

11/80

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT ELECTRICITE



PROJET DE FIN D'ETUDES



L'ELECTRONIQUE :

DE LA THEORIE A LA PRATIQUE

CALCUL ANALOGIQUE

Proposé par :

M. KACIMI

Etudié par :

F. BENMAKROHA

H. DJAOUT



Juin 1980



UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT ELECTRICITE



PROJET DE FIN D'ETUDES



L'ELECTRONIQUE: DE LA THEORIE A LA PRATIQUE

CALCUL ANALOGIQUE

Proposé par :

M. KACIMI

Etudié par :

F. BENMAKROHA

H. DJAOUT

Juin 1980



II) E D I C A C E S.

A mes parents à qui je dois tout,

A mes frères et soeurs,

A toute ma famille,

A tous (es) mes amis (es).

B. FARIDA

A mes parents à qui je dois tout,

A mes frères et beau-frère ,

A mes soeurs et belles-soeurs

A tous mes neveux et nièce ,

A toute ma famille

A tous (es) mes amis (es)

D. HOURIA

17-2) VANT - PROPOS

Ce travail a été réalisé au Centre des Sciences et de la Technologie Nucléaire d'Alger.

Nous remercions Monsieur KACIMI pour nous avoir accueillies dans sa Division et pour nous avoir guidées, encouragées et conseillées tout au long de ce projet.

Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de notre sincère gratitude.

Nos remerciements vont aussi au personnel du Centre et plus particulièrement à Mademoiselle CHAROUD Dalila pour son extrême gentillesse et sa compréhension, à Monsieur JARMOT et au personnel du Labo Photo et du Service Ronéo pour leur assistance technique.

Que tous ceux qui nous ont aidé dans nos études et tous ceux qui ont contribué à l'élaboration de ce travail, trouvent ici l'expression de notre reconnaissance et notre gratitude.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION :

I. CALCUL ANALOGIQUE :

- 1 - Introduction
- 2 - Unité machine
- 3 - Facteur d'échelle
- 4 - Choix de l'échelle des temps

II. OPERATEURS ANALOGIQUE :

- 1 - Introduction
- 2 - Caractéristiques de l'ampli opérationnel
 - 2.a - Généralités
 - 2.b - L'ampli inverseur
 - 2.c - L'ampli non inverseur
 - 2.d - L'ampli de différence
 - 2.e - Ampli à gain variable
 - 2.f - Ampli intégrateur
 - 2.g - Ampli dérivateur
 - 2.h - Ampli de courant
 - 2.i - Convertisseur courant-tension
 - 2.j - Convertisseur tension-courant
 - 2.k - Ampli logarithmique.

III. APPLICATIONS :

- A - Technique de résolution analogique d'équation différentielles.
 - A - 1 .Introduction
 - A - 2 .Résolution analogique d'équations différentielles d'ordre n.
 - A - 3 .Résolution analogique de l'équation de **Mathieu**.
 - A - 4 .Résolution analogique de l'équation de Van Der Pol.
 - A - 5 . Résolution analogique de systèmes d'équations.
 - A - 6 .Etude du circuit de commande

B - Générateurs de fonctions .

B - 1. Introduction

B - 2. Générateur de signaux carrés et triangulaires

B - 3. Conformateurs de signaux

B - 4. Générateur de signaux en marches d'escalier

B - 5. Générateur de signaux en dents de scie.

C - Opérations arithmétiques réalisées à l'aide d'amplificateurs
opérationnels.

C - 1. Introduction

C - 2. Ampli logarithmique

C - 3. Circuit à réponse antilogarithmique

C - 4. Circuit multiplieur

C - 5. Circuit diviseur

C - 6. Résolution de l'équation $Y = X^n$.

INTRODUCTION

Si l'on tient compte du fait que la plupart des phénomènes physiques sont régis par des équations différentielles; on comprendra alors l'intérêt de disposer d'outils capables de donner la solution de ces équations.

Il existe actuellement trois types de calculateurs susceptibles de résoudre de telles équations :

- les calculateurs numériques,
- les calculateurs analogiques,
- les calculateurs hybrides.

Actuellement les calculateurs numériques ont atteint un stade de développement très avancé.

L'utilisation de techniques modernes permettra dans un très proche avenir de disposer de systèmes très puissants sous des volumes très réduits.

On peut cependant montrer que quels que soient les perfectionnements dont jouira ce type de calculateurs, il sera difficile d'améliorer le facteur vitesse.

Les calculateurs analogiques permettent de donner la solution d'équations ou de systèmes d'équations différentielles sous forme d'exploitation aisée et en temps réel dans la mesure où ce facteur temps est important.

L'adjonction de systèmes de commande permet d'automatiser le traitement.

De tels calculateurs possèdent cependant des inconvénients liés à leur précision et stabilité dans le temps, limitées.

L'avènement du calculateur hybride permet de mettre à profit les qualités des deux types de calculateurs précédents.

.../...

Sa mise au point est cependant très délicate c'est la raison pour laquelle ce type de calculateur n'a fait jusqu'à présent que des apparitions très timides sur le marché.

Notre travail consiste à étudier les possibilités offertes par le calcul analogique.

Ce travail sera divisé en trois parties :

I. La première partie nous permettra de définir ce que l'on entend par calcul analogique.

Cette partie nous permettra, entre autre d'introduire les notions importantes de facteur d'échelle d'amplitude et de choix d'échelle des temps.

II. La deuxième partie sera réservée à la présentation des caractéristiques de l'ensemble des opérateurs utilisés dans le calculateur analogique.

III. Dans une troisième et dernière partie, nous présenterons quelques applications .

Nous avons prévu trois types d'applications particulières que l'on peut classer comme suit :

III.A.- Techniques de résolution d'équations ou de systèmes d'équations différentielles.

III.B.- Génération de fonctions.

III.C.- Opérations arithmétiques réalisées à partir des opérateurs définis plus haut .

1 . INTRODUCTION :

L'étude analogique d'un phénomène physique consiste à remplacer la grandeur physique Φ phy. que l'on veut étudier par une grandeur électrique dite grandeur machine Φ mach. qui peut être soit un courant, soit une tension.

Afin que la grandeur électrique puisse être exploitable, il conviendra de faire une correspondance entre les deux paramètres Φ phy. et Φ mach. précédemment introduits.

Cette correspondance est réalisée par la définition d'une unité machine et d'un facteur d'échelle.

2 . UNITE MACHINE :

L'introduction d'une unité machine permet de fixer une tension de référence qui sera utilisée chaque fois que l'on désire établir une relation entre les grandeurs Φ mach. et Φ phy.

Dans notre étude, nous avons pris comme unité machine UM, la valeur.

$$1 \text{ UM} = 10^V \quad (1)$$

3 . FACTEUR D'ECHELLE :

Le choix du facteur d'échelle doit être tel que l'amplitude des signaux électriques représentatifs de la grandeur physique étudiée soit supérieure à un certain seuil fixé par le bruit propre à l'amplificateur utilisé, et inférieure à un autre seuil fixé par la saturation des circuits utilisés.

Dans l'étude analogique, on associe à toute variable Φ dont la valeur maximale est Φ max, un facteur d'échelle K défini par la relation.

$$K = \frac{1 \text{ UM.}}{\Phi \text{ max}} \quad (2)$$

4 . CHOIX DE L'ECHELLE DES TEMPS :

La vitesse d'évolution des phénomènes physiques qu'on peut étudier à l'aide de calculateurs analogiques, peut aller de quelques microsecondes à plusieurs heures. Si l'on ajoute le fait que la réponse des appareils permettant de visualiser le phénomène étudié généralement fixé, on comprendra la nécessité qu'il y a d'effectuer un changement d'échelle de temps. Ce changement peut être rendu nécessaire par les caractéristiques des amplificateurs utilisés.

C'est ainsi que, par exemple, la durée d'intégration d'un signal peut être limité du fait de la dérive des circuits utilisés.

1 - INTRODUCTION :

Dans le calcul analogique, il conviendra de distinguer les opérateurs qui permettent d'effectuer les opérations mathématiques de ceux qui assurent la commande des différentes phases de calcul.

Les premiers utilisent principalement l'amplificateur opérationnel.

Les seconds font généralement appel à des circuits que l'on peut désigner sous le qualificatif de circuits logiques.

Nous nous proposons dans le présent chapitre de présenter les caractéristiques principales de ces deux types de circuits.

2 - CARACTERISTIQUES DE L'AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL:2 - a GENERALITES :

Comme son nom l'indique, ce dispositif a été conçu pour effectuer pratiquement, l'ensemble des opérations mathématiques.

Pour les opérations que nous serons amenées à effectuer par la suite, nous supposerons, sauf mention contraire, que l'amplificateur opérationnel utilisé est idéal, c'est-à-dire qu'il présente :

- un gain infini,
- une impédance d'entrée infinie,
- une impédance de sortie nulle,
- une insensibilité aux effets de température,
- une tension de sortie nulle en l'absence de signal d'entrée.

Nous le représenterons par le schéma symbolique donné à la figure 1 dans laquelle :

- L'entrée (+) appelée entrée non inverseuse du fait que tout signal qui lui est appliqué donne naissance à un signal de sortie ayant la même phase que le signal d'entrée.

- L'entrée (-) appelée entrée inverseuse du fait que tout signal qui lui est appliqué donne naissance à un signal de sortie déphasé de 180° par rapport au signal d'entrée.

L'amplificateur opérationnel est généralement pourvu de bornes supplémentaires pour sa polarisation et pour des compensations éventuelles.

Nous utiliserons dans la suite, l'amplificateur opérationnel de type MC 1458 dont les caractéristiques seront données en annexe.

Nous donnons dans la suite, quelques opérations mathématiques que permet d'effectuer l'amplificateur opérationnel.

Nous présenterons dans l'ordre :

- l'amplificateur inverseur,
- l'amplificateur non inverseur,
- l'amplificateur de différence,
- l'amplificateur à gain variable,
- l'intégrateur,
- le dérivateur,
- l'amplificateur de courant
- le convertisseur courant - tension,
- le convertisseur tension - courant,
- l'amplificateur logarithmique.

Nous noterons au passage, que l'ensemble des opérations précédemment citées, à l'exception de la dernière, sont du type linéaire.

2 - b : L'AMPLIFICATEUR INVERSEUR :

La figure 2 donne le schéma de principe d'un amplificateur inverseur.

Dans la mesure où l'amplificateur opérationnel utilisé est idéal, on pourra admettre :

- que le point A est une masse fictive,
- qu'il passe le même courant dans R_1 et R . Dans ce cas, on pourra montrer que le gain en tension G_V se met sous la forme :

$$G_V = - \frac{R}{R_1} \quad (1)$$

Cette relation montre que si $R = R_1$, la tension de sortie est au signe près, égale à la tension d'entrée. Dans la pratique, on prévoit toujours une résistance R' dont la valeur est fixée par :

$$R' = \frac{R R_1}{R + R_1} \quad (2)$$

Entre l'entrée non inverseuse et la masse afin de minimiser l'effet du courant de décalage à l'entrée.

La formule (1) montre que pour obtenir des gains importants il conviendra de donner à R des valeurs importantes et de réduire considérablement R_1 , ce qui présente deux inconvénients :

- la réduction de R_1 contribue à réduire l'impédance d'entrée du montage. La valeur courante de R_1 est de l'ordre de quelques dizaines de $K\Omega$.

- l'augmentation de R est incompatible avec la présence de capacités parasites élevées qui existent entre la borne d'entrée et la borne de sortie.

Pour pallier ces deux inconvénients, on utilise couramment l'amplificateur opérationnel monté selon le schéma donné figure 3.

L'amplificateur utilisé étant supposé idéal, on peut montrer que le gain en tension se met sous la forme :

$$G_V = - \frac{R}{R_1 R_3} \left\{ R_2 + R_3 + \frac{R_2 R_3}{R} \right\} \quad (3)$$

En général, on s'arrange pour que :

$$R_3 < R_2 < R$$

On obtient alors une expression approchée du gain :

$$G_V = - \frac{R(R_2 + R_3)}{R_1 R_3} \quad (4)$$

L'amplificateur inverseur est souvent utilisé en sommateur inverseur dont le schéma de principe est donné figure 4.

L'amplificateur utilisé étant supposé idéal, on peut montrer que la tension de sortie V_S se met sous la forme :

$$V_S = - R \left\{ \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots + \frac{V_i}{R_i} \right\} \quad (5)$$

Cette relation montre que :

$$1. \text{ Si } R = R_1 = R_2 = \dots = R_i,$$

On obtient :

$$V_S = - (V_1 + V_2 + \dots + V_i) \quad (6)$$

expression qui montre que la tension de sortie est la somme, au signe près, des tensions d'entrée.

$$2. \text{ Si } R = n R_1 = n R_2 = \dots = n R_i,$$

On obtient :

$$V_S = - n (V_1 + V_2 + \dots + V_i) \quad (7)$$

expression qui montre que la tension de sortie est la somme, au signe près, des tensions d'entrées multipliée par un facteur n .

$$3. \text{ si } nR = R_1 = R_2 = \dots = R_i$$

on obtient :

$$V_S = - \frac{1}{n} (V_1 + V_2 + \dots + V_i) \quad (8)$$

expression qui montre que la tension de sortie est la somme, au signe près, des tensions d'entrée divisée par un facteur n.

On notera au passage que si :

$$i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

Le circuit précédent permet d'effectuer la moyenne des tensions d'entrée.

2 - c: AMPLI NON INVERSEUR :

Si l'on estime que le déphasage de 180° introduit par l'amplificateur inverseur étudié précédemment est gênant, on pourra utiliser l'ampli non-inverseur dont le schéma de principe est donné figure 6.

Dans la mesure où l'ampli opérationnel utilisé est idéal, on peut montrer que le gain en tension se met sous la forme :

$$G_V = \frac{R + R_1}{R_1} \quad (10)$$

Dans la pratique, ce montage n'est généralement pas utilisé. On préfère recourir à l'ampli inverseur suivi d'un amplificateur de gain -1. Un ampli généralement utilisé est celui donné figure 7, appelé amplificateur suiveur, étant donné que la tension de sortie est égale à la tension d'entrée.

Ce dispositif possède une forte impédance d'entrée. Il peut être utilisé en tant que adaptateur d'impédances.

2 - d: AMPLI DE DIFFERENCE :

On a très souvent besoin de faire la différence entre deux tensions. L'amplificateur dont le schéma de principe est donné figure 8 permet d'atteindre cet objectif. En effet, dans la mesure où l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal, on peut montrer que les tensions V_S , V_1 et V_2 sont reliées par la relation :

$$V_S = \frac{V_S - V_1}{1 + \frac{R_1}{R}} + \frac{1}{1 + \frac{R_2}{R_3}} V_2 \quad (11)$$

Dans le cas :

$$\frac{R_1}{R} = \frac{R_2}{R_3} = 1$$

On obtient :

$$V_S = V_2 - V_1 \quad (12)$$

2 - e : AMPLI A GAIN VARIABLE :

Il est très souvent utile de disposer d'un amplificateur dont le gain est variable soit en valeurs positives, soit en valeurs négatives.

Dans ce cas, on pourra utiliser l'amplificateur dont le schéma de principe est donné figure 9.

Dans la mesure où l'amplificateur opérationnel utilisé est supposé idéal, on pourra montrer que le gain en tension se met sous la forme :

$$G_V = \frac{K (R + R_1) - R}{R_1} \quad (13)$$

expression dans laquelle :

$$0 \leq K \leq 1$$

Les deux relations précédentes montrent que le gain varie dans les limites suivantes :

$$-\frac{R}{R_1} \leq G_V \leq 1$$

2 - f : L'AMPLI INTEGRATEUR :

Il est très souvent intéressant de faire l'intégration d'un signal. Ceci peut être obtenu en utilisant l'intégrateur dont le schéma de principe est donné figure 10.

Dans la mesure où l'ampli utilisé est idéal, on peut montrer que la tension de sortie se met sous la forme :

$$V_S = -\frac{1}{RC} \int_0^t V_e dt + V_S(0) \quad (14)$$

Expression dans laquelle $V_S(0)$ est la tension initiale aux bornes du condensateur.

La relation précédente montre que l'intégration d'un signal doit être précédée d'une mise en conditions initiales avant de passer au calcul proprement dit .

2 - g : L'AMPLIFICATEUR DERIVATEUR :

On obtient un circuit dérivateur en intervertissant la résistance et le condensateur dans le montage précédent. On aboutit alors au schéma de la figure 11, dans lequel on peut montrer que la tension de sortie se met sous la forme:

$$V_S = -RC \frac{dV_e}{dt} \quad (15)$$

Dans la pratique, ce circuit n'est pratiquement jamais utilisé ainsi du fait de la tendance qu'il possède à osciller.

Pour pallier cet inconvénient on associe aux éléments R et C deux éléments de compensation R' et C' montés conformément à la figure 12.

Dans ce cas le système fonctionne en dérivateur jusqu'à une certaine fréquence, et en intégrateur au delà de cette fréquence.

2 - h: L'AMPLIFICATEUR DE COURANT :

La figure 13 donne le schéma de principe d'un amplificateur de courant .

Dans la mesure où l'amplificateur utilisé est supposé idéal, on pourra montrer que le gain en courant se met sous la forme :

$$G_i = \frac{i_L}{\eta} = \frac{R + R_1}{R_2} \quad (16)$$

2 - i: CONVERTISSEUR COURANT-TENSION :

Certains dispositifs électroniques possèdent la propriété de fournir un courant η , indépendant de la charge qui leur est connectée. Il pourra alors être intéressant de transformer le courant η en une tension qui lui est proportionnelle.

On pourra utiliser pour ce faire, un convertisseur courant-tension dont le schéma de principe est donné figure 14.

Dans la mesure où l'amplificateur utilisé est supposé idéal, on pourra montrer que la tension V_S se met sous la forme :

$$V_S = - R\eta \quad (17)$$

2 - j: CONVERTISSEUR TENSION-COURANT :

Il peut s'avérer utile de transformer une tension en un courant qui lui est proportionnel selon que la charge est flottante on possède une borne à la masse, on pourra utiliser soit le schéma de la figure 15, soit celui de la figure 16, respectivement.

Dans le cas d'une charge flottante, la figure 15 permet d'écrire, dans le cas où l'amplificateur utilisé est supposé idéal :

$$i_L = \frac{V_e}{R} \quad (18)$$

Dans le cas où la charge possède une borne à la masse, la figure 16 permet d'écrire dans le cas où l'amplificateur utilisé est idéal :

$$\left[R \frac{Z_L}{R_1 R_2} \left(1 + \frac{Z_L}{R_3} \right) \right] i_L = R V_e \quad (19)$$

Cette relation montre que si :

$$R_1 R_2 = R R_3 \quad (20)$$

On obtient :

$$i_L = - \frac{V_e}{R_3} \quad (21)$$

2 - k: L'AMPLIFICATEUR LOGARITHMIQUE :

Etant donné l'importance de la fonction logarithme en mathématiques, on conçoit aisément l'intérêt de concevoir et de réaliser des circuits capables de donner le logarithme d'une tension quelconque.

La figure 17 donne le schéma de principe d'un ampli logarithmique.

Dans la mesure où on peut admettre que la tension V_D et le courant I_D qui caractérisent le fonctionnement de la diode sont reliés par la relation.

$$I_D = I_0 \exp \left(\frac{e V_D}{kT} \right) \quad (22)$$

On pourra montrer que :

$$V_D = - \frac{kT}{e} \left(\log \frac{V_e}{R} - \log I_0 \right) \quad (23)$$

Les montages utilisés dans la pratique sont prévus pour minimiser l'effet de la température qui apparaît dans la relation 23. ces montages seront étudiés plus en détail dans les applications.

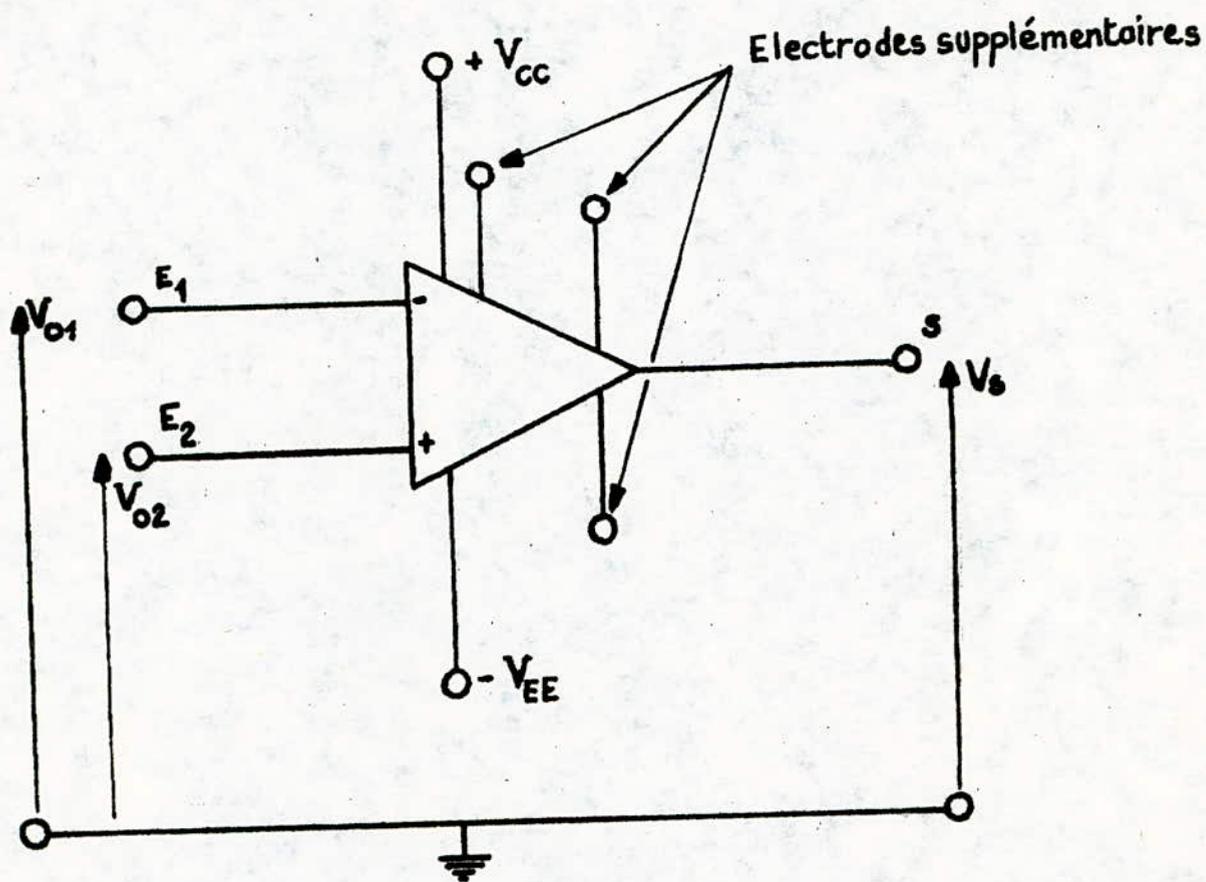


Fig 1: schéma symbolisant un ampli op

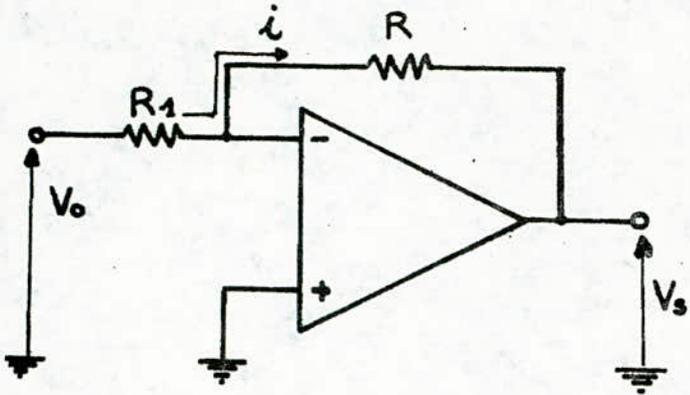


Fig 2.1 : Ampli inverseur.

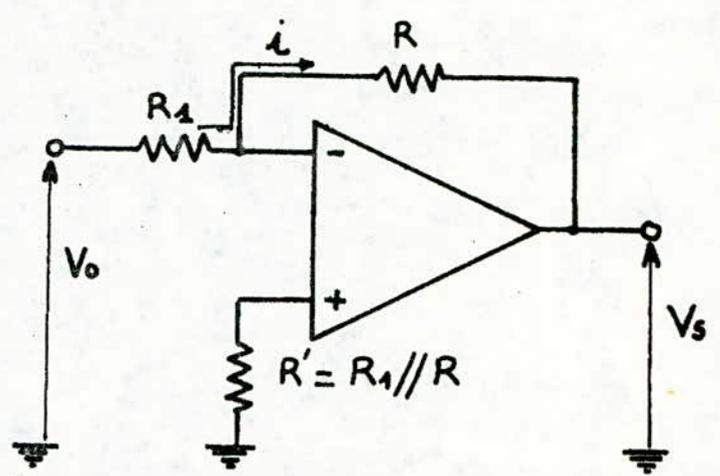


Fig 2.2 : Ampli inverseur avec correction du courant de decalage.

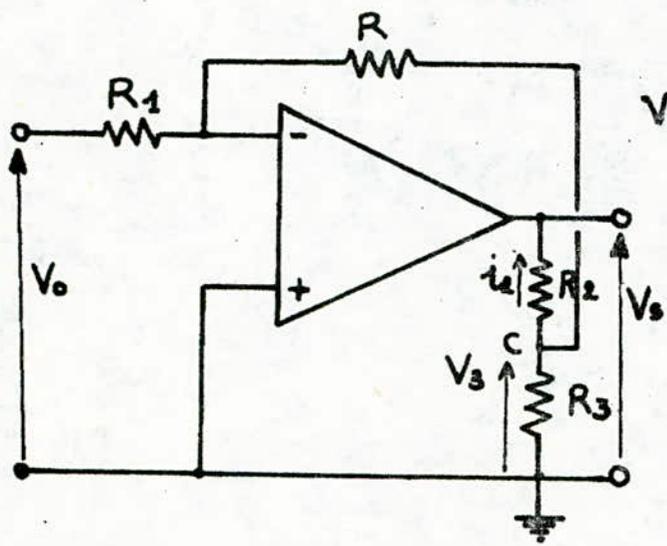


Fig 3 : Ampli inverseur à grand gain.

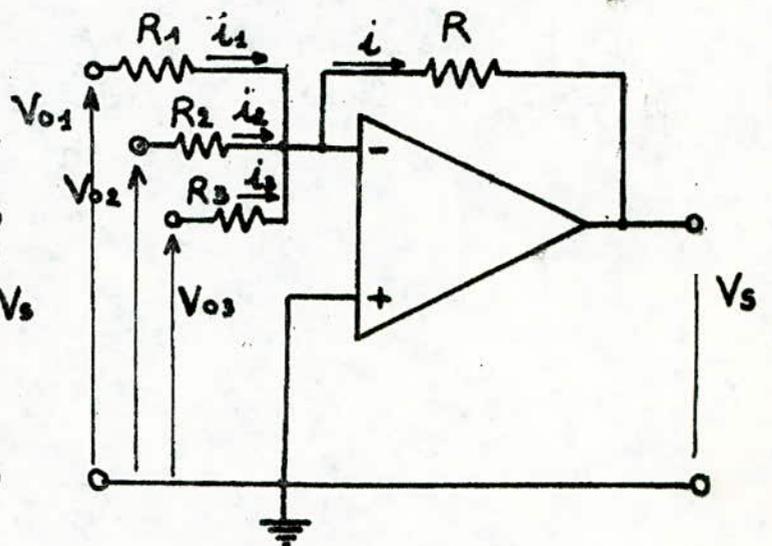


Fig 4 : Circuit sommateur inverseur.

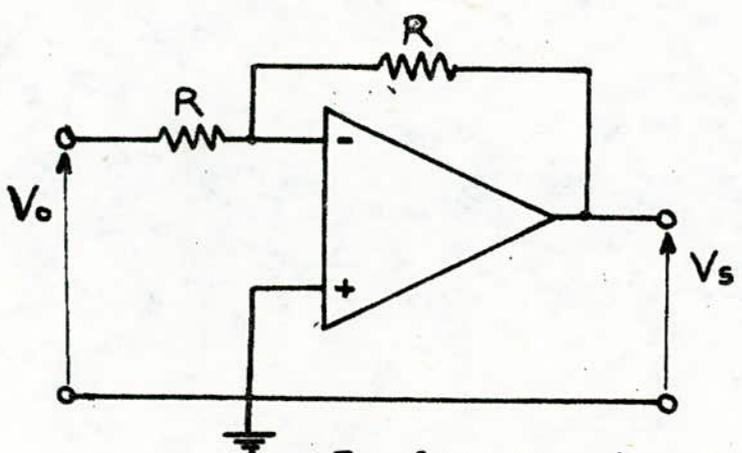


Fig 2.3 : Ampli inverseur.

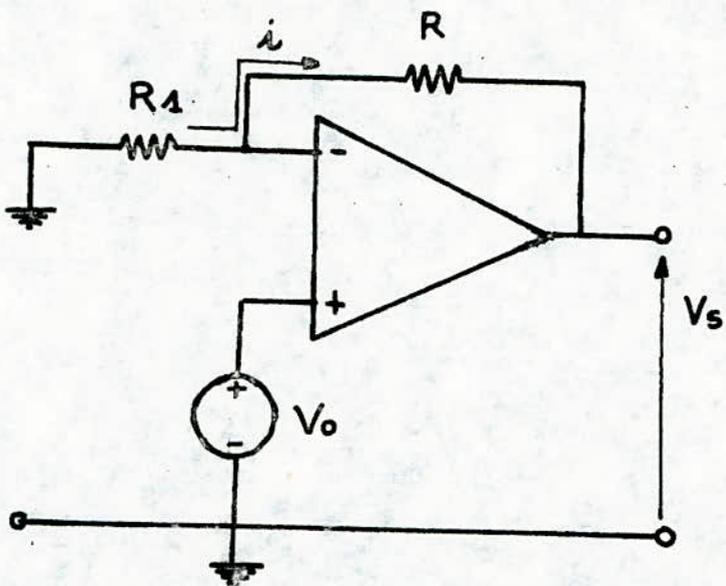


Fig 6: Ampli non-inverseur.

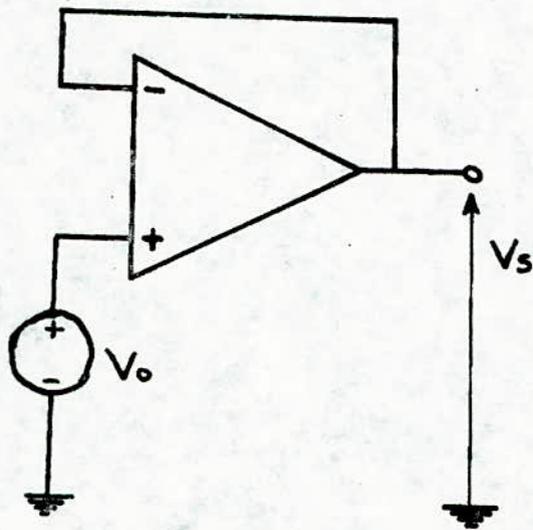


Fig 7: Ampli Suiveur.

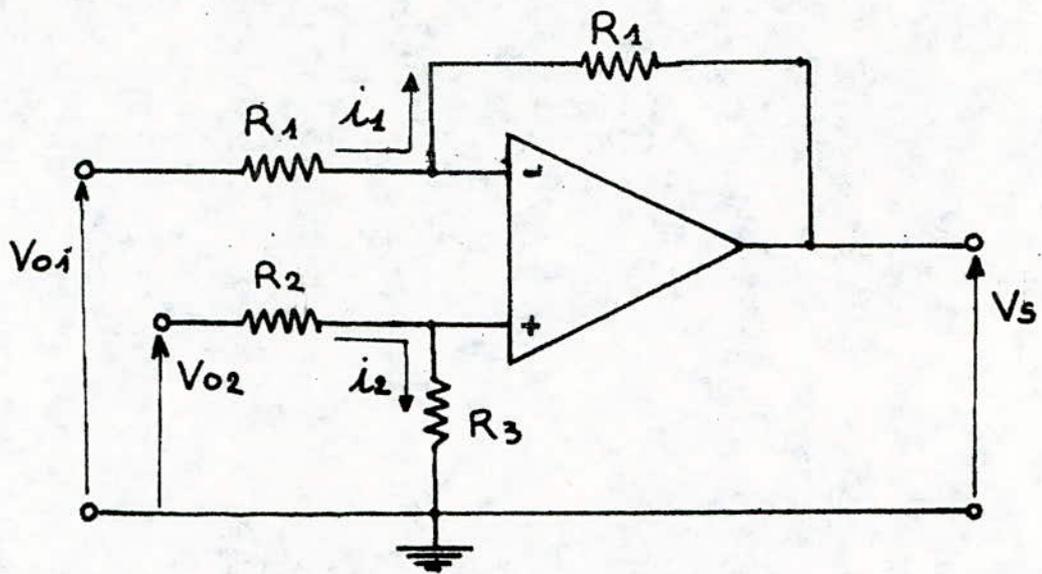


Fig 8: Ampli de difference.

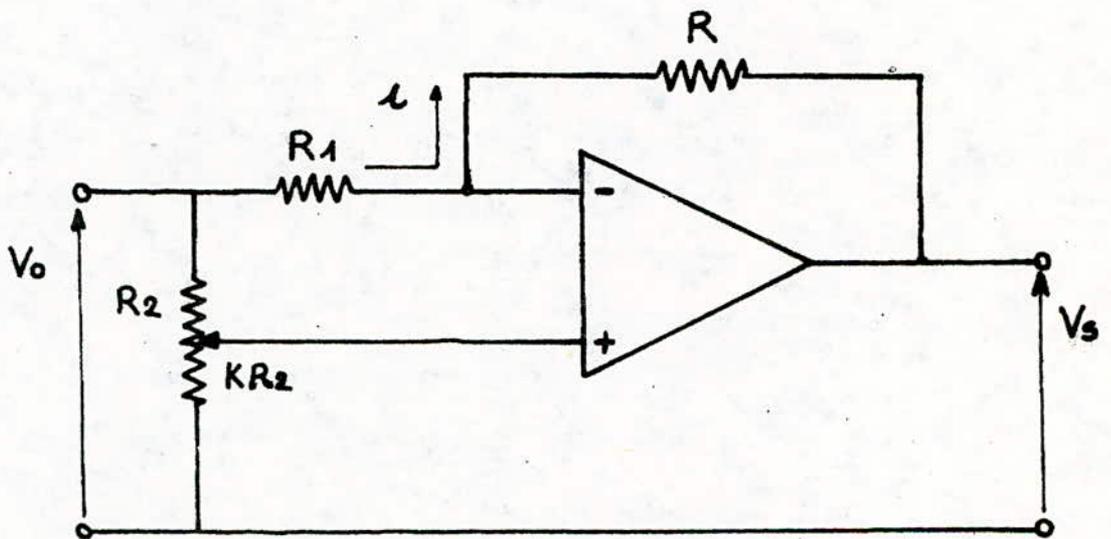


Fig 9: Ampli à gain variable.

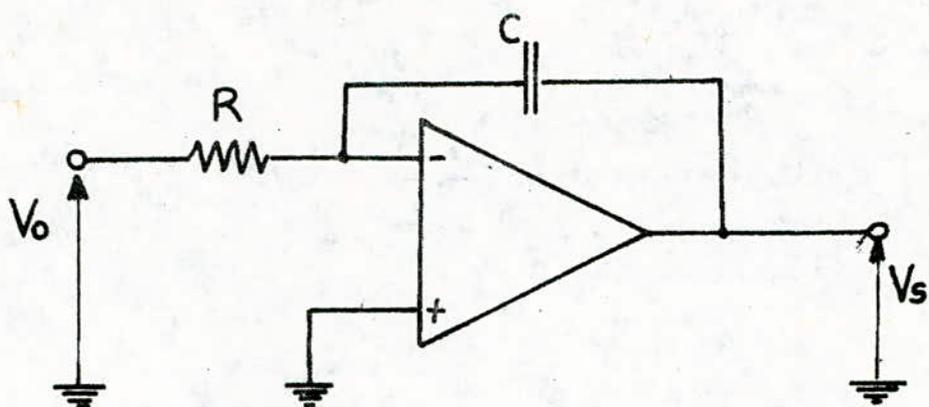


Fig 10.1 : Integrateur.

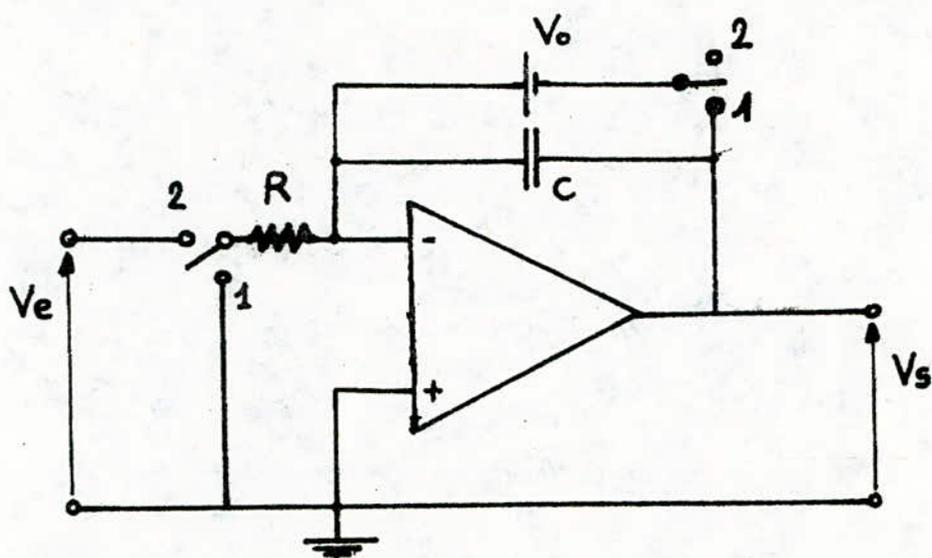


Fig 10.2 : Integrateur avec dispositif permettant de fixer les conditions initiales.

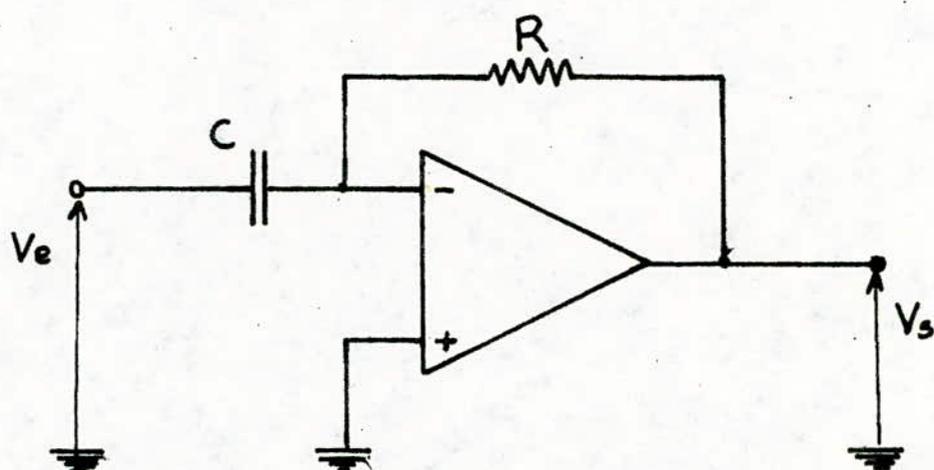


Fig 11 : Derivateur.

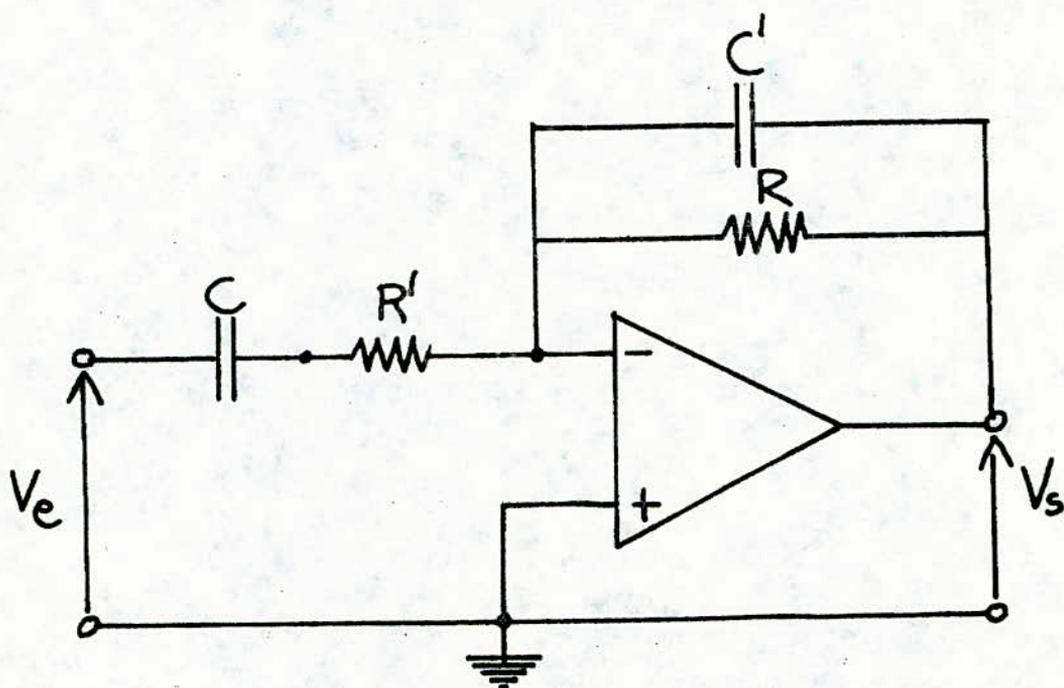


Fig. 12 : Ampli. dérivateur
avec compensation

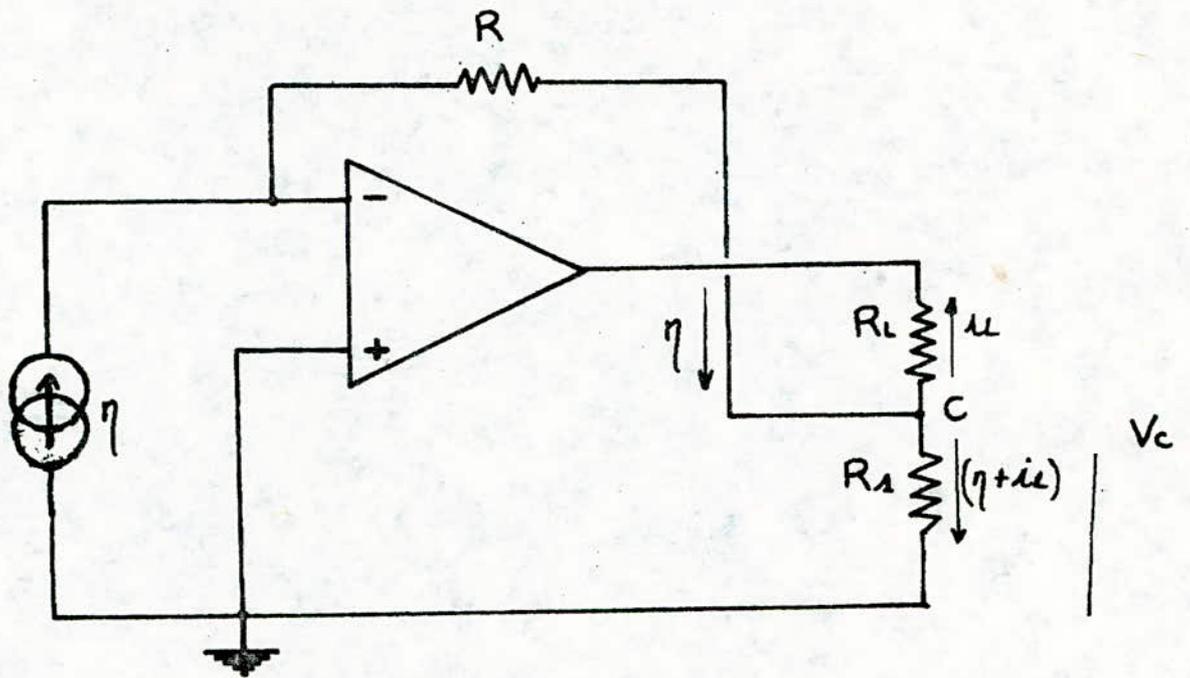


Fig 13 : Ampli de courant.

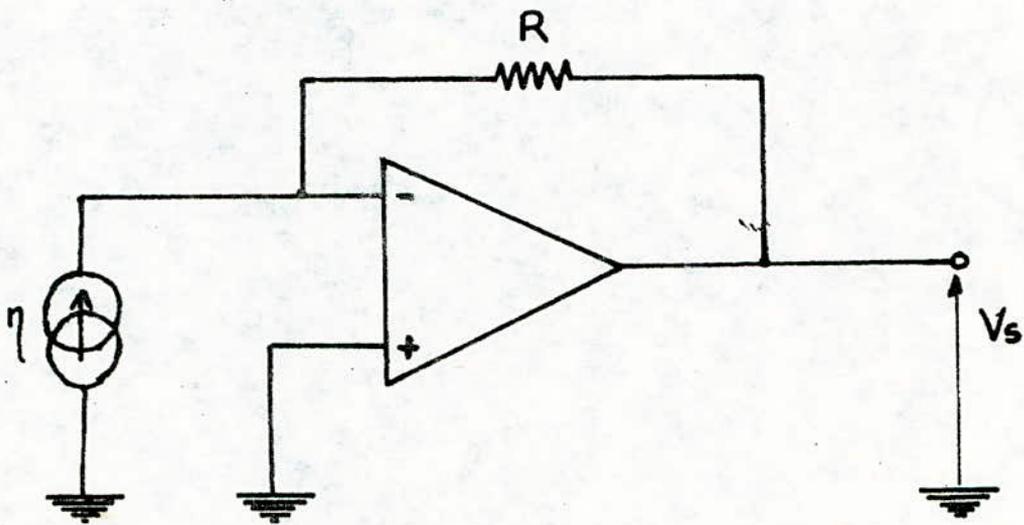


Fig 14 : Convertisseur courant-tension.

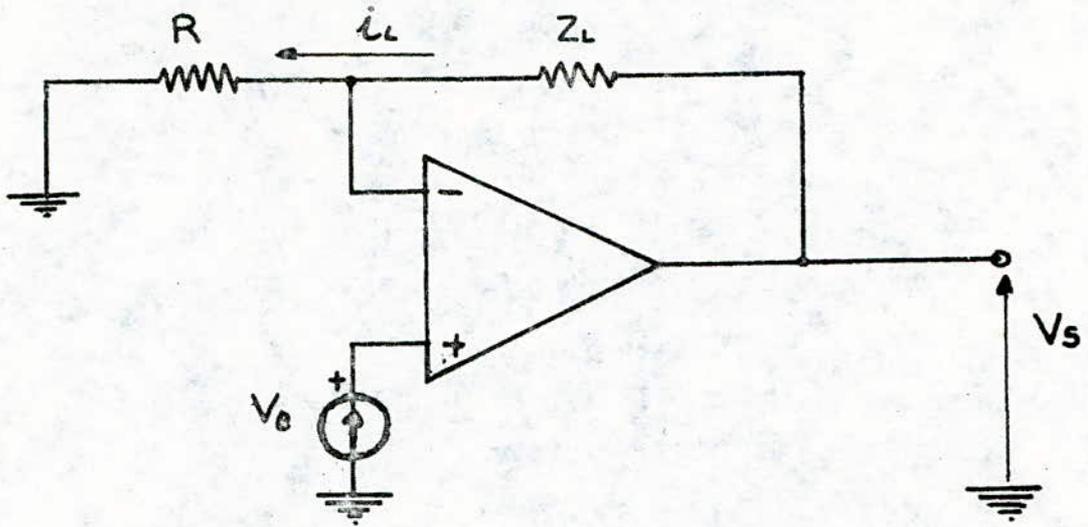


Fig 15 : Convertisseur tension-courant dans le cas d'une charge flottante.

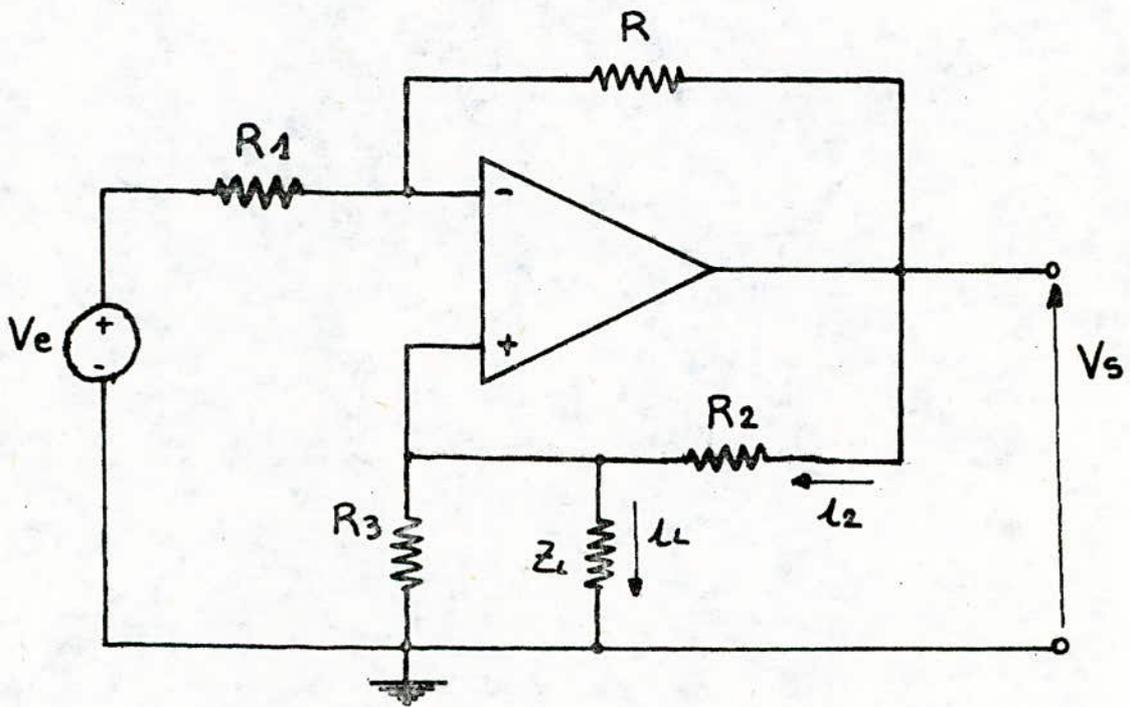


Fig 16: Convertisseur tension-courant dans le cas d'une charge ayant un point à la masse.

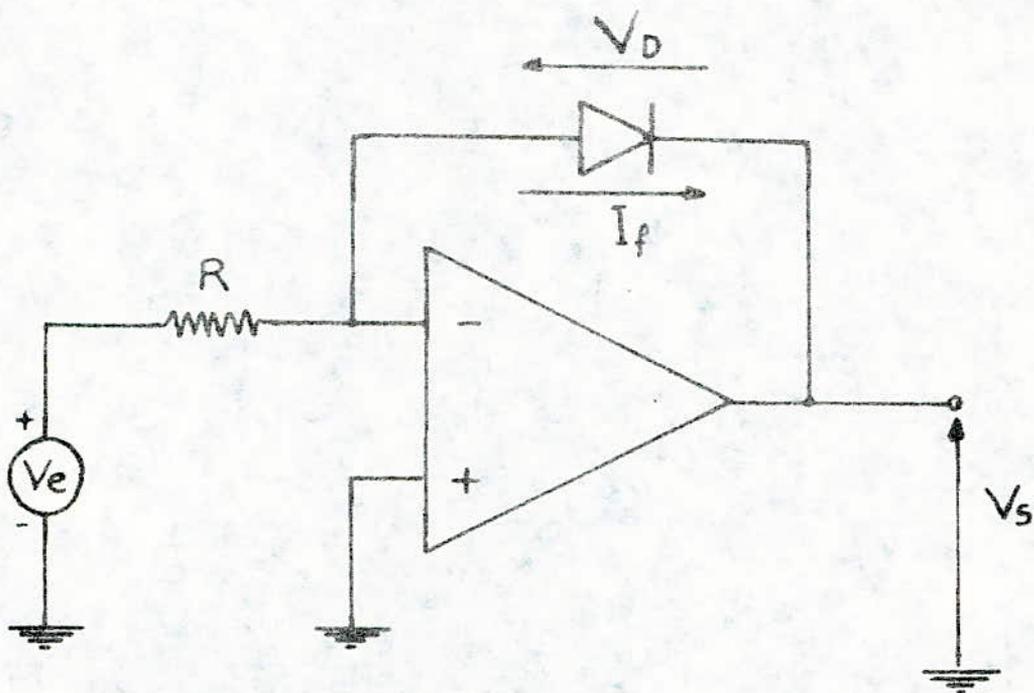


Fig 17 - Schéma de principe de l'amplificateur Logarithmique -

III - APPLICATIONS

A - TECHNIQUE DE RESOLUTION ANALOGIQUE D'EQUATIONS DIFFERENTIELLES.

A.1 - INTRODUCTION :

Comme nous l'avions précisé lors de l'introduction de la présente étude, l'évolution d'un grand nombre de phénomènes physiques est très souvent régie par des équations différentielles d'où l'intérêt de disposer de circuits électroniques capables de résoudre de telles équations.

Nous nous proposons d'étudier dans la suite une série de circuits analogiques capables de résoudre quelques équations dont l'intérêt pratique nous a paru évident.

Dans un premier stade, nous nous intéresserons à l'étude théorique d'une équation différentielle d'ordre n à coefficients constants; avec second membre fonction quelconque du temps - Cette étude théorique sera suivie d'une étude d'un montage pratique permettant la résolution d'une équation différentielle d'ordre deux.

Dans un deuxième stade, nous nous occuperons de l'étude d'équations particulières telles que celle de Van Der Pol et de Mathieu.

Dans une troisième et dernière phase, nous nous intéresserons plus particulièrement à la résolution **analogique** d'un système d'équations différentielles couplées. A titre d'application à l'étude précédente nous considérerons le cas de l'empoisonnement d'un réacteur nucléaire par le produit de fission Xénon 135.

Parallèlement à l'étude de résolution d'équations différentielles, nous avons étudié et mis au point un système qui permet une synchronisation automatique des différentes phases que sont :

- la fixation des conditions initiales sur les intégrateurs
- le calcul proprement dit
- l'arrêt des calculs dès qu'une grandeur quelconque se trouve en dehors des limites permises.

Cette étude sera présentée à la fin du présent chapitre

A.2 - RESOLUTION ANALOGIQUE D'EQUATIONS DIFFERENTIELLES D'ORDRE n :

A.2.a - ETUDE THEORIQUE :

La résolution d'une équation différentielle d'ordre n du type :

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \dots + a_1 y^{(1)} + a_0 y = F(t) \quad (1)$$

est souvent faite en considérant l'équation :

$$\frac{d^n y}{dt^n} = G \left[y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y^{(1)}, y, F(t) \right] \quad (2)$$

Le choix de la résolution par rapport à la dérivée d'ordre supérieur vient du fait que la réalisation de circuits différentiateurs sujets à des bruits hautes fréquences, sont de réalisation très délicate.

Résoudre l'équation (2) revient à résoudre le système d'équations suivant :

$$(3) \quad \left\{ \begin{aligned} y^{(n-1)} &= \int_0^t G \left\{ y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y^{(1)}, y, F(t) \right\} dt + y_0^{(n-1)} \\ y^{(n-2)} &= \int_0^t B_{n-1} (y^{(n-1)}) dt + y_0^{(n-2)} \\ y^{(1)} &= \int_0^t R_2 y^{(2)} dt + y_0^{(1)} \\ y(t) &= \int_0^t B_1 y^{(1)} dt + y_0 \end{aligned} \right. \quad (3)$$

expressions dans lesquelles B_i représentent les gains affectés à chaque intégrateur.

On remarquera au passage que le nombre d'intégrateurs est égal à l'ordre de l'équation, si l'on considère le système d'équation (3), on en déduit que pour résoudre une équation différentielle d'ordre n , il suffira de prévoir :

- Dans une première phase n intégrateurs disposés en série comme le montre la figure 1, permettant d'obtenir la fonction $y(t)$ ainsi que ses dérivées successives jusqu'à l'ordre $(n-1)$.

On notera au passage que les intégrateurs utilisés introduisent un déphasage de π entre le signal d'entrée et le signal de sortie.

Nous avons admis implicitement que les constantes de temps $R_i C_i$ sont égales à 1s. Les grandeurs $y_0^{(i)}$ caractérisent les conditions initiales imposées au niveau de chaque intégrateur.

Dans une deuxième phase, il conviendra d'obtenir la fonction

$$G \left\{ y^{(n-1)}, y^{(n-2)}, \dots, y, F(t) \right\}$$

Dans une troisième et dernière phase, il suffira de réaliser l'égalité entre les deux membres de l'équation (2), ce qui revient à boucler le système comme le montre le schéma de la figure 2.

A.2.b - APPLICATION A LA RESOLUTION D'UNE EQUATION DIFFERENTIELLE DU SECOND ORDRE A COEFFICIENTS CONSTANTS :

Soit à résoudre l'équation différentielle d'ordre 2 .

$$a \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + cx = f(t) \quad (1)$$

ou, ce qui revient au même ,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{a} \frac{dx}{dt} + \frac{c}{a} x = \frac{1}{a} f(t) \quad (2)$$

Dans la pratique l'équation précédente se présente souvent sous la forme standard :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2 \zeta \omega \frac{dx}{dt} + \omega^2 x = \frac{f(t)}{a} \quad (3)$$

expression dans laquelle ω et ζ appelés respectivement fréquence propre et coefficient d'amortissement du système, sont définis par les relations :

$$\omega^2 = \frac{c}{a} \text{ et } \zeta = \frac{b}{2 a \omega}$$

La solution générale de l'équation (3) est la somme de la solution générale de l'équation sans second membre et d'une solution particulière de l'équation avec second membre.

La solution générale de l'équation sans second membre dépend de la valeur du terme ζ . C'est ainsi que comme le montre la figure 4,

$$\begin{aligned} \zeta = 0 &\longrightarrow x(t) = A \sin \omega t \\ \zeta < 1 &\longrightarrow x(t) = e^{-\zeta \omega t} \left\{ A \cos \omega \sqrt{1-\zeta^2} t + B \sin \omega \sqrt{1-\zeta^2} t \right\} \\ \zeta = 1 &\longrightarrow x(t) = e^{-\omega t} (A t + B) \\ \zeta > 1 &\longrightarrow x(t) = e^{-\zeta \omega t} \left(A e^{\omega \sqrt{\zeta^2-1} t} + B e^{-\omega \sqrt{\zeta^2-1} t} \right) \end{aligned}$$

La figure 5 donne le schéma de principe permettant de résoudre l'équation (3). Dans ce schéma, les résistances R_i et condensateurs C_i ont été choisis de façon que :

$$R C = 1 ; \frac{R_1}{R} = \frac{1}{a} \quad \frac{R}{R+R_3} = \frac{b}{a} \quad \text{et} \quad \frac{R}{R+R_4} = \frac{c}{a}$$

Dans la pratique, on préfère utiliser le schéma de la figure 6. dans lequel les grandeurs telles que $\frac{b}{a}$, $\frac{c}{a}$ et $\frac{1}{a}$ sont générées à l'aide de potentiomètres et les conditions initiales sont imposées au niveau de chaque intégrateur par des comparateurs.

Il va de soi que pour un type d'équation donné il conviendra de prévoir un circuit dont les composants dépendront des conditions initiales ainsi que des valeurs maximales prises par chaque variable.

Il n'existe pas de méthode simple permettant de déterminer les valeurs maximales des variables figurant dans une équation. Celles-ci dépendent d'une façon complexe aussi bien des conditions initiales que des valeurs de la fonction $f(t)$. On montre cependant que pour une équation d'ordre 2 sans second membre, dans laquelle $0 < \zeta < 1$, on a :

$$\left| x' \right|_{\max} \leq \omega \sqrt{1 - \zeta^2} \left| x_0 \right|$$

$$\left| x'' \right|_{\max} \leq \omega^2 (1 - \zeta^2) \left| x_0 \right|$$

avec :

$$\begin{cases} x_0 = (x)_{t=0} \\ x'(0) = 0 \\ x''(0) = 0 \end{cases}$$

Pour l'équation avec second membre dans laquelle $A = f(t)$ pour $t \geq 0$, on montre que :

$$\begin{cases} x''_{\max} = \frac{A}{a} \\ x_{\max} = \frac{2A}{c} \end{cases}$$

Dans ce cas l'équation (2) semet sous la forme :

$$x''_{\max} \left[\frac{x''}{x''_{\max}} \right] + \frac{b}{a} x'_{\max} \left[\frac{x'}{x'_{\max}} \right] + \frac{c}{a} x_{\max} \left[\frac{x}{x_{\max}} \right] = \frac{1}{a} f(t)$$

équation qui fait apparaître les nouvelles variables.

$$\left(\frac{x'}{x'_{\max}} \right), \left(\frac{x''}{x''_{\max}} \right) \text{ et } \left(\frac{x}{x_{\max}} \right)$$

A-3. RESOLUTION ANALOGIQUE DE L'EQUATION DE MATHIEU.

Parmis les différentes formes que peut prendre l'équation de Mathieu, la plus courante est celle qui se met sous la forme :

$$y'' + (a - 2b \cos \omega t)y = 0 \quad (1)$$

Les cas les plus intéressants sont ceux pour lesquels les grandeurs a, b, ω possèdent les valeurs suivantes :

$$0 \leq a \leq 5,$$

$$b = \frac{a}{2},$$

$$\omega = 2.$$

Compte tenu des valeurs précédentes, l'équation (1) se met sous la forme :

$$y'' + a(1 - \cos 2t)y = 0 \quad (2)$$

La résolution de cette équation peut être faite de la façon suivante :

Dans une première phase, on génère la fonction $(1 - \cos 2t)$. Cette fonction obtenue, il suffira de la multiplier par ay .

Dans la deuxième phase, il suffira de réaliser le bouclage adéquat.

En posant : $x = 1 - \cos 2t \quad (3)$

On obtient $x' = 2 \sin 2t \quad (4)$

$$x'' = 4 \cos 2t = 4(1-x) \quad (5)$$

Les valeurs maximales de x et x' étant égales à 2, on en déduit que les facteurs d'échelle peuvent être pris égaux à $1/2$.

Compte tenu de ce qui précède, on déduit que les équations peuvent se mettre sous la forme:

$$\frac{x'}{2} = - \int_0^t (4 \frac{x}{2} - 2) dt + (\frac{x'}{2})_0 \quad (6)$$

$$\frac{x}{2} = - \int_0^t - \frac{x'}{2} dt + (\frac{x}{2})_0 \quad (7)$$

Compte tenu que la valeur maximale de x est de 2, on pourra évaluer les valeurs maximales de y et y' en étudiant l'équation.

$$y'' + 2ay = 0 \quad (8)$$

dont la solution dépend des conditions initiales choisies .

Dans le cas particulier où :

$$y(0) = 1$$

$$y'(0) = 0$$

On obtient : $y = \cos(2at)^{1/2}$

Cette relation montre que :

$$\begin{cases} y_{\max} = 1 \\ y'_{\max} = \sqrt{10} \end{cases}$$

Compte tenu du fait que certaines solutions du problème sont instables, nous avons préféré choisir .

$$y_{\max} = 5$$

ce qui donne : $y'_{\max} = 5\sqrt{10}$

Cette dernière valeur a été majorée à 20, ce qui nous donne pour facteur d'échelles 1/5 pour y et 1/20 pour y'. Ces valeurs nous permettent de mettre les équations sous la forme :

$$y'/20 = - \int_0^t \frac{a}{2} \frac{x}{2} \frac{y}{2} dt + \left(\frac{y'}{20}\right)_0 \quad (9)$$

$$y/5 = - \int_0^t -4 \left(\frac{y'}{20}\right) dt + \left(\frac{y}{5}\right)_0 \quad (10)$$

Le schéma permettant la résolution du système précédent est donné fig 7.

Les solutions de l'équation fonction de la valeur du paramètre a sont données à la fin du présent paragraphe.

Ces solutions conduisent à des études intéressantes de stabilité et d'instabilité de systèmes physiques comportant des guides d'ondes, des systèmes mécanique à excitation sinusoïdale, des fréquences modulées.

A-4. RESOLUTION ANALOGIQUE DE L'EQUATION DE VAN DER POL .

On désigne sous le nom d'équation de Van Der Pol, l'équation dont la forme générale est du type :

$$y'' + b(y^2 - 1)y' + y = 0 \quad (1)$$

En prenant :

$$\begin{cases} y_{\max} = 1 \\ y'_{\max} = 2 \end{cases}$$

On peut montrer que les équations machines peuvent se mettre sous la forme :

$$\frac{y'}{2} = - \int_0^t \left[b \left(\frac{y'}{2}\right) (y^2 - 1) + \frac{y}{2} \right] dt + \left(\frac{y'}{2}\right)_0 \quad (11)$$

$$y = - \int_0^t 2 \left(\frac{y'}{2} \right) dt + y_0 \quad (12)$$

Le montage réalisé pour la résolution du système précédent est donné fig 8.

Les solutions de l'équation dans le plan de phase (c'est-à-dire y'en fonction de y) sont toujours limitées par une courbe limite, appelée "cycle Limite, qui permet l'étude de la stabilité des circuits oscillants.

Les solutions en fonction du paramètre b sont données en fin de paragraphe.

A-5- RESOLUTION ANALOGIQUE DE SYSTEMES D'EQUATIONS.

A-5-a. INTRODUCTION .

Comme application à la résolution analogique des systèmes d'équations, nous nous proposons d'étudier un système de quatre équations couplées qui permettent d'étudier l'évolution de la puissance nucléaire dans un réacteur et l'empoisonnement de ce dernier par le Xénon 135.

Afin de faciliter la compréhension de l'exposé, nous commencerons par définir très brièvement la notion de fission nucléaire avant de passer à l'écriture des équations.

A-5 -b. FISSION.

La plupart des réacteurs actuellement en fonctionnement utilisent les propriétés de la fission nucléaire.

La fission nucléaire est le résultat de l'interaction d'un neutron avec un noyau lourd du type Uranium 235, Plutonium 239, Uranium 233.

L'expérience montre que la fission s'accompagne toujours de la libération de :

- deux à trois neutrons,
- d'une énergie de l'ordre de 200 MeV.
- deux fragments de fission.

Les neutrons ainsi produits peuvent être utilisés pour provoquer d'autres fissions, ce qui permet d'entretenir une réaction en chaîne.

Il existe deux types de neutrons de fission :

- Les neutrons prompts émis immédiatement après la fission,
- Les neutrons retardés émis après un certain temps par certains produits de fission appelés émetteurs des neutrons retardés eux même issus de produits de fission dénommés précurseurs ^{de} neutrons retardés.

Parmi les produits de fission, certains comme le **Xénon** et le **Samarium** sont neutrophages. Ils tendent par conséquent à perturber le fonctionnement du réacteur. On les appelle poisons.

La théorie de la diffusion nous permet d'étudier l'évolution de la puissance nucléaire W . Dans le cas particulier où l'on considère un seul groupe de neutrons retardés, on obtient :

$$\frac{dW}{dt} = \left(\frac{\rho - \beta}{\theta} \right) W + \lambda C \quad (1)$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta W}{\theta} - \lambda C \quad (2)$$

expressions dans lesquelles :

- C représente la concentration en précurseurs, eux mêmes **issus** des émetteurs de **neutrons** retardés,
- β la proportion de neutrons retardés,
- λ la constante de décroissance radioactive,
- θ le temps de **vie** des neutrons,
- ρ La réactivité, exprimée en p.c.m (pour cent mille) soit 10^{-5}).

Les paramètres précédemment introduits possèdent les valeurs moyennes suivantes :

$$\beta = 704 \text{ p.c.m}$$

$$\lambda = 8.10^{-2} \text{ s}^{-1}$$

$$\theta = 4.10^{-5} \text{ s}$$

La variable ρ est définie par :

$$\rho = \frac{k - 1}{k} \quad (3)$$

k appelé facteur de multiplication, est égal au rapport entre le nombre de neutrons d'une génération au nombre de neutrons de la génération précédente. D'après cette définition, on déduit qu'il existe trois **régimes** de fonctionnement :

- $k = 1 \rightarrow \rho = 0$, appelé régime critique est obtenu lorsque la population de neutrons **et** donc la puissance nucléaire, reste constante.

- $k > 1 \rightarrow \rho > 0$, appelé régime sous critique est obtenu lorsque la population de neutrons diminue d'une génération à l'autre. Dans ce cas, la réaction en chaîne tend à s'**étouffer**.

- $k > 1 \longrightarrow \rho > 0$, appelé régime sur critique est obtenu lorsque la population de neutrons augmente d'une génération à l'autre.

A-5-c . EMPOISONNEMENT D'UN REACTEUR PAR LE XENON.

Le Xénon se forme et disparaît conformément à la figure 9.

Etant donné que la période de formation du Tellure (Te) est négligeable devant celle de l'Iode, nous admettrons que ce dernier est issu directement de la fission

L'évolution de la concentration en Xénon et en Iode, peut être obtenue en écrivant un bilan :

$$\frac{dy}{dt} = \text{apparition} - \text{disparition.}$$

Cette équation couplée à la figure 9 nous permet d'écrire les équations :

$$\frac{dX}{dt} = \gamma_X \Sigma_f \phi + \lambda_I I - \lambda_X X - \sigma_X \phi X \quad (4)$$

$$\frac{dI}{dt} = \lambda_I \Sigma_f \phi - \lambda_I I \quad (5)$$

expressions dans lesquelles :

- X représente la concentration en Xénon,
- I la concentration en Iode ,
- Σ_f la section efficace macroscopique des fissions,
- γ_X le rendement de fission du Xénon,
- σ_X la section efficace microscopique d'absorption du Xénon,
- λ_I La constante de désintégration radioactive de l'Iode ,
- λ_X la constante de désintégration radioactive du Xénon,
- ϕ le flux neutronique.

A-5-d. CIRCUIT ANALOGIQUE UTILISE ET RESULTATS .

La figure 10 donne le schéma d'ensemble permettant de simuler l'évolution des paramètres W, C, X_e , I suite à une perturbation $\Delta\rho$.

Afin d'établir le schéma précédent, nous avons été amené à effectuer les changements d'échelles suivants :

Pour la cinétique :

$$\begin{cases} W_n = 3,32 \cdot 10^8 \omega_M \\ \rho = 10^3 \rho_M \\ C = 4,19 \cdot 10^{12} C_M \end{cases}$$

Pour l'empoisonnement :

$$\begin{cases} x = 2 \cdot 10^{17} X_M \\ i = 2 \cdot 10^{17} i_M \\ \phi = 10^{14} \phi_M \\ t = 36.000 t_M \end{cases}$$

$\omega_M, \rho_M, C_M, X_M, i_M, \phi_M$ et t_M sont les grandeurs machines .

D'où les équations machines :

$$\begin{cases} \frac{d\omega_M}{dt} = 0,39 \rho_M \omega_M - 0,06 \omega_M + 0,065 C_M \\ \frac{dC_M}{dt} = \omega_M - C_M \end{cases}$$

et

$$\begin{cases} \frac{dX_M}{dt_M} = 0,054 \phi_M + 1,03 i_M - 10,3 \phi_M X_M - 0,0755 X_M \\ \frac{di_M}{dt_M} = 1,01 \phi_M - 1,03 i_M \end{cases}$$

A-6. ETUDE DU CIRCUIT DE COMMANDE :

Comme nous l'avons indiqué au chapitre III.A.1, la synchronisation des trois phases, conditions initiales, calcul et arrêt, est réalisée au moyen d'un système de commande dont nous nous proposons de décrire le principe de fonctionnement.

Le dispositif de commande est essentiellement composé :

- d'interrupteurs réalisés à l'aide de circuits intégrés en technologie CMOS ,
- d'un monostable utilisant un circuit intégré de type MC 14 528,
- d'une base de temps utilisant l'ampli opérationnel MC 1458,
- d'un circuit permettant l'arrêt des calculs dès que l'une des grandeurs étudiées dépasse un seuil.

La figure 11 donne le diagramme temporel du circuit de commande utilisé. Dans cette figure, T représente le signal de commande qui est utilisé pour déclencher le monostable dont les sorties Q et \bar{Q} sont utilisées pour la commande des interrupteurs contenus dans le circuit de commande ainsi que dans celui de la base de temps.

Le diagramme précédent précise la succession des trois phases, CI, calcul et arrêt.

Le brochage du monostable est donné figure 14. Sa période T_1 est donné par la relation:

$$T_1 = 0,7 R_X C_X$$

La figure 12 donne le schéma de principe de la base de temps . Dans ce montage, l'interrupteur (1) permet, lorsqu'il est en position fermé, de décharger la capacité à travers R_2 . La fermeture de l'interrupteur (2) assure le démarrage de la base de temps. Celui-ci devant se faire en même temps que la phase calcul, nous avons été amenés à commander les interrupteurs (1) et (2) par les sorties Q et \bar{Q} respectivement.

La figure 13 donne le schéma du circuit permettant de déceler la saturation d'une grandeur quelconque et d'arrêter le calcul . Ce circuit fonctionne de la façon suivante :

Dès que l'une des entrées x_i ou BT atteint la tension de référence V_{ref} , la sortie du comparateur correspondant passe à 0, de sorte que le signal de sortie S du premier Nand passe à 1.

Dans ce cas le transistor T_1 se sature, ce qui se traduit par la mise sous tension de la lampe de signalisation indiquant la saturation. Le signal S étant dans l'état 1, \bar{S} passe à 0 de telle sorte que le signal $\bar{S} \bar{O}$ est dans l'état bas, quel que soit \bar{O} . Le signal précédent entraîne le blocage de T_2 et l'extinction de la lampe de signalisation de la phase calcul.

Les circuits utilisés dans la réalisation de ce circuit sont:

- Compérateurs : MC 1458,
- Circuits ET : MC 14082,
- Circuits NAND: MC 14011.

Nous signalons pour terminer que le circuit de commande a été prévu pour commander douze interrupteurs et contrôler l'état de cinq signaux.

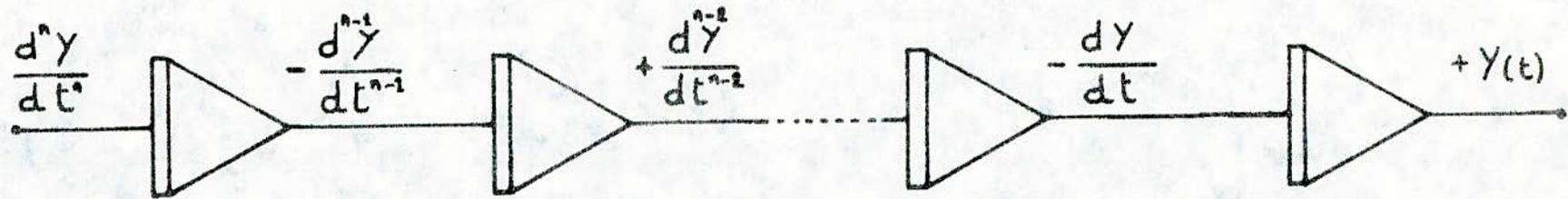


Fig 1

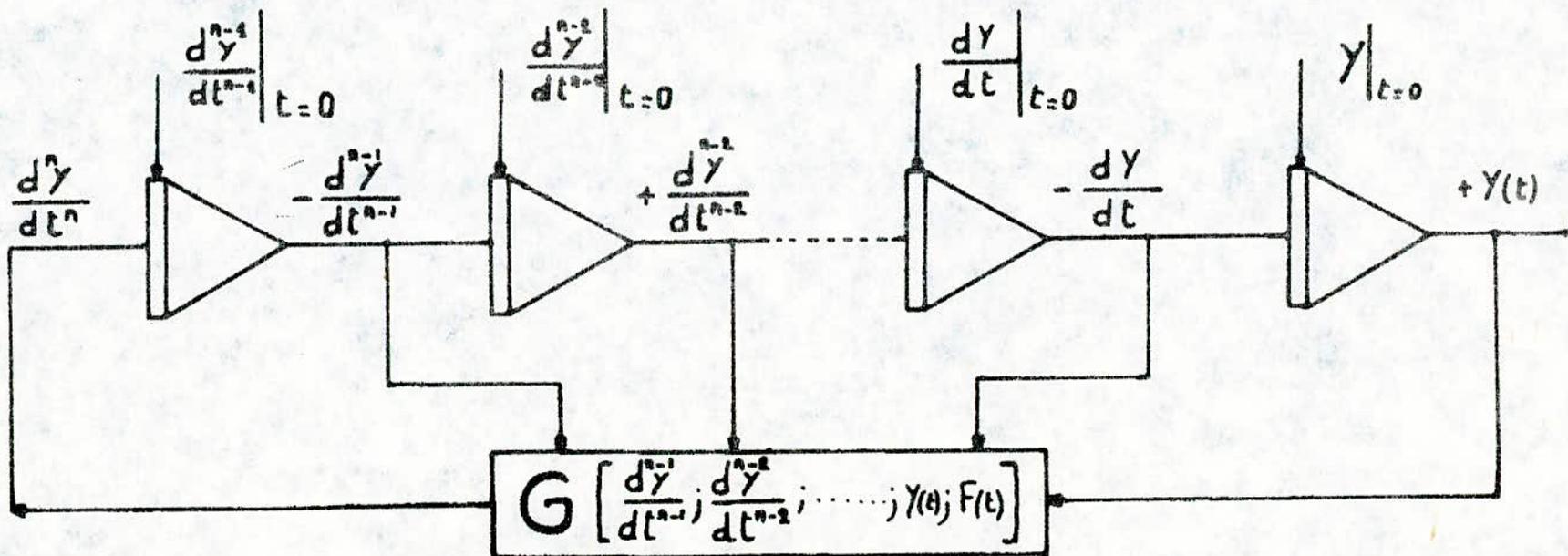


Fig 2

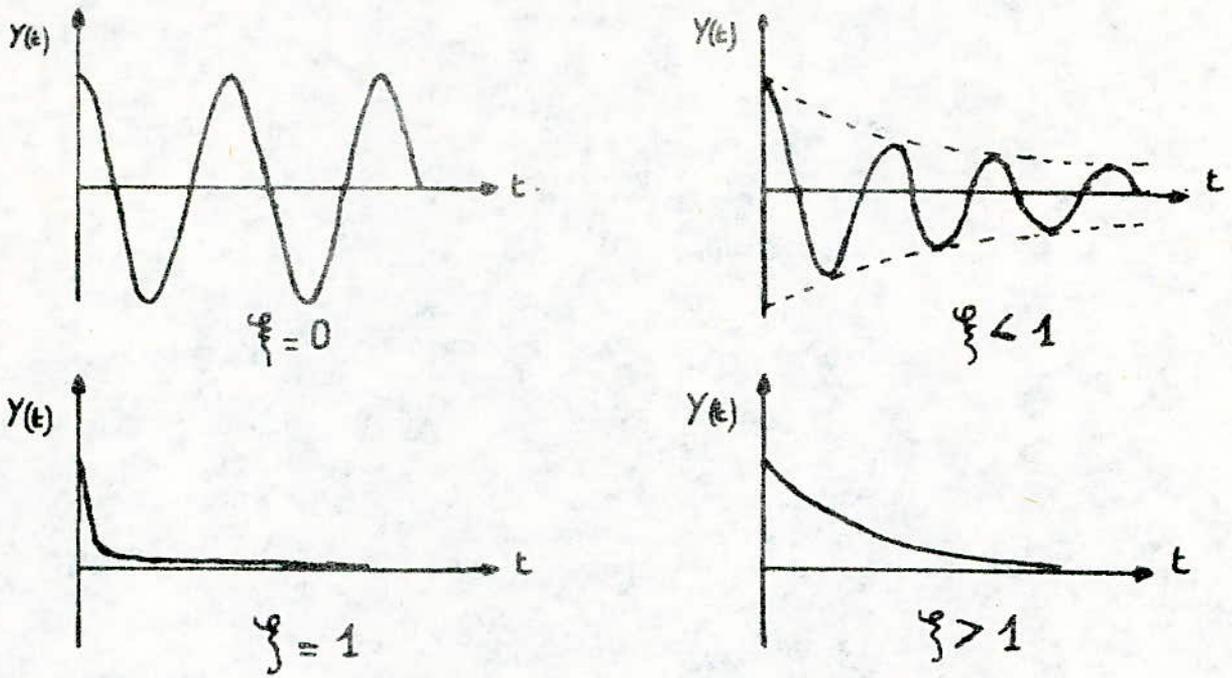


Fig 4

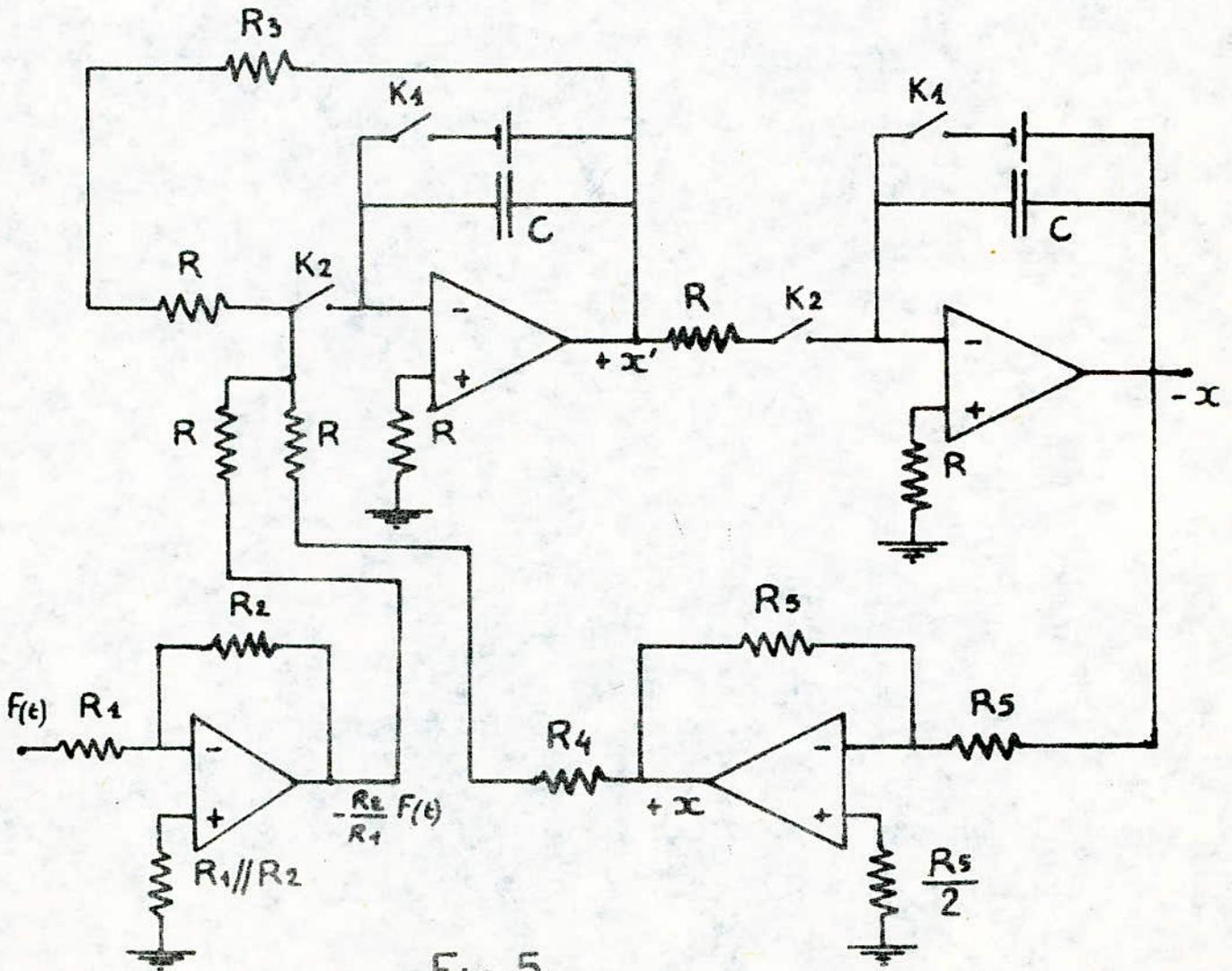
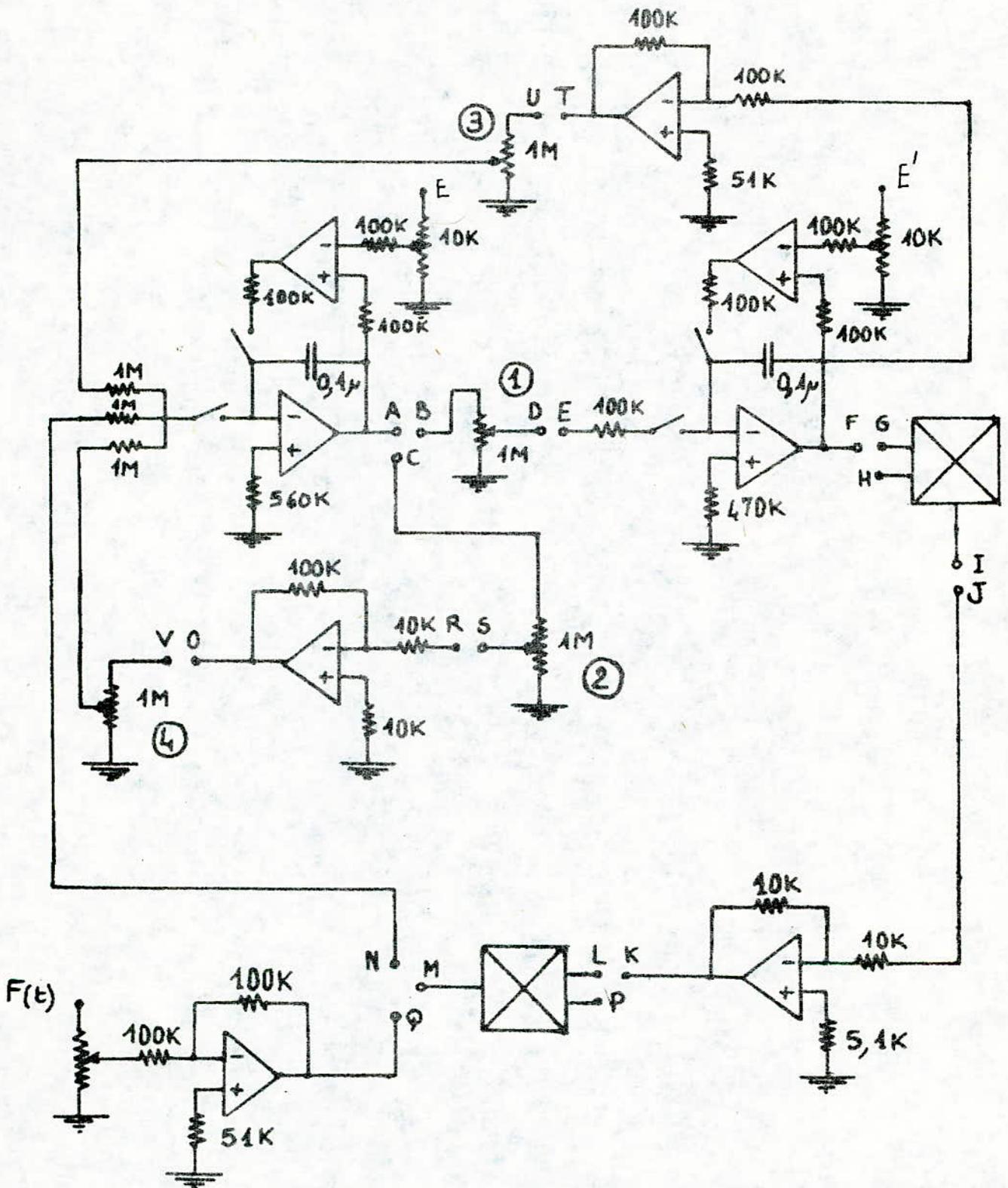


Fig 5

Fig 6+Fig8 : Schéma de résolution des équations différentielles du Second ordre et de VAN DER POL .



Les différentes connexions.

Affichage des Potentiometres.

Van Der Pol	2 ^e Ordre
A = B = C	A = B = V
D = E; M = N	D = E
F = G; H	T = U
I = J; K = P	N = Q
L = O = V	
S = R; U = T	

N°	①	②	③	④
Van Der Pol	1/15	a/10	1/63	1/10
2 ^e Ordre	1/10	—	$\frac{1 \cdot c}{100 \cdot a}$	$\frac{1 \cdot b}{10 \cdot a}$

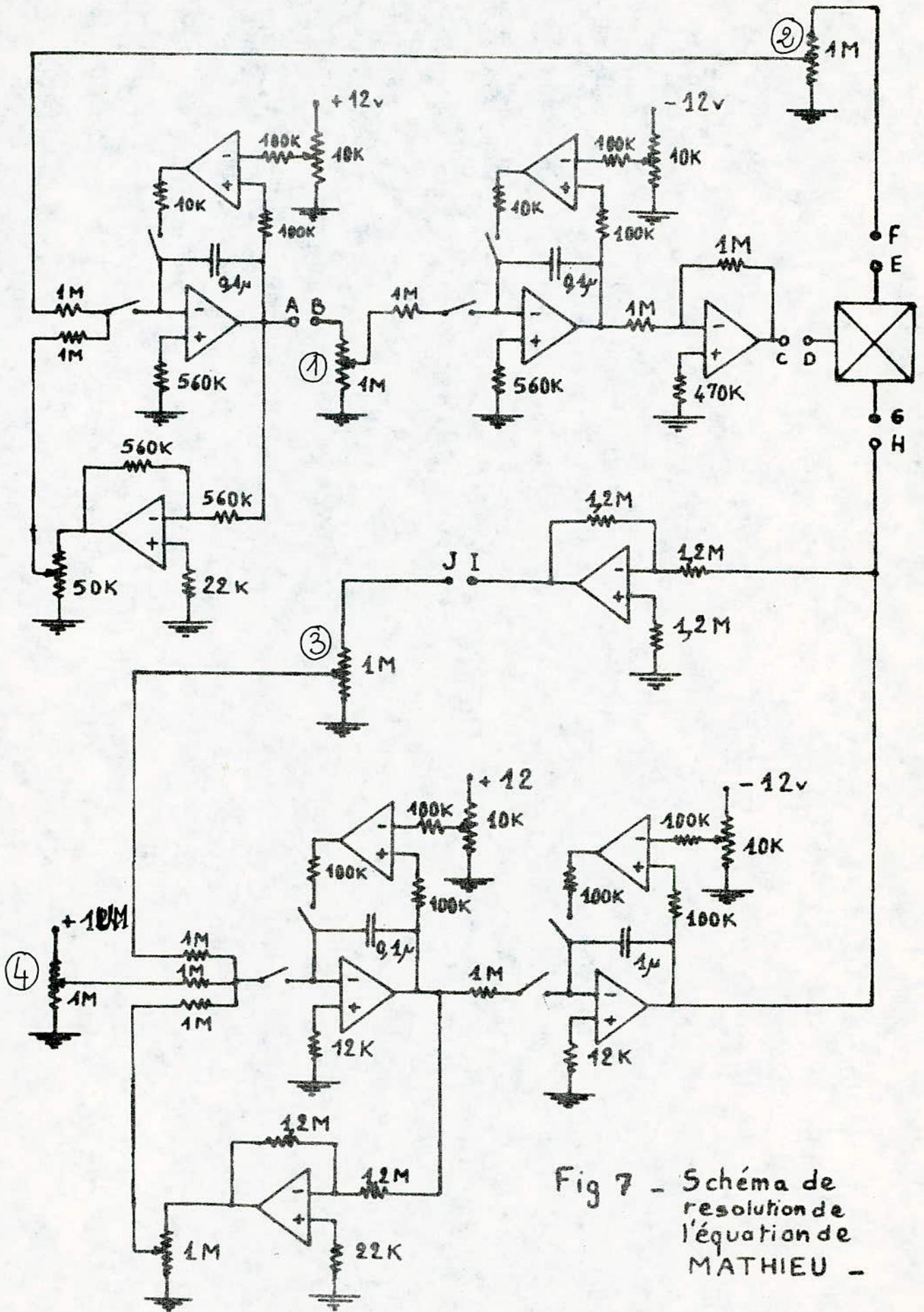


Fig 7 - Schéma de résolution de l'équation de MATHIEU -

①	②	③	④
0,4	9/20	0,4	0,2

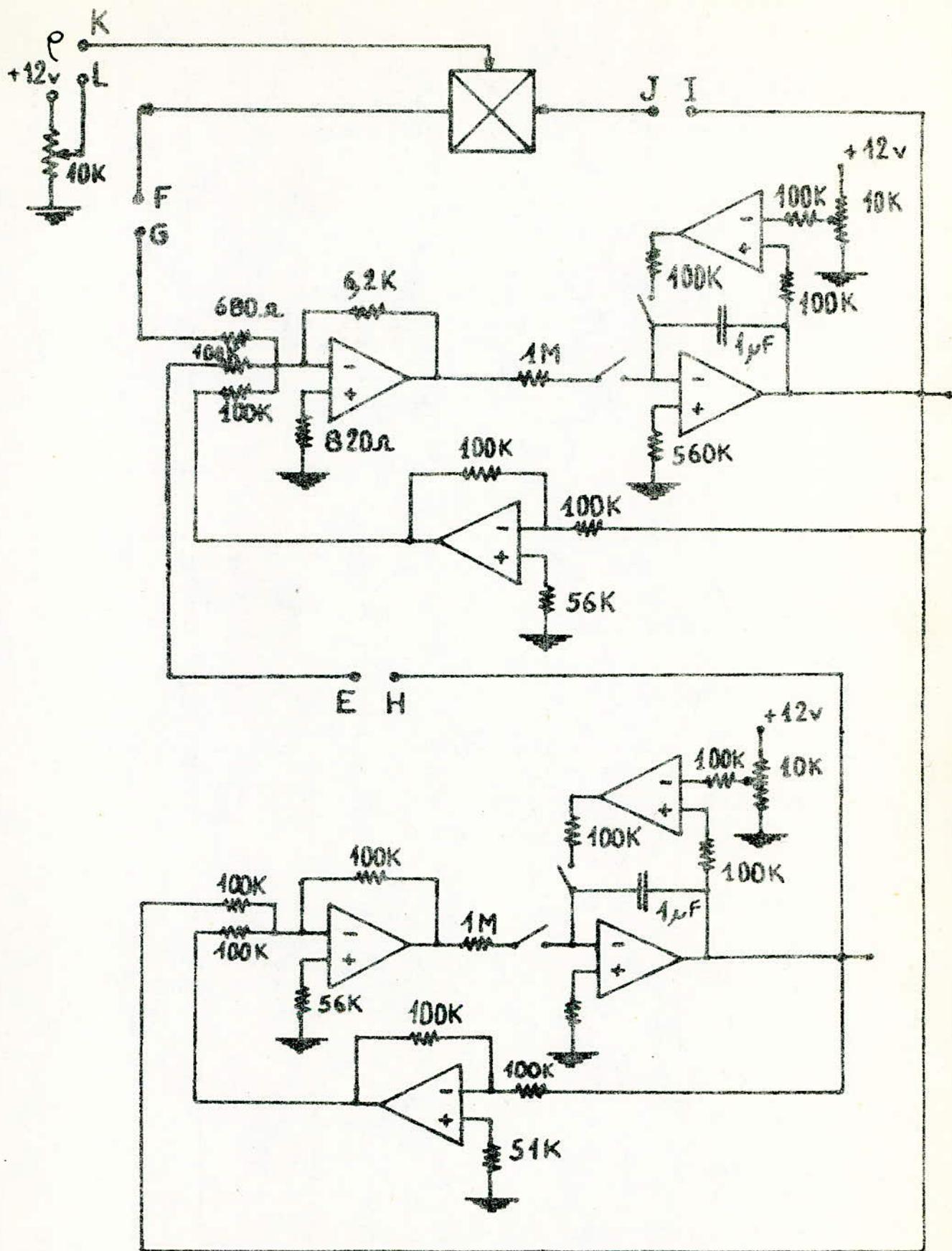


Fig 10 a . Schéma de simulation de la cinétique d'un réacteur nucléaire.

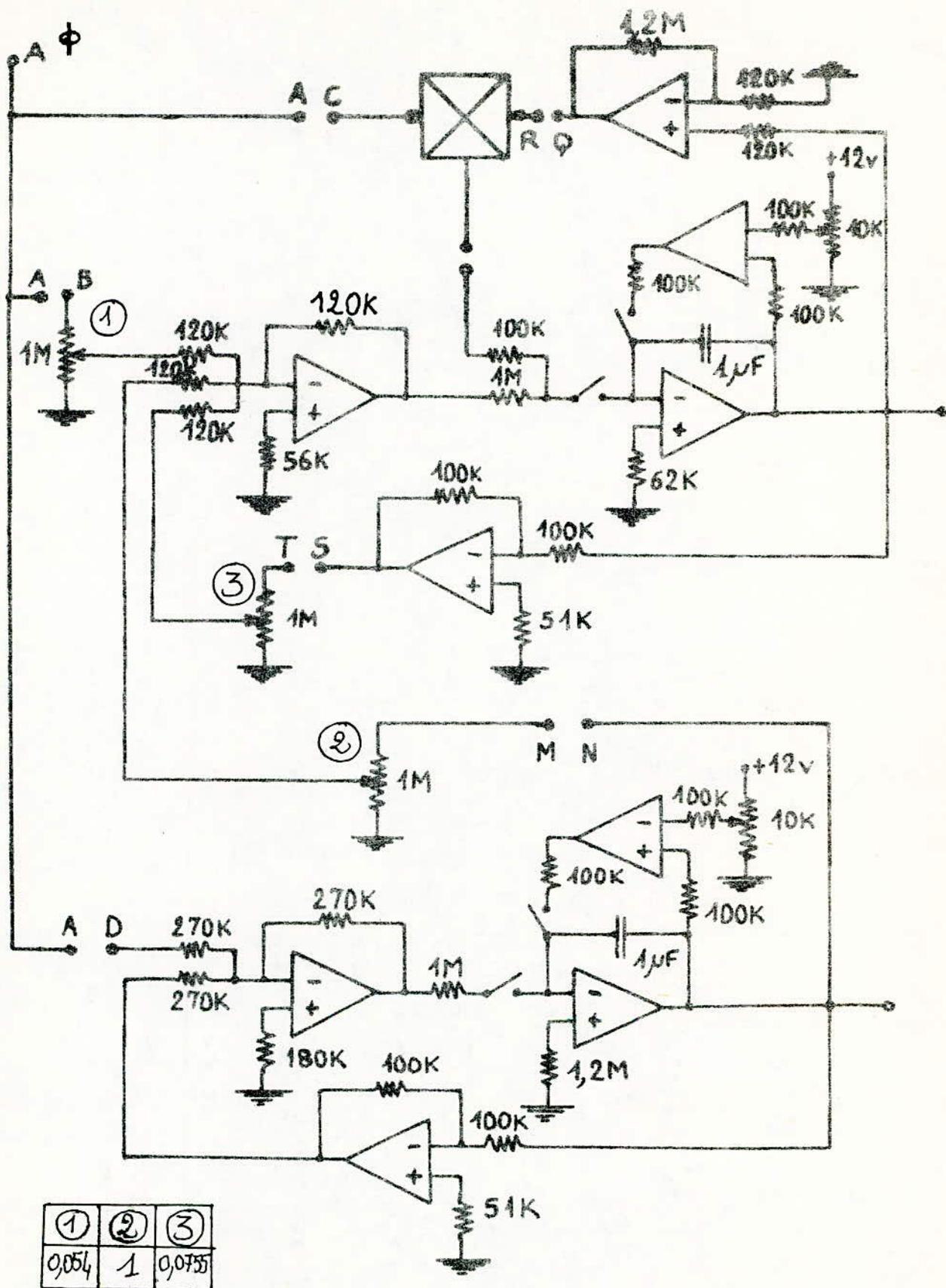
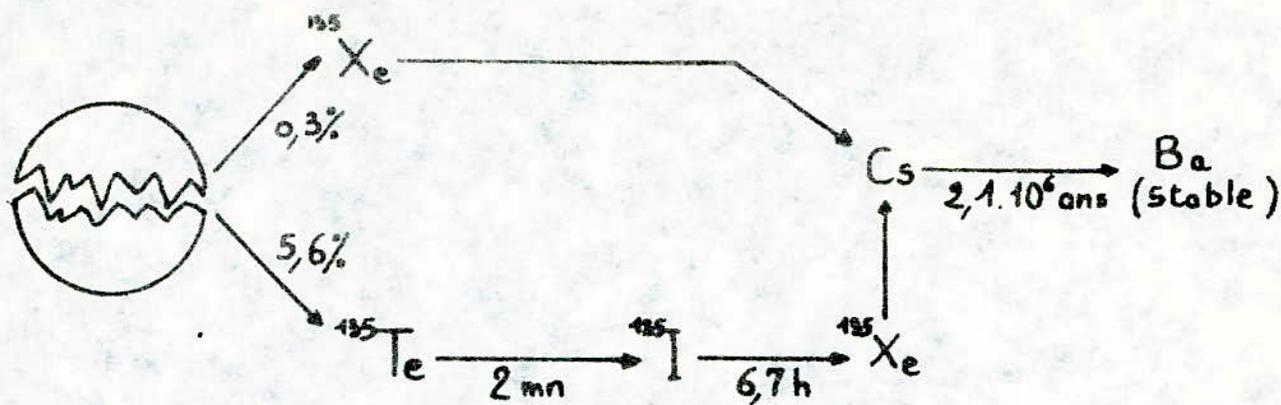


Fig 10b. Schéma de simulation de l'empoisonnement par le Xénon d'un réacteur nucléaire.



- Fig 9 -

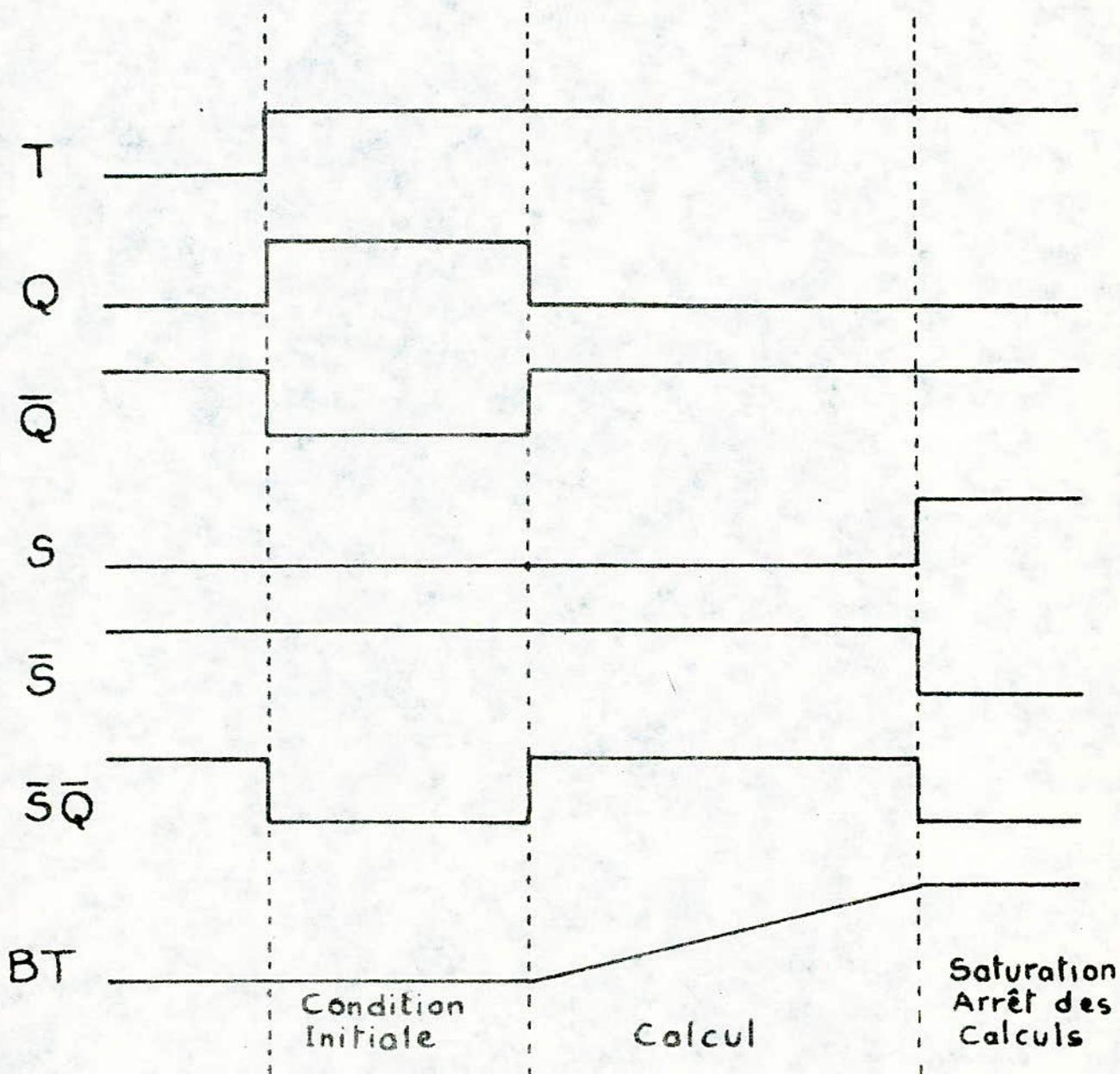


Fig 11 - Diagramme temporel du circuit de commande -

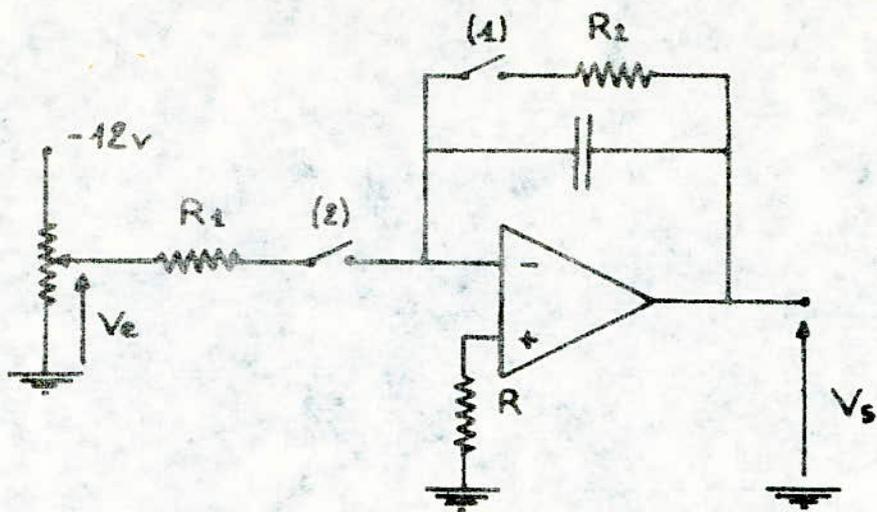


Fig 12 - Base de temps -

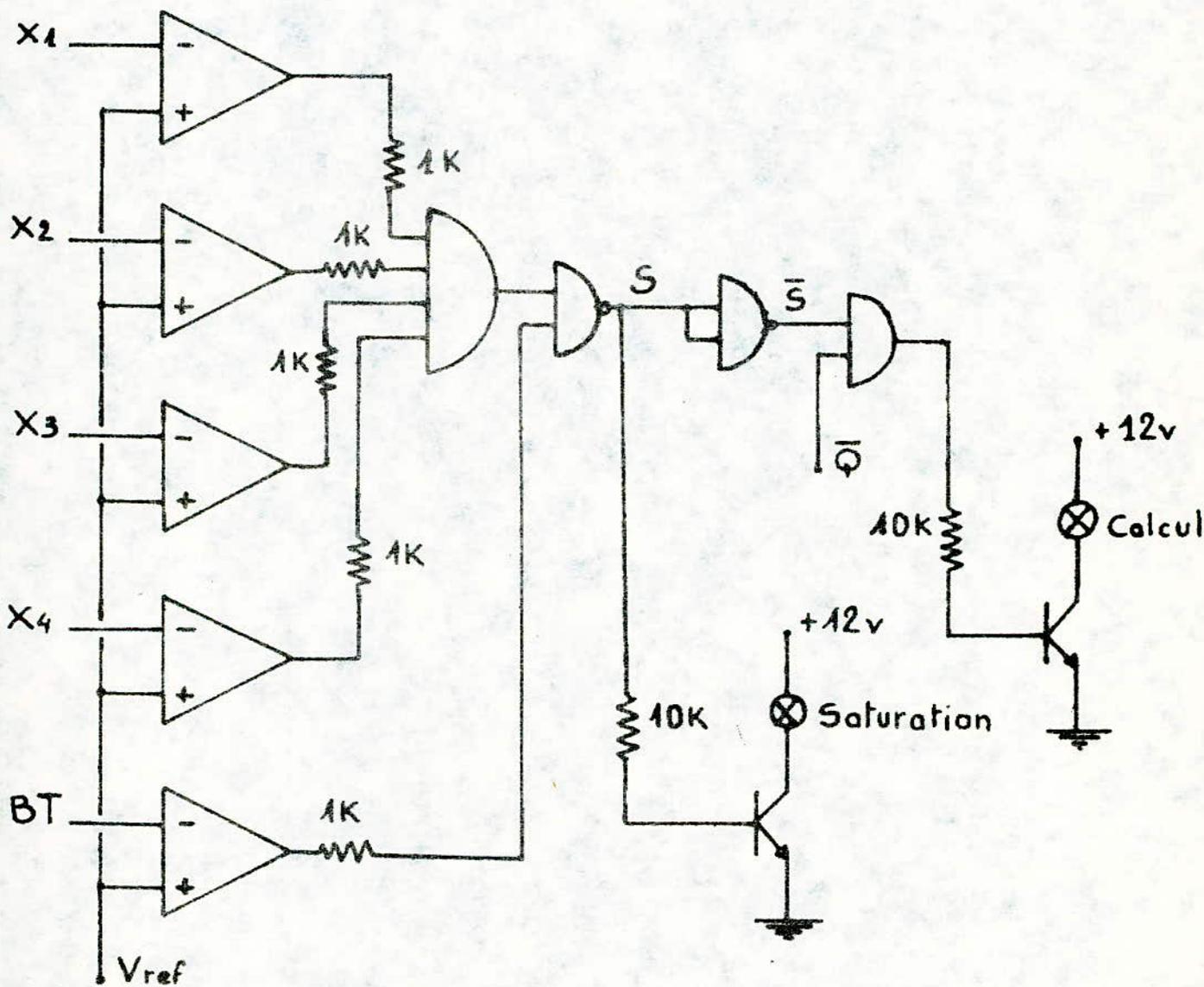
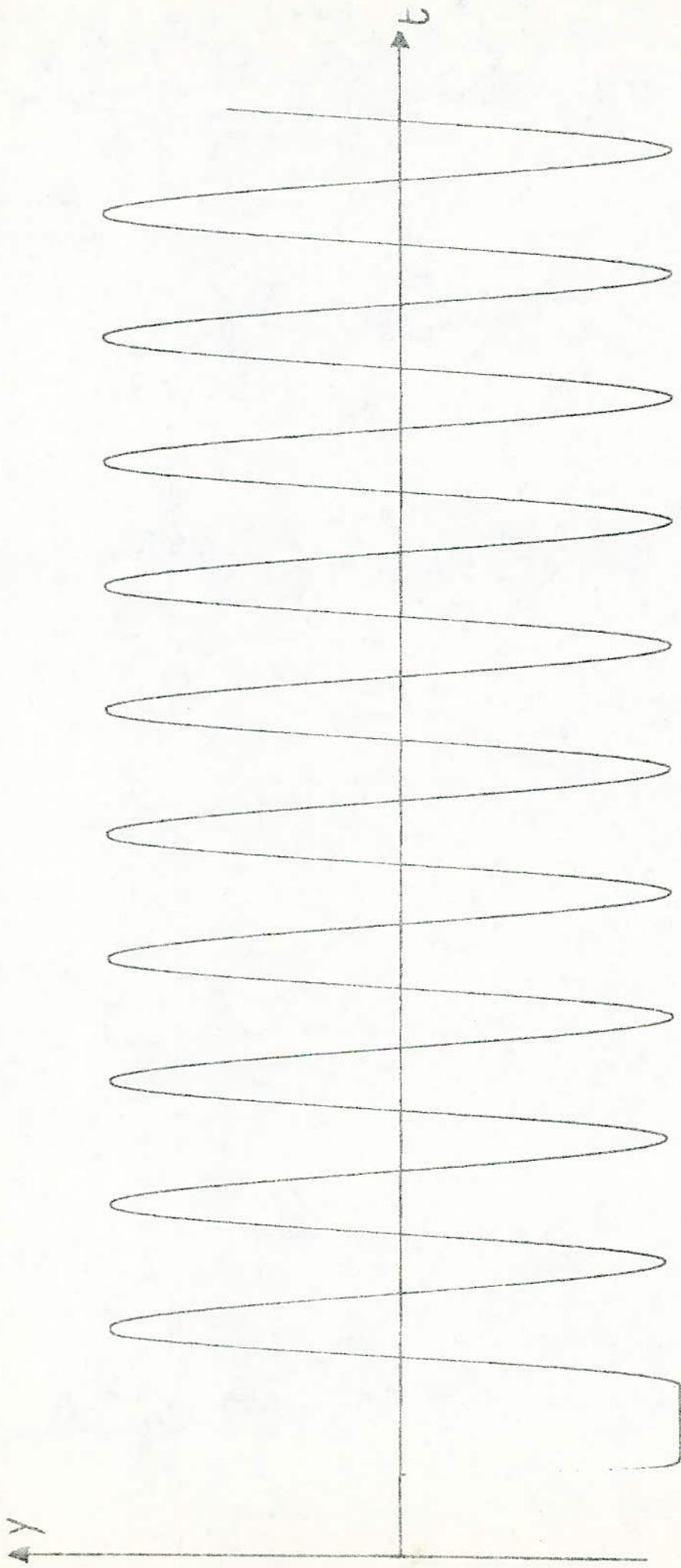


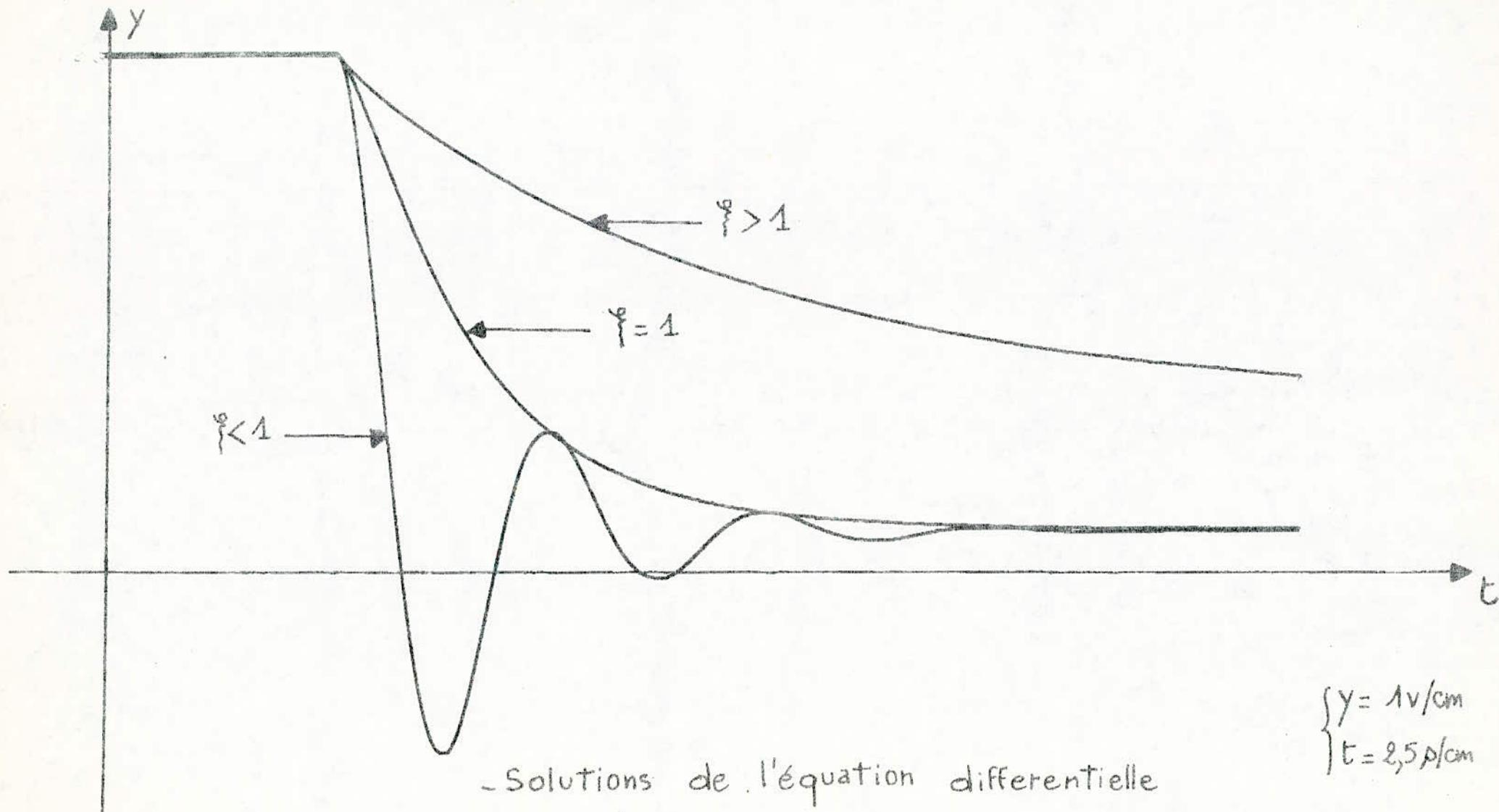
Fig 13 - Circuit de contrôle de Saturation -



Solution de l'équation différentielle
du second ordre -

$$\begin{cases} Y = 2V/cm \\ t = 1s/cm \end{cases}$$

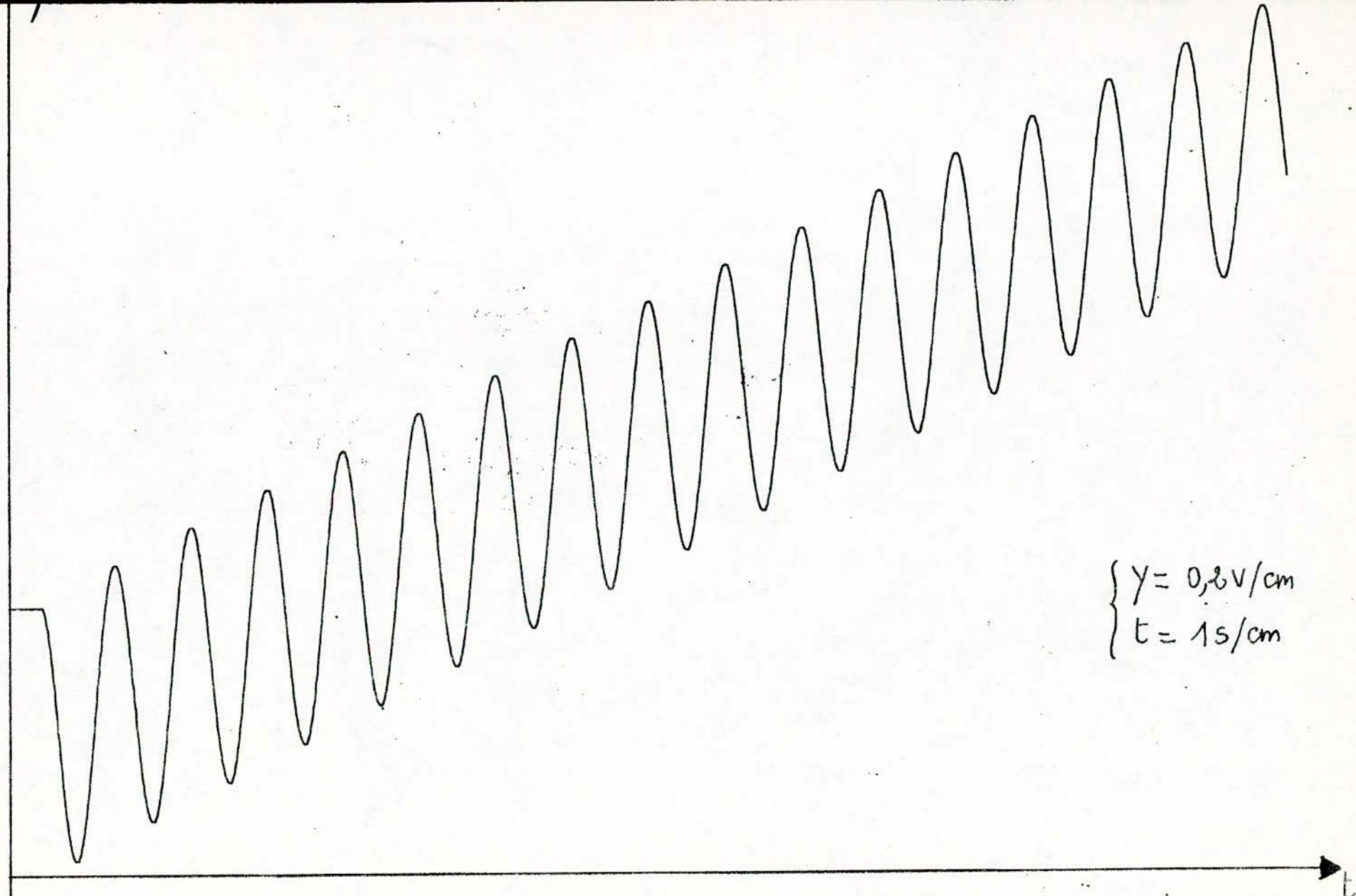
$$\begin{cases} y_i = 0 \\ F(t) = 0 \end{cases}$$



- Solutions de l'équation différentielle
du second ordre -

$$F(t) = 0$$

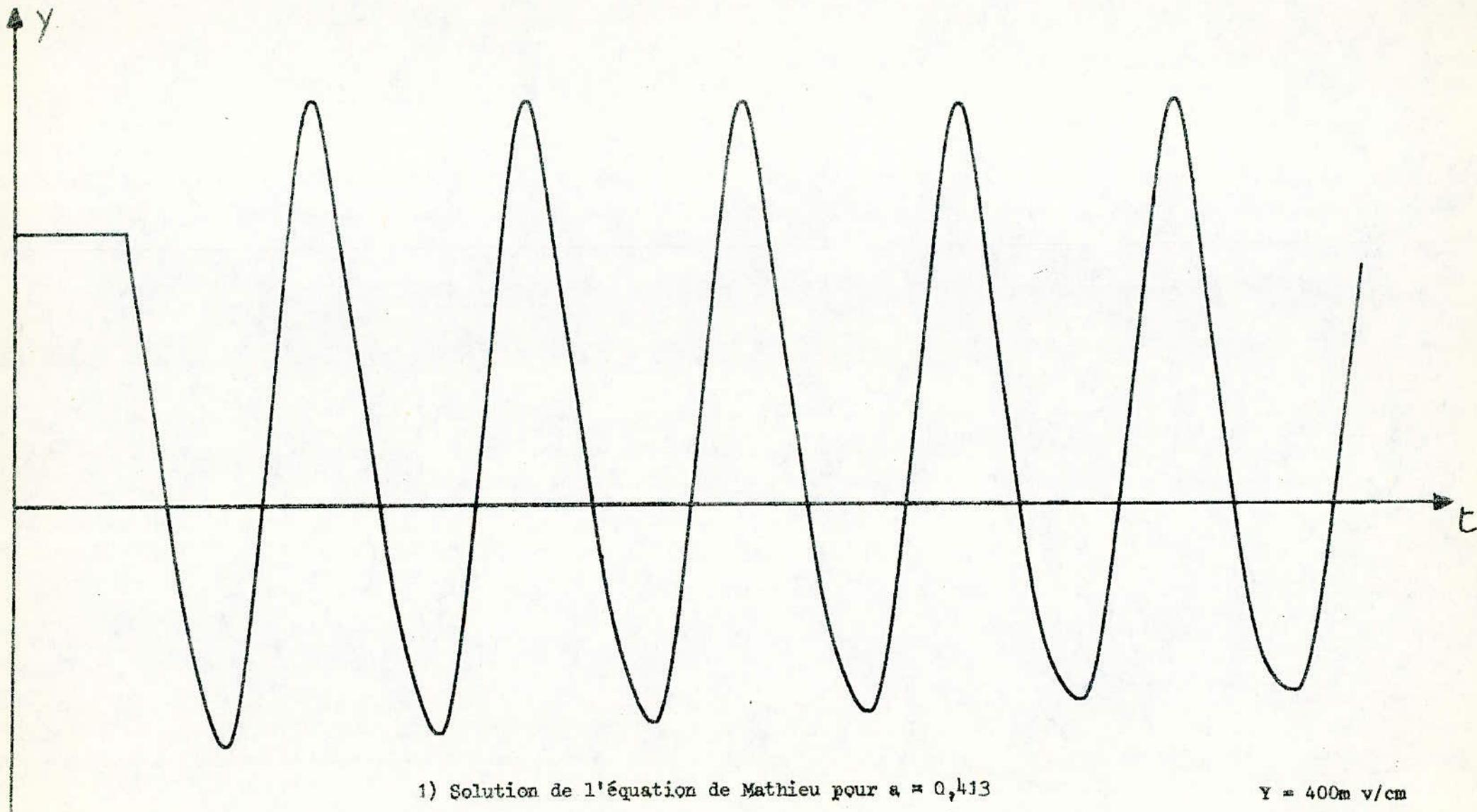
$$\begin{cases} y = 1 \text{ v/cm} \\ t = 2,5 \mu\text{cm} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \gamma = 0,8 \text{ V/cm} \\ \tau = 1 \text{ s/cm} \end{cases}$$

Solution de l'équation différentielle
du second ordre -

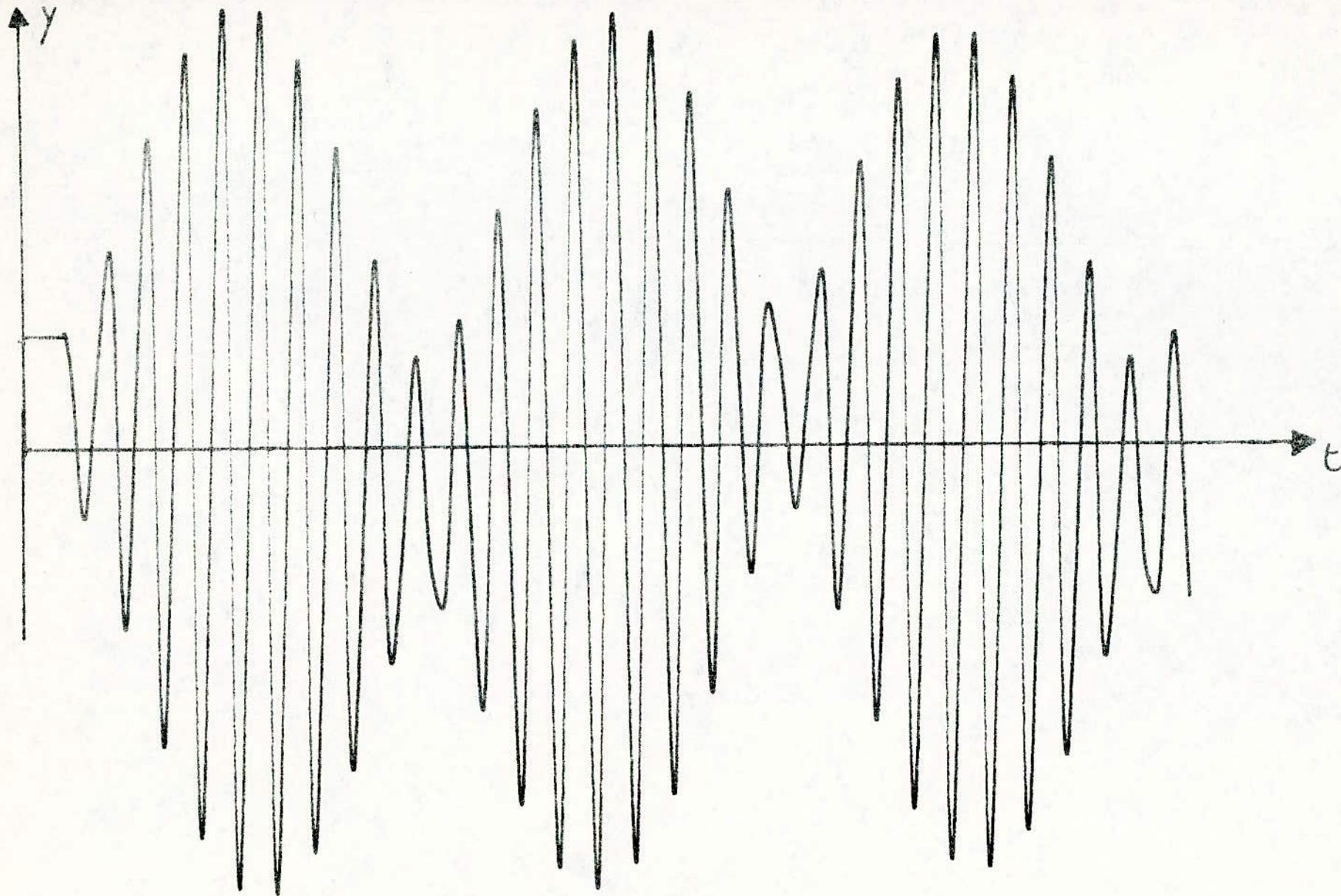
$$\begin{cases} \varphi = 0 \\ F(t) = kt + k' \end{cases}$$



1) Solution de l'équation de Mathieu pour $a = 0,413$

$Y = 400\text{m v/cm}$

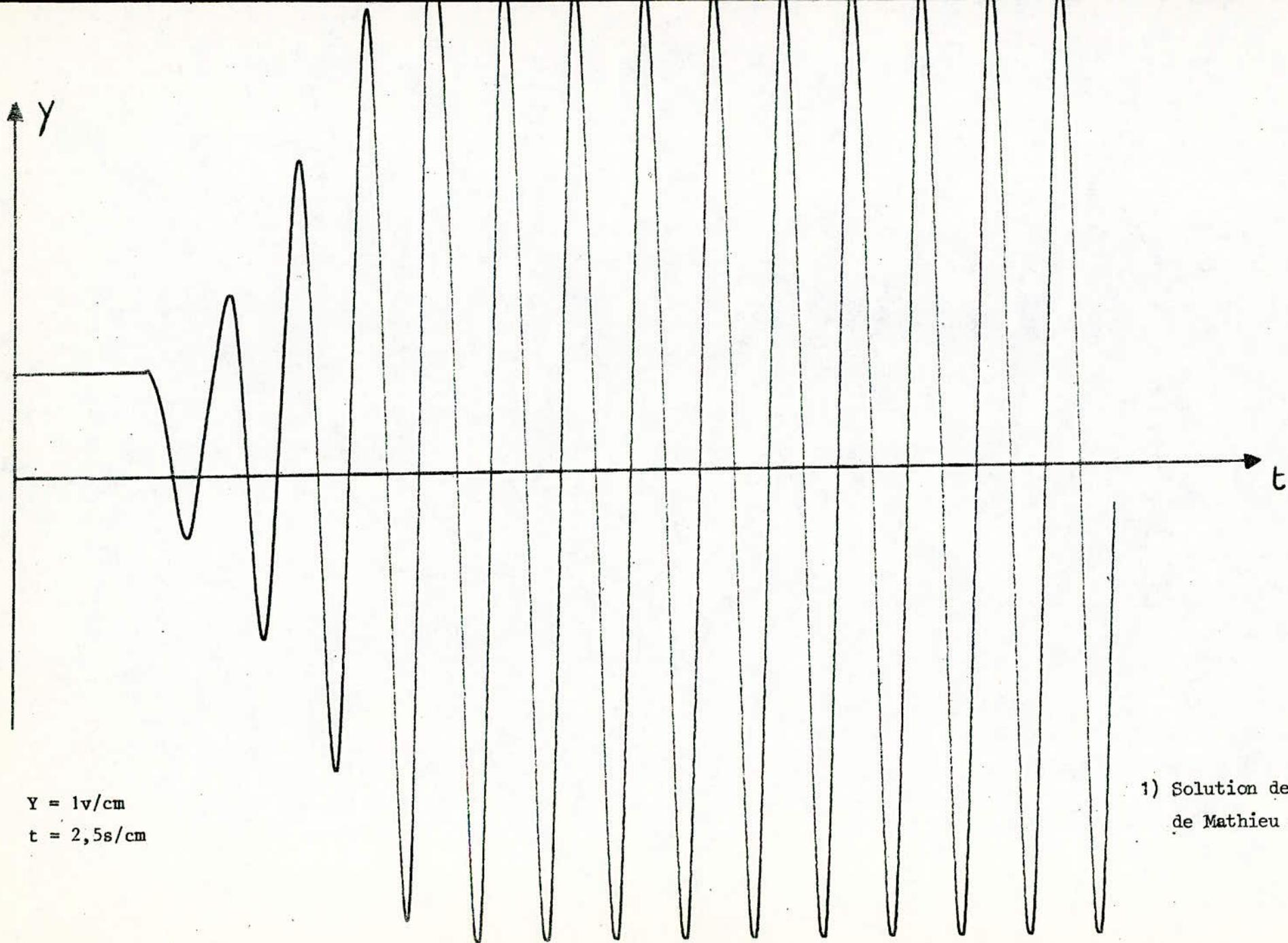
$t = 2,5\text{ s/cm}$



1) Solution de l'équation de Mathieu pour $a = 3,7$.

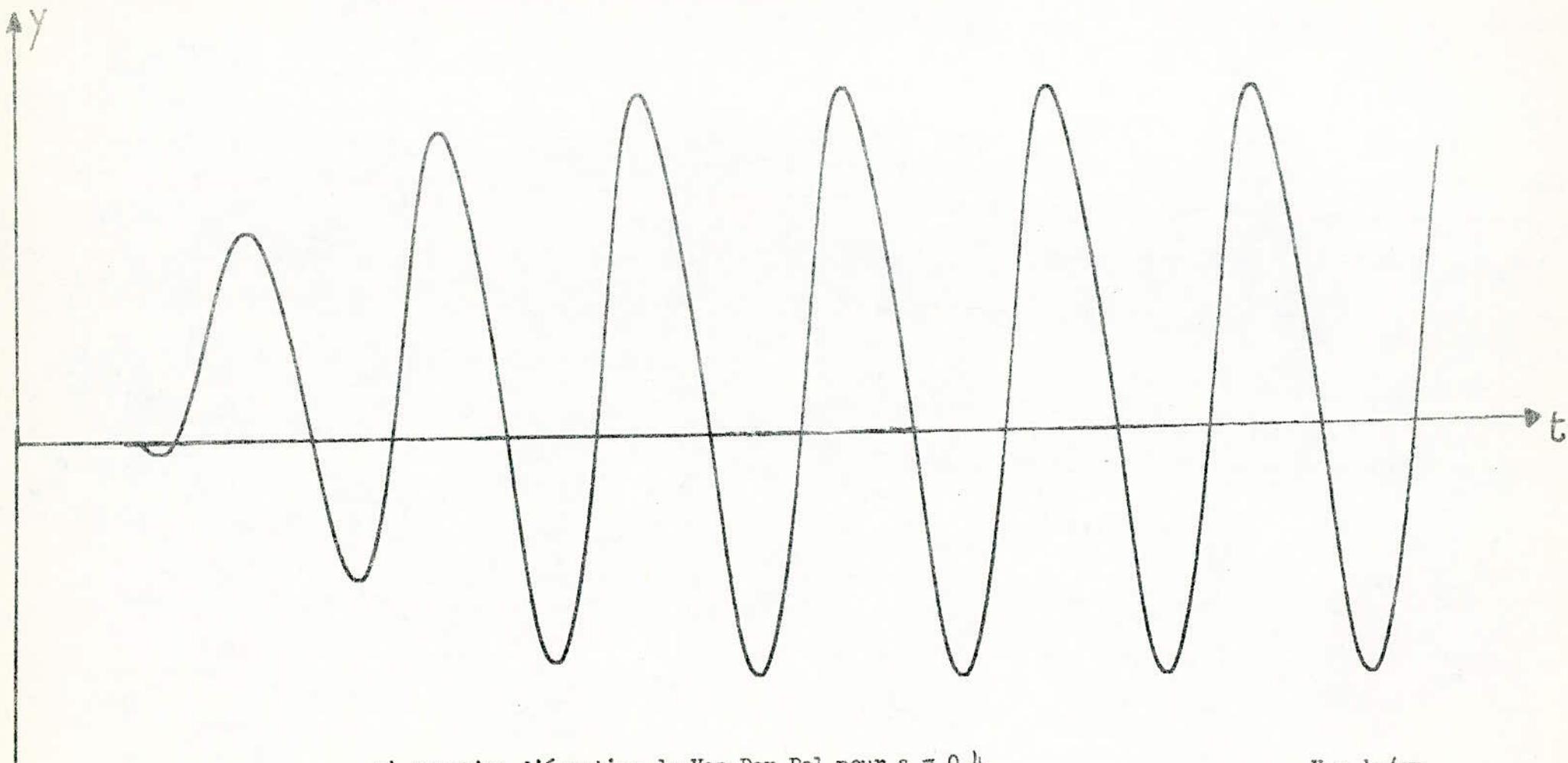
$Y = 1\text{v/cm}$

$t = 5\text{s/cm}$



$Y = 1\text{v/cm}$
 $t = 2,5\text{s/cm}$

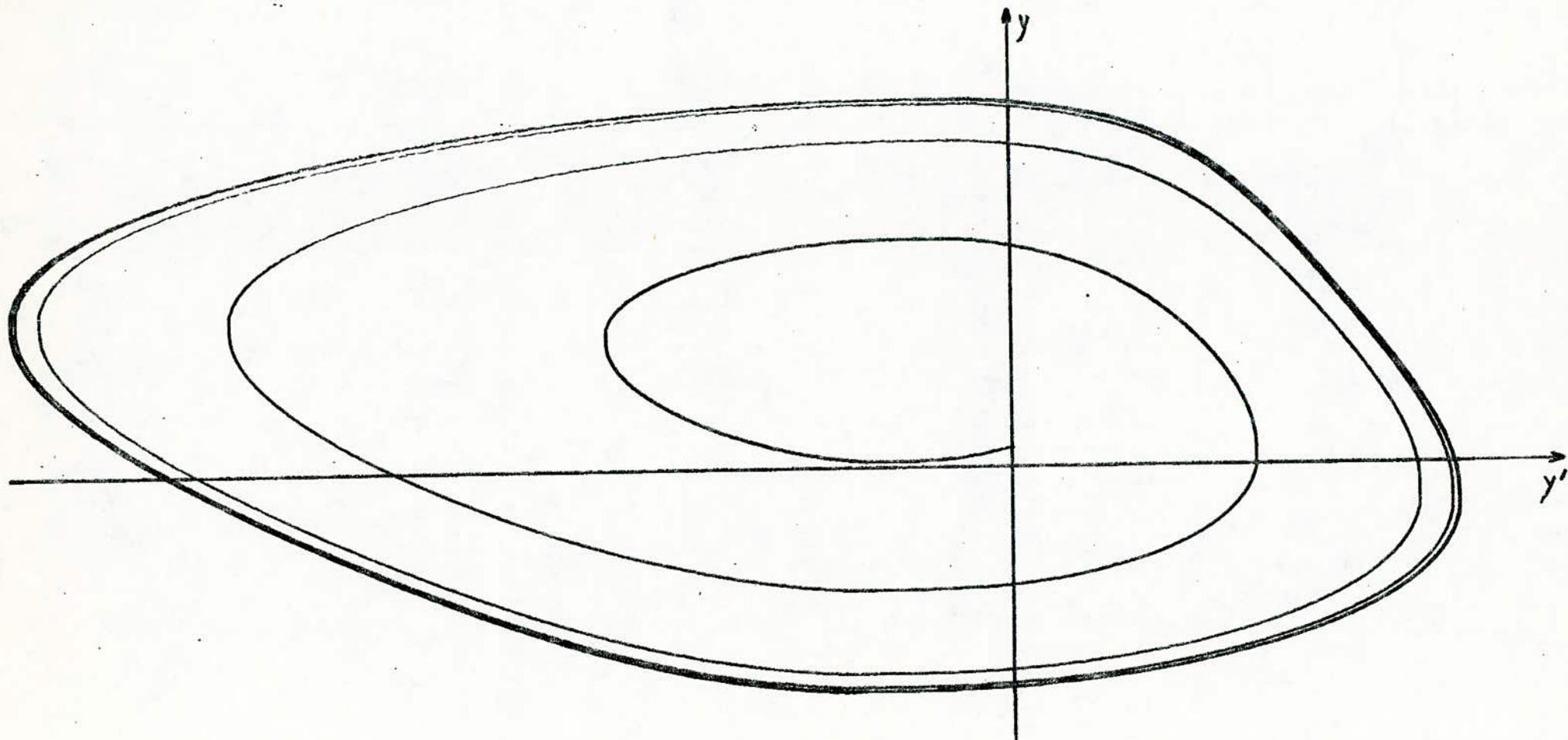
1) Solution de l'équation
de Mathieu pour $a = 3,8$.



2) Solution d'équation de Van Der Pol pour $\mu = 0,4$

$Y = 1v/cm$

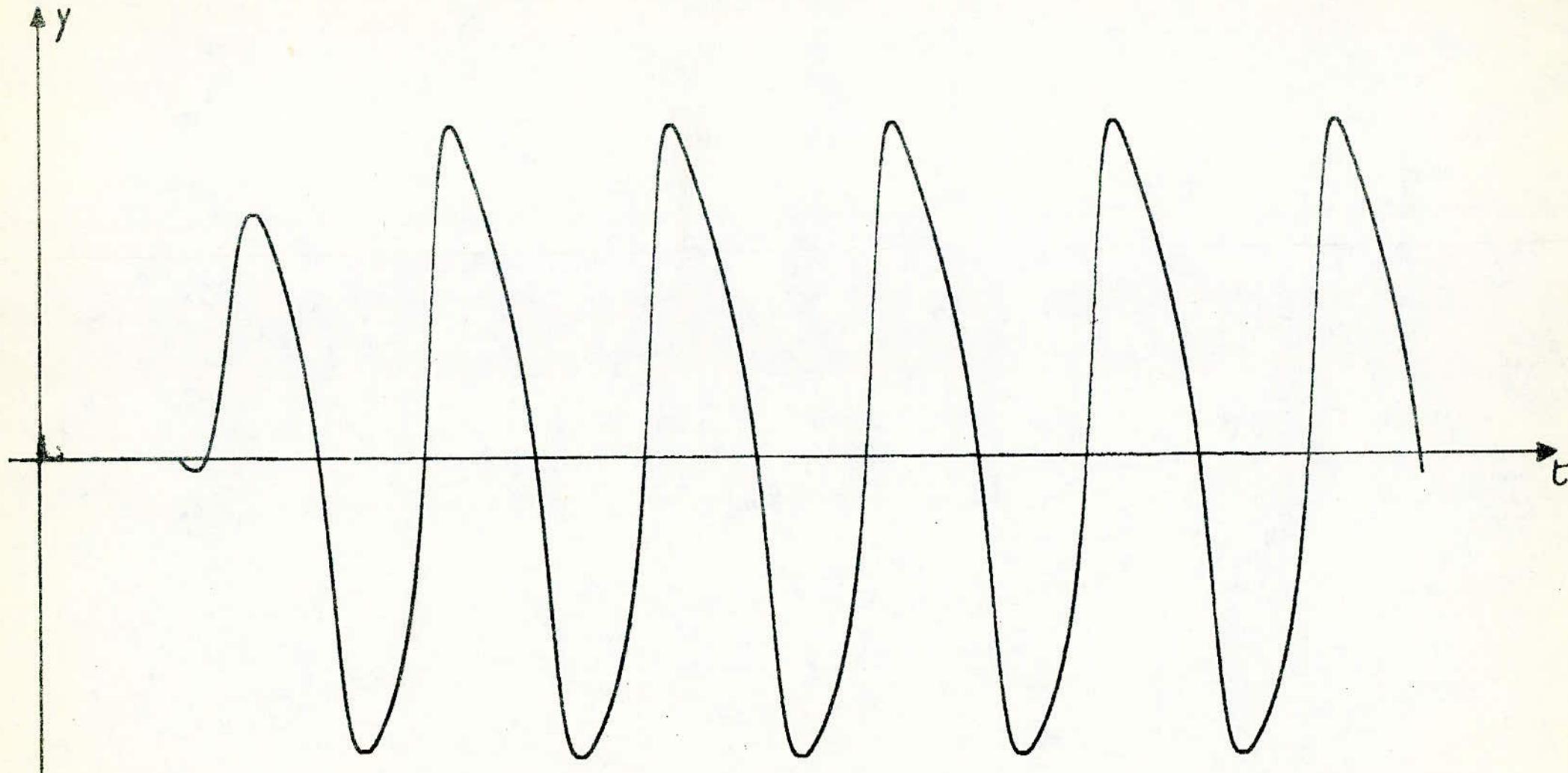
$t = 2,5s/cm$



2) Solution d'équation de Van Der Pol pour $a = 0,4$.

$Y = 1v/cm$

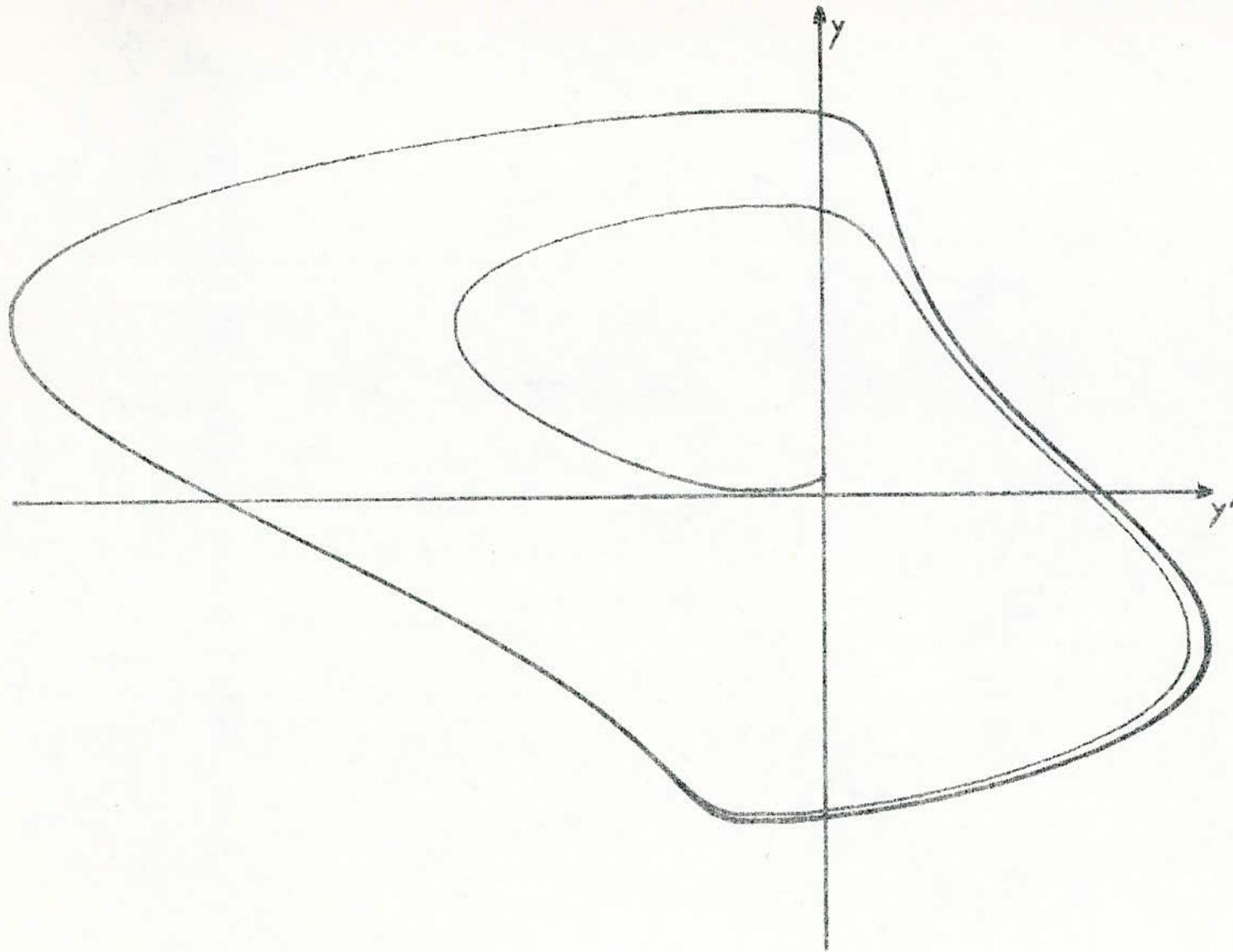
$Y' = 0,1v/cm$



1) Solution de l'équation de Van Der Pol pour $\mu = 2$.

$Y = 1v/cm$

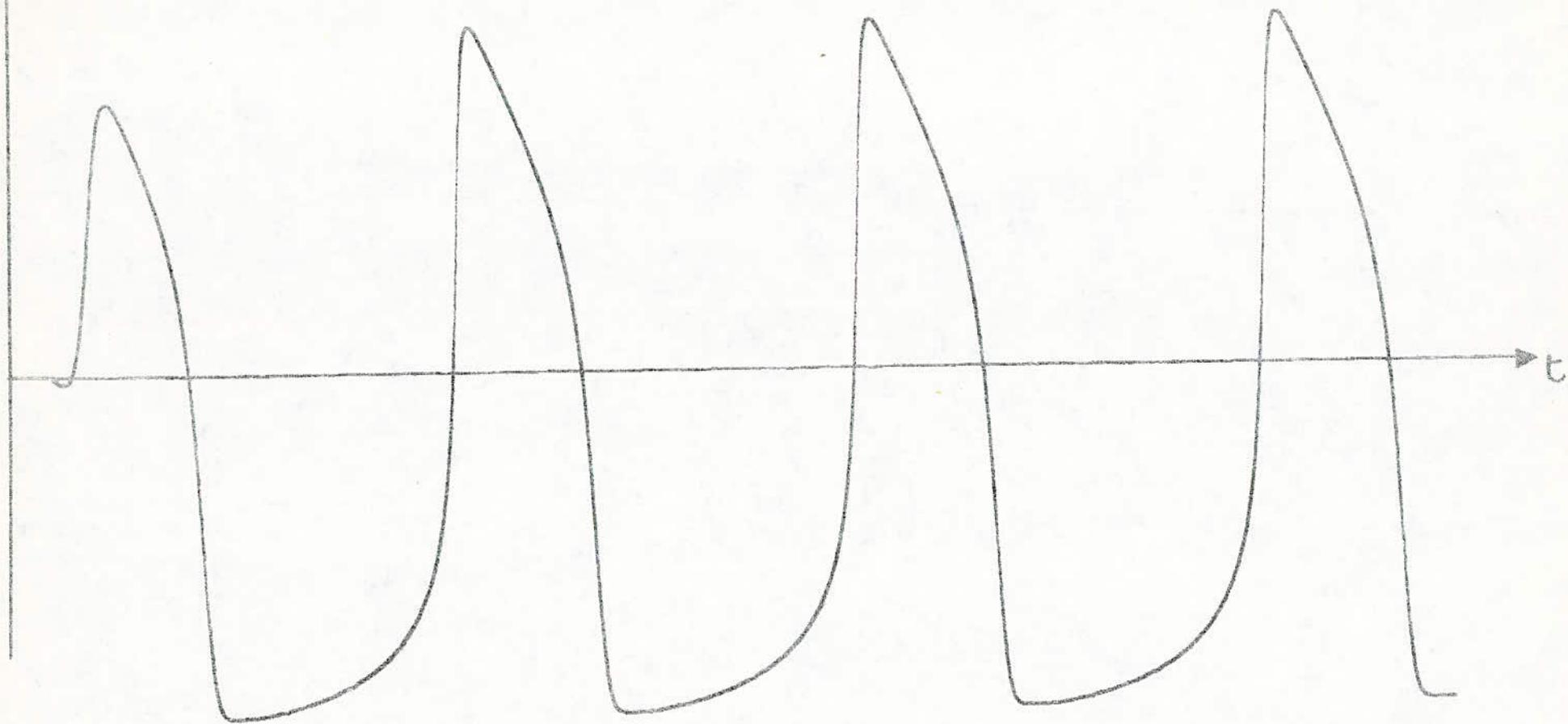
$t = 2,5 s/cm$



1) Solution de l'équation de Van Der Pol pour $a = 2$

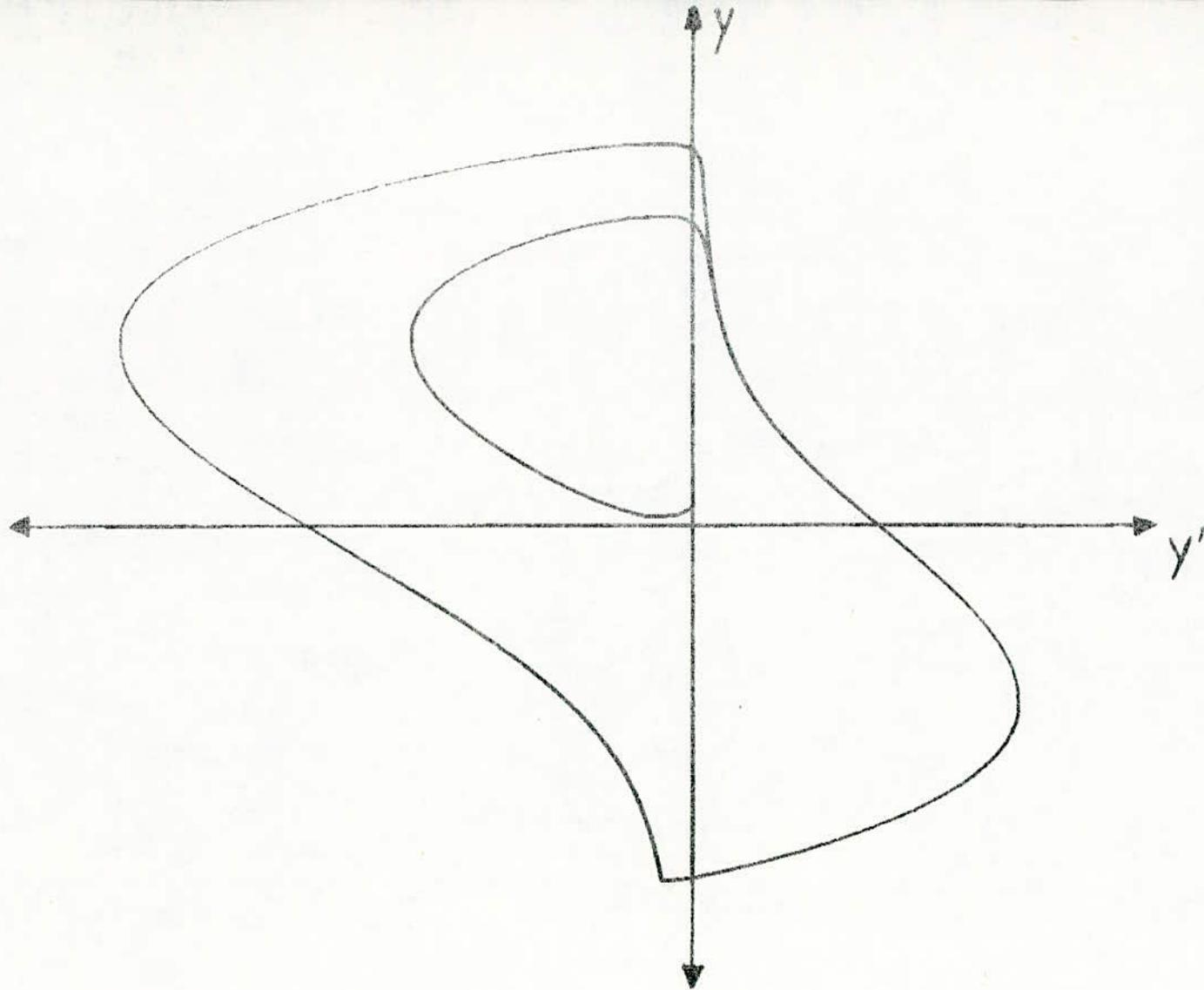
$$Y = 1y/cm$$

$$Y' = 0,2y/cm$$



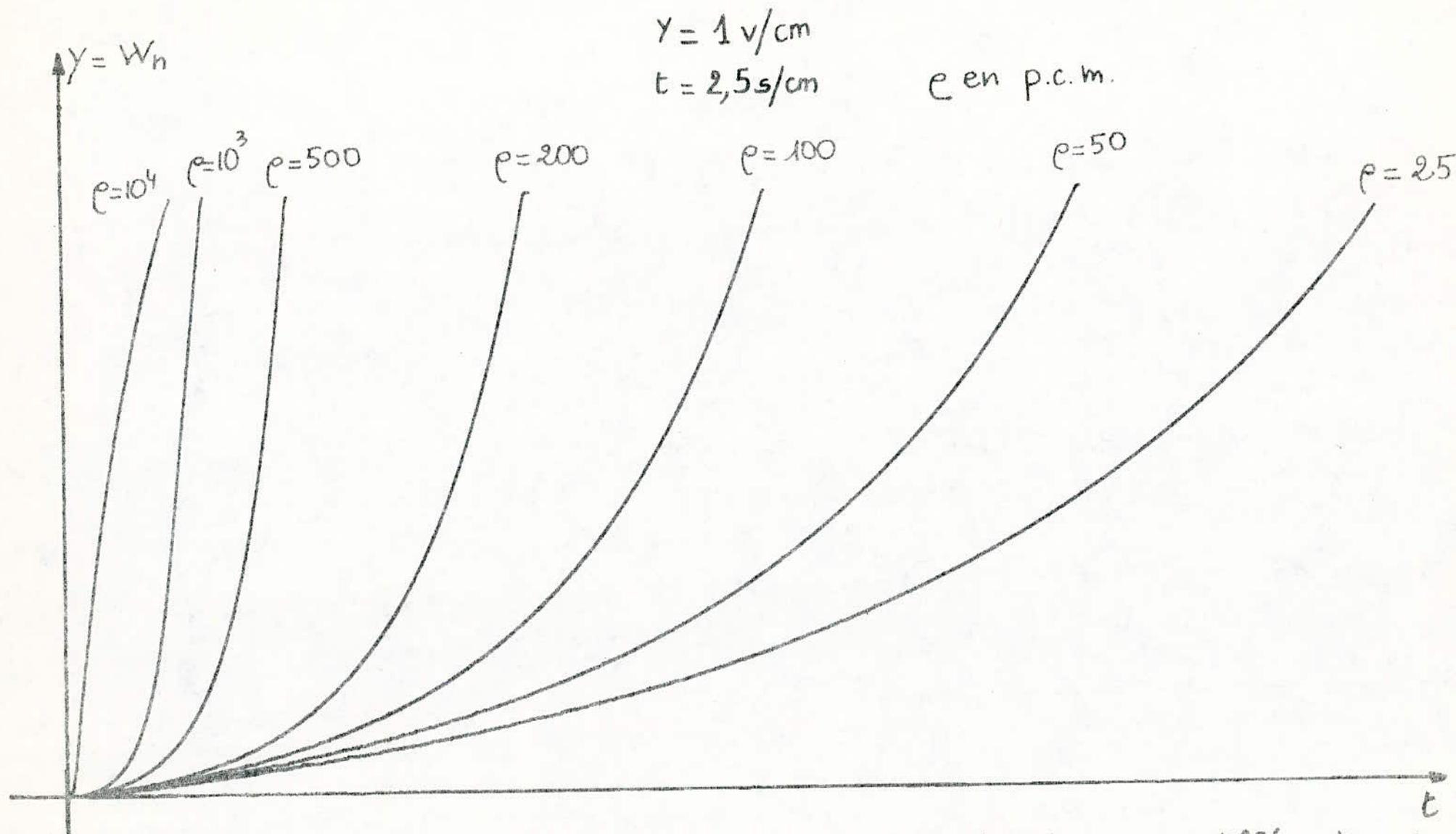
1)- Solution de l'équation de Van Der Pol
pour $\mu = 5$

$$\begin{cases} \gamma = 1\text{V/cm} \\ \tau = 2,5\text{s/cm} \end{cases}$$

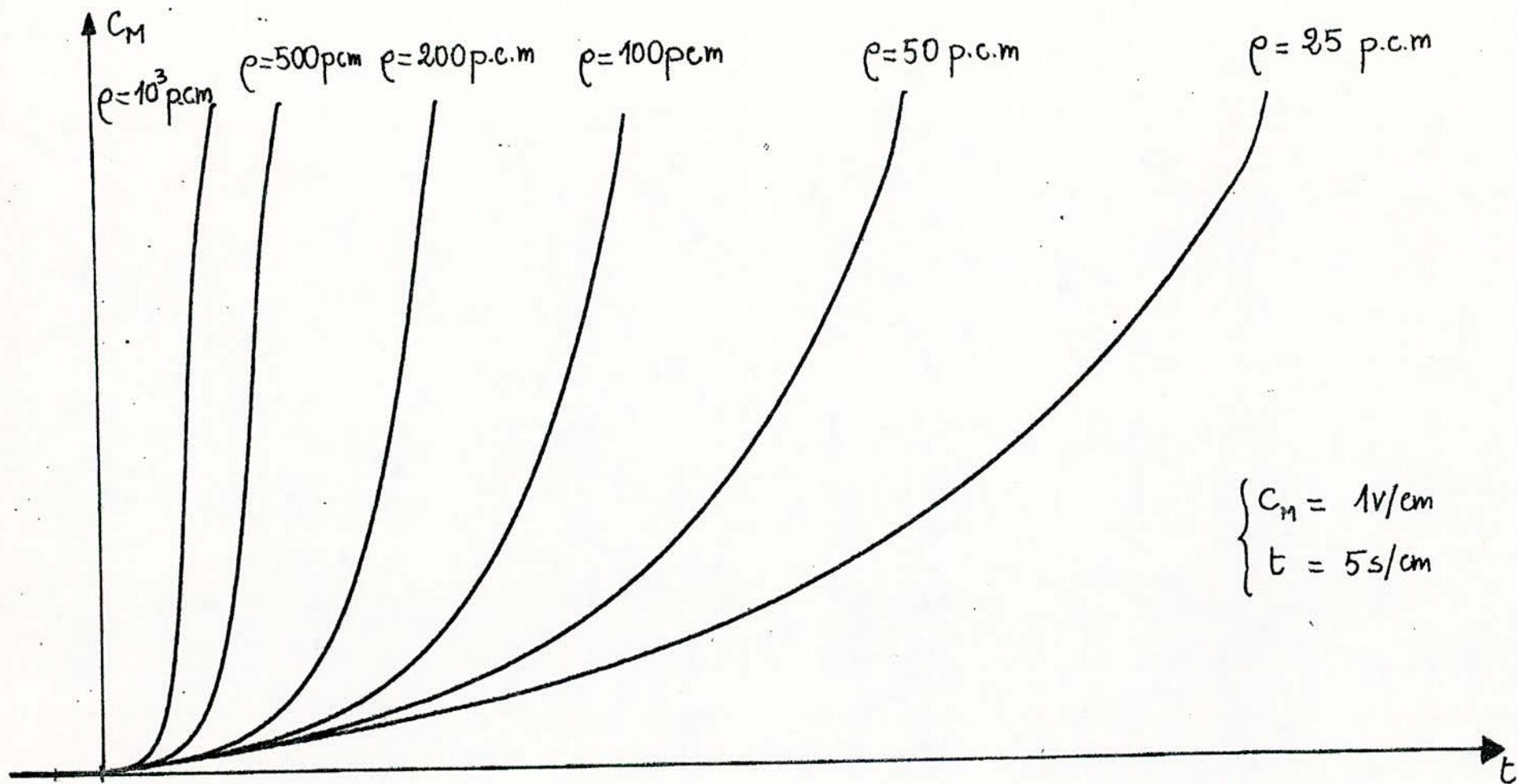


$$\begin{cases} y = 1\text{V/cm} \\ y' = 0,4\text{V/cm} \end{cases}$$

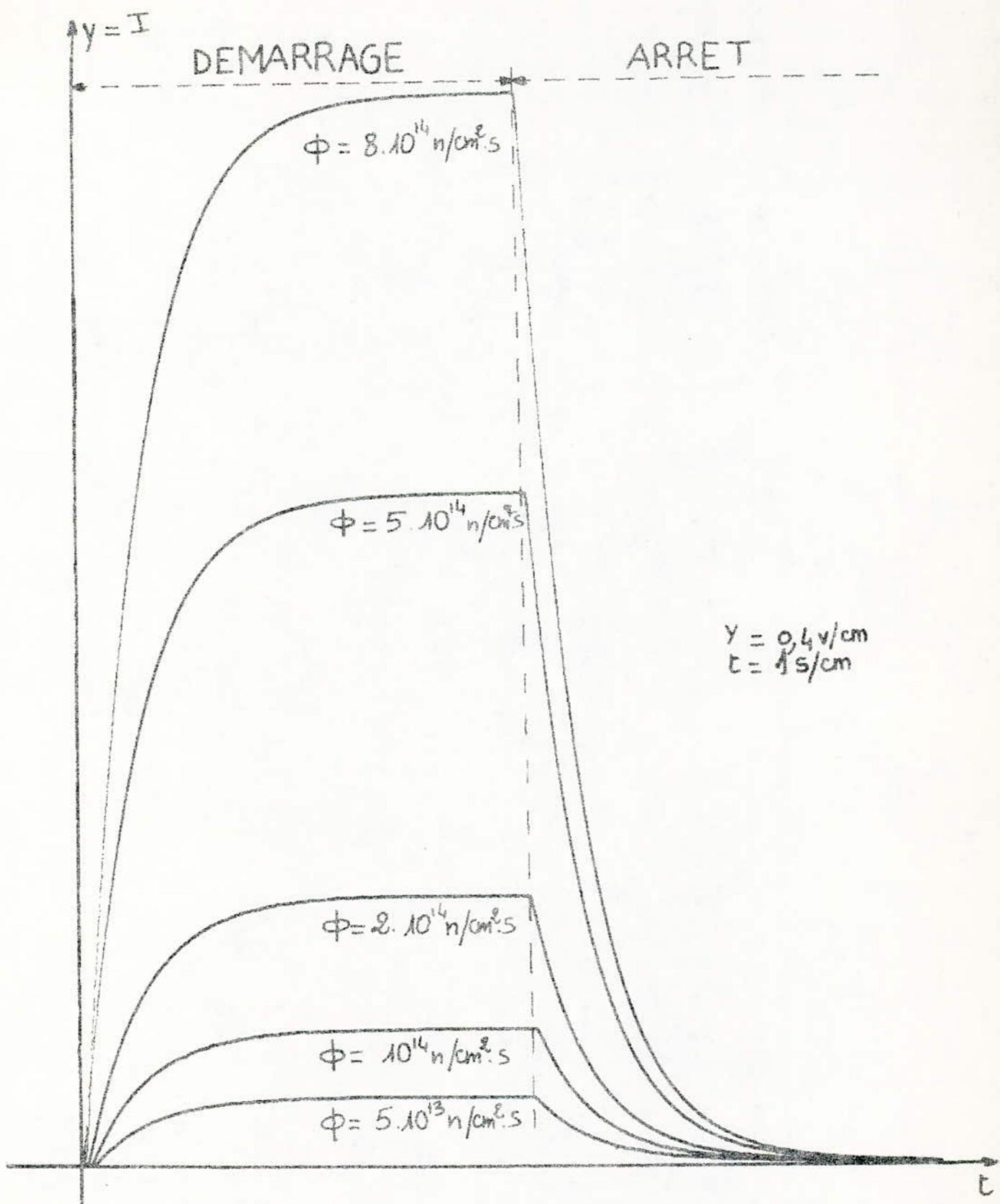
- Solution de l'équation de Van Der Pol
pour $a=5$



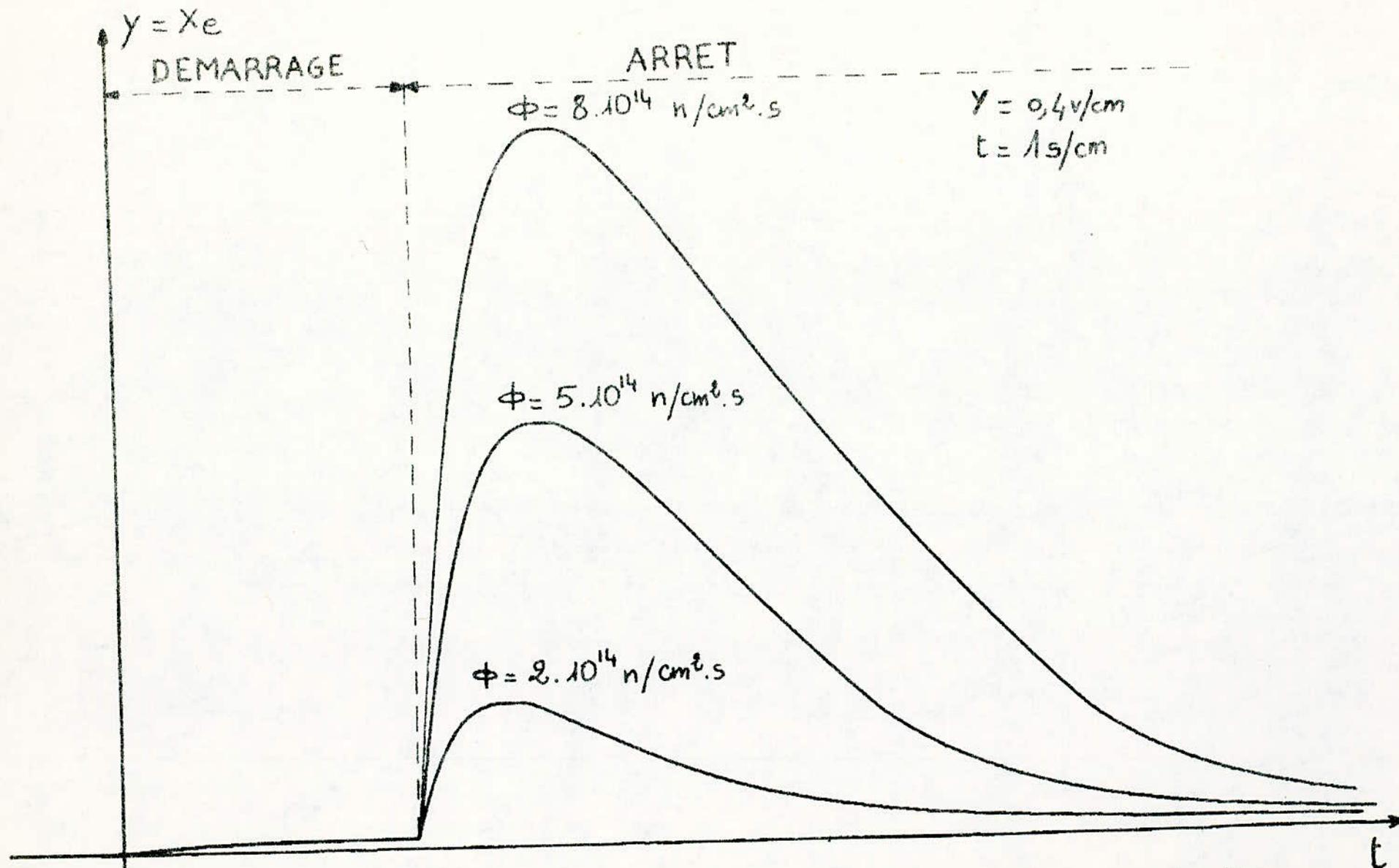
Cinétique du réacteur : Evolution de la puissance neutronique pour différents sauts de réactivité



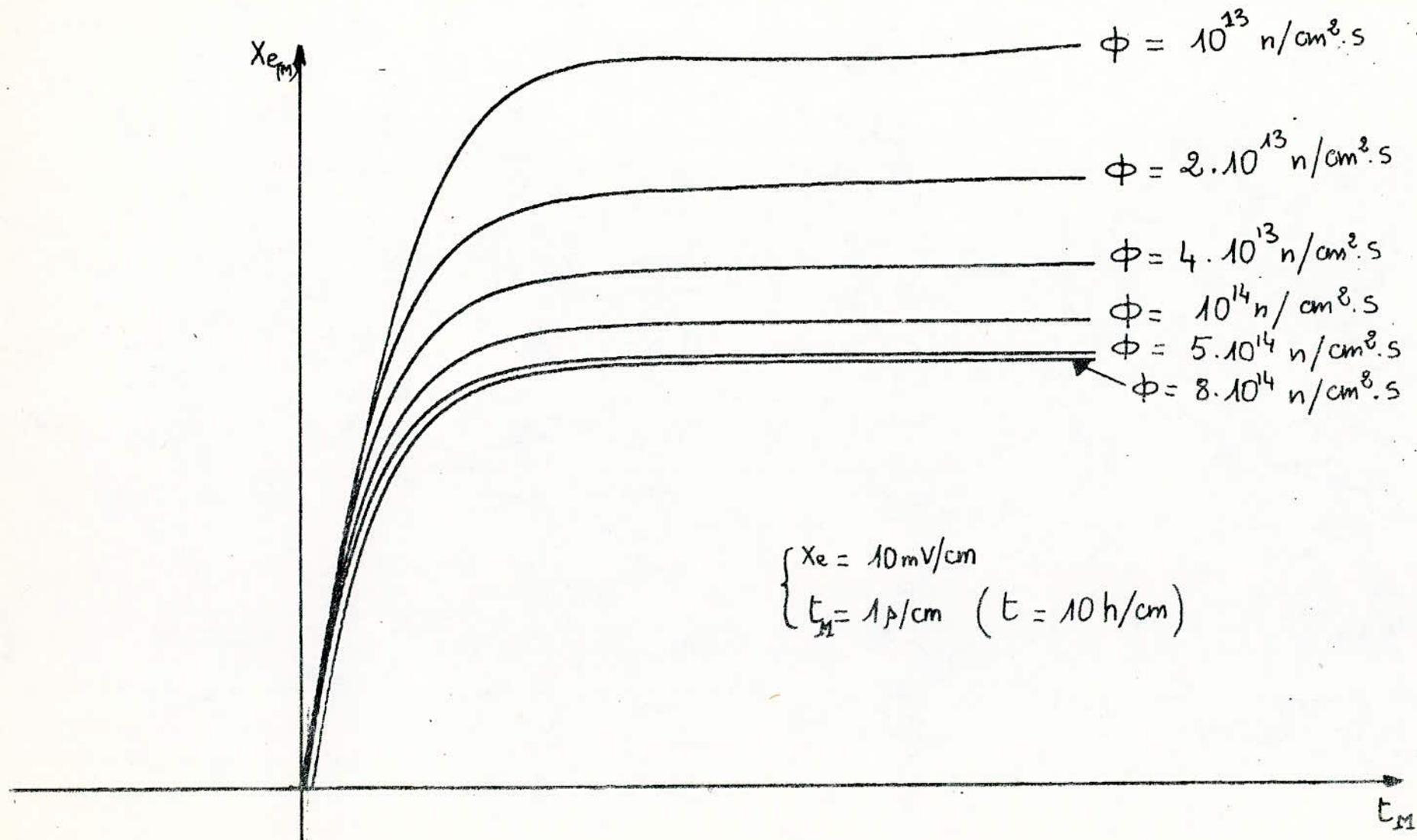
- Cinétique du réacteur : Evolution de la concentration en précurseurs -



- Evolution de la concentration en Iode -



Empoisonnement d'un réacteur par le Xénon :- Evolution de la concentration en Xénon -



Empoisonnement d'un réacteur : Evolution de la concentration en Xénon.

C - OPERATIONS ARITHMETIQUES REALISEES A L'AIDE D'AMPLIFICATEURS OPERATIONNELS:

C.1 INTRODUCTION :

Dans les opérations arithmétiques courantes, il convient de distinguer deux grandes classes :

- les opérations linéaires,
- les opérations non linéaires.

Les opérations linéaires telles que addition, soustraction etc... sont très faciles à réaliser à l'aide de circuits décrits au paragraphe II.

Nous nous intéresserons plus particulièrement dans le présent chapitre à l'étude de la deuxième classe d'opérations. Nous présenterons dans l'ordre le circuit logarithmique et le circuit anti-logarithmique.

Nous montrerons, ensuite, comment utiliser les circuits précédents pour réaliser la multiplication, la division, l'élévation à une puissance n et l'extraction d'une racine nième.

C.2 - AMPLIFICATEUR LOGARITHMIQUE :

C.2.a - INTRODUCTION :

Nous avons introduit au niveau du paragraphe 2.k du chapitre II l'intérêt et le principe de fonctionnement de l'amplificateur logarithmique.

Nous nous proposons de décrire les montages pratiques utilisés ainsi que quelques applications possibles de cet amplificateur.

Avant de passer aux montages pratiques nous préférons présenter rapidement les deux types de contre-réaction, diode ou transistor, utilisés dans les dits amplis.

C.2.b - UTILISATION D'UNE DIODE EN CONTRE - REACTION :

Cette étude ayant été faite en II-2-k, nous nous contentons de rappeler que la tension V_s se met sous la forme :

$$V_s = -\frac{k T}{e} \left(\log \frac{\alpha V_e}{R} - \log I_s \right) \quad (1)$$

C.2.c - UTILISATION D'UN TRANSISTOR EN CONTRE-REACTION :

Il existe trois possibilités de monter un transistor en contre-réaction dans les amplis logarithmiques.

- en diode
- en transdiode
- en transistor.

* α - EN DIODE :

La figure C-1 donne le schéma de principe de l'ampli logarithmique utilisant un transistor monté en diode. Dans ce montage on peut écrire :

$$I = I_B + I_C$$

Dans la mesure où $\beta \gg 1$ on pourra écrire :

$$I \approx I_C = \beta I_B$$

Ce qui donne :

$$I_C = I \left[1 - \frac{1}{\beta} \right]$$

Etant donné que :

$$V_s = -V_{CE} = -V_{BE}$$

$$V_C = I_s \exp \left(\frac{eV_{CE}}{kT} \right)$$

On tire

$$V_s = -\frac{kT}{e} \log \left(\frac{I}{I_s} \right) \left(1 - \frac{1}{\beta} \right)$$

ou bien :

$$\boxed{V_s = -\frac{kT}{e} \log \left(\frac{I}{I_s} \right)} \quad (2)$$

* β - EN TRANSDIODE :

La figure C.2 donne le schéma de principe de l'ampli logarithmique utilisant un transistor monté en transdiode .

La relation (2) est encore applicable.

* γ - EN TRANSISTOR :

La figure C-3 donne le schéma de principe de l'ampli logarithmique utilisant un transistor tel que monté en "transistor " .

La relation (2) est encore applicable .

C.2.d - MONTAGE PRATIQUE :

Les relations précédentes montrent que la tension de sortie est fonction de la température par l'intermédiaire des termes I_s et $\frac{kT}{e}$.

Pour palier cet inconvénient on utilise le schéma donné figure C-4.

Dans ce schéma on pourra écrire :

$$V_s = V_e \cdot \frac{R' + R_1}{R_1}$$

$$V_o = - \frac{k T}{e} \left(\log \frac{V_e}{R} - \log I_s \right)$$

$$V = V_{D2} + V_o$$

$$V_{D2} = \frac{k T}{e} \log \left(\frac{I}{I_s} \right)$$

On tire :

$$V_s = - \frac{k T}{e} \left(\frac{R' + R_1}{R_1} \right) \log \frac{V_e}{R} \quad (3)$$

La relation (3) montre que la tension de sortie est indépendante de I_s . Elle dépend cependant toujours de $\frac{k T}{e}$. Pour compenser cet effet, on pourra introduire en série avec R_1 , une résistance R_T dont la valeur dépend de la température. Dans la pratique, le montage de la figure C-4. est rarement utilisé. On lui préfère le circuit donné figure C-5, dans lequel la diode D_1 est remplacée par un transistor T_1 monté en transdiode et la diode D_2 , par un transistor T_2 .

Dans ce montage :

$$I_{C1} = \frac{V_e}{R}$$

Dans la mesure où on peut négliger $V_{Be1} - V_{Be2}$ devant V_{CC} et I_{B2} devant I_{C2} , on pourra écrire :

$$I_{C2} = \frac{V_{CC}}{R_6}$$

Comme :

$$V = V_{Be1} - V_{Be2} = \frac{k T}{e} \log I_{C1} - \frac{k T}{e} \log I_{C2}$$

Ou encore :

$$V = \frac{k T}{e} \log \left(\frac{V_e}{R} \cdot \frac{R_6}{V_{CC}} \right)$$

On obtient :

$$V_s = - V \left(\frac{R_7 + R_8}{R_7} \right) = - \frac{k T}{e} \left(\frac{R_7 + R_8}{R_7} \right) \log \left(\frac{V_e}{R} \cdot \frac{R_6}{V_{CC}} \right) \quad (4)$$

C.3 - CIRCUIT A REPONSE ANTILOGARITHMIQUE :

La figure C-6 donne le schéma de principe d'un circuit à réponse anti-logarithmique.

Le courant direct I_D traversant la diode étant lié à la tension V_D aux bornes de celle-ci par la relation :

$$I_D = I_S \exp \left(\frac{eV_D}{kT} \right)$$

On pourra écrire compte tenu du fait que :

$$V_e = V_D$$

$$V_S = -R I_D$$

$$V_S = -R I_S \exp \left(\frac{eV_e}{kT} \right) \quad (5)$$

Relation qui montre que la tension de sortie est proportionnelle à l'anti-logarithme de la tension d'entrée.

Le schéma de la figure C-7 nous permet d'écrire :

$$V_S = R' I_{D2}$$

avec : $I_{D2} = I_S \exp \left(\frac{eV_{D2}}{kT} \right) = I_S \exp \left(-\frac{eV_2}{kT} \right)$

comme :

$$V_2 = V_1 - V_{D1}$$

et que :

$$V_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_e$$

$$V_{D1} = -\frac{kT}{e} \log \left(\frac{I_{D1}}{I_S} \right)$$

Il vient :

$$V_S = R' I_{D1} \exp \left(\frac{-e}{kT} \cdot \frac{V_e R_1}{V_1 + R_2} \right)$$

Le montage pratique utilisé est donné figure C-8

C.4 - CIRCUIT MULTIPLIEUR :

La multiplication de deux fonctions X et Y est chose courante. Le circuit donne figure C-9 montre qu'il est possible d'obtenir un tel produit par l'association de circuits logarithmiques et antilogarithmiques.

C.5 - CIRCUIT DIVISEUR :

La division de deux fonction X et Y est une chose aussi courante que la multiplication de ces deux fonctions. La figure C-10 mentre un schéma pouvant être utilisé pour effectuer la division.

C.6 - RESOLUTION DE L'EQUATION $Y = X^n$:

La résolution de l'équation $Y = X^n$ est très courante .

La figure C-11 montre un schéma de principe pouvant être utilisé pour résoudre l'équation précédente.

III.B. GENERATEUR DE FONCTIONS :

B.1. INTRODUCTION :

Si l'on désire montrer l'intérêt des générateurs de signaux en électronique, on pourrait dire en un mot que sans ^{aux} le terme électronique analogique ou numérique serait un vain mot.

Nous nous proposons de décrire très brièvement le principe de fonctionnement de circuits électroniques permettant de générer des signaux de forme couramment rencontrés dans la pratique :

- générateur de signaux carrés,
- générateur de signaux triangulaires,
- générateur de signaux sinusoïdaux,
- générateur de signaux en marches d'escalier
- générateur de dents de scie.

B.2. GENERATEUR DE SIGNAUX CARRÉS ET TRIANGULAIRES:

La figure B.1 donne le schéma de principe d'un circuit capable de générer des signaux carrés et triangulaires.

Ce circuit fonctionne de la façon suivante :

L'amplificateur A_1 compare la tension V_A à la tension de référence V_B . La sortie de ce comparateur possède deux états stables discrets $\pm V_{CC}$.

Supposons qu'à l'instant $t=0-\epsilon$, la tension de sortie soit positive et égale à $+V_{CC}$. Dans ce cas :

$$V_B(0-\epsilon) = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

Le condensateur C se charge alors à travers la résistance R , jusqu'à une valeur égale à $V_B(0-\epsilon)$. Dès que ce seuil est atteint, le comparateur bascule. La tension de sortie passe à $-V_{CC}$, de sorte que la tension de référence V_B passe à une valeur :

$$V_B(0) = -\frac{R_1}{R_1 + R_2} V_{CC}$$

Le condensateur C se charge alors jusqu'à une valeur égale à $V_B(0)$. Le circuit rebascule alors dans l'état initial et le cycle précédent recommence.

Comme on peut le constater, le circuit précédent fournit deux signaux :

- un signal carré $V_s(t)$ en sortie,
- un signal triangulaire $V_A(t)$ au point A.

Un calcul élémentaire permet de montrer que la période T des signaux précédents est donnée par la relation :

$$T = 2 RC \log \left(1 + \frac{2R_1}{R_2} \right)$$

Le signal triangulaire ayant une allure exponentielle, nous avons été conduit à limiter au maximum le taux de réaction $\frac{R_1}{R_1 + R_2}$ et d'amplifier le signal ainsi obtenu pour obtenir un signal triangulaire de niveau désiré.

Par un choix judicieux des éléments, il est possible d'obtenir des signaux carrés et triangulaires dont la fréquence varie entre quelques H_3 et une centaine de kH_3 en cinq gammes.

Le potentiomètre P_1 est prévu pour faire varier la fréquence dans l'intervalle couvert par chaque gamme.

Le potentiomètre P_2 est utilisé pour obtenir une bonne symétrie dans la forme du signal.

Nous avons utilisé deux amplificateurs opérationnels du type MC.1709.

Le tableau suivant donne les valeurs des paramètres utilisés :

$P_1 = 470 \text{ k}\Omega$	$R_6 = 10 \text{ k}\Omega$	$C_2 = 56 \text{ pF}$
$P_2 = 100 \text{ k}\Omega$	$R_5 = 1,2 \text{ k}\Omega$	$R_9 = 470 \text{ }\Omega$
$R_1 = 1 \text{ k}\Omega$	$R_7 = 100 \text{ }\Omega$	
$R_2 = 150 \text{ }\Omega$	$R_8 = 15 \text{ k}\Omega$	
$R_3 = 100 \text{ k}\Omega$	$C_1 = 220 \text{ pF}$	
$R_4 = 7,5 \text{ k}\Omega$		

Les valeurs de condensateurs utilisés varient par bonds puissance de 10 entre 1 nF et 10 μF .

B-3 CONFORMATEURS DE SIGNAUX :

Les conformateurs permettent d'obtenir des signaux de forme quelconque. Ces circuits utilisent la propriété de reconstituer une courbe quelconque en la considérant comme une succession de segments de droite, qui seront générés par des diodes convenablement polarisées. Il va de soi que la précision dans la reconstitution augmente avec le nombre de segments de droite utilisés.

La figure B-2 montre que par un choix judicieux des éléments R_{An} , R_{Bn} , V_e , V_{ref} il est possible de générer une courbe ayant la forme indiquée figure (B-3).

On montre en effet que le courant I_{Dn} traversant la diode n est donné par la relation:

$$I_{Dn} = \frac{V_e}{R_{An}} - \frac{V_{ref}}{R_{Bn}}$$

Cette relation montre que la diode commence à conduire pour une tension d'entrée $V_{en}(o)$ égale à :

$$V_{en}(o) = \frac{R_{An}}{R_{Bn}} V_{ref}$$

Il s'ensuit qu'en répartissant judicieusement R_{A1}/R_{B1} , R_{A2}/R_{B2} ... on pourra synthétiser une courbe de forme quelconque. A titre d'application, nous allons étudier un synthétiseur permettant de générer une sinusoïde à partir d'un signal d'entrée triangulaire.

Cette étude sera faite en se référant à la fig (B-4).

Pour comprendre la méthode utilisée pour calculer les éléments du montage, il suffira de se reporter à la figure (B-5) dans laquelle sont représentés un signal triangulaire OT d'équation $y_1 = x$ et un signal sinusoïdal d'équation $y_2 = \sin x$; le paramètre x étant exprimé en radians.

Cette figure montre que pour :

$$x = \frac{\pi}{2} \longrightarrow \begin{cases} y_2 = SM = 1 \\ y_1 = TM = OM = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Les relations précédentes montrent que, pour x donné le rapport des amplitudes entre le signal triangulaire et le signal sinusoïdal est égal à :

$$\frac{TM}{SM} = \frac{\pi}{2} = 1,57.$$

Dans le circuit que nous avons réalisé, nous partons d'un signal de 10V crête à crête, ce qui nous permet d'obtenir un signal sinusoïdal d'amplitude de 6,36V crête à crête.

Nous avons choisi pour synthétiser la courbe quatre points de cassure correspondants aux angles : 30°, 50°, 67°, 80°.

Compte tenu du fait que les tangentes aux points de cassure ont pour équations $y' = \text{Cos } x$, et étant donné que, dans le cas choisi l'amplitude $y_2(x)$ de la sinusoïde est donnée par la relation :

$$y_2(x) = 3,18 \sin x.$$

on déduit :

Angle x	Sin x	Cos x	U=3,18 Sin x
30°	0,500	0,866	1,59 V
50°	0,766	0,643	2,44 V
67°	0,921	0,391	2,93 V
80°	0,985	0,174	3,14 V

Si l'on tient compte du fait que la chute de tension des diodes OA 95 est de l'ordre de 0,2V, on en déduit que :

Les diodes conduisent pour des tensions $U = 1,39V; 2,24V; 2,73V$ et $2,94V$ respectivement.

Compte tenu du fait que les pentes des tangentes aux points de cassure correspondent aux rapports :

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} ; \frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} ; \dots \text{ etc, on en déduit que, connaissant}$$

R_1 , il est possible de déterminer de proche en proche R_2, R_3, R_4

Nous avons pris $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$, ce qui nous donne compte tenu des valeurs indiquées dans le tableau donné plus haut $R_2 = 51 \text{ k}\Omega$; $R_3 = 22 \text{ k}\Omega$; $R_4 = 10 \text{ k}\Omega$.

Nous avons utilisé deux transistors dont le β est de l'ordre de 100; un PNP du type 2907 et un NPN du type 1308. Nous avons imposé un courant de polarisation. I_E de l'ordre de 5mA, un courant de pont I égal à $10 I_B$ et une tension d'alimentation de 15 V, ce qui nous donne.

Compte tenu de ce qui précède :

$$R_{B1} = 22 \text{ k}\Omega \text{ et } R_{B2} = 7 \text{ k}\Omega.$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0,86 \longrightarrow R_2 = 51 \text{ k}\Omega.$$

$$\frac{R_2 // R_3}{R_1 + R_2 // R_3} = 0,64 \longrightarrow R_3 = 22 \text{ k}\Omega .$$

$$\frac{R_3 // R_2 // R_4}{R_1 + R_3 // R_2 // R_4} = 0,39 \longrightarrow R_4 = 10 \text{ k}\Omega .$$

et

$$R'_1 = R''_2 = 330 \Omega$$

$$R'_2 = R''_2 = 150 \Omega$$

$$R'_3 = R''_3 = 100 \Omega$$

$$R'_4 = R''_4 = 47 \Omega .$$

B-4- GENERATEUR DE SIGNAUX EN MARCHES D'ESCALIER :

Il existe plusieurs moyens de générer des signaux ayant la forme des marches d'escalier. Il convient cependant de signaler que les montages utilisés donnent généralement des marches d'escalier, dont la hauteur varie d'une façon irrégulière. L'utilisation de circuits logiques permet de palier cet inconvénient.

La figure (B-6) donne le schéma de principe du montage utilisé ainsi que le chronogramme des signaux obtenus au niveau des différentes électrodes.

A titre d'application nous avons utilisé des signaux marches d'escalier fournis à partir du circuit précédent pour réaliser un circuit permettant la visualisation automatique des caractéristiques statiques d'un transistor.

La figure (B-7) donne le schéma de principe utilisé .

Le montage montre que les marches d'escalier sont utilisées pour faire varier par bonds la valeur du courant de base du transistor. L'excursion de la tension V_{CE} est obtenue par intégration du signal Q_A .

B.5 GENERATEUR DE SIGNAUX EN DENTS DE SCIE

La figure B-8 donne le schéma de principe d'un générateur de signaux ayant la forme de dents de scie. Ce circuit est constitué d'un comparateur suivi d'un intégrateur.

Pour comprendre son principe de fonctionnement, il suffira de remarquer que, d'après le principe de superposition on a :

$$V_B = \frac{V_{S'}}{R_2 + R_4} \cdot R_2 + \frac{V_S}{R_2 + R_3} \cdot R_2$$

Dans ce cas, l'envoi d'une impulsion à l'entrée inverseuse, du comparateur se traduit par le passage de la tension $V_{S'}$ à une valeur voisine de $-V_{CC}$ qui contribue à bloquer la diode D_2 .

Le condensateur C se charge alors avec une constante de temps RC. La tension de sortie V_S augmente alors jusqu'à atteindre un seuil suffisant pour faire basculer la sortie $V_{S'}$ dans l'état $+V_{CC}$. Ce qui entraîne la saturation de la diode D_2 permettant ainsi la décharge rapide du condensateur C. Le circuit est alors prêt à être redéclenché.

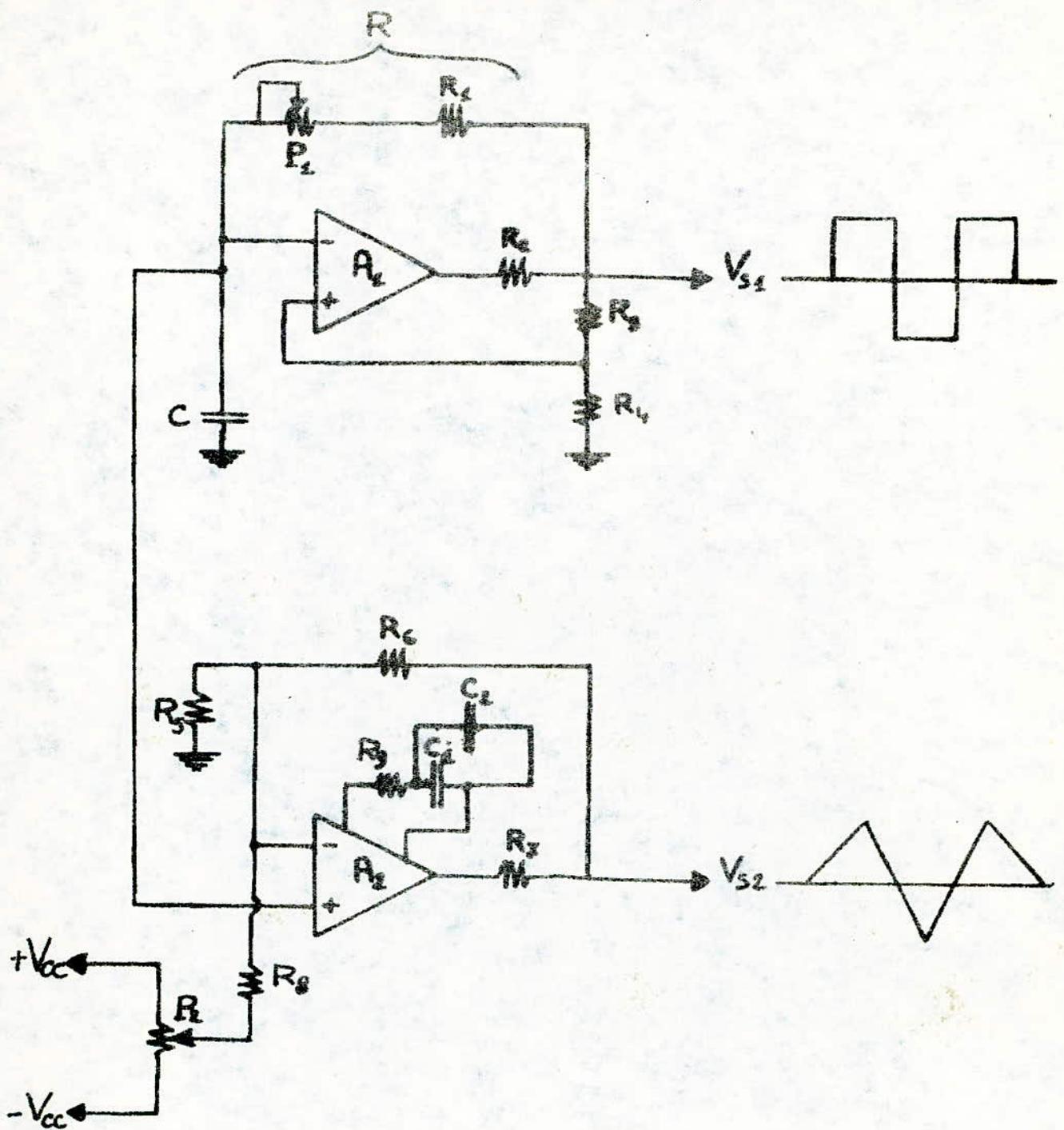


Fig. B.1 - Générateur de signaux carrés et triangulaires

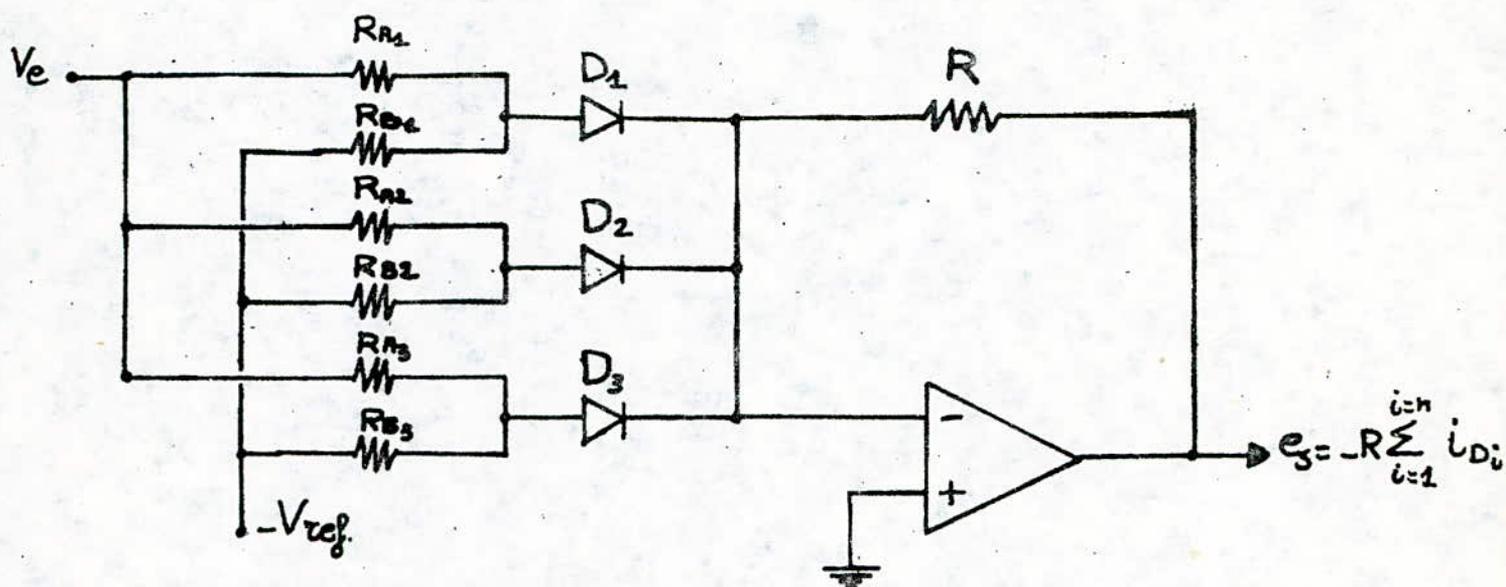


Fig. B.2 - Schéma de principe

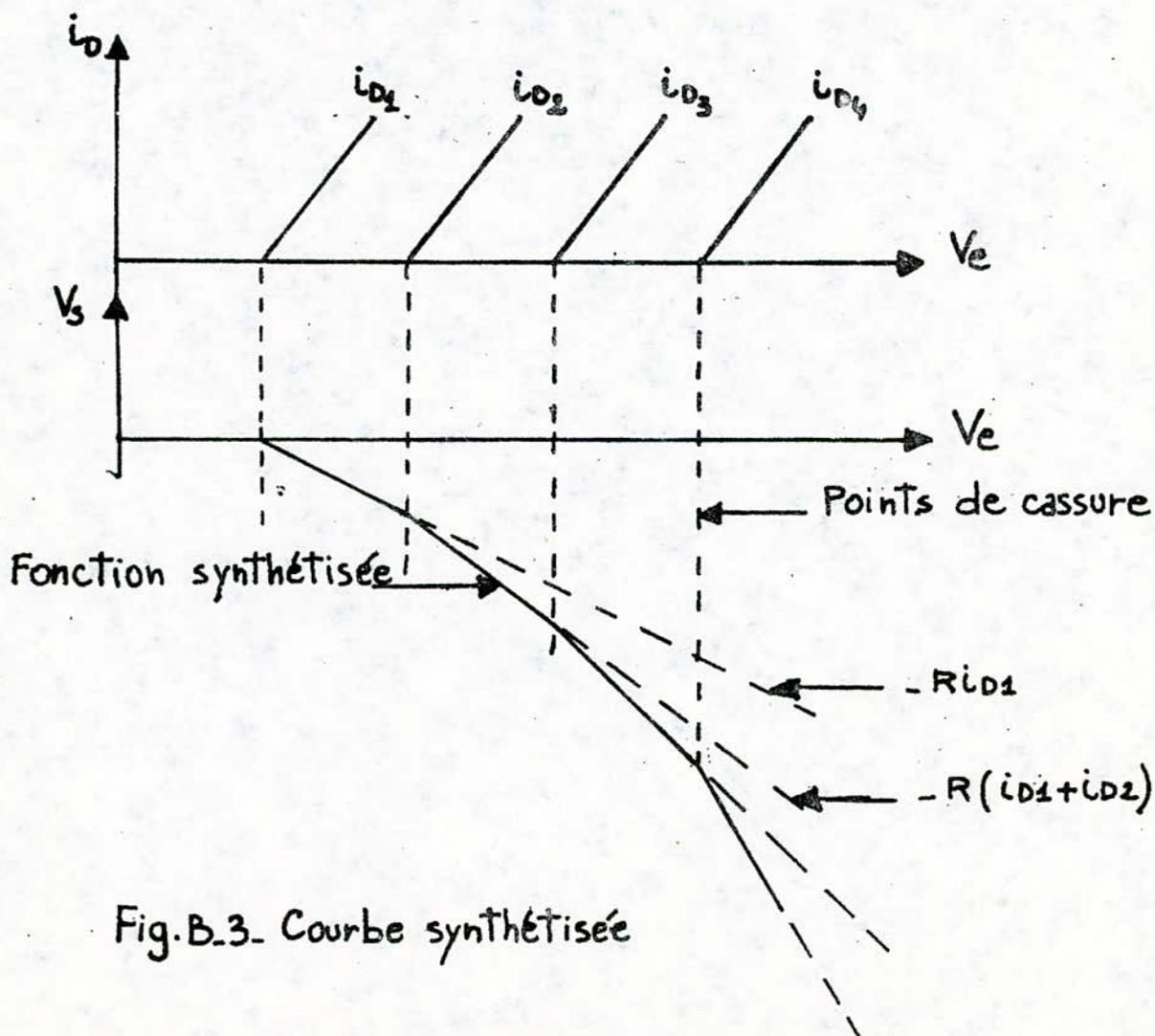


Fig. B.3 - Courbe synthétisée

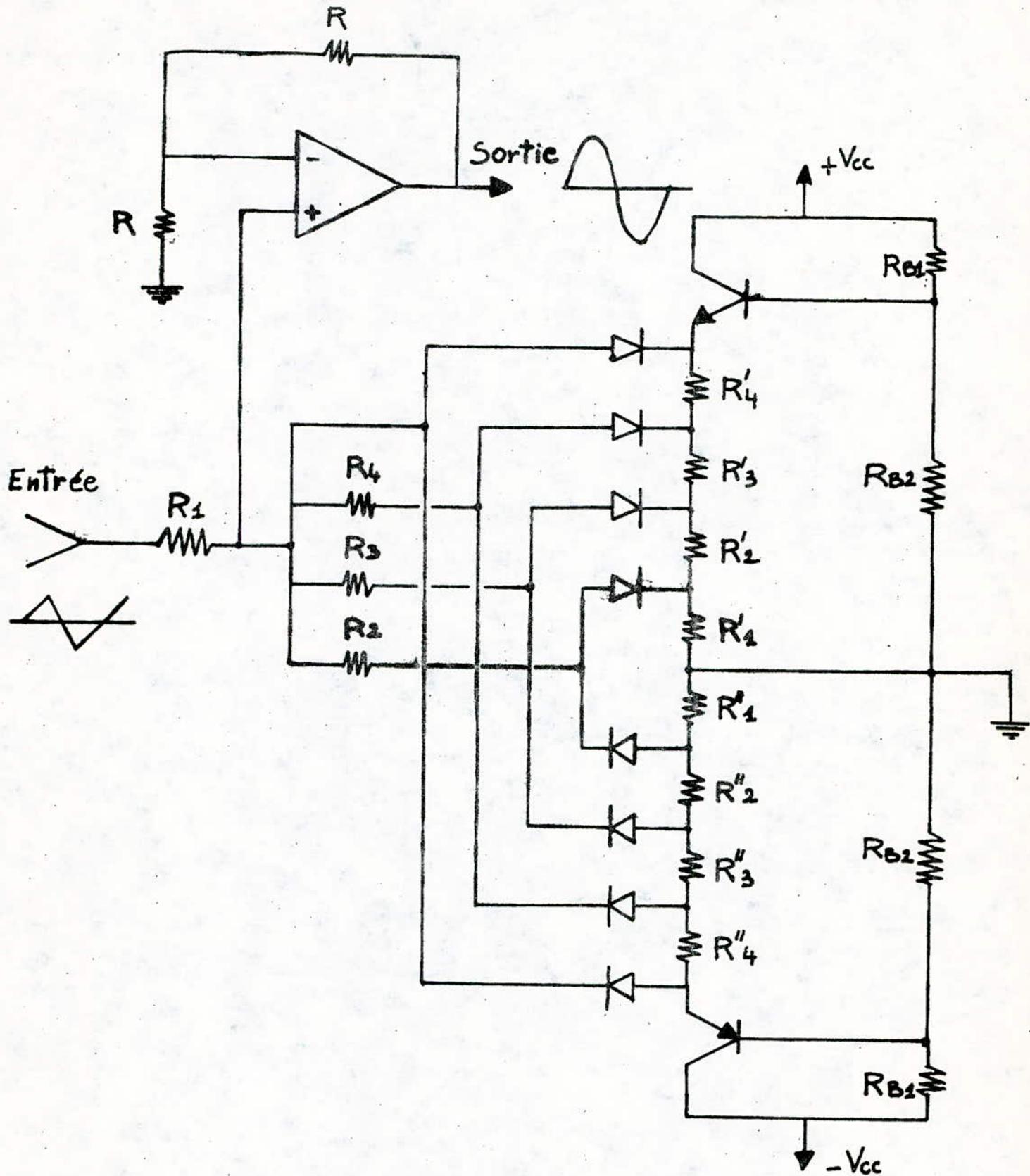


Fig. B-4 - Schéma pratique pour l'obtention d'une sinusoïde

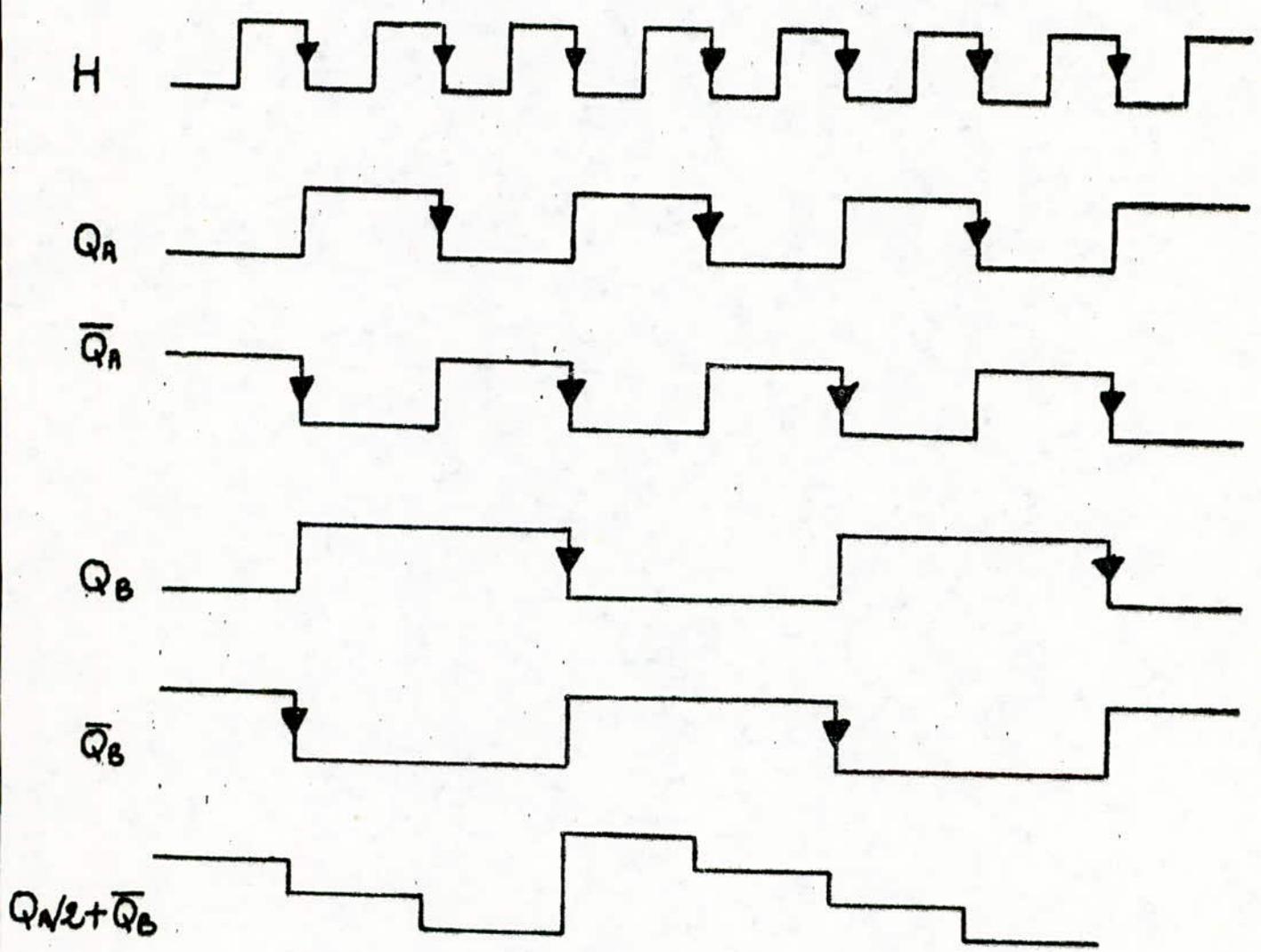
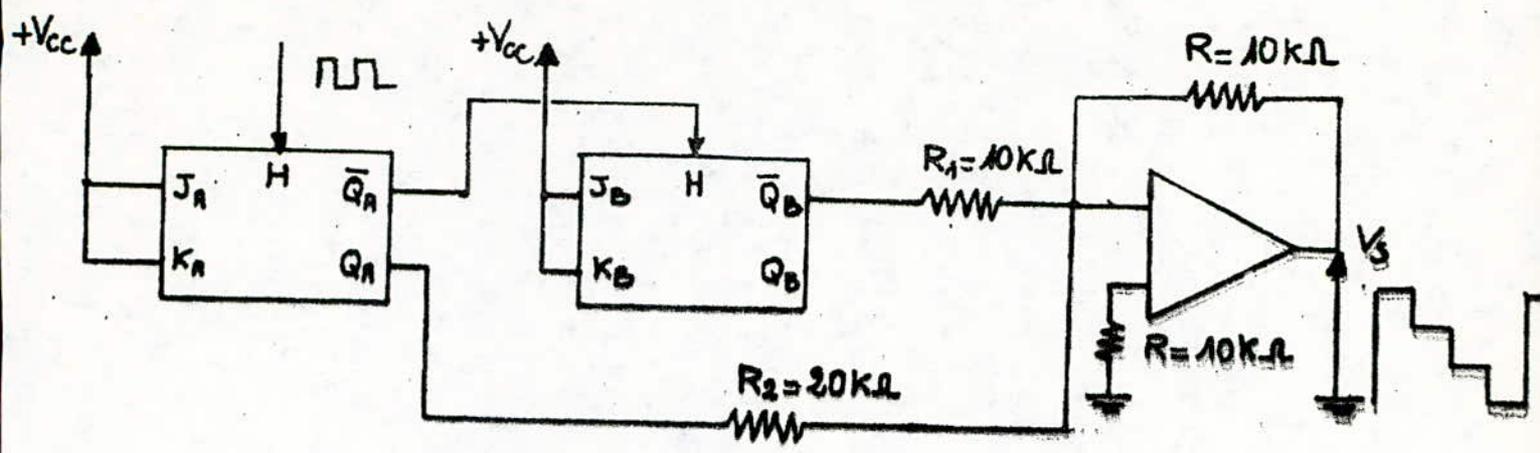


Fig-B.6. Schéma de principe et chronogramme -

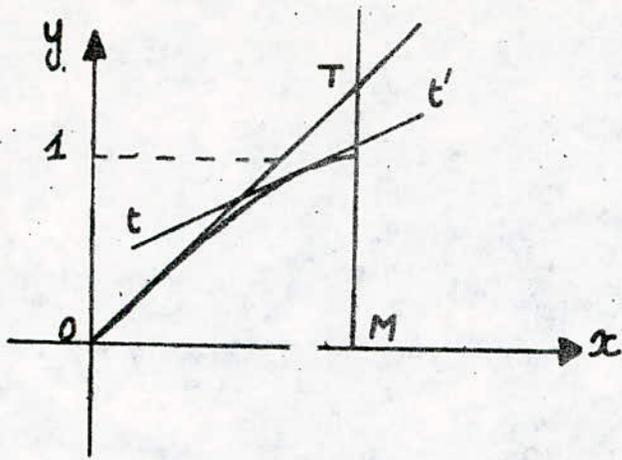


Fig. B-5.

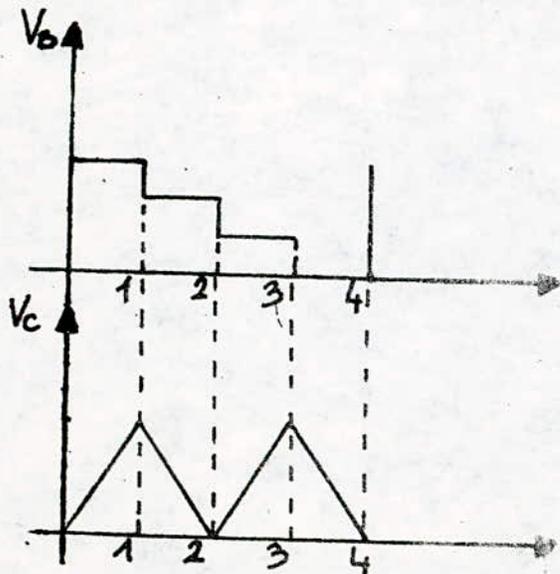
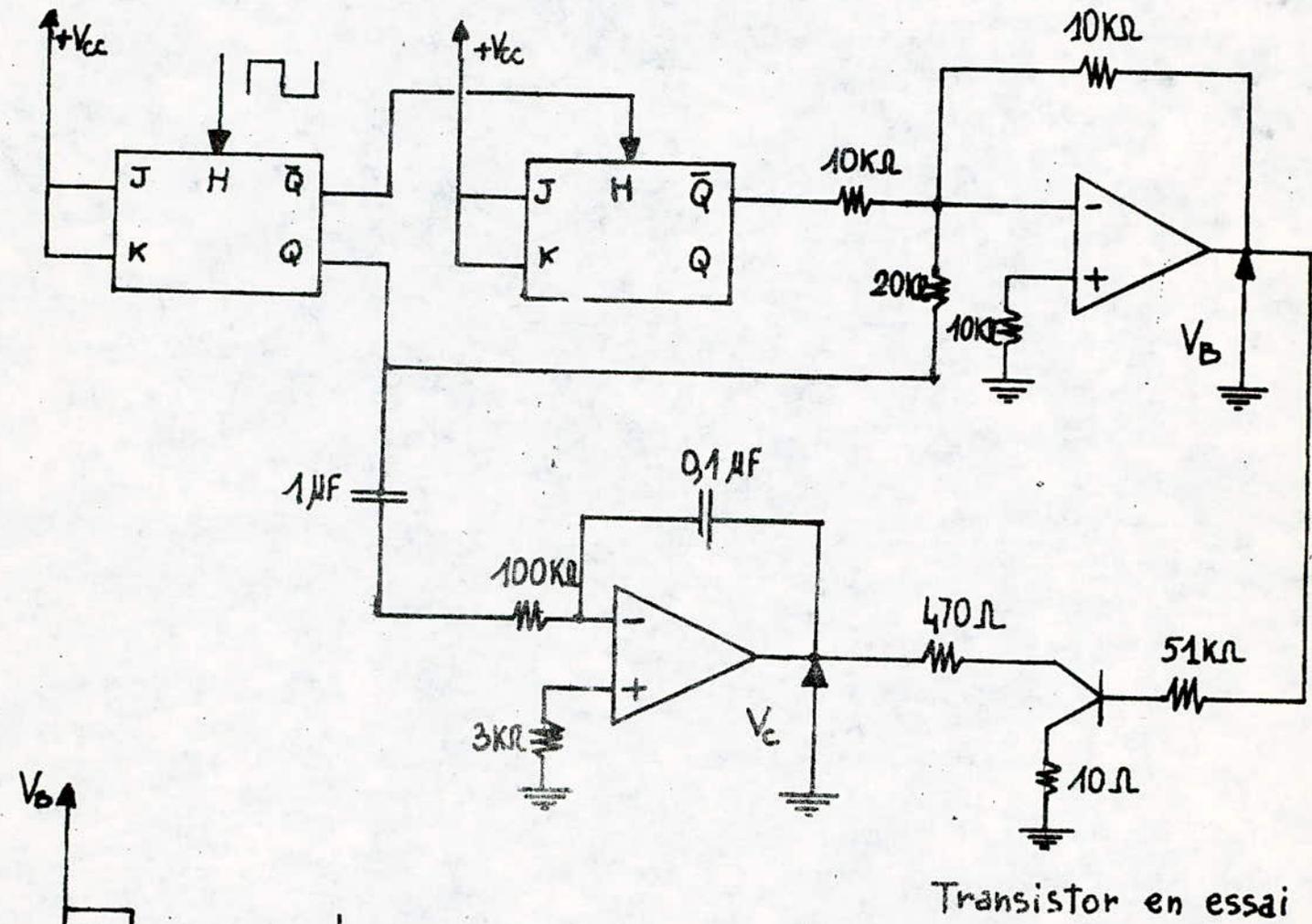


Fig. B-7. Transistormètre.

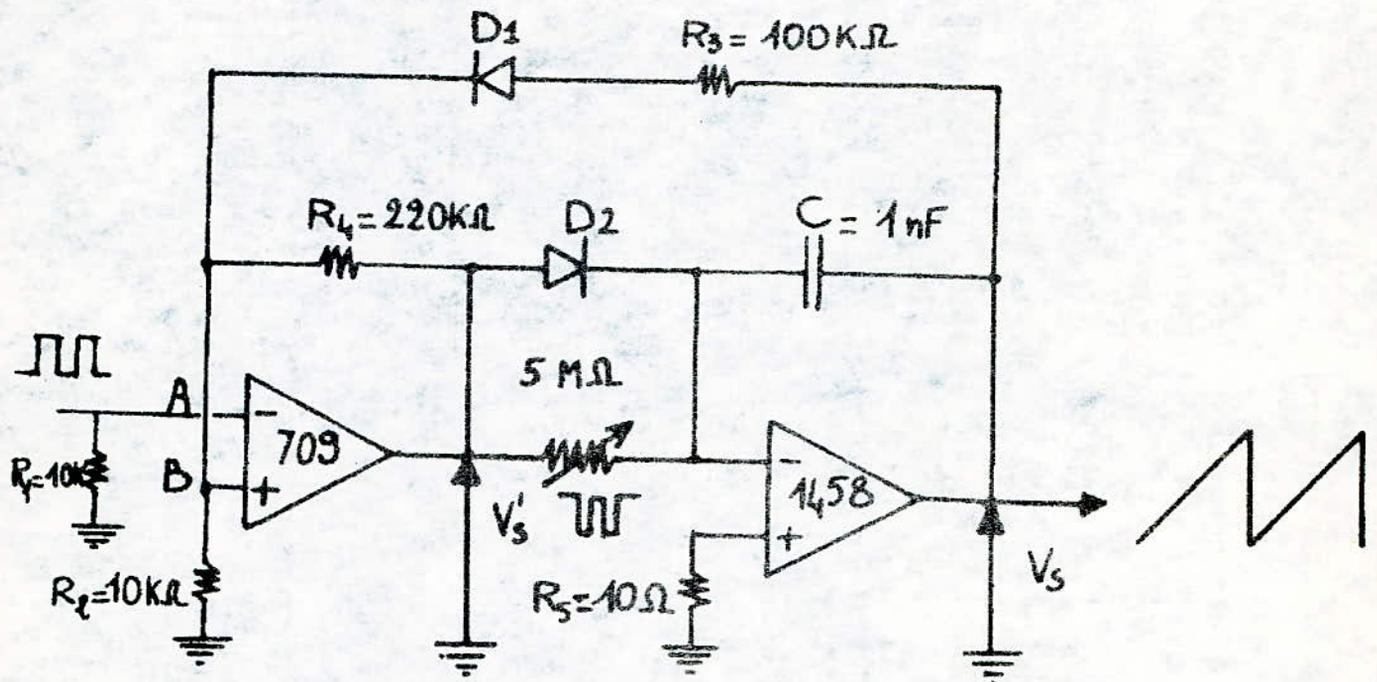


Fig.B-B. Générateur de signaux en dents de scie

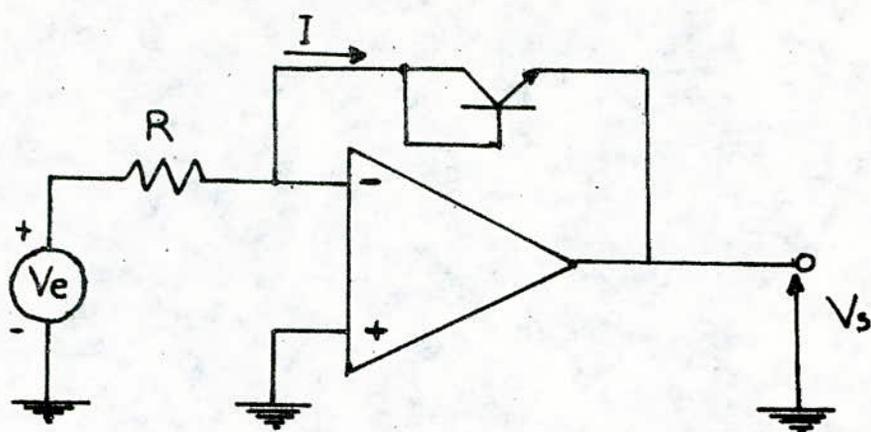


Fig: C1 - Connexion en diode -

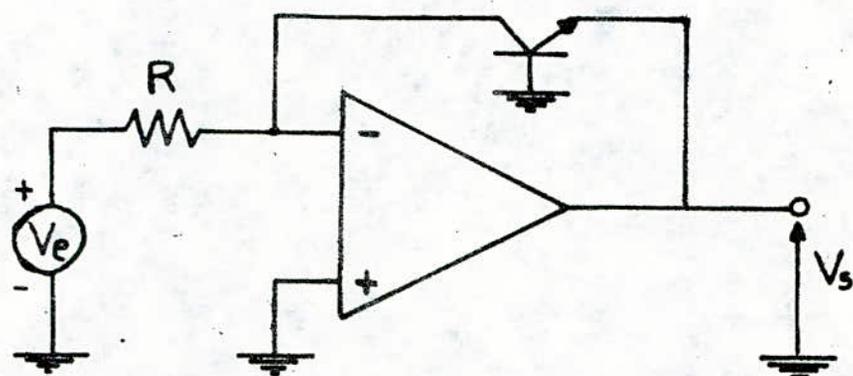


Fig: C2 - Connexion en "transdiode" -

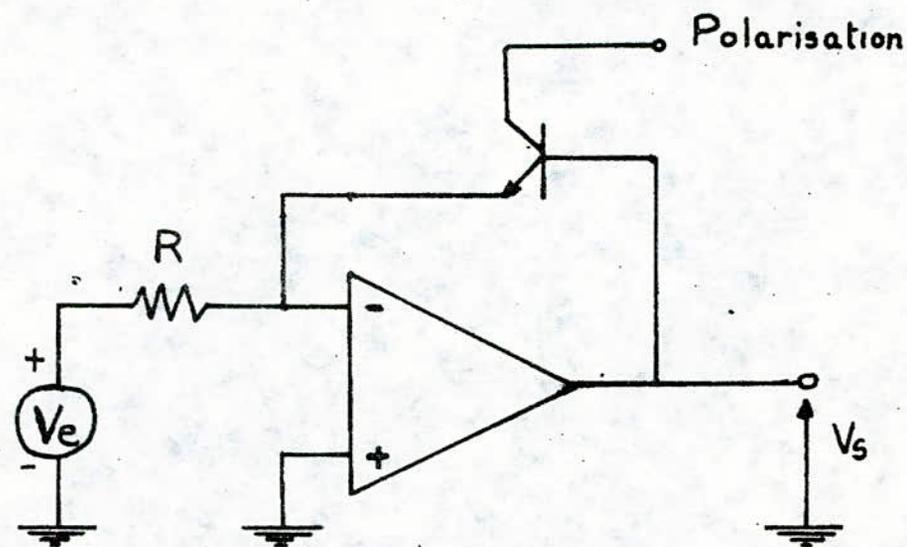


Fig: C3 - Connexion en transistor -

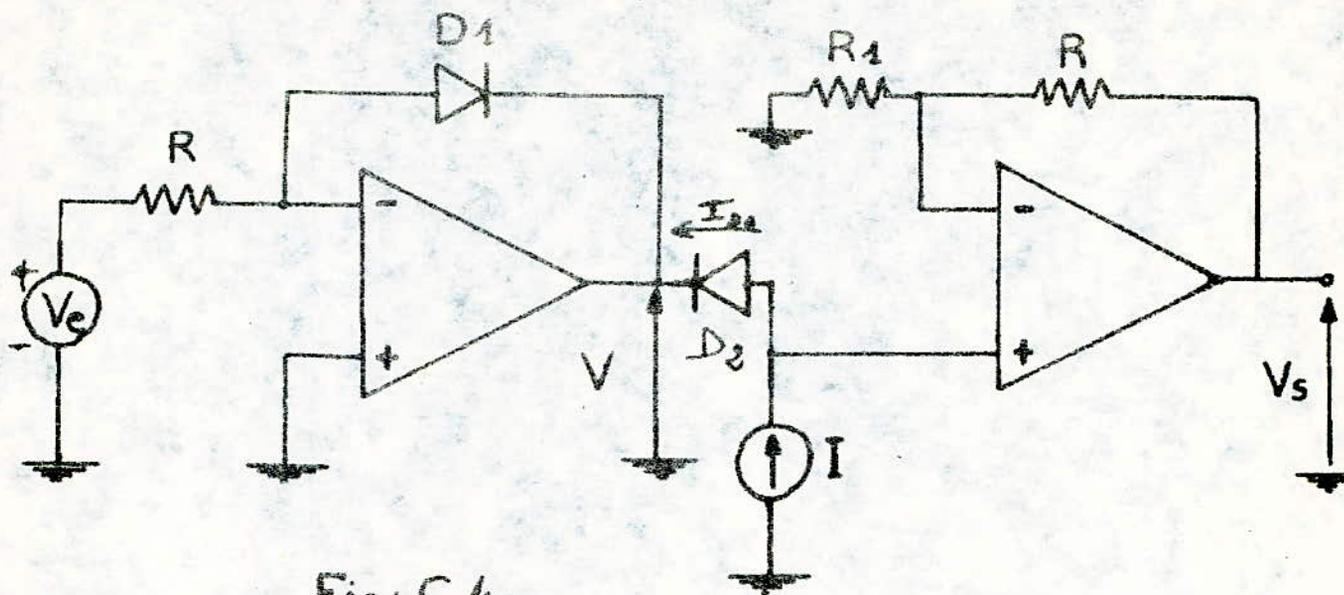


Fig: C4

- Schéma utilisé -

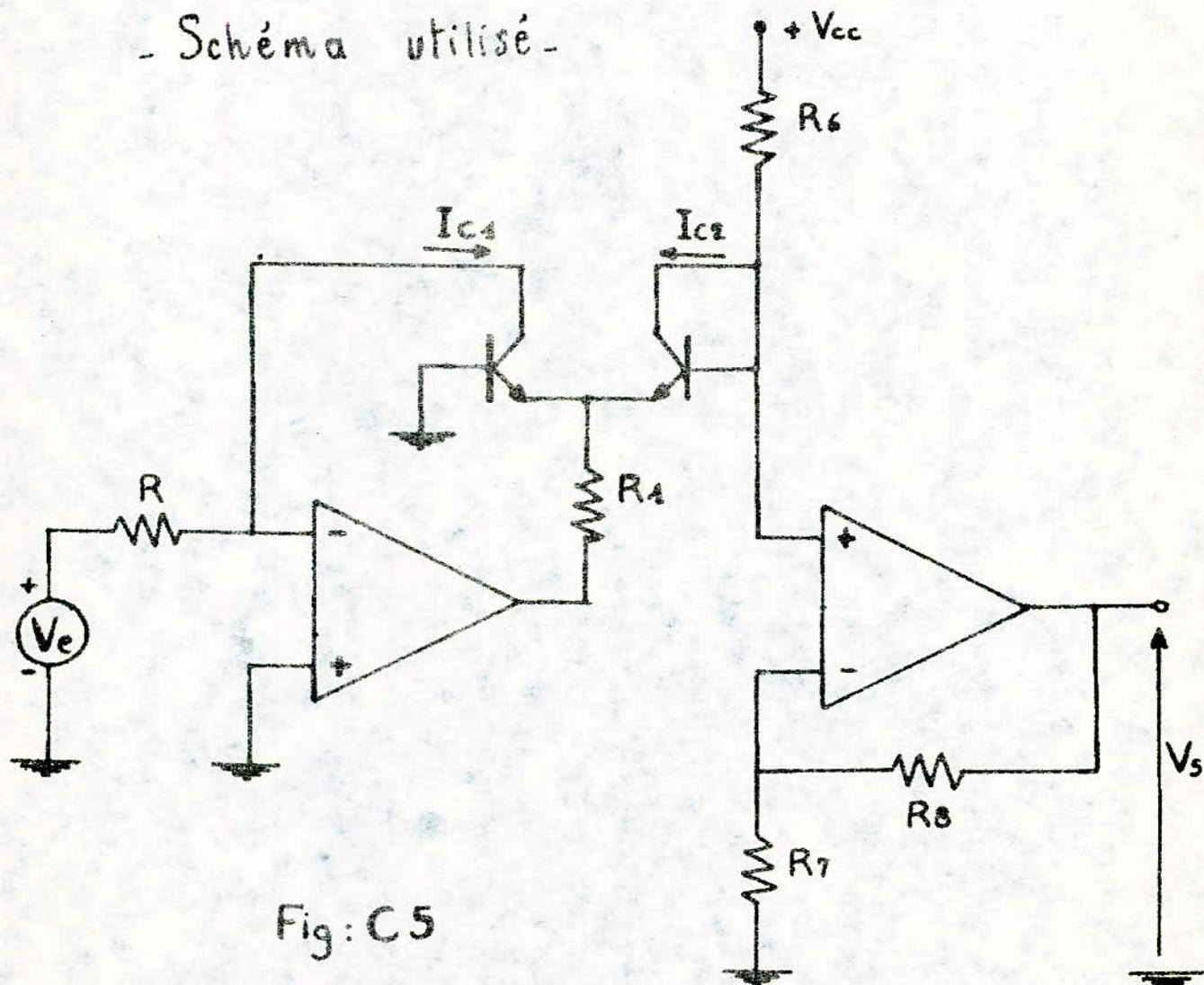


Fig: C5

- Schéma Pratique -

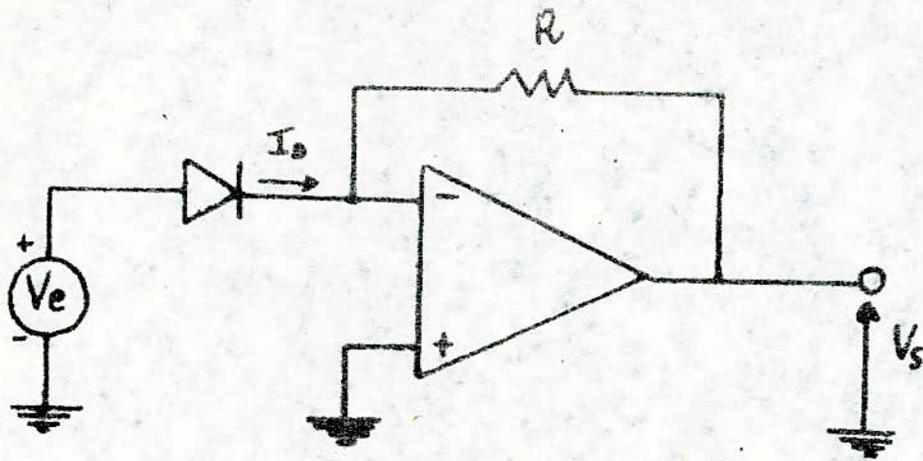


Fig: C6 - Schéma de Principe -

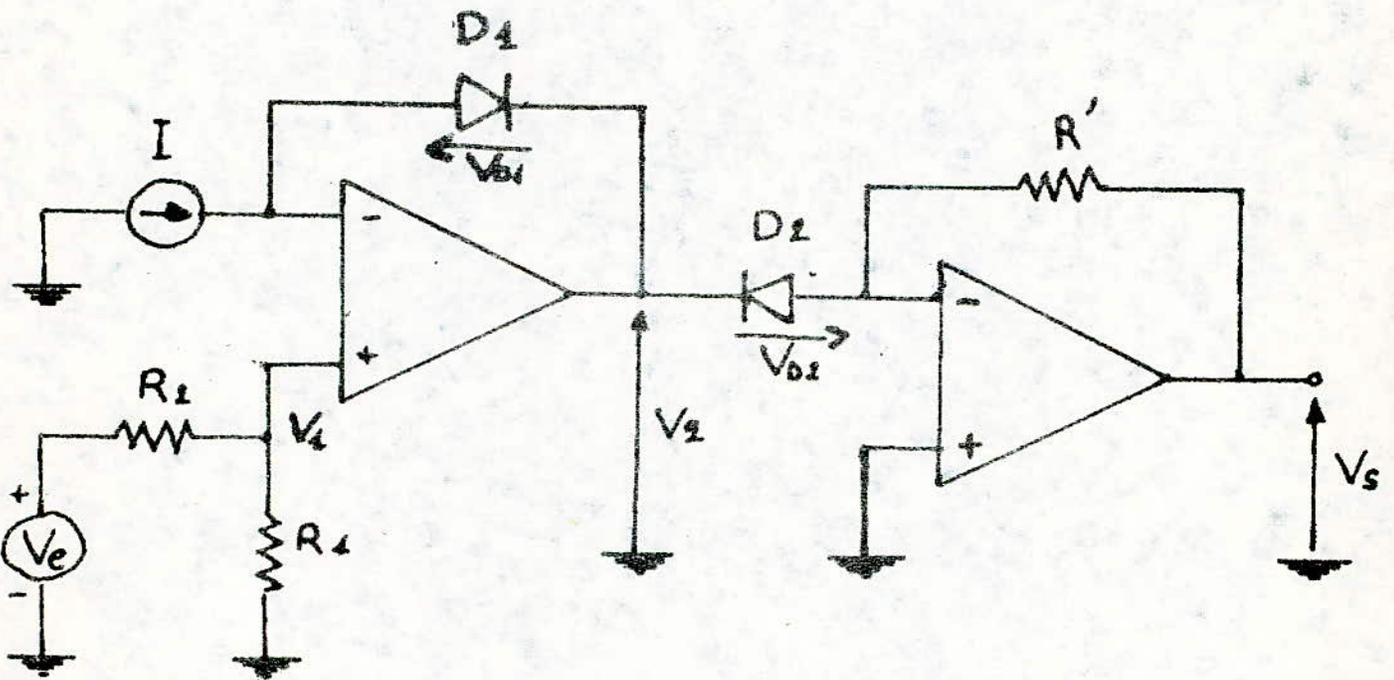


Fig: C7

-Schéma Utilisé-

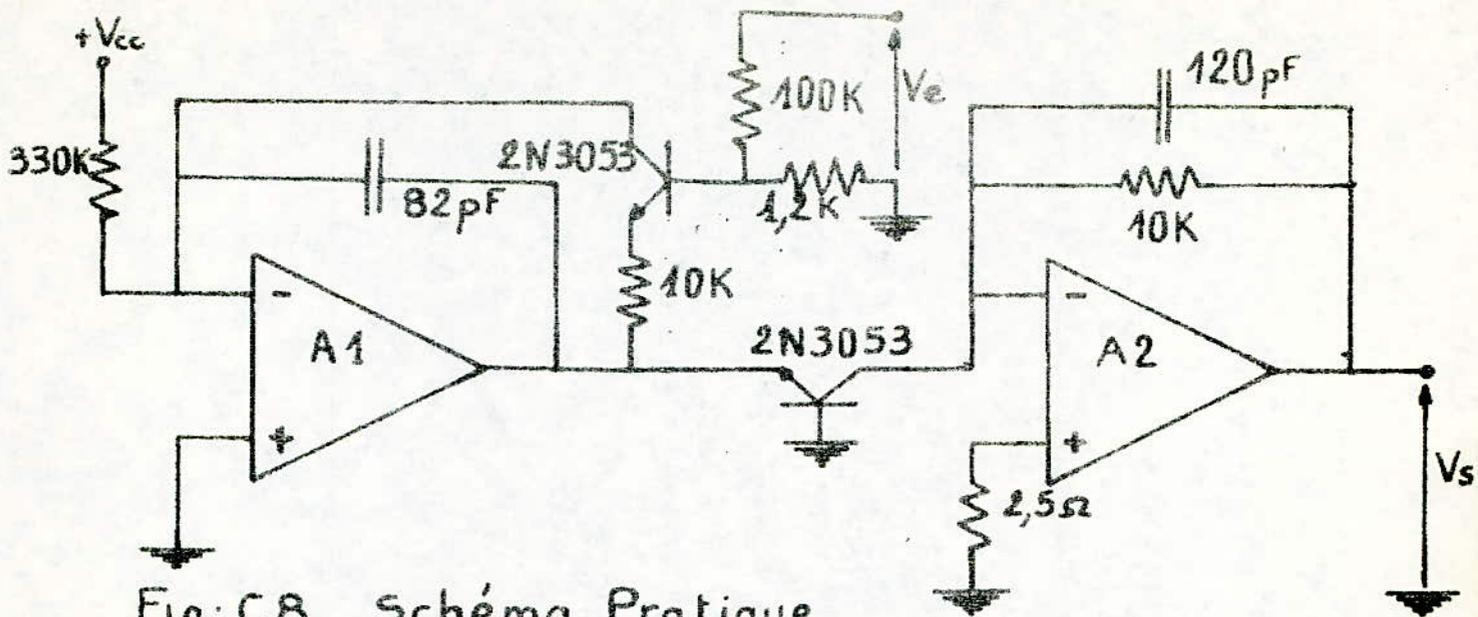


Fig: C8 - Schéma Pratique -

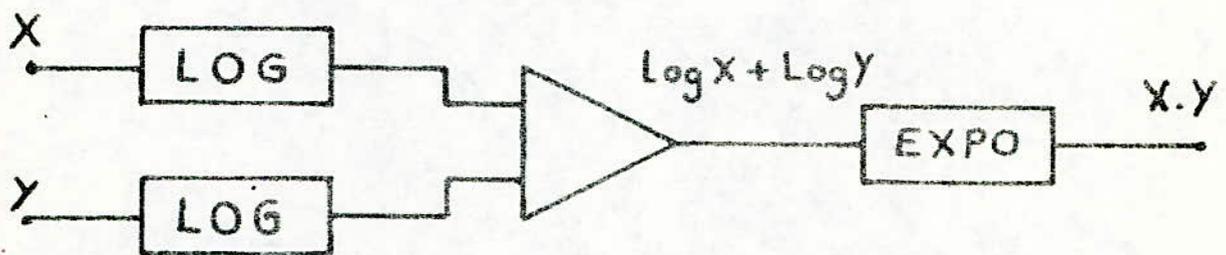


Fig: C9 - Circuit Multiplieur -

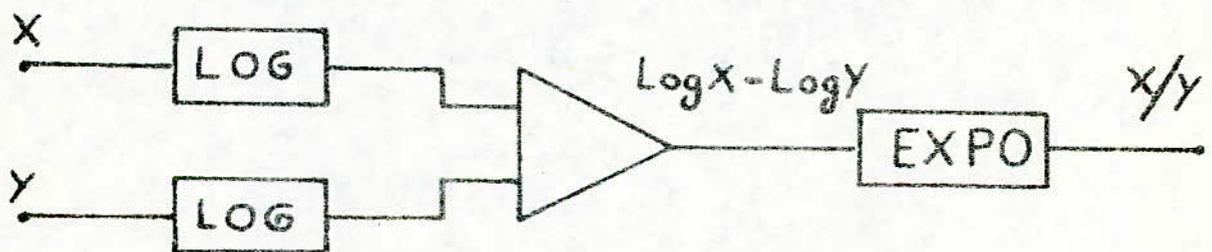


Fig: C10 - Circuit Diviseur -

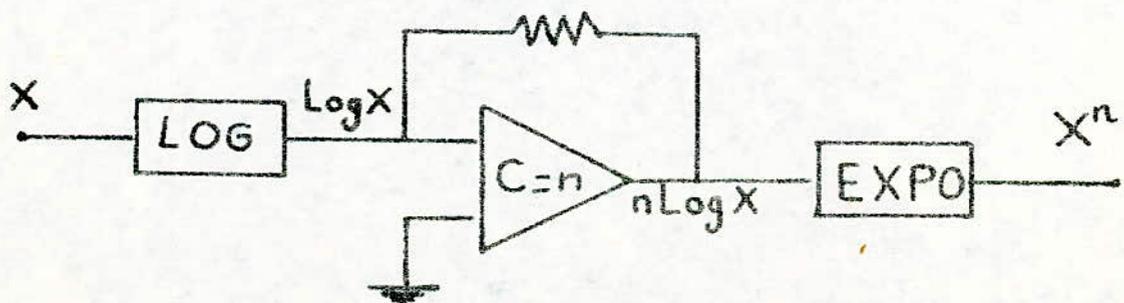
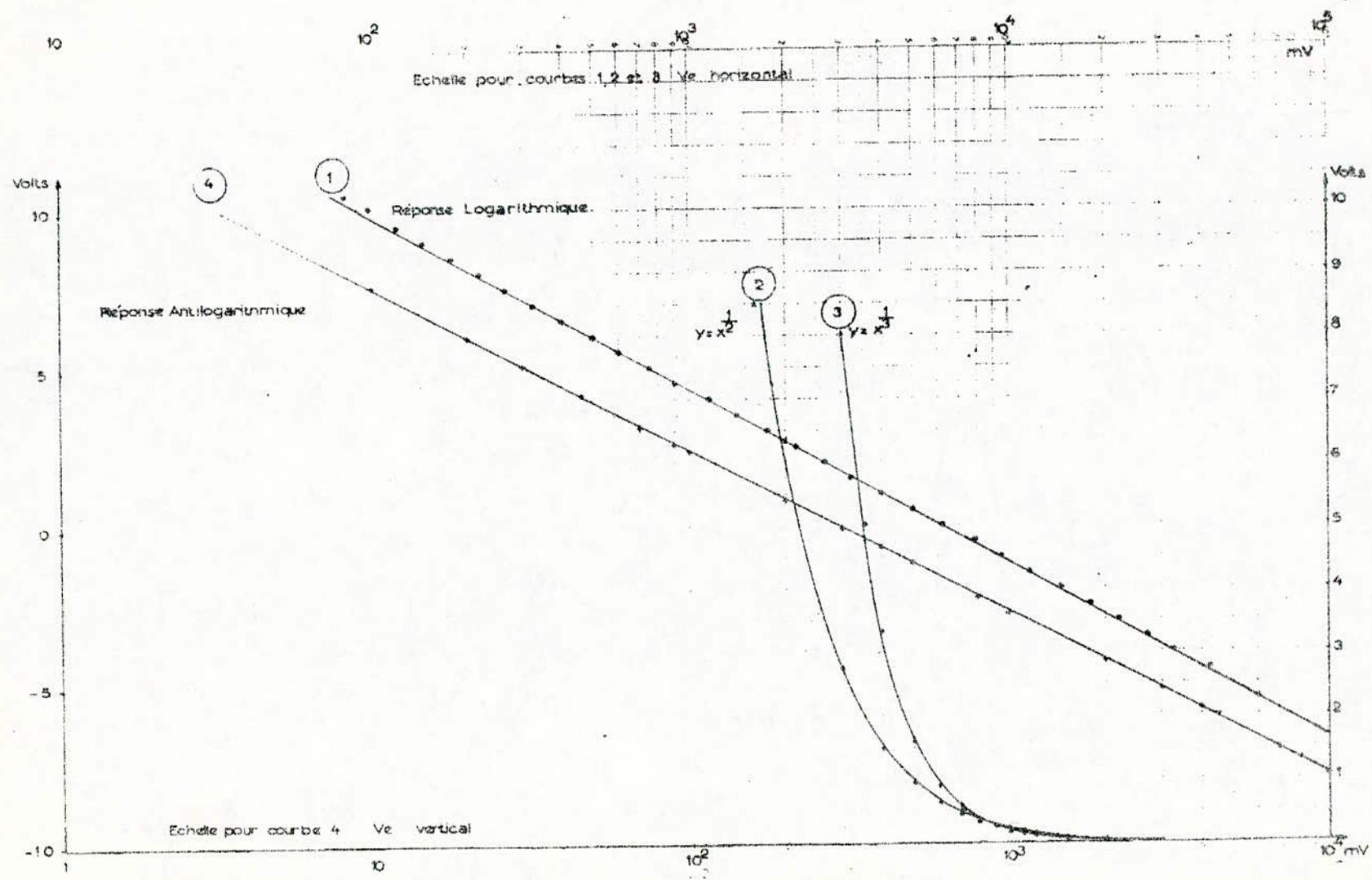
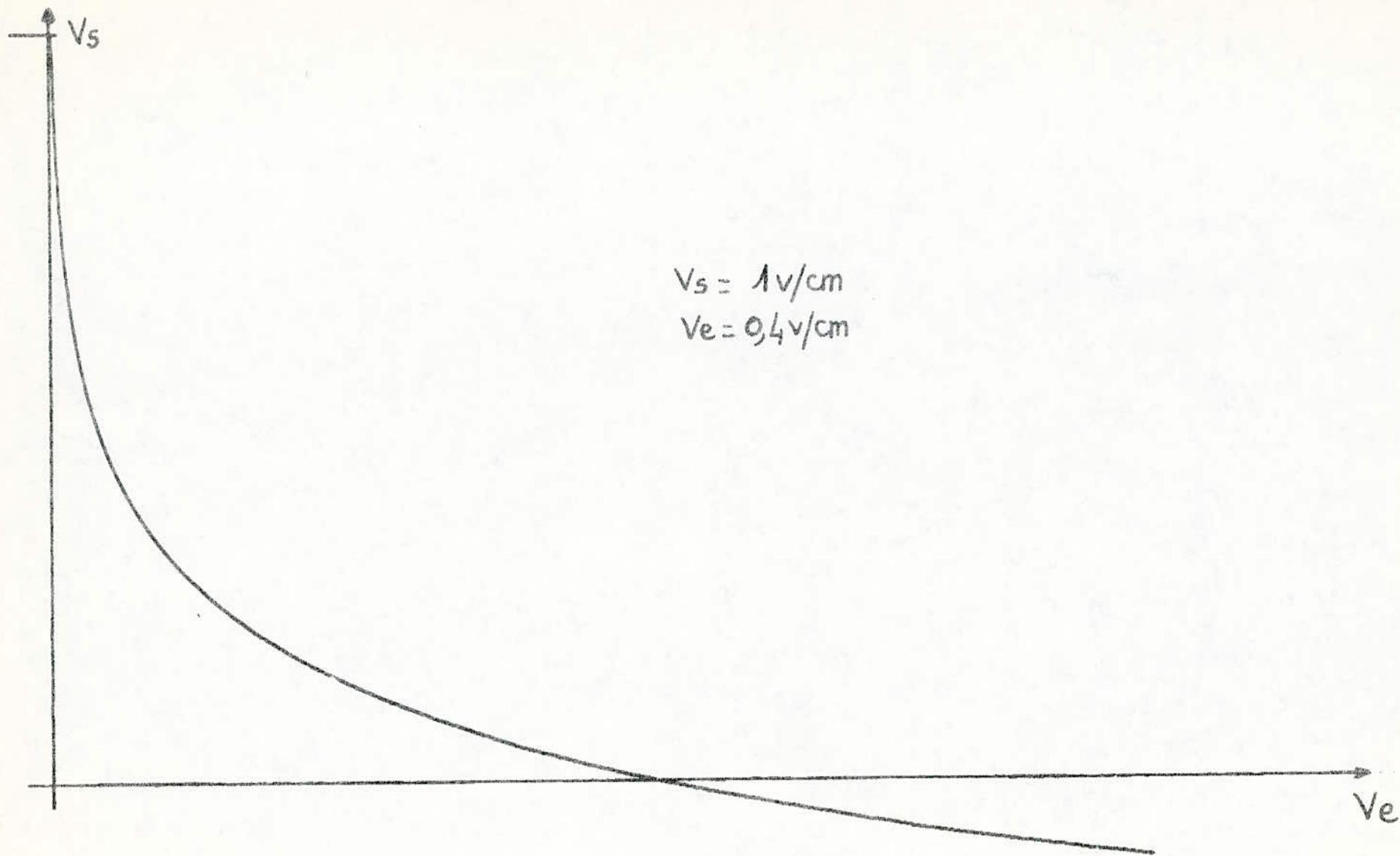
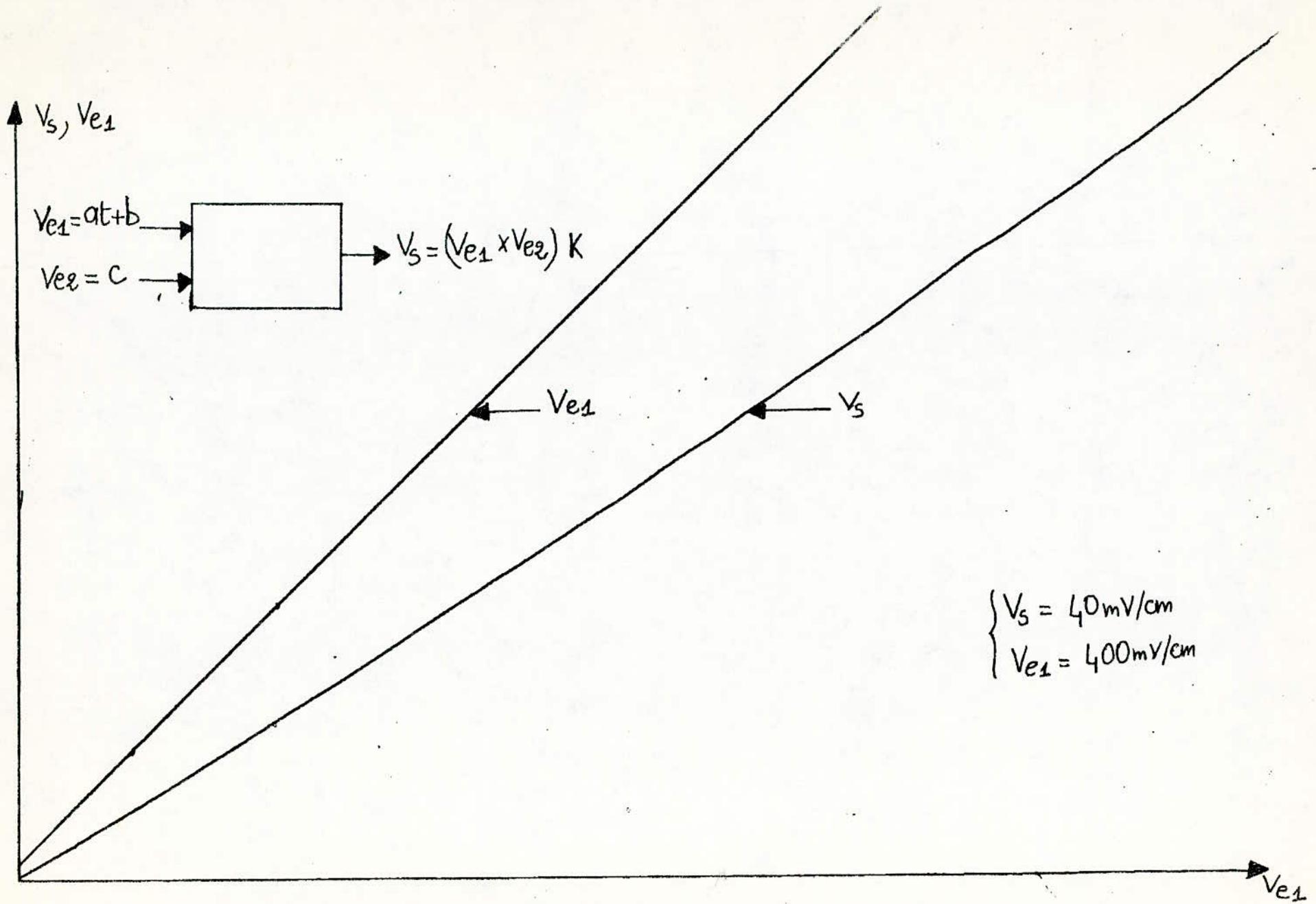


Fig: C11 - Résolution de l'équation $Y = X^n$ -

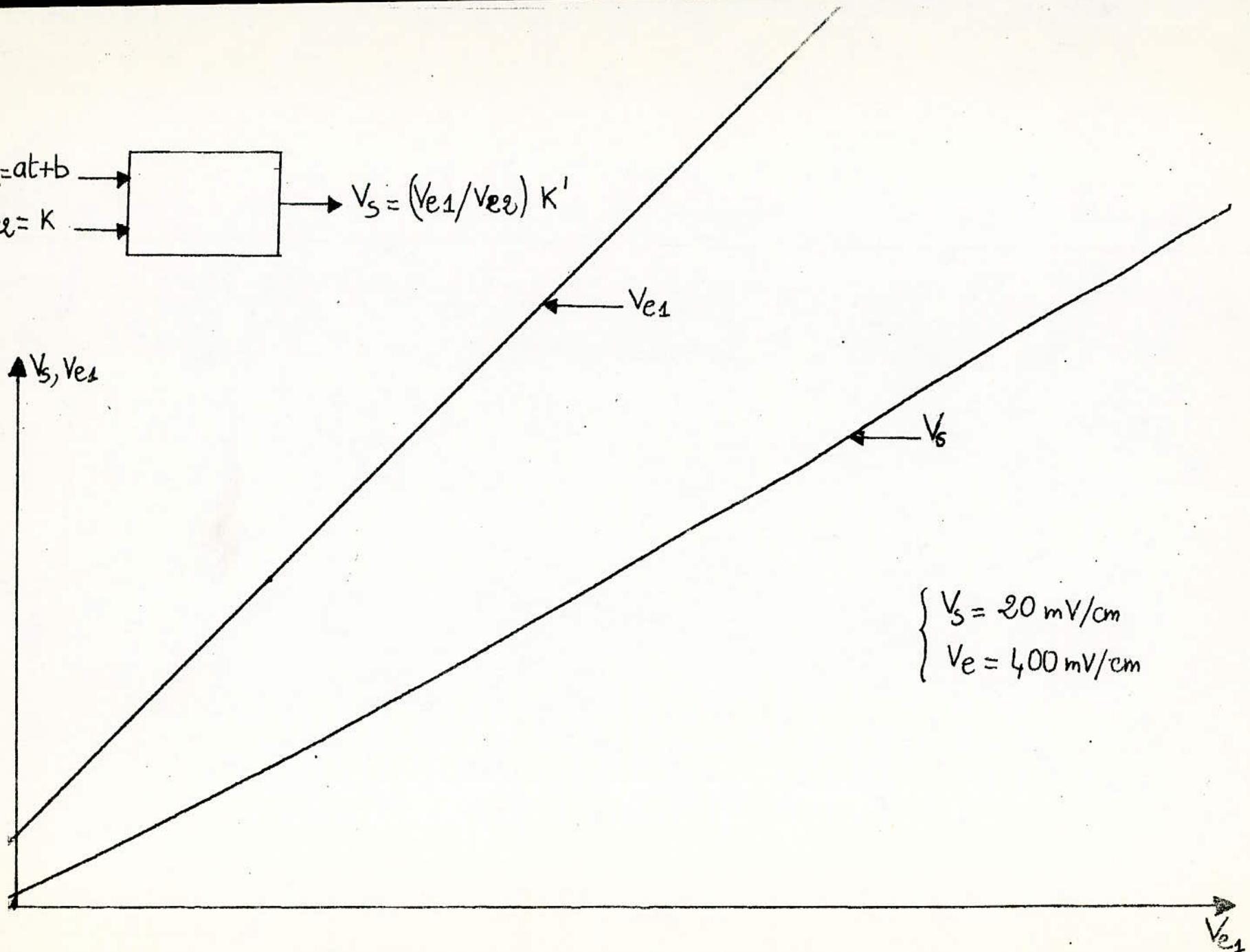
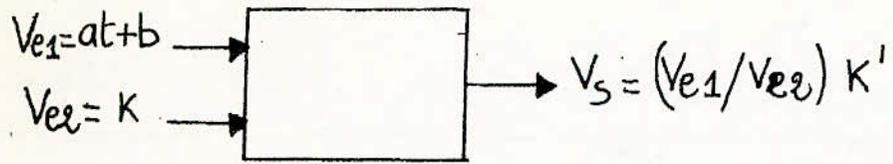




Réponse Logarithmique : $V_s = -K \text{Log} V_e -$



- Réponse du circuit multiplieur -



$$\begin{cases} V_s = 20 \text{ mV/cm} \\ V_e = 400 \text{ mV/cm} \end{cases}$$

- Réponse du circuit diviseur -

CONCLUSION

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction, nous nous sommes fixées comme objectifs l'étude de trois points suivants :

- 1 - Etude de résolution analogique d'équations ou de systèmes d'équations différentielles ,
- 2 - Etude des générateurs de fonctions,
- 3 - Etude d'opérations arithmétiques pouvant être réalisées à l'aide d'amplis opérationnels.

Comme on peut le constater en lisant le titre de notre projet, l'objectif assigné à notre travail est l'étude et la réalisation de maquettes pouvant être utilisées à des fins de démonstration pour illustrer l'enseignement de certains modules. C'est la raison pour laquelle nous avons essayé de présenter nos maquettes de façon à ce qu'elles puissent être de façon modulaire.

Au terme de notre travail nous pouvons tirer deux conclusions importantes :

1. Sur le plan de notre propre formation nous pouvons affirmer, que nous maîtrisons le fonctionnement des éléments très importants, que sont les amplis opérationnels et certains circuits logiques.

2. Sur le plan de notre contribution à la formation des futures générations d'élèves ingénieurs, nous pouvons affirmer (ce qui reste à prouver) que notre travail pourra être d'une utilité non négligeable dans l'enseignement pratique.

Concernant ce dernier point, nous souhaitons la création d'un groupe chargé de faire la synthèse de toutes les études pratiques susceptibles d'être réalisées pour assurer l'enseignement pratique de tous les modules enseignés.

Ce travail de synthèse une fois réalisé, pourra faire l'objet ;

- de la rédaction de documents expliquant théoriquement le fonctionnement des circuits étudiés.

- de la réalisation de maquettes illustrant les études théoriques précédentes.

L'étudiant pourra alors participer activement à l'enseignement de l'électronique sous le contrôle de l'enseignant.

Cet enseignement que l'on pourra qualifier de révolutionnaire est ardemment souhaité aussi bien de la part des étudiants que des enseignants.

B I B L I O G R A P H I E

- R. DAMAYE L'amplificateur opérationnel
principes et applications.
- R. DAMAYE Les oscillateurs -
Générateurs et conformateurs de signaux
- MILLMAN-HALKIAS Integrated electronics.
- J-C- MARCHAIS L'amplificateur opérationnel et ses applications.
- R - DUGEHAULT Applications pratiques de l'amplificateur
opérationnel.
- A. OURMAEV Eléments de simulation sur calculateurs
analogiques.
- J.HUGUES-R.J.PISTENON Calcul analogique
- M.ALLEK - M.SELLAM Contrôle et régulations des centrales électronu-
cléaires de puissance de type P.W.R. 900 MWe
(Thèse de Magister présentée au C.S.T.N.)
- M.REZIG - B.SAÏCHI Simulation analogique de l'empoisonnement d'un
réacteur par le Xénon et le Samarium.
- H. KLEIMANN Les opérateurs analogiques
- L. CAEN Technique du calculateur analogique.