

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département : Electronique
Mémoire pour l'obtention du diplôme de Master
Intitulé

Etude comparative entre ANOVA et t-test appliqués pour la détection des lésions

Présenté par
LARROUM Salah eddine

Sous la direction de Dr. K. EL KOURD et Pr. M. S. AIT CHIKH
Présenté et soutenu publiquement le (16/06/2016)

Composition du Jury :

Président	R. AKSAS	Professeur	ENP
Promoteur	K. EL KOURD	Maître de conférences	EPST Alger
Promoteur	M. S. AIT CHIKH	Professeur	ENP
Examineur	M. ADNANE	Maître de conférences	ENP

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Ecole Nationale Polytechnique



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
Ecole Nationale Polytechnique

Département : Electronique
Mémoire pour l'obtention du diplôme de Master
Intitulé

Etude comparative entre ANOVA et t-test appliqués pour la détection des lésions

Présenté par
LARROUM Salah eddine

Sous la direction de Dr. K. EL KOURD et Pr. M. S. AIT CHIKH
Présenté et soutenu publiquement le (16/06/2016)

Composition du Jury :

Président	R. AKSAS	Professeur	ENP
Promoteur	K. EL KOURD	Maître de conférences	EPST Alger
Promoteur	M. S. AIT CHIKH	Professeur	ENP
Examineur	M. ADNANE	Maître de conférences	ENP

ملخص

في هذا العمل قمنا بدراسة مقارنة بين تقنية أنوفا و اختبار ستودنت الإحصائي التي استخدمت للكشف عن الورم في صور الرنين المغناطيسي. استندت الدراسة على معيارين رئيسيين ، وقت التنفيذ و دقة الكشف.

كلمات مفتاحية : أنوفا، ستودنت، أورام.

Abstract

In this work, we performed a comparative study between two statistical tests (ANOVA and Student t-test) applied to MRI for lesion detection. The study was based on two main criteria, the time of execution and the precision of the detection.

Key words: ANOVA, T-test, lesions.

Résumé

Dans ce travail on a effectué une étude comparative entre deux tests statistiques (ANOVA et t-test) appliqués sur des images IRM pour la détection de lésions. L'étude a été basée sur deux critères, le temps d'exécution et la justesse de détection.

Mots clés : ANOVA, t-test, lésions.

Remercîment

Pour débiter, je voudrais remercier le bon Dieu le tout puissant de m' avoir aidé et donné la volonté de mener à terme ce présent travail.

Je ne remercierai jamais assez mon encadreur Dr. K. EL KOURD pour m' avoir si bien orienté dans mon travail, à qui sincérité, dévouement et minutie ne font pas faute.

Je tiens à remercier sincèrement les membres de jury d' avoir accepté de consacrer une partie de leur précieux temps à analyser ce document. Je tiens aussi à remercier tous les enseignants du département de l' ELECTRONIQUE de l' Ecole Nationale Polytechnique qui ont contribué à ma formation de manière professionnelle.

Liste des tableaux

Tab. I.1 Tableau récapitulatif de la loi normale centrée réduite.....	12
Tab. I.2 Distribution des observations dans un protocole à un seul facteur.....	16
Tab. I.3 Tableau de décomposition de la variance en fonction des sources de variabilités	16
Tab. II.1 Comparaison des temps d'exécutions entre ANOVA et t-test	23
Tab. II.2 Comparaison de la détection des lésions entre ANOVA et t-test.....	23
Tab. II.3 Comparaison de la précision de la détection entre ANOVA et t-test.....	23

Liste des figures

Fig. I.1 Zone de rejet pour le t-test de Student.	12
Fig. I.2 Zones de rejet de l'hypothèse nulle pour une distribution de Snedecor et un test unilatéral.	16
Fig. II.1 IRM d'une personne. a) normale, b) pathologique.....	19
Fig. II.2 Résultats des algorithmes, appliqués au 1 ^{er} cas. a) ANOVA, b) t-test.	20
Fig. II.3 IRM axial d'une personne. a) saine, b) touché par une tumeur.....	21
Fig. II.4 Résultats des algorithmes appliqué au 2 ^{ème} cas, a) ANOVA, b) t-test.	21
Fig. II.5 IRM axial d'une personne. a) saine, b) malade.	22
Fig. II.6 Résultats des algorithmes appliqué au 3 ^{ème} cas. a) ANOVA, b) t-test.	22
Fig. II.7 Résultats de l'application de ANOVA à une image multicouches.....	24

Liste des abréviations

IRM : Imagerie par Résonance Magnétique.

t-test : test statistique de Student.

ANOVA : Analysis of variance.

dl : degré de liberté.

Table des matières

Résumé	3
Remercîment.....	5
Liste des tableaux	6
Liste des figures.....	7
Liste des abréviations	8
Table des matières	9
Introduction	10
Chapitre I. Méthodes statistiques appliquées pour la détection de lésions.....	11
I.1. Test statistique de Student	12
I.2. Analyse de variance d'ordre 1	13
I.2.1. Types d'ANOVA.....	13
I.2.2. Modèle général.....	13
I.2.3. Conditions d'application.....	14
I.2.4. Hypothèses	14
I.2.5. Décomposition de la variance et test d'hypothèse	15
I.3. Conclusion	17
Chapitre II. Résultats obtenus et comparaison des performances temporelles.....	18
II.1. Algorithme générale exécuté.....	19
II.2. Identification de l'ordinateur.....	19
II.3. 1 ^{er} cas : Exemple d'une image de coupe coronale, temps de relaxation T1 et une surface de 636 × 636	19
II.4. 2 ^{ème} cas : Exemple d'une image de coupe axial, temps de relaxation T2 et une surface de 512 × 512	20
II.5. 3 ^{ème} cas : Exemple d'une image de coupe axial, temps de relaxation T2 et une surface de 500 × 500	22
II.6. Etude du cas des images multiples (Multicouches)	23
II.7. Conclusion.....	25
Conclusion.....	26
Bibliographie	27

Introduction

L'imagerie biomédicale a connu une avancée spectaculaire ces dernières années, due au fait de l'avancé de l'informatique et aussi à l'apparition de nouvelles méthodes de traitement d'image ainsi qu'une utilisation assez importante des méthodes mathématiques pour l'amélioration de la qualité des images médicales.

L'application des méthodes mathématiques au traitement d'image permet de créer un outil de traitement puissant qui peut être adapté aux différents cas de figures ; différentes lésions.

Le travail qu'on a effectué a été répartie sur deux parties, le premier chapitre concerne formulation mathématique de ANOVA et de t-test. Le deuxième chapitre, est un résumé des différents résultats obtenus, dans lequel on a fait une étude comparative des puissances des algorithmes ; se basant sur les temps d'exécutions, et la justesse de détection.

Chapitre I. Méthodes statistiques appliquées pour la détection de lésions.

Dans cette partie, on s'intéresse à deux méthodes statistiques, ANOVA et t-test, et leur application pour la détection de lésions.

I.1. Test statistique de Student [1]

Un test statistique est un mécanisme qui permet de trancher entre deux hypothèses au vu des résultats d'un échantillon.

Soient H_0 et H_1 deux hypothèses (H_0 est appelée hypothèse nulle, H_1 hypothèse alternative), dont une et une seule qui est vraie. La décision consiste à retenir H_0 ou H_1 . [2]

Le test de Student permet de comparer une moyenne d'un échantillon à une valeur donnée, les moyennes de deux échantillons indépendants ou les moyennes de deux échantillons appariés. [3]

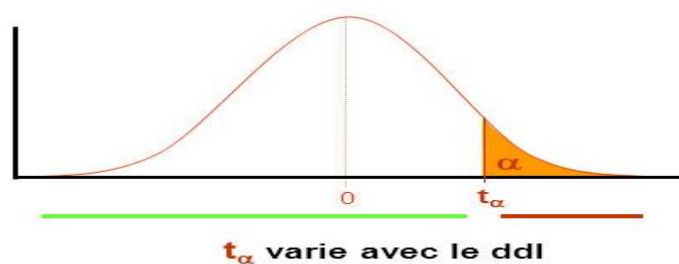
On propose ce tableau pour définir les deux populations :

Tab. I.1 Tableau récapitulatif de la loi normale centrée réduite.

	Loi	Moyenne	Variance	Effectif
Population 1	Normale	μ_1	σ^2	
Population 2	Normale	μ_2	σ^2	
Echantillon 1		$m_1 = X_1$	S_1^2	n_1
Echantillon 2		$m_2 = X_2$	S_2^2	n_2

La statistique du test de Student est donnée par la formule suivante :

$$T = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}} \quad \text{Eq. I.1}$$



Si $T < t_\alpha$ H_0 acceptée

Si $T > t_\alpha$ H_0 rejetée

Fig. I.1 Zone de rejet pour le t-test de Student.

I.2. Analyse de variance d'ordre 1

ANOVA permet la comparaison de plusieurs échantillons indépendants. Dans le cas particulier de 2 échantillons, les deux techniques ANOVA et t-test fournissent le même résultat.

I.2.1. Types d'ANOVA

On distingue trois types d'ANOVA : les types I, II et III. Le type I est qualifié de modèle à effets fixes, les niveaux de chacun des facteurs étant déterminés délibérément (i.e. fixés) par l'expérimentateur. C'est le cas dans la plupart des protocoles expérimentaux, et c'est celui que nous développerons dans cette partie.

Au cours de l'analyse, on cherchera principalement à déterminer si les moyennes diffèrent entre elles dans leur globalité, et, lorsque c'est le cas, quelles sont les paires de moyennes qui sont significativement différentes.

Le type II est appelé modèle à effets aléatoires, et dans ce type de modèle les niveaux du facteur d'étude sont déterminés de manière aléatoire. On s'intéresse alors principalement à la variabilité entre les échantillons par rapport à la variabilité à l'intérieur d'un échantillon.

Enfin, le type III est un modèle à effets fixes et aléatoires, que l'on rencontre uniquement dans les ANOVA à plusieurs critères de classification ou facteurs [4].

I.2.2. Modèle général

Pour une ANOVA de type I (modèle à effets fixes), les variations de la variable dépendante Y en fonction des k modalités ou niveaux de la variable indépendante peuvent se modéliser sous la forme :

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \epsilon_{ij}$$

Où y_{ij} représente la valeur de l'observation j dans la condition i , μ désigne la moyenne générale, α_i représente l'effet des k conditions, i.e. la différence entre la moyenne des valeurs de Y dans la condition i et la moyenne générale, et les ϵ_{ij} représentent les valeurs résiduelles, qui se distribuent selon une loi normale $N(0, s_\epsilon^2)$.

Dans ce modèle, on fait explicitement l'hypothèse que les différences entre les échantillons, i.e. les différences intergroupes, sont dues au facteur manipulé par l'expérimentateur, et que la variabilité totale autour de la moyenne générale (tous groupes confondus) se décompose en cette variabilité intergroupes (variance inter) et la variabilité

résiduelle (variance intra), liées aux fluctuations interindividuelles dans chaque groupe et qui n'est pas expliquée par le facteur. Le modèle général postulé au niveau de la population peut ainsi se réécrire, pour l'échantillon considéré, sous la forme :

$$(y_{ij}) - \bar{y} = (\bar{y}_i - \bar{y}) + (y_{ij} - \bar{y}_i)$$

Où le membre de gauche représente la variance totale (l'écart de chacune des observations à la moyenne générale), et le membre de droite se décompose en un terme de variabilité due au facteur, $(\bar{y}_i - \bar{y})$ (l'écart entre les k moyennes des conditions et la moyenne générale), et un terme de variabilité résiduelle, $(y_{ij} - \bar{y}_i)$ (l'écart entre les observations intra-condition et leurs moyennes respectives) [5].

I.2.3. Conditions d'application

Les hypothèses implicites de l'analyse de variance pour k échantillons, ou groupes, tirés au hasard dans la population sont les suivantes :

- les écarts à la moyenne dans chaque groupe, ou résidus, sont indépendants et se distribuent selon une loi normale ;
- la variance des résidus est homogène entre les conditions.

Les tests d'ANOVA sont relativement robustes aux déviations par rapport à la normalité, comme dans le cas précédent (test t de Student pour échantillons indépendants ou appariés), mais en revanche sont sensibles à l'hétérogénéité des variances, notamment en cas d'effectifs inégaux [4].

I.2.4. Hypothèses

On teste l'hypothèse d'une absence de différence entre les k moyennes au niveau de la population parente, i.e. que les k échantillons proviennent de la même population ou de populations ayant des caractéristiques comparables.

L'hypothèse nulle H_0 à tester est ainsi : $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \dots = \mu_k$, l'hypothèse alternative (toujours non orientée) étant que les échantillons sont issus de populations différentes, i.e. qu'au moins deux des moyennes parentes diffèrent entre elles : $H1 : \mu_1 \neq \mu_2$ ou $\mu_1 \neq \mu_3$ ou $\mu_2 \neq \mu_3 \dots$ [5]

I.2.5. Décomposition de la variance et test d'hypothèse [5]

Tableau de décomposition de la variance

Dans un modèle d'ANOVA à un seul facteur, la variabilité totale est ainsi décomposée en deux sources : une source liée aux différences entre les conditions (variance inter), et une autre source liée aux fluctuations aléatoires propres à chaque condition (variance intra), i.e. la part de variance qui n'est pas expliquée par le facteur, soit en résumé :

$$V_{totale} = V_{inter} + V_{intra}$$

La variance inter est apportée par les éventuelles différences entre les moyennes des groupes d'observations (c'est la variance des moyennes de groupe), tandis que la variance intra est la moyenne des variances de chaque groupe d'observations (c'est la moyenne des variances corrigées classiques pour des échantillons).

On présente généralement cette décomposition de la variance en un tableau résumant, pour les différentes sources de variation (groupe et erreur), les sommes des carrés des écarts à la moyenne (SC) ainsi que les degrés de liberté associés à chaque SC. Les estimés des variances inter et intra, ou carré moyen (CM) associés aux groupes (ou facteur) et à l'erreur, se retrouvent en faisant le rapport des SC sur leurs degrés de liberté respectifs. Dans la mesure où les variances des populations sont supposées égales, on utilise ainsi le carré moyen résiduel comme estimé de la variance parente.

Du point de vue des notations adoptées, on utilisera les suivantes : X_{ij} pour la j-ème observation dans la condition i , \bar{X} pour la moyenne générale (tous groupes confondus), et \bar{X}_i pour la moyenne de la condition (ou groupe) i .

Test d'hypothèse

Pour k échantillons d'effectifs égaux n (condition suffisante pour un plan équilibré), on utilisera le test F de Fisher-Snedecor, qui est simplement le rapport entre le carré moyen des groupes (CMg) et le carré moyen de l'erreur (CMe) :

$$F_{obs} = \frac{CMg}{CMe}$$

Qui est à comparer aux valeurs critiques de la distribution du F de Fisher-Snedecor avec $\nu_1 = k - 1$ et $\nu_2 = n - k$ degrés de liberté.

Tab. I.2 Distribution des observations dans un protocole à un seul facteur

g_1	g_2	...	g_i	...	g_k
X_{11}	X_{21}	...	X_{i1}	...	X_{k1}
X_{12}	X_{22}	...	X_{i2}	...	X_{k2}
X_{13}	X_{23}	...	X_{i3}	...	X_{k3}
...
X_{1j}	X_{2j}	...	X_{ij}	...	X_{kj}
...
X_{1n_1}	X_{2n_2}	...	X_{in_i}	...	X_{kn_k}
\bar{X}_1	\bar{X}_2	...	\bar{X}_i	...	\bar{X}_k

Tab. I.3 Tableau de décomposition de la variance en fonction des sources de variabilités

Variance	SC	dl	CM	F
Totale	$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X})^2$	$n - 1$	$CMt = \frac{SCt}{dl}$	
Groupes	$\sum_{i=1}^k (\bar{X}_i - \bar{X})^2$	$k - 1$	$CMg = \frac{SCg}{dl}$	$\frac{CMg}{CMe}$
Erreur	$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{n_i} (X_{ij} - \bar{X}_i)^2$	$n - k$	$CMe = \frac{SCe}{dl}$	

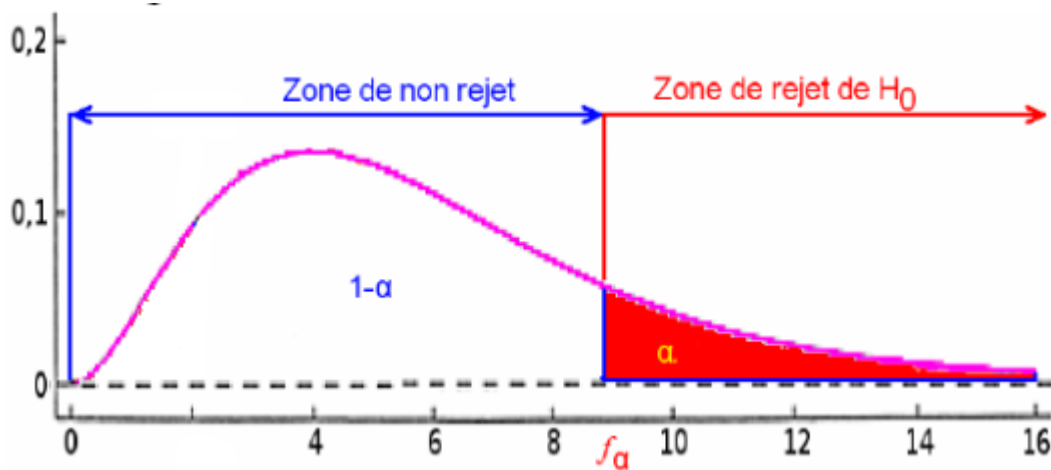


Fig. I.2 Zones de rejet de l'hypothèse nulle pour une distribution de Snedecor et un test unilatéral.

- Si $F > f_\alpha$ rejet de H_0 au risque α :
 - La variance factorielle est significativement supérieure à la variance résiduelle : les moyennes diffèrent significativement entre-elles.
- Sinon H_0 n'est pas rejetée et rien ne permet de dire que les moyennes des populations ne sont pas égales.

I.3. Conclusion

On utilise le t-test lorsqu'on compare deux groupes et on utilise le F de Fischer-Snedecor lorsqu'on compare plus de deux groupes. Le F est avantageux, car lorsqu'on constitue deux groupes qu'on souhaite équivalents à tous les points de vue, sauf à celui qu'on veut comparer, on contrôle donc les variables parasites.

Chapitre II. Résultats obtenus et comparaison des performances temporelles.

On se propose d'étudier trois cas différents de lésions de différents types. On essayera de les détecter à l'aide des algorithmes Matlab basés sur la méthode d'ANOVA et de t-test.

II.1. Algorithme générale exécuté

- Lire les images pathologiques et normales.
- Filtrage (Réduction de bruit et amélioration de l'image).
- Choix de la méthode à appliquer.
 - Application de l'algorithme de ANOVA.
 - Application de l'algorithme t-test.
- Comparaison des algorithmes.

II.2. Identification de l'ordinateur

- Modèle : DELL Inspiron 3542
- Processeur : Intel® core-i5 4210U.
- Mémoire installée(RAM) : 8.00 Go
- Système d'exploitation : Windows® 10 64bits.
- Version du logiciel : Matlab® 12 (R2012a).

II.3. 1^{er} cas : Exemple d'une image de coupe coronale, temps de relaxation T1 et une surface de 636×636 .

On choisit à gauche « a » une image d'une personne sur laquelle se basera l'étude du 1^{er} cas. A droite « b » l'image d'une personne atteinte d'une tumeur cérébrale, fig. II.1.

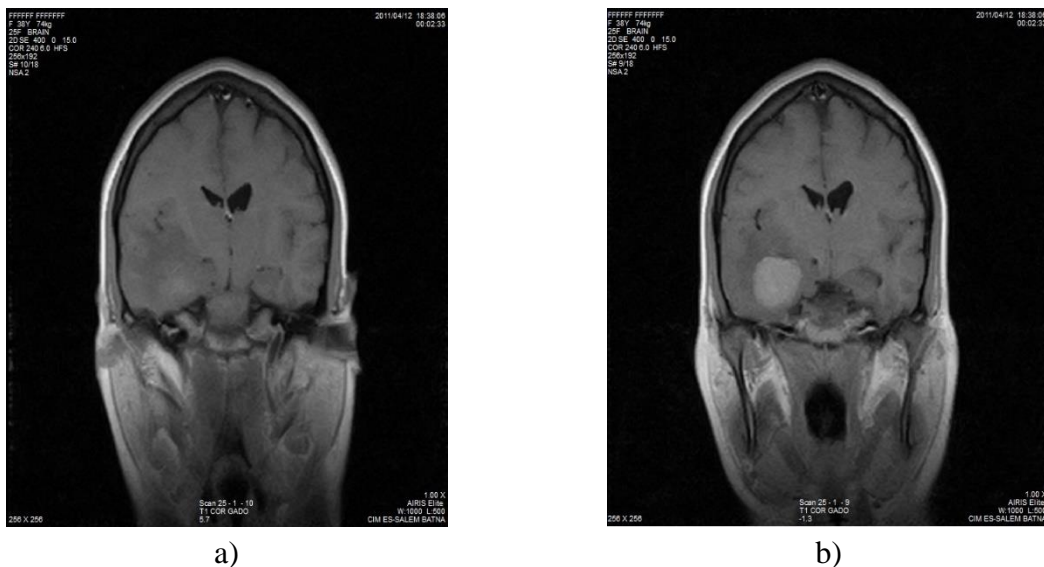


Fig. II.1 IRM d'une personne. a) normale, b) pathologique.

II.3.1.1. Application de l'algorithme ANOVA et t-test sur l'image pathologique du 1^{er} cas.

Nous allons appliquer l'algorithme de ANOVA sur la figure II.1. Les résultats obtenus sont montrés sur la figure II.2.



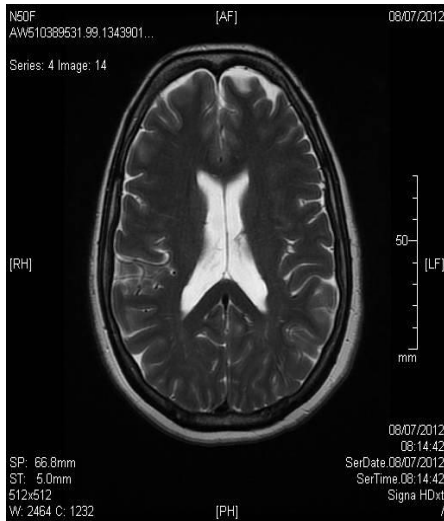
Fig. II.2 Résultats des algorithmes, appliqués au 1^{er} cas. a) ANOVA, b) t-test.

Commentaire

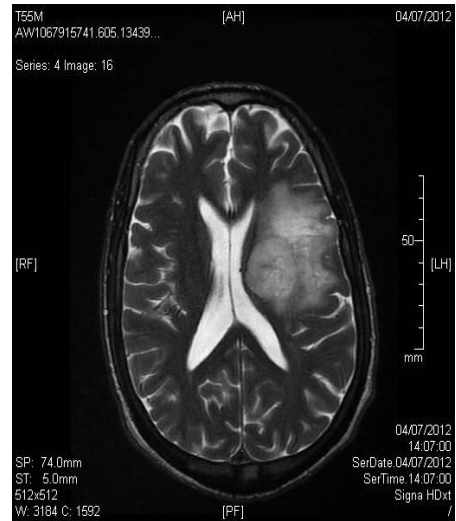
- ANOVA nous a permis de détecter la lésion existante sur l'hémisphère gauche de l'IRM pathologique, avec une bonne précision (fig. II.2 a).
- La méthode basée sur le t-test ne nous a pas permis de localiser la lésion (fig. II.2 b).

II.4. 2^{ème} cas : Exemple d'une image de coupe axiale, temps de relaxation T2 et une surface de 512×512 .

On choisit une image « a » d'une personne sur laquelle se basera l'étude, on choisit aussi une IRM « b » pathologique comportant une tumeur cérébrale sur lesquels on appliquera nos algorithmes de détections, (fig. II.3).



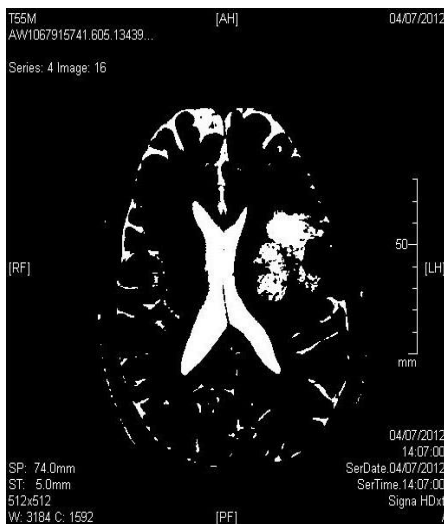
a)



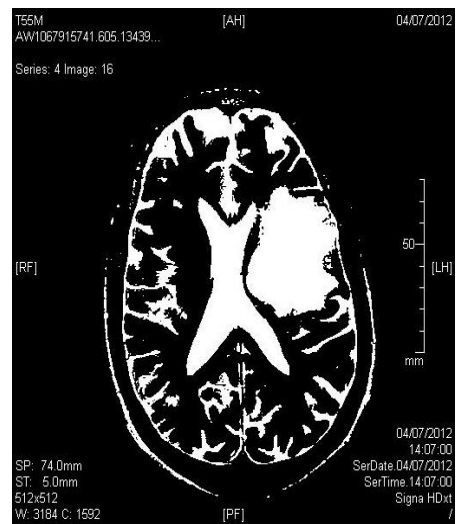
b)

Fig. II.3 IRM axial d'une personne. a) saine, b) touché par une tumeur.

II.4.1.1. Application de l'algorithme d'ANOVA et du t-test pour le 2^{ème} cas



a)



b)

Fig. II.4 Résultats des algorithmes appliqué au 2^{ème} cas, a) ANOVA, b) t-test.

Commentaire :

- ANOVA nous a permis de détecter une partie de la lésion montrée sur la figure II.3b, (fig. II.4 a).
- La lésion est bien détectée par la méthode t-test, malgré les imperfections.

II.5. 3^{ème} cas : Exemple d'une image de coupe axiale, temps de relaxation T2 et une surface de 500 × 500.

On choisit une image 'a' d'une personne normale sur laquelle se basera l'étude, et cette fois-ci une IRM pathologique comportant une lésion très importante d'une personne, (fig. II.5).

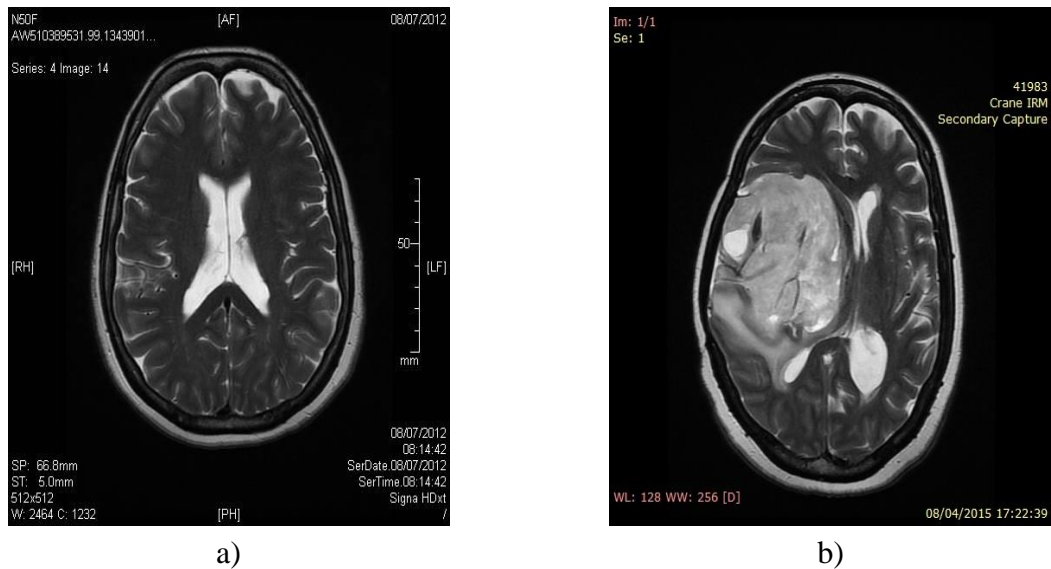


Fig. II.5 IRM axial d'une personne. a) saine, b) malade.

II.5.1.1. Application d'ANOVA avant et après linéarisation par RK4

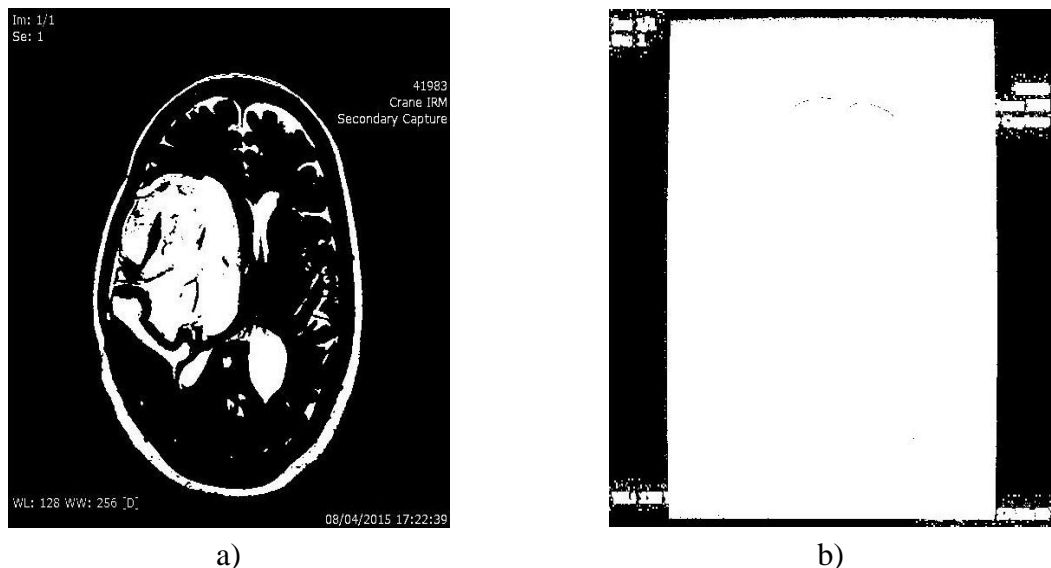


Fig. II.6 Résultats des algorithmes appliqué au 3^{ème} cas. a) ANOVA, b) t-test.

Commentaires :

- L'algorithme de ANOVA a détecté parfaitement la lésion de la figure II.5b.
- Le t-test a échoué dans ce cas (fig. II.6 b).

Comparaison entre ANOVA et t-test

1- Temps d'exécution

Tab. II.1 Comparaison des temps d'exécutions entre ANOVA et t-test

	ANOVA	t-test
1 ^{er} cas	3.76 s	11.13 s
2 ^{ème} cas	2.64 s	6.85 s
3 ^{ème} cas	1.9 s	6.79 s

2- Détection de la lésion

Tab. II.2 Comparaison de la détection des lésions entre ANOVA et t-test

	ANOVA	t-test
1 ^{er} cas	Oui	Non
2 ^{ème} cas	Oui	Oui
3 ^{ème} cas	Oui	Non

3- Précision de la détection

Tab. II.3 Comparaison de la précision de la détection entre ANOVA et t-test

	ANOVA	t-test
1 ^{er} cas	Bonne	/
2 ^{ème} cas	Moyenne	Bonne
3 ^{ème} cas	Bonne	/

II.6. Etude du cas des images multiples (Multicouches)

Dans cette partie, on va appliquer l'algorithme d'ANOVA aux images multiples ; ce sont un groupement d'image de 180 échantillons de format «.mnc» [6], ces images ont été prises en prenant 180 coupes du cerveau humain dans la coupe axiale.

Nous tenons juste à ajouter que par soucis de taille et de dimension nous allons nous abstenir à montrer uniquement 4 coupes de l'exemplaire choisie.

Les images choisies et les résultats sont donnés par la figure II.7.

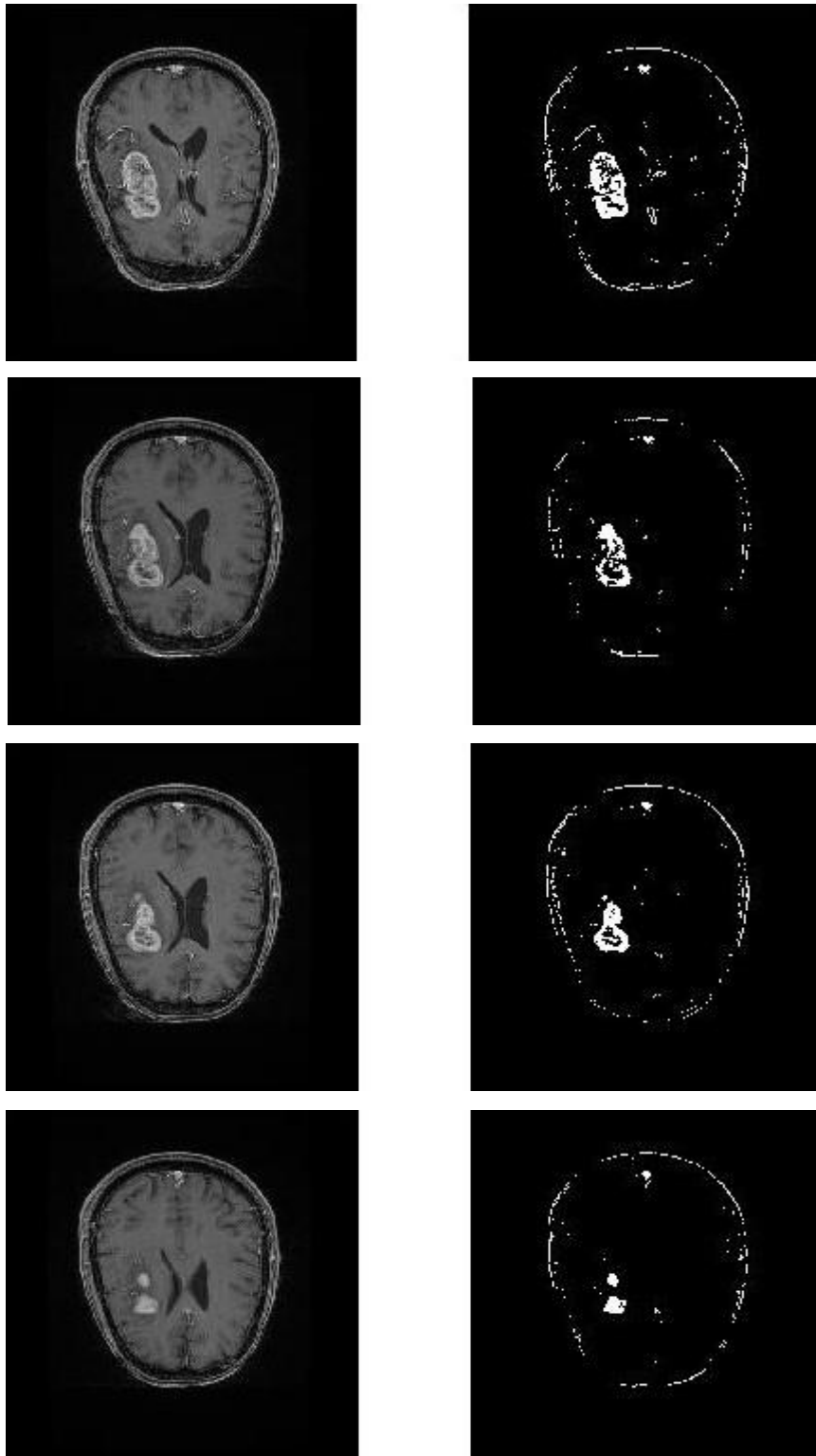


Fig. II.7 Résultats de l'application de ANOVA à une image multicouches

Commentaire :

- Cet algorithme pour le traitement des IRM par groupement nous a permis de traiter simultanément toutes les images de l'IRM multicouche avec la même précision
- Le temps d'exécution est plus important du aux nombre important d'images.

II.7. Conclusion

La méthode de ANOVA est plus performante que le t-test. Elle est plus rapide et elle a permet la détection de la lésion dans tous les cas étudiés avec une bonne précision contrairement au t-test qui a échoué deux fois sur trois.

L'algorithme ANOVA peut être appliquer à des images multicouches grâce à sa précision et sa rapidité.

Conclusion

Durant ce travail, on a effectué une étude comparative entre ANOVA et t-test, deux méthodes statistiques qui ont été utilisée pour détecter les lésions dans des IRM cérébrales.

La comparaison entre temps d'exécution et justesse de détection nous permet de conclure que :

- ANOVA est un test statistique rapide vue qu'il compare plusieurs moyennes contrairement au t-test.
- ANOVA a permet une meilleure détection des lésions cérébrales.

Comme perspective, on propose d'utilisé une technique basée sur les réseaux de neurones (ANN).

Bibliographie

- [1] **William Sealy Gosset** (13 juin 1876 – 16 octobre 1937) connu sous le pseudonyme Student est un statisticien anglais. Il a inventé le test de Student.
- [2] Gilbert Saporta Probabilités, analyse des données et statistique, 2nd edn. Technip.
- [3] KhanAcademyFrancais (2014) Statistiques z et statistiques t. Available at : <https://www.youtube.com/watch?v=f7gfCutYXbU> (Accessed : 7 June 2016).
- [4] J. H. Zar. Biostatistical Analysis. Prentice Hall, 1996.
- [5] Lalanne, C., Georges, S. and Pallier, C. (2004) Statistiques Appliquées à l'Expérimentation en Sciences Humaines.
- [6] McConnell Brain Imaging Centre *MINC*. Available at: <http://www.bic.mni.mcgill.ca/ServicesSoftware/MINC> (Accessed: 12 June 2016).