

12/98

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique Et Populaire
وزارة الجامعات و البحث العلمي
Ministères des Universités et de la Recherche Scientifique
المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique
D.E.R de Génie Electrique et Informatique
Filière : Electrotechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDE

*Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état
en Electrotechnique*

THEME

Commande Robuste H_{∞} D'une Machine
Asynchrone Alimentée En Courant
Approche Par Factorisations Premières

Proposé et dirigé Par :

M^r. B. HEMICI
M^r. M. O. MAHMOUDI

Etudié Par :

M^r. FADENE Amine
M^r. GHOUL Ahmed



Promotion : Juin 1998



E.N.P. 10, AVENUE HASSEN BADI - EL - HARRACH - ALGER



DEDICACES



A nos très chers parents ,

*Qui nous ont donné le meilleur d'eux - même , notre éducation ,
qui par leur patience et leurs précieux conseils ont su nous guider vers la
voie de la réussite .*

*A nos pères , nos mères , nous dédions ce modeste travail en
témoignage de notre amour et notre profond respect .*

A la mémoire de mon frère Salim

A mon frère Mohamed

A mes sœurs Zineb et Afaf

A ma grand-mère

A mes amis Djamel , Mourad et Abdelhak

A celui qui ma soutenu et guider tout au long de ce chemin :

A Khaled

*A tous mes amis (es) , je leur dédie ce mémoire en signe de ma
profonde tendresse et ma sincère amitié .*

AMINE

A mes chères sœurs

A mes chers frères

A ma belle sœur , mon beau frère

A mes adorables nièces

A mon adorable neveu

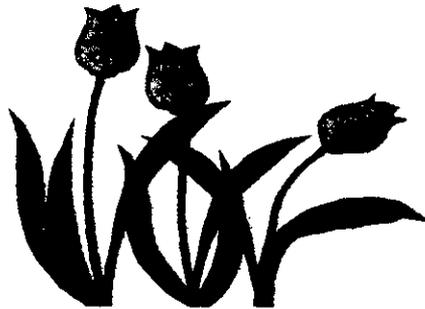
A mes tantes et oncles

A mes cousines et cousins

A KHADIR toufik qui nous as énormément aider

*Je dédie ce mémoire en signe de ma reconnaissance et ma
profonde tendresse .*

AHMED



Liste des symboles utilisés

- Mas** : Machine asynchrone
- s ; r** : Indices correspondants au stator et au rotor
- a , b , c** : Indices correspondants aux trois phases a , b , c
- d , q** : Axes correspondants au référentiel lié au champ tournant
- L_s , L_r** : Inductances cycliques statorique et rotorique par phase
- L_m** : Inductance mutuelle cyclique
- R_s , R_r** : Résistances d'enroulements statorique et rotorique par phase
- T_s , T_r** : Constantes de temps statorique et rotorique
- P** : Nombre de paire de pôle
- C_e** : Couple électromagnétique
- C_r** : Couple résistant
- J** : Moment d'inertie de la partie tournante
- θ_s , θ_r** : Angles électriques statorique et rotorique
- ω_s , ω_r** : Pulsations électriques statorique et rotoriques
- ω_{gt}** : Pulsation électrique de glissement
- Ω** : Vitesse mécanique du rotor
- Φ_s , Φ_r , Φ_m** : Flux statorique ; rotorique , et magnétisant
- v** : Tension
- i** : Courant
- s** : Opérateur de Laplace
- $\lambda(A)$** : Valeur propre de A
- $\sigma_i(A)$** : La $i^{ème}$ valeur singulière de A
- H_∞** : Espace de Hardy des fonctions analytiques dans $Re(s) > 0$
- $\|A\|_\infty$** : Norme H_∞ de A
- SISO** : Système à une seule entrée et une seule sortie
- MIMO** : Système à entrée et sortie multiples
- NCF** : factorisation première normalisée
- OND** : onduleur

SOMMAIRE



* *DEDICACES*

* *REMERCIEMENTS*

* *INTRODUCTION GENERALE*..... 1

CHAPITRE I : Modélisation de la machine Asynchrone

1. Généralité.....	3
2. Hypothèse.....	3
3. Equations électriques de la MAS.....	4
4. Transformation de PARK.....	5
5. Modélisation de la mas dans le repère de PARK.....	6
6. Choix du référentiel.....	8
• Référentiel lié au stator.....	9
• Référentiel lié au rotor.....	9
• Référentiel lié au champ tournant.....	9
7. Mise sous forme d'équation d'état.....	9
8. Modélisation de l'alimentation de la MAS.....	9
• Modélisation du redresseur.....	13
• Modélisation du filtre.....	14
• Modélisation de l'onduleur.....	15
• Simulation numérique et conclusion	21

CHAPITRE II : Commande indirecte par orientation du flux rotorique de la machine a synchrone

1. Introduction	22
2. Principe de la commande	23
3. Description de la commande vectorielle.....	24
4. Commande indirecte.....	25
5. Simulations et conclusions.....	26

CHAPITRE III : Eléments d'analyse de la robustesse et des performances

1. Introduction.....	29
2. Stabilité robuste.....	29
3. Marges de stabilité.....	30
• Marge de gain.....	30
• Marge de phase	31
• Marge de retard.....	31
• Marge de module.....	32
4. Stabilité robuste	33
• Détermination du lieu de Nyquist du gain perturbé.....	34
• Perturbation du gain de boucle inverse	35
• Propriétés de la fonction de sensibilité.....	37
5. Performance robuste.....	38
6. Loop shaping.....	40
7. Généralisation aux cas MIMO.....	41
8. Concepts mathématiques sur la norme H_∞	42
• Espace des fonctions.....	42
• Espace de Hilbert dans le domaine fréquentiel.....	43
9. Théorème des petits gains.....	44
• Les différentes présentations des incertitudes d'un système Bouclée.....	45
• Utilisation du théorème des petits gains.....	46
10. Incertitudes structurés et non structurés.....	47
11. Conclusion.....	48

CHAPITRE IV : Commande robuste H_∞ : synthèse H_∞ par factorisation premières

1. Introduction.....	49
2. Problème H_∞ standard.....	49
3. Synthèse H_∞ par factorisations premières.....	51
• Factorisations premières.....	51
• Problème de stabilité robuste.....	52
• Approche Loop – Shaping.....	53

4. Application de l'approche des factorisations premières.....	54
• Tracés de Bode de G_{flux} et $G_{vitesse}$	55
• Réglage des performance par Loop – Shaping.....	56
• Calcul des correcteurs.....	60
• Rejet de perturbation.....	62
• Application de la structure de correction au système (MAS + FOC + OND).....	64
• Application des incertitude.....	66
5. Conclusion.....	68
 <i>CONCLUSION GÉNÉRALE</i>	 69
 <i>ANNEXES</i>	
<i>ANNEXE A</i>	70
<i>ANNEXE B</i>	72
 <i>BIBLIOGRAPHIE</i>	 74

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

Introduction Générale

Le calcul de la commande d'un processus physique passe nécessairement par l'utilisation d'un modèle qui ne sera qu'une représentation imparfaite de la réalité , il y a toujours des incertitudes de représentation , dont la conséquence est qu'on ne peut pas d'écrire exactement par un modèle mathématique le comportement d'un système physique .

Parmi ces incertitudes de modèle on peut notamment citer les dynamiques hautes fréquences qui son mal connu, ou volontairement négligées dans l'écriture du modèle , les retards purs , les incertitudes sur les valeurs des paramètres physiques , les effets d'une libéralisation autour d'un point de fonctionnement , l'utilisation de modèles simplifiés pour les actionneurs et les capteurs , ... etc.

Il convient donc d'étudier la robustesse de la loi de commande appliquée, afin d'être capable de garantir la stabilité et un certain degré de performances en dépit de ces incertitudes .Notons , que ces exigences sont implicitement mais imparfaitement prises en compte en automatique traditionnel - méthode naturellement robuste - , au moyen des marges de gain et de phase (boude , Nyquist ...) .

L'approche classique qui était utilisée vers les années 60 était la théorie Linéaire Quadratique Gaussienne LQG [3] .Dans cette approche les incertitudes étaient des perturbations additives modélisées comme des bruits blancs Gaussiens possédant des covariances fixes .

Le contrôleur LQG garantissait la stabilité en boucle fermée et des performances satisfaisantes en présence de ces perturbations. Le problème majeur de cette approche est le manque de traitement des incertitudes dans le procédé lui-même. En n'autorisant que les bruits additifs, la théorie stochastique ignore cette importante issue pratique : les incertitudes dans le procédé lui-même sont particulièrement critique, dans les problèmes de contrôle. C'est dans ce contexte que se situe la commande robuste H_∞ .

Des méthodes systématiques d'études de la robustesse ont commencé à voir le jour dans les années 80, à partir des travaux de DOYLE et SAFONOV. De nouveau outils furent introduits, notamment la norme H_∞ des matrices de transferts, et la valeur singulière . L'évaluation de celle -ci entraîne la recherche

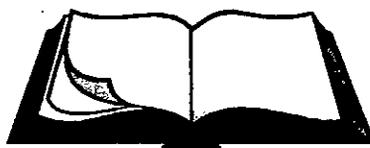
d'algorithmes performants, qui sont aujourd'hui disponible dans des logiciels spécialisés.

Dans un système de contrôle, la norme H_∞ s'est trouvée comme un moyen très approprié pour spécifier aussi bien le niveau des incertitudes que le gain en signal des entrées de perturbations vers les erreurs de sortie. Elle est donc appliquée principalement quand il s'agit de signaux de perturbations et des incertitudes dans le système lui-même.

Cette théorie à été introduite pour la première fois par Zames en 1981[14] ,il a considéré le problème de minimisation de la norme H_∞ de la fonction de sensibilité d'un système SISO. Il a montré aussi que les incertitudes du procédé réduisent la capacité de la contre réaction pour réduire la sensibilité .Ce travail à été développé par la suite par Francis et Zames en 1984 dans [8] et [9].

*Ils ont montré que cette théorie permet de traiter le problème de robustesse d'une manière plus directe que les autres méthodes d'optimisation. Elle a été étendue alors à d'autre problème de contrôle. Ces méthodes sont regroupées sous le nom de "**commande H_∞** " : moyennant l'utilisation d'une forme standard, le problème d'asservissement est conçu comme l'optimisation d'une matrice de transfert, celle qui intervient entre des signaux d'entrée et des signaux d'erreur judicieusement choisie. Le pas décisif pour l'utilisation de cette approche fut franchi à la fin des années 80, quand apparurent les principales techniques permettant de résoudre le problème standards. L'une des méthodes les plus utilisées pour résoudre le problème H_∞ standards est l'algorithme de Glover-Doyle [10].*

Nous présentons dans ce mémoire une autre méthode, développée par Mc Farlane et Glover [11] à partir de la notion de factorisation première d'une matrice de transfert (cas MIMO) ou d'une fonction de transfert (cas SISO), cette approche présente des propriétés intéressantes , et sa mise en œuvre fait appel à des notions classique de l'Automatique .



Chapitre I :

**Modélisation de la machine
Asynchrone**

1. Généralité :

La conception et la mise en oeuvre d'une commande particulière pour un système donnée, nécessite une modélisation de ce système, dans notre étude, le système à modéliser est constitué de la MAS, et son alimentation.

La modélisation est la description mathématique d'un processus technique, cette description mathématique se fait normalement par des équations différentielles ou des fonctions de transfert et donne les relations entre les grandeurs d'entrées et les grandeurs de sortie d'un système [6].

L'analyse du fonctionnement de la MAS n'est pas simple car de nombreux phénomènes compliqués interviennent dans son fonctionnement tel que la saturation, les courants de Foucault etc ..., mais on va négliger l'effet de ces phénomènes sur la machine, car d'une part leur mise sous forme mathématique est difficile, d'autre part leur influence sur le comportement de la machine peut être considéré comme négligeable.

La machine asynchrone est composée de :

- Un stator, portant un bobinage, logé dans des encoches et relié à la source d'alimentation
- Un rotor, qui peut être soit bobiné soit à cage d'écureuil.
 - ❖ Si le rotor est bobiné il porte un bobinage logés dans des encoches, l'extrémité de chaque phase est reliée à une bague sur laquelle frotte un balai fixe.
 - ❖ Si le rotor est à cage, il est formé d'un certain nombre de barres, une par encoche, reliées entre elle à chaque extrémité du rotor par des anneaux.

2. Hypothèses :

On considère une MAS à rotor bobiné – rotor en court circuit – avec des enroulements triphasés au primaire et au secondaire, l'application de la transformation de PARK à la MAS et l'étude de celle-ci nécessite un certain nombre d'hypothèses simplificatrices :

- On suppose que les circuits magnétiques sont non saturés, et suffisamment feuilletés pour que les pertes fer soient négligeables, les relations entre les flux et les courants sont d'ordres linéaire.
- On considère une densité de courant uniforme dans la section des conducteurs élémentaires, l'effet de peau est négligé.
- On ne tient compte que de la première harmonique de la force magnétomotrice de chaque phase du stator et du rotor (fmm sinusoïdale). L'entrefer étant constant, les inductances propres sont constantes. Les inductances mutuelles sont des fonctions sinusoïdales de l'angles entre les axes des enroulements rotoriques et statoriques.

3. Equations électriques de la MAS :

Avec ces hypothèses , les équations des tensions des trois phases statoriques , et rotoriques s'écrivent :

$$[V_s] = [R_s][i_s] + \frac{d[\Phi_s]}{dt} ; [O] = [R_r][i_r] + \frac{d[\Phi_r]}{dt} \quad (1.1)$$

avec :

$$[V_s] = \begin{pmatrix} V_{sa} \\ V_{sb} \\ V_{sc} \end{pmatrix} ; [i_s] = \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{pmatrix} ; [\Phi_s] = \begin{pmatrix} \Phi_{sa} \\ \Phi_{sb} \\ \Phi_{sc} \end{pmatrix}$$

$$[i_r] = \begin{pmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{pmatrix} ; [\Phi_r] = \begin{pmatrix} \Phi_{ra} \\ \Phi_{rb} \\ \Phi_{rc} \end{pmatrix}$$

$$[R_s] = R_s \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; [R_r] = R_r \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Les équations du flux sont donné par :

$$\begin{aligned} [\Phi_s] &= [L_{ss}][i_s] + [M_{sr}][i_r] \\ [\Phi_r] &= [L_{rr}][i_r] + [M_{rs}][i_s] \end{aligned} \quad (1.2)$$

avec :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} ; [L_{rr}] = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_r \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = M \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r - \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta_r - \frac{2\pi}{3}) & \cos \theta_r \end{bmatrix}$$

θ_r : angle électrique du rotor par rapport au stator

$$[M_{rs}] = [M_{sr}]^T$$

Finalement en remplaçant (1.2) dans (1.1) on obtient :

$$\begin{aligned} [V_s] &= [R_s][i_s] + \frac{d}{dt}([L_{ss}][i_s]) + \frac{d}{dt}([L_{sr}][i_r]) \\ [0] &= [R_r][i_r] + \frac{d}{dt}([L_{rr}][i_r]) + \frac{d}{dt}([M_{rs}][i_s]) \end{aligned} \quad (1.3)$$

4. Transformation de PARK :

La résolution de ces équations différentielles est très difficile, car les coefficients sont variable en fonction de θ_r , pour cela on utilise la transformation de PARK pour simplifier le problème. Cette transformation permet le passage d'un enroulement triphasé à un enroulement biphasé (fig1.1).

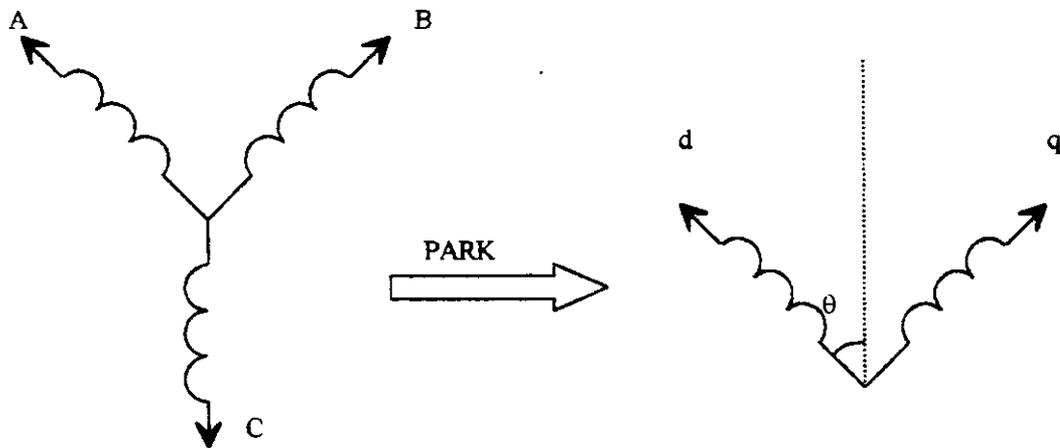


Fig.1.1. : Transformation de PARK

La matrice de PARK est donnée par :

$$P(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \cos \theta & -\sin \theta \\ \frac{1}{2} & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Cette matrice n'est pas orthogonale, donc elle ne conserve pas la puissance instantané, en divisant chaque vecteur colonne par sa norme, elle devient orthogonale c'est à dire $[P(\theta)]^{-1} = [P(\theta)]^t$ et par suite elle conserve la puissance instantanée.

$$P = V_a i_a + V_b i_b + V_c i_c = V_q i_q + V_d i_d$$

La forme modifiée de la transformation de PARK est donnée par :

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos \theta & -\sin \theta \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\theta - \frac{4\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

$$[X_{abc}]^t = P(\theta)[X_{odq}]^t$$

X : peut être le courant, la tension,etc.

5. Modélisation de la MAS dans le repère de PARK :

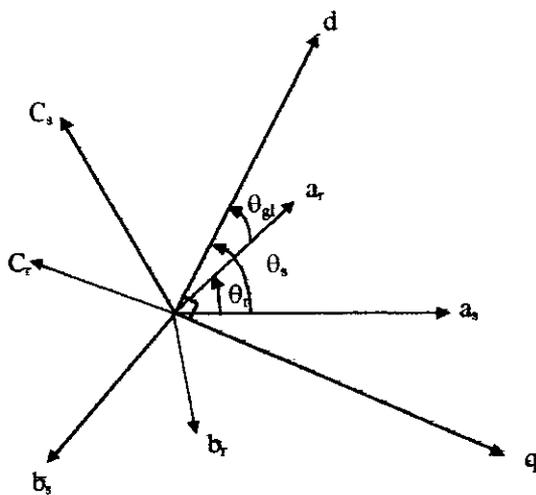


Fig1.2 : Représentation des axes de la machine

$$\begin{aligned}
 \theta_s &= \theta_r + \theta_{gl} & \omega_s &= \frac{d\theta_s}{dt} \\
 \omega_s &= \omega_r + \omega_{gl} ; & \omega_r &= \frac{d\theta_r}{dt} \\
 \Omega &= \frac{\omega_r}{P} & \omega_{sl} &= \frac{d\theta_{sl}}{dt}
 \end{aligned} \tag{I.6}$$

Les équations deviennent alors :

$$\text{stator} \begin{cases} V_{ds} = R_s i_{ds} + \frac{d\phi_{ds}}{dt} - \omega_s \Phi_{qs} \\ V_{qs} = R_s i_{qs} + \frac{d\phi_{qs}}{dt} - \omega_s \Phi_{ds} \end{cases} \tag{I.7}$$

$$\text{rotor} \begin{cases} 0 = R_r i_{dr} + \frac{d\phi_{dr}}{dt} - \omega_{sl} \Phi_{qr} \\ 0 = R_r i_{qr} + \frac{d\phi_{qr}}{dt} - \omega_{sl} \Phi_{dr} \end{cases} \tag{I.8}$$

$$\begin{cases} \Phi_{ds} = L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \\ \Phi_{qs} = L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \end{cases} , \begin{cases} \Phi_{dr} = L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \\ \Phi_{qr} = L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \end{cases} \tag{I.9}$$

avec :

$L_s = l_s - M_s$ inductance cyclique propre statorique .

$L_r = l_r - M_r$ inductance cyclique propre rotorique .

$L_m = 3M/2$ inductance mutuelle propre stator / rotor .

Equation mécanique :

$$C_e - C_r - K_f \Omega = J \frac{d\Omega}{dt} \tag{I.10}$$

Le couple est donné par :

$$C_e = P \frac{L_m}{L_r} (\Phi_{dr} i_{qs} - \Phi_{qr} i_{ds}) \tag{I.11}$$

p : nombre de paire de pôles

6. Choix du référentiel :

- Référentiel lié au stator :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = 0 \quad , \quad \frac{d\theta_{gl}}{dt} = -\omega_r \quad (I.12)$$

- Référentiel lié au rotor :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_r \quad , \quad \frac{d\theta_{gl}}{dt} = 0 \quad (I.13)$$

- Référentiel lié au champ tournant :

$$\frac{d\theta_s}{dt} = \omega_s \quad , \quad \frac{d\theta_{gl}}{dt} = \omega_s - \omega_r = \omega_{gl} \quad (I.14)$$

Dans notre cas , nous choisissons ce référentiel car il nous permet de travailler avec des grandeurs constantes qui sont des grandeurs efficaces .

Dans ce référentiel le équations deviennent :

$$\begin{aligned} V_{ds} &= R_s i_{ds} + \frac{d\Phi_{ds}}{dt} - \omega_s \Phi_{qs} \\ V_{qs} &= R_s i_{qs} + \frac{d\Phi_{qs}}{dt} + \omega_s \Phi_{ds} \end{aligned} \quad (I.15)$$

$$0 = R_r i_{dr} + \frac{d\Phi_{dr}}{dt} - \omega_{gl} \Phi_{qr}$$

$$0 = R_r i_{qr} + \frac{d\Phi_{qr}}{dt} + \omega_{gl} \Phi_{ds}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_{ds} &= L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \\ \Phi_{qs} &= L_s i_{qs} + L_m i_{qr} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_{dr} &= L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \\ \Phi_{qr} &= L_r i_{qr} + L_m i_{qs} \end{aligned} \right.$$

$$C_e - C_r - K_f \Omega = J \frac{d\Omega}{dt}$$

$$C_e = P \frac{L_m}{L_r} (\Phi_{dr} i_{qs} - \Phi_{qr} i_{ds})$$

7. Mise sous forme d'équation d'état :

La mise sous forme d'équation d'état est utile pour la simulation et pour la conception de la commande de la MAS, elle consiste à mettre les équations obtenues sous la forme :

$$\dot{X} = AX + BU \tag{I.16}$$

X : vecteur d'état, il décrit à tout instant l'état du système. Ses éléments sont appelés grandeurs d'états (fig1.3).

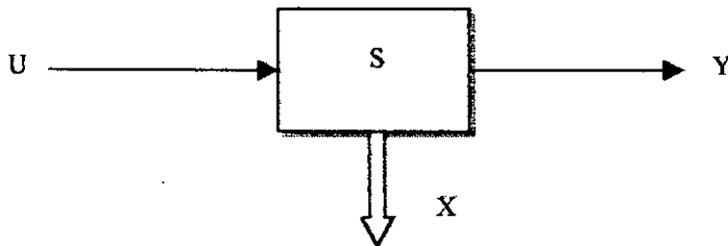


Fig1.3 : Formalisme d'état

Pour le modèle de la MAS alimentée en courant on choisit comme variable d'état $(\Phi_{dr}; \Phi_{qr}; \Omega)$. Les courants statoriques $(i_{ds}; i_{qs})$ et ω_{gl} sont considérés comme variables de commande et le couple C_r , comme perturbation voir (figure 1.4) on aura donc :

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{dr} \\ \Phi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & +\omega_{gl} \\ -\omega_{gl} & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{dr} \\ \Phi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_m}{T_r} \\ \frac{L_m}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \end{bmatrix} \tag{I.17}$$

avec

$$T_r = \frac{L_r}{R_r}$$

$$C_e = P \frac{L_m}{L_r} (\Phi_{dr} i_{qs} - \Phi_{qr} i_{ds})$$

$$C_e - C_r = K_f \Omega + J \frac{d\Omega}{dt}$$

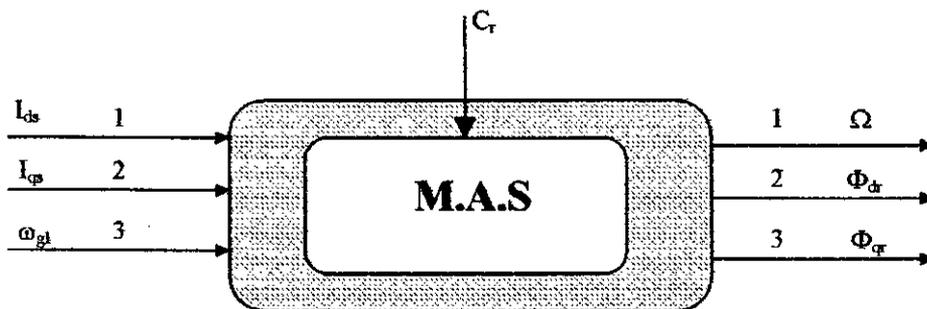


Fig.1.4 ; Schéma bloc de la machine Asynchrone alimentée en courant

Le schémas bloc du modèle de la machine alimentée en courant est alors le suivant :

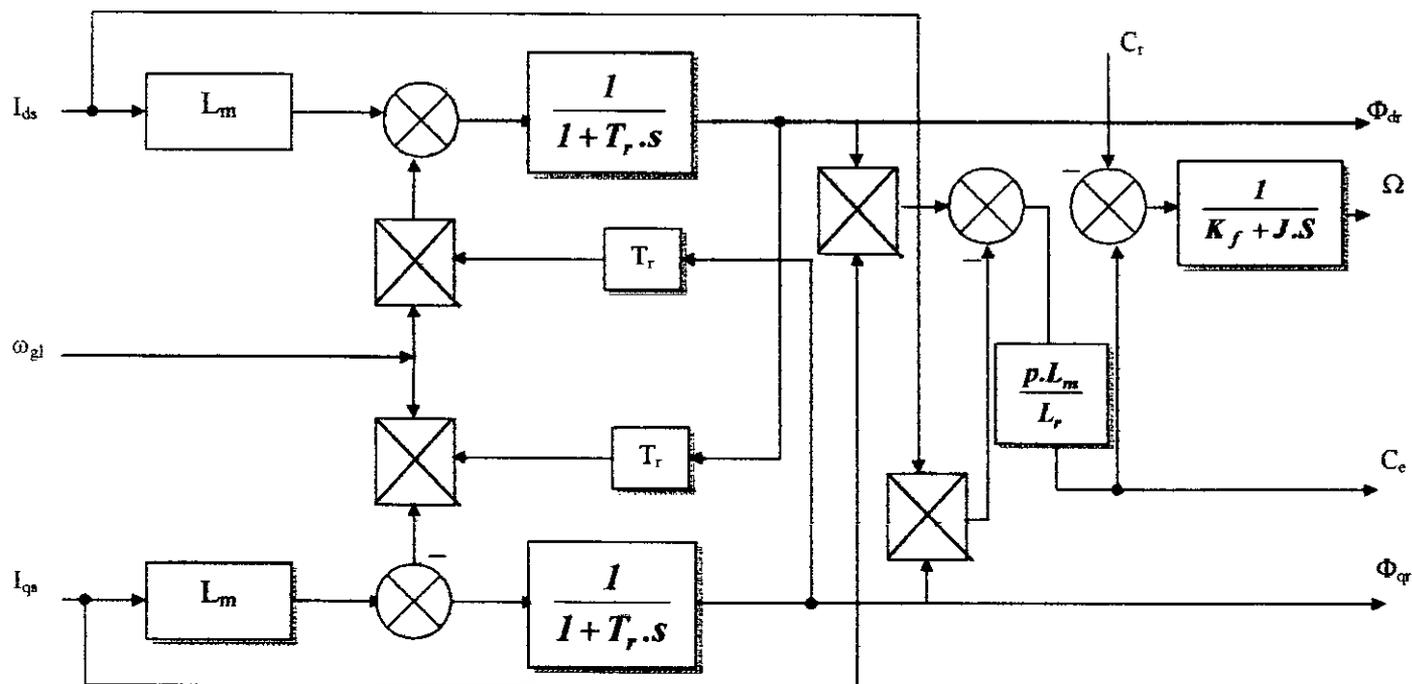


Fig.1.4 : Modèle de la machine asynchrone alimentée en courant

Simulation numérique :

La figure 1.5 et 1.6 présentent les caractéristiques dynamiques de la machine asynchrone alimentée en courant schématisée par la figure 1.4

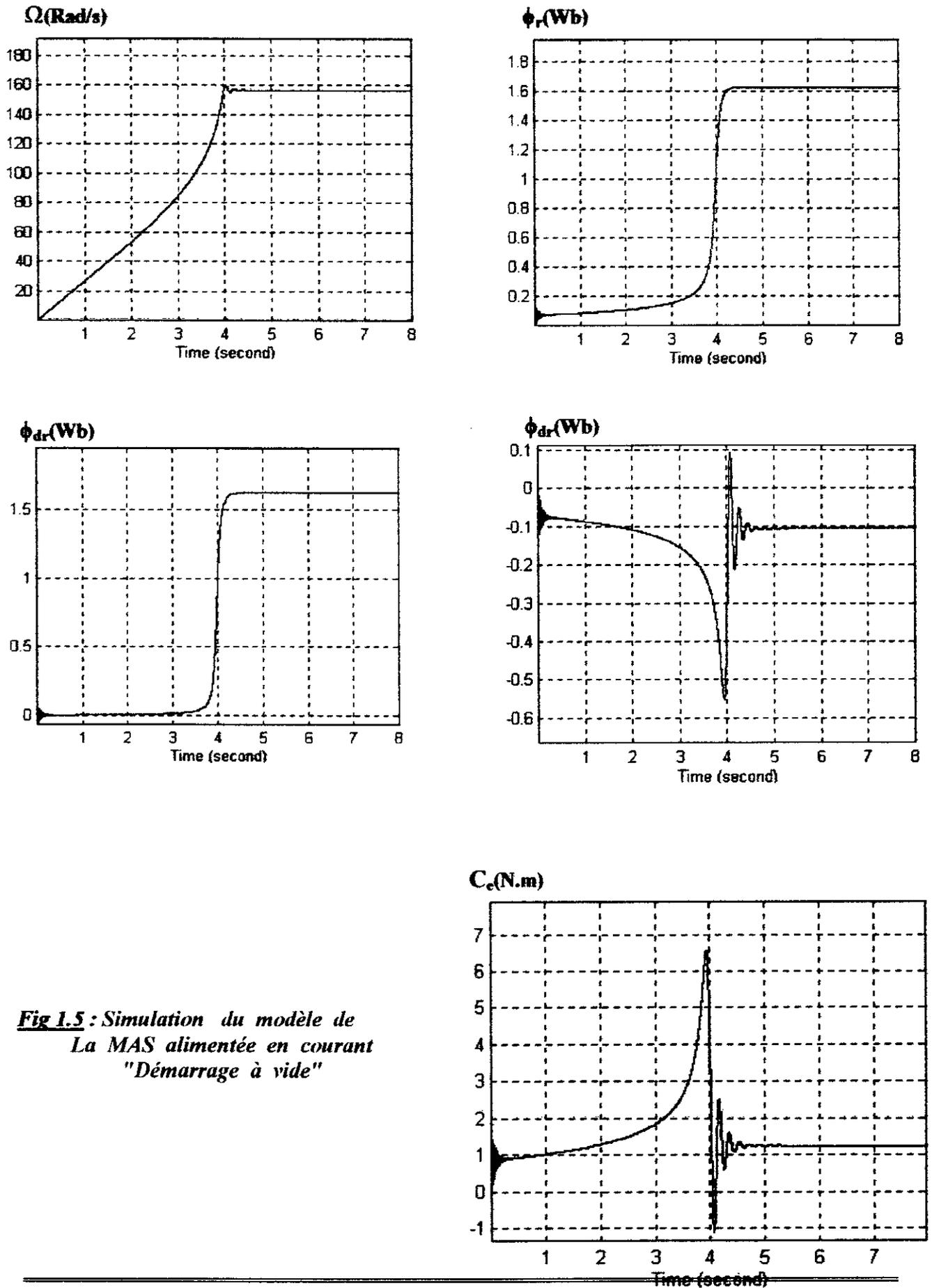


Fig 1.5 : Simulation du modèle de La MAS alimentée en courant "Démarrage à vide"

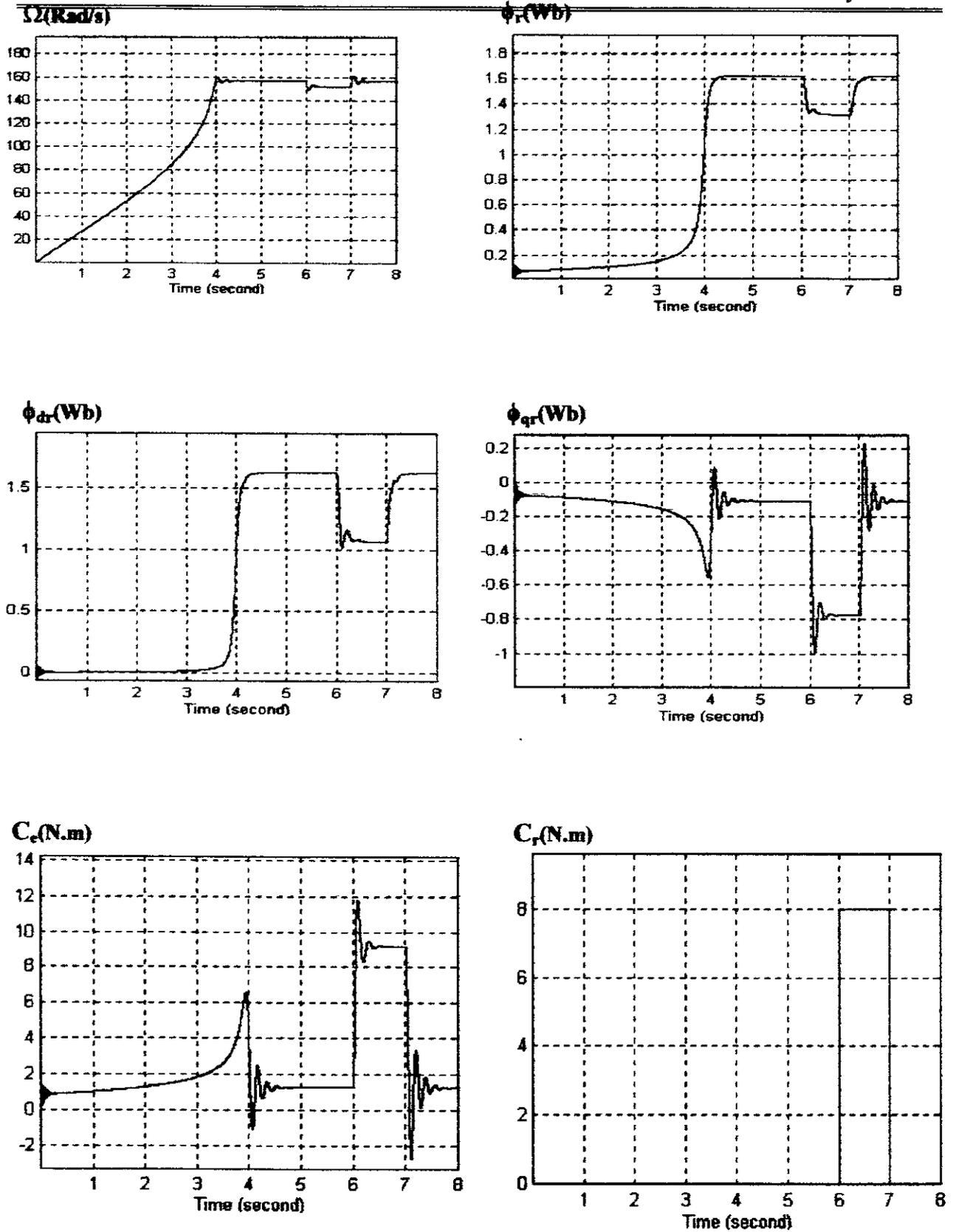


Fig 1.6 : Simulation du modèle de La MAS alimentée en courant "Avec application d'une charge"

8. Modélisation de l'alimentation de la machine Asynchrone :

Le réglage de la vitesse (ou position) du rotor d'une machine asynchrone , se réalise par action sur la fréquence .

Les alimentations s'orientent de plus en plus vers les techniques de **modulation de largeurs d'impulsion "MLI"** , dont plusieurs stratégies ont été développées pour assurer une alimentation variable en amplitude et en fréquence [5] .

Dans notre cas , l'alimentation est constituée de trois étages , un redresseur connecté au réseau , un filtre qui permet de réduire les ondulation du courant et de la tension , et un onduleur de type modulation de largeur d'impulsion MLI .

8.1 . Modélisation du redresseur :

Le redresseur est un pont de Graetz à diodes triphasé schématisés par la fig1.7 :

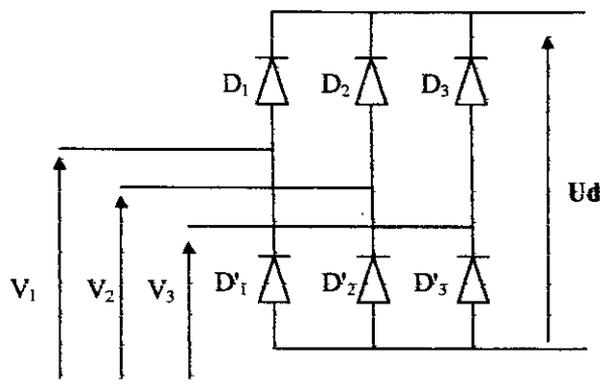


Fig.1.7 : Redresseur à diode

La forme de la tension redressé U_d est donnée par fig1.8 :

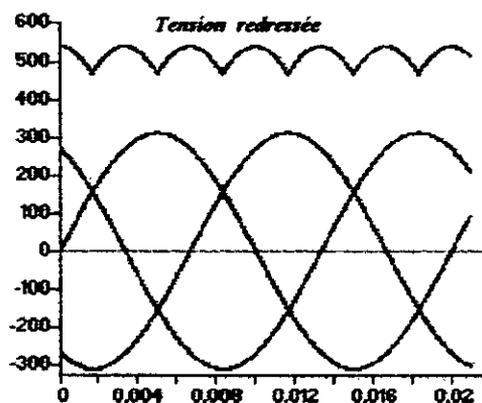


Fig.1.8 Tension redressée

Les séquences de conduction des diodes sont donnée par :

$$\begin{aligned} D_i \text{ conduit si } V_i &= \max(V_j) \quad i=1,2,3 \quad ; \quad j=1,2,3 \quad . \\ D_i' \text{ conduit si } V_i' &= \min(V_j) \quad i=1,2,3 \quad ; \quad j=1,2,3 \quad . \end{aligned}$$

La tension U_d est donnée par

$$U_d = V_i - V_j \quad (I.18)$$

Avec :

$$\begin{aligned} D_i \text{ et } D_i' &: \text{ les diodes en conduction ;} \\ V_i &: \text{ la tension à l'anode de } D_i \text{ .} \\ V_j' &: \text{ la tension à l'anode de } D_j' \text{ .} \end{aligned}$$

La valeur de la tension redressée est donnée par :

$$U_{\text{d moy}} = \frac{3\sqrt{3}}{\pi} V_m \quad (I.19)$$

8.2. Modélisation des filtre :

Le filtre utilisé est un filtre pass bas LC (fig.1.9), il sert à éliminer le hautes fréquence, la fonction de transfert du filtre est donnée par :

$$F(s) = \frac{U(s)}{U_d(s)} = \frac{1}{1 + LCS^2}$$

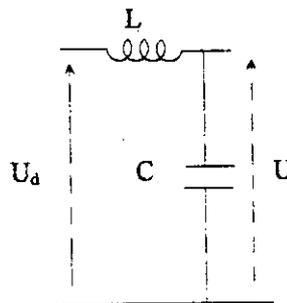


Fig.1.9 : Schémas du filtre

Remarque :

Dans notre cas on a considéré que l'ensemble (filtre + redresseur) donne une tension constante de $U = 514.6 \text{ V}$.

8.3. Modélisation de l'onduleur :

Le schéma de principe de l'onduleur de tension triphasé monté en pont alimentant le stator d'un moteur asynchrone, est donnée par la figure 1.10 :

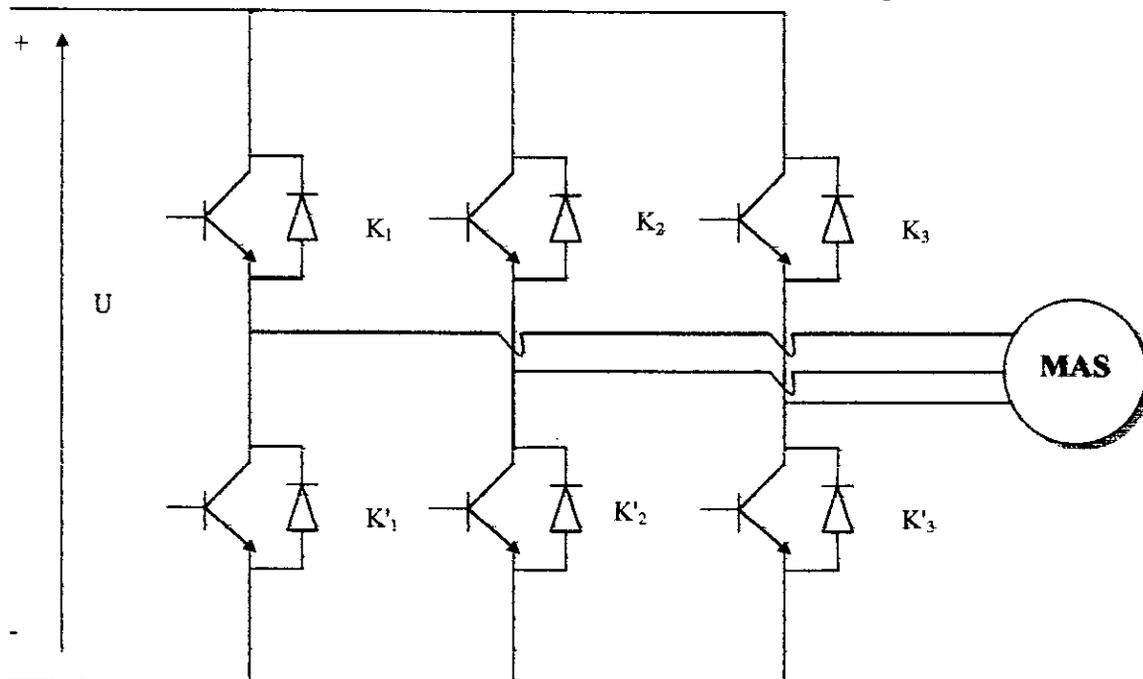


Fig.10. : Schéma de l'onduleur de tension

Chacune des trois branches comporte deux interrupteurs permettant de connecter une phase de la machine aux deux pôles de la sources de tension .

Soit V_a , V_b , V_c , les tensions de sortie simples est U_{ab} , U_{bc} et U_{ca} , les tensions composées alors :

$$\begin{cases} U_{ab} = V_a - V_b \\ U_{bc} = V_b - V_c \\ U_{ca} = V_c - V_a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_a = (U_{ab} - U_{ca}) / 3 \\ V_b = (U_{bc} - U_{ab}) / 3 \\ V_c = (U_{ca} - U_{bc}) / 3 \end{cases}$$

On définit alors les fonctions logiques F_i ($i=1, 2, 3$) qui représentent l'état logique des intercepteurs K_1 , K_2 et K_3 et K'_1 , K'_2 et K'_3 dont la commutation est supposé instantanée :

$$F_{i(i=1,2,3)} = \begin{cases} +1 & \text{si } K_i \text{ conduit} \\ -1 & \text{si } K'_i \text{ conduit} \end{cases}$$

On note quelques remarques très importantes :

1. parmi les quatre possibilités d'allumage des semi-conducteurs d'une branche deux sont interdites :
 - l'allumage simultané conduit au court circuit de la source de tension et donc à la destruction des semi-conducteurs de la branche si une protection efficace n'entre pas en action .
 - l'extinction simultané : la tension sur cette phase de la machine n'est alors plus imposée par l'onduleur , ce qu'on le rejette par principe .
2. chaque transistor doit être muni d'une diode antiparallèle, ce qui permettra de renvoyer le courant négatif vers la source .
3. la variation de f_s est facile à obtenir puisqu'il résulte directement de la variation de la fréquence de commutation des semi-conducteurs .

En tenant compte des définitions précédentes , nous aurons :

$$\begin{pmatrix} U_{ab} \\ U_{bc} \\ U_{ca} \end{pmatrix} = \frac{U}{2} \begin{pmatrix} F_1 - F_2 \\ F_2 - F_3 \\ F_3 - F_1 \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

et par conséquent les tensions simples s'écrivent :

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \frac{U}{6} \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

Le courant i_f à l'entrée de l'onduleur s'exprime par :

$$i_f = F_1 i_a + F_2 i_b + F_3 i_c \quad (1.22)$$

Il reste donc de déterminer les fonctions logiques $F_{i(i=1,2,3)}$. Celles-ci dépendent du type de commande de l'onduleur , c'est à dire la stratégie de modulation .

Notre onduleur est un onduleur à modulation de largeur d'impulsion MLI, commandé par la stratégie "Delta" (à hystérésis) .

8.4. Technique de modulation par la stratégie delta :

Cette technique de modulation dite aussi technique de contrôle des courants par hystérésis, elle est utilisée pour obtenir un convertisseur capable d'imposer la forme des courants de telle sorte qu'elles soient adaptées aux caractéristiques de la machine, ainsi pour la machine asynchrone qui est à répartition sinusoïdale d'induction, il faut des courants sinusoïdaux pour minimiser les ondulations du couple électromagnétique.

Le principe donc est basé sur la commande des interrupteurs de l'onduleur de telle sorte que les variations des courants, dans chaque phase de la machine soit à l'intérieur d'une bande de largeur donnée centrée au tour des courants de référence.

Ce type de commande permet de fixer un courant de référence i_{ref} dans les enroulements de la machine avec deux degrés de liberté.

- L'amplitude.
- La fréquence.

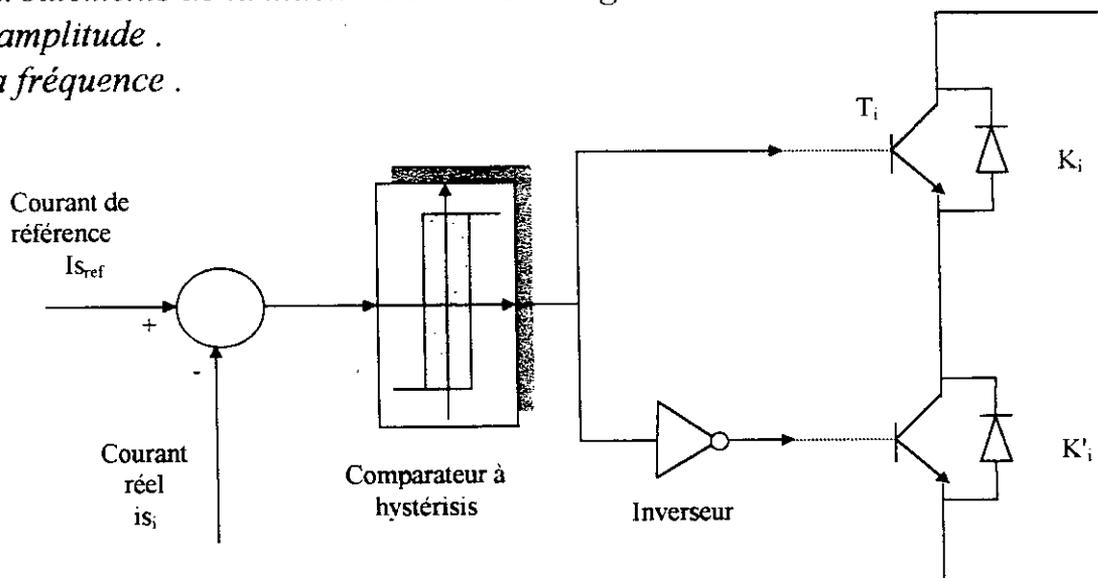


Fig1.12. : Principe du contrôle par hystérésis

Pour chaque bras de l'onduleur les interrupteurs K_i et K'_i ($i = 1, 2, 3$) sont reliés, l'un à la sortie d'un comparateur à hystérésis et l'autre aussi, mais via un inverseur.

L'entrée de ce comparateur reçoit la différence $\Delta i_{si} = i_{si} - i_{s,ref}$, le changement de signe de cette différence entraîne le basculement du comparateur. Par conséquent l'un des deux transistors T_i , T'_i qui conduisait initialement cesse de conduire et laisse la relève à l'autre. Cependant du fait de l'effet d'hystérésis le comparateur ne bascule pas instantanément au changement de signe $2\Delta i_{si}$, ainsi le transistor T_i continue à conduire tant que $\Delta i_{si} < h$ (h étant la demi largeur de la boucle d'hystérésis) ; pendant ce temps le courant réel i_{si} évolue en augmentant jusqu'à ce que Δi_{si} soit égale à h , le comparateur bascule et T'_i conduit tant que $\Delta i_{si} < -h$ le courant réel i_{si} décroît alors jusqu'à $(i_{s,ref} - h)$, et ainsi de suite.

D'ou les fonctions logiques F_i suivantes :

$$F_{i(i=a,b,c)} = \begin{cases} -1 & \text{si } i_{si} \geq i_{siref} + h \\ +1 & \text{si } i_{si} \leq i_{siref} - h \\ F_i(\text{old}) & \text{si } i_{siref} - h \leq i_{si} \leq i_{siref} + h \end{cases}$$

8.4.1. Simulation et interprétations de la stratégie à hystérésis :

D'après la figure I.13 , on voit bien que les courants de la MAS suivent bien leurs références . Plus h est faible plus les pertes par commutation des interrupteurs sont importantes, d'où la nécessité d'un compromis entre les pertes par commutation et la valeur de h .

Les allures des courbes obtenues caractérisant une machine alimentée en courant .Ceci s'explique par le fait que l'onduleur de tension soit contrôlé en courant , est bien que la machine soit alimenté en tension , les tensions de sortie n'interviennent pas dans la dynamique du moteur .

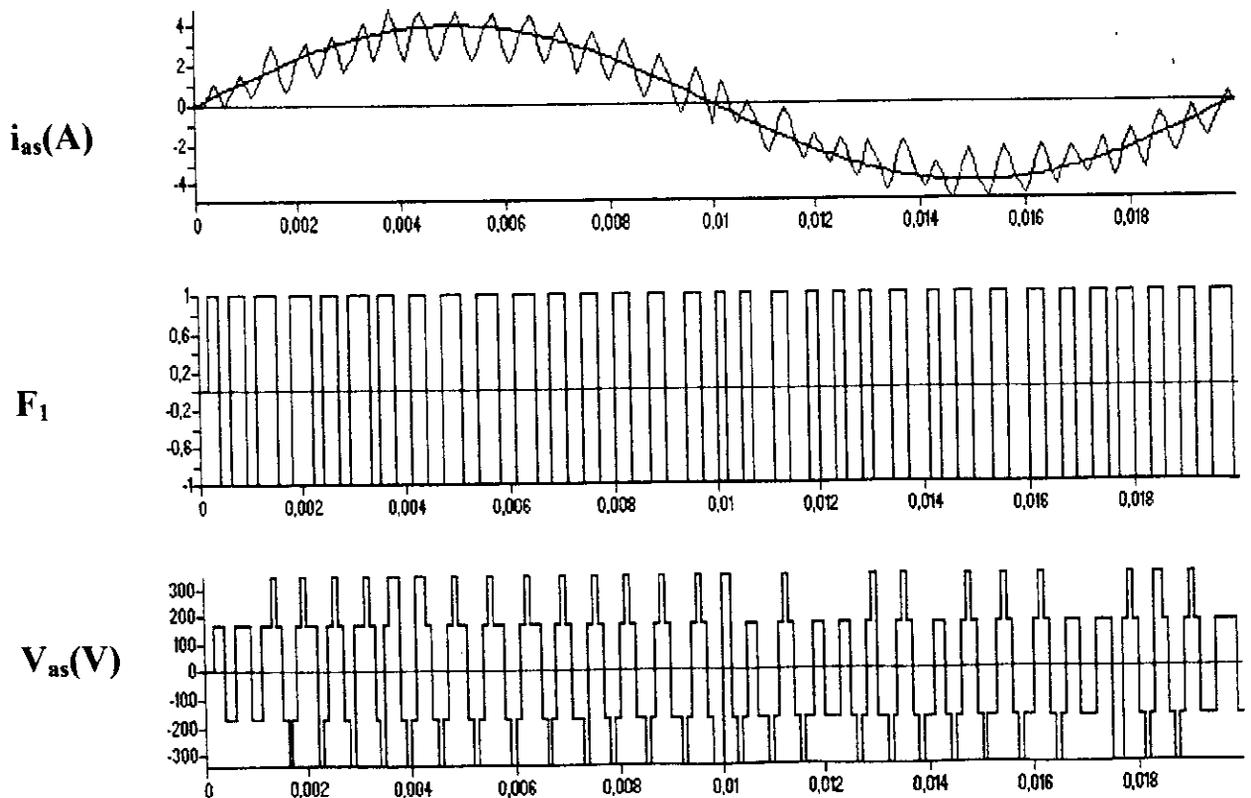


Fig1.13. : Simulation de la stratégie à hystérésis

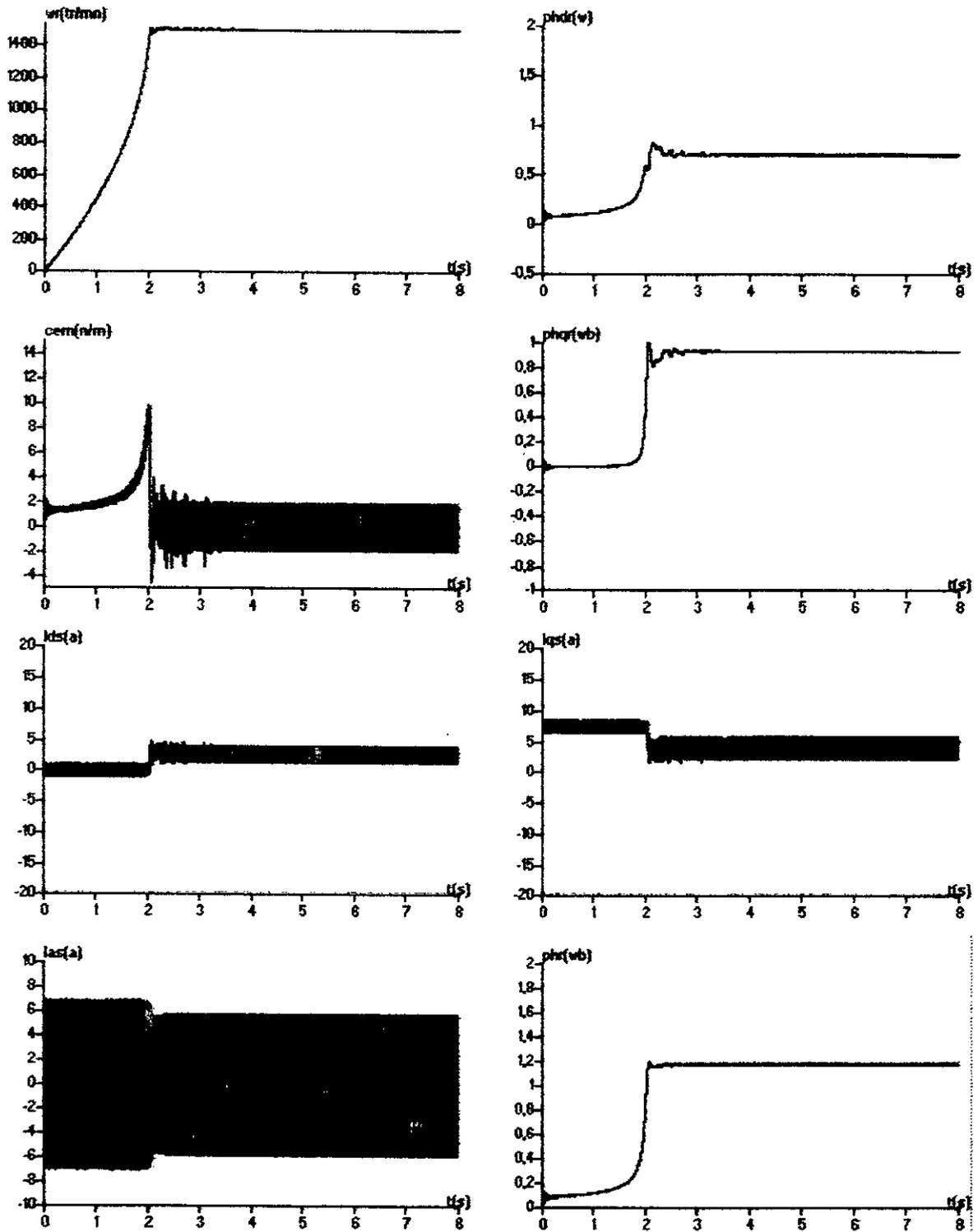


Fig 1.14 : Simulation du l'association onduleur- MAS "démarrage à vide "

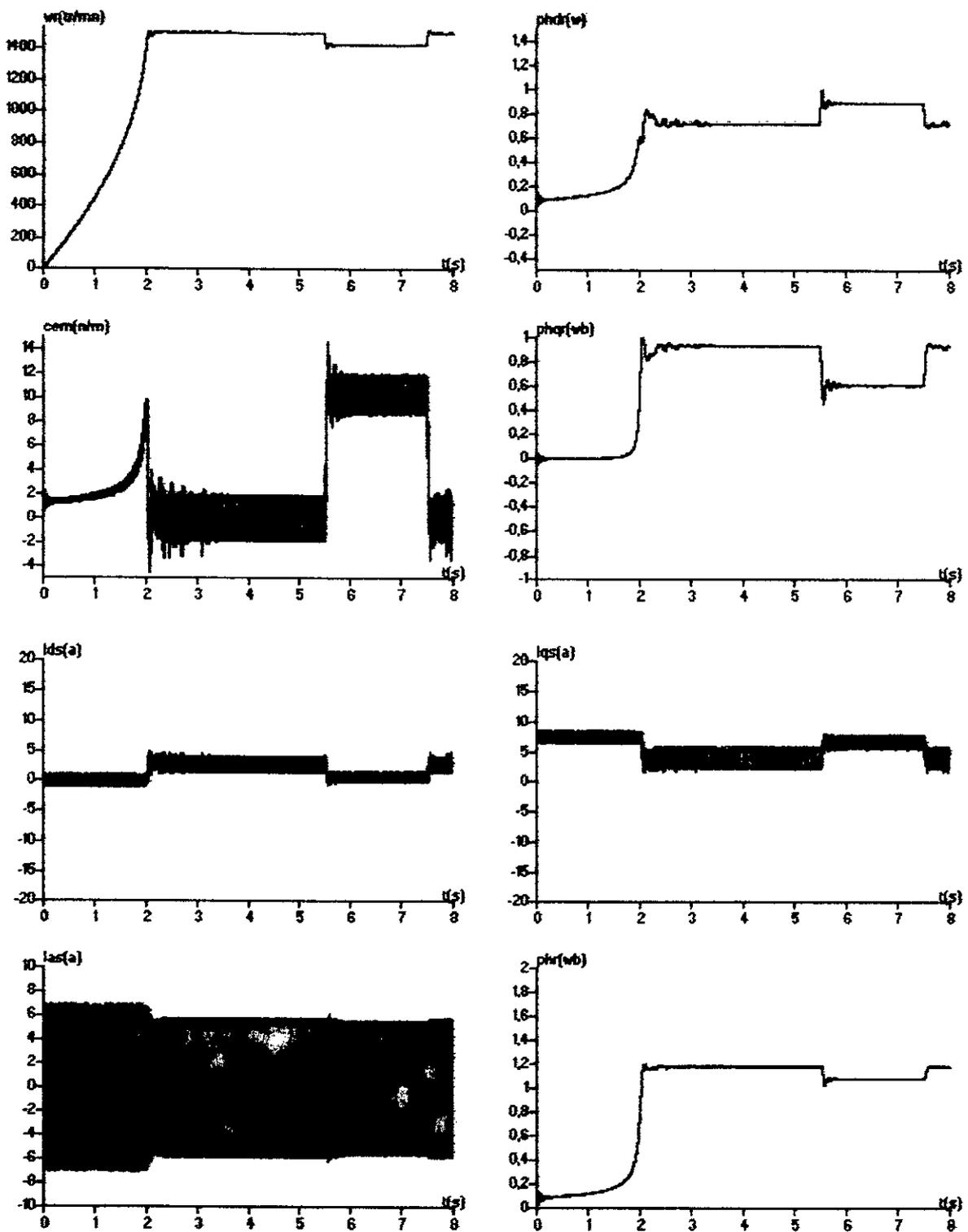


Fig 1.15 : Simulation du l'association onduleur- MAS
"application d'une charge "

8.5. Simulation numérique et conclusion :

Les figures (1.5), (1.6), (1.14) et (1.15) présentent le comportement dynamique de la MAS, seul et de la MAS alimentée par onduleur de tension commandé par la stratégie Delta respectivement .

A la figure (1.5) , le couple électromagnétique se stabilise à la valeur de 1.2 N.m après un régime transitoire de 4.5 s. Cette valeur correspond aux pertes dues aux frottements .

La vitesse a un temps de réponse de 4 s.

A la figure (1.6) , on a appliqué un couple résistant de 8 N.m entre 6s et 7s . On remarque que le couple électromagnétique suit le couple résistant aux pertes près .

L'application d'un couple résistant influence sur les autres paramètres de la MAS (diminution de la vitesse , des flux) .

Ces remarques concernant le model (MAS) sont valable au modèle (MAS + Onduleur) , mais avec un couple électromagnétique pulsatoire .

La stratégie d'hystérésis introduit des harmoniques en plus du fondamentale du courant statorique .

En fin nous avons effectué une comparaison entre nos simulations et celles d'une MAS alimenté en tension [5] , on constate que le temps de réponse de la MAS alimentée en courant (4.5s) est assez grand par rapport à celui d'une MAS alimentée en tension (0.3s) , à cause des courants qui sont contrôlés , par conséquent la MAS alimenté en courant prend un temps assez grand pour son aimantation totale , ce qui fait que la MAS alimenté en courant est utilisée pour les fortes puissances ; par contre une alimentation en tension est utilisée pour des machine de faible puissance car il y a une forte demande de courant dans le démarrage .

Chapitre III :

*Commande indirecte par orientation
du flux rotorique de la machine
Asynchrone*

1. Introduction :

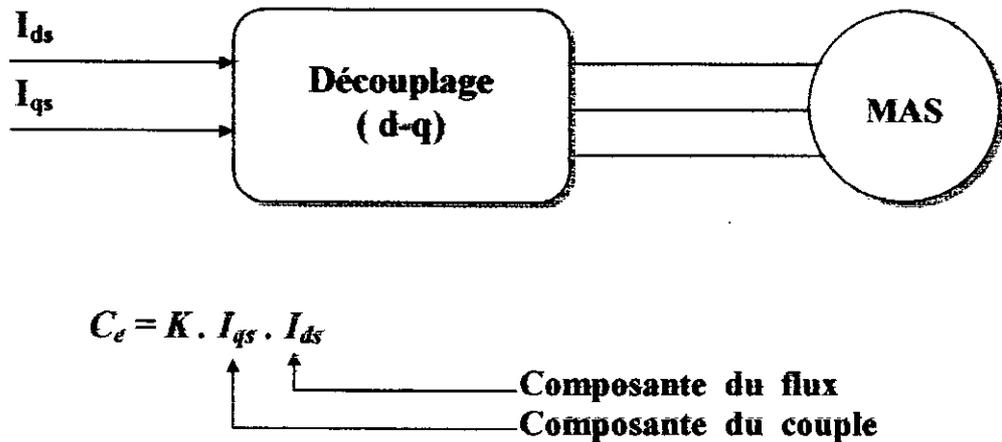
Dans une machine à courant continu , la force magnétomotrice de l'induit établit un angle de 90° avec l'axe du flux inducteur , et ceci quelque soit la vitesse de rotation du moteur . Ainsi le couple est proportionnel au produit du flux inducteur et du courant d'induit . Dans le cas d'une machine à courant continu à excitation séparée , si l'on maintient le flux inducteur constant , le couple est directement proportionnel au courant d'induit , on obtient donc de bonne performance dynamiques puisque le couple peut être commandé aussi rapidement que le courant d'induit peut l'être .

Par contre dans une machine asynchrone , l'angle entre le champ tournant du stator et celui du rotor varie avec la charge , ce qui donne des interactions complexes et des réponses dynamiques oscillantes . Pour obtenir une situation équivalente à celle de la machine à courant continu , BLASCHKE et HASSE ont introduit pour la première fois en 1972 une méthode permettant de maîtriser ces difficultés en introduisant les coordonnées de champ , où le vecteur courant statorique sera décomposé en deux composantes , une qui commande le flux , et l'autre commande le couple . La dynamique d'une MAS sera donc ramenée à celle d'une machine à courant continu .

Les techniques de la commande vectorielle implantées par microprocesseurs ont permis l'utilisation de la MAS dans des application de haute performance où la machine à courant continu était la seule à être utilisée pour ce type d'applications .

En général deux sortes de commandes sont utilisées : La première méthode proposée par BLASCHKE , utilise des capteurs de flux (sondes à effet Hall , spire de mesures) placés dans l'entrefer de la machine .

Une deuxième méthode proposée par HASSE favorisée par le développement des microprocesseurs , consiste à estimer la position du flux à partir de la vitesse rotorique mesurée et de la pulsation de glissement de référence , cette technique est naturellement sensible aux erreurs sur les paramètres électriques de la machine .

2. Principe de la commande vectorielle :Fig.2.1 Principe de la commande vectorielle

La commande vectorielle ou commande par orientation du flux , expression qui apparaît de nos jours dans la littérature traitant des techniques de contrôles des moteurs électriques , et dont l'étymologie nous ramène à une notion élémentaire , mais très importante de l'électromagnétisme à savoir , la force exercé sur un conducteur parcouru par un courant placé dans un champ magnétique est égale au produit vectoriel du vecteur courant par le vecteur champ . Il en résulte évidemment que l'amplitude sera maximale pour les intensités du courant et de champ données quand le vecteur courant est perpendiculaire au vecteur champs.

Ce principe est naturellement appliqué pour les moteurs à courant continu , mais ce n'est pas le cas pour la MAS , par conséquent le contrôle par flux orienté des MAS est une commande par orientation de ces deux grandeurs .

Le principe d'orientation du flux ramène le comportement de la MAS à celui de la machine à courant continu à excitation séparée , il consiste donc à placer le repère (d-q) tel que l'axe d coïncide avec le flux orienté .

Le but est d'éliminer le problème de couplage entre l'induit et l'inducteur en dissociant le courant statorique en deux composantes en quadratures .

3. Description de la commande vectorielle :

Dans le modèle de Park de la MAS , nous choisissons un référentiel lié au champs tournant tel que l'axe « d » coïncide avec la direction du flux (statorique , rotorique ou d'entrefer) fig(2.2).

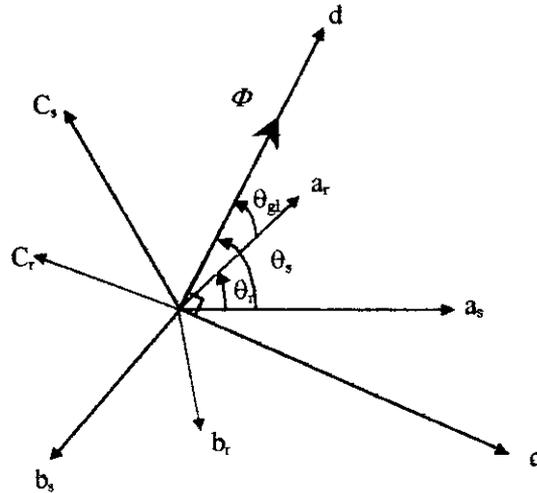


Fig2.2 : Orientation du flux

Dans la figure Φ représente le flux statorique Φ_s ou le flux rotorique Φ_r ou le flux d'entrefer Φ_m que nous voulons orienter :

- Soit le flux statorique avec les conditions :

$$\Phi_{ds} = \Phi_s \quad , \quad \Phi_{qs} = 0 \quad (2.1)$$

- Soit le flux rotorique avec les conditions :

$$\Phi_{dr} = \Phi_r \quad , \quad \Phi_{qr} = 0 \quad (2.2)$$

- Soit le flux d'entrefer avec les conditions :

$$\Phi_{dm} = \Phi_m \quad , \quad \Phi_{qm} = 0 \quad (2.3)$$

Nous choisissons la structure de l'orientation du flux rotorique car elle conduit à un découplage fictif total entre le flux rotorique et le couple électromagnétique engendré.

Pour une commande en courant, les courants statoriques (I_{ds} , I_{qs}) sont considérés comme variables de commande, et le flux rotorique Φ_r et la vitesse mécanique Ω comme variable d'état, on a donc les équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 T_r \frac{d\phi_r}{dt} + \phi_r &= L_m I_{ds} \\
 \omega_{gl} &= \frac{L_m I_{qs}}{T_r \phi_r} \\
 C_e &= p \frac{L_m}{L_r} \phi_r I_{qs} \\
 J \frac{d\Omega}{dt} &= C_e - C_r - f\Omega
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

De ces équations on voit que seul I_{ds} détermine l'amplitude du flux ϕ_r et que seul I_{qs} qui détermine la valeur du couple électromagnétique C_e si le flux ϕ_r est maintenu constant, ainsi le découplage est réalisé entre le flux et le couple électromagnétique, la figure (2.3) illustre la structure du modèle en courant par orientation du flux rotorique.

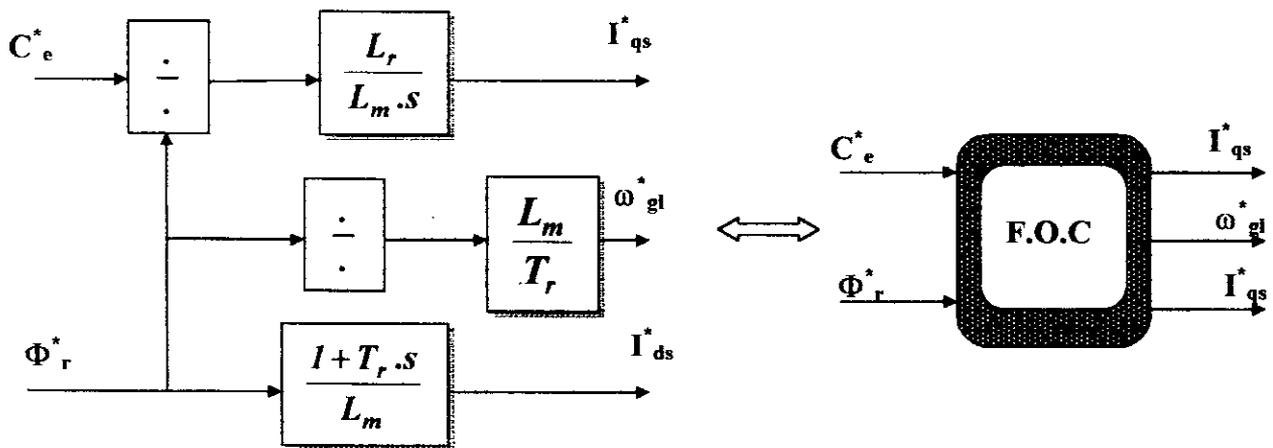


Fig2.3 : Schéma bloc de la structure de commande en courant par orientation du flux rotorique (Fiels Oriented Control)

Il existe deux type de commande vectorielle ; la commande directe et la commande indirecte .

4. Commande indirecte :

La méthode indirecte consiste à ne pas utiliser l'amplitude du flux mais seulement sa position, dans ce cas le flux n'est pas contrôlé directement, c'est une variable intermédiaire liée au flux par un modèle de référence qui est contrôlée .

5. Simulations et conclusions :

Afin de vérifier le découplage entre le flux rotorique et le couple électromagnétique on choisi un couple de référence donnée par la figure 2.4 .
On impose un flux rotorique de référence unitaire $\phi_r^* = 1$.

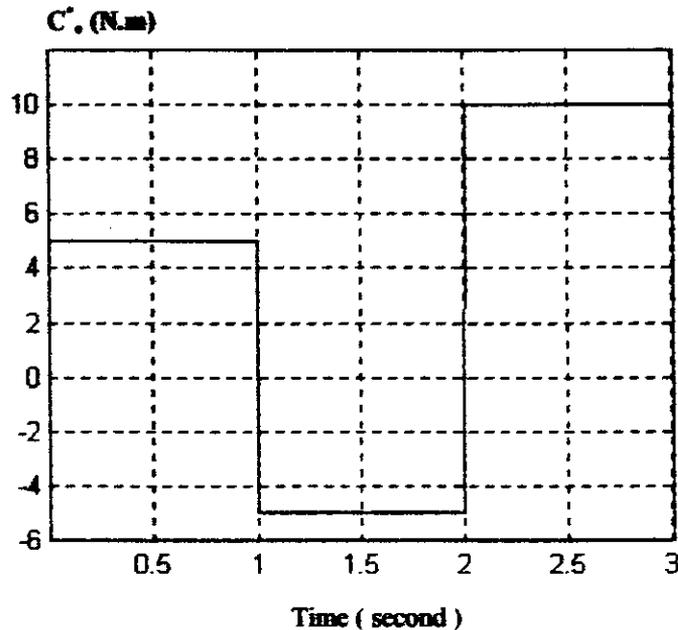


Fig2.4 : Couple de référence

Lorsque la commande vectorielle est appliquée à la MAS seule , on remarque que le couple électromagnétique suit parfaitement le couple de référence donnée par la fig(2.4) , après un faible régime transitoire (0.2s) fig (2.6)

Les deux courbes des flux ϕ_r et ϕ_{dr} se stabilise à la valeur du flux de référence $\phi_r^* = 1$ après un faible régime transitoire (0.2s) , par contre ϕ_{qr} est maintenu nul , après un régime transitoire (0.2s) , de cela on peut affirmer que le flux rotorique est orienter suivant l'axe direct .

Les variations du couple n'influent pas sur le flux rotorique , un découplage entre le flux et le couple électromagnétique est réalisé , ce système est équivalent à une machine à courant continu à excitation séparée .

Pour le modèle complet (FOC + MAS + ONDULEUR) , on obtient pratiquement les mêmes résultats sauf que le couple C_e , est pulsatoire , ceci est dû à la stratégie de commande utilisé (MLI) , qui introduit des harmoniques en plus du fondamentale du courant (voir également Fig 1.13).

Le couple de référence C_r^* et le flux de référence ϕ_r^* , sont considérés comme référence de commande .

Les équations de la commande FOC (Field Oriented Control) sont :

$$\begin{aligned}
 I_{qs} &= \frac{L_r}{p.L_m} \frac{C_r^*}{\phi_r^*} \\
 I_{ds} &= \frac{1}{L_m} \left(T_r \frac{d\phi_r^*}{dt} + \phi_r^* \right) \\
 \omega_{gl} &= \frac{L_m}{T_r} \frac{I_{qs}}{\phi_r^*}
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

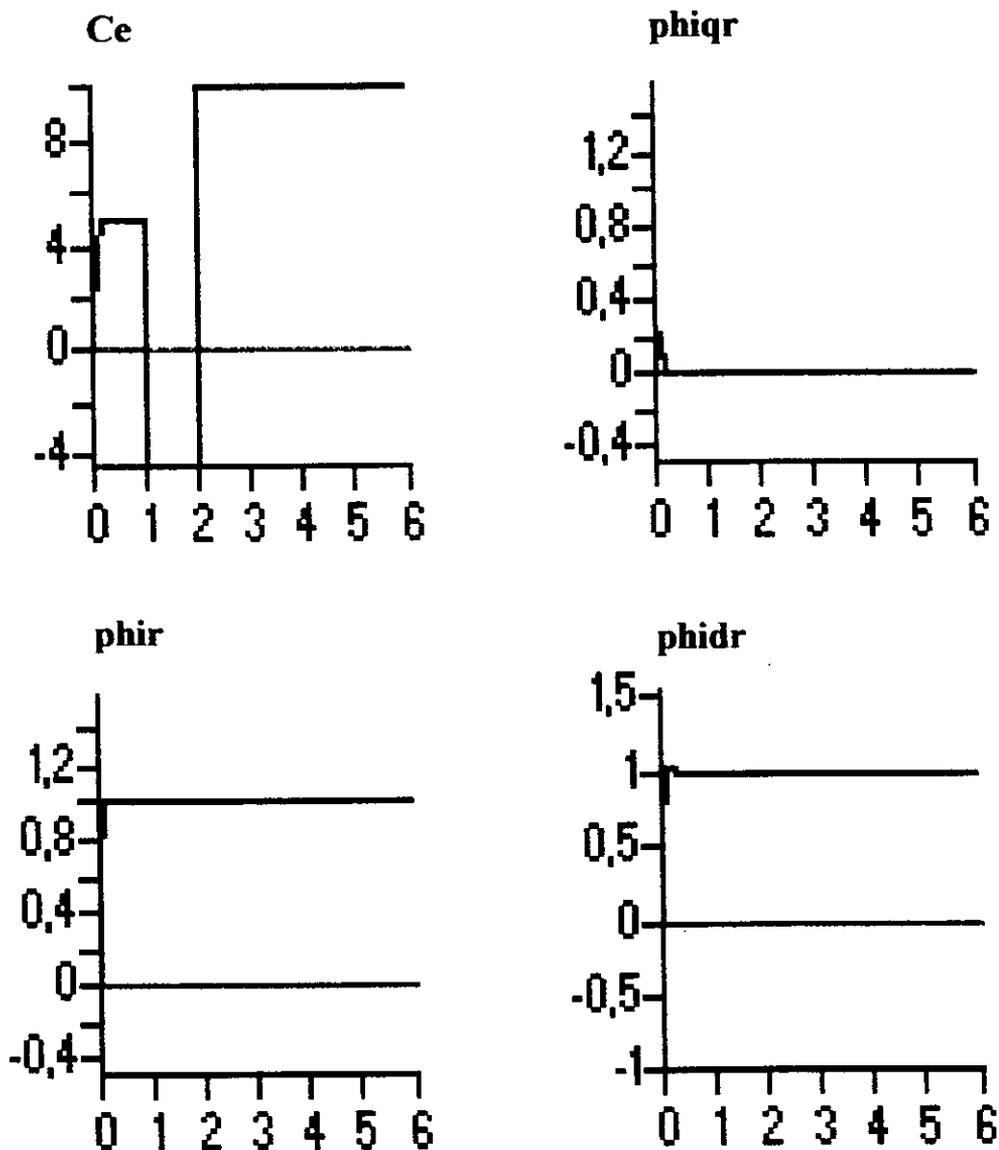


Fig2.5 Application de la commande vectorielle au modèle de la machine

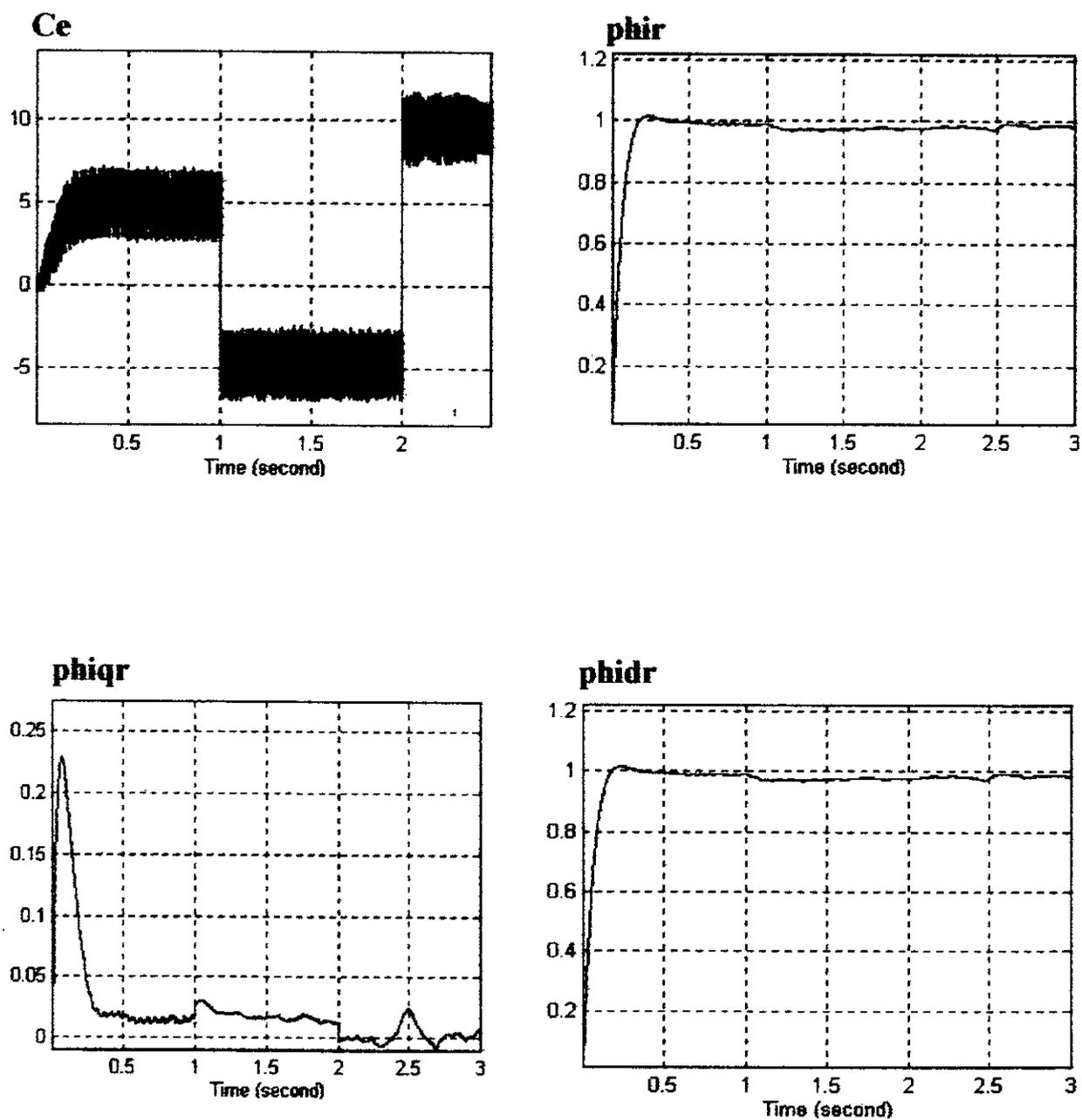


Fig2.6 Application de la commande vectorielle à l'association onduleur machine

Chapitre III :

*Eléments d'analyse de la robustesse
et des performances*

1. Introduction :

Le problème principal de commande est de concevoir un système de commande qui travaille dans l'environnement réel, où les conditions de travail peuvent varier (charges , perturbation , changement des paramètres en fonction de la température).

Dans la majorité des problèmes de commande , l'objectif central est de maintenir la stabilité et atteindre certaines performances malgré les perturbations ou incertitudes du système .

On dit alors qu'une commande est robuste si elle présente de bonnes marges de stabilité , c'est à dire une faible sensibilité à des incertitudes , ou à des variations du processus par rapport à son modèle nominale .

2. Stabilité robuste :

Considérons le schéma de régulation de la fig.3.1 , où "u" et "y" désignent respectivement l'entrée et la sortie du système .

La perturbation "d" est une perturbation agissant sur la sortie "y" , "b" est le bruit de mesure et "r" la référence .

G désigne le modèle et K le régulateur .

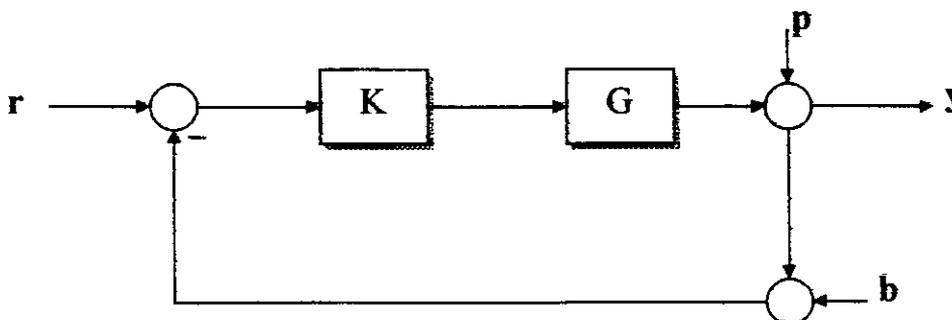


Fig 3.1 Schéma de régulation

La propriété particulière que possède un système de commande pour opérer dans des situations réelles s'appelle la **robustesse** [4] . Mathématiquement cela veut dire que le contrôleur satisfait des performances non pas pour un seul système mais pour une famille de systèmes .

La stabilité robuste est la propriété qui permet aux systèmes de rester stables malgré les perturbations qui agissent sur le procédé et sur le régulateur [12].

Le gain en boucle ouverte est noté $L = GK$, G et K représentent des fonctions de transfert d'un système stable en boucle ouverte .

3. Marge de stabilité : [13]

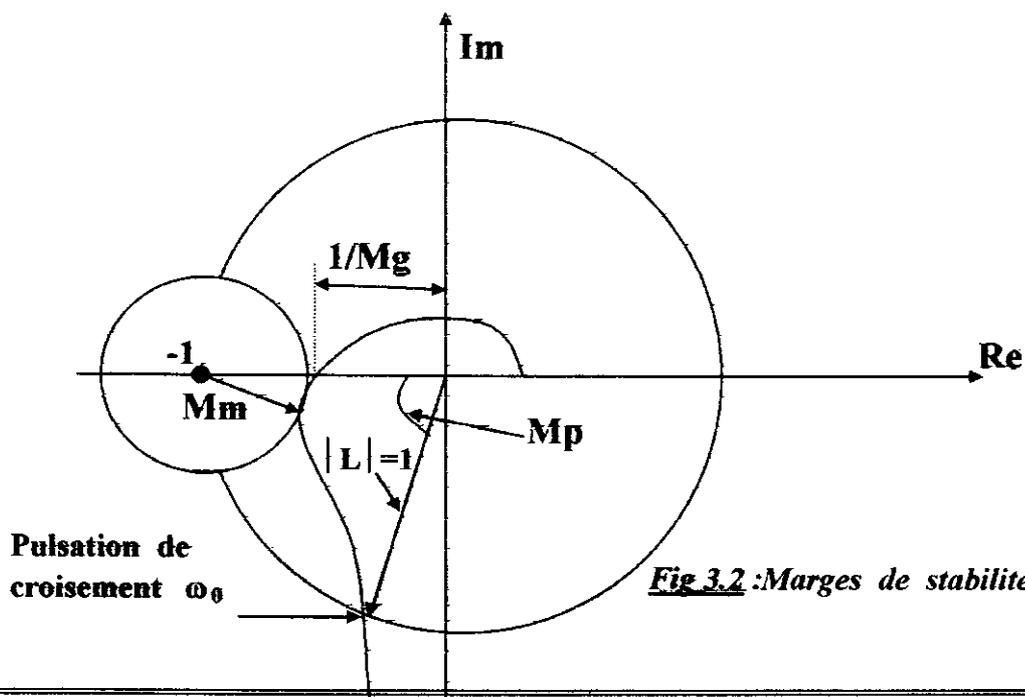
Une des notions les plus importante dans l'analyse des système asservis est la notion de stabilité . Parmi les critères d'analyse de la stabilité en boucle fermée à partir de la boucle ouverte , il y a le critère de Nyquist .

D'après ce critère , pour avoir la stabilité en boucle fermée , il faut que le tracé de Nyquist du système (stable en boucle ouverte) , n'encercle pas le point -1 , d'une autre manière il faut que l'hodographe de la fonction de transfert en boucle ouverte parcouru dans le sens des fréquences croissantes (de 0 à $0.5 f_e$; f_e : fréquence d'échantillonnage) doit laisser à gauche le point critique $(-1, j0)$.

3.a. Marge de gain (Mg) :

Supposons que le lieu de Nyquist de L soit celui de la fig3.2 , on définit la marge de gain comme étant l'inverse du gain de L pour la pulsation à laquelle le déphasage est $\angle \phi = -180^\circ$.

La signification de cette marge est la suivante : pour tout réel $g \in]0, Mg[$ K stabilise \tilde{P} lorsque \tilde{P} est de la forme gP . \tilde{P} est le modèle perturbé



3.b. Marge de phase (M_p) :

La marge de phase est la phase additionnelle qu'il faut ajouter à la phase pour laquelle le gain est unitaire, pour avoir un déphasage totale $\angle \phi = -180^\circ$. Autrement dit c'est l'angle φ ($M_p = \varphi$) compris entre 0 et 2π tq : $\arg [L(j\omega_0)] = \pi + \varphi$ modulo 2π , où ω_0 est la pulsation au gain unité (pulsation de croisement), c'est à dire satisfaisant l'égalité $|L(j\omega_0)| = 1$.

S'il y a plusieurs pulsations au gain unité ω_i , correspondant à des argument $\pi + \varphi_i$ modulo 2π , il faut prendre $\varphi = \min(\varphi_i)$.

La signification de la marge de phase est la suivante : pour tout angle θ tel que $0 < \theta < \varphi$, K stabilise \tilde{P} lorsque \tilde{P} est de la forme $P e^{-j\theta}$.

3.c. Marge de retard (M_r) :

Pour une pulsation donnée ω , le déphasage introduit par un retard pur τ est :

$$\angle \phi(\omega) = \omega \tau$$

On peut donc convertir la marge de phase en marge de retard. C'est à dire calculer le retard additionnel qui ne conduira pas à l'instabilité. Il résulte :

$$M_r = M_p / \omega_0$$

On peut aussi définir la marge de retard comme étant la borne supérieur de retard τ tel que K stabilise \tilde{P} lorsque \tilde{P} est de la forme $R_\tau P$. R_τ est l'opérateur de retard, pour un signal temporel x , on a :

$$(R_\tau x)(t) = x(t - \tau)$$

La fonction de transfert de R_τ est $e^{-s\tau}$ [6]. Cet opérateur produit un retard de phase $\tau\omega$ à la pulsation ω .

Si le lieu de Nyquist intersecte le cercle unité à plusieurs pulsation, caractérisées par les marges de phase correspondantes φ_i , la marge de retard du système est définie par :

$$M_r = \min_i \left(\frac{\varphi_i}{\omega_0} \right)$$

L'utilisation de la M_r est bien utile dans le cas des dynamiques négligées ayant comme constante de temps τ_1, τ_2, \dots dans ce cas \tilde{P} s'écrit sous la forme suivante :

$$\tilde{P}(s) = P(s) \left(\frac{1}{1 + \tau_1 s} \right) \left(\frac{1}{1 + \tau_2 s} \right) \dots$$

$$\text{pour } |\tau_i \omega| \ll 1 : \tilde{P}(s) \approx p(s) (1 - \tau_i \omega)$$

Remarque :

Cette situation se produit systématiquement pour les systèmes avec retard et les systèmes avec modes de vibration multiples. Le concept de marge de retard a été introduit pour la première fois par Anderson et Moor [1].

3.d. Marge de module (M_m) :

La marge de module est un indicateur de robustesse bien plus significatif que les marges de gain, de phase, de retard ; car les marges de gain, de phase, et de retard ne suffisent pas pour assurer une bonne robustesse.

Effectivement, il peut arriver, en effet que ces marges soient bonnes, mais que le lieu de Nyquist de L passe très près du point -1 . Dans ce cas une petite erreur du modèle (se traduisant par un autre effet dans le plan de Nyquist qu'une variation du gain ou de phase) peut déstabiliser la boucle. Il est donc essentiel que la distance du lieu de Nyquist de L au point -1 soit suffisante de l'ordre de 0.5 par exemple. C'est cette distance que

I. Landau a appelé marge de module (distance minimale entre le lieu de Nyquist de la boucle ouverte et le point critique $[-1, j0]$). Cette marge a souvent été appelée marge de gain-phase, elle est calculée par :

$$M_m = \inf \{ |1+L(j\omega)| : \omega \in \mathbb{R} \}$$

Remarque : [13]

Notons que $M_m \geq 2$ (6 dB) et $M_p > 29$. Le réciproque n'est pas vrai en général. Des systèmes ayant des marges de gain et de phase satisfaisantes peuvent avoir une marge de module très faible. Par conséquent la marge de module qui est une mesure intrinsèque de la réserve de stabilité doit être utilisée à la place des marges de gain et de phase.

Les valeurs typiques de ces grandeurs utilisées pour une conception "robuste" sont [13] :

- ◆ Marge de module : $M_m \geq 0.5$ (-6 dB).
- ◆ Marge de retard : $M_r \geq T_e$.
- ◆ Marge de gain : $M_g \geq 2$ (6 dB).
- ◆ Marge de phase : $60^\circ \geq MP \geq 30^\circ$.

4. Stabilité robuste :

Le système nominal à contre réaction est supposé stable ayant un gain L_0 . L'objectif étant de garder le système à contre réaction stable lorsqu'il y a des incertitudes ou des variations du modèle nominal, le gain perturbé est noté L .

La figure 3.3 illustre l'hodographe du gain nominal L_0 et le système perturbé L , le système en boucle fermé perturbé est stable si l'hodographe n'encercle pas le point -1 , ceci est réalisé si :

$$|L(j\omega) - L_0(j\omega)| < |L_0(j\omega) + 1| \quad \forall \omega \in \mathcal{R} \quad (3.1)$$

ce qui est équivalent à :
$$\frac{|L - L_0|}{|L_0|} \times \frac{|L_0|}{|L_0 + 1|} < 1 \quad (3.2)$$

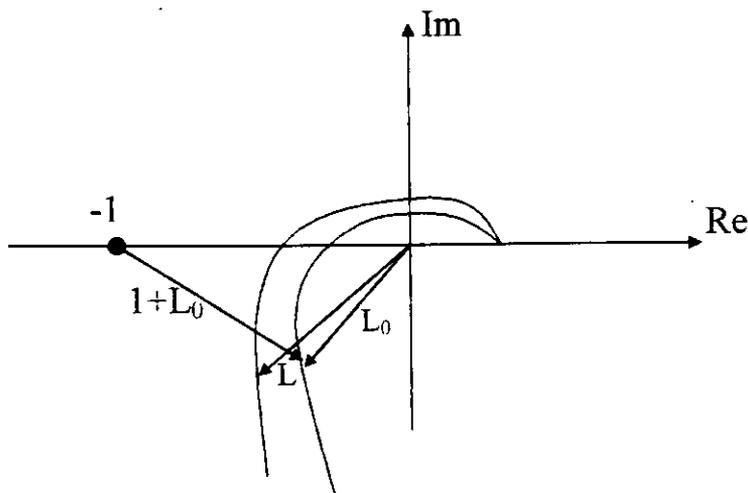


Figure 3.3: Lieu de Nyquist pour la fonction de transfert en boucle ouverte nominale en présence de variations ou incertitudes sur le modèle du procédé .

On définit la fonction de sensibilité complémentaire T_0 du système nominal comme :

$$T_0 = \frac{L_0}{1 + L_0} \quad (3.3)$$

Le terme "complémentaire" est utilisé, par ce que cette fonction complète la fonction de sensibilité S_0 définie par :

$$S = \frac{1}{1 + L_0} \quad (3.4)$$

Il est clair que ces deux fonctions vérifient la relation suivante :

$$S_0 + T_0 = 1 \quad (3.5)$$

L'équation (3.5) indique que l'action sur l'une des deux fonctions (augmentation ou diminution) introduit une action inverse sur l'autre fonction. Les équations précédentes conduisent à :

$$\frac{|L - L_0|}{|L_0|} < \frac{1}{|T_0|} \quad (3.6)$$

Cette équation nous permet d'énoncer le **critère de stabilité de Doyle** :

Soit le système stable à l'état nominale de la figure 3.1, il reste stable sous l'effet des perturbations si :

$$\frac{|L - L_0|}{|L_0|} < \frac{1}{|T_0|} \quad (3.7)$$

La condition de stabilité de Doyle est seulement suffisante, ce qui limite son champ d'action, elle devient nécessaire et suffisante en la modifiant comme suit :

Supposons que la perturbation relative est bornée de la forme :

$$\frac{|L - L_0|}{|L_0|} \leq |W| \quad (3.8)$$

avec W une fonction donnée, la condition (3.7) est impliqué par l'inégalité :

$$|T_0| < \frac{1}{|W|} \quad (3.9)$$

Ainsi, si la condition (3.9) est vérifiée, la stabilité robuste est garantie pour toute perturbation satisfaisant (3.8).

L'équation (3.9) n'est pas seulement suffisante, mais nécessaire pour garantir la stabilité pour toute perturbation satisfaisant (3.8).

4.1. Détermination du lieu de Nyquist du gain perturbé : (Disques d'incertitude)

Quand le gain de boucle est perturbé de L_0 à L , le lieu de Nyquist du gain perturbé L n'est pas connu, mais on sait qu'à la pulsation

ω donnée (équation 3.8), l'écart entre ce lieu et celui de L_0 est majoré par $|W(j\omega)L_0(j\omega)|$:

$$|L(j\omega) - L_0(j\omega)| \leq |W(j\omega)L_0(j\omega)| \quad \forall \omega \in \mathbb{R} \quad (3.10)$$

Mathématiquement parlant, cela veut dire que L appartient au disque de centre L_0 et de rayon $|W(j\omega)L_0(j\omega)|$ à la pulsation ω donnée (figure 3.4).

D'après le critère de Nyquist, la condition nécessaire et suffisante pour que le système en boucle fermée reste stable pour toutes perturbations éventuelles du gain de boucle L , est que le point critique $(-1, j0)$ n'appartient à aucun disque d'incertitude c'est à dire :

$$|1 + L_0(j\omega)| > |W(j\omega)L_0(j\omega)| \quad (3.11)$$

Cette condition est équivalente à celle de l'équation (3.9).

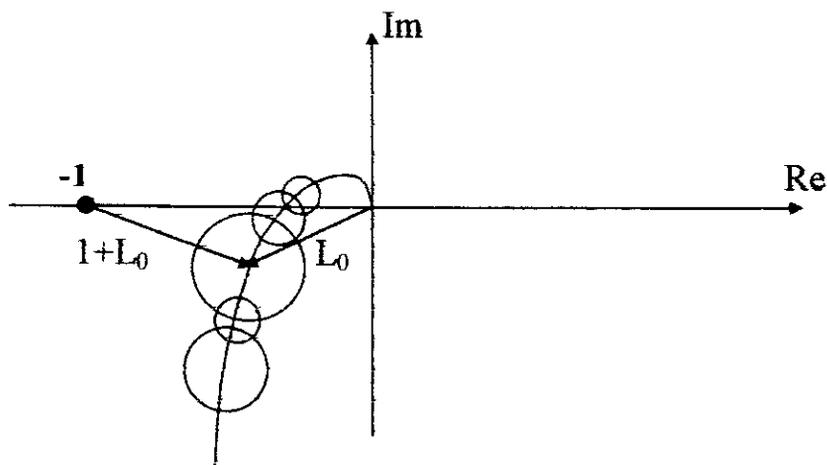


Figure 3.4 : Perturbation u gain de boucle inverse

4.2. Perturbation du gain de boucle inverse :

D'après le critère de Nyquist, le système en boucle fermée reste stable sous l'effet des perturbations tant que le tracé de Nyquist du gain de boucle ne coupe pas le point critique $(-1, j0)$, une autre définition équivalente à cette dernière est la suivante : le système en boucle fermée reste stable sous l'effet des perturbations, tant que l'inverse $1/L$ du gain de boucle ne coupe pas le point critique $(-1, j0)$.

Donc, la condition (3.1) peut être remplacée par :

$$\left| \frac{1}{L} - \frac{1}{L_0} \right| < \left| \frac{1}{L_0} - 1 \right| \quad (3.12)$$

$$\Leftrightarrow \left| \frac{\frac{1}{L} - \frac{1}{L_0}}{\frac{1}{L_0}} \right| < \left| \frac{\frac{1}{L_0} + 1}{\frac{1}{L_0}} \right| = |1 + L_0| = \left| \frac{1}{S_0} \right| \quad (3.13)$$

Ceci conduit au critère de stabilité du gain de boucle inverse : le système de la fig 3.1 supposé stable à l'état nominal , reste stable sous l'effet des perturbations si :

$$\left| \frac{\frac{1}{L} - \frac{1}{L_0}}{\frac{1}{L_0}} \right| \leq \left| \frac{1}{S_0} \right| \quad (3.14)$$

Le critère cité ci-dessus est suffisant pour la stabilité robuste et non nécessaire , pour rendre cette condition nécessaire on procède de la même manière que précédemment et on aboutit au résultat suivant :

Le système de la figure 3.1 supposé stable à l'état nominal , reste stable sous l'effet de toute perturbation satisfaisant :

$$\left| \frac{\frac{1}{L} - \frac{1}{L_0}}{\frac{1}{L_0}} \right| \leq |W| \quad (3.15)$$

avec W une fonction donné ; si et seulement si :

$$|S_0| \leq \left| \frac{1}{W} \right| \quad (3.16)$$

De ce qui précède on déduit que pour avoir une bonne **stabilité robuste** - choix des marges de stabilité - il faut avoir des fonctions de sensibilité et sensibilité complémentaire petites , ce qui permet d'avoir des perturbations relatives du gain de boucle et l'inverse gain de boucle larges , sans risque une instabilité . Mais à cause de la complémentarité , T et S ne peuvent pas être petites simultanément . La solution est donc de mettre T et S petites dans des régions de fréquences différentes . On va voir qu'il est avantageux de mettre S petite en basse fréquences et T petite en haute fréquences .

4.3. Propriétés de la fonction de sensibilité perturbation - sortie : [13]

L'analyse de la figure 3.5 nous donne la sortie $y(s)$ du système en boucle fermée (pour $b = r = 0$) en fonction des perturbations $p(s)$:

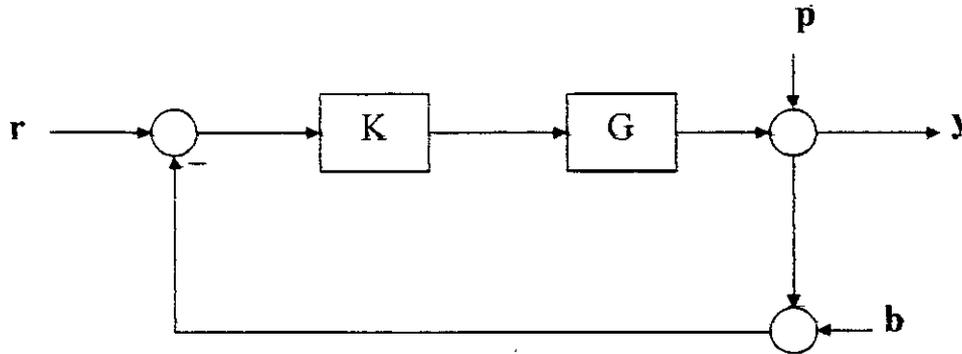


Figure 3.5 : schéma de régulation

$$y(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)} p(s) = S(s)p(s) \quad (3.17)$$

✓ **Propriété 1 :**

Le module de la fonction de sensibilité à une certaine fréquence donne le facteur d'amplification ou d'atténuation en sortie du système .

✓ **Propriété 2 :**

Le système en boucle fermée étant asymptotiquement stable , l'intégrale du logarithme du module de la fonction de sensibilité de 0 à $0.5f_c$ est égale à 0 pour le cas des systèmes stable en boucle ouverte .

$$\int_0^{0.5f_c} |S(e^{-j2\pi \cdot f_c})| df = 0 \quad (3.18)$$

En d'autre termes , la somme des aires entre la courbe du module de la fonction de sensibilité et l'axe 0 dB prises avec leur signe est nulle (fig.3.6).

Ceci implique que l'atténuation de perturbation dans certaine zone de fréquences entraînera nécessairement l'amplification des perturbations dans d'autre zones de fréquences .

✓ **Propriété 3 :**

L'inverse du maximum du module de la fonction de sensibilité correspond à la marge de module M_m (voir Figure 3.6) :

$$M_m = |1+L|_{\min} = |S^{-1}|_{\min} = (|S|_{\max})^{-1} \text{ dB} \quad (3.19)$$

$$Mm = (\sqrt{S}/\max)^{-1} \text{ dB} \quad (3.20)$$

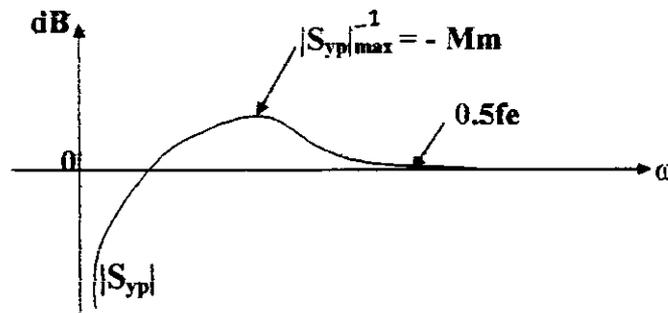


Figure 3.6 : Relation entre la fonction de sensibilité perturbation - sortie et la marge de module .

De la propriété 2 , il découle que l'augmentation de la bande d'atténuation de la perturbation ou de l'atténuation dans une certaine bande de fréquences entraînera en général une augmentation de \sqrt{S}/\max et donc une réduction de la marge de module et donc de la robustesse du système .

5. Performance robuste :

Le système de commande doit être stable , et doit satisfaire certaines performances appelées performances nominales , il doit aussi maintenir ces propriétés pour le modèle avec incertitude , ces propriétés sont appelés stabilité robuste et performance robuste respectivement . En ce qui concerne les performances nominales , on s'intéresse essentiellement à assurer un rejet de perturbations en basse fréquences , ce qui définira une bande d'atténuation et une amplification réduite des perturbations hautes fréquences ce qui déterminera une valeur maximale pour le module de la fonction de sensibilité en haute fréquences .

Considérons le système à contre réaction de la fig3.5 , la sortie $y(s)$ du système en boucle fermée est donnée par :

$$y(s) = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} r(s) + \frac{I}{1 + G(s)K(s)} p(s) - \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} b(s)$$

$$y(s) = \frac{I}{1 + L} (r - b) + \frac{I}{1 + L} p$$

$$y(s) = T(r - b) + Sp$$

♦ Commande performante :

Supposons que $p=b=0$, on aura $y=Tr$ donc pour avoir une bonne poursuite de la référence $y \approx r$ il faut que T soit grande et S petite ($T+S=1$, si $S \ll 1 \Rightarrow T \approx 1$), mais cela doit être fait dans un bande de fréquence donnée comme vu précédemment.
Puisque les signaux de référence sont d'habitude dans le domaine des basse fréquences, S est maintenu petite dans les basse fréquences.

Remarque :

Les termes S petite ou T grande sous entend que S est petite par rapport à 1 et T grande par rapport à 1.

♦ Élimination des bruit :

Supposons que $r=p=0$ on aura $y=-Tb$. T doit être garder petite pour éliminer les bruits en sortie (L petite), et comme les fréquences des signaux de bruits sont en générale très élevée, il faut donc garder T petite en haute fréquences.

♦ Rejet des perturbations :

Supposons que $r=b=0$ on aura $y=Sp$. S doit être garder petite pour éliminer les perturbations (L grande), et comme les perturbation on en général une basse fréquence, il faut donc garder S petite en boucle fermée.

La figure 3.7 illustre les forme idéale des fonctions de sensibilité et sensibilité complémentaire :

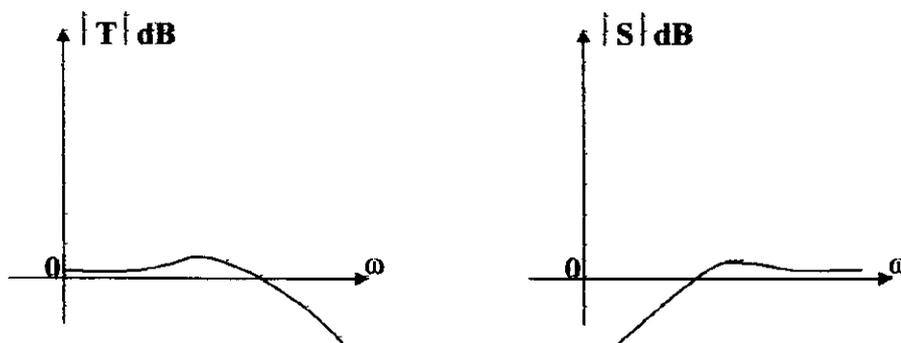


Figure 3.7: Forme idéale de S et T

En combinant ces exigences ensemble, on arrive à la forme générale désirée pour $L=GK$ donnée par la figure 3.8 :

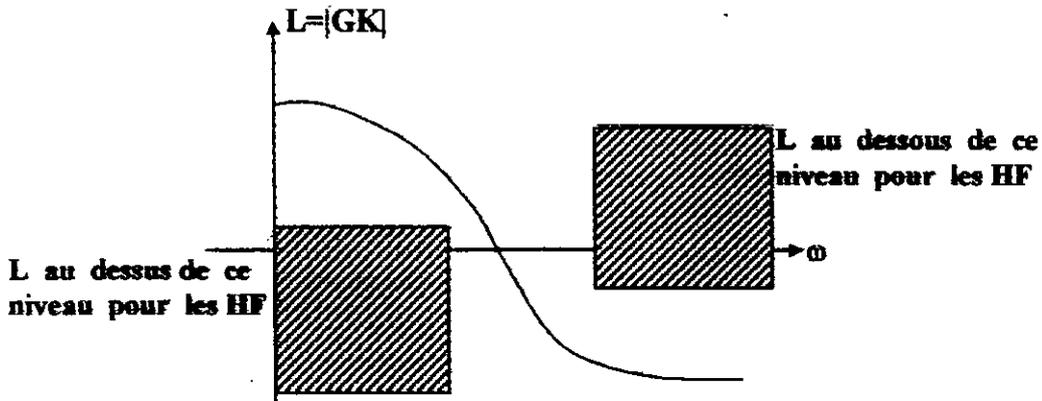


Figure 3.8 : Forme désirable du gain $L = |GK|$

Dans la région de croisement ni S ni T ne sont petites, c'est la région la plus critique dans la robustesse. Il est important d'éviter des pics dans S et T en cette région de fréquence.

Bode a montré que pour un système stable, la pente de L ne doit pas descendre de -40 dB/dec à la région de croisement. La transition des basse fréquence aux haute fréquences doit être une descente régulière de -20 dB/dec [4].

6. Loop shaping :

La méthode de conception des systèmes de contrôle qui consiste à déterminer les limites appropriées de S et T (forme de S et T) et d'ajouter les compensateurs au système de manière à obtenir les formes désiré est appelée LOOP SHAPING, elle est connue dans le contrôle classique depuis longtemps, mais la contribution moderne est l'application au cas multivariable, dans ce cas on trace les valeurs singulières –voir annexeA- de S et T . La fig 3.9 donne le diagramme block de formulation du problème Loop shaping [4].

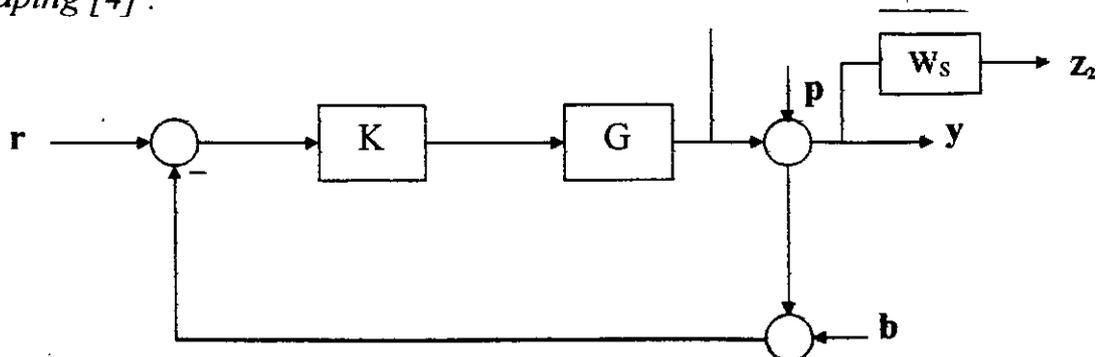


Figure 3.9 : Diagramme bloc du problème Loop-Shaping

Les fonctions de transferts w_s et w_t sont des fonctions poids utilisés pour limiter S et T on obtient alors :

$$\begin{aligned} Z1 &= w_s s p \\ Z1 &= -w_t T b \\ Z2 &= w_s T r \end{aligned}$$

Le problème de sensibilité avec poids est :

$$|S| \leq |w_s^{-1}| \quad \text{ou} \quad |w_s S| \leq 1 \quad \text{pour tout } w$$

Le problème de sensibilité complémentaire avec poids est :

$$|T| \leq |W_t^{-1}| \quad \text{ou} \quad |W_t T| \leq 1$$

Les formes typiques de S et T et leurs fonctions poids sont données par la figure 3.10

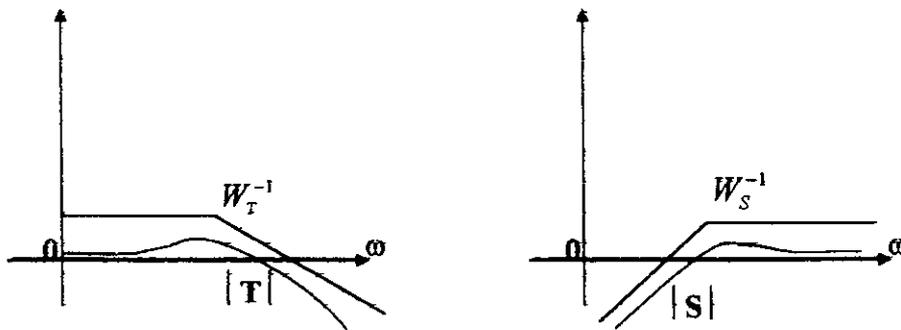


Figure 3.10 : formes typiques de S et T et leur poids correspondant

Le problème posé est comme suit :

$$\begin{aligned} |W_s S| &\leq 1 & \forall w \in \mathbf{R} \\ |W_t T| &\leq 1 & \forall w \in \mathbf{R} \end{aligned}$$

Il est appelé problème de sensibilité mixte.

En réalité la sélection des fonctions poids dépend d'une grande part de l'expérience dans le domaine d'utilisation et de la connaissance de la physique du problème et d'autres contraintes pratiques sur l'engineering.

7. Généralisation aux systèmes MIMO :

Dans les systèmes MIMO, les éléments G , K , S et T sont des matrices de transferts, dont leurs éléments sont des fonctions de transferts, il y a

plusieurs méthodes pour la mesure de la norme d'une matrice. Une des mesures consiste à utiliser la notion des valeurs singulières - voir annexe A- défini par:

$$\sigma_i(A) = [\lambda_i(A^* A)]^{1/2}$$

La plus petite valeur singulière σ et la plus grandes σ sont les mesures de l'amplification et l'atténuation de la matrice.

Le tracé des valeurs singulières en fonction de $s = j\omega$ est la généralisation du tracé de Bode (cas SISO) pour les systèmes MIMO, ces tracés sont devenus les principaux outils d'évaluation et d'analyse des systèmes multi variables MIMO. Un tableau résumant les valeurs de S et T pour le cas SISO/ MIMO est donné ci-dessous:

	BASSE FREQUENCES	HAUTE FREQUENCES
PERFORMANTE COMMANDE (r) CAS MIMO	$ GK \gg 1$ ou $ S \ll 1$ $\bar{\sigma}(GK) \gg 1$ ou $\bar{\sigma}(S) \ll 1$	
REJET DE PERTURBATION (p) CAS MIMO	$ GK \gg 1$ ou $ S \ll 1$ $\bar{\sigma}(GK) \gg 1$ ou $\bar{\sigma}(S) \ll 1$	
ELIMINATION DES BRUITS (b) CAS MIMO		$ GK \ll 1$ ou $ T \ll 1$ $\bar{\sigma}(GK) \ll 1$ ou $\bar{\sigma}(T) \ll 1$

8. Concepts mathématique sur la norme H_∞ :

8.1. Espace des fonctions [7]:

Définition 1 :

Soit X un espace linéaire défini sur l'ensemble C des nombres complexe. Une norme sur X est une fonction défini par :

$$\begin{array}{ccc} X & \longrightarrow & R \\ x & \longrightarrow & \|x\| \end{array}$$

Cette norme possède les 4 propriétés suivantes:

- (i) $\|x\| \geq 0$
- (ii) $\|x\| = 0$ ssi $x = 0$
- (iii) $\|cx\| = |c| \|x\| \quad c \in C$
- (iv) $\|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$

Propriété d'un espace :

Une séquence $\{x_k\}$ de X converge vers $x \in X$, si la séquence des nombres réels $\{\|x_k - x\|\}$ converge vers 0 ; on dit alors la séquence est convergente.

Une séquence $\{x_k\}$ est une séquence de Cauchy si :

$$(\forall \varepsilon > 0) (\exists n \text{ entier}) \quad i, k > n \Rightarrow \|x_i - x_k\| < \varepsilon$$

Si chaque séquence de Cauchy est convergente, alors X est complet.

Définition 2: espace de Banach

Un espace de Banach est un espace linéaire sur \mathbb{C} , complet et possédant une norme. Un sous ensemble S de l'espace de Banach X est un sous espace si :

$$x, y \in S \Rightarrow x + y \in S$$

Définition 3: produit intérieure

Soit X un espace linéaire sur \mathbb{C} . Un produit intérieur sur X est une fonction défini par :

$$\begin{array}{ccc} X^*X & \longrightarrow & \mathbb{C} \\ (x, y) & \longrightarrow & \langle x, y \rangle \end{array}$$

Ce produit intérieur sur X introduit une norme $\|x\| = \langle x, x \rangle^{1/2}$ avec une telle norme, X peut être complet.

Définition 4: espace de Hilbert

Un espace de HILBERT complexe est un espace linéaire sur \mathbb{C} , complet possédant un produit intérieur.

Deux vecteurs $x, y \in X$ (espace Hilbert), sont orthogonaux si $\langle x, y \rangle = 0$

8.2. Espaces de HILBERT dans le domaine fréquentiel :8.2.1. Espace L_∞ :

Une matrice $F(j\omega)$ $n \times m$ à valeurs complexe, appartient à l'espace L_∞ ssi $\|F(j\omega)\|$ est essentiellement borée ($\|F(j\omega)\|$: la valeur singulière maximale).

Donc la norme L_∞ est défini par : $\|F\| = \sup \|F(j\omega)\|$.

L_∞ est un espace Banach.

8.2.2. Espace RL_∞ :

Une fonction F de l'espace L_∞ , appartient à l'espace RL_∞ ssi F est réelle rationnelle, propre et ne possédant pas de pôle dans l'axe imaginaire.

8.2.3. Espace H_∞ :

L'espace de Hardy H_∞ , est l'espace des fonctions $F(s)$ analytiques et bornées dans le demi plan droit (Real $s > 0$), dans le sens $\sup\{\|F(s)\|, \text{real } s > 0\} < \infty$ le côté gauche représente la norme H_∞ de F .

Propriétés :

H_∞ est un sous espace fermé de Banach L_∞

RH_∞ représente l'ensemble des matrices réelles rationnelles stable et propres appartenant à l'espace H_∞ .

Dans le cas SISO norme H_∞ représente la distance entre l'origine et point le plus loin du tracé de Nyquist ou tout simplement la valeur maximale du gain du système en régime sinusoïdal.

Pour le système MIMO on utilise l'équation suivante [2]:

$$\|G\|_\infty = \sup \sup (\lambda_i (G(j\omega)G(-j\omega)^t))^{1/2} \quad \text{ou} \quad \|G\|_\infty = \sup \sigma (G(j\omega))$$

$\lambda_i()$ désignant la i ème valeur propre

9. Théorème des petits gains :

Considérons le système à contre réaction de la fig 3.11

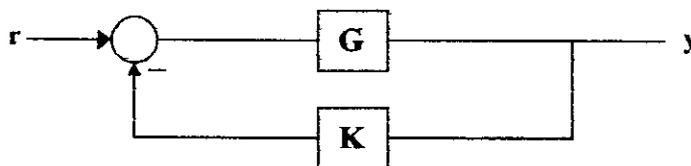


Figure 3.11 : Diagramme block du système de commande en contre réaction

- Supposons que le système et le compensateur sont stables, le système en boucle fermée est stable si : $|G(s)K(s)| < 1$
Et puisque $|G(s)K(s)| \leq |G(s)| |K(s)|$ (matriciellement) la stabilité en boucle fermée est garantie si :

$$|G(s)| / |K(s)| < 1$$

Le critère de Nyquist est utilisé pour justifier la validité de ce théorème, car nous voulons que la fonction de transfert en boucle ouverte reste à l'intérieur du cercle unité à l'origine.

Il n'y a pas d'encerclement du point critique -1 , par suite le système en boucle fermée n'a pas de pôle à partie réelle positive, et donc le système en boucle fermée est stable.

En plus le théorème des petit gain garantis la stabilité interne c-a-d toutes les fonctions de transfert en boucle fermée sont stables, et tous les signaux internes sont bornés pour des entrées bornées.

Rappelons que les performances et le rejet de perturbations nécessite un KG grand pour les basses fréquences, par conséquent un système qui satisfait ce théorème risque d'avoir des performances médiocre, nous allons voir cependant qu'il est possible d'appliquer ce théorème pour les incertitudes additives et multiplicatives.

9.1. Les différentes présentations des incertitudes d'un système bouclé :

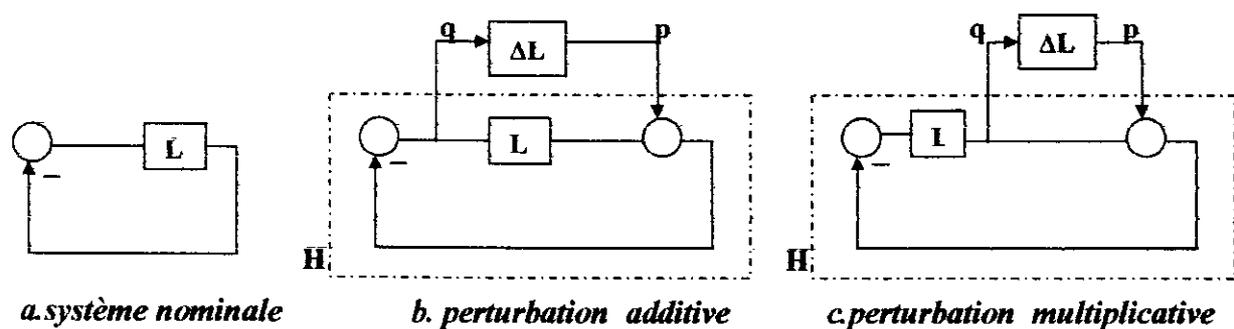


Figure 3.12: Différentes représentation des incertitudes

a/ Le modèle de perturbation additive:

La figure (3.12.a) montre un système avec un retour unitaire, la fonction de transfert en boucle ouverte est égale à L . Après avoir perturbé le gain de L à $L + \Delta L$, le système à contre réaction peut être représenté comme dans la figure (3.12.b), on a :

$$q = -p - Lq ; q = -(1+L)^{-1} p = Sp \Rightarrow H = \frac{1}{1+L} = S$$

S : fonction de sensibilité

b/ Le modèle de perturbation multiplicative :

La figure (3.12.c) montre le modèle de perturbation multiplicative, la fonction de transfert en boucle ouverte est ; $L (1 + \Delta L)$ on a :

$$q = L(-p - q) ; q = -\frac{Lp}{1+L} = -Tp \Rightarrow H = \frac{-L}{1+L} = -T$$

T : fonction de sensibilité complémentaire

9.2. Utilisation du théorème des petits gains :

Nous utilisons ce théorème pour répondre à deux genre de question à propos de la stabilité robuste .Primo , si l'incertitude est bornée et stable ,le système en boucle fermée est il stable pour certaine incertitude ? ,secundo , pour un système donné quel est la plus petite incertitude qui déstabilise le système ?

Pour utiliser ce théorème il est utile de convertir le diagramme bloc de la figure 3.9, maintenant trouvant la condition de stabilité robuste sous une incertitude multiplicative considérons le système de la figure 3.13

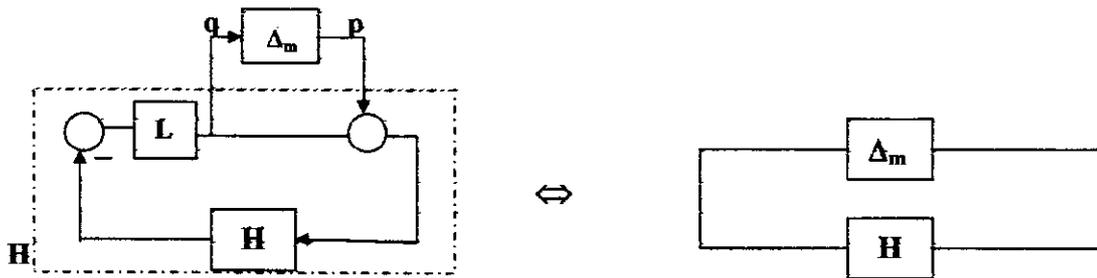


Fig 3.13 : Incertitude multiplicative

Le système en boucle fermée à une stabilité robuste si

$$|\Delta_m| < \frac{1}{|KG(1+KG)^{-1}|} = \frac{1}{|T|}$$

Donc la condition de la robustesse devient : $|\Delta_m| < \frac{1}{|T|}$

Une solution de la condition ci-dessus est : $|\Delta_m| < |1+(KG)^{-1}|$

Nous utilisons ce résultat pour répondre aux deux questions posés supposons que l'incertitude stable et bornée par $|\Delta_m| < \gamma$

Le système en boucle fermée est stable si $|T| < \frac{1}{\gamma}$.

Pour répondre à la deuxième question on s'intéresse à trouver la norme de l'incertitude stable la plus petite qui déstabilise le système ,car l'incertitude doit être petite par rapport à $\frac{1}{T}$, elle doit être petite par rapport au minimum de $\frac{1}{T}$. Pour minimiser la partie droite de l'égalité précédente on doit maximiser T donc la plus petite incertitude déstabilisante (appeler marge de stabilité MSM) est donnée par : $MSM = \frac{1}{Mr}$ où $Mr = \sup |T(j\omega)|$

Dans le cas MIMO, la norme de l'incertitude multiplicative la plus petite

$$\text{est par } \bar{\sigma} [\Delta_m(j\omega)] = \frac{1}{\bar{\sigma} [T(j\omega)]}$$

Pour le cas d'incertitude additive les équations sont données par :

$$|\Delta_m| < \frac{1}{|KS|} \text{ et } |\Delta_a| < \gamma \text{ alors la stabilité est garantie si:}$$

$$|KS| < \frac{1}{\gamma} \text{ ou } |KS\gamma| < 1$$

On peut aussi définir la marge de stabilité additive MSA :

$$MSA = \frac{1}{A_r} \text{ où } A_r = \sup |K(j\omega) S(j\omega)|$$

Dans le cas MIMO la norme de la plus petite incertitude additive qui déstabilise le système est donné par :

$$\bar{\sigma} [\Delta_m(j\omega)] = \frac{1}{\bar{\sigma} [K(j\omega)S(j\omega)]}$$

On note que pour augmenter la protection contre la déstabilisation dans le cas des incertitudes multiplicative il faut que MSM soit grande, ce qui implique que T doit être petite, ce qui est compatible avec l'élimination des bruits de mesure mais le conflit se pose concernant le rejet de perturbation et a ce que (y) suit la référence (r).

10. Incertitudes structurés et non structurés :

D'un point de vue pratique, la robustesse est un concept d'ensemble, les incertitudes sont supposées appartenir à un domaine donné qui peut être grand. Ce dernier point met en évidence la différence avec la notion de sensibilité qui est un concept local, concernant l'influence de petites variations de processus sur son comportement.

Les incertitudes sont généralement divisé en deux catégories : les incertitudes structurés et non structurés, les incertitudes structurés sont des incertitudes modélisable, par exemple des erreurs sur la position exacte des pôles et des zéros d'une fonction de transfert donnée, ou l'imprécision de détermination d'un paramètre physique figure 3.14.

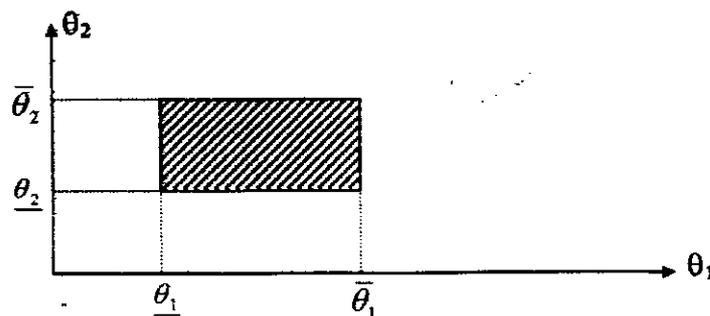


Figure 3.14 : Incertitude structurées

Les incertitudes non structurés sont dues aux dynamiques négligées et à la mal connaissance du système , nous savons seulement que les réponses fréquentielles du système varient entre deux limites .

11. Conclusion :

Dans ce chapitre on a défini les éléments permettant de faire l'analyse de la robustesse et des performances des systèmes soumis à des perturbation du gain de boucle et de du gain de boucle inverse . Les critères d'analyse de la stabilité robuste tel que le critère de Doyle et le théorème des petits gains sont fondés sur le critère de stabilité de Nyquist .

En se basant sur le théorème des petits gains on arrive à réaliser un bon compromis robustesse / performance ,c-à-d avoir un gain $|GK|$ élevé en basse fréquences et un faible gain $|GK|$ en haute fréquences .

Nous avons illustrer aussi à partir des différentes conditions de la stabilité robuste et des performances robuste ,la notion de " Loop shaping " monovariante et multivariante . L'objectif du loop shaping est de donner une certaine forme à la boucle ouverte , et réalise en même temps les spécification de la robustesse et performances .

Chapitre IV :

Commande robuste H_∞

Synthèse H_∞

par factorisations premières

1. Introduction :

La synthèse H_∞ doit être considérée comme étant une façon particulière pour calculer un correcteur, sans que toutes les exigences de robustesse soient prises en compte à priori.

Elle permet de modéliser différents transferts du système asservi, et ainsi garantir des marges de stabilité globales (marges de gain, de phase, de module, et leur extensions multivariées).

Le problème standard comme il a été vu précédemment est de trouver $\gamma > 0$ tel que $\|H_\infty\| < \gamma$, ou d'une façon plus rigoureuse :

$$\|H_\infty\| = \sup_{\omega \in \mathfrak{R}} \sup \left[\lambda_i(j\omega) H(-j\omega)^T \right] < \gamma$$

où :

λ_i : la $i^{\text{ème}}$ valeur propre.

Le correcteur qui assure la plus petite valeur de λ sera dit "optimal".

Plusieurs méthodes peuvent être envisagées pour résoudre le problème standard, parmi ces méthodes on trouve la méthode des factorisations premières.

2. Problème H_∞ standard :

Un modèle standard est un bloc en boucle ouverte $G(s)$, qui inclut le modèle du processus proprement dit et le modèle générateur de bruits et perturbations (fig 4.1).

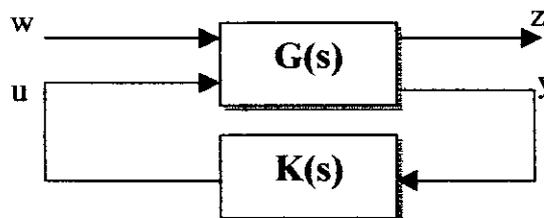


Fig 4.1 : Modèle standard

Où :

"w" représente les perturbations externes, "y" est la mesure accessible pour le contrôleur, "u" est la sortie du contrôleur, et "z" est le signal d'erreur qu'on souhaiterait garder petit.

La matrice des fonctions de transfert ne représente pas seulement le procédé conventionnel mais aussi les fonctions poids , incluse pour spécifier les performance souhaitées .

Le problème de contrôle optimal H_∞ est donc la synthèse d'un contrôleur K stabilisant le système et minimisant le transfert en boucle fermée de w vers z , , T_{zw} dont la norme H_∞ :

$$\|T_{zw}\| = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(T_{zw}(j\omega))$$

Le problème de contrôle H_∞ est de trouver un correcteur K tel que :

$$\|T_{zw}\| \leq \gamma$$

Problème Optimal : $\min_{K \text{ stabilisant}} \|T_{zw}\|_\infty$

Problème standard : trouver K stabilisant $\|T_{zw}\|_\infty \leq \gamma$

Le problème standard est plus pratique , car la conception du système de commande est en fait un compromis de coût , une solution mathématique optimale n'est pas nécessairement désirable en prenant compte des contraintes réelles .

La propriété importante de la norme H_∞ vient de l'application du théorème des petits gains , lorsque $\|T_{zw}\|_\infty \leq 1$, le système avec le block de diagramme de la fig4.2 reste stable pour toute incertitude stable respectant la condition suivante :

$$\|\Delta\|_\infty \leq 1$$

Ce type d'incertitudes sont appelées "incertitudes non structurées" , elles sont dues essentiellement aux dynamiques négligées .

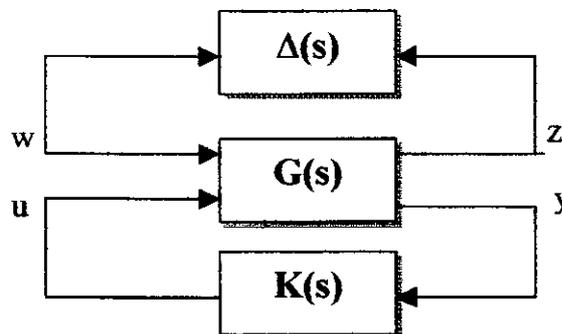


Fig 4.2 : Modèle standard avec incertitudes

Ce résultat de la stabilité robuste est la principale motivation du développement des différentes méthodes H_∞ .

3. Synthèse H_∞ par factorisations premières [2] :

L'approche des factorisations premières normalisées NCF (Normalise Comprime Factors) a été développée par McFarlane et Glover à partir de la notion de factorisation première d'une matrice de transfert, elle présente des propriétés intéressantes et sa mise en œuvre fait appel à des notions classiques de l'automatique.

3.a. Factorisations premières :

Soit $G(s)$ la matrice de transfert d'un système donné, la factorisation première à droite normalisée de $G(s)$ est constituée des deux matrices de transfert $M(s)$ et $N(s)$, propres et sans pôles à parties réelle positif ou nulle tel que :

$$\begin{cases} G(s) = N(s)M^{-1}(s) \\ \forall s \in \mathbb{C} : N(-s)^T N(s) + M(-s)^T M(s) = I \end{cases}$$

de même la factorisation première à gauche normalisée est définie par :

$$\begin{cases} G(s) = \tilde{M}^{-1}(s)\tilde{N}(s) \\ \forall s \in \mathbb{C} : \tilde{N}(s)\tilde{N}(-s)^T + \tilde{M}(s)\tilde{M}(-s)^T = I \end{cases}$$

La matrice de transfert peut aussi être défini par :

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B$$

Tel que A B C sont les matrices d'équations d'états.

$M(s)$ et $N(s)$ sont donnée par :

$$\begin{pmatrix} M(s) \\ N(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C \\ -B^T X \end{pmatrix} (sI - A + BB^T X)^{-1} B + \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}$$

et \tilde{M}, \tilde{N} sont données par :

$$\begin{pmatrix} \tilde{N} & \tilde{M} \end{pmatrix} = C(sI - A + YC^T C)^{-1} (B - YC^T) + (0 \quad I)$$

où X et Y sont les matrices définies positives et solution de l'équation de Riccati :

$$\begin{aligned} A^T X + XA - XB^T B X + C^T C &= 0 \\ AY + YA^T - YC^T C Y + BB^T &= 0 \end{aligned}$$

Cependant Mc Farlane et Glover on montrer que la valeur minimale de γ est donnée par :

$$\gamma_{\min} = \varepsilon_{\max}^{-1} = \sqrt{1 + \lambda_{\text{sup}}(YX)}$$

où λ_{sup} désigne la plus grande valeur propre de XY , de plus pour tout $\varepsilon < \varepsilon_{\max}$; un correcteur stabilisant tous les modèles appartenant à ξ_ε est donnée par :

$$K(s) = B^T X (sI - A + BB^T X - \gamma^2 Z Y C^T C)^{-1} \gamma^2 Z Y C^T$$

avec :

$$Z = (I + YX - \gamma^2 I)^{-1}$$

3.c. Approche Loop-shaping :

Le réglage des performance dans une première étape se fait en effectuant un modelage en boucle ouverte "Loop-shaping" du processus avant de calculer le correcteur , la démarche et la suivante :

- A) ajouter à la matrice $G(s)$ du système à réguler un pré-compensateur W_1 et / ou un post - compensateur W_2 de sorte qu'on effectue une première amélioration des performance du système augmenté $G_a = W_2 G W_1$. Typiquement on assureras des grands gains en basse fréquence et du faibles gains , en haute fréquence .
- B) A partir de NCF de G_a , calculer γ_{\min} puis K en utilisant les équations précédentes
- C) la structure de correction est obtenue en combinant le correcteur K et les filtres W_1 et W_2 , en adoptant (fig4.4) .

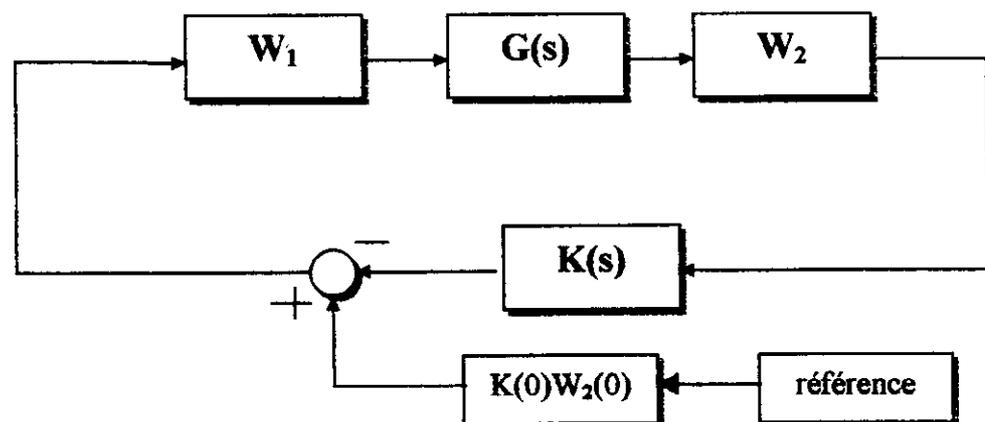


Fig.4.4 : Structure de commande

4. Application de l'approche des factorisations premières :

Pour la synthèse des systèmes de commandes H_∞ par NCF, on a considéré le système complet (MAS + FOC) voir figure 4.5.

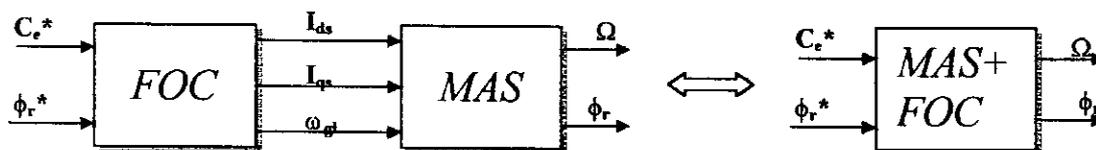


Figure 4.5 : Modèle à régulé

Ce système est régi par les équations d'états données par (annexe B).

On remarque bien que ce système peut être divisé en deux sous-système SISO voir figure 4.6 :

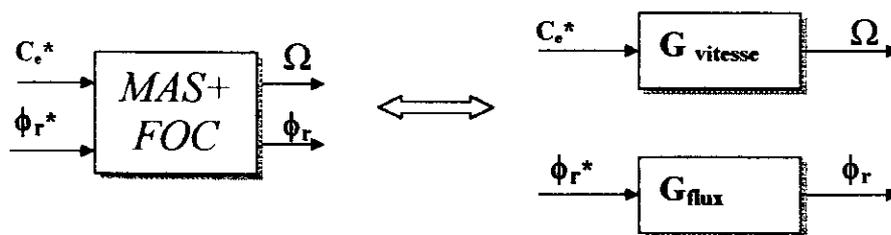


Figure 4.6 : Décomposition du système globale en deux sous-systèmes SISO

Les fonctions de transfert G_{Flux} et $G_{Vitesse}$ sont données par :

$$G_{Flux} = \frac{1}{J} \frac{1}{s + \frac{K_f}{J}}$$

$$G_{Vitesse} = \frac{1}{T_r} \frac{1}{s + \frac{1}{T_r}}$$

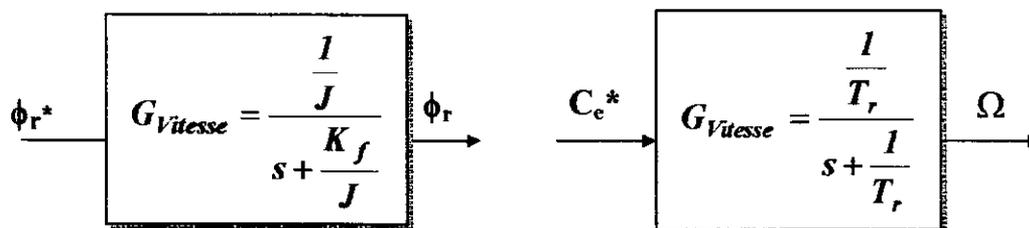


Figure 4.7 : Fonctions de transfert G_{Flux} et $G_{Vitesse}$

L'approche NCF est appliquées aux systèmes flux et vitesse .

4.1. Tracés de Bode de G_{Flux} et $G_{Vitesse}$:

Le tracé de Bode de G_{Flux} sont données par la figure 4.8 :

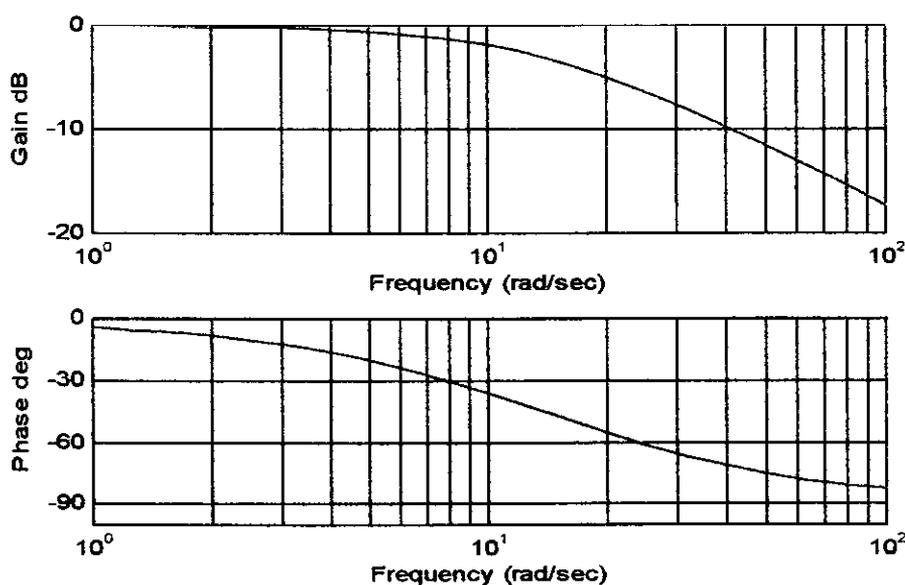


Figure 4.8 : Tracé de Bode de G_{Flux}

Le gain de G_{FLUX} en basses fréquences est de 0 db .

Le tracé de Bode de $G_{vitesse}$ sont données par la figure 4.9 :

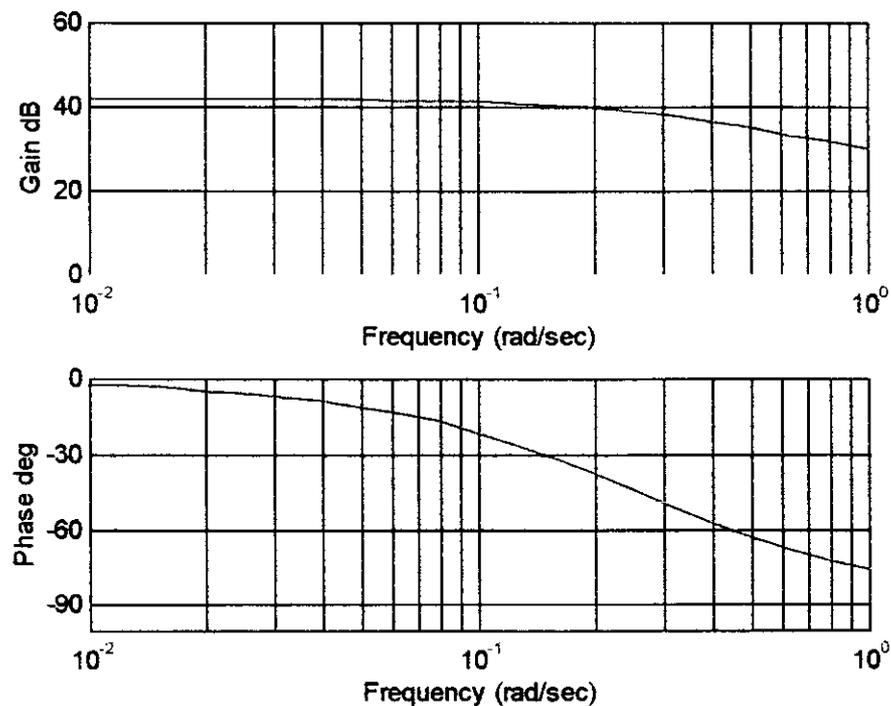


Figure 4.9 : Tracé de Bode de $G_{vitesse}$

Le gain de $G_{vitesse}$ en basse fréquence est de 40 db

4.2. Réglage des performances par Loop-Shaping :

Le réglage des performance est obtenu en effectuant un modelage en boucle ouverte (Loop - Shaping) du processus , avant le calcul du correcteur [13] .

Dans notre étude , on a ajouté à la fonction de transfert du système à réguler un pré - compensateur W_ϕ (fonction poids) , de sorte que le système augmenté $G_{a\phi} = G_{Flux} W_\phi$ (fig4.10) présente un comportement en fréquence satisfaisant .

Typiquement, on assurera un grand gain en basses fréquences et un faible gain en hautes fréquences .

On choisira la fréquence de passage à 0 dB qui correspond à peu près à la bande passante du système bouclée .

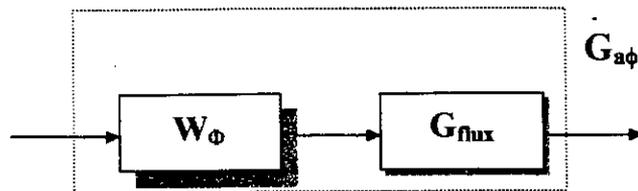


Figure 4.10 : Modelage du système G_{Flux}

On a moins de contrainte sur la phase que dans un réglage traditionnel, en effet cette étape est suivie d'une synthèse H_∞ qui, si nécessaire, améliorera les marges de stabilité [2]. Le pré-compensateur W_ϕ choisi est un régulateur classique PI.

Le même raisonnement s'applique au système SISO de vitesse $G_{Vitesse}$ (figure 4.11).

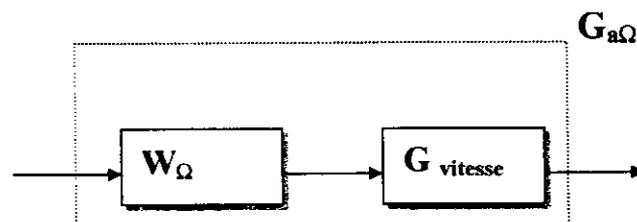


Figure 4.11 : Modelage du système $G_{Vitesse}$

Les fonctions poids sont choisis par approches successives.

Les fonctions poids choisis sont données par :

$$W_\phi = \frac{2(s+5)}{s}$$

$$W_\Omega = \frac{2.5(s+2)}{s}$$

Les tracés de bode et les réponses indicielles de $G_{a\phi}$ et $G_{a\Omega}$ sont données par les figures 4.12 et 4.13 respectivement.

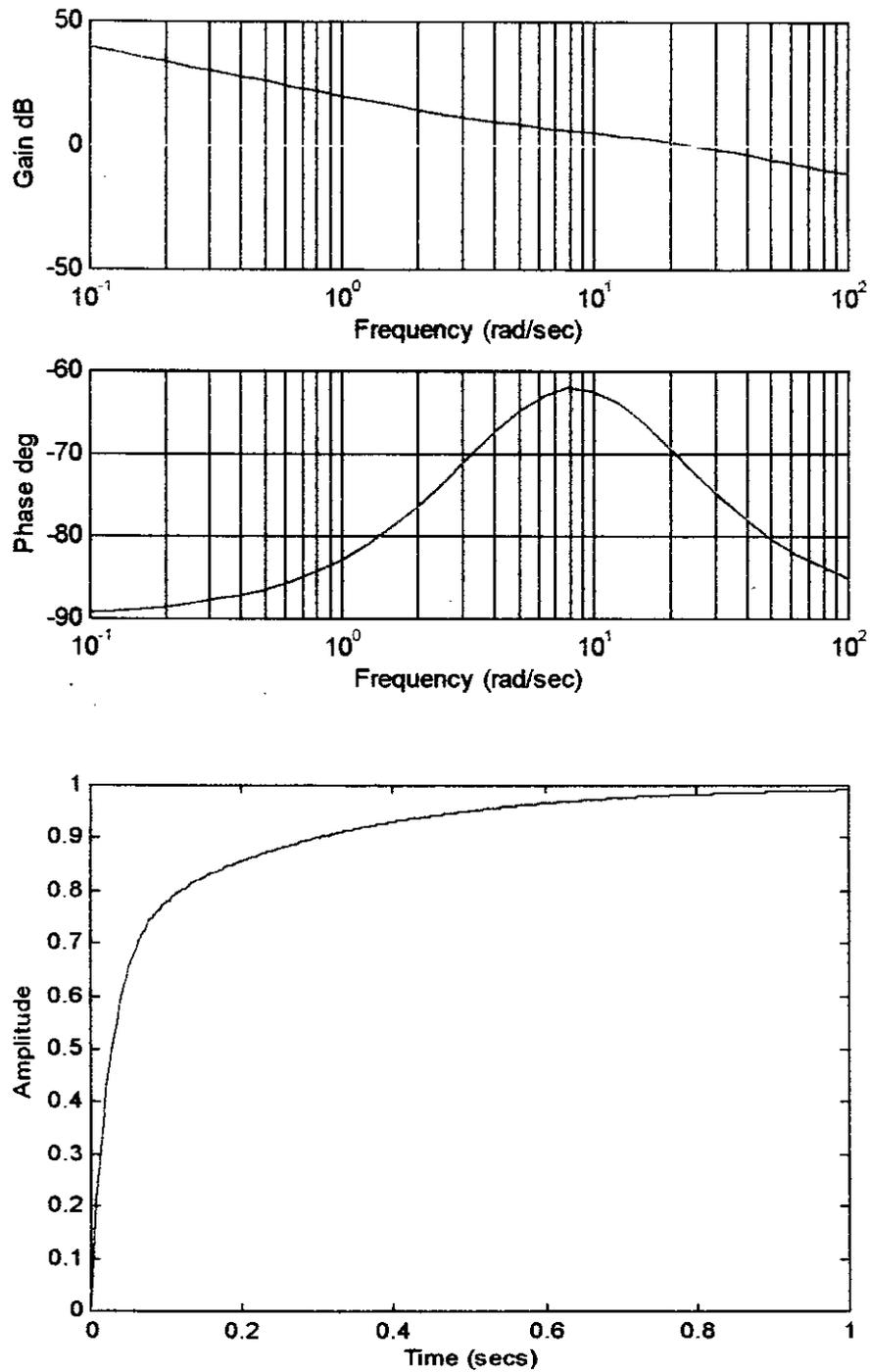


Fig 4.12 : Tracé de Bode et réponse indicielle de $G_\phi = G_\phi W_\phi$

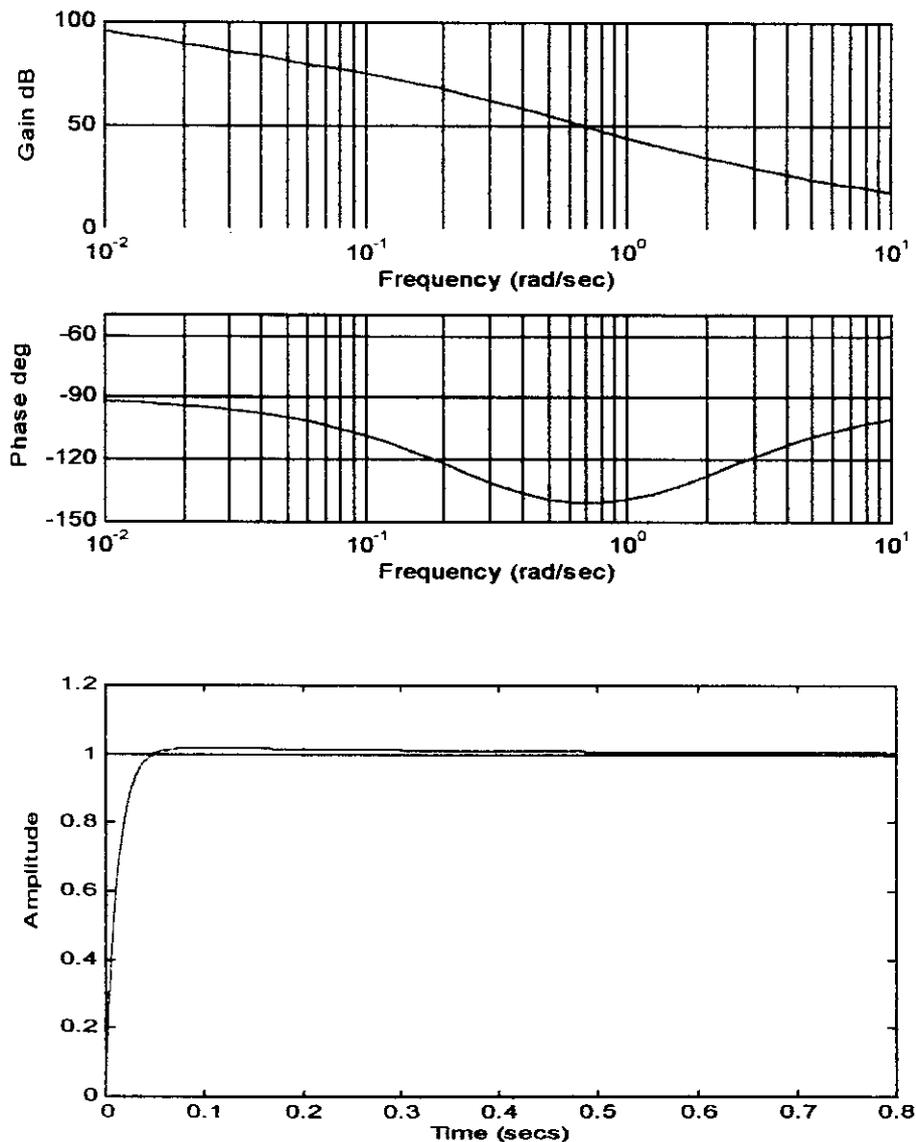


Fig 4.13 : Tracé de Bode et réponse indicielle de $G_{\text{vitesse}} W_{\text{vitesse}}$

D'après fig(4.10) et fig(4.11) , on voit bien que l'addition des prés - compensateurs par Loop -shaping aux systèmes flux et vitesse , nous a permis d'améliorer les performances en boucle ouverte , grands gains en basse fréquence (40 dB pour le flux , et 100 dB pour la vitesse ; $\omega = 0$) et faibles gains en haute fréquence) .

4.3. Calcul des correcteurs :

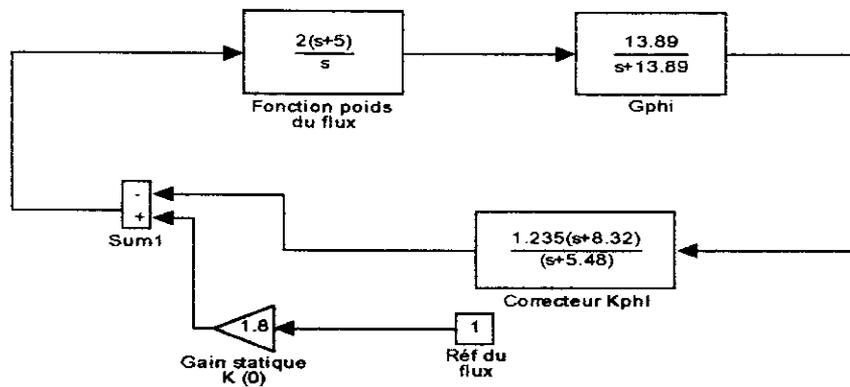
Le calcul du correcteur de flux (en utilisant le logiciel Matlab)
 donne:

$$K_{flux}(s) = 1.235 \frac{(s + 8.32)}{(s + 5.48)} \quad \varepsilon_{MAX} = 0.77$$

Le calcul du correcteur de vitesse (en utilisant le logiciel Matlab)
 donne:

$$K_{vitesse}(s) = 1.02 \frac{(s + 1.92)}{(s + 2)} \quad \varepsilon_{MAX} = 0.7$$

La structure de commande du flux est la suivante :



La simulation du flux donne ($\phi_{ref} = 1 \text{ Wb}$) :

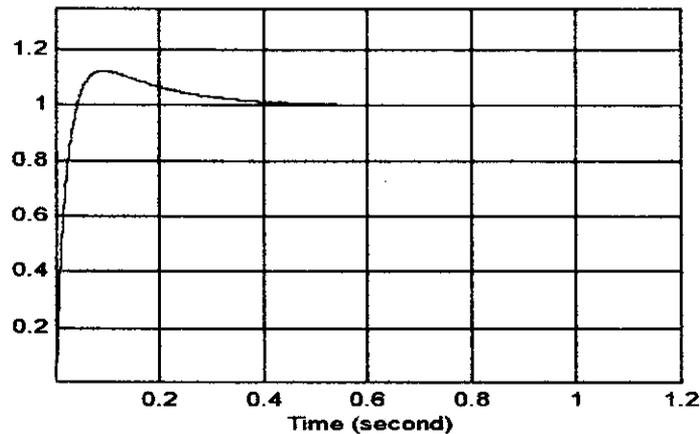


Fig 4.14 : Réponse du flux

La structure de commande de la vitesse , est donnée par fig4.15

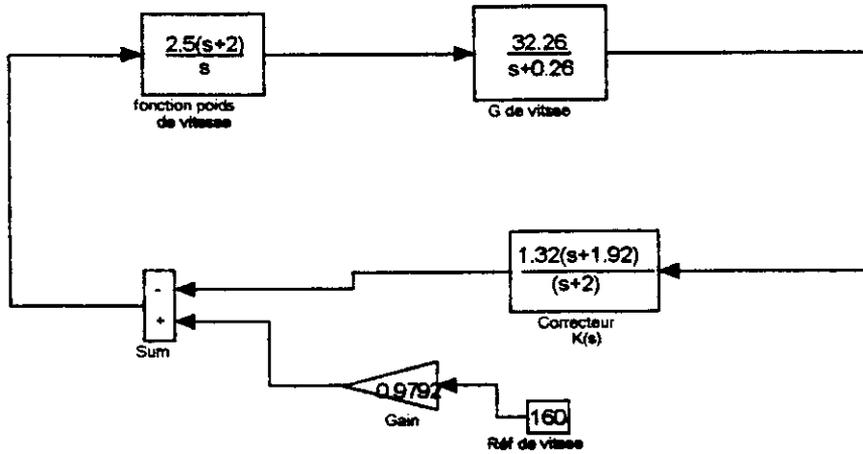
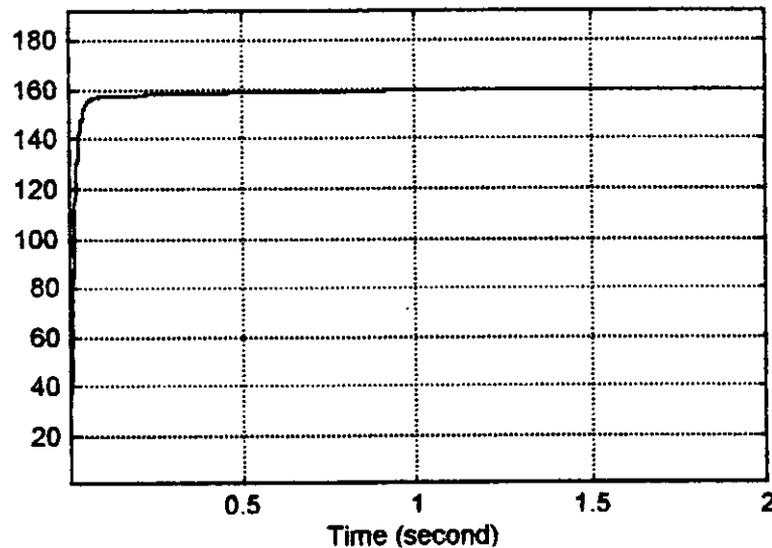


Fig 4.15 : Schéma de commande de vitesse

La simulation de vitesse donne ($\omega_{ref} = 160$ rd/s) :



On remarque que le flux et la vitesse suivent leur consignes (références affichés) , après un régime transitoire .

4.4. Rejet des perturbations :

Nous avons testés la robustesse de ce correcteur vis à vis des perturbations en appliquant une perturbation $P = 15$ (fig 4.16.a) et (fig 4.16.b)

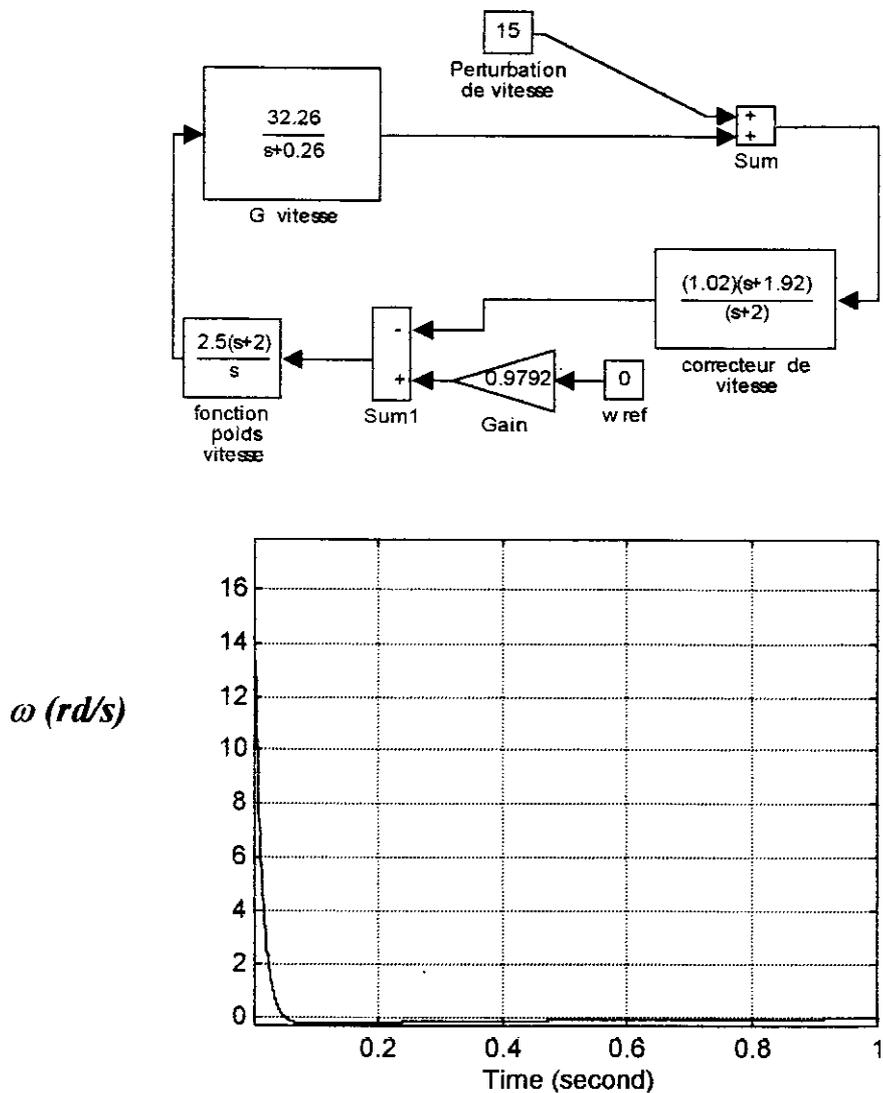


Fig 4.16.a : Perturbation du système de vitesse

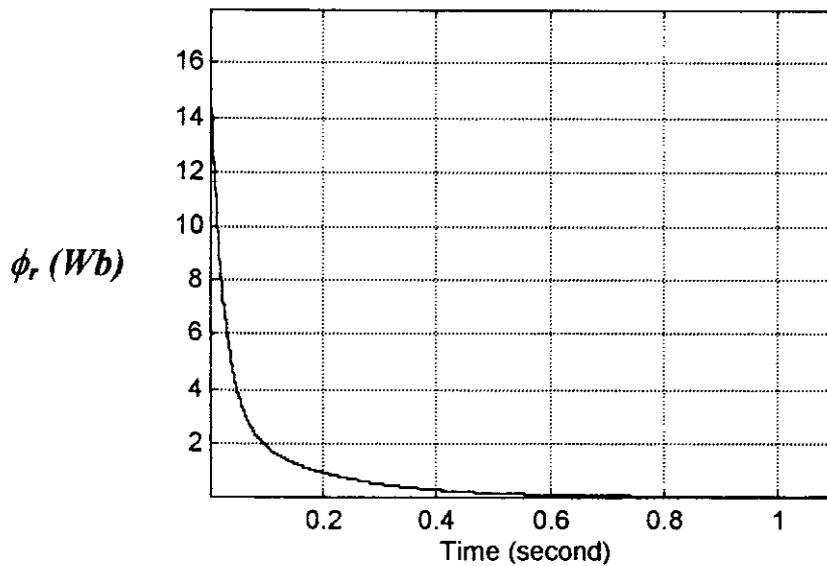
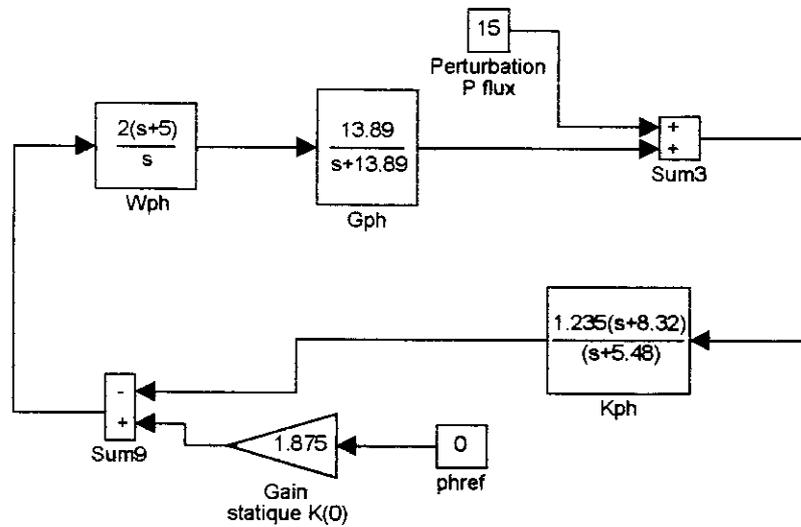


Fig 4.16.b : Perturbation du système du flux

D'après les figures (4.16.a) et (4.16.b) , on voit bien que les perturbations appliquées sur les deux systèmes ($P_{flux} = 15$, $P_{vitesse} = 15$) , sont rejetées après un régime transitoire (0.1s pour la vitesse et 0.5s pour le flux).

Donc les correcteurs synthétisés par la NCF rejettent les perturbations .

4.5. Application de la structure de correction au système (MAS + FOC + OND) :

L'application des correcteurs sur le système (FOC + MAS + OND) à donnée les résultats représentés par les figures 4.17.a et 4.17.b, la référence choisie pour le flux est $\phi_{ref} = 1 \text{ Wb}$ et la référence donnée à la vitesse est $\omega_{ref} = 160 \text{ rd/s}$.

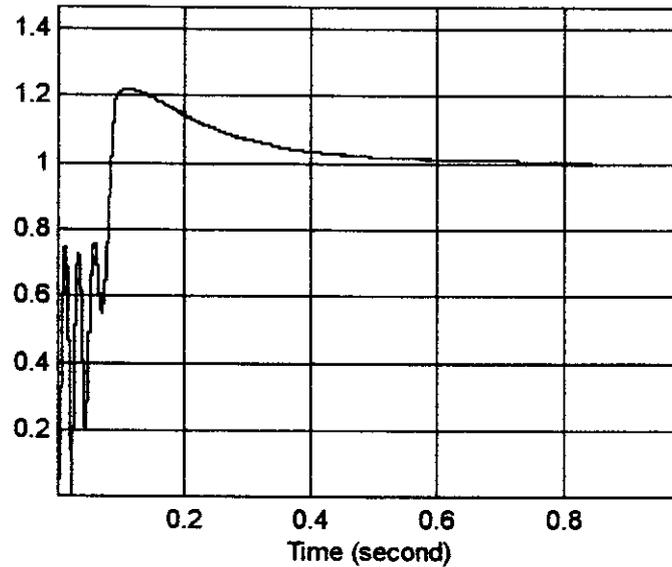


Figure 4.17.a : Réponse du flux

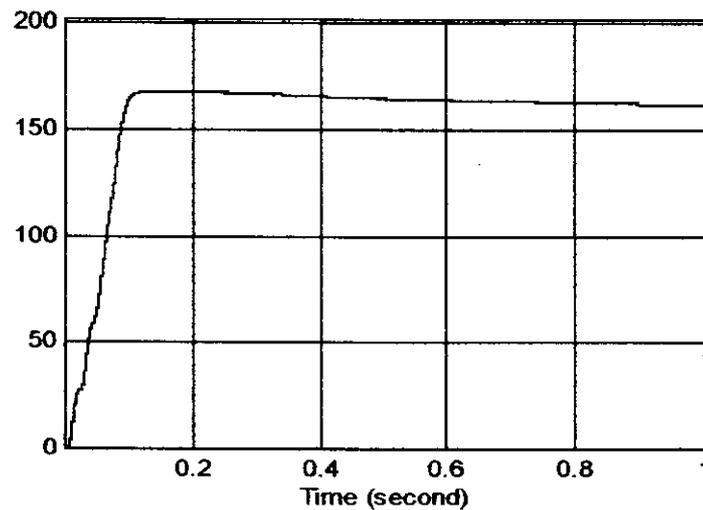


Figure 4.17.b : Réponse de la vitesse

Les deux systèmes suivent leurs références après des régimes transitoires.

4.6. Application de perturbation sur le système (FOC +MAS+ OND) :

Nous avons testés la robustesse de ce correcteur vis - à - vis des perturbations en appliquant une perturbation $P = 15$ sur la boucle de vitesse puisque en générale les couple de perturbation agissent sur la vitesse (fig 4.17).

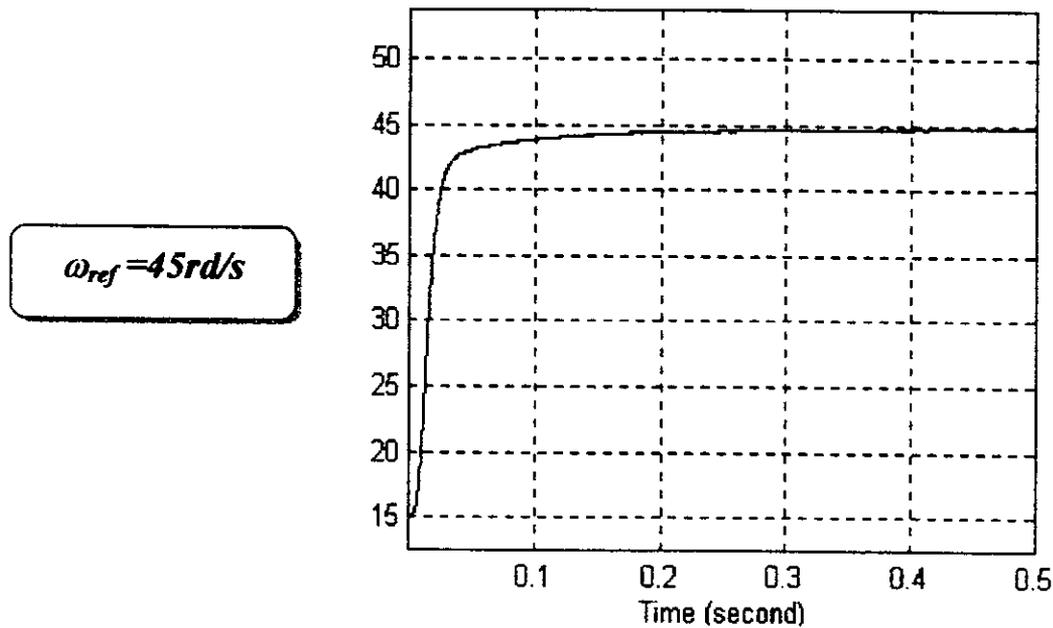


Fig 4.17 : Perturbation du système de vitesse

4.6. Application des incertitudes :

Avant d'appliquer des erreurs sur les deux systèmes SISO flux et vitesse , on fait une factorisation première de G_ϕ et G_Ω .

La factorisation première de G_ϕ est constituée des deux fonctions de transfert N_ϕ et M_ϕ stables tq :

$$G = N M^{-1}$$

Les deux fonctions N_ϕ et M_ϕ sont donnée par :

$$N_\phi = \frac{13.89}{s+100}$$

$$M_\phi^{-1} = \frac{s+100}{s+13.89}$$

Les deux fonctions N_Ω et M_Ω^{-1} sont donnée par :

$$N_\Omega = \frac{32.26}{s+20}$$

$$M_\Omega^{-1} = \frac{s+20}{s+0.26}$$

Choix des erreurs :

Les incertitudes du modèle peuvent être prise en compte en considérant un modèle perturbé de la forme :

$$\tilde{G} = (\tilde{M} + \Delta_M)^{-1} (\tilde{N} + \Delta_N)$$

où Δ_N , Δ_M sont des fonctions fictifs inconnues mais sans pôles à partie réelle positive ou nulle .Ces erreurs doivent vérifier l'équation suivante :

$$\|\Delta_M \quad \Delta_N\|_\infty < \varepsilon_{\max}$$

ε_{\max} : marge de stabilité .

Pour simplifier l'étude , les erreurs choisis des erreurs de la forme :

$$\Delta = \frac{k}{s+a}$$

car ils ont un diagramme de Bode simple (fig 20) .

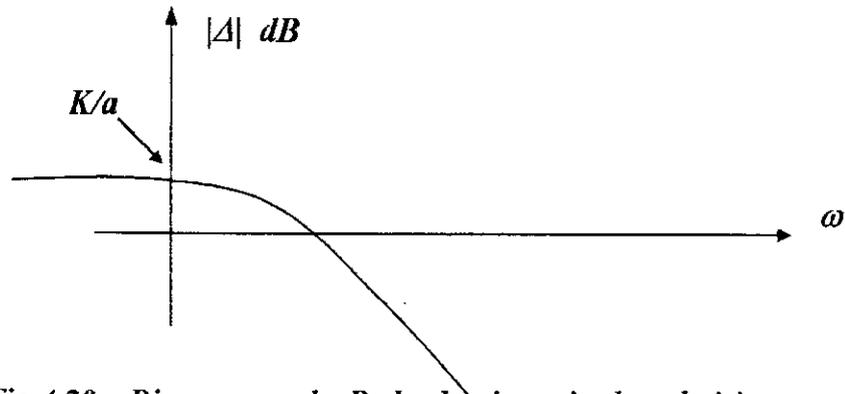


Fig 4.20 : Diagramme de Bode des incertitudes choisis

On a :

$$\|\Delta\|_\infty = \text{Log}_{10} \left(\frac{k}{a} \right)$$

Par suite il suffit de choisir des normes $\|N\|$ et $\|M\|$ tel que :

$$\begin{cases} \|\Delta_N\|_\infty < 1 & \text{et} & \|\Delta_M\|_\infty < 1 \\ \|\Delta_N\|_\infty + \|\Delta_M\|_\infty < \epsilon_{max} \end{cases}$$

Pour garantir la condition sur les erreurs $\|\Delta_M \Delta_N\|_\infty < \epsilon_{max}$ les incertitudes choisis sont :

$$\Delta_M = \frac{3.1}{s+4}$$

$$\Delta_N = \frac{3.2}{s+3}$$

rappelons que $\epsilon_{max} = 0.77$ pour le flux et $\epsilon_{max} = 0.7$ pour la vitesse .

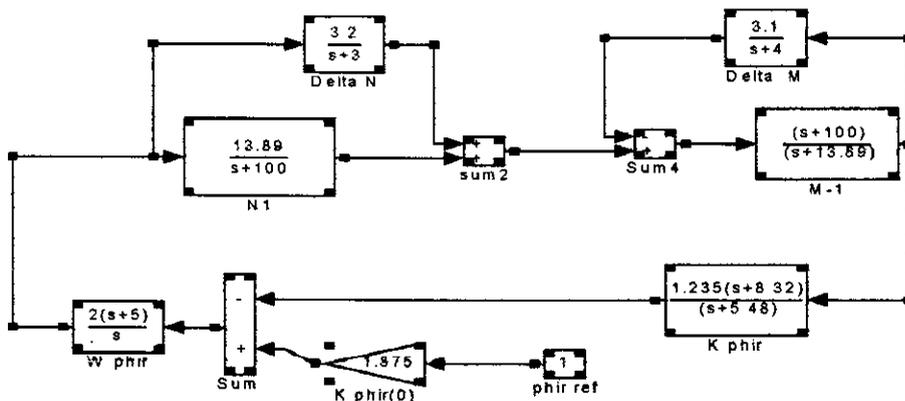
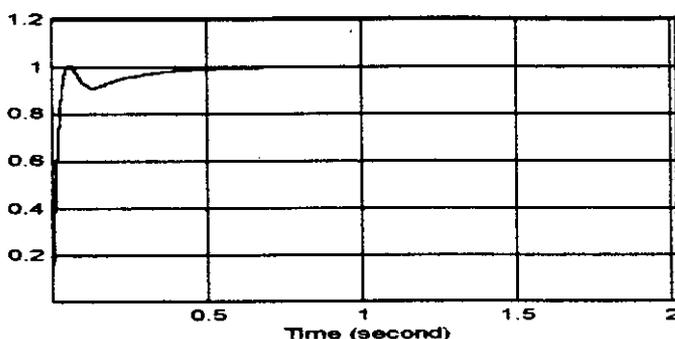


Fig 4.21 : Système de flux perturbé

La simulation du flux donne :



Donc le système flux est robuste .

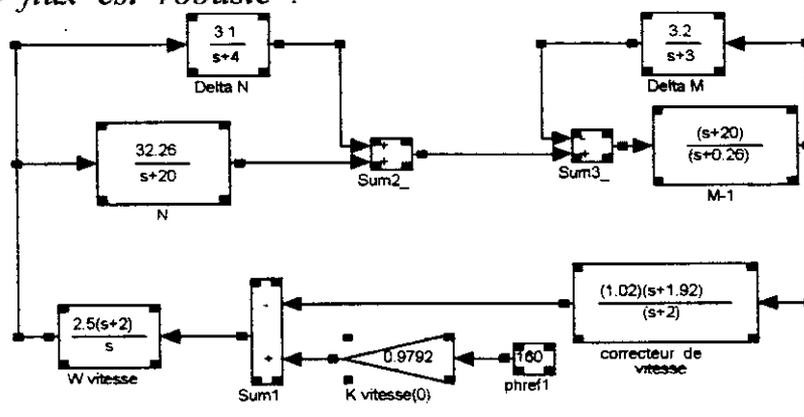
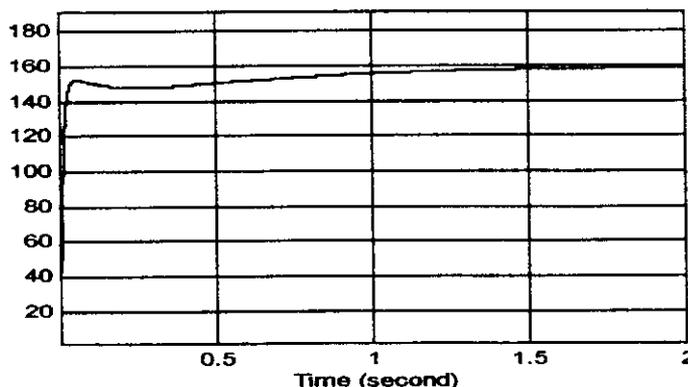


Fig 4.22 : Système de vitesse perturbé



Donc le système de vitesse est robuste .

Conclusion :

La synthèse H_∞ par l'approche NCF, qui utilise des notions classique de l'Automatique a donne des correcteurs robustes en stbilité et en performance , l'incovénient de cette approche est que le calcul des fonctions poids se fait par approche successive .Ces correcteurs stabilisent le système, et rejettent les perturbetions lorsque le système subit des incertitudes dont la norme est inférieure à ϵ_{max}

Remarque :

La remarque importante qu'il faut signaler dans les réponses du flux et de la vitesse est :

La réponse de la vitesse est plus rapide que celle du flux, ce qui n'est pas le cas physiquement. Cela est dû aux mauvais choix des fonctions poids.

Nous avons choisis d'autres fonctions poids pour résoudre ce problème.

Les fonctions poids :

**flux :*

$$w_{\phi} = \frac{5.56(s + 7.5)}{s}$$

**vitesse:*

$$w_{vitesse} = \frac{s + 0.096}{s}$$

Les correcteurs obtenus :

$$K_{flux} = \frac{0.934s + 8.107}{s + 7.58}$$

$$\epsilon_{max} = 0.731$$

$$K_{vitesse} = \frac{0.995s + 0.0965}{s + 0.096}$$

$$\epsilon_{max} = 0.708$$

effectivement ces nouvelles réponses obtenues sont mieux que les précédentes du point de vue temps de réponse. Comme l'indiquent les figures suivantes :

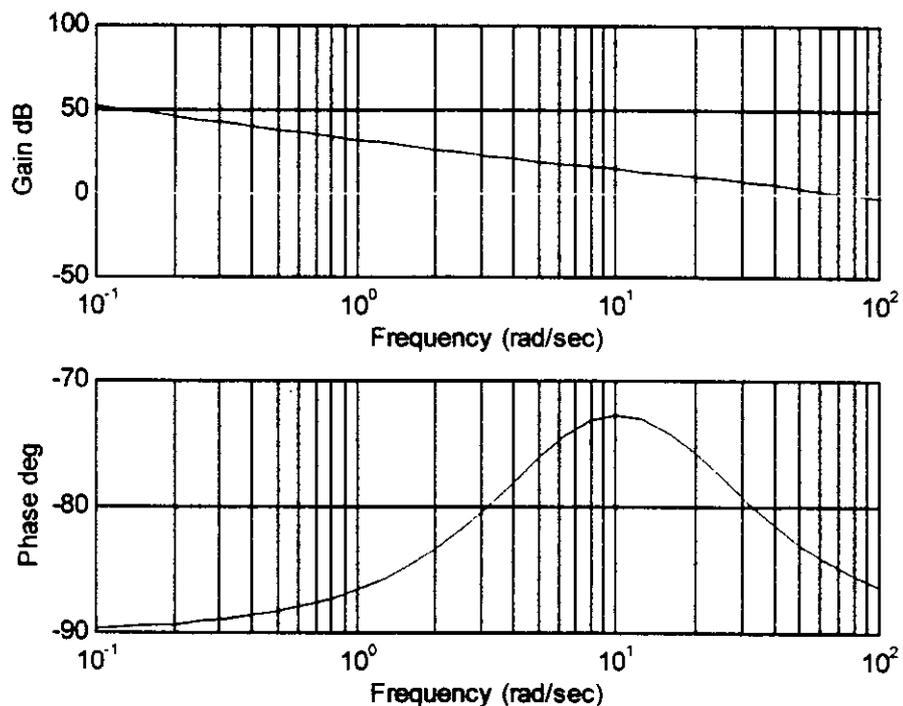
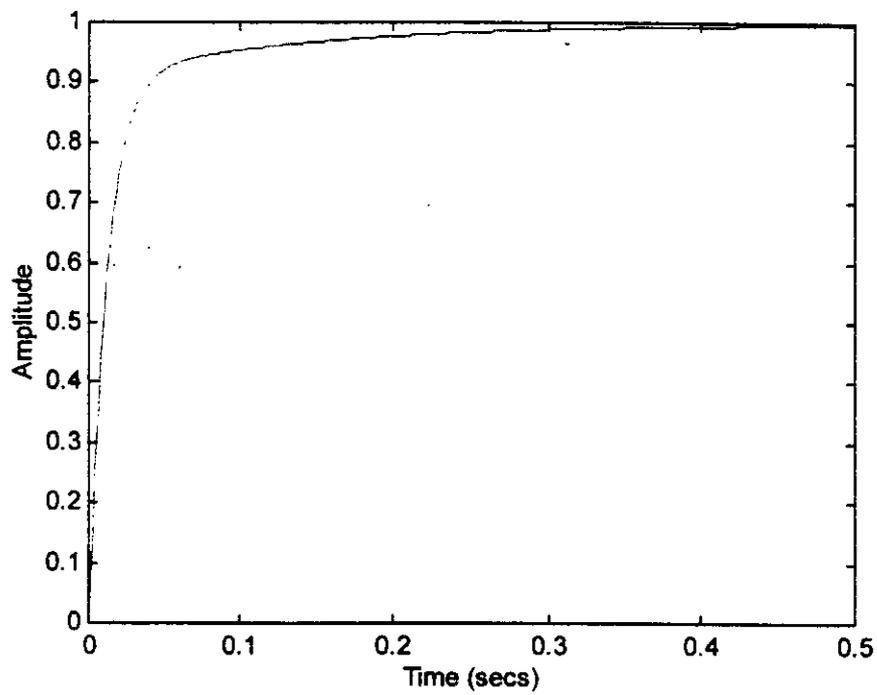


Diagramme de Bode du flux



Réponse indicielle du flux.

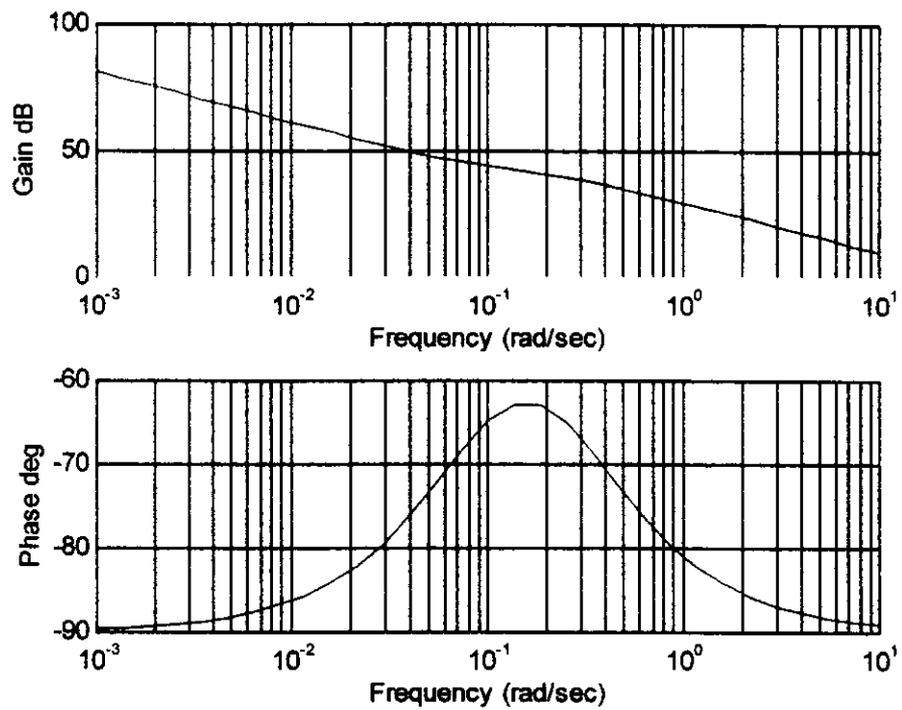
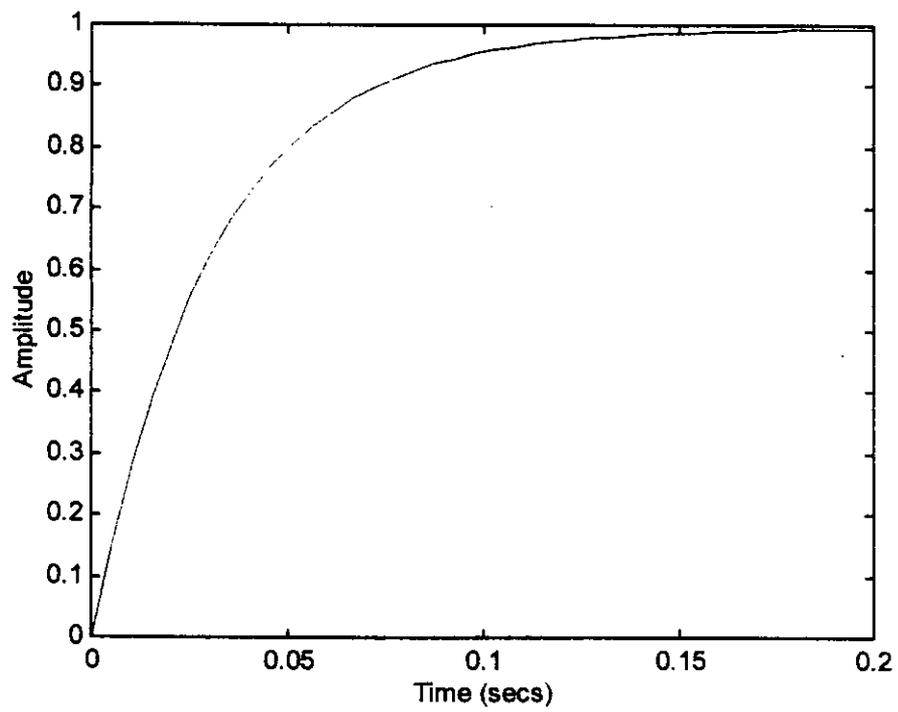
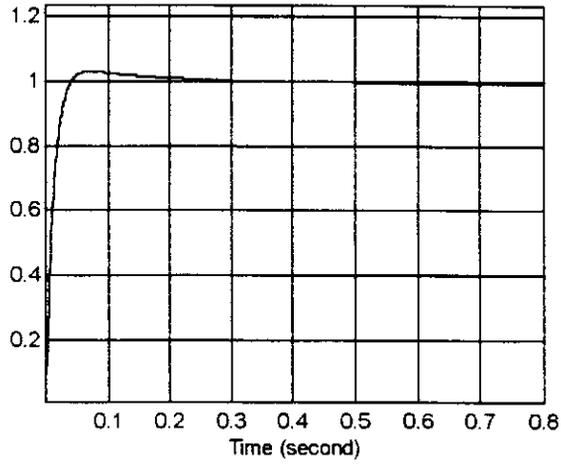


Diagramme de Bode de la vitesse.



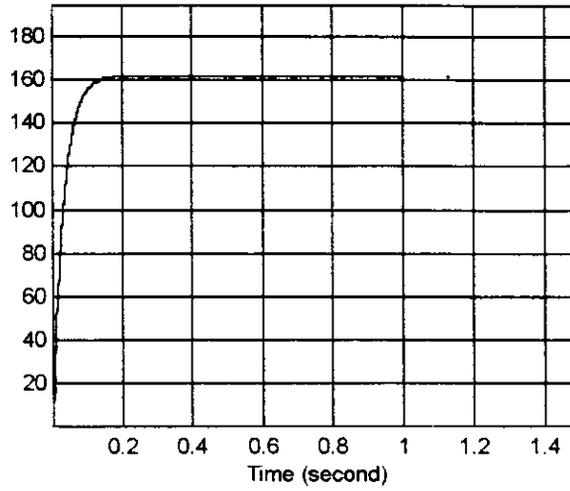
Réponse indicielle de la vitesse.

$\phi_{ref} = 1 \text{ wb}$



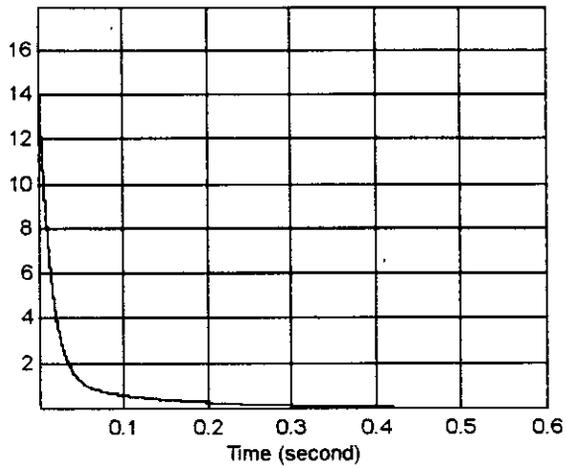
La réponse du flux après le bon choix de la fonction poids

Vitesse réf=160rd/s



La réponse de la vitesse le bon choix de la fonction poids

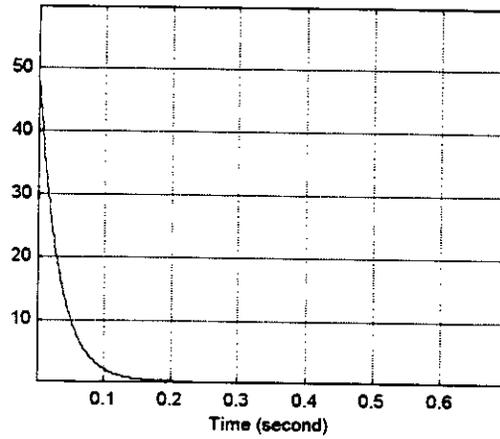
$\dot{\phi}_{ref} = 0 \text{ wb}$
perturbation $p=15$



La réponse de la rejet de perturbation du flux

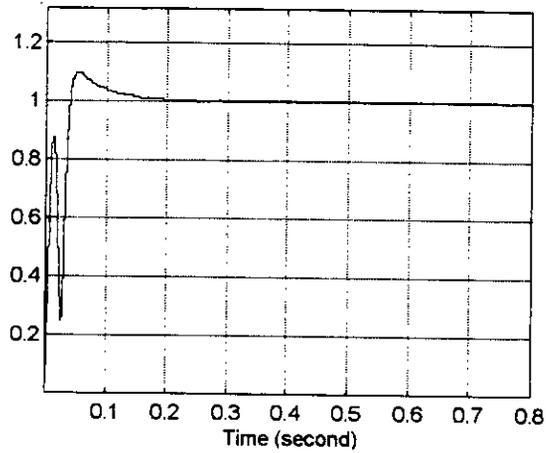
$V_{it_{ref}} = 0 \text{ rd/s}$

$Pert = 50$



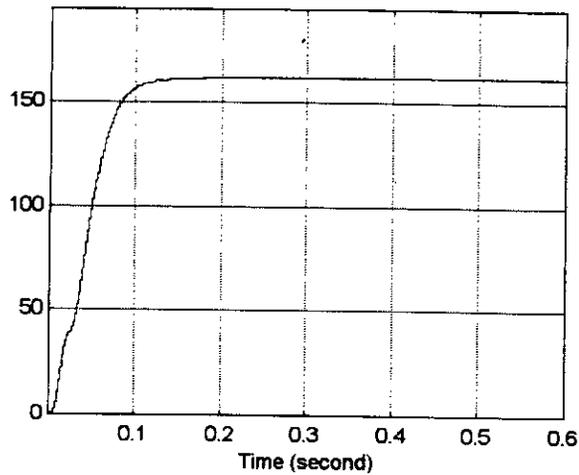
*La réponse de la rejet de perturbation de la vitesse
Après le bon choix de la fonction poids.*

$\phi_{ref} = 1 \text{ wb}$



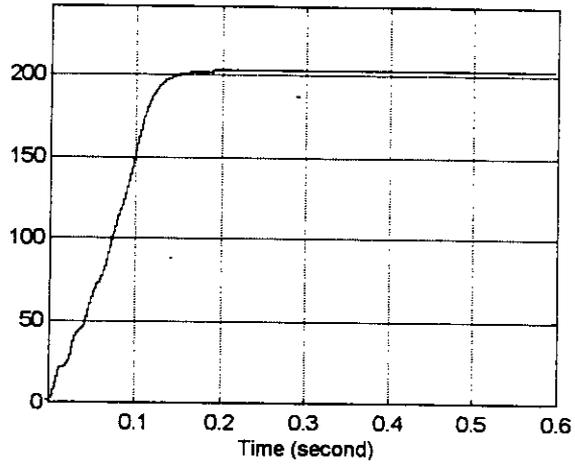
*La réponse après du flux (MAS + OND + FOC)
Après le bon choix de a fonction poids.*

$Vitesse_{ref} = 160 \text{ rd/s}$



*La réponse de la vitesse (MAS + OND + FOC)
Après le bon choix de la fonction poids.*

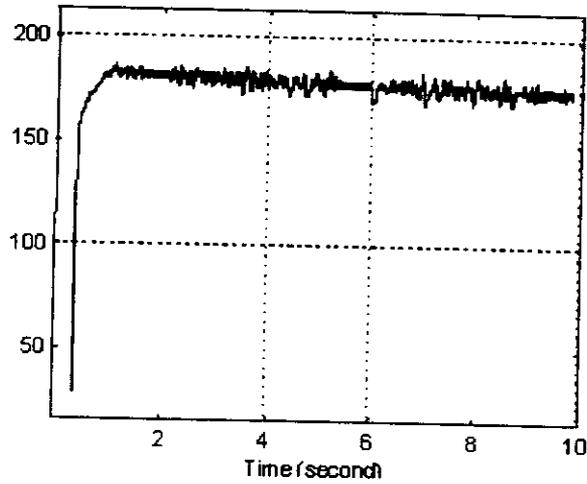
$Vitesse_{réf} = 200 \text{ rd/s}$



Réponse de la vitesse (MAS+OND+FOC)

$Vit = 160 \text{ rd/s}$

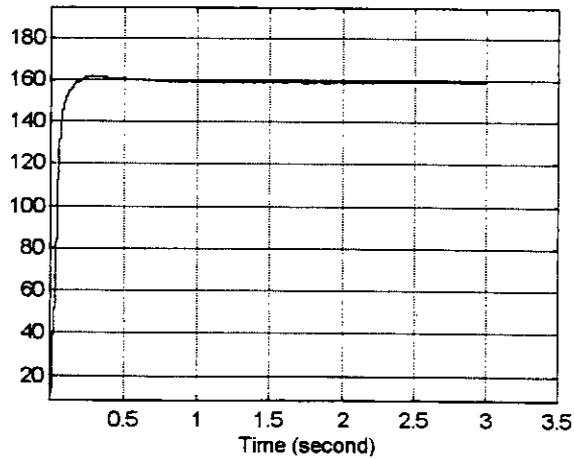
$P=20$



Rejet de pert (MAS+ OND+ FOC) pour la vitesse

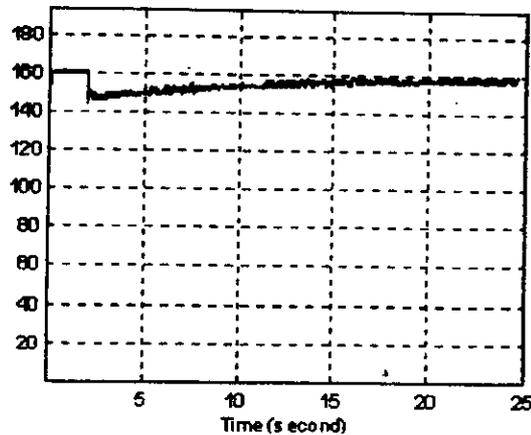
$Vit = 160 \text{ rd/s}$

$P=10$



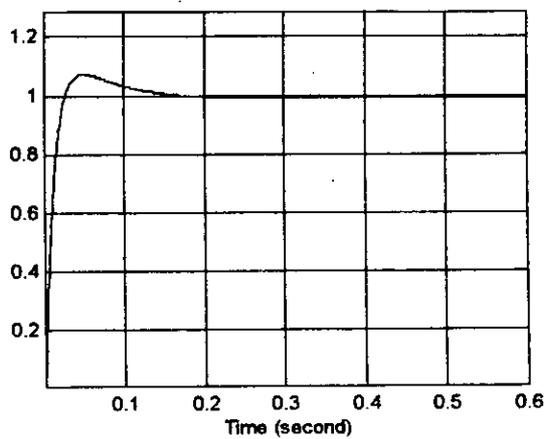
Rejet de perturbation (MAS+FOC+OND) pour la vitesse

$Vitesse_{ref} = 160 \text{rd/s}$



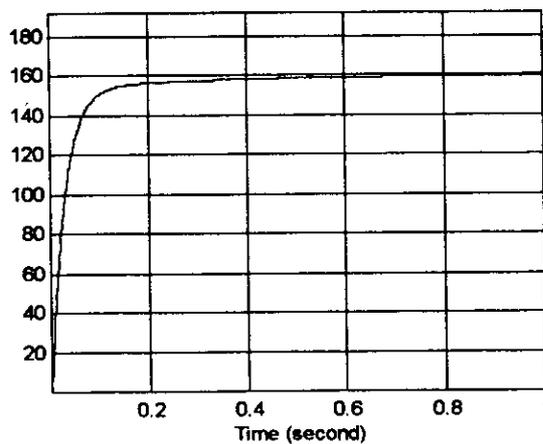
Application d'un couple résistant $C_r = 5 \text{ N.m}$ à l'instant $t = 2 \text{ s}$

$\phi_{ref} = 1 \text{ wb}$



Réponse du flux avec incertitudes

$Vit_{ref} = 160 \text{rd/s}$



Réponse de la vitesse avec incertitudes

CONCLUSION GENERALE

Conclusion Générale

La simulation de la MAS alimenté par un Onduleur de tension commander en courant (stratégie Delta) , montre que la MAS est fortement couplée .
Ce problème de couplage de la MAS est résolu par l'introduction de la commande vectorielle .

Cette commande permet d'orienté le flux rotorique suivant l'axe direct "d" . Ainsi le modèle de la MAS devient équivalent à celui d'une machine à courant continue à excitation séparée .

Dans l'Automatique classique (Bode , Nyquist , Black) la robustesse est implicitement prise en compte (méthodes naturellement robustes) , l'Automatique moderne a introduit des méthodes algébrique (Kalman , Luenberger , Wonham) basées sur l'hypothèse d'une possibilité de connaissance exacte des processus et d'une mesure exacte des variables mises en œuvre .

C'est dans ce sens que s'est développée la notion de robustesse dont l'objet est de permettre une approche de la commande garantissant un fonctionnement satisfaisant d'un processus indépendamment des incertitudes existant tant au niveau du processus lui-même que des informations le concernant (prise en compte explicite du problème de l'erreur de modèle et des performance) .

L'approche des factorisations premières est une des méthodes de résolution du problème standard , elle reprend les connaissances de l'Automatique classique pour effectuer un modelage de la boucle .
La synthèse de correcteur par NCF se fait après un choix des fonctions poids qui se fait par approche successive , ce qui présente un inconvénient pour les systèmes à fonction de transfert G compliqués , il ya un indicateur de robustesse qui est la marge de stabilité ϵ_{max} .

Les correcteurs synthétisés par la NCF , pour le flux et la vitesse ont donnés de bon résultats (rejet des perturbations , stabilité robuste et performance robuste) .

L'intérêt principale de la méthode H_∞ est sa généralisation au cas multivariables qui permet de définir une méthode systématique de synthèse de commande robuste .

ANNEXES

Annexe A :

Valeurs singulières :

Les valeurs singulières d'une matrice $A \in \mathbb{C}^{m \times n}$ de rang r , notées σ_i sont les racines carrées des valeurs propres de A^*A ordonnées de sorte que :

$$\begin{aligned}\sigma_1 &\geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \\ \sigma_i(A) &= \sqrt{\lambda_i(A^*A)}\end{aligned}$$

Où A^* est la matrice complexe conjugué

si $r < n$ alors il y a $n-r$ valeurs singulières réelles c'est à dire :

$$\sigma_{r+1} = \sigma_{r2} = \dots = \sigma_n = 0$$

Il existe deux matrices unitaire $U \in \mathbb{C}^{m \times n}$, $V \in \mathbb{C}^{m \times n}$ et une matrice diagonale $\Sigma \in \mathbb{R}^{m \times n}$ tel que :

$$AA = U \Sigma V^* = U \begin{bmatrix} \Sigma_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

où $\Sigma_r = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ ceci est appelé la décomposition en valeur singulière de la matrice A . La plus grande valeur singulière est noté généralement $\bar{\sigma}$.

Si A est une matrice carrée $n \times n$ alors la plus petite valeur singulière e. noté $\underline{\sigma}$

On donne quelques propriétés utiles des valeurs singulières :

1. $\bar{\sigma}(A) = \max_{x \in \mathbb{C}^n} \left(\frac{\|Ax\|}{\|x\|} \right)$
2. $\underline{\sigma}(A) = \min_{x \in \mathbb{C}^n} \left(\frac{\|Ax\|}{\|x\|} \right)$ où $\|\cdot\|$ est la norme euclidienne usuel .
3. $\underline{\sigma}(A) \leq |\lambda_i(A)| \leq \bar{\sigma}(A)$.
4. si A^{-1} existe , alors $\underline{\sigma}(A) = \frac{1}{\bar{\sigma}(A^{-1})}$.
5. si A^{-1} existe , alors $\bar{\sigma}(A) = \frac{1}{\underline{\sigma}(A^{-1})}$.
6. $\bar{\sigma}(\alpha A) = |\alpha| \bar{\sigma}(A)$.

7. $\bar{\sigma}(A+B) \leq \bar{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B)$.

8. $\bar{\sigma}(A \times B) \leq \bar{\sigma}(A) \times \bar{\sigma}(B)$.

9. $\underline{\sigma}(A) - \bar{\sigma}(B) \leq \underline{\sigma}(A+B) \leq \underline{\sigma}(A) + \bar{\sigma}(B)$.

10. $\max[\bar{\sigma}(A), \bar{\sigma}(B)] \leq \bar{\sigma}(\begin{bmatrix} A & B \end{bmatrix}) \leq \sqrt{2} \max[\bar{\sigma}(A), \bar{\sigma}(B)]$.

11. $\max_{ij} (|a_{ij}|) \leq \bar{\sigma}(A) \leq n \times \max_{ij} (|a_{ij}|)$.

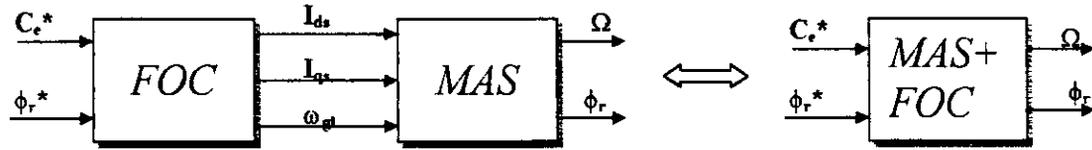
12. $\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = \text{trace}(A^* A)$.

13. Pour une fonction de transfert $G(s) \in C^{m \times n}$, stable, la norme H_∞ en terme de valeurs singulières $\sigma_i(j\omega)$ est donnée par :

$$\|G\|_\infty = \underset{\omega}{\text{Sup}} \bar{\sigma}(G(j\omega))$$

ANNEXE B :

Détermination du modèle réduit équivalent au système FOC-MAS



Equation du FOC :

$$I_{ds} = (1 + T_r s) \frac{\Phi_r^*}{L_m} \quad (\text{B.1})$$

$$I_{qs} = \frac{L_r}{p L_m} \frac{C_e^*}{\Phi_r^*} \quad (\text{B.2})$$

$$\omega_{gl} = \frac{L_m}{T_r} \frac{I_{qs}}{\Phi_r^*} \quad (\text{B.3})$$

Equation de la machine asynchrone :

$$\frac{d\Phi_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} I_{ds} - \frac{1}{T_r} \Phi_{dr} + \omega_{gl} \Phi_{qr} \quad (\text{B.4})$$

$$\frac{d\Phi_{qr}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} I_{qs} - \frac{1}{T_r} \Phi_{qr} + \omega_{gl} \Phi_{dr} \quad (\text{B.5})$$

$$C_e = p \frac{L_m}{L_r} (\Phi_{dr} I_{qs} - I_{ds} \Phi_{qr}) \quad (\text{B.6})$$

$$S = \frac{d}{dt} \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (C_e - C_r - K_f \Omega) \quad (\text{B.7})$$

en remplaçant (B.1) dans (B.4) :

$$\frac{d\Phi_{dr}}{dt} = \frac{L_m}{T_r} (1 + T_r S) \frac{\Phi_r^*}{L_m} - \frac{1}{T_r} \Phi_{dr} + \omega_{gl} \Phi_{qr} \quad (\text{B.8})$$

si on considère

$$\Phi_{qr} = 0 \text{ et } 1 + T_r S = 1 \text{ et } \Phi_{dr} = \Phi_r$$

(B.7) devient

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi_r^*}{T_r} - \frac{\Phi_r}{T_r} \Rightarrow (S + \frac{1}{T_r})\Phi_r = \frac{1}{T_r}\Phi_r^* \Rightarrow \frac{\Phi_r}{\Phi_r^*} = \frac{1/T_r}{1/T_r + S} \quad (\text{B.9})$$

En remplaçant (B.6) dans (B.7) :

$$\frac{d\Omega}{dt} = P \frac{L_m}{L_r} (\Phi_{dr} I_{qs} - \Phi_{qr} I_{ds}) \frac{1}{J} - \frac{C_r}{J} - \frac{K_f \Omega}{J} \quad (\text{B.10})$$

si

$$\Phi_{qr} = 0 \text{ et } \Phi_{dr} = \Phi_r$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = P \frac{L_m}{L_r} \Phi_r I_{qs} - \frac{C_r}{J} - \frac{K_f \Omega}{J} \quad (\text{B.11})$$

En remplaçant (B.2) dans (B.11) et on suppose

$$\Phi_r = \Phi_r^*$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} C_e^* - \frac{C_r}{J} - \frac{K_f \Omega}{J} \quad (\text{B.12})$$

Si $C_r = 0$ $\frac{\Omega}{C_e^*} = \frac{1/J}{S + K_f/J}$

Φ_r et Ω sont choisis comme variable d'état, alors le système réduit s'écrit sous forme matricielle comme suit :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi}_r \\ \dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & -\frac{K_f}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_r \\ \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{T_r} & 0 \\ 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_r^* \\ C_e^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ C_r \end{bmatrix}$$

BIBLIOGRAPHIE

-
- [1] Anderson B.D.O ; J Moore ; " Linear Optimal control " Prentice Hall
Englewood cliffs , NT 1969 .
- [2] J.Bernusson ; " Commande Robuste ; développements et application " .
Ed.Hermès , Pari 1996 .
- [3] D.S. Bernstein et W.M.Haddad , "LQG control With on H_∞ performance
BOUND / A Riccati Equation Approach " ; pp 293 – 304 IEEE Vol N) Mars 1989
- [4] R.T Chiang et M.G Safonov , "Robust – control Toolbox " , For use with
Matlab , users guide .The Math Work , Inc , Juin 1988 .
- [5] S.Boulkhrachef et L.Kadri ; "Méthodologies de commande de la machine
asynchrone incluant la logique floue"; PFE ;ENP 1997 .
- [6] H.Buhler ; " Conception de systèmes automatiques " ; Press Polytechniques
Romandes ; 1988 .
- [7] B.A.Francis ; " A course in H_∞ control Theory " ; Lecture Notes in control and
information Sciences ; Springer Verlag 1987 .
- [8] B.A.Francis et G. Zanes ; "On H_∞ -- optimal Sensitivity theory for SISO
feedbacks systems " ; PP 9 – 16 , IEEE transactions on Automatic
Control , vol 29 ; N) 1 , Janvier 1984 .
- [9] B.A.Francis et G. Zanes ; "On H_∞ - optimal Sensitivity theory for SISO
feedbacks Controllers for linear Multivariable systems " ;
PP 888 – 900 , IEEE transactions on automatic control, Vol 29 , 1984 .
- [10] K.Glover et J.C Doyle , "State – Space Formuae for all stabilizing controllers
that satisfy an H_∞ - Norme bound and relations to risk sensibility " ;
PP 167 – 172 , system et control Lettere 11 , 1988
- [11] K.Glover et D.MC Farlane , " Robust stabilization of narmalized comprime
factor plant descriptions , with H_∞ - bounded uncertainty " ; PP 8921 –
830 , IEEE transations on Automatic control Vol 34 . N) Aout 1989
-

PARAMÈTRES DE LA MACHINES :

Puissance nominale	1.5 kW
Tension nominale	220 / 380 V
Rendement nominal	0.78
Facteur de puissance nominal	0.8
Vitesse nominale	1420 trs/mn
Fréquence nominale	50 Hz
Courant nominal	3.64 A (Y) et 6.31 A (Δ)
Résistance statorique	4.85 Ω
Résistance rotorique	3.805 Ω
Inductance cyclique du stator	0.274 H
Inductance cyclique du rotor	0.274 H
Inductance mutuelle cyclique	0.258 H
Nombre de paires de pôles	2
Moment d'inertie	0.031 kg.m ²
Coefficient de frottement	0.008 N.m.s / rad