

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE**

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



Département d'électrotechnique

Mémoire de Master

En vue de l'obtention du diplôme

Master en électrotechnique

Réalisé par :

Khelafi Abdelhakim

Thème :

**Détermination des inductances et résistances d'un
bobinage stator pentaphasé d'un moteur asynchrone**

Soutenu le 22 Juin 2014 devant le jury composé de :

Président : **Pr. R. IBTIOUEN**

Examineurs : **Pr. S.MEKTOUB**

DR.R.TAHMI

Promoteur : **Pr. O. TOUHAMI**

E.N.P. 10, avenue pasteur BP 182 EL- Harrach Alger

Promotion: Juin 2014

Remerciements

Je remercie « ALLAH » le tout puissant pour la santé, les moyens, la volonté, le courage et la force dont il nous a dotés durant la réalisation de ce travail.

Et c'est avec beaucoup de reconnaissance que j'adresse mes sincères remerciements à mon promoteur Monsieur Touhami Omar professeur à l'ENP d'El Harrach, d'avoir dirigé ce travail avec patience, et persévérance, et pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur Ibtiouène Rachid Professeur à l'ENP d'El Harrach, pour avoir accepté de présider le jury.

Mes remerciements vont aussi à Monsieur R.Tahmi et Monsieur S.Mekoub Professeurs à l'ENP d'El Harrach, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail en acceptant d'être examinateur et membre du jury.

J'exprime mon profonde gratitude et toute mon reconnaissance envers, mon cher ami, Hattab Ali ingénieur en hydraulique, pour son aide, et sa disponibilité, tout au long de ce travail.

Je remercie en particulier : Monsieur Hayahoum, Monsieur Lalleem et Monsieur Henache.

Pour leurs disponibilités, leurs aides et leurs précieux conseils au cours des 2ans de préparation à Annaba.

Je remercie particulièrement ceux qui ont donné un sens à mon existence, à ceux qui me ont soutenus durant mon cursus : A vous mes très chers parents à qui je ne saurie jamais exprimer toute ma reconnaissance, qu'ils trouvent ici l'accomplissement de leurs vœux et l'expression de mon profonde gratitude, ainsi que le témoignage de mon affection et tendresse.

Merci à tous ceux qui ont rendu possible ce travail.

Dédicaces

A MES TRES CHERS PARENTS.

➤ A MES FRERES, et MES SOEURS : MARWA, SOUFIAN.

➤ A MA GRAND-MERE.

➤ A MON AMI ET MON FRERE : HATTAB ALI.

➤ A TOUS MES AMIS : YOUCEF, NACER, ZAKI, MOH TAIRI, FOUZI.

Hakim

ملخص:

في هذا البحث قمنا بدراسة إمكانيات وخصائص المحركات خماسية الطور، هذا النوع من المحركات ينتمي لعائلة المحركات المتعددة الأطوار، هذه المحركات لها خصائص وميزات عالية تتفوق بها على نظيرتها ثلاثية الطور، خاصة فيما يتعلق بمزدوجة التحريك في مقابل الحجم، الطلاقة في التصميم، والمردود. أول ما ابتدأنا به بحثنا هو دراسة لفائف المحركات خماسية الطور، انطلاقاً مما يقابلها في المحركات ثلاثية الطور، وضعنا في أول خطوة مخططات للفائف خماسية الطور وذكرنا بعضاً من ميزاتهما، بعدها تطرقنا إلى حساب وتحديد عبارات الوشائع والمقاوما.

كلمات جامعة: المحركات خماسية الطور، القوة المحركة المغناطيسية، الأمواج المتناسقة، لفائف خماسية الطور، قاعدة.

Abstract :

This work is articulated on the study of the performances of five phase induction machines, in fact, it can be expected that, by using an AC machines with phase number higher than 3, the performance of the AC drives using IGBT converter will be improved in terms of, couple/volume, freedom of design, and output. Our subject is started by the study of the five phase stator windings, then, we have started the determination of various inductances and resistances.

Key words : five phase machine, MMF and Harmonics, five phase winding.

Résumé :

Ce travail est articulé sur l'étude des performances des machines asynchrones pentaphasées, en fait, c'est les machines polyphasées, telles que m soit supérieur à 3, qui sont appelées au plus grand développement, car elles présentent des avantages, en termes de couple volumique, liberté en conception, et rendement, bien supérieurs à ceux de la machine triphasée. Notre sujet est entamé par l'étude des enroulements statoriques pentaphasés, puis, nous avons abordé la détermination des différentes inductances et résistances statoriques.

Mots clés : machine pentaphasée, FMM et Harmoniques, enroulement pentaphasé

Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre I : les enroulements des machines pentaphasées	
Introduction.....	3
I.1. Caractéristiques générales des enroulements polyphasés.....	3
I.2. Enroulement régulier à simple couche et à pôles conséquents	4
I.3. Enroulement régulier à simple couche concentré ($q=1$).....	5
I.4. Enroulement régulier à simple couche réparti.....	7
I.4.1. Enroulement imbriqué.....	7
I.4.2. Enroulement ondulé.....	8
I.4.3. Enroulement concentrique.....	9
A/ Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans	9
I.5. Enroulement par pôles (à pôles non conséquents).....	11
I.5.1. Enroulement imbriqué.....	11
I.5.2. Enroulement concentrique à cinq plans.....	12
I.5.3. Enroulement en chaîne.....	12
I.6. Enroulement polyphasé à deux couches.....	14
I.6.1. Enroulement imbriqué.....	15
I.6.2. Enroulement ondulé.....	15
I.6.3 La connexion des groupes de bobines.....	15
I.7. Enroulement à pas raccourci.....	17
I.8. Enroulement à pas fractionnaire.....	18
I.9. Conclusion.....	19

Table des matières

Chapitre II : Détermination des inductances et des résistances des enroulements

pentaphasés

Introduction.....	20
II.1 Champ d'induction magnétique d'un enroulement à courant alternatif.....	21
II.2 Calcul des inductances propres de la machine pentaphasé.....	21
<i>A/ Calcul du flux et des inductances dans une phase d'un enroulement concentré.....</i>	<i>21</i>
Le flux embrassé par un groupe de bobines.....	21
Flux embrassé par une phase de l'enroulement	24
Calcul de l'inductance propre d'une phase de l'enroulement.....	25
<i>B/ Calcul des inductances d'un enroulement réparti à simple couche.....</i>	<i>25</i>
Flux embrassé par un groupe d'une phase de l'enroulement	27
Flux embrassé par une phase de l'enroulement	28
Calcul de l'inductance propre d'une phase de l'enroulement	28
<i>C/ Les inductances propres d'un enroulement à deux couches.....</i>	<i>28</i>
<i>D/ Les inductances propres d'un enroulement raccourci</i>	<i>29</i>
II.3 Calcul des inductances mutuelles statoriques	31
<i>A/ cas d'un enroulement concentré</i>	<i>31</i>
L'inductance mutuelle entre deux phases adjacentes	31
L'inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes	32
<i>B/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement réparti à simple couche</i>	<i>33</i>
<i>C/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement à deux couches</i>	<i>35</i>
L'inductance mutuelle entre deux phases adjacentes	36
L'inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes	36
<i>D/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement à deux couches raccourci</i>	<i>37</i>

Table des matières

II.4 Calcul de l'inductance cyclique	38
II.5 Calcul de la résistance d'une phase	40
II.6 Détermination des inductances de fuite.....	41
- Inductances de Fuite des encoches.....	41
<i>A/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à simple couche..</i>	<i>41</i>
<i>B/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas raccourci.....</i>	<i>45</i>
<i>C/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à pas raccourci...47</i>	<i>47</i>
- Inductance de fuite des parties frontales.....	48
<i>Application numérique.....</i>	<i>49</i>
Conclusion.....	51
Conclusion générale.....	52
Références bibliographies.....	53

Liste de symboles

Z : Nombre total d'encoches au stator

P : Nombre de paires de pôles

m : Nombre de phases statoriques

a : Nombre de branches (ou de voies parallèle)

q : Nombre d'encoches par pôle et par phase

τ_p : Pas polaire

D : Diamètre interne du stator.

σ : Angle d'une zone phasique.

γ : Angle entre deux encoches statoriques adjacentes.

y : Pas d'enroulement

β : Pas relatif d'enroulement

y_r : Pas résultant d'un enroulement ondulé

Q : Nombre total de bobines d'enroulement

A, B, C, D, E, F : Indices des phases statoriques

FMM : Force magnétomotrice

N_b : Nombre de spires d'une bobine

N_s : Nombre de spires en série par phase.

δ : Longueur de l'entrefer

λ_δ : Perméance de l'entrefer par unité de surface

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide

i_A, i_B, i_C, i_D, i_E : Courants d'un système pentaphasé direct équilibré.

I : Courant efficace de phase

α : Angle de position sur la périphérie du stator [rad électrique]

B : Induction magnétique

$B_A(\alpha)$: Induction magnétique dans l'entrefer produite par la phase

l : Longueur active du stator

φ_A : Flux embrassé par une de bobine.

Liste de symboles

φ_A^i : Flux embrassé par une spire appartient i^{ieme} bobine d'un groupe $i = 1, 2, \dots, (q - 1)$

Ψ_{Agr} : Flux embrassé par un groupe de bobine

Ψ_{Aph} : Flux embrassé par une phase de l'enroulement

$L_1 = L_A = L_B = \dots = L_E$: Inductance propre d'une phase statorique

L_1^{fond} : Inductance fondamentale de phase.

φ_{Agr} : Flux embrassé par les q spires des bobines d'un groupe.

$\varphi_{B,A}$: Flux de la phase A embrassé par une spire de la phase B

$\Psi_{B,A}$: Flux de la phase A embrassé par le premier de la phase B

$\Psi_{A,Bph}$: Flux mutuel total dans la phase B.

$L_2 = L_{B,A} = L_{E,A} = L_{E,A} = \dots = L_{E,A}$: Inductance mutuelle entre deux phases adjacentes.

L_3 : Inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes.

L : Inductance cyclique de l'enroulement statorique.

E : Force contre électromotrice produite par le champ tournant.

R_{ph} : Résistance d'une connexion série dans une phase.

L_e : Inductance de fuite due à une encoche

$L_{\sigma e}$: Inductance de fuite par phase due aux encoches d'un enroulement pentaphasé.

N_e : Nombre de conducteurs par encoche.

λ_s : Perméance spécifique de l'encoche.

$\lambda_{s,m}$: Perméance spécifique mutuelle entre deux couches.

$\lambda_{s,sup}$: Perméance spécifique de la couche supérieure.

$\lambda_{s,inf}$: Perméance spécifique de la couche inférieure.

$L_{\sigma f}$: Inductance de fuite des parties frontales.

L_{σ} : Inductance de fuite totale par phase.

Liste des Figures

CHAPITRE I

Fig.1	Distribution des zones phasiques sur la périphérie du stator.....	5
Fig.2.a	Enroulement pentaphasé concentré	6
Fig.2.b	Représentation des conducteurs d'un enroulement 5-ph concentré dans les encoches	6
Fig.3	Enroulement pentaphasé imbriqué à simple couche.....	7
Fig.4	Enroulement pentaphasé ondulé à simple couche.....	8
Fig.5.a	Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans sans bobine coudée.....	10
Fig.5.b	Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans avec 2 bobines coudées.....	10
Fig.6	Enroulement pentaphasé imbriqué par pôle.....	11
Fig.7	Enroulement pentaphasé concentrique à 5 plans.....	12
Fig.8	Enroulement pentaphasé en chaîne.....	13
Fig.9	La distribution des zones phasiques d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total	14
Fig.10	Schéma représentant la façon de placer les bobines d'un enroulement à deux couches, en haut 3D, en bas vue de face.....	15
Fig.11	connexions des groupes d'un enroulement, (a) à 2P groupes par phase, (b) à P groupes par phase.....	16
Fig.12	(a) la distribution des zones phasiques d'un enroulement à deux couches à pas total (à gauche) et à pas raccourci (à droite) sur la périphérie du stator, (b) illustration du décalage causé par un raccourcissement d'une seule encoche	17

CHAPITRE II

Fig.13	Schéma représentant l'instant de coïncidence entre l'axe polaire du champ et l'axe du groupe.....	38
Fig.14	Schéma d'une encoche rectangulaire semi-ouverte à une seule couche de conducteurs.....	41
Fig.15	Schéma d'une encoche circulaire à une seule couche	43
Fig.16	Schéma d'une encoche rectangulaire semi-ouverte à deux couches.....	46
Fig.17	Distribution des zones phasiques d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total	48
Fig.18	Distribution des zones phasiques d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas raccourci avec (a) $\beta = \frac{14}{15}$, (b) $\beta = \frac{4}{5}$	48

Liste des Figures

Fig.19 Parties frontales d'un enroulement imbriqué.....	50
---	----

Introduction générale

Les exigences en termes de performances dynamiques dans les systèmes de conversion électromécanique de l'énergie sont de plus en plus nombreuses en industrie. On peut s'attendre à ce que, à l'aide de machines à courant alternatif avec un nombre de phases supérieur à trois, le rendement de l'utilisation des systèmes composés de machines à courant alternatif et convertisseurs à IGBT soit amélioré [1-2].

À la différence des moteurs asynchrones triphasés qui doivent être alimentés avec une forme d'onde sinusoïdale, les moteurs polyphasés peuvent être alimentés avec une onde non sinusoïdale. La forme d'onde de l'alimentation est, ainsi, un nouveau degré de liberté dans la conception. Par l'exploitation correcte de ce degré de liberté dans la conception, il est possible d'améliorer les performances dynamiques du système convertisseur-machine, par exemple, le couple.

Le nombre de phases représente un nouveau degré de liberté dans la conception des machines polyphasées, ce qui est particulièrement intéressant dans les applications de forte puissance, car la puissance est répartie sur un plus grand nombre de phases. Ainsi, la puissance par phase du convertisseur sera réduite, ce qui rend possible l'utilisation de la plupart des topologies de convertisseurs à deux niveaux dans les applications de forte puissance, [2].

Augmenter le nombre de phases au-delà de trois, bien qu'il puisse être coûteux, a des avantages qui pourraient mériter son choix dans certaines applications. Parmi les avantages des machines avec plus de trois-phasés, on peut citer :

1. la diminution de la nécessité d'une alimentation purement sinusoïdale quand le nombre de phases augmente ($m > 3$) ; car d'un côté les harmoniques d'ordre inférieur à (m) vont contribuer à la production du couple utile, et les harmoniques d'ordre supérieur à (m) auront des amplitudes atténuées car leur ordre est élevé.
2. La réduction des ondulations du couple et l'augmentation du couple/Ampère pour le même volume de la machine grâce à l'injection d'harmoniques [3].
3. La diminution de la perte de puissance harmonique dans le rotor pour des moteurs alimentés par onduleur.
4. La réduction de la puissance estimée par bras d'onduleur à mesure que le nombre de phases augmente ; ce qui est particulièrement intéressant dans les applications de forte puissance.

Introduction générale

5. L'amélioration de la tolérance aux défauts, parce que la perte d'une ou plus de phases n'empêche pas le moteur de démarrer et de fonctionner. Ce résultat rend l'utilisation de ce genre de machines très avantageuse pour des applications qui exigent une fiabilité élevée tels que les véhicules électriques ou hybrides, la propulsion marine, et les applications aérospatiales [4].

Dans ce mémoire, on se propose d'étudier les enroulements statoriques qui auront une influence certaine sur les performances des machines asynchrones pentaphasées. Ensuite, on déterminera les inductances et les résistances des phases statoriques.

Introduction

Les enroulements des machines à induction polyphasées à m-phases, tel que m est supérieur à 3, sont destinés à être reliés à un onduleur (ou transformateur) polyphasé [4]. Les enroulements conventionnels de ces machines à induction polyphasées peuvent être couplés en étoile à plusieurs branches ou en polygone, et sont déposés dans les encoches statoriques en une ou deux couches. Le nombre total de bobines, constituant le bobinage, est égal à la moitié du nombre d'encoches statoriques dans les enroulements à une seule couche, et il est égal au nombre total d'encoches dans les enroulements à double couche. Le choix entre les bobines à pas total ou à pas raccourci est effectué selon l'application. Ces enroulements sont conçus avec un nombre entier ou un nombre fractionnaire d'encoches par pôle et par phase [5]. Lorsque le nombre d'encoches est fractionnaire, il faut veiller à ce que le bobinage soit équilibré, étant donné que la force magnétomotrice (f.m.m.) varie d'un pôle à un autre, ce qui provoque la naissance des harmoniques sub-synchrones avec une longueur d'onde supérieure à deux fois le pas polaire [6]. Cependant, pour des enroulements polyphasés symétriques, avec un nombre entier d'encoches par pôle et par phase, les harmoniques pairs sont éliminés, et ceux dont l'ordre est un multiple du nombre de phases sont également nuls, [7].

I.1. Caractéristiques générales des enroulements polyphasés

Les enroulements des machines à courant alternatif sont définis par les paramètres suivants :

Z : le nombre total d'encoches au stator

P : le nombre de paires de pôles

m : le nombre de phases

a : le nombre de branches (ou de voies parallèle)

q : le nombre d'encoches par pôle et par phase ($q = \frac{Z}{2 P m}$)

τ_p : Le pas polaire, défini comme la distance entre deux lignes neutres consécutives ($\tau_p = \frac{\pi D}{2P}$).

D est le diamètre interne du stator.

On peut aussi définir le pas polaire comme étant l'angle entre deux lignes neutres consécutives, et on écrit : $\tau_p = \frac{2\pi}{2P}$ [rad mec], ou bien comme étant le nombre d'encoches entre deux lignes neutres

consécutives, et on écrira: $\tau_p = \frac{Z}{2P} \Rightarrow \tau_p = \frac{2 P \cdot q \cdot m}{2P}$, ce qui donne: $\tau_p = q \cdot m$

La périphérie du stator est divisée en zones phasiques positives et négatives. Une zone phasique est définie comme étant le nombre d'encoches adjacentes appartenant à une phase sous une paire de pôles [5]. L'arc d'une zone phasique est défini par :

$$\tau_v = \frac{\tau_p}{m} \text{ [m]}.$$

On définit σ l'angle d'une zone phasique comme étant l'angle électrique dans lequel la moitié de la phase est distribuée [8] et on écrit $\sigma = \frac{\pi}{m}$ [rad électrique].

y : pas d'enroulement qui peut être exprimé [9] :

- $y = \tau_p \longrightarrow$ pas diamétral (total).
- $y < \tau_p \longrightarrow$ pas raccourci
- $y > \tau_p \longrightarrow$ pas allongé

Suivant la valeur de q on peut distinguer :

- *L'enroulement régulier* : si q est entier tel que l'enroulement concentré si $q = 1$ et l'enroulement réparti si $q > 1$
- *L'enroulement non régulier (fractionnaire)* : si q est fractionnaire tel que $q = \frac{a}{b}$ où a et b sont des entiers.

Aussi sur la base du nombre de couches de conducteurs dans chaque encoche on reconnaît si l'enroulement est à simple couche ou à deux couches:

I.2. Enroulement régulier à simple couche et à pôles conséquents

Il faut noter que ce type d'enroulement est toujours à pas total, et que le nombre de groupes de phases est égal au nombre de paires de pôles, [9]. Dans cet enroulement les côtés des bobines sont logés dans les encoches en une seule couche, et comme évidemment chaque côté se trouve dans une encoche, le nombre total de bobines de ce type d'enroulement est $Q = \frac{Z}{2}$. Comme chaque phase est constituée de zones phasiques positives et négatives, avec un angle entre chaque paire de zones égales à π [rad électrique], pour un déphasage entre deux phases successives de $\frac{2\pi}{m}$ [rad électrique], et un angle de zone phasique égale à $\sigma = \frac{\pi}{m}$ [rad électrique].

Ceci implique, à chaque fois, un saut d'une zone phasique appartenant à une autre phase et de signe différent pour placer la prochaine zone de même signe de la phase suivante; autrement dit, la distribution des zones phasiques est effectuée de manière alternée (A, -D, B, -E, C,...) [10], comme illustré à la Fig.1. Concernant le nombre de branches a avec $(1 \leq a \leq P)$, P est strictement supérieur à 1, ce qui offre la possibilité de connecter les groupes phasiques en série, en parallèle ou en série-parallèle. Pour un tel enroulement les connexions sont effectuées de telle sorte qu'on relie, la sortie d'un groupe à l'entrée du groupe suivant pour une connexion série et l'entrée d'un groupe avec l'entrée du groupe suivant pour une connexion parallèle [11].

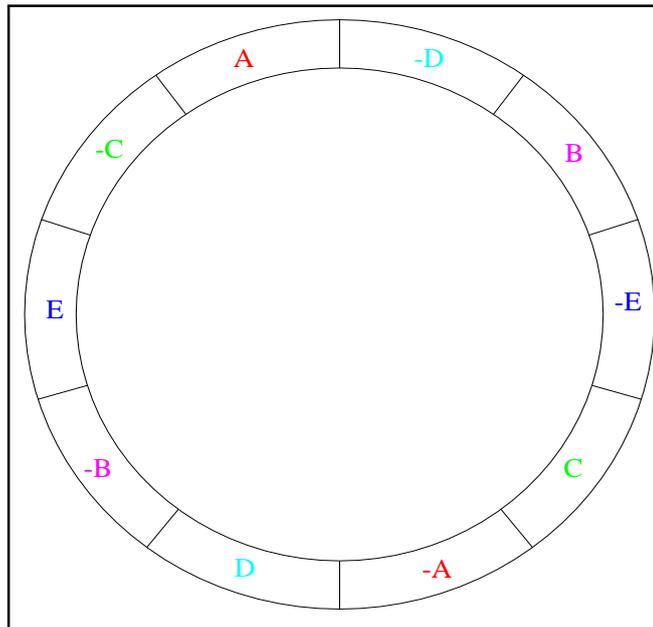


Fig.1: Distribution des zones phasiques sur la périphérie du stator

I.3. Enroulement régulier à simple couche concentré ($q=1$)

Ce type d'enroulement est, en effet, le plus simple de tous les enroulements polyphasés, car les bobines constitutives ont toujours un facteur de distribution égale à 1. La configuration de base, pour un bobinage pentaphasé, comprend cinq bobines dont les cotés sont déposés sur dix encoches avec $m = 5$; $P = 1$; $Z = 10$. Les figures 2a et 2b illustrent ce cas de base où chaque bobine constitue une phase tel que le premier coté de la bobine A se trouve dans l'encoche 1, avec un pas d'enroulement correspondant à cinq encoches, le deuxième coté de la bobine se trouve dans l'encoche 6.

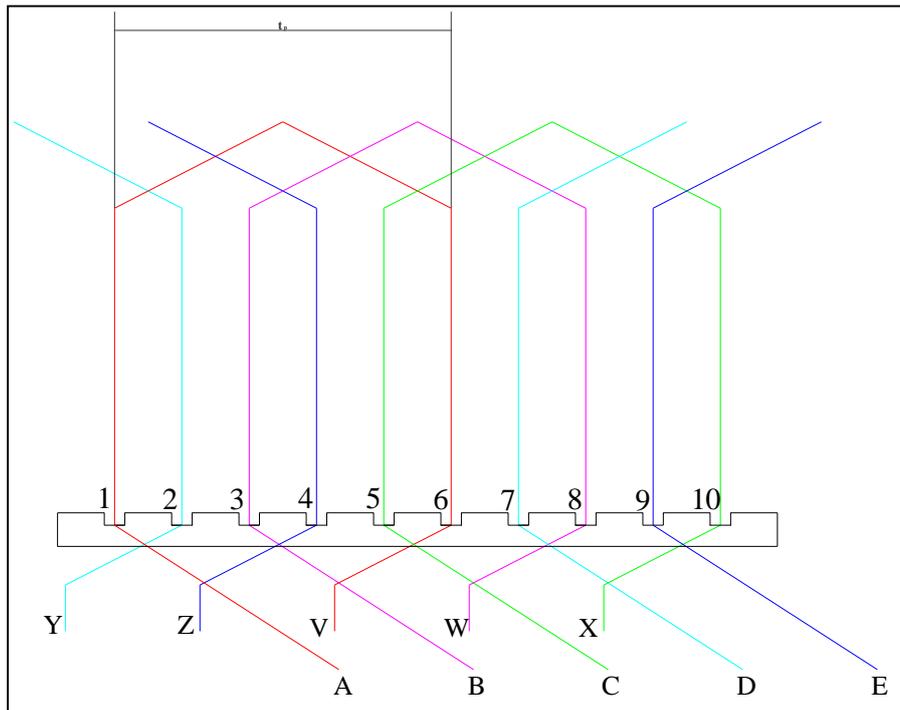


Fig.2.a Enroulement pentaphasé concentré avec $P=1$, $Z=10$, $y=5$

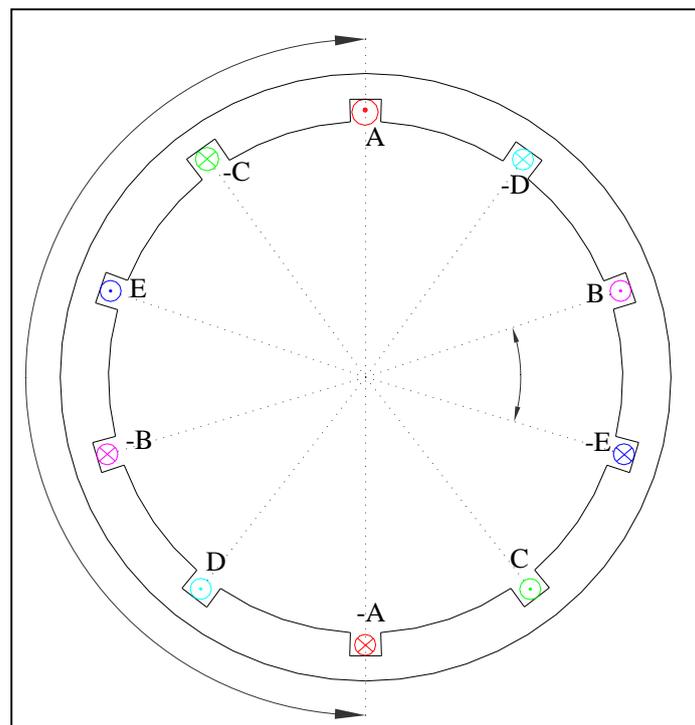


Fig.2.b : Représentation des conducteurs d'un enroulement 5-ph concentré dans les encoches

I.4. Enroulement régulier à simple couche réparti

L'enroulement à simple couche réparti contient dans chaque groupe q bobines en série, ce qui implique un facteur de distribution différent de 1. Dans un enroulement réparti on distingue trois types, à savoir : l'enroulement imbriqué, l'enroulement ondulé et l'enroulement concentrique.

I.4.1. Enroulement imbriqué

Cet enroulement consiste en un nombre de bobines ayant le même pas, mais arrangées avec un déplacement constant entre les bobines successives [12], ces bobines ont des axes différents entre eux et différents de l'axe polaire. Cet enroulement a l'avantage d'avoir des bobines identiques, à savoir des parties frontales identiques, des résistances égales et des inductances égales ; ce qui donne la liberté de choisir n'importe quel type de connexion, sans être tenu par la condition d'équilibre. Il est à noter que la première et la deuxième bobine reliées en série se trouvent sous le même groupe de pôles [8], c.à.d. on utilise chaque groupe de bobines pour chaque groupe de pôles. La figure 3 montre un enroulement pentaphasé imbriqué bipolaire $P = 2, Z = 40, q = 2$.

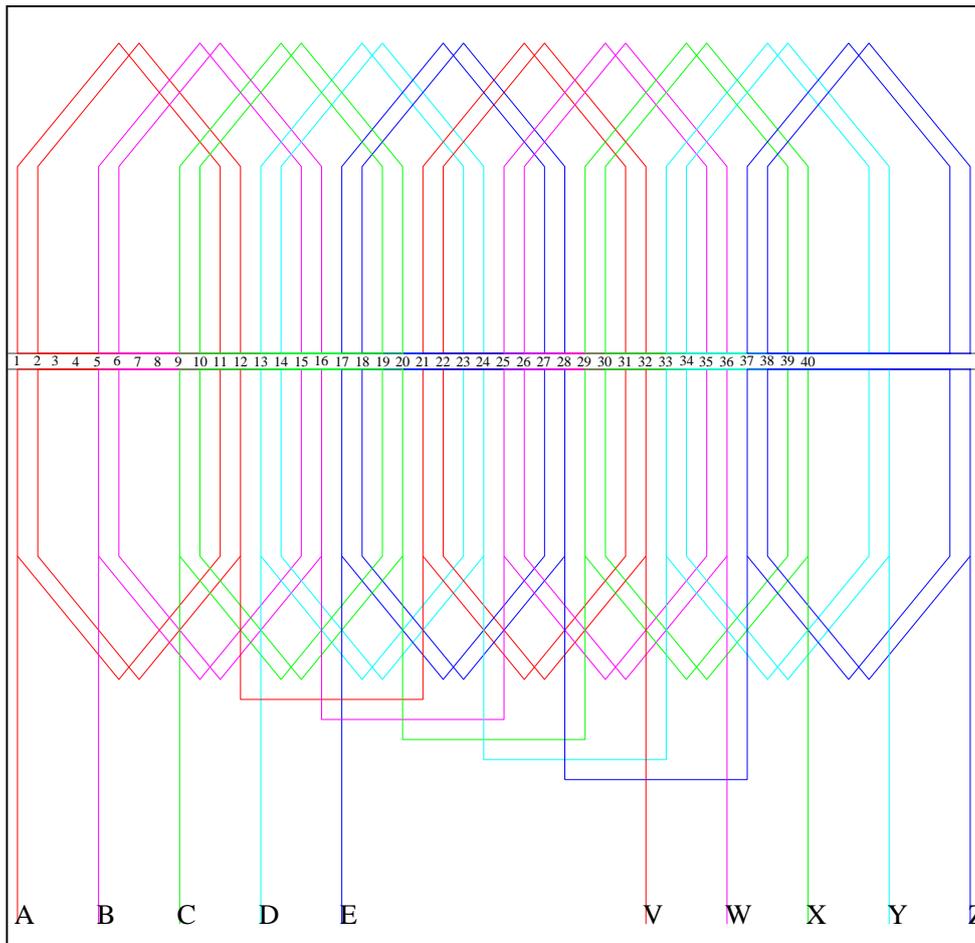


Fig.3: Enroulement pentaphasé imbriqué à simple couche avec $P=2, Z=40, y=10, q=2$

I.4.2. Enroulement ondulé

Ce type d'enroulement est caractérisé par le fait que les bobines connectées en série se trouvent sous différents groupes de pôles [8], c.à.d. en passant à chaque fois au pôle suivant ; on en déduit que le pas résultant y_r s'écrit : $y_r = \frac{Z}{2P}$. En effet, l'exécution de ce type d'enroulement n'est envisageable que dans le cas où P est strictement supérieur à 1.

Cet enroulement présente l'avantage en termes de simplicité de connexion, par rapport à l'enroulement imbriqué, spécialement pour le cas des machines de forte puissance où plus de voies parallèles sont nécessaires. La figure 5 montre un enroulement pentaphasé tétrapolaire avec : P = 2, Z = 20 et q = 1.

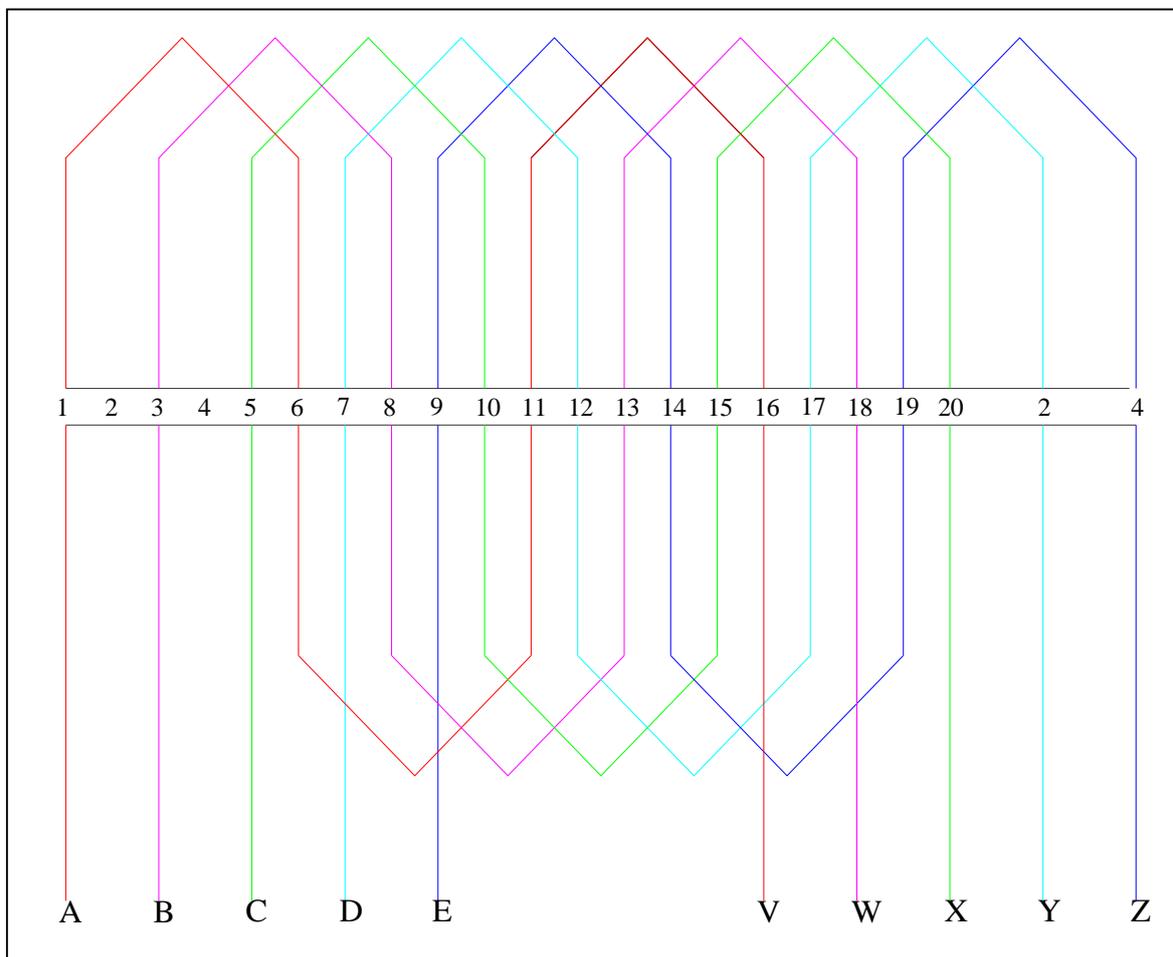


Fig.4. Enroulement pentaphasé ondulé à simple couche avec P=2, Z=20, q=1, $y_r=5$

I.4.3. Enroulement concentrique

Ce type d'enroulement est constitué d'un nombre de bobines ayant le même axe, c.à.d. des bobines concentriques, mais développées avec différents pas [12], d'où le nom de cet enroulement.

Il est marqué par une différence appréciable entre les formes de ses groupes de bobines, avec un pas y maximal égal à $(\tau_p + (q - 1))$ et un pas y minimal égal à τ_p . Contrairement à l'enroulement imbriqué, dans cet enroulement des difficultés apparaissent lors de la formation des branches parallèles car ses bobines ont des parties frontales différentes ainsi que des résistances et des inductances inégales [13]. Il est montré plus loin que l'enroulement concentrique a les mêmes propriétés magnétiques que l'enroulement imbriqué.

A/ Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans

Cet enroulement est inspiré de son équivalent triphasé à deux plans dont le principe d'exécution est basé sur l'existence de deux côtés de différents groupes de bobines, dont les parties frontales ont des sens opposés et des dimensions égales, au milieu des deux côtés d'un même groupe de bobines de dimensions différentes de celles des groupes du milieu; d'où l'utilisation de bobines de différentes longueurs. Dans le cas pentaphasé nous aurons au total 3 plans avec 4 côtés de groupes de bobines au milieu d'un seul groupe où deux groupes de bobines de même longueur auront des parties frontales de sens opposés. En triphasé, si P est pair les deux plans contiennent $P/2$ groupes avec une moitié de bobines courtes et une moitié de bobines longues sans bobine coudée. En revanche, si P est impair l'existence d'une bobine coudée devient inévitable. En appliquant les mêmes principes pour l'enroulement pentaphasé, on distingue trois cas :

- si P est multiple de trois on obtient un enroulement concentrique pentaphasé à trois plans sans bobine coudée avec un tiers de bobines longues, un tiers de bobines moyennes et un tiers de bobines courtes,
- si P n'est pas multiple de trois, ou bien avec un reste de division égal à 1, alors l'enroulement contient une bobine coudée.
- Ou alors avec un reste de division égal à deux, dans ce cas l'enroulement contient deux bobines coudées. Pour n'importe quel enroulement polyphasé de ce type avec m impair, le nombre de plans sera $\frac{m+1}{2}$. La figure 5 montre deux enroulements pentaphasés concentriques à trois plans dont l'un est sans bobine coudée où $Z = 60, P = 3, q = 2$, et l'autre avec deux bobines coudées où $Z = 40, P = 2, q = 2$.

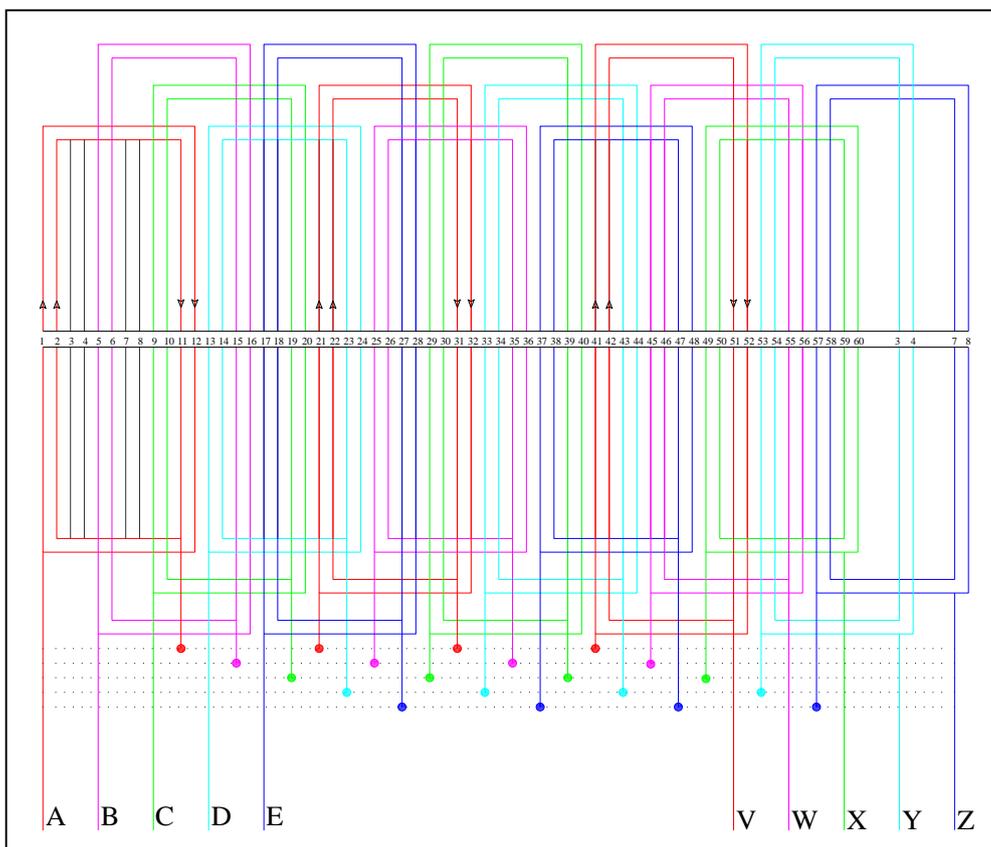


Fig.5.a Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans sans bobine coudée avec $P=3$, $Z=60$, $q=2$

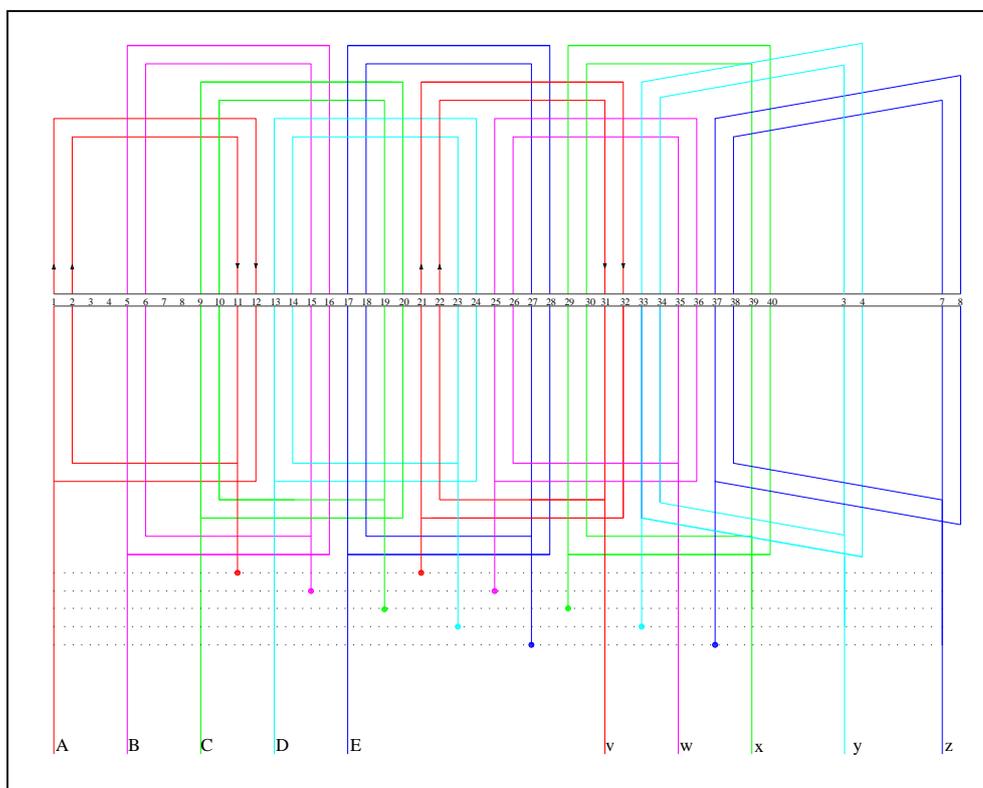


Fig.5.b Enroulement pentaphasé concentrique à trois plans avec 2 bobines coudées pour $P=3$, $Z=40$, $q=2$

I.5. Enroulement par pôles (à pôles non conséquents)

Cet enroulement est toujours à pas raccourci, ce qui permet de diminuer les dimensions des parties frontales, et chacune de ses phases compte un groupe de bobines par pôle. Pour réarranger un enroulement à pôles conséquents de façon à le rendre à pôles non conséquents, il faut que le nombre d'encoches par pôle et par phase (q) soit pair [9], c.à.d. chacun de ses groupes doit contenir un nombre pair de bobines. Dans ce cas, les types d'enroulements à pôles non conséquents sont l'imbriqué et le concentrique où q est nécessairement pair. Cependant, un autre type d'enroulement par pôle existe où q peut être aussi bien pair ou impair, il s'agit de l'enroulement en chaîne [9]. De par sa nature, l'enroulement par pôle possède toujours un nombre d'encoches par pôle et par phase (q) strictement supérieur 1, et son nombre de voies parallèles a est compris entre 1 et 2P.

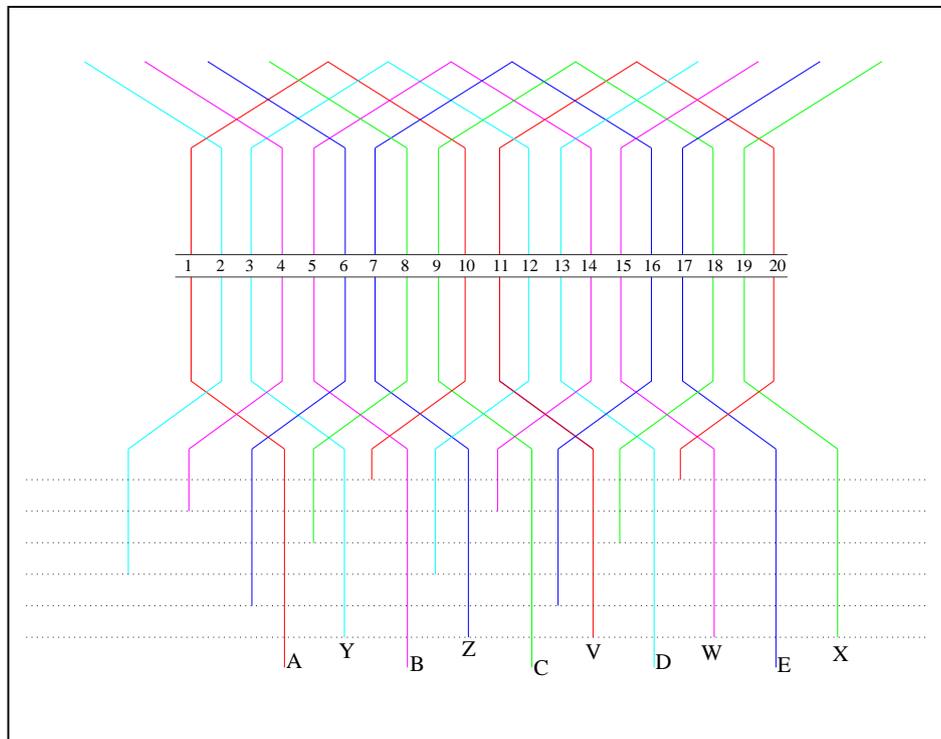


Fig.6. Enroulement pentaphasé imbriqué par pôle avec P=1, Z=20, q=2

I.5.1. Enroulement imbriqué

L'enroulement imbriqué par pôle déduit d'un enroulement à pôles non conséquents aura les mêmes caractéristiques magnétiques que celles dont il est issu [13].

I.5.2. Enroulement concentrique à cinq plans

La différence notable entre cet enroulement et celui à trois plans est le fait qu'il soit réalisé à l'aide de cinq bobines de dimensions différentes formant cinq plans. Cette différence est imposée par la nature de l'enroulement à pôle non consécutif où chaque groupe correspond à un pôle. On peut donc généraliser et dire qu'un enroulement polyphasé de m phases sera à m plans.

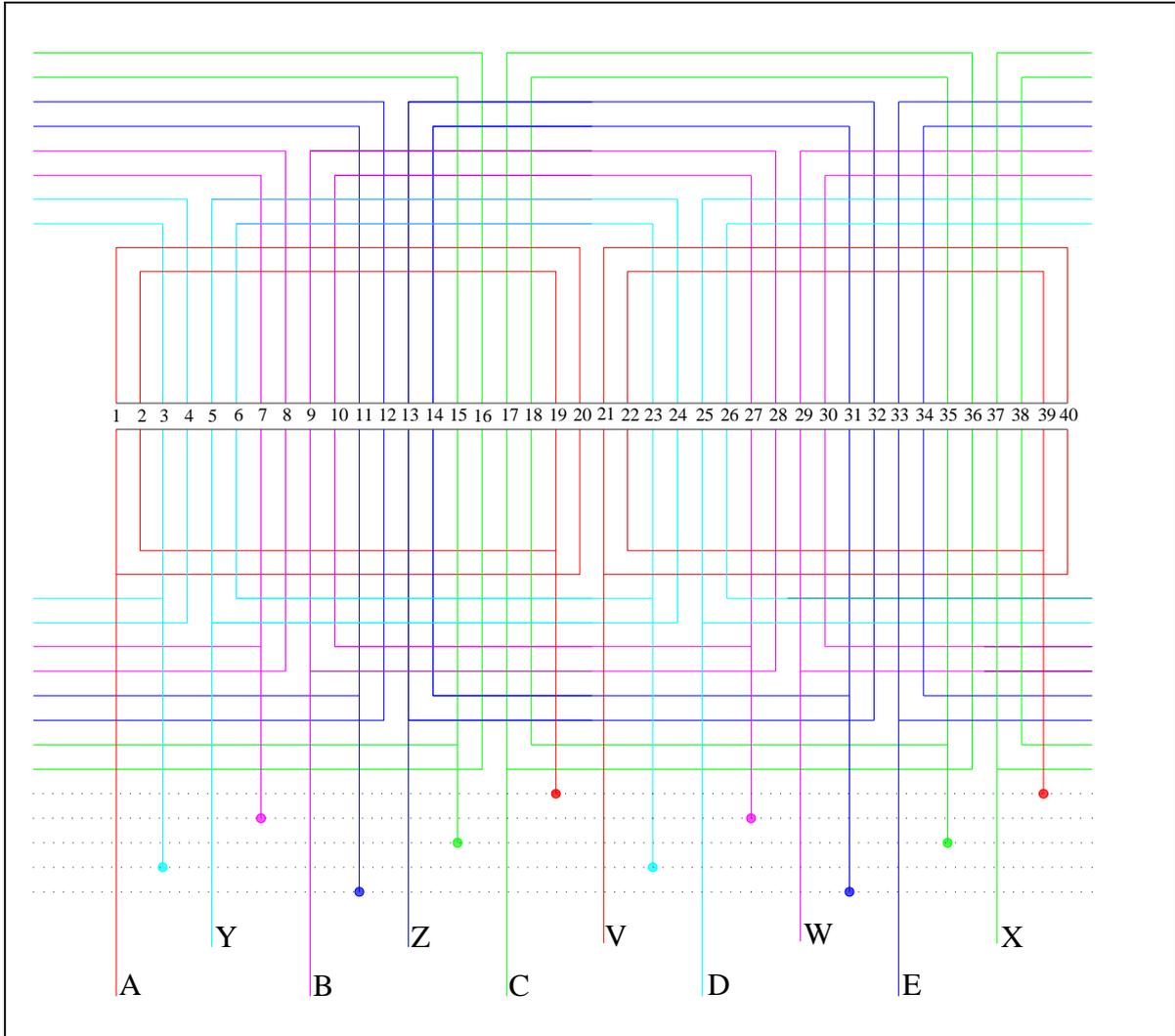


Fig.7 : Enroulement pentaphasé concentrique à 5 plans avec P=1, Z=40, q=4

I.5.3. Enroulement en chaine

- Cas où le nombre de bobines est pair (q pair)

Ce type d'enroulement est caractérisé par son pas qui doit être toujours différent de $\tau_p - \frac{q}{2}$ [9]. Il faut avoir en vue également que les groupes contiennent q/2 bobines en série où le pas d'enroulement peut être :

- $y > \tau_p - \frac{q}{2}$
- $y < \tau_p - \frac{q}{2}$

Lorsque $y > \tau_p - \frac{q}{2}$, il faut intercaler les faisceaux d'un groupe de bobines entre les faisceaux d'un autre groupe appartenant à la même phase, c'est-à-dire que les bobines de la même phase se croisent formant ainsi une chaîne d'où le nom de ce type d'enroulement [9].

Lorsque $y < \tau_p - \frac{q}{2}$, les zones phasiques sont croisées et l'on peut trouver un ou plusieurs côtés de bobines appartenant à la même zone phasique entre deux côtés de bobines d'un groupe appartenant à une zone phasique différente.

- Cas où le nombre de bobines est impair (q impair)

On forme deux zones phasiques, une par q_1 , et l'autre par q_2 bobines en série par paire de pôles avec $q = q_1 + q_2$. Si $y = \tau_p - \frac{q}{2}$ alors il n'y aura pas de croisement et les deux zones phasiques ont des pas différents dont la valeur moyenne est égale à y .

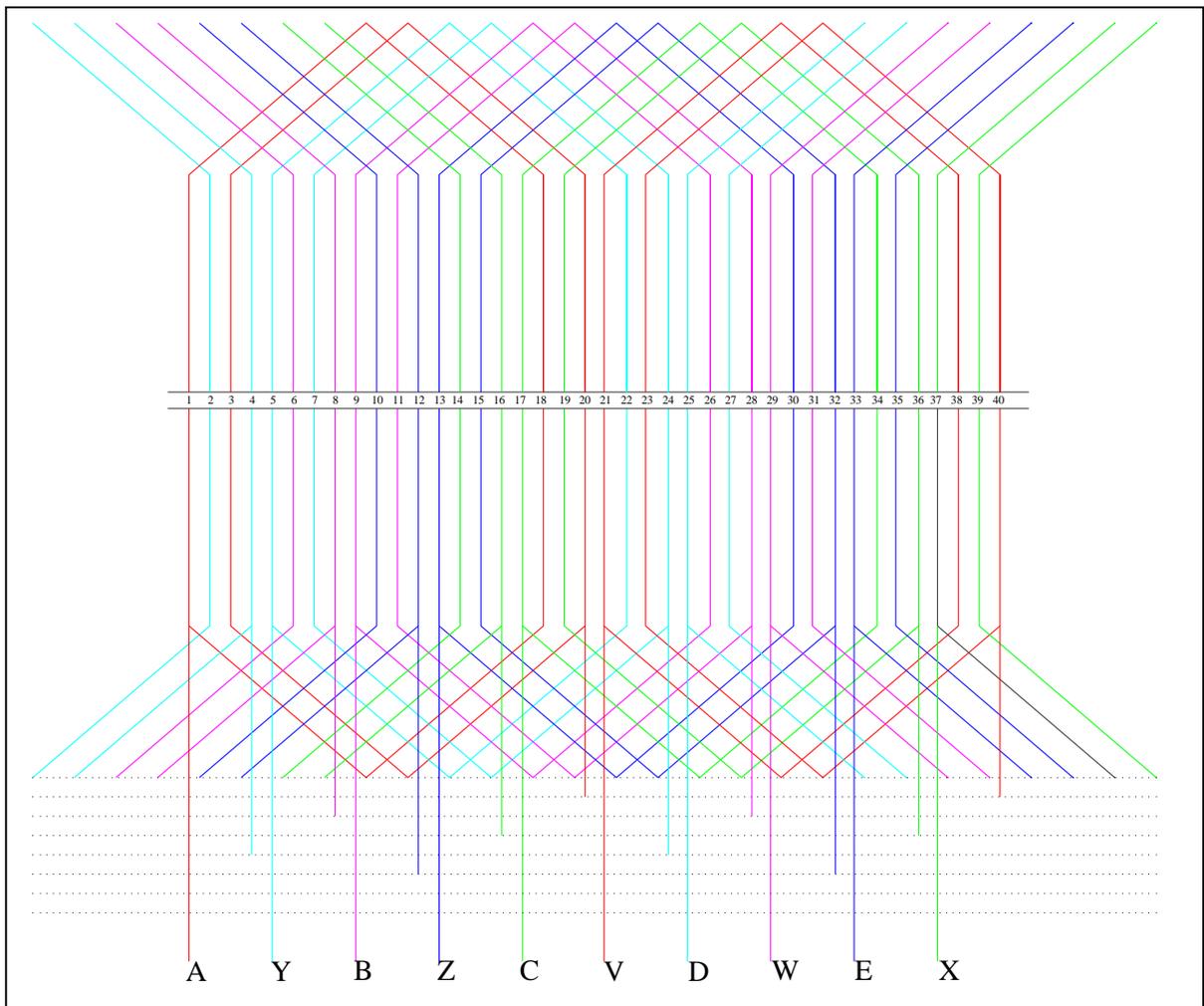
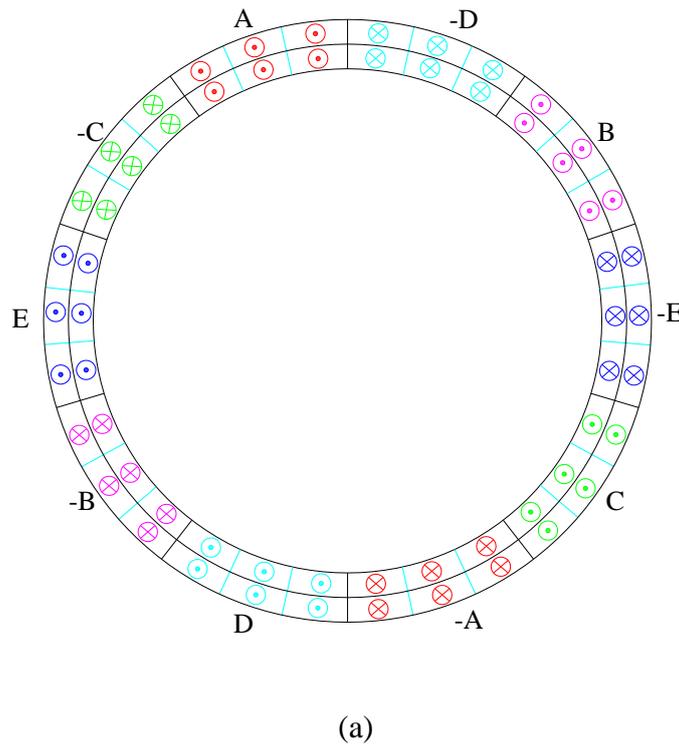


Fig.8 : Enroulement pentaphasé en chaîne avec $Z=40$, $P=1$, $q=4$, $y=9$

I.6. Enroulement polyphasé à deux couches

Dans ce type d'enroulement chaque encoche contient deux cotés de la bobine appartenant à la même phase. Le nombre total de bobines est égal au nombre d'encoches statoriques $Q = Z = 2 P . q . m$. Chaque phase contient $2 P . q$ bobines c'est-à-dire chaque phase a $2P$ groupes de q bobines en séries, le nombre de branches « a » est compris entre 1 et $2P$ ($1 \leq a \leq 2P$).

Chaque phase de l'enroulement comporte plusieurs bobines dont les portions actives (cotés de bobines) sont logées dans l'encoche de façon différente : le coté supérieur (de droite) est contenu dans la partie supérieure de l'encoche plus près de l'entrefer, et le coté inférieur (de gauche), dans la partie inférieure de l'encoche plus près du fond de l'encoche ; Les spires de chaque bobine sont isolées les unes des autres et chaque bobine est isolée de l'autre se trouvant dans la même encoche, si elles appartiennent à des phases différentes, et à leur tour chacune est isolée des parois de l'encoche [11], voir Fig.10. Concernant la distribution des zones phasiques de l'enroulement à deux couches la fig.9 montre sa mise en place sur la périphérie avec $P = 1$, et pour P supérieur à 1, le motif se répète. Les enroulements à deux couches peuvent être imbriqués ou ondulés.



A	A	A	-D	-D	-D	B	B	B	-E	-E	-E	C	C	C	-A	-A	-A	D	D	D	-B	-B	-B	E	E	E	-C	-C	-C
A	A	A	-D	-D	-D	B	B	B	-E	-E	-E	C	C	C	-A	-A	-A	D	D	D	-B	-B	-B	E	E	E	-C	-C	-C

(b)

Fig.9 : Distribution des zones phasiques d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total

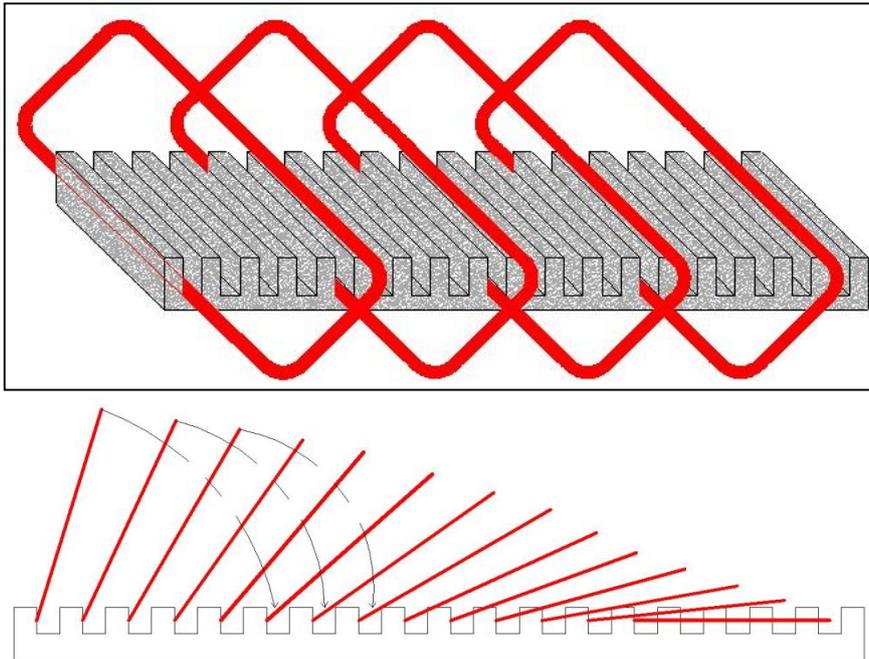


Fig.10 : Schéma représentant la disposition des bobines d'un enroulement à deux couches, en haut 3D, en bas vue de face.

I.6.1. Enroulement imbriqué

Il se trouve que les bobines dans un enroulement imbriqué à deux couches, n'occupent que la moitié de l'encoche, on peut en modifier donc la largeur et les placer dans une paire d'encoches (qui contient les deux côtés d'une bobine) qui ne correspond plus au pas polaire. Ses bobines sont habituellement réduites et donnent un pas dit raccourci. Cette configuration complique le bobinage et sa mise en place, mais présente l'avantage d'améliorer le comportement de la machine, si évidemment le choix du pas raccourci est judicieux [14].

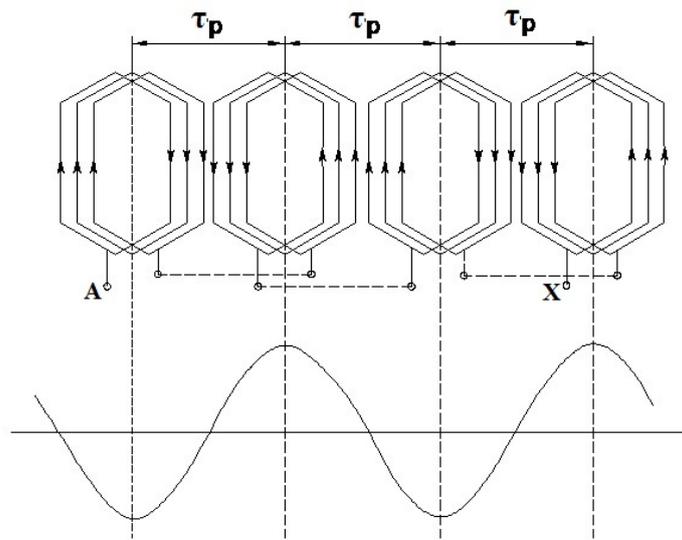
I.6.2. Enroulement ondulé

Pour une configuration ondulée, les conducteurs qui occupent des places analogues sous deux pôles consécutifs sont connectés en série, lorsque toutes les encoches d'une même phase contiennent un conducteur par l'exécution d'un tour complet, on réalise une deuxième couche superposée à la première mais bobinée en sens inverse [14].

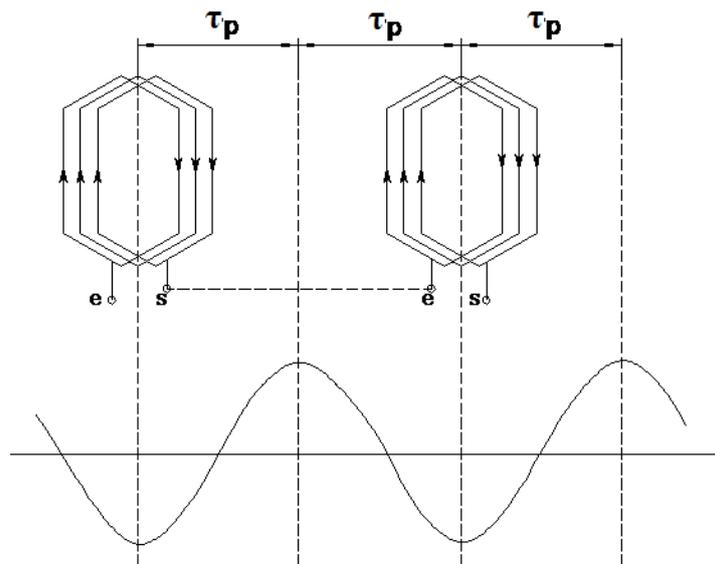
I.6.3 La connexion des groupes de bobines

Si l'enroulement est à pôles non consécutifs (par pôle), les groupes d'une paire de pôles sont bobinés en sens inverse de façon, de cette manière la connexion de ces groupes est réalisée de façon que la sortie du premier groupe soit reliée à l'entrée du deuxième groupe,

et la sortie de ce deuxième groupe soit reliée à l'entrée du premier groupe de la paire de pôles suivante, et ainsi de suite pour une connexion série, si il s'agit d'une connexion parallèle l'entrée et la sortie d'un groupe sont reliées respectivement à l'entrée et la sortie du deuxième groupe de la même paire, à titre d'exemple la Fig. (11.a) montre une phase à quatre pôles non consécutifs. Si, maintenant, l'enroulement est à pôles consécutifs, c.-à-d. il contient un groupe de bobines chaque deux intervalles polaires, la sortie de chaque groupe de bobines est reliée à l'entrée du suivant, et ainsi de suite, par exemple la Fig. (11.b) montre une phase à quatre pôles consécutifs.



(a)



(b)

Fig.11 connexions des groupes d'un enroulement

(a) à $2P$ groupes par phase

(b) à P groupes par phase

I.7. Enroulement à pas raccourci

Lorsque le pas d'enroulement est inférieur au pas total (diamétral) l'enroulement est appelé un enroulement à pas raccourci. Souvent les enroulements à pas raccourci sont à deux couches, mais il existe également des enroulements à pas raccourci à simple couche (enroulement en chaîne), le raccourcissement est effectué en diminuant le nombre d'encoches entre deux côtés d'une bobine d'une seule encoche ou de plusieurs encoches. Dans un enroulement à deux couches à pas raccourci une encoche peut contenir deux côtés de bobines appartenant à deux phases différentes, contrairement à un enroulement de même type à pas total où les deux côtés de bobines ne peuvent appartenir qu'à la même phase. La figure 12 montre les deux types, on remarque qu'il y a un décalage d'une couche par rapport à l'autre dans le cas raccourci.

Le raccourcissement présente l'avantage de réduire l'amplitude des harmoniques proches du fondamental mais a l'inconvénient de diminuer le facteur de remplissage de l'encoche à cause de l'isolation entre les conducteurs logés dans la même encoche et appartenant à deux différentes phases, excepté pour le cas d'enroulement ondulé.

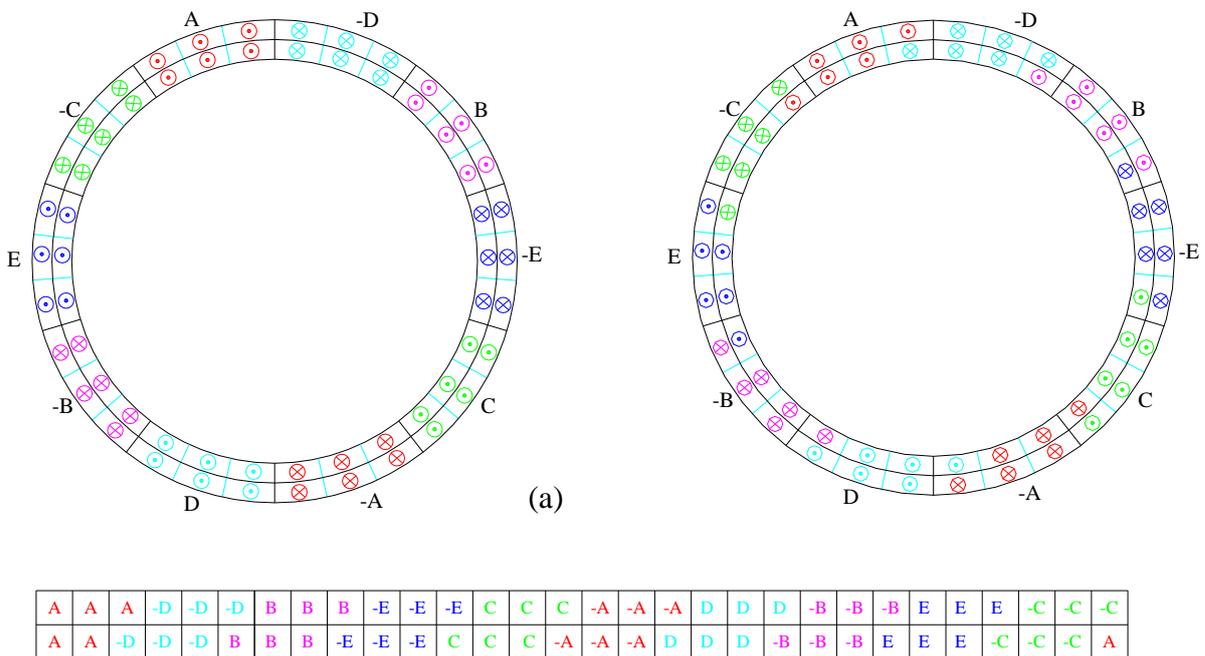


Fig.12. (a) Distribution des zones phasiques d'un enroulement à deux couches à pas total (à gauche) et à pas raccourci (à droite) sur la périphérie du stator

(b) illustration du décalage causé par un raccourcissement d'une seule encoche

I.8. Enroulement à pas fractionnaire

Certaines machines polyphasées ont des groupes de bobines développées sur un nombre q non entier (nombre d'encoches par pôle et par phase). Il s'agit alors d'enroulement à pas fractionnaire. Ces enroulements donnent une tension au stator parfaitement équilibrée et produisent une forme d'onde de tension qui est notablement affranchie d'harmoniques [6]. Les enroulements de ce type sont concentriques ou imbriqués à une ou deux couches. Ils sont dotés d'une f.m.m qui varie d'un pôle à l'autre. Nous présentons, ci-dessous, quelques avantages des enroulements fractionnaires, lorsqu'on les compare à ceux à pas entier, [10] :

- Une grande liberté de choix concernant le nombre d'encoches,
- Des alternatives multiples au raccourcissement,
- L'opportunité d'atteindre une densité de flux magnétique appropriée avec les dimensions données,
- Si le nombre d'encoches est prédéterminé, l'enroulement fractionnaire peut être appliqué à une gamme plus large de nombre de pôles que l'enroulement à pas entier,
- L'occasion d'améliorer la forme d'onde de tension d'un générateur en supprimant certains harmoniques.

Le plus grand inconvénient des enroulements à pas fractionnaire est les subharmoniques.

- Quand le dénominateur de q est différent de 2, il est assez bien connu que les harmoniques habituels d'ordre supérieur parcourent l'armature avec une vitesse inférieure à celle du fondamental. Chaque harmonique parcourt sa propre longueur d'onde en un cycle de courant; Ainsi, il n'est pas surprenant de constater que les subharmoniques parcourent cette même armature avec une plus grande vitesse dès lors qu'ils poursuivent une longueur d'onde plus grande.
- Si le dénominateur est un nombre impair, l'enroulement sera dit «enroulement de première qualité » et quand le dénominateur est un nombre pair, l'enroulement sera de seconde qualité. L'enroulement fractionnaire le plus fiable est conçu en choisissant un dénominateur égal à 2. Dans les enroulements à pas entier l'enroulement de base s'étend sur une longueur de 2 pas polaires (la distance de la longueur d'onde fondamentale), tandis que dans le cas des enroulements fractionnaires, une distance de plusieurs longueurs d'ondes fondamentales doit être parcourue avant que l'on rejoigne le point de départ, c.à.d, avant qu'un côté d'une bobine de la même phase rencontre exactement la valeur crête de l'induction, [6].

Conclusion

Nous avons passé en revue plusieurs types d'enroulements polyphasés dont nous avons donné des exemples pour des machines pentaphasés, ce qui est notre cas d'étude. En effet, Les enroulements des machines polyphasées sont classés principalement selon les critères suivant :

- Le nombre de pôles et de phases.
- Le nombre de groupes de bobines constituant une paire de pôles.
- La manière dont sont développés les groupes de bobines.
- Le nombre de couches de conducteurs dans les encoches.
- L'arrangement des extrémités des bobines dans des plans, et le type de leurs connexions.
- Le rapport entre le pas d'enroulement et le pas polaire.
- Le nombre d'encoches par pôle et par phase.

Ces points représentent, en fait, une démarche à suivre afin de déterminer le type de n'importe quel enroulement polyphasé et ensuite entamer son analyse.

Introduction

Les expressions des FMMs dans l'entrefer, élaboré dans le chapitre précédent, permettent le calcul de l'induction magnétique lorsque la machine fonctionne en régime normal avec des courants suffisamment faibles pour éviter la saturation de la machine. Ce fonctionnement en régime permanent est obtenu lorsque le stator de la machine est alimenté par un système de courants pentaphasés, sinusoïdaux et équilibrés, comme décrits dans le chapitre précédent. A cet effet, on exprime les flux propres et les flux mutuels statoriques, dont on déduit les expressions des inductances propres et mutuelles. L'inductance propre de la phase est déterminée par le flux principal embrassé et produit par le courant circulant dans cette phase. Quant à l'inductance mutuelle entre deux phases, elle dépend de l'angle entre les axes de ces deux phases, et de ce fait, on envisage deux cas, à savoir :

- Le premier est celui des phases adjacentes c.-à-d., des phases dont les axes font un angle égal à $\frac{2\pi}{5}$,
- le deuxième est celui des phases non adjacentes c.-à-d. des phases dont les axes font un angle égal à $\frac{4\pi}{5}$.

Le calcul est développé en prenant en considération tous les harmoniques présents dans l'onde de la FMM. Cette méthode de calcul est valable que ce soit pour un stator couplé en étoile, ou en pentagone. En effet, la précision du calcul des inductances dépend de la connaissance du chemin parcouru par les lignes de champ, car chaque chemin magnétique est caractérisé par sa perméance envers le passage des lignes de champ, de l'état magnétique de l'armature, à savoir : saturée, non saturée, ou peu saturée.

II.1 Champ d'induction magnétique d'un enroulement à courant alternatif

Dans une armature dentée, l'entrefer est loin d'être considéré constant, notamment lorsque l'on tient compte de la saturation, car il est entouré par deux surfaces de fer munies de dents dans la direction radiale. On sait que les lignes de champ tendent à suivre le chemin le moins réluctant, et qu'elles tendent à être les plus courtes possible. Ainsi lorsque la perméabilité du fer est infinie, les lignes de champ rejoignent la culasse en rentrant, ou bien par la surface de la dent, sans passer par l'encoche, ou alors par le côté de la dent, en passant par l'encoche. Il est clair, dans ce cas, que la perméance totale sera affectée par une diminution par rapport au cas d'un entrefer régulier, en effet, cette diminution est prise en considération par un facteur appelé facteur de Carter noté k_δ . Dans le cas où la perméabilité du fer est finie, un troisième chemin s'ajoute, il s'agit d'un chemin parallèle ; de l'armature statorique vers celle rotorique via l'entrefer, sans passer par la dent. La saturation sera localisée dans ce cas, en grande partie, dans la partie supérieure de la dent, l'induction dans l'entrefer diminuera et se déformera encore plus que dans le cas non saturé, cette saturation est prise en considération par un facteur appelé facteur de saturation caractérisant la diminution de la perméance totale à cause de la saturation noté k_μ . Le coefficient k_μ est déterminé d'après les données du calcul du circuit magnétique selon la courbe à vide de la machine [13]. Comme les dents et les encoches déforment le champ magnétique ; on peut admettre avec une précision suffisante que la perméance totale par unité de longueur λ_δ soit représentée par le rapport suivant:

$$\lambda_\delta = \frac{\mu_0}{k_\mu k_\delta \delta}$$

L'équation qui caractérise la relation entre l'induction magnétique B , et la force magnétomotrice F sera donc :

$$B = \frac{\mu_0}{k_\delta k_\mu \delta} F = \lambda_\delta F$$

Lors des calculs approximatifs, on peut admettre que l'irrégularité de l'entrefer, et la saturation ont la même influence sur le champ des harmoniques supérieurs, que sur le champ de l'harmonique fondamental [13].

II.2 Calcul des inductances propres de la machine pentaphasé

A/ Calcul du flux et des inductances dans une phase d'un enroulement concentré

- Le flux embrassé par un groupe de bobines

Chapitre 2 : Détermination des inductances et des résistances des enroulements pentaphasés

Tous les calculs sont faits pour déterminer les grandeurs de la phase A et, par un raisonnement similaire, on retrouve les grandeurs des autres phases.

L'expression de la FMM d'une phase d'un enroulement concentré $q=1$ est :

$$F_A(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

On considère l'axe du premier groupe de la phase comme origine de calcul.

L'induction correspondante sera alors :

$$B_A(\alpha) = \lambda_{\delta} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

On sait qu'un groupe de bobines dans un enroulement concentré est constitué d'une seule bobine. A partir de cela, on détermine, d'abord, le flux embrassé par une spire constituant la bobine complète, et après cela, on multiplie par le nombre total de spires N_b le flux d'une seule spire, on trouve celui du groupe complet. Le flux par définition est : $\varphi = \iint B ds$.

Il faut tenir compte du fait que suivant l'axe de la machine, l'induction reste constante, et que dans un système de coordonnées cylindriques la composante normale coïncide exactement avec la composante radiale de façon à ce qu'on ait : $B_N = B_R = B_A$. On peut alors passer, de l'intégration sur la surface à l'intégration le long de la circonférence où la seule variable qui détermine la position d'un point est la coordonnée angulaire $\frac{\alpha}{P}$.

Un élément de surface ds peut être exprimé par un élément de longueur de la circonférence de la manière suivante :

$$ds = l \frac{D}{2} \frac{d\alpha}{P}$$

Le flux embrassé par une spire d'un groupe est le suivant :

$$\varphi_A = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} B_A(\alpha) l \frac{D}{2P} d\alpha$$

En remplaçant $B_A(\alpha)$, par son expression on trouve :

$$\varphi_A = l \frac{D}{2P} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t) d\alpha$$

$$\Rightarrow \varphi_A = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos((2n+1)\alpha) d\alpha$$

Après intégration, on trouve :

$$\varphi_A = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)^2} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \left[2 \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right] \cos(\omega t)$$

$$\varphi_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)^2} \left(\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right)^2 \cos(\omega t)$$

avec $\left(\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right)^2 = 1$; l'expression de φ_A devient:

$$\Rightarrow \varphi_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta N_s \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

On définit l'amplitude du flux développé par l'harmonique de rang n, et embrassé par une spire comme suit :

$$\varphi_{A,n} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} N_s \lambda_\delta \frac{1}{(2n+1)^2}$$

Le flux du champ magnétique embrassé par une bobine (un groupe dans le cas concentré) est calculé en multipliant le flux φ_A , embrassé par une spire, par le nombre de spires de la bobine N_b

$$\Psi_A = N_b \varphi_A$$

En remplaçant φ_A par son expression dans l'équation précédente, on trouve :

$$\Psi_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_b N_s}{P} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

- Flux embrassé par une phase de l'enroulement

Une phase de l'enroulement est constituée par des groupes de bobines mis en, série, parallèle, ou série-parallèle. Chaque phase d'un enroulement concentrique à simple couche comporte P groupes (bobines) identiques (un groupe chaque deux pas polaires). Dans le cas général le flux résultant de la phase est le flux d'une branche, et son expression est la suivante :

$$\Psi_{Aph} = \frac{\Psi_A + \Psi_A + \Psi_A + \dots + \Psi_A}{a}$$

Sachant qu'une branche contient $\frac{P}{a}$ groupes, on trouve alors:

$$\Psi_{Aph} = \frac{P}{a} \Psi_A$$

En substituant l'expression de Ψ_A , dans Ψ_{Aph} , on trouve:

$$\Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2} \lambda_\delta \frac{N_s P}{P a} N_b \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

sachant que le nombre de bobines en série par phase est : $N_s = \frac{P}{a} N_b$

$$\Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

- Calcul de l'inductance propre d'une phase de l'enroulement

L'expression du flux en fonction de l'inductance est par définition donnée comme suit :

$$\Psi_{Aph} = L_A i_A$$

Comme l'inductance propre de la phase est déterminée par le flux principal embrassé produit par le courant circulant dans cette phase ; son expression est :

$$L_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \right]$$

Les phases de l'enroulement sont identiques, par conséquent, leurs inductances propres sont égales :

$$L_1 = L_A = L_B = L_C = L_D = L_E$$

On définit l'inductance fondamentale de la phase $L_{A,1}$

$$L_{A,1} = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P}$$

$$L_{A,1} = L_{B,1} = L_{C,1} = L_{D,1} = L_{E,1}$$

On définit l'inductance de rang n comme suit :

$$L_{A,n} = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

$$L_A = L_{A,1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$$

On peut écrire l'expression de l'inductance propre de la phase en fonction de son inductance fondamentale :

$$L_A = L_{A,1} \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L_{A,n}}{L_{AA}} \right)$$

B/ Calcul des inductances d'un enroulement réparti à simple couche

- Flux embrassé par un groupe d'une phase de l'enroulement

Nous avons donné au chapitre précédent la FMM produite par une phase de l'enroulement réparti à simple couche :

$$F_A(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{2} N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} I \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left((2n+1)\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \cos(\omega t)$$

L'origine est l'axe de la première bobine du premier groupe, déterminons d'abord l'expression de l'induction :

$$B_A(\alpha) = \lambda_{\delta} \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left((2n+1)\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \cos(\omega t)$$

On sait qu'un groupe de bobines d'un enroulement réparti est constitué par q bobines en séries placées l'une par rapport à l'autre d'un angle γ , en premier lieu, on considère que les bobines sont constituées, chacune d'une seule spire, après cela, on détermine le flux embrassé par chaque bobine, puis on généralise pour le cas de bobines constituées de N_b spires. Ce qui nous amène, à l'expression du flux total embrassé par un groupe d'un enroulement réparti à simple couche.

Le flux embrassé par une spire de la première bobine du groupe est donné par :

$$\varphi_{A,n}^1 = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left((2n+1) \left(\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega t) d\alpha$$

Après intégration on obtient :

$$\begin{aligned} \varphi_{A,n}^1 &= \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) 2 \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos \left((2n+1) (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \\ \Rightarrow \varphi_{A,n}^1 &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)^2} k_{d,2n+1} \left(\sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \right)^2 \cos \left((2n+1) (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$

Après simplification du $\left(\sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \right)^2$ on obtient :

$$\varphi_{A,n}^1 = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)^2} k_{d,2n+1} \right] \cos \left(-(2n+1) (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

La deuxième bobine du groupe est déplacée d'un angle γ par rapport à la première bobine, le flux embrassé par une spire de la deuxième bobine du groupe est donné par :

$$\varphi_{A,n}^2 = \frac{2}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) \int_{-\frac{\pi}{2}+\gamma}^{\frac{\pi}{2}+\gamma} \cos \left((2n+1) \left(\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) d\alpha \right]$$

Après intégration et simplification on trouve :

$$\varphi_A^2 = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)^2} \right] \cos \left((2n+1) \left(\gamma - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

La $q^{\text{ième}}$ bobine du groupe est placée par rapport à la première bobine d'un angle $(q-1)\gamma$, le flux embrassé par une spire de la $q^{\text{ième}}$ bobine est donné par :

$$\varphi_A^q = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) \int_{-\frac{\pi}{2}+(q-1)\gamma}^{\frac{\pi}{2}+(q-1)\gamma} \cos \left((2n+1) \left(\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) d\alpha \right]$$

$$\varphi_A^q = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)^2} \right] \cos \left((2n+1) \left((q-1)\gamma - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Les q bobines du groupe sont en série donc le flux résultant embrassé par les q spires des q bobines en série d'un groupe, est la somme arithmétique des q flux embrassés par chaque spires, on note φ_{Agr} la somme des q flux de ces spires.

$$\varphi_{Agr} = \varphi_A^1 + \varphi_A^2 + \dots + \varphi_A^q$$

Nous avons :

$$\begin{aligned} & \cos \left(-(2n+1)(q-1) \frac{\gamma}{2} \right) + \cos \left((2n+1) \left(\gamma - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) + \dots \\ & + \cos \left((2n+1)(q-1) \frac{\gamma}{2} \right) = q \frac{\sin \left((2n+1)q \frac{\gamma}{2} \right)}{q \sin \left((2n+1) \frac{\gamma}{2} \right)} = q k_{d,2n+1} \end{aligned}$$

Le flux embrassé par les q spires des bobines du groupe est donné par :

$$\varphi_{Agr} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} q \left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux total embrassé par q bobines constituées chacune par N_b spires est le flux embrassé par un groupe de bobines à une seule spire, multiplié par N_b , et il s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \Psi_{Agr} &= N_b \varphi_{Agr} \\ \Rightarrow \Psi_{Agr} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} q N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$

- Flux embrassé par une phase de l'enroulement

Pour trouver le flux total d'une phase de l'enroulement réparti, on suit le même raisonnement que dans le cas concentré. Par conséquent, l'expression du flux total sera donnée par :

$$\Psi_{Aph} = \frac{P}{a} \Psi_{Agr}$$

$$\Rightarrow \Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s}{P} \frac{qP}{a} N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$\frac{qP}{a} N_b$; est le nombre de spires en série par phase N_s

$$\Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

- Calcul de l'inductance propre d'une phase de l'enroulement

L'inductance propre de la phase est la suivante :

$$L_A = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \right]$$

$$L_{A,n} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2$$

$$L_{A,1} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \frac{\mu}{k_{\delta} k_{\mu} \delta} \frac{(N_s k_{d,2n+1})^2}{P}$$

$$L_A = L_{A,1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_{A,1}}{L_{A,n}}$$

Les phases de l'enroulement sont identiques, par conséquent leurs inductances propres sont égales :

$$L_1 = L_A = L_B = L_C = L_D = L_E$$

C/ Les inductances propres d'un enroulement à deux couches

Le procédé de calcul des flux embrassés par les groupes de bobines constituant l'enroulement complet est le même que précédemment. Compte tenu du fait que l'enroulement à deux couches, contient $2P$ groupes par phase au lieu de P groupes, ainsi, le flux résultant de la phase entière sera la somme des flux de $\frac{2P}{a}$ groupes par voie au lieu de $\frac{P}{a}$, et l'expression de ce flux est donnée par :

$$\Psi_{Aph} = \frac{2P}{a} \Psi_{Agr}$$

En remplaçant Ψ_{Agr} par son expression déterminée dans le paragraphe précédent on trouvera :

$$\Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s}{P} \frac{q2P}{a} N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \Psi_{Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

D/ Les inductances propres d'un enroulement raccourci

A partir du calcul développé dans le deuxième chapitre, on sait que la FMM d'une phase d'un enroulement raccourci est donnée par :

$$F_A(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sqrt{2} N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} I \cos \left((2n+1) \left(\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega t)$$

Donc l'induction magnétique, correspondante devient:

$$B_A(\alpha) = \frac{\mu}{k_{\delta} k_{\mu} \delta} \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} \cos \left((2n+1) \left(\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega t)$$

L'origine du calcul est, toujours, l'axe de la première bobine du groupe, de façon à ce que le flux embrassé par cette bobine à spire unique s'exprime par :

$$\varphi_{A,n}^1 = \lambda_{\delta} \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \int_{-\frac{\beta\pi}{2}}^{\frac{\beta\pi}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} \cos \left((2n+1) \left(\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \cos(\omega t) d\alpha$$

Après intégration on trouve :

$$\varphi_{A,n}^1 = l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{2}{\pi} \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)^2} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} 2 \sin \left((2n+1) \frac{\beta\pi}{2} \right) \cos \left((2n+1) \left(\alpha - (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

On sait que " $\sin\left((2n + 1)\frac{\beta\pi}{2}\right)$ " représente le facteur de raccourcissement donc l'expression du flux devient :

$$\varphi_A^1 = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)^2} (k_{r,2n+1})^2 \cos\left((2n+1)(q-1)\frac{\gamma}{2}\right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux total du groupe complet est donc:

$$\Psi_{Agr} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} q N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Cette expression est déterminée en effectuant la somme des flux des q bobines, caractérisées à leur tour, par un facteur de distribution, ce qui nous donne au total $(k_{d,2n+1})^2$. Le flux total de la phase devient :

$$\begin{aligned} \Psi_{Aph} &= \frac{2P}{a} \Psi_{Agr} \\ \Rightarrow \Psi_{Aph} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \frac{q2P}{a} N_b \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t) \\ \Rightarrow \Psi_{Aph} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$

L'expression de l'inductance propre de la phase est :

$$\begin{aligned} L_{A,n} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \right] \\ L_{A,n} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left(\frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \end{aligned}$$

En posant n=1, on retrouve l'expression de l'inductance fondamentale $L_{A,1}$:

$$L_{A,1} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{(N_s k_{d,2n+1} k_{r,2n+1})^2}{P}$$

L'expression de l'inductance propre peut ainsi être écrite sous la forme suivante :

$$L_{A,n} = L_{A,1} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{L_{A,n}}{L_{A,1}}$$

Avec: $L_1 = L_{A,n} = L_{B,n} = L_{C,n} = L_{D,n} = L_{E,n}$

II.3 Calcul des inductances mutuelles statoriques

Afin de déterminer les inductances mutuelles statoriques, on alimente une seule phase, par exemple, la phase A, puis on détermine le flux embrassé par chacune des autres phases.

A/ cas d'un enroulement concentré

- L'inductance mutuelle entre deux phases adjacentes

Considérons deux phases adjacentes telles que leurs axes soient décalées par un angle égal à $\frac{2\pi}{5}$. Par exemple la phase A et les phases B et E sont adjacentes et choisissons de calculer l'inductance mutuelle entre la phase A et la phase B (notons qu'elle est la même pour deux autres phases adjacentes).

L'expression de l'induction est :

$$B_A(\alpha) = \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

L'expression du flux engendré par la phase A et embrassé par une spire du premier groupe de la phase B est:

$$\varphi_{B,A} = \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \sum_{n=0}^{\infty} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos(\omega t) \int_{-\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{m}}^{\frac{\pi}{2} + \frac{2\pi}{m}} \cos((2n+1)\alpha) d\alpha$$

Après intégration on trouve :

$$\begin{aligned} \varphi_{B,A} &= \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta N_b i_b \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \left[2 \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t) \\ \Rightarrow \varphi_{B,A} &= \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \left(\sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \right)^2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t) \end{aligned}$$

L'expression du flux est donné par :

$$\varphi_{B,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux total embrassé par un groupe est :

$$\Psi_{B,A} = N_b \varphi_{B,A}$$

$$\Rightarrow \Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux mutuel total dans la phase B est :

$$\Psi_{A,Bph} = \frac{P}{a} \Psi_{A,Bgr}$$

$$\Rightarrow \Psi_{A,Bph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{P}{a} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \Psi_{A,Bph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

comme : $\Psi_{A,Bph} = L_{AB} i_A$

Donc :

$$L_{B,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right)$$

Par effet de symétrie, on aura : $L_{A,B} = L_{B,A}$

En substituant l'expression de $L_{A,n}$ dans la relation de $L_{B,A}$, on trouve :

$$L_{B,A} = \sum_{n=0}^{\infty} L_{A,n} \cos\left((2n+1) \frac{2\pi}{m}\right)$$

De la même manière on démontre que :

$$L_2 = L_{B,A} = L_{E,A} = L_{E,A}$$

- L'inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes

Deux phases non adjacentes, sont des phases telles que leurs axes soient décalés d'un angle égale à $\frac{4\pi}{5}$. Dans ce cas on détermine, par exemple, l'inductance mutuelle entre la phase A et la phase C, et elle est la même pour deux phases non adjacentes quelconques. Le flux engendré par la phase A, et embrassé par une spire de la phase C, est donné par:

$$\varphi_{C,A} = l \frac{D}{2P} \int_{-\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{m}}^{\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{m}} \lambda_{\delta} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{2}{\pi} \frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t) d\alpha$$

Après intégration, on aura :

$$\varphi_{C,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux total embrassé par un groupe de bobines est le suivant :

$$\Psi_{C,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Par conséquent le flux embrassé par la phase entière devient :

$$\Rightarrow \Psi_{C,Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{P}{a} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \Psi_{C,Aph} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

L'expression du flux en fonction de l'inductance est donnée, par définition, comme suit :

$$\Psi_{C,Aph} = L_{AC} i_A$$

On en déduit donc l'expression de l'inductance $L_{C,A}$:

$$L_{C,A} = \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right)$$

$$\Rightarrow L_{C,A} = \sum_{n=0}^{\infty} L_{A,2n+1} \cos\left((2n+1)\frac{4\pi}{m}\right)$$

Et comme on a cité précédemment : $L_3 = L_{AC} = L_{CA} = L_{AD} = L_{DA}$

B/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement réparti à simple couche

L'expression de l'induction correspondante tirée à partir de l'expression de la FMM est :

$$B_A(\alpha) = \lambda_{\delta} \frac{2}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin\left((2n+1)\frac{\pi}{2}\right) \cos((2n+1)\alpha) \right] \cos(\omega t)$$

L'expression du flux engendré par la phase A, et embrassé par une spire du premier groupe de la phase B est la suivante :

$$\varphi_{B,A}^1 = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \cos(\omega t) \int_{\frac{2\pi}{m} - ((q-1)\frac{\gamma}{2} - \frac{\pi}{2})}^{\frac{2\pi}{m} - ((q-1)\frac{\gamma}{2} + \frac{\pi}{2})} \cos((2n+1)\alpha) d\alpha \right]$$

Après intégration on obtient :

$$\varphi_{B,A}^1 = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) 2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \sin \left((2n+1) \left(\frac{\pi}{2} + (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \cos(\omega t) \right]$$

En développant l'expression $\sin \left((2n+1) \left(\frac{\pi}{2} + (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right)$ on obtient :

$$\begin{aligned} \varphi_{B,A}^1 &= \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \left(\sin \left((2n+1) \frac{\pi}{2} \right) \right)^2 2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \cos \left((2n+1) (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \cos(\omega t) \right] \\ \Rightarrow \varphi_{B,A}^1 &= \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \cos \left((2n+1) (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t) \right] \end{aligned}$$

De la même manière pour laquelle on a déterminé le flux $\varphi_{B,A}^1$, on retrouve les flux $\varphi_{B,A}^2, \dots, \varphi_{B,A}^q$. Et leurs expressions respectives sont :

$$\varphi_{B,A}^2 = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \cos \left((2n+1) \left(\gamma + (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t) \right]$$

$$\Rightarrow \varphi_{B,A}^q = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \cos \left((2n+1) \left((q-1) \gamma + (q-1) \frac{\gamma}{2} \right) \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux du groupe complet, est la somme des flux de ces bobines constitutives, et son expression est déterminée par la relation suivante :

$$\varphi_{B,A} = \varphi_{B,A}^1 + \varphi_{B,A}^2 + \dots + \varphi_{B,A}^q$$

Le développement de cette somme nous amène à :

$$\varphi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s}{(2n+1)P} q (k_{d,2n+1})^2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Ainsi, le flux embrassé par un groupe de bobines chacune constituée de N_b spires en série, est donné par :

$$\Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} q N_b N_s \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1})^2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Par conséquent, le flux total embrassé par la phase B, aura pour expression :

$$\Psi_{B,Apb} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \frac{qP}{a} N_b N_s \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1})^2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

$$\Rightarrow \Psi_{B,Apb} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} N_s^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1})^2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

A partir de l'expression de $\Psi_{B,Apb}$, on tire l'expression de l'inductance mutuelle $L_{B,A}$ et elle est donnée par :

$$L_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} N_s^2 \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1})^2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right]$$

C/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement à deux couches

Le procédé de calcul des flux mutuels embrassés par les groupes de bobines constituant l'enroulement complet, est le même que précédemment, c.à.d., le cheminement de calcul nous mènera vers les mêmes résultats, compte tenu du fait que l'enroulement à deux couches contient $2P$ groupes par phase au lieu de P groupes, ainsi, le flux résultant de la phase entière

sera la somme des flux de $\frac{2P}{a}$ groupes par voie au lieu de $\frac{P}{a}$, ainsi deux cas peuvent se présenter :

- L'inductance mutuelle entre deux phases adjacentes

En suivant le même raisonnement que précédemment, on abouti à l'expression du flux embrassé par un groupe de bobines appartenant à la phase B :

$$\Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} q N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

De cette expression, on tire l'expression du flux total embrassé par la phase complète :

$$\Psi_{B, Aph} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \frac{q2P}{a} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

L'expression de l'inductance est déterminée en utilisant la définition, et elle s'écrit par :

$$L_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left((2n+1) \frac{2\pi}{m} \right) \right]$$

- L'inductance mutuelle entre deux phases non adjacentes

La seule différence entre ce cas et le cas précédent est le fait que le décalage entre les deux phases soit $\frac{4\pi}{m}$. De ce fait l'expression du flux embrassé par un groupe de la phase C devient:

$$\Psi_{C,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} q N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left((2n+1) \frac{4\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

De cette expression, on tire l'expression du flux total embrassé par la phase complète :

$$\Psi_{C, Aph} = \frac{4}{\pi} \frac{\mu}{k_{\delta} k_{\mu} \delta} l \frac{D}{2P} \frac{q2P}{a} N_b \frac{N_s}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left((2n+1) \frac{4\pi}{m} \right) \right] \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

L'expression de l'inductance est tirée en utilisant la définition, et elle s'écrit comme suit :

$$L_{C,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_{\delta} l \frac{D}{2P} \frac{N_s^2}{P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\left(\frac{k_{d,2n+1}}{(2n+1)} \right)^2 \cos \left((2n+1) \frac{4\pi}{m} \right) \right]$$

D/ Calcul des inductances mutuelles d'un enroulement à deux couches raccourci

Comme l'enroulement à deux couches à pas total dérive de celui à pas raccourci, et que ce dernier représente, en fait, une généralisation, l'expression du flux embrassé par une bobine, à spire unique, appartenant à la phase B, est donné par :

$$\varphi_{B,A}^1 = \lambda_\delta \frac{2}{\pi} l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} \cos(\omega t) \int_{\frac{2\pi}{m} - ((q-1)\frac{\gamma}{2} - \beta\frac{\pi}{2})}^{\frac{2\pi}{m} - ((q-1)\frac{\gamma}{2} + \beta\frac{\pi}{2})} \cos((2n+1)\alpha) d\alpha \right]$$

Après intégration on obtient :

$$\varphi_{B,A}^1 = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s \sqrt{2} I}{(2n+1)P} k_{d,2n+1} k_{r,2n+1} 2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sin\left((2n+1)\left(\beta\frac{\pi}{2} + (q-1)\frac{\gamma}{2}\right)\right) \cos(\omega t) \right]$$

L'expression du flux mutuel embrassé par le groupe de bobines complet découle de celle d'une bobine qui lui appartient, et elle s'écrit:

$$\Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{N_s}{(2n+1)P} q (k_{d,2n+1} k_{r,2n+1})^2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t) \right]$$

Ainsi, l'expression du flux mutuel embrassé par un groupe de bobines constituées de N_b spires est:

$$\Psi_{B,A} = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} q N_b N_s \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1} k_{r,2n+1})^2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t) \right]$$

Dans tout ce qui précède, le flux total embrassé par la phase est donné par l'expression:

$$\Psi_{B,ApH} = \frac{4}{\pi} \lambda_\delta l \frac{D}{2P} \frac{q2P}{a} N_b N_s \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{1}{(2n+1)P} (k_{d,2n+1} k_{r,2n+1})^2 \cos\left((2n+1)\frac{2\pi}{m}\right) \sqrt{2} I \cos(\omega t) \right]$$

II.4 Calcul de l'inductance cyclique

L'expression de la FMM résultante des cinq phases est :

$$F_{MM}(\alpha) = \overbrace{\left(\sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k+1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10k+1) \frac{\pi}{2} \right) I (\cos((10k+1)\alpha - \omega t)) \right] \right)}^{(I)}$$

$$+ \overbrace{\left(\sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k-1} \frac{N_s}{P} \sin\left((10k-1) \frac{\pi}{2} \right) I (\cos((10k-1)\alpha + \omega t)) \right] \right)}^{(II)}$$

(I) représente la séquence directe

(II) représente la séquence inverse

L'induction du champ magnétique tournant est donnée par :

$$B(\alpha) = \lambda_{\delta} F_{MM}(\alpha)$$

On calcule le flux du champ tournant embrassé par une spire de la bobine constituant l'enroulement concentré, on choisit l'instant initial d'intégration comme étant l'instant où l'axe polaire du champ tournant coïncide avec l'axe du groupe, puis, on intègre sur la portion du cylindre statorique délimitée par la bobine, comme illustré à la Fig.(13). L'expression du flux devient donc :

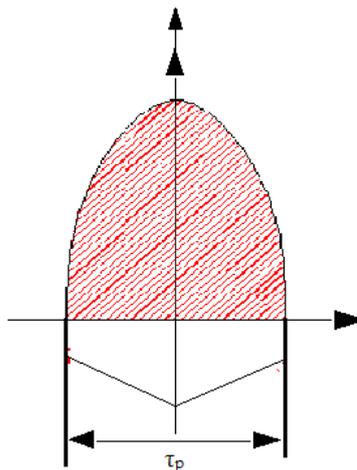


Fig.13 : Schéma représentant l'instant de coïncidence entre l'axe polaire champ et l'axe du groupe

$$\varphi_A = l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \left[\left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k+1} \frac{N_s}{P} \sin\left(\frac{(10k+1)\pi}{2}\right) I(\cos((10k+1)\alpha - \omega t)) \right) \right. \\ \left. + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{5}{\pi} \frac{\sqrt{2}}{10k-1} \frac{N_s}{P} \sin\left(\frac{(10k-1)\pi}{2}\right) I(\cos((10k-1)\alpha + \omega t)) \right) \right] d\alpha$$

Après intégration et simplification on obtient l'expression de φ_{Agr} :

$$\varphi_A = l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{(10k \pm 1)^2} \frac{N_s}{P} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

On sait que : $\Psi_A = N_b \cdot \varphi_A$, ce qui donne:

$$\Psi_A = l \frac{D}{2P} \lambda_\delta N_b \frac{N_s}{P} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{(10k \pm 1)^2} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Le flux correspondant à la phase entière, est la somme des flux des groupes par voie d'enroulement, après avoir effectué la somme, l'expression devient :

$$\Psi_{Aph} = l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} \frac{1}{(10k \pm 1)^2} \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

A partir de l'expression du flux Ψ_{Aph} on tire l'inductance cyclique qui aura pour relation :

$$L = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(10k \pm 1)^2} \right)$$

L'inductance cyclique peut, également, être écrite en fonction de l'inductance propre de la phase :

$$L = \frac{5}{2} L_A$$

Pour un enroulement réparti, à simple ou à deux couches, et à pas total, il faut introduire le facteur de distribution pour obtenir Ψ_{Aph} :

$$\Psi_{Aph} = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_\delta \frac{N_s^2}{P} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1}}{10k \pm 1} \right)^2 \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

S'il s'agit d'un enroulement réparti à pas raccourci, on introduit en plus le facteur de raccourcissement du pas et on obtient l'expression correspondante de Ψ_{Aph} :

$$\Psi_{Aph} = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{10k \pm 1} \right)^2 \right) \sqrt{2} I \cos(\omega t)$$

Enfin, l'expression de l'inductance cyclique devient :

$$L = \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{10k \pm 1} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow L = \frac{5}{2} L_A$$

Remarque 1:

- On constate que quelque soit le type d'enroulement, l'inductance cyclique est toujours $\frac{5}{2}$ fois plus grande que l'inductance propre d'une phase de l'enroulement considéré.

La force contre-électromotrice induite par le champ tournant est donnée par définition comme suit :

$$E = - \frac{d\Psi_{Aph}}{dt}$$

Après avoir dérivé et simplifié, l'expression de E , on obtient:

$$E = \omega \frac{5}{2} \frac{4}{\pi} l \frac{D}{2P} \lambda_{\delta} \frac{N_s^2}{P} \left(\sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{k_{d,2n+1} k_{r,2n+1}}{10k \pm 1} \right)^2 \right) \sqrt{2} I \sin(\omega t)$$

Remarque 2:

- On constate que la force contre-électromotrice induite par le champ tournant possède la même pulsation que celle du courant.

III.5 Calcul de la résistance d'une phase

La résistance électrique d'une phase est définie à partir de la longueur moyenne d'une bobine l_b , de la résistivité du conducteur statorique ρ_c , de la section active du conducteur S_c ainsi que du nombre de bobines en série par phase:

$$R_{ph} = \frac{\rho_c l_b}{s_c} N_s [\Omega]$$

Nous précisons que la résistance électrique est déterminée pour une connexion en série des bobines composant une phase de l'enroulement.

Détermination des inductances de fuite

- Inductances de fuite des encoches

Les fuites dues aux encoches sont définies comme étant le flux sortant d'une dent et rentrant dans la dent adjacente traversant les conducteurs se trouvant dans l'encoche entre ces deux dents. Pour déterminer l'expression de l'inductance de fuite due aux encoches, on doit:

- En premier lieu, subdiviser l'encoche en portions suivant la longueur du tube de fuite ; Ce tube de fuite enlace les lignes du champ de fuite traversant une surface élémentaire de l'encoche,
- ensuite, on détermine la perméance spécifique de chaque portion, et la perméance totale spécifique de l'encoche qui est la somme des perméances de toutes ces portions.

L'expression de l'inductance de fuite due à une encoche dans un enroulement à simple couche devient:

$$L_e = N_e^2 l \lambda_s$$

A/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à simple couche :

- *perméance spécifique d'une encoche rectangulaire semi-ouverte*

L'encoche illustrée sur la Fig.14 est de forme rectangulaire semi-ouverte, Cette forme est la plus utilisée dans la conception d'encoches statoriques des machines à induction [17]. Calculons la perméance spécifique de l'encoche rectangulaire semi-ouverte de la Fig.24.

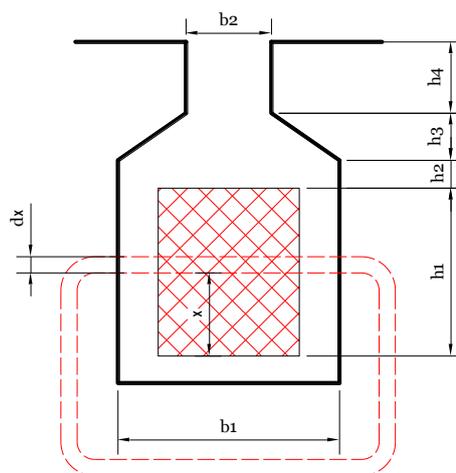


Fig.14 : Schéma d'une encoche rectangulaire semi-ouverte à une seule couche de conducteurs

1/ Perméance spécifique de la portion de hauteur h_1 ($0 < x < h_1$)

La longueur du tube de flux élémentaire est constante, et elle est égale à largeur b_1 de la portion de hauteur h_1 , ($b = b_1$).

Le nombre de conducteurs par unité de surface est :

$$\frac{N_x}{N_e} = \frac{x}{h_1}$$

N_x : le nombre de conducteurs contenus dans la surface $l \cdot x$

Donc, la perméance spécifique de cette portion est :

$$\lambda_{s1} = \mu_0 \int_0^{h_1} \left(\frac{x}{h_1}\right)^2 \frac{1}{b_1} dx$$

$$\lambda_{s1} = \mu_0 \frac{h_1}{3b_1}$$

2/ Perméance spécifique de la portion de hauteur h_2 ($h_1 < x < h_1 + h_2$)

La longueur de tube de flux élémentaire est constante, et elle est égale à la largeur b_1 de la portion de hauteur h_1 , ($b = b_1$).

Lorsque ($x > h_1$) la valeur de $\frac{N_x}{N_e}$ est égale à l'unité.

Donc, la perméance de cette portion est :

$$\lambda_{s2} = \mu_0 \int_{h_1}^{h_1+h_2} \frac{1}{b_1} dx$$

$$\lambda_{s2} = \mu_0 \frac{h_2}{b_1}$$

3/ Perméance spécifique de la portion de hauteur h_3 ($h_1 + h_2 < x < h_1 + h_2 + h_3$)

La longueur b de tube de flux élémentaire est fonction de x , et elle est donnée par :

$$b = b_2 - \frac{(b_1 - b_2)(x - (h_1 + h_2))}{h_3}$$

De ce fait, la perméance de cette portion est :

$$\lambda_{s3} = \mu_0 \int_{h_1+h_2}^{h_1+h_2+h_3} \frac{dx}{b_1 - (b_1 - b_2)[(x - (h_1 + h_2))/h_3]}$$

$$\lambda_{s3} = \frac{\mu_0 h_3}{(b_1 - b_2)} \log_e \left(\frac{b_1}{b_2} \right)$$

4/ Perméance spécifique de la portion de hauteur h_2 ($h_1 < x < h_1 + h_2$)

La longueur de tube de flux élémentaire est constante, et elle est égale à la largeur b_1 de la portion de hauteur h_1 , ($b = b_1$)

donc la perméance est donnée par :

$$\lambda_{s4} = \mu_0 \frac{h_4}{b_2}$$

Les perméances calculées sont en parallèle donc la perméance spécifique de l'encoche est la somme des quatre perméances, comme suit :

$$\lambda_s = \lambda_{s1} + \lambda_{s2} + \lambda_{s3} + \lambda_{s4}$$

En substituant chaque perméance par son expression on trouve :

$$\lambda_s = \mu_0 \frac{h_1}{3b_1} + \mu_0 \frac{h_2}{b_1} + \frac{\mu_0 h_3}{(b_1 - b_2)} \log_e \left(\frac{b_1}{b_2} \right) + \mu_0 \frac{h_4}{b_2}$$

- perméance spécifique d'une encoche circulaire

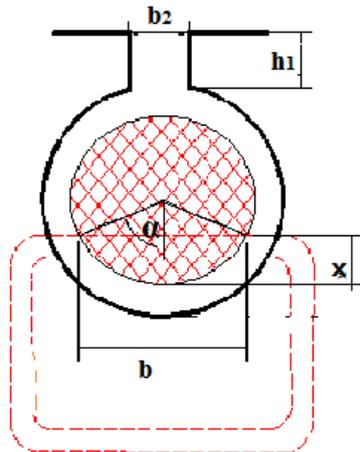


Fig.15 : Schéma d'une encoche circulaire à une seule couche de conducteurs

1/ Perméance spécifique de la portion de hauteur h_1

La longueur du tube de flux élémentaire est constante, et elle est égale à la largeur b_2 de la portion de hauteur h_1 , ($b = b_1$)

Dans ce cas, la valeur de $\frac{N_x}{N_e}$ est égale à l'unité.

Donc la perméance correspondante aura pour expression :

$$\lambda_{s1} = \mu_0 \frac{h_1}{b_2}$$

2/ Perméance spécifique de la partie circulaire de l'encoche

Dans ce cas, les conducteurs par unité de surface sont donnés par

$$\frac{N_x}{N_e} = \frac{S(x)}{S}$$

$S = \pi r^2$: est la surface droite de partie circulaire de l'encoche

r : le rayon de la partie circulaire de l'encoche

$S(x)$: une partie de la surface droite S , contenant N_x conducteurs

$$S(x) = \int_0^x b \, dx$$

b : est la longueur d'un tube élémentaire, donnée par :

$$b = 2 r \sin \alpha$$

La distance x entre l'embase de la couche de conducteurs, et le tube élémentaire de flux est donné par :

$$x = r - r \cos \alpha$$

La largeur du tube élémentaire de flux est donnée par :

$$dx = r \sin \alpha$$

La surface droite de l'encoche $S(x)$ contenant N_x conducteurs est donnée par :

$$S(x) = \int_0^\alpha 2 r^2 \sin^2 \alpha \, d\alpha$$

Après intégration on trouve :

$$S(x) = \frac{r^2}{2} (2\alpha - \sin 2\alpha)$$

Ainsi, on obtient l'expression de $\frac{N_x}{N_e}$:

$$\frac{N_x}{N_e} = \frac{S(x)}{S} = \frac{\frac{r^2}{2} (2\alpha - \sin 2\alpha)}{\pi r^2}$$

Après simplification on trouve :

$$\frac{N_x}{N_e} = \frac{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha}{\pi}$$

Calculons la perméance spécifique de la partie circulaire de l'encoche :

$$\lambda_{s2} = \mu_0 \int_0^\pi \left(\frac{\alpha - \frac{1}{2} \sin 2\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{r \sin \alpha}{2 r \sin \alpha} d\alpha$$

Après intégration on trouve la perméance spécifique de la partie circulaire de l'encoche :

$$\lambda_{s2} = \mu_0 \left(\frac{\pi}{6} + \frac{5}{16\pi} \right)$$

La perméance spécifique de l'encoche de la Fig.15 est la somme des perméances spécifiques des deux portions (parties) circulaire et rectangulaire

$$\lambda_s = \mu_0 \frac{h_1}{b_2} + \mu_0 \left(\frac{\pi}{6} + \frac{5}{16\pi} \right)$$

L'expression de l'inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à simple couche est:

$$L_{\sigma e} = \frac{Z_e}{2a} L_e = 20 N_s^2 l \frac{\lambda_s}{Z}$$

B/ Inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total :

Les enroulements à deux couches sont beaucoup utilisés dans les machines à induction et les machines synchrones, si cet enroulement est à pas total, les deux couches de conducteurs logées dans une encoche appartiennent, donc, à la même phase, ce qui fait que les courants circulant dans les conducteurs des deux couches soient les mêmes.

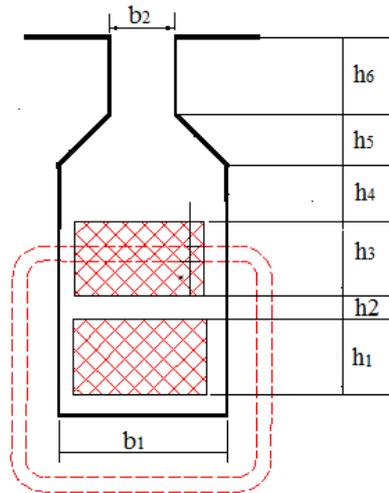


Fig.16 : Schéma d'une encoche rectangulaire semi-ouverte à deux couches de conducteurs

L'encoche illustrée dans la Fig.16 est une encoche rectangulaire semi-ouverte qui contient deux couches de conducteurs, il y a une inductance propre de chaque couche de conducteurs et une inductance mutuelle entre les deux couches, ces deux inductances correspondent aux deux perméances spécifiques.

Les perméances spécifiques de la couche inférieure et supérieure $\lambda_{s,inf}$, $\lambda_{s,sup}$ sont calculées de la même manière que dans la cas d'une encoche de même type à simple couche.

$$\lambda_{s,inf} = \mu_0 \frac{h_1}{3b_1} + \mu_0 \frac{h_2 + h_3 + h_4}{b_1} + \frac{\mu_0 h_5}{(b_1 - b_2)} \log_e \left(\frac{b_1}{b_2} \right) + \mu_0 \frac{h_6}{b_2}$$

$$\lambda_{s,sup} = \mu_0 \frac{h_3}{3b_1} + \mu_0 \frac{h_4}{b_1} + \frac{\mu_0 h_5}{(b_1 - b_2)} \log_e \left(\frac{b_1}{b_2} \right) + \mu_0 \frac{h_6}{b_2}$$

La perméance spécifique mutuelle est donnée par :

$$\lambda_{s,m} = \mu_0 \frac{h_3}{2b_1} + \mu_0 \frac{h_4}{b_1} + \frac{\mu_0 h_5}{(b_1 - b_2)} \log_e \left(\frac{b_1}{b_2} \right) + \mu_0 \frac{h_6}{b_2}$$

Par conséquent, la perméance spécifique de l'encoche est :

$$\lambda_s = \lambda_{s,inf} + \lambda_{s,sup} + 2\lambda_{s,m}$$

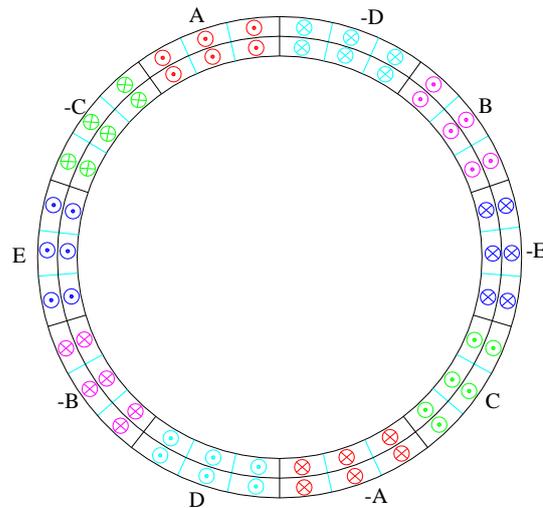


Fig.17 : Distribution des zones phasiques d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total avec $y=15$, $Z=30$, $P=1$, $q=3$

Ainsi, l'expression de l'inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas total est:

$$L_{\sigma e} = 5 N_s^2 l \frac{\lambda_s}{Z}$$

C/ Cas d'un enroulement à deux couches à pas raccourci :

On sait que le pas polaire τ_p est égal à qm , et que le pas relatif β est égal à $\frac{y}{\tau_p}$ si y est égal à $(m-1)q$, tous les conducteurs qui constituent les deux couches logées dans une même encoche appartiennent, donc, à deux phases différentes.

si $((m-1)q < y < \tau_p) \Leftrightarrow (\frac{(m-1)q}{qm} < \beta < 1)$ il existe des encoches dont les conducteurs appartiennent à deux phases différentes, et d'autres appartiennent à la même phase, dans le cas où $m=5$ ($\frac{4}{5} < \beta < 1$), la Fig.28 illustre les deux cas

A	A	A	-D	-D	-D	B	B	B	-E	-E	-E	C	C	C	-A	-A	-A	D	D	D	-B	-B	-B	E	E	E	-C	-C	-C
A	A	-D	-D	-D	B	B	B	-E	-E	-E	C	C	C	-A	-A	-A	D	D	D	-B	-B	-B	E	E	E	-C	-C	-C	A

(a)

A	A	A	-D	-D	-D	B	B	B	-E	-E	-E	C	C	C	-A	-A	-A	D	D	D	-B	-B	-B	E	E	E	-C	-C	-C
-D	-D	-D	B	B	B	-E	-E	-E	C	C	C	-A	-A	-A	D	D	D	-B	-B	-B	E	E	E	-C	-C	-C	A	A	A

(b)

Fig.18 : Distribution des zones phasiques d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas raccourci avec (a) $\beta = \frac{14}{15}$, (b) $\beta = \frac{4}{5}$; $Z=30$ $P=1$ $q=3$

Dans le cas où $\beta = \frac{4}{5}$ il n'y aurait pas d'inductance mutuelle entre les deux couches, si, maintenant, β est tel que : $(\frac{4}{5} < \beta < 1)$ il est clair que l'inductance mutuelle sera fonction de β .

$$\lambda_s = \lambda_{s,inf} + \lambda_{s,sup} + 2(5\beta - 4)\lambda_{s,m}$$

Si $\beta = \frac{4}{5}$ alors :

$$\lambda_s = \lambda_{s,inf} + \lambda_{s,sup}$$

Ainsi, l'expression de l'inductance de fuite due aux encoches d'un enroulement pentaphasé à deux couches et à pas raccourci est:

$$L_{\sigma e} = 5 N_s^2 l \frac{\lambda_s}{Z}$$

Inductance de fuite des parties frontales

Dans les enroulements électriques, les parties frontales des bobines produisent des flux de fuite. Les lignes de champ de ce flux de fuite rencontrent sur leur chemin les réluctances de l'entrefer et c'est la raison pour laquelle on peut négliger la réluctance du fer et admettre que l'inductance de fuite devient $L_{\sigma} = const$.

Ainsi, le flux de fuite dû aux parties frontales est donné par :

$$L_{\sigma f} = \frac{2Pq}{a^2} \left[\mu_0 q (k_d k_r N_e)^2 (2.4) (l_{f2} + \frac{l_{f1}}{2}) \right]$$

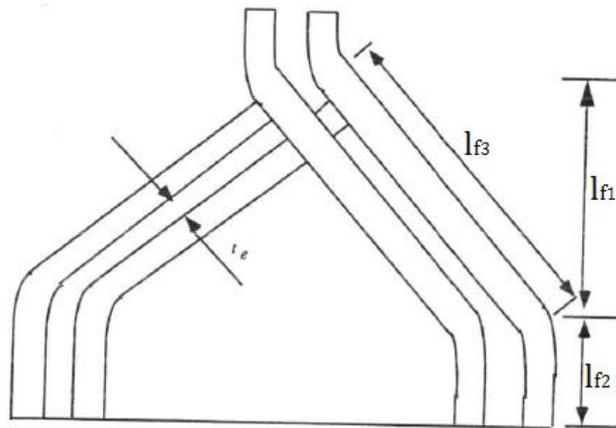


Fig.19 : Parties frontales d'un enroulement imbriqué

En utilisant les relations suivantes $N_e = 2N_b$, $N_b = \frac{a}{2Pq} N_s = \frac{m a}{Z} N_s$, on obtient :

$$L_{\sigma f} = 4 \mu_0 \frac{N_s^2}{P} \left[(2.4) (k_d k_r)^2 (l_{f2} + \frac{l_{f1}}{2}) \right]$$

Application numérique :

L'application numérique est effectuée sur une machine pentaphasée dont l'enroulement est imbriqué à simple couche et à pas total. Les paramètres de la machine sont donnés au tableau.1. On calcule alors la résistance de la phase, l'inductance propre, les deux inductances mutuelles et enfin, l'inductance de fuite correspondant aux flux de fuite traversant les encoches et les parties frontales.

Tableau.1 : PARAMÈTRES DE LA MACHINE PENTAPHASEE

Diamètre externe du stator	130.3 mm
Diamètre interne du stator	80 mm
Longueur axiale	64 mm
Longueur de l'entrefer	0.3 mm
Spires/Bobine stator	90
Nombre d'encoches statoriques	40
nombre d'encoches rotoriques	30
nombre de pôles	4
Tension par phase	220 V
Puissance	550 W
Courant	0.8 A

Les résultats de calcul sont donnés au tableau.2.

Tableau.2 : RESULTATS DE CALCUL

Paramètres	Valeurs
R_s	6.0 Ω
L_1	151 mH
L_2	46,66 mH
L_3	-122,16 mH
$L_\sigma = (L_{\sigma f} + L_{\sigma e})$	11 mH

Tableau.3 : PARAMÈTRES DE LA 2^{ème} MACHINE PENTAPHASEE

Nombre d'encoches	40
Largeur de la dent statorique (mm)	5.1
Largeur de l'ouverture d'encoche (mm)	2
Longueur de l'empilement (mm)	70
Diamètre externe du stator (mm)	200
Diamètre interne du stator (mm)	121
Hauteur de la dent statorique (mm)	20.4
Nombre de barres au rotor	28
Diamètre externe du Rotor (mm)	120
Ouverture de l'encoche rotorique (mm)	1
Nombre de pôles	4
Largeur de l'entrefer (mm)	0.5
Nombre d'encoches/pôle/phase	2
Nombre de spires par phase	200
Puissance	1,2 kW

Les résultats de calcul des paramètres de la 2^{ème} machine sont donnés au tableau.4.

Tableau.4 : RESULTATS DE CALCUL POUR LA 2^{ème} MACHINE

Paramètres	Valeurs
R_s	2.6 Ω
L_1	132 mH
L_2	40.79 mH
L_3	-106.80 mH
$L_\sigma = (L_{\sigma f} + L_{\sigma e})$	5 mH

Conclusion

Nous avons utilisé la méthode analytique pour déterminer les expressions finales des inductances et des résistances des enroulements pentaphasés. Nous avons tenté de décomposer pas à pas l'étude, de façon à exploiter d'abord les résultats obtenus par le calcul de la FMM dans le chapitre précédent. Nous terminons par la détermination du flux embrassé par la phase dont nous voulons préciser l'inductance propre. Quant à l'inductance mutuelle, elle est, en plus, fonction de la position de chaque phase par rapport à l'autre, et nous avons mentionné que deux positions peuvent se présenter, la première concerne les phases adjacentes, et l'autre, les phases non adjacentes. Pour ce qui est de l'inductance cyclique, nous avons trouvé que sa valeur est égale à $\frac{5}{2}$ fois l'inductance propre de la phase. Enfin, un calcul des inductances de fuite est effectué, pour mieux évaluer, dans le modèle de la machine, les pertes en matière d'effort électromagnétique dues aux inductances de fuite.

Conclusion générale

Dans ce mémoire, nous avons effectué la détermination des inductances et résistances d'un bobinage stator pentaphasé d'un moteur asynchrone, en commençant par élaborer des configurations d'enroulements pentaphasés, à partir de leurs homologues triphasés, ensuite, par mettre en évidence leurs caractéristiques. En fait, ces enroulements représentent la pièce maitresse dans la machine, car c'est leur distribution dans des encoches, et par suite des phases composées de plusieurs zones, qui détermine la répartition spatiale de la force magnétomotrice, qui est, à son tour, importante dans la conversion électromécanique de l'énergie. Nous avons procédé à la détermination des inductances et des résistances des enroulements. C'est en effectuant, le calcul de l'induction et, puis, du flux propre et mutuel qui correspond à chaque phase, qu'on a pu écrire les expressions des inductances propres et mutuelles. Concernant l'inductance cyclique, elle est déduite à partir de l'expression du flux du champ tournant.

Références bibliographiques

- [1] Jin Huang, Min Kang, Jia-qiang Yang, Hai-bo Jiang, Dong Liu, "Multiphase Machine Theory and Its Applications", IEEE International Conference on Electrical Machines and Systems, Wuhan, 2008, pp. 1-7.
- [2] Y. Kats, "Adjustable-Speed Drives with Multiphase Motors," IEEE International Electric Machines and Drives Conference Record, Milwaukee, WI, USA, May 1997, pp. TC2/4.1-TC2/4.3.
- [3] H. A. Toliyat, "Analysis and simulation of five-phase variable-speed induction motor drives under asymmetrical connections," IEEE Trans. Power Electron., vol. 13, no. 4, pp. 748–756, Jul. 1998.
- [4] Scharlau, C.C., Pereira, L.F.A., "Performance of a five-phase Induction machine with optimized air gap field under open loop V/f control", IEEE Trans, on Energy Conversion, Vol. 23. No.4, pp. 1046, Dec. 2008
- [5] M. Muteba, A.A. Jimoh and D. Nicolae, "Torque Ripple Reduction in Five-Phase Induction Machines Using Mixed Winding Configurations", International Conference, on Electrical Machines, (ICEM), Marseille, France Sept. 2012, pp. 512.
- [6] Graham, Quentin, "The M.M.F. Wave of Polyphase Windings With Special Reference to Sub-Synchronous Harmonics", AIEE Trans, Vol. XLVI, pp. 19.
- [7] Ayman S. Abdel-Khalik and Shehab Ahmed, "Performance evaluation of a five-phase modular winding induction machine", IEEE Trans, on Industrial Applications, Vol. 59. No. 6, pp. 2654
- [8] K.M. Vishnu Murthy, "Computer-Aided Design of Electrical Machines", édition BS Publications 2008.
- [9] R. Abdessemed, V. Abdessemed, "Les enroulements des machines électriques", édition de Batna university press 1995.
- [10] Juha Pyrhonen, Tapani Jokinen, "Design of rotating electrical machines", édition John Wiley & Sons, Ltd 2008.
- [11] A. Ivanov-Smolenski, "Machines électriques" tome 2, édition MIR 1983.
- [12] Clayton, Albert, "A mathematical development of the theory of the magnetomotive force of windings", IET, on IEE journal, Vol. 61. No. 320, pp. 749.
- [13] M. Kostenko, L. Piotrovski, "machines électriques tournantes" tome 2, édition MIR 1969.
- [14] Réal-Paul Bouchard, Guy Olivier, "Conception de moteurs asynchrones triphasés", édition de l'école polytechnique de Montréal 1997.
- [15] Dreyahmet Ahmet Kocabas, "Novel winding and core design for Maximum Reduction of harmonics Magnetomotive Force in AC Motors", IEEE Trans, on Magnetics, vol. 45, no. 2, feb 2009
- [16] H. A. Toliyat, L. Y. Xue, and T. A. Lipo, "A five phase reluctance motor with high specific torque," IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 28, pp. 659–667, May/June 1992.
- [17] Thomas A. Lipo, "Introduction to AC Machine Design", édition library of congress 2004.

- [18] L. A. Pereira, C. C. Scharlau, L. F. A. Perera, e J. F. Haffner " Model of a Five-Phase Induction Machine Allowing for Harmonics in the Air-Gap Field Part I, Part II ",The 30th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, November 2 - 6,2004, Busan, Korea
- [19] H. R. Fudeh, C. M. Ong, "Modeling and Analysis of Induction Machines Containing Space Harmonics (Part I, Part II, Part III)" , IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-102, No. 8, August 1983
- [20] Hamid A. Toliyat, Thomas A. Lipo, J.Coleman White, "Analysis of a Concentrated Winding Induction Machine for Adjustable Speed Drive Applications Part 1 (Motor Analysis)", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 6, No.4, December 1991.
- [21] H. A. Toliyat, T. Lipo, and J. C. White, "Analysis of a concentrated winding induction machine for adjustable speed drive applications (parts I and II)," IEEE Trans. Energy Convers., vol. 6, no. 4, pp. 679–692, Dec.1991.
- [22] L. A. Pereira, C. C. Scharlau, L. F. A. Pereira, and J. F. Haffner, " General Model of a Five-Phase Induction Machine Allowing for Harmonics in the Air Gap Field ", IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 21, No. 4, December 2006.
- [23] Xavier Kestelyn, " Modélisation Vectorielle Multimachines Pour la commande des ensembles convertisseurs-Machines Polyphasés ", thèse de doctorat, Université de Lille 1, Décembre 2003.
- [24] M. Benouzza, M. Drif, A.J. Marques Cardos et J.A. Dente, "Emploi de l'Approche des Vecteurs de Park pour la Détection des Défauts de Barres dans les Moteurs Asynchrones à Cage d'Ecureuil", Rev. Energ. Ren. : Valorisation (1999) 71-76.
- [25] Samir Hamdani, Omar Touhami, Rachid Ibtouen, "A Generalized Two Axes Model of a Squirrel-Cage Induction Motor for Rotor Fault Diagnosis", Serbian journal of electrical engineering vol. 5, no. 1, may 2008, 155-170.