

UNIVERSITE DES SCIENCES
ET TECHNOLOGIES D'ALGER

20/80
1 ex

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE
ET D'ÉLECTROTECHNIQUE



PROJET DE FIN D'ETUDES
D'INGENIORAT EN ÉLECTRONIQUE

GENERATEURS DE BRUIT



Proposé par :
Mr P. SINTES

Réalisé par :
Mrs EL BEY Moussa
KHALFI Kamel

PROMOTION JUIN 1980

UNIVERSITE DES SCIENCES
ET TECHNOLOGIES D'ALGER

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT D'ÉLECTRONIQUE
ET D'ÉLECTROTECHNIQUE

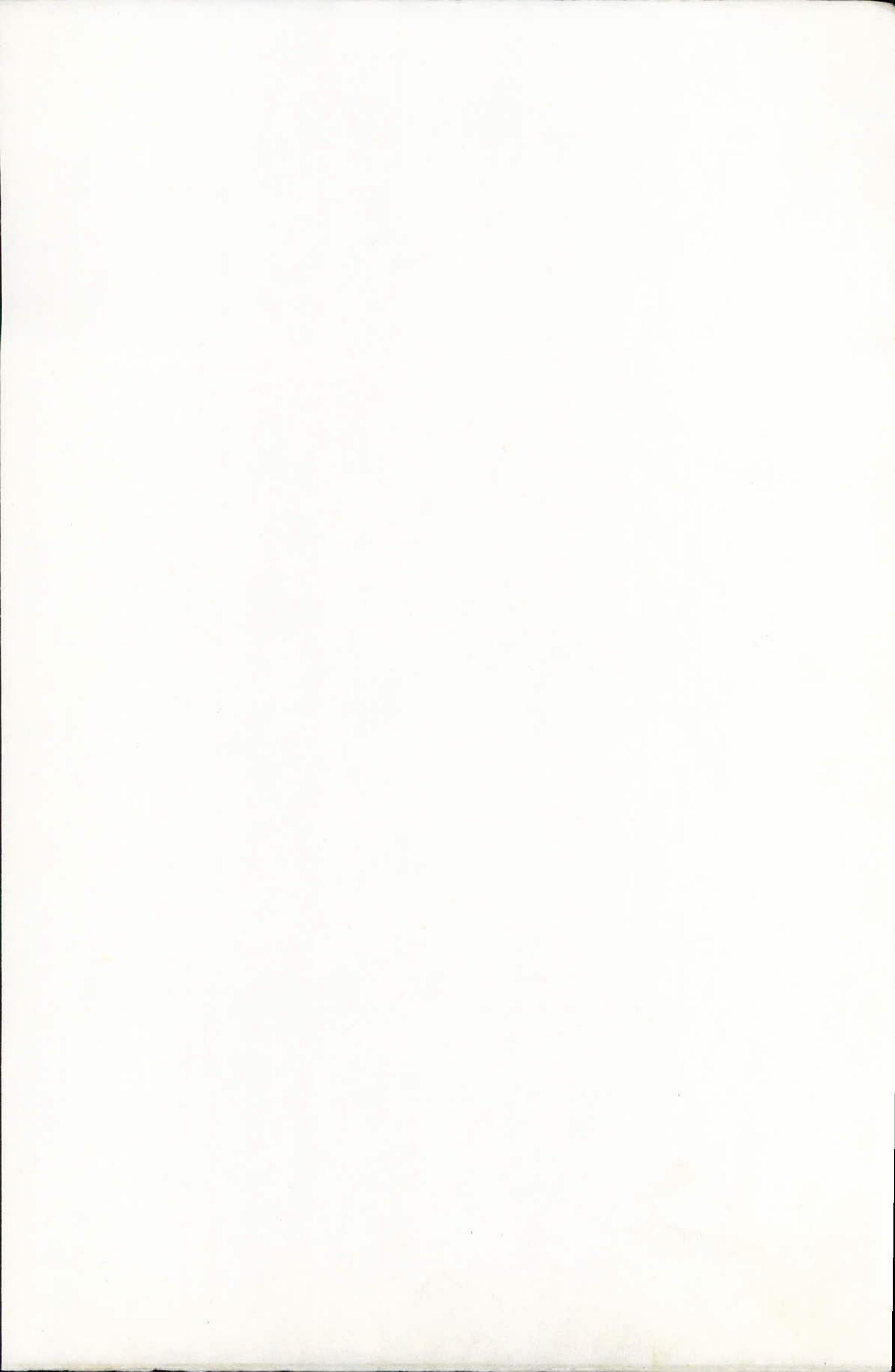
PROJET DE FIN D'ETUDES
D'INGENIORAT EN ÉLECTRONIQUE

GENERATEURS DE BRUIT

Proposé par :
Mr P. SINTES

Réalisé par :
Mrs EL BEY Moussa
KHALFI Kamel

PROMOTION JUIN 1980



DEDICACES

A mon père , à ma mère.
A mes frères et soeurs.
A la mémoire de mon cousin DJAMEL.
A toute la famille , chacun par son nom.
A mes nombreux amis .
KAMEL

A mes parents.
A mes amis .
MOUSSA

REMERCIEMENTS

C'est avec un grand plaisir que nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre promoteur Monsieur Philippe SINTES pour tous les bons conseils qu'il a su nous donner tout au long de notre projet, ainsi que pour la bonne compréhension dont il a fait preuve.

Que l'ensemble des professeurs et le personnel de L'E.N.P.A. ET tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'élaboration de notre projet, trouvent ici notre profonde gratitude exprimée.

- SOMMAIRE -

- Introduction
- I. I. Phénomènes physiques
- I. I. I. Origines du bruit
 - a. Rôle du bruit
 - b. Définition
 - c. Classification
 - c. I. Bruits d'origine externe
 - c. I. I. Bruits d'origine artificielle
 - c. I. 2. Bruits d'origine naturelle
 - c. 2. Bruits d'origine interne
 - c. 2. I. Bruit thermique
 - c. 2. 2. Bruit de grenaille
 - c. 2. 3. Bruit de scintillation ou bruit en $1/f$
- I. 2. Analyse mathématique
- I. 2. I. RAPPELS SUR LES GRANDEURS ALÉATOIRES ET Processus aléatoires
 - I. 2. I. I. Variable aléatoire continue
 - a. Valeur moyenne \bar{x}
 - b. Variance σ^2
 - c. Covariance, coefficient de corrélation
 - I. 2. I. 2. Processus aléatoires
 - I. 2. I. 2. I. Moyenne temporelle
 - I. 2. I. 2. 2. Corrélation
 - I. 2. I. 2. 3. Fonction de corrélation
 - I. 2. I. 2. 4. Auto-corrélation
 - I. 2. I. 2. 5. Stationnarité
 - I. 2. I. 2. 6. Ergodicité
- I. 2. 3. Rappels mathématiques
 - A. Transformation de Fourier
 - A. I. Quelques propriétés de la transformation de Fourier
 - A. 2. Cas particuliers importants
 - A. 2. I. Formule de Poisson
 - A. 2. 2. Distribution de Dirac
 - B. Convolution
 - B. I. Théorème de Plancherel
- I. 2. 4. Différents types de bruits
 - I. 2. 4. I. Fonction d'auto-corrélation et ses propriétés
 - I. 2. 4. 2. Densité spectrale énergétique - Théorème de WIENER-KINOSHITA
 - I. 2. 4. 3. Densité spectrale d'interaction
 - I. 2. 4. 4. Différents types de bruits
 - A. Bruit gaussien
 - B. Bruit blanc
 - C. Bruit coloré
 - D. Bruit blanc à bande limitée
 - E. Bruit poissonien
- I. 2. 5. Rapport signal sur bruit . Facteur de bruit. Température équivalente de bruit
 - I. 2. 5. I. Bande passante de bruit
 - I. 2. 5. 2. Rapport signal sur bruit . Facteur de bruit .
 - I. 2. 5. 3. Température équivalente de bruit
- I. 2. 6. Transformation des processus dans les circuits linéaires
 - I. 2. 6. I. Valeur moyenne
 - I. 2. 6. 2. Fonction d'auto-corrélation du signal de sortie
 - I. 2. 6. 3. Densité spectrale énergétique
 - I. 2. 6. 4. Intercorrélation entrée sortie
 - I. 2. 6. 5. Bande équivalente d'un filtre
 - a. Filtre passe-bas
 - b. Filtre passe-haut
 - c. EXemples
 - c. I. Bruit défini par un filtre passe-bas RC
 - c. 2. Bruit défini par un filtre passe-haut RC
 - c. 3. Bruit défini par un circuit passe bande RLC

II. GENERATEURS DE BRUIT

II.1. Générateurs de bruit aléatoire

II.1.1. Générateur à résistance chaude

II.1.2. Générateur à diode à vide

II.1.3. Générateur à diode zener

II.1.3.1. Réalisation d'un générateur de bruit à diode zener

A. Etude statique

B. Etude dynamique

II.3. Générateur de bruit pseudo-aléatoire

II.3.1. Séquence binaire pseudo-aléatoire

II.3.2. Génération des séquences binaires de longueur maximale

II.3.3. Exemple. Générateur de bruit pseudo-aléatoire.

II.3.3.1. Fonction d'auto-corrélation et densité spectrale

a. Signal rectangulaire

b. Signal $x(t)$ de module constant

c. Séquence binaire pseudo-aléatoire

c.1. Fonction d'auto-corrélation

c.2. Densité spectrale de la S.B.P.A.

c.3. Exemple d'utilisation de la S.B.P.A.

II.3.3.2. Bruit analogique

II.3.4. Réalisation d'un générateur de bruit pseudo-aléatoire

A. Schéma synoptique

A.1. Horloge

A.2. Registre à décalage

B. Bruit binaire pseudo aléatoire

C. Bruit analogique

III. Mesures sur le bruit

III.1. Paramètres à mesurer

III.2. Mesure de la tension efficace moyenne de bruit

III.2.1. Mesures au voltmètre de valeur efficace vraie

III.2.2. Mesure au millivoltmètre à redresseur

III.2.3. Visualisation du bruit à l'oscilloscope

III.2.4. Méthode oscilloscopique tangentielle

III.3. Mesures sur les récepteurs

III.3.1. Etalonnage du générateur de bruit

III.3.2. Mesure du rapport signal sur bruit à la sortie

III.3.3. Mesure de la bande passante équivalente de bruit

III.3.4. Mesure du facteur de bruit et de la température équivalente de bruit

~~Annexe~~ Mesures sur le bruit en télécommunications

~~Conclusion~~ Mesure du bruit d'intermodulation avec du bruit blanc

Mesure de puissance

III-4-2- Mesure du rapport signal sur bruit

III-4-3- Mesure du rapport de densités de bruit (NPR)

ANNEXE

Conclusion

Bibliographie

INTRODUCTION

Vu sous tous ses aspects et où qu'il se trouve , le bruit est gênant. Dans le domaine de l'électronique il constitue une caractéristique importante de la qualité des équipements.

Une connaissance précise des origines physiques de ce phénomène et , selon un modèle mathématique approprié de ses propriétés statistiques est nécessaire aussi bien pour le minimiser que pour réaliser des générateurs de bruit qui pourront répondre à des besoins multiples. Dans notre présente étude , on consacre la première partie à l'étude physique du phénomène bruit et à son analyse mathématique en tant que processus aléatoire stationnaire et ergodique.

Dans la seconde partie on passe en revue les différents types de générateurs de bruit en mettant l'accent sur un type particulier, le générateur de bruit pseudo-aléatoire qui utilise les techniques digitales pour élaborer des séquences binaires pseudo-aléatoires largement utilisées dans maints domaines.

Enfin dans la dernière partie , on ~~traite~~ ^{sur le} des mesures de bruit, des mesures de bruit sur les récepteurs et des mesures de bruit en télécommunications?

Cette étude est concrétisée par la réalisation pratique de deux générateurs de bruit ; l'un à diode zener , l'autre à séquences binaires pseudo-aléatoires.

I - PHENOMENES ALEATOIRES -BRUIT :

I.1. Phénomènes physiques.

On classe dans la catégorie des phénomènes aléatoires les phénomènes dont les lois exactes qui les régissent échappent à l'etre humain en raison de leur complexité. Il existe alors de nombreux phénomènes physiques qui sont soumis aux lois du hasard .Toutefois la théorie de fonctions aléatoires donne le moyen d'approcher la connaissance de ces phénomènes et de calculer leurs conséquences.

La présente étude est consacrée au bruit électronique qui est un exemple parfait de phénomène aléatoire.

I . 1 . 1 . ORIGINES DU BRUIT.

a) Rôle du Bruit.

Le bruit est une notion qui domine toute l'électronique et se présente comme une source de difficulté. Ainsi dans le domaine de la communication où le but est de transmettre de l'information, son effet se fait sentir par une diminution de la quantité et qualité d'information contenue dans les messages.

On est contraint alors à essayer de mieux connaître les origines et les propriétés de ce bruit pour trouver les moyens adéquats qui permettent d'éliminer sinon de réduire son effet dégradant dans les équipements.

b) -Définition.

D'une manière générale on considère bruit tout écart entre un signal utile, certain ou aléatoire, transportant une information qui intéresse le destinataire et le signal effectivement reçu.

Ceci découle du fait que le bruit est inhérent à l'environnement naturel et à l'équipement électronique utilisé, caractérisant respectivement le bruit d'origine externe et celui d'origine interne.

c) - Classification des Bruits:

C.1. Bruits d'Origines Externe:

Cette catégorie comprend les types suivants:

C.1.1. Bruits d'Origine Artificielle:

Ce sont essentiellement :

- Les parasites industriels qui perturbent les équipements électroniques du voisinage immédiat.
- Les communications étrangères correspondant aux signaux électromagnétiques que l'on ne désire pas recevoir.

C.1.2. Bruits d'Origine Naturelle.

Les sources en sont diverses:

- Les bruit thermodynamique : dû au rayonnement thermodynamique des corps.
- Les perturbations atmosphérique : qui affectent la transmission des signaux à travers les diverses couches de l'atmosphère.
- Les parasites solaires et cosmiques: Dont l'influence sur les équipements électroniques est faible.

C.2. Bruit D'Origine Interne.

Le bruit d'origine interne ,encore appelé bruit de fond, joue un rôle très important dans LA TRANSMISSION DE L'INFORMATION.

En effet parcequ'il est lié aux fluctuations spontanées qui affectent une grandeur électrique dans les divers composants utilisés en électronique; il est présent d'une manière permanente.

Ces fluctuations spontanées sont dûes au caractère granulaire ou quantifié des grandeurs physiques.

On distingue trois types de bruit interne : Le bruit thermique, le bruit de grenaille et le bruit dû a l'effet de scintillation.

C.2.1 Bruit THERMIQUE.

Ce bruit provient de l'agitation thermique des électrons dans les conducteurs. Tout élément résistant est une source de bruit thermique lorsqu'il est porté à une température absolue T supérieure à la température de référence. (0° K.) NYQUISTE a démontré, dans ce sens, que la tension de bruit élémentaire, est due à l'agitation thermique, aux bornes d'une résistance R est donné par: $\bar{e}_b = (4KTRdf)^{1/2}$

\bar{e}_b étant la tension efficace moyenne de bruit. (en volts)

T: La température absolue en degré Kelvin.

R: Résistance en ohms
K: = $1,38 \cdot 10^{-23} J/K^\circ$: Constante de Boltzmann.

df: C'est la bande de fréquence élémentaire faible par rapport à la bande passante du système considéré.

Une intégration du bruit élémentaire sur toute la gamme des fréquences donne le bruit correspondant à toute la bande passante B de bruit.

$\bar{e}_{bt} = [4KTRB]^{1/2}$

C.2.2. BRUIT DE GRENAILLE:

est dû

Le bruit de grenaille ou effet de SCHOTTKY aux fluctuations qui accompagnent une émission électronique.

C'est un bruit d'amplitude constante et indépendante de la fréquence, crée par toutes les sources de courant électronique comme les diodes à vide, à jonction, les tubes (à 3 ou plusieurs électrodes) et les transistors.

Dans une diode à vide, par exemple, ce bruit provient du fait que le courant émis par la cathode est soumis à d'inévitables variations.

Ce bruit est maximum lorsque la cathode est saturée. Par contre dans un transistor ce bruit résulte des fluctuations du courant des porteurs minoritaires (phénomène de diffusion) et des fluctuations des recombinaisons, des porteurs qui se produisent dans la région de la base.

C.2.3. -BRUIT DE SCINTILLIATION OU BRUIT EN $\frac{1}{f}$

Ce bruit est attribué à des inhomogénéités dans la réalisation des composants. Il semble dû à de lentes variations du comportement des matériaux constituant les jonctions qui font que ce bruit ne se manifeste qu'aux très basses fréquences.

1.2. ANALYSE MATHÉMATIQUE

2.1. Rappels sur les grandeurs aléatoires et processus aléatoires:

2.1.1. VARIABLE Aléatoire continue:

Une V.A. X à valeur dans R est définie par sa fonction de répartition $F_X(x)$ qui caractérise la probabilité pour la valeur prise par x soit inférieure ou égale à x. $F_X(x) = Pr(X \leq x)$ La V.A. X est définie également par sa fonction de densité de probabilité $f_X(x)$ qui est la dérivée de la fonction de répartition: $f_X(x) = dF_X(x)/dx$ et $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx = 1$. C'est une fonction positive ou nulle. Pour un couple de 2 variables aléatoires X et Y, on définit également une fonction de répartition composée $F(x,y)$ qui donne la probabilité d'avoir simultanément $X < x$ et $Y < y$.

La densité de probabilité composé est $f_{xy}(x,y)$ et $f_{xy}(x,y) = \partial^2 F_{xy}(x,y) / \partial x \partial y$

On peut par extension, considérer un couple de N Variables aléatoires. Les fonctions de répartition ou mieux les densités de probabilités définissent entièrement les propriétés statistiques des V.A. et dans la plupart des cas il suffit de connaître seulement les premiers moments $E(x)$ des variables, S étant l'ordre. Les principaux paramètres d'une V.A. sont la valeur moyenne et la variance.

a) Valeur Moyenne : \bar{X}

On la désigne aussi par l'espérance mathématique E(X) et elle est définie lorsqu'elle existe par l'intégrale suivante:

$$E(X) = \bar{X} = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx$$

b) Variance : σ_x^2

La variance σ_x^2 de X est définie lorsqu'elle existe l'intégrale suivantes:

$$\sigma_x^2 = E(X - \bar{X})^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{X})^2 f_X(x) dx \quad \sigma_x^2 = \bar{X^2} - (\bar{X})^2$$

$$(X - \bar{X})^2 = E(X - \bar{X})^2$$
$$\bar{X^2} = E(X^2)$$

est un moment centré d'ordre 2

est un moment d'ordre 2.

La variance caractérise la dispersion de la V.A.X. autour de la valeur moyenne X. La racine carrée positive de la variance est l'écart type ou l'écart quadratique moyen.

c) COVARIANCE - COEFFICIENT DE CORRELATION.

Pour 2 V.A. X et Y on peut définir 2 paramètres qui rendent compte du lien statistiques des variables : Ce sont la covariance définie par:

$$C(X, Y) = \overline{(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})} = \overline{XY} - \bar{X} \cdot \bar{Y} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \bar{X})(y - \bar{Y}) f_{XY}(x, y) dx dy$$

et le coefficient de corrélation défini par:

$$r_{XY} = \frac{\overline{XY} - \bar{X}\bar{Y}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{C(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

c'est un nombre sans dimension toujours inférieur à 1.

Lorsque les variables aléatoires considérées sont indépendantes leur covariance est nulle ainsi que leur coefficient de corrélation.

EXEMPLE:

Une variable aléatoire X obéit à la loi de GAUSS ou loi normale si sa densité de probabilité est donnée par. (FIG 1).

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

σ et a sont respectivement l'écart type et la valeur moyenne de X.

l'aire hachurée mesure $F_X(x)$.

2.1.2 . PROCESSUS ALEATOIRES.

Un processus aléatoire $X(t)$ est une fonction aléatoire du temps. c'est en fait un ensemble de fonctions ordinaires du temps $X_k(t)$, K nombre réel quelconque, ayant chacune une certaine probabilité de se réaliser à l'issue d'une expérience. L'ensemble peut contenir un nombre fini ou infini des réalisations qui peuvent être des fonctions continues ou valeurs discrètes.

$X_k(t)$ peut par exemple représenter la tension de bruit d'un lot de résistances d'une même série. On obtient les réalisations $X_1(t), \dots, X_m(t)$ de ce processus $X(t)$ obtenues à l'issue de m expériences ou mesures indépendantes (FIG.2).

Si l'on relève les valeurs de $X_k(t)$ à un instant donné t_A on obtient un échantillon $X(t_A)$ qui est une variable aléatoire prenant pour valeur celles prises par toutes les réalisations composant le processus.

Lorsque le nombre de réalisation est fini, la variable aléatoire $X(t_A)$ est discrète mais dans le cas général on considère un nombre aussi élevé que possible de façon à considérer la V.A. comme continue et définie par un densité de probabilité $f_X(x, t)$, fonction de l'instant d'échantillonnage, qui indique la proportion du temps passé par $X(t_A)$ aux diverses amplitudes.

Ainsi, si l'on relève les mesures du processus aux instants t_1, \dots, t_n on obtient n variables aléatoires $X(t_1), \dots, X(t_n)$ défini par la densité de probabilité composée d'ordre n telle que:

$$P[X(t_1) \in [x_1, x_1 + dx_1]; \dots; X(t_n) \in [x_n, x_n + dx_n]] = f_X(x_1, \dots, x_n; t_1, \dots, t_n) dx_1 \dots dx_n$$

Le processus est d'autant mieux défini par les densités composées d'ordre n que le nombre des échantillons est plus grand.

Si l'on considère maintenant, en même temps un autre processus Y(t) correspondant par exemple à la tension de bruit d'un second lot de résistances, d'une autre série. On définit alors une densité de probabilité composée d'ordre 2n telle que:

$$P\{X(t_1) \in [x_{11}, x_{11} + dx_{11}], \dots, X(t_n) \in [x_{n1}, x_{n1} + dx_{n1}], Y(t_1) \in [y_{11}, y_{11} + dy_{11}], \dots, Y(t_n) \in [y_{n1}, y_{n1} + dy_{n1}]\} = f_{XY}(x_{11}, \dots, x_{n1}, y_{11}, \dots, y_{n1}; t_1, \dots, t_n) dx_{11}, \dots, dx_{n1}, dy_{11}, \dots, dy_{n1}$$

Les mesures sont effectuées simultanément sur 2 lots.

Si l'on veut comparer les moyennes d'ensembles des 2 processus P_X et P_Y à un instant quelconque pour essayer de trouver une relation existant entre eux, on se heurte à des problèmes d'ordre pratique.

En effet les moyennes qu'on doit faire portent sur un grand nombre de réalisations simultanées et dans bien des cas on n'a pas accès à un grand nombre de réalisations de résistances; Alors ce qui est facile à faire c'est l'examen d'une seule variable mais pendant un temps aussi grand que l'on veut. (Ex: une résistance de chaque lot.) On considère alors les paramètres suivants:

2.1.2.1. MOYENNE TEMPORELLE :

Les moyennes temporelles de X(t) et Y(t) lorsqu'on considère une durée T sont:

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} X(t) dt \quad \text{et} \quad \bar{Y}(t) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} Y(t) dt$$

t: instant d'origine.

Mais une comparaison des 2 processus au niveau des moyennes temporelles (ou d'ensembles aussi) risque d'induire en erreur car les fonctions peuvent avoir des amplitudes, très différentes à chaque instant mais des moyennes pourtant égales. Dans ce cas il faut considérer un autre critère de comparaison qui sera lié à l'énergie ~~et est~~ (ou puissance) mutuelle d'interaction des 2 processus, car ce qui compte dans un signal c'est l'énergie (ou la puissance).

On définit la puissance moyenne d'interaction de 2 signaux réels sur une durée T par :

$$P_{XY}(t_0, T) = \int_{t_0}^{t_0+T} X(t) Y(t) dt$$

Le paramètre qui permet de faire une telle comparaison est bien sur le coefficient de corrélation, qui donne une idée sur la relation entre les deux (2) processus.

2.1.2.2. CORRELATION:

La moyenne temporelle du produit X(t) Y(t) est:

$$\overline{X(t) Y(t)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} X(t) Y(t) dt$$

Le coefficient de corrélation est défini par :

$$r = \frac{\overline{X(t) Y(t)}}{\sqrt{\overline{X(t)^2} \overline{Y(t)^2}}}$$

Si les fonctions X(t) et Y(t) sont totalement corrélés on a R=1, dans le cas contraire elles ne présentent pas d'énergie mutuelle d'interaction.

La valeur quadratique moyenne de X(t) ou variance est:

$$\overline{X^2(t)} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} X^2(t) dt = \sigma_x^2$$

σ_x sera l'écart type ou l'écart quadratique moyen.

2.1.2.1. FONCTION DE CORRELATION.

Si l'on compare les 2 fonctions X(t) et Y(t) après un décalage Z dans le temps soit X(t) et Y(t-Z) c.a.d. à des instants différents on introduit un coefficient de corrélation, fonction du décalage.

La fonction de corrélation des fonctions X(t) et Y(t) est donnée par l'espérance mathématique des produits des 2 fonctions décalées dans le temps.

$$C_{XY}(z) = E[X(t) Y^*(t-z)]$$

$y^*(t-z)$ désigne la quantité complète conjuguée de $Y(t-z)$ étant donné que X et Y puissent être réels ou complexes.

Cette définition découle du fait que la notion de corrélation est liée à la notion de puissance.

Pour des signaux physiques, donc réels $E(X(t) \cdot Y(t-z)) = E(X(t) \cdot Y(t-z))$

L'expression de la fonction ou coefficient de corrélation s'écrit aussi :

$$C(t_0, z) = E[X(t)Y(t-z)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} X(t)Y(t-z) dt$$

En considérant la densité de probabilité cette expression peut s'écrire aussi :

$$C(t_0, z) = \int_{-p}^{+p} \int_{-p}^{+p} x \cdot y \cdot f_{xy}(x, y, t_0, z) dx dy$$

2.1.2.4. AUTOCORRELATION:

Si l'on compare maintenant dans l'intervalle $t, t+T$, la fonction $X(t)$ avec elle même décalée de Z on aura un moyen de voir en quoi la fonction à un instant donné est influencée par son passé.

Ceci donne la possibilité de détecter une périodicité cachée de la fonction.

En effet chaque fois que le décalage Z vaut un nombre entier de fois la période de la fonction, la fonction de corrélation passe par un maximum correspondant à un maximum de ressemblance.

$$C(t_0, z) = E\{X(t)X(t-z)\} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} X(t)X(t-z) dt$$

On remarque qu'on prend la limite lorsque T tend vers l'infini car il faut que la durée T soit aussi grande que l'on veut.

2.1.2.5. STATIONNARITE

La notion de stationnarité d'un processus caractérisé la constance de ses propriétés moyennes, quelle que soit la place de la tranche T de l'histoire du processus.

Dans un nombre de problèmes pratiques seuls les moments d'ordre 1 et 2 suffisent pour caractériser le processus. On définit aussi une CLASSE DE PROCESSUS DIT Stationnaires d'ordre 2 pour lesquels la valeur moyenne et la variance sont constantes, la fonction d'autocorrélation est fonction du décalage Z seulement.

La fonction d'autocorrélation de $X(t)$ s'écrit alors.

$$C_{XX}(z) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t)X(t-z) dt$$

Cette propriété permet d'une certaine manière, de prédire le comportement en moyenne des fonctions aléatoires.

2.2.2. ERGODICITE :

On conçoit que dans bien des cas il est préférable de calculer des moyennes temporelles plutôt que des moyennes d'ensembles puisqu'il est plus facile d'avoir à étudier un processus sur une seule réalisation pendant une durée relativement grande que sur plusieurs réalisations différentes avec des mesures simultanées.

Seulement le problème se pose de savoir si les résultats déduits des deux méthodes ont la même signification.

Alors les processus qui réalisent cette équivalence sont appelés ERGODIQUES, cependant pour que la moyenne temporelle donne le même résultat que la moyenne d'ensemble, il faut que le temps considéré soit suffisamment long pour que $X(t)$ puisse prendre toutes les valeurs possibles, c.a.d. toutes les valeurs que peut prendre $X_R(t_0)$. Cette caractéristique capitale est une garantie quant à l'utilisation des moyennes temporelles.

Ainsi la moyenne de $X(t)$ est en supposant que la processus est stationnaire ergodique (il en est de même pour $y(t)$).

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{T} \int_0^T X(t) dt$$

$$\bar{X}^2(t) = \frac{1}{T} \int_0^T X^2(t) dt$$

La moyenne quadratique est:

La fonction de corrélation ou d'intercorrélation s'écrit:

$$C_{XY}(z) = \frac{1}{T} \int_0^T X(t)Y(t-z) dt$$

Avant d'étudier les types de bruit il est nécessaire de donner un certain nombre de rappels mathématiques concernant la transformation de Fourier et le produit de convolution, outils d'importance capitale dans le traitement du signal.

I-2-3-RAPPELS MATHÉMATIQUES:

A-Transformation de Fourier:

Pour tout signal il est indispensable d'avoir à l'esprit ces deux représentations possibles; à savoir $Y=f(t)$ qui est la représentation dans le temps et la représentation $Y=F(f)$; l'importance de la transformation de Fourier réside dans le fait qu'elle ~~relève~~ ^{relie} entre elles ces deux représentations. Pour les fonctions périodiques le spectre de puissance qui définit la répartition de la densité de puissance dans la bande de fréquence considérée est discontinue.

Il est composé de raies dont l'écart minimal est, sur l'axe des fréquences $f_0 = 1/T$. Pour les fonctions non périodiques, cette non périodicité est considérée comme une extension à l'infini de la période T . L'intervalle de fréquence $f_0 = 1/T$ tend alors vers zéro si bien que le spectre devient une fonction continue. La transformée de Fourier d'une fonction $x(t)$ est $X(f)$ avec $X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-2j\pi ft} \cdot dt$

$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) \cdot e^{2j\pi ft} \cdot df$ on a symboliquement $x(t) \xleftrightarrow{\quad} X(f)$

$X(f)$ est en général une fonction complexe définie par son spectre d'amplitude et celui de sa phase.

Pour des fonctions physiques connues dans l'intervalle $(0, T)$ seulement le spectre de fréquences ne peut être défini avec une ~~fonction~~ ^{FINESSE} supérieure à $1/T$. Aussi pour connaître $x(t)$ à partir de $X(f)$ à un instant, il faut connaître le spectre pour toute fréquence jusqu'à l'infini, donc il faut disposer d'une bande passante infinie.

A.1. Quelques propriétés de la T.F:

-La T.F est une opération linéaire.

-La T.F possède la propriété de similitude : $x(t) \xleftrightarrow{\quad} X(f) \rightarrow x(at) \xleftrightarrow{\quad} X(f/a) \cdot 1/a$

D'où un étirement de l'échelle des temps correspond à une contraction de l'échelle des fréquences et inversement.

-Translation: $x(t) \xleftrightarrow{\quad} X(f) \rightarrow x(t-a) \xleftrightarrow{\quad} X(f) \cdot e^{-2j\pi fa}$

$X(f) \xleftrightarrow{\quad} x(t) \rightarrow X(f-a) \xleftrightarrow{\quad} x(t) \cdot e^{-2j\pi at}$

-Dérivation: $x(t) \xleftrightarrow{\quad} X(f) \rightarrow dx(t)/dt \xleftrightarrow{\quad} 2j\pi f X(f)$

A.2. Cas particuliers importants:

A.2.1. Formule de Poisson:

Si $x(t) \xleftrightarrow{\quad} X(f) \rightarrow \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x(k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(n)$

A.2.2. Distribution de Dirac:

$\delta(t)$ est l'impulsion de Dirac, centrée sur $x=0$, de longueur ~~largeur~~ largeur infiniment étroite et de surface unité.

$$\delta(t) \xrightarrow{I} \delta(t-t_0) \xrightarrow{e^{-2j\pi f t_0}} e^{-2j\pi f t_0}$$

de la formule de Poisson, on déduit: $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t-k) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e^{-2j\pi f n}$

Remarques:

Le choix de la transformation de Fourier, c'est à dire d'une décomposition des signaux en éléments sinusoidaux pour la représentation fréquentielle réside dans le fait qu'une telle forme n'est pas modifiée pour le passage dans un filtre linéaire.

B. CONVOLUTION:

La convolution est l'effet que produit un instrument de mesure en donnant d'un phénomène une image nette ^{non}.

Ainsi si on applique à l'entrée d'un amplificateur une impulsion infiniment brève $e(t)$ on ne pourra pas obtenir en sortie une impulsion infiniment brève mais un signal de durée finie, non nul $s(t)$ (figures 3a et 3b). Ce signal, réponse à une impulsion infiniment brève est appelé réponse impulsionnelle ou percussionnelle.

Le calcul du signal de sortie est défini, par l'intégrale suivante qui donne l'équation de convolution ou produit de convolution ou produit composé: $s(t) = \int_0^t e(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau$

La convolution s'écrit symboliquement: $s(t) = e(t) * h(t)$

Le signal de sortie est donc le produit de convolution du signal d'entrée et de la réponse impulsionnelle du filtre (figure 3c).

L'opération de convolution est distributive, associative et commutative

B.1. Théorème de Plancherel

Ce théorème établit que la transformée de Fourier d'un produit de convolution est un produit simple et réciproquement.

Soit $e(t) * h(t) \xrightarrow{\quad} E(f) \cdot H(f) = S(f)$

$$e(t) \cdot h(t) \xrightarrow{\quad} E(f) * H(f)$$

Le spectre du signal de sortie $S(f)$ est le produit du spectre du signal d'entrée $E(f)$ et de la fonction de transfert du filtre $H(f)$.

I.2.4. DIFFERENTS TYPES DE BRUITS:

Le bruit reconnu par son caractère aléatoire est considéré comme un signal qui ne comporte aucune composante discrète en fréquence et dont la valeur instantanée varie de manière aléatoire. Comme il est défini par sa fonction de corrélation ou son spectre de densité de puissance ; il y a lieu de revenir sur ces 2 notions et d'en donner

quelques propriétés.

I.2.4. FONCTION D'AUTO-CORRELATION ET SES PROPRIÉTÉS:

La fonction d'auto-corrélation de la fonction $x(t)$ est:

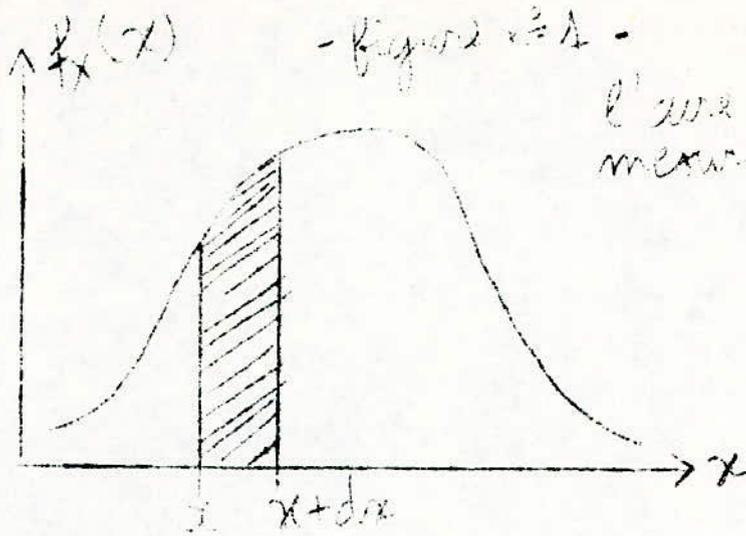
$$c_{xx}(\tau) = 1/T \int_0^T x(t) \cdot x(t-\tau) \cdot dt$$

avec $c_{xx}(-\tau) = c_{xx}(\tau)$

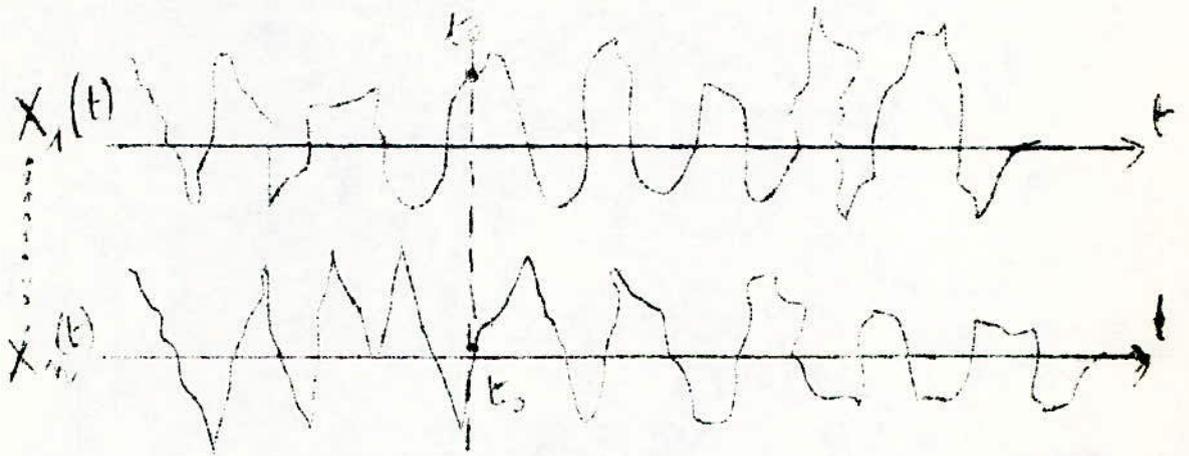
Sa transformée de Fourier est : $c_{xx}(\tau) \xrightarrow{2} 2 \int_0^{\infty} c_{xx}(\tau) \cdot \cos 2\pi f \tau d\tau$

Elle est maximum pour $\tau=0$ et elle tend vers 0 pour $\tau \rightarrow \infty$

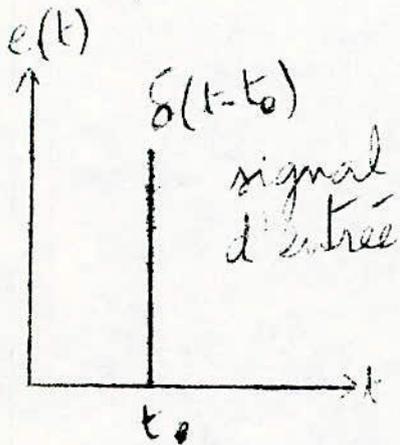
$$|c_{xx}(\tau)| \leq c_{xx}(0)$$



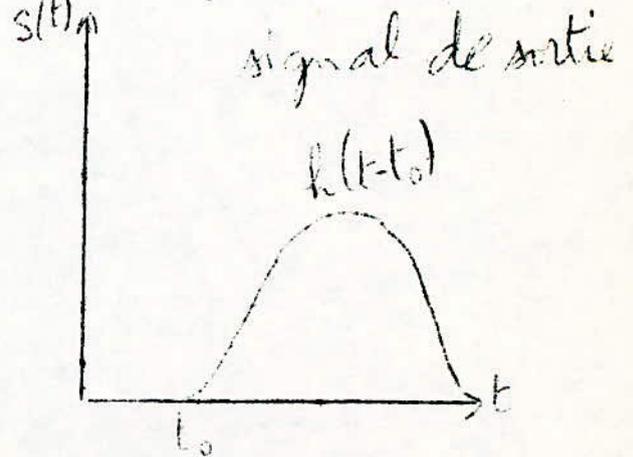
- figure n° 2 -



- figure n° 3a -



- figure n° 3b -



- figure n° 3c -



Pour un processus cette fonction d'autocorrélation définit une puissance moyenne.

I.2.4.2. DENSITE SPECTRALE ENERGETIQUE - THEOREME DE WIENER - KINTCHINE

La densité spectrale énergétique ou le spectre de densité de puissance représente la distribution en fonction de la fréquence, de la puissance moyenne d'un processus.

Elle est notée par $S_{xx}(f)$

D'autre part la puissance totale du processus est égale à :

$$C_{xx}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(f) df = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x(t))^2 dt$$

Le théorème de WIENER KINTCHINE établit que la fonction d'autocorrélation et la densité spectrale sont transformées de fourier l'une de l'autre.

$$C_{xx}(\tau) \Leftrightarrow S_{xx}(f)$$

alors:
$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau = 2 \int_0^{\infty} C_{xx}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau$$

I.2.4.3. DENSITE SPECTRALE D'INTERACTION.

Pour 2 fonctions aléatoires on peut définir une fonction d'intercorrélation

$$C_{xy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t-\tau) dt$$

La transformée de fourier d'une telle fonction est appelée densité énergétique d'interaction ou spectre croisé ou interspectre.

$$C_{xy}(\tau) \xrightarrow{F} S_{xy}(f)$$

avec
$$R\{S_{xy}(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} C_{xy}(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau$$

$$J\{S_{xy}(f)\} = -2 \int_0^{\infty} C_{xy}(\tau) \sin(2\pi f\tau) d\tau$$

Elle représente la puissance d'interaction dans la bande de fréquence considérée. Autrement dit elle caractérise l'information mutuelle échangée entre $x(t)$ et $y(t)$ dans la bande considérée.

I.2.4.4. DIFFERENTS TYPES DE BRUIT :

Le signal de bruit possède des propriétés énergétiques telles qu'il a été classé en différents types : gaussiens, blanc, coloré etc...

A. - BRUIT GAUSSIEN: /

Un bruit est dit gaussien si sa densité de probabilité suit une distribution gaussienne ou normale (FDG I)

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$$

Avec $f_X(x)$ la densité de probabilité du bruit, σ^2 et m sont respectivement sa variance et sa valeur moyenne.

Une propriété fondamentale des processus gaussien est de conserver leur caractère gaussien pour toute transformation linéaire.

D'autre part pour qu'un processus gaussien soit ergodique il suffit que sa densité spectrale énergétique soit fonction continue.

Pratiquement tout phénomène qui résulte d'un nombre très élevé de causes indépendantes est gaussien à selon la loi des grands nombres (théorème de tendance vers la loi de gauss.)

Ainsi le bruit thermique des résistances, le bruit de diffusion de transistors (bruit de grenaille) le bruit intergalactique sont des phénomènes physiques qui peuvent être représentés par des processus gaussiens.

B. BRUIT BLANC .

Un bruit blanc est un processus aléatoire dont la densité spectrale énergétique est uniforme. Pour un tel bruit la puissance dans une gamme de fréquence donnée ne dépend pas de la place de cette bande de fréquence sur toute l'étendue possible du spectre.

On dit qu'on est en présence d'un bruit blanc lorsque toutes les fréquences s'y retrouvent; Cette dénomination de bruit blanc est inspiré par le spectre au sens de l'optique, de la lumière blanche.

Il est clair qu'un tel bruit n'existe pas car même s'il est produit par une source idéale, il est impossible, du moins dans la technologie actuelle, de réaliser un système de mesure à bande passante infinie, les fréquences élevées seront inévitablement étouffées.

Cependant on considère bruit blanc un bruit gaussien de densité spectrale constante dans la bande utile des systèmes considérés (FIG 4a).

La fonction d'autocorrélation du bruit blanc est une impulsion de Dirac, elle est nulle pour toutes les valeurs de Z sauf pour Z = 0 (FIG 4b) puisque tout signal véhiculé de l'énergie l'expression de la fonction d'autocorrélation est:

$$c(z) = \frac{N_0}{2} \delta(z)$$

où N_0 a la dimension d'une énergie.

On en déduit le spectre de densité de puissance sachant que :

$$S(f) = F[c(z)] = \frac{N_0}{2}$$

Le terme $\frac{N_0}{2}$

exprime une symétrie du spectre.

$c(0)$ est la variance du bruit, en effet (Voir paragraphe 2.1.2.2.).

$$c(0) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t-0) dt = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt = \sigma_x^2$$

$$\text{or } c(0) = \frac{N_0}{2} \delta(0) = \checkmark$$

On conclut que la puissance moyenne du bruit blanc est infinie.

C'est un résultat prévisible lorsqu'on admet que le spectre est uniforme sur la totalité des fréquences.

à l'infini

-Par ailleurs la valeur de la fonction d'autocorrélation est le carré de la valeur moyenne. Donc le bruit blanc possède une valeur moyenne nulle.

En effet : $c(\tau) = E[x(t) x(t-\tau)]$ or $\forall \tau \neq 0$ $c(\tau) = 0$

Dans ce cas $x(t)$ et $x(t-\tau)$ peuvent être considérés comme totalement non corrélés

Alors $E[x(t) x(t-\tau)] = E[x(t)] E[x(t-\tau)] = m^2$ ($m =$ valeur moyenne)

$$\text{donc } c(0) = m^2 = \frac{N_0}{2} \delta(0) = \checkmark$$

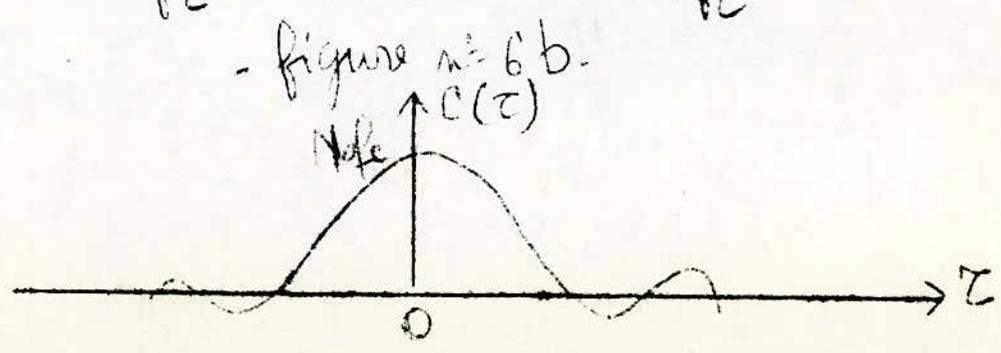
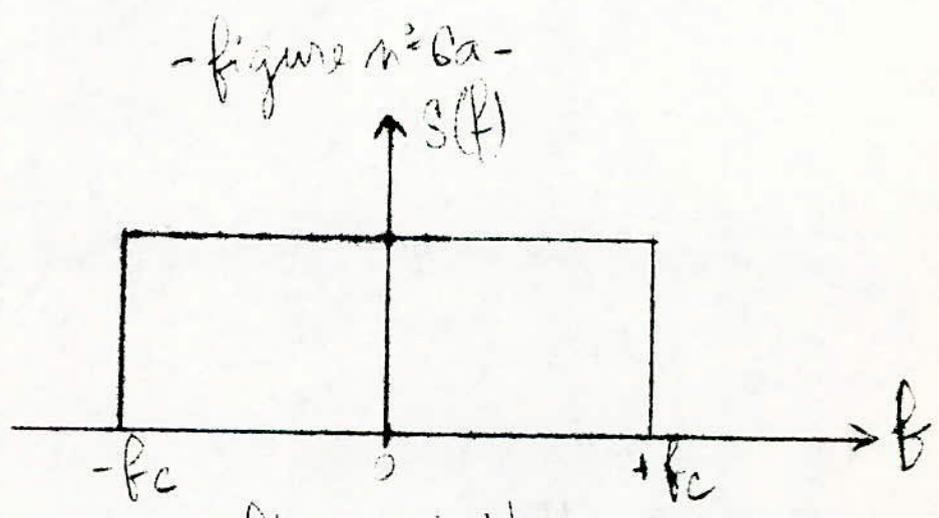
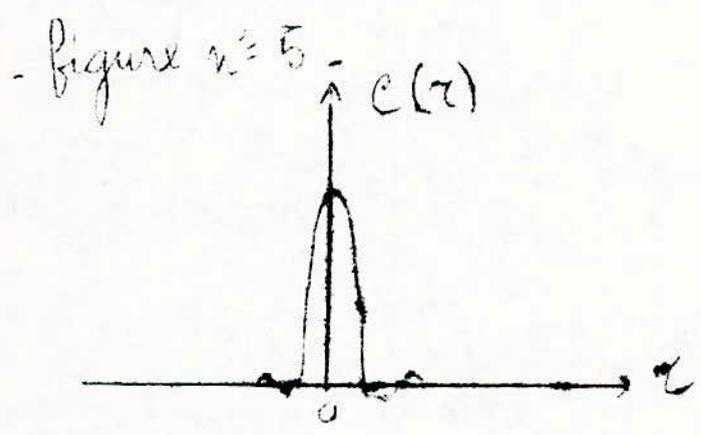
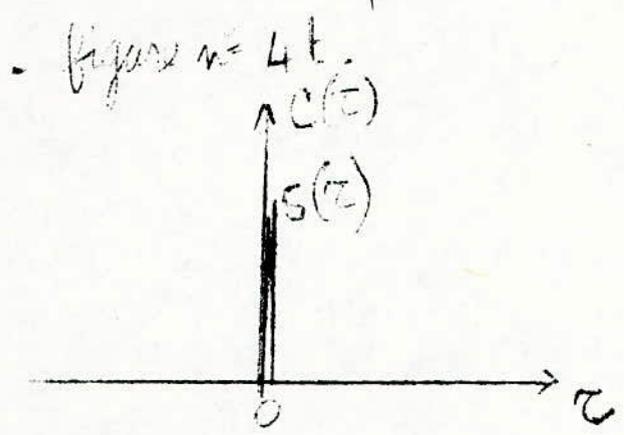
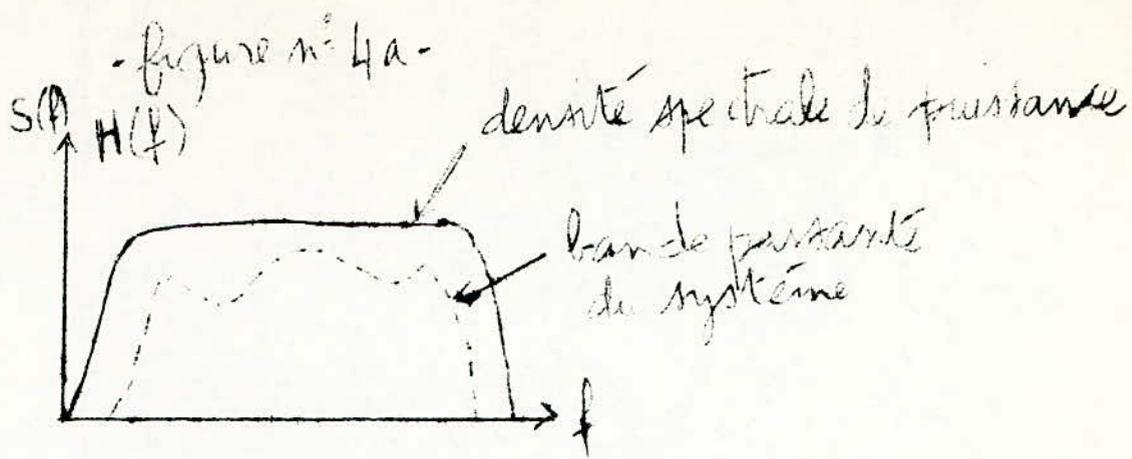
C. BRUIT COLORE.

Un bruit est dit coloré lorsque certaines fréquences sont absentes.

Il en est de même pour un bruit dont la densité spectrale n'est pas constante comme tout système considéré filtre ou étouffe les hautes fréquences, le bruit ne sera pas tout à fait blanc mais plutôt "rose" par analogie avec la lumière.

Ainsi la fonction d'autocorrélation d'un tel bruit ne sera une impulsion de Dirac mais plutôt une courbe étroite (FIG 5) qui

réflète donc bien la réalité.



D. BRUIT BLANC A BANDE LIMITEE.

C'est un processus idéal dont le spectre de puissance est uniforme jusqu'à une fréquence de coupure f_c au delà de laquelle il est nul (Fig 6 a)
la fonction d'autocorrélation d'un tel bruit est (Fig 6.b)

$$C(\tau) = \frac{N_0}{2} \frac{\sin 2\pi f_c \tau}{\pi \tau} = \frac{f_c N_0}{2} \frac{\sin 2\pi f_c \tau}{2\pi f_c \tau}$$

Elle s'annule pour $\tau = \frac{K}{2f_c}$ avec K : nombre réel.

$C(\infty) = 0 \rightarrow$ la valeur moyenne du bruit blanc à bande limitée est nulle.
Par contre la puissance moyenne ou variance vaut $N_0 f_c$.

En effet $C(\tau) \rightarrow N_0 f_c$ car $\frac{\sin x}{x} \rightarrow 1$ pour $x \rightarrow 0$

donc $C(0) = N_0 f_c$: puissance moyenne du bruit blanc à bande limitée.

En fait les bruits blanc à bande limitée ont un spectre de puissance uniforme dans une certaine Zone spectrale et qui décroît continûment hors de cette Zone.

Exemple : LE BRUIT THERMIQUE :

Le bruit thermique est un processus gaussien du type bruit blanc à bande limitée. En effet; il est blanc dans une Zone définie par une fréquence de coupure qui est grande par rapport aux fréquences usuelle et décroît continument au delà. Son SPECTRE de puissance étant continu, ce bruit est ergodique ; il est alors représenté par l'une de ses réalisations possibles. En pratique le bruit thermique est considéré comme un bruit blanc.

E. BRUIT POISSONNIEN.

Ce type de bruit se rencontre en physique nucléaire.

Il est constitué par des impulsions distribuées selon la loi de poisson telle que la probabilité d'avoir n impulsions dans un intervalle θ est donné par:

$$P_n(\theta) = \frac{(\lambda \theta)^n}{n!} e^{-\lambda \theta}$$

où λ est la paramètre de la loi de Poisson ou fréquence moyenne.

I.2.5. RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT -FACTEUR DE BRUIT-TEMPERATURE EQUIVALENTE DE BRUIT.

Le bruit à l'entrée d'un recepteur sera toujours considéré comme un bruit gaussien d'origine thermique. Ceci explique la prédominance de ce bruit par rapport aux autres comme il a été souligné au début.

I.2.5. . . : BANDE PASSANTE DE BRUIT .

Soit un circuit selectif dont la courbe de réponse qui donne la tension de bruit en fonction de la fréquence est tracée en FIG 7

La surface délimitée par cette courbe est égale à celle du rectangle KLMN

La distance MN définit alors la bande passante de bruit encore appelée bande équivalente de bruit.

Elle est donnée mathématiquement par: $B = \frac{1}{E_{max}^2} \int_0^{\infty} E_B^2 df$

Si on considère une courbe de gain $G(f)$ on aura :

$$B = \frac{1}{G_0} \int_0^{\infty} G(f) df \quad G_0 = \text{gain au centre de la bande}$$

I.2.5.2. RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT - FACTEUR DE BRUIT.

Afin d'apprécier le bruit qui se manifeste en un point quelconque d'un équipement on étudie le rapport signal sur le bruit soit $\frac{S}{B}$ en ce point. C'est un rapport de puissance qui se mesure en décibels.

$$\frac{S}{B} = \frac{P_s}{P_B} = \frac{\text{Puissance disponible de signal}}{\text{Puissance disponible de bruit.}}$$

ou $\frac{S}{B} (dB) = 10 \log \frac{P_s}{P_B}$

Pour un amplificateur, par exemple, de gain en puissance G raccordée à une source de résistance r . En constate que le rapport $\frac{S}{B}$ à l'entrée n'est pas le même que le rapport S/B à la sortie car l'amplificateur crée lui même du bruit. FIG 8.

La lettre e et s indiquent l'entrée et la sortie.

$T_0 = 293^\circ K$ pour fig 8

La source et l'amplificateur sont à la même température ambiante T_0 , prise comme référence.

La puissance maximum de signal disponible aux bornes de la source est :

$$S_e = \frac{e^2}{4r}$$

La puissance maximum de bruit disponible aux bornes de la source est :

$$N_e = 4KT_0RB = KT_0B$$

B : Bande passante de bruit.

la puissance de signal qui sera disponible en sortie de l'ampli: $S_s = G S_e$

Par contre celle de bruit qui sera disponible, N_s , elle vaut FGN_e

F est appelé facteur de bruit.

$$F = \frac{N_s}{FN_e} = N_s / KT_0GB$$

Donc le facteur de bruit peut être défini comme le quotient :

- de la puissance disponible de bruit que l'on trouve réellement à la sortie d'un amplificateur dont l'entrée est attaquée par une source à la $t^\circ T_0$
- par la puissance disponible de bruit que l'on trouverait à la sortie si la seule source de bruit était l'impédance interne de la source.

On peut donner une autre définition pour F :

$$\frac{S_s}{N_s} = \frac{G S_e}{F G N_e} = \frac{1}{F} \frac{S_e}{N_e} \rightarrow F = \frac{S_e / N_e}{S_s / N_s}$$

C'est le quotient du rapport $\frac{S_e}{N_e}$ à l'entrée de l'amplificateur par rapport $\frac{S_s}{N_s}$ signal sur bruit à sa sortie.

Le facteur de bruit dépend de la température de l'amplificateur.

I.2.5.3. TEMPERATURE EQUIVALENTE DE BRUIT /

La température équivalente de bruit T_e est la température d'une source de bruit (résistance) branchée à l'entrée du récepteur (supposé ne pas créer du bruit) qui assurerait du point de vue du bruit le même effet que le récepteur considéré.

Par ailleurs la puissance totale N_s de bruit disponible à la sortie de l'amplificateur est la somme du bruit thermique créé par la résistance interne de la source amplifiée par le gain G et le bruit propre N_r de sortie de l'ampli.

La relation qui lie la température équivalente de bruit au facteur de bruit est donnée par:

$$N_s = N_e + KGT_0B = FGT_0KB$$

$$d'où N_s = (F-1) KGT_0B = KFT_e B$$

$$T_e = (F-1)T_0$$

On remarque que si $T_0 = 0 \rightarrow N_s = N_R$

Le facteur de bruit n'est pas commode à utiliser en dessous de 3 dB, on utilise plutôt la température équivalente de bruit, pour caractériser le bruit créé par un récepteur.

I.2.6. TRANSFORMATION DES PROCESSUS DANS LES CIRCUITS LINEAIRES:

Cette transformation est réalisée à l'aide des filtres.

On considère le cas d'un seul filtre.

Transformation par un filtre

Le filtre sera considéré comme une boîte ayant une entrée où est appliqué un signal d'entrée $x(t)$ et une sortie où apparaît le signal de réponse (figure 9). CE filtre sera complètement caractérisé par sa réponse impulsionnelle $h(t)$ dont la transformée de Fourier est la fonction de transfert $H(f)$. Pour un système physique $h(t) = 0$ pour $t < 0$ car l'effet ne peut exister avant la cause.

$s(t) = x(t) * h(t) = \int_0^t x(\tau) \cdot h(t-\tau) \cdot d\tau$. La sortie et l'entrée sont liées par l'équation de convolution.

I.2.6.1. Valeur moyenne

La valeur moyenne des processus de sortie ne dépend que de la valeur moyenne du processus d'entrée et de la valeur de la fonction de transfert pour la fréquence zéro. $\overline{s(t)} = \overline{x(t)} \cdot H(0)$

I.2.6.2. Fonction d'auto-corrélation du signal de sortie:

$$C_{ss}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} 1/T \int_0^T s(t) \cdot s(t-\tau) \cdot dt$$

$$\text{avec } s(t) = \int_0^t x(\theta) \cdot h(t-\theta) \cdot d\theta$$

en remplaçant $s(t)$ et $s(t-\tau)$ par leurs expressions et en opérant un changement de variable on déduit que : $C_{ss}(\tau) = C_{hh}(\tau) * C_{xx}(\tau)$
C'est un résultat qui établit que la fonction d'auto-corrélation du signal de sortie $C_{ss}(\tau)$ est le produit de convolution de la fonction d'auto-corrélation de la réponse impulsionnelle du système et de la fonction d'auto-corrélation du signal d'entrée.

I.2.6.3. Densité spectrale énergétique:

En prenant la transformée de Fourier des deux membres de l'équation de convolution précédente on obtient : $S_{ss}(f) = S_{hh}(f) \cdot S_{xx}(f)$

Si le signal d'entrée $x(t)$ est tel que sa fonction d'auto-corrélation soit assimilable à une impulsion de Dirac (bruit blanc); on aura :

$$S_{xx}(f) = I \rightarrow S_{ss}(f) = S_{hh}(f) \text{ donc : } C_{ss}(\tau) = C_{hh}(\tau)$$

Or la transformée de Fourier de la fonction d'auto-corrélation de la réponse impulsionnelle n'est autre que le carré du module de la fonction de transfert. $S_{hh}(f) = |H(f)|^2$

d'où : $S_{SS}(f) = |H(f)|^2$

Ainsi si le signal d'entrée est tel que sa fonction d'auto-corrélation soit une impulsion brève alors la fonction d'auto-corrélation du signal de sortie aura pour transformée de Fourier le carré du module de la fonction de transfert du filtre.

I.2.6.4. Intercorrélation entrée sortie:

Si l'on fait l'intercorrélation du signal d'entrée et du signal de sortie on aura : $C_{XS}(\tau) = \int_0^\tau h(\theta) \cdot C_{XX}(\tau - \theta) \cdot d\theta = h(\tau) * C_{XX}(\tau)$

donc la même relation de convolution lie les signaux $x(t)$ et $S(f)$ et leurs fonction d'auto-corrélation : $s(\tau) = h(\tau) * x(\tau)$

$C_{XS}(\tau) = h(\tau) * C_{XX}(\tau)$. La transformation de Fourier donne alors $S_{XS}(f) = H(f) \cdot S_{XX}(f)$, là aussi le signal est tel que $C_{XX}(\tau)$ soit assimilable à une impulsion, on aura : $C_{XS}(\tau) = h(\tau)$ et $S_{XS}(f) = H(f)$

Donc la fonction d'intercorrélation entrée sortie est la réponse impulsionnelle du système. C'est un résultat important qui sera exploité largement en pratique pour la mesure, par exemple, de la fonction de transfert, de la réponse impulsionnelle.

I.2.6.5. Bande équivalente de bruit d'un filtre :

(voir la bibliographie II PP. 84-90).

Supposons qu'on filtre un bruit blanc $x(t)$ de densité spectrale symétrique $N_0/2$.

a) Filtre passe-bas:

Le spectre de puissance $S_x(f)$ du bruit de sortie aura l'allure de la figure IO. LE filtre passe-bas est caractérisé par sa fréquence de coupure f_0 à -3 dB, on définit alors la bande équivalente de bruit B_n du filtre comme étant la fréquence de coupure d'un filtre passe-bas idéal ayant même gain à la fréquence zéro et même puissance de bruit en sortie lorsque le bruit à l'entrée est blanc.

L'expression de la bande équivalente de bruit est :

$$B_n = \frac{1}{2 |H(0)|^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(f)|^2 \cdot df \quad (\text{voir paragraphe 2.5.I})$$

b) Filtre passe-bande :

Le spectre de puissance $S_x(f)$ du bruit de sortie a l'allure de la figure II. La bande de bruit B_n est alors la largeur du support de la fonction de transfert d'un filtre passe-bande idéal, rectangulaire, centré sur la fréquence f_0 , ayant même gain à la fréquence f_0 et même puissance totale de bruit en sortie lorsque à l'entrée le bruit est blanc. L'expression de B_n est : $B_n = \left[\frac{1}{2 |H(f_0)|^2} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(f)|^2 \cdot df \right]$

c) Exemple:

On donne quelques exemples de bande équivalente de bruit blanc filtré
 c.I. Bruit défini par un filtre passe bas RC (figures I2a, I2b)

La bande passante à -3dB DE Ce filtre vaut évidemment : $f_c = 1/2\pi RC$

On donne l'allure du spectre et de la fonction d'auto-corrélation.

Calculons sa bande équivalente de bruit B_n du filtre RC parallèle
 passe bas

$$B_n = \left\{ I/2 |Z_m|^2 \right\} \int_0^{\infty} |Z(f)|^2 \cdot df \quad \text{où } |Z(f)| \text{ est le module de l'impédance.}$$

Considérons par exemple la courbe donnant $|Z(f)|$ en fonction de la fréquence (fig I2c) seulement pour les valeurs positives, ce qui correspond bien à la réalité.

Le gain en tension d'un amplificateur est proportionnel à $|Z(f)|$ et
~~la fonction en puissance~~ ^{GAIN EN PUISSANCE} est proportionnel à $|Z(f)|^2$

Alors $B_n = \left\{ I/|Z_m|^2 \right\} \int_0^{\infty} |Z(f)|^2 \cdot df$

$|Z_m|$ valeur maximale de $|Z(f)|$: $|Z_m| = |Z(0)| = R$

$$B_n = \frac{I}{R^2} \int_0^{\infty} \frac{R^2}{1+R^2 C^2 \omega^2} \cdot df = \int_0^{\infty} \frac{df}{1+R^2 C^2 \omega^2} = \frac{I}{2\pi RC} \int_0^{\infty} \frac{d(2\pi RCf)}{1+4\pi^2 R^2 C^2 f^2}$$

$$B_n = \frac{I}{2\pi RC} \cdot \frac{\pi}{2} = f_c \cdot \frac{\pi}{2}$$

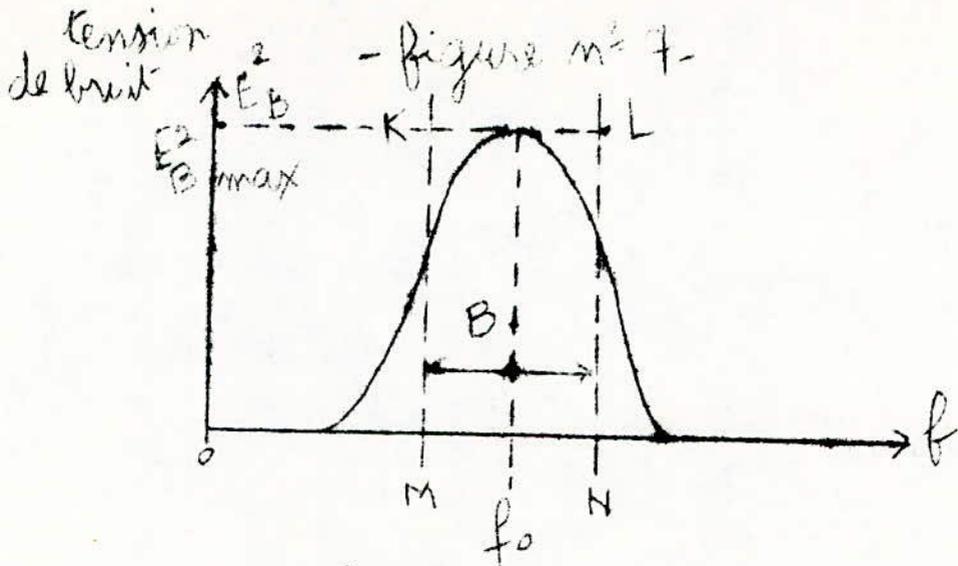


Figure n° 8: A block diagram of an amplifier. The input side shows a voltage source e and a resistor r connected to terminals S_e and N_e . The amplifier is labeled "AMPLI" and "G". The output side shows terminals S_s and N_s . A note says "les lettres e et s indiquent l'entrée et la sortie".

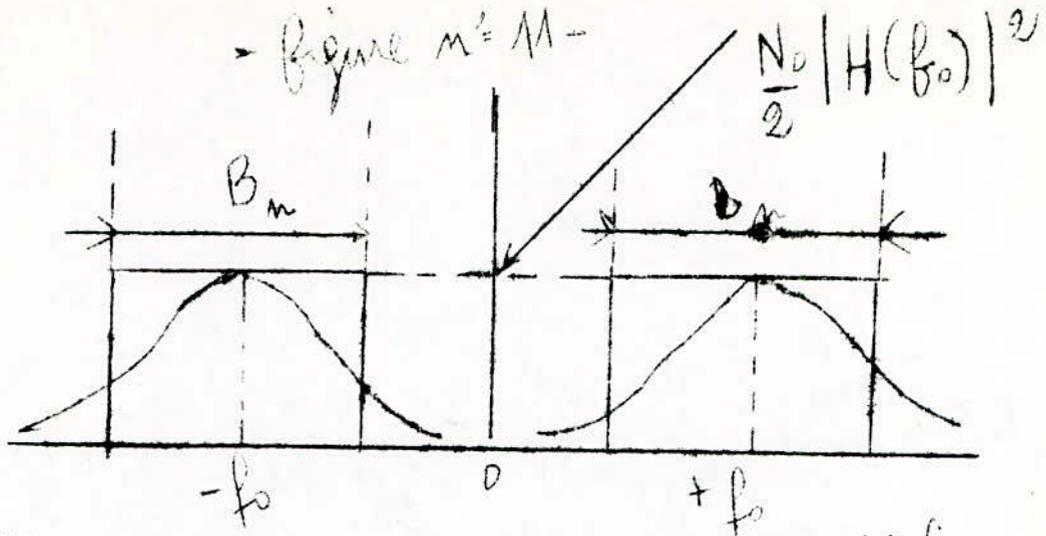
$T_0 = 293^\circ K$

Figure n° 9: A block diagram showing an input signal $x(t)$ entering a block labeled $h(t)$, with an output signal $s(t)$.

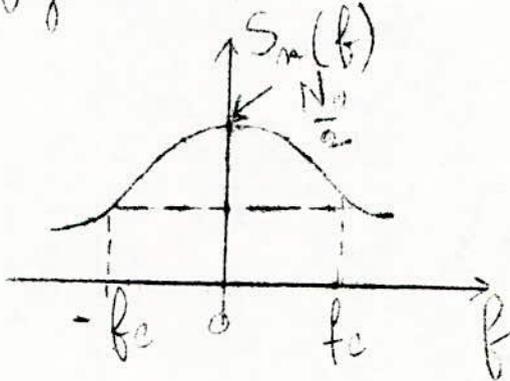
Figure n° 10: A graph showing the noise power spectrum. The vertical axis is labeled $\frac{N_0}{2} |H(f)|^2$. The horizontal axis has points $-B_m$, $-f_c$, 0 , f_c , and B_m . A bell-shaped curve is centered at 0 . A rectangular box is drawn around the curve, extending from $-B_m$ to B_m .

The rectangle $B_m, N, M, -B_m$ occupies the same area as the curve.

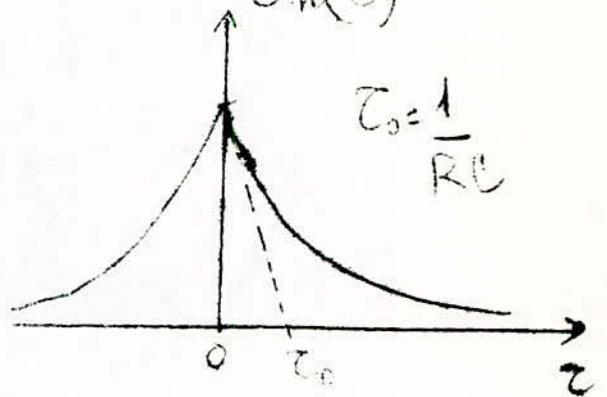
- figure n° 11 -



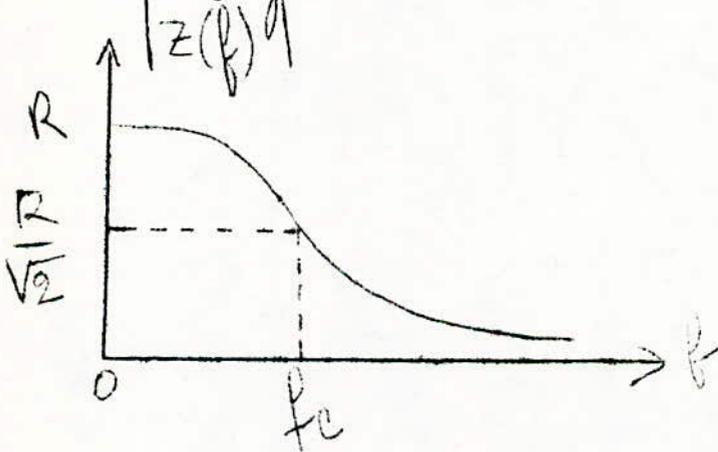
- figure n° 12a -



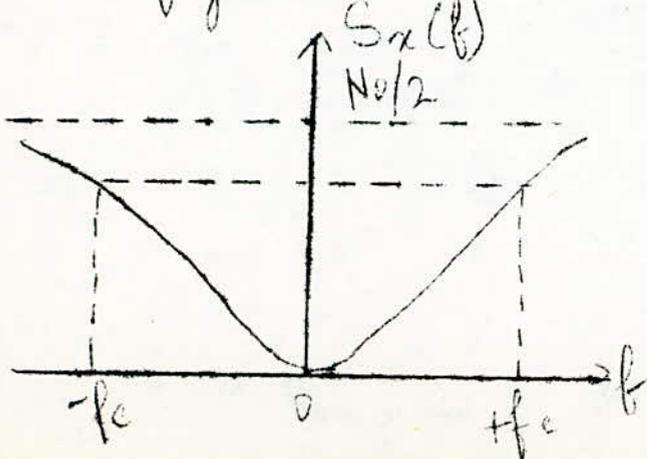
- figure n° 12b -



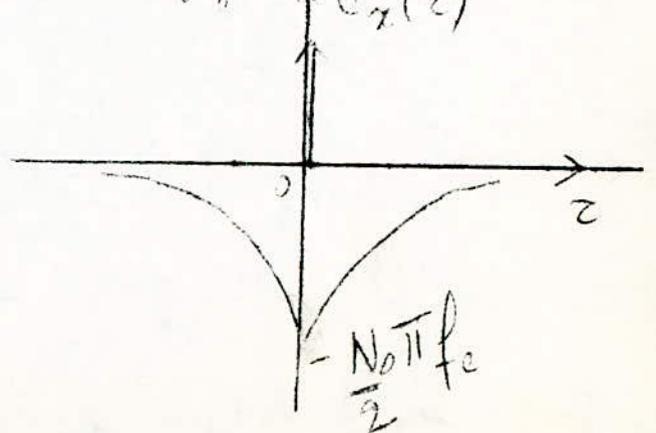
- figure n° 12c -



- figure n° 13a -



- figure n° 13b -



C.2. BRUIT DEFINIT PAR UN FILTRE PASSE-HAUT RC.

Dans ce cas la bande passante équivalente de bruit B_n est infinie.
On donne en figures 13a , 13 b , l'allure du spectreⁿ de puissance et de la fonction d'autocorrélation.

C.3. BRUIT DEFINIT PAR UN CIRCUIT PASSE-BANDE R L C .

Dans ce cas la bande passante équivalente de bruit est déterminée de la même manière que pour le filtre passe-bas R C avec la fréquence de coupure f_c comme la fréquence centrale.

On obtient alors :

$$B_n = \frac{\pi}{2} \cdot B_{-3dB}$$

B_{-3dB} est la bande passante à -3 db du filtre.

II. GENERATEUR DE BRUIT . le bruit

Connaisant le rôle que joue dans les systèmes; il est légitime de se demander en quoi consiste le besoin en un générateur de bruit:
 Le fait de pouvoir reproduire ce phénomène aléatoire et agir sous ses caractéristiques en facilite beaucoup l'étude.
 De même une source de bruit défini et contrôlable contribue efficacement à la conception des circuits ou élément qui auront pour tâches de l'éliminer ou en minimiser les effets dans la mesure où le signal fourni se rapproche beaucoup des perturbations à distribution gaussienne des amplitudes auxquelles sont soumis les système en fonctionnement réel.
 Par la richesse de ses caractéristiques de bruit, en tant que la signal aléatoire de test offre de nombreuses possibilités d'application.

Les générateurs de bruit classique exploitent la possibilité de certains composants à produire le bruit gaussien comme la diode Zener, la diode à vide, la diode à gaz etc...
 Malheureusement ces générateurs réalisent une largeur de bande utile de bruit réduite ainsi qu'une puissance du signal variant assez fort avec la largeur du spectre surtout aux bases fréquences.

Alors la génération typiquement analogique des perturbations aléatoires a été presque abandonnée en faveur de générateur à séquence numérique, le registre à décalage qui peuvent produire des séquences cycliques des bruit binaires pseudoaléatoire, à n'importe quelle fréquence jusqu'à 4 mhz et plus.
 Ces générateurs peuvent être réaliser sans grand frais et avec des circuits intégrés numériques d'une grande fiabilité; ils présentent alors l'avantage d'être précis et commode tout en permettant des économies importantes dans les applications.

II.1. GENERATEUR DE BRUIT ALEATOIRE.

On sait maintenant que tout élément résistant est une source de bruit thermique qui dépend directement de la température et que toute source de courant électronique est également une source de bruit de grenaille.

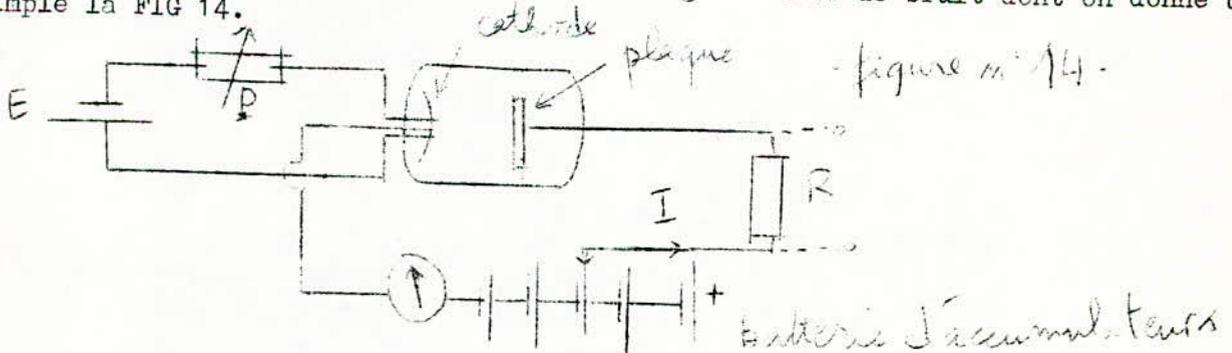
Ces sources fournissent les impulsions électriques aléatoires. comme les charges libres qui produisent le bruit possèdent des vitesses aléatoires, les amplitudes des impulsions correspondantes seront également à variations aléatoires. On obtient alors des signaux qui seront réparties dans une très large bande de fréquence, particulièrement pour le bruit blanc.

II.1.1. GENERATEUR A RESISTANCE CHAUDE.

Une lampe à filament de tungstème qui présente en fonctionnement une résistance métallique chaude peut constituer un générateur de bruit blanc dont la f.e.m est réglable par la température du fil chauffé par une source de courant variable.
 Cependant le bruit obtenu n'atteint un niveau pratiquement utilisable que pour des températures élevées pouvant détruire le filament.

II.1.2. GENERATEUR A DIODE A VIDE.

Une diode à vide fonctionnant en régime de saturation donne un débit d'électrons qui n'est pas constant mais soumis à d'inévitables variations qui se traduisent sur le courant continu obtenu par un bruit de grenaille.
 On peut exploiter cette situation pour en faire un générateur de bruit dont on donne un schéma simple la FIG 14.



La cathode est chauffée par un circuit de chauffage constitué d'un potentiomètre et d'une source de tension E. La plaque (ou anode) est reliée extérieurement par la cathode par un circuit plaque comportant un ampérèmetre et une batterie d'accumulateur, ainsi qu'une résistance R aux bornes de laquelle on prélève la tension de bruit.
 A une température donnée de la cathode le régime de saturation est atteint lorsque même en augmentant la valeur de la tension plaque, le courant plaque reste pratiquement constant. Le courant de saturation est d'autant plus intense que la température de la cathode (filament) est plus élevée.

Dans ces conditions la tension de bruit prélevée aux bornes de R est telle que :

Avec U_{bruit}^2 : valeur efficace moyenne de la tension de bruit, et I_{bruit} courant efficace

$$U_{\text{bruit}}^2 = R^2 I_{\text{bruit}}^2$$

SCHOTTEKY a pu établir une relation du courant de saturation et le courant de bruit correspondant. $I_{\text{bruit}}^2 = 2eIB$

e : Charge électrique élémentaire : $1,6 \cdot 10^{-19}$ C

I : Courant de saturation de la diode

B : Largeur de bande de bruit .

On déduit que : $U_{\text{bruit}}^2 = 2eR^2IB$

Ainsi la tension de bruit recueillie sera d'autant plus grande que le courant de saturation soit élevés doc.c la cathode soit plus chaude. Ceci est dû au fait que les électrons libres contenus dans le metal du filament s'agitent de façon incessante et désordonnée.

On peut réaliser également des générateurs de bruit en utilisant d'autre variantes de tubes comme les triodes , les pentodes ect... qui tout comme la diode à vide produisent un bruit de grenaille .

Mais tous ces composants présentent , outre des performances moins satisfaisantes, l'inconvénient majeur d'un encombrement et prix élevés.

On a , de ce fait intérêt à exploiter les propriétés que présentent les semi-conducteurs pour générer du bruit aléatoire.

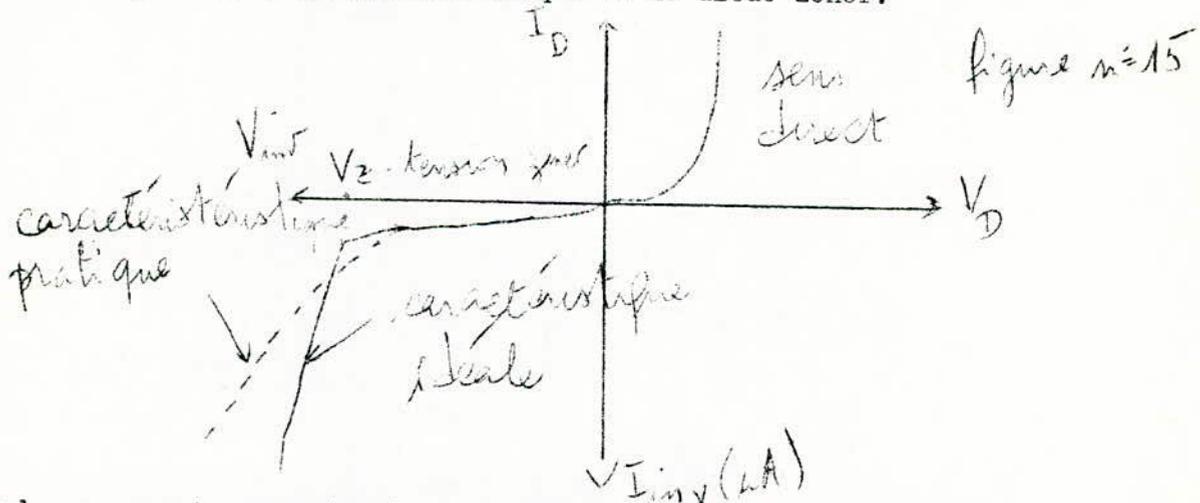
II.1.3. GENERATEUR DE BRUIT A DIODE ZENER.

Aucun composant à semi-conducteur n'est exempt de bruit, comme les transistors , diodes... dont le niveau est presque toujours très faible but d'ailleurs recherché par les constructeurs pour accroître les performances des composants.

Ce bruit est dû principalement aux fluctuations du rythme de créations et recombinaisons des porteurs libres, caractérisé par une variation en raison inverse de la fréquence d'utilisation de sorte que , par exemple pour le transistor à effet de champs ce bruit n'est presque plus perceptible au delà de 100 Hz.

Cependant le diode Zener qui connaît de très nombreuses applications présente pour une polarisation précise un bruit de niveau exploitable.

On donne en figure 15 : la caractéristique de la diode Zener:

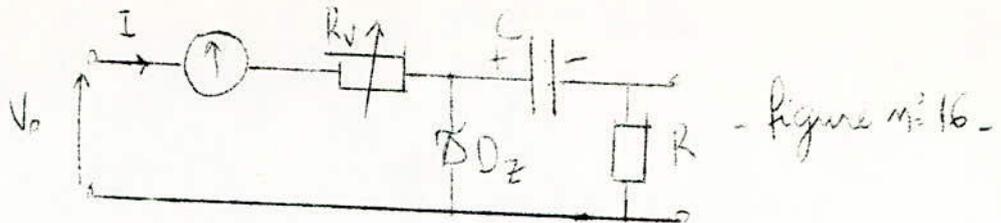


Une diode zener est caractérisée essentiellement par sa tension de Zener V_Z qui est la tension inverse pour laquelle on observe un coude brusque de la caractéristique provoquant une augmentation intense du courant inverse . La diode fonctionne alors dans la zone de claquage qui n'est pas destructif tant que la température limite de la jonction n'est pas atteinte.

Pour en faire un générateur de bruit , il suffit de la polariser par de très faibles courants inverses de l'ordre de quelques microampères, soit à la naissance du coude. On obtient alors aux bornes d'une résistance de charge , une tension de bruit qui est d'autant plus grande que la tension de Zener est élevée.

Ce bruit est provoqué par de faibles mais brusques variations de la tension de Zener . On peut expliquer l'origine de ce bruit par l'effet Zener qui se traduit par une augmentation de champs de la jonction au fur et à mesure que la tension inverse croît. Les porteurs sont alors très violemment accélérés provoquant de très rapides impulsions de courant .

Un montage simple permet de mesurer le niveau de bruit créé par une Zener (Figure 16)



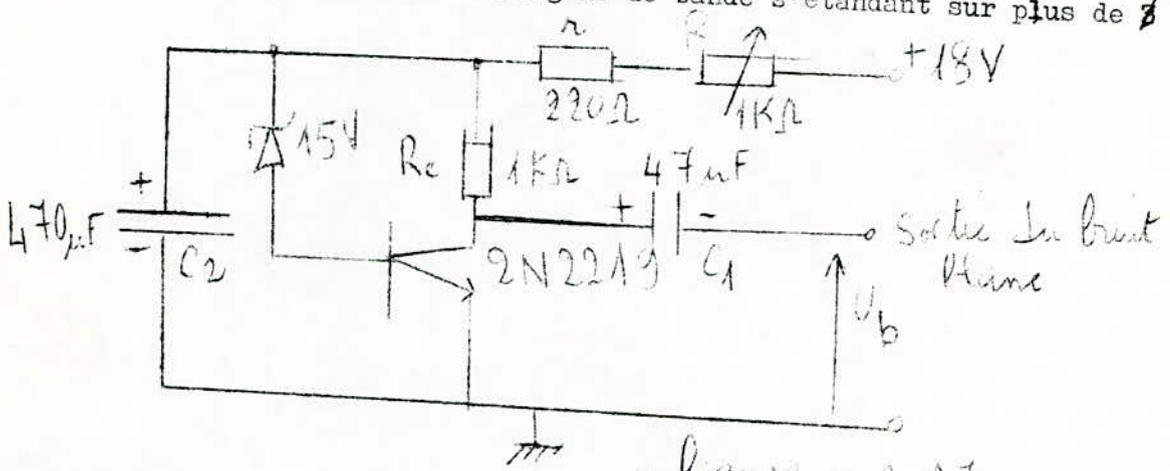
- figure n° 16 -

La diode est polarisée par la source continue V_0 .
 On recueille aux bornes R une tension de bruit qui dépend du point de fonctionnement de la diode, réglable soit par la tension d'alimentation V_0 , soit par potentiomètre R_V , de la valeur de la tension de Zener est de la puissance dissipable permise.
 La capacité C bloque toute composante continue.
 En pratique pour obtenir des tensions de bruit de quelques volts crête à crête on utilise des diodes dont les tensions de Zener sont comprises entre 10 V et 33 V.
 Toutefois l'adjonction d'un transistor amplificateur à large bande à la diode Zener permet d'augmenter le niveau de bruit obtenu tout en préservant une largeur de bande satisfaisante.
 Actuellement on utilise des modules amplificateurs intégrés pour porter la largeur de la bande équivalente de bruit à quelques Gigahertz en réduisant par là même l'encombrement des éléments discrets; le niveau de bruit est nettement plus élevé avec une bonne stabilité.

II.1.3.1. REALISATION D'UN GENERATEUR DE BRUIT A DIODE ZENER.

Ce type de générateur a fait l'objet d'une réalisation pratique dont le montage est illustré par la figure 17.

on utilise de ce fait un transistor amplificateur à large bande donnant en sortie un niveau de bruit de 10 volts pour une largeur de bande s'étendant sur plus de 30 MHz.



- figure n° 17 -

La diode Zener a une tension de 15 V et est polarisée par le potentiomètre R et la résistance R_C est une résistance de protection qui doit limiter le courant quand le potentiomètre s'annule.
 La capacité $C_2 = 470 \mu F$ bloque la composante continue du courant tandis que C_1 permet de transmettre le niveau de bruit tout en bloquant le composante continue du courant collecteur. C_1 forme avec l'impédance d'entrée du système de mesure un filtre passe-haut atténuant inévitablement les très basses fréquences.

A - ETUDE STATIQUE.

Le schéma équivalent de la diode Zener est (fig 18 a, 18 b) ainsi que sa caractéristique.

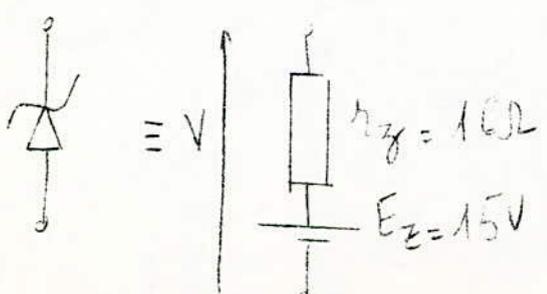


figure n° 18 a.

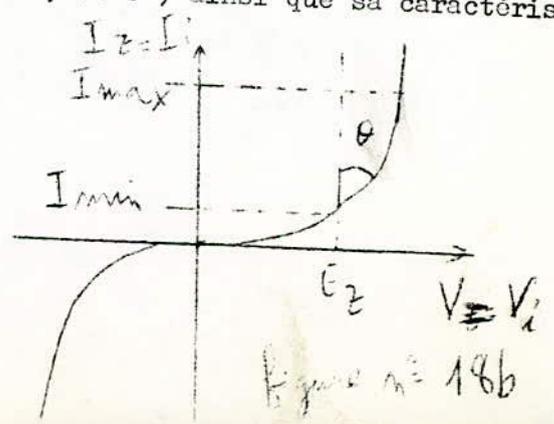
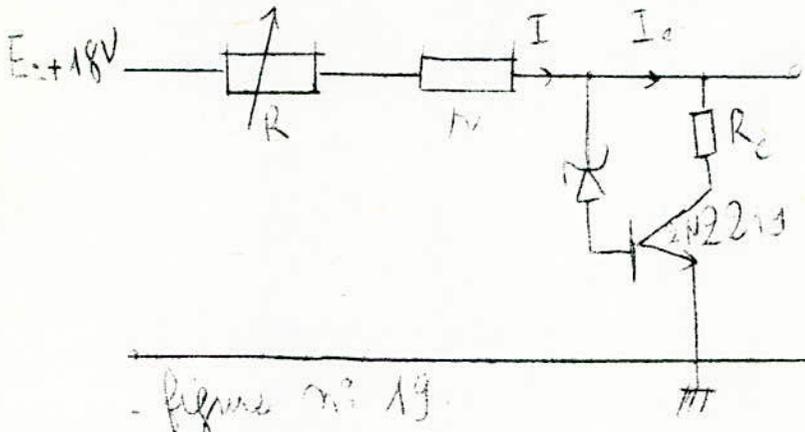


Figure n° 18b

Le montage est donné par le fig 19 en régime continu :



- figure n° 19 -

On a les équations suivantes :

$$E = (r+R) I + R_c I_c + V_{cE}$$

$$E = (r+R) I + r_z I_z + E_z + V_{BE}$$

Avec $V_{BE} = 0,7V$; $I = I_c + I_z$

On doit polariser la diode Zener au voisinage du coude, il en résulte un courant I_z très faible de l'ordre du μA : dans ce cas $I \approx I_c$

$$E = (r + R + R_c) I_c + V_{cE}$$

d'où

$$E = (r + R) I_c + V_{BE} + V$$

On doit donc porter la tension V aux bornes de la diode Zener autour de $\approx 15V$.
Si l'on fait augmenter R , le courant I tend à diminuer donc V_{cE} augmente et la tension V diminue de telle sorte que si elle passe en dessous du seuil le courant I_z devient presque nul ce qui provoque le blocage du transistor et par la même la disparition de la tension de bruit.

Dans le cas contraire le courant I_c augmente d'où V_{cE} diminue et la tension V aux bornes de la diode augmente donnant lieu à un courant I_z suffisant pour obtenir une tension de bruit.

Si on diminue R jusqu'à l'annuler on sature le transistor tandis que la tension aux bornes de la diode Zener chute en dessous du seuil car I_c augmente fortement.

Là apparaît le rôle que joue la résistance R car si elle était absente la tension V vaut $E - V_{BE} = 17,3V$ lorsque $R = 0$: la diode Zener fonctionnera alors dans sa zone de claquage et sera détruite si sa température limite sera atteinte et il en sera de même pour le transistor qui va dissiper une plus puissance en raison de la forte augmentation de I_c .

Choix des éléments :

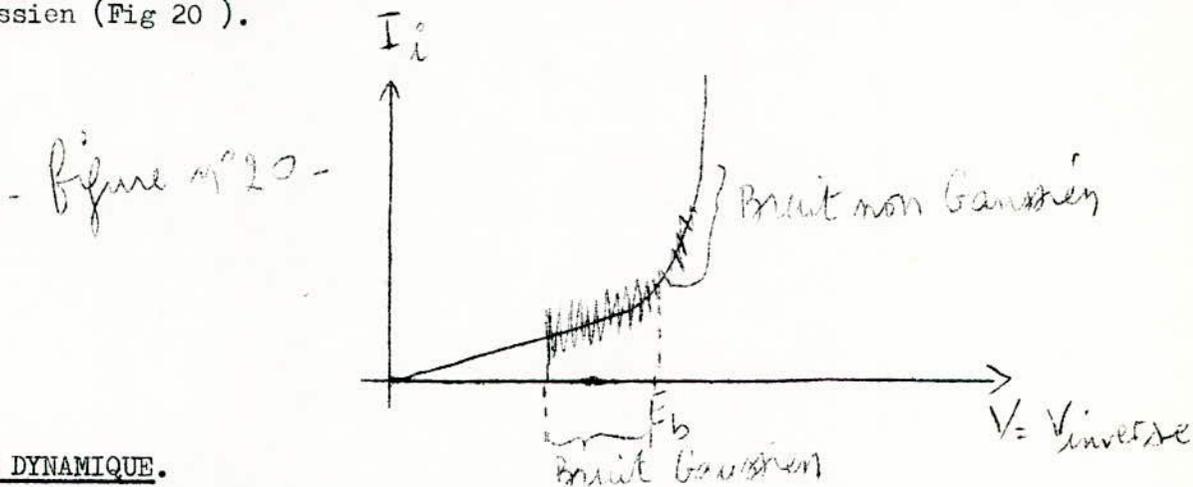
On a choisi une résistance $R_c = 1K\Omega$ qui est suffisamment grande pour limiter I_c et suffisamment petite pour ne pas augmenter l'impédance de sortie.

Tandis que $r_z = 20\Omega$ suffit pour éviter le claquage destructif de la diode.

un potentiomètre $R = 1K\Omega$ permet largement d'arriver au résultat escompté. On donne le tableau suivant où l'on donne le niveau obtenu expérimentalement en sortie pour 2 polarisations différentes ainsi que la tension V aux bornes de la Zener.

V_{ce} (V), mesurée	I_c (mA), compteur	V_Z (V) calculée	U (V) bruit côté à crête	R (Ω) calculée
14,7	5,1	14,7	5	483
6,8	9	15,1	10	25

Il faut remarquer que si la diode est polarisée au delà du coude le bruit obtenu est non gaussien (Fig 20).



B. ETUDE DYNAMIQUE.

La capacité $C_1 = 470\mu F$ peut être considérée comme un court-circuit vis à vis des basses fréquences.

En régime dynamique le schéma se réduit à la figure 21a où la diode Zener se comporte comme une source de tension de bruit de résistance R_z .

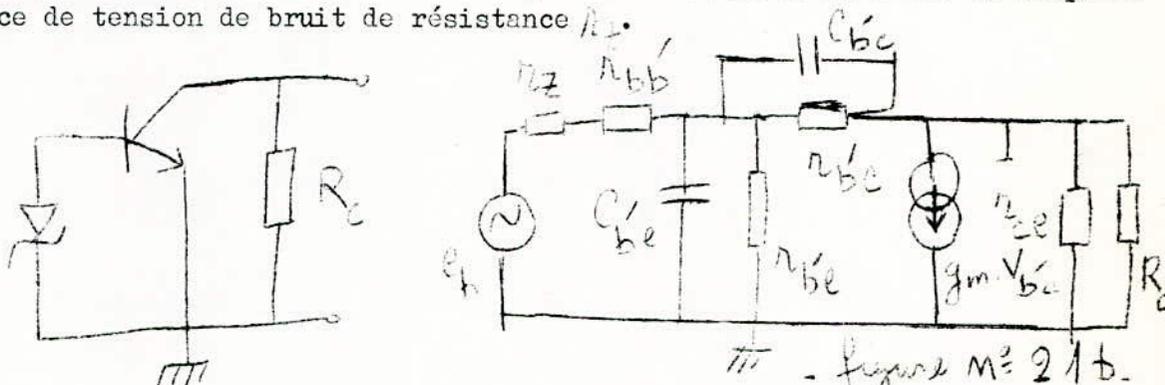


FIG. 21a;

Schéma équivalent du montage en HF.

On doit considérer le schéma équivalent en HF du transistor où l'on a :

$$r_{be}' = \frac{1}{h_{fe}} = h_{ie}$$

$$r_{be} = \frac{y_i}{h_{fe}}$$

$$r_{ce} = 2h_{fe}^{-1} R_{12}$$

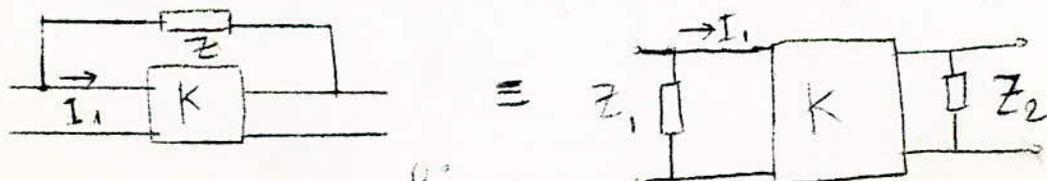
$$r_{bb}' = 60\Omega$$

$$C_{bc}' = 8pF$$

$$C_{be}' = 25pF$$

Les résistances r_{be}' et r_{ce} sont telles qu'on peut les considérer comme des circuits ouverts.

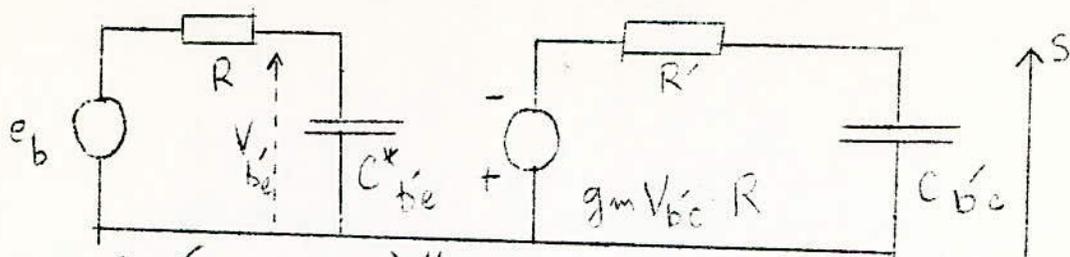
On peut calculer la fréquence de coupure du gain $\frac{50}{1}$ de l'amplificateur. Pour cela on applique le théorème de Miller qui se résume par la figure 22



avec $Z_1 = \frac{Z}{1-K}$

- figure n° 22 -
et $Z_2 = \frac{KZ}{K-1}$; K étant le gain de l'amplificateur.

le montage se simplifie pour devenir celui de la figure 23.
 - figure n° 23. - 29 -



avec $R = (r_z + r_{bb'}) // r_{be}$; $R' = R_c // r_{ce} \approx R_c$
 $C_{be}^* = C_{be} + (1 - A) C_{bc}$; $g_m = \text{pente du transistor}$

on obtient alors facilement le gain $\frac{S}{e_b}$:

$$\frac{S}{e_b} = g_m R_c \frac{1}{1 + jRC_{be}^*} \cdot \frac{1}{1 + jR'C_{bc}}$$

on en déduit les 2 fréquences de coupure f_1 et f_2 :

$$f_1 = \frac{1}{2\pi RC_{be}^*} \quad \text{et} \quad f_2 = \frac{1}{2\pi R'C_{bc}}$$

pour une tension de bruit de 5V la pente interne du transistor vaut $g_m = \frac{I_c}{25mV} = \frac{3,7}{25} = 142 \text{ mA/V}$

$r_{bc} = \frac{26}{I_B}$; on a mesuré un courant $I_z = I_B = 20 \mu A$
 d'où $r_{bc} = \frac{26}{20 \cdot 10^{-5}} \gg r_{bb'}$ et r_z

donc $R \approx r_z + r_{bb'} = 80 \Omega$

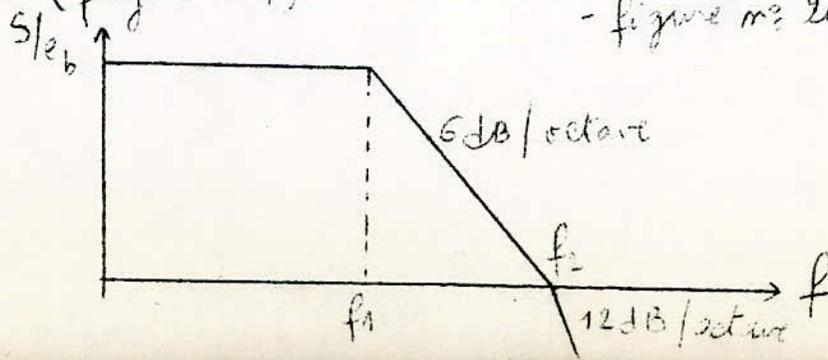
$K = \frac{S}{V_{be}} = -g_m R_c = -142$

on en déduit $C_{be}^* = 1169 \text{ pF}$

d'où $f_1 = 1,7 \text{ MHz}$; $f_2 = 20 \text{ MHz}$

donc pour un niveau de 5V la bande passante à -3dB est de 1,7 MHz pour une largeur de bande de 20 MHz

on peut donner l'allure de la courbe de réponse de l'amplificateur (figure 24)



- figure n° 24 -

.../...

Pour monter en fréquence il faut diminuer la charge.

L'impédance de sortie de l'amplificateur est $R_c = 1k\Omega$.

La capacité de liaison C_2 forme avec la résistance d'entrée ou de charge un circuit à constante de temps atténuant les (très) basses fréquences.

La fréquence de coupure sera : $f_c = \frac{1}{2\pi RC}$

Pratiquement pour $R = 600\Omega$, par exemple, il faut prendre $C \gg 47\mu F$ pour ne pas réduire le niveau des composantes de bruit dont la fréquence est inférieure à 100 Hz. Donc $C = 47\mu F$ convient aussi bien pour les charges de haute impédance que pour les faibles impédances puisque

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC} = \frac{10^6}{2\pi \times 600 \times 47} = 5,6 \text{ Hz.}$$

II.3. GENERATEUR DE BRUIT PSEUDOALEATOIRE

II.3.1. SEQUENCE BINAIRE PSEUDO ALEATOIRE

Un registre à décalage rebouclé sur lui-même à l'aide d'un circuit d'addition modulo 2 qui réalise la disjonction de la sortie du registre avec celle d'une bascule constitue un ensemble qui délivre un signal binaire sous forme d'une séquence composée d'états "0" ou "1". Un registre constitué par N bascules sera traversé par une séquence qui au maximum se répète après $2^N - 1$ états, car l'état "0" pour tous les étages doit être exclu sinon la séquence sera composée uniquement de "0". Alors une séquence ayant $2^N - 1$ états est appelée séquence de longueur maximale ou M séquence. La répartition aléatoire des états "1" et "0" binaires à l'intérieur des séquences obtenues est la base de l'utilisation de ces séquences comme bruit binaire et parce qu'elles sont répétitives on les appelle séquences pseudo-aléatoires.

Le nombre de "1" contenu dans une M-séquence est égal à $\frac{(2^N - 1) + 1}{2} = 2^{N-1}$ et celui des "0" est égal à $\frac{(2^N - 1) - 1}{2} = 2^{N-1} - 1$.

II.3.2. GENERATION DES SEQUENCES BINAIRES DE LONGUEUR MAXIMALE

Il existe plusieurs possibilités pour générer des séquences binaires dont la longueur maximale dépend du nombre de cellules élémentaires de mémoires que sont les bascules ou bistables constituant le registre à décalage. Ce dernier étant un ensemble synchrone nécessite un générateur d'impulsions rectangulaires ou horloge pour rythmer le fonctionnement. On donne le schéma synoptique du générateur de séquences binaires pseudo-aléatoires (S.B.P.A) (figure 25). Le circuit d'addition peut être un ou plusieurs additionneurs modulo 2 selon le besoin.

L'addition binaire est réalisée par une porte "OU EXCLUSIF" qui donne en sortie "1" quand un nombre impair de "1" est appliqué à ses entrées et "0" quand ce nombre est pair. Le registre à décalage peut être réalisé par les bascules R-S, J-K, ou D. Actuellement ces registres existent en circuits intégrés et se prêtent facilement à l'emploi; il y va de soi que l'encombrement est considérablement réduit.

Enfin pour l'horloge, il n'est pas utile de faire appel au quartz car la précision sur la fréquence n'est pas de rigueur pour un tel montage il suffit d'exploiter les possibilités offertes par les circuits intégrés digitaux tels que les circuits monostables ou les portes NAND pour réaliser des horloges simples et efficaces.

II.3.3. EXEMPLE

On donne un exemple simple de générateur de séquences binaires pseudo-aléatoires de longueur maximale. On considère pour cela un registre à décalage à 3 éléments discrets, en l'occurrence des bascules synchrones D. La disjonction est effectuée par la porte logique "OU EXCLUSIF". Si Δt est la période d'horloge la longueur de la

longueur de la séquence sera pour valeur $(2^3 - 1) \Delta t = 7\Delta t$ (figure 26)

La sortie est telle que : $S = Q_2 \oplus Q_3$, Q_i caractérise l'état de la bascule à l'instant t . De par son nom le registre à décalage assure à chaque top d'horloge , le transfert de l'état logique d'une bascule à celle qui vient juste après en prenant le sens gauche droite.

On donne en figure 27, un schéma pratique qui met en évidence l'action simultanée de l'horloge sur les 3bascules par l'intermédiaire des portes logiques "NAND" "ET" qui ne donnent "I" en sortie que lorsque 2entrées sont à "I" .

Si à un top donné de l'horloge les sorties du registre sont respectivement : Q_1 , Q_2 , Q_3 et $S = Q_2 \oplus Q_3$

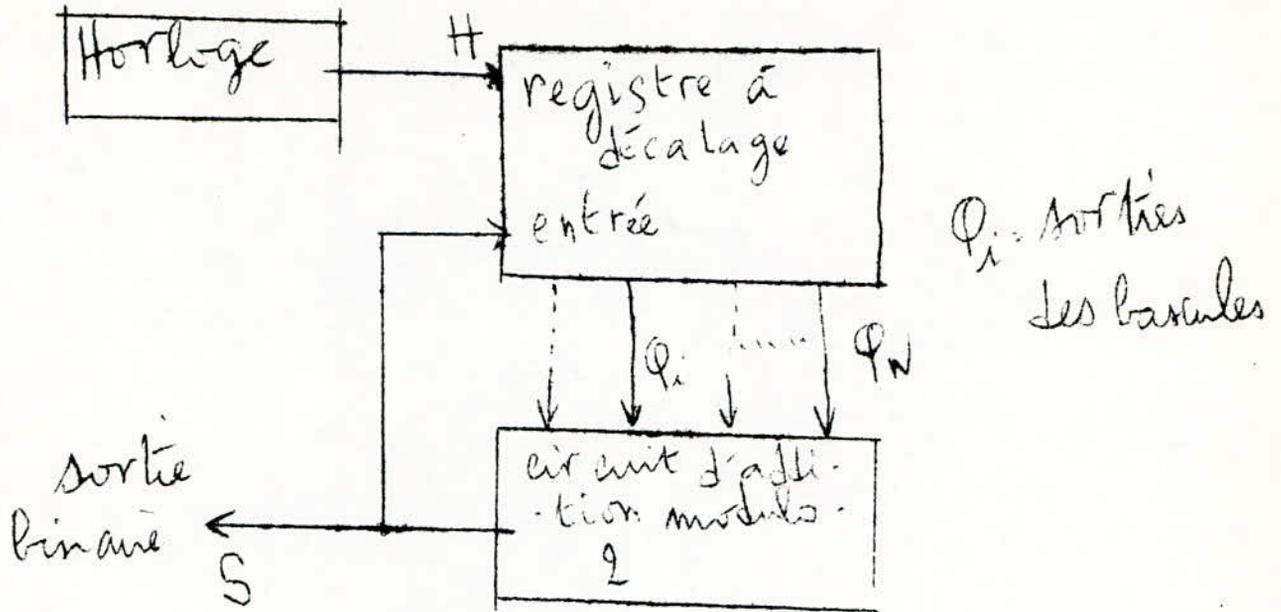
Au top d'horloge suivant les sorties deviennent :

$$Q_1' = S \quad , \quad Q_2' = Q_1 \quad , \quad Q_3' = Q_2 \quad \text{et} \quad S = Q_2' \oplus Q_3'$$

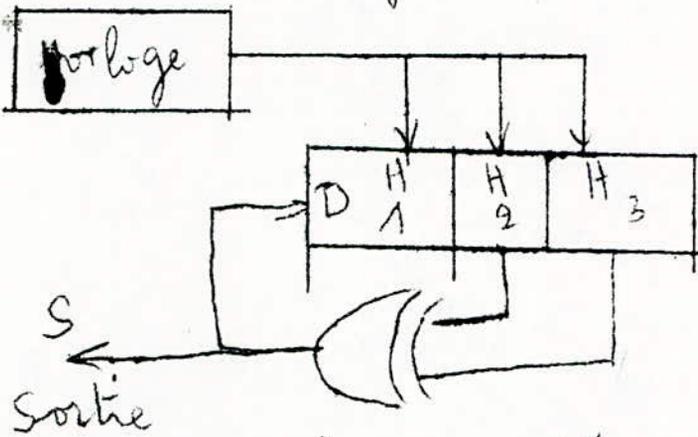
On peut établir une table de vérité sachant bien sûr que le registre a été initialisé à I .

H(t)	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Q_1	I	0	0	I	0	I	I	I	0	0	I	0
Q_2	I	I	0	0	I	0	I	I	I	0	0	I
Q_3	I	I	I	0	0	I	0	I	I	I	0	0
$S = Q_2 \oplus Q_3$	0	0	I	0	I	I	I	0	0	I	0	I

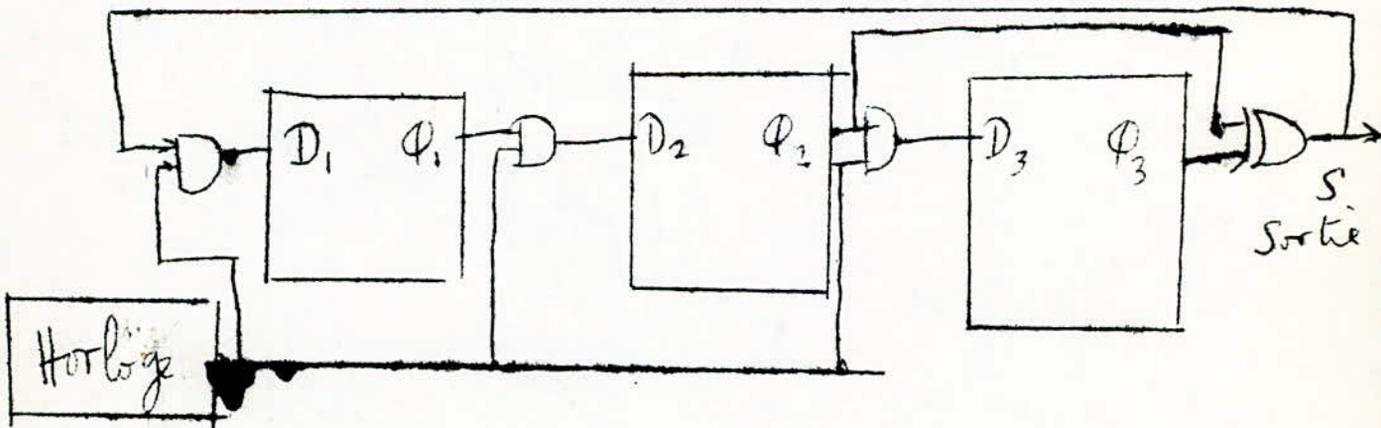
- figure n° 25 -



- figure n° 26 -



- figure n° 27 -



On donne le chronogramme de cette séquence en supposant que les bascules se déclenchent sur les fronts de descente du signal d'horloge. (figure 28). Si on avait considéré la sortie $S=Q_1 \oplus Q_3$ on aurait obtenu une séquence de même période mais différente.

Pour 4 bascules, les seules sorties qui donnent une M-séquence sont: $S=Q_1 \oplus Q_4$ et $S=Q_3 \oplus Q_4$. La sortie de la dernière bascule doit toujours être prise en compte dans l'addition sinon on n'atteindra jamais la longueur maximale. Le tableau ci-dessous donne le nombre de possibilités d'obtenir une M-séquence en fonction du nombre de bascules utilisées, ainsi que la longueur des séquences et un exemple pour chaque cas.

Nombre de bascules N	2	3	4	5	6	7
LONGUEUR $M=2^N-I$	3	7	15	31	63	127
Nombre de sorties possibles S	1	2	2	6	6	18
Exemples	$Q_1 \oplus Q_2$	$Q_1 \oplus Q_3$	$Q_1 \oplus Q_4$	$Q_2 \oplus Q_5$	$Q_1 \oplus Q_6$	$Q_3 \oplus Q_7$

Nombre de bascules N	8	9	10
Longueur $M=2^N-I$	255	511	1023
Nombre de sorties possibles S	16	48	60
Exemples	$Q_2 \oplus Q_3 \oplus Q_4 \oplus Q_8$	$Q_4 \oplus Q_9$	$Q_3 \oplus Q_{10}$

Il faut remarquer que ce qui confère une si grande importance aux séquences binaires cycliques c'est la propriété qu'elles ont de répartir au hasard les "0" et "1" logiques. Or pour définir une distribution régie par les lois du hasard on utilise la fonction d'auto-corrélation.

Comme on va le montrer dans le paragraphe prochain, la séquence binaire pseudo aléatoire de longueur maximale a une fonction d'auto-corrélation constante et voisine de zéro dans tout l'intervalle de la séquence sauf au début de cette séquence où elle a la forme d'une impulsion triangulaire. Elle présente idéalement une ressemblance avec le bruit blanc qui parce qu'il contient idéalement toutes les fréquences, implique une puissance infinie $P_B = N \int_0^{\infty} df$

Nayant la dimension d'une énergie, dans ces conditions sa fonction d'auto-corrélation est proportionnelle à l'impulsion de Dirac et est nulle partout sauf au point $\tau=0$ ($C(\tau) = N \delta(\tau)$).

La densité spectrale énergétique du bruit blanc vaut $S(f) = N$.

II-3-3-GENERATEUR DE BRUIT PSEUDO-ALEATOIRE:

Parmi les propriétés que possède une séquence binaire pseudo-aléatoire, l'aspect aléatoire et la constance de la puissance de bruit, font qu'une application intéressante en serait un générateur de bruit pseudo-aléatoire. Ainsi un montage utilisant le principe de la figure 27 constitue un

génération de bruit binaire, capable de fournir des séquences de bruit présentant l'avantage d'être répétitives et identiques bien que parfaitement aléatoires.

On obtient alors un pseudo-bruit binaire qui, parce qu'il est périodique présente une densité spectrale de puissance composée de raies espacées de f_H/M avec $f_H = 1/\Delta t$; fréquence des impulsions d'horloge et $M = 2^N - 1$: nombre de périodes Δt contenues dans une période de la séquence: $T = (2^N - 1) \Delta t = M \Delta t$. Le signal de sortie S se présente (figure 28) sous la forme d'une succession d'impulsions de largeur variable, multiple entier de la largeur du signal d'horloge. On va étudier mathématiquement la fonction d'auto-corrélation et la densité spectrale d'une S.B.P.A.

II-3-3-I- Fonction d'auto-corrélation et densité spectrale de puissance:

En supposant l'hypothèse de la stationnarité et de l'ergodicité vérifiée, ce qui est toujours dans la pratique, on évaluera les fonctions d'auto-corrélation à l'aide des moyennes temporelles.

* a- signal rectangulaire défini par les relations suivantes: (figure 29a).

$$\underline{x(t)} = \begin{cases} A & \text{pour } -T/2 < t < T/2 \\ 0 & \text{pour } |t| > T/2 \end{cases}$$

La fonction d'auto-corrélation est telle que:

$$C_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+\tau) \cdot dt$$

-pour $|\tau| < T$ l'intégrale $x(t) \cdot x(t+\tau)$ est égale au produit de A^2 par la largeur de l'aire hachurée de la figure 29a.

$$\text{On a donc : } C_{xx}(\tau) = \frac{A^2}{T} (T - |\tau|) = A^2 \left\{ 1 - \frac{|\tau|}{T} \right\} \text{ pour } |\tau| < T$$

-Si $|\tau| > T$ le produit $x(t) \cdot x(t+\tau)$ est nul car les 2 impulsions ne se recouvrent pas. On obtient donc une fonction de corrélation triangulaire de base $2T$ représentée à la figure 29b.

La densité spectrale de puissance est par définition égale à (fig 29c)

$$S_{XX}(f) = \int_{-T}^T C_{XX}(\tau) \cdot e^{j\omega\tau} d\tau = 2 \cdot \int_0^T C_{XX}(\tau) \cdot \cos 2\pi f\tau \cdot d\tau$$

car $C_{XX}(-\tau) = C_{XX}(\tau)$ ainsi on a :

$$S_{XX}(f) = 2 \int_0^T A^2 (1 - \tau/T) \cos 2\pi f\tau \cdot d\tau$$

tout calcul fait on obtient : $S_{XX}(f) = A^2 (\sin \pi f T / \pi f T)^2$

* b) Signal $x(t)$ de module constant changement aléatoire de signe à des instants donnés .

Soit un signal $x(t)$ prenant l'une des valeurs équiprobables A ou 0 aux instants t_i ($t_{i+1} - t_i = T$). De la même manière que précédemment la fonction d'auto-corrélation prend la forme :

$$C_{XX}(\tau) = \begin{cases} A^2 (1 - |\tau|/T) & \text{pour } |\tau| \leq T \\ 0 & \text{pour } |\tau| > T \end{cases}$$

Tandis que la densité spectrale :

$$S_{XX}(f) = 2 \int_0^T A^2 (1 - \tau/T) \cos 2\pi f\tau \cdot d\tau = 2A^2 \int_0^T (1 - \tau/T) \cos 2\pi f\tau \cdot d\tau$$

On trouve alors : $S_{XX}(f) = A^2 T (\sin \pi f T / \pi f T)^2$

C. SEQUENCE BINAIRE PSEUDO-ALEATOIRE:

Δt : période d'horloge
 $N \Delta t$: période de la S.B.P.A.

C.1. Fonction d'auto-corrélation:

Elle est définie par la relation $C_{XX}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t+\tau) dt$

Comme le signal est constitué d'une suite d'impulsions de hauteur $+a$ ou 0 cette intégrale prend la forme :

$$C_{XX}(p) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M x(j) \cdot x(j+p) \quad M = 2^N - 1$$

Quand p est une valeur entière $p = 0, 1, 2, \dots, M$.

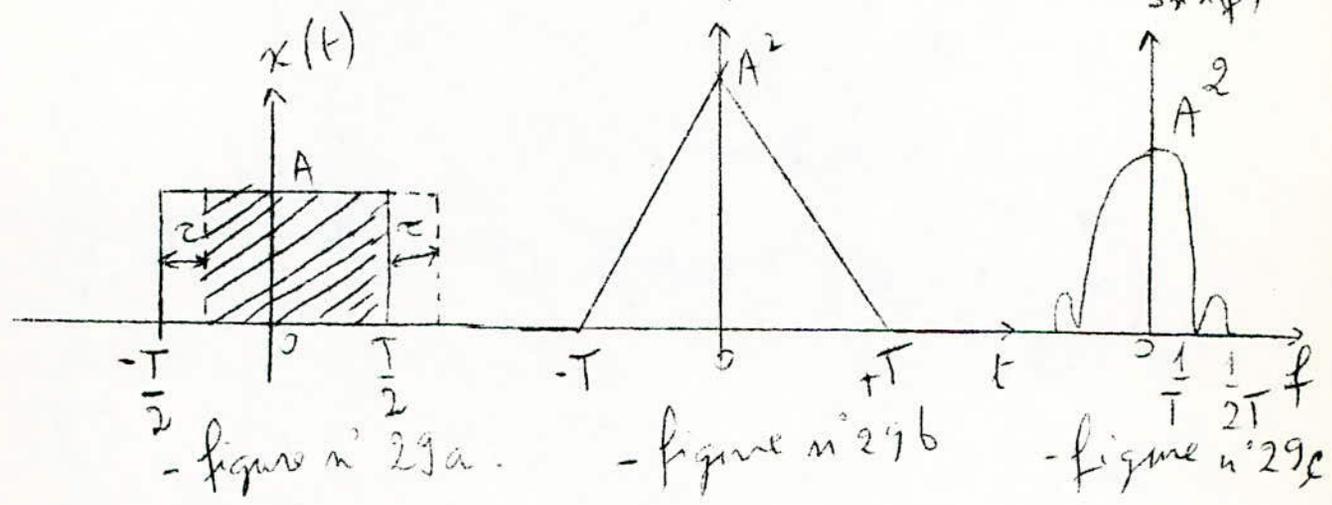
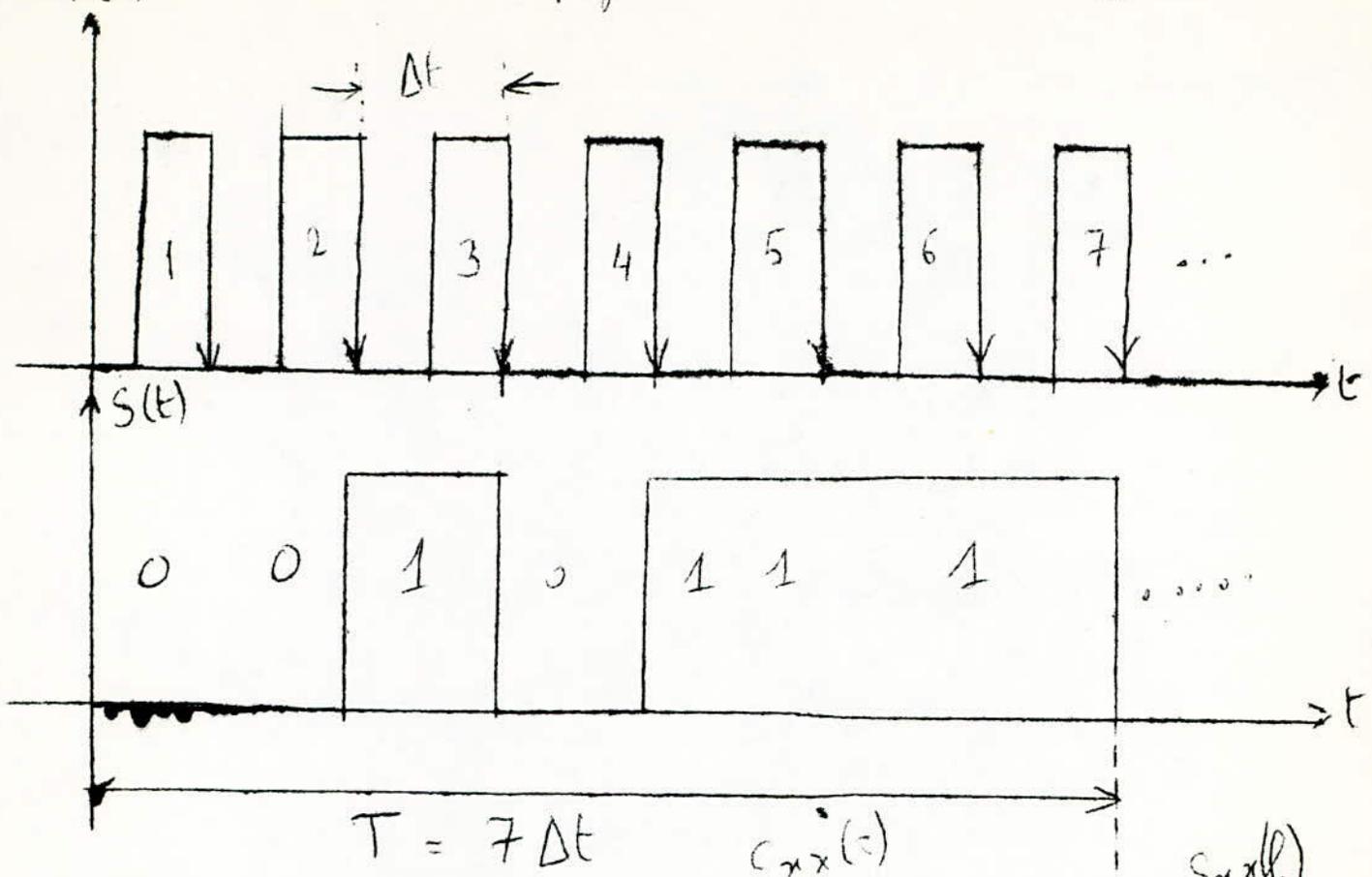
ainsi $C_{XX}(p) = \begin{cases} a^2 & \text{pour } p=0 \\ -a^2/M & \text{pour } p \neq 0 \end{cases}$

Pour rechercher la valeur de la fonction d'auto-corrélation pour le paramètre τ tel que $p\Delta t < \tau < (p+1)\Delta t$ il faut envisager 2 cas :

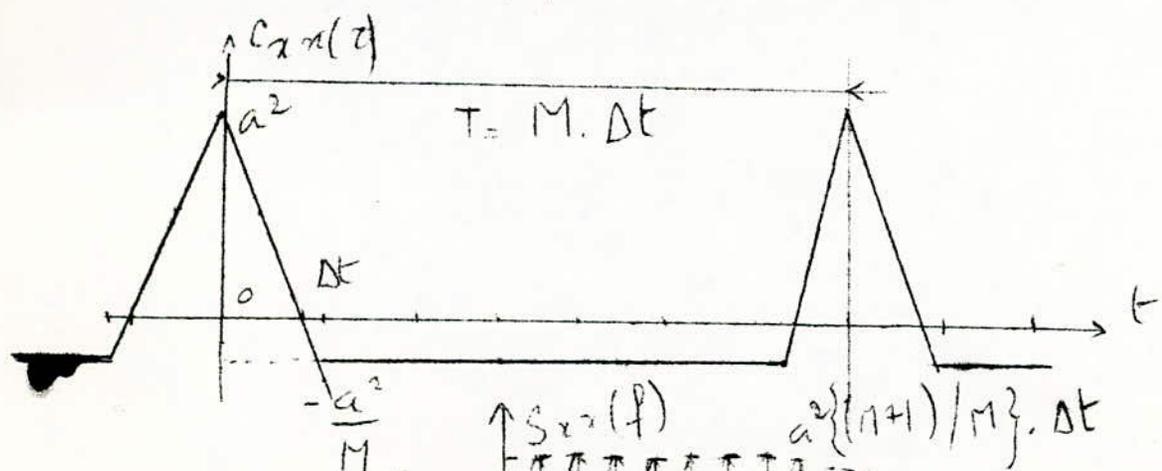
-Si $p=0$: $0 < \tau < \Delta t$

La fonction $C_{XX}(\tau)$ est déterminée de la même manière qu'une impulsion rectangulaire (paragraphe C). On a : $C_{XX}(\tau) = a^2 (1 - \frac{|\tau|}{M\Delta t})$ (fig 30a)

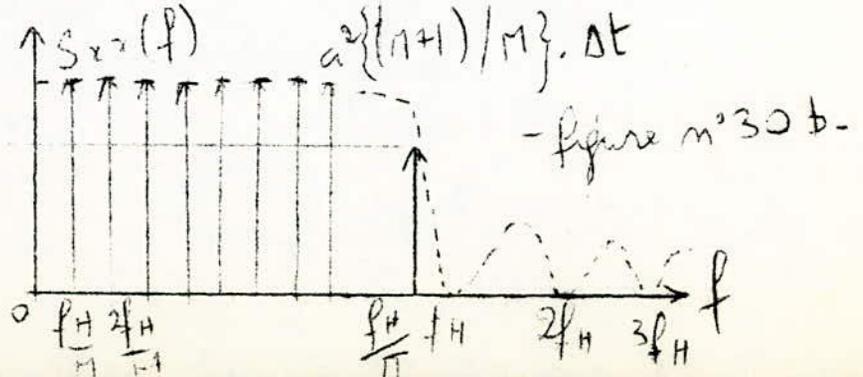
-Si $p \neq 0$ le décalage $\tau > \Delta t$ et les impulsions considérées se recouvrent pas, mais la fonction d'autocorrélation n'est pas nulle et elle est indépendante de la valeur de l'argument τ , elle vaut $C_{XX}(\tau) = -a^2/M$



- figure n° 30 a -



échelle logarithmique - microp



La S.B.P.A. étant périodique sa fonction d'autocorrélation est également périodique et de même période. Elle a la forme d'un triangle isocèle de base $2 \Delta t$.

$$C_{xx}(0) = a^2$$

Pour M grand c.a.d. une séquence longue la composante continue tend à s'annuler et l'approximation de l'impulsion triangulaire à une impulsion de Dirac devient possible pour un Δt suffisamment faible c.a.d. pour une fréquence d'horloge élevée.

C. 2 DENSITE SPECTRALE DE LE S.B.P.A. :

La densité spectrale $S_{xx}(f)$ de la fonction $x(t)$, étant la transformée de fourier de la fonction d'autocorrélation, on peut écrire:

$$S_{xx}(f) = 2 \int_0^{\Delta t} C_{xx}(\tau) \cos 2\pi f \tau \cdot d\tau$$

soit :
$$S_{xx}(f) = 2 \int_0^{\Delta t} a^2 \left(1 - \tau \frac{M+1}{M \Delta t}\right) \cos 2\pi f \tau \cdot d\tau = \frac{2a^2}{M \Delta t} \int_0^{\Delta t} \cos 2\pi f \tau \cdot d\tau$$

En développant le calcul et après simplification on obtient :

$$S_{xx}(f) = a^2 \frac{M+1}{M} \Delta t \left(\frac{\sin \pi f \Delta t}{\pi f \Delta t} \right)^2 - 2a^2 \Delta t \left[\frac{\sin 2\pi f M \Delta t}{2\pi f M \Delta t} \right]$$

Pour M suffisamment grand le 2^{ème} terme aura une influence négligeable de sorte qu'on peut représenter la courbe de réponse une S.B.P.A. (Fig 30 b). Cette fonction s'annule pour $f = k/\Delta t$ avec $k = 1, 2, 3, \dots$

La fonction a un maximum pour $f=0$ correspondant à une puissance maximale

$$S_x(f)_{max} = a^2 \frac{M+1}{M} \Delta t \text{ car } \frac{\sin x}{x} \rightarrow 1; x \rightarrow 0$$

L'enveloppe du spectre du pseudo-bruit se compose de plusieurs lobes de largeur f_H .

$$f_H = \frac{1}{\Delta t} \text{ étant la fréquence d'horloge.}$$

Les lobes secondaires ont une faible amplitude et leur élimination est souhaitable par un filtre passe-bas.

On constate que la puissance maximum est sensiblement indépendante de longueur de la séquence donc du nombre de bascules et indépendante également de la largeur de bande qui est réglable par la fréquence d'horloge puisque c'est f_H qui limite la spectre.

Echelle légantronique

(Figure 30 b)

La puissance de bruit s'exprime en $(\sqrt{V} / \text{Hz}) \Rightarrow P_{max} = a^2 (M+1) / M$
De même lorsque M est grand, f_H tend vers zéro de sorte que la première séquence utilis-

sable peut être aussi voisine de zéro qu'on le désire. On peut calculer la bande passante à -3 dB.

$$P_{max} = \sqrt{2} \Rightarrow \left(\frac{\sin \pi f \Delta t}{\pi f \Delta t} \right)^2 = \sqrt{2}$$

soit
$$\sqrt{2} = \frac{(\sin \pi f \Delta t)^2}{(1 - \cos 2\pi f \Delta t)^2} \Rightarrow \cos 2\pi f \Delta t = 1 - \pi f \Delta t \sqrt{2}$$

Si l'on pose $\pi f \Delta t = X$ on en déduit graphiquement la valeur de X .

On trouve $X = 1 \rightarrow f_{-3dB} = \frac{1}{\pi \Delta t} = f_H / \pi$

Donc la bande passante à -3 dB est donc :

$$B_H \approx f_H / 3$$

Le bruit pseudo-aléatoire se comporte principalement comme un bruit blanc à bande limitée, plat jusqu'à la fréquence, $f = 1/4\pi \Delta t = f_H / 4\pi$ bande sur laquelle la puissance est constante.

EN effet si $P_0 = P_f \rightarrow a^2 (M+1) / M = a^2 (M+1) / M \left(\frac{\sin \pi f \Delta t}{\pi f \Delta t} \right)^2$

Soit
$$\left(\frac{\sin \pi f \Delta t}{\pi f \Delta t} \right)^2 = 1 \rightarrow \cos 2\pi f \Delta t = 1 - 2 \left(\frac{\sin \pi f \Delta t}{\pi f \Delta t} \right)^2$$

La résolution graphique donne le résultat avancé.

* Le spectre du pseudo-bruit sera d'autant moins discontinu que M est grand ; c'est pour cela que pour $M \gg 1$, la période de $T = (2^M - 1) \Delta t$ de la séquence est si grande qu'on peut négliger la périodicité du signal pseudo-aléatoire.

* On peut résumer maintenant les propriétés d'une S . B . P . A de longueur maximale :

- Fiabilité
- Reproductibilité des conditions de test.
- Bonnes performances dans les très basses fréquences.
- Puissance de bruit constante et indépendantes de la largeur de bande.

C.3. EXEMPLE D'UTILISATION DE LA SBPA /

Les séquences binaires pseudo-aléatoires sont utilisées dans maints domaines tels : codage des signaux, conversions analogique-numérique et numérique-analogique, comptage etc.... présentant les caractéristiques reprises pour un signal test la S B P A connaît une récente application dans l'identification des processus industriels.

A titre d'exemple on peut expliquer brièvement le principe d'utilisation de la SBPA en tant que signal test pour déterminer la réponse impulsionnelle des systèmes en cours de fonctionnement normal.

Comme le nombre de bits égaux à "1" dans une SBPA est supérieur d'une unité au nombre de bits égaux "0", le signal centré, de manière à avoir des impulsions successivement positives et négatives, aura une valeur moyenne presque nulle et s'il est choisi assez faible en puissance on ne risque pas de perturber le point de fonctionnement du système auquel on applique le signal test superposé au signal d'entrée $x(t)$.
Le signal test est tel que $c_{es}(\tau) = h(\tau) * \delta(\tau)$ se réduise à $c_{es}(Z) = h(Z)$

$C_{es}(Z)$ étant la fonction d'intercorrélation entrée-sortie et $h(Z)$ la réponse impulsionnelle du système. Ce résultat est dû au fait que l'on peut assimiler sous certaines conditions la fonction d'autocorrélation de la séquence à une impulsion Dirac.

Dans ce cas la sortie d'un corrélateur, où l'on intercorrèle l'entrée et la sortie c.a.d. la M séquence et le signal de sortie, donne directement $h(Z)$ toutefois la composante continue de la $C_{es}(Z)$ de la M séquence constitue une erreur systématique d'identification de la réponse impulsionnelle.

Cependant cette erreur peut être éliminée en superposant à la séquence un signal utile correspondant au point de fonctionnement statistique du système.

On donne en figure 31 Le synoptique de la manipulation.

II.3.3.2.

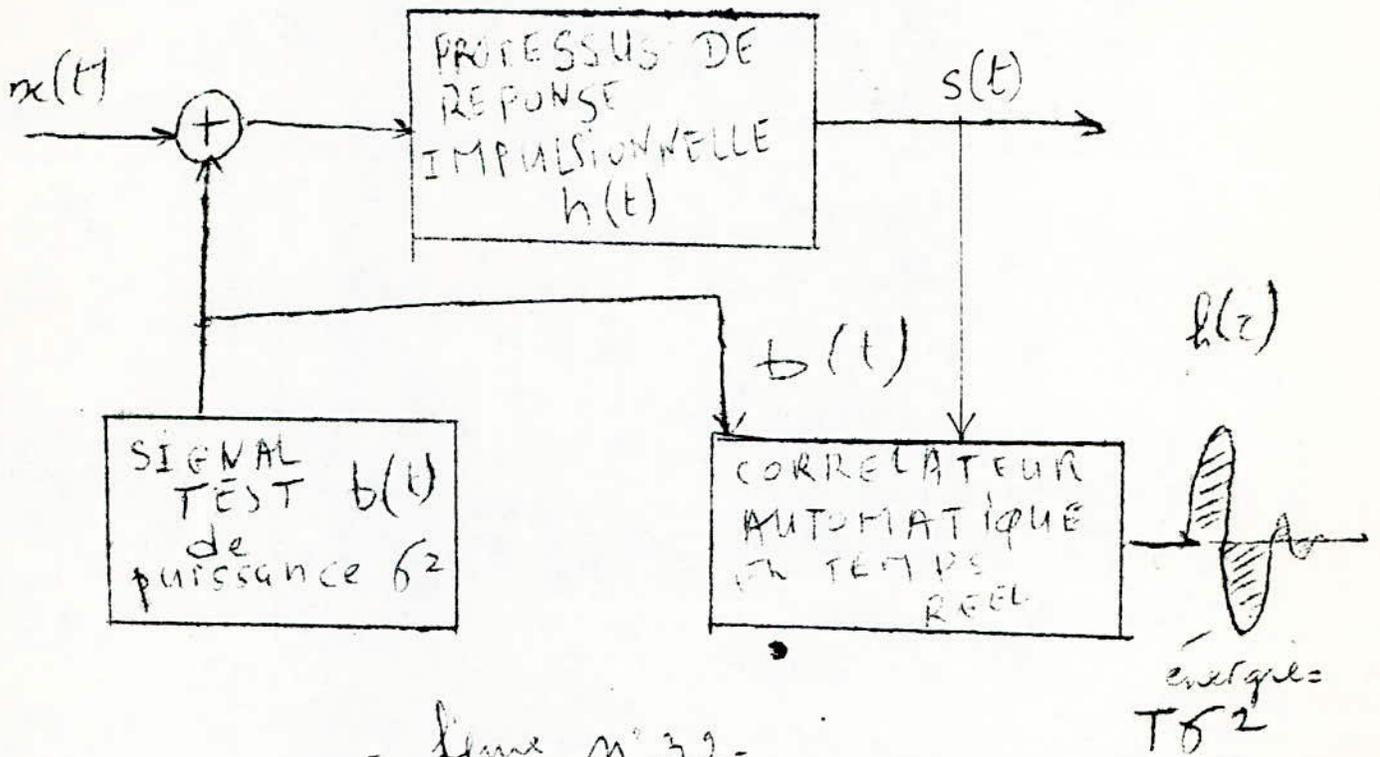
BRUIT ANALOGIQUE .

A Partir du bruit binaire on peut créer un pseudo-bruit analogique ou, un bruit gaussien par un filtrage passe-bas idéal dont la réponse impulsionnelle est $\frac{\sin \pi f T}{\pi f T}$ f_0 étant la fréquence de coupure du filtre .

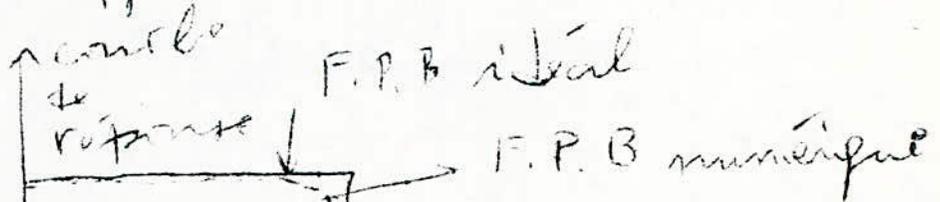
La courbe de réponse d'un tel filtre est donné en figure 32 .

Afin de s'approcher de plus possible du cas idéal on utilise un filtre passe-bas numérique qui possède une réponse en fréquence quasi-rectangulaire .

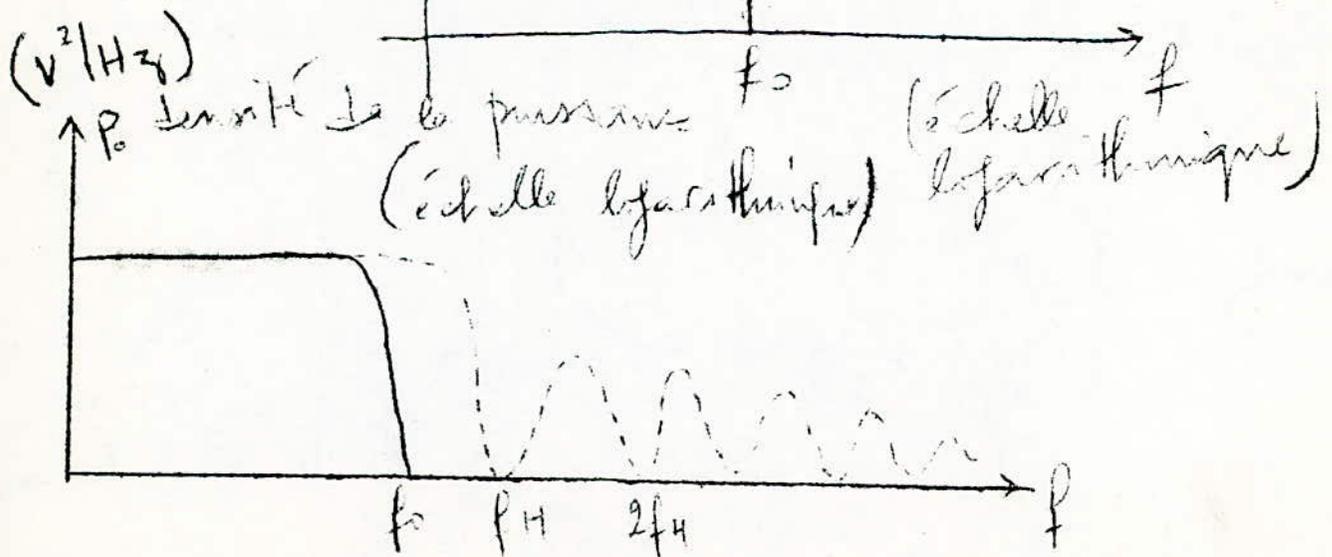
- figure n° 31 -



- figure n° 32 -



- figure n° 33



Il suffit pour cela d'utiliser le registre à décalage comme filtre et d'additionner les sorties de tous les éléments par un réseau à résistance dont la pondération selon une fonction $\frac{1}{x}$ confère à ce filtre une réponse en fréquence très voisine à celle qu'on veut, (Figure 33).

Il faudrait pour cela utiliser un registre qui possède plusieurs bascules de manière à pouvoir reproduire la fonction $\frac{1}{x}$ par la pondération de résistances sans pour autant s'imposer une M séquence car $\frac{1}{x}$ cette dernière est déterminée uniquement par le nombre de bascules situées à l'intérieur de la boucle de retour.

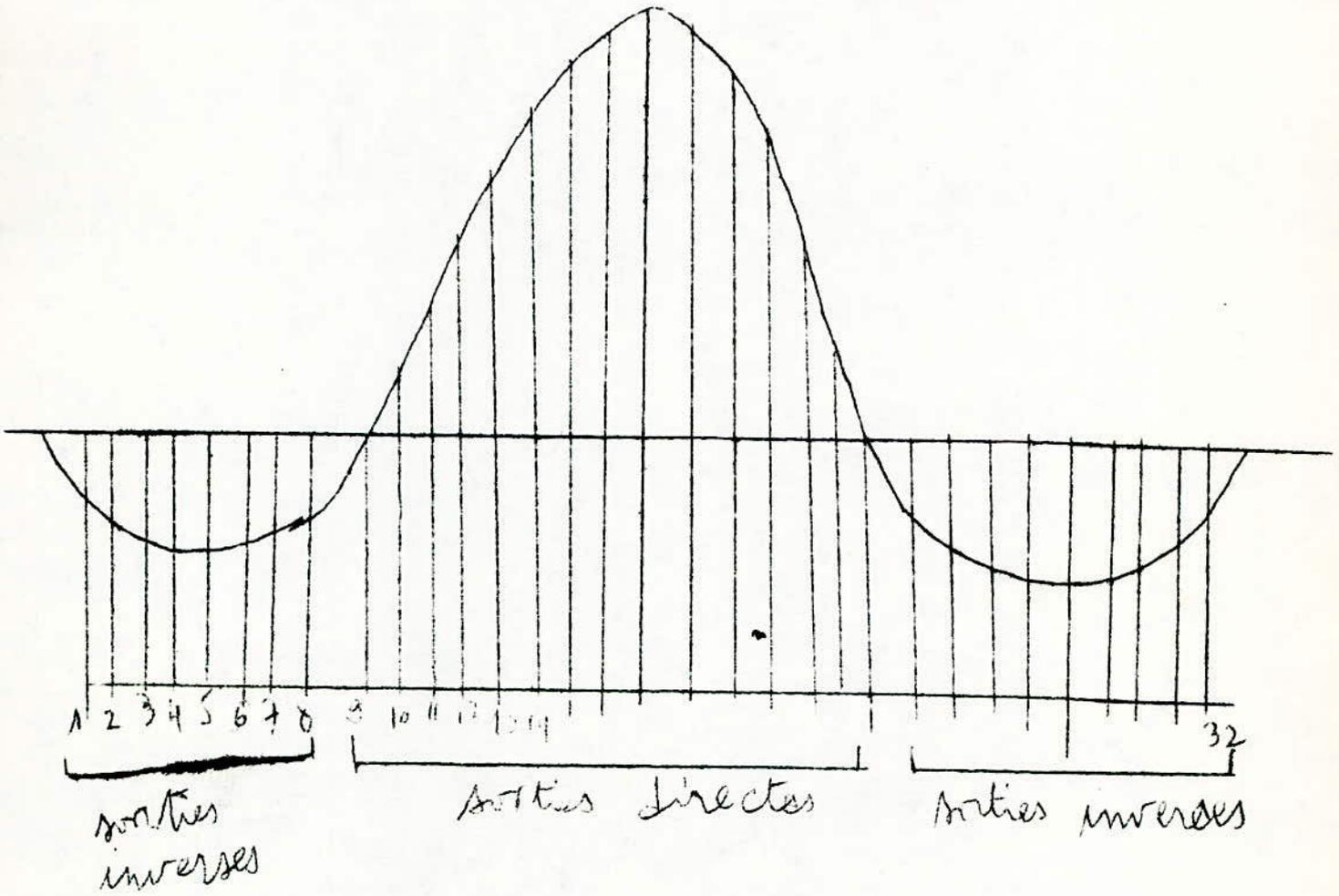
Il faudrait aussi utiliser quelques sorties inverses de bascules.

On donne un exemple de pondération qui pour un registre de 32 bascules (FIG.24).

Un étage supplémentaire de filtrage à résistance et capacité permet de supprimer les lobes dus à la fréquence d'horloge.

On constate par ailleurs, que la bande passante à -3dB de ce filtre P.B est toujours égale à $\frac{1}{20}$ de la fréquence d'horloge. Ainsi une modification de celle-ci n'affecte pas la forme rectangulaire du spectre mais en modifie la largeur.

- figure n° 34 -



II.3.4. REALISATION D'UN GENERATEUR DE BRUIT PSEUDO-ALEATOIRE:

Utilisant un registre à décalage constitué de 5 bascules R-S intégrées dans un seul boîtier, le générateur délivre une M-séquence composée de $M=(2^5-1)\text{états}=31\text{états}$, cette séquence est estimée suffisante pour être utilisée en tant que bruit bien que trop courte.

A. SCHEMA SYNOPTIQUE

Le schéma synoptique est représenté figure 35. Le générateur de bruit pseudo-aléatoire ainsi réalisé comprendra : une horloge, un registre à décalage, un additionneur modulo 2, un convertisseur numérique analogique, un filtre.

A.1. L'horloge

Elle permet de générer des signaux carrés utilisés pour synchroniser le décalage du registre, elle est réalisée à l'aide du SN 7400 (quadruple nand à 2 entrées) entouré d'un circuit extérieur composé de résistances et de capacités comme le montre la figure 36.

La 4^o porte NAND permet la mise en forme de ces signaux d'horloge et l'élévation de leur amplitude à environ 4V crête à crête.

Le potentiomètre P ajuste la symétrie des créneaux, r est une résistance de protection pour le potentiomètre.

R_1 est la résistance d'entrée qui limite le courant à l'entrée.

R_2 EST LA RÉSISTANCE DE RÉACTION !

$R_3 = P + r$ valeur fixée pour les 4 fréquences d'horloge, les signaux carrés obtenus sont stables pour cette valeur.

Les capacités C_1, C_2, C_3, C_4 permettent le changement de fréquence. Le tableau suivant donne les différentes valeurs obtenues :

R_3 (Ω)	C (μF)	F_h (KHz)	$F_{s.b.p.a}$ (Hz) = $F_h/31$
50	220	0,22	7
50	47	1,02	33
50	4,7	6	193,5
50	0,047	500	1612,9

A.2. Le registre à décalages

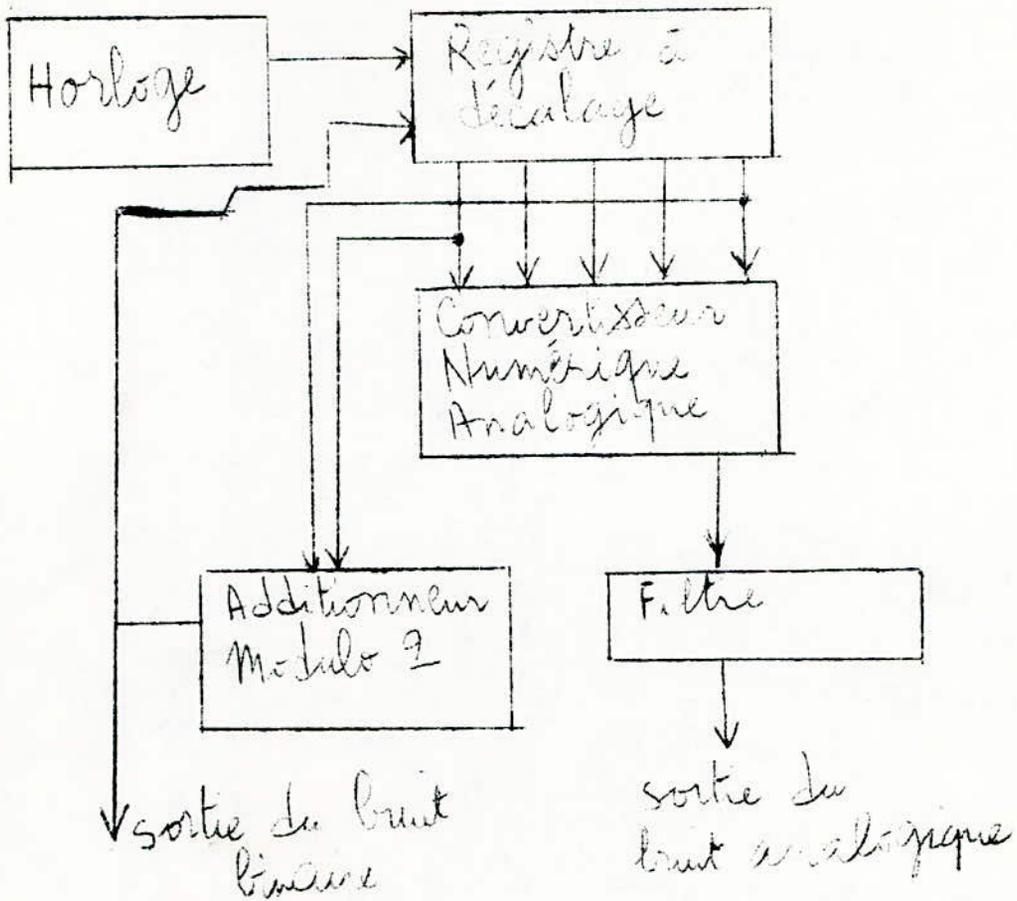
Entièrement intégré, le registre à décalage retenu pour la réalisation est le SN 7496 contenant 5 bascules R-S dont la configuration interne est donnée figure 37a et le boîtier figure 37b.

Il effectue le décalage vers la droite sous la synchronisation des tops d'horloge, de l'entrée série qui est la sortie de l'additionneur modulo 2 (boucle de retour au registre à décalage, voir figure 35).

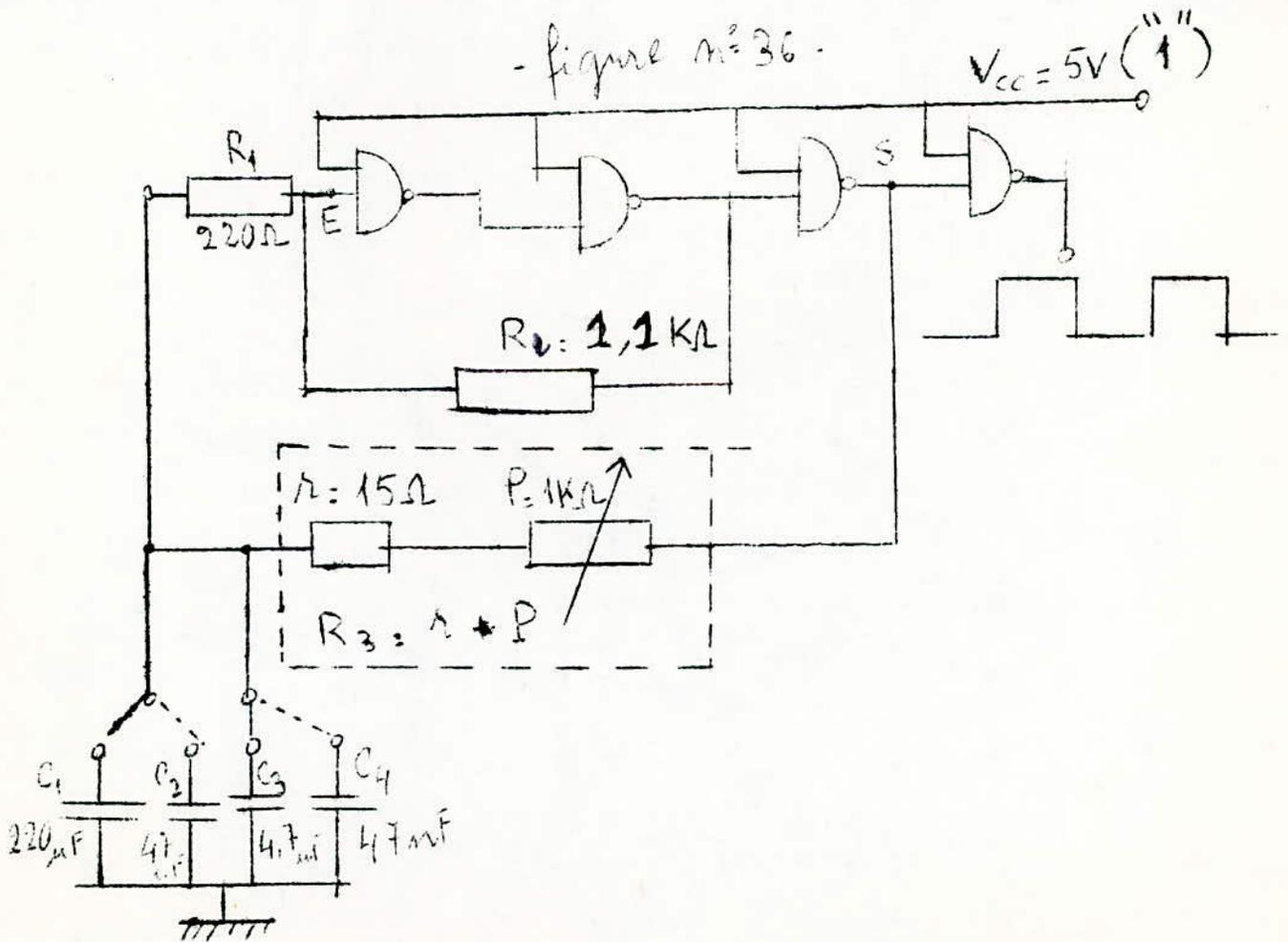
A.3. L'additionneur modulo 2:

C'est un "OU EXCLUSIF" pris dans le SN 7486 (quadruple "ou exclusif" à 2 entrées). Il effectue l'addition binaire des sorties Q_2 et Q_5 du registre à décalage, sorties donnant une séquence de longueur maximale (31 états) $S = Q_2 \oplus Q_5$.

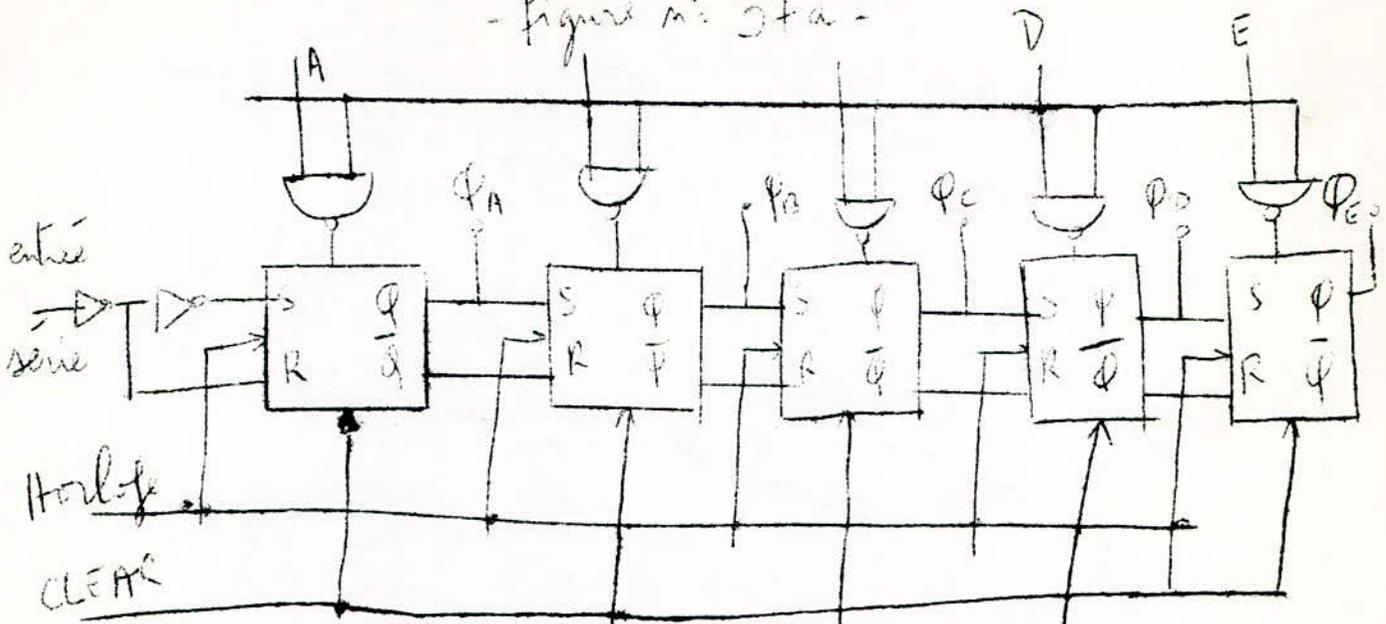
- figure n°35 -



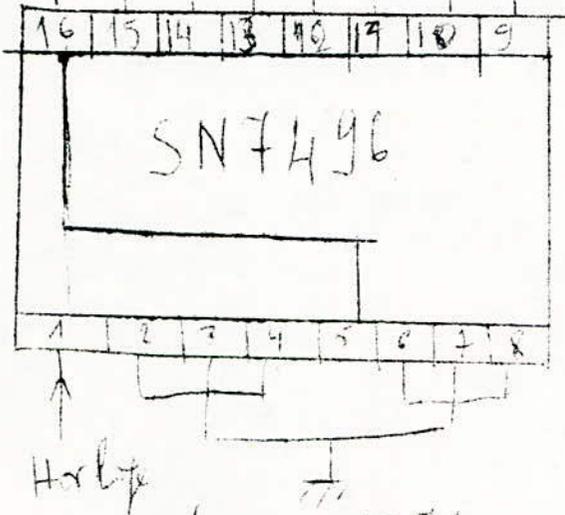
- figure n°36 -



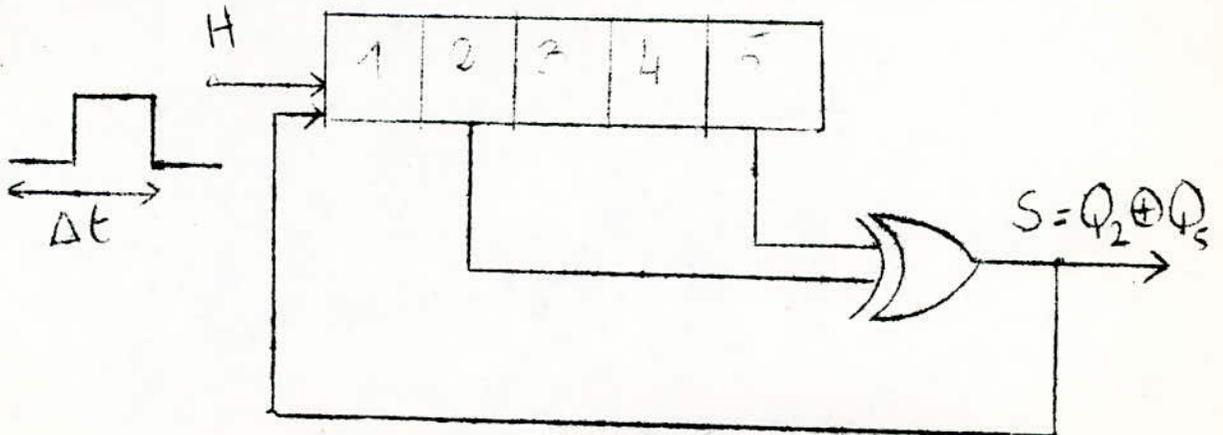
- figure n° 37a -



A, B, C, D, E entrees de Preset
 V_{cc} 5V Q_A Q_B Q_C Q_D Q_E entree serie



- figure n° 37b -



- figure n° 38 -

B- Bruit Binaire Pseudo-Aléatoire:

On reprend dans la figure 38 ,le synoptique donnant la sortie binaire. Si Δt est la période du signal d'horloge , la période de la M-séquence par une telle connexion est $T=(2^5-1)\Delta t = 31\Delta t$; La séquence n'est pas trop longue ,on peut établir la table de vérité qui permet de suivre l'obtention de la M-séquence suivante:

0011010010000101011101100011111

La table de vérité est:

H	I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Q_1	I	0	0	I	I	0	I	0	0	I	0	0	0	0	I	0	I	0	I
Q_2	I	I	0	0	I	I	0	I	0	0	I	0	0	0	0	I	0	I	0
Q_3	I	I	I	0	0	I	I	0	I	0	0	I	0	0	0	0	I	0	I
Q_4	I	I	I	I	0	0	I	I	0	I	0	0	I	0	0	0	0	I	0
Q_5	I	I	I	I	I	0	0	I	I	0	I	0	0	I	0	0	0	0	I
$S=Q_2+Q_5$	0	0	I	I	0	I	0	0	I	0	0	0	0	I	0	I	0	I	I

H	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
Q_1	I	I	0	I	I	0	0	0	I	I	I	I
Q_2	I	I	I	0	I	I	0	0	0	I	I	I
Q_3	0	I	I	I	0	I	I	0	0	0	I	I
Q_4	I	0	I	I	I	0	I	I	0	0	0	I
Q_5	0	I	0	I	I	I	0	I	I	0	0	0
$S=Q_2+Q_5$	0	I	I	0	0	0	0	I	I	I	I	I

On peut représenter cette séquence par un graphique (figure 39).

On peut également représenter la fonction d'auto-corrélation d'une telle séquence (figure 40);

C- Bruit Analogique ;

Comme le souligne le paragraphe II-3-2; il est possible d'obtenir une sortie analogique en utilisant un filtre à résistances pondérées.

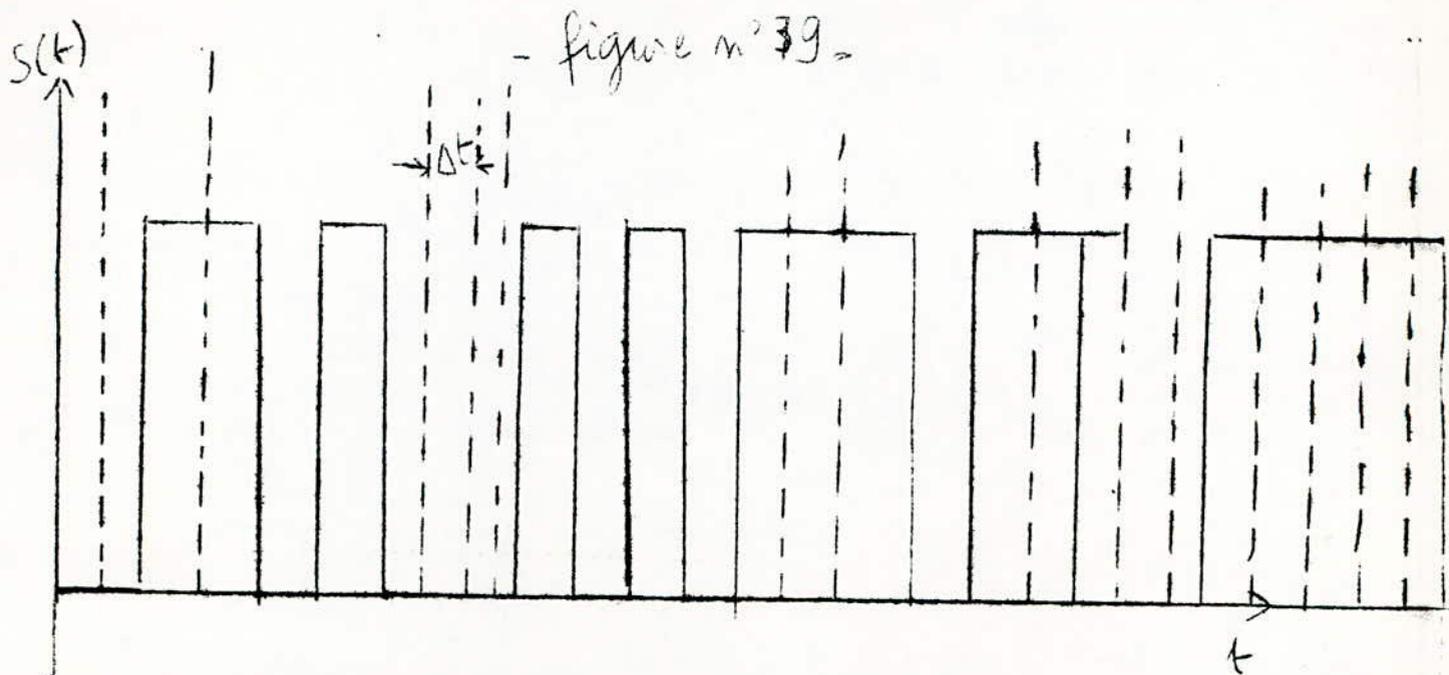
On a additionné les 5 sorties par un réseau à résistances dont la pondération est celle utilisée couramment en conversion numérique analogique avec code binaire .

On a utilisé un amplificateur opérationnel (le uA 74I) comme additionneur des sorties pondérées.

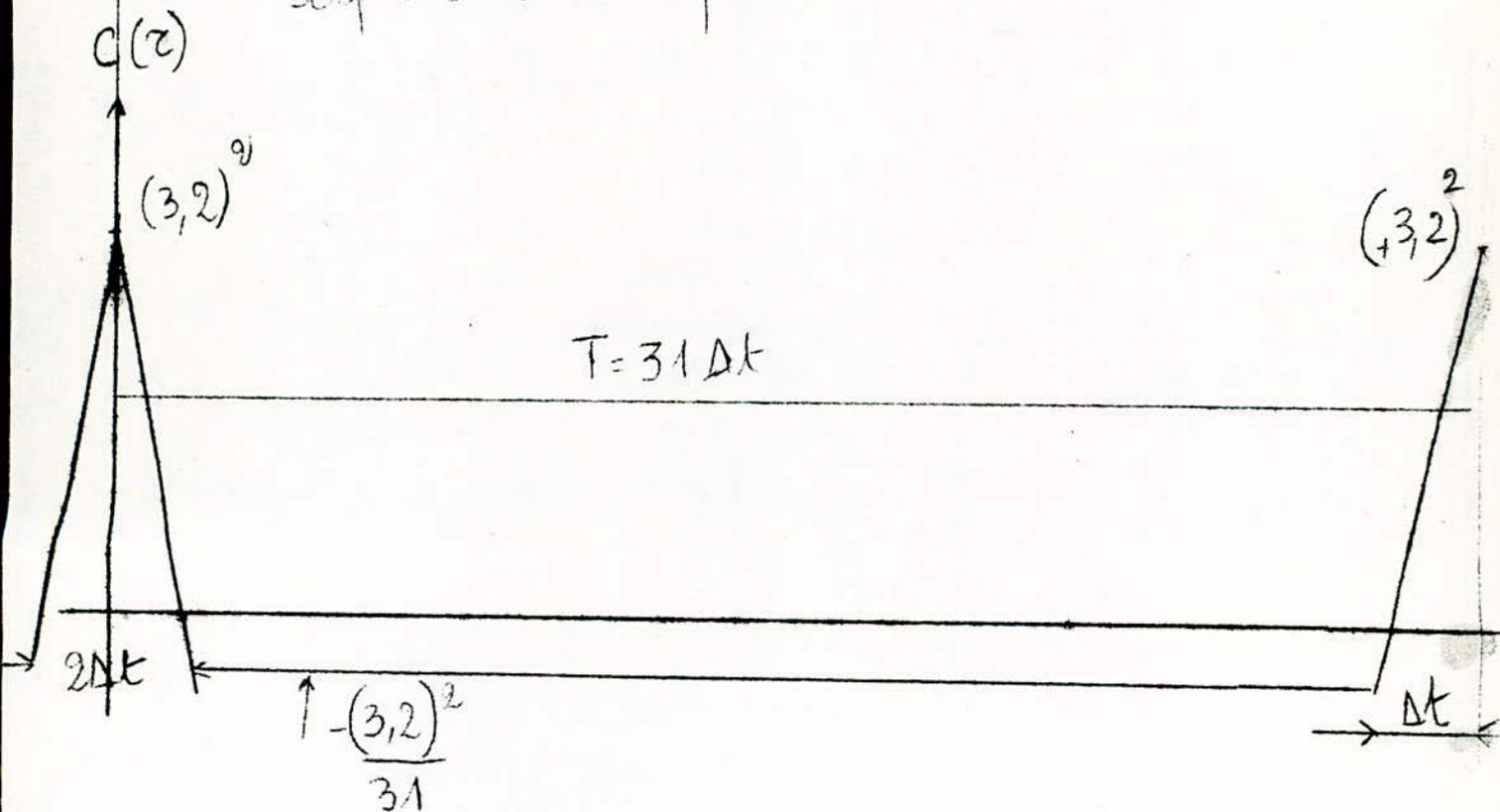
Les résistances de réaction permet de fixer le niveau maximal désiré de la tension de sortie. On donne le schéma de ce bloc à la figure 41. Principe de la conversion numérique-analogique/

Ae chaque impulsion d'horloge on a une information numérique contenue dans le registre et à laquelle on fait correspondre une tension analogique .

POUr cela on attribue une valeur analogique au poids le plus faible 2^0 affiché par la bascule 5 qui dépend de la valeur pleine échelle qu'on veut avoir lorsque tous les bits sont à "I".



$T = 31 \Delta t$
séquence binaire pseudo-aléatoire



- figure n° 40 -
fonction d'auto-corrélation

Ce poids constitue le quantum par lequel il faut multiplier le nombre binaire qu'on veut convertir.

La pondération est telle que si la résistance attribuée au bit de poids le plus élevé soit R, celle des bits de poids inférieur en est un multiple par puissance de 2.

La valeur de R est prise égale à 5 K Ω , la valeur maximale donnée par les caractéristiques du réseau de résistances est de 5,094 K Ω .

L'amplificateur se comporte comme un sommateur de courant dont la tension de sortie sera donnée par ce qui suit:

$$V_s = - \left(\frac{V_1}{R} + \frac{V_2}{2R} + \frac{V_3}{4R} + \frac{V_4}{8R} + \frac{V_5}{16R} \right) \cdot R_c$$

V_i étant la tension de sortie des bascules qui vaut 3,2V lorsque l'état est "1" et environ 0,2V pour l'état "0".

On a calculé R_c de façon à obtenir 8V en sortie lorsque tous les bits

sont à "1".

$$V_s = - \frac{R_c}{R} \left(I + \frac{I}{2} + \frac{I}{4} + \frac{I}{8} + \frac{I}{16} \right) \rightarrow R_c \approx 6,5 \text{ k}\Omega$$

Pour compenser la dérive thermique, on utilise la résistance R_2 qui

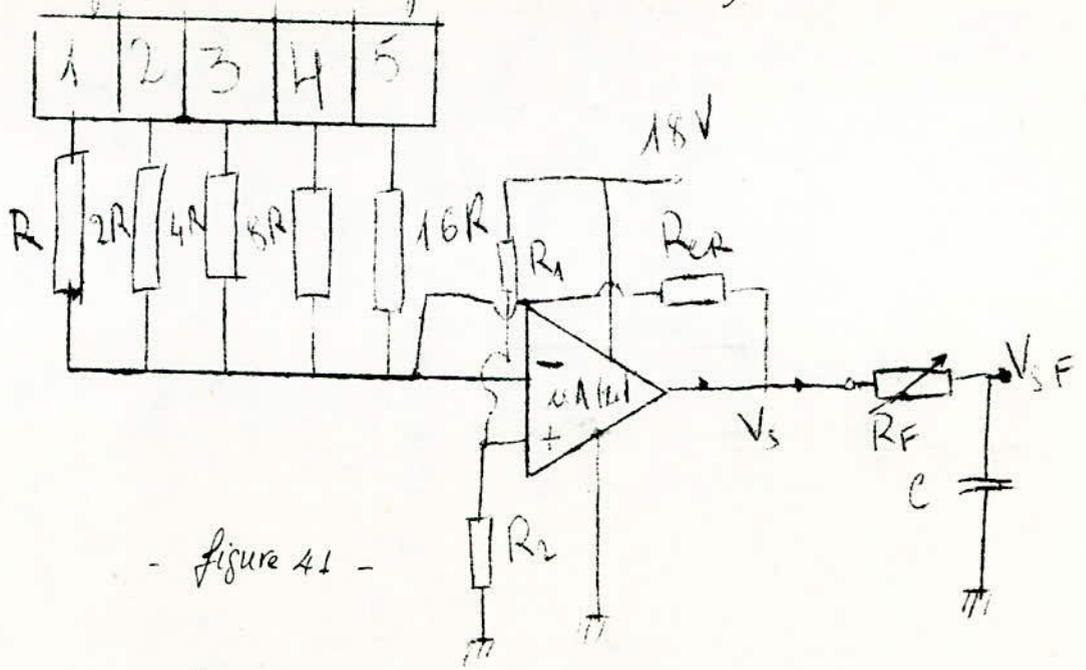
vaudra $R_c // \left(\frac{I}{R} + \frac{I}{2R} + \frac{I}{4R} + \frac{I}{8R} + \frac{I}{16R} \right)$ et la résistance $R_1 = R_2 = 1,85 \text{ k}\Omega = 47 \text{ k}\Omega$

La tension analogique obtenue en sortie a l'allure de la figure 42 ; elle correspond à 3 périodes d'horloge .

On ajoute une cellule R, B de filtrage supplémentaire pour que la forme du signal soit continue au lieu d'être échelonné .

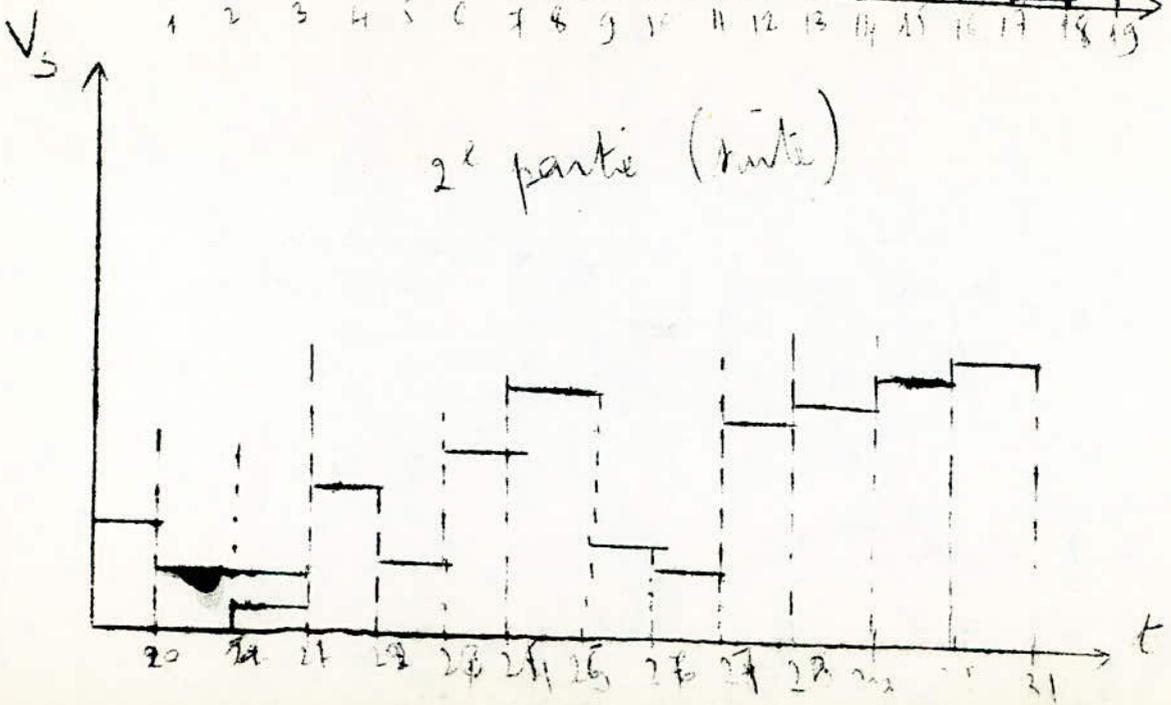
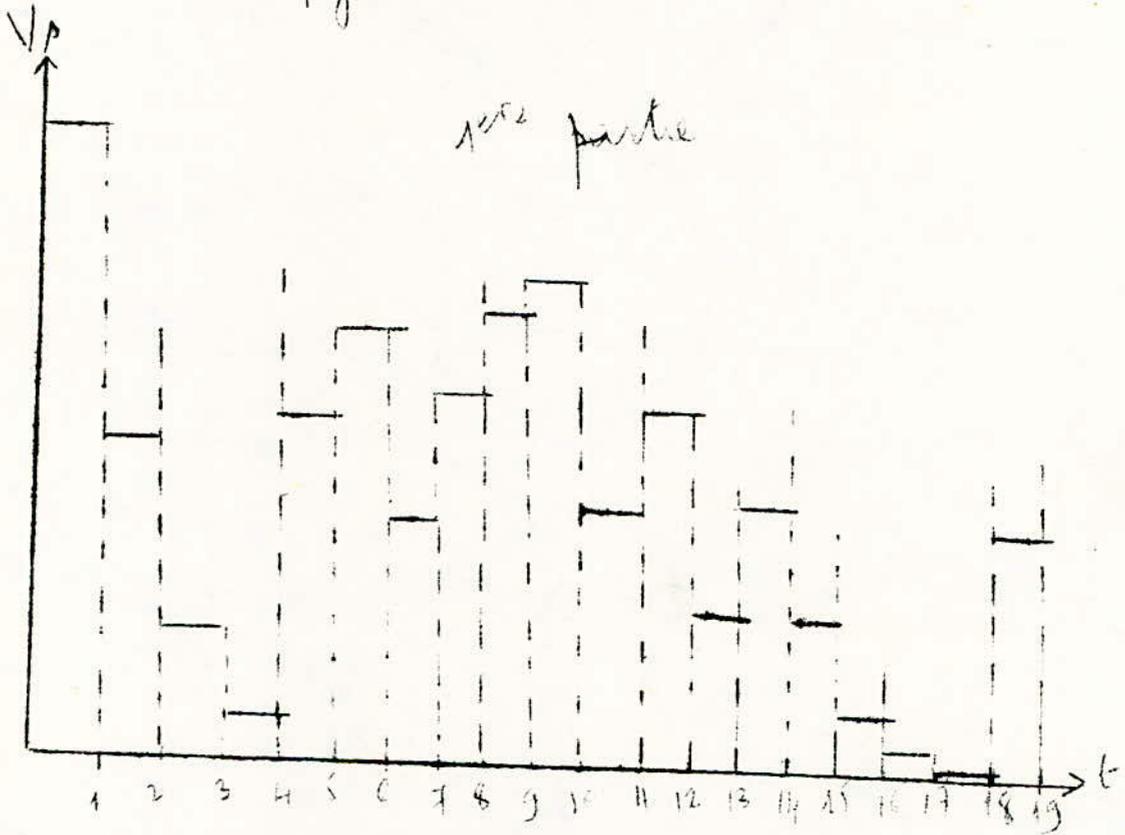
negative feedback

-49-



- figure 41 -

- figure n° 42 -



Dans cette dernière partie ; on ~~passera~~ en revue les différentes méthodes de mesures des paramètres qui caractérisent les récepteurs du point de vue bruit et qui peuvent être effectuées.

III-I-Paramètres à mesurer:

Les principaux paramètres dont la mesure est nécessaire pour connaître l'influence du bruit sur les récepteurs sont le rapport signal sur bruit(S/B), le facteur de bruit et la température équivalente de bruit; paramètres qui ont été introduits dans la première partie.

Cependant quand on ~~connaît~~ est en présence d'un signal de bruit , il importe de connaître sa valeur ~~efficace~~ moyenne dont on va donner plusieurs procédés de mesures. De plus, par simple mesure des tensions de bruit on peut déterminer les paramètres précédents .

III-2-Mesure de la tension efficace moyenne de bruit /

III-2-I-Mesure au voltmètre de valeur efficace vraie :

Ce type de voltmètre donne directement la valeur efficace de la tension appliquée à ses bornes d'entrée.

Les procédés de mesure utilisés dans les millivoltmètres à grande sensibilité haute précision et large bande sont principalement :

-La méthode thermique par ^{COMPARAISON} ~~compression~~ à l'aide de thermocouples.

-La méthode mathématique qui réalise une amplification quadratique de la tension à mesurer.

La valeur du facteur de ~~crête~~ crête défini par le rapport $F_c = \frac{U_{\text{crête}}}{U_{\text{efficace}}}$

limite la précision de ces voltmètres.

III-2-2-Mesure au millivoltmètre à redresseur :

A défaut d'un millivoltmètre de valeur efficace vraie de grande sensibilité donc couteux , un simple millivoltmètre à redresseur donne la possibilité d'atteindre des résultats similaires.

La valeur moyenne obtenue par redressement est donnée par la relation:

$$U_{\text{bmoy}} = \int_{-\infty}^{+\infty} U_b \cdot f(U_b) \cdot dU_b$$

$f(U_b)$: densité de probabilité du signal de bruit.

Pour un bruit gaussien dont la densité de probabilité est :

$$f(U_b) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-U_b^2/2\sigma^2} \quad \text{avec } \sigma^2 \text{ valeur efficace moyenne de la tension}$$

de bruit ; on obtient:
$$U_{\text{bmoy}} = 2 \int_0^{\infty} U_b \cdot f(U_b) \cdot dU_b = \frac{2\sigma}{\sqrt{2\pi}}$$

Comme le millivoltmètre est étalonné pour donner la valeur efficace d'une tension sinusoidale ; la valeur mesurée vaut: $U_{\text{bmoy}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} U_{\text{bmoy}} = I,11 \cdot U_{\text{bmoy}}$

d'où le bruit:
$$U_{\text{bmes}} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma = \frac{\sqrt{\pi}}{2} U_{\text{beff}}$$

ce qui donne
$$U_{\text{beff}} = I,128 \cdot U_{\text{bmes}}$$

Donc les* valeurs affichées par le millivoltmètre à redresseur doivent être multipliées par le coefficient I,128 afin d'obtenir des résultats très proches

de ceux donnés par le millivoltmètre de valeur efficace vraie.

III-2-3- Visualisation du bruit à l'oscilloscope :

On peut également avoir accès à la mesure de la tension du bruit par simple observation de l'oscillogramme correspondant et cela en reliant le générateur de bruit à l'entrée de la voie verticale d'un oscilloscope à large bande. (figure 43) Ainsi un bruit blanc gaussien se distingue par une bande illuminée de brillance maximum au milieu et comme il a une distribution uniforme la hauteur Y_{cc} qui représente la valeur crête à crête U_{bcc} de la tension de bruit visualisée, se compare pour toutes les vitesses de balayage.

Comme la mesure de U_{bcc} dépend des conditions d'utilisation de l'oscilloscope le procédé donne une visualisation grossièrement qualitative.

Le facteur de crête dépend de la largeur de bande et se situe entre les valeurs 5 et 8 soit $U_{beff} = (0,25 \dots 0,32) U_{bcc}$. Il faut remarquer que la bande passante de l'oscilloscope influe beaucoup sur l'allure désordonnée du bruit de sorte que pour des bandes étroites l'oscillogramme tend à devenir une onde presque sinusoidale à amplitude lentement modulée ; ce qui a pour conséquence de réduire la valeur efficace de la tension de bruit mesuré .

Il est préférable alors d'effectuer la mesure en utilisant un cable de raccordement terminé sur une sonde à très faible capacité , ce qui permet d'augmenter la fréquence de coupure du filtre passe-bas que constitue l'ensemble source-de bruit -cable de raccordement-oscilloscope. Si C_t est la capacité totale , somme de la capacité du cable et celle de l'entrée de l'oscilloscope , R_i étant la résistance de sortie de la source de bruit , la fréquence de coupure est alors :

$$f = \frac{1}{2\pi C_t R_i}$$

C e procédé permet d'obtenir une fréquence de coupure qui peut être supérieure à la bande passante propre de l'oscilloscope.

III-2-4- Méthode oscilloscopique tangentielle :

A la fois simple et rapide , cette méthode permet d'atteindre directement la mesure de la valeur efficace moyenne du bruit dont la distribution doit nécessairement être gaussienne .

Elle est basée sur le fait que la combinaison de 2 distributions gaussiennes identiques donne une courbe résultante ayant un seul maximum , sans creux , lorsqu'elles sont séparées par deux fois l'écart type . (figures n° 44 et 45).

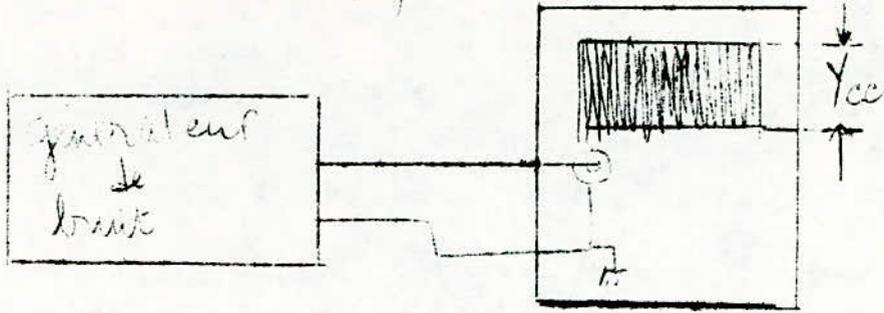
Il suffit pour cela d'appliquer le signal de bruit aux 2 voies Y_A et Y_B d'un oscilloscope double trace à large bande , fonctionnant en mode alterné . (figure 46) On obtient sur l'écran 2 oscillogrammes identiques et indépendants de la vitesse de balayage choisie et séparés par une bande noire .

On déplage ensuite verticalement ces 2 oscillogrammes de manière à les superposer parfaitement et à mesure que les bords se rapprochent l'un de l'autre le vide noir se remplit pour donner ; lorsqu'il disparaît tout juste , une image à brillance uniforme .

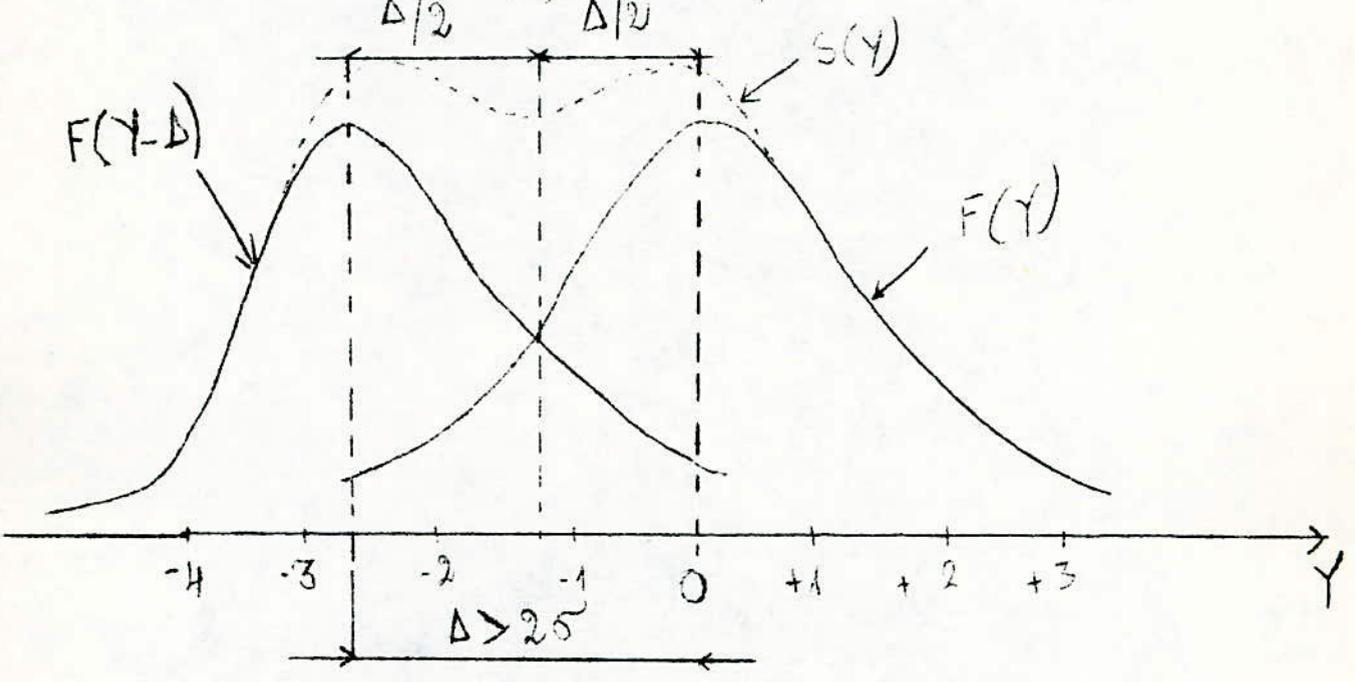
En commutant les 2 voies à la masse , on obtient les 2 traces de niveau ZÉRO séparées par une distance Δ (figure 47).

Dans ces conditions les valeurs efficace moyenne du signal de bruit est égale à la moitié de l'écart Δ . d'où $U_{beff} = \frac{1}{2} \Delta \cdot s_Y$

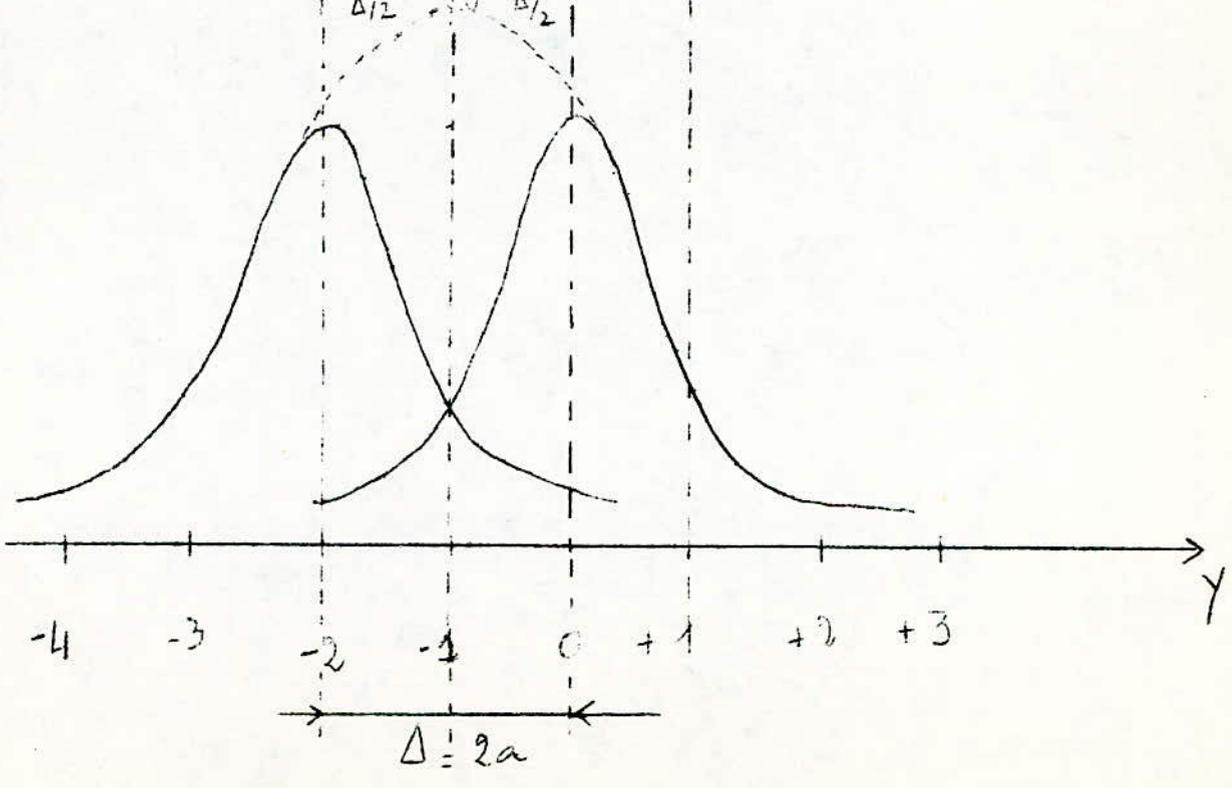
- figure n° 43.



- figure n° 44 -



- figure n° 45 -



On donnera en annexe la justification mathématique de cette méthode.

Il faut remarquer que le réglage de la luminosité de la trace n'affecte pas la mesure et que la méthode n'est valable que lorsque la distribution du bruit est gaussienne; Dans le cas contraire l'erreur sur les mesures est importante.

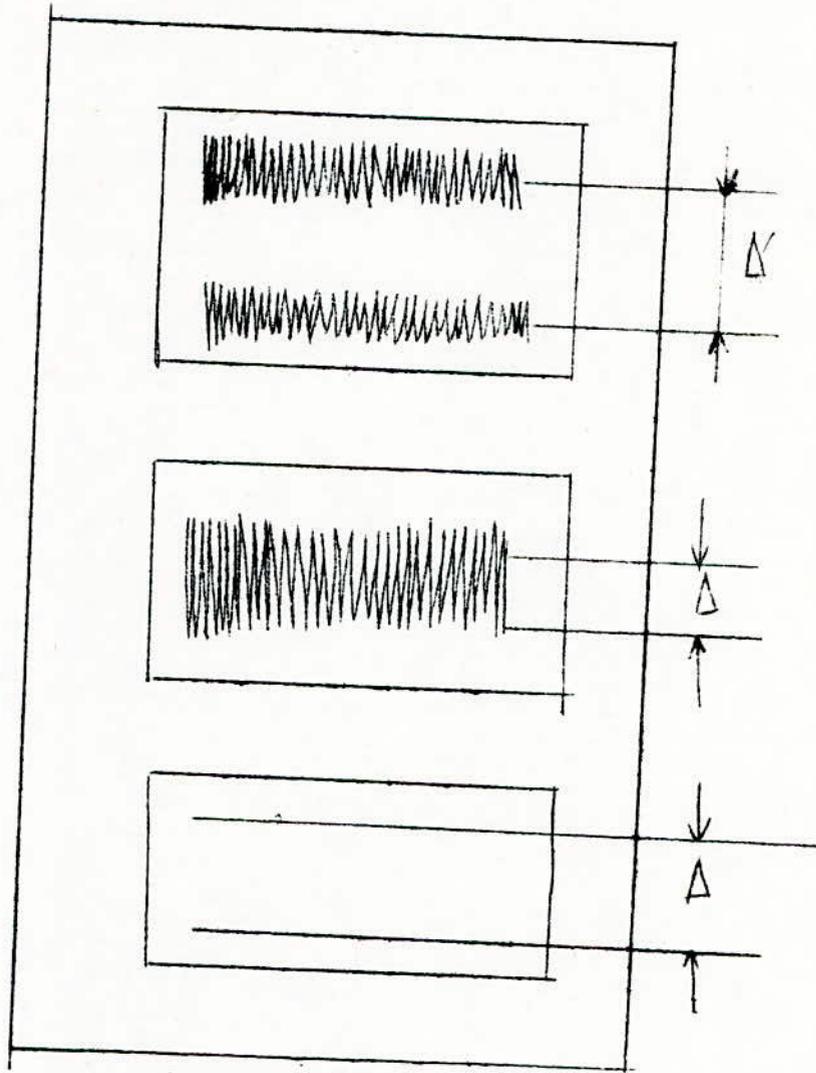
- Mesures sur le générateur de bruit à diode zener:

A titre comparatif on a effectué un certain nombre de mesures du signal à la sortie du générateur de bruit on utilisant les méthodes citées.

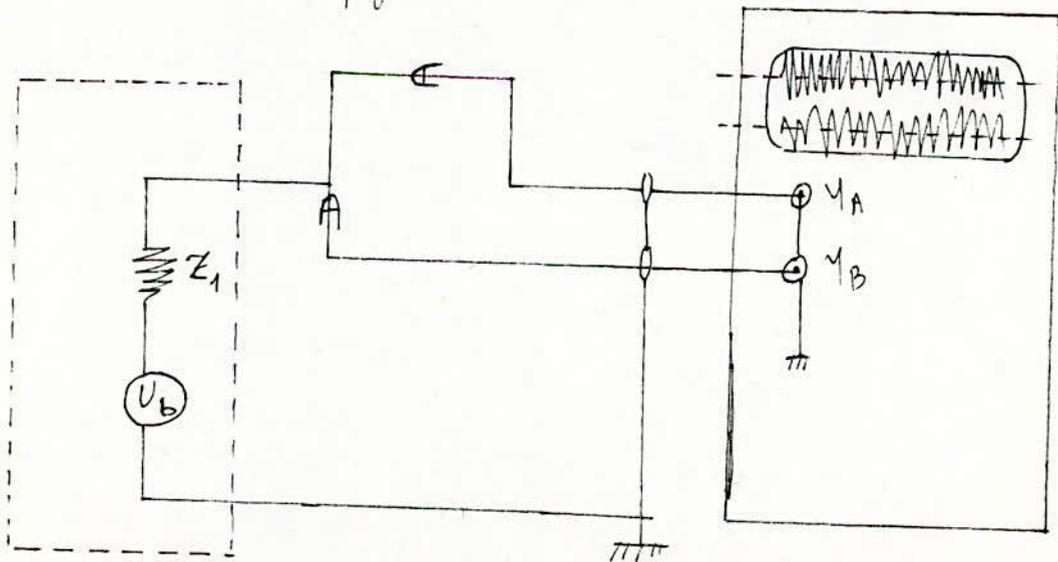
Les résultats sont regroupés dans le tableau suivant:

Visualisation Oscilloscopique U_{br} (V)	Voltmètre à redresseur U_{brmes} (V)	M.O.T $U_{brff moy}$ (V)	$1,128 U_{brmes}$ (V)
1	0,1	0,2	0,11
2	0,4	0,6	0,45
3	0,5	0,7	0,56
4	0,6	0,8	0,67
5	0,8	1,1	0,90
6	1,1	1,2	1,24
8	1,6	1,7	1,80
10	2	2,8	2,25

- figure n° 47 -



- figure n° 46 -



III-3-MESURES SUR LES RECEPTEURS:

L'équipement normal d'un banc d'essai pour les mesures sur les récepteurs comporte en principe 3générateurs de signaux étalonnés à haute fréquence,

-Un générateur principal qui simule le signal utile et fournit les valeurs étalonnées.

-Un générateur secondaire qui simule un brouilleur ou sert de signal de référence étalonné.

-Un générateur auxiliaire destiné à fournir une référence de fréquence porteuse au cas où celle-ci ne peut pas être fournie par le générateur secondaire.

Pour les mesures relatives aux caractéristiques de bruit du récepteur il est préférable d'utiliser à la place du second générateur une source de bruit étalonnée. Un atténuateur peut être inséré sur le circuit de sortie pour faire varier le niveau du signal de sortie.

III-3-I-ETALONNAGE DU GENERATEUR DE BRUIT:

1-On connecte le générateur étalon et le générateur de bruit en parallèle sur l'entrée du récepteur de gain accordé sur la fréquence de mesure F_0 et dont on a mesuré la bande passante de bruit B_0 pour cette fréquence.

2-On connecte un indicateur quadratique (voltmètre) à la sortie du dernier étage à fréquence intermédiaire .

3-Le générateur étalon(principal) étant à zéro ,on fait agir le générateur de de bruit et ajuster l'amplification du récepteur pour amener l'indicateur sur une graduation θ convenable.

4-LEg générateur de bruit étant éteint ,on fait agir le générateur principal et on le règle sur la fréquence d'accord du récepteur .On ajuste ensuite sur le niveau de sortie E de façon à ramener l'indicateur de sortie sur la graduation θ .

5-On prend pour mesure du niveau de sortie du générateur de bruit la valeur unitaire : $E_0 = E / (B_0)^{1/2}$ qui représente la tension de bruit à la fréquence F_0 pour une bande passante unité .

6-On répète la mesure en accordant successivement le récepteur sur diverses fréquences de la gamme de mesure.

Ainsi lorsqu'on utilise le générateur de bruit à l'entrée d'un récepteur de bande passante de bruit B ,la tension de bruit à la sortie du générateur a pour valeur: $E_b = E_0 (B)^{1/2}$

III-3-2-MESURE DU RAPPORT SIGNAL SUR BRUIT A LA SORTIE/

Le rapport S/B caractérise la pureté du signal disponible à la sortie du récepteur .Il est défini par le rapport de la puissance du signal utile à la puissance des bruits de fond du récepteur ,mesurées toutes les deux à la sortie. Il est exprimé en décibels par la relation: $S/B = 10 \log(P_s/P_b)$

On utilise pour cela un wattmètre de sortie à sensibilité réglable.

On mesure la puissance totale : $P_I = P_s + P_b$

Puis on supprime le signal utile et on mesure la puissance de bruit :

$P_2 = P_b$, on en déduit le rapport $P_I/P_2 = 1 + P_s/P_b$, d'où $P_s/P_b = P_I/P_2 - 1$

III-3-3-MESURE DE LA BANDE EQUIVALENTE PASSANTE DE BRUIT:

La bande passante équivalente de bruit est définie comme étant la longueur de la de la courbe de réponse rectangulaire idéale à haute fréquence ayant une hauteur égale à la hauteur maximale de la courbe de réponse réelle du récepteur, qui en présence d'un bruit blanc, produisait à la sortie la même puissance totale de bruit que le récepteur.

-Méthode de mesure à l'aide d'un générateur de bruit étalonné:

On peut effectuer la mesure de la bande passante de bruit du récepteur en utilisant un générateur de bruit étalonné de niveau suffisamment grand pour pouvoir négliger le bruit de fond propre du récepteur. Il suffit de comparer à l'entrée du récepteur le générateur de bruit étalon à un signal modulé étalonné donnant un même signal de sortie.

Mode opératoire:

1-On module le générateur principal à 400 Hz avec un taux de modulation m connu, 30% par exemple, et on lit sur le wattmètre de sortie la puissance P_s proportionnelle à $m^2 E^2$, E désignant la valeur de la porteuse du signal modulé.

2-On fait agir ensuite le générateur de bruit étalonné, en mettant à zéro le générateur précédent. On ajuste sa tension E_0 de sortie de façon à obtenir une puissance de bruit P_b sur le wattmètre de sortie égale à P_s . Le rapport des puissances obtenues permet d'écrire :

$$\left\{ P_s / P_b \right\}^{1/2} = mE / E_0 = I \text{ d'où } E_b = mE.$$

De cette expression, on peut calculer la valeur de la bande passante de bruit B sachant que la valeur unitaire de la tension de sortie du générateur de bruit est E_0 ; donc : $E_b = mE = E_0 (B)^{1/2}$

On en déduit : $B = \left\{ mE / E_0 \right\}^2$

III-3-4-MESURE DU FACTEUR DE BRUIT ET DE LA TEMPERATURE EQUIVALENTE DE BRUIT:

La relation qui existe entre le facteur de bruit et la température de bruit est donnée par: $T_e = (F-1)T_0$ (voir chapitre I)

T_0 est la température ambiante qui est de l'ordre de 300°K

Il suffit donc de mesurer F et d'en déduire la valeur de T_e .

Le facteur de bruit est égal au rapport de la puissance de bruit totale mesurée à la sortie du récepteur, à la puissance de bruit que l'on aurait à la sortie du récepteur, utilisé dans les mêmes conditions, s'il n'y avait pas de bruit dans le système que le générateur de bruit connecté à l'entrée du récepteur.

-Méthode de mesure de F:

On utilise pour cela un générateur de bruit étalonné et un voltmètre de valeur efficace vraie.

1-On connecte le générateur de bruit à l'entrée du récepteur de bande passante B.

2-On branche un indicateur quadratique (voltmètre de v.e.v) à la sortie du dernier étage FI et on ajuste l'amplification du récepteur pour amener

l'indicateur sur une graduation convenable correspondant à une tension E_s .
Connaissant E_o , on déduit la valeur de la tension de bruit à la sortie du
générateur de bruit: $E_b = E_o (B)^{1/2}$

3-Si G est le gain en tension de ce récepteur, on calcule la tension de
bruit ramenée à l'entrée du récepteur :

$$E_n = E_s / G$$

On exprime alors le facteur de bruit par le rapport de 2 tensions:

$$F = E_n^2 / E_b^2 = E_s^2 / G^2 E_b^2; \text{ ou en décibels : } F(\text{db}) = 10 \log(E_n^2 / E_b^2)$$

N.B. Les méthodes de mesures exposées ne sont pas uniques.

III-4-MESURES SUR LE BRUIT EN TELECOMMUNICATIONS:

Les générateurs de bruit sont largement utilisés en télécommunication pour
juger de la qualité d'une voie de transmissions.

Pour mesurer le bruit dans les voies téléphoniques et dans les voies de
transmissions du son radiophonique conformément à la sensation auditive de
l'être humain, on utilise des filtres de pondération psophométrique conforme
à la recommandation du CCITT.

On représente sur la figure 48 la courbe de réponse du filtre psophométrique
dont la largeur de bande équivalente de bruit est fixée à 1,74 KHz, la largeur
de bande d'une voie téléphonique étant de 3100 Hz.

Pour les systèmes à faisceaux hertziens le bruit parasite comprend le bruit
d'intermodulation de l'amplificateur B.F, la diaphonie par les lignes
voisines et les bruits dus aux mauvais contacts ; par contre pour les systèmes
courants porteurs à câbles le bruit se compose d'un bruit de fond et d'un
bruit d'intermodulation.

III-4-1-MESURE DU BRUIT D'INTERMODULATION AVEC DU BRUIT BLANC-MESURE DE PUISSANCE:

Le principe de la mesure (figure 49) consiste à simuler la charge créée par
l'ensemble des signaux téléphoniques à l'entrée du système à câbles ou à
faisceaux hertziens, par un signal de bruit dont la densité de puissance
est uniforme dans toute la bande de transmission. Des filtres coupe-bandes
découpent le spectre du bruit blanc en quelques fenêtres étroites. Lorsque le
système considéré possède des caractéristiques de transfert non linéaires, la
charge appliquée engendre un bruit d'intermodulation tombant dans les fenêtres
-es découpées et auquel s'ajoute le bruit de fond thermique.

Un récepteur de bruit relatif, de largeur de bande équivalente de bruit
1,74 KHz mesure en sortie la puissance de bruit dans les fenêtres.

Pour évaluer le bruit d'intermodulation, il suffit de supprimer le signal
de test appliqué au système et de mesurer en sortie le bruit de fond.

La mesure du bruit psophométrique d'une voie téléphonique (de transmission)
a pour but de déterminer la variation admissible du niveau relatif de la voi-
-ie avant d'atteindre la puissance de bruit admissible. Cette dernière, évalu-
-ée par kilomètre, est définie selon le CCITT et le CCIR, à partir d'une
voie de transmission de 2500 kilomètres.

III-4-2-MESURE DU RAPPORT DE ~~SIGNALS~~ SUR BRUIT/

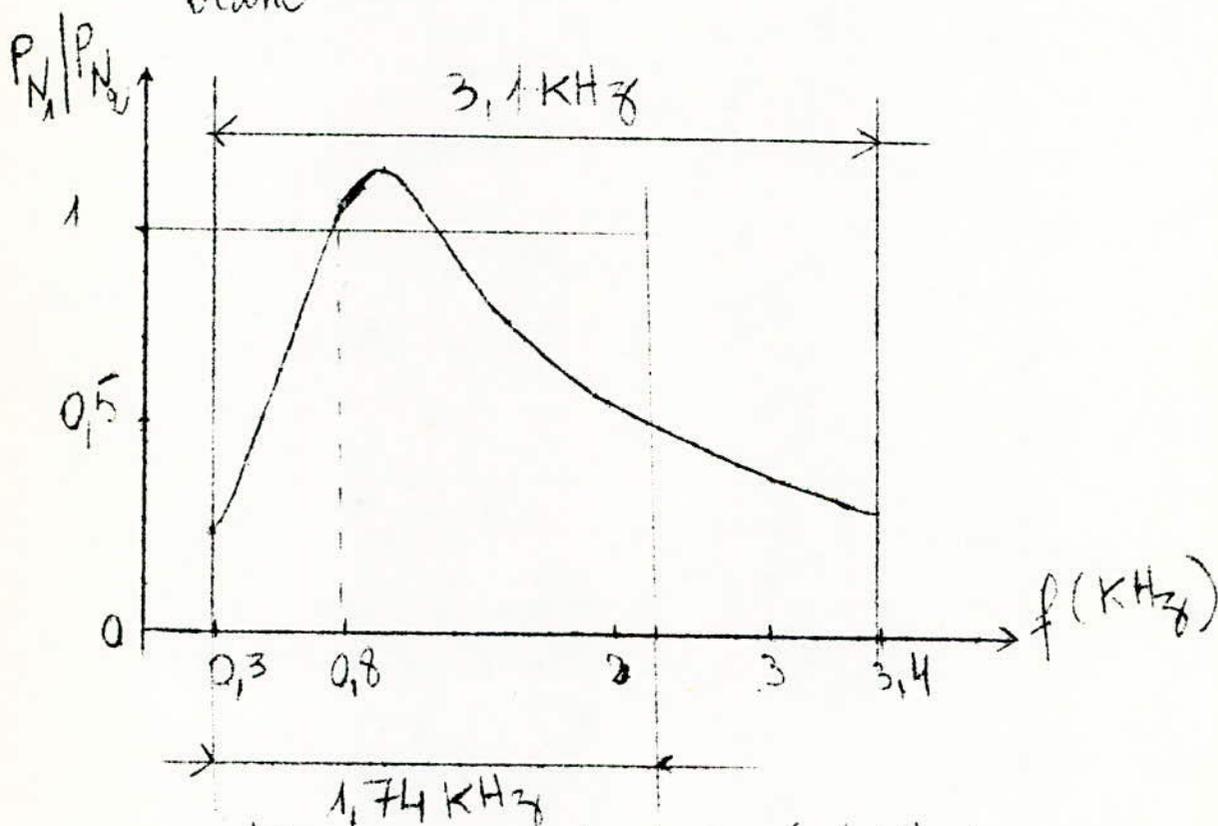
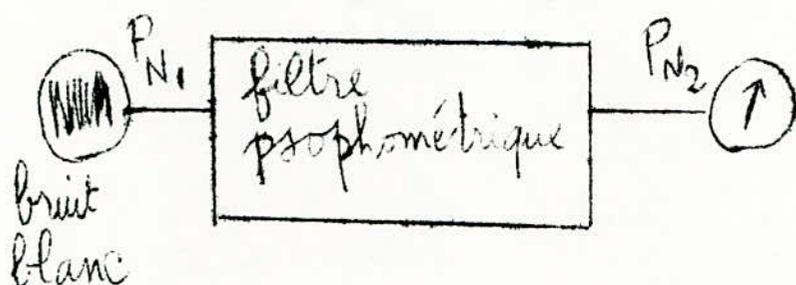
Pour déterminer le rapport ~~S/B~~ (en décibels) d'une voie de transmission

on ramène le niveau de bruit mesuré dans la voie de 1,74 KHz au niveau relatif 0 correspondant à la charge conventionnelle de 32 uW par voie.
 $S/B(\text{dB}) = \text{Niveau relatif} - \text{Niveau de bruit}$.

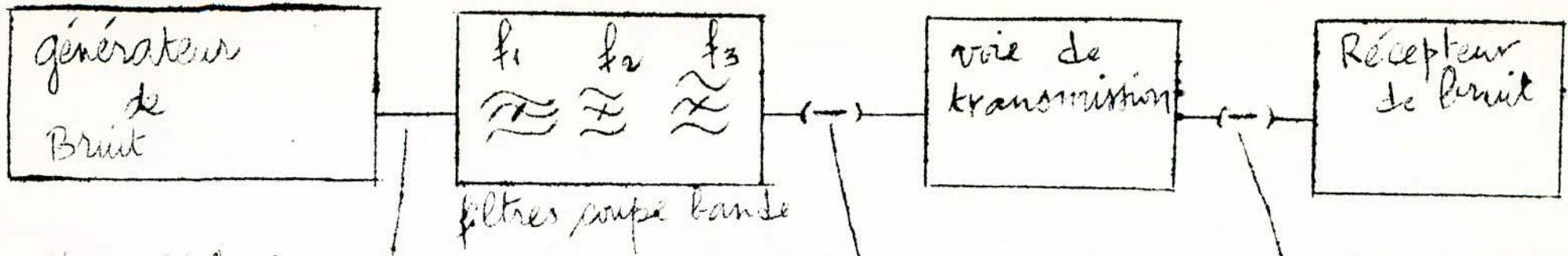
III-4-3-MESURE DU RAPPORT DE DENSITES DE BRUIT:(NPR)

C'est le rapport de la puissance de bruit mesurée à la sortie lorsque la bande de bruit est appliquée sans fenêtres à l'entrée du système, à la puissance mesurée lorsque les fenêtres sont découpées dans le bruit (FIGURE 50).
Soit: $\text{NPR} = \text{Niveau avec filtres coupe-bande court-circuités} - \text{Niveau avec filtres coupe-bande en circuit}$.

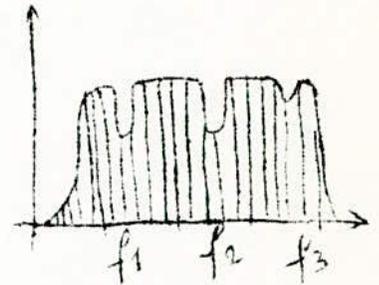
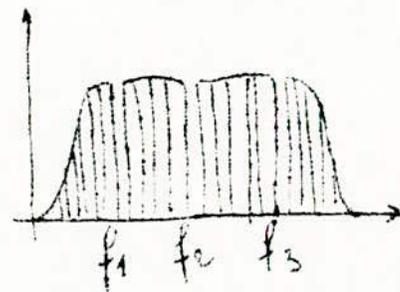
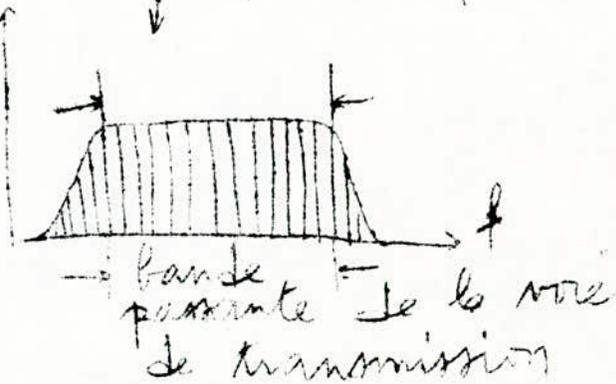
. figure n° 48.



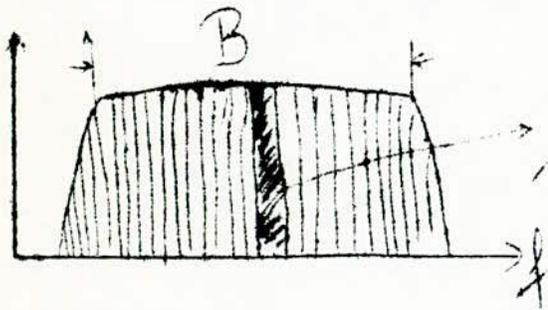
$P_N = \text{densité de puissance de bruit (W/Hz)}$



- figure n° 49.

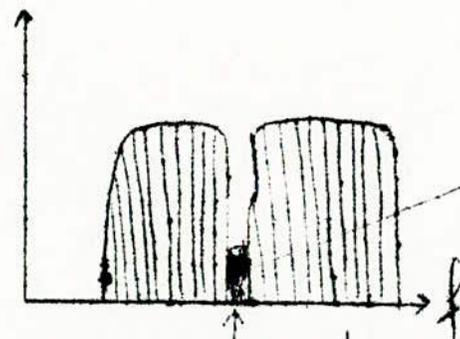


-59-



niveau avec filtres coupe bandes court, circuits

- figure n° 50.



niveau avec filtres coupe bande en circuit

bruit de fond et d'intermodulation dans la voie de mesure.

JUSTIFICATION MATHEMATIQUE DE LA METHODE OSCILLOSCOPIQUE

TANGENTIELLE:

Pour une distribution gaussienne du bruit, la valeur efficace de la tension est représentée par l'écart type σ . La densité de probabilité a pour expression :

$$F(U_b) = \left[\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right] \cdot e^{-U_b^2 / 2\sigma^2}$$

En admettant que la distribution gaussienne des amplitudes U_b se retrouve dans les amplitudes des déviations verticales Y du spot lumineux sur l'écran de l'oscilloscope, on peut écrire que :

$$F(Y) = \left[\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right] \cdot e^{-Y^2 / 2\sigma^2}$$

Si la seconde distribution a un écart Δ par rapport à la première; sa densité s'écrit :

$$F(Y-\Delta) = \left[\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right] \cdot e^{-(Y-\Delta)^2 / 2\sigma^2}$$

On observe alors sur l'écran une brillance qui varie, suivant un axe vertical, selon la fonction somme $S(Y) = F(Y) + F(Y-\Delta)$

Pour trouver la valeur de Δ pour laquelle la bande moins brillante (bande noire) disparaît on doit annuler la dérivée seconde de $S(Y)$ pour $Y = \Delta/2$ sachant que le maximum se présente à mi-distance des sommets des 2 distributions gaussiennes.

$$\frac{dS(Y)}{dY} = \left[\frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \right] \cdot \left[-\frac{Y}{\sigma^2} \cdot e^{-Y^2 / 2\sigma^2} - \frac{(Y-\Delta)}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(Y-\Delta)^2}{2\sigma^2}} \right]$$

$$\frac{d^2S(Y)}{dY^2} = \left[\frac{1}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} \right] \cdot \left[\left(\frac{Y^2}{\sigma^2} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{Y^2}{2\sigma^2}} + \left(\frac{(Y-\Delta)^2}{\sigma^2} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{(Y-\Delta)^2}{2\sigma^2}} \right]$$

Pour $Y = \Delta/2$ l'expression devient :

$$\frac{d^2S(Y)}{dY^2} = \left[\frac{1}{\sigma^3 \sqrt{2\pi}} \right] \cdot \left(\frac{\Delta^2}{4\sigma^2} - 1 \right) \cdot e^{-\frac{\Delta^2}{8\sigma^2}}$$

On en déduit que: $\frac{d^2S(Y)}{dY^2} = 0$ entraîne $\frac{\Delta^2}{4\sigma^2} - 1 = 0$

ce qui donne : $\Delta = 2\sigma = 2U_{\text{beff}}$

La précision de la méthode dépend uniquement de l'aptitude de l'observateur à apprécier correctement sur l'écran la distance $\Delta/2$ qui sépare le niveau zéro d'un des 2 oscillogrammes de bruit du niveau pour lequel l'oeil ne voit tout juste plus aucune variation de contraste (lorsque la bande noire disparaît).

Sachant que l'oeil humain est capable de percevoir des variations de contraste de 1 à 2% et moyennement avec certaines conditions on montre que la précision est d'environ 10 à 13% ce qui correspond à une incertitude légèrement supérieure à 1 dB.

- CONCLUSION -

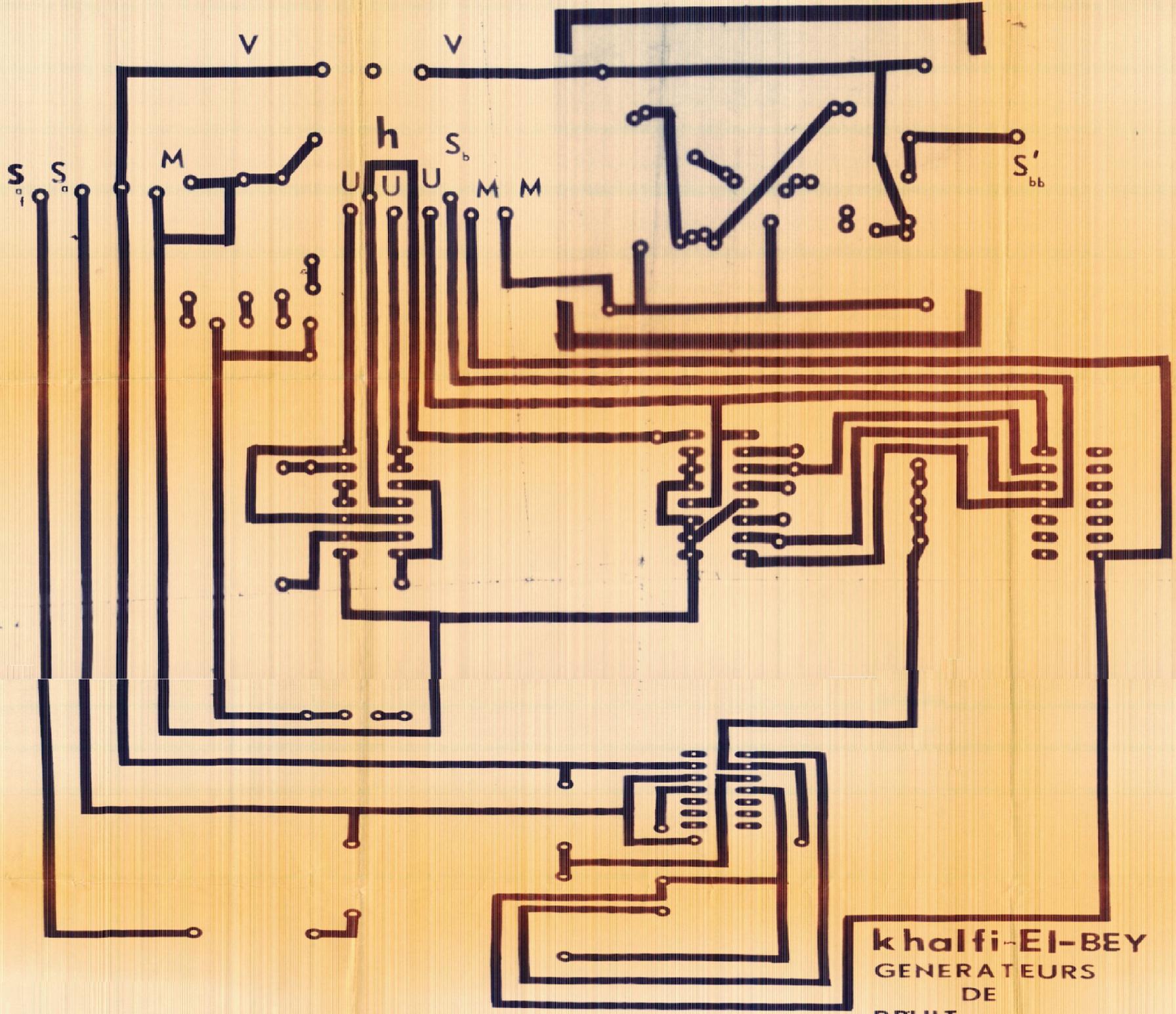
Il est aisé de constater qu'à l'issue de cette étude le phénomène bruit est très riche en enseignement à condition de savoir s'en servir.

Les deux types de générateurs de bruit réalisés donnent une idée sur la nette simplicité avec laquelle on peut générer le bruit ainsi que sur les larges possibilités d'extension qui y sont offertes.

Les générateurs de bruit connaissent l'actualité d'application dans les domaines des télécommunications, de l'acoustique etc... Il en est de même pour les générateurs de bruit pseudo-aléatoires dans le domaine industriel pour les techniques d'identification des processus ainsi que dans le domaine de l'automatisme.

Bibliographie

- .E. Roubine: Introduction à la théorie de la communication Tome II Signaux Aléatoires -Masson et C^{ie} (1970).
- .Jacques Dupraz : Théorie de la communication et Liaisons spatiales Ecole Supérieure d'Electricité, Option Radar Espace (1969)
- .Electronique Application n°8: Le bruit électronique et sa mesure (pages 37 à 50).
- . Electronique industrielle et microélectronique n°224 (1976): "GENEREZ VOS SEQUENCES BINAIRES PSEUDO-ALEATOIRES"-(pages 55-57).
- .Electronique industrielle et Microélectronique n° 122 (1969): "UN GENERATEUR DE BRUIT BINAIRE ET GAUSSIEN"(pages 187-190).
- .Jacques Max: Les principales méthodes de traitement de l'information (signal) (corrélation, analyse, spectrale....) et leurs applications aux mesures physiques; Imp. ENSEPG (1970).
- .Mesures dans les télécommunications (fev. 1978).
- .L. Povy : Identification des processus, Automatique, Informatique. Dunod-Université (1975).
- .M. Aumiaux : Pratique de l'électronique , tome 2, Comparateurs-Filtres actifs-Techniques numériques, Edition Masson (1977).
- .V. Biggi : Emission et Réception des ondes ~~HERTZIENNES~~ Siques Le bruit dans les récepteurs (1970) Ecole supérieure d'électricité.
- .Essais radioélectriques des récepteurs professionnels pour Ondes entretenues ou modulées en amplitude et de fréquences inférieures à 30 MHz. Union Technique de l'électricité (1964).
- .TEXAS INSTRUMENTS / THE TTL DATA BOOK



khalfi-El-BEY
GENERATEURS
DE
BRUIT