



5/93

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية

MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE-ELECTRIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

**COMMANDE ET OPTIMISATION
D'UNE
SUSPENSION DE VOITURE**

Proposé par:

Dr. N. LOUAM

Etudié par:

K. BOUCETTA

Dirigé par:

Dr N. LOUAM

PROMOTION
Juillet 1993

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة التربية الوطنية
MINISTERE DE L'EDUCATION NATIONALE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE-ELECTRIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

COMMANDE ET OPTIMISATION
D'UNE
SUSPENSION DE VOITURE

Proposé par:

Dr. N. LOUAM

Etudié par:

K. BOUCETTA

Dirigé par:

Dr N. LOUAM

PROMOTION
Juillet 1993

DEDICACES

Je dédie ce modeste travail à :

- * Ma mère, mon père et ma grand-mère.
- * Toute ma famille.
- * Tous mes amis.

REMERCIEMENTS

En témoignage de ma reconnaissance pour l'aide morale et matérielle, je tiens à exprimer ma gratitude et mes vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce modeste travail, tout particulièrement :

- * Mon directeur de recherches Dr N. LOUAM;
- * Mr Abd el krim, étudiant post-graduant à l'E.N.P;
- * Mrs A. KHALDI, M. BOUKHATEM, T. BOUABDELLAH;
- * Mrs les membres du Jury qui me font l'honneur de juger ce modeste travail.

S O M M A I R E

I/ Introduction	1
II/Description et rôle d'une suspension d'une voiture....	3
III/Suspension conventionnelle.....	5
3.1/Modélisation.....	5
3.2/Limitation de la suspension conventionnelle.....	8
IV/Suspension active.....	12
4.1/Introduction.....	12
4.2/Les suspensions actives.....	13
4.3/Conception d'une suspension active.....	14
4.3.1/Diagrammes bloc et fonctions de transfert...14	
4.3.2/Caractéristique de l'élément final de commande.....	19
4.3.3/Réponses de l'essieu et du châssis.....	21
V/Commande optimale d'une suspension active de voiture..	24
5.1/Introduction.....	24
5.2/Modèle linéaire de véhicule.....	24
5.3/Index de performance.....	27
5.4/Problème d'optimisation.....	29
5.5/Réalisation physique.....	31

VI/Performance d'une suspension active.....35

6.1/Comparaison des performances des suspensions

active et passive dans le domaine fréquentiel....35

6.2/Comparaison des performances des suspensions

active et passive dans le domaine temporel.....40

VII/Conclusion.....44

Bibliographie.....46

LISTE DES FIGURES

	Page
Fig 1 Représentation simple d'une suspension de voiture pour une seule roue.....	4
Fig 2 Représentation conventionnelle simple d'une suspension passive.....	5
Fig 3 Bloc diagramme équivalent d'une suspension passive..	8
Fig 4 Réponse fréquentielle des amplitudes du châssis et de l'essieu d'une suspension passive.....	10
Fig 5 Diagramme bloc d'une suspension active.....	15
Fig 6 Courbe fréquentielle, dans le diagramme de Bode, de l'essieu-châssis des suspensions active et passive.....	18
Fig 7 Représentation électrohydraulique.....	20
Fig 8 Tracé de Bode des réponses fréquentielles de l'essieu et du châssis pour une suspension. Courbe de la S.A.E du confort limite et tracé de Bode des réponses en fréquences des châssis et essieu pour la suspension passive pour comparaison.....	22
Fig 9 Modèle d'une suspension active.....	25
Fig 10 Suspension active (optimale).....	34

Fig 11 Comparaison dans le diagramme de Bode des
réponses de l'accélération verticale des
suspensions active et passive.....36

Fig 12 Comparaison dans le diagramme de Bode des
réponses de la déviation du pneu des sus-
pensions active et passive.....37

Fig 13 Comparaison dans le diagramme de Bode des
réponses de la déviation des suspensions
active et passive38

Fig 14 Courbe des réponses temporelles à un
échelon du châssis et de l'essieu d'une
suspension active optimale.....42

Fig 15 Courbe des réponses temporelles à un
échelon du châssis et de l'essieu
d'une suspension passive43

I/ INTRODUCTION:

Un système de suspension est conçu, en général, pour isoler les usages des vibrations, source d'inconfort, provenant de la chaussée à travers le système et garantir une bonne tenue de route pour la sécurité des passagers (dérapages, rebondissements des roues, etc ...). Or la fonction confort exige un système simple, tandis que la fonction sécurité exige une suspension rigide. C'est tout le problème de la suspension qui sera réglé en arrivant à trouver une solution adéquate à ce dilemme.

Une des approches pour régler ce problème est de fixer, pour des situations moyennes, les éléments passifs à l'usine d'où la suspension conventionnelle dite passive. Celle-ci aborde les différentes routes de la même manière, et donc gaspillage d'énergie. Ainsi, s'impose la recherche d'une suspension bien adaptée, d'où la nécessité d'une commande par apport d'énergie externe. Nous parlons

ainsi de suspension active ou intelligente.

Dans notre sujet, nous allons exposer les deux types de suspensions et les deux approches, classique et moderne de conception de suspension dite active.

II/ DESCRIPTION ET ROLE D'UNE SUSPENSION DE VOITURE :

Un système de suspension pour un véhicule est conçu, en général, pour faire suspendre le corps de ce dernier sur la chaussée à travers les essieux et les roues (Fig 1). Ainsi, les tâches essentielles d'une suspension sont :

- i/ Supporter le poids du véhicule et lui donner une direction fixe sur route ou une piste.
- ii/ Absorber les vibrations provenant de la chaussée pour éviter de les faire subir aux usagers.

La première tâche nécessite, en général, un système de suspension rigide (raide) alors que la seconde, à l'opposé fait appel à un système de suspension souple (tendre). De nos jours, le système de suspension le plus utilisé est le passif. Celui-ci s'attaque aux différentes routes, raides ou cahotées, de la même manière, donc perte d'énergie. En réalité, une solution adéquate au dilemme confort-sécurité est d'introduire deux niveaux de suspension, l'une tendre et

l'autre dure.

Pour réaliser ceci, il faut introduire une énergie externe. C'est le cas de la suspension active. Dans les prochains paragraphes, nous traiterons en détails ces deux types de suspension.

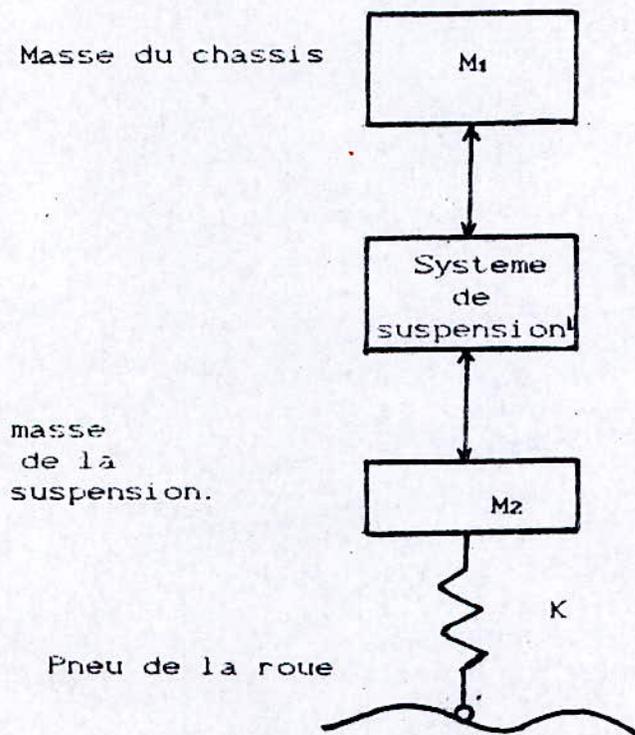


Fig.1 Representation simple d'une suspension de voiture pour une seule roue.

III/ SUSPENSIONS CONVENTIONNELLES:

3.1 Modelisation:

La suspension qui est largement connue aujourd'hui conventionnelle, est réalisée à l'aide d'éléments passifs; comme les ressorts, les barres de torsion et les amortisseurs visqueux d'où la dénomination de suspension dite passive.

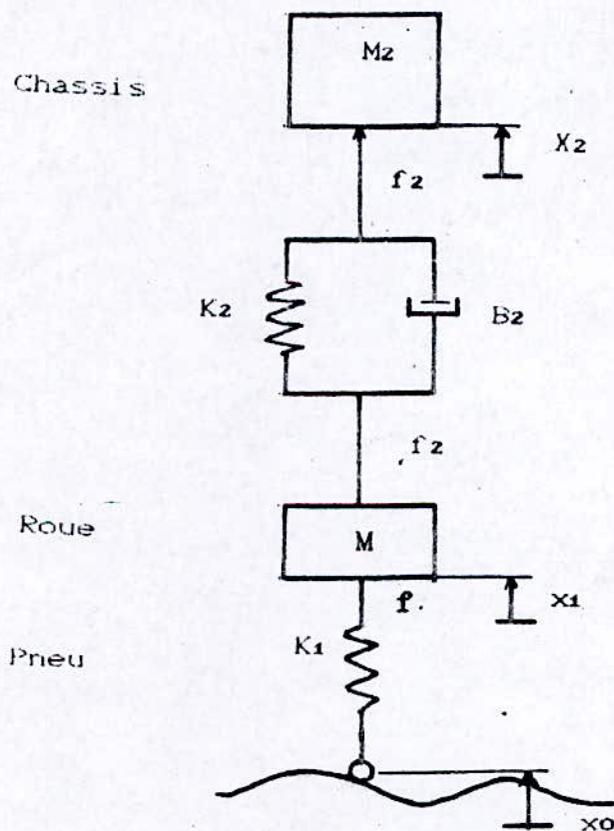


Fig. 2 Représentation conventionnelle simple d'une suspension passive.

Le problème de la conception d'une suspension adéquate pour un véhicule est très complexe. Cependant, si on limite l'étude au mode vertical de fonctionnement et pour le cas d'une seule roue, le diagramme physique représentatif du système avec sa suspension, est donné par la figure 2 [1]

Pour le modèle simple de la figure 2, en appliquant la loi de Newton, le système d'équations différentielles qui régit le mouvement est :

$$f_2 = M_2 \cdot \ddot{x}_2 \quad (3.1)$$

$$f_1 = f_2 = M_1 \cdot \ddot{x}_1 \quad (3.2)$$

$$f_2 = K_2 (x_1 - x_2) + B_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (3.3)$$

$$f_1 = K_1 (x_0 - x_1) \quad (3.4)$$

La transformée de Laplace de ce système d'équations différentielles est :

$$F_2 = M_2 \cdot s^2 \cdot X_2 \quad (3.5)$$

$$F_1 = F_2 = M_1 \cdot s^2 \cdot X_1 \quad (3.6)$$

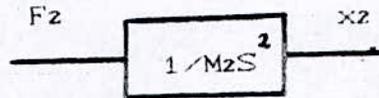
$$F_2 = (K_2 + B_2 \cdot s) (X_1 - X_2) \quad (3.7)$$

$$F_1 = K_1 (X_0 - X_1) \quad (3.8)$$

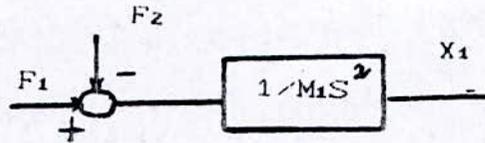
En exprimant chaque équation sous forme de bloc diagramme,

on obtient

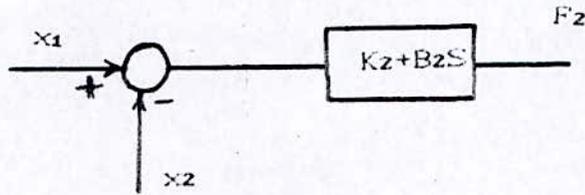
(3.5)



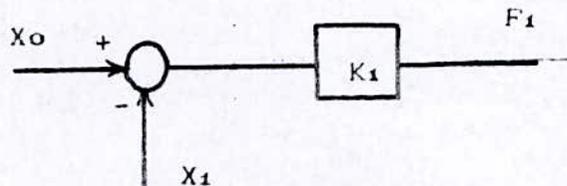
(3.6)



(3.7)



(3.8)



Nous déduisons ainsi le diagramme bloc équivalent d'une suspension passive (Fig 3).

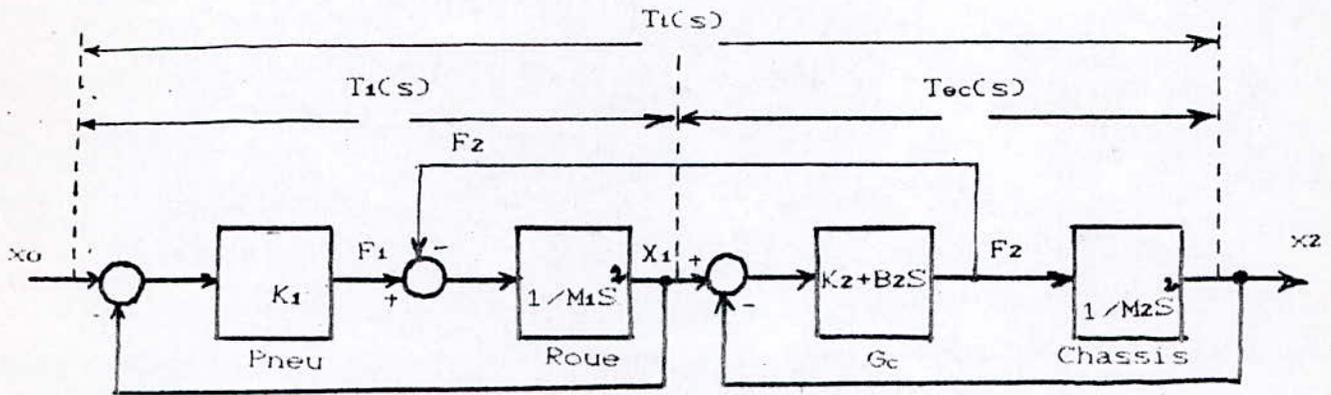


Fig. 3 Bloc diagramme équivalent d'une suspension passive.

Où : K_1 est la fonction de transfert du pneu;

$1/M_1 \cdot s^2$ est la fonction de transfert de la roue;

$1/M_2 \cdot s^2$ est la fonction de transfert du chassis;

$G_c(s)$ est la fonction de transfert de l'organe de commande. Elle contrôle la transmission totale $T_t = X_2/X_0$ et la réponse de l'essieu $T_1(s) = X_1/X_0$.

3.2 Limitations de la suspension conventionnelle :

Le diagramme de Bode de la Fig 3 nous montre les réponses fréquentielles des amplitudes du chassis et de

l'essieu, calculées pour les données numériques de Thomson [2] d'une suspension conventionnelle en utilisant le logiciel de simulation CODAS.

$$M_1 = 28.58 \text{ Kg};$$

$$M_2 = 288.9 \text{ Kg};$$

$$K_1 = 155900 \text{ N/m};$$

$$K_2 = 19980 \text{ N/m};$$

$$B_2 = 1861 \text{ Ns/m}.$$

Une étude statistique et expérimentale de la société d'automatique et d'électricité (S.A.E) [1] a permis de dresser une courbe appelée S.A.E - Limites. Celle-ci représente les limites de transmission de vibrations verticales dans le domaine fréquentiel au delà desquelles le confort humain disparaît. Elle partage ainsi la surface (amplitude, fréquence) en deux zones : une zone d'inconfort Z_i et une zone de confort Z_c .

De la Fig 3, on voit que les réponses en fréquence du châssis et de l'essieu d'une suspension passive se trouvent

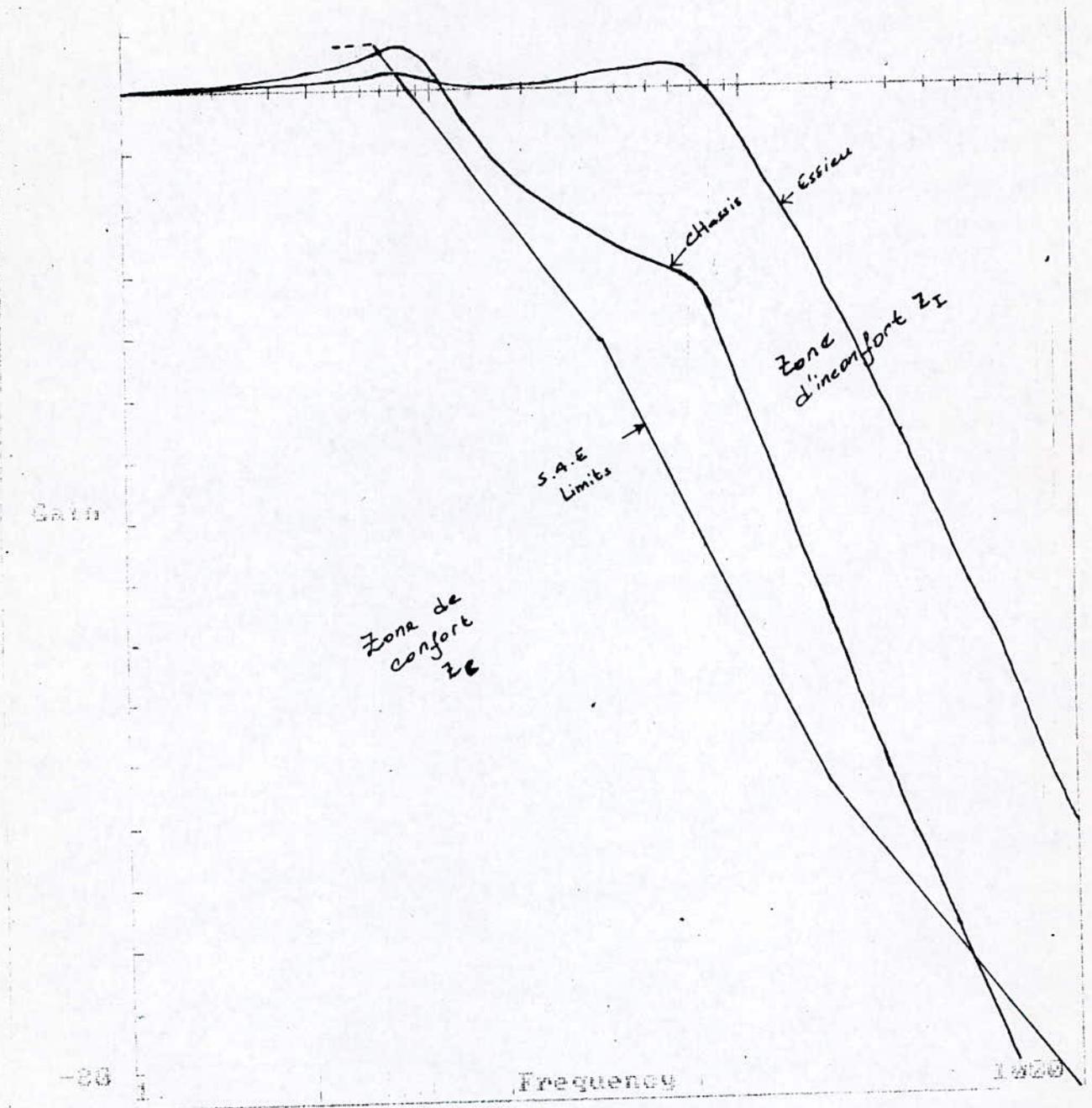


Fig. 4 Réponse fréquentielle des amplitudes du chassis et de l'essieu d'une suspension passive.

dans la zone d'inconfort Z_1 . Ceci est le cas de toutes les suspensions passives même après optimisation de tous les paramètres. Pour déplacer les réponse en fréquence de la suspension vers la zone de confort Z_c , il faut introduire une énergie externe d'où la recherche d'autres méthodes de synthèse pour la conception de suspensions modernes dite adaptives ou actives.

IV/ SUSPENSIONS ACTIVES:

4.1/ INTRODUCTION:

Dans le schéma le plus simple de la suspension passive, on remarque l'existence d'un conflit entre les exigences de souplesse pour minimiser les niveaux d'accélération et celles de rigidité pour contrôler les changements d'attitudes du véhicule et maintenir une bonne adhérence roues/sol.

Pour cette raison, les véhicules ayant une bonne performance de poursuite (virage et manoeuvrabilité) ne possèdent pas, en général, une bonne attitude sur les pistes et manquent de confort. Cependant, les suspensions actuelles ou conventionnelles sont presque sans reproches lorsque les voitures se déplacent sur de bonnes routes et à vitesses modérées (par exemple 30 à 60 Km/h [4]). Mais, en réalité, il n'y'a pas que de bonnes routes, les vitesses de 100 à 120 Km/h sont couramment utilisées par les conducteurs et les vitesses de moins de 30 Km/h sont assez souvent imposées sur des

parcours non négligeables (encombres, mauvaise visibilité, travaux, brouillard, etc ...).

Or, dans ces conditions, plus générales, la meilleure suspension passive (optimale) offre des performances très faibles (Fig 4) et ne répond pas aux exigences sus-indiquées.

Une solution adéquate au dilemme poursuite/confort est d'introduire deux niveaux de suspension :

- i/ Une suspension rigide (raide) pour l'évolution sur piste;
- ii/ Une suspension souple (tendre) pour des fins d'isolation.

Pour réaliser ceci, on a pensé à introduire une commande et donc un apport d'énergie externe. Nous parlons ainsi de commande de suspension de voiture ou tout simplement de suspension active.

4.2 Les suspensions actives :

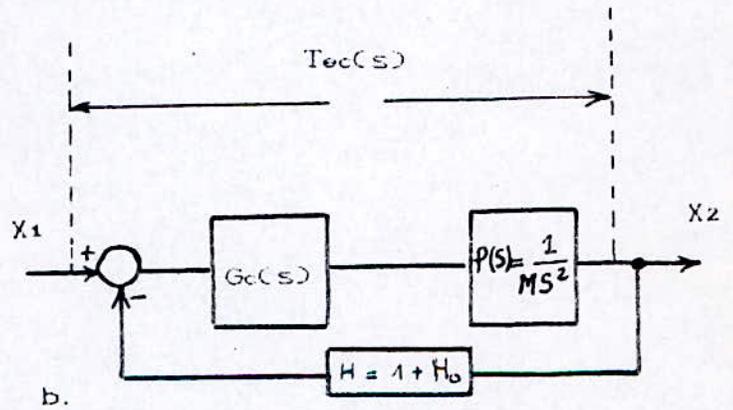
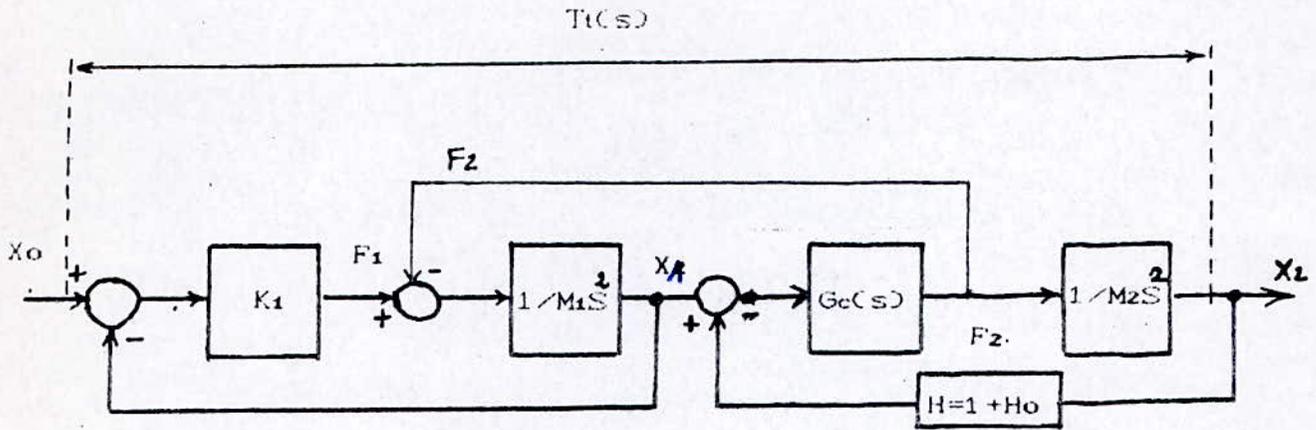
Les suspensions actives, en plus des éléments passifs, contiennent des actionneurs (hydrauliques, électromagnétiques, pneumatiques, magnétiques, etc ...) comme générateur de force

ou générateur de couple de torsion, des appareils de détection et de mesure (capteurs) et des contrôleurs de contre réaction. Ces éléments sont interconnectés de manière qu'une partie du mouvement du véhicule est détectée. Les signaux détectés sont conditionnés à travers les éléments de contre réaction et des signaux de commande pour l'actionneur sont ainsi générés formant un circuit fermé de commande (boucle fermée). Ces éléments nécessitent en outre une source d'énergie externe. Par conséquent, une suspension active peut s'adapter à différents niveaux de forces externes et d'irrégularités de routes de manière à apparaître souple pour les irrégularités et raide pour les forces de guidage [5] .

4.3/ Conception des suspensions actives:

4.3.1/ Diagrammes bloc et fonctions de transfert:

Le conception de suspensions actives a fait appel à plusieurs méthodes de synthèse classiques [1,5,7] et modernes [2,3,6,9] .



a. Diagramme bloc complet

b. Diagramme bloc de la partie de la suspension.

Fig. 5 Diagramme bloc d'une suspension active.

En revoyant les figures 3 et 5 on remarque qu'une compensation additionnelle a été introduite au niveau du feedback de la sortie $\left[1 \right]$. Ici, G_c représente l'actionneur et H_o la compensation de la boucle de retour.

D'après Thomson $\left[1 \right]$, à la fréquence naturelle ω_t , on a :

$$T_t(j\omega_t) = - M_1/M_2 \quad (4.1)$$

Or, cette équation est difficile à satisfaire par n'importe quelle méthode de synthèse. Il est considérablement plus facile de commencer à partir de la fonction de transfert de l'essieu-chassis $T_{ec}(s)$. Seule, la portion du diagramme bloc contenant la suspension est considérée. La portion contenant le pneu et la roue est omise dans la conception initiale. De la Fig 5b, nous constatons que le chassis est le système principal qu'on cherche à commander. La transmission T_{ec} est de la forme : $T_{ec}(s) = G_c.P/(1+L)$. (4.2)

où $L = G_c.P.H$ et $H = 1+H_o$

La méthode des pôles et des zéros est utilisée pour la

conception d'une suspension active à partir de la fonction de transfert T_{oc} .

L'excès du nombre de pôles par rapport au nombre de zéros dans la fonction de transfert est noté $\Delta(FT)$.

D'une façon générale,

$$T_{oc}(s) = \frac{\sum_{j=0}^m a_j s^j}{\sum_{k=0}^n b_k s^k} \quad \text{avec } n > m$$

Pour mieux illustrer ceci, nous prendrons l'exemple de $\left[1 \right]$:

$$\Delta T_{oc} = 1 \text{ et}$$

$$T_{oc}(s) = (4s+10)/(s^2+4s+10) \quad (4.3)$$

La Fig 6 obtenue par le logiciel de simulation CODAS, nous montre le diagramme de Bode des amplitudes, dans le domaine fréquentiel, des fonctions de transfert T_{oc} de l'essieu-chassis pour les deux systèmes actif et passif. Le système actif donne de meilleures performances par rapport au système passif car sa bande passante est plus à gauche et donc réalise un filtrage plus sélectif.

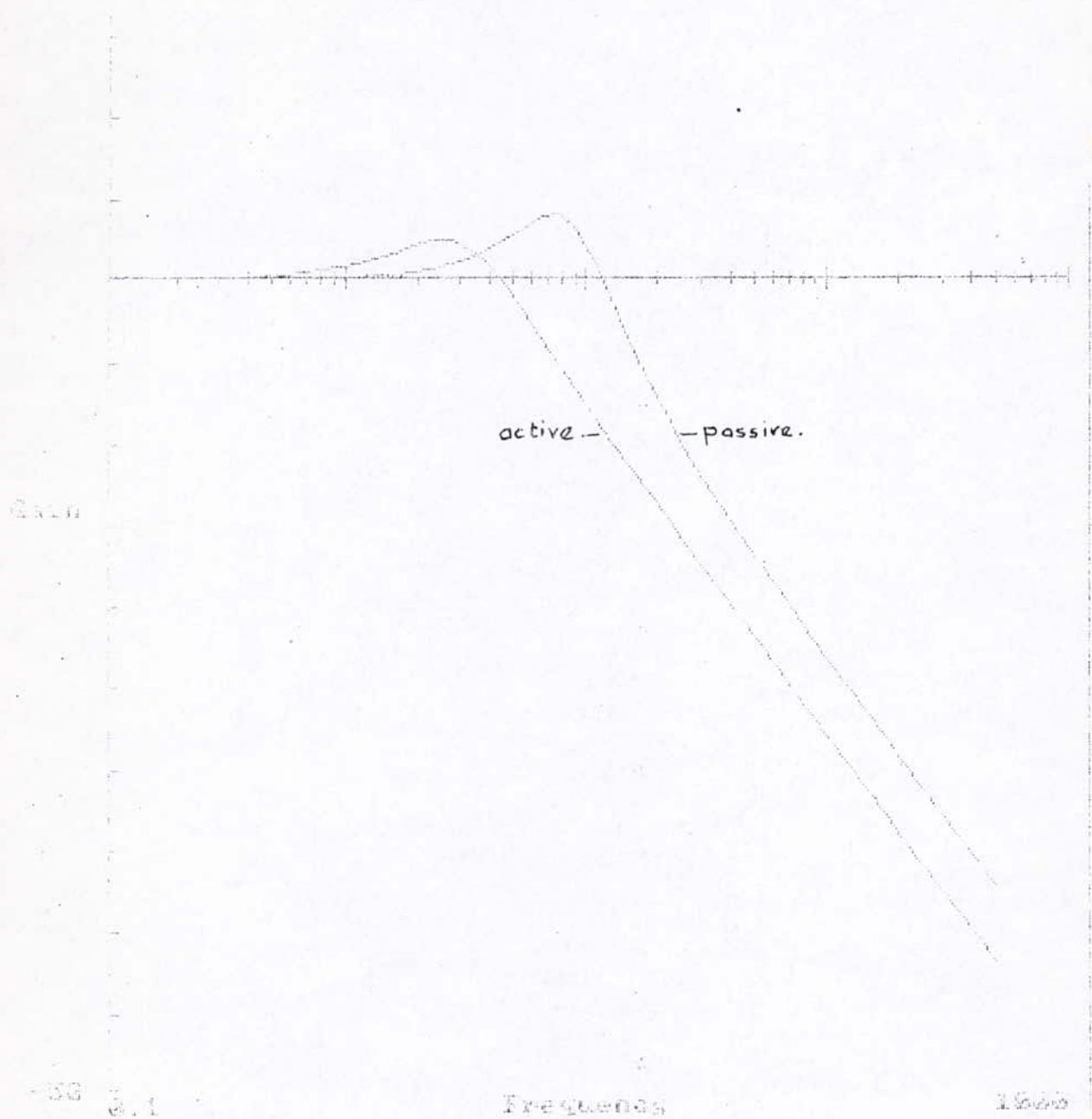


Fig. 0 Courbe fréquentielle, dans le diagramme de Bode, de l'essieu-chassis des suspensions active et passive.

4.3.2/ Caractéristique de l'élément final de commande:

Il est visible (Fig 5a) que la force du châssis est de la forme :

$$F_2 = G_c (X_1 - X_2) - G_c \cdot H_0 \cdot X_2 \quad (4.4)$$

Après réarrangement de l'équation (4.4) voir [1] :

$$F_2 = (K_2 + C_2 \cdot s) (X_1 - X_2) - C \cdot I(s) \quad (4.5)$$

Où : C_1 et C_2 sont des constantes, $I(s)$ est la fonction de transfert du courant de commande i . Les équations (4.4) et (4.5) sont équivalentes si :

$$G_c = K_2 + C_2 \cdot s \quad (4.6)$$

$$1/X_2 = G_c \cdot H_0 / C_1 \quad (4.7)$$

et donc pour un choix adéquat de G_c (1) :

$$G_c(s) = 1980 + 79.2 s \quad (4.8)$$

et par conséquent :

$$G_c \cdot H_0 = 445 s^2 / (s + 2.5) \quad (4.9)$$

Ainsi, la compensation cherchée est réalisée (Fig 7) par un accéléromètre de sortie $E = K_p s X_2$, en cascade avec

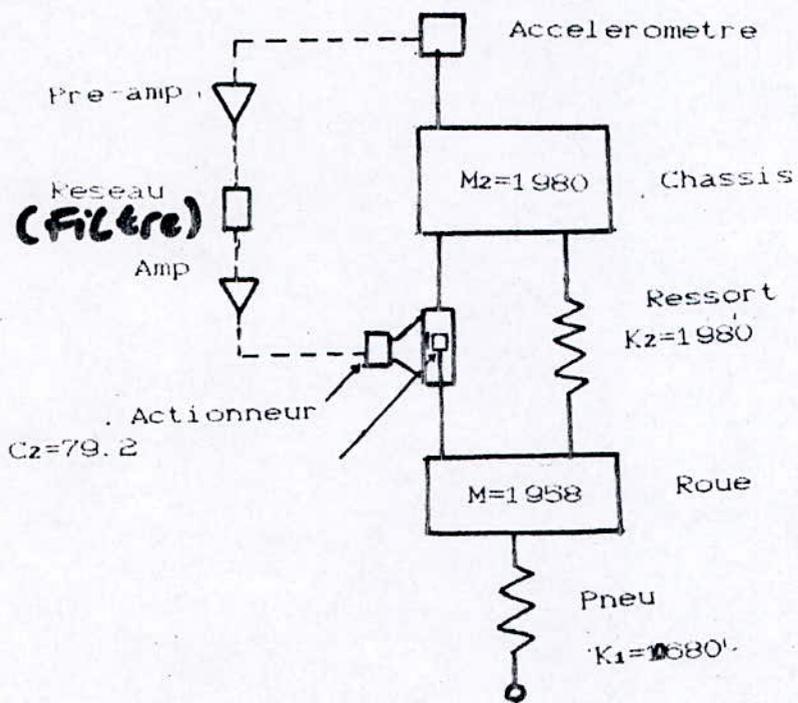


Fig. 7 Representation electrohydraulique.

un réseau passif de fonction de transfert $I/E = k/(s+2.5)$.

4.3.3/ Réponses de l'essieu et du châssis:

La fonction de transfert totale est donnée par :

$$T_t = K_1 G_1 T_{oc} / (1 + m_2 s G_1 T_{oc}) \quad (4.10)$$

$$\text{Où } G_1 = 1 / (K_1 + m_1 s) \quad (4.11)$$

de [1] on tire :

$$T = \frac{21800 (s+2.5)}{(s+3.97s+10.1)(s+40.5s+5400)}$$

$$T_1 = T_t / T_{oc}$$

La Fig 8 représente le tracé de Bode des réponses en fréquences des amplitudes des fonctions de transfert de l'essieu et du châssis d'une suspension active. Les courbes de la Fig 4 sont reproduites sur la Fig 8 pour comparaison.

Les améliorations dans les caractéristiques de la suspension active sont dans la région des basses fréquences.

Ainsi, nous remarquons une nette amélioration de la réponse fréquentielle du châssis aux basses fréquences où celle-ci se trouve, en effet, dans la zone de confort Z_c .

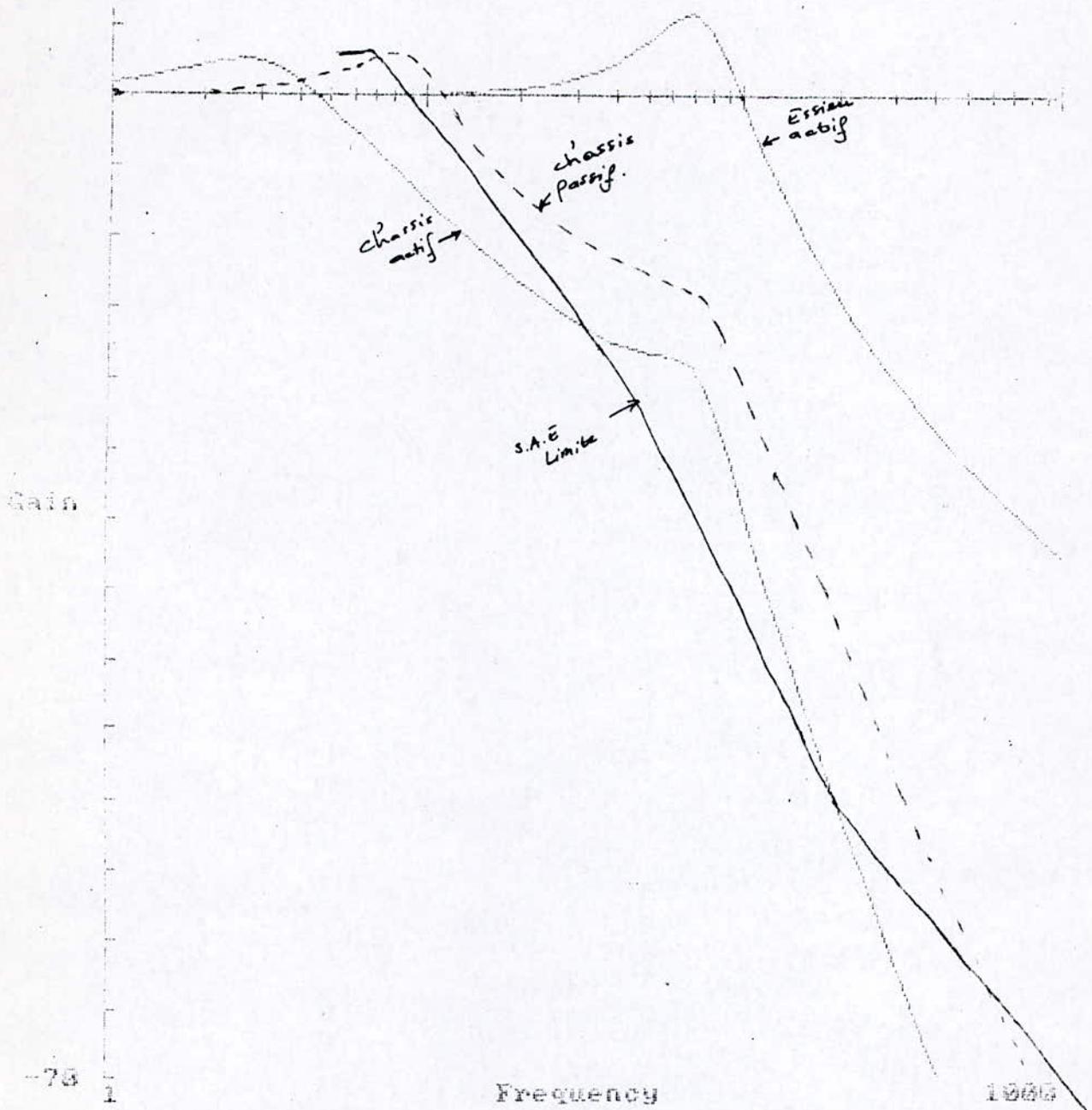


Fig. 8 Trace de Bode des reponses frequentielles de l'essieu et du chassis pour une suspension active. Courbe de la S.A.E du confort limite et trace de Bode des reponses en frequence des chassis et essieu pour la suspension passive pour comparaison.

Cependant, la réponse fréquentielle de l'essieu s'est légèrement dégradée (le pic est de 5.6 dB comparé au passif qui est de 1.3 dB) et se trouve toujours dans la zone d'inconfort Z_1 . Sa bande passante s'est déplacée vers la droite, il y'a donc moins de sécurité. Nous confirmons ainsi le conflit qui existe entre le confort et la sécurité [6], [1]

L'inconvénient de cette méthode, est que si elle arrive à asservir un aspect, l'autre ne l'est pas. Ainsi, l'approche classique ne peut pas prendre en charge l'amélioration du confort et de la sécurité en même temps, d'où la nécessité de trouver une technique moderne qui prendrait en charge l'optimisation des deux aspects. Dans le prochain chapitre, nous verrons l'application de la théorie de la commande optimale pour concevoir une suspension active.

V/ COMMANDE OPTIMALE D'UNE SUSPENSION ACTIVE DE VOITURE :

5.1/ INTRODUCTION:

La théorie de la commande optimale linéaire est une méthode de synthèse pour la conception de systèmes optimaux à l'aide de critères quadratiques. Comme notre système est multivariables, on peut utiliser cette théorie qui, dans plusieurs cas [10], [1], [2] et [6], a donné de bons résultats pour la conception d'une suspension active de voitures.

5.2/ Modèle linéaire du véhicule:

La Fig 9 nous montre le modèle simple d'un système de deux masses à optimiser.

Où l'entrée X_0 est l'intégration d'un bruit blanc.

$$x_0(t) = w(t)$$

avec : $w(t)$ représentant un bruit blanc.

$x_1, x_2, x_3 = x_1$ et $x_4 = x_2$ sont les variables d'état du système et sont considérées nulles initialement

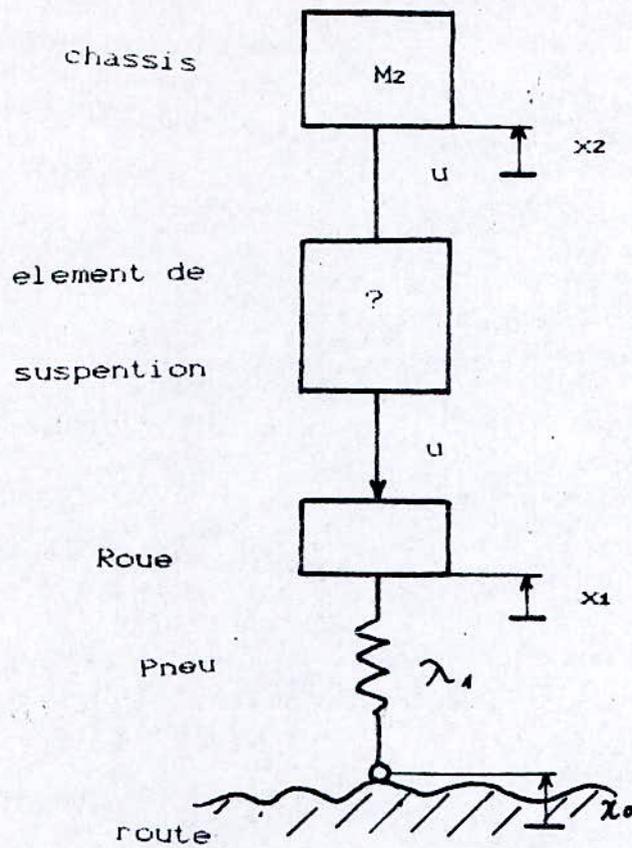


Fig. 9 Modele d'une suspension active.

x_1 et x_2 représentent le déplacement par rapport à l'origine.

En observant la figure 9 nous déduisons facilement le vecteur d'état différentiel x :

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_4$$

$$\dot{x}_3 = x_1 (x_0 - x_1) / m_1 - u / m_1 \quad (5.1)$$

$$\dot{x}_4 = u/m_2$$

Le vecteur de sortie y possède seulement deux composantes : $y_1 = x_1$ et $y_2 = x_2$.

Les équations d'état et le vecteur de sortie pour un système ont pour expressions :

$$\dot{x} = Ax + b_1u + b_2w$$

$$y = Cx \quad (5.2)$$

Où x_0 est la perturbation d'entrée et $y = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \end{bmatrix}$ est la sortie. La matrice fondamentale de A , la matrice de sortie C et les vecteurs b_1 et b_2 sont donnés par :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\lambda_1/M_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad b_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/M_1 \\ -1/M_2 \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Puisque le système doit avoir une erreur de poursuite

nulle en régime établi pour un bruit blanc en entrée, la valeur du vecteur de sortie désirée est :

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}' w \quad (5.4)$$

Les données numériques suivantes pour la suspension d'une automobile conventionnelle assumées par référence [2] sont données comme suit :

$$M_1 = 28.58 \text{ Kg} \quad \lambda_1 = 155900 \text{ N/m} \quad \delta_w = 6.3 \text{ cm}$$

$$M_2 = 288.9 \text{ kg} \quad \lambda_2 = 19960 \text{ N/m} \quad \delta_t = 2.0 \text{ cm}$$

$$\beta_2 = 1861 \text{ N/m}$$

Où δ_1 est la déflexion (déviation) statique du pneu et δ_w la déflexion de la suspension.

5.3/ Index de performance:

Pour la construction de l'index de performance, nous devons tenir compte de :

i/ L'exigence de sécurité et donc on doit minimiser $(x_1 - x_0)$ pour garder la roue bien appliquée contre la surface du sol.

ii/ L'exigence de confort et donc on doit minimiser les accélérations sur la masse M_2 et ce en minimisant U .

iii/ Minimiser $(x_1 - x_2)$ en même temps avec U tout en restant dans certaines limites imposées.

De plus, $(x_1 - x_0)$, U et $(x_1 - x_2)$ peuvent être négatifs, aussi nous prenons leurs carrés, d'où la dénomination de critère quadratique [12] plus communément connue sous le nom d'index de performance. Il est donné par :

$$J = 1/2 \int_0^{\infty} \left[q_1 (x_0 - x_1)^2 + q_2 (x_1 - x_2)^2 + \rho u^2 \right] dt \quad (5.5)$$

Où ρ , q_1 et q_2 sont des constantes numériques de pondération.

Il n'y a aucun inconvénient à fixer un des facteurs de pondération. Ainsi, on prendra $q_2 = 1$ pour des signaux aléatoires (random) une approximation de q_1 peut être tirée en composant δw et δt . Une estimation convenable du facteur de pondération q_1 est [2]; $q_1 = (\delta w / \delta t)^2$. (5.6)

Les valeurs numériques donnent la valeur de $q_1 = 10$.

La valeur de ρ est (choisie après simulation des

repères du système). D'après l'équation (5.4), l'index de

performance peut être exprimé par : [13]

$$J = 1/2 \int_0^{\infty} \left[(y - \bar{y}) Q_2 (y - \bar{y}) + R u^2 \right] dt \quad (5.7)$$

Où Q_2 est une matrice constantes :

$$Q_2 = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 \\ -q_2 & q_2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad R = \rho \quad (5.8)$$

Le problème maintenant est de trouver la commande optimale U , du système considéré de l'équation (5.2), dont le vecteur de sortie y poursuit un vecteur de sortie \bar{y} tout en minimisant l'index de performance de l'équation (5.7). Ceci est donc un problème de poursuite optimale avec l'addition d'une fonction de perturbation $w(t)$.

L'idée consiste à réduire le problème de poursuite à un problème de régulation équivalent comme suit :

5.4/ Problème d'optimisation :

Procédons à un changement de variables :

$$\hat{x}_1 = x_1 - x_0 \quad \hat{x}_2 = x_2 - x_0$$

$$\hat{x}_3 = x_1 = x_3$$

$$\hat{x}_4 = x_4 = \dot{x}_2$$

$$\hat{y} = y - \bar{y}$$

L'équation (5.2) du système peut être réécrite selon la nouvelle forme suivante :

$$d\hat{x}/dt = A\hat{x} + bu$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (5.9)$$

avec l'état initial $\hat{x}(0) = -(1 \ 1 \ 0 \ 0)'$.

En inspectant l'équation (5.11), nous remarquons que la perturbation à l'entrée w a été éliminée et le problème a été réduit à une étude standard de régulation avec des conditions initiales. L'index de performance devient donc :

$$J = 1/2 \int_0^{\infty} (x' Q x + \rho(u)^2) dt$$

Où $Q = C \cdot Q_2 \cdot C$ et de l'équation (5.8) on obtient :

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 + q_2 & -q_2 & 1 & 0 \\ -q_2 & q_2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

Le système est complètement commandable (2), donc il existe une loi de commande optimale, dans le cas d'un temps infini, pour ce problème de régulation. Elle est donnée par :

$$U_{opt} = k' \cdot \hat{x}$$

Où le vecteur $k = [k_1 k_2 k_3 k_4]'$ est constant [8].

La loi de commande optimale est :

$$U_{opt} = k' \cdot \hat{x} = -b_1 P \cdot \hat{x} / \rho \quad (5.12)$$

Où P est une matrice symétrique positive définie, solution de l'équation algébrique de Ricatti en régime établi :

$$P \cdot A + A' \cdot P - P \cdot b_1 \cdot b_1' \cdot P / \rho + Q = 0 \quad (5.13)$$

Les éléments p_{ij} de la matrice symétrique 4x4 de l'équation (5.13) sont au nombre de 10 et sont obtenus par calculateurs. Une fois ces éléments calculés, les valeurs du vecteur K sont données en calculant le système d'équations :

$$K' = - b_1' \cdot P / \rho$$

5.5 Réalisation physique : (3)

La commande optimale est de la forme :

$$U_{opt} = k_1 \hat{x}_1 + k_2 \hat{x}_2 + k_3 \hat{x}_3 + k_4 \hat{x}_4 \quad (5.14)$$

A noter que \hat{x}_1 et \hat{x}_2 les déplacements relatifs de l'essieu et du châssis par rapport à la route et x_3 et x_4 sont leurs vitesses absolues respectivement.

L'équation (5.14) peut être réarrangée sous cette nouvelle forme :

$$U_{opt} = k_1 (\hat{x}_1 - \hat{x}_2) + k_3 (\hat{x}_3 - \hat{x}_4) + (k_1 + k_2) \hat{x}_2 + (k_3 + k_4) \hat{x}_2 \quad (5.15)$$

Elle est équivalente à :

$$U_{opt} = k_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_3 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + (k_1 + k_2) \dot{x}_2 + (k_3 + k_4) \dot{x}_2 \quad (5.16)$$

L'équation (5.16) nous permet de déduire que la commande peut être réalisée à l'aide d'un actionneur produisant une force :

$$f = (k_1 + k_2) \dot{x}_2 + (k_3 + k_4) \dot{x}_2 \quad (5.17)$$

En parallèle avec un ressort de raideur $\lambda_2 = k_1$ et un piston de coefficient d'amortissement $\beta_2 = k_3$. Il est à noter que le ressort et le piston sont eux aussi en parallèle.

Les signaux d'entrées de l'actionneur électrohydraulique

sont la vitesse absolue de la carrosserie x_2 et son déplacement par rapport à la route $x_2 = x_2 - x_0$. Notons cependant, que l'équation (5.17) représente une voie parmi plusieurs voies possibles de génération des exigences de la boucle de retour optimale dépendante du choix actuel des variables d'état.

Nous avons, de même, vu que la raideur k_1 du ressort dépendait uniquement de la solution de l'équation de Ricatti qui, elle même, dépend du choix et de la sélection des facteurs de pondération ρ , q_1 et q_2 . Alors, la commande optimale est supposée donnée par :

$$U_{opt} = k_a(x_1 - x_2) + k_d(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_p(x_2 - x_0) + k_v\dot{x}_2 + k_a\ddot{x}_2 \quad (5.18).$$

Où k_a et k_d sont respectivement les valeurs du ressort et du piston, k_p , k_v et k_a représentent les coefficients de position, vitesse et accélération respectivement. $x_2 = U/M_2$.

Les coefficients des équations (5.16) et (5.18) sont reliés comme suit :

$$k_a = (1 + k_a/k_1)M_2. \quad (5.19)$$

$$k_d = (1 - k_a/M_2) k_3 \quad (5.20)$$

$$k_p = (1 - k_a/M_2) (k_1 + k_2) \quad (5.21)$$

$$k_v = (1 - k_a/M_2) (k_3 + k_4) \quad (5.22)$$

Il est apparent que k_s peut être choisi arbitrairement et les valeurs des coefficients k_a , k_d , k_p et k_v sont ensuite simplement déterminées.

Nous déduisons de l'équation (5.18), qui régit le système schématisé sur la figure 5.19, la forme physique de la force f de l'actionneur :

$$f = k_p(x_2 - x_0) + k_v\dot{x}_2 + k_a\ddot{x}_2 \quad (5.23)$$

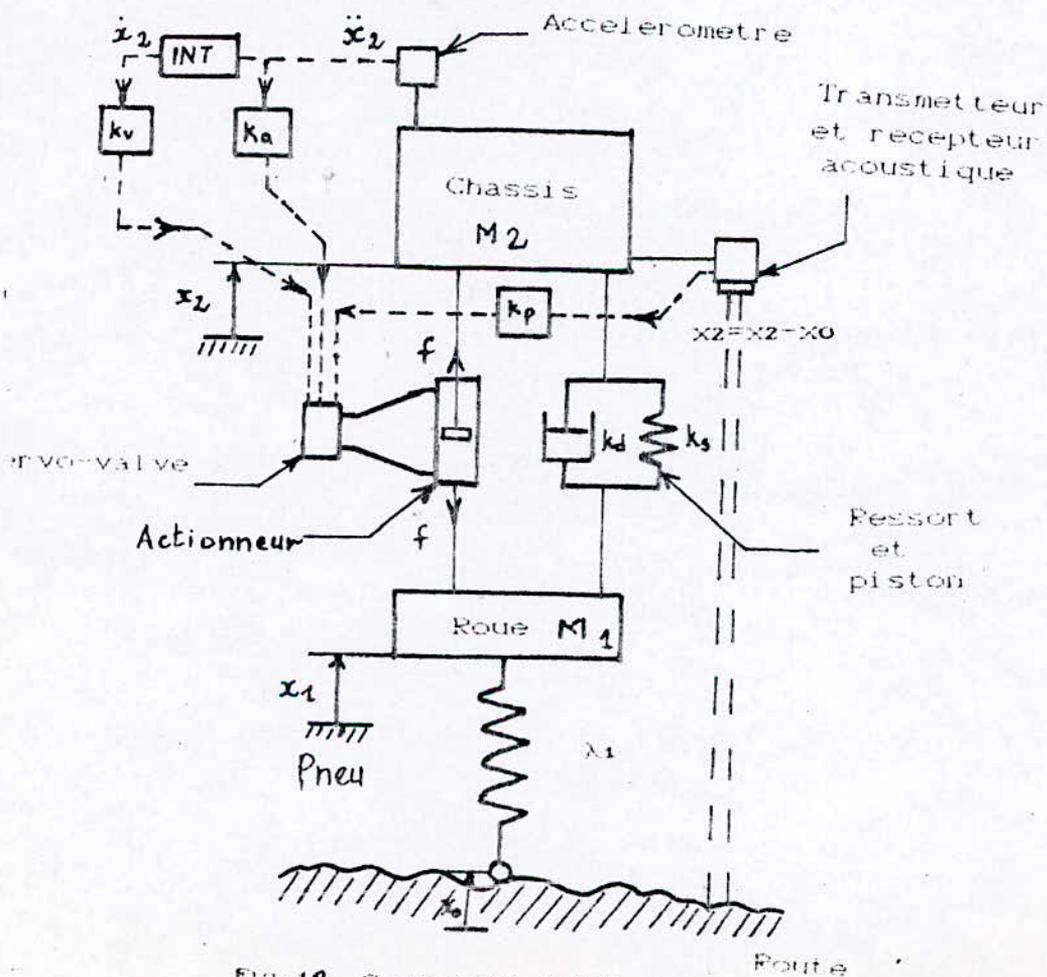


Fig. 10 Suspension active

VI/ Performances d'une suspension active:

6.1/ Comparaison des performances des suspensions active et passive dans le domaine fréquentiel:

Pour comparer entre les performances des suspensions actives et passives dans le domaine fréquentiel, on s'intéresse principalement à l'isolation des vibrations, à l'espace d'évolution de la suspension et aux caractéristiques de tenue de route du véhicule. Ceux-ci sont respectivement mesurés par les variables suivantes:

- i/ Accélération verticale de la masse supérieure (x_2);
- ii/ Déflexion de la suspension ($x_2 - x_1$);
- iii/ Déflexion de la roue ($x_1 - x_0$).

Les courbes tracées ci-dessous représentent les réponses fréquentielles dans le diagramme de Bode des variables sus-indiquées.

Les courbes de la réponse fréquentielle de l'accélération Fig 11 indiquent que les différences principales entre les

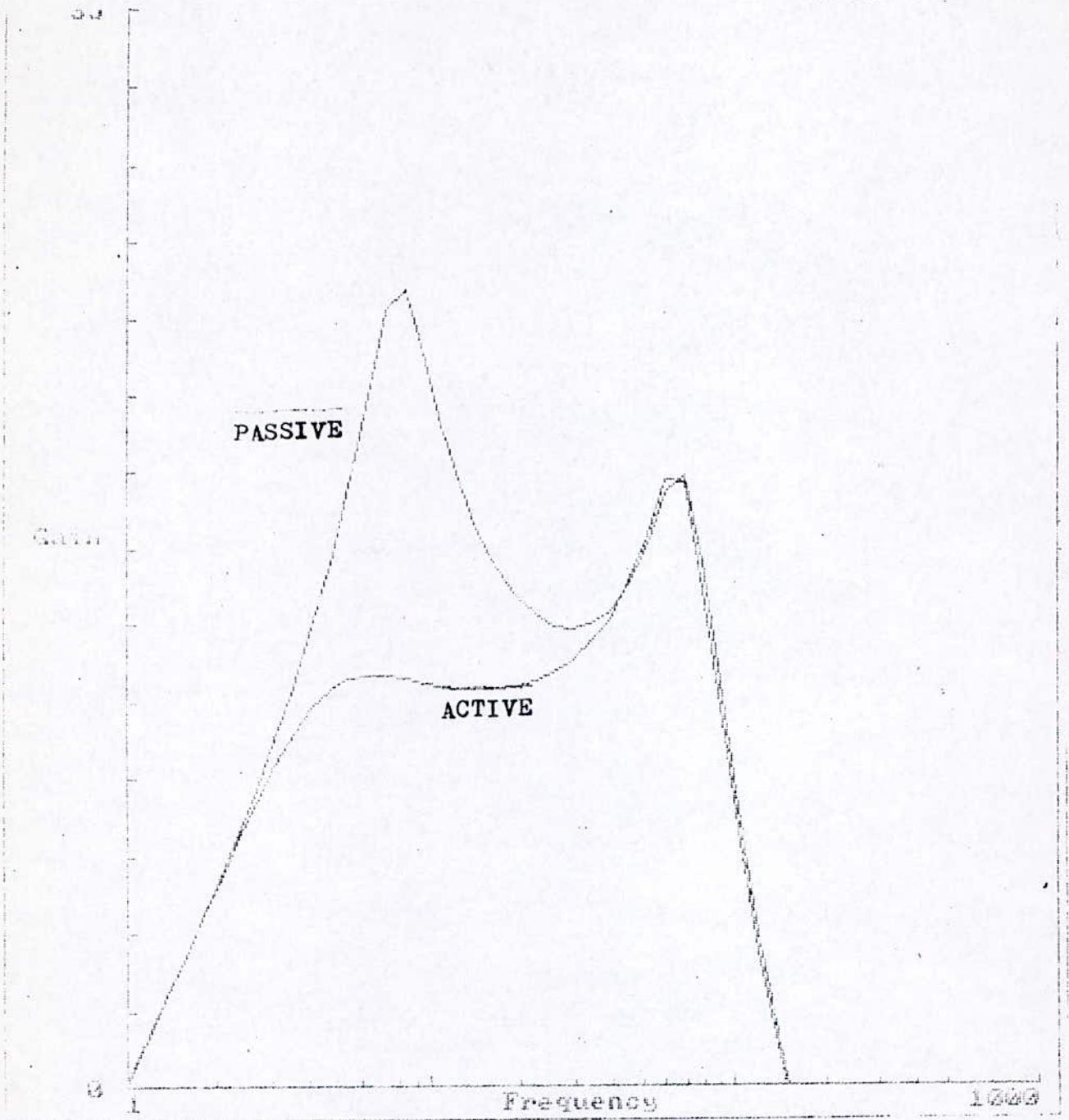


Fig .II Comparaison dans le diagramme de BODE des reponses de l'accélération verticale des suspensions active et passive.

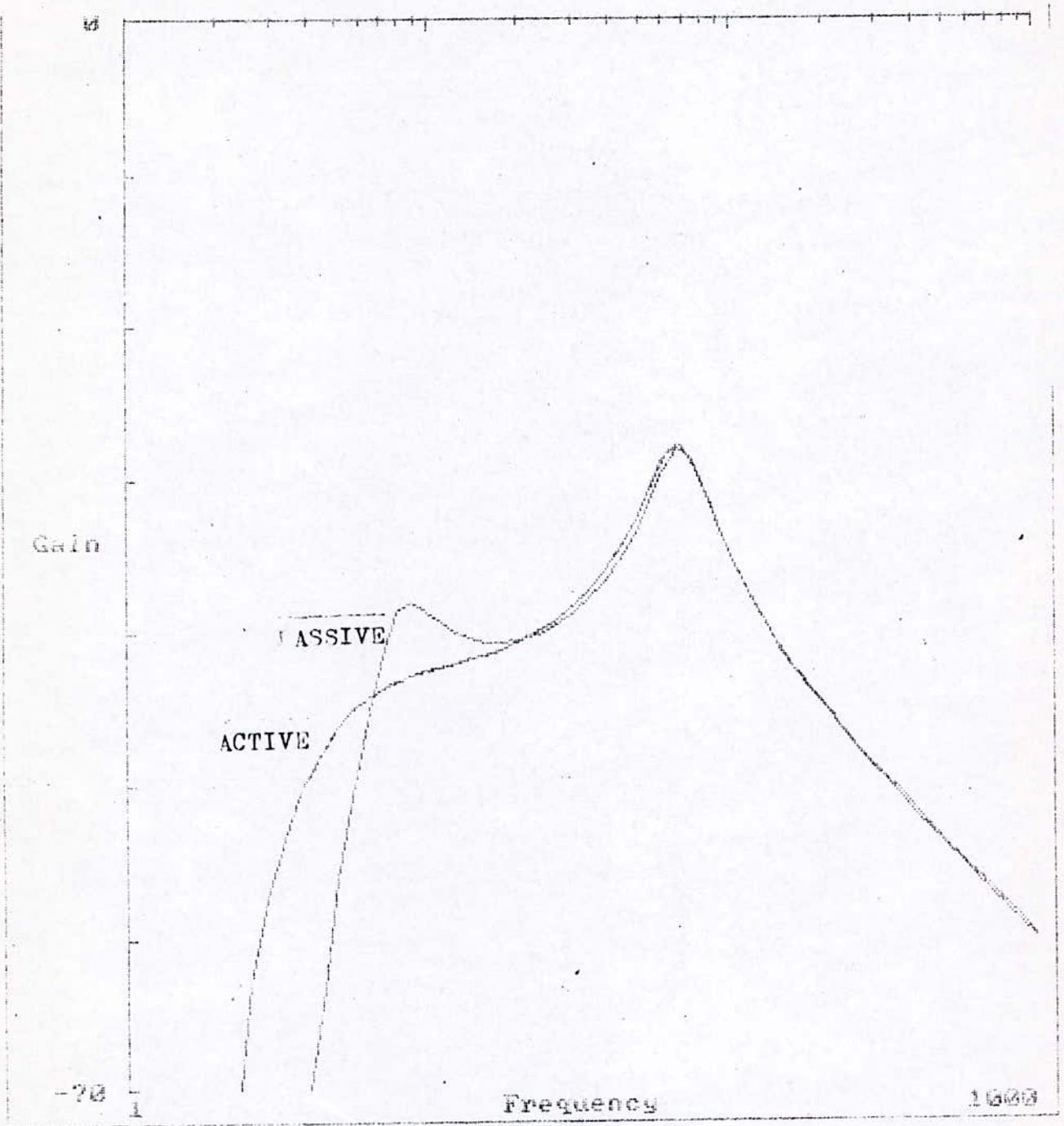


Fig 12 Comparison dans le diagramme de BODE des réponses de la déviation du pneu des suspensions active et passive.

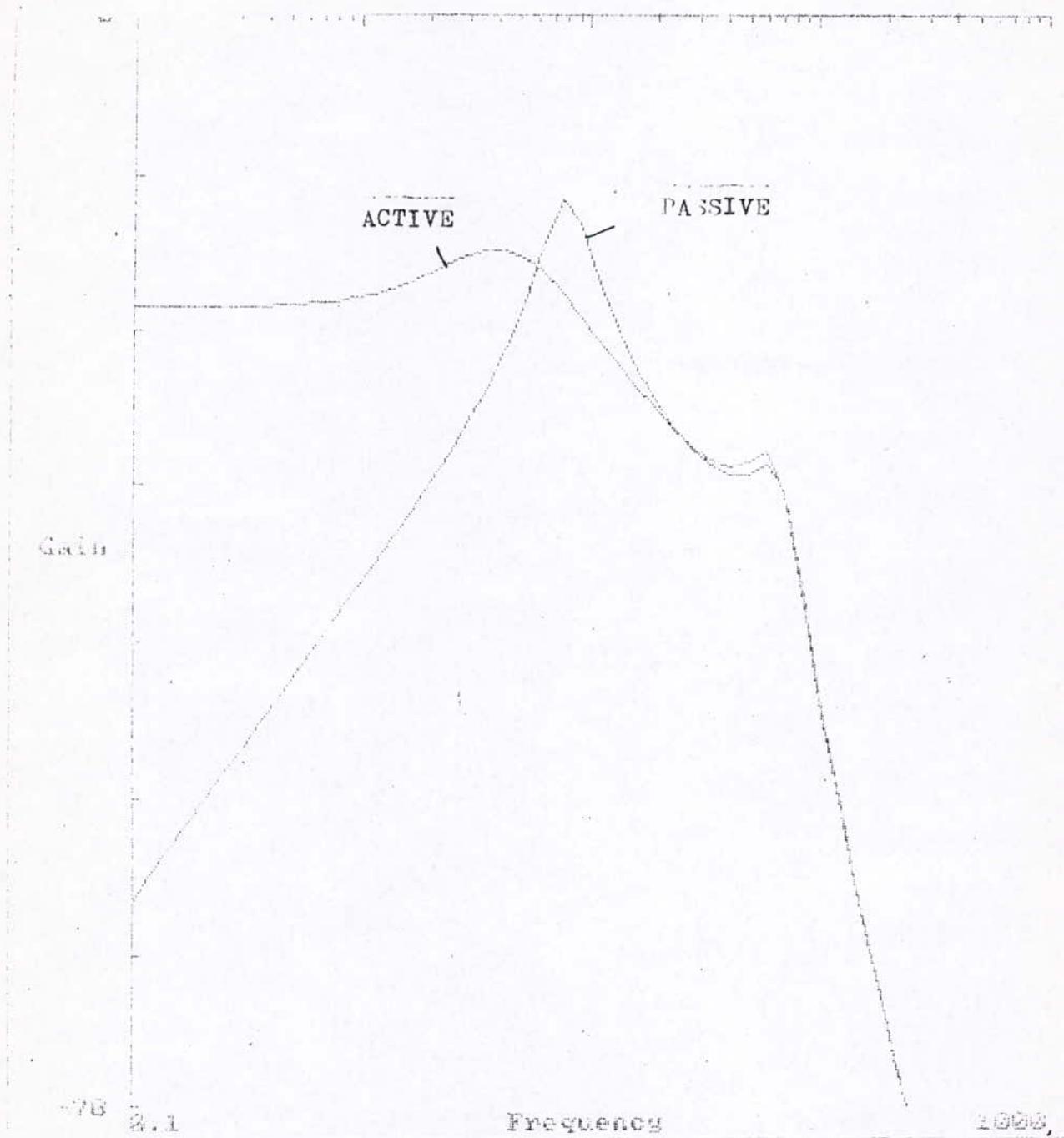


Fig.I3 Comparaison dans le diagramme de BODE des réponses de la déviation des suspensions active et passive.

configurations active et passive se trouvent dans la région des fréquences comprises entre 4 et 25c rd/sc (0.4 à 4 Hz). Nous voyons que contrairement à la suspension passive, la suspension active présente un bon amortissement près de la fréquence naturelle de la masse du ressort (M_2). Et identiquement à la suspension passive, elle présentent un léger amortissement à la fréquence naturelle de la masse de la roue (M_1). Nous déduisons que d'importantes améliorations dans l'isolation des usagers et fret des vibrations verticales sont réalisées grace à la suspension active dans le domaine des basses fréquences (moins de 4Hz)

La Fig 12 représente les courbes des réponses fréquentielles de la déviation de la roue (x_1-x_0) des suspensions active et passive.

La réduction majeur des déviations statiques de la suspension active se trouvent près de la fréquence naturelle de la masse (M_1). Au dela de cet fréquence, les réponses sont

identiques pour les deux suspensions.

La Fig 13 nous montre les courbes des réponses fréquentielles de la déviation des suspensions active et passive.

La suspension active, quoique présentant un léger amortissement près de la fréquence naturelle, possède un mauvais amortissement avant la fréquence naturelle, et un amortissement similaire à celui de la suspension passive au delà de cette fréquence.

6.2/ COMPARAISON DES PERFORMANCES DES SUSPENSIONS ACTIVE ET PASSIVE DANS LE DOMAINE TEMPOREL:

A l'aide des coefficients du vecteur de la boucle de retour disponible dans [8], on détermine la réponse temporelle, à un échelon, d'un système optimisé pour des valeurs particulières de ρ, q_1 et q_2 . La figure 14 montre les courbes des réponses temporelles x_1 et x_2 représentant respectivement les déplacements de l'essieu et du châssis à un échelon en entrée. Les courbes des réponses temporelles

correspondantes au système passif sont montrées Fig 15. Les Figure 14 et 15 sont obtenues en utilisant MATLAB. La comparaison des courbes des deux Figures nous montre que pour une suspension active, le déplacement du châssis offre des performances meilleurs par rapport à une suspension passive, car elle possède un plus petit dépassement et un temps de réponse plus rapide. De même pour l'essieu, amélioration du dépassement et du temps de réponses de l'actif par rapport au passif. Nous déduisons donc que la suspension active (optimale) apporte des améliorations certaines des performances par rapport à la suspension passive.

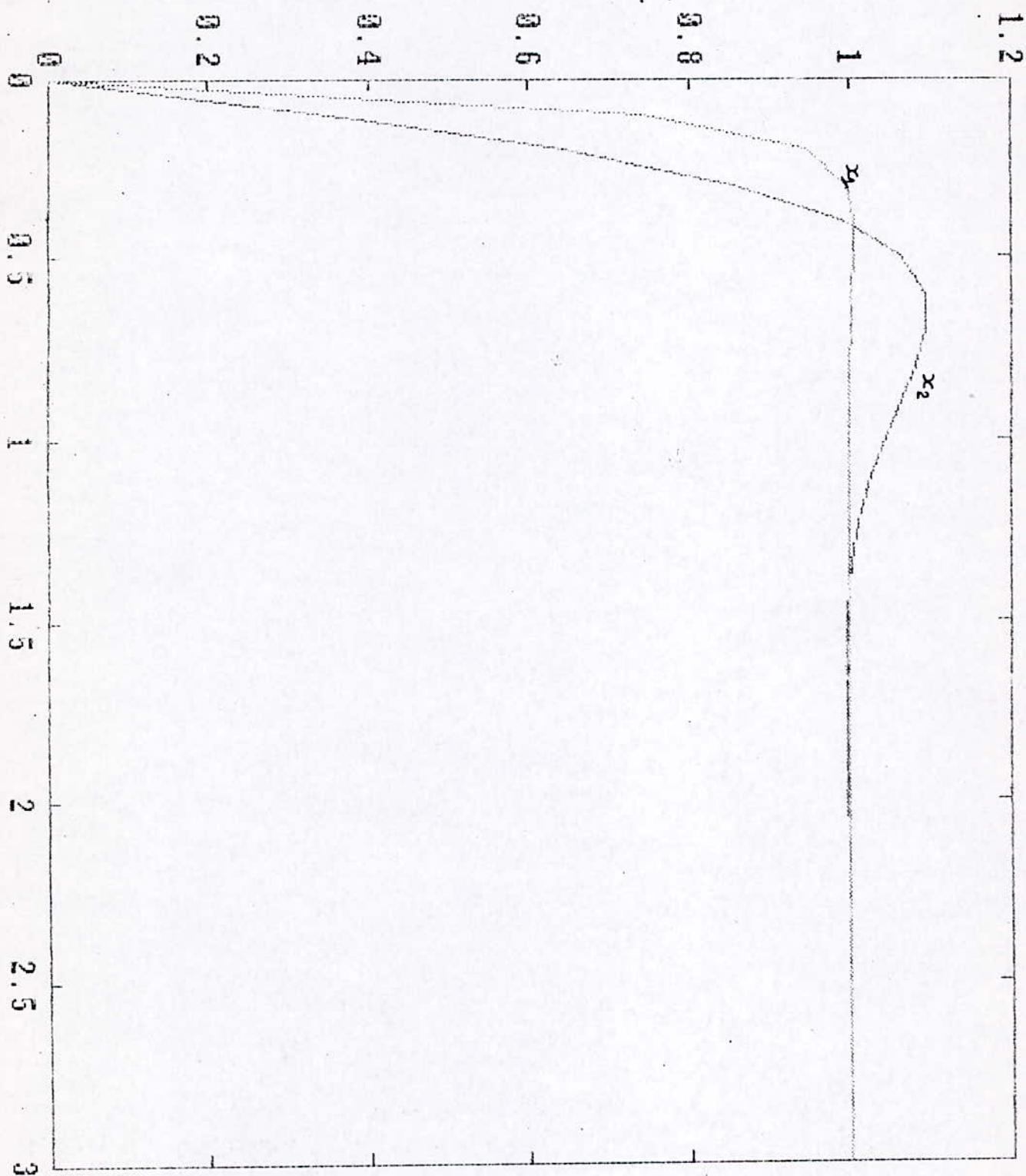


Fig.I4 Courbe des reponses temporelles a un echelon du chassis et essieu d'une suspension active optimale.

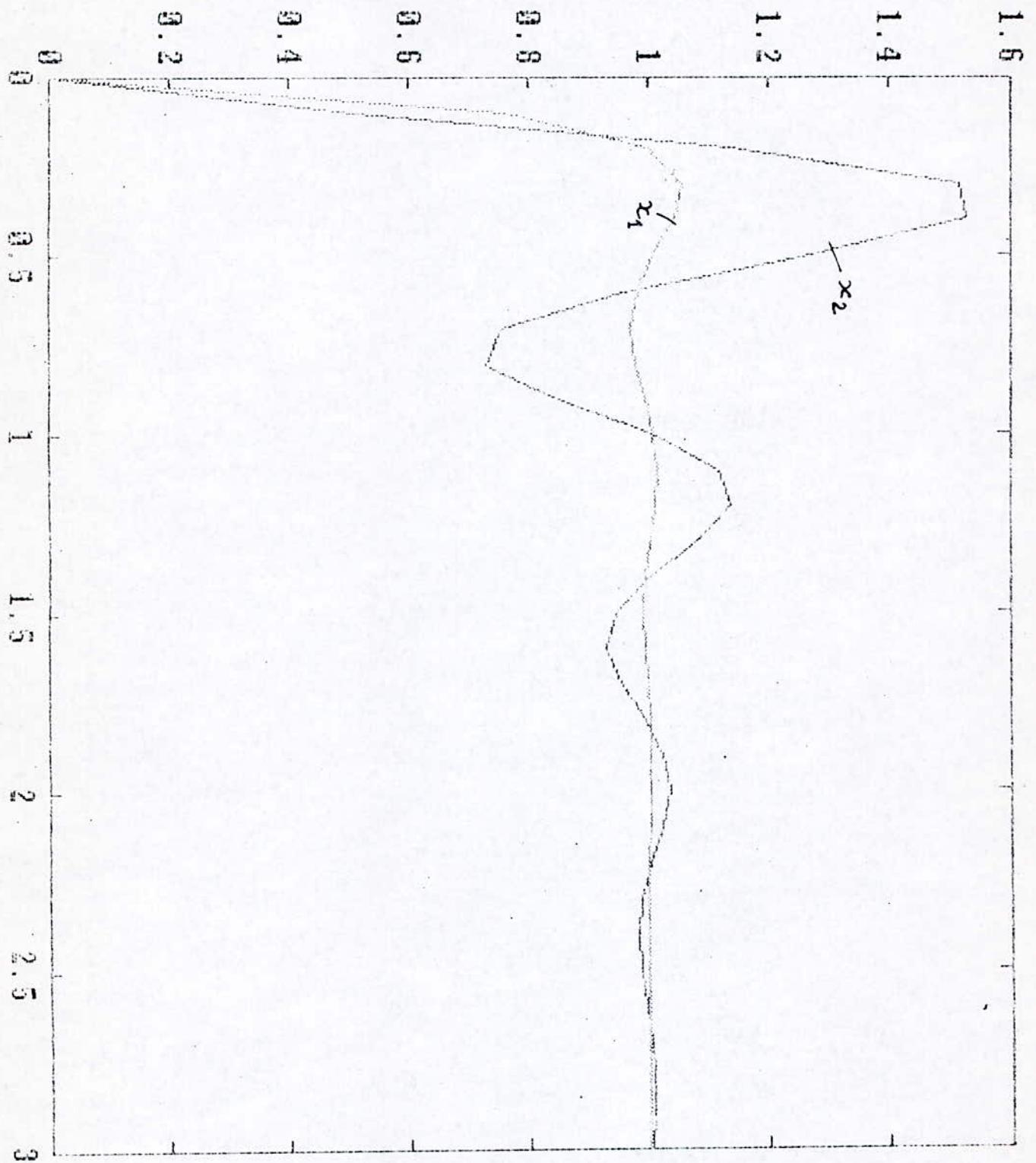


Fig.15 Courbe des reponses temporelles a un echelon du chassis et de l'essieu d'une suspension passive.

VII/ CONCLUSION

Nous avons montré que les suspensions passives étaient limitées. Aussi, l'apport d'énergie externe pour la suspension active améliore substantiellement les performances de celle-ci. Ainsi, pour la méthode classique, l'aspect confort est amélioré tandis que l'aspect sécurité est légèrement dégradé.

Par conséquent, cette méthode n'arrive pas à améliorer les deux aspects en même temps. La méthode moderne, tout en préservant l'aspect sécurité constant, améliore substantiellement l'aspect confort. De plus, contrairement à la méthode classique, elle nous offre d'une méthode de synthèse.

La littérature montre que la situation engendrée par les performances que présentent la suspension active, rapportée dans notre étude, lui reste beaucoup à faire pour être finalisée en pratique à cause de la non observabilité, pratique, de tout les modes et des limitations des actionneurs disponibles sur le marché. Aussi, en associant à

la commande optimale d'autres techniques, à savoir la commande préinformée, des améliorations certaines pourraient être obtenues.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] : A.G. THOMSON, PhD "Design of active suspensions" Proc. Inst. of mechanical Engineers. 1970-71 Vol 185 (36) pp 553-56.
- [2] : A.G. THOMSON, PhD "Active suspension with optimal linear state feedback" Inst. of Mechanical Engineers 1970.
- [3] : A.G THOMSON, PhD "optimal and sub optimal linear active suspensions for road vehicles". vehicle system dynamics, 13 (1984),pp 61-72.
- [4] : J-M.F-LABROSSE "contribution à l'étude et au perfectionnement de la suspension des véhicules. La servo-suspension F-L "Journal de la S.I.A Décembre 1954".
- [5] : R.M GOODALL and W. KORTUN "Active controls in ground transportation-Review of State-of-the-art and future potential". Véhicule System Dynamics. 12(1983), pp. 255-257.

[6] : R.M CHALASANI "Ride performance potentiel of active suspension systems". Winter annual meeting of the ASME Décembre 7/12/86 AMD Vol 80 (DSC-Vol 2), pp. 205-234.

[7] : A.G THOMSON "Frequency locus methods in mechanical vibrations", Bull. Mech. Engng. Educ. Vol. 10, pp. 341-352.

(8): B. FRIEDLAND "Optimal Control Theory" Chap. 9, pp. 337-377.

[9] : J.K HEDRICK, PhD and T.BUDSUEN, MS "Invariant Properties of Automotive Suspensions" Dep of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Combridge, Massachusetts, U.S.A

[10] : N. LOUAM, PhD, "Vehicle system dynamics", International journal of vehicle mechanics and mobility. Official Organ of the International Association for Vehicle System Dynamic.

- [11] : D.N.L HORTON and D.A CROLLA "Theoretical analysis of a semi-active suspension fitted to an off-road vehicle" *Vehicle System Dynamics*, 15(1986), pp. 351-372.
- [12] : N. LOUAM, PhD, "Théorie de la commande optimale", cours de 5^e Année AUTOMATIQUE, E.N.P (1993).