

M0026/92A

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE Département d'Hydraulique
Ecole Nationale Polytechnique

THESE DE MAGISTER

Présentée Par Mr: M. ZOURDANI

Juin 1992

THEME:

Analyse de la consolidation des sols;
domaines fixe et variable
par simulation numérique

Mrs: Membres du jury:

A. KETTAB.	Maître de Conférence	Président
M. BERRAH.	Maître de Conférence	Examineur
S. BELKACEMI.	Maître de Conférence	Examineur
M. BERKANI.	Charge de Cours	Examineur
B. TILLOUINE.	Professeur titulaire	Rapporteur
M. MATARI.	Ministère de l'équipement	Invité

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'enseignement Supérieur

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

Department d'Hydraulique
BIBLIOTHEQUE - المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

THESE DE MAGISTER

Présentée Par Mr: M. ZOURDANI

Juin 1992

THEME:

Analyse de la consolidation des sols;
domaines fixe et variable
par simulation numérique

Mrs; Membres du jury:

A. KETTAB.	Maître de Conférence	Président
M. BERRAH.	Maître de Conférence	Examineur
S. BELKACEMI.	Maître de Conférence	Examineur
M. BERKANI.	Charge de Cours	Examineur
B. TILIOUINE.	Professeur titulaire	Rapporteur
M. MATARI.	Ministère de l'équipement	Invité

بسم الله الرحمن الرحيم
” وما أوتيتم من العلم إلا قليلا ”

T A B L E D E S M A T I E R E S

V.2: Consolidation bidimensionnelle.....	57
V.2.1: Couche homogène.....	57
V.2.1.1: Solution analytique.....	58
V.2.1.2: Solution par les différences-finies.....	58
V.2.1.3: Solution par éléments-finis.....	61
V.2.2: Cas d'un multicouche.....	62
V.2.2.1: Solution par différences-finies.....	63
V.2.2.2: Solution par éléments-finis.....	65
 CHAPITRE VI: COMPARAISON ET LIMITES DE CHAQUE METHODES.....	 66
 CHAPITRE VII: PRESENTATION DES DIFFERENTS PROGRAMMES.....	 71
VII.1: Algorithmes unidimensionnels.....	72
VII.1.1: Séries de FOURIER.....	72
VII.1.2: Différences-finies.....	75
VII.1.2.1: Couches homogènes.....	75
VII.1.2.2: Cas d'un Multicouche.....	77
VII.1.2.3: Chargement variable.....	79
VII.1.2.4: Domaine variable.....	81
VII.1.3: Algorithmes éléments-finis (matrices élémentaires).....	83
VII.1.3.1: Élément solide (squelette solide).....	83
VII.1.3.2: Élément fluide (eau interstitielle).....	85
VII.1.3.3: Matrice de couplage.....	86
VII.1.3.4: Matrice de rigidité générant l'élément de consolidation.....	86
VII.1.3.4.1: Programme unidimensionnel.....	88
VII.1.3.4.2: Description des données de bases pour le programme unidimensionnel.....	94
VII.2: Algorithmes bidimensionnels.....	95
VII.2.1: Algorithme différences-finies.....	95
VII.2.2: Algorithme, chargement variable.....	98
VII.2.3: Algorithme éléments-finis.....	98
VII.2.4: Insuffisances des différents programmes.....	103
VII.2.4.1: Insuffisances des programmes des différences-finies.....	103
VII.2.4.2: Insuffisances des programmes d'éléments-finis.....	104
 CHAPITRE VIII: ANALYSE DES RESULTATS.....	 105
VIII.1: Dépouillement.....	106
VIII.2: Présentation des courbes et interprétations.....	107
VIII.2.1: Exemples "tests".....	107
VIII.2.2: Analyse comparative entre la consolidation unidimensionnelle et bidimensionnelle.....	107

VIII.2.3: Analyse d'exemples présentés par SCHIFFMAN.....	110
VIII.2.4: Chargement variable.....	111
VIII.2.5: Domaine variable.....	112
VIII.2.6: Analyse non linéaire.....	113
CHAPITRE IX: CONCLUSION ET RECOMMANDATION.....	115
BIBLIOGRAPHIE.....	119
ANNEXE.....	127

الإهداء،
إلى أبي وأمي وأبي،
إلى أخوتي وأخواتي،
إلى زوجتي،
إلى أصدقائي،
إلى كل من رضى بالله رباً وبمحمد رسلاً،
بإسلام وبنائنا بالقرآن من شفاء وسنور
إلى كل هؤلاء،
أهدى هذا العمل إلى من أهدى
(مغلوت)

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier particulièrement mon directeur de thèse le professeur Mr B. TILIOUINE, qui m'a permis grâce à ses imminents conseils et sa patience de surmonter beaucoup d'obstacles.

Je remercie également Mr BELKACEMI, ainsi que Mr BIOUS pour leur aide si précieuse.

Mes remerciements s'adresseront également au personnel du centre de calcul de l'école nationale polytechnique pour m'avoir facilité la tâche, ainsi que tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont aidé dans la réalisation de cette thèse.

R E S U M E

إن تطور الإجهادات العمليّة و كذلك ضغوط المياه المسامية في عملية التشنّد يمكنه أن يحدث إنزلاقاً داخلياً "إنكساراً" ناتجاً أساساً إلى الإرتفاع الكبير في الضغط الداخلي للمياه.
بعد دراسة معمقة للبعوث الأساسية السالفة، لهدفنا وجه لدراسة تطورات ضغوط المياه المسامية و الإجهادات العمليّة في الأتربة باستعمال مختلف العمليات المسامية الحديثة. و بعدة طرق مساوية يتم دراسة أشكال التشنّد في الأتربة من عدة جوانب منها، التشنّد ذو الإرتجاه العمودي و كذلك الإرتجاه في المستوي بالإضافة إلى حالات تغيرات العمولة و مجال الدراسة بدلالة الزمن.

ABSTRACT

The development of local effective stresses as well as excess pore pressure may generate a drift "break" which will be mainly caused by excessive internal water pressure.

The detailed review of principal previous investigations set our objective to analysis of excess pore pressures and local stresses developed into saturated soil by use of different numerical methods. The problem of soil strengthening in its one-dimensional and two dimensional aspects as well as cases where the loading and thickness vary with time, are treated.

RESUME

L'évolution des contraintes locales ainsi que celle des pressions interstitielles lors du processus de consolidation pourrait générer un glissement "cassure" interne qui serait essentiellement dû à l'augmentation excessive de la pression interne de l'eau.

Après une revue détaillée des principaux travaux antérieurs, notre objectif s'est fixé sur l'analyse de l'évolution des pressions interstitielles ainsi que celle des contraintes locales dans un sol saturé par l'utilisation de différentes approches numériques. Les différents aspects de la consolidation des sols en unidimensionnel, bidimensionnel ainsi que les cas où le chargement et le domaine varient dans le temps, sont traités.

CHAPITRE I- INTRODUCTION

CHAPITRE I) INTRODUCTION

L'étude des périodes de mise en place des remblais, lors de la réalisation des barrages ou des talus quelconques, doit se faire sur la base d'une bonne connaissance des propriétés physiques des matériaux, du climat, du financement du projet, ainsi que de la bonne connaissance du développement des pressions interstitielles et du tassement différentiel entre les différentes zones de l'ouvrage.

L'analyse des pressions de l'eau et de leurs évolutions dans le temps est très importante, non seulement pour la détermination de la dépendance qui existe entre le temps et la composante de déformation du sol, mais aussi, pour l'étude du transfert des contraintes lors de ce mécanisme complexe qui peut avoir lieu au début de la mise en place des remblais dont la composition est non homogène. Ce mécanisme de tassement, qui résulte de la déformation de la composante du sol, squelette solide, peut être retrouvé dans plusieurs cas.

L'exemple type de ce processus, est une éponge remplie d'eau, la déformation de celle-ci est suivie d'une évacuation de l'eau de l'éponge. Le deuxième exemple (schéma présenté par Therzaghi [4]), est le cas d'une cuve remplie d'eau sur laquelle est mis un couvercle imperméable mais troué. Ce dernier est relié au fond de la cuve par un ressort de rigidité connue. La compression du ressort ne peut alors avoir lieu, que si on a évacuation de l'eau de la cuve par le trou, l'eau étant supposée incompressible.

De ces deux exemples, il est évident que le tassement et la pression interne de l'eau sont étroitement liés (couplés). Il ne peut y avoir de tassement que si on a une évacuation de l'eau du milieu considéré. Cette liaison dans le cas de la mécanique des sols aboutit à ce qu'on appelle le problème de la consolidation.

L'évolution des contraintes locales ainsi que des pressions interstitielles, lors de l'exécution d'un ouvrage en terre, peuvent générer un glissement de talus dû à l'augmentation excessive de la pression de l'eau.

Cette augmentation, si elle est mal contrôlée, produit un potentiel hydraulique interne très grand. L'écoulement de l'eau dans le sol qui est une conséquence de l'élévation du potentiel hydraulique, peut être la cause d'une érosion interne.

Il est évident, que cette évolution (tassements, contraintes, pressions interstitielles), sous un chargement quelconque, n'est pas instantanée, mais graduelle. Elle est très apparente dans le cas des argiles et des sables saturés. Le tassement, les contraintes ainsi que les pressions interstitielles, sont dûs, d'une part à une adaptation graduelle des particules composant le squelette solide du milieu poreux, et d'autre part, à de nouveaux arrangements de celles-ci, sous la variation du chargement.

Après avoir fait une étude détaillée des travaux antérieurs, notre objectif est de faire une analyse de l'évolution des pressions interstitielles ainsi que des contraintes développées dans le sol par différentes approches numériques.

Nous aborderons le problème en considérant le cas simple posé par Therzaghi [4]. Dans ce cas la dissipation de la pression interstitielle et la déformation immédiate sont dans la même direction (unidimensionnelles).

Dans une deuxième étape, on prendra en considération la dissipation bidimensionnelle alors que le tassement est unidimensionnel. Ensuite le cas où le tassement et la dissipation seront bidimensionnels. Tout ceci sera traité dans le cas où notre domaine d'étude (couche de sol) n'est pas variable. Ce qui veut dire que la géométrie de la couche ne change pas dans le temps.

L'exemple d'une géométrie variable est le cas d'une construction d'un talus. Lors de la mise en place des couches successives de remblai, la géométrie du talus change dans le temps.

Dans une étape suivante, nous aborderons le cas plus complexe de la géométrie qui varie dans le temps. Ce cas sera traité lors d'une variation unidimensionnelle par différences-finies, puis la variation bidimensionnelle en éléments-finis.

Des comparaisons seront faites à la fin de chaque cas traité. Une présentation d'algorithmes et de programmes informatiques écrits en fortran-77, et exécutés sur une machine type compatible I.B.M., et une grosse machine type V.A.X, sera faite. Signalons que des petites modifications doivent être faites pour le passage d'une petite à une grosse machine.

CHAPITRE II) TRAVAUX ANTERIEURS

CHAPITRE II) TRAVAUX ANTERIEURS

Il est bien connu des ingénieurs praticiens, comme il a été présenté en introduction que le tassement d'un sol, sous un chargement constant ou variable, n'est pas instantané, mais graduel. De tels tassements sont très apparents dans le cas des argiles et des sables saturés. Ce tassement est causé par un arrangement graduel des particules du squelette solide, après une évacuation de l'eau du milieu considéré.

En 1936 Therzaghi [1] a décrit pour la première fois, ce processus dans une revue privée. Il a proposé un mécanisme très simple pour expliquer le phénomène. Il suppose que les grains solides constituant le sol sont plus ou moins limités par certaines forces moléculaires, ce qui suppose un matériau poreux avec des propriétés élastiques. Les vides dans l'échantillon de sol, sont remplis d'eau. L'application d'un chargement sur ce système produit un tassement graduel. Ce dernier dépend du taux d'eau qui sort des vides de l'élément. Therzaghi [1] a appliqué ce concept pour analyser le tassement d'une colonne de sol soumise à un chargement constant en empêchant l'expansion latérale, oedomètre. Le succès remarquable de cette méthode pour la prédiction des tassements dans le cas de plusieurs types de sols, a été à l'origine de la création de la mécanique des sols moderne. Cependant, le traitement de Therzaghi [1] est restreint à quelques cas très particuliers, comme le cas d'une colonne de sol soumise à un chargement constant. L'exemple type de cette colonne, en pratique, est le cas d'une argile molle d'une fondation, soumise à la charge de celle-ci.

Les hypothèses de bases faites par Therzaghi [1] sont au nombre de sept (7):

- 1) Matériaux isotropes.
- 2) Réversibilité de la relation contrainte-déformation sous les conditions d'équilibre (élasticité).
- 3) La relation contrainte-déformation est supposée linéaire.
- 4) Cas des petites déformations.
- 5) L'eau qui se trouve dans les pores est incompressible.
- 6) L'écoulement de l'eau dans le milieu poreux est vertical, et obéit à la loi de DARCY.

Sur la base de ces suppositions, il aboutit à une équation de diffusion du type transfert de chaleur dans le cas unidimensionnel.

En 1941, Biot [2] reprend les travaux de Therzaghi [1], en critiquant les hypothèses (2) et (3). Il imagine que les grains solides constituant le sol, prennent un nouvel arrangement sous l'effet des forces de surfaces, de façon à avoir une énergie potentielle minimale. Ainsi, l'hypothèse (2) qui suppose la réversibilité liant contrainte et déformation peut être vraie dans certaines argiles (argile gonflante par exemple), mais fautive dans le cas général. Pour ce qui est de l'hypothèse des petites déformations, il suppose qu'elle est raisonnable pour l'échantillon de grains solides qui restent "inchangés" après déformation. "L'échantillon n'est pas trop mélangé".

L'hypothèse de l'anisotropie n'est pas essentielle pour Biot [2] et [3], et la loi d'anisotropie, pourrait être une autre amélioration qui sera introduite facilement, lors de la résolution des équations par les méthodes numériques.

Une autre amélioration très importante dans la pratique, est l'influence de la distribution des contraintes initiales dans le sol, après l'application du chargement. Ainsi, Biot [3] montre que cette influence est plus grande que celle de la loi du comportement élastique du squelette solide. Il considère que les cinq propriétés physiques nécessaires pour décrire le comportement du sol, dans la formulation mathématique, sont :

Le module de YOUNG (E).

Le coefficient de poisson (NU).

Le module de cisaillement (G).

La compressibilité du sol mesurée à partir du rapport (1/H).

Et enfin (1/R) qui mesure le changement de la quantité d'eau sur la variation du volume du sol.

Il considère (H, R) comme constantes physiques additionnelles qu'il faut rajouter aux constantes connues (E, Nu, G).

Il établit sur la base de ces hypothèses, les équations fondamentales de la consolidation des sols, dans les cas bidimensionnel et tridimensionnel. En 1956 [5], il précise le type de solution mathématique à ces équations, et délimite le domaine d'application de cette solution. Malgré ses insuffisances, la théorie de BIOT, reste jusqu'à nos jours, la base de la résolution des problèmes de consolidation bidimensionnelle et tridimensionnelle.

En 1943, Therzaghi [4] montre que dans le cas de la compression et du gonflement de certaines argiles, le coefficient de consolidation (C_v) n'est pas constant comme le supposait Biot.

Hilf [6] (1948), a été le pionnier du développement des premières recherches pour l'évaluation et la prédiction des pressions interstitielles dans le cas du domaine variable (barrage en construction). Se basant sur la théorie unidimensionnelle de Therzaghi [4], et supposant l'écoulement de l'eau uniquement vertical (négligeant ainsi l'écoulement latéral), il a estimé les pressions internes de l'eau en négligeant leur dissipation dans le temps.

Mac Namee & Gibson [7],[8] (1957,1960), ont essayé de résoudre les équations de base de la consolidation de Biot [3], dans le cas des milieux semi-infinis fixes, mais qui restent toujours dans le plan axisymétrique en déformation plane. Les résultats obtenus, étés comparable à ceux donnés par la solution de Therzaghi dans la partie médiane de la couche.

Dans la même période Skempton [9] (1957), Skempton & Bjerrum [10] (1957), ainsi que Lambe [11] (1964) ont utilisé une méthode de prédiction du tassement et de son évolution en se basant sur la théorie unidimensionnelle de Therzaghi [4], dans le cas des petites déformations. La théorie suppose que le tassement est dû essentiellement à la contrainte verticale générée par l'incrément de charge. Ils considèrent que les contraintes totales restent constantes pendant le processus de chargement et que le taux de consolidation est dû seulement à la dissipation de la pression interstitielle exprimée par l'équation (1).

Mandel [12] (1953) & Cryer [13] (1963) remarquent, durant la première étape de la consolidation, une fois le chargement arrêté, une élévation excessive des pressions internes de l'eau. Le contrôle et la prédiction de cette élévation sont très difficiles. En plus de cette remarque, [13] montre que les résultats prédits par la théorie de Therzaghi [4] avec ceux obtenus par la théorie de Biot [3], sont comparables.

Josselin de Jong [14] (1957), ainsi que Mac Namee & Gibson [15] (1963), publient plusieurs solutions analytiques de type séries de Fourier, avec des hypothèses simplificatrices applicables aux cas pratiques. Une solution analytique a été présentée, pour le cas simple de la consolidation unidimensionnelle, par Mac Namee & Gibson (1963) [15]. Les résultats de ces derniers ont été présentés, dans le cas d'un demi-espace de coté, deux a (2a), sous une charge (q). La solution a été exprimée en fonction du temps et des composantes du matériau.

Bishop [16] en (1957), reprend le travail de Hilf [6] de (1948). Il améliore la solution en prenant en considération une certaine dissipation des pressions de l'eau dans le temps, et donne un certain nombre de facteurs contrôlant l'augmentation de la pression durant la construction d'un barrage, tels que: périodes de mise en place des remblais, importance des drains dans les noyaux etc...

Il est à noter que c'est à partir de (1957) qu'ont débuté les comparaisons entre les résultats des méthodes analytiques et les résultats expérimentaux. Ainsi Sheppard [17] a montré que la solution obtenue dans le cas d'une dissipation unidimensionnelle est comparable aux mesures faites in-situ.

En 1958 Gibson [18] donne une équation différentielle basée sur l'analyse théorique de la consolidation d'une couche d'argile dont l'épaisseur varie avec le temps (domaine variable), en utilisant des hypothèses similaires à celle de la consolidation unidimensionnelle de Therzaghi [4]. La méthode tient compte du rythme de construction et des périodes de pluies. Elle peut être utilisée pour estimer les pressions internes pendant la construction de l'ouvrage.

Toujours, dans la même période, Gibson [19] a proposé plusieurs schémas aux différences-finis, basés sur l'équation de dissipation de la pression de la théorie de Therzaghi [4]. Il discrétise l'équation en différences-finies, faisant l'hypothèse que les limites du domaine sont mouvantes et pour cela considère que la dissipation se fait sur celles-ci.

En 1959, LI [20] considère que la construction d'ouvrage en terre, est divisée en un certain nombre de mises en place de couche de remblai, qu'il appelle pas incrémental. A la fin de chaque pas incrémental, il considère, en se basant sur la formulation de Hilf [6], que les pressions sont générées avec des conditions non drainantes, et que la dissipation est permise avec une prédétermination d'une fraction de la pression dissipée.

Les pionniers, qui ont utilisé la méthode des éléments-finis pour l'analyse des barrages pendant la construction sont : Martin & Seed [21] (1966), Clough & Woodward [22] (1967) ainsi que Finn [23] (1967). Leurs travaux étaient, en plus de l'étude de la consolidation, une analyse générale de la réponse élastique dans le cas statique et dynamique des barrages pendant la construction.

En 1968, Christian [24] est la première personne à avoir montré la relation qui lie l'évacuation de l'eau du milieu considéré et la consolidation des sols. Il propose une méthode reprise et discutée davantage en 1970 par lui même [25]. IL considère que la quantité d'eau sortante du sol est égale à la déformation volumétrique de l'élément. La détermination des déformations et des contraintes ainsi que le champs des pressions interstitielles doit satisfaire les équations d'équilibre et de continuité. Cette méthode trouve ses difficultés aux interfaces entre deux matériaux de propriétés physiques différentes.

Sur la base du principe variationnel de la théorie de la thermo-élasticité de Gurtin [26] 1964, Nickel & Sackman [27] 1966, Wilson & Nickel [28] 1966, ainsi que sur la technique variationnelle pour la résolution des équations, dans le cas des matériaux élastiques incompressibles, présentée par Herрман [29] (1965), Sandhu et Wilson [30] ont adoptés pour la première fois, en 1969, la formulation en éléments-finis.

L'analyse par cette méthode demande une série d'équations algébriques linéaires, qui satisfont les équations d'équilibre et de continuité. Celles-ci expriment en termes discrets, la valeur du champs des déplacements et du champs des pressions interstitielles avec une évolution pas à pas de l'incrément de temps. Cette méthode a été formulée plus systématiquement en considérant la compatibilité élémentaire et les conditions aux limites générales. La variation des propriétés physiques des matériaux est possible en considérant plusieurs types de matériaux lors de l'assemblage et de la résolution.

Cette méthode est basée sur le couplage des équations générant la dissipation de la pression de l'eau dans les pores (eau interstitielle), et des équations générant l'équilibre de la phase solide (squelette solide) après évacuation de l'eau des pores, (dissipation).

Le cas d'une couche d'argile soumise a un chargement variable a été traité pour la première fois par Schiffman [31]. Il a utilisé le cas où le chargement dépend du temps et il a comparé ses résultats avec ceux obtenus par la théorie de Therzaghi. Il a évalué les contraintes, les pressions interstitielles ainsi que les tassements dans le cas des déformations planes. La différence est très significative, et ne peut être négligée.

En 1970, Gibson & Schiffman [32] ont présenté une forme de solution aux équations linéaires élastiques, dans le cas d'un milieu semi-infini dans le plan en déformation plane. Cette solution contient des expressions qui doivent être évaluées numériquement.

Dans la même année Duncan & Chang [33] ont développé un modèle non linéaire, reliant les contraintes et les caractéristiques du sol (module de Young, coefficient de poisson, densité ect...), qui leur a permis l'analyse du barrage d'Oroville et du port d'Allen-Lock au U.S.A. Ce modèle est très simple et raisonnable pour l'analyse non linéaire.

Cavounidis [34] (1971) & Höeg [35] (1972), ont introduit le concept des contraintes initiales développé par Zienkiewicz [36] en (1969), et ils ont approché le comportement elasto-plastique du sol.

Les travaux de Sandhu ont été étendus par Yokoo [37] (1971), considérant une variété de problèmes en incluant un chargement circulaire variable dans le temps. Hwang [38] (1971) a comparé les résultats obtenus par ces chercheurs en utilisant la formulation de Sandhu [30] (1969), avec une solution de Schiffman [31] et Gibson [32] (1970). Ces derniers utilisent l'incrément de temps logarithmique, performant aussi l'étude paramétrique du problème de consolidation bidimensionnelle d'une demie-couche sous un chargement fixe. Néanmoins cette performance reviendrait très chère en temps de calcul, leurs but était d'analyser la stabilité de la solution avec une variété de pas incrémentales du pas de temps.

Toujours dans la même période Christian & Boehmer [25] (1970), ont présenté avec des descriptions un programme d'éléments-finis (consol), pour l'analyse de la consolidation primaire dans le cas du domaine fixe. Ils ont étudié l'effet du chargement, avec des propriétés physiques des matériaux différents, sur le taux de consolidation primaire.

Des recommandations ont été faites pour montrer comment ces facteurs peuvent être considérés dans les études d'ingénieurs.

Ils ont étudié le cas particulier d'une couche de hauteur fixe, d'uniformité particulière à la surface et à la base, sous une charge constante. Ce cas a été étudié pour ne pas avoir des déplacements complexes dans la couche à déterminer.

En général, ils montrent que les résultats obtenus par le programme sont très satisfaisants, à l'exception des cas où l'on suppose que la base est infinie. L'analyse des résultats a montré que l'interaction du sol avec le fluide complique la situation par les trois facteurs suivants, bien que ces facteurs soient très importants lors du processus de consolidation primaire:

- 1-La géométrie de la couche, et du chargement (surface et base),
- 2-Le coefficient de Poisson du squelette solide (grains du sol),
- 3- Les coefficients de perméabilité horizontale et verticale du sol.

Pour montrer les insuffisances de la pseudo-théorie de Biot [2], Smith [39] (1971) a comparé la solution obtenue par celle-ci, avec des résultats expérimentaux, dans le cas d'une argile sujette à un chargement, au moyen d'une contrainte normale et une large variation de la contrainte tangentielle (contrainte de cisaillement). Les pressions prédites, par la pseudo-théorie de Biot [2], [3] sont complètement erronées. En 1972, il résout les équations de consolidation avec les différences-finies et l'applique au barrage de Trinity (U.s.a).

Il montre aussi que cette méthode présente des difficultés si la géométrie est variable, et le sol anisotrope. La stabilité de la solution lors de la résolution n'est alors pas évidente, problème purement numérique.

En 1972, Hwang [40] a repris ses travaux [38] et a travaillé sur l'influence de la pression interne à l'état initial sur l'évolution de la solution. Ils montrent que les résultats obtenus varient en fonction de l'état initial.

Dans la même période, Ghaboussi & Wilson [41] utilisent la même formulation de Sandhu [30] et élaborent un programme d'éléments-finis avec des éléments isopara- métriques rectangulaires.

Ils considèrent la même fonction d'interpolation pour le champs des pressions interstitielles et le champs des déplacements du sol, en prenant en considération la compressibilité du fluide (eau) dans les pores.

Des comparaisons ont été faites par Wrigth [42] (1973) entre la magnitude de la distribution des contraintes déterminées par la méthode des éléments-finis et le facteur de sécurité déduit par l'analyse classique de la stabilité des pentes (équilibre limite). La comparaison a montré une surestimation du coefficient de sécurité.

En 1973, [43] Lambé analyse, par la méthode des éléments-finis, le champ de déplacement de la fondation d'une structure, sans prendre en considération l'influence de la rigidité de la structure sur la fondation.

Smith et Hobbs [44] (1974), [45] (1976) reprennent les travaux de Lambé [43], en utilisant la pseudo-théorie de Biot [3], analysent le progrès de la déformation pendant la construction des talus, et prennent en considération l'influence de la rigidité de la structure sur la fondation, celle-ci a été ignorée par Lambé [42]. Ils appliquent cette méthode pour l'analyse de deux remblais de route de grande circulation, comparent les résultats avec ceux obtenus in-situ.

Le modèle a été validé puis utilisé pour l'analyse des barrages à noyaux mous.

Skermer [46] (1975) utilise, l'analyse non linéaire en éléments-finis, des contraintes développées dans le barrage de Mica au Canada, et compare les résultats obtenus numériquement avec ceux obtenus par des mesures in-situ.

Le modèle décrit par Sandhu & Wilson [30], repris par plusieurs auteurs, ne donne pas de bons résultats dans tout le corps du barrage mais ceux obtenus dans la partie médiane sont acceptables.

Afin de pouvoir déterminer l'évolution des contraintes et des pressions interstitielles dans tout le corps du barrage, [46] sépare l'analyse des contraintes de celle des pressions d'eau.

En 1976 Kulhavy & Gurtowski [47] ont utilisé la même formulation présentée par Wrigth [42] (1973) pour l'étude des contraintes générées par le tassement différentiel dans les barrages zonés.

Einseistein [48] en 1976 a remarqué que l'effet de l'écoulement latéral a été négligé dans plusieurs méthodes présentées dans la littérature. Celui-ci est spécialement important dans le cas des barrages en terre avec noyau d'argile peu perméable. Les grandes pressions interstitielles y sont concentrées dans le noyau, et la géométrie du noyau impose généralement un écoulement latéral. De ce fait une nouvelle approche de la solution du problème de la consolidation bidimensionnelle a été proposée.

La technique numérique utilisée pour résoudre les équations de consolidation, est une formulation bidimensionnelle en éléments-finis, ainsi les déformations dans les sols cohésifs peuvent être obtenues comme une somme du tassement immédiat dans le cas non drainé et de la déformation due à la consolidation.

Cette approche a été introduite dans l'analyse des noyaux d'argiles.

Immédiatement après le chargement (mise en place de la couche de remblais additionnel), les pressions interstitielles et la déformation immédiate, peuvent être obtenues par une analyse des contraintes totales en éléments-finis. Celles-ci sont due aux pressions interstitielles, qui se dissipent lors de la consolidation, et leurs magnitude peuvent être déterminées à chaque pas de temps par une analyse séparée en éléments-finis des pressions interstitielles.

L'analyse montre que le changement de ces pressions internes engendre le changement des contraintes effectives, ce changement est considéré comme une charge lors de l'étude des contraintes effectives. La déformation finale à chaque pas de temps est obtenue en ajoutant la déformation immédiate obtenue par l'analyse des contraintes totales et de la déformation obtenue pendant la consolidation.

Cavounidis [49] présente (1975), [50] (1977) avec le modèle décrit par Sandhu [30] (1969), une nouvelle approche de l'analyse de la consolidation et des tassements des barrages en terre lors de la construction en utilisant l'approximation linéaire et non linéaire du comportement des sols. Dans le but de formuler mathématiquement le problème, plusieurs simplifications ont été faites.

Il combine la solution de la consolidation et de la déformation du sol selon les hypothèses suivantes:

- 1-Déformation plane.
- 2-Comportement élastique linéaire des propriétés physiques des matériaux.
- 3-Isotropie.
- 4-Tenseur des contraintes ne produisant pas de cassure (glissement).

- 5-Petites déformations .
- 6-Noyau du barrage complètement saturé
- 7-Eau considérée incompressible et la loi de Darcy applicable.

Sur la base de ces hypothèses, [49] considère, que les caractéristiques du squelette solide ne varient pas pendant la construction du barrage, cas linéaire. Dans le cas non linéaire, considérant l'analyse de l'incrément de charge, il utilise le modèle hyper-polique décrit par Kondner [51] (1963) reliant le module de Young aux caractéristiques du sol: cohésion (c), angle de frottement (ϕ), perméabilité (k), densité (τ) etc...

En 1977 Einsestein [52] reprend ces travaux de 1976 [48], il montre que l'analyse non linéaire de la relation contrainte-déformation est importante, non seulement pour la détermination de la dépendance qui existe entre les composantes de déformation et la variable temps, mais aussi pour l'étude du transfert des contraintes qui peut avoir lieu lors d'une composition non homogène du talus. Ce transfert a toujours été négligé par les auteurs précédents. Il montre que le transfert des contraintes dans le noyau (barrage en terre) influe considérablement sur le gradient de pression.

Dans le but de maintenir la compatibilité de la déformation, la contrainte totale à l'intérieur de la masse du sol change pendant le processus de consolidation. Ainsi dans plusieurs cas la variation des contraintes doit être prise en compte. Il développe une nouvelle approche, pour faire l'analyse de la pression de l'eau et des déformations du sol séparément, puis procéder au couplage au niveau du calcul des contraintes. Dans cette approche l'analyse non-linéaire des pressions de l'eau est combinée avec l'analyse des déformations.

Sur la base des études faites par Ghaboussi [41], Ghaboussi & Karshenas [53] (1978), Ghaboussi, Ranken (1977, 1981) [54], [55] Ghaboussi, Ranken & Hendron [56] (1981), Ghaboussi, Ranken [57] (1982) présentent une nouvelle approche d'analyse non linéaire, basée sur le modèle proposé par Sandhu [30] (1969), dans le cas d'un sol non saturé.

La construction et l'excavation sont traitées comme une forme de géométrie variable. Le changement de la géométrie est la source de la non linéarité. Il considère, lors de la simulation de la construction des barrages en terre, que la nouvelle surface placée, a un drainage libre, la pression à la surface de la couche, étant nulle. Mais lors de la pose de la deuxième couche de construction, nouvelle couche de remblai, l'ancienne surface libre devient une nouvelle inconnue du problème qu'il faut déterminer.

Cette méthode diffère de celle proposée par Christian & Hwang [40] (1972), car l'excavation est simulée dans le modèle, en appliquant à la nouvelle limite de l'ouvrage une diminution pour simuler l'excavation.

On remarque que lors de ces dernières quinze années, peu de progrès ont été faits dans la reconnaissance des pressions internes générées durant la construction. Dans le but de valider et de tester l'efficacité d'une méthode ou d'un modèle, des remblais d'essai ont été réalisés un peu partout dans le monde (U.s.a, Canada, France, Urss, ...), des congrès internationaux ont été organisés sur ce problème qui reste jusqu'à nos jours mal compris.

La Leroueil, Tavenas [58] [59] (1978), ont analysé quatre (4) remblais d'essai réalisés, dans le but de valider les modèles théoriques, au Québec (Canada).

Depuis, est née l'analyse des observations et l'interprétation du comportement des pressions interstitielles en utilisant des modèles numériques.

Ainsi pratiquement dans tous les barrages en terre (Mica au U.s.a, et Grand'Maison dans les alpes françaises), un important dispositif d'auscultation est installé dans le corps du barrage, pour voir et vérifier l'efficacité du modèle théorique utilisé. Des pressiomètres sont installés dans l'ouvrage pour mesurer le développement des pressions d'eau, et des repères topographiques pour la mesure de la déformation du remblai.

En 1987 s'est tenu à Dublin le congrès international sur l'étude et l'interprétation des résultats obtenus par plusieurs modèles ainsi que les résultats obtenus dans le barrage de Grand'Maison.

Les auteurs confrontent les pressions interstitielles réelles, mesurées avec le dispositif installé et développées dans le corps du barrage durant la construction, avec celles calculées ou simulées à partir des modèles numériques.

La conclusion de cette analyse bibliographique sera présentée dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III) METHODOLOGIE ET APPROCHES POSSIBLES

CHAPITRE III) Méthodologie et approches possibles.

En conclusion, notre analyse bibliographique, a mis en évidence les insuffisances de la théorie de Biot [3]. Pour décrire au mieux le comportement d'une argile dans le cas simple, celle-ci trouve des difficultés qui sont bien connues. Ce qui a incité les chercheurs à approcher le problème de plusieurs façons avec des hypothèses simplificatrices.

La première approche, proposée par Sandhu & Wilson [30] en 1969, prend en considération le couplage du comportement du squelette solide avec le fluide qui existe dans les pores. Ce couplage dans le temps décrit le phénomène de la consolidation.

Cette approche est bonne dans le cas d'une argile dont le domaine est fixe, et les résultats sont meilleurs dans la partie médiane de la couche. L'approche a été améliorée ou affinée par plusieurs chercheurs dans les domaines de comportement non linéaire du sol, anisotropie, fluide incompressible, sol non saturé, etc....

Malgré ces améliorations, les résultats obtenus ne sont bons que dans la partie médiane de la couche considérée, ce qui met en relief l'insuffisance de la théorie de Biot.

La seconde approche a été développée dans le but de pouvoir prendre en considération les "insuffisances" de la théorie de Biot, celle-ci est basée sur l'analyse séparée, du comportement du fluide dans les pores, et du comportement du squelette solide.

Le problème devient de plus en plus compliqué dès lors que la géométrie varie dans le temps (limites mouvantes).

Dans ce cas, l'analyse a été détaillée par Einsestein [48] [52] en (1976, 1977), reprise par plusieurs auteurs avec des raffinements dans le comportement du sol du même type que celles de la première approche.

Afin de valider l'approche numérique ou le modèle utilisé, ces dernières années ont été développées des comparaisons entre les résultats (pressions interstitielles, déformations totales) réels mesurés dans les corps de barrages en construction, et ceux obtenus par simulation à partir du modèle considéré.

CHAPITRE IV) FORMULATION DES EQUATIONS.

CHAPITRE IV.) Formulation des équations.

L'ignorance où nous sommes de l'histoire des sols et la non linéarité de leurs lois de comportement, incite à exprimer celles-ci sous forme incrémentale par des lois linéaires à déterminer. Nous sommes ainsi amenés à décrire la consolidation par un ensemble de systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires, tangent au système non linéaire global.

Un ensemble d'hypothèses simplificatrices facilite l'écriture de nos équations qui vont approcher le problème.

IV.1) Hypothèses:

IV.1.1) Petites déformations:

L'hypothèse des petites déformations constitue une bonne approximation; néanmoins cette hypothèse, dans le cas de sols contraints initialement, peut ne pas être réaliste. Des études expérimentales ont montré que les complications introduites sont du même type que celles rencontrées dans le cas des grandes déformations [12] & [13].

En effet, on peut imaginer, dans le cas de l'hypothèse de petites déformations, que les grains qui composent le squelette solide, prennent ensemble un nouvel arrangement dû aux forces de surface, et tendent à prendre une configuration de façon à avoir une énergie potentielle minimale.

IV.1.2) Cette déformation est supposée être dans le plan de chargement de la couche.

IV.1.3) Les propriétés des matériaux utilisés sont isotropes pour le petit élément considéré. Mais celles-ci peuvent être différentes d'un élément à un autre.

IV.1.4) L'eau interstitielle est incompressible.

En plus de ces hypothèses, le comportement, linéaire ou non linéaire du squelette solide peut être incorporé.

Cette incorporation possible est due au développement de l'analyse incrémentale de charge et de l'existence de modèle décrivant au mieux le comportement non linéaire du squelette solide (modèle hyperbolique de KONDNER [51], modèle de DUNCAN [33] etc...).

Sur la base de toutes ces hypothèses, on peut écrire les équations qui gouvernent le problème de la consolidation.

IV.2) Contraintes dans un élément de sol (mécanique des milieux continus).

Considérons un élément cubique d'un sol, les arêtes du cube sont prises parallèlement aux coordonnées des axes.

Les caractéristiques de ce cube sont :

- a- Ses dimensions sont suffisamment grandes pour que la taille des pores soient incomparable à celles-ci.
- b- Pour être traité comme un matériau homogène et isotrope, ce cube est considéré comme assez petit, comparé à l'échelle du phénomène macroscopique auquel nous nous intéressons.
- c- Bien-sûr ce cube doit être considéré comme infinitésimal pour que le traitement mathématique soit valable.
- d- Et enfin, la condition de contrainte moyenne dans le sol est représentée par une distribution uniforme des forces sur les faces de cet élément cubique.

Dans ce cas le tenseur des contraintes est représenté par:

$$T = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & T_{yx} & T_{zx} \\ T_{xy} & \sigma_{yy} & T_{zy} \\ T_{xz} & T_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix}$$

σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{zz} , T_{xy} , T_{yx} , T_{xz} , T_{zx} , T_{yz} , T_{zy} sont respectivement les contraintes normales et tangentielles de l'élément.

Ce tenseur doit satisfaire les conditions d'équilibre du champ de contrainte.

$$\begin{bmatrix} \delta/\delta x \\ \delta/\delta y \\ \delta/\delta z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$$

Physiquement on peut penser que ces contraintes sont composées de deux parties. La première est causée par la pression hydrostatique de l'eau qui est dans les pores, et la seconde est due à la contrainte moyenne du squelette solide.

IV.3) Relation Contrainte-Déformation:

On fixe notre attention sur la déformation dans le sol. Sous l'effet d'un chargement quelconque, la déformation dans l'élément (squelette solide) sera donnée par u , v , w , respectivement dans les directions x , y , z .

Les composantes des déformations sont données par :

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \delta u / \delta x & \tau_{xy} &= \delta v / \delta x + \delta u / \delta y \\ \epsilon_y &= \delta v / \delta y & \tau_{yz} &= \delta w / \delta y + \delta v / \delta z \\ \epsilon_z &= \delta w / \delta z & \tau_{zx} &= \delta u / \delta z + \delta w / \delta x \end{aligned} \quad \text{Avec}$$

Si on considère initialement qu'il y a une relation fonctionnelle entre les déformations (ϵ_i) et les contraintes (σ_i), avec l'hypothèse d'isotropie, ces relations vont se réduire à la loi de HOOK généralisée pour un corps isotrope élastique.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \sigma_x / E - (\sigma_y + \sigma_z) \cdot \mu & \tau_{xy} &= 2 \cdot T_{xy} \cdot (1 + \mu) / E \\ \epsilon_y &= \sigma_y / E - (\sigma_x + \sigma_z) \cdot \mu & \tau_{yz} &= 2 \cdot T_{yz} \cdot (1 + \mu) / E \\ \epsilon_z &= \sigma_z / E - (\sigma_x + \sigma_y) \cdot \mu & \tau_{xz} &= 2 \cdot T_{xz} \cdot (1 + \mu) / E \end{aligned} \quad \text{et}$$

Où E, μ sont respectivement le module de YOUNG et le coefficient de poisson de l'élément considéré. L'état de contrainte moyen peut être défini avec la contrainte octaédrique moyenne comme :

$$\sigma_{oct} = (\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) / 3.$$

IV.1.4) Loi de DARCY:

Dans le but de décrire complètement les conditions macroscopiques du sol, on doit donner, en plus de ces équations, l'évolution de l'eau dans les pores de l'élément considéré. Comme nous avons un élément cubique de dimensions petites, cette pression sera considérée uniforme dans celui-ci.

La loi de DARCY a été établie à partir d'expériences effectuées en régime permanent, cependant en raison des faibles vitesses en régime non permanent, on admet que la loi de DARCY reste valable à chaque instant dans le cas non stationnaire. Dans ce cas, le débit (q) qui sort de l'élément, et le potentiel total (\emptyset) à l'intérieur de l'élément, sont alors fonction du temps, mais la relation reste valable, si l'on connaît les conditions aux limites de l'élément à cet instant.

Donc, le changement de pression est très lent pour qu'on puisse négliger cette variation, exception faite du cas du chargement brusque à l'instant initial.

IV.4.1) Ecoulement dans un milieu poreux:

Le débit (q), à travers un volume unitaire est caractérisé par le vecteur $q = (q_x, q_y, q_z)$. Ce dernier est fonction des débits surfaciques (Q_x, Q_y, Q_z), sortant des faces de l'élément. Sachant que le débit (q) est fonction de la perméabilité et du gradient hydraulique, la loi de DARCY généralisée dans les directions (x, y, z) est donnée par :

$$q_x = -K_x \left(\frac{\partial \emptyset}{\partial x} \right) ; q_y = -K_y \left(\frac{\partial \emptyset}{\partial y} \right) ; q_z = -K_z \left(\frac{\partial \emptyset}{\partial z} \right)$$

Où $K=(K_x, K_y, K_z)$, sont les composantes du vecteur coefficient de perméabilité dans les directions x, y et z. Et \emptyset est le gradient hydraulique, fonction de la pression hydrostatique (U), de la hauteur piézométrique (Z) et du poids spécifique de l'eau (Γ_w), ainsi le gradient (\emptyset) est donné par :

$$\emptyset = Z + \frac{U}{\Gamma_w}$$

IV.4.2) Loi de conservation du flux:

La loi de conservation du flux à travers une surface, s'écrit :

$$\frac{\delta}{\delta x} \left(-k_x \frac{\delta \phi}{\delta x} \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(-k_y \frac{\delta \phi}{\delta y} \right) + \frac{\delta}{\delta z} \left(-k_z \frac{\delta \phi}{\delta z} \right) + Q = 0$$

Q : représente le débit total s'écoulant vers l'extérieur, à travers tout l'élément considéré.

IV.5) Equation de continuité:

L'équation de continuité est définie par un processus de réversibilité entre le changement de volume et la quantité d'eau évacuée de l'élément.

L'équation de continuité est définie et décrite par :

$$\text{div } q = \frac{\delta}{\delta t} (\delta u / \delta x + \delta v / \delta y + \delta w / \delta z)$$

Si (K), le coefficient de perméabilité du sol, ne varie pas en fonction de la profondeur on aura :

$$\frac{K}{\gamma_w} [\delta^2 u / \delta x^2 + \delta^2 u / \delta y^2 + \delta^2 u / \delta z^2] = \frac{\delta}{\delta t} (\delta u / \delta x + \delta v / \delta y + \delta w / \delta z)$$

Cette dernière équation décrit le changement du volume de l'élément du sol pendant un incrément de temps en terme de quantité d'eau s'écoulant vers l'extérieur (partie de gauche). Et la partie droite représente la déformation immédiate qui est la conséquence de l'évacuation de l'eau du squelette de l'élément.

La direction de l'écoulement du fluide peut ne pas être la même que celle de la déformation.

Enfin nous obtenons l'équation générale qui va gouverner la consolidation dans le cas du domaine fixe.

$$\left[\frac{\delta^2 U}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 U}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 U}{\delta z^2} \right] = \frac{\gamma_w}{K} \frac{\delta}{\delta t} \cdot (\delta u / \delta x + \delta v / \delta y + \delta w / \delta z)$$

L'équation ci-dessus prend en considération les pressions internes de l'eau (U) et les déformations (u,v,w) du squelette solide. Il faut remarquer en outre, que la déformation du squelette solide est fonction de la charge appliquée sur l'élément.

Dans le but de ne pas encombrer l'équation nous avons préféré ne pas développer la partie de droite, et la laisser sous forme de deux parties distinctes et claires: une de droite qui donne la pression de l'eau, et la seconde la déformation immédiate du squelette solide.

Ainsi les équations d'équilibre y sont incluses, les limites appropriées et les conditions initiales doivent être spécifiées.

IV.6) Equations d'équilibre en mécanique des sols.

La condition macroscopique va être définie par des fonctions, de contraintes et de pression de l'eau.

Sachant que le milieu poreux entièrement saturé, comporte deux phases:

- 1-) Une phase solide formée de grains composant le squelette du sol.
- 2-) Une phase liquide remplissant tous les interstices, il est, donc, important d'introduire la notion de contrainte effective.

IV.6.1) Contraintes effectives dans un sol saturé.

Il faut préciser que seules les charges appliquées directement sur la phase solide provoqueront des effets mécaniques dans le milieu poreux. D'où la nécessité de décomposer les contraintes totales comme suit:

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + U \quad \text{Avec } \sigma'_{ij} \text{ contraintes effectives,} \\ U \text{ pression de l'eau interstitielle.}$$

Ainsi les contraintes deviennent:

$$\left[\begin{array}{l} \sigma_{xx} = \sigma'_{xx} + U \\ \sigma_{yy} = \sigma'_{yy} + U \\ \sigma_{zz} = \sigma'_{zz} + U \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left[\begin{array}{l} \tau_{xy} = \tau'_{xy} \\ \tau_{xz} = \tau'_{xz} \\ \tau_{yz} = \tau'_{yz} \end{array} \right.$$

IV.6.2) Equations d'équilibre dans un massif saturé.

Soit (R_o) la masse volumique d'un massif saturé, (R_o) est une fonction du volume solide (V_s), du volume liquide (V_l), de la masse volumique du squelette solide (R_{os}), et de celle du liquide (R_{ol}).

$$R_o = \frac{V_s}{V} R_{os} + \frac{V_l}{V} R_{ol}$$

Les équations d'équilibre pour les contraintes totales sont données par:

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\delta \sigma_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{xy}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_{xz}}{\delta z} = 0 \\ \frac{\delta \sigma_{yx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{yy}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_{yz}}{\delta z} = 0 \\ \frac{\delta \sigma_{zx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma_{zy}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma_{zz}}{\delta z} + R_o \cdot g = 0 \end{array} \right.$$

Pour les contraintes effectives, celles-ci deviennent, en remplaçant le flux (\emptyset) par la pression interstitielle (U) et la valeur de la charge hydraulique (hauteur de la surface libre (z)),

$$\begin{cases} \frac{\delta \sigma'_{xx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma'_{xy}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma'_{xz}}{\delta z} + \frac{\delta \emptyset}{\delta x} + \Gamma_w = 0 \\ \frac{\delta \sigma'_{yx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma'_{yy}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma'_{yz}}{\delta z} + \frac{\delta \emptyset}{\delta y} + \Gamma_w = 0 \\ \frac{\delta \sigma'_{zx}}{\delta x} + \frac{\delta \sigma'_{zy}}{\delta y} + \frac{\delta \sigma'_{zz}}{\delta z} + \frac{\delta \emptyset}{\delta z} + \Gamma_w + (R_o \cdot g - R_{oi} \cdot g) = 0 \end{cases}$$

$\frac{\delta \emptyset}{\delta z} + \Gamma_w$, est la force de volume de l'élément cubique.

$\Gamma_w = (R_o \cdot g - R_{oi} \cdot g)$: Le poids apparent de l'élément de la phase solide, celui-ci est souvent négligé dans les équations d'équilibres:

IV.6.3) Loi de comportement du matériau.

Dans le cas où l'on suppose que le liquide interstitiel est incompressible, la phase solide obéit à une loi constitutive où ce sont les contraintes effectives qui interviennent au lieu des contraintes totales.

$$\begin{bmatrix} \sigma'_{xx} \\ \sigma'_{yy} \\ \sigma'_{zz} \\ \sigma'_{xy} \\ \sigma'_{yz} \\ \sigma'_{xz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ & a & b & 0 & 0 & 0 \\ & & a & 0 & 0 & 0 \\ & S & & c & 0 & 0 \\ & & Y & & c & 0 \\ & & & M & & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon'_{xx} \\ \epsilon'_{yy} \\ \epsilon'_{zz} \\ \tau'_{xy} \\ \tau'_{yz} \\ \tau'_{xz} \end{bmatrix}$$

Les constantes a, b, c, sont des constantes fonctions du module de YOUNG (E), et du coefficient de poisson (Nu).

$$a = \frac{E \cdot (1 - \text{Nu})}{(1 - 2 \cdot \text{Nu}) \cdot (1 + \text{Nu})} ; b = \frac{E \cdot (\text{Nu})}{(1 - 2 \cdot \text{Nu}) \cdot (1 + \text{Nu})} ; c = \frac{E \cdot (1/2 - \text{Nu})}{(1 - 2 \cdot \text{Nu}) \cdot (1 + \text{Nu})}$$

Il est à noter que ces équations ne prennent pas en considération la variation des contraintes tangentielles. Tout cela nous donne un état de la pseudo-théorie de la consolidation des sols de Biot [3].

Sous forme matricielle, elle s'écrit:

$$\{ \sigma' \} = [D] \{ \epsilon' \}$$

Les équations précédentes ne sont qu'une généralisation de la théorie de Therzaghi [4]. Celle-ci peut être retrouvée dans le cas particulier où toutes les variables sont dans la direction verticale (z), et si en plus la contrainte verticale est constante on retrouve :

$$\left[\frac{\delta^2 U}{\delta z^2} \right] = \frac{\tau_w}{K_z} \cdot m_v \cdot \frac{\delta U}{\delta t} \quad (1)$$

En effet, m_v est presque toujours supposé constant dans la théorie de Therzaghi [4] et par conséquent celui-ci est l'inverse du module élastique de compression des sols dans le cas unidimensionnel :

$$m_v = \frac{(1 + \mu) \cdot (1 - 2 \mu)}{E \cdot (1 - \mu)}$$

IV.6.4) Elasticité linéaire.

Avec les conditions de déformations planes, une modification similaire, à celle précédente, peut être réalisé.

Sous cette condition, si z est la direction normale au plan de déformation, ϵ_z est nul ($\epsilon_z=0$), et comme l'écoulement et la déformation existe dans les deux directions x, y, on aboutit à l'équation suivante:

$$\left[\frac{\delta(k_x \cdot \delta U)}{\delta x^2} + \frac{\delta(k_y \cdot \delta U)}{\delta y^2} \right] = \frac{\bar{u}_w}{E} \cdot 2 \cdot (1+\mu) \cdot (1-2\mu) \cdot \left(\frac{\delta U}{\delta t} - \frac{\delta \sigma_{oct}}{\delta t} \right)$$

$$\text{Avec } \sigma_{oct} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

Dans cette dernière équation σ_{oct} représente la variation du chargement dans le temps.

L'anisotropie, la non linéarité et la perméabilité dans tous les sens, peuvent être des raffinements dans les relations précédentes, mais ceux-ci ne vont pas changer le caractère de base de la théorie.

IV.7) Domaine variable.

Dans le cas du domaine variable, les limites sont mouvantes "variables" dans le temps. Les équations générales restent valables, le changement à apporter à celles-ci, est au niveau des limites.

Pour la couche précédente qui avait des conditions aux limites imposées, lorsqu'on lui ajoute une couche de remblai (par exemple dans le cas d'une construction d'un barrage en terre), ces conditions aux limites qui étaient imposées deviennent inconnues à l'étape suivante.

Le second changement réside au niveau de la contrainte octaédrique (σ_{oct}), qui, elle-même, résulte du changement de charge. Pour le pas de temps (t_1), la charge appliquée sur la couche est (σ_{oct1}), mais pour le pas de temps (t_2), la charge devient (σ_{oct2}). Ce changement n'est qu'une conséquence de la variation des limites.

CHAPITRE V) RESOLUTION

CHAPITRE V.) Résolution.

Les simplifications faites, légitimes du fait de la mauvaise connaissance du comportement du sol, sont l'une des principales causes des prévisions erronées dans les simulations numériques.

Dans ce qui suit on va essayer de résoudre le problème pour des cas simples, puis on abordera progressivement les cas complexes.

V.1) Cas unidimensionnel.

L'équation différentielle qui régit la dissipation des pressions interstitielles dans le cas unidimensionnel peut se ramener à :

$$C_v \cdot \frac{\delta^2 U}{\delta z^2} = \frac{\delta U}{\delta t} - \frac{\delta \sigma_{ooc}}{\delta t} \quad ; \text{ avec } C_v, \text{ coefficient de consolidation}$$

Dans le cas où la charge (σ_{ooc}) est constante, l'équation ci-dessus n'est qu'un cas particulier de l'équation générale, développée par Therzaghi [4], vue dans le précédent chapitre et dont la solution peut être approchée par plusieurs méthodes.

V.1.1) Solution analytique:

Cherchons une fonction qui donnerait la pression (U), sous la forme d'une série de Fourier, qui s'écrirait à l'instant (t) et pour la profondeur z:

$$U(t,z) = \sum_{i=1}^n A_n \cdot f(t) \cdot g(z)$$

A_n est une constante d'intégration dépendant de l'état de pression initiale.

Les fonctions $f(t)$ et $g(z)$ sont données par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} f(t) &= \text{Exp}(-K^2 \cdot C_v \cdot t) \\ g(z) &= \text{Sin}(K \cdot z) \\ A_n &= \frac{1}{H} \cdot \int_0^{z=H} U_0 \cdot \text{Sin}(K \cdot z) \cdot dz \end{aligned}$$

U_0 : Pression initiale, à $t=0$.
 C_v : Coefficient de consolidation.

$$K = \frac{n \cdot \pi}{2 \cdot H}$$

n : Numéro de l'itération de sommation.
 H : Distance du plus court chemin vers la limite drainante.
 H_c : Hauteur totale de toute la couche.

La constante d'intégration A_n , a été trouvée pour différents cas de répartition uniforme linéaire des pressions initiales.

La différence entre les solutions réside au niveau de celle-ci.

$$A_n = \frac{A}{H} \cdot (1 - \cos(K \cdot H_c)) + B \cdot \left(\frac{-Ht}{K} \cos(K \cdot H_c) + \frac{1}{K^2} \cdot \sin(K \cdot H_c) \right)$$

$$H = \begin{cases} \frac{H_c}{2} & \text{Si on a une répartition trapézoïdale ou constante} \\ H_c & \text{Si on a une répartition triangulaire.} \end{cases}$$

$A = U_s$: U_s est la valeur de la pression à la surface de la couche.

$B = \frac{U_s - U_b}{H_c}$: U_b est la valeur de la pression à la base de la couche.

Le calcul manuel étant fastidieux, un programme informatique permettant le calcul de la pression, avec les différents cas présentés ci-dessus, a été rédigé (voir chapitre présentation des programmes pour plus de détails).

Les résultats "exacts" peuvent être obtenus pour des cas où la couche est isotrope, avec des conditions aux limites et une répartition des pressions initiales simples. Pour un multicouche dont les caractéristiques varient avec la profondeur et des conditions aux limites complexes, la solution analytique est lourde et fastidieuse.

V.1.2) Solution par les différences-finies.

Dans ce qui suit nous allons utiliser les différences-finies et présenter deux méthodes de résolution de l'équation différentielle, aux dérivées partielles, précédente.

Les principes de bases sont classiques, mais leurs mises en oeuvre présentent quelques difficultés du fait du grand nombre d'équations à résoudre, et des conditions aux limites spécifiques.

V.1.2.1) Cas d'une seule couche.

Si on considère une couche "normale" quelconque de sol de fondation, la méthode des différences-finies consiste à discrétiser notre couche en un certain nombre de point d'épaisseur connue et à traduire l'équation aux dérivées partielles en une équation aux différences-finies aux points considérés.

$$\text{Ainsi} \quad C_v \cdot \frac{\delta^2 U}{\delta z^2} = \frac{\delta U}{\delta t}$$

$$\text{devient} \quad C_v \cdot \frac{D^2 U}{D z^2} = \frac{D U}{D t}$$

V.1.2.1.1) Méthode explicite.

Si on adopte l'indice (i) pour les subdivisions (sous couches), et l'indice (j) pour les intervalles de temps. On écrit l'équation précédente sous forme de différences-finies entre deux intervalles de temps (j, j+1), et entre deux intervalles d'espace (i, i+1) ainsi les différences (DU, DZ et Dt) deviennent sous forme de différences entre l'état (i et i+1) pour les intervalles d'espace, et entre l'état (j et j+1) pour les intervalles de temps.

En séparant les expressions des pressions inconnues à l'instant (j+1) de celles connues à l'instant (j) on aboutit, toute simplifications faite, à l'équation:

$$U_{j+1}^i = U_j^i \cdot (1 - 2 \cdot \alpha) + \left[U_j^{i+1} + U_j^{i-1} \right] \cdot \alpha$$

$$\text{Avec } \alpha = \frac{Cv \cdot Dt}{Dz}$$

Cette expression permet de trouver la valeur de la pression U_{j+1}^i pour chaque point d'espace (i) et de temps (j+1) en fonction de la valeur de la pression de la couche précédente U^{i-1}_j et de la valeur suivante U^{i+1}_j , connaissant les valeurs des pressions aux temps (j).

Les valeurs des pressions aux points (i=0, surface de la couche) et (i=n, fond de la couche) seront introduites comme conditions aux limites. Les pressions initiales seront introduites comme conditions initiales.

On peut ainsi calculer la valeur de la pression en un point de l'espace et au temps voulu, sans calculer les autres points.

Pour cela, Il suffit de connaître la valeur des pressions des couches avoisinantes (i-1, et i+1) au temps précédent (j-1).

Donc cette méthode consiste à résoudre une seule équation pour le point considéré. Elle a l'avantage d'être facile à programmer et elle ne nécessite qu'un faible espace mémoire dans le calculateur.

Malheureusement la stabilité de la solution, qui est fonction du terme (α), n'est pas évidente.

Ce problème de stabilité peut être évité en prenant un terme (α) petit ($\alpha \leq 0.5$) et en consacrant un plus grand nombre d'itérations pour atteindre la précision voulue.

En effet, SCOTT [63] a montré en 1965 que si ($\alpha=1/6$) la solution est stable.

V.1.2.1.2) Méthode implicite.

Contrairement à la méthode explicite qui résout le problème équation par équation, la méthode implicite consiste à écrire le système d'équations qui décrit l'évolution de la pression pour tous les points de la couche subdivisée initialement, et à résoudre ce système matriciel, avec comme inconnues les pressions aux points nodaux aux temps $(t=j+1)$, séparées des valeurs connues aux temps $(t=j)$.

Ainsi les différentielles $\frac{\delta U}{\delta t}$ deviennent :

$$\frac{\delta U}{\delta t} = \frac{U_{j+1}^i - U_j^i}{Dt} \quad (1)$$

Au temps $t=j$; $\frac{\delta^2 U}{\delta Z^2}$ deviennent :

$$\frac{\delta^2 U}{\delta Z^2} = \frac{1}{DZ^2} \left[U_j^{i-1} - 2 \cdot U_j^i + U_j^{i+1} \right] \quad (2)$$

Et au temps $t=j+1$; celles-ci deviennent :

$$\frac{\delta^2 U}{\delta Z^2} = \frac{1}{DZ^2} \left[U_{j+1}^{i-1} - 2 \cdot U_{j+1}^i + U_{j+1}^{i+1} \right] \quad (3)$$

En arrangeant les équations 1,2,3 et en séparant les valeurs des expressions au temps $t=j$ et au temps $t=j+1$, on aboutit à l'équation :

$$- U_{j+1}^{i-1} + \frac{2 \cdot (1 + \alpha)}{\alpha} U_{j+1}^i - U_{j+1}^{i+1} = \dots$$

$$\dots = U_j^{i-1} + \frac{2 \cdot (1 + \alpha)}{\alpha} U_j^i + U_j^{i+1}$$

Dans cette dernière équation, la partie gauche est relative aux valeurs des pressions inconnues au temps $t=j+1$, et la partie droite est relative aux valeurs des pressions connues au temps $t=j$.

Une fois le système écrit pour tous les points de la couche subdivisée, on résout le système matriciel par une des méthodes classiques, bien connues par les ingénieurs (Gauss, Gauss-Siedel, Jacobi, ...).

La stabilité de sa solution (méthode implicite) est assurée. Néanmoins sa mise en forme de programme est plus complexe comparativement à la méthode explicite, de plus elle nécessite un espace mémoire plus important, car le système matriciel augmente en fonction du nombre de points de notre subdivision.

V.1.2.2) Cas d'un multicouche.

La théorie de Therzaghi [4], n'a de solution que dans le cas idéal d'une couche d'argile homogène, et dont les caractéristiques C_v , K_x , K_y , m_v , E , Nu , sont constantes dans toute la couche considérée.

Dans la réalité, une couche d'argile est inhomogène, ses paramètres varient en fonction de la profondeur, et souvent celle-ci présente un ensemble de sous couches dont les paramètres sont très différents. Néanmoins, la théorie de Therzaghi [4], reste valable pour une couche séparée des autres.

Le point de contact des couches (interfaces) reste un problème supplémentaire, de discontinuité, qu'il faut résoudre.

Dans ce type de couche les subdivisions sont connues, mais les valeurs des pressions aux interfaces seront déterminées par interpolation.

Afin d'éliminer la discontinuité, on va exprimer la loi de DARCY à l'interface, en égalisant la vitesse d'écoulement calculée à partir de la couche supérieure et de la couche inférieure.

La relation de continuité de l'écoulement exprimée à partir de la loi de DARCY à l'interface est:

$$K_1 \left[\frac{\delta U}{\delta z} \right] = K_2 \left[\frac{\delta U}{\delta z} \right]$$

Sa mise en forme, dans l'équation générale aux différences-finies, est différente que l'on soit dans le cas explicite ou implicite.

V.1.2.2.1) Méthode explicite.

Sachant que dans ce cas, une équation va générer la pression en un point. Si on connaît la pression de deux points entourant le point considéré au temps précédent, indépendamment des autres, on peut trouver la valeur de la pression dans ce dernier. En particulier si celui-ci est une interface la valeur de la pression sera calculée, facilement, à partir de la relation:

$$U_j^i = \frac{U_j^{i-1} \cdot \frac{K_1}{DZ_1} + U_j^{i+1} \cdot \frac{K_2}{DZ_2}}{\frac{K_1}{DZ_1} + \frac{K_2}{DZ_2}}$$

Le calcul se fera normalement, pour tous les points autres que les points d'interfaces par les expressions vues plus haut, dans le cas d'une couche homogène, et les points d'interfaces seront calculés quant à eux par cette dernière expression.

V.1.2.2.2) Méthode implicite.

La méthode implicite, consiste à écrire un système matriciel d'équations et à le résoudre. L'équation au noeud de l'interface sera donnée en fonction des expressions des pressions au temps (j) et au temps (j+1) par:

$$-U_{j+1}^{i-1} + \alpha_1 \cdot U_{j+1}^i - \Phi \cdot U_{j+1}^{i+1} = U_j^{i-1} + \alpha_2 \cdot U_j^i - \Phi \cdot U_j^{i+1}$$

$$\text{Avec } \alpha_1 = \frac{C_1 + \Phi \cdot C_1}{2} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{C_2 + \Phi \cdot C_2}{2}$$

$$C_1 = \frac{2 \cdot (1 + \alpha_1)}{2} \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{2 \cdot (1 - \alpha_1)}{2}$$

$$\Phi = \frac{K_1}{DZ_1^{i+1}} + \frac{K_2}{DZ_2^i}$$

Au niveau du noeud d'interface, l'expression qui régit la dissipation de la pression est donnée par l'équation précédente. Celle-ci sera une équation supplémentaire qui va être écrite dans le système général.

Lorsque le système est écrit en entier, il est résolu par une des méthodes bien connues.

V.1.3) Solution par éléments-finis.

La méthode des éléments-finis constitue un outil courant de grande importance pour l'analyse du comportement des sols mous soumis à un chargement.

Depuis les premiers travaux, présentés par SANDHU et WILSON [30], la méthode des éléments-finis a été la plus développée.

Beaucoup de programmes ont été développés et présentés ces dernières années ([41], [60], [61]), afin de mettre en évidence les possibilités et les limites de cette méthode.

V.1.3.1) Rappel des équations sous forme matricielle (Couche homogène).

Il nous est pas paru utile de rappeler les notions de base de la méthode des éléments-finis, ni ses détails d'application. Le lecteur intéressé pourra se rapporter aux ouvrages spécialisés pour plus de détails. Néanmoins nous allons rappeler les équations de base du problème de consolidation, sous forme matricielle, ainsi que la formulation variationnelle afin de pouvoir préparer nos équations à la programmation.

Dans le cas où l'on suppose le fluide incompressible, la phase solide obéit à la loi de HOOK généralisée, (vue dans le chapitre présentation des équations). En la notion de contrainte effective cette équation s'écrit:

$$\{ \sigma'_{13} \} = [E] \{ \epsilon_{13} \}$$

Les équations d'équilibre, en contraintes effectives, s'écrivent pour leur part sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \delta/\delta x & 0 & 0 & \delta/\delta y & 0 & \delta/\delta z \\ 0 & \delta/\delta y & 0 & \delta/\delta x & \delta/\delta z & 0 \\ 0 & 0 & \delta/\delta z & 0 & \delta/\delta y & \delta/\delta x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma'_{xx} \\ \sigma'_{yy} \\ \sigma'_{zz} \\ \sigma'_{xy} \\ \sigma'_{yz} \\ \sigma'_{xz} \\ \sigma'_{xx} \end{bmatrix} + \Gamma_w \begin{bmatrix} \delta/\delta x \\ \delta/\delta y \\ \delta/\delta z \end{bmatrix} \emptyset + \{f\} = 0$$

Le vecteur $\{f\} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Gamma_a \end{bmatrix}$

Sous forme condensée, l'équation peut être mise sous la forme:

$$\left[L \right]^T \{ \sigma' \} + \Gamma_w \{ \bar{V} \} \emptyset + \{ f \} = \{ 0 \}$$

V.1.3.2) Formulation variationnelle.

La formulation variationnelle du problème, peut être reproduite moyennant la fonctionnelle π à l'équilibre, que l'on doit minimiser.

$$\delta \pi = \iiint_V \delta \cdot \{ \epsilon \} \cdot \{ \sigma' \} \cdot dV - \iiint_V \delta \cdot \{ U \} \cdot (\Gamma_w \cdot \{ \bar{V} \} \emptyset + \{ f \}) dV - \dots$$

$$\dots - \iint_S \delta \cdot \{ U \} \cdot \{ F \} \cdot dS = 0$$

Ces équations sont à comparer avec les équations d'équilibre.

V.1.3.2.1) Equations d'équilibre en formulation variationnelle.

Les équations d'équilibre dans la formulation variationnelle où intégrale, en éléments-finis, doit se faire en connaissant les fonctions d'interpolations de nos variables inconnues qui sont la pression de l'eau interstitielle et le tassement différentiel du sol.

On pose:

$$\{U_s\} = [N_s] \{ \hat{u}_s \} \quad \text{et} \quad \{\emptyset\} = [N_f] \{ \bar{\emptyset} \};$$

U_s : Représente le déplacement inconnu du sol (tassement).

\emptyset : Représente le gradient hydraulique, où pression de l'eau interstitielle inconnue.

N_s : Représente la fonction d'interpolation du squelette solide.

N_f : Représente la fonction d'interpolation du fluide.

Notons que les différentes fonctions d'interpolations sont utilisées pour approximer la déformation et la pression interstitielle dans l'élément considéré.

Et $\{\epsilon\}$, $\{\sigma'\}$, $\{\hat{u}\}$, $\{\bar{\emptyset}\}$, $[E]$ sont respectivement la déformation, la contrainte effective, le déplacement, le gradient hydraulique (pression), et la matrice des coefficients reliant contraintes et déformations.

Au niveau des noeuds on aura :

$$\begin{aligned} \delta \{U_s\} &= [N_s] \{ \delta \hat{u} \} \\ \{\epsilon\} &= [L] \{ U \} = [L] [N] \{\hat{u}\} = [B] \{ \hat{u} \} \\ \{\delta\epsilon\} &= [B] \{ \delta \hat{u} \} \\ \{\sigma'\} &= [E] \{ \epsilon \} \end{aligned}$$

Pour le gradient hydraulique (pression de l'eau interstitielle), on suppose qu'il varie dans le même maillage par :

$$\{\nabla\} \emptyset = \{\nabla\} [N_f] \{ \bar{\emptyset} \} = (\{\nabla\} [N_f]) \{ \bar{\emptyset} \}$$

On aboutit à :

$$\{\nabla\} \emptyset = [B_\emptyset] \{ \bar{\emptyset} \}$$

Lorsque l'on substitue toutes ces équations dans l'expression $\delta \pi = 0$, toute simplifications faite, on aboutit à l'équation:

$$(I) \quad \left[K_s \right] \{ \hat{U} \} + \left[K_\emptyset \right] \{ \bar{\emptyset} \} = \{ R \}$$

où $\left[K_s \right]$ est la matrice de rigidité de l'élément solide.

et $[K_c]$ la matrice de couplage avec l'élément fluide fluide (eau).

$\{R\}$ est la somme des forces volumiques et des forces surfaciques.

Les expressions de ces matrices sont données par:

$$\left[\begin{array}{l} [K_s] = \iiint_V [B]^t [E] [B] dV \\ [K_c] = - \iiint_V [N]^t [B_0] dV \\ \{R\} = \iiint_V [N]^t * \{f\} dV + \iint_S [N]^t \{F\} dS \end{array} \right.$$

Pour compléter la formulation du problème, des relations analogues doivent être dérivées à partir de l'équation de continuité, celles-ci peuvent être retrouvées, en utilisant une méthode d'intégration numérique de l'équation gouvernant le problème de consolidation, la méthode de GALERKIN a été choisie.

V.1.3.2.2) Méthode de GALERKIN.

L'intégration de l'équation de continuité peut se faire numériquement par la méthode des résidus pondérés.

Dans le cas où les coefficients de pondération sont égaux aux fonctions d'approximation, la méthode est dite de GALERKIN.

La méthode de GALERKIN, consiste à résoudre un problème régi par l'équation suivante :

$$[L] \cdot \{u\} - \{b\} = 0$$

Avec [L] : Opérateur mathématique (LAPLACIEN)

{u} : Inconnues du problème (dans notre cas ce sont les pressions).

{b} : Second membre, connues du problème, valeurs imposées.

On intègre sur tout le volume (V) de l'élément considéré:

$$\text{Soit} \quad \iiint_V \{f_i\} \cdot \{R\} dV = 0$$

Avec {f_i} : coefficients de pondération.
 {R} : Résidus = [L · (Σ a_i · f_i) - b.

Après toute simplifications on aboutit à l'équation:

$$(II) \quad [K_w] \{ \bar{\theta} \} + [K_c] \left\{ \frac{\delta u}{\delta t} \right\} = \{ R_1 \}$$

[K_w] est la matrice de rigidité de l'élément fluide (eau).

[K_c] est la matrice de couplage avec l'élément solide (sol).

{R₁} est le second membre de l'équation calculé à partir du débit surfacique pouvant être imposé comme charge nodale.

$$\left[\begin{array}{l} [K_w] = \iiint_V [B_w]^T [K] [B_w] dV \\ [K_c] = - \iiint_V [N_f]^T ([V]^T [N_f]) dV \\ \{ R_1 \} = - \iint_S q_m [N_f]^T dS \end{array} \right.$$

[K] : représente la matrice d'écoulement dans le sol.

[\bar{V}] : représente l'opérateur différentiel.

Dans le cas où la charge imposée est nul, le vecteur $\{R_i\}$ est nul.

Les deux équations présentées dans les pages précédentes (I et II), ensemble, gouvernent la consolidation dans le cas d'un domaine fixe. Ces équations doivent être résolues simultanément car elles sont couplées.

V.1.3.2.3) Couplage des équations.

Généralement les problèmes d'écoulement biphasique, [que l'on trouve en mécanique (chambre de combustion: air et essence), mécanique des sols (squelette solide et eau), et en hydraulique générale (ressaut hydraulique: air et eau) etc...], sont très difficiles à résoudre.

Dans le but de simplifier ces problèmes, les deux phases sont traitées séparément, en tenant compte de l'interaction qui existe entre les deux phases.

Les pionniers à avoir utilisés ce couplage dans le problème de consolidation sont SANDHU et WILSON [30] dans les années 1970.

Les équations (I) et (II) ont été formulées, en couplant les deux phases. Le squelette solide (milieu poreux) est traité comme un état dépendant de l'eau qui existe dans les pores de celui-ci (vide interstitiel).

Cette dépendance est explicitée par la matrice de couplage liant les deux phases, en tenant compte des conditions d'équilibre, de compressibilité et de continuité dans le milieu.

Le système d'équations finales est donné par l'écriture des deux équations (I) et (II).

$$\left[K_s \right] \{ \dot{u} \} - \left[K_c \right] \{ \bar{\theta} \} = \{ R \} \quad (I)$$

$$\left[K_c \right] \left\{ \frac{\delta \dot{u}}{\delta t} \right\} + \left[K_w \right] \{ \bar{\theta} \} = \{ R_i \} \quad (II)$$

V.1.3.2.4) Discretisation du pas de temps δt .

L'équation (II) est une fonction du temps (t), elle doit être simplifiée.

Utilisons les différences-finies pour expliciter l'expression $\delta \hat{u} / \delta t$ en fonction de deux pas de temps (t) et (t+dt).

La formulation la plus simple est de considérer une interpolation linéaire dans le temps de la pression (\hat{u}).

$$\frac{\delta \hat{u}}{\delta t} = \frac{\hat{u}_{t+dt} - \hat{u}_t}{(t+dt) - (t)} = \frac{\hat{u}_{t+dt} - \hat{u}_t}{dt}$$

$$\int_t^{t+dt} \left(\left[K_c \right] \left\{ \frac{\delta \hat{u}}{\delta t} \right\} + \left[K_\emptyset \right] \left\{ \bar{\emptyset} \right\} \right) \cdot dt = \int_t^{t+dt} \left\{ R_i \right\} \cdot dt$$

Une fois simplifiée l'équation devient:

$$\left[K_c \right] \left\{ \hat{u} \right\}^{t+dt} + \left[K_\emptyset \right] \cdot Dt \cdot \left\{ \bar{\emptyset} \right\}^{t+dt} = \left\{ R_i \right\} \cdot Dt + \left[K_c \right] \left\{ \hat{u} \right\}^t$$

Le système à résoudre devient finalement:

$$\left[K_s \right] \left\{ \hat{u} \right\}^{t+dt} - \left[K_c \right] \left\{ \hat{u} \right\}^t = \left\{ R \right\}$$

$$\left[K_c \right] \left\{ \hat{u} \right\}^{t+dt} + \left[K_\emptyset \right] \cdot Dt \cdot \left\{ \bar{\emptyset} \right\}^{t+dt} = \left\{ R_i \right\} \cdot Dt + \left[K_c \right] \left\{ \hat{u} \right\}^t$$

Ces équations ont été formulées pour la première fois par Sandhu et Wilson en 1969 [29]

V.1.3.3) Cas d'un multicouche.

La discontinuité rencontrée en différences-finies, dans le cas d'une couche inhomogène, ne se pose pas en éléments-finis.

Le milieu est discrétisé en petits éléments, de caractéristiques pouvant être différentes.

L'interface représentant un noeud, est une liaison entre deux éléments qui peuvent être égaux ou de caractéristiques différentes, la discontinuité à l'interface est ainsi résolue.

Les différences dans les éléments, peuvent être introduites comme données, et n'influent pas sur la structure générale du programme.

V.2) Consolidation bidimensionnelle.

Parmi les différentes extensions de la théorie de consolidation de Therzaghi [4], est le cas d'un sol dans lequel la dissipation des surpressions internes est bidimensionnelle, alors que le tassement différentiel est unidimensionnel.

V.2.1) Couche homogène.

Les hypothèses de bases sont conservées, la seule différence est au niveau de l'écoulement latéral, qui va être explicité par des équations fonction de la perméabilité latérale.

L'équation gouvernant l'évolution de la pression de l'eau dans ce cas, est similaire à l'équation de dissipation de la chaleur dans le plan.

Celle-ci peut être retrouvée de l'équation générale vue dans le chapitre présentation des équations. Si la charge est constante ($\delta\sigma_{oct}/\delta t = 0$), on aboutit à l'équation suivante:

$$\frac{\delta u}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left(K_x \cdot \delta u \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(K_y \cdot \delta u \right) + \frac{\delta}{\delta t} (\sigma_{oct}) \quad (2)$$

V.2.1.1) Solution analytique.

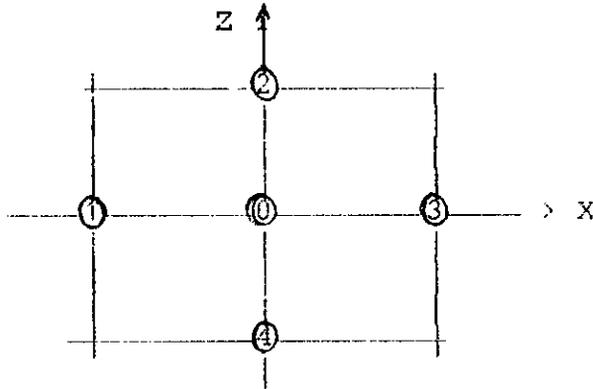
Il nous est pas paru utile, d'étudier la solution analytique de l'équation précédente (cas bidimensionnel), notre but dans le chapitre précédent étant de montrer la concordance qui existe entre les différentes approches numériques.

La solution en différences-finies, et en éléments-finis est plus intéressante à étudier, mais nous allons comparer les résultats obtenus à ceux obtenus numériquement pour des cas simples.

V.2.1.2) Solution en différences-finies.

L'équation aux dérivées partielles (2), va s'exprimer sous forme de différences finies entre deux états, de temps et d'espaces, comme dans le cas unidimensionnel.

Dans ce cas un noeud est entouré par quatre noeuds. Si on considère le plan (x, z) de la figure ci-dessus, on peut écrire la valeur de la pression au noeud centrale (0), moyennant la même méthodologie vue précédemment dans le cas unidimensionnel, en fonction des deux noeuds qui l'entourent sur l'axe des X (1 et 3), et des deux autres sur l'axe Z (2 et 4), voir schéma.



A l'instant (t) on aura :

$$K_x \frac{\delta^2 U}{\delta x^2} = \frac{K_x}{(Dx)^2} \cdot (U_1 + U_3 - 2 \cdot U_0)$$
$$K_z \frac{\delta^2 U}{\delta z^2} = \frac{K_z}{(Dz)^2} \cdot (U_2 + U_4 - 2 \cdot U_0)$$

V.2.1.2.1) Méthode explicite.

L'expression, donnée par la méthode explicite, ne présente pas de difficultés particulières. L'espace (X,Z) et la pression (U) sont discrétisés et approximés à l'instant (t), et l'expression à l'instant (t+dt) peut être retrouvée facilement en fonction des valeurs connues à l'instant (t).

L'expression finale est la suivante:

$$U_{t+dt}^{i,j} = U_t^{i,j} + Dt \cdot \left[\frac{K_x}{Dx^2} (U_t^{i-1,j} + U_t^{i+1,j} - 2 \cdot U_t^{i,j}) + \frac{K_z}{Dz^2} (U_t^{i,j-1} + U_t^{i,j+1} - 2 \cdot U_t^{i,j}) \right]$$

Du fait que cette expression ne présente pas de difficultés particulières, elle n'a été ni détaillée ni programmée.

Il est à préciser que la stabilité de la solution dépend du pas de temps (Dt) et des pas d'espaces (Dx) et (Dz). [63] a montré que celle-ci est assurée si la condition suivante est vérifiée.

$$Dt \leq \frac{1}{2 \cdot [Dx^{-2} + Dz^{-2}]} \quad \text{ou bien:}$$

$$A = \frac{Cv \cdot Dt}{(Dz)^2} \leq \frac{1}{2} \quad \text{Si } Dz = Dx$$

V.2.1.2.2) Méthode implicite.

Dans le même ordre d'idées, il est intéressant de voir la méthode implicite, qui présente des difficultés dans la programmation. La solution donnée par celle-ci est stable et peut être explicitée par l'expression suivante:

$$\frac{U_{t+dt}^{i,j} - U_t^{i,j}}{Dt} = \frac{\delta^2}{\delta x^2} \cdot (U_{t+dt}^{i,j}) + \frac{\delta^2}{\delta z^2} \cdot (U_{t+dt}^{i,j})$$

Afin de simplifier l'écriture, on va prendre les pas Dx , Dz égaux ainsi que les coefficients ($K_x = K_z = K$).

Lorsqu'on sépare les expressions connues à l'instant (t) des expressions inconnues à l'instant ($t+dt$), on aboutit à l'équation suivante:

$$-\mu U_{j-1,j}^{t+dt} - \mu U_{j,j-1}^{t+dt} + (1+4\cdot\mu)U_{j,j}^{t+dt} - \mu U_{j,j+1}^{t+dt} - \mu U_{(j+1),j}^{t+dt} = U_{j,j}^t$$

Avec :

$$\mu = \frac{K \cdot Dt}{Dx^2}$$

Cette équation présente cinq inconnues dans sa partie gauche, à déterminer à l'instant ($t+dt$).

Tout l'espace discrétisé, on aboutit à un système d'équations diagonal, chaque équation possède cinq inconnues.

Connaissant un tableau de valeur des pressions initiales à ($t=0$), de l'espace discrétisé initialement, une fois les conditions aux limites spécifiés, on résout le problème. Cette dernière expression n'est valable que dans le cas d'un sol isotrope, homogène, et dont les conditions aux limites sont simples.

V.2.1.3) Solution par éléments-finis.

Dans la section (V.1.3), nous avons présenté la méthode des éléments-finis permettant de résoudre le problème, des sols soumis à un chargement, sous condition de déformations et d'écoulement unidimensionnel. Dans cette partie nous allons décrire l'application de celle-ci dans le cas bidimensionnel. Nous allons nous limiter à rappeler les différences qui existent entre les deux cas (unidimensionnel et bidimensionnel). Celles-ci sont aux nombres de trois.

1°) La première est au niveau de l'écoulement qui devient bidimensionnel, représenté par la matrice d'écoulement [K], tel que :

$$K = \begin{bmatrix} k_x & 0 \\ 0 & k_y \end{bmatrix}$$

2°) La seconde est au niveau du changement volumétrique. Sous les conditions de contraintes en déformations planes, on aura :

$$\sigma'_{zz} = \mu' \cdot (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy})$$

et le changement volumétrique devient :
$$\frac{E'}{3 \cdot (1 - 2 \cdot \mu')} \cdot (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy})$$

3°) La troisième modification est au niveau de la contrainte octaédrique due au chargement, elle devient :

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy}}{2} = \frac{E' \cdot (1 - \mu')}{(1 + \mu') \cdot (1 - 2 \cdot \mu')} \cdot \epsilon_{xx}$$

L'équation régissant le problème de consolidation bidimensionnel, moyennant les modifications citées ci-dessus et en considérant les équations d'équilibre et de continuité, sera:

$$\frac{\delta u}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left(K_x \cdot \delta u \right) + \frac{\delta}{\delta y} \left(K_y \cdot \delta u \right) + \delta (\sigma_{oed})$$

Pour retrouver les matrices élémentaires, on peut appliquer comme dans le cas unidimensionnel la méthode des résidus pondérés aux équations d'équilibre et de continuité.

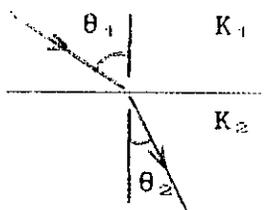
Le système d'équations à résoudre est identique à celui trouvé dans le cas unidimensionnel. Dans le cas bidimensionnel, le nombre d'éléments à choisir est plus grand, le type de ceux-ci est différent, mais la présentation est la même.

V.2.2) Cas d'un multicouche.

L'application du principe de continuité de la loi de DARCY, permet d'établir la loi de réfraction d'une ligne de courant, à travers une discontinuité de l'interface, comme dans le cas unidimensionnel.

Cette loi est donnée par:

$$K_1 \cdot \text{tg}(\theta_2) = K_2 \cdot \text{tg}(\theta_1) :$$



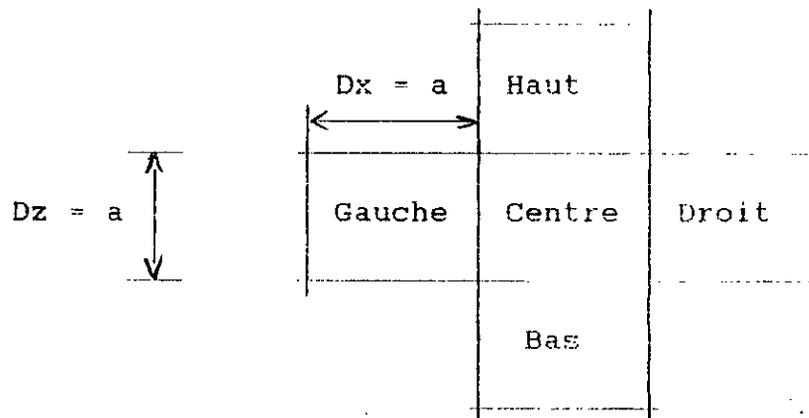
Il est à préciser, toutefois, que dans le cas où la couche supérieure est perméable (exemple du sable avec l'écoulement presque vertical), l'angle d'incidence θ_1 est faible; Et si de plus la couche du bas est peu perméable (argile par exemple) le coefficient de perméabilité est très petit par rapport à celui du sable, l'angle de réfraction dans ce cas est très grand.

Nous montrons ainsi, que si l'écoulement est vertical dans la couche du haut il devient horizontal dans la couche inférieure. Cet énoncé est dénommé "hypothèse des multicouches".

L'équation qui va générer un système multicouches sera donnée par la loi de diffusivité, écrite dans le cas bidimensionnel.

V.2.2.1) Solution par différences-finies.

La même procédure que dans le cas d'un monocouche sera utilisée. Soit une maille (noeud), d'un système quelconque régulier entouré de quatre mailles (noeuds), voir figure ci-dessous. Pour simplifier les équations on prendra une maille carrée.



Dans le cas d'une évolution linéaire entre deux mailles adjacentes, l'équation générant l'évolution de la pression de l'eau dans la maille centrale notée (c) sera donnée par l'équation de la page suivante.

$$1/a[K_d \cdot (U_d - U_c)/a + K_g \cdot (U_c - U_g)/a] + 1/a[K_h \cdot (U_h - U_c)/a + K_b \cdot (U_c - U_b)/a]$$

$$= C_v \cdot \delta U_c / \delta t$$

K_i , U_i représente les coefficients de perméabilité et les pressions des couches respectives (h) pour haut, (b) pour bas, (g) pour gauche, (d) pour droite et (c) pour centrale.

Si $K_g = K_d = K_c$, l'équation va se simplifier davantage:

$$[K_c \cdot (U_d - U_c) + K_c \cdot (U_c - U_g)] + [K_h \cdot (U_h - U_c) + K_b \cdot (U_c - U_b)] =$$

$$a^2 C_v \cdot \delta U_c / \delta t$$

Connaissant la pression initiale $U(t=0)$, on va s'intéresser à la détermination de la pression U à une date (t) quelconque. On doit faire donc, une discrétisation du temps, et définir ainsi le pas de temps (Δt). Si la pression à l'instant ($t=0$) est U_0 , et si le temps est considéré suffisamment petit, on peut approximer la courbe $\delta U / \delta t$, en admettant une évolution linéaire dans le temps aussi.

$$\delta U / \delta t = (U_{t_1} - U_{t_0}) / (t_1 - t_0), \text{ avec } (t_1 - t_0) = \Delta t.$$

Il existe trois méthodes pour calculer la valeur de U_{t_1} , comme dans les cas précédents, méthode explicite, implicite et mixte.

La même méthodologie sera utilisé que celle d'un monocouche, pour les méthodes explicite et implicite, la seule différence réside au niveau des perméabilités K_i , qui vont différer d'une couche à une autre.

L'équation obtenue, pour les deux cas, sera linéaire et ne fait intervenir que la pression $U_i(t_1)$ inconnue. On écrit pour chacune des mailles du modèle une équation analogue, pour aboutir à un système d'équation linéaire, avec autant d'équations que d'inconnues, que l'on doit résoudre à chaque pas de temps Δt .

Notons, que dans le cas où l'on suppose que l'évolution n'est pas linéaire dans le temps, on peut aboutir à la relation suivante de $\delta U / \delta t$:

$$U_{t_1} = U_{t_0} + \Delta t \cdot \left[\theta \cdot \frac{\delta U_{t_0}}{\delta t} + (1 - \theta) \cdot \frac{\delta U_{t_1}}{\delta t} \right]$$

Avec $0 \leq \theta \leq 1$
si $\theta = 1$, la méthode est explicite.
si $\theta = 0$, la méthode est implicite.
si $\theta = 0.5$, la méthode est mixte (Crank-Nicholson).

Il faut noter que HWANG [38] en 1971, BOOKER & SMALL [62] en 1975, ont considéré plusieurs schémas d'évolution du pas de temps (t), afin d'étudier la stabilité de la solution d'approche. Ils ont utilisé en plus une évolution logarithmique. Ces raffinements, quoique coûteux ne changent pas le caractère de base de la solution.

V.2.2.2) Solution par éléments-finis.

La solution, dans le cas d'un système complexe, à caractéristiques variantes en fonction de la profondeur et de la largeur, n'est pas simple à mettre en oeuvre en différences-finies.

Cette complexité est due aux discontinuités entre deux couches de caractéristiques différentes (interfaces). Des équations supplémentaires sont nécessaires pour lever cette discontinuité en différences-finies.

En éléments-finis, cette discontinuité n'existe pas. Chaque élément peut avoir des caractéristiques différentes, et ne changent pas la structure générale du programme. Les éléments choisis sont des éléments triangulaires isoparamétriques à six noeuds. Les fonctions d'approximations du squelette solide et de l'élément fluide sont différentes.

La fonction d'interpolation de l'élément générant le squelette solide est quadratique, celle qui va générer l'élément fluide est linéaire. Le même calcul et la même présentation, que dans le cas unidimensionnel, peuvent être faits.

CHAPITRE VI) COMPARAISONS ET LIMITES DE CHAQUE
METHODE

CHAPITRE VI) Comparaisons et limites de chaque méthode:

Dans le cas idéal du domaine fixe, homogène et dont la charge est constante, trois méthodes générales ont été présentées pour résoudre le problème de la consolidation unidimensionnelle.

Celles-ci sont: la méthode analytique, les différences-finies et la méthode des éléments-finis.

La comparaison des trois méthodes peut se faire au niveau des difficultés rencontrées lors de la mise en forme de programme pour un calcul opérationnel, celles-ci diffèrent d'une méthode à une autre.

La constante d'intégration (A_n) change lors du calcul analytique, en fonction de la répartition des pressions initiales, bien-que cette répartition soit linéaire. Pour une répartition non linéaire la constante d'intégration devient de plus en plus lourde, les cas n'ont pas été présentés.

Les résultats obtenus sont comparables aux résultats donnés par les méthodes numériques. Il faut préciser, que la solution devient impossible si la couche de sol est non homogène, d'où la nécessité d'utiliser des méthodes numériques.

La méthode des différences-finies est plus efficace, comparée à la méthode analytique pour les cas simples traités. Dans cette méthode la couche de sol est subdivisée en un certains nombres de points, la pression sera calculée en ces points.

L'équation régissant l'évolution de la pression sera explicitée par des différences (finies) entre deux états de temps et d'espaces, qui seront des images des points réels. Le système d'équations obtenu sera linéaires, et va décrire l'évolution de la pression interstitielle dans le temps et dans l'espace. Ce système d'équations sera résolu, en considérant les conditions initiales et les limites spécifiques.

Lors de la résolution, la convergence de la solution n'est pas évidente. Un pas de temps relativement petit nous assure celle-ci, mais le calculateur mettra plus de temps pour converger vers la précision voulu.

Il faut préciser aussi que, lorsque la couche est non homogène, des équations supplémentaires devront être écrites pour résoudre le problème de discontinuité entre deux couches avoisinantes de caractéristiques différentes. Ces équations seront écrites, et introduites dans le système global, moyennant la continuité de l'écoulement entre celles-ci.

Les difficultés rencontrées lors d'une discrétisation non uniforme en différence-finies sont bien connues, c.a.d, que des pas d'espaces et de temps constants. Une discrétisation avec des pas variables est nécessaire, non seulement pour une optimisation de la mémoire du calculateur mais aussi pour l'étude de l'évolution de la pression et des contraintes locales en des points particuliers, par exemple, les points proches de l'endroit du chargement.

Les difficultés énumérés ci-dessus, nous ont amenés à les comparer avec celles de la méthode des éléments-finis.

En éléments-finis, l'espace est discrétisé par de petit élément liés entre eux par des points nodaux. Ainsi le problème posé en différences-finies à l'interface ne se pose pas au niveau de la méthode des éléments-finis, car un noeud est nécessairement une connexion entre les éléments (continuité de l'espace). Sous l'effet d'une sollicitation quelconque, les équations qui régissent le comportement de ces éléments, seront déterminées à partir de la minimisation d'une fonctionnelle sous conditions d'équilibre et de continuité générale.

Une fois le milieu discrétisé, l'image de chaque élément est représentée par la matrice de rigidité élémentaire, et son comportement est régi par un système d'équations linéaires. Le système global sera obtenu en assemblant les matrices élémentaires de chaque élément entre elles, et le système global sera linéaire et généralement diagonal symétrique.

Il faut noter aussi, que les conditions aux limites qui ont été explicitées par des équations supplémentaires en différences-finies en considérant des noeuds fictifs, en éléments-finis, les équations régissant les conditions aux limites imposées seront éliminées du système global.

La difficulté rencontrée lors de la mise en forme de programme opérationnel est compensée par les possibilités offertes par cette méthode, celles-ci sont:

1: Possibilité d'utiliser des éléments non réguliers pour l'analyse du comportement local proche du point d'application de la charge.

2: Possibilité d'utiliser une variété d'éléments avec des fonctions d'approximation non linéaires (quadratique ou cubique).

3: Dans le cas d'une couche non homogène, les caractéristiques des éléments seront introduites comme données du problème à résoudre, et ne change pas la structure du programme général, comme dans le cas des différences-finies.

En général, les possibilités offertes par les deux méthodes sont les mêmes, un inconvénient peut être compensé par un avantage, par exemple, pour un même problème, la méthode des différences-finies est conseillée lorsqu'on veut résoudre un problème de consolidation en s'intéressant au temps de mise en forme de programme opérationnel et au temps de calcul.

Pour une analyse poussée et particulière du problème, la méthode des éléments-finis est obligatoire même si le temps de calcul est nettement supérieur à celui des différences-finies.

Une autre comparaison peut être faite, au niveau du type de calculateur disponible, et du système d'exploitation utilisé.

Les différences-finies n'exigent pas une mémoire vive importante au niveau du calculateur, alors que la méthode des éléments-finis demande un espace mémoire nettement supérieur au précédent. Cela est dû aux matrices globales très grandes lorsque le nombre d'éléments augmente, bien qu'on peut diminuer le nombre d'éléments en augmentant la précision de celui-ci avec des fonctions d'approximation d'ordre supérieur, mais le problème de mémoire sera toujours posé.

CHAPITRE VII) PRESENTATION DES DIFFERENTS PROGRAMMES

CHAPITRE VII) PRESENTATION DES DIFFERENTS PROGRAMMES:

Dans le chapitre précédent, nous avons développé les différentes équations qui gouvernent le problème de la consolidation, dans le but de les mettre sous forme de programme opérationnel.

Dans ce chapitre nous présentons les différents programmes informatiques, de chaque cas traité, écrit en langage FORTRAN 77, sous forme d'algorithme. Celui-ci est plus apte pour ce type de calcul scientifique.

Les programmes ont été exécutés sur deux types de calculateurs, V.A.X, et P.C compatible I.B.M, les deux machines existent au centre de calcul de l'école nationale polytechnique.

Il faut préciser que des modifications doivent être faites au niveau des programmes essentiellement lors du dimensionnement des tables et vecteurs, pour passer d'un type de calculateur à un autre. Cela est dû aux caractéristiques très différentes des systèmes d'exploitation des deux machines.

Pour que l'intéressé puisse bénéficier de ce modeste travail, des algorithmes suffisamment détaillés seront présentés. Ainsi l'intéressé pourra facilement écrire le programme informatique en utilisant le langage qu'il désire.

VII.1) Algorithmes (cas unidimensionnel).

VII.1.1) Algorithme série de FOURIER:

Le programme suivant peut être divisé en trois étapes distinctes.

1) La première étape est relative à l'initialisation des tables et vecteurs, à la lecture des données de bases, et enfin aux calculs initiaux.

a) Initialisation des tables et vecteurs:

Sachant que le compilateur FORTRAN ne permet pas une allocation dynamique des tables (variable), celles-ci doivent être dimensionnées à une valeur maximale possible, et doivent être fixées jusqu'à la fin de l'exécution du programme.

Le dimensionnement peut se faire en fonction du nombre maximal de points représentant les sous-couches, et les pas de temps.

b) Lecture des données de bases:

Les données de bases lues par le programme sont dans l'ordre suivant:

- C_v, H_c, N_c , sont respectivement le coefficient de consolidation, la hauteur totale de la couche et le nombre total de sous-couches de la couche de sol subdivisée.
- τ, T_{max} , sont le pas de temps d'itération et le temps maximum d'étude.
- Ifreq : code représentant la fréquence d'impression des résultats.
- P_{base}, P_{surf} : les valeurs de la pression à la base et à la surface de la couche considérée (conditions initiales).

c) Calculs initiaux:

Sachant que le pas de profondeur Dx et le pas de temps Dt sont fixés, un certain nombre de calculs initiaux doivent être faits.

- $Dx = 1/N_c$: Dx représente l'épaisseur de la sous-couche.
- $N_{c1} = N_{c+1}$: Nombre de points totaux de calculs, les points de la surface et de la base y sont compris.
- $X = (H_c, \text{ ou } H_c/2)$: X représente le plus court chemin à la surface drainante.
 - * Si $X=H_c$ la surface et la base sont toutes les deux drainantes.
 - * Si l'une des deux limites n'est pas drainante $X=H_c/2$.
- $Y = H_c$: Variable additionnelle.
- $A_s = P_{surf}$; $A_b = (P_{base} - P_{surf}) / H_c$, A_s, A_b constantes calculées.
- $\tau = 0, I_{cont}=0, Z=0$, Initialisation du pas de temps, du compteur et commencement des itérations à partir de la base $Z=0$.

Les calculs initiaux étant faits, on doit calculer la pression interstitielle initiale, conditions initiales, pour chaque point de profondeur Z, par interpolation linéaire.

Pour chaque profondeur Z, il faut faire:

$$P(z) = A_m + A_b * H_z.$$

$$Z = Z + Dx * Dz.$$

Impression du tableau des pressions initiales et des données de base.

2) La deuxième étape: est relative au calcul de la dissipation de la pression dans le temps.

Pour chaque pas de temps Tau, il faut faire:

```

Tau = Tau + Dtau
Icont = Icont + 1
Z = 0
) Pour chaque profondeur Z faire,
  S = 0
  Pour chaque point de sommation faire,
    ) P(n) = N * Pi / Y
      A(n) = Expression du chapitre précédent
      page ( voir chap V)
      Si(n) = Sin ( P(n) * Z)
      Ex(n) = Exp ( - P(n)^2 * Cv * Tau)
      S = S + A(n) * Si(n) * Ex(n)
    P(z)=S
  Z = Z + Dz * Hc

```

3) La troisième étape est relative au test impression

```

Si (Icont/ifreq) * ifreq .NE. Icont
.Oui. passer au pas suivant de Tau.
.Non. Impression de la pression au temps
      considéré.
Si ( Tau < Tmax)
.Oui. Passer au pas suivant du temps
.Non. Passer au calcul du degré de
      consolidation.

```

$$U = 1 - \sum_{n=1}^{10} (2/M^2) * \text{Exp}(-M^2 * T)$$

$$M = \text{Pi}/2 * (2 * n + 1)$$

$$T = \text{Cv} * \text{tau} / H_c^2$$

Impression du degré de consolidation.
Fin.

Le calcul du tassement et du degré de consolidation se fait indépendamment de l'étude de la dissipation des pressions. Le même sous programme sera utilisé pour tout ce qui suit.

VII.1.2) Algorithme, différences-finies.

Les insuffisances du programme précédent sont évidentes, les cas pouvant être traités sont idéaux, c'est-à-dire, des couches homogènes avec des conditions aux limites parfaites.

Dans le cas où la couche de sol représente des limites quelconques et des caractéristiques du sol différentes, le programme trouve ces difficultés, d'où la nécessité de traiter le cas en différences-finies. Nous avons fait plusieurs programmes en différences-finies, dont la complexité évolue d'un cas à un autre. A titre de comparaison avec le cas précédent nous allons les décrire en différences- finies.

VII.1.2.1) Cas d'une couche idéale, "homogène avec des limites simples".

Le programme pourra être divisé en trois étapes distinctes.

1) La première étape: est identique à celle de l'algorithme de séries de FOURIER, relative aux calculs initiaux, aux initialisations des tables et vecteurs, à la lecture et à l'impression des données de bases initiales.

Les données de bases sont identiques au cas précédent.

- C_v , H_c , N_c
- D_{τ} , T_{max}
- I_{freq} .

La pression à la base et à la surface est lue comme condition aux limites, ainsi que le tableau des valeurs des pressions interstitielles initiales.

- G_0 Condition à la limite supérieure (surface).
- G_1 Condition à la limite inférieure (base).

2) La deuxième étape, relative aux calculs initiaux:

- $Dx = 1/Nc$
- $Coef = (Dtau * Cv) / Dx^2$
- $Const = 1 - 2 * Coef$
- $M_{p+1} = Nc + 1$

3) La troisième étape est relative au calcul de la dissipation, des conditions aux limites et à l'impression:

* Pour chaque pas de temps Dtau, il faut faire:

Tau = Tau + Dtau.

Icont = Icont + 1

↳ Pour chaque profondeur Z faire,

[$T1_i = coef * (T0_{i-1} + T0_{i+1}) + Const * T0_i$

* Sauvegarde du tableau de valeurs des pressions calculées dans la table $T0_i$.

↳ Pour chaque profondeur Z faire,

[$T0_i = T1_i$

* Application des conditions aux limites.

$T0_1 = G_0$

$T0_{M_{p+1}} = G_1$

* Test d'impression.

Si (Icont / Ifreq) * Ifreq .NE. Icont

.Oui. Passer au pas de temps suivant.

.Non. Imprimer la table $T1_i$, pression au pas de temps tau, et passer à l'étape suivante.

* Test d'arrêt.

Si Tau < Tmax

.Oui. Passer au pas de temps suivant.

.Non. Passer au calcul du degré de consolidation comme dans le cas des séries de FOURIER.

Nous venons de voir que cet algorithme est plus simple que le précédent, le cas d'un multicouche sera plus difficile.

VII.1.2.2) Cas d'un multicouche.

Pour calculer la dissipation au niveau des points internes à la couche, La même méthodologie sera utilisée, la différence réside au niveau du calcul de l'interface, celle ci sera calculée à part.

Il faudra autant de données de base que le nombre de couches.

a) Données de base.

- Nombre de couches composant le sol à étudier.
- >* Pour chaque couche, il faut lire.
 - Nsc (nc), Nombre de sous couches par couche.
 - Ht (nc), Hauteur de chaque couche.
 - Cv (nc), Le coefficient de consolidation de chaque couche.
 - K(nc), perméabilité de chaque couche.
- Ifreq, fréquence d'impression des tables.

b) Calculs initiaux.

- > Pour chaque couche, faire:
 - Dz (Ic) = Ht (Ic) / Nsc(Ic)
 - Coef (Ic) = Cv (Ic) * Dtau / (Dz(Ic)²)
 - Const (Ic) = 1 - 2 * Coef (Ic)
 - M_{p1} = M_{p1} + Nsc(Ic)

M_{p1}, représente le nombre total de points où seront calculées les pressions interstitielles.

c) Conditions initiales et conditions aux limites.

Pour chaque point M_{p1}, lire la valeur de la Pression initiale:

Lire G₀, Condition à la surface.

Lire G₁, Condition à la base.

d) Traitement et calculs.

```
> > Pour chaque pas de temps, il faut faire:
    Tau = Tau + Dtau.
    Icont = Icont + 1
    Ic = 1
    > Pour chaque couche, faire:
        N1 = 2
        N2 = Nsc(Ic)
        > Pour chaque sous couche, faire:
            [ T1(I)=Coef(Ic)*(T0(I-1) + T0(I+1)) + Const(Ic)*T0(I)
              N1 = N2 + 2
              Si Ic .NE. Nc
                .Oui. Faire N2 = N2 + Nsc(Ic) et Continue
                .Non. Continue
            Calcul des interfaces.
            N1 = 1
        > Pour chaque couche, faire:
            [ N1 = Nsc(Ic) + N1
              T1(N1)=[T1(N1-1)*K(Ic)/Dz(Ic) + T1(N1+1)*K(Ic+1)/Dz(Ic+1)]/
                [ K(Ic)/Dz(Ic) + K(Ic+1)/Dz(Ic+1)]
            Remplacement des anciennes valeurs par les nouvelles
            > Pour chaque point de sous couches, faire:
                [ T0(I) = T1(I)
            Conditions aux limites.
                T0(1) = G0
                T0(Mp1) = G1
            Impressions.
            Si (Icont /Ifreq) * Ifreq .NE. Icont
                .Oui. On continue pour le pas de temps suivant.
                .Non. Test d'impression
            Si Tau < Tmax
                .Oui. On continue
                .Non. Fin
```

Nous remarquons dans cet algorithme, que tous les points de chaque couche sont calculés normalement comme dans le cas d'une couche homogène, et les valeurs des pressions aux interfaces sont calculées séparément par une expression, qui explicite la continuité de l'écoulement.

VII.1.2.3) Algorithme dans le cas d'un chargement variable.

La loi de chargement est introduite par une fonction $H=F(t)$.

En supposant que la fonction H est inversible, il sera plus commode d'écrire la loi de chargement H par $T=G(H)$, tel que G est l'inverse de la fonction F : avec T la variable temps et $G = F^{-1}$.

1) La première modification: de l'algorithme précédent réside au niveau du pas de temps à utiliser dans les itérations. Celui-ci est calculé et non pas introduit comme données initiales.

* Au Dz déjà défini, dans l'algorithme précédent, il correspond un D_{tc} , où D_{tc} est le pas de temps du chargement.

* On vérifie le critère de stabilité avec ce pas de temps calculé.

$$\text{Si } C_v \cdot \frac{D_t}{Dz^2} \leq .LE. (1/2 \text{ ou } 1/10)$$

.OUI. Le pas de temps de chargement sera considéré pour l'itération de la dissipation des pressions.

.NON. Le pas D_{tc} sera divisé par 10; et on vérifie: Si le critère de stabilité est vérifié, on garde le nouveau pas de temps D_{tc} , sinon on recommence.

2) La deuxième modification: est au niveau de l'expression du calcul de la dissipation de la pression, où le terme dû au chargement W tel que:

$$W = \text{Gama} \cdot \frac{DH}{Dt} \cdot B, \text{ sera rajouté à l'expression de}$$

U_j tel que:

$$U_j^i = U_{j+1}^i + \left(1 - 2 \cdot \frac{C_v \cdot Dt}{Dz^2} \right) \cdot U_j^{i+1} + W$$

Gama représente le poids volumique de la couche de sol rajouté.

$\frac{DH}{Dt}$, représente la loi de chargement, \bar{B} le coefficient de Skempton.

3) La troisième modification: est au niveau des conditions aux limites et des conditions initiales.

* La condition initiale est introduite comme:

$$U_1^0 = U_{Dz}^1 + W$$

* Les conditions aux limites sont introduites pour les deux limites, à la surface et à la base, comme suit:

** Pour $Z=0$, dans le cas non drainant, l'expression de la pression est donnée par:

$$U_{j+1}^1 = (1 - 2 \cdot \alpha) \cdot U_j^1 + \alpha \cdot U_j^2 + \alpha \cdot f_0(j \cdot Dt) + W$$

avec $W = \text{Gama} \cdot B \cdot DH$

** Pour $Z = H$, dans le cas non drainant, l'expression de la pression est donnée par:

$$U_{j+1}^{n-1} = (1 - 2 \cdot \alpha) U_j^{n-1} + \alpha \cdot U_j^{n-2} + \alpha \cdot f_0(j \cdot Dt) + W$$

L'algorithme étant le même que le précédent avec la modification suivante, pour le calcul de α :

```

alpha_1 = 1
Pour chaque couche faire
  alpha_0 = Cv(Ic) * Dtc / ( Dz(Ic)^2 )
  Si alpha_0 < alpha_1
    .OUI. Alors alpha_0 = alpha_1
    .NON.
    |
    v
  Si alpha_0 < 1/2
    .OUI. Continue
    .NON. Dtc = Dtc / 10

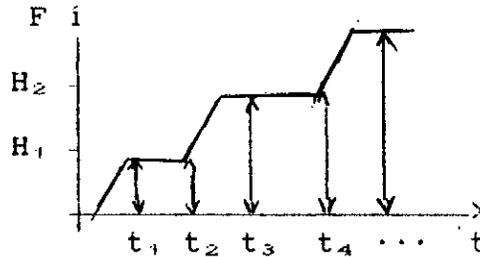
```

4) La quatrième modification: réside au niveau du calcul de la pression interstitielle, il faut rajouter le terme de charge sous forme de fonction de chargement

$$T_i^1 = \text{Coef}(Ic) \cdot (T_{i-1}^0 + T_{i+1}^0) + \text{Const}(Ic) \cdot T_i^0 + F(Tc, BBar, \dots)$$

A la fin du programme, il faut insérer la fonction de chargement, comme suit:

Function $F(Tc, BBar, \dots)$



VII.1.2.4) Domaine variable.

Dans le paragraphe précédent, on a considéré que l'épaisseur de la couche de sol ne varie pas dans le temps. Lors de la mise en place des couches successives du sol l'épaisseur de la couche change, d'où le nom du domaine variable. Pour prendre en considération cette évolution de la couche dans le temps, on doit étudier le problème comme si on avait une couche variable dans le temps.

L'algorithme, sous forme de sous-programme, peut être inséré dans le programme principal.

Les modifications à faire de l'algorithme précédent sont:

- 1) Les mêmes points déjà calculés, doivent être gardés, en ce qui concerne leurs positions physiques.
- 2) On remarque que l'origine des Z est obligatoirement en bas, due à l'évolution verticale de la couche.
- 3) A chaque fois, on monte d'un cran Dz numérique, on démarre d'un nombre de points physiques N et à chaque fois, on fait $N+1$.
- 4) Dz est gardé constant et ainsi le tableau des pressions interstitielles se trouve à chaque fois augmenté d'une valeur.
- 5) Un dimensionnement fixé au maximum possible, doit être pris, due à la hauteur qui augmente d'un cran.

$$H(n+1) = H(n) + Dz$$

L'algorithme est le suivant:

```
* Données de bases et calculs initiaux:
  Ni : Nombre de points initiaux.
  Ne : Nombre de points finaux.
  Hi : Hauteur initiale.
  He : Hauteur finale.

* Lecture de Tau, Dtau, Cv, Gama, BBar, IFreq,
  * Dz = Hi / Ni
  * Coef = Cv · Dtau / Dz2
  * Const = 1 - 2 · coef
  * W = Gama · BBar · Dz

* Lecture des pressions initiales.
* Lecture des conditions aux limites, G0 et G1.
* Initialisation.
  * Tau = 0
  * Icont = 0
  * N1 = Ni

* Calcul des pressions dans le cas du domaine
  variable.
>* Tau = Tau + Dtau
  * Icont = Icont + 1
  * N1 = N1 + 1
  * pour chaque sous-couche, il faut faire:
  * T11 = Coef · (T0i-1 + T0i+1) + Const · T0i + W <
  * Si i = N1
    .NON. continuer à calculer les autres points
    .oui.
      ↓
      T11 = W
  * Remplacer les anciennes valeurs par les nouvelles.
    T0i = T1i
  * Condition au limites
    T01 = G0
    T0N1 = G1
  * Sortie et impression.
  * Test si N1 = Ne
    .OUI. passer à l'étape suivante
    .Non.

  * Test si Tau > Tmax <
    .OUI. Imprimer et fin.
    .NON.

  * Calculer la dissipation par l'algorithme du
  paragraphe VII.1.2.1. ou VII.1.2.2 selon le cas posé.
```

VII.1.3) Algorithme éléments-finis, matrice élémentaires cas unidimensionnel.

Généralement, les problèmes de mécanique des sols et de la mécanique des fluides sont traités séparément.

- Le sol de " Skelton", squelette solide, est traité comme étant un solide poreux élastique classique.
- Et le fluide comme étant couplé au sol, avec des conditions de compressibilité et de continuité.

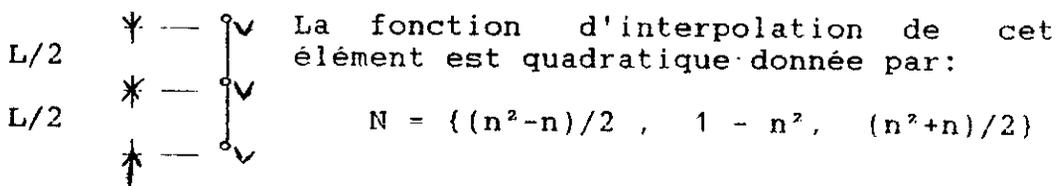
Le système est composé donc de deux milieux avec des comportements très différents.

Pour résoudre ce problème, on doit utiliser deux éléments: l'un, définit et décrit le comportement du squelette solide (sol), et l'autre: définit et décrit le comportement du fluide interstitiel (eau).

Nous allons présenter dans ce qui suit les éléments utilisés (Sol, et fluide), dans le cas unidimensionnel ainsi que leurs matrices élémentaires et la matrice de couplage.

VII.1.3.1) Élément solide.

L'élément utilisé est unidimensionnel à trois noeuds et à un seul degré de liberté par noeud, celui-ci représente le déplacement vertical (tassement).



Nous allons calculer la matrice de rigidité K_e de cet élément-fini, celle-ci est définie par:

- * $K_e = \int B \cdot D \cdot B \, dV$. Comme il a été vu dans le chapitre - , présentation des équations.
- * $B = L_x \cdot N = J \cdot L_n \cdot N_n$
- * L_x, L_n sont les opérateurs mathématiques.
- * N, N_n sont les fonctions d'interpolations dans les repères global et local.

- * J est la Jacobienne de passage du repère global au repère local.
- * D est la matrice donnant les caractéristiques du sol, constantes physiques, liant contraintes-déformations.

* Calcul de J, J⁻¹, et de Det J.

$$* J = L_n(x) = \frac{\delta}{\delta n} (N_1 \cdot X_1 + N_2 \cdot X_2 + N_3 \cdot X_3)$$

$$J = \frac{\delta}{\delta n} [(n^2 - n)/2 \cdot X + (1 - n^2) \cdot (X + L/2) + (n^2 + n)/2 \cdot (X + L)]$$

$$* J = 1/2 \cdot (2 \cdot n - 1) - 2 \cdot n \cdot (X + L/2) + (2 \cdot n + 1) \cdot (X + L)$$

* Toute simplifications faite on trouve:

$$* J = L/2 ; \text{Det } J = L/2 ; J^{-1} = 2/L$$

* Calcul de B et de B^t, B est définie par:

$$B = J^{-1} \cdot L_n \cdot N = 2/L \cdot \{ (2 \cdot n - 1) , -2 \cdot n , (2 \cdot n + 1)/2 \}$$

$$\text{et } B^t = 2/L \cdot \begin{bmatrix} 2 \cdot n - 1 \\ -2 \cdot n \\ 2 \cdot n + 1 \end{bmatrix}$$

* Calcul de la matrice D, constantes élastiques, dans le cas unidimensionnel, la matrice [D] se résume à [E].

* Calcul de la matrice [k].

$$* K_E = \int_{-1}^1 B_n^t \cdot D \cdot B_n \cdot \det J \cdot dn =$$

$$= \int_{-1}^1 2/L \cdot \begin{bmatrix} 2 \cdot n - 1 \\ -2 \cdot n \\ 2 \cdot n + 1 \end{bmatrix} \cdot [E] \cdot 2/L \cdot \{ (2 \cdot n - 1) , -2 \cdot n , (2 \cdot n + 1)/2 \} \cdot L/2 \cdot A \cdot dn$$

Toute simplifications faite, on trouve la matrice suivante définissant la rigidité de l'élément du sol.

$$K_E = \frac{E}{3 \cdot L} \cdot \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix}$$

La matrice suivante, définit la rigidité de l'élément fluide.

$$K_{\omega} = \frac{K_z}{L} \cdot \begin{bmatrix} +1 & -1 \\ -1 & +1 \end{bmatrix}$$

VII.1.3.3) Matrice de couplage.

La matrice de couplage de l'élément solide avec l'élément fluide est définie par la relation suivante:

$$K_c = \int \bar{N} \cdot \frac{\delta}{\delta x} (N^{\tau}) \cdot dV \quad \text{avec} \quad \begin{cases} N: \text{fonction d'interpolation du solide} \\ \bar{N}: \text{Celle du fluide.} \end{cases}$$

$$= \int_{-1}^{+1} N_n \cdot \frac{\delta}{\delta n} (N_n) \cdot \det J \cdot dn$$

La matrice K_c de couplage est donc:

$$K_c = \begin{bmatrix} 1/6 & -1/6 \\ 2/3 & -2/3 \\ -1/6 & 1/6 \end{bmatrix}$$

VII.1.3.4) Matrice de rigidité générant l'élément de consolidation.

L'élément solide ajouté à l'élément fluide en présence de la matrice de couplage, donne la matrice générant le problème de la consolidation, comme l'a présentée SANDHU et WILSON en 1969 [32], le schéma est le suivant:

$$\begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} v \\ \\ v \\ \\ v \end{array} + \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} p \\ \\ \\ \\ p \end{array} = \begin{array}{c} \circ \\ | \\ \circ \\ | \\ \circ \end{array} \begin{array}{c} v,p \\ \\ v \\ \\ v,p \end{array}$$

Nous allons obtenir un élément fini à 3 noeuds, les noeuds extrêmes ont deux degrés de liberté (v,p) et celui du milieu possède un seul degré de liberté (v).

$$\begin{bmatrix} [K_s] & | & [K_c] \\ \hline [K_c] & | & [K_\emptyset] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \emptyset_1 \\ \emptyset_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}$$

Afin de simplifier la résolution du système, on l'écrit de la manière suivante.

$$\begin{bmatrix} [K_s] \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} - [K_c] \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = [F] \\ [K_c] \begin{bmatrix} \delta \emptyset \\ \delta t \end{bmatrix} + [K_\emptyset] \begin{bmatrix} \emptyset_1 \\ \emptyset_2 \end{bmatrix} = [P] \end{bmatrix}$$

Pour utiliser des algorithmes existants, il est intéressant de l'écrire, comme suit:

$$\begin{bmatrix} [K_s] & | & [-K_c] \\ \hline [0] & | & [K_\emptyset] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V \\ \emptyset \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & | & [0] \\ \hline [K_\emptyset] & | & [0] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta U \\ \delta t \\ \delta \emptyset \\ \delta t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ P \end{bmatrix}$$

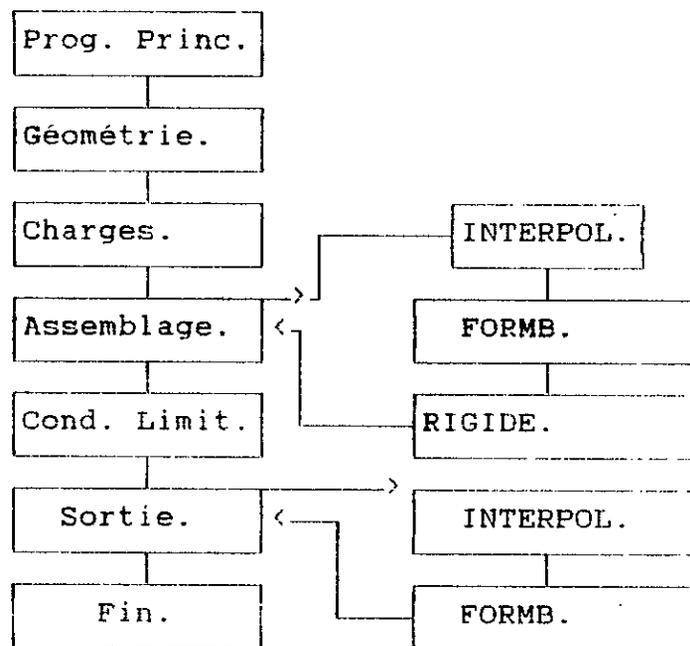
Le programme est écrit en langage FORTRAN, structuré en un certain nombre de sous-programmes (bloc fonctionnel).

Les différents blocs ainsi que leurs fonctions seront présentés dans ce qui suit.

VII.1.3.4.1) Programme unidimensionnel.

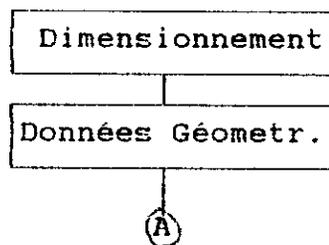
Dans cette section, nous allons présenter les différents algorithmes des différents blocs fonctionnels qui nous permettent de résoudre le système d'équation décrit précédemment.

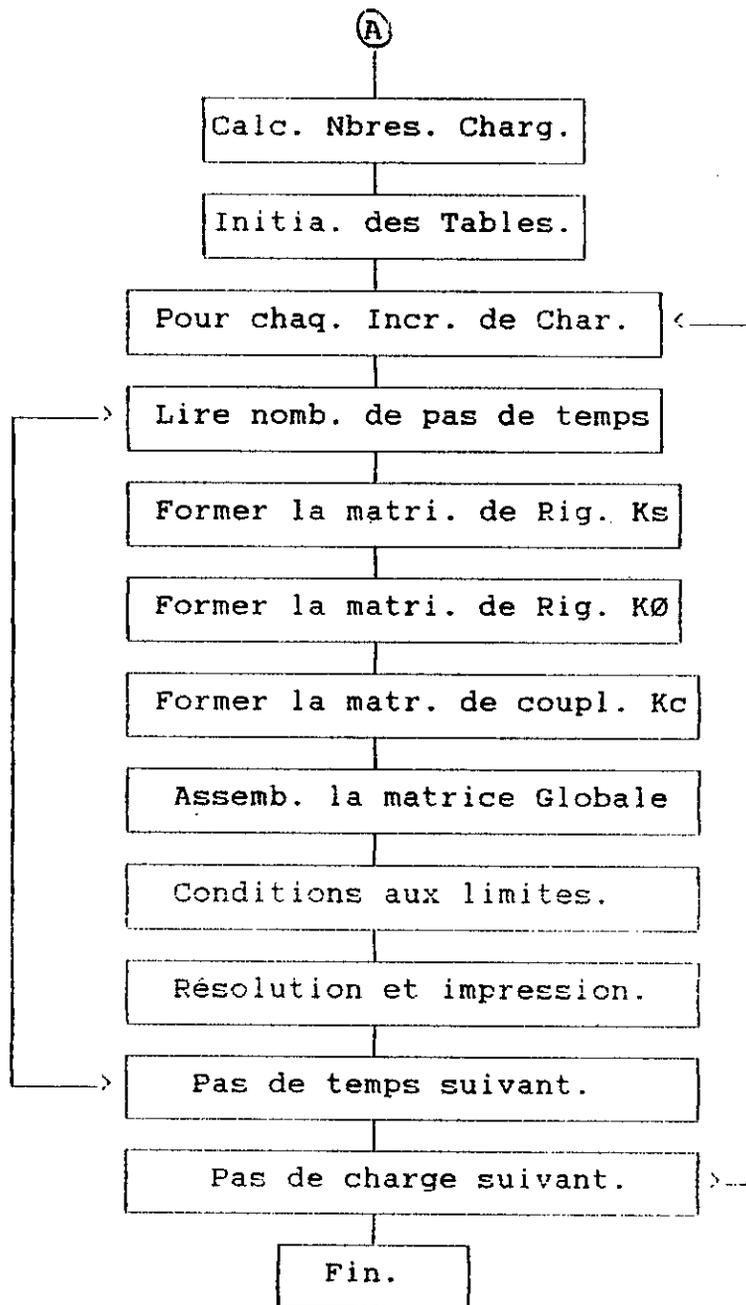
L'organigramme global est classique structuré dans différents blocs, est présenté dans la figure suivante.



a) Programme principal.

Le rôle du programme principal est classique, il sert à lier les différents sous programmes, son algorithme est le suivant :





b) Sous-programme, (GEOM) données géométriques.

Le sous programme GEOM lie et imprime toutes les données relatives à la géométrie et aux caractéristiques des matériaux utilisés, son algorithme est le suivant:

- Début.
- Lire Nbres d'éléments
- Pour chaque élém. < _____
- Lire E, K, E, Nu.
- Lire Connectivité.
- Calc. Nbrs d'inconnues. > _____
- Return

c) Sous-programme, (CHARGE).

Le sous programme de chargement, CHARGE, est relatif à la lecture des incréments de charge ainsi que les différents pas de temps relatif à l'application de cette charge.

- Lect. Nbre. cas de Char.
- Lect et Impre. pas temps.
- Calc. Temps Total. d'étu.
- Lire Type de fixa. Limi.
- Return.

d) Sous-programme (ASSEMBLE).

Le sous programme ASSEMBLE permet de calculer les coefficients des matrices élémentaires du sol, du fluide, de la matrice de couplage, ainsi que des vecteurs forces second membre, inconnus du problème, et forme la matrice K_g globale.

- Initialisation à Zéro.
- Pour chaque éléments.
- Appel du sous Programme RIGIDE.
- Calcul des Positions des éléments de la matrice globale.
- Assemblage de la matrice globale et du vecteur global.
- Return.

d.1) Sous-programme (RIGID).

Le sous programme RIGID permet de calculer les coefficients matriciels élémentaires en utilisant deux points de GAUSS pour l'intégration numérique.

La matrice $[K_s]$ rigidité du sol et $[DT \cdot K_\omega]$ rigidité du fluide ainsi que la matrice de couplage $[K_\omega]$ sont sauvegardées dans des tables séparées, le sous programme INTERPOL et FORMB permet de calculer les fonctions d'interpolations (N , $Nbar$), pour les différents types d'éléments aux points de GAUSS considérés.

- Initialisation de la matrice de rigidité élémentaire et du vecteur des inconnues.
- > - Pour chaque point de Gauss, il faut faire:
 - Calcul des coordonnées locales des points de Gauss.
 - Calcul du produit des poids des points de Gauss par la jacobienne.
 - Calcul des fonctions d'interpolation des déplacements et des pressions interstitielles.
 - Calcul des dérivées des fonctions d'interpolations pour les déplacements et pour les pressions interstitielles.
 - Formation de la matrice de rigidité K_s .
 - Appel du sous programme FORMB pour former la matrice matrice B et la matrice des caractéristiques physiques D.
 - Calcul du produit $D \cdot B$.
 - Calcul du produit $B^t D B$
 - Calcul de la matrice K_ω avec une fonction d'interpolation autre que celle de l'élément solide.
- < - Sommation pour tous les points de Gauss.
 - Calcul du produit $K_\omega \cdot Dt$.
 - Calcul le second membre.
 - Ajoute le pas de charge au second membre.
 - Ajoute le terme d'écoulement au second membre.
 - Placer les inconnues du problème (déplacements et pressions interstitielles) au second membre en respectant leurs positions exactes.
 - Return.

d.2) Sous-programme (INTERPOL).

Celui-ci permet de calculer les différentes fonctions d'interpolations ainsi que leurs dérivées des déplacements et des pressions interstitielles dans le repère cartésien local.

- Il calcule la fonction d'interpolation pour les déplacements locaux élémentaires.
 - Il calcule les dérivées des fonctions d'interpolations des déplacements nodaux élémentaires.
 - Même chose pour les fonctions d'interpolations des pressions interstitielles nodales.
 - Il appelle le sous programme FORMBE pour former la matrice B et E en utilisant les coefficients des fonctions d'interpolations calculés par le sous programme INTERPOL.
-
- Il calcule les coefficients de la matrice B.
 - Il calcule les coefficients de la matrice E.

e) Sous-programme (COND), (conditions aux limites).

Utilisant la méthode du terme diagonal dominant, il fixe, la valeur des conditions aux limites imposées, à la surface et à la base de la couche.

- Chercher dans le vecteur global la position du degré de liberté imposé.
- Dans la matrice globale, changer la ligne correspondante au degré de liberté imposé de la façon suivante:
- Libérer cette ligne si le degré de liberté est libre.
- Ajouter une grande valeur au niveau du terme diagonal.
- Ajouter la valeur de l'inconnue au niveau du vecteur des inconnues.
- Faire la même chose au niveau des pressions interstitielles.
- Return.

f) Sous-programme (RESOL).

Ce sous-programme permet de résoudre le problème en utilisant la méthode de GAUSS après avoir réduit la matrice globale sous forme triangulaire.

- Triangularisation de la matrice globale.
- Détermination des inconnues du problème déplacements et pressions interstitielles, au niveau de chaque noeud, par substitution.

g) Sous-programme (SORTIE).

Il permet de calculer et d'imprimer les déplacements et les pressions interstitielles totales ainsi que les contraintes effectives et les pressions au niveau des points d'intégration de GAUSS.

- Calcul des pressions interstitielles et des déplacements cumulés.
- Impression des valeurs cumulatives et incrémentales des pressions interstitielles et des déplacements.

- > -Pour chaque élément faire:
 - > -Pour chaque point de Gauss:
 - Calculer les coordonnées locales des points d'intégrations.
 - Calculer les fonctions d'interpolations.
 - Calculer la matrice B et la matrice E.
 - Retrouver les connectivités de l'élément.
 - Calculer les contraintes effectives et les pressions incrémentales.
 - Impressions des contraintes et des pressions.
 - <-Somme pour les points de Gauss suivants.
 - <-Élément suivant.
- Return.

VII.1.3.4.2) Description des données de base pour le programme.

N° de la carte	Nbre de données.	Type de donnée	Explication
1ere carte	1		Titre du problème
2ème carte	1	GammaW	Poids de l'eau.
3eme carte	1	NELT	Nbre d'élém. Total
4eme carte	NELT	Hauteur	Hauteur des couches
4eme carte	NELT	Mod Young	Module de YOUNG
4eme carte	NELT	Nu	Coefficient de Poisson
4eme carte	NELT	Perm	Perméabilité du sol
5eme carte	1	Noincb	Nbre de pas de charg.
6eme carte	1	Ninc	Nbre de pas de temps
7eme carte	Ninc	Dtim(I)	Val. des pas de temps
8eme carte	1	IBC(I)	Cde de lim. (Noeuds)
9eme carte	1	BC(I)	Val. impo. (Noeuds)

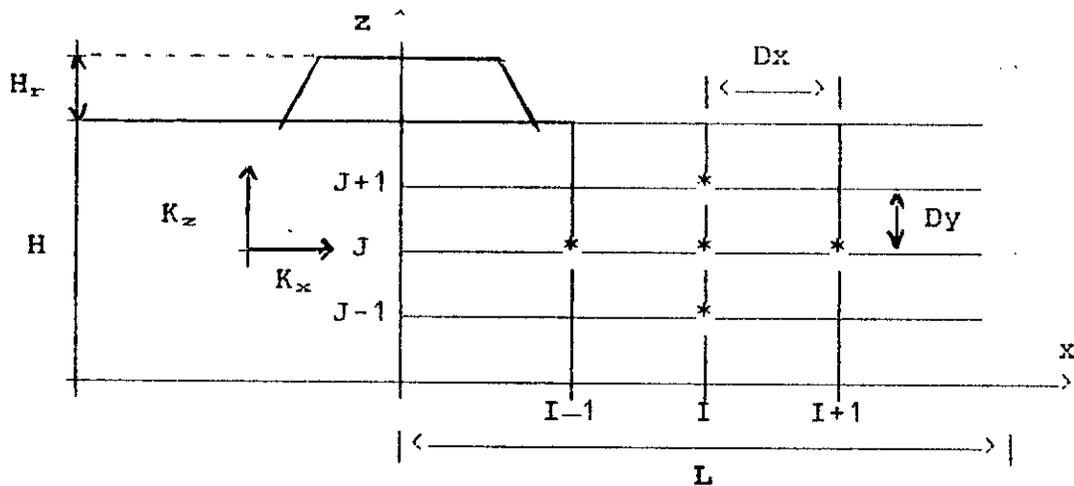
VII.2) Algorithmes, cas bidimensionnel.

VII.2.1) Algorithme différences-finies.

Le programme TER2D écrit en langage FORTRAN, permet d'intégrer l'équation différentielle aux dérivées partielles décrivant la dissipation de la pression interstitielle dans le plan, alors que le tassement différentiel est unidimensionnel (sens vertical).

Connaissant un tableau de valeur des pressions interstitielles initiales, on détermine les valeurs des pressions à chaque pas de temps $t + dt$.

La figure ci-dessous, explicite le maillage et la définition des différents paramètres géométriques nécessaires à la résolution du problème.



VII.2.1.1) Données générales du problème.

- (B) Largeur de base du remblai.
- (H) Hauteur de la couche compressible.
- K_x , K_z , Coefficient de perméabilité du sol.
- H_r Hauteur du remblai.
- $\gamma(r)$ Poids volumique du remblai.

On considère que l'axe des (Z) est l'axe de symétrie, pris au niveau du milieu du remblai, et les calculs seront faits pour les valeurs des x positifs.

VII.2.1.2) Détermination du maillage géométrique du système.

- a) Le pas Dz sera choisi arbitrairement en fonction du nombre (n) d'intervalles, tel que $Dz = H/n$.
- b) La condition hypothétique qui dit qu'il n'y a pas d'influence des charges de surface sur les pressions interstitielles à une distance (L) égale à deux fois la demie-largeur de la base du remblai, impose le calcul de Dx, cette condition est conforme aux observations expérimentales.
- c) On peut prendre comme choix, pour le calcul de Dx par la relation suivante:

$$\frac{K_x}{K_z} \cdot \frac{1}{Dx^2} = \frac{1}{Dz^2} \quad \text{d'où } Dx = Dz \cdot \sqrt{\frac{K_x}{K_z}}$$

- d) La largeur (L), zone d'influence, est calculée par la relation suivante:

$$L = m \cdot Dx, \quad \text{où } (m) \text{ représente le nombre de points sur l'axe } x.$$

VII.2.1.3) Formation des coefficients générant la matrice (Méthode implicite).

$$\begin{aligned} b \cdot U_j^0 - 2 \cdot U_j^1 &= d_0 \\ -U_j^0 + b \cdot U_j^1 - U_j^2 &= d_1 \\ \vdots & \\ -U_j^{i-1} + b \cdot U_j^i - U_j^{i+1} &= d_i \\ \vdots & \\ -U_j^{n-1} + b \cdot U_j^n &= d_{n-1} \end{aligned}$$

Dans ce système d'équations U_j^i représente les inconnues du problème et les d_i sont donnés par les relations suivantes.

$$\begin{aligned} d_i &= U_{j-1}^i + f \cdot U_j^i + U_{j+1}^i \quad \text{pour } i=1, \text{ à } n-2 \\ d_{n-1} &= U_{j-1}^{n-1} + f \cdot U_j^{n-1} + U_{j+1}^{n-1} + U_j^n \end{aligned}$$

Ces équations sont calculées pour les j différents de Zéro.

$$d_i = 2 \cdot U_i^i + f \cdot U_o^i \quad \text{pour } i=1, \text{ à } n-2$$

$$d_{n-1} = 2 \cdot U_{n-1}^i + f \cdot U_{n-1}^o + U_n^o$$

Ces équation sont calculées pour les $j = 0$, avec les coefficients suivants:

$$b = \frac{2}{\mu + 1} \quad f = \frac{2}{\mu - 1} \quad \text{et } Dx = Dz \sqrt{\frac{Kx}{Kz}}$$

$$\text{et } \mu = \frac{Dt}{Dx^2}$$

VII.2.1.4) Application des conditions aux limites.

- 1-) à la hauteur $Z=H$ (surface) la pression est nulle pour tous les pas de temps, et pour tous les espaces x .
- 2-) à la distance $x = L$ distance influente, la pression est nulle aussi.
- 3-) * à la base $Z=0$ on a deux possibilités:
 - a) Si la couche est drainante $U=0$ pour $Z=H$
 - b) Si la couche est non drainante $(\delta U / \delta Z) = 0$

* Pour $Z=0$ et pour tous les temps, explicités par la relation.

$$U_{i,t+\Delta t}^o = \alpha \cdot [U_{i+1}^o + U_{i-1}^o + 2 \cdot U_i^i + (1-4 \cdot \alpha) \cdot U_i^o] \Delta t$$

$$\alpha = \frac{C_v \cdot \Delta t}{(\Delta z)^2}$$

VII.2.1.5) Résolution du système tridiagonal.

VII.2.1.6) Impression et passage aux pas de temps suivants.

VII.2.2) Algorithme chargement variable, différences-finies.

Le même sous programme, que dans le cas unidimensionnel, pourra être utilisé, mais la charge sera rajoutée comme charge additionnelle verticale aux pressions interstitielles.

VII.2.3) Algorithme éléments-finis.

L'algorithme général présenté par Einseinstein en 1976-1978 à été utilisé. Le programme permet de traiter l'analyse séparée des contraintes et des pressions interstitielles, pour prendre en considération l'effet de la contrainte tangentielle ignorée jusqu'à présent. Le programme est en langage FORTRAN sa structure sera présentée dans ce qui suit.

VII.2.3.1) Programme principal.

La structure du programme principal n'est pas très différente avec celle du programme précédent.

- Début et dimensionnement.
- Appel du sous-programme LECTU, pour la lecture des données.
- Pour chaque pas de construction.
- Appel du sous-programme CONTR, pour calculer les contraintes dans tous les éléments.
- Appel du sous programme PRESS, pour calculer les pressions interstitielles à partir des contraintes calculées précédemment.
- Appel du sous programme DISSIP, pour calculer la dissipation des pressions.
- Appel du bloc CONTR, pour recalculer les contraintes réelles développées dans les éléments.
- Recalculer les nouvelles valeurs des caractéristiques du sol (E, NU, Cv, Mv, etc), par un modèle choisi.
- Impression des résultats.
- Passage à la phase suivante.

VII.2.3.2) Bloc (LECTU), Lecture de données.

- La première fonction est de mettre les variables comme dans tous les sous-programmes dans un bloc commun (COMMON).
- Lecture du titre de l'exemple.
- Lecture de NNT, NELT, NMAT, Nphase, avec:
 - NNT = Nbre de noeuds totaux.
 - NELT = Nbre d'éléments totaux.
 - NMAT = Nbre de matériaux utilisés.
 - Nphase = Nbre de phases de construction.
- Lecture des coordonnées et des connectivités de chaque noeud.
- Pour chaque phase, il faut lire:
 - * Les éléments de cette phase et leurs noeuds respectifs.
 - * Les caractéristiques du sol (E, NU, Kx, Ky, GAMA, GAMAW, ...).
 - * Des conditions aux limites de cette phase.
 - ** Conditions aux limites de la phase d'eau
 - ** Conditions aux limites de la phase sol.
 - * Passage à la phase suivante.
- Impression des données initiales de base du problème.
- RETURN.

VII.2.3.3) Bloc (CONTR), Calcul des contraintes.

Ce bloc permet de calculer les contraintes normales et tangentielles par la théorie des milieux continus. Sa structure et les différents sous-programmes sont:

- c1-) Sous-programme CHARGESOL.
- c2-) Sous-programme RIGIDESOL.
- c3-) Sous-programme CONDSOL.
- c4-) Sous-programme RESOL.
- c5-) Sous-programme DEFORM.
- c6-) Sous-programme PRINTDEP.

VII.2.3.3.1.) Sous-programme (CHARGESOL): Ce sous-programme permet de sélectionner les noeuds chargés, afin de fixer la position de la charge au niveau du vecteur force.

VII.2.3.3.2) Sous-programme (RIGIDE): Il permet de former la matrice de rigidité globale et le vecteur second membre des inconnues, après assemblage de tous les éléments de la phase solide, un certain nombre de sous-programmes sont nécessaires.

a) Sous-programme RIGID.

* Pour chaque élément de cette phase, il faut faire:

- Extraire les noeuds, leurs coordonnées ainsi que leurs connectivités.
- Construire la table de localisation, utilisée pour l'assemblage.
- Former la matrice de rigidité élémentaire, avec le sous-programme nécessaire, ainsi que le vecteur force.
- Assemblage de la matrice globale et du vecteur force.
- Elément suivant.

* Return.

a1) Sous-programme ELEMSOL.

Afin d'utiliser plusieurs types d'éléments, la matrice élémentaire a été écrite en sous-programme indépendant.

- Initialisation des tables à zéro.
- Pour chaque point de GAUSS faire: < _____
- Calculer les coordonnées locales des points de GAUSS.
- Calculer le produit du poids du point de Gauss par DetJ (DetJ est le déterminant de la jacobienne).
- Calculer la fonction d'interpolation et sa dérivée.
- Appeler le sous programme, (FORMB), pour former la matrice B, à partir des fonctions d'interpolation.
- Former la matrice des caractéristiques physiques D.
- Calculer le produit D·B, puis le produit $B^t D B$
- Former le vecteur force.
- Sommation sur tous les points de Gauss _____
- Return.

Cet algorithme pourrait être utilisé pour plusieurs types d'éléments, la seule différence réside au niveau des fonctions d'interpolations, de leur dérivées ainsi que la jacobienne.

VII.2.3.3.3) Sous-programme (CONDSOL): Sachant que les conditions aux limites changent, nous devons conditionner notre matrice, ainsi que le vecteur force, à chaque phase, en utilisant la méthode du terme diagonal dominant.

VII.2.3.4) Sous-programme (RESOL): Permet de résoudre le système matriciel, formé, conditionné par élimination de GAUSS.

VII.2.3.5) Sous-programme (DEFORM): Calcul, à partir des déplacements trouvés, les déformations ainsi que les contraintes générées.

VII.2.3.6) Sous-programme (PRINTDEP): imprime les résultats obtenus.

VII.2.3.4) Bloc PRESS. Calcul des pressions.

Ce bloc permet d'estimer la valeur de la pression interstitielle, à partir de la contrainte développée dans l'élément. Pour le calcul prévisionnel, on est obligé de faire une hypothèse sur la génération de la pression interstitielle, par une des relations données par la littérature de la mécanique des sols.

$$DU = r \cdot D_{\text{oct}}.$$

DU : représente la pression générée.

r : Coefficient qui tient compte de l'amortissement des contraintes en fonction de la profondeur.

D_{oct} : Contrainte moyenne développée en élasticité plane.

La pression calculée sera considérée comme conditions initiales nodales, pour la suite du calcul de la dissipation.

VII.2.3.5) Bloc (DISSIP). Dissipation des pressions.

Ce bloc calcule la dissipation dans le temps de la pression interstitielle. Sa structure et les différents sous programme sont:

e1-) Sous-programme CHARGEAU.

e2-) Sous-programme RIGIDEAU.

e3-) Sous-programme CONDEAU.

e4-) Sous-programme DISSIP.

e5-) Sous-programme IMPRESS.

VII.2.3.5.1) Sous-programme (CHARGEAU), ce sous-programme permet de calculer le chargement de la phase fluide de la structure, ce chargement pourrait être sous forme de débit ou de flux imposé.

VII.2.3.5.2) Sous-programme (RIGIDEAU), permet de former la matrice de rigidité de l'élément fluide, avec le sous-programme ELEM1, un élément dont les coordonnées sont les mêmes que celui de l'élément sol. La seule différence réside au niveau des fonctions d'interpolations ainsi que des caractéristiques du matériau. L'algorithme général est le même que celui qui permet de calculer la rigidité de l'élément sol.

VII.2.3.5.3) Sous-programme (CONDEAU), permet de conditionner la matrice de rigidité et le vecteur second membre des éléments fluides assemblés.

VII.2.3.5.4) Sous-programme (DISSIP), permet de calculer la dissipation de la pression interstitielle, dans le temps, son algorithme est le suivant.

- Pour chaque pas de temps, il faut faire: < - Initialisation des matrices à zéro.
- Calculer le produit $\{ R \} = [K] \cdot \{ U_0 \}$.
 - * K représente la rigidité et U_0 la pression interstitielle initiale.
- Former le vecteur $\{ R_1 \} = Dt \cdot (\{ F \} - \{ R \})$.
 - * Dt est le pas de temps, F est le vecteur force et R le produit calculé précédemment.
- Résoudre le système $[K] \cdot \{ U \} = \{ R_1 \}$
[K] est la rigidité, { U } est la pression inconnue { R₁ } est le vecteur second membre.
- Return.

VII.2.3.5.5) Sous-programme (IMPRESS), permet d'imprimer les pressions interstitielles dissipées.

VII.2.4 Insuffisances des différents programmes:

Les différents programmes développés et exécutés sur les deux types de machine mentionnés en introduction (PC.IBM et MICRO.VAX), donnent des résultats très satisfaisants comparés aux résultats obtenus par les différents chercheurs (GIBSON, SCHIFFMAN, CHRISTIAN, etc...). Néanmoins, ils restent un certain nombre d'améliorations qu'il faudrait apporter au niveau de ceux-ci.

Ces améliorations diffèrent d'un cas à un autre. Dans ce qui suit nous allons, montrer les insuffisances de chaque cas développés.

VII.2.4.1 Insuffisances des programmes des différences-finies.

Nous estimons, que dans le cas d'une couche d'argile dont le comportement est linéaire élastique, les algorithmes écrits et les programmes développés en différences-finies sont relativement complets. Ils traitent de tous les cas possibles de la consolidation primaire des sols.

L'amélioration à apporter dans ce cas réside au niveau du comportement réel du sol, tel qu'un comportement non linéaire élastique, plastique, etc... Cette amélioration doit prendre en considération l'évolution des caractéristiques physiques du sol en fonction du temps de dissipation des surpressions internes du sol, tel que E , ν , C_v , M_v , K_x , K_y , etc...

Nous dirons que la difficulté ne réside pas au niveau de la programmation proprement dite, mais qu'elle se situe au niveau de la littérature insuffisante, décrivant le comportement réel du sol pour caler au mieux ses caractéristiques.

Dans le cas où un modèle mathématique approche la réalité, celui-ci peut être introduit facilement comme sous-programme dans le programme principal pour palier cette insuffisance.

Le programme ne traite pas la consolidation bidimensionnelle en différences-finies. Elle a été omise non pas par difficultés, mais vu qu'il y a une thèse de recherche dans ce sens au niveau du département de GENIE-CIVIL de l'école. Des algorithmes ont été développés, les cas les plus simples ont été traités.

VII.2.4.2 Insuffisances des programmes d'éléments-finis.

En plus des insuffisances citées précédemment dans le cas de la discrétisation en différences-finies unidimensionnelle, qu'on retrouve dans ce cas aussi (comportement non linéaire, non élastique), d'autres insuffisances sont retrouvées dans ces programmes.

-La première, réside au niveau du nombre maximums d'éléments à utiliser dans la discrétisation spatiale de la couche de sol. Bien que ce nombre dépend directement de la capacité de la machine utilisée, une amélioration au niveau de la programmation avec une meilleure allocation des tables et vecteurs pourrait améliorer cette insuffisance, tel que ligne de ciel, allocation dynamique, etc....

-La seconde se situe au niveau du domaine variable, non finalisé dans le cas bidimensionnel, dû à la panne du MICRO-VAX de l'école. L'algorithme est écrit Le programme développé, mais des modifications doivent être faites dans le programme principal.

-La troisième insuffisance est le temps d'exécution relativement lent. Nous dirons que les programmes d'éléments-finis sont plus lourds que ceux des différences-finies. Ceux-ci nécessitent un temps d'exécution plus lent que celui des différences-finies.

Cette lenteur est due essentiellement aux deux insuffisances citées précédemment, à savoir le type de la machine et le dimensionnement des tables et des vecteurs. Et si on rajoute à celles-ci que le pas d'itération dans le temps doit être relativement petit pour assurer la stabilité numérique de la solution, alors ce temps d'exécution devient encore plus lent.

CHAPITRE VIII) ANALYSE DES RESULTATS.

VIII. ANALYSE DES RESULTATS.

Les programmes, utilisant les techniques numériques, développés pour résoudre le problème de la consolidation des sols, sous ses différents aspects, donnent de bon résultats. Dans ce qui suit nous allons présenter les résultats obtenus après dépouillement.

VIII.1 Dépouillement.

Le grand nombre d'exemples traités, ainsi que la quantité importante de l'information recueillie après chaque exécution, nous obligent à faire un choix des résultats les plus importants à présenter sous forme de courbes.

Afin de mettre en évidence l'excellente procédure ainsi que la concordance des résultats obtenus par les différentes méthodes numériques avec celle obtenus par les différents chercheurs, des exemples "tests" ont été faits. En plus de ces exemples "tests", d'autres cas ont été traités, ordonnés comme suit:

- Analyse comparative de la consolidation unidimensionnelle et bidimensionnelle.
- Analyse d'exemples présentés par SCHIFFMAN [25].
- Analyse de l'influence du chargement variable sur les efforts développés dans la couche considérée [31].
- Analyse du domaine variable et de l'influence d'un drain horizontal sur le taux de dissipation des surpressions internes [18].
- Analyse du cas non linéaire présenté par SCHIFFMAN [67].

VIII 2. Présentation des courbes et interprétations.

VIII 2.1 Exemples "tests".

Le problème simple, de couche idéale, a été traité dans le but de valider les différentes approches numériques avec l'analyse unidimensionnelle.

Les FIG1, FIG2, FIG3 montrent les isochrones des pressions interstitielles pour les cas de répartitions linéaire (FIG1) et triangulaire (FIG2 et FIG3) de la pression initiale. Nous remarquons que les isochrones donnés par la solution "exacte", et ceux donnés par les techniques numériques sont très proches et très satisfaisants.

La figure suivante FIG4 montre l'évolution du degré de consolidation (U) en fonction du temps. La FIG5 ainsi que la FIG6 montrent l'évolution des contraintes effectives pour les trois répartitions de la pression initiale précédentes.

Le cas d'un multicouche a été traité pour deux cas différents. Un bicouche, ses isochrones sont présentés dans la FIG7 et l'évolution de son degrés de consolidation dans la FIG9. Et un quatre couches et ses isochrones sont présentés dans la FIG8, son degré de consolidation dans la FIG10. Nous dirons que les résultats "tests" obtenus sont très satisfaisants comparés à ceux obtenus par différentes méthodes et chercheurs.

VIII 2.2 Analyse comparative de la consolidation unidimensionnelle et bidimensionnelle.

Afin de mettre en évidence la différence qui existe entre l'analyse unidimensionnelle et bidimensionnelle, ainsi que l'influence de la perméabilité horizontale sur le taux de consolidation, nous avons étudié une couche de sol homogène de dix (10) m de profondeur soumise à l'action d'une charge de surface uniforme de dix (10) Kpa. Le module de YOUNG est égal à 1000 Kpa, le coefficient de poisson à 0.25 et la perméabilité verticale à 10^{-9} m/s.

Avec ces données le coefficient de consolidation sera égal à $1.2 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$. La surface de la couche est drainante, c.a.d, que le degré de liberté de la pression interstitielle est fixé (nul) et celui du déplacement vertical est libre. La base est prise imperméable, le degré de liberté du déplacement est nul celui de la pression libre.

Pour avoir une répartition linéaire de la pression initiale dans toute la couche de sol, on la charge en un temps relativement court ($Dt=1\text{s}$) puis on libère la couche de celle-ci, ainsi toute la charge est reprise par l'eau interstitielle, conditions initiales.

La figure MOD1, montre les deux modélisations faites, la première est unidimensionnelle avec six (6) éléments isoparamétriques à trois (3) noeuds, la seconde est bidimensionnelle avec douze (12) éléments triangulaires isoparamétriques à six (6) noeuds. Les FIG20 FIG21 FIG22 FIG23 et FIG24 montrent les différences entre les résultats des ces deux modélisations.

Dans la FIG20 les courbes C1 C2 C3 et C4 représentent le déplacement du noeud de surface. La différence est très significative entre les deux analyses. Le déplacement maximal dans le cas unidimensionnel est de 2.5 Cm, alors que dans le cas bidimensionnel il est de 6.2 Cm.

L'évolution des surpressions interstitielles en fonction de la profondeur est montré dans la FIG24. Celle du noeud de surface est présenté par la courbes C1 de la FIG21.

La contrainte effective (unidimensionnelle) ainsi que les contraintes maximales SIGMA1 et SIGMA2 (bidimensionnelle) dans le cas de ces deux modélisations sont montrées dans les FIG22 et FIG23. La différence est très importante.

La contrainte effective dans le cas unidimensionnel augmente jusqu'a la valeur de 9.7 Kpa, la contrainte SIGMA1 augmente jusqu'a la valeur de 9.9 Kpa et la contrainte SIGMA2 est relativement petite par rapport aux deux précédentes.

Nous remarquons, dans les FIG20 et FIG21, que l'influence de la variation du paramètre K_x (perméabilité horizontale) est négligeable sur les efforts internes développés dans la couche, voir les courbes C2 C3 et C4. Mais La différence est très significative entre l'analyse unidimensionnelle (courbe C1), et l'analyse bidimensionnelle (courbes C2 C3 et C4).

La FIG30 montre l'évolution de la contrainte tangentielle en fonction de la profondeur et du temps. La contrainte tangentielle est très importante au niveau de la surface (zone de chargement) aux profondeurs de 0.5 m et de 1.5 m.

La courbe C11 représente la variation de celle-ci en fonction de la profondeur à un temps approximatif de dix (10) jours du début de chargement ($t_1=10^7$ s). La courbe C12 montre celle-ci au temps approximatif de vingt (20) jours ($t_2 = 2.10^7$ s).

L'influence de la variation de la perméabilité sur le taux de diminution de la contrainte tangentielle est très importante. Les courbes discontinues C21 et C22 de la figure précédente montre cette diminution pour les mêmes temps t_1 et t_2 précédents.

Dans la zone de surface, à la profondeur de 0.5 m, nous avons tracés l'évolution des efforts internes $SIGMA_1$ $SIGMA_2$ et $SIGMA_Z$ en fonction du temps. Cette évolution est présenté dans la même FIG36.

La courbe C1 représente la contrainte maximale ($SIGMA_1$), celle-ci augmente de la valeur de trois (3) Kpa jusqu'a la valeur approximative de dix (10) Kpa.

La courbe C2 représente la contrainte ($SIGMA_Z$), elle diminue en fonction du temps. La courbe C3 montre l'évolution de la contrainte minimale ($SIGMA_2$).

VIII 2.3 Analyse d'exemples présentés par SCHIFFMAN.

Un demi espace fini, soumis à un chargement uniforme sous conditions de déformation plane a été traité. Le module de YOUNG du sol $E = 1000 \text{ Kpa}$, le coefficient de poisson $\nu = 0.25$ et la perméabilité horizontale est égale à la perméabilité verticale ($K_x = K_y = 10^{-6} \text{ m/s}$). Une charge q de côté $2a$ est appliquée à deux modélisations différentes.

Pour minimiser l'influence des limites sur le comportement de la zone de surface, zone de chargement, la hauteur de la couche pour la première modélisation est égale à $h=10a$ (a est la demie largeur de la surface chargé). Dans cette modélisation la surface est drainante, mais la base est considéré imperméable. La figure MOD2 montre cette première modélisation.

Une seconde modélisation a été faite pour une couche de sol de mêmes caractéristiques que la couche précédente et les mêmes conditions aux limites, la figure MOD3 montre cette deuxième modélisation avec une hauteur de la couche égale à $h=a$.

Cette seconde modélisation a été faite dans le but de voir l'influence de la largeur de charge sur le taux de dissipation des pressions internes.

La variation de la pression interstitielle, résultat de la première modélisation, est présenté dans la FIG43, ceux-ci sont comparatifs à ceux obtenus par SCHIFFMAN.

Le tassement différentiel du premier noeud de surface, dans le cas d'une hauteur de $h=9a$, est représenté par la FIG42. Nous remarquons que le tassement différentiel dans le cas où $h=10a$, courbe C2 de la figure FIG42, est plus important que celui du cas où $h=a$ représenté par la courbe C1.

L'évolution de la pression interstitielle en fonction de la profondeur est montrée dans la FIG43. Nous dirons que la diminution de la pression doit se faire continument sans passer par des dépressions, courbe C3. Cette dépression est due à la stabilité numérique qui n'est pas assurée pour ce pas de temps considéré.

Les déplacements du noeud de surface sont représentés par les courbes C1 C2 et C3 de la FIG40. Tandis que les efforts développés dans la couche de sol avec $h=10a$ sont présentés dans les figures qui suivent.

Les FIG44 FIG45 FIG46 et FIG47 représentent respectivement les contraintes SIGMAX SIGMAY SIGMAZ et TAUXY en fonction de la profondeur pour les trois premiers pas temps. Les contraintes principales SIGMA1 et SIGMA2 sont présentés respectivement dans les FIG48 et FIG49.

La remarque commune qu'il faudrait faire pour toutes ces courbes, est l'allure presque identique pour tous les efforts internes développés dans la zone de surface de la couche (zone de chargement).

VIII 2.4 Chargement variable:

Une couche de sol de 2,7m de profondeur a été soumise à l'action d'une charge évolutive dans le temps.

Cette charge était de un (1) Kpa au début, devient dix (10) Kpa à la fin du chargement. Le temps de chargement est estimé à dix (10) jours à raison de un (1) Kpa par jour. Les résultats de cette étude sont présentés dans les FIG11 FIG12 FIG15 et FIG16.

La FIG11, représente l'évolution de la surpression interstitielle en fonction du temps de chargement. On remarque que l'augmentation est plus importante aux profondeurs de 0.5 m et de 1.3 m.

L'évolution de la contrainte effective en fonction de la profondeur et du temps de charge est montrée dans la figure FIG12. Nous remarquons aussi que les profondeurs de 0.5 m et 1.8m représentent une particularité pour les contraintes effectives. Elle est plus importante en ces points.

Afin de visualiser l'augmentation particulière de la surpression interstitielle, ainsi que de la contrainte effective en ces profondeurs, nous avons tracé dans les FIG15 et FIG16 cette évolution en fonction du temps de charge aux profondeurs de 0.5 m et 1.8 m.

La courbe C1 de la figure FIG15 représente l'évolution de la contrainte effective à la profondeur de 0.5 m. Nous remarquons que celle-ci diminue, alors qu'à la profondeur de 1.8m la contrainte effective augmente. Cette augmentation est montrée par la courbe C2 de la figure précédente.

Les courbes C1 et C2 de la FIG16 montrent l'évolution de la pression interstitielle en fonction du temps de charge. Elle est presque constante à la profondeur de 1.8m (courbe C2), mais à la profondeur de 0,5m celle-ci augmente presque linéairement en fonction du temps de charge. Voir la courbe C1 de la figure FIG16.

VIII 2.5 Domaine variable:

Le schéma présenté par GIBSON d'un domaine variable (barrage en construction) a été traité. La construction du barrage se fait par un ensemble de mise en place de couches de remblai, appelées pas incrémentals. La hauteur initiale du barrage est de 40 m, après dix (10) mois de construction, elle devient 76.36 m, à raison de 3.636 mètre de remblai par mois.

Le poids volumique du remblai est de 32.35 Kpa, le coefficient de consolidation du remblai considéré est de 11 m²/mois. Le poids de la phase de remblai (pas de charge) est estimé à W=100 Kpa, et le pas d'itération dans le temps est pris égale à 0.6 mois. Avec ces données, la stabilité numérique est assurée. La figure MOD4 représente la modélisation et la simulation de la construction. Pour les conditions aux limites, nous avons considérés que la surface et la base sont drainantes.

La Fig17 montre l'évolution des surpressions interstitielles en fonction de la hauteur du remblai, et Pour visualiser l'influence d'un drain horizontal sur les surpressions internes, nous avons placé une condition aux limites supplémentaire à la hauteur fixe de 40m.

Les résultats obtenus dans ce cas sont montrés par la FIG18, la pression interne diminue considérablement.

L'évolution des pressions interstitielles aux hauteurs de 20m et de 34m de la base, sont montrées dans les courbes FIG13 et FIG14.

La courbe C1 des Figures précédentes, montre que la pression interstitielle évolue linéairement comme dans le cas d'un chargement variable.

VIII.2.6. Exemple non linéaire.

L'évolution des surpressions interstitielles dans le cas d'un multicouche soumis à une charge, et dont ses caractéristiques évoluent dans le temps a été traitée. Celui-ci est présenté par CHRISTIAN [67] en 1978.

Le système total est constitué de trois (3) couches différentes, couvert par une couche de silt de trois pieds (1.5 m) de profondeur et dont sa perméabilité est de 0.00175 pied/mois.

Ce système est l'objet d'une étude pour voir sa réaction, sous l'effet d'une construction d'une superstructure. Le tableau 1 montre les caractéristiques du système ainsi que les phases de construction de la structure.

Le système est modélisé par dix (10) éléments isoparamétriques et unidimensionnels à trois (3) noeuds comme dans le cas de la Figure Mod1.

TABLEAU 1:

Temps en Mois	Charge. equiva.	Explication	Argile I		Argile II		Argile III	
			Cv	Mv	Cv	Mv	Cv	Mv
0	0	Pompage.	6.23	0.014	3.40	0.005	10.25	0.036
0.5	0	Excavation	5.27	0.010	2.45	0.004	8.36	0.031
3.5	-2.57	Constr.de la fondation.	7.43	0.016	4.10	0.005	12.28	0.042
4.0	-1.20	Construction Phase-I.	6.72	0.023	3.82	0.006	10.97	0.053
10.0	0.04	Construction Phase-II.	6.42	0.021	3.72	0.004	10.63	0.045
19.5	2.79	Construction Phase-III	5.87	0.017	3.00	0.003	9.24	0.038
27.0	5.86	Pompage.	5.55	0.012	2.87	0.003	8.76	0.036
36.0+	0		6.38	0.015	3.64	0.003	11.72	0.042

La FIG19 montre l'évolution de la surpression interne de l'eau au milieu de la deuxième couche, à une profondeur de 7.5 pieds.

Les résultats obtenus sont très satisfaisants comparés à ceux obtenus par CHRISTIAN. La courbe continue est obtenue par notre programme, et les points étoilés sont ceux de CHRISTIAN [67].

Nous dirons que la difficulté dans le cas non linéaire ne réside pas au niveau de la programmation proprement dite, mais que celle-ci se situe au niveau de l'estimation du comportement réel des caractéristiques physiques lors du calage de celles-ci (étude de laboratoire).

CHAPITRE IX) CONCLUSION GENERALE ET RECOMMANDATIONS.

CHAPITRE IX: CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS.

Les programmes utilisant les techniques numériques ont été développés pour résoudre le problème de la consolidation pour un matériaux élastique linéaire, sous condition de déformation plane.

Les tests des programmes indiquent que les résultats sont très comparables aux solutions publiées par différents chercheurs [7] [15] [24] [25] [30] et [31] etc.. La conclusion peut être résumé par les différents points suivants:

-Plusieurs cas montrent que le comportement des pressions interstitielles peut être simulé par des solutions simples de diffusion (cas de la consolidation unidimensionnelle et plusieurs cas bidimensionnel), à condition que la couche de sol et le chargement ne varient pas dans le temps. Le seul inconvénient de l'équation de diffusion c'est qu'elle ne décrit pas le problème de consolidation en entier.

-Pour tous les cas traités le tassement croit rapidement pendant le premier pas de chargement.

-La contrainte initiale est relativement faible, elle augmente en fonction du temps de consolidation. On a un transfert de contrainte de la pression interne de l'eau à la contrainte effective pendant ce temps.

-La largeur de la charge a un effet relativement important sur le comportement du sol.

-Si la charge est appliquée à toute la surface le problème bidimensionnel sera ramené à la consolidation unidimensionnelle de TERZAGHI.

-Lorsque la largeur est importante le tassement initial est petit. La pression interstitielle augmente rapidement (effet de MENDEL-CRYER), ce qui pourrait ralentir le taux de consolidation.

- Si la largeur de la charge est petite, le tassement est plus important, la pression interstitielle est moins grande, due à l'existence des limites drainantes proches de la charge, ainsi le taux de consolidation augmente, [31] [32] [24] et [25].

-Les analyses montrent, pendant la première étape de la consolidation, que les contraintes et les pressions interstitielles augmentent rapidement dans la zone de chargement, alors que le tassement croit.

-La contrainte de cisaillement maximale croit pendant la consolidation dans la zone de chargement. Ce qui veut dire que pendant le processus de consolidation, il y'a une augmentation de la déformation dans le sens de la contrainte de cisaillement due à celle-ci.

-Des études doivent être faites, sur le comportement du potentiel hydraulique qui augmente pendant le premier pas de chargement dû à l'excès de la surpression interne de l'eau. Cette augmentation est la cause principale de la cassure de la cohésion interne (inter-granulaire) "effet de Renard", résultat d'une infiltration mal contrôlée.

-L'effet de la variation de la perméabilité horizontale est négligeable sur le taux de consolidation, voir étude comparative entre l'analyse unidimensionnelle et bidimensionnelle. Une étude avec une modélisation de SCHIFFMAN (H-a, H-10a) doit être faite avec une large variation de la perméabilité horizontale pour mettre en évidence cette effet. Mais la variation de la perméabilité a une grande influence sur la contrainte tangentielle, celle-ci diminue considérablement en fonction de l'augmentation de la perméabilité.

-Le modèle de GIBSON permet de prédire l'évolution des pressions interstitielles dans le cas du domaine variable. Le changement de la hauteur (domaine) est considéré comme charge additionnelle sur les couches d'argile du bas. L'augmentation des pressions internes, des contraintes et des déplacements que produit ces charges est due aux périodes de construction (mise en place des couches de remblai).

-Le cas non linéaire étudié montre que l'évolution des pressions interstitielles, des contraintes et des déplacements n'est pas simple à prédire si le callage des caractéristiques physiques n'est pas fait.

-Le calage des caractéristiques physiques dans un modèle non linéaire doit se faire pour la prédiction du comportement réel du sol dans le processus de la consolidation.

-Pour une analyse complète, la troisième dimension doit être prise en compte.

-Pour compenser l'insuffisance de la théorie, des études in-situ doivent être faites.

BIBLIOGRAPHIE

ARTICLES:

- [1]: Terzaghi k. & Fröhlich O.K. "Theorie der setzung von tonschichten". , Franz Deuticke, Leipzig-Wein, 1936.
- [2]: Biot M. A. "General theory of three-dimensional consolidation". Jnl., Appl., Phys., 12, pp.(155-164), 1941.
- [3]: Biot M. A. "Consolidation settlement under a rectangular load distribution". Jnl., Appl., Phys., 12, pp.(426-430), 1941.
- [4]: Terzaghi K. "Theoretical soil mechanics". John Wiley & Sons., Inc., New York, N., Y., pp.(265-296), 1943.
- [5]: Biot M. A. "General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material". Jnl., Appl., Mech., Vol., 23, pp.(91-96), 1956.
- [6]: Hilf J. W. "Estimating construction pore pressures in rolled earth dams". Proc., Int., Conf., Soil., Mech., Found., engrn., 3, pp.(234-240), 1948.
- [7]: Gibson R. E. & Mac Namee J. "The consolidation settlement of a load uniformly distributed over a rectangular area". Proc., 4th., Int., Conf, Soil., Mech., Found., Engnr., London, 1, pp.(297-299), 1957.
- [8]: Mac Namee J. & Gibson R. E. "Plane strain and axially symmetric problems of the consolidation of a semi-infinite clay stratum". Quart, Jnl., Appl., Math., 13, pp.(210-227), 1960.
- [9]: Skempton A. W. Discussion on paper by G. A. R. Sheppard & L. B. Ayles "The Usk scheme for water supply of swansea". Proc., Int., Civ., Engrs., 7, pp.(267-269), 1957.
- [10]: Skempton A. W. & Bjerrum L. "A contribution to settlement analysis of foundation on clay". Geot., 3 pp.(168-178), 1957.
- [11]: Lambe T. W. "Methods of estimating settlement". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol., 90, pp.(43-47), 1964.

[12]: Mandel J. "Consolidation des sols". Geot., 3, pp.(287-299), 1953.

[13]: Cryer C. W. "A comparaison of three-dimensional theories of Biot and Therzaghi". Quart., Jnl., Mech., Appl., Math., London, 16, pp.(401-412), 1963.

[14]: Josselin de Jong G. "Application of stress functions to consolidation problems". Proc., 4th., Int., Conf., Soil., Mech., Found., Engrs., 1, pp.(320-323), 1957.

[15]: Gibson R. E. & Mac Namee J. "A three-dimensional problem of consolidation of semi-infinite clay stratum". Quar., Jnl., Mech., Appl., Math., 16, Part 1, pp.(115-127), 1963.

[16]: Bishop A. W. "Some factors controlling the pore pressure set-up during the construction of earth dams". Proc., 4th., Int., Conf., Soil., Mech., Found., Engrs., 2, London. pp.(294-300), 1957.

[17]: Sheppard G. A. R. & Aylen L. B. "The Usk scheme for the water supply of Swansea". Proc., Int., Conf., Civ., Engrs., 7, pp.(246-265), 1957.

[18]: Gibson R. E. "The progress of consolidation in a clay layer increasing in thickness with time". Geot., London, Vol. 8, pp.(171-182), 1958.

[19]: Gibson R. E. & Lumbe P. "Numerical solution of some problems in the consolidation of clay". Proc., Inst., Civ., Engrs., Pt 1, 2 London, pp.(182), 1958.

[20]: Li C. Y. "Construction pore pressures in three earth dams". Jnl., Soil., Mech., Found., Engrs., Div., A.S.C.E., Vol. 85, N° SM5, pp.(43-59), 1959.

[21]: Martin G. R. & Seed H. B. "An investigation of the dynamic response characteristics of Bon Tempe dams, California". Repport N° Te-66-2 to the state of California, Department of water resources, University of California at Berkley, Berkley, Calif., pp.(61-70), 1966.

[22]: Clough R. N. & Woodward R. J. III "Analysis of ambankment stresses and deformations". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., Vol. 93, N°SM4, pp.(529-549), 1967.

[23]: Finn W. D. L. "Static and seismic behaviour of an earth dam". Can., Geot., Jnl., IV, N°1, pp.(28-44), 1967.

[24]: Christian J. T. "Undrained stress distribution by numerical methods". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 94, N°SM4, pp.(1333-1345), 1968.

[25]: Christian J. T. & Boehmer J. W. "Plane strain consolidation by finite elements". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 96, N°SM4, pp.(1435-1457), 1970.

[26]: Gurtin M. "Variational principles for linear elastodynamics". Arch, Ration, Mech, Analysis, 16, pp.(34-50), 1964.

[27]: Nickel R. E. & Sackman J. L. "Variational formulations of the coupled theory of linear thermoelasticity". S.E.S.M., Report 66-22-, Univ., of Calif., Berkley, pp.(22-66), 1966.

[28]: Wilson E. L. & Nickel R. E. "Application of finite element to heat conduction analysis". Nucl., Engr., Des., 4, pp.(276-286), 1966.

[29]: Hermmann L. R. "Elasticity equations for incompressible and nearly incompressible materials by variational theorem". Amer., Inst., of Aeronotics and astronotics, Jnl., 3, pp.(1896-1900), 1965.

[30]: Sandhu R. S. & Wilson E. L. "Finite elemnt analysis of seepage in elastic media". Jnl., Engrs., Mech., Div., A.S.C.E., Vol. 95, N°EM4, pp.(641-652), 1969.

[31]: Schiffman R. L. "Consolidation of soil under time-dependent loading and varing permeability". Proc., Highway Research Board, Vol. 37, pp.(584-617), 1958.

[32]: Gibson R. E. & Schiffman R. L. & Pu S. L. "Plane strain and axially symmetric consolidation of clay layer on a smooth, imprevious base". Quart., Jnl., Mech., Appl., Math., 23, pp.(505-520), 1970.

[33]: Duncan J. M. & Chang C. "Nonlinear analysis of stress and strain in soils". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 96, N°SM5, pp.(1629-1653), 1970.

[34]: Cavounidis S. "Elastic-plastic analysis of earth dams by the finite element method". Thesis presented to Stanford university, at Stanford, Calif, In Partial fulfillment of the requirements for the degree of engineer, 1971.

[35]: Höeg K. "Finite element analysis of strain-softening clay". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 98, N°SM1, pp.(43-58), 1970.

[36]: Zienkiewicz O. C & Valliapan S. & King I. P. "Elasto-plastic solutions of engineering problems - Initial stress - Finite element approach". Int., Jnl., Numer., Meth., Engrs., Vol. 1, pp.(75-100), 1969.

[37]: Yokoo Y. & Yamagata K. & Nagaoka H. "Finite element applid to Biot's consolidation theory". Soil., found., Japn., Society, Soil., Mech., Found., Engrs., Vol. 11, pp.(29-46), 1971.

[38]: Hwang C. T. & Morgenstern N. R. & Murray D. W. "On solution of plane strain consolidation problems by finite element methods". Can., Geot., Jnl., Vol. 8, pp.(109-118), 1971.

[39]: Smith I. M. "Plane plastic deformation of soil". Proc., Roscoe Memorial Symp., pp.(548-563), 1971.

[40]: Hwang C. T. & Morgenstern N. R. & Murray D. W. "Application of finite element method to consolidation problems". Proc., Symp., Appli., of Finite Element Meth., in Geot., Engrs., Vicksburg, U.s.a, pp.(739-765), 1972.

[41]: Ghaboussi J. & Wilson E. L. "Flow of compressible fluid in porous elastic media". Int., Jnl., Num., Meth., Engrs., 5, pp.(419-442), 1973.

[42]: Wright S. G. & Kulhawy F. H. & Duncun J. M. "Accuracy of equilibrium slope stability analysis". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 99, N°SM10, pp.(783-791), 1973.

[44]: Smith I. M. & Hobbs R. " Finite element analysis of centrifuged and built-up slopes". Geot., N°24, pp.(531-559), 1974.

[45]: Smith I. M. & Hobbs R. " Biot analysis of consolidation beneath embankments". Geot., N°26, pp.(149-179), 1976.

[46]: Skermer N. A. "Mica dam embankment stress analysis". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 101, N°Gt3, pp.(229-242), 1975.

[47]: Kulhavy F. H. & Gurtowski T. M. "Load transfert and hydraulic fracturing in zoned dams". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 102, N°Gt9, pp.(963-974), 1976.

[48]: Einseistein Z. & Krishnaya A. V. G. & Lam T. C. "Analysis of consolidation in cores of earth dams". Proc., 2nd., Int., Conf., Num., Meth., in Geom., Engrns., Found., Conf., Blacksburg, Vol. 1, pp.(1089-1107), 1976.

[49]: Cavounidis S. "Effective stress-strain analysis of earth dams during construction". Ph.D., Thesis, Stanf., Univ., Stanford, Calif., (1975).

[50]: Cavounidis S. & Höeg K. "Consolidation during construction of earth dams". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 103, N°GT10., pp.(1055-1067), 1970.

[51]: Kondner R. H. "Hyperbolic stress-strain response: Cohesive soils". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 89, N°SM1, pp.(115-143), 1963.

[52]: Einseistein Z. & Steven T. C. & Lam A. M. "Analysis of consolidation behavior of Mica Dam". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., N°GT8., pp.(879-895), 1977.

[53]: Ghaboussi J. & Karshenas M. "On finite element analysis of certain material nonlinearities in geomechanics". Proc., Int., Conf., On finite element in non linear solids and structures, Geilo, Norway 1978.

[54]: Ghaboussi J. & Ranken R. E. "Interaction between two parallel tunnels". Int., Jnl., Of Numer., Ana., Meth., Geom., 1:3, pp.(75-103), 1977.

[55]: Ghaboussi J. & Ranken R. E. "Finite element simulation of underground construction, Analytical methods in geomechanics". Proc., Sym., On implementation of computer procedures and stress-strain laws in geotech., Egnrs., Chicago, Illinois, 1981.

[56]: Ghaboussi J. & Ranken R. E. & Hendron A. J. "Time dependent behavior of solution caverns in salt". Jnl., Soil., Mech., Found., Div., A.S.C.E., Vol. 107, N°GT10., pp.(1379-1401), 1981.

[57]: Gaboussi J. & Kwang J. K. "Analysis of saturated and partially saturated soils". Int., Symp., Num., Mod., in Geom., Zurich, pp.(377-390), 1982.

[58]: Leroueil S. & Tavenas F. Trak B. La Rochelle P. Roy M. "Construction pore pressures in clay foundation under embankments". Part 1: The saint alban test fills, Rev., Can., Geot., Vol. 15, pp.(54-65), 1978.

[59]: Leroueil S. & Tavenas F. Mieussens Cl. Peignaud M. "Construction pore pressures in clay foundation under embankments". Part 2: Generalized behaviour, Rev., Can., Geot., Vol. 15, pp.(66-82), 1978.

[60]: Duncun J. M. & Smith R. W. & Wong K. S." Consol version 2.0; a computer program for 1-D consolidation analysis of layered soil masses", 1988.

[61]: Britto A. M. & Gunn M. J."Critical state soil mechanics Via finite elements", 1987.

[62]: Booker J. R. & Small J. C."An investigation of stability of numerical solutions of Biots equations of consolidation", Int., Jnl., Solids, & Structures, 11, pp.(907-911), 1975.

OUVRAGES:

[63]: Sanglerat et Costet. " Cours pratiques de mécanique des sols"., Edi., Masson.

[64]: M. Das. BRAJA. " Advanced mecanics".

[65]: Craig. "Soil mechanics"., Edi., Mc., Graw., Hil., (1977).

[65]: T. W Lambe. & R. V. Whitman. " Soil mecanis", Edi., John., Willey., (1976).

[66]: C. S. Desai. & J. T. Christian. "Numerical methods in geotechnical engineering"., Edi., Mc., Graw., Hil., (1977).

[67]: A. R. Jumikis. " Soil Mechanics"., Edi., Mc., Graw., Hil., (1964).

[68]: G. Balliny. et P. Niemants. "Mécanique des sols"., Note de cours., Ins., Nat., Form., Bati., (INFORBA). Rouiba., ALGERIE., (1982).

[69]: Zienkiewicz O. " The finite element method "., Edi., Sciences., (1973).

[70]: G. Datt. & G. Touzot. " Une présentation de la méthode des éléments-finis"., Edi., Maloine., (1982).

[71]: R. Tinawi. "La méthode des éléments-finis pour les structures continues"., Note de cours., Eco., polyt., de Montr., Canada., (1985).

[72]: K. J. Bathe. & E. Wilson. " finits element procedurs in ingineering analysis", Prentice Hall., (1982).

[73]: Mc. Guir & R. Gallagher. " Matrix structural analysis", Edi., John., Willey., (1979).

ANNEXE

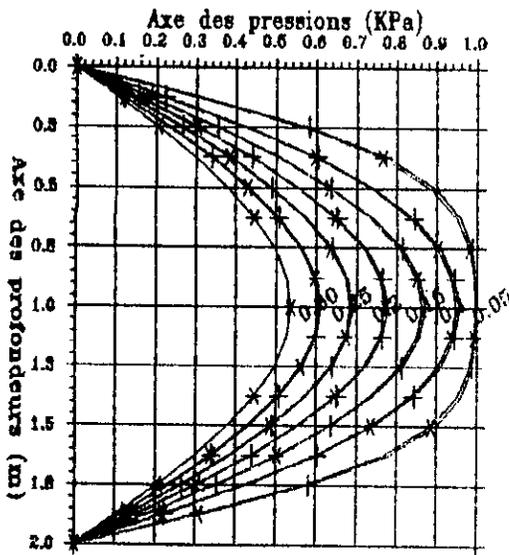


Fig1: Isochrones des pressions interstitielles (l'intervalle des temps, est de 0,05):

La pression initiale est lineaire.

- * Isochrone des Series de Fourier.
- + Isochrone des differences-finies.

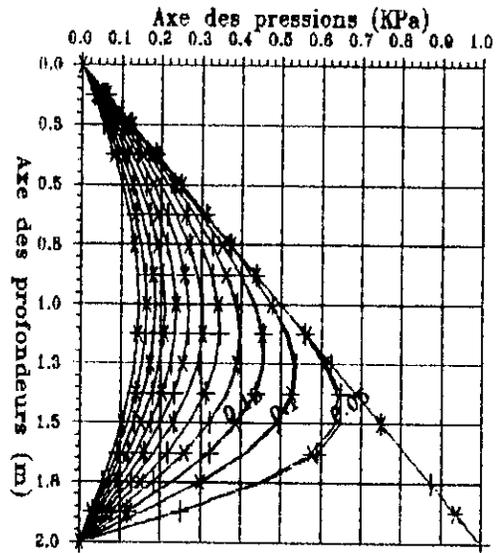


Fig2: Isochrones des pressions interstitielles (l'intervalle des temps, est de 0,05).

La pression initiale est triangulaire.

- * Isochrones des Series de Fourier.
- + Isochrones des differences-finies.

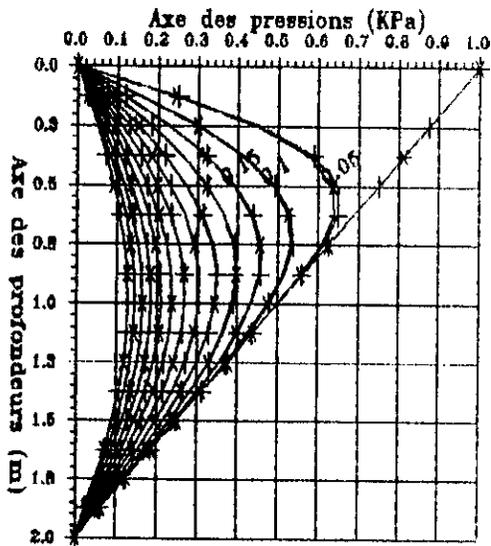


Fig3: Isochrones des pressions interstitielles (l'intervalle des temps, est de 0,05):

La pression initiale est triangulaire.

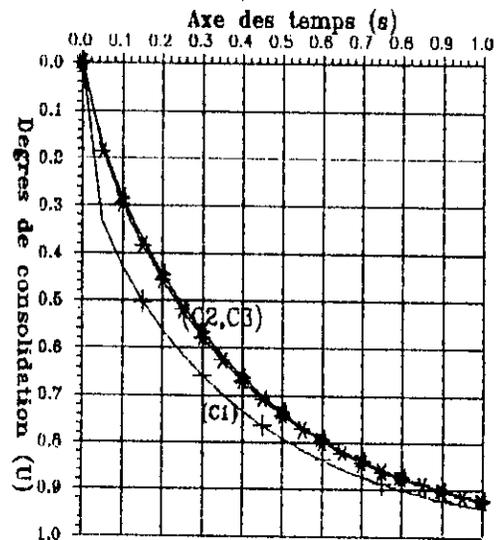


Fig4: Degrés de consolidation moyen, des repartition initiale precedentes.

- C3: Repartition triangulaire (bas vers le haut).
- C2: Repartition triangulaire (haut vers le bas).
- C1: Repartition lineaire.

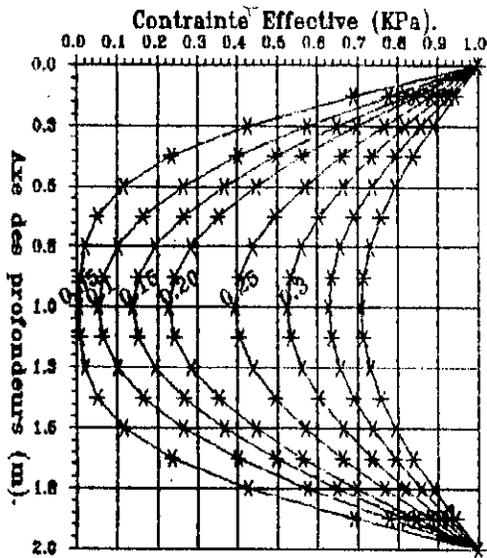


Fig5: Contrainte Sigma P en fonction de la profondeur, repartition lineaire. (pas de temps = 0,05).

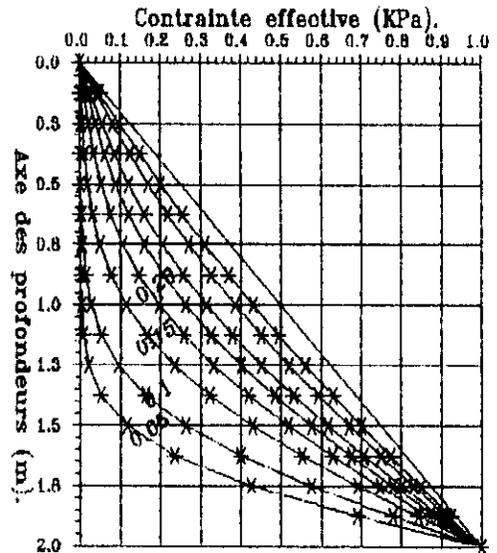


Fig6: Contrainte Sigma P en fonction de la profondeur, la repartition est triangulaire, pas de temps = 0,05.

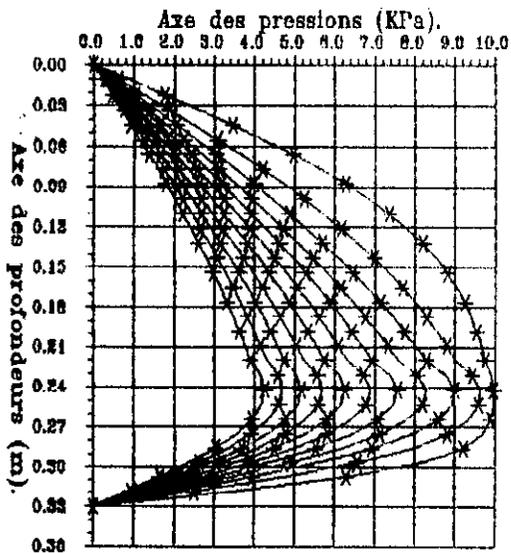


Fig7: Isochrones des pressions interstitielles d'un multicouche ((2), deux couches).

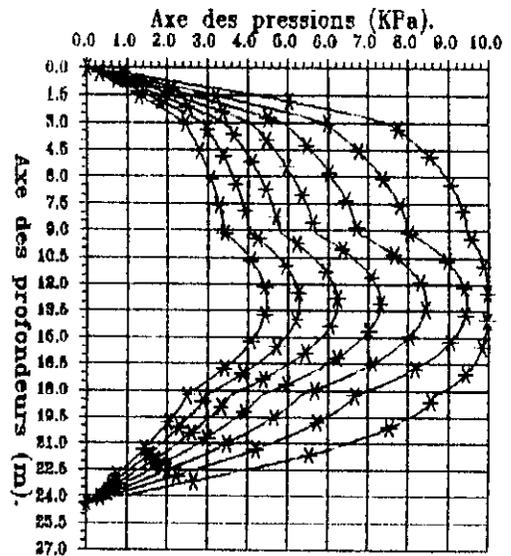


Fig8: Isochrones des pressions interstitielles d'un multicouche ((4), quatre couches).

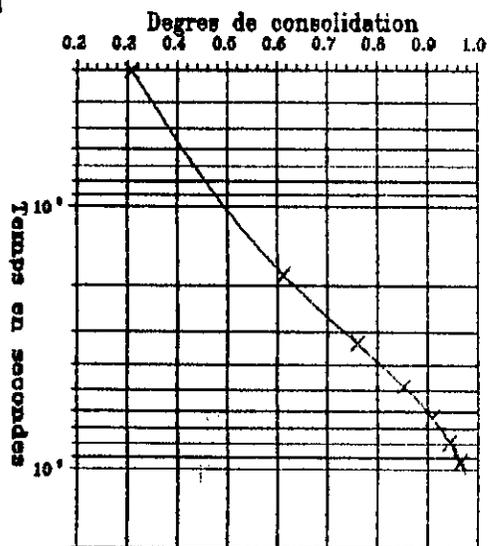


Fig9: Degres de consolidation d'un multicouche (2 couches). Echelle logarithmique.

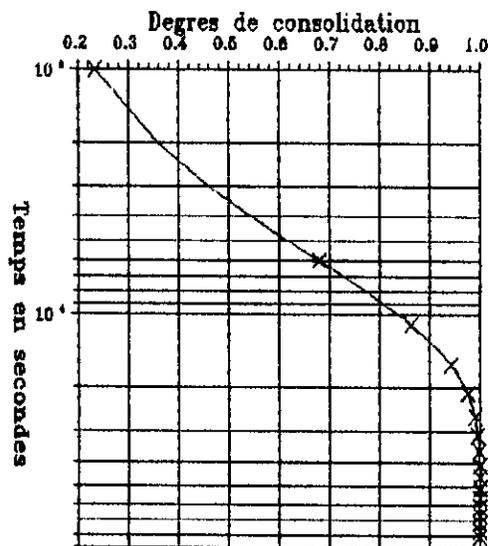


Fig10: Degres de consolidation d'un multicouche (4 couches). Echelle logarithmique.

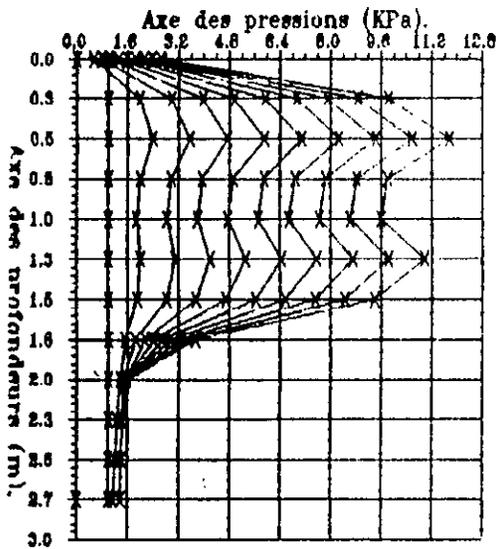


Fig11: Evolution de la pressions interstitielles en fonction du temps. Chargement variable.

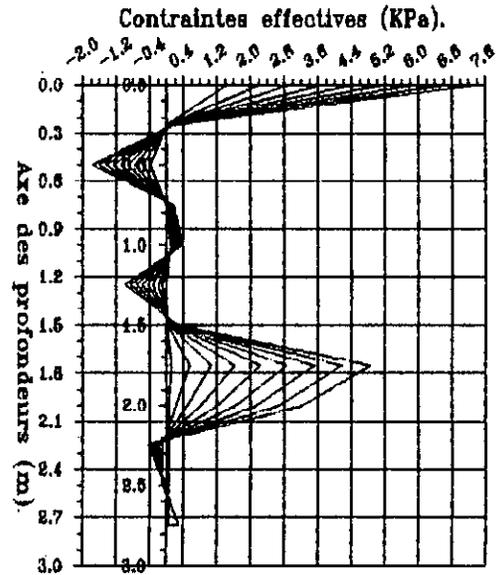


Fig12: Evolution de la contrainte Effective en fonction du temps, (Chargement variable, cas unidimensionnel).

La charge initiale est de 1 KPa en 10 jours elle devient 10 KPa, a raison de 1 kpa par jour.

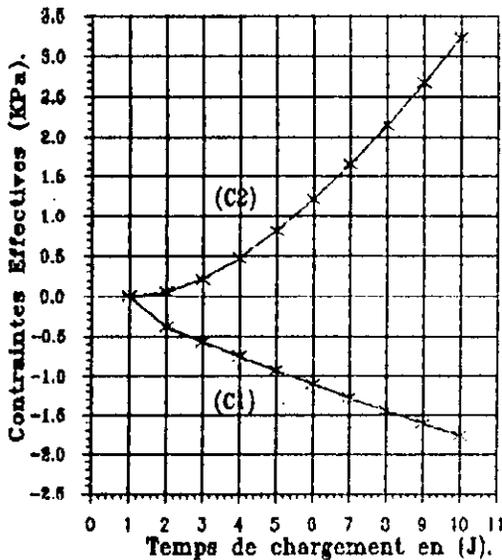


Fig15: Evolution de la contrainte Effective en fonction de la charge.

(C1): Contrainte Effective a 0,5 (m) de profondeur.
(C2): Contrainte Effective a 1,0 (m) de profondeur.

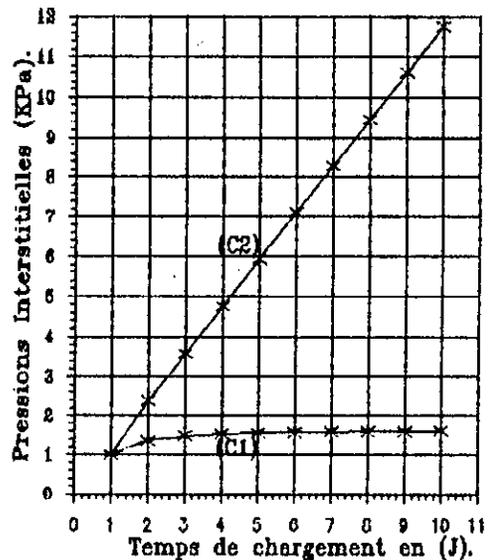


Fig16: Evolution de la Pression Interstitielle en fonction de la charge.

(C1): Pres. inter. a 0,5 (m) de profondeur.
(C2): Pres. inter. a 1,0 (m) de profondeur.

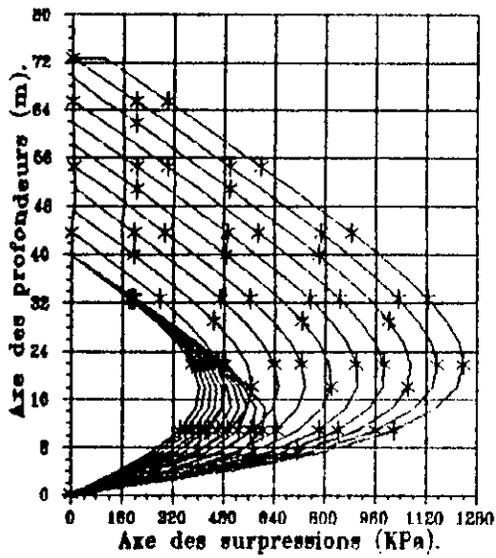


Fig17: Evolution de la surpression interstitielle dans le cas d'un Domaine variable.

Exemple de GIBSON 1958.

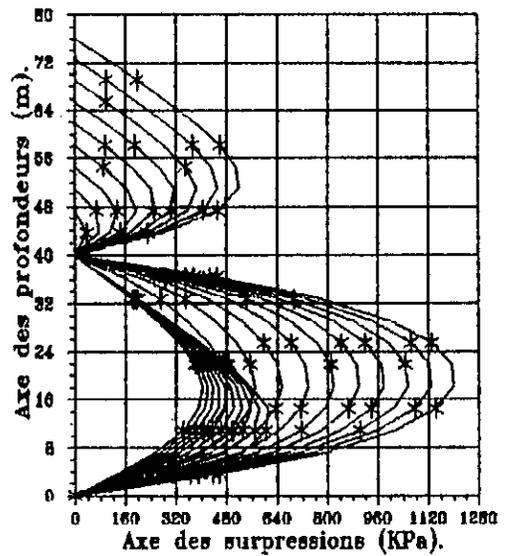


Fig18: Evolution de la surpression interstitielle dans le cas d'un Domaine variable, avec un drain.

Exemple de GIBSON 1958.

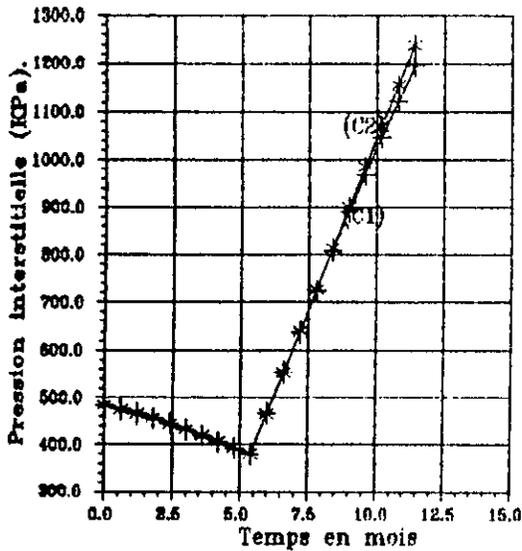


Fig13: Evolution de la pression interstitielle dans le cas d'un domaine variable, le milieu de la couche initiale a ete choisie.

- (C1): Domaine variable avec un drain au milieu de la section
- (C2): Domaine variable sans drain.

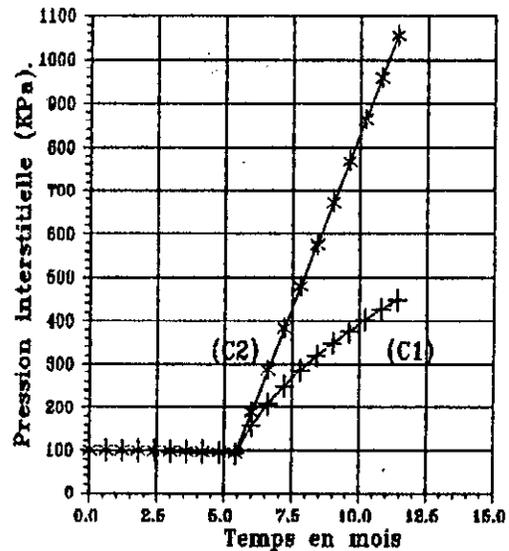


Fig14: Evolution de la pression interstitielle dans le cas d'un domaine variable, la section choisie est a(6 m) de la surface.

- (C1): Domaine variable avec un drain.
- (C2): Domaine variable sans drain.

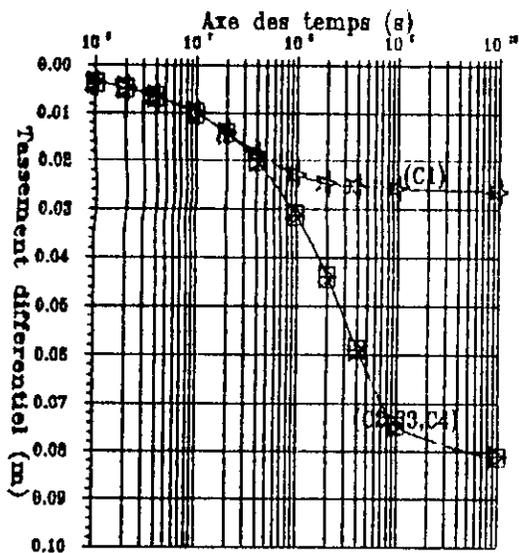


Fig20: Tassement différentiel du premier noeud du maillage.

- (C1): Cas unidim.
- (C2): Cas bidim. ($K_x=K_y$)
- (C3): Cas bidim. ($K_x=10K_y$)
- (C4): Cas bidim. ($K_x=100K_y$)

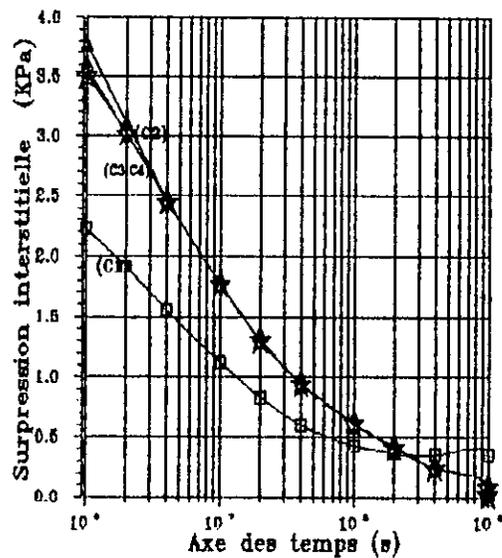


Fig21: Surpression interstitielle du 1er noeud du maillage.

- (C1): Cas unidim.
- (C2): Cas bidim. ($K_x=K_y$)
- (C3): Cas bidim. ($K_x=10K_y$)
- (C4): Cas bidim. ($K_x=100K_y$)

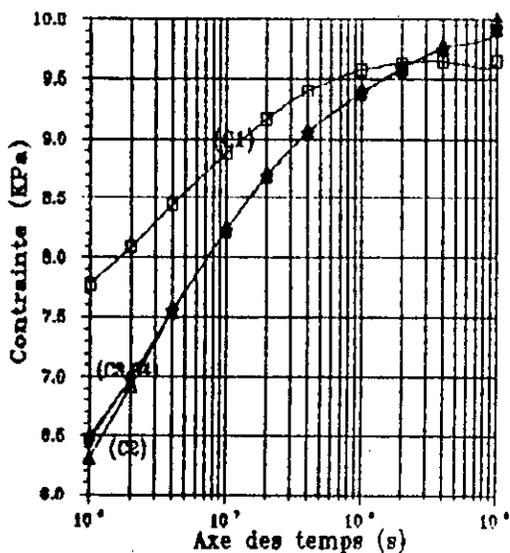


Fig22: Contrainte principale du 1er noeud du maillage.

- (C1): Cont. Effec. Cas Unidim.
- (C2): Contr. Sigma1 Cas bidim. ($K_x=K_y$)
- (C3): Contr. Sigma1 Cas bidim. ($K_x=10K_y$)
- (C4): Contr. Sigma1 Cas bidim. ($K_x=100K_y$)

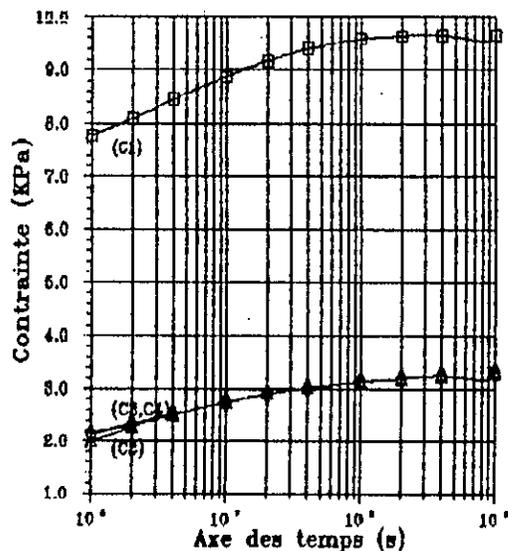


Fig23: Contrainte effective du 1er noeud du maillage.

- Courbe (1): Cont. Effec. Cas Unidim.
- Courbe (2): Contr. Sigma2 Cas bidim. ($K_x=K_y$)
- Courbe (3): Contr. Sigma2 Cas bidim. ($K_x=10K_y$)
- Courbe (4): Contr. Sigma2 Cas bidim. ($K_x=100K_y$)

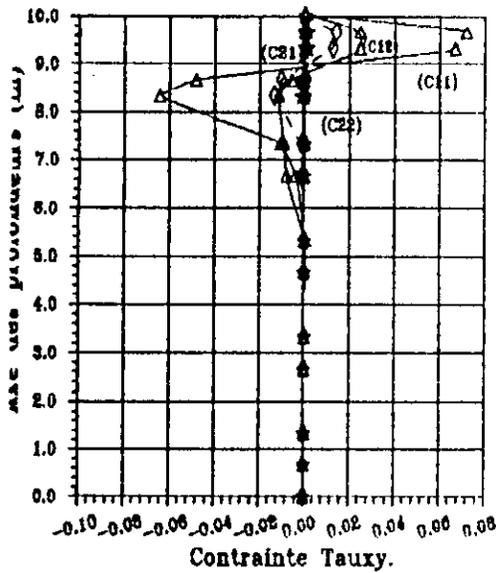


Fig39: Evolution de la contrainte tangentielle en fonction de la profondeur.

- (C1) Courbe continue avec $t=1.E+07$ et $Kx = Ky$.
- (C11) Courbes continues avec $t=2.E+07$ et $Kx = Ky$.
- (C2) Courbe discontinue avec $t=1.E+07$ et $Kx = 10 Ky$.
- (C21) Courbes discontinues avec $t=2.E+07$ et $Kx = 10 Ky$.

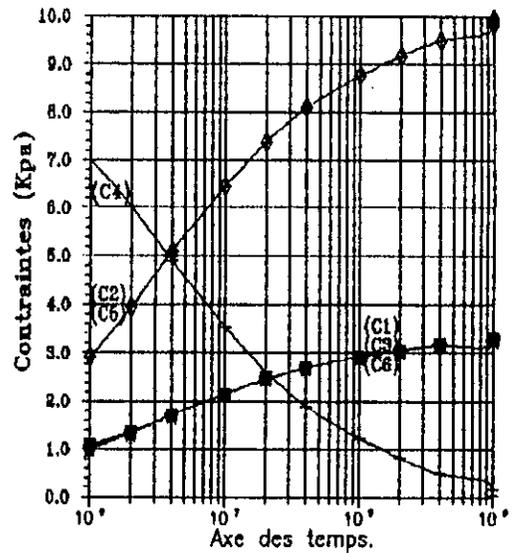


Fig36: Evolution des contraintes en fonction du temps du noeud 3.

- (C1) Contrainte Sigma-X.
- (C2) Contrainte Sigma-Y.
- (C3) Contrainte Sigma-Z.
- (C4) Pression interstitielle.
- (C5) Contrainte Sigma-1.
- (C6) Contrainte Sigma-2.

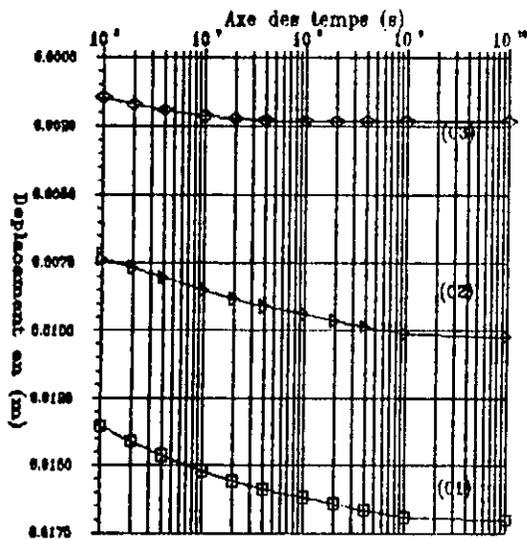


Fig40: Déplacement horizontale et verticale des noeuds (7) et (14) en fonction du temps (voir figure Mod2).

- (C1) Déplacement verticale du noeud (7).
- (C2) Déplacement verticale du noeud (14).
- (C3) Déplacement horizontale du noeud (14).

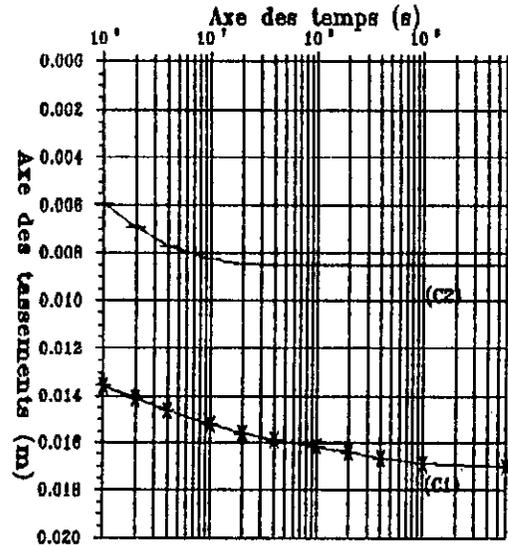


Fig41: Déplacement Verticale du 1er noeud dans le cas ou $h = a$ et $h = 10a$ en fonction du temps.

- (C1) Tassement avec la hauteur $h=10a$
- (C2) Tassement avec la hauteur $h=a$

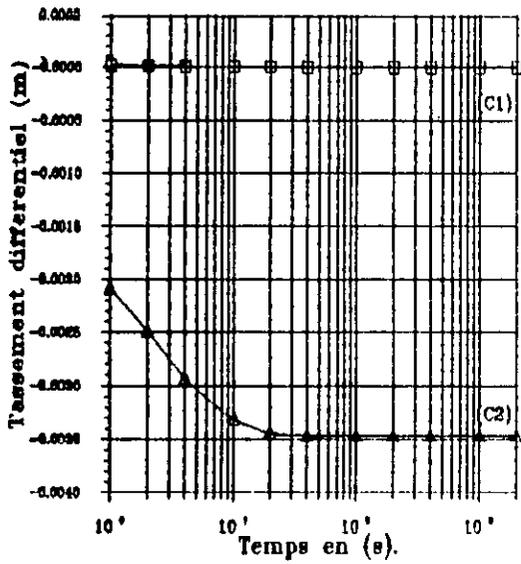


Fig42: Tassement différentiel vertical du 1er noeud, dans le cas où $h = a$ et $h = 10 a$, en fonction du temps.

- (C1) Tassement $h = 10 a$
- (C2) Tassement $h = a$

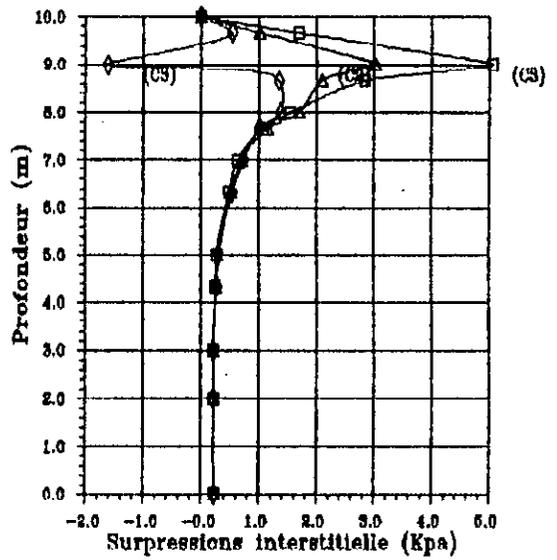


Fig43: Evolution de la pression interstitielle en fonction de la profondeur (Effet de MENDEL-CRYER).

- (C1) Pression a $t=1E+7$.
- (C2) Pression a $t=2E+7$.
- (C3) Pression a $t=4E+7$.

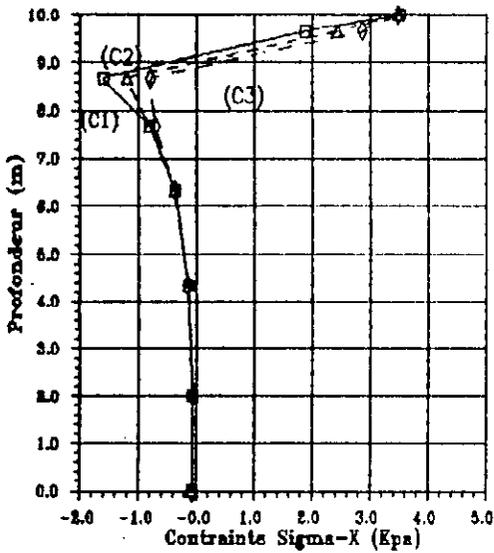


Fig44: Evolution de la contrainte $\Sigma\text{-X}$ en fonction de la profondeur.

- (C1) $\Sigma\text{-X}$ a $t=1E+7$.
- (C2) $\Sigma\text{-X}$ a $t=2E+7$.
- (C3) $\Sigma\text{-X}$ a $t=4E+7$.

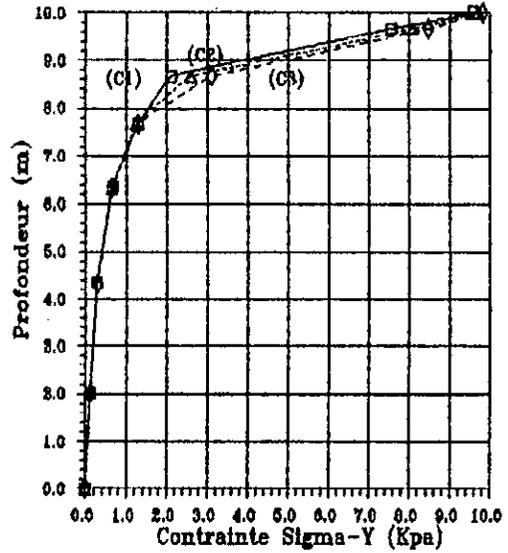


Fig45: Evolution de la contrainte $\Sigma\text{-Y}$ en fonction de la profondeur.

- (C1) $\Sigma\text{-Y}$ a $t=1E+7$.
- (C2) $\Sigma\text{-Y}$ a $t=2E+7$.
- (C3) $\Sigma\text{-Y}$ a $t=4E+7$.

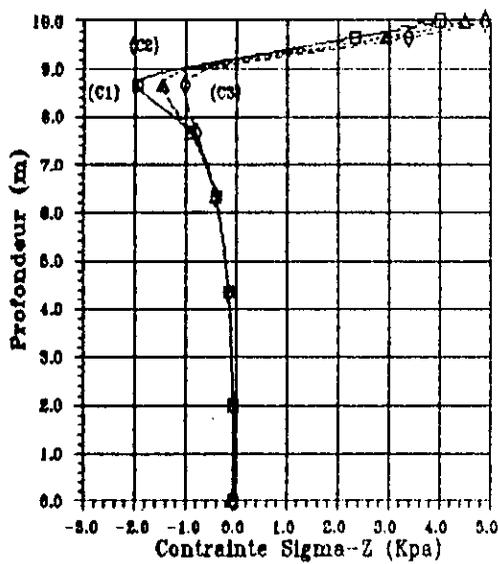


Fig46: Evolution de la contrainte Sigma-Z en fonction de la profondeur.

- (C1) Sigma-Z a $t=1E+7$.
- (C2) Sigma-Z a $t=2E+7$.
- (C3) Sigma-Z a $t=4E+7$.

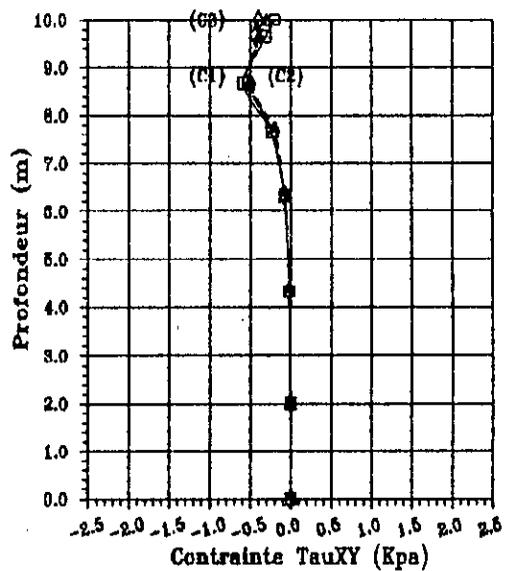


Fig47: Evolution de la contrainte maximale Tauxy en fonction de la profondeur.

- (C1) Tauxy a $t=1E+7$.
- (C2) Tauxy a $t=2E+7$.
- (C3) Tauxy a $t=4E+7$.

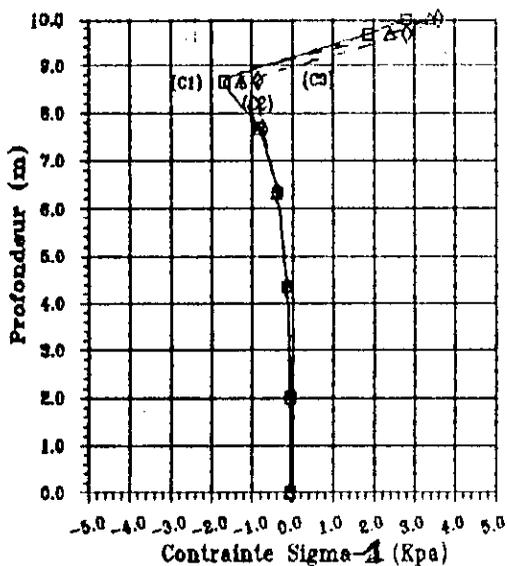


Fig48: Evolution de la contrainte principale Sigma-1 en fonction de la profondeur.

- (C1) Sigma-1 a $t=1E+7$.
- (C2) Sigma-1 a $t=2E+7$.
- (C3) Sigma-1 a $t=4E+7$.

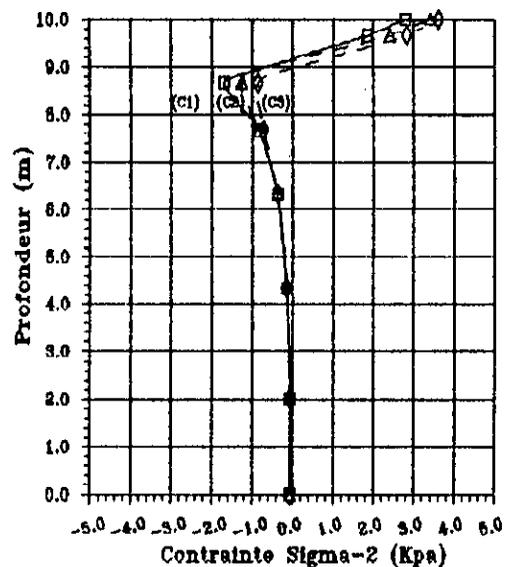


Fig49: Evolution de la contrainte principale Sigma-2 en fonction de la profondeur.

- (C1) Sigma-2 a $t=1E+7$.
- (C2) Sigma-2 a $t=2E+7$.
- (C3) Sigma-2 a $t=4E+7$.

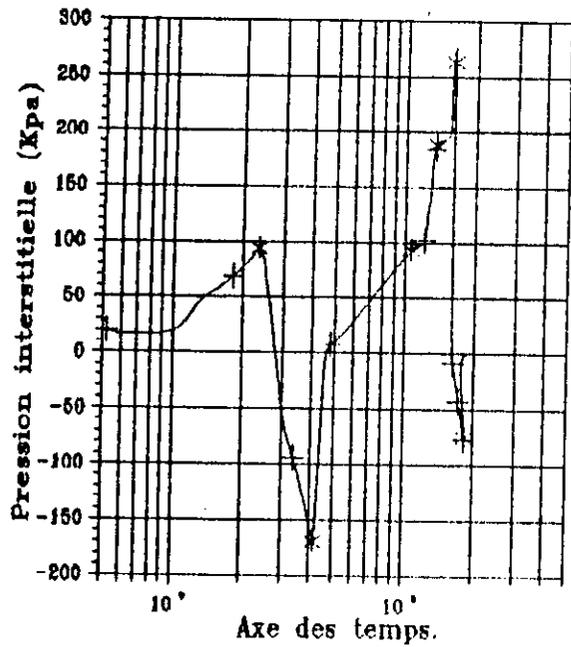


Fig19: Evolution de la surpression interstitielle dans le cas d'un chargement variable comportement Non Linéaire.

- + Courbe obtenue par le programme.
- * Courbe obtenue par SCHIFFMAN (1978).