

المدرسة الوطنية للعلوم والتقنية
البيئية
Département d'Electronique et d'Electrotechnique

Projet de Fin d'Etudes

Diplôme d'Ingénieur

Conception d'une Antenne Directive

de la gamme des ondes décametriques

Proposé par : ADANE. A

Chef departement Electricité à l'ENPA

FIHAKHIR MUSTAFA

Etudié par :

DJAHLI FARID



JANVIER 81

Département d'Electronique et d'Electrotechnique

Projet de Fin d'Etudes

Diplôme d'Ingénieur

المدرسة الوطنية للعلوم الهندسية
— المكتبة —

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Conception d'une Antenne Directive

de la gamme des ondes décamétriques

Proposé par : ADANE. A

Chef departement Electricité à l'ENPA

Etudié par :

FIHAKHIR MUSTAFA

DJAHLI FARID

JANVIER 81

Département d'Electronique et d'Electrotechnique

Projet de Fin d'Etudes

Diplôme d'Ingénieur

Conception d'une Antenne Directive
de la gamme des ondes décimetriques

Proposé par : ADANE. A

Chef departement Electricité à l'ENPA

Etudié par :

FIHAKHIR MUSTAFA

DJAHLI FARID

JANVIER 81

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

صَدَقَ اللَّهُ الْعَظِيمِ

DEDICACES

A mes parents,
A ma famille,
A mes amis .

Farid

A la mémoire de "Ma El-hadja",
A mon père, ma mère, et "Ma mama",
A mon frère Abdelfettah, sa femme, et ses enfants ,
A mes frères et sœurs ,
A ma fiancée,
A tous ceux qui me sont chers .

Mustafa

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier vivement notre promoteur monsieur ADANE Abdelhamid, chef du département d'électricité à l'école nationale polytechnique d'Alger, pour nous avoir suivi de très près pendant tout le semestre.

Nous exprimons nos remerciements à monsieur SINTES, chargé de cours à l'école nationale polytechnique d'Alger, pour ses bons conseils.

Nous remercions monsieur KOROBOV, et monsieur GAUTHIER, tous deux enseignants à l'école nationale polytechnique d'Alger, qui ont bien voulu nous aider.

Nos remerciements vont également à monsieur El-Ouali, et monsieur KHETIB, respectivement enseignant dans le département de mécanique, et responsable de l'atelier du bois, à l'école nationale polytechnique d'Alger, qui nous ont beaucoup aidé dans la réalisation de l'antenne.

Nous sommes particulièrement reconnaissants à monsieur HADJAZE Abdelhamid, chef du département sol et fondations, au laboratoire national des travaux publics et du bâtiment de Hussein-dey, pour son aide précieuse.

PLAN

Paragraphes	Pages
Introduction	1
CHAPITRE PREMIER	
Les couches ionosphériques	
1.1. Introduction	2
1.2. Origine des phénomènes de propagation	3
1.2.1. Phénomène de réfraction	3
1.2.2. Phénomène de réflexion	3
1.2.3. Phénomène d'absorption	4
1.3. Propriétés et caractéristiques des couches ionosphériques	5
1.4. Le sondage ionosphérique	6
1.4.1. Principe	6
1.4.2. Le sondage vertical	7
1.4.3. Description de l'ionogramme des couches E et F	7
1.4.4. Variation de l'ionogramme au cours du temps	7
CHAPITRE II	
Les antennes de la gamme décamétrique	
2.1. Les différents types d'antennes	13
2.1.1. L'antenne en V	13
2.1.2. L'antenne en losange	13
2.1.3. L'antenne dièdre	14
2.1.4. L'antenne Maria-Maluca	14
2.2. Les propriétés que doit posséder une antenne de la gamme décamétrique lors de son utilisation	15
2.2.1. En sondage ionosphérique	15
2.2.2. En transmission radio-amateurs	15
2.3. Discussion sur le choix d'une antenne susceptible d'être utilisée en sondage ionosphérique	15
CHAPITRE III	
Calcul de l'antenne Maria-Maluca	
3.1. Principe du calcul	17
3.1.1. Calcul du champ	17
3.1.2. Diagramme de rayonnement	18
3.2. Commentaire	20

Paragraphes	Pages
3.3. Modélisation.	20
3.3.1. Evaluation du courant induit dans le brin directeur.	20
3.3.2. Calcul du champ rayonné par l'antenne au voisinage du brin directeur.	22
3.3.3. Expression du courant induit.	23
3.4. Diagramme de rayonnement.	26
3.4.1. Calcul du champ.	27
3.4.2. Tracé du diagramme.	27
3.5. Commentaire.	27
3.6. Impédance d'entrée de l'antenne.	29

CHAPITRE IV

Réalisation

4.1. L'antenne.	30
4.2. Les supports isolants.	30
4.3. Les brides.	31
4.4. Le mât	31
4.5. Le câble d'alimentation.	32
4.6. Schéma général de l'antenne.	33

Conclusion. 34

Annexe 1.

Calcul des champs \vec{E}_r et \vec{E}_θ en utilisant l'intégrale de Fresnel. 35

Annexe 2.

Calcul du courant induit. 38

INTRODUCTION

L'objet de ce travail est de faire le point sur les propriétés des couches ionosphériques, et d'étudier une antenne de la gamme décimétrique pouvant être utilisée pour le sondage ionosphérique.

Les couches ionosphériques furent découvertes au début du vingtième siècle, à la suite des premières émissions de radio-amateurs. Les phénomènes de propagation qu'elles mettent en jeu peuvent améliorer notablement les télécommunications en ondes courtes.

La radioélectricité est une technique bien connue de notre époque. Ainsi, il existe deux sortes de liaisons radioélectriques. L'une utilise la transmission en visibilité directe, comme par exemple, le cas des relais hertziens. L'autre met à profit l'inhomogénéité des propriétés électriques de l'atmosphère, pour augmenter la portée des moyens de communication, par une propagation indirecte des ondes hertziennes.

Ce dernier mode de liaison fait intervenir les couches ionosphériques, car celles-ci ont la propriété de réfléchir les ondes hertziennes à fréquence relativement basse, c'est à dire les ondes longues, les ondes moyennes, et les ondes courtes.

Les couches ionosphériques présentent des caractéristiques aléatoires, liées à l'activité solaire au cours des saisons. Ainsi, dans la zone saharienne, où les transmissions se font par ondes courtes, les liaisons sont assez instables, à cause des perturbations solaires.

Il est donc intéressant d'étudier le comportement de l'ionosphère, et de voir comment améliorer les liaisons ondes courtes.

CHAPITRE PREMIER

LES COUCHES IONOSPHERIQUES

1.1. Introduction.

L'ionosphère est une couche ionisée de l'atmosphère, qui se trouve à 60 Km de la terre, et qui s'étend jusqu'à 500 Km de celle-ci. Cette couche a été subdivisée en différentes sous-couches: D, E, F, à cause du niveau d'ionisation qui est très différent d'une sous-couche à l'autre. (c.f. tableau N°1).

Les couches D, E, et F, possèdent les propriétés: De réfléchir une onde radioélectrique, de réfracter cette onde, ou d'en absorber l'énergie, selon la fréquence de l'onde. [1]

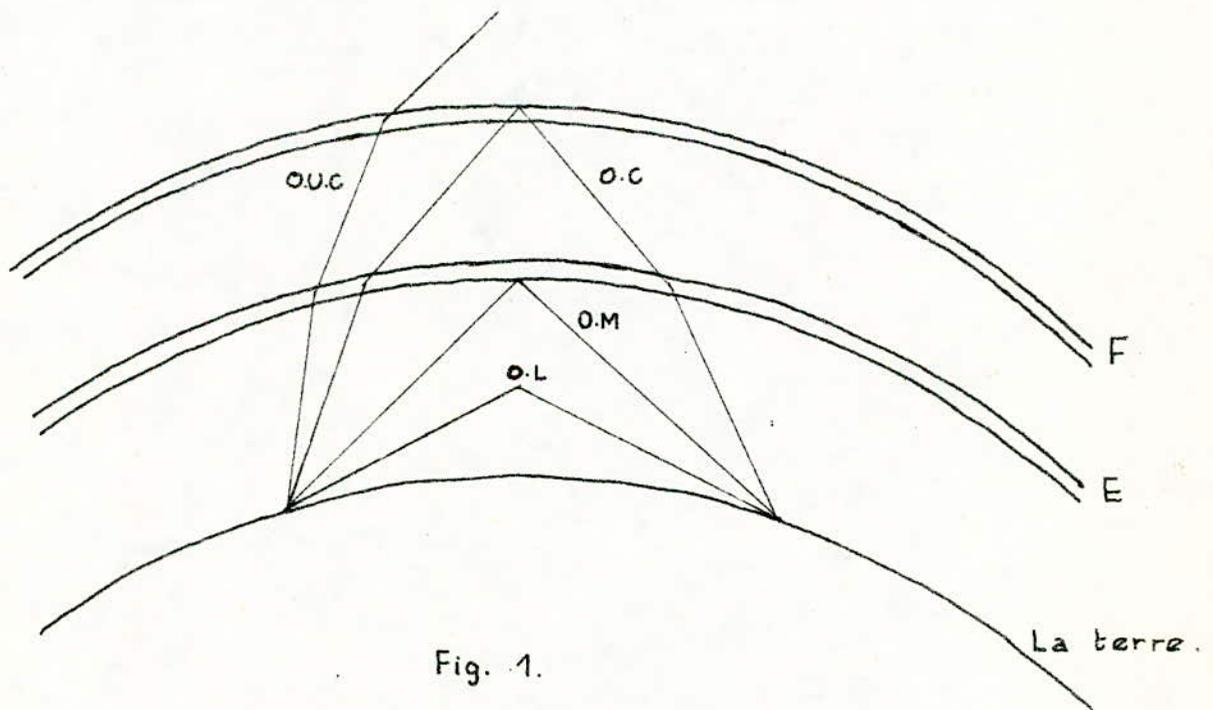


Fig. 1.

Le spectre de fréquence des ondes hertziennes est partagé en une série de gammes qui sont :

- Les ondes longues (O.L) de 2000 à 10000 m.
- Les ondes moyennes (O.M) de 200 à 2000 m.
- Les ondes courtes (O.C) de 10 à 200 m.
- Les ondes très courtes (T.O.C) de 1 à 10 m.
- Les ondes ultra-courtes (U.O.C) inférieures à 1 m.

Comme le montre la figure (1), les transmissions par ondes longues, moyennes, et courtes, peuvent utiliser les couches ionosphériques. Cette propagation est dite indirecte.

1.2. - Origine des phénomènes de propagation.

1.2.1. - Phénomène de réfraction.

On dit qu'une onde radioélectrique est réfractée, quand elle change sa direction de propagation.

Ceci a lieu quand l'onde passe d'un milieu d'indice de réfraction n_1 , à un milieu d'indice de réfraction n_2 .

Chaque couche ionisée possède son propre indice de réfraction n , qui lie la vitesse de groupe de l'onde, à la vitesse de la lumière par la relation suivante: [1]

$$v = n \cdot c \quad (1-1)$$

v : vitesse de groupe de l'onde radioélectrique.

n : Indice de réfraction.

c : célérité de la lumière.

L'onde radioélectrique se trouvera donc réfractée en passant d'une couche ionosphérique à une autre.

1.2.2. - Phénomène de réflexion.

Quand une onde radioélectrique n'arrive pas à pénétrer dans une couche ionosphérique, on dit qu'elle est réfléchiée par cette couche.

Selon la direction de l'onde prise à l'émission, on peut avoir réflexion sous incidence normale, ou oblique.

Dans le cas de la réflexion sous incidence normale, la vitesse de groupe de l'onde doit être nulle au point de réflexion. Donc l'indice de réfraction n doit être nul.

n étant donné par l'expression: [1]

$$n = \sqrt{1 - \frac{Ne^2}{m\omega^2}} \quad (1-2)$$

N : densité électronique de la couche.

m, e : masse et charge de l'électron.

$\omega = 2\pi f$: Pulsation de l'onde radioélectrique.

Nous aurons à la hauteur h de réflexion [1] :

$$N(h) = \frac{f^2}{81} \quad (1-3)$$

ou $f = 9\sqrt{N(h)}$

f étant la fréquence de l'onde radioélectrique.
Dans le cas de la réflexion sous incidence oblique ;

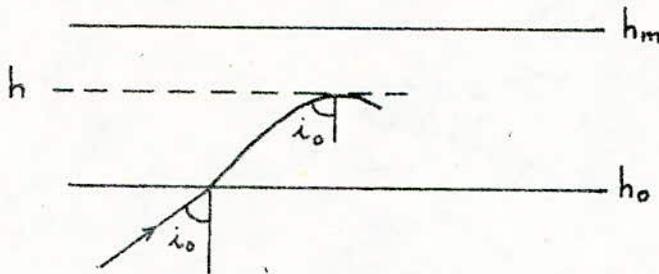


Fig. 2.

les expressions (1-3) deviennent [1] :

$$N(h) = \frac{f^2 \cos^2 i_0}{81} \quad (1-4)$$

ou $f = \frac{9\sqrt{N(h)}}{\cos i_0}$

i_0 étant l'angle d'incidence.

12.3. — Phénomène d'absorption.

L'absorption d'une couche ionisée a pour cause l'existence d'une conductivité σ [1].

$$\sigma = \frac{N \cdot e^2 \cdot \nu}{m(\omega^2 + \nu^2)} \quad (1-5)$$

ν : nombre de chocs par seconde d'un électron avec les autres particules.

Cette conductivité est due aux chocs des électrons avec les autres particules. Le nombre moyen de chocs par seconde dépend de la densité gazeuse de la couche. Lorsque l'onde radioélectrique arrive dans une couche ionisée,

où la densité gazeuse est notable, les électrons commencent à osciller à la même fréquence que celle de l'onde incidente. Les chocs de ces électrons avec les particules avoisinantes, provoquent une perte de l'énergie cinétique de ces électrons. Cette énergie, qui fait défaut à l'onde résultante, est celle perdue par ces électrons.

On dit que cette énergie perdue, est absorbée par la couche. L'absorption produit une perte de l'énergie radioélectrique de l'onde traversant la couche.

Cette perte de l'énergie, se traduit par un affaiblissement du champ électrique de l'onde.

L'affaiblissement est caractérisé par le facteur d'atténuation α donné par l'expression suivante :

$$\alpha = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \quad (1-6)$$

μ_0 : permittivité du vide.

ϵ_0 : constante diélectrique dans le vide.

L'affaiblissement du champ E est de la forme :

$$E(x) = E_0 \exp(-\alpha x) \quad (1-7)$$

1.3. Propriétés et caractéristiques des couches ionosphériques.

Dans la couche ionosphérique, nous pouvons dire que :

- La densité électronique $N(h)$ croît avec l'altitude h .
- L'indice de réfraction n est d'autant plus faible que l'altitude h est grande.
- La vitesse de groupe v de l'onde diminue, quand l'altitude h augmente.
- La constante diélectrique η dans le milieu, décroît quand l'altitude h croît.

$$\eta = \epsilon_0 n^3(h) \quad (1-8)$$

La densité électronique N croît quand l'altitude augmente pour les raisons suivantes :

- Les composants chimiques différent avec l'altitude h .
- Le flux et l'intensité du rayonnement électromagnétique diminuent lorsque le rayonnement s'enfonce dans l'ionosphère, c'est à dire lorsque l'altitude diminue.

— La densité gazeuse augmente lorsque l'altitude diminue.
Les caractéristiques des couches ionisées seront résumées dans les tableaux 1, 2, et 3.

1.4. — Le sondage ionosphérique.

1.4.1. — Principe.

Le principe de fonctionnement d'un sondeur ionosphérique est analogue à celui du radar.

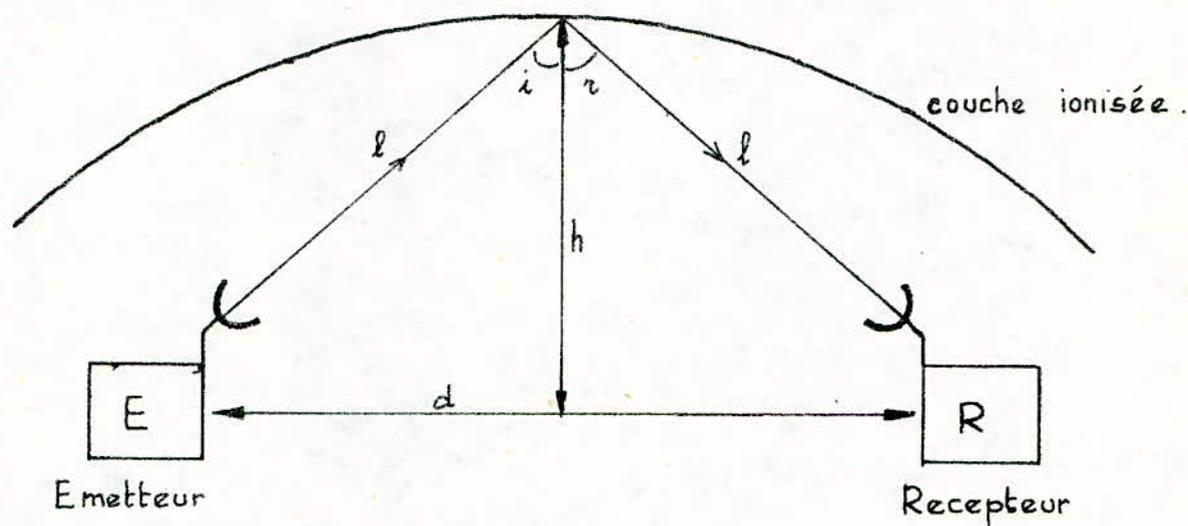


Fig. 3.

Le sondeur est constitué d'un émetteur d'impulsions de fréquence variable f , et d'un récepteur.

La méthode de sondage consiste à émettre un signal modulé par impulsions, et de recueillir l'onde réfléchie à l'aide du récepteur qui est accordé sur la fréquence d'émission.

Le temps mis par l'onde réfléchie, avant d'être reçue est :

$$\tau = \frac{2l}{c} \quad (1.9)$$

c étant la vitesse de la lumière.

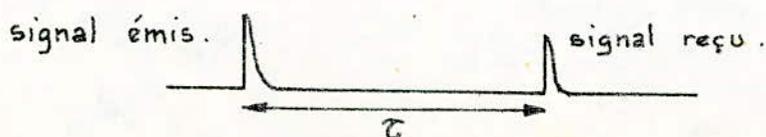


Fig. 4.

Connaissant τ , nous pouvons connaître la hauteur de réflexion h :

$$h = \sqrt{\ell^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad (1-10)$$

1.4.2. - Le sondage vertical.

Dans ce cas, l'émetteur et le récepteur sont très rapprochés l'un de l'autre. On n'utilisera donc qu'une seule antenne.

Dans le sondage vertical, h et ℓ sont confondus.

La hauteur de réflexion est directement obtenue par :

$$h = \frac{c\tau}{2} \quad (1-11)$$

1.4.3. - Description de l'ionogramme des couches E et F.

La figure (5) indique comment varie la hauteur de réflexion sous incidence normale, en fonction de la fréquence.

Cet ionogramme est obtenu en faisant défiler un film photographique, synchronisé avec les variations de f .

Il enregistre aussi le temps mis par l'onde réfléchie.

Cette courbe est discontinue aux fréquences critiques des couches. Quand on se trouve dans la région où l'ionogramme présente une discontinuité, la densité d'ionisation est maximale.

La figure (6) donne la densité électronique en fonction de la fréquence. [1]

1.4.4. - Variation de l'ionogramme au cours du temps.

Des relevés d'ionogramme ont permis certaines conclusions sur le comportement des caractéristiques des couches.

Le tableau (4) résume ces caractéristiques.

Couches.	Altitude (Km)	Existence.	Densité électronique N_M (\bar{e}/cm^3).	Absorption.	Variation dans le temps de N.
D	60-90	Jour.	$10 < N_M < 10^4$	Relativement élevée par rapport à E et F	- En relation étroite avec le rayonnement solaire. - Variations: Diurnes Saisonnnières.
E	90-120	Jour et Nuit.	$1 \text{ à } 2 \cdot 10^5$: Jour. $10^3 \text{ à } 10^4$: Nuit.	Faible.	//
F ₁	175-250	Jour et pendant l'été.	$N = 4 \text{ à } 15 \cdot 10^5$	Faible.	//
F ₂	250-500	Jour et Nuit.	$4 \text{ à } 15 \cdot 10^5$ Jour.	Très faible	- Variations: Diurnes, saisonnières. Maximale en hiver. - Variation undecennales (Mans)

TABLEAU N°1

Caractéristiques propres des couches ionosphériques.

Couches et Altitude (Km).	Composants.	Potentiel d'ionisation (V).	λ_i ionisantes du rayonnement solaire (A°).	Rayonnement correspondant aux longueurs d'onde ionisantes (λ_i).	Processus d'ionisation.
D 60-90	N_2	15,58	≤ 795	Raies de la série de Lyman. et Rayons X.	NO principale source des électrons de D. $h\nu + NO \longrightarrow NO^+ + e^-$.
	O_2	12,8	≤ 1025		
	NO	9,25	≤ 1340		
E 90-120	N_2	15,58	≤ 795	Rayons X mous $h\nu \approx 300 \text{ e.v.}$	$h\nu + N_2 \longrightarrow N_2^+ + e^-$ $h\nu + O_2 \longrightarrow O_2^+ + e^-$ $h\nu + O \longrightarrow O^+ + e^-$.
	O_2	12,8	≤ 1025		
	O	13,61	≤ 910		
F_1 et F_2 175-500	N_2	15,58	≤ 795	Rayons X durs $h\nu > 300 \text{ e.v.}$	
	O	13,61	≤ 910		

- 9 -

TABLEAU N°2.

Caractéristiques relatives à l'ionisation de l'ionosphère.

Milieu	Couche	Courant existant dans le milieu, lors d'un passage d'une onde de fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$.	Propriétés: Absorption et réfraction	Affaiblissement d'une onde traversant le milieu.
Ionisé très raréfié $\nu = 0$ Densité gazeuse faible.	E et F	- courant électronique: $i_e = -j \frac{Ne^2}{m\omega^2} E$ - courant de déplacement: $i_d = j\omega \epsilon E$ - courant total: $i_T = j\omega \left(\epsilon - \frac{Ne^2}{m\omega^2} \right) E$ $= j\omega \eta E$	Conductivité faible $\sigma \approx 0$ Donc faible absorption $n = \sqrt{1 - \frac{81N}{f^2}}$ $n < 1$ pour $f \equiv HF$	Faible.
Ionisé peu raréfié ν élevé Densité gazeuse élevée.	D	- courant de conduction: $i_c = -j \frac{Ne^2 \omega}{m(\omega^2 + \nu^2)}$	- Conductivité élevée $\sigma = \sigma(\nu, f)$ - $n \approx 1$ pour $f \equiv HF$ $\sigma = \frac{Ne^2 \nu}{m(m^2 + \nu^2)}$ Absorption notable.	α : Facteur d'atténuation élevé. $\alpha = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$

TABLEAU N° 3

Caractéristiques et propriétés d'un milieu ionisé.
 m, e : masse, et charge de l'électron.
 $\omega = 2\pi f$: pulsation d'une onde dans le milieu en rd/s.
 η : constante diélectrique du milieu.
 σ, ν : conductivité, et nombre de chocs par seconde d'un électron avec les autres particules.

Couches.	Altitude (Km)	Existence de la couche.	Caractéristiques.	Portée d'une liaison utilisant l'une des couches.	Propriétés.
D	60-90	Jour.	$f_c \approx 0,5 \text{ MHz}$ - Diffuse en altitude. - Très liée à l'activité solaire.	Ne réfléchit pas les ondes décimétriques.	- Réflexion totale pour: $10^4 \text{ m} < \lambda < 10^5 \text{ m}$. - Forte absorption pour: $10^3 \text{ m} < \lambda < 10^4 \text{ m}$. - Faible absorption pour: $10^2 \text{ m} < \lambda < 10^3 \text{ m}$.
E	90-110	Jour et Nuit. Elle peut disparaître la nuit pour une faible activité solaire.	- $f_c \text{ jour} = 3 \text{ MHz}$ - $f_c \text{ nuit} = 1 \text{ MHz}$ - Stable en altitude.	$d_M \approx 2000 \text{ Km}$.	- La nuit: réflexion des ondes sous des incidences faibles pour: $10^4 \text{ m} < \lambda < 10^5 \text{ m}$. et $10^3 \text{ m} < \lambda < 10^4 \text{ m}$. - Phénomènes de fading pour: $10^3 \text{ m} < \lambda < 10^4 \text{ m}$. - Jour: Réflexion ou transmission pour $10^2 \text{ m} < \lambda < 10^3 \text{ m}$.
F ₂	250-400	Jour et Nuit.	- $f_c \text{ jour} = 10 \text{ à } 12 \text{ MHz}$ - $f_c \text{ nuit} = 3 \text{ à } 4 \text{ MHz}$ - Bonne stabilité.	$d_M \approx 4000 \text{ Km}$.	- La nuit: sous des incidences faibles et moyennes, réflexion pour le haut de la bande: $10^2 \text{ m} < \lambda < 10^3 \text{ m}$. - Le jour: c'est la couche la plus utilisée dans les liaisons à grande distance.

TABLEAU N°4.

Caractéristiques et propriétés des couches D, E, et F.

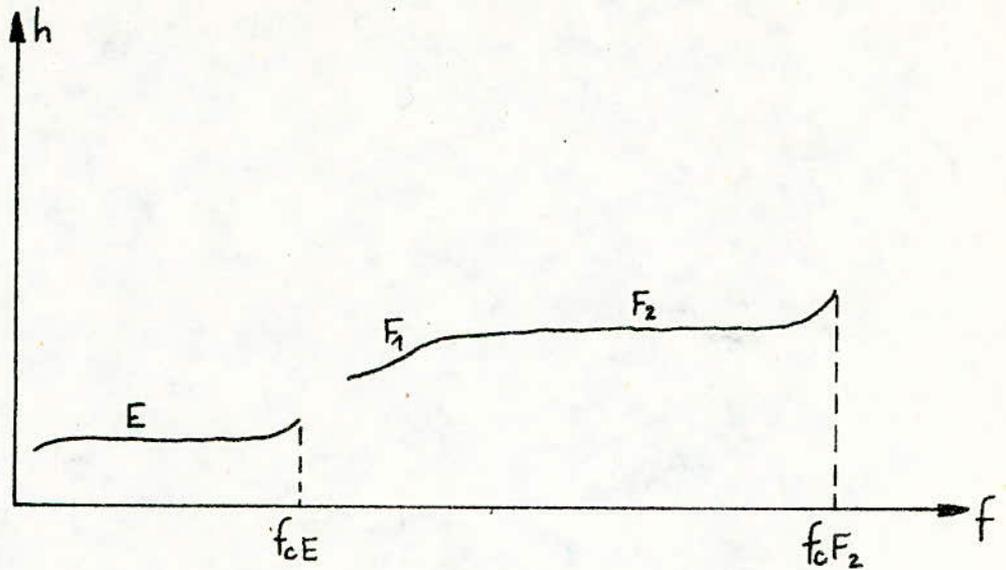


Fig.5. Ionogramme expérimental.

f_c : fréquence maximale réfléchiée par une couche sous incidence normale.

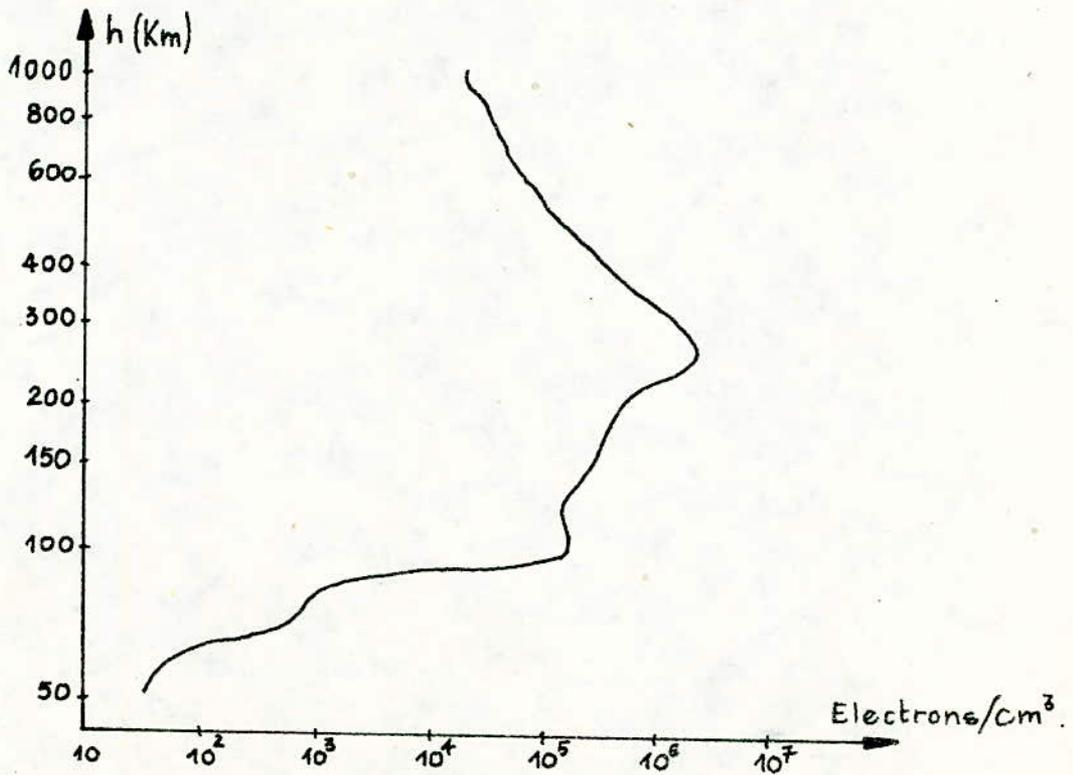


Fig.6.

Profil d'ionisation de jour (Densité électronique.)

CHAPITRE II

LES ANTENNES DE LA GAMME DECAMETRIQUE.

Les principales caractéristiques des antennes fonctionnant dans la gamme décamétrique, dépendent de l'usage qu'on veut en faire. Ces antennes présentent des dimensions très grandes, car la longueur de l'antenne est directement proportionnelle à la longueur d'onde.

2.1. Les différents types d'antennes.

Il existe plusieurs types d'antennes pouvant fonctionner dans la gamme décamétrique. Les plus utilisées sont les suivantes:

2.1.1. L'antenne en V.

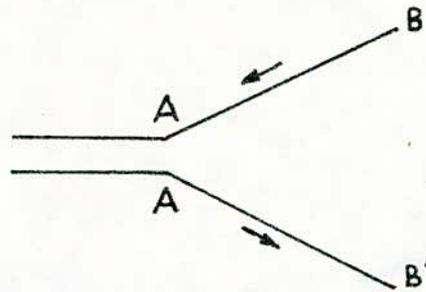


Fig. 7.

C'est une antenne constituée par deux brins égaux AB et AB', de grande longueur. Ces deux brins forment un V, et sont alimentés en opposition de phase.

Cette antenne n'est pas à large bande, mais elle est très directive. Elle n'est utilisée qu'en ondes stationnaires, en raison de la difficulté qu'il y a à fermer cette antenne sur son impédance caractéristique. [2]

2.1.2. L'antenne en losange.

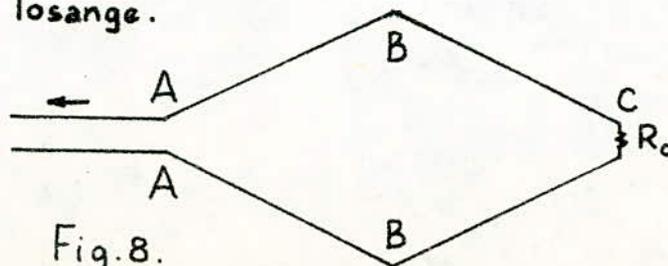


Fig. 8.

C'est une antenne obtenue en disposant bout à bout deux antennes en V.

Elle est très utilisée avec une bonne efficacité, tant à l'émission qu'à la réception. Elle est très directive.

L'antenne est fermée sur sa résistance caractéristique; elle est alors parcourue par des ondes progressives.

Notons qu'en plus de la directivité, cette antenne est à large bande. [2]

2.1.3. L'antenne dièdre.

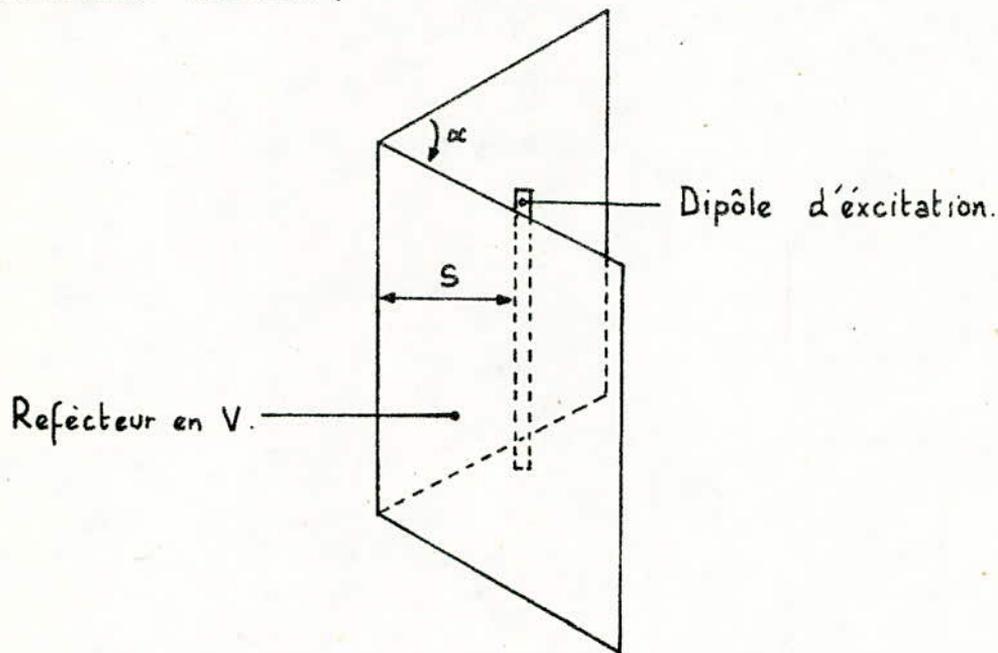


Fig. 9.

L'antenne dièdre comporte deux éléments: Un dipôle d'excitation, et un réflecteur dièdre.

Le réflecteur peut être constitué par des panneaux métalliques pleins. Plus généralement, pour mieux résister au vent, il est constitué soit par un grillage, soit par des tiges parallèles.

C'est une antenne directive. Son diagramme de rayonnement dépend des paramètres S et α . [3]

2.1.4. L'antenne Maria-Maluca.

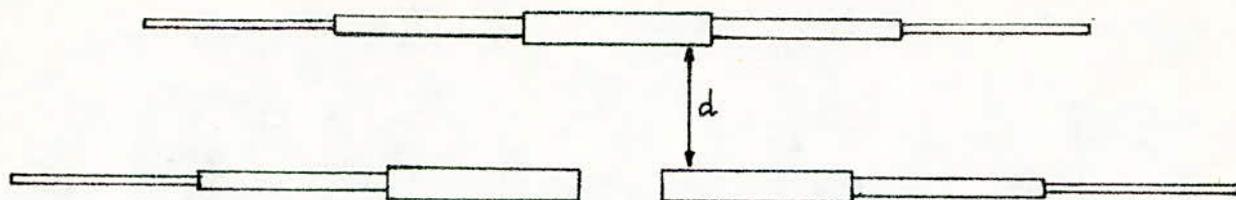


Fig. 10.

C'est une antenne directive à un seul élément parasite, fonctionnant en directeur.

L'élément rayonnant se comporte comme un doublet électrique. Pour une bonne directivité, la distance d entre le doublet électrique et le brin parasite est généralement $0,1\lambda$.

Cette antenne présente des dimensions réduites, relativement aux antennes déjà citées. Elle peut fonctionner aussi bien à l'émission qu'à la réception. [4]

2.2. Les propriétés que doit posséder une antenne de la gamme décimétrique lors de son utilisation.

Les antennes décimétriques peuvent être utilisées, soit pour le sondage ionosphérique, soit en transmission radio-amateurs.

2.2.1. En sondage ionosphérique.

L'antenne doit posséder les propriétés suivantes :

- Large bande.
- Doit supporter la puissance à l'émission.
- Son facteur de bruit à la réception doit être faible.
- Doit être directive.

2.2.2. En transmission radio-amateurs.

L'antenne doit posséder les mêmes propriétés qu'elle doit avoir dans le sondage ionosphérique. Seulement, dans ce cas, en plus de sa directivité, l'antenne doit être orientable. Et cela car les radio-amateurs sont intéressés par des régions situées aux quatre points cardinaux.

2.3. Discussion sur le choix d'une antenne susceptible d'être utilisée en sondage ionosphérique.

Avant toute chose, il faut dire que nous nous trouvons face à un grand problème d'encombrement des antennes décimétriques. De ce fait, notre choix sera essentiellement basé

sur les dimensions de l'antenne.

Par ses dimensions réduites par rapport aux autres antennes présentées, l'antenne Maria-Maluca s'impose.

CHAPITRE III

CALCUL DE L'ANTENNE MARIA-MALUCA.

3.1. Principe du calcul.

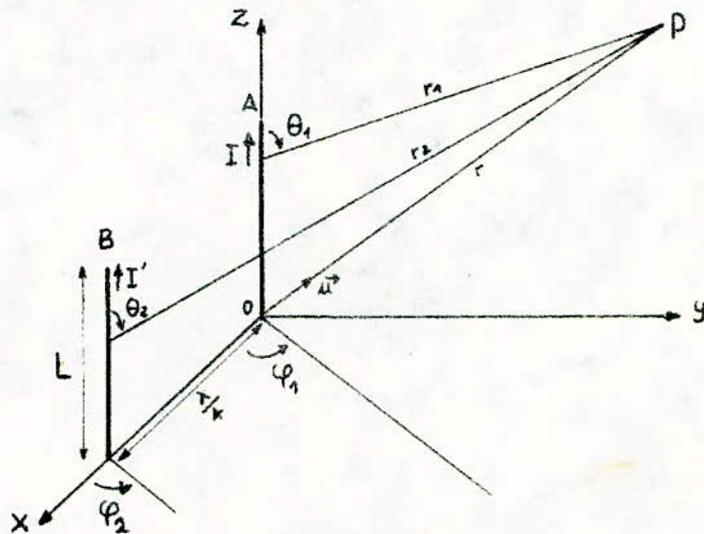


Fig. 11.

Il s'agit de calculer le champ rayonné par les deux antennes A et B, au point P supposé très éloigné de celles-ci. Pour cela nous supposons que les deux antennes sont de même longueur L , que la distance entre elles vaut $\frac{\lambda}{4}$, et que le courant dans le brin directeur B est connu.

3.1.1. Calcul du champ.

Le courant dans l'antenne A est :

$$I(z) = I_0 \sin K(L-z) \quad (3-1)$$

Avec $K = \frac{2\pi}{\lambda}$

Nous supposons que le courant dans l'antenne B vaut :

$$I'(z) = -I(z) e^{jK\frac{\lambda}{4}} = -I(z) e^{j\frac{\pi}{2}} \quad (3-2)$$

Le signe est donné par la loi de Lenz, qui dit que :
La force électromotrice de self induction, par le courant qu'elle crée, s'oppose à la variation de flux, c'est à dire d'intensité, qui lui a

donné naissance.

Tandis que l'exponentielle exprime le déphasage entre l'onde rayonnée par l'antenne A, et celle rayonnée par l'antenne B. Ce déphasage est dû au fait que les deux antennes ne sont pas alimentées simultanément. En effet, l'onde doit parcourir une distance $d = \frac{\lambda}{4}$ avant d'aller exciter l'antenne B.

Rappelons qu'à grande distance, le champ rayonné par un élément d'antenne est de la forme suivante :

$$dE_{\theta} = j \frac{60\pi}{\lambda r} I_0 dl \sin\theta e^{j(\omega t - kr)} \quad (3-3)$$

Dans notre calcul, nous utiliserons les approximations de Schelkunoff. D'après la figure (11), la différence de marche des rayons est :

$$r_2 = r - \frac{\lambda}{4} \cos\varphi \sin\theta. \quad (3-4)$$

En portant cette valeur dans le terme de phase de l'expression du champ (3-3), puis en intégrant dE_{θ} entre zéro et $\frac{\lambda}{2}$, nous obtenons le champ rayonné par l'antenne B à grande distance. Sachant que la fonction caractéristique est définie par :

$$F(\theta, \varphi) = \left| \frac{E_{\theta}}{E_{\max}} \right| \quad (3-5)$$

Nous obtenons pour l'antenne B, la fonction caractéristique suivante :

$$F_1(\theta, \varphi) = \left| 2 \sin\theta \cdot \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) (1 + \cos\varphi \cdot \sin\theta) \right| \quad (3-6)$$

Rappelons que la fonction caractéristique d'un dipôle demi-onde est :

$$F_2(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right)}{\sin\theta} \quad (3-7)$$

Le produit de la fonction $F_1(\theta, \varphi)$ par la fonction $F_2(\theta)$, nous donne la fonction caractéristique globale suivante :

$$F(\theta, \varphi) = \left| 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} \cos\theta\right) \cdot \sin\left[\frac{\pi}{4}\right] (1 + \cos\varphi \cdot \sin\theta) \right| \quad (3-8)$$

3.1.2. Diagramme de rayonnement.

L'étude classique de la fonction caractéristique (3-8), donne les diagrammes de

rayonnement représentés respectivement par les figures (12) et (13).

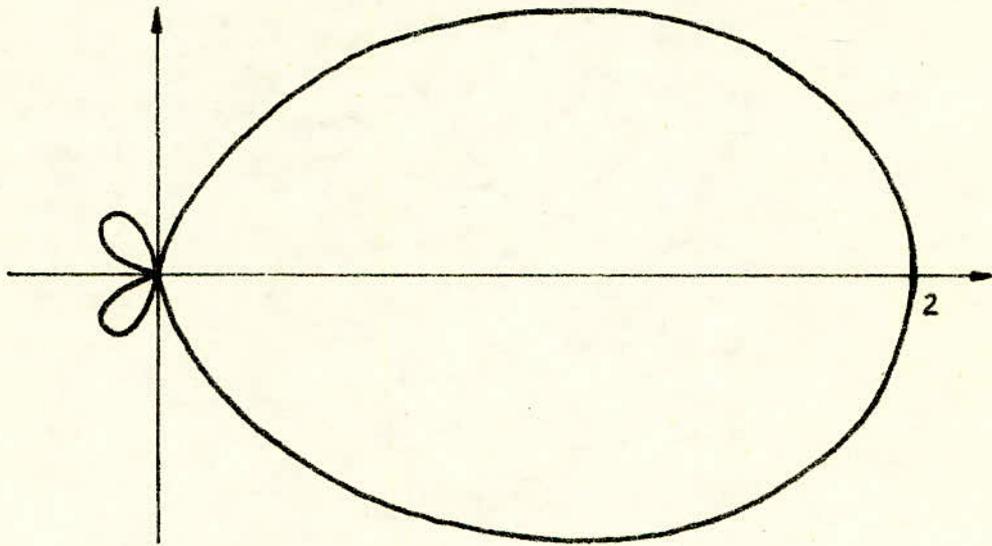


Fig. 12.

Diagramme de rayonnement dans le plan (xoz).

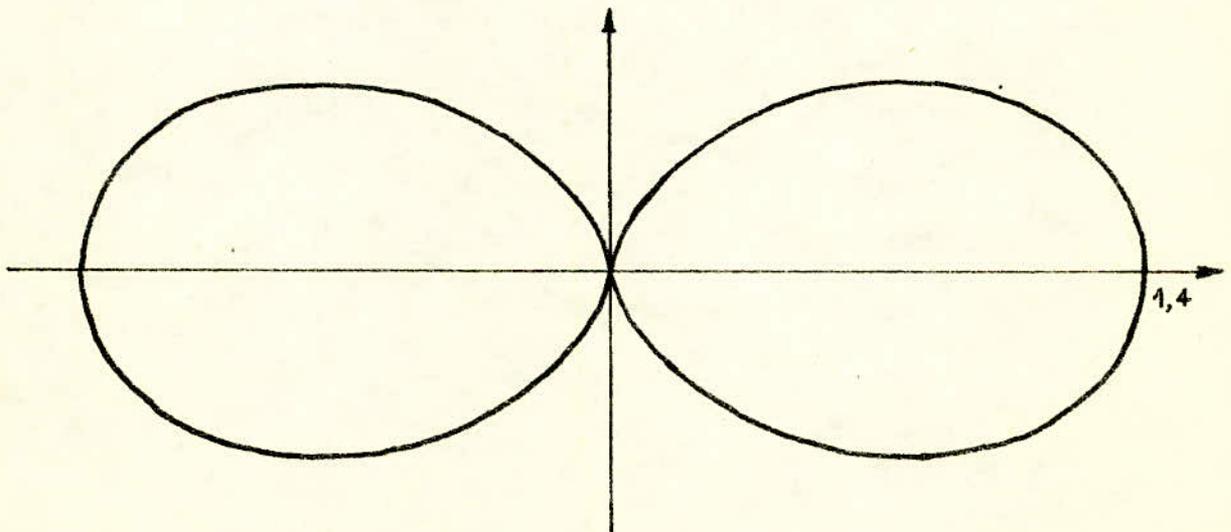


Fig. 13.

Diagramme de rayonnement dans le plan (yoz).

3.2. Commentaire.

Cette approche du calcul n'a été faite que dans le but de voir que l'antenne Maria-Maluca était bien directive. Nous sommes intéressés par le rayonnement dans le plan (xoz) , alors comme le montre la figure (12), cette antenne est assez directive.

3.3. Modélisation.

L'approche déjà faite nous a permis de voir qu'une antenne comportant un dipôle et un directeur (comme c'est le cas de l'antenne Maria-Maluca), est bien directive. Pour ce type d'antenne, la propagation des ondes Hertzienne est maximale dans une direction perpendiculaire au directeur.

Examinons maintenant s'il est possible de faire une étude plus précise de l'antenne Maria-Maluca. Nous pouvons d'ores et déjà prévoir que les calculs seront longs et fastidieux, même si on simplifie la géométrie de cette antenne en la ramenant à un ensemble de deux brins rayonnants. En effet, il faut tout d'abord déterminer l'importance du courant induit dans le directeur, par le champ électrique issu du dipôle source. Ensuite, on doit calculer à grande distance, le champ électromagnétique total qui est rayonné par le dipôle rayonnant, et le directeur.

3.3.1. Evaluation du courant induit dans le brin directeur.

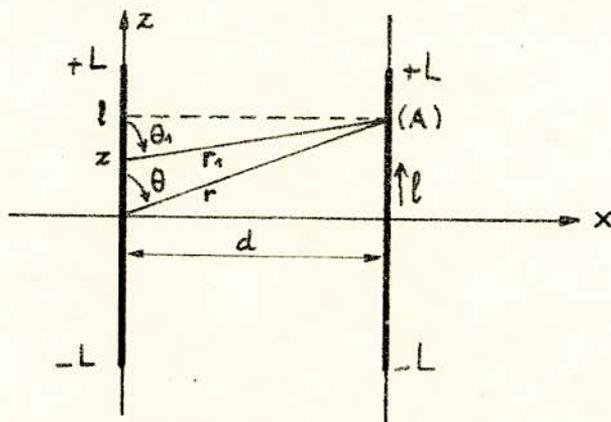


Fig. 14.

Comme le montre la figure (14), nous supposons que les deux antennes sont de même longueur, et que la distance entre elles vaut $d = \frac{\lambda}{4}$. Pour calculer le courant induit dans le directeur, nous devons calculer à son voisinage, le champ rayonné par le dipôle rayonnant.

Ces deux antennes étant placées à moyenne distance l'une de l'autre, nous ne pouvons plus négliger les termes en $\frac{1}{r^2}$ et $\frac{1}{r^3}$, comme dans le cas du calcul du champ à grande distance. L'expression générale du champ rayonné par un élément d'antenne sera donc pour $r \sim \lambda$:

$$dE_{\theta} = \frac{1}{4\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I(\ell) d\ell e^{j(\omega t - Kr_1)} \left[j \frac{K}{r_1} + \frac{1}{r_1^2} - j \frac{1}{Kr_1^3} \right] \sin \theta_1 \quad (3-9)$$

Le champ total émis par le brin rayonnant en un point (A) du directeur, sera obtenu en intégrant (3-9) entre $-L$ et $+L$. Pour faciliter ce calcul, nous utiliserons deux sortes d'approximations: l'une portant sur la phase, et l'autre sur l'amplitude.

a) Approximation faite sur l'amplitude.

D'après la figure (14), nous avons :

$$\sin \theta_1 = \frac{r}{r_1} \sin \theta \quad (3-10)$$

$$\text{et} \quad \frac{r}{r_1} = \frac{\sqrt{d^2 + \ell^2}}{\sqrt{d^2 + (\ell - z)^2}} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{z^2 - 2z\ell}{d^2 + \ell^2}}} \quad (3-11)$$

L'étude de la fonction (3-11) pour $d = L = \frac{\lambda}{4}$ donne les courbes suivantes :

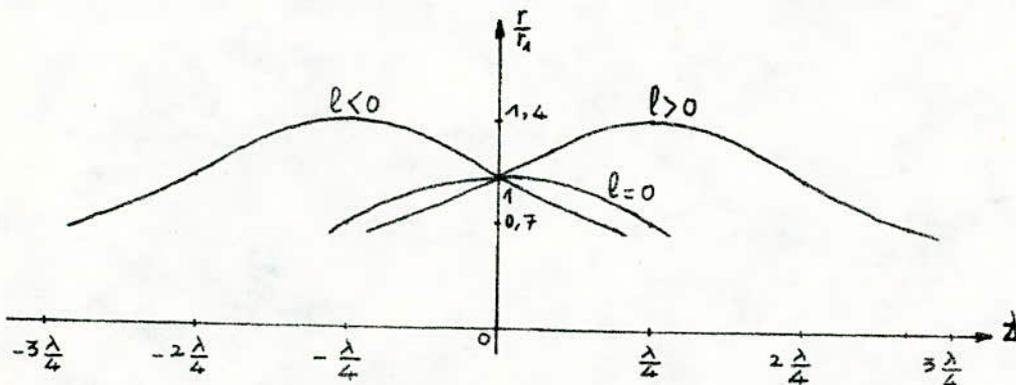


Fig. 15.

Cette figure nous permet de dire que :

$$\frac{r}{r_1} \approx 1 \quad \text{pour} \quad -\frac{\lambda}{4} \leq \ell \leq +\frac{\lambda}{4}$$

b) Approximation faite sur la phase.

D'après la figure (14) nous avons :

$$r_1 = \sqrt{d^2 + (l-z)^2} = d \sqrt{1 + \left(\frac{l-z}{d}\right)^2}$$

Avec $0 \leq |l-z| \leq \frac{\lambda}{2}$

Posons $x = \left(\frac{l-z}{d}\right)^2$

Une bonne approximation de r_1 est obtenue en arrêtant le développement en série de $\sqrt{1+x}$ au deuxième ordre près, soit :

$$r_1 \simeq d + \frac{1}{2d} (l-z)^2 = 3 \frac{\lambda}{4} \quad \text{pour } d = \frac{\lambda}{4}, \text{ et } (l-z) = \frac{\lambda}{2}$$

Le calcul exact de r_1 pour ces mêmes valeurs de d et $(l-z)$, donne des résultats peu différents de $3 \frac{\lambda}{4}$. En effet :

$$r_1 = \sqrt{d^2 + (l-z)^2} \Rightarrow r_1 = 2,25 \frac{\lambda}{4}$$

3.3.2. Calcul du champ rayonné par l'antenne au voisinage du brin directeur.

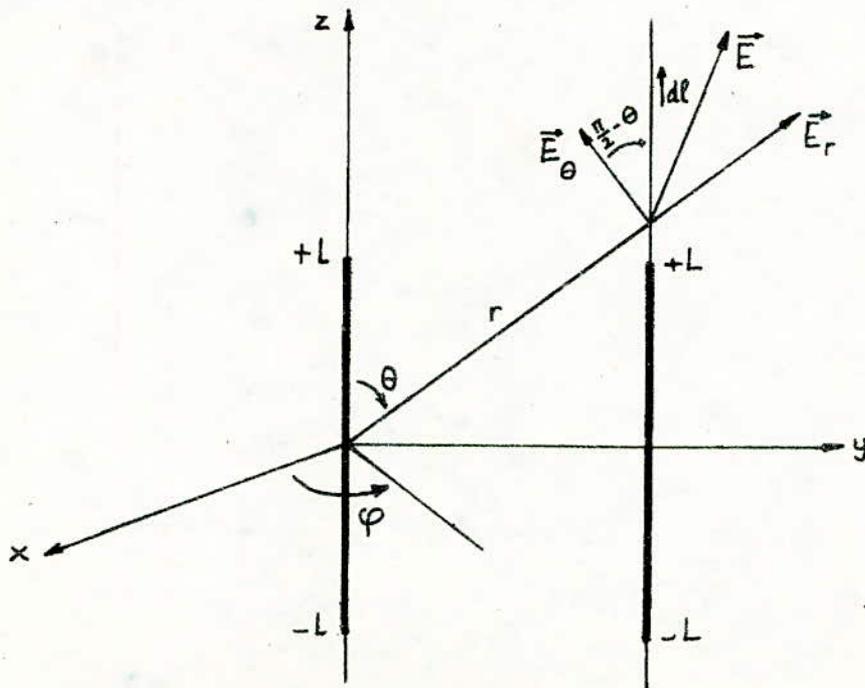


Fig. 16.

Comme c'est un calcul de champ à moyenne distance, on ne peut plus négliger dE_r devant dE_θ . Le champ électrique sera donc :

$$d\vec{E} = dE_{\theta} \vec{i}_{\theta} + dE_r \vec{i}_r \quad (3-12)$$

dE_{θ} est donné par l'expression (3-9), et dE_r s'écrit :

$$dE_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} I(\ell) dl e^{j(\omega t - Kr)} \left[\frac{1}{r^2} - \frac{j}{Kr^3} \right] \cos \theta \quad (3-13)$$

Avec $I(\ell) = I_M \sin K(L - \ell)$ (3-14)

Si on considère les deux approximations précédentes, le calcul de E_{θ} et E_r se ramène au calcul d'une intégrale de Fresnel. [5]

(on se retrouve devant un problème analogue à celui qu'on retrouve dans les phénomènes d'interférences.) [6]

L'intégration de dE_r et dE_{θ} de $-\frac{\lambda}{4}$ à $+\frac{\lambda}{4}$, (voir annexe) donne :

$$\vec{E}_{\theta} = 30 I_M e^{j\omega t} I_{\theta} \sin \theta \left[j \frac{K}{r} + \frac{1}{r^2} - j \frac{1}{Kr^3} \right] \vec{i}_{\theta} \quad (3-15)$$

$$\vec{E}_r = 60 I_M e^{j\omega t} I_r \cos \theta \left[\frac{1}{r^2} - \frac{j}{Kr^3} \right] \vec{i}_r \quad (3-16)$$

Avec $I_r = I_{\theta} = \frac{4\pi}{3\lambda} e^{jK(L - \ell - \frac{d}{2})} \left[\frac{3}{2} \ell^2 - \frac{3}{8} \lambda \ell + \frac{\lambda^2}{8} \right]$ (3-17)

Le champ total sera :

$$E = E_{\theta} \sin \theta + E_r \cos \theta \quad (3-18)$$

3.3.3. Expression du courant induit.

Le schéma équivalent d'une ligne, ou d'un brin rayonnant, est une cascade de selfs et de capacités élémentaires.

Dans le cas du brin directeur, il faut tenir compte du fait qu'une f.e.m est induite au niveau de chaque self élémentaire. Le brin directeur sera donc représenté par le schéma électrique suivant :

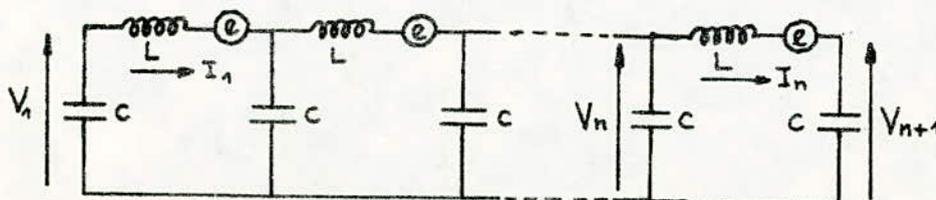


Fig.17.

En écrivant les lois de Kirchoff dans ce circuit, on obtient les équations

suivantes :

$$-\frac{\partial v}{\partial l} = Ri + L \frac{\partial i}{\partial t} + de \quad (3-19)$$

$$-\frac{\partial i}{\partial l} = Gv + c \frac{\partial v}{\partial t} \quad (3-20)$$

Celles-ci sont les équations des télégraphistes dans lesquelles intervient la f.e.m induite e .

Si on suppose que I et V sont des solutions stationnaires du temps, et que $R=G=0$ (cas sans pertes), les équations (3-18) et (3-19) seront de la forme suivante :

$$-\frac{dV}{dl} = jL\omega I(l) + de(l) \quad (3-19) \text{ bis}$$

$$-\frac{dI}{dl} = jL\omega V(l) \quad (3-20) \text{ bis}$$

La résolution de ces deux équations donne :

$$\frac{d^2 I}{dl^2} + K^2 I = jc\omega de(l) \quad (3-21)$$

Avec $K^2 = Lc\omega^2$.

La f.e.m induite étant :

$$de(l,t) = E_\theta \vec{i}_\theta dl + E_r \vec{i}_r dl \quad (3-22)$$

Elle sera donnée par l'expression suivante :

$$de = MF(l) e^{-jkl} \quad (3-23)$$

$$\text{Avec : } F(l) = \left[\left(j\frac{K}{r} + \frac{1}{r^2} - \frac{j}{Kr^3} \right) \sin^2 \theta + 2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{j}{Kr^3} \right) \cos^2 \theta \right] \left(\frac{3}{2} l^2 - \frac{3}{8} \lambda l + \frac{\lambda^2}{8} \right) \quad (3-24)$$

$$\text{et } M = \frac{40\pi}{\lambda} I_M e^{jK(L - \frac{d}{2})} \quad (3-25)$$

$$\text{posons : } I(l) = G(l) e^{-jkl} \quad (3-26)$$

En dérivant $I(l)$ deux fois, et en portant le résultat dans (3-21) on obtient :

$$\frac{dG}{dl} - 2jKG(l) = jc\omega M \{ (F_1 + jF_2) + A \}. \quad (3-28)$$

$$\text{Posons: } G(l) = H(l) e^{jzkl} \quad (3-29)$$

En dérivant (3-29), et en portant la valeur de la dérivée dans (3-28), puis en intégrant, nous obtenons:

$$H(l) = c\omega M \left\{ \left[3096 \frac{l^{10}}{\lambda^8} + j 9887 \frac{l^{11}}{\lambda^9} + \mathcal{F}(l) \right] e^{-2jkl} - \frac{\lambda}{4\pi} A e^{-2jkl} + jB \right\}. \quad (3-30)$$

Les termes de F_1, F_2 , et leurs intégrales sont des expressions assez compliquées dans lesquelles interviennent des facteurs: $\frac{1}{r^n}, \frac{l}{r^n}, \text{Log } r, \text{arctgr}$. (Les principales étapes de ce calcul sont exposées à l'annexe (2)).

Etant donné que $l \leq d$, nous avons fait un développement limité de ces termes arrêté au troisième ordre, puis nous avons encore négligé certains termes devant d'autres. Cette approximation a donné le résultat (3-30), dans lequel la fonction $\mathcal{F}(l)$ reflète la somme des approximations faites.

$$\text{Avec } \mathcal{F}(l) = j 0,00236 \lambda^2.$$

D'après les expressions (3-26) et (3-29) on obtient:

$$I(l) = C\omega M \left\{ \left[3096 \frac{l^{10}}{\lambda^8} + j 9887 \frac{l^{11}}{\lambda^9} + \mathcal{F}(l) \right] e^{-jkl} - \frac{\lambda}{4\pi} A e^{-jkl} + jB e^{jkl} \right\}. \quad (3-31)$$

Pour déterminer les constantes A et B, nous utiliserons les conditions aux limites suivantes:

$$I\left(\frac{\lambda}{4}\right) = I\left(-\frac{\lambda}{4}\right) = 0.$$

$$V\left(\frac{\lambda}{4}\right) = V_M.$$

$$V\left(-\frac{\lambda}{4}\right) = -V_M.$$

Du fait que la distribution du courant et de la tension dans l'antenne sont comme suit:

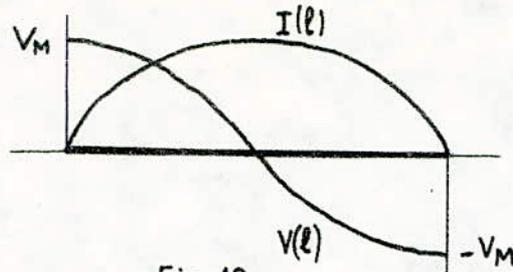


Fig. 18.

Avec
$$V(l) = -\frac{1}{j\omega C} \frac{\partial I}{\partial l} \quad (3-32)$$

on obtient :
$$A = 0,037\lambda + \left[\frac{V_M}{M} - 0,118\lambda - j0,103\lambda \right] \quad (3-33)$$

$$B = j \frac{\lambda}{4\pi} \left[\frac{V_M}{M} - 0,118\lambda - j0,103\lambda \right] \quad (3-34)$$

En portant ces valeurs dans (3-31), et en ne gardant que les termes prépondérants (voir annexe 2), nous obtenons :

$$I(l) \approx -\omega M \frac{\lambda}{2\pi} \left(\frac{V_M}{M} - 0,118\lambda - j0,206\lambda \right) \cos kl. \quad (3-35)$$

Pour $C \approx 10^{-11} F$

et
$$M = \frac{40\pi}{\lambda} I_M e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Nous arrivons à l'expression finale du courant qui est :

$$I(l) \approx 0,1 I_M \cos kl e^{-j\frac{\pi}{4}}. \quad (3-36)$$

5.4. Diagramme de rayonnement.

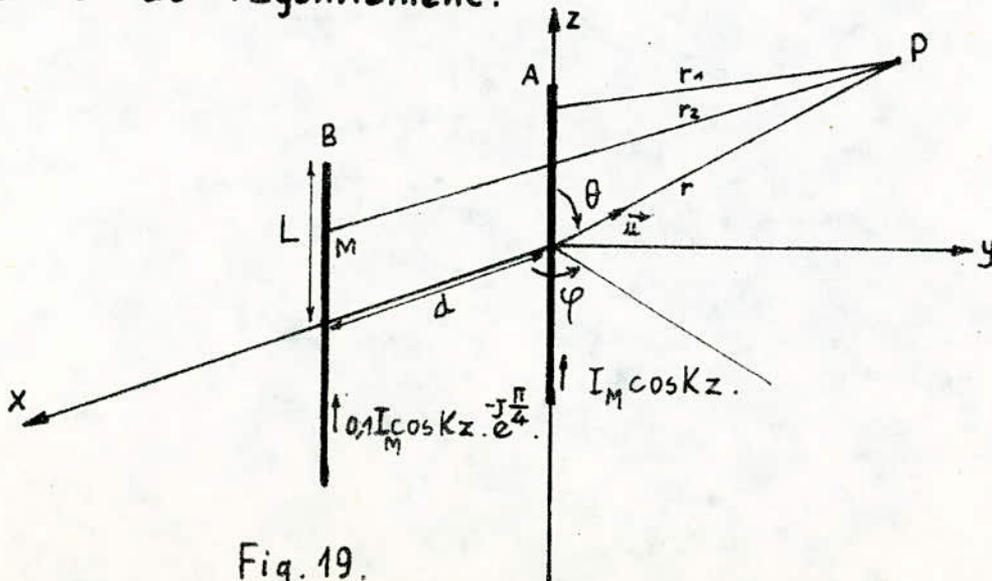


Fig. 19.

Pour le calcul du champ, nous changerons de notation en écrivant z à la place de l .

3.4.1. Calcul du champ.

Le courant dans l'antenne A est :

$$I(z) = I_M \sin K(L-z) = I_M \cos Kz \quad \text{pour } L = \frac{\lambda}{4}.$$

Le courant dans l'antenne B vaut :

$$I(z) = 0,1 I_M \cos Kz e^{j\frac{\pi}{4}}.$$

D'après la figure (19), Les différences de marche des rayons sont :

$$r_1 = r - z \cos \theta.$$

$$r_2 = r - z \cos \theta - d \cos \varphi \sin \theta.$$

En portant ces valeurs dans l'expression du champ (3-2), puis en intégrant le champ total entre zéro et $\frac{\lambda}{4}$, et entre zéro et $-\frac{\lambda}{4}$, puis en faisant la somme, nous obtenons le champ rayonné par l'antenne à grande distance.

La fonction caractéristique étant donnée par (3-3) nous obtenons :

$$F(\theta, \varphi) = \left| 2 \frac{\cos \frac{\pi}{2} (\cos \theta)}{\sin \theta} \left[1 + 0,1 \cos \frac{\pi}{4} (2 \cos \varphi \sin \theta - 1) \right] \right| \quad (3-37)$$

4.2. Tracé du diagramme de rayonnement.

L'étude classique de la fonction caractéristique (3-37) dans les plans (xoz) et (yoz), donne les diagrammes de rayonnement représentés respectivement par les figures (20) et (21).

3.5. Commentaire.

Comme l'a montré la première approche du calcul, nous voyons d'après la figure (20) que l'antenne calculée est directive.

En effet, le maximum de rayonnement se fait dans le plan de l'antenne (xoz).

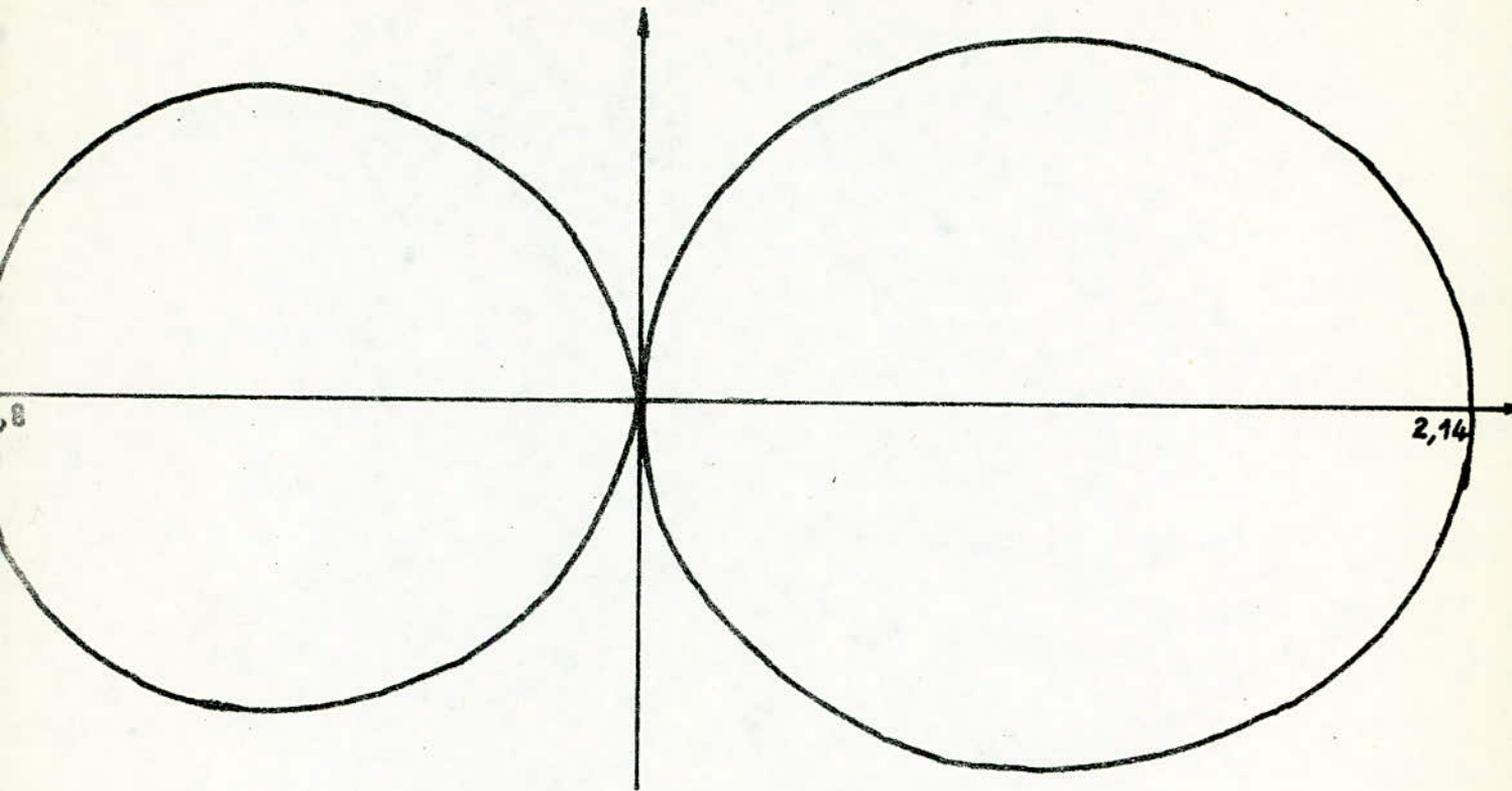


Fig. 20.
Diagramme de rayonnement dans le plan (xoz).

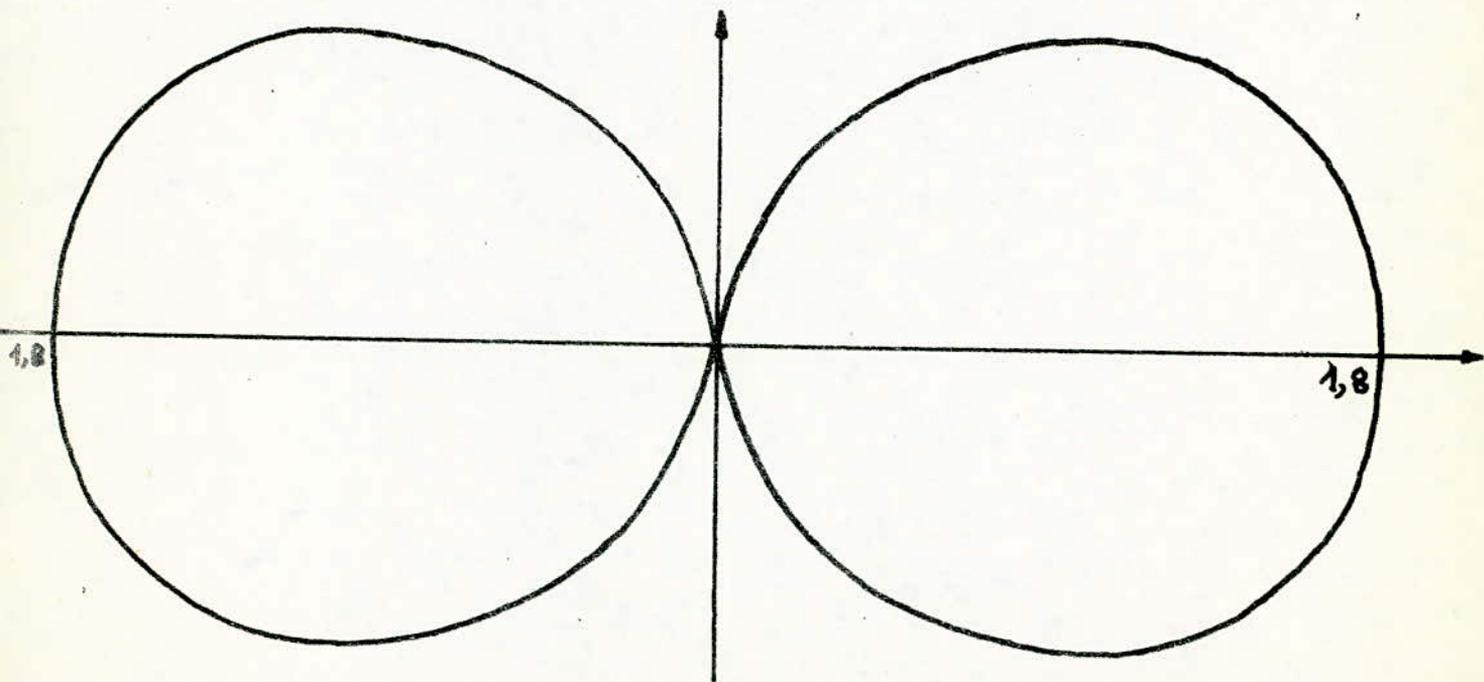


Fig. 21.
Diagramme de rayonnement dans le plan (yoz).

3.6. Impédance d'entrée de l'antenne.

L'impédance d'entrée d'une antenne isolée est par définition le rapport de la tension à ses bornes, au courant d'alimentation.

$$Z_o = \frac{V_o}{i_o} = R_o + jX_o. \quad (3-38)$$

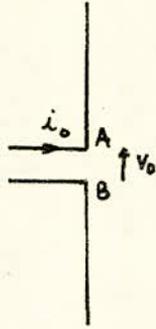


Fig. 22.

Dans notre cas, pour calculer l'impédance d'entrée de l'antenne, il faut évaluer les impédances propres Z_{11} et Z_{22} , de chacun des deux éléments, et l'impédance mutuelle Z_m . Cette dernière qui caractérise l'action produite par l'une des antennes sur l'autre, est de la forme suivante :

$$Z_m = R_m + jX_m. \quad (3-39)$$

En particulier pour déterminer Z_{11} et Z_{22} , il faut faire appel aux équations de Maxwell appliquées au conducteur cylindrique. Ceci entraîne une expression assez complexe dans laquelle interviennent les fonctions de BESSEL.

Nous n'avons pas développé ce type de calcul, étant donné le peu de temps dont nous disposons pour terminer l'ensemble du travail. Mais le lecteur intéressé par ce calcul, pourra consulter utilement les ouvrages spécialisés [2] et [3].

CHAPITRE IV

REALISATION.

4.1. L'antenne.

Elle a été réalisée avec des tubes de cuivre dont les dimensions sont les suivantes :

Premier tube : \varnothing 16 mm, Longueur: 1,05 m et 1,25 m.

Deuxième tube : \varnothing 14 mm, Longueur: 1,30 m et 1,05 m.

Troisième tube : \varnothing 12 mm, Longueur: 1,30 m et 1,05 m.

Comme le montre la figure (21), cette antenne est constituée de deux éléments : Un dipôle, et un directeur, éloignés l'un de l'autre d'une distance $d = 1,72$ m.

L'écartement des deux brins constituant le dipôle est de 15cm. Les parties formant les deux éléments ont été emboîtées l'une dans l'autre (5cm), puis soudées à l'étain.

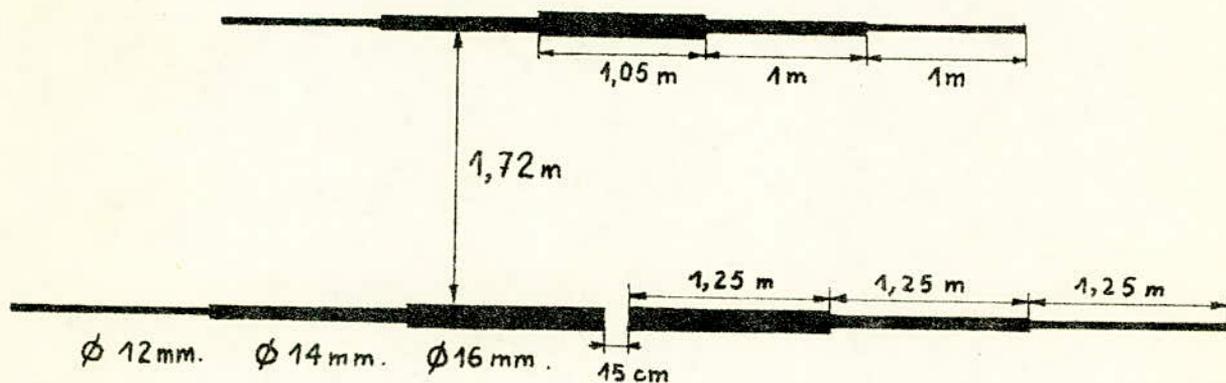


Fig. 23.

La longueur totale de l'antenne sera donc de 7,65 m pour le doublet, et de 5,05 m pour le directeur.

Pour maintenir ces deux éléments d'antenne horizontaux, ils ont été fixés par leurs bouts au mât, à l'aide de fils en nylon. (Voir fig. 27.)

4.2. Les supports isolants.

Ils sont constitués de bois dur (chêne), pour une bonne fixation de l'antenne, et un bon isolement des brins l'un par rapport à

l'autre.

Comme le montrent les figures (24) et (25), ces deux morceaux ont des dimensions différentes, du fait que les deux brins qu'elles supportent sont de longueurs différentes.

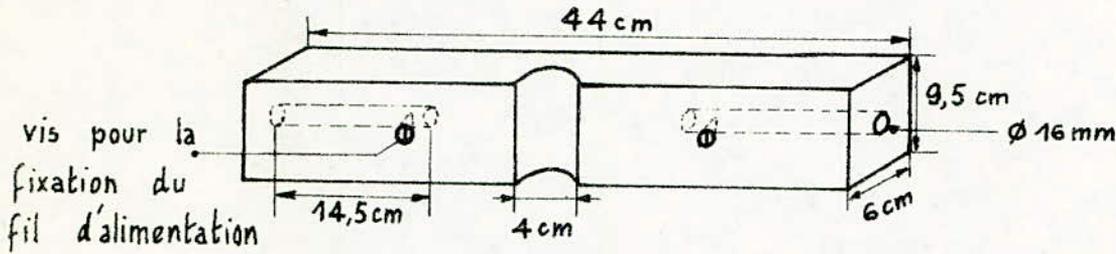


Fig. 24.

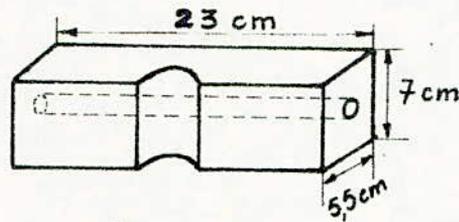


Fig. 25.

4.3. Les brides.

Elles ont été façonnées à partir d'une épaisse plaque métallique et percées aux endroits des boulons de fixation de façon à ne pas toucher l'antenne (cas du directeur). Et cela pour garder un bon isolement des brins rayonnants.

La fixation au mât se fait à l'aide de quatre boulons de diamètres: 12mm pour le doublet, et 6mm pour le directeur.

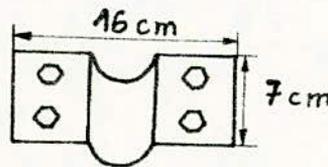


Fig. 26.

4.4. Le mât.

C'est sur le mât que se fixe l'antenne, à l'aide des brides décrites ci-dessus.

C'est un mât en duralumin, long de 6,5 m, et de diamètre: 4cm.

4.5. Câble d'alimentation.

Il a été réalisé à l'aide de deux fils de cuivre, écartés l'un de l'autre d'une distance $d=4$ cm. Cette distance est maintenue constante à l'aide de petits morceaux de bois, régulièrement répartis le long de la ligne. (Voir fig. 27.)

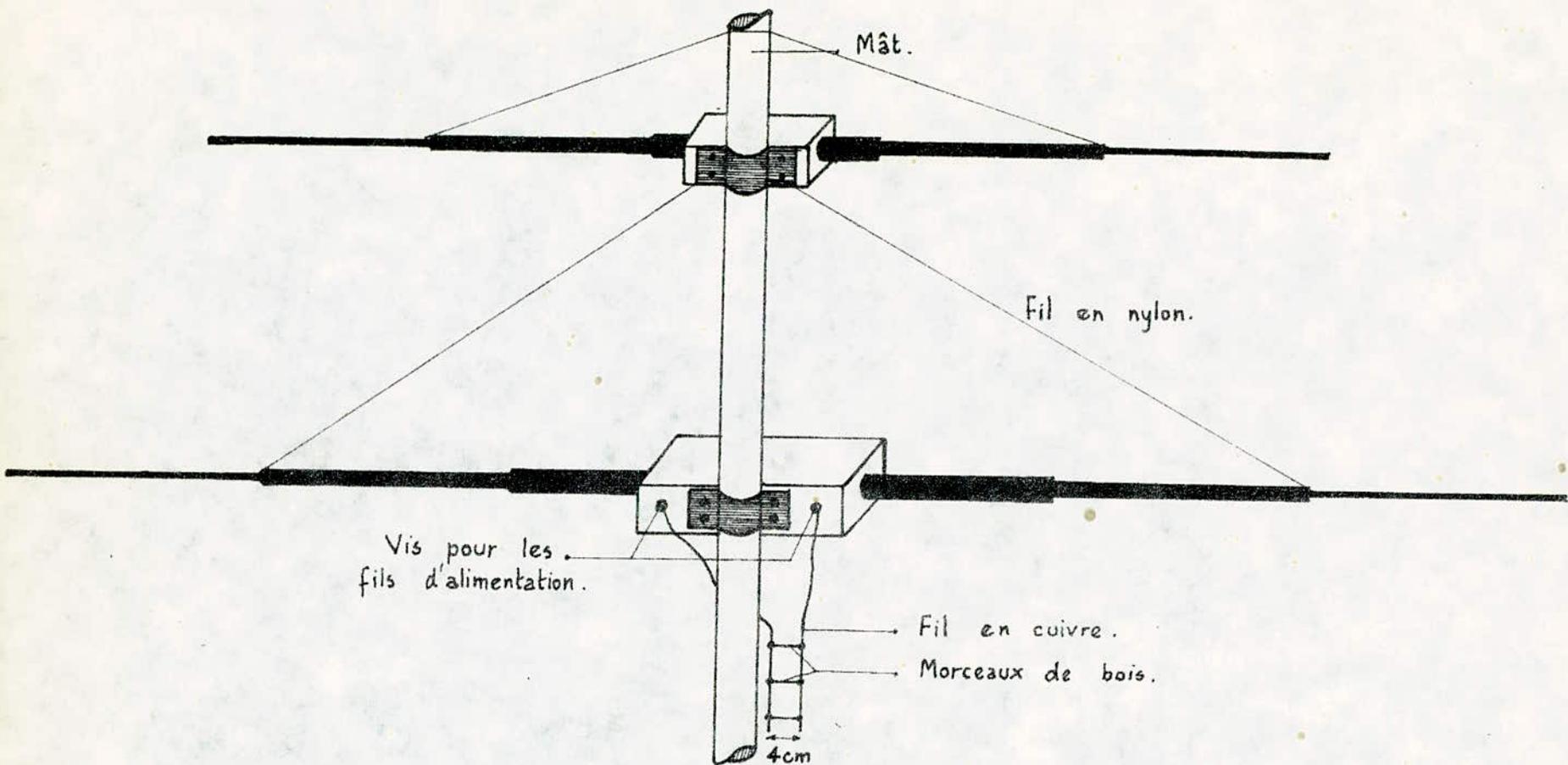


Fig. 27.

Schéma de l'antenne.

CONCLUSION

Comme nous venons de le voir, le calcul d'une telle antenne est fastidieux et long. En outre, sa mise au point est délicate. En tout état de cause, l'étude complète de cette antenne nécessite un laps de temps beaucoup plus long que celui d'un semestre.

Pour continuer ce travail, il faudra :

- Tracer expérimentalement son diagramme de rayonnement.
- Evaluer le gain de l'antenne, et sa hauteur effective.
- Faire des mesures quantitatives de l'impédance d'entrée de l'antenne.
- Comparer les résultats expérimentaux à ceux obtenus théoriquement.

Notamment, un travail intéressant est d'étudier la variation de l'impédance d'entrée de l'antenne en fonction de l'écartement des deux brins du dipôle.

Une autre question importante est de voir dans quelle mesure la théorie que nous avons développée pourrait être raffinée. En particulier, est-ce que les différentes étapes qui constituent ce calcul, peuvent être simplifiées par des méthodes d'analyse numérique, et de traitement de l'information ?

ANNEXE I

Calcul des champs \vec{E}_θ et \vec{E}_r en utilisant l'intégrale de Fresnel.

L'intégrale de Fresnel est donnée par l'expression suivante:

$$F(x) = \int_0^x e^{j\frac{\pi}{2}t^2} dt = C(x) + jS(x).$$

Avec les approximations :

a) $F(x) = x + j\frac{\pi}{6}x^3 + o(x^5)$ pour x petit.

b) $F(x) = \frac{1+j}{2} - j\frac{e^{j\frac{\pi}{2}x^2}}{\pi x} + o\left(\frac{1}{x^3}\right)$ pour x grand.

Nous avons à intégrer les expressions (3-9) et (3-13) entre $-\frac{\lambda}{4}$ et $+\frac{\lambda}{4}$ pour obtenir E_θ et E_r . En remplaçant dans ces deux expressions $I(\ell)$ par (3-14), puis en décomposant l'intégrale pour avoir une intégration entre zéro et $\frac{\lambda}{4}$, nous aurons à calculer l'intégrale suivante :

$$I_\theta = I_r = 2 \cdot \int_0^{\lambda/4} \text{sinc}K(L-z) e^{-jk\left[d + \frac{1}{2d}(L-z)^2\right]} dz$$

Posons $X = \ell - z \Rightarrow dz = -dX$ et $z = \ell - X$
 Et pour $z=0 \rightarrow X = \ell$
 $z = \frac{\lambda}{4} \rightarrow X = \ell - \frac{\lambda}{4}$

Compte tenu de ce changement de variable, puis en écrivant le sinus sous forme d'exponentielle, et en inversant les bornes d'intégration, nous aurons :

$$I_\theta = (I_1 + I_2)$$

Avec :

$$I_1 = \frac{1}{j} \int_{\ell - \frac{\lambda}{4}}^{\ell} e^{jk\left[L - \ell - d + X - \frac{1}{2d}X^2\right]} dX$$

et
$$I_2 = -\frac{1}{j} \int_{l-\frac{\lambda}{4}}^l e^{-jk[L-l+d+x+\frac{1}{2d}x^2]} dx.$$

Sachant que :

$$L-l-d+x-\frac{1}{2d}x^2 = L-l-\frac{d}{2}-\frac{1}{2d}(d-x)^2.$$

Et
$$L-l+d+x+\frac{1}{2d}x^2 = L-l+\frac{d}{2}+\frac{1}{2d}(x+d)^2.$$

Puis en posant $u = d-x$ pour I_1 .
 d'où $dx = -du$ et $x=l \rightarrow u=d-l$.
 $x=l-\frac{\lambda}{4} \rightarrow u=d-l+\frac{\lambda}{4}$.

Et en posant $u = d+x$ pour I_2 .
 d'où $dx = du$ et $x=l \rightarrow u=d+l$.
 $x=l-\frac{\lambda}{4} \rightarrow u=d+l-\frac{\lambda}{4}$.

Nous obtenons pour $d=\frac{\lambda}{4}$:

$$I_1 = j e^{jk(L-l-\frac{d}{2})} \int_{\frac{\lambda}{2}-l}^{\frac{\lambda}{4}-l} e^{j\beta u^2} du.$$

$$I_2 = j e^{-jk(L-l-\frac{d}{2})} \int_l^{\frac{\lambda}{4}+l} e^{-j\beta u^2} du. \quad \text{avec } \beta = \frac{k}{2d}.$$

Pour se ramener à la forme d'une intégrale de Fresnel on pose :

$$t = \frac{2\sqrt{2}}{\lambda} u \rightarrow du = \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} dt$$

d'où $u = \frac{\lambda}{2} - l \rightarrow t = \frac{2\sqrt{2}}{\lambda} (\frac{\lambda}{2} - l).$

$$u = \frac{\lambda}{4} - l \rightarrow t = \frac{2\sqrt{2}}{\lambda} (\frac{\lambda}{4} - l).$$

$$u = l \rightarrow t = \frac{2\sqrt{2}}{\lambda} l.$$

$$u = l + \frac{\lambda}{4} \rightarrow t = \frac{2\sqrt{2}}{\lambda} (l + \frac{\lambda}{4}).$$

En tenant compte de ce changement de variable, puis en

décomposant les deux intégrales I_1 et I_2 , de façon à intégrer de zéro à x , nous aurons :

$$I_1 = -j e^{jk(L-\ell-\frac{d}{2})} \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} \left\{ - \int_0^{(\frac{\lambda}{4}-\ell)\frac{2\sqrt{2}}{\lambda}} e^{j\frac{\pi}{2}t^2} dt + \int_0^{(\frac{\lambda}{2}-\ell)\frac{2\sqrt{2}}{\lambda}} e^{j\frac{\pi}{2}t^2} dt \right\}.$$

Nous nous trouvons dans le cas où $x = \frac{2\sqrt{2}}{\lambda}(\frac{\lambda}{4}-\ell)$, et $x = \frac{2\sqrt{2}}{\lambda}(\frac{\lambda}{2}-\ell)$,

sont petits. C'est donc l'approximation (a) qui s'applique.

En posant $I_1 = F_1 + F_2$ nous aurons :

$$F_1 = j e^{jk(L-\ell-\frac{d}{2})} \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} \left\{ (\frac{\lambda}{4}-\ell)\frac{2\sqrt{2}}{\lambda} + j\frac{\pi}{6} \left[(\frac{\lambda}{4}-\ell)\frac{2\sqrt{2}}{\lambda} \right]^3 + o(x^5) \right\}.$$

$$F_2 = -j e^{jk(L-\ell-\frac{d}{2})} \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} \left\{ (\frac{\lambda}{2}-\ell)\frac{2\sqrt{2}}{\lambda} + j\frac{\pi}{6} \left[(\frac{\lambda}{2}-\ell)\frac{2\sqrt{2}}{\lambda} \right]^3 + o(x^5) \right\}.$$

d'où :

$$I_1 = j e^{jk(L-\ell-\frac{d}{2})} \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2} + j\frac{\pi}{6} \left[\frac{2\sqrt{2}}{\lambda} \right]^3 \left\{ (\frac{\lambda}{4}-\ell)^3 - (\frac{\lambda}{2}-\ell)^3 \right\} \right\}.$$

Les mêmes calculs donnent pour I_2 .

$$I_2 = j e^{jk(L-\ell-\frac{d}{2})} \frac{\lambda}{2\sqrt{2}} \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} - j\frac{\pi}{6} \left(\frac{2\sqrt{2}}{\lambda} \right)^3 \left[(\ell + \frac{\lambda}{4})^3 - \ell^3 \right] \right\}.$$

Avec $I_\theta = I_r = I_1 + I_2$, nous obtenons :

$$I_\theta = I_r = \frac{4\pi}{3\lambda} e^{jk(L-\ell-\frac{d}{2})} \left\{ \frac{3}{2} \ell^2 - \frac{3}{8} \lambda \ell + \frac{\lambda^2}{8} \right\}.$$

ANNEXE II

Calcul du courant induit.

Les expressions (3-15), (3-16), (3-17), et (3-18) donnent :

$$E = M \left[\left(\frac{jK}{r} + \frac{1}{r^2} - \frac{j}{Kr^3} \right) \sin^2 \theta + 2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{j}{Kr^3} \right) \cos^2 \theta \right] \left(\frac{3}{2} \ell^2 - \frac{3}{8} \lambda \ell + \frac{\lambda^2}{8} \right) e^{-jK\ell}$$

D'après la figure (14), nous avons :

$$r = \sqrt{\ell^2 + d^2}$$

$$\sin \theta = \frac{\ell}{\sqrt{\ell^2 + d^2}}$$

$$\cos \theta = \frac{d}{\sqrt{\ell^2 + d^2}}$$

En portant ces valeurs dans l'expression (3-24) donnant $F(\ell)$ on aura :

$$F(\ell) = \left[\left(\frac{jK}{r} + \frac{1}{r^2} - \frac{j}{Kr^3} \right) \frac{\ell^2}{r^2} + 2 \left(\frac{1}{r^2} - \frac{j}{Kr^3} \right) \frac{d^2}{r^2} \right] \left(\frac{3}{2} \ell^2 - \frac{3}{8} \lambda \ell + \frac{\lambda^2}{8} \right)$$

En développant $F(\ell)$ on obtient la forme suivante :

$$F(\ell) = \eta + j\beta$$

D'autre part on a :

$$-\frac{\partial V}{\partial \ell} = L \frac{\partial I}{\partial t} + de \quad (1)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial \ell} = c \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2)$$

Pour séparer les variables, nous choisirons les solutions suivantes :

$$v(\ell, t) = \bar{v}(\ell) e^{j\omega t}$$

$$I(\ell, t) = \bar{I}(\ell) e^{j\omega t}$$

Et cela, parce que la f.e.m induite est une fonction stationnaire du temps.

D'où :

$$\frac{\partial v(l,t)}{\partial t} = e^{j\omega t} \frac{dv(l)}{dl}$$

$$\frac{\partial I(l,t)}{\partial t} = I(l) \frac{\partial e^{j\omega t}}{\partial t} = j\omega I(l) e^{j\omega t}$$

L'équation (1) donne :

$$-e^{j\omega t} \frac{dv(l)}{dl} = j\omega L e^{j\omega t} I(l) + F(l) M e^{j\omega t} e^{-jk l} \quad (3)$$

L'équation (2) donne :

$$-\frac{dI}{dl} = j\omega C V$$

d'où :

$$\frac{dv}{dl} = -\frac{1}{j\omega C} \frac{d^2 I}{dl^2}$$

En portant cette valeur dans (3) on aura :

$$\frac{1}{j\omega C} \frac{d^2 I}{dl^2} - j\omega L I(l) = F(l) M e^{-jk l}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 I}{dl^2} + L\omega^2 I(l) = j\omega C F(l) M e^{-jk l} \quad (4)$$

On posera : $L\omega^2 = K^2$

et $I(l) = G(l) e^{-jk l}$

En dérivant deux fois cette dernière expression on obtient :

$$\frac{d^2 I}{dl^2} = \left\{ \frac{d^2 G}{dl^2} - 2jk \frac{dG}{dl} - K^2 G(l) \right\} e^{-jk l}$$

En portant ce résultat dans (4) nous obtenons :

$$\left(\frac{d^2 G}{dl^2} - 2jk \frac{dG}{dl} \right) e^{-jk l} = j\omega C F(l) M e^{-jk l}$$

Equation qu'on peut écrire sous la forme suivante :

$$\frac{d}{dl} \left\{ \frac{dG}{dl} - 2jKG \right\} = j\omega F(l) M.$$

Par intégration nous obtenons :

$$\frac{dG}{dl} - 2jKG = j\omega M \int F(l) dl.$$

L'intégration de $F(l)$ donne les résultats suivants :

$$I_1 = \frac{3}{2} \int dl = \frac{3}{2} l + a.$$

$$I_2 = -\frac{3\lambda}{8} \int \frac{l}{r^2} dl = -\frac{3}{8} \lambda \text{Log} \frac{r}{d} + b.$$

$$I_3 = \left(\frac{\lambda^2}{32} + \frac{3d^2}{2} \right) \int \frac{dl}{r^2} = \left(\frac{\lambda^2}{32} + \frac{3}{2} d^2 \right) \frac{1}{d} \text{arc} \text{tg} \frac{l}{d} + c.$$

$$I_4 = -\frac{3\lambda d^2}{8} \int \frac{l}{r^4} dl = -\frac{3\lambda d^2}{16} - \frac{1}{r^2} + d.$$

$$I_5 = \frac{\lambda^2 d^2}{32} \int \frac{dl}{r^4} = \frac{\lambda^2 d^2}{64d} \left\{ \frac{d}{r^2} + \text{arctg} \frac{l}{d} \right\} + e.$$

$$I_6 = \frac{3\lambda}{8K} \int \frac{l}{r^3} dl = -\frac{3\lambda}{8K} \frac{1}{r} + f.$$

$$I_7 = -\frac{3}{2K} \int \frac{dl}{r} = -\frac{3}{2K} \text{Log} \left(\frac{r+l}{d} \right) + g.$$

$$I_8 = -\left(\frac{\lambda^2}{32K} + \frac{3d^2}{2K} \right) \int \frac{dl}{r^3} = -\left(\frac{\lambda^2}{32Kd^2} + \frac{3}{2K} \right) \frac{l}{r} + h.$$

$$I_9 = \frac{3\lambda d^2}{8K} \int \frac{l}{r^5} dl = -\frac{\lambda d^2}{8K} \frac{1}{r^3} + i.$$

$$I_{10} = -\frac{\lambda^2 d^2}{32K} \int \frac{dl}{r^5} = -\frac{\lambda^2}{32Kd^2} \left(\frac{l}{r} - \frac{l^3}{3r^3} \right) + j.$$

$$I_{11} = \frac{3}{2} K \int \frac{l^2}{r} dl = \frac{3}{2} K \left\{ \frac{1}{2} r l + \frac{d^2}{2} \text{Log} |l+r| - d^2 \text{Log} \left| \frac{r+l}{d} \right| \right\} + k.$$

$$I_{12} = -\frac{3\lambda K}{8} \int \frac{l^3}{r^3} dl = -\frac{3\lambda K}{8} \left\{ d \left(\frac{r}{d} + \frac{d}{r} \right) \right\} + l.$$

$$I_{13} = K \frac{\lambda^2}{32} \int \frac{l^2}{r^3} dl = \frac{K\lambda^2}{32} \left\{ \text{Log} \left| \frac{r+l}{d} \right| - \frac{l}{r} \right\} + m.$$

Nous poserons :

$$\int F(l) dl = F_1 + j F_2$$

avec :

$$F_1 = \sum_{i=1}^5 I_i$$

$$F_2 = \sum_{i=6}^{13} I_i$$

Et $A = a + b + \dots + m$.

D'où :

$$\frac{dG}{dl} - 2jKG = jc\omega M \{F_1 + jF_2 + A\}$$

Posons : $G(l) = H(l) e^{2jkl}$

En dérivant, nous obtenons :

$$\frac{dG}{dl} - 2jKG = \frac{dH}{dl} e^{2jkl}$$

D'où :

$$\frac{dH}{dl} e^{2jkl} = jc\omega M \{F_1 + jF_2 + A\}$$

L'intégration donne :

$$H(l) = \int jc\omega M (F_1 + jF_2 + A) e^{-2jkl} dl$$

On ne peut pas résoudre ces intégrales analytiquement. Or, $l \leq d$, nous pouvons donc les résoudre en faisant les développements limités suivants :

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} \approx 1 - \left(\frac{l}{d}\right)^2 + \left(\frac{l}{d}\right)^4$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2}} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{l}{d}\right)^2 + \frac{3}{8} \left(\frac{l}{d}\right)^4$$

$$\sqrt{1 + \left(\frac{l}{d}\right)^2} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{l}{d}\right)^2 - \frac{3}{8} \left(\frac{l}{d}\right)^4$$

Compte tenu de cela, le résultat des intégrations, après n'avoir retenu que les termes prépondérants sera le suivant :

$$\int F_1 e^{-2jkl} dl = \left\{ 0,285\lambda^2 + 9,71 \frac{\ell^5}{\lambda^3} + 2,018 \frac{\ell^4}{\lambda^2} + 1,84 \frac{\ell^3}{\lambda} + 2,04 \frac{\ell^4}{\lambda^2} + j \left(0,119 \ell \lambda + 0,14 \lambda^2 + 0,099 \lambda^2 \operatorname{arctg} \frac{\ell}{d} + 3,76 \frac{\ell^4}{\lambda^2} + 5 \frac{\ell^5}{\lambda^3} \right) \right\} e^{-2jkl} + a$$

$$\int F_2 e^{-2jkl} dl \approx - \left[\left\{ 3096 \frac{\ell^{10}}{\lambda^8} + j 9887 \frac{\ell^{11}}{\lambda^9} \right\} e^{-2jkl} + A e^{-2jkl} + B \right].$$

Or :
$$I(\ell) = H(\ell) e^{-jkl} e^{2jkl} = H(\ell) e^{jkl}.$$

D'où :

$$I(\ell) = c\omega M \left[\left\{ 3096 \frac{\ell^{10}}{\lambda^8} + j 9887 \frac{\ell^{11}}{\lambda^9} \right\} e^{-jkl} + A e^{-jkl} + B e^{jkl} \right].$$

Les conditions aux limites :

$$I\left(\frac{\lambda}{4}\right) = 0 \quad (5)$$

$$I\left(-\frac{\lambda}{4}\right) = 0 \quad (6)$$

doivent donner une expression symétrique ($0=0$) (Identité). Or ceci n'est vérifié que si on ajuste $I(\ell)$, en lui ajoutant une fonction $\xi(\ell) = j 0,00236 \lambda^2$.

Ainsi $I(\ell)$ sera de la forme (3-31).

Les constantes A et B sont déterminées à l'aide des conditions aux limites (5), (6), (7) et (8), en tenant compte de l'expression (3-32).

$$V\left(\frac{\lambda}{4}\right) = V_M \quad (7)$$

$$V\left(-\frac{\lambda}{4}\right) = -V_M \quad (8)$$

On obtient :

$$A = 0,037\lambda + \left[\frac{V_M}{M} - 0,118\lambda - j 0,103\lambda \right].$$

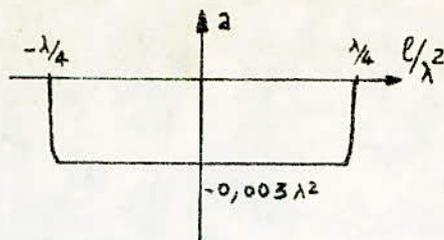
$$B = j \frac{\lambda}{4\pi} \left[\frac{V_M}{M} - 0,118\lambda - j 0,103\lambda \right].$$

En portant ces valeurs dans l'expression (3-31), on aura :

$$I(\ell) = c\omega M \left\{ \left[3096 \frac{\ell^{10}}{\lambda^8} - 0,003\lambda^2 + j \left(9887 \frac{\ell^{11}}{\lambda^9} + 0,0236\lambda^2 \right) \right] e^{-jkl} + \frac{\lambda}{2\pi} \left(\frac{V_M}{M} - 0,118\lambda - j 0,103\lambda \right) \cos k\ell \right\}.$$

La variation du terme : $a = 3096 \frac{\ell^{10}}{\lambda^8} - 0,003\lambda^2$

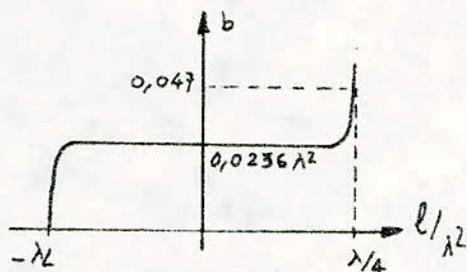
dans l'intervalle $\left[-\frac{\lambda}{4}, +\frac{\lambda}{4}\right]$ est comme suit :



on peut donc approximer ce terme à :

$$a \approx -0,003\lambda^2$$

La variation du terme : $b = 9887 \frac{l^{11}}{\lambda^9} + 0,0236\lambda^2$ dans le même intervalle est la suivante :



On peut donc dire que : $b \approx 0,0236\lambda^2$.

L'expression : $c = -\frac{\lambda}{2\pi} \left\{ \frac{V_M}{M} - 0,118\lambda \right\} = -0,108\lambda^2$ pour $\frac{V_M}{I_M} = 100 \Omega$.

$$d = \frac{0,103\lambda^2}{2\pi} = 0,01639$$

En comparant les parties réelles, on voit que a est négligeable devant c .

Les parties imaginaires b et d sont du même ordre, il suffit donc de doubler la valeur de la partie imaginaire dans l'approximation du courant.

La valeur approximée du courant, sera alors donnée par (3-35).

Pour :

$$M = \frac{40\pi}{\lambda} I_M e^{j\frac{\pi}{4}}$$

Et après avoir approximé en ne gardant que la partie imaginaire, nous obtenons :

$$I(l) = -j\omega M \cdot \frac{\lambda^2}{2\pi} \cdot 0,3 \cos Kl$$

Sachant que $-j = e^{-j\pi/2}$, et pour $C = 10^{-11} F$, nous obtenons l'expression finale du courant donnée par (3-36).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] P. DAVID et J. VOGÉ — Cours de radioélectricité générale, Propagation des ondes — Edition Eyrolles, Paris 1967.
- [2] R. RIGAL et Y. PLACE — Cours de radioélectricité générale, Circuits fermés, rayonnement, antennes — Edition Eyrolles, Paris 1966.
- [3] EYRAUD - GRANGE - OHANESSIAN — Théorie et technique des antennes — Edition Vuibert, Paris 1973.
- [4] R. BRAULT et R. PIAT — Les antennes — Editions techniques et scientifiques françaises, Paris 1979.
- [5] E. ROUBINE et J. Ch. BOLOMEY — Antennes — Edition Masson, Paris 1978.
- [6] A. KASTLER — Cours de physique générale, Optique — Edition Masson, Paris 1965.