d'adaptation (modèle = système)

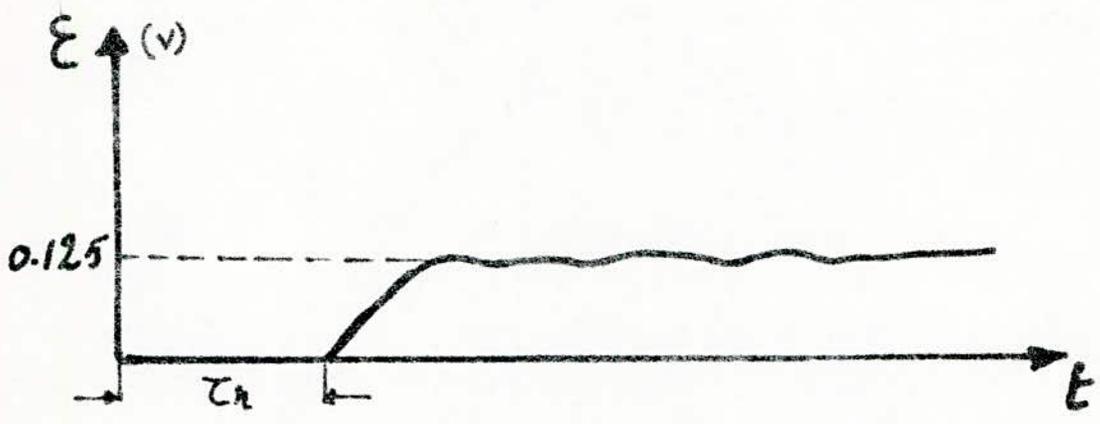
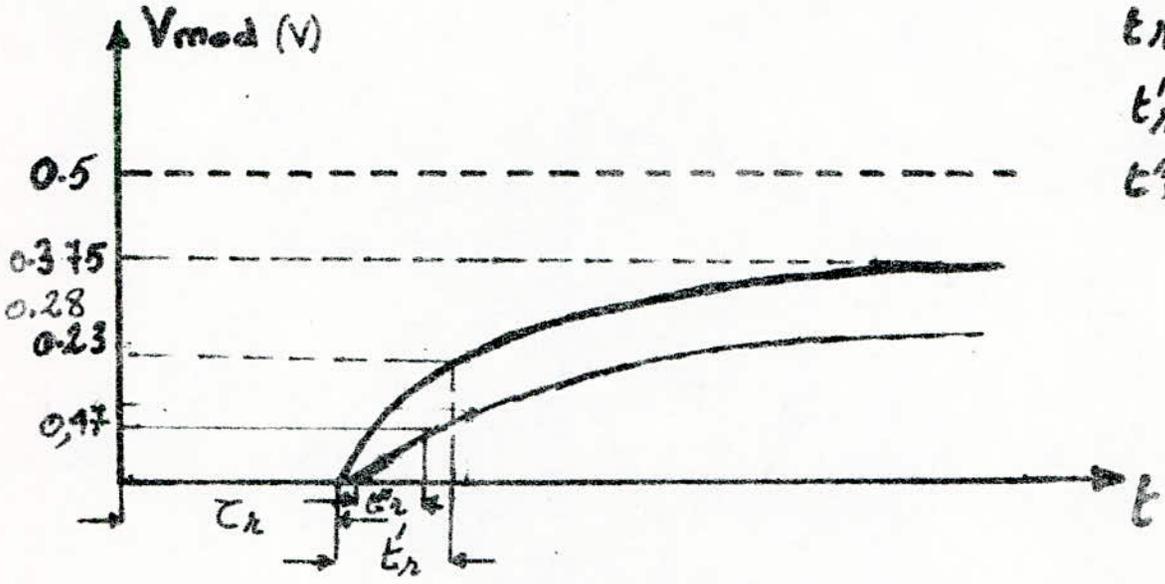
Dans le cas d'une desadaptation (en gain statique d'environ 70 % et en constante de temps d'environ 90 %), le système ne varie pas et maintient non seulement la valeur de la consigne mais aussi le régime transitoire .

Ceci démontre la robustesse d'un tel montage.

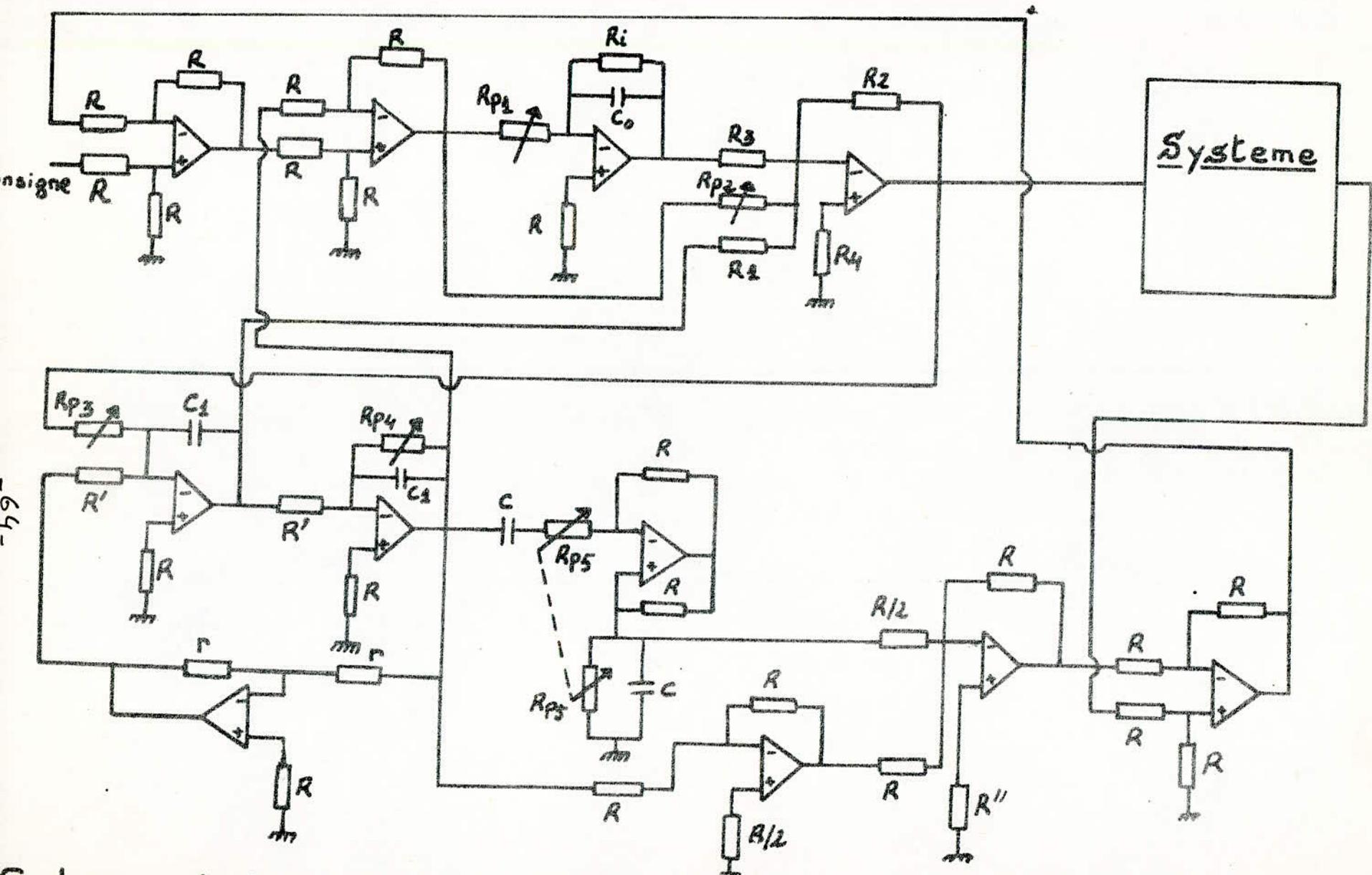
Les courbes relevées sont représentées sur la fig.11.



$\tau_r = 2,8 \text{ ms}$
 $t_r = 1 \text{ ms}$
 $t'_r = 0,7 \text{ ms}$
 $t''_r = 0,3 \text{ ms}$



Cas de desadaptation (modèle \neq système)
 - Fig 11 -



64-
Schema électronique

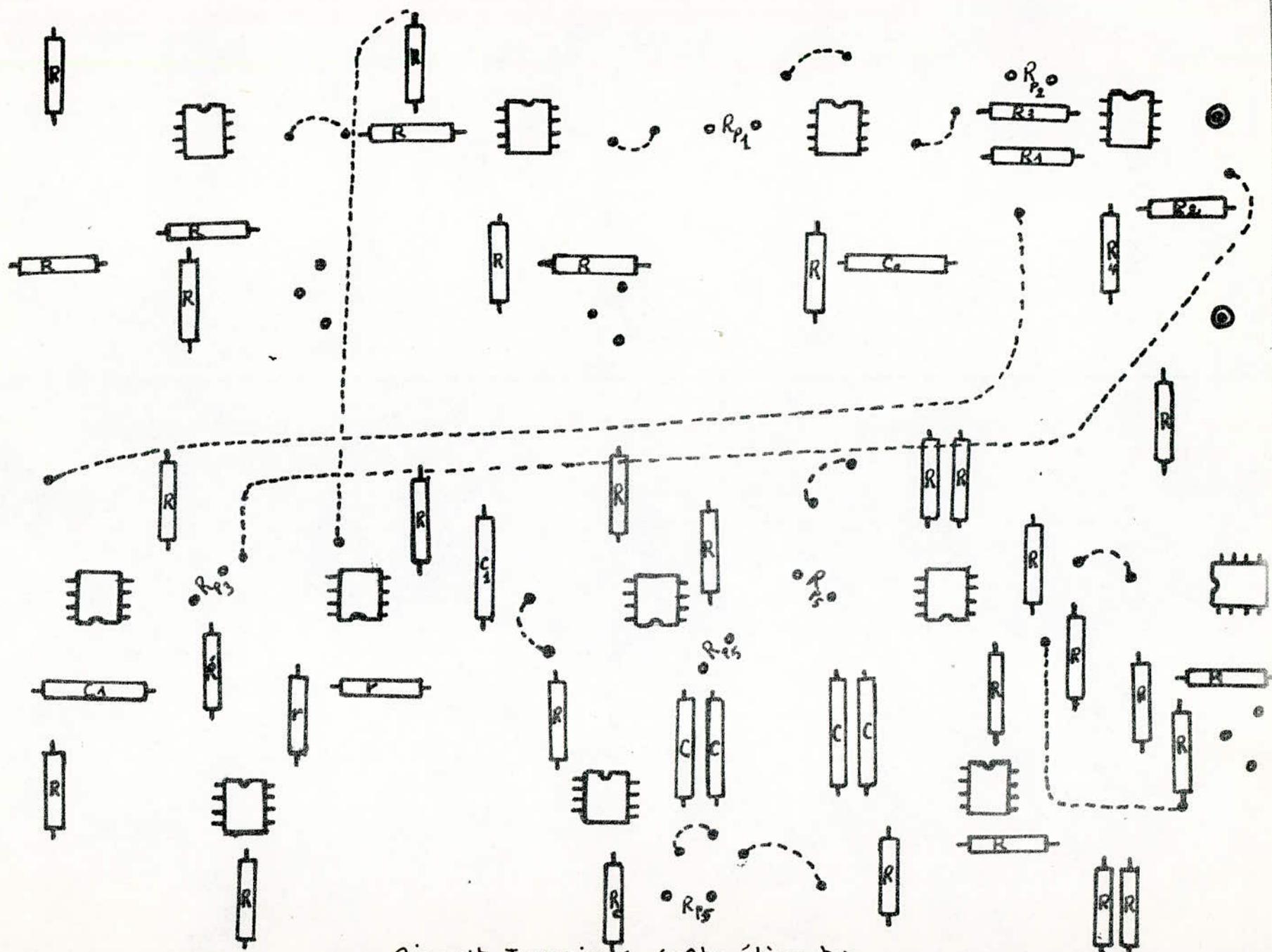
C

+

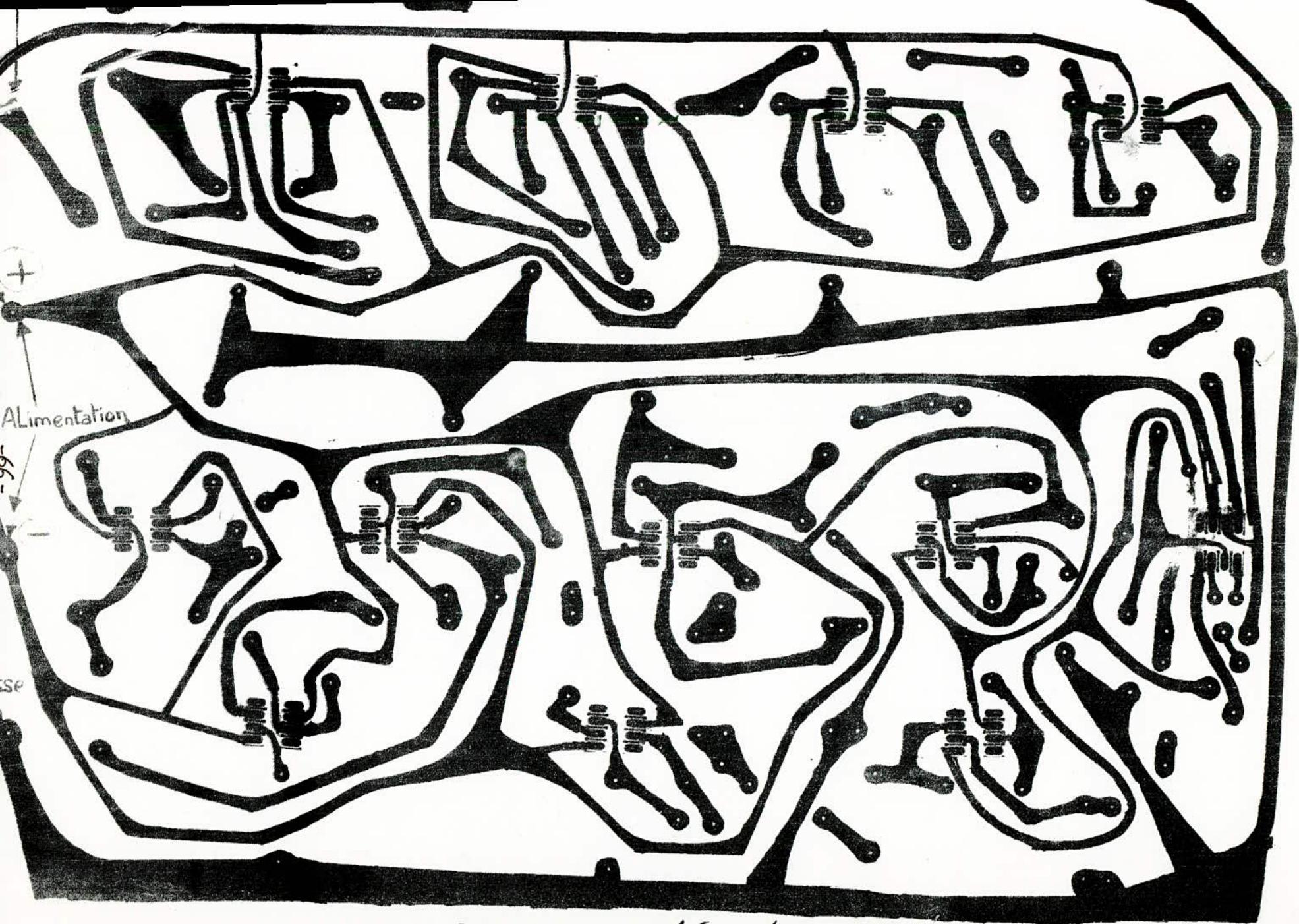
65-

-

M



Circuit Imprimé (côte éléments)



Circuit Imprimé (côté Cuivre)

Difficultés rencontrés.

Dans ce qui suit nous allons citer quelques points qui constituent en quelque sorte les difficultés que nous avons rencontrées. ce sont :

Problème de bruit :

En réalité un bruit qui existe toujours conduit à une erreur plus au moins perceptible sur les valeurs des paramètres $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ obtenue après convergence d'un algorithme de programmation non linéaire.

Choix de la méthode de minimisation :

La méthode du gradient - comme vous l'avez pu remarquer - se prête à des développements mathématiques nombreux et puissants (calcul des dérivées partielles de la fonctionnelle $J(X)$ à minimiser) cependant elle aboutit à des résultats satisfaisants.

Vitesse de Convergence :

Elle est étroitement liée au choix de (H) cependant le choix de ce coefficient est un nouveau problème, pris trop petit, il risque d'être sans effet, pris trop important il risque de produire des convergences compliquées (l'étude théorique au voisinage du minimum absolu est trop compliquée).

C O N C L U S I O N .

Notre travail comme vous l'avez pu le constater a été divisé principalement en deux parties etude et realisation .

L'etude nous a permis de resoudre le problème, de l'identification des processus industriels par ordinateur;et la commande des processus comportant un retard .

Le but de notre projet est :

- 1°) de mettre à la porté des interessés un programme non lineaire donnant les parametres du modèle qui approxime le mieux le systeme à reguler .
- 2°) de réaliser un régulateur prenant en compte explicitement les temps morts.

- la realisation à l'opposé de l'etude nous a posé quelques problèmes dus au manque flagrant de moyens technique qui nous ont limités dans le choix des solutions.Neanmoins le PIDR réalisé nous a fourni des resultats forts acceptables lors de l'experimentation de l'appareil ainsi realisé.

On espère, c'est notre desir le plus cher,avoir donné dans cette etude les elements essentiels pour une exploitation beaucoup plus efficace de la nouvelle methode étudiée dans ce mémoire pour la regulation des processus industriels comportants un temps mort.

Bibliographie

- 1°) P. de Larimi; Y.Thomas : Automatique des Systemes lineaire
T 1,2,3 .
- 2°) NASLIN.P Technologie et calcul pratique des systeme
asservis DUNOD - 1968 .
- 3°) Revue Mesures (Regulation -automatisme) Mai 1972 .
- 4°) On the automatic control of generalized passive systeme
K.L.Chien ;J.A. HRNES ; J.B. RESWICK .
- 5°) Damay.R amplificateur operationnel
Edition Radio - 74 .
- 6°) Foulard., Gentil , Sandraz, . commande et regulation par cal-
culateur numerique . 1976 EYROLLES .
- 7°) These de doctorat 3^{eme} cycle - calcul des exporentielles(ap-
proximant de padé)
- 8°) Richalet : identification par la methode du modele
1971 Gordon and: Breach; ed.
- 9°) Identification d'un Four par microprocesseur.
6800 ENITA .