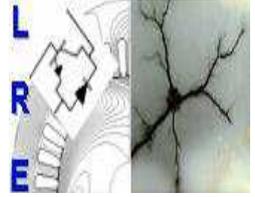




Ecole Nationale Polytechnique  
Département d'Electrotechnique  
Laboratoire de Recherche en Electrotechnique



Mémoire de mastère en  
Electrotechnique

Présenté par

**GHOMAID Zoubir**

INTITULÉ

**Utilisation de la méthode de régression non linéaire  
pour l'étude des matériaux polymère isolants**

Soutenu le 14 juin 2015 à l'ENP

**Rapporteur :**

A. Mekhaldi

Professeur à l'ENP

**ENP 2015**

## **Résumé :**

Notre étude porte sur la modélisation des propriétés électriques des matériaux utilisés dans l'isolation des câbles haute et moyenne tension. La modélisation est faite par la méthode de la régression non linéaire pour déterminer les variations des propriétés électriques en fonction du temps de vieillissement et en fonction de la température pour différentes températures de vieillissement. Les résultats que nous avons obtenus par la modélisation ont été comparés à ceux déjà obtenus expérimentalement au Laboratoire de Haute Tension de l'ENP. Une bonne concordance a été trouvée entre eux, en particulier concernant leur évolution.

**Les mots clés :** Modélisation, propriétés électriques, temps de vieillissement, régression multiple.

## **Abstract:**

The aim of this work is to study the modeling of electrical properties of materials used in the insulation of high and medium voltage cables. The modeling is carried out by the non-linear method to determine the electrical properties variations as a function of as well as aging time and function of the temperature at different aging temperature. The obtained results by modeling are compared with those obtained experimentally by others in the high voltage laboratory of ENP. A good concordance is found between them, particularly concerning their evolution.

**Index terms:** Modelling, electrical properties, aging time, multiple regression.

## **ملخص:**

تتناول هذه الأطروحة نماذج للخصائص الكهربائية للمواد المستعملة في كعوازل في الكوابل الكهربائية ذات . تتم نمذجة بها طريقة الانحدار غير الخطي لتحديد خصائص المؤثرات الكهربائية بدلالة تغيرات مدة التزامين وتغيرات درجة الحرارة المستعملة من أجل عدة تزامنيات حرارية. النتائج المحصل عليها نظريا تتوافق مع النتائج التجريبية المقامة في فخر التوتز بالمدرسة الوطنية المتعددة التقنيات و بالأجص من حيث التغيرات.العالى

**كلمات مفاتيح:** نموذج مؤثرات كهربائي,تزامنين حرارية الانحدار الخطي

# ***LISTE DES FIGURES***

<b>Figure I.1</b> : Circuit équivalent parallèle représentant un diélectrique .....	4
<b>Figure I.2</b> : Diagramme de Fresnel d'un condensateur présentant des pertes. ....	5
<b>Figure III.1</b> : Variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement. ....	16
<b>Figure III.2</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry) .....	17
<b>Figure III.3</b> : Test de la variance des erreurs .....	18
<b>Figure III.4</b> : Test de la variance des erreurs .....	19
<b>Figure III.5</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry) .....	19
<b>Figure III.6</b> : modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température avant vieillissement. ....	21
<b>Figure III.7</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry). ....	22
<b>Figure III.8</b> : Test de la variance des erreurs. ....	22
<b>Figure III.9</b> : Modèles de la variation de la permittivité relative en fonction de la température avant et après vieillissement.....	24
<b>Figure III.10</b> : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	25
<b>Figure III.11</b> : Test de la variance des erreurs. ....	25

# ***LISTE DES TABLEAUX***

<b>Tableau I.1</b> : Formules chimiques de quelques polymères courants. ....	2
<b>Tableau II.1</b> : ANOVA élémentaire. ....	10
<b>Tableau III.1.a</b> : Résultats statistiques du modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 80°C. ....	16
<b>Tableau III.1.b</b> : analyse de la variance du modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 80°C. ....	17
<b>Tableau III.2.a</b> : Résultats statistiques du modèle du facteur des pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C. ....	18
<b>Tableau III.2.b</b> : analyse de la variance du modèle facteur des pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C. ....	18
<b>Tableau III.3.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement (avant vieillissement). ....	21
<b>Tableau III.3.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement (avant vieillissement). ....	22
<b>Tableau III.4.a</b> : Résultats statistiques du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement (Avant vieillissement). ....	24
<b>Tableau III.4.b</b> : analyse de la variance du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de la température vieillissement (Avant vieillissement). ....	25
<b>Tableau III.5</b> : Résultats statistiques des modèles non linéaires de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement. ....	26

# SOMMAIRE

## INTRODUCTION GENERAL

### CHAPITRE I : Présentation des polymères

I.1 Introduction.....	1
I.2 Les polymères :.....	1
I.2.1 Définition :.....	1
I.3 Propriétés électriques des polymères :.....	2
I.3.1 Comportement des isolants polymères sous champ électrique :.....	3
I.3.2 Permittivité électrique et perte diélectrique :.....	3
I.3.2.1 Permittivité diélectrique :.....	3
I.3.2.2 Pertes diélectriques :.....	4
I.3.3 La résistivité :.....	6

### CHAPITRE II : Modèle théorique de régression

II.1 Modèle de régression non linéaire.....	7
II.1.1 Introduction.....	7
II.1.2 Présentation du modèle.....	7
II.1.3 Calcul de l'estimateur des moindres carrés non linéaire.....	7
II.2 Test des hypothèses probabilistes.....	9
II.2.1 Test de la variance des erreurs.....	9
II.2.2 Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).....	9
II.3 Analyse de la variance.....	10
II.3.1 Décomposition de la variance.....	10
II.3.2 Tests de signification de la régression.....	10
II.4 Coefficient de détermination ( $R^2$ ).....	11
II.4.1 Définition.....	12
II.5 Coefficient de détermination ajusté ( $R^2(\text{ajusté})$ ).....	12

**II.6 Conclusion :.....13**

**CHAPITRE III : Modélisation**

**III.1 Introduction :.....14**

**III.2 Modèle du facteur de pertes diélectriques pour les températures de vieillissement de 80°C et 100°C en utilisant la méthode de régression non linéaire :.....14**

**III.3 Modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression non linéaire avant vieillissement :.....20**

**III.4 Modèles de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression non linéaire avant vieillissement, dans les cas de températures de vieillissement de 80°C, 100°C, 120°C et 140°C :.....23**

**III.5 Conclusion :.....27**

**CONCLUSION GENERAL.**

**Bibliographie.**

## *Dédicace*

*A ceux qui m'ont donné la vie et qui ont fait de moi celui que je suis aujourd'hui, aux deux êtres qui m'ont aimé sans riposter ni demander quoi que ce soit, à mes chers parents.*

*A ma chère maman, celle qui m'a appris grâce à sa patience et sa sagesse que la réussite ne relève pas de l'impossible.*

*A mon cher papa, le seul homme qui a su être là pour me soutenir en toute circonstance, m'encourager durant mon parcours étudiantin.*

*A mes sœurs adorées : Soumia, Zeineb, Zola, Anfale.*

*A toi, qui a su gagner mon cœur et ma confiance et tu m'as fait plaisir de ta présence dans des moments fort difficiles, j'espère t'avoir toujours à mes côtés, très chères Manel, pour le meilleur et pour le pire.*

*A mon petite ange : Nour hane.*

*A mes amis et toute la promo ENP 2015.*

## **Introduction générale :**

Les évolutions technologiques et industrielles dans le génie électrique nécessitent l'amélioration des matériaux utilisés dans l'isolation électrique. C'est ainsi que les polymères, connus pour leur grande capacité d'isolation électrique, ont envahi le domaine de l'isolation électrique. En effet, les matériaux polymères trouvent une large application : lignes de transport d'énergie, les câbles souterrains et les câbles sous-marins. Ces nombreuses applications font appel aux propriétés isolantes des polymères [1].

Tenant compte de l'extension rapide de l'urbanisation et pour des raisons de sécurité et d'esthétique, les sociétés de câbleries électriques cherchent toujours à fabriquer des câbles souterrains, beaucoup plus améliorés et répondant aux conditions de service. L'adaptation d'un nouveau matériau reste toujours en question. Les caractéristiques physiques et chimiques de l'isolant du câble doivent être adaptées aux contraintes auxquelles le câble sera soumis. La validité d'une conception nouvelle ne peut être confirmée définitivement que par des résultats expérimentaux et théoriques satisfaisants.

L'influence du vieillissement thermique sur le PRC a fait l'objet de nombreuses études pendant les derniers 50 ans. La première conclusion dégagée est que la contrainte thermique accélère le vieillissement, et que son influence est concentrée principalement au niveau de la morphologie du matériau par la variation du rapport cristallin-amorphe [2].

Afin de mettre en évidence et de constater les phénomènes de vieillissement thermique, nous procédons à la modélisation des propriétés électriques et mécaniques des matériaux polymères utilisés dans l'isolation des câbles haute et moyenne tension. Quatre parties constituent notre travail.

La présente étude, consiste dans un premier chapitre, à présenter les propriétés électriques et mécaniques des matériaux polymères, la présentation des différents types de ces matériaux polymères utilisés dans l'isolation des câbles moyenne et haute tension et les différentes contraintes rencontrées par les isolants.

Dans le deuxième chapitre, nous présentons une approche théorique sur la méthode de modélisation par régression, en utilisant deux méthodes, régression linéaire multiple et non linéaire.

Le troisième chapitre concerne la modélisation des propriétés électriques d'un câble isolé aux polymères (PRC) par la méthode de régression non linéaire sous vieillissement thermique accéléré. Les résultats que nous avons obtenus par la modélisation ont été comparés à ceux déjà obtenus expérimentalement au Laboratoire de Haute Tension de l'ENP. Une bonne concordance a été trouvée entre eux, en particulier leur évolution.

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale.

## I.1 Introduction

Les matériaux isolants occupent une place importante dans les applications électriques afin de protéger les utilisateurs contre les chocs électriques et les équipements contre le risque de court-circuit.

Le choix et l'emploi des matériaux isolants posent les problèmes les plus délicats à résoudre dans la conception, la réalisation et l'exploitation de ces matériels. Cela est lié au fait que les isolants constituent une grande famille de par leur nature (polymères, verre, céramique, bois, papier, carton, huile, air, vide, gaz...), se présentent sous diverses formes (solides, liquides, gazeux) et ont des propriétés diverses et variées. L'isolant électrique doit être étudié à la conception en tenant compte de l'environnement (au sens large du terme) dans lequel va évoluer le système [3].

## I.2 Les polymères :

Comme la plupart des matériaux organiques, les polymères sont en général de bons isolants électriques et thermomécaniques. Ils occupent une place essentielle dans l'isolation des systèmes électriques.

### I.2.1 Définition :

Un polymère est une substance composée de longues chaînes moléculaires appelées macromolécules [4].

Une macromolécule résulte de l'enchaînement par liaison covalente, d'unités constitutives (ou groupes d'atomes) appelées « mère » (provenant du grec « meros » qui signifie « partie »). Par exemple, Dans la macromolécule suivante ..... A-A-A-A-A-A-A ..... = [-A-]<sub>n</sub>, l'unité constitutive est A [4].

Les réactions chimiques permettant de passer d'un monomère A à la macromolécule [-A-]<sub>n</sub> s'appellent polymérisation. Ainsi, l'éthylène CH<sub>2</sub>=CH<sub>2</sub> (monomère) conduit par polymérisation par ouverture de la double liaison au polyéthylène (polymère) [-CH<sub>2</sub>-CH<sub>2</sub>-]<sub>n</sub>. La macromolécule peut comporter jusqu'à 50 000 atomes de carbone, et pour de nombreux polymères commerciaux la masse molaire peut atteindre 1 000 000 g.mol<sup>-1</sup> [4].

Nous parlerons ici uniquement des polymères organiques, c'est à dire ceux réalisés à partir de monomères composés d'atomes utilisés en chimie organique : C, H, O, et N principalement ainsi que d'autres éléments comme les halogènes (F, Cl, Br, I) ou le soufre, le

phosphore...Il existe d'autres polymères où l'atome de carbone est remplacé par Si (Silicium) [4].

Une partie des polymères courants décrits dans le tableau I.1 dérivent des alcènes, dans lesquels on a remplacé un ou plusieurs atomes d'hydrogène H par un radical R monovalent (CH<sub>3</sub> par exemple), ou par des atomes, F, Cl, ou encore par un groupement phényle. Ce sont les polymères vinyliques [4].

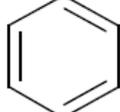
Formule développée du motif	Appellation courante et abréviation normalisée	et	Formule développée du motif	Appellation courante et abréviation normalisée
$\text{---CH}_2\text{---CH}_2\text{---}$	Polyéthylène (PE)		$\text{---CH}_2\text{---CH---}$   	Polystyrène (PS)
$\text{---CH}_2\text{---CH---}$   CH <sub>3</sub>	Polypropylène (PP)		$\text{---CH}_2\text{---C---}$   CH <sub>3</sub>   C=O   O   CH <sub>3</sub>	Polyméthacrylate de méthyle (PMMA)
$\text{---CH}_2\text{---CH---}$   Cl	Polychlorure vinyle (PVC)	de	$\text{---CF}_2\text{---CF}_2\text{---}$	Polytétrafluoroéthylène (PTFE)

Tableau I.1 : Formules chimiques de quelques polymères courants.

**I.3 Propriétés électriques des polymères :**

Les propriétés électriques des matériaux polymères dépendent bien sûr de la structure chimique et physique des macromolécules qui les constituent mais aussi de différents facteurs et en particulier des adjuvants volontaires ou non. L'absorption d'eau, la nature de la charge minérale ou organique jouent un rôle déterminant sur les propriétés électriques du matériau [1].

Le rôle des matériaux diélectriques, du point de vue du génie électrique, est celui d'exercer une fonction isolante dans tout matériel soumis à une tension électrique [5]. Les polymères possèdent plusieurs modes de polarisation. La polarisation est la résultante des mécanismes de répartition des charges sous l'influence d'un champ électrique. Il existe différents types de polarisation suivant le caractère polaire ou apolaire du matériau et suivant la fréquence de sollicitation du champ électrique appliqué [6].

### **I.3.1 Comportement des isolants polymères sous champ électrique :**

Nous allons dans un premier temps décrire la réponse d'un polymère à une sollicitation de type mécanique (la température). En effet la réponse d'un matériau polymère sous sollicitation électrique a un caractère électromécanique. On peut décrire de deux façons le comportement de ces matériaux soumis à une telle sollicitation. La première approche consiste à ne considérer que le comportement macroscopique du matériau. Or le comportement macroscopique résulte de l'ensemble de ces mécanismes microscopiques. D'où la nécessité d'une étude à l'échelle moléculaire de la déformation de ces matériaux [7].

### **I.3.2 Permittivité électrique et perte diélectrique :**

#### **I.3.2.1 Permittivité diélectrique :**

La permittivité relative  $\epsilon_r$  du matériau est définie par la relation :

$$C = \epsilon_r C_0 \quad (\text{I.1})$$

Où :

$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  : La permittivité absolue du diélectrique.

$\epsilon_0 = 8.845 \times 10^{-12} \text{F/m}$  : la permittivité du vide.

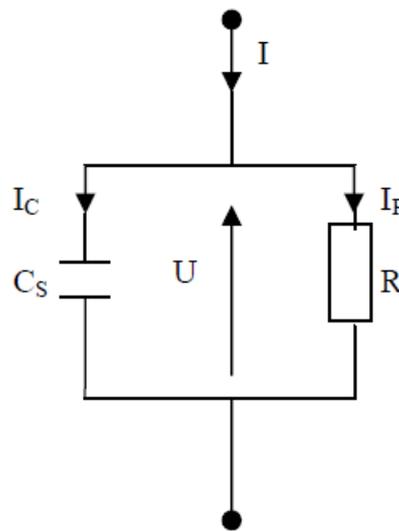
On en déduit la valeur de C en fonction des caractéristiques géométriques (Surface des armatures S et distance entre elles) et la nature du diélectrique du condensateur [8] :

$$C = \epsilon \frac{S}{l} \quad (\text{I.2})$$

L'augmentation de la capacité C par introduction d'un diélectrique par le mécanisme de polarisation du matériau. Sous l'influence du champ électrique appliqué, il se forme des dipôles perpendiculaires aux armatures. Ces dipôles neutralisent une partie des charges vraies existant sur les surfaces métalliques [1].

## I.3.2.2 Pertes diélectriques :

Dans un diélectrique imparfait, la polarisation est due à des mécanismes de déformation de la répartition des charges électriques sous l'influence du champ électrique. Dans un champ électrique alternatif, cette polarisation ne suit pas le champ d'une façon instantanée. Cette relaxation diélectrique induit une perte d'énergie. La figure (I.1) présente un tel condensateur équivalent à un circuit où il y a une résistance en parallèle avec la capacité [5] [9].



**Figure I.1** : Circuit équivalent parallèle représentant un diélectrique

Avec :

$C_s$  : capacité du condensateur parfait ;

$R$  : résistance du diélectrique réel.

Dans le diagramme de Fresnel (figure I.2), le courant alternatif complexe  $\bar{I}$  résultant de l'application de la tension alternative complexe  $\bar{U}$  aux bornes d'un condensateur plan contenant un diélectrique, possède deux composantes [9]:

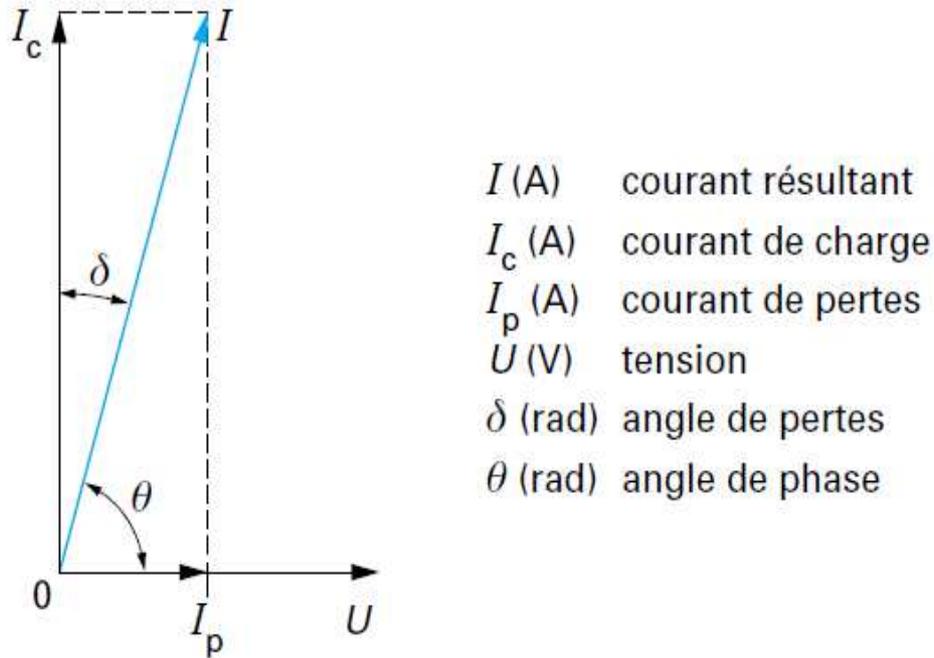


Figure I.2 : Diagramme de Fresnel d'un condensateur présentant des pertes.

$$\bar{I} = \bar{I}_c + \bar{I}_p \quad (I.3)$$

Avec :

$\bar{I}_c$  : Courant de charge.

$\bar{I}_p$  : Courant de perte d'énergie dans le diélectrique (due à la polarisation).

Les courants  $\bar{I}_c$  et  $\bar{I}_p$  sont donnés par les relations suivantes [1] :

$$\bar{I}_c = j\omega C_s \bar{U} \quad (I.4)$$

$$\bar{I}_p = \frac{\bar{U}}{\bar{R}} \quad (I.5)$$

Avec :

$\omega = 2\pi f$  : pulsation du courant alternatif.

$f$  : la fréquence électrique.

L'angle  $\delta$  est appelé angle de pertes diélectrique. En pratique,  $\bar{I}$  est proportionnel à  $C_0\bar{U}$  et peut-être écrit [9] :

$$\bar{I} = j\omega(\varepsilon' - j\varepsilon'')C_0\bar{U} \quad (I.6)$$

Où :

$\varepsilon^* = (\varepsilon' - j\varepsilon'')$  : la permittivité relative complexe.

La partie réelle  $\varepsilon'$  est la permittivité relative en courant alternatif à une fréquence et une température données. Elle peut traduire l'aptitude d'un matériau à stocker de l'énergie électrique. La partie imaginaire  $\varepsilon''$  est l'indice de pertes diélectriques. La tangente de l'angle de pertes, facteur de pertes diélectriques, est donnée par la relation :

$$\tan\delta = \frac{|I_p|}{|I_C|} = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \quad (I.7)$$

Elle est également appelée facteur de dissipation diélectrique (sans dimension) [1][3].

### **I.3.3 La résistivité :**

L'aptitude d'une substance à conduire l'électricité se mesure par la résistivité ou par son inverse, la conductivité. La résistivité est liée, d'une part, au nombre des porteurs de charge et, d'autre part, à l'aisance avec laquelle ils peuvent répondre aux sollicitations d'un champ électrique [6].

On distingue la résistivité transversale  $\rho$ , qui se définit par la relation :

$$\rho = R \frac{S}{e} \quad (I.8)$$

Avec :

$\rho(\Omega.cm)$  : résistivité transversale.

$R(\Omega)$  : résistance d'un bloc rectangulaire de polymère de section  $S(cm^2)$  et d'épaisseur  $e(cm)$ .

## II.1 Modèle de régression non linéaire

### II.1.1 Introduction

Plusieurs situations peuvent induire une relation de forme non linéaire entre des variables, et malgré la flexibilité du modèle linéaire, il ne permet pas de modéliser certaines formes fonctionnelles. Dans cette partie, nous allons présenter la méthode des moindres carrés non linéaire.

### II.1.2 Présentation du modèle

La régression non linéaire a pour but d'ajuster un modèle non linéaire pour un ensemble de valeurs afin de déterminer la courbe qui se rapproche le plus de celle des données de Y en fonction de x. Le modèle de régression non linéaire s'écrit :

$$y_i = f(x_i, \beta) + u_i \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{II.1})$$

$\beta$ : Représente un vecteur à k composantes de paramètre généralement inconnu.

$y_i$ : Représente l'observation i de la variable dépendante.

Les  $u_i$  sont indépendants entre eux.

$f(x_i, \beta)$  : est la fonction de régression non linéaire. Elle dépend d'une variable réelle x et de paramètre  $\beta$

### II.1.3 Calcul de l'estimateur des moindres carrés non linéaire

Comme en régression linéaire, les paramètres d'un modèle de régression non linéaire sont estimés en minimisant la somme des carrés des résidus du modèle [10].

C'est-à-dire qu'on cherche à minimiser l'expression suivante :

$$SSE(\hat{\beta}) = \sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \hat{\beta}))^2 \quad (\text{II.2})$$

Pour cela, il faut dériver cette somme par rapport à chacun de ses paramètres et chercher les solutions qui annulent les dérivés. On peut réécrire ceci sous forme vectorielle :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \hat{\beta})) \frac{\partial f(x_i, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = F' (Y - f(\hat{\beta})) = 0 \quad (\text{II.3})$$

Avec :

$$Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$$

$$f(\hat{\beta}) = (f(x_1, \hat{\beta}), f(x_2, \hat{\beta}), \dots, f(x_n, \hat{\beta}))'$$

$$F = F(\hat{\beta}) = \frac{\partial f(\hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial f(x_1, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_1} & \dots & \frac{\partial f(x_1, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_k} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f(x_n, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_1} & \dots & \frac{\partial f(x_n, \hat{\beta})}{\partial \hat{\beta}_k} \end{pmatrix}$$

### Algorithme de Gauss-Newton

1. Donner la valeur initiale pour  $\hat{\beta}$ , soit  $\hat{\beta}^{(0)}$ .
2. Mettre à jour l'estimation comme suit :

$$\hat{\beta}^{(i+1)} = \hat{\beta}^{(i)} + [F'(\hat{\beta}^{(i)})F(\hat{\beta}^{(i)})]^{-1}F'(\hat{\beta}^{(i)})(Y - f(\hat{\beta}^{(i)})). \quad (\text{II.4})$$

3. Tester si la norme du vecteur  $(\hat{\beta}^{(i+1)} - \hat{\beta}^{(i)})$  est inférieure au critère de convergence par exemple  $1e^{-8}$ .
4. Si  $(\hat{\beta}^{(i+1)} - \hat{\beta}^{(i)})'(\hat{\beta}^{(i+1)} - \hat{\beta}^{(i)}) > 1e^{-8}$  alors répéter les étapes 2 et 3.
5. Sinon, l'algorithme a convergé  $\hat{\beta} = \hat{\beta}^{(i+1)}$ .

Pour que ce type de méthode soit efficace, il convient que les valeurs initiales ne soient pas trop éloignées des valeurs optimales. Dans le cas contraire, il n'y a pas convergence et la procédure est défailante [11].

Une fois l'estimation de  $\hat{\beta}$  produite, on peut estimer la variance résiduelle comme suit :

$$\hat{\sigma}^2 = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i, \hat{\beta}))^2}{n-k} \quad (\text{II.5})$$

## II.2 Test des hypothèses probabilistes

### II.2.1 Test de la variance des erreurs

Pour vérifier si la variance de l'erreur est constante, on trace les résidus en fonction des valeurs ajustées. Les erreurs auront une variance constante si les résidus sont distribués d'une façon aléatoire autour de zéro. Si les résidus augmentent ou diminuent en fonction des valeurs ajustées, les erreurs peuvent ne pas avoir une variance constante

### II.2.2 Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

Le Q-Q plot, quantile-quantile plot, est une technique graphique qui permet de comparer les distributions de deux ensembles de données.

Les échantillons ne sont pas forcément de même taille. Il se peut également qu'un des ensembles de données soit généré à partir d'une loi de probabilité qui sert de référentiel.

Concrètement, il s'agit :

1. De trier les données de manière croissante pour former la série  $e(i)$ .
2. à chaque valeur  $x(i)$ , nous associons la fonction de répartition empirique

$$F_i = \frac{i-0.375}{n+0.25} \quad (\text{II.6})$$

3. Nous calculons les quantiles successifs  $Z(i)$  d'ordre  $F_i$  en utilisant l'inverse de la loi normale centrée et réduite
4. Enfin, les données initiales n'étant pas centrées et réduites, nous dé-normalisons les données en appliquant la transformation :

$$e^*(i) = Z(i) * S + \bar{e} \quad (\text{II.7})$$

Si les données sont compatibles avec la loi normale, les points  $(e(i), e^*(i))$  forment une droite, dite droite de Henry alignés sur la diagonale principale [12].

**II.3.1 Analyse de la variance**

**II.3.1 Décomposition de la variance**

On décompose la somme totale des carrés des écarts à la moyenne en une somme des carrés due à la régression et une somme des carrés due à l'erreur.

Les quantités seront désignées par l'abréviation la plus répandue dans la littérature en langue anglaise. Les deux premières lettres de chaque abréviation seront SS pour désigner la somme des carrés (Sum of Squares).

La somme des carrés due à la régression est donnée par :

$$SSR = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2 \tag{II.8}$$

La somme des carrés due à l'erreur est donnée par :

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{II.9}$$

La somme totale des carrés est donnée par :

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \tag{II.10}$$

On montre que :

$$SST = SSR + SSE \tag{II.11}$$

On résume cette décomposition par un tableau appelé " tableau ANOVA" (Tableau IV.1) ;

Source	DF	Sum of Squares	Mean Square
Régression	$k - 1$	$SSR$	$MSR = SSR / (k - 1)$
Erreur	$n - k$	$SSE$	$MSE = SSE / (n - k)$
Totale	$n - 1$	$SST$	$MST = SST / (n - 1)$

**Tableau II.1** : ANOVA élémentaire.

**II.3.2 Tests de signification de la régression**

Pour tester si la régression est statistiquement significative, on pose une hypothèse nulle ( $H_0 : \beta_j = 0, (j = 1, \dots, k - 1)$ ) qui consiste à demander si le modèle est suffisant à expliquer

la variable dépendante, et l'hypothèse alternative sera :  $H_1$  : les  $\beta_j, (j = 1, \dots, k - 1)$  ne sont pas tous nuls.

On considère le quotient des quantités  $MSR$  et  $MSE$  qui sous  $H_0$  suit une loi de Fisher  $F(k - 1, n - k)$ . Soit  $F_\alpha(k - 1, n - k)$  le quantile d'ordre  $(1 - \alpha)$ , alors si  $F_{calculé} = (MSR/MSE) > F_\alpha(k - 1, n - k)$ , alors l'hypothèse  $H_0$  est rejetée au risque d'erreur  $\alpha$  et l'hypothèse  $H_1$  est acceptée et on vient donc à la conclusion que la régression est statistiquement significative. Si la valeur de  $F$  calculée est inférieure à la valeur seuil  $F_\alpha (F_{calculé} \leq F_\alpha(k - 1, n - k))$ , alors l'hypothèse  $H_0$  ne peut être rejetée.

Notons que pour un nombre donné de paramètres, moins on dispose d'observations, plus il est difficile de vérifier si la régression est statistiquement significative [13].

Le choix du risque  $\alpha$  est lié aux conséquences pratiques de la décision : si les conséquences sont graves, on choisira  $\alpha = 1\%$  ou  $1\%$  mais si le débat est plutôt académique, le traditionnel  $\alpha = 5\%$  fera le plus souvent l'affaire [14].

La deuxième règle de décision consiste à évaluer la probabilité  $\alpha_{évalué}$  telle que

$P(F_\alpha(k - 1, n - k) > F_{calculé} = (MSR/MSE)) = \alpha_{évalué}$ , si  $\alpha_{évalué}$  est supérieur à  $\alpha_{choisi}$  ( $\alpha_{évalué} \geq \alpha_{choisi} = 0.05$ ), l'hypothèse  $H_0$  est acceptée car le risque d'erreur de rejeter  $H_0$ , alors qu'elle est vraie, est trop important. Si  $\alpha_{évalué}$  est inférieur à  $\alpha_{choisi}$  ( $\alpha_{évalué} < \alpha_{choisi} = 0.05$ ), l'hypothèse  $H_0$  est rejetée car le risque d'erreur de rejeter  $H_0$ , alors qu'elle est vraie est très faible.

Un autre test consiste à vérifier si le manque d'ajustement n'est pas significatif, en utilisant le rapport  $(MSLF/MSPE)$  qui, sous l'hypothèse  $H_0$  (manque d'ajustement), suit une loi de Fisher  $F(I - k, n - I)$ .

#### II.4 Coefficient de détermination ( $R^2$ )

Le coefficient de détermination représente la proportion de la variation totale par rapport à la moyenne qui est expliquée par la régression [13] [15].

Les bornes du critère sont 0 et 1 ; une valeur de 1 signifie que la régression explique toute la variation des différentes valeurs prises par la variable dépendante et une valeur de zéro signifie qu'aucune variation n'est expliquée.

### II.4.1 Définition

Sans aucune information sur la variable indépendante, la meilleure prédiction pour une valeur future de la variable dépendante est la moyenne des  $n$  observations dont on dispose [13].

Pour une valeur actuelle donnée  $y_i$ , l'erreur commise en utilisant la moyenne  $\bar{y}$  comme prédicteur est simplement  $y_i - \bar{y}$ . Une mesure de la variation totale sera donnée par :

$$SST = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \quad (\text{II.12})$$

En exploitant l'information sur la variable indépendante, le meilleur estimateur d'une valeur future  $y_i$  est  $\hat{y}_i$ . La variation sur  $y$  qui subsiste après l'ajustement de l'équation de régression est donnée par :

$$SSE = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (\text{II.13})$$

La proportion de la variation qui n'est pas expliquée par la régression est donnée par  $SSE/SST$ . Ainsi la proportion de la variation totale (par rapport à  $\bar{y}$ ) qui est expliquée par la régression est donnée par:

$$R^2 = 1 - SSE/SST = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (\text{II.14})$$

Rappelons qu'au sens des moindres carrés, on vise à minimiser  $SSE$ . Ainsi cette dernière expression, où  $SSE$  est affectée d'un signe négatif, suggère de choisir un modèle ayant un coefficient le plus élevé possible, soit des valeurs proches de 1. Ceci va de pair avec l'idée voulant qu'une bonne régression explique le plus possible la variabilité des différentes valeurs prises par la variable dépendante  $y$  [13] [10] [11].

### II.5 Coefficient de détermination ajusté ( $R^2(\text{ajusté})$ )

On définit le coefficient de détermination ajusté qui tient compte de la diminution du nombre de degrés de liberté due à l'introduction de nouvelles variables indépendantes [13].

$$R^2(\text{ajusté}) = 1 - (SSE/(n - k))/(SST(n - 1)) \quad (\text{II.15})$$

Il est utile pour comparer les estimations de modèles différents les uns des autres par l'addition ou la suppression de variables explicatives.

### II.6 Conclusion :

Plusieurs techniques statistiques sont utilisées dans le domaine des isolateurs pour des études de vieillissement et pour la modélisation. La régression est l'une des techniques statistiques la plus utilisée pour modéliser la relation qui existe entre un groupe composé d'un certain nombre fini de variables dites explicatives avec un autre groupe formé d'une seule variable dite expliquée.

Les applications de la régression sont énormes dans le domaine de la technologie, les sciences, les sciences économiques et la gestion. L'utilisation des modèles de régression est typique dans la description de données, l'évaluation de paramètres et la prévision.

### III.1 Introduction :

Ce chapitre traite la modélisation d'un certain nombre de caractéristiques de matériaux polymères obtenues dans le cadre d'un travail de recherche réalisé au niveau du Laboratoire de Haute Tension [9]. Nous utilisons pour cela la méthode de régression aussi bien linéaire que non linéaire et par la suite, nous faisons une étude comparative entre ces deux méthodes

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'évolution des propriétés des pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement pour différentes températures de vieillissement et en fonction de la température de vieillissement, avant le vieillissement.

Chaque modèle présenté est accompagné par une analyse statistique, pour montrer son niveau de signification.

### III.2 Modèle du facteur de pertes diélectriques pour les températures de vieillissement de 80°C et 100°C en utilisant la méthode de régression non linéaire :

Le facteur de pertes diélectriques varie de manière non linéaire en fonction de temps, il peut être modélisé dans les deux cas de températures de vieillissement de 80°C et 100°C par les fonctions suivantes :

$$\tan\delta(t)_{80^\circ\text{C}} = a_1 \exp\left(-\left(\frac{t-b_1}{c_1}\right)^2\right) + a_2 \exp\left(-\left(\frac{t-b_2}{c_2}\right)^2\right) + a_3 \exp\left(-\left(\frac{t-b_3}{c_3}\right)^2\right) \quad (\text{III.1})$$

$$\tan\delta(t)_{100^\circ\text{C}} = a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3) \quad (\text{III.2})$$

Les paramètres sont des constantes déterminées à partir d'un programme MATLAB®. La figure (III.3) montre la courbe de tendance par rapport aux points expérimentaux qui sont proches à une erreur près. Les tableaux (III.2.a, b) et (III.3.a, b) nous montrent les valeurs des différentes constantes ainsi que l'intervalle de confiance pour chacune d'entre elles.

Les modèles (80°C) et (100°C) présentent les variations du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement pour différentes températures de vieillissement (80°C et 100°C). Les valeurs expérimentales présentent des variations non monotones en fonction du temps de vieillissement, avec parfois des pics qui sont dus à des

mouvements (rotations, translations et vibrations) des segments plus ou moins longs des chaînes principales ou latérales.

Les tableaux (III.1.a, b) et (III.2.a, b) montrent les résultats statistiques des modèles ( $\tan(\delta)_{80^\circ C}$ ) et ( $\tan(\delta)_{100^\circ C}$ ). Les faibles valeurs de la probabilité  $P_{80^\circ C}(F_\alpha > F_{calculé}) = 0.0015 \ll \alpha = 0.05$  et  $P_{100^\circ C}(F_\alpha > F_{calculé}) = 0.0352 \ll \alpha = 0.05$  montrent que les modèles de régressions sont significatifs, cela est confirmé par les coefficients de déterminations qui sont très proches de 100%, ( $R_{80^\circ C}^2 = 99.44\%$  et  $R_{100^\circ C}^2 = 92.36\%$ ). Les coefficients des ( $R_{80^\circ C}^2(\text{ajusté}) = 97.18\%$  et  $R_{100^\circ C}^2(\text{ajusté}) = 97.18\%$ ) montrent que les modèles peuvent être utilisés pour prédire des valeurs du facteur de pertes diélectriques pour des temps de vieillissement autres que les valeurs expérimentales.

Les figures (III.2, 3, 4 et 5) présentent les tests des hypothèses probabilistes que nous avons posées. Les figures (III.3) et (III.4) montrent, dans notre cas, que les résidus en fonction des valeurs ajustées, sont distribués aléatoirement au tour de l'axe des abscisses, et on voit bien que les résidus n'ont pas tendance à augmenter ou diminuer en fonction des valeurs ajustées, d'où nous pouvons dire que la variance des erreurs est constante.

Les figures (III.2) et (III.5) montrent le Q-Q plot ou test de normalité. D'après ces tracés, on voit bien que les points ( $e(i); e^*(i)$ ) forment une droite alignée sur la diagonale principale, donc les erreurs sont distribuées selon une loi Normale centrée et réduite.

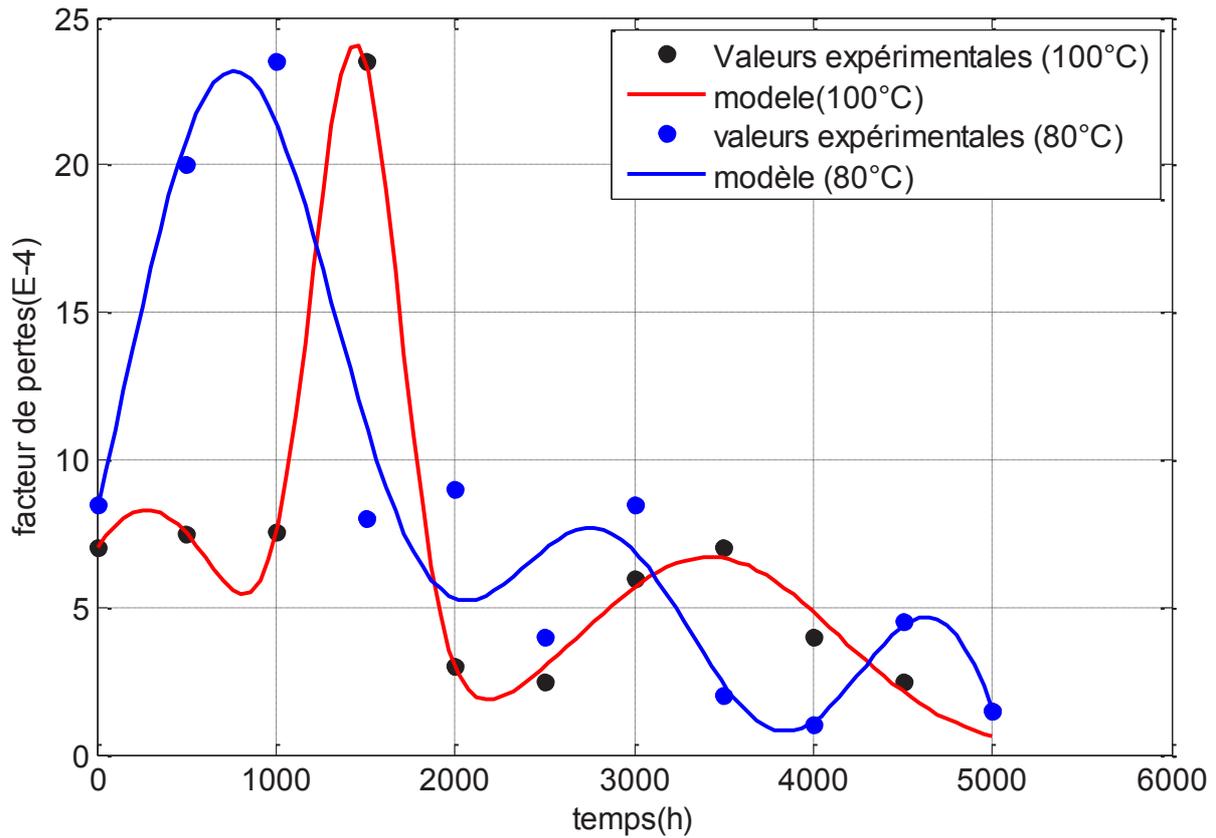


Figure III.1: Variation du facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement.

**L'équation de la régression :**

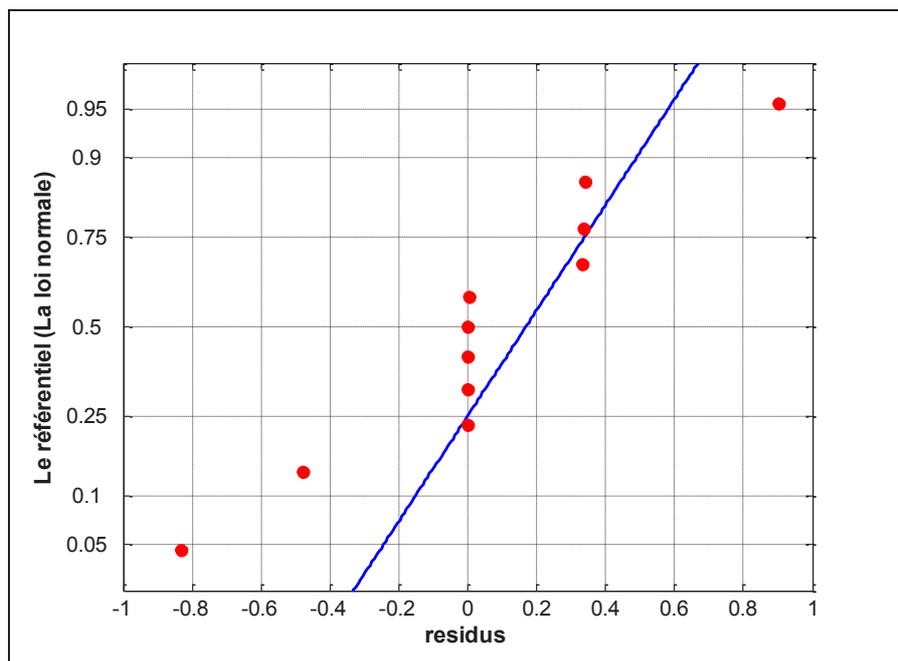
$$\tan\delta(t) = a_1 \exp\left(-\left(\frac{t-b_1}{c_1}\right)^2\right) + a_2 \exp\left(-\left(\frac{t-b_2}{c_2}\right)^2\right) + a_3 \exp\left(-\left(\frac{t-b_3}{c_3}\right)^2\right)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a1	23.55	1.4479e+05	0.00016265	(-1.441e+05, 1.441e+05)	0.99988
b1	1445.8	3.3095e+06	0.00043687	(-3.307e+06, 3.31e+06)	0.99969
c1	353.68	1.9039e+06	0.00018576	(-1.9e+06, 1.9e+06)	0.99987
a2	8.3088	83593	9.9396e-05	(-8.406e+04, 8.407e+04)	0.99993
b2	280.43	2.4717e+06	0.00011346	(-2.463e+06, 2.463e+06)	0.99992
c2	677.31	2.5835e+07	2.6217e-05	(-2.579e+07, 2.579e+07)	0.99998
a3	6.7038	0.91056	7.3624	(3.098, 10.31)	0.017953
b3	3417.5	102.02	33.5	(2844, 3991)	0.000889
c3	1017.6	168.87	6.0262	(83.96, 1951)	0.026449
<b>RMSE=</b>	<b>1.086</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.44</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>97.18</b>

Tableau III.1.a : Résultats statistiques du modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps de vieillissement dans le cas d'une température de vieillissement de 80°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	8	373.8563	46.7320	668.9800	0.0015
Résidus	3	2.0749	1.0374		
Totale	11	367.9443			

**Tableau III.1.b** : analyse de la variance du modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d’une température de vieillissement de 80°C.



**Figure III.2:** Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

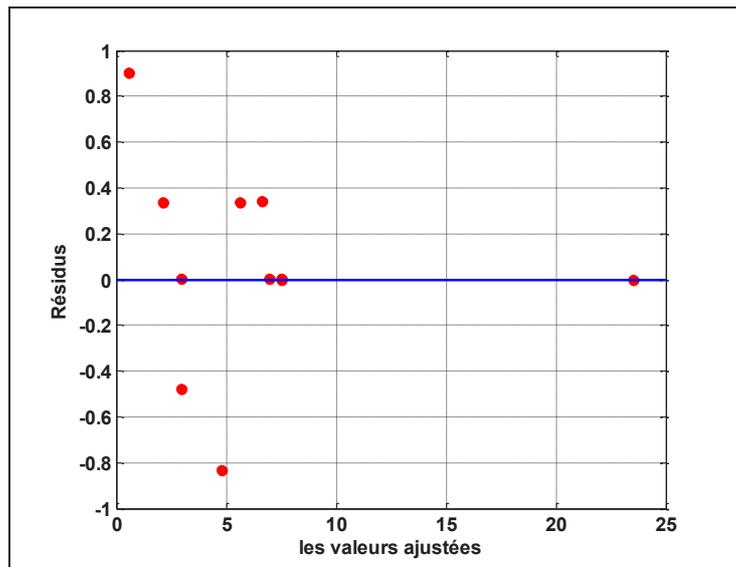


Figure III.3 : Test de la variance des erreurs

L'équation de la régression :

$$\tan\delta(t) = a_1 \sin(b_1 t + c_1) + a_2 \sin(b_2 t + c_2) + a_3 \sin(b_3 t + c_3)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a1	19.132	47.449	0.40322	(-1464, 1497)	0.7138
b1	0.00022834	0.00071444	0.3196	(-0.03238, 0.03291)	0.77023
c1	2.1414	3.0301	0.7067	(-134.7, 138.7)	0.53069
a2	126.38	1.6309	77.488	(-8.34e+04, 8.346e+04)	4.737e-06
b2	0.0025365	0.0004102	6.1837	(-0.2191, 0.2241)	0.008517
c2	-2.2519	1.1326	-1.9883	(-700.6, 696.5)	0.14092
a3	127.08	1.6195	78.467	(-8.35e+04, 8.356e+04)	4.5619e-06
b3	0.0025675	0.00040328	6.3665	(-0.1841, 0.1893)	0.0078431
c3	0.79136	1.1129	0.71111	(-597.9, 599.2)	0.52832
<b>RMSE=</b>	<b>3.69</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>92.36</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=74.8</b>	<b>94.18</b>

Tableau III.2.a : Résultats statistiques du modèle du facteur des pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	5	499.7269	13.6413	2.7282	0.0352
Résidus	3	40.9241			
Totale	8	540.6818			

Tableau III.2.b : analyse de la variance du modèle facteur des pertes diélectriques en fonction de temps dans le cas d'une température de vieillissement de 100°C.

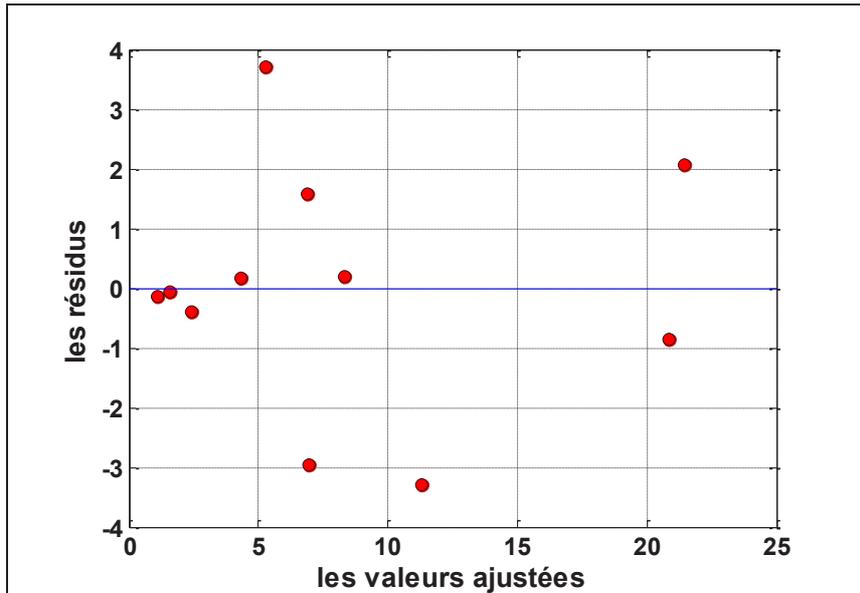


Figure III.4 : Test de la variance des erreurs

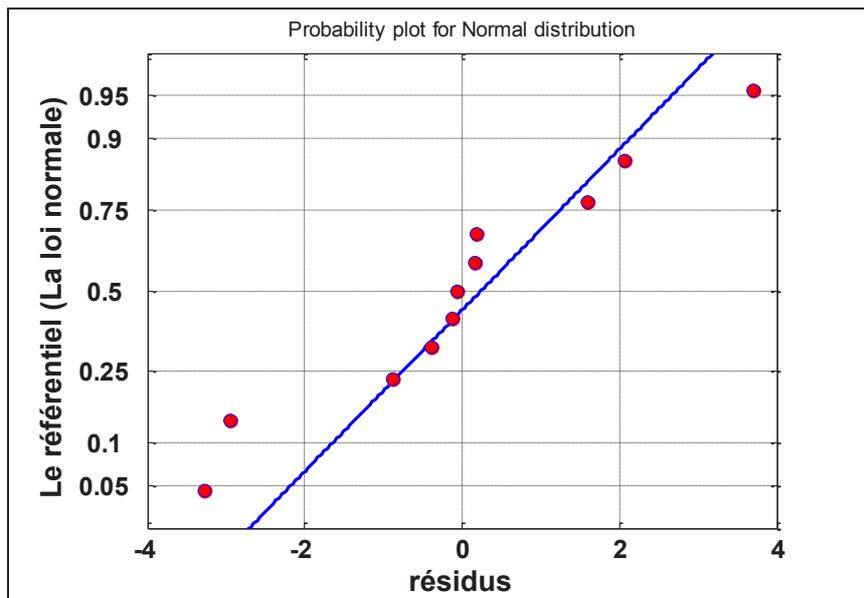


Figure III.5 : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry)

### III.3 Modèle du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression non linéaire avant vieillissement :

La figure (III.6) illustre les variations du facteur de pertes diélectriques  $\tan\delta$  en fonction de la température avant vieillissement par la méthode de la régression non linéaire. La fonction mathématique des deux modèles s'écrit comme suit:

$$\tan\delta(T) = a_0 + \sum_{i=1}^5 a_i \cos(i * \omega T) + b_i \sin(i * \omega T) \quad (\text{III.3})$$

Les résultats statistiques sont présentés par les tableaux (III.3.a) et (III.4, b), la valeur des coefficients pour le modèle non linéaire  $R^2$  et  $R^2$  (ajusté) sont très proches de 100% ( $R^2 = 99.81\%$  et  $R^2(\text{ajusté}) = 98.76\%$ ), et l'erreur tend relativement vers zéro. Les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (III.7) et (III.8). Cela montre que la fonction des deux modèles choisie est convenable pour expliquer la variation de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement.

D'après ces résultats, nous remarquons que  $\tan\delta$  (facteur de pertes diélectriques) diminue jusqu'à atteindre un minimum, puis augmente en fonction de la température d'essai. Il présente deux pics de relaxation aux basses et aux hautes températures. Ces pics représentent le processus de relaxation du polyéthylène. Les pertes commencent à augmenter rapidement. Cette croissance est attribuée, d'une part à l'augmentation des pertes ioniques dues à la croissance de la mobilité des porteurs de charges, et d'autre part aux pertes dues à l'oxydation et la relaxation des dipôles dans les zones cristallines.

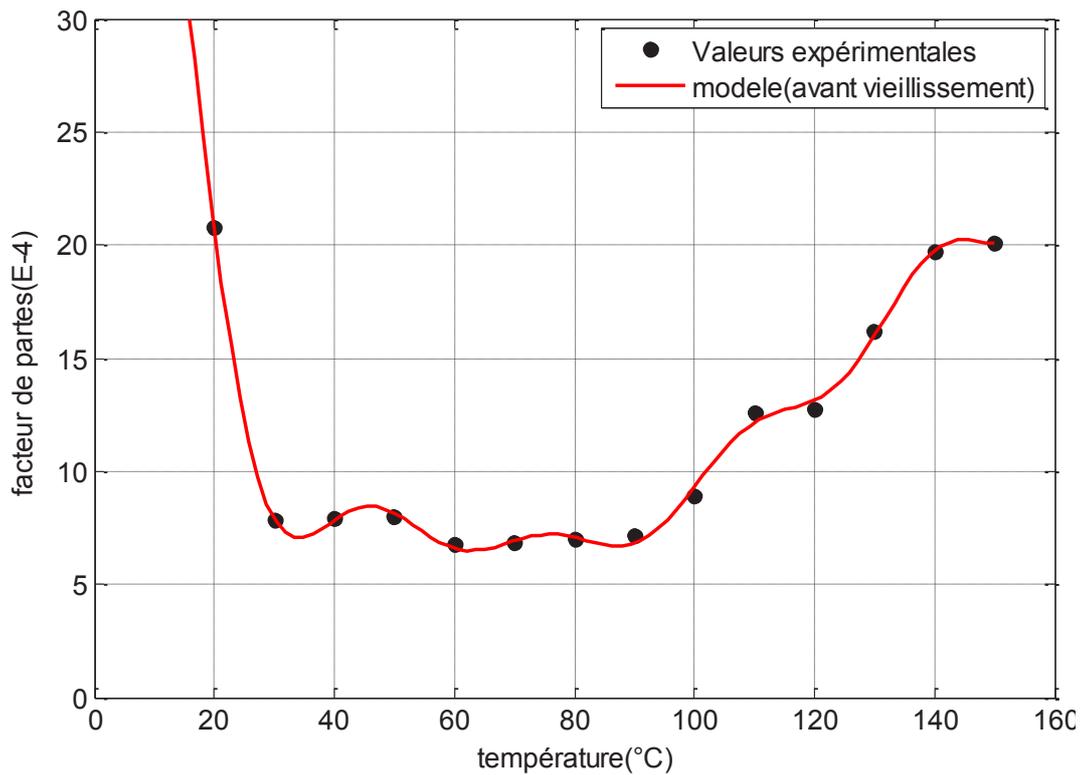


Figure III.6 : modèles de variation du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température avant vieillissement.

L'équation de la régression :

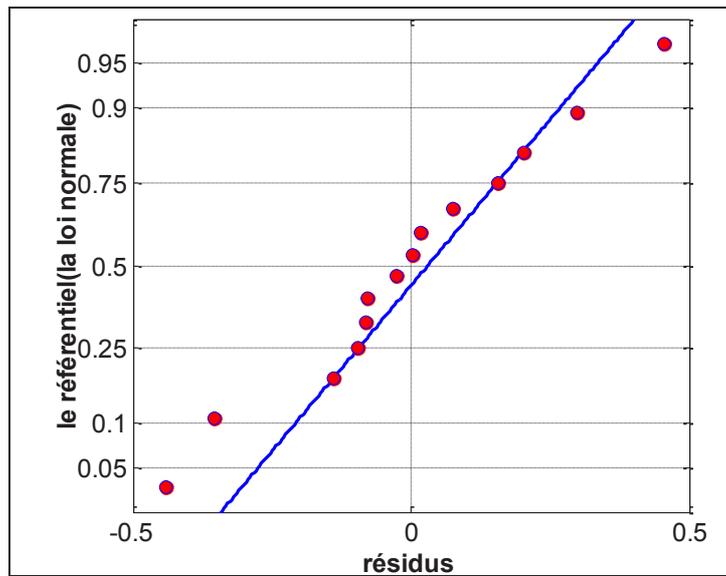
$$\tan\delta(T) = a_0 + \sum_{i=1}^5 a_i \cos(i * \omega T) + b_i \sin(i * \omega T)$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
a0	17.817	5.5116	3.2326	(-5.893, 41.53)	0.083835
a1	14.726	8.3256	1.7688	(-55.26, 24.8)	0.21896
b1	-4.3497	3.5015	-1.2422	(-7.847, 11.8)	0.34006
a2	8.2187	7.1302	1.1527	(-19.07, 34.66)	0.36822
b2	0.046208	2.8731	0.016083	(-14.89, 20.08)	0.98863
a3	6.1938	5.8329	1.0619	(-19.97, 10.19)	0.39957
b3	1.3635	3.48	0.39182	(-20.76, 12.68)	0.733
a4	3.5364	4.2625	0.82966	(-4.9, 8.609)	0.49399
b4	1.691	2.9579	0.57168	(-6.69, 13.6)	0.62522
a5	1.8528	2.005	0.92406	(-3.441, 2.26)	0.45301
b5	1.0045	2.5631	0.39191	(-4.577, 0.531)	0.73294
ω	0.035101	0.0034457	10.187	(0.8482, 2.089)	0.0094993
<b>RMSE=</b>	<b>0.728</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.81%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>98.76%</b>

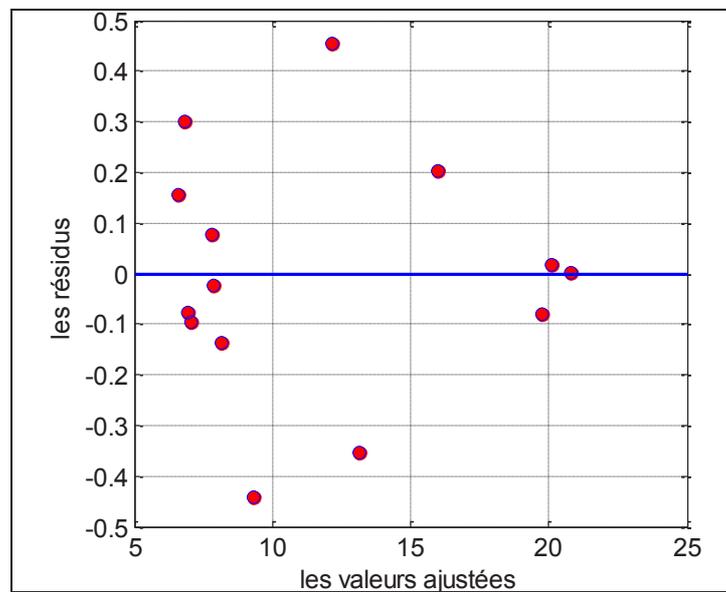
Tableau III.3.a : Résultats statistiques du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement (avant vieillissement).

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	12	379.976	31.664	94.9	0.0105
Résidus	2	0.7281	0.3641		
Totale	14	380.7041			

**Tableau III.3.b** : analyse de la variance du modèle non linéaire du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement (avant vieillissement).



**Figure III.7** : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).



**Figure III.8** : Test de la variance des erreurs.

**III.4 Modèles de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement par la méthode de la régression non linéaire avant vieillissement, dans les cas de températures de vieillissement de 80°C, 100°C, 120°C et 140°C :**

La figure (III.9) représente la modélisation de la permittivité relative en fonction du temps de vieillissement avant et après vieillissement pour différentes température de vieillissement (80°C, 100°C, 120°C et 140°C) par la régression non linéaire. La fonction mathématique des modèles s'écrit comme suit:

$$\varepsilon_r(T) = p1 + \frac{p2.T + p3}{p4.T + p5.\exp(p6.T)} \quad (\text{III. 4})$$

Les résultats statistiques du modèle sont représentés par les tableaux (III.4.a, b), (III.5), et les tests des hypothèses probabilistes sont représentés par les figures (III.10) et (III.11).

Avant vieillissement, la permittivité relative présente une allure décroissante en fonction de la température d'essai (figure (III.9)). Cette diminution est attribuée à la réduction de la densité du matériau à haute température. Un changement brusque est observé aux alentours de 110°C dans les variations de la permittivité relative qui correspond à la température de fusion cristalline de PRC.

Après vieillissement, à 80°C, 100°C et 120°C, la permittivité relative présente la même allure de variation et même ordre de grandeur qu'avant vieillissement. Mais à 140°C, nous remarquons que le modèle est le même mais avec des valeurs plus élevées.

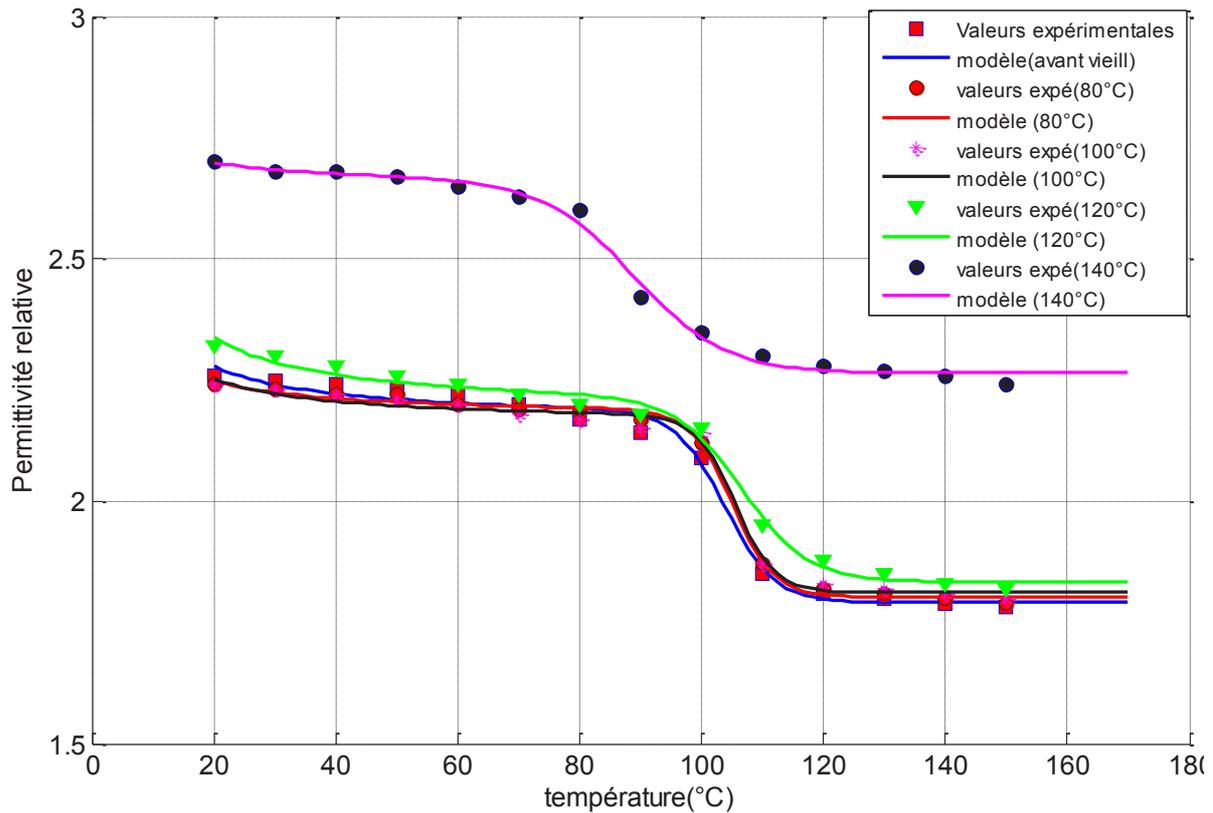


Figure III.9 : Modèles de la variation de la permittivité relative en fonction de la température avant et après vieillissement.

L'équation de la régression :

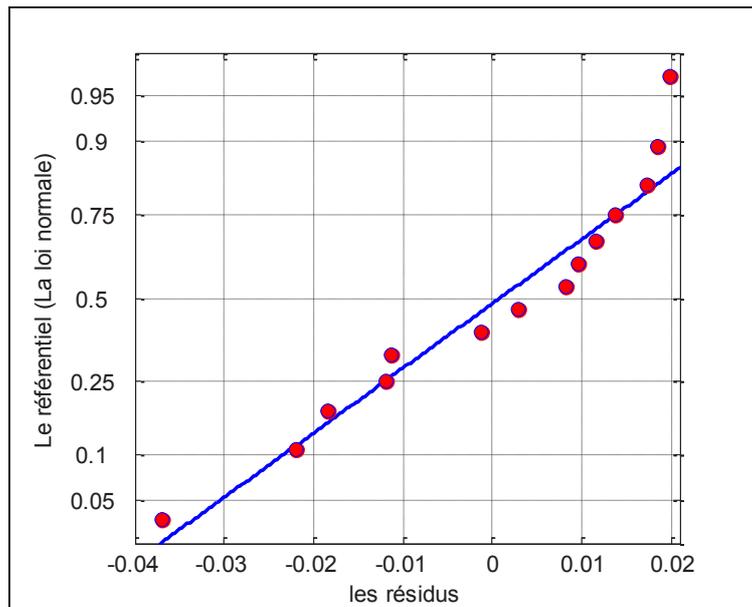
$$\epsilon_r(T) = p1 + \frac{p2.T + p3}{p4.T + p5.exp(p6.T)}$$

Paramètre	Estimation	ES	tStat	(Lim Inf & Lim Sup)	P
P1	1.7912	8.9536e-19	2.0005e+18	(1.764, 1.819)	4.5958e-232
P2	0.6338	2.4648e-19	2.5714e+18	(-11, 12.27)	1.7582e-233
P3	3.8543	2.4867e-21	1.55e+21	(-66.6, 74.31)	1.2678e-269
P4	1.6967	6.7559e-20	2.5114e+19	(-29.45, 32.85)	2.3894e-246
P5	5.1622e-10	9.9082e-11	5.21	(-6.934e-09, 7.966e-09)	0.00016814
P6	0.25576	5.7841e-18	4.4218e+16	(0.08684, 0.4247)	1.5292e-210
<b>RMSE=</b>	<b>0.0175</b>	<b>R<sup>2</sup>(%) =</b>	<b>99.2%</b>	<b>R<sup>2</sup>(Ajust)=</b>	<b>99.2%</b>

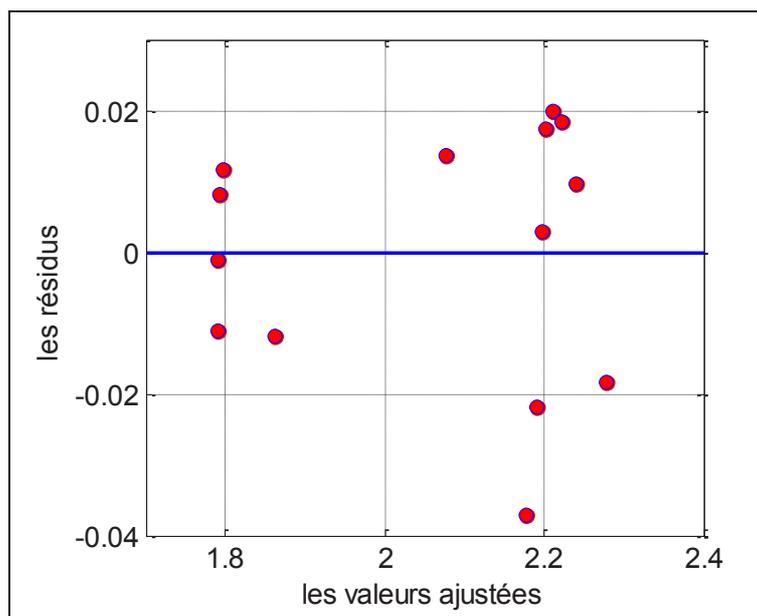
Tableau III.4.a : Résultats statistiques du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement (Avant vieillissement).

Analyse de la variance					
Source	DF	SS	MS	F	P
Régression	1	0.5235	0.5235	1.95e+05	1.54e-28
Résidus	13	0.0040	3.066e-04		
Totale	14	0.5275			

**Tableau III.4.b** : analyse de la variance du modèle non linéaire de la permittivité relative en fonction de la température vieillissement (Avant vieillissement).



**Figure III.10** : Test de normalité (Q-Q Plot et Droite de Henry).



**Figure III.11**: Test de la variance des erreurs.

modèles	Coefficients		Evaluation du modèle	
Après vieillissement à 80°C	P1	1.8028	SSE	8.875e-05
	P2	0.72854	$R^2$	99.8%
	P3	2.9229	$R^2$ (ajuté)	99.8%
	P4	1.9598	RMSE	0.00942
	P5	5.2276e-12	F	6.76e+05
	P6	0.29829	P	4.81e-32
Après vieillissement à 100°C	P1	1.8116	SSE	8.875e-05
	P2	0.70524	$R^2$	99.4%
	P3	3.7839	$R^2$ (ajuté)	99.4%
	P4	2.0272	RMSE	0.0142
	P5	7.325e-13	F	2.98e+05
	P6	0.3157	P	9.93e-30
Après vieillissement à 120°C	P1	1.8338	SSE	3.7026e-04
	P2	0.62016	$R^2$	99.3%
	P3	5.4098	$R^2$ (ajuté)	99%
	P4	1.7692	RMSE	0.0192
	P5	2.1512e-07	F	324
	P6	0.19297	P	1.02e-09
Après vieillissement à 140°C	P1	2.2639	SSE	3.2713e-04
	P2	0.53063	$R^2$	99.4%
	P3	1.2322	$R^2$ (ajuté)	99.1%
	P4	1.3618	RMSE	0.0181
	P5	0.00031336	F	359
	P6	0.14466	P	6.46e-10

Tableau III.5 : Résultats statistiques des modèles non linéaires de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement.

**III.5 Conclusion :**

Dans la première partie de ce chapitre, nous constatons que tous les modèles utilisant la méthode de régression non linéaire donnent des résultats qui coïncident avec les points expérimentaux.

Pour le facteur de pertes diélectriques en fonction du temps de vieillissement pour les deux températures de vieillissements (80°C et 100°C), les valeurs expérimentales donnent des variations non monotones, donc on peut dire que le choix de la méthode de régression non linéaire est obligatoire, et celle-ci donne de bonnes représentations des données expérimentales.

La présence de deux pics de relaxation, aussi bien pour le cas de la basse température que pour celui de la haute température, et concernant le comportement du facteur de pertes diélectriques en fonction de la température de vieillissement, et avant vieillissement, fait appel à la méthode de régression non linéaire qui donne de meilleures représentations des données expérimentales avec un bon ajustement.

La modélisation de la permittivité relative en fonction de la température de vieillissement, avant et après le vieillissement, se fait par le modèle de la régression non linéaire qui donne, en effet, de meilleurs ajustements pour les différentes températures de vieillissement.

## **Conclusion générale :**

Les résultats exposés dans notre travail nous permettent en premier lieu d'établir des modèles par la méthode de régression des contraintes électriques dans un câble haute et moyenne tension isolé par un matériau polymère. Cette méthode permet d'évaluer les propriétés électriques en fonction du temps de vieillissement et en fonction de la température d'essai.

En faisant recours à la méthode de régression très utilisée dans le domaine scientifique, nous avons établi les relations qui existent entre les différentes grandeurs physiques.

La méthode de la régression non linéaire donne des bons résultats statistiques et elle est vérifiée pour tous les tests d'hypothèses, presque dans tous les modèles considérés. Mais du point de vu ajustement, par exemple la somme de carré de l'erreur, le degré de liberté de l'erreur et les faibles valeurs de la probabilité.

Les caractéristiques obtenues par modélisation des propriétés électriques (facteur de pertes diélectriques et la permittivité relative sous l'influence du temps de vieillissement et de la température avant vieillissement) sont pratiquement proches de celles obtenues par d'autres auteurs.

La modélisation nous a permis de modéliser mathématiquement le comportement de l'isolation de (PRC) en tenant compte des principales variantes (facteur de pertes diélectrique et permittivité relative)

Les paramètres statistiques d'évaluation ont été très utiles pour déterminer la meilleure représentation des données expérimentales en particulier le coefficient de détermination  $R^2$ , ainsi que les tests des hypothèses présentés par les figures de Q-Q plot et droite de Henry et de la variance des erreurs.

## Bibliographie

- [1] J. C. DUBOIS, "propriétés diélectriques des polymères ", Technique de l'ingénieur, Référence E1850, Paris 1998..
- [2] J. Verdu, "Vieillissement des plastiques", AFNOR Technique, Edition Eyroles, Paris
- [3] F. D. B. Pinel, « Fonction isolation dans les matériels électriques », Technique de l'ingénieur, D2302, 1999.
- [4] E. Mboundou, « Etude des phénomènes liés à la dégradation des matériaux polymères sous champ électrique en présence d'humidité », Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, Juillet 2006..
- [5] D. Bouguedad, « Influence du vieillissement thermique sur les propriétés de l'éthylène propylène diène monomère (EPDM) », Thèse de Doctorat, UMMTO, 2009-2010..
- [6] Hazar Medhioub Rekik, « Caractérisation structurale et suivi du vieillissement par diffusion X aux petits angles d'un polymère époxyde- Contribution à l'étude des propriétés électriques», Thèse de Doctorat, Faculté des sciences de Sfax (TUNISIE),
- [7] N. Lahoud, « Modélisation du vieillissement des isolants organiques sous contrainte électrique Application à la fiabilité des matériaux », Thèse de Doctorat, Université de Toulouse, Mars 2009..
- [8] I. E. P. Combette, « Physique des polymères I structure, fabrication, emploi », HERMANN éditeurs, France, ISBN 2 7056 6481 5..
- [9] L. Boukezzi, « Influence du vieillissement thermique sur les propriétés du Polyéthylène Réticulé Chimiquement utilisé dans l'isolation des câbles de haute tension », Thèse de Doctorat, ENP, Juin 2007..
- [10] W. Greene, «Econométrie» 5ième édition Pearson Education..
- [11] R. Bourbonnais, «Econométrie» 6ième édition Dunod.
- [12] R. Rakotomalala, tests de normalité (Technique empiriques et tests statistiques), Université Lumière Lyon 2.
- [13] J-F. Dubois, « Quelques pièges cachés des méthodes de sélection de variables en régression linéaire multiple», Mémoire présenté au département de mathématique et d'informatique en vue de l'obtention du grade de maitre des sciences, Janvier 2000..
- [14] D. Mouchiroud, «Mathématiques : Outils pour la Biologie», Deug science de la vie, Université Claude Bernard, Lyon, 2003..
- [15] D. Salvatore, «Econométrie et statistique appliquées». Edition Mac Graw Hill..

