

- UNIVERSITE D'ALGER -
ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
FILIERE D'INGENIEUR ELECTRONIQUE

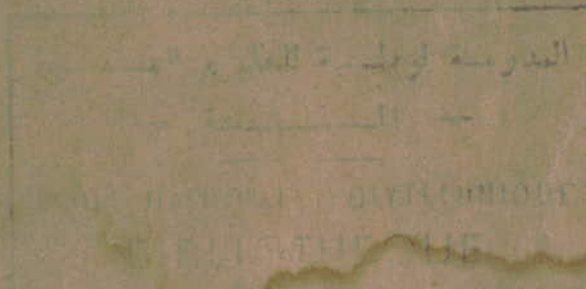
30/77

1 ex



PROJET DE FIN D'ETUDES

REGULATEUR ELECTRONIQUE DE TEMPERATURE D'UN FOUR ELECTRIQUE



Proposé Par
L. ZEBROWSKI
Maitre de Conférences

Réalisé par
M. NADJRAOUI
R. ZERGUI

-- PROMOTION JANVIER 1977 --

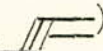
—/— Nous remercions tous les professeurs et assistants qui, pendant toute la durée de nos études, ont contribué à faire notre formation.

Plus particulièrement, M.ZEBROWSKI a droit à tous nos remerciements pour les conseils qu'il n'a pas cessé de nous donner tout au long de notre travail. C'est surtout grâce à lui que cette étude a vu le jour.

M.DELBOUYS et les responsables du laboratoire de Génie Chimique, ont bien voulu mettre à votre disposition tout le matériel nécessaire. Qu'ils trouvent ici nos sincères remerciements.

Nous n'oublierons pas Hamid qui s'est chargé de la dactylographie du texte. Qu'il en soit remercié.

* * * * *
* * * * *
* * * * *
* * * * *

1 -  L A N

—*~*~*~*~*~*~*~*~*~*—

1 - P L A N

2 - CARACTERISATION GENERALE DES PROCESSUS THERMIQUES

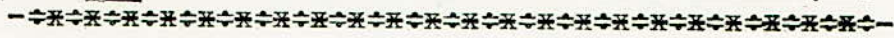
3 - IDENTIFICATION DU PROCESSUS

4 - REGULATEURS ELECTRONIQUES

5 - REGULATION EN BOUCLE FERMEE

—*~*~*~*~*~*~*~*~*~*—

2 - CHARACTERISATION DES PROCESSUS THERMIQUES



2-1 : Définition des processus thermiques :

Toute action qui consiste en la production de chaleur, en un transport de chaleur ou en un mélange de produits de chaleurs différentes peut être appelée processus thermique.

Exemple : - Production de chaleur par combustion, par réaction chimique, par rayonnement (lumineux...), par désintégration atomique.

- Transport de chaleur par un fluide chaud qui s'écoule dans une autre matière.

- Echange de chaleur par la mise côte à côte de deux corps de température différente, etc....

Autant d'exemples qui nous donnent une idée de ce que sont les processus thermiques. Cependant, pour rester dans le cadre de notre étude, nous ne verrons que les phénomènes de transport de chaleur.

2-2 : Modes de transfert de la chaleur :

Le transfert de chaleur peut s'effectuer de trois façons différentes :

1° Par conduction : C'est le cas de deux corps portés à des températures différentes que l'on met en contact : la chaleur passe du corps le plus chaud au corps le plus froid pour atteindre finalement un état d'équilibre thermique ; C'est le cas aussi d'un corps dont on chauffe seulement une partie, la chaleur se répand alors de proche en proche à l'intérieur du corps jusqu'à le réchauffer complètement.

2° Par convection : C'est le cas du chauffage d'un objet dans un courant de fluide chaud qui circule à son contact. Il en va de même pour le chauffage d'un local par des poêles ou des radiateurs.

3° Par rayonnement : Il s'agit ici du chauffage par une source portée à une température lumineuse (radiateurs

paraboliques, résistances de fours électriques, flammes lumineuses, lampes ou tubes à infra-rouge....); C'est aussi le cas du chauffage de la terre et des objets terrestres par le rayonnement du soleil.

Les trois processus thermiques énoncés ci-dessus peuvent avoir lieu aussi bien ensemble que séparément.

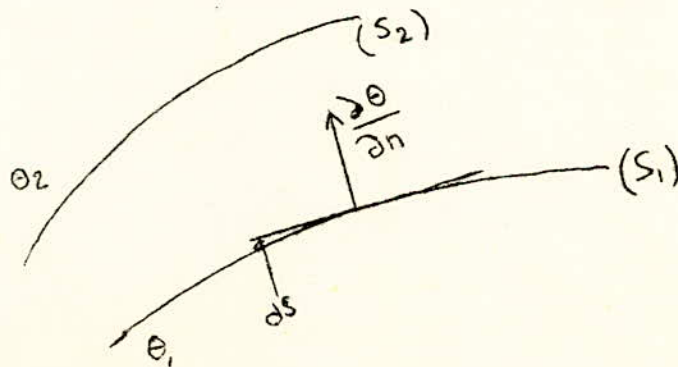
2-2-1 : Transfert de chaleur par conduction :

La première étude mathématique de la conduction a été faite par FOURIER qui en a posé les bases fondamentales dans sa "théorie analytique de la chaleur".

Soit deux surfaces (S1) et (S2) dont les températures à l'instant t sont respectivement θ_1 et θ_2 tel que $\theta_2 = \theta_1 + d\theta$. FOURIER dit que : "La quantité de chaleur qui s'écoule pendant l'intervalle de temps dt de (S1) à (S2) à travers l'élément de surface dS est proportionnelle à la fois à dS, à dt, au gradient de température $\frac{\partial \theta}{\partial n}$ dans la direction perpendiculaire aux isothermes (1) et à un coefficient λ caractéristique du milieu, appelé coefficient de conductivité thermique.

$$\text{D'où } dQ = - \lambda \frac{\partial \theta}{\partial n} dS dt$$

Le signe moins indique que l'écoulement se fait dans le sens des températures décroissantes.



(1) Une surface isotherme est le lieu des points ayant même température au même instant. Cette surface est fixe dans un régime stationnaire (la température ne varie pas dans le

temps) et mobile dans un régime variable (la température varie avec le temps).

Soit par exemple un parallélipipède élémentaire de côtés dx , dy et dz soumis au phénomène de conduction. Exprimons le bilan thermique relatif à l'élément de volume $dx \cdot dy \cdot dz$;

A travers la surface $dy \cdot dz$, de température $d\theta$, la quantité de chaleur entrée pendant le temps dt est, d'après la loi de FOURIER :

$$dQ_1 = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} dy \cdot dz \cdot dt$$

Sur la face opposée $dy \cdot dz$, à la distance dx , la température a pour valeur $\theta + \frac{\partial \theta}{\partial x} dx$. La quantité de chaleur sortie par cette face pendant le temps dt est:

$$dQ_2 = -\lambda \frac{\partial}{\partial x} (\theta + \frac{\partial \theta}{\partial x} dx) dy \cdot dz \cdot dt = -\lambda (\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx) dy \cdot dz \cdot dt$$

La quantité de chaleur qui est restée dans le parallélipipède est donc: $dQ_A = dQ_1 - dQ_2$, c'est à dire :

$$dQ_A = -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} dy \cdot dz \cdot dt + \lambda (\frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dx) dy \cdot dz \cdot dt$$

D'où $dQ_A = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} dy \cdot dx \cdot dz \cdot dt$ (b)

Par un raisonnement analogue sur les autres faces du parallélipipède ($dx \cdot dy$, $dy \cdot dz$) on obtient :

$$\text{Surface } dx \cdot dz : dQ_B = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

$$\text{Surface } dx \cdot dy : dQ_C = \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

De sorte que la quantité de chaleur emmagasinée dans le volume $dx \cdot dy \cdot dz$ est: $dQ = dQ_A + dQ_B + dQ_C$

Donc $dQ = \lambda (\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2}) dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt$ (c)

Si ρ est la masse volumique du corps et C sa chaleur spécifique, on écrira que dQ trouvé plus haut a servi à élever de $d\theta$ la température de l'élément de volume, soit :

$$dQ = \rho C \, dx \cdot dy \cdot dz \cdot d\theta \quad (d)$$

L'échauffement s'étant fait pendant le temps dt , on a :

$$d\theta = \frac{\partial \theta}{\partial t} dt$$

D'où, en égalant les relations (d) et (c) :

$$\rho C \, dx \cdot dy \cdot dz \cdot \frac{\partial \theta}{\partial t} dt = \lambda \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) dx \cdot dy \cdot dz \cdot dt$$

$$\longrightarrow \frac{\lambda}{\rho C} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

ou encore

$$\boxed{K \cdot \Delta \theta = \frac{\partial \theta}{\partial t}} \quad (e)$$

avec : $K = \frac{\lambda}{\rho C}$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ (Laplacien)

Unités : Dans le système C.G.S. :

Q en Cal-gramme ; λ en Cal / cm.s.deg.

ρ en g/cm³ ; C en Cal / g.deg.

$$d'où K = \frac{\lambda}{\rho C} \text{ en cm}^2/\text{s}.$$

Il est évident que l'équation (e) ne devient pratique que dans le cas où le transfert de chaleur se fait dans une seule direction. Il est alors possible d'intégrer cette équation et d'aboutir à une solution. Sinon, la résolution de cette équation devient assez complexe.

2-2-2 : Transfert de chaleur par convection :

Quand un fluide, à une certaine température, se trouve en contact avec un corps solide à une température plus basse, le fluide cède de la chaleur au corps solide et le réchauffe. C'est un phénomène de convection.

La convection peut avoir lieu aussi lorsque des matières de contenus calorifiques différents se déplacent les uns par rapport aux autres. Des particules ou des petits volumes de matières peuvent se mélanger et il y'a échange de chaleur.

La convection peut avoir lieu en même temps que la conduction.

- 7 -

avec $\left\{ \begin{array}{l} h = \text{coefficient de transmission thermique (CTT) du} \\ \text{fluide à la paroi (Kcal/m}^2\text{.h.deg)} \\ d = \text{diamètre du tuyau (m)} \\ \lambda = \text{conductivité thermique du fluide (Kcal/m.h.deg)} \end{array} \right.$

De même, $\sqrt{\quad}/\sqrt{\quad}$ est sans dimension.

Nous voyons donc que la convection dépend de plusieurs facteurs. Il est toutefois possible de réunir tous ces facteurs dans une seule relation qui caractérise le transfert de chaleur par convection :

$$Q = H A (\theta_f - \theta_a)$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} Q = \text{débit de chaleur} \\ H = \text{coefficient de convection du transfert de} \\ \text{chaleur (J/m deg.s)} \\ A = \text{surface de la paroi du corps qui reçoit de la} \\ \text{chaleur par convection (m}^2\text{)} \\ \theta_f = \text{température du fluide (deg.K)} \\ \theta_a = \text{température du corps baigné dans le fluide (deg.K)} \end{array} \right.$

2-2-3 : Transfert de chaleur par rayonnement :

Le rayonnement est une autre forme de transfert de chaleur. Il peut avoir lieu à distance, sans que le milieu intermédiaire participe nécessairement à ce transfert.

Divers types de rayonnement : hertzien, lumineux, thermique, qui ne nécessitent pas l'intervention du milieu intermédiaire. (Exemple : les rayons du soleil).

Les rayonnements sonores et ultrasonores par contre ont besoin d'un milieu spécifique pour pouvoir se propager. (le son ne se propage pas dans le vide). Nous nous intéressons particulièrement au rayonnement thermique.

Le rayonnement thermique

Tout corps porté à une certaine température est capable d'émettre de l'énergie. Exemple : un thermomètre placé devant un fer à repasser chaud accusera une élévation de température, résultant du rayonnement thermique que lui envoie le fer.

La transmission de la chaleur par rayonnement depuis un corps noir peut être déterminée en accord avec la loi de Stéfan - Boltzmann :

$$q = KAT^4 \quad (a)$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} K = \text{Constante de Boltzmann} \\ A = \text{Surface du corps recevant le rayonnement} \\ T = \text{Température du corps (deg.K)} \end{array} \right.$

Signalons que dans tous les corps, il y'a accumulation de chaleur selon la loi : $q = \int C_p V \frac{dT}{dt}$

$\left\{ \begin{array}{l} q = \text{Quantité de chaleur accumulée pendant le temps } t \\ \rho = \text{Poids spécifique du corps} \\ V = \text{son volume} \\ C_p = \text{sa chaleur spécifique} \end{array} \right.$

2-3 : Conclusion - Application au four

Nous venons de voir les différents modes de transfert de la chaleur. Cette étude nous a permis de connaître les processus thermiques dans leur ensemble et de nous faire une idée plus claire quant aux processus qui ont lieu dans l'enceinte de notre four. Nous savons maintenant que la chaleur qui y est engendrée peut avoir lieu par conduction, par convection ou par rayonnement. Cependant, en examinant le schéma du four, on peut préciser sans risque d'erreur le mode particulier qui régit le transfert de chaleur dans le four. (fig 2-3-a)

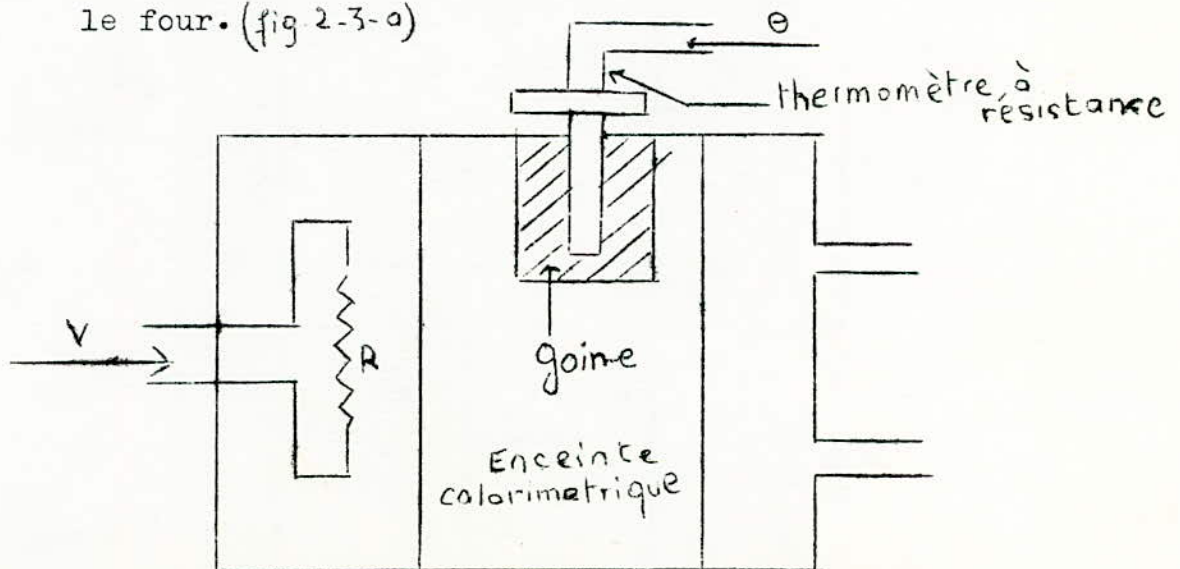


Fig. 2-3-a : schéma du four

où $\left\{ \begin{array}{l} R = \text{résistance électrique} \\ V = \text{puissance de chauffe} ; \theta = \text{température de sortie} \end{array} \right.$.../...

Bien sûr, la chaleur est produite par la résistance électrique R chauffée par une puissance V , mais cette chaleur est transportée par le flux de chaleur, si l'on peut dire, dégagé par la résistance électrique. Il s'agit donc essentiellement de conduction et de convection, le rayonnement ne jouant qu'un rôle secondaire vu qu'il intervient seulement dans la production de la chaleur.

Voilà donc décrit le fonctionnement intérieur du four. Il nous faut à présent aborder le problème qui consiste en la détermination de la relation qui lie la grandeur de sortie (la température θ) à la grandeur d'entrée (la puissance de chauffe V); cette relation est connue sous le nom de fonction de transfert. Deux méthodes se présentent alors à nous :

- Déterminer cette relation par le calcul, en tenant compte des opérations qui ont lieu dans l'enceinte du four.

- Considérer le four comme une boîte noire et, en appliquant certains signaux à l'entrée, enregistrer la sortie pour déterminer finalement la fonction de transfert du four. Ce sont les méthodes d'identification.

En ce qui nous concerne, nous choisirons la deuxième méthode sans pour cela délaisser la première. En effet, cette dernière nous donnera une idée sur la forme de la fonction de transfert du four, la deuxième méthode quant à elle, nous permettra de déterminer tous les paramètres de cette fonction de transfert.

2-3-1 : Expression générale de la fonction de transfert du four :

Les phénomènes qui ont lieu dans l'enceinte du four sont assez complexes et il est difficile sinon impossible de les maîtriser, ne disposant d'aucune donnée concernant les éléments constituant le four. Cependant, les expériences faites par plusieurs auteurs et les calculs, quoique sommaires que nous allons faire, montrent que le comportement dynamique du four peut être décrit approximativement par une fonction du second degré.

Le schéma ¹⁰ représente l'enceinte et le thermocouple (ou thermomètre).

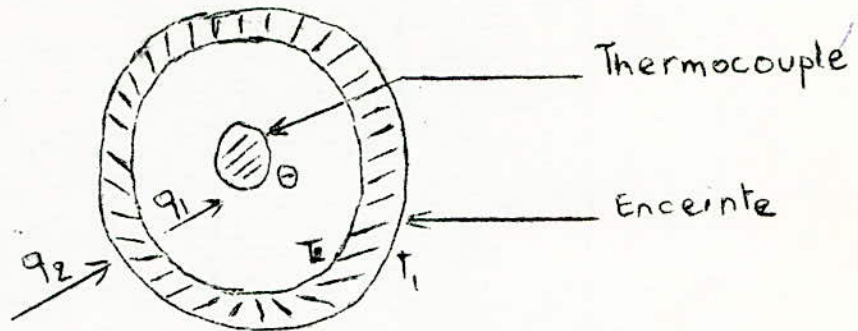


fig.2-3-1-a : enceinte du four et thermocouple

- θ = température du thermocouple
- T_2 = température de l'enceinte
- T_1 = température à l'entrée de l'enceinte
- q_i = flux de chaleur

Les équations établies avant permettent d'écrire

a) Pour l'enceinte

$$q_2 = HA_2(T_1 - T_2) = K_2(T_1 - T_2) \quad (1)$$

$$\text{avec } K_2 = HA_2$$

où H = coefficient de convection du transfert de chaleur

A_2 = surface de l'enceinte

b) Pour le thermocouple

$$q_1 = HA_1(T_2 - \theta) = K_1(T_2 - \theta) \quad (2)$$

$$\text{avec } K_1 = HA_1$$

où A_1 = surface du thermocouple

Pour les deux éléments, il y'a accumulation de chaleur dans un corps suivant la relation

$$q = \rho C_p V \frac{dT}{dt}$$

(ρ = poids spécifique du corps

C_p = chaleur spécifique du corps

V = volume du corps

T = température du corps

Posons : $C = \rho C_p V$ d'où $q = C \frac{dT}{dt}$

AA

On a alors : accumulation de chaleur dans l'enceinte :

$$q_2 - q_1 = C_2 \frac{dT_2}{dt} \quad (3) \quad \text{avec } C_2 = \int_2 C_{p2} V_2$$

accumulation de chaleur dans le thermocouple :

$$q_1 = C_1 \frac{d\theta}{dt} \quad (4) \quad \text{avec } C_1 = \int_1 C_{p1} V_1$$

Il s'agit de déterminer la relation entre la température du thermocouple θ et celle de l'entrée, c'est à dire T_1 .

$$C_2 \frac{dT_2}{dt} = q_2 - q_1 = K_2(T_1 - T_2) - K_1(T_2 - \theta) \quad (5)$$

$$= K_2 T_1 - (K_2 + K_1) T_2 + K_1 \theta$$

(4) implique

$$q_1 = C_1 \frac{d\theta}{dt} = K_1(T_2 - \theta)$$

d'où $T_2 = \frac{C_1}{K_1} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta$ donc $\frac{dT_2}{dt} = \frac{C_1}{K_1} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d\theta}{dt}$

On reporte ces valeurs dans (5)

$$C_2 \left(\frac{C_1}{K_1} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d\theta}{dt} \right) = K_2 T_1 - (K_1 + K_2) \left(\frac{C_1}{K_1} \cdot \frac{d\theta}{dt} + \theta \right) + K_1 \theta$$

et on obtient

$$K_2 T_1 = \frac{C_1 C_2}{K_1} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{K_1 + K_2}{K_1} C_1 + C_2 \right) \frac{d\theta}{dt} + K_2 \theta$$

En posant $p = \frac{d}{dt}$ on aura :

$$T_1 = \frac{C_1 C_2}{K_1 K_2} p^2 \theta + \left(\frac{K_1 + K_2}{K_1} C_1 + C_2 \right) \frac{1}{K_2} p \theta + \theta$$

d'où $\frac{\theta}{T_1} = \frac{1}{\frac{C_1 C_2}{K_1 K_2} p^2 + \frac{1}{K_2} \left(\frac{K_1 + K_2}{K_1} C_1 + C_2 \right) p + 1}$

qui est la relation existant entre température d'entrée et température de sortie du four.

Si on admet une proportionnalité entre température et puissance de chauffe (ou tension V), on peut donc assimiler cette relation à la relation liant température de sortie et puissance à l'entrée. En posant $T_1 = KV$ on a

$$G(p) = \frac{\theta}{V} = \frac{K}{\frac{C_1 C_2}{K_1 K_2} p^2 + \frac{1}{K_2} \left(\frac{K_1 + K_2}{K_1} C_1 + C_2 \right) p + 1}$$

relation qui peut être mise sous la forme :

$$G(p) = \frac{K}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

avec :

$$\frac{1}{T_1}, \frac{1}{T_2} = + \frac{1}{K_2} \left(\frac{K_1 + K_2}{K_1} + C_2 \right) \pm \sqrt{\frac{1}{K_2^2} \left(\frac{K_1 + K_2}{K_1} + C_2 \right)^2 - \frac{4 C_1 C_2}{K_1 K_2}}$$

Nous avons ainsi une expression globale de la fonction de transfert cherchée. Il reste maintenant à déterminer les valeurs des paramètres K , T_1 et T_2 . Ne pouvant accéder par les calculs puisque les paramètres du four nous sont inconnus, nous utiliserons les méthodes d'identification pour arriver à la fonction de transfert explicite du système.

~~*****~~

3 - IDENTIFICATION DU PROCESSUS :

But de l'identification et sa signification :

On a besoin d'identifier un système quand on n'est pas en mesure de connaître exactement son fonctionnement intérieur, c'est à dire si on est incapable de déterminer la fonction mathématique qui pourrait décrire ce système. Toutefois, on peut recourir aux méthodes d'identification dans le cas particulier où l'on dispose de la fonction mathématique du système dont on veut déterminer les paramètres. C'est notre cas.

Identifier un système revient alors, pour nous à connaître tous les paramètres, c'est à dire leurs valeurs, qui entrent en jeu dans le fonctionnement de ce système.

Nous aurons alors en main un modèle du système réel, modèle qui va présenter, au moins dans un certain domaine de fonctionnement, un comportement analogue à l'objet.

ZADEH en 1962 donne une définition du problème de l'identification. Il dit que "L'identification d'un système est la détermination sur la base de la connaissance des entrées et des sorties de ce système, d'un modèle mathématique appartenant à une classe de modèles donnés, ce dernier soumis aux mêmes signaux tests, étant alors équivalent au système donné".

A partir de cette définition, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- On doit soumettre le système et son modèle aux mêmes signaux excitateurs, appelés signaux tests.

- Il existe une classe de modèles qui pourront simuler le système. La relation liant la sortie du système à celle des modèles, appelée critère ou fonction de coût, pourra nous permettre de sélectionner parmi toute la classe des modèles, celui qui décrira le mieux notre système. En effet, il faut trouver un modèle tel que, pour ce modèle, la fonction de coût sera la plus faible possible.

3-1 : Classification des méthodes d'identification :

3-1-1 : Solutions existantes

Les différentes classes de modèles qui existent permettent de distinguer deux méthodes générales d'identification :

- Méthodes paramétriques d'identification
- Méthodes non paramétriques d'identification

Les méthodes paramétriques :

Ces types de méthodes supposent le choix d'une classe de modèles $K(\beta)$ définis par leurs paramètres β .

Ex : détermination des paramètres a_i et b_j de la fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{\sum_{i=0}^r a_i p^i}{\sum_{j=0}^n b_j p^j}$$

Il y'a aussi la méthode de Strejc - Quentin qui caractérise un système par un modèle de la forme :

$$G(p) = \frac{e^{-\tau p}}{(1+Tp)^n}$$

où τ , T et n sont les paramètres à déterminer.

Les méthodes non paramétriques :

Ces méthodes permettent de calculer la réponse impulsionnelle $h(t)$ en utilisant le théorème de convolution ou les fonctions de corrélation.

Elles permettent aussi la détermination de la fonction de transfert fréquentielle $G(jw)$

3-1-2 : Signaux tests existants :

Il y'a plusieurs types de signaux tests.

En général ce sont des signaux sinusoïdaux, des échelons, un bruit blanc, une séquence binaire ou ternaire pseudo aléatoire.

Cependant, il faut dire que ces signaux ne sont pas tous applicables au système réel, car ce dernier peut, de par sa constitution, ne pas être apte à recevoir n'importe quelle forme de signal.

De même, en raison des conditions qui limitent tout système réel, il est nécessaire que les sorties de ce système restent dans des limites acceptables tant du point de vue de la production que celui de la sécurité. Il convient donc de sélectionner, parmi tous les signaux tests, celui qui s'adapte le mieux au système réel. On atteindra alors deux buts :

- Préserver le système de dangers éventuels (endommagement, ...)

- Obtenir des simplifications importantes dans les calculs nécessaires à la méthode d'identification choisie.

3-2 : Signaux tests utilisés :

Comme il a été dit précédemment, l'identification d'un processus nécessite l'excitation du processus par certains signaux tests. Nous donnons ici une brève étude de ces signaux.

3-2-1 : Fonction échelon :

Elle est notée $A \cdot u(t)$ où A = amplitude de l'échelon et

$$u(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t \geq 0 \\ 0 & \text{pour } t < 0 \end{cases}$$

$u(t)$ est un échelon unitaire.

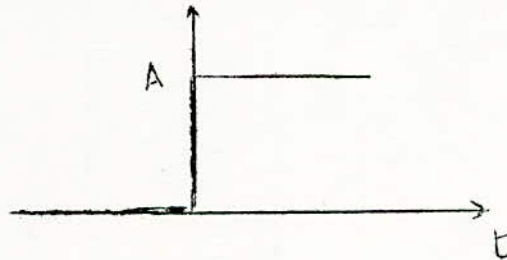


fig.3.2.1.a : échelon d'amplitude A.

3-2-2 : Fonction rampe unité :

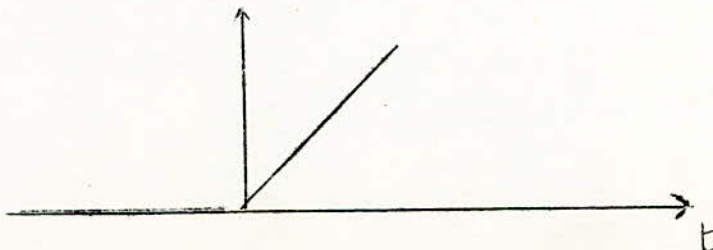


fig.3.2.2.a : fonction rampe unité $u_1(t)$

avec

$$\begin{cases} u_1(t) = 1 & \text{pour } t < 0 \\ u_1(t) = t & \text{pour } t \geq 0 \end{cases}$$

3-2-3 : Fonction impulsion unitaire ou de Dirac :



fig. 3.2.3.a : Impulsion de Dirac. $\delta(t)$

$\delta(t)$ est la limite de l'aire représentée dans la figure lorsque h tend vers zéro. L'impulsion de Dirac n'est pas réalisable physiquement.

3-2-4 : Fonction sinusoïdale :

Elle est de la forme $f(t) = \sin \omega t \cdot u(t)$ (fig.3.2.4.a) où $u(t)$ = échelon unitaire.

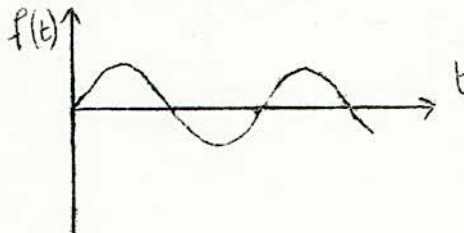


fig.3.2.4.a : fonction sinusoïdale.

3-2-5 : Propriétés des réponses des systèmes aux signaux échelon et impulsion :

a- Définition :

Lorsqu'on applique à un système un signal échelon, la réponse de ce système est appelée réponse indicielle $I(t)$. Quand c'est le signal impulsion qui est le signal d'entrée, la réponse est dite réponse impulsionnelle $h(t)$.

b- Connaissance de la réponse $f(t)$ d'un système linéaire à un signal quelconque $x(t)$ connaissant sa réponse indicielle $I(t)$.

D'après le théorème de superposition, on peut écrire :

$$f(t) = \sum_{\lambda=-\infty}^{+\infty} \frac{dx(\lambda)}{d\lambda} I(t, \lambda) \Delta \lambda$$

et, par passage à la limite, on a :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx(\lambda)}{d\lambda} I(t, \lambda) d\lambda$$

c) Connaissance de la réponse $y(t)$ d'un système linéaire à un signal quelconque $x(t)$ connaissant sa réponse impulsionnelle :

Le même théorème permet d'écrire :

$$y(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} x(k, \Delta\lambda) h(t, k\Delta\lambda) \Delta\lambda$$

et, par passage à la limite,

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\lambda) \cdot h(t, \lambda) d\lambda$$

Conclusion :

Nous venons de passer en revue les différents signaux tests utilisés dans l'identification des systèmes. Cette brève étude nous sera utile dans la suite de notre travail.

3-3 : Méthodes d'identification :

3-3-1 : Méthodes paramétriques d'identification :

Ces méthodes permettent de connaître les paramètres du modèle choisi.

Analyse transitoire :

Systemes du 1° et du 2° ordre :

a) Systeme du 1° ordre :

Il s'agit de déterminer les paramètres K et T pour connaître la fonction de transfert :

$$G(p) = \frac{K}{1 + Tp}$$

Appliquons un signal échelon à l'entrée :

$$x(t) = u(t) \rightarrow X(p) = \frac{1}{p}$$

$$\text{d'où } G(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{1 + Tp} \text{ donc } Y(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{1 + Tp}$$

L'originale de Y(p) est y(t) telle que : $y(t) = K(1 - e^{-\frac{t}{T}})u(t)$

La réponse $y(t)$ au signal échelon $x(t) = u(t)$ est représentée fig.1.

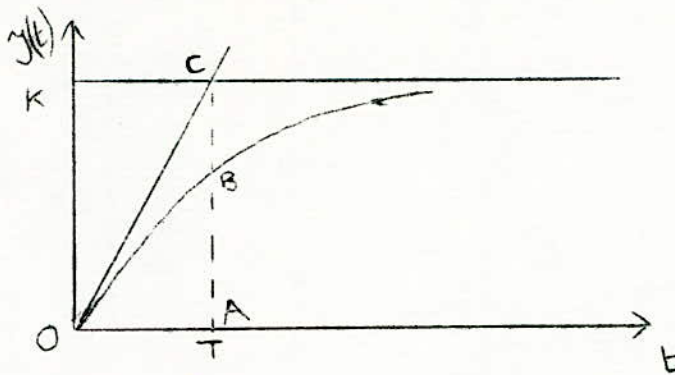


fig.1 : Réponse indicielle d'un système du 1^o ordre.

La valeur de K correspond à la valeur $y(\infty)$, lue directement sur la courbe. Si on trace la tangente en O à la courbe, on déduit la constante de temps T (point A). En effet, en $t = T$ on a $y(T) = K(1 - e^{-1}) = y(\infty) \times 0.632$.

b) Système du 2^e ordre :

1- La fonction de transfert du modèle s'écrit :

$$G(p) = \frac{K}{(p+T_1)(p+T_2)} \text{ et il s'agit de déterminer les}$$

paramètres K, T_1, T_2 .

On applique toujours un échelon $u(t)$ à l'entrée. La réponse sera :

$$Y(p) = X(p) \cdot G(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{K}{(p+T_1)(p+T_2)}$$

Par décomposition en éléments simples, on a

$$Y(p) = \frac{K}{T_1 T_2} \left(\frac{1}{p} - \frac{T_2}{T_2 - T_1} \cdot \frac{1}{p+T_1} - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot \frac{1}{p+T_2} \right)$$

L'originale est alors :

$$y(t) = \frac{K}{T_1 T_2} \left(1 - \frac{T_2}{T_2 - T_1} \cdot e^{-T_1 t} + \frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-T_2 t} \right)$$

si $T_2 > T_1$, $\frac{T_1}{T_1 - T_2} \cdot e^{-T_2 t}$ sera négligeable, pour t assez grand

devant le terme $\frac{T_2}{T_2 - T_1} \cdot e^{-T_1 t}$

on aura alors : $y(t) \approx \frac{K}{T_1 T_2} \left(1 - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-T_1 t} \right)$

Le régime permanent ($t \rightarrow \infty$) permet de connaître le rapport

$$\frac{K}{T_1 T_2}$$

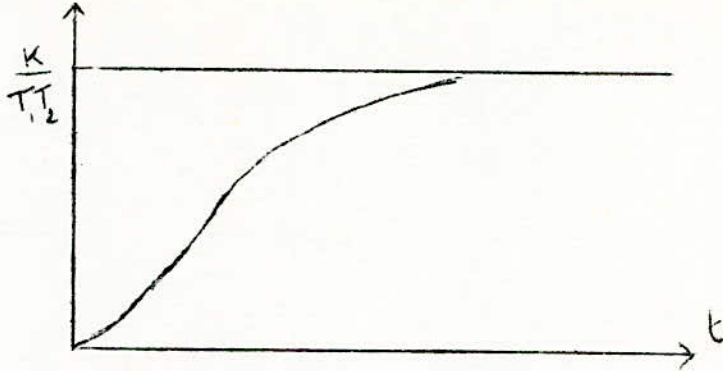


fig.2 : réponse indicielle d'un système du 2^o ordre.

Pour connaître la valeur de T_1 , T_2 et K on peut opérer de la manière suivante : On trace la courbe donnant l'écart entre le régime permanent et la courbe de la figure 2 Soit r cet écart :

$$r = \frac{K}{T_1 T_2} - \frac{K}{T_1 T_2} \left(1 - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-T_1 t}\right)$$

où $\frac{K}{T_1 T_2}$ est la valeur du régime permanent.

On a donc

$$r = \frac{K}{T_1 T_2} \cdot \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-T_1 t} = \frac{K}{T_1} \cdot \frac{e^{-T_1 t}}{T_2 - T_1}$$

$$\log r = \log \frac{K}{T_1} - T_1 t - \log(T_2 - T_1) = \log \frac{K}{T_1 (T_2 - T_1)} - T_1 t.$$

C'est une droite de pente $-T_1$ (fig.3).

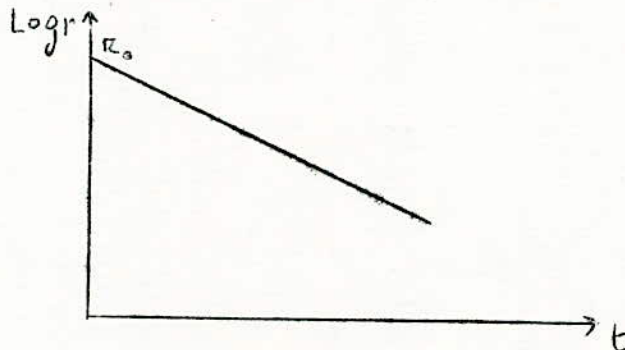


fig.3 :

La pente de cette droite permet de connaître T_1 .

Pour $t = 0$, on a : $r = r_0$ (déterminé sur la droite fig.3)

$$r(t=0) = r_0 = \log \frac{K}{T_1 (T_2 - T_1)}$$

Le rapport $\frac{K}{T_1 T_2}$ est connu (régime permanent)

T_1 est connu (pente)

on en déduit alors les trois paramètres à déterminer soit K , T_1 et T_2 .

2-La méthode que nous allons décrire utilise elle aussi la réponse indicielle du système réel. Elle est clairement exposée par un professeur polonais : Ludwick Michalski dans son étude de la régulation de température par tout ou rien avec contre-réaction thermique. Nous en avons relevé essentiellement ce qui nous intéresse c'est à dire l'identification du système assimilé à un système du second ordre.

Principe de la méthode :

On relève la réponse du système à un échelon (fig.4) puis on trace la tangente à la courbe au point d'inflexion P.

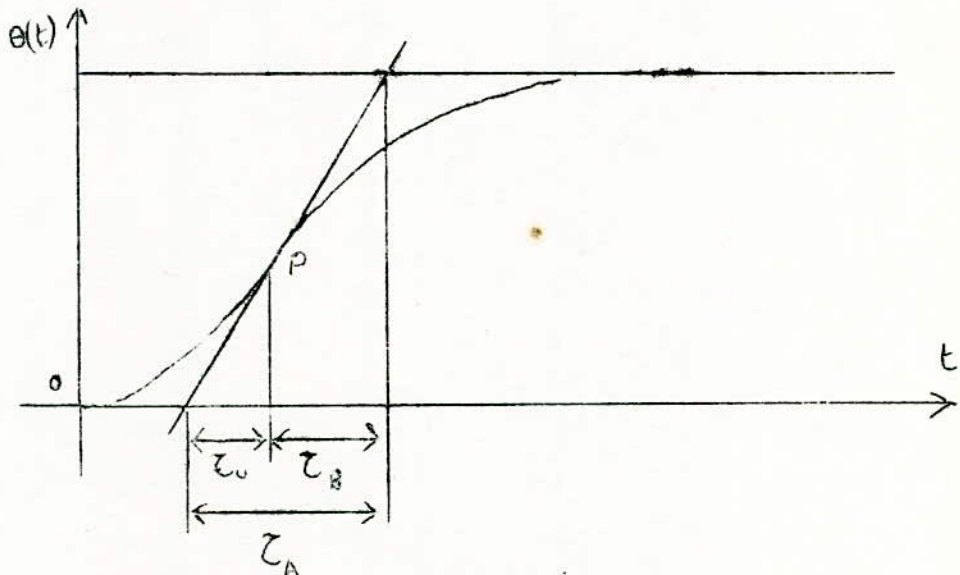


fig.4 : réponse du système à un échelon.

Le graphe permet de connaître les valeurs de τ_w et τ_s . On pose $T_1 = \alpha_1 \tau_A$ et $T_2 = \alpha_2 \tau_A$ où α_1 et α_2 sont des paramètres.

Pour pouvoir déterminer les valeurs de T_1 et T_2 , on dispose d'un nomogramme (fig.5) qui donne $\frac{T_1}{\tau_A}$ en fonction de $\frac{T_2}{\tau_A}$ dans tous les cas des systèmes du 2^o ordre.

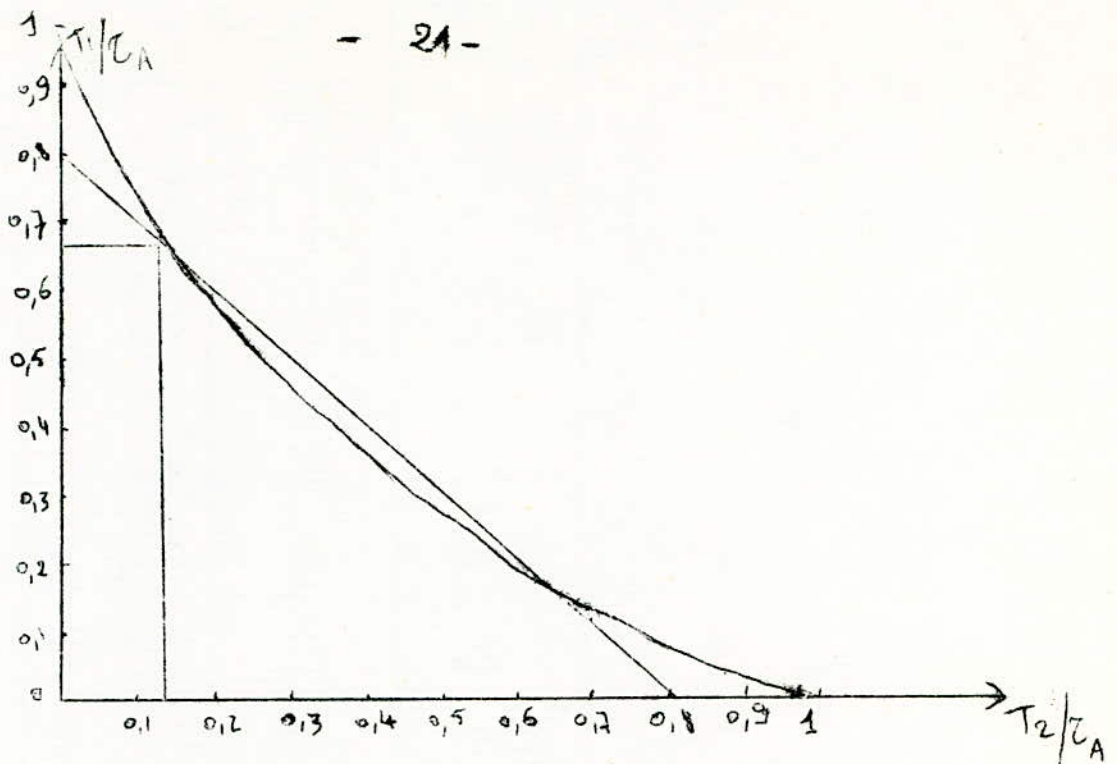


fig.5 : nomogramme pour déterminer les valeurs de T_1 et T_2 .

En faisant le rapport $\frac{\tau_B}{\tau_A} < 1$, on porte les valeurs sur les deux axes du nomogramme et on trace la droite joignant ces points. Dans le cas où cette droite ne coupe pas du tout la courbe, il faut recourir à d'autres méthodes. Supposons que le rapport $\frac{\tau_B}{\tau_A}$ soit égal à 0,8. Les intersections de cette droite avec la courbe donnent $\alpha_1 = 0.68$ et $\alpha_2 = 0.13$; d'où $\frac{T_1}{\tau_A} = 0.68$ et $\frac{T_2}{\tau_B} = 0.13$. On a alors

$$\begin{aligned} T_2 &= 0.13 \times \tau_A \\ T_1 &= 0.68 \times \tau_A \end{aligned}$$

On peut alors connaître la valeur du rapport K grâce à la réponse indicielle. En effet, on a :

$$S(p) = G(p)E(p) = \frac{A}{p} \cdot \frac{B}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)} = \frac{K}{p(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

et $\lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pS(p)$ (théorème de la valeur finale)

$$\rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} s(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pS(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{K}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)} = K$$

donc K est lu directement sur le graphe.

$$K = \lim_{t \rightarrow \infty} s(t)$$

Introduction du retard ou temps mort L :

On sait par les propriétés des transformées de Laplace que si $F(p)$ est la transformée de Laplace de $f(t)$, alors la transformée de la fonction $f(t-L)$, fonction $f(t)$ retardée de L est :

$$F_1(p) = e^{-Lp}F(p)$$

donc lorsqu'on a obtenu la fonction de transfert $G(p)$ du 2° ordre par la méthode décrite ci-dessus, la fonction de transfert finale d'un système ayant un retard L est :

$$G_1(p) = e^{-Lp}G(p) = \frac{Ke^{-Lp}}{(1+T_1p)(1+T_2p)}$$

c) Système à réponse apériodique d'ordre supérieur à 2 : méthode de Strejc - Quentin.

Dans cette méthode, on fait correspondre la réponse à un échelon du système et de son modèle en des points particuliers tels que l'origine, le point à l'infini (régime permanent), le point d'inflexion de la courbe réponse.

De même, le système et son modèle auront même tangente en ce point d'inflexion.

Soit un système d'ordre n . On peut vérifier expérimentalement la réponse d'un tel système à un échelon comme pouvant être interprétée au moyen de n constantes de temps égales à T en présence d'un retard éventuel ζ . La transmittance du modèle prend ainsi pour expression :

$$G(p) = \frac{Ke^{-\zeta p}}{(1+Tp)^n}$$

Le problème est de déterminer les paramètres ζ , T et n . Soit la courbe (fig.6) donnant la réponse du système réel à un échelon.

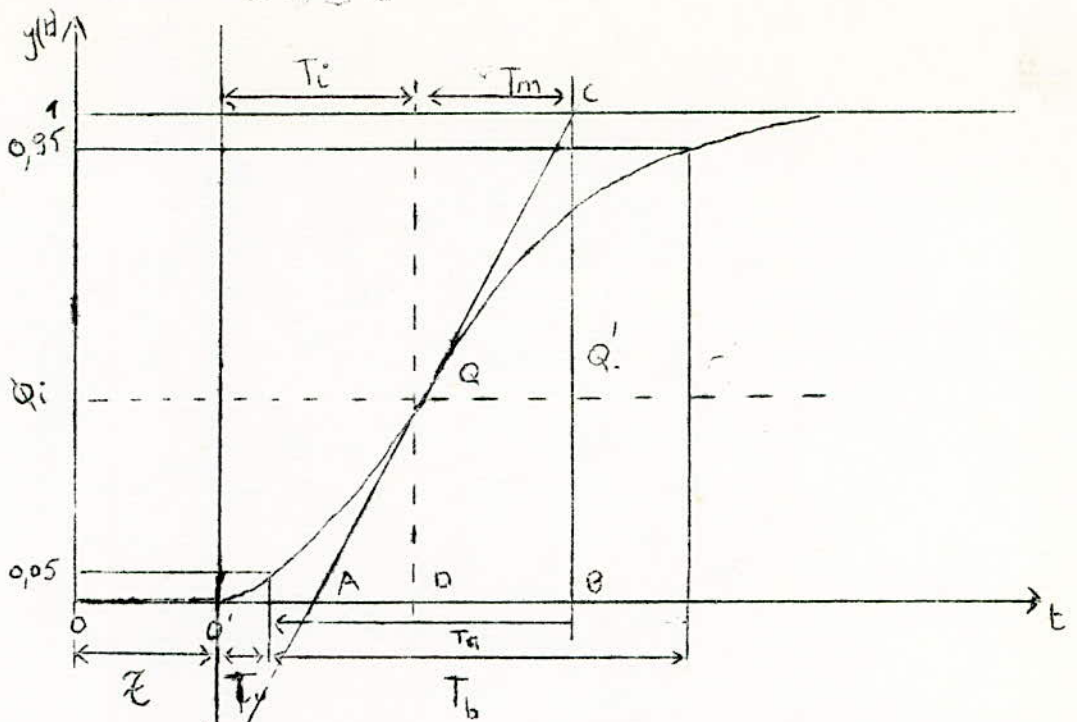


fig.6 : réponse du système à un échelon :

Q est le point d'inflexion, la tangente en ce point coupe l'axe des temps au point T_u , l'asymptôte (régime permanent) au point $T_i + T_m$ et l'axe des ordonnées en ζ_u .

$$\text{On a alors : } T_m = T_b - T_i$$

$T' = 00'$ est le retard pur.

Dans les triangles semblables ABC et AC'O' on a :

$$\frac{T_u}{T_a} = \frac{\zeta_u}{BC} = \frac{\zeta_u}{1} \text{ donc } \zeta_u = \frac{T_u}{T_a}$$

Dans les triangles ACB et QCQ' on a aussi :

$$\frac{AB}{QQ'} = \frac{CB}{CQ'} \text{ donc } \frac{T_a}{T_m} = \frac{1}{1 - Q_i} \text{ c.à.d. } T_m = T_a (1 - Q_i)$$

Strejc a donné un tableau liant les paramètres entre eux et avec n et T . A partir de ce tableau et connaissant la courbe réponse du système à un échelon, il est aisé, de déterminer les paramètres n , ζ et T .

n	T_a/T	T_u/T	T_u/T_a	T_i/T	ϕ_i	T_m/T	T_m/T_a
1	1	0	0	0	0	1	1
2	2.718	0.282	0.104	1	0.204	2.000	0.736
3	3.695	0.805	0.218	2	0.323	2.500	0.677
4	4.463	1.425	0.319	3	0.353	2.888	0.647

.../...

Exemple : soit un système réel dont la fonction de transfert est :

$$G(p) = \frac{1}{(1+p)(1+2p)(1+3p)(1+4p)}$$

En enregistrant la réponse à un échelon de ce système, on obtient :

$$T_u = 2,9s, T_a = 11,1s \text{ donc } \frac{T_u}{T_a} = 0,261$$

Le tableau de Strejc donne pour cette valeur de $\frac{T_u}{T_a}$ la valeur $n = 3$.

Lorsque le rapport $\frac{T_u}{T_a}$ ne correspond pas à une valeur exacte du tableau comme c'est le cas ici, on prend la valeur de n immédiatement inférieure et l'on introduit un temps mort $\zeta = T_u - T'_u$ (T_u relevé sur la réponse du système), T'_u dans le tableau correspondant à l'entier n choisi.

Ici pour $n = 3$, on a $\frac{T'_u}{T_a} = 0,218$ d'où $T'_u = 2,41 s$ (car $T_a = 11,1s$).

$$\zeta = T_u - T'_u = 2,9s - 2,41s = 0,49s$$

$$\frac{T_u}{T} = 0,805 \text{ donc } T = \frac{T_u}{0,805} = \frac{2,9}{0,805} \approx 3s$$

et la transmittance obtenue par identification est alors :

$$G(p) = \frac{e^{-0,49p}}{(1+3p)^3}$$

Pour résumer cette méthode de Strejc, nous donnerons la marche à suivre pour déterminer la transmittance du modèle.

Si la valeur de ce rapport se trouve dans le tableau, (il s'agit du rapport $\frac{T_u}{T_a}$) lire directement le nombre n et calculer la constante de temps à partir du rapport $\frac{T_a}{T}$ (sur le tableau).

Si cette valeur ne se trouve pas dans le tableau de Strejc, prendre la valeur immédiatement inférieure et introduire un temps mort $\zeta = T_u - T'_u$ où T_u relevé sur la courbe et T'_u correspondant à l'entier n choisi. Suivant qu'il y ait ou non un temps mort ζ , la transmittance prendra deux formes

$$G(p) = \frac{K}{(1+Tp)^n} \text{ ou } G(p) = \frac{Ke^{-\zeta p}}{(1+Tp)^n} \quad \dots/\dots$$

d) Identification par approximation de la réponse indicielle:

Principe de la méthode:

cette méthode d'identification consiste à assimiler la réponse indicielle d'un système à une succession de petits segments de droite.

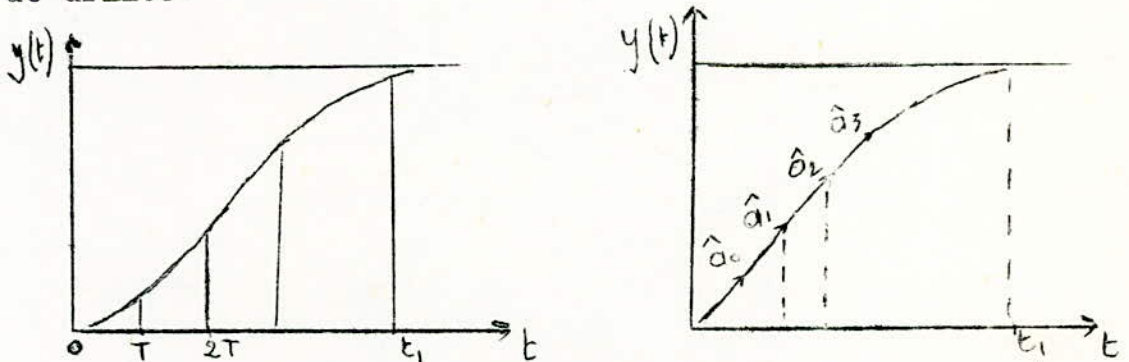
Les coefficients (a_i) des divers termes de la transmittance sont facilement obtenus à partir de la pente de ces segments. D'autre part, si l'ordre du système est fixé, elle nous permet aussi de faire le calcul du coefficient a_n de p^n , l'ordre n étant fonction de la précision désirée. Nous ne faisons l'étude que dans le cas où le système soumis à un échelon unitaire a une réponse apériodique.

Détermination de la fonction de transfert:

Le système est soumis à une entrée $x(t) = Ku(t)$; d'autre part, la fonction de transfert du modèle est de la forme:

$$G(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}, Y \text{ étant la sortie du système.}$$

Nous désignons par t_1 le temps au bout duquel le régime transitoire est terminé. L'intervalle $(0, t_1)$ est divisé en m périodes d'échantillonnage de durée T , la réponse $y(t)$ dans l'intervalle est assimilée à un segment de droite.



La transformée de Laplace de la sortie peut-être assimilée à la somme des fonctions suivantes:

$$Y_0(p) = \frac{A_0}{p^2} \equiv \frac{\hat{a}_0}{p^2} \quad \text{pour } 0 \leq t < T$$

$$Y_1(p) = \frac{A_1 - A_0}{p^2} e^{-Tp} = \frac{\hat{a}_1}{-p^2} e^{-Tp} \quad \text{pour } T \leq t < 2T$$

$$Y_2(p) = \frac{A_2 - A_1}{p^2} e^{-2Tp} = \frac{\hat{a}_2}{p^2} e^{-2Tp}$$

$$Y_m(p) = \frac{A_m - A_{m-1}}{p^2} e^{-mTp} = \frac{\hat{a}_m}{p^2} e^{-mTp} \text{ pour } mT \leq t < (m+1)T$$

On peut assimiler ainsi la transformée de Laplace de la réponse par la série suivante :

$$Y(p) = \frac{1}{p^2} (\hat{a}_0 + \hat{a}_1 e^{-Tp} + \hat{a}_2 e^{-2Tp} + \dots + \hat{a}_m e^{-mTp})$$

Le signal d'entrée étant un échelon $X(p) = \frac{K}{p}$, on obtient

$$G(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1}{Kp} (\hat{a}_0 + \hat{a}_1 e^{-Tp} + \hat{a}_2 e^{-2Tp} + \dots + \hat{a}_m e^{-mTp} + \dots)$$

Développons en série entière e^{-iTp} , on obtient :

$$G(p) = \frac{1}{Kp} \left(\sum_0^m \hat{a}_k - Tp \sum_1^m k \hat{a}_k + \frac{T^2 p^2}{2!} \sum_1^m k^2 \hat{a}_k - \dots \right)$$

Si l'on remarque que $A_m = 0$ ou $\hat{a}_k = 0$, on a pour expression de la fonction de transfert la série suivante :

$$G(p) = \frac{1}{K} \left(-T \sum_1^m k \hat{a}_k + \frac{T^2 p}{2!} \sum_1^m k^2 \hat{a}_k - \frac{T^3 p^2}{3!} \sum_1^m k^3 \hat{a}_k + \dots \right)$$

soit

$$G(p) = \sum_0^{\infty} C_k p^k$$

3-4 : Choix d'une méthode :

C'est sur la 2^o méthode d'identification des systèmes du second ordre que se portera notre choix. En effet, la première méthode introduit des approximations qui peuvent être parfois non justifiées (T_1 et T_2 sont inconnues et on ne peut en faire une quelconque approximation). Quant à la méthode de Strejc-Quentin, elle s'applique plus particulièrement aux systèmes d'ordre supérieur à 2 ; d'ailleurs pour notre système thermique, le point d'inflexion de la réponse indicielle est situé trop bas et nous donnerait des valeurs qui ne se trouveraient pas sur le tableau donné par Strejc.

Résultats

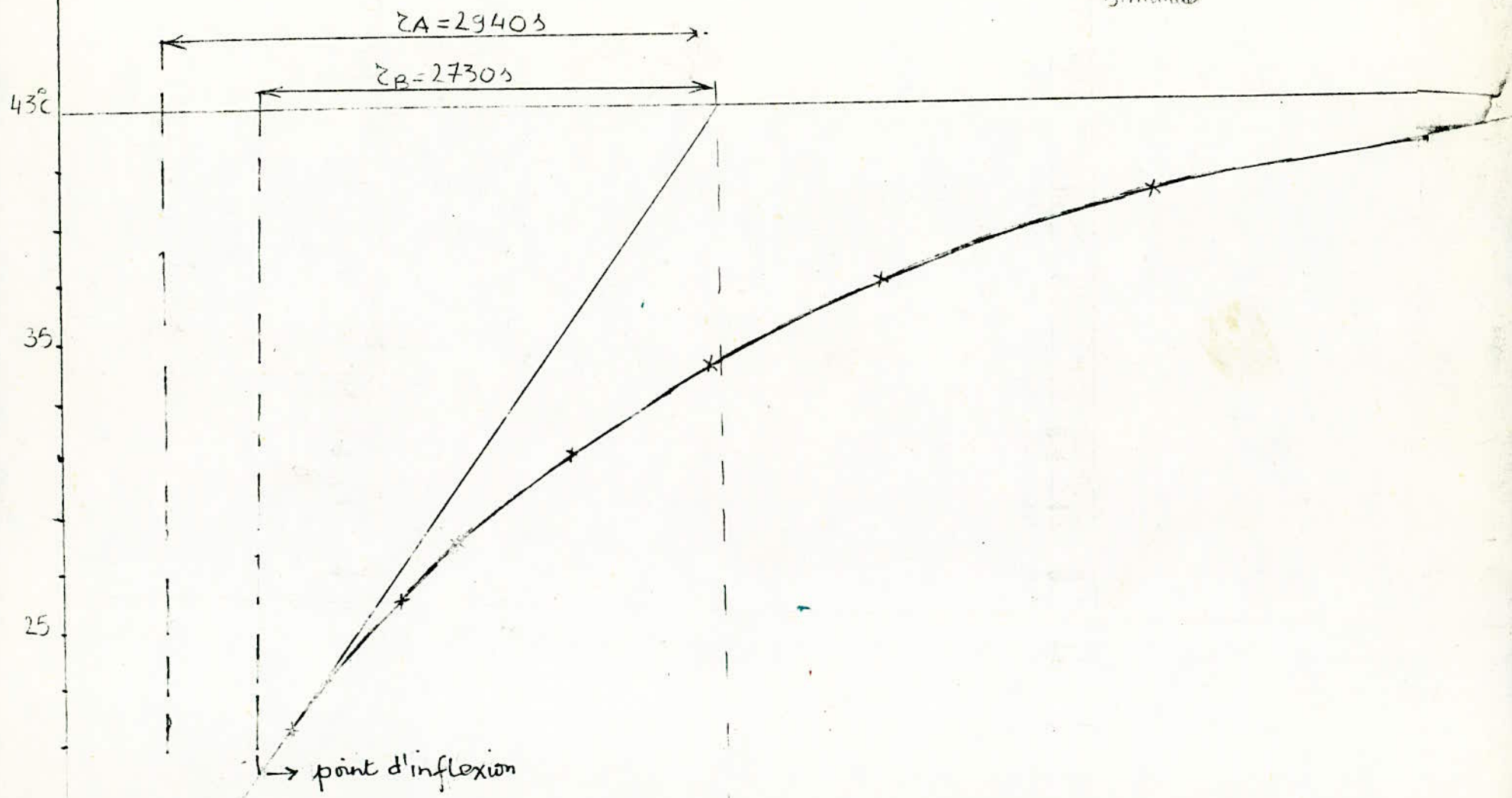
Par souci de comparer les différents résultats, nous avons tracé la réponse dynamique du four en utilisant aussi deux gaines entourant la tige plongeante du thermomètre : l'une est en plastique, l'autre en cuivre ; ceci en plus de la réponse obtenue en mettant la tige nue dans le four. Nous obtenons alors les résultats suivants :

GRAPH 1
 $\theta(t)$

SANS CHAÎNE

Echelle
 $\uparrow 2^\circ$
 $\leftarrow 5 \text{ minutes}$

retard $\tau = 5$

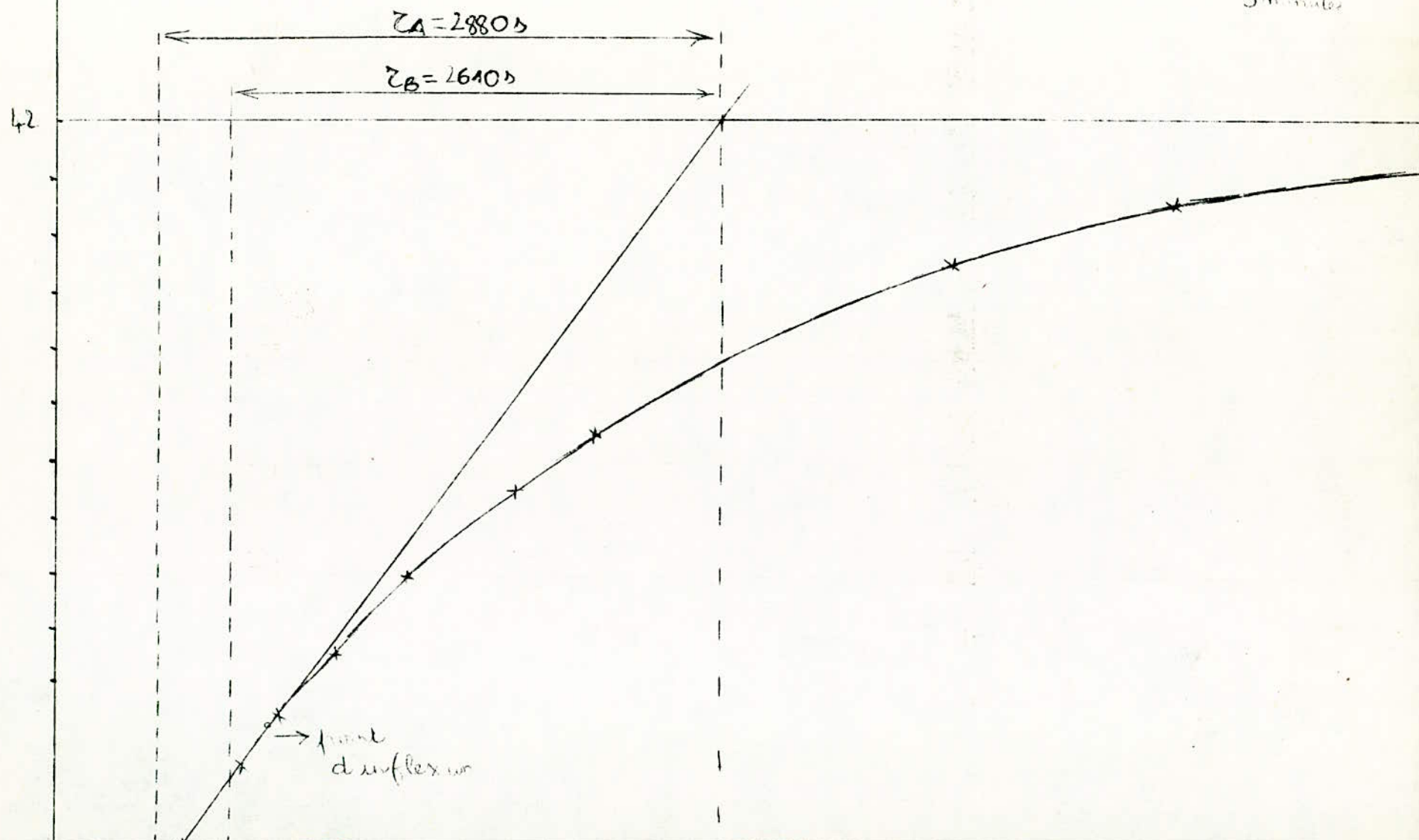


$\theta(t)$

GRAPHE 2 GAINE EN CUIVRE

retard = $\tau = 5,5$ minutes

Echelle
↑ 2°C
↔ 5 minutes



GRAPHE 3 : GAIN EN PLASTIQUE

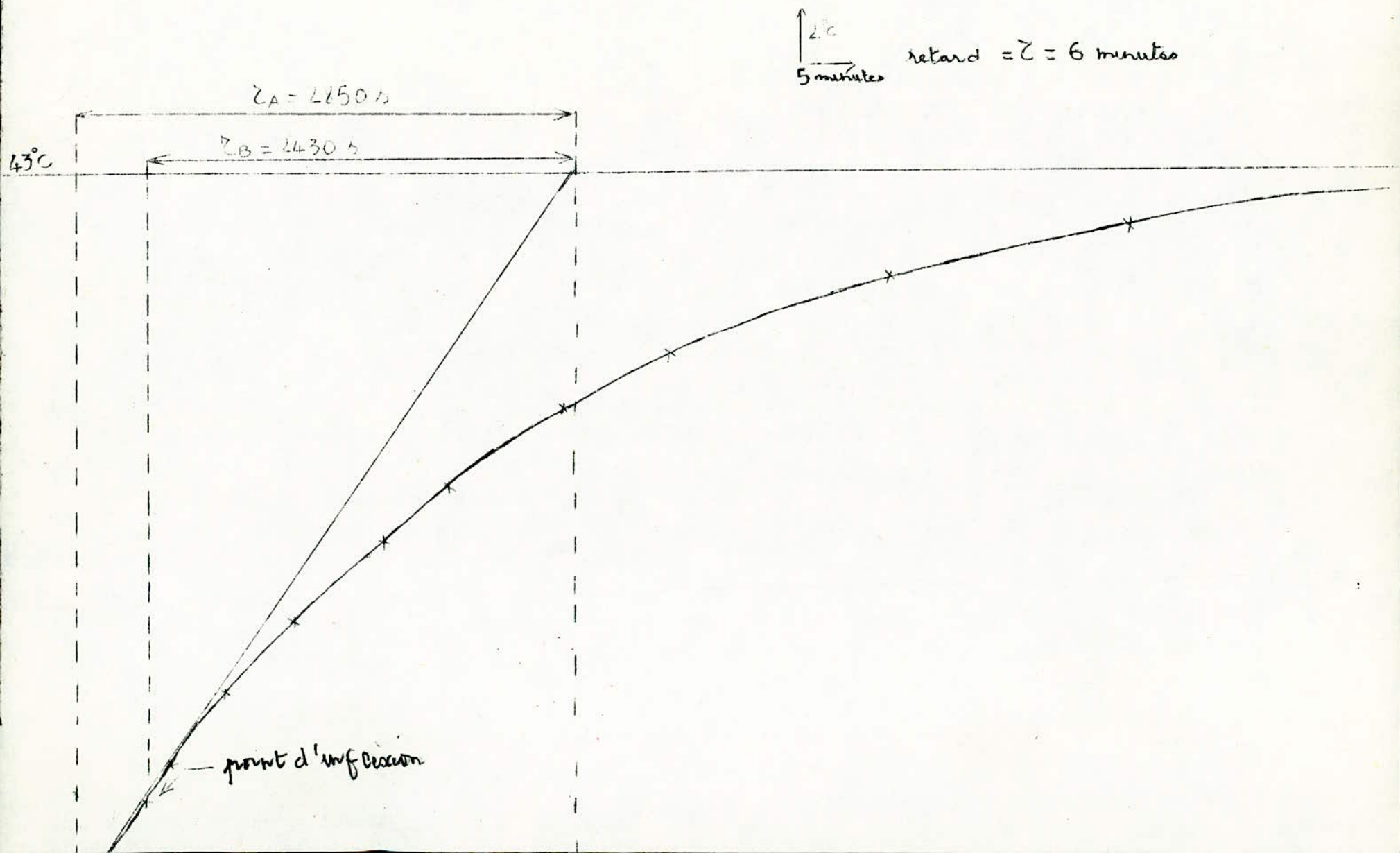
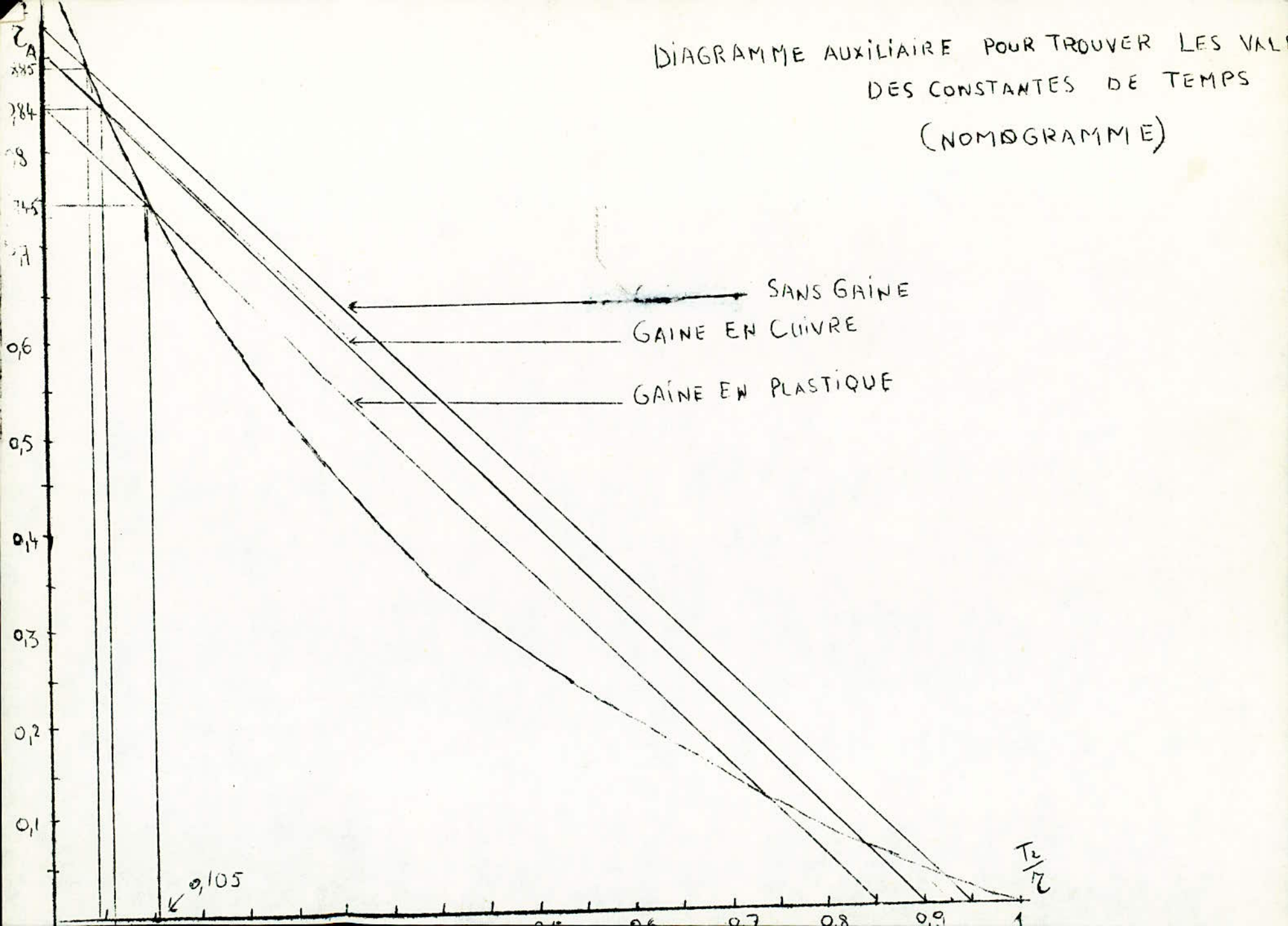


DIAGRAMME AUXILIAIRE POUR TROUVER LES VALEURS
DES CONSTANTES DE TEMPS
(NOMOGRAMME)



Graphe 1 : Tige nue (sans gaine)

$$\tau_B = 2730s, \tau_A = 2940s$$

d'où
$$\frac{\tau_B}{\tau_A} = \frac{2730}{2940} = 0,93$$

$$\alpha_1 = 0,885, \alpha_2 = 0,045$$

donc,
$$T_1 = \alpha_1 \cdot \tau_A = 0,885 \times 2940 = 2601s$$

$$T_2 = \alpha_2 \cdot \tau_A = 0,045 \times 2940 = 132s$$

$T_1 = 2601s$	$T_2 = 132s$
$K = 43^\circ C$	$\tau = 300s$

Remarque : La valeur de K est ici donnée à partir de la valeur finale de la variable θ . Cependant, pour un échelon différent de 1, il faut diviser cette valeur de K par celle de l'échelon appliqué. En effet, en appliquant au four l'échelon E on a à la sortie θ si $H(p)$ est la fonction de transfert du four on a : $\theta(p) = H(p) \times E(p)$.

La valeur finale K de θ est : $K = \lim_{p \rightarrow 0} \theta(p)$

$$\text{Donc } K = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{K_1 e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)} \cdot \frac{E}{p}$$
$$= K_1 E$$

La vraie valeur K_1 est donc obtenue en divisant K donné par la mesure sur le graphe du régime permanent, par la valeur de l'échelon E, c'est à dire ici par la puissance fournie. Nous avons calculé cette puissance en mesurant le courant à l'entrée du four, on a trouvé : $I = 0,75A$. Pour une tension de 75V, on a donc :

$$P = UI = 75 \times 0,75 = 56,25W$$

d'où
$$K_1 = \frac{43}{56,25} = 0,76$$

$$K_1 = 0,76$$

Graphe 2 : Gaine en cuivre :

$$\tau_B = 2610s, \tau_A = 2880s$$

d'où
$$\frac{\tau_B}{\tau_A} = \frac{2610}{2880} = 0,90$$

donc
$$\alpha_1 = 0,84, \alpha_2 = 0,06$$

$$T_1 = \alpha_1 \tau_A = 0,84 \times 2880 = 2419s$$

$$T_2 = \alpha_2 \tau_A = 0,06 \times 2880 = 172s$$

$T_1 = 2419s$	$T_2 = 172s$
$K_1 = 0,74$	$\tau = 330s$

Graphe 3 : Gaine en plastique

$$\tau_B = 2430s \quad , \tau_A = 2850s$$

d'où $\frac{\tau_B}{\tau_A} = \frac{2430}{2850} = 0,85$

$$\alpha_1 = 0,745 \quad , \alpha_2 = 0,105$$

$$T_1 = \alpha_1 \tau_A = 0,745 \times 2850 = 2123s$$

$$T_2 = \alpha_2 \tau_A = 0,105 \times 2850 = 299s$$

$T_1 = 2123s$	$T_2 = 299s$
$K_1 = 0,76$	$\tau = 360s$

3-8 : Discussion des résultats : conclusions

- Précision : Les résultats obtenus ne peuvent prétendre à une très grande précision surtout que l'on sait que l'aiguille de l'appareil enregistreur (qui nous a donné la courbe) est sujette à des frottements très importants sur le papier. Néanmoins, les valeurs obtenues ne sont pas moins bonnes, vu que les constantes de temps du processus sont très grandes en comparaison de l'erreur de lecture (0,5 à 1 minute).

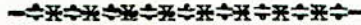
- Valeurs optimales ou minimisation de la fonction de coût: Nous avons dit, en introduction à ce chapitre, qu'il fallait trouver un modèle pour le processus tel que, pour ce modèle, la fonction de coût sera la plus faible possible, c'est à dire que, parmi la classe des modèles qui peuvent représenter notre système réel, le modèle à trouver devrait décrire le mieux ce système. Il est clair que le modèle trouvé par la méthode que nous avons choisie, est le meilleur qui puisse être parmi tous ceux pouvant décrire les systèmes du second ordre.

En effet, les modèles du 2^o ordre sont régis par l'équation :

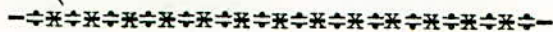
$$y = \frac{K}{T_1 T_2} \left(1 - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-T_1 t} - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-T_2 t} \right)$$

et la méthode choisie donne un nomogramme (cf. 3-3-1-1 b fig 5) qui groupe l'ensemble des modèles du second ordre. La droite τ_B se promène sur un intervalle donné sur le nomogramme et τ_A détermine ainsi l'ensemble des valeurs des constantes de temps T_1 et T_2 de la classe des modèles du 2^o ordre. Cette dernière est représentée fig. 4 (3-3-1-1 b). En traçant la tangente au point d'inflexion de la réponse indicielle que nous avons obtenue expérimentalement (graphe 1 par ex.) nous déterminons ainsi des valeurs bien précises de τ_A et τ_B et un rapport $\frac{\tau_B}{\tau_A}$ unique ; donc la droite $\frac{\tau_B}{\tau_A}$ est bien précise ainsi que les valeurs de α_1 et α_2 tels que $T_1 = \alpha_1 \tau_A$ et $T_2 = \alpha_2 \tau_A$.

Les constantes de temps T_1 et T_2 sont alors les seules propres à notre système réel. Nous avons ainsi, par le choix de la méthode, obtenu la fonction de coût la plus faible et, par la même, le meilleur modèle du 2^o ordre pouvant représenter notre système.



4 - REGULATEURS ELECTRONIQUES



4 - 1 : Généralités :

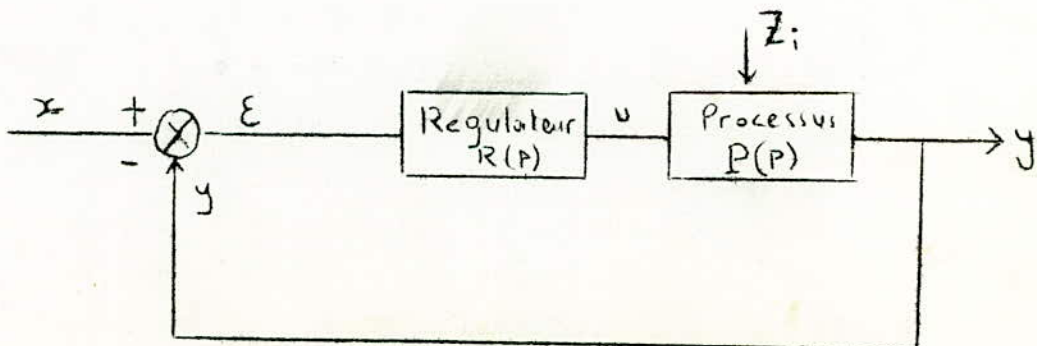
La régulation automatique a pris une extension considérable et a contribué pour une large part au progrès industriel. Ses avantages essentiels sont l'économie qu'ils apportent dans l'exploitation des procédés industriels, l'élimination des causes humaines d'erreur et une demande accrue de personnel de qualification élevée. L'électronique est, de toutes les techniques, celle qui a le plus contribué à l'évolution de la régulation industrielle.

4 - 2 : Principe de la régulation :

Il est dans son ensemble assez simple. On utilise une rétroaction pour faire fonctionner un mécanisme de commande. La régulation automatique consiste à maintenir à une valeur déterminée une quantité ou une variable d'état, en mesurant sa valeur existante, en la comparant à la valeur prescrite et en utilisant la différence entre ces deux valeurs pour actionner un dispositif qui tend à réduire cette différence.

4 - 2 - 1 : Régulateur :

Le régulateur est le dispositif ayant pour but de faire varier l'entrée u du processus réglé de manière que le signal d'erreur, ou écart entre grandeur d'entrée x et grandeur de sortie y soit le plus faible possible ; autrement dit, que la valeur de sortie soit aussi voisine que possible de la valeur d'entrée.



Les grandeurs Z_i symbolisent les perturbations extérieures que peut subir le processus. En effet, un changement de la variable régulée y dû aux perturbations Z_i entraîne l'existence d'un signal d'erreur ξ ; ce dernier, appliqué à l'entrée du régulateur, produit à la sortie de celui-ci un signal u qui constitue le signal d'entrée du processus et qui agit de telle manière à produire un changement de y tel que la différence $|x-y|$ soit la plus petite possible.

La fonction de régulation peut donc se résumer ainsi : délivrer un signal x qui

- augmente y lorsque $\xi = x-y > 0$
- diminue y lorsque $\xi = x-y < 0$

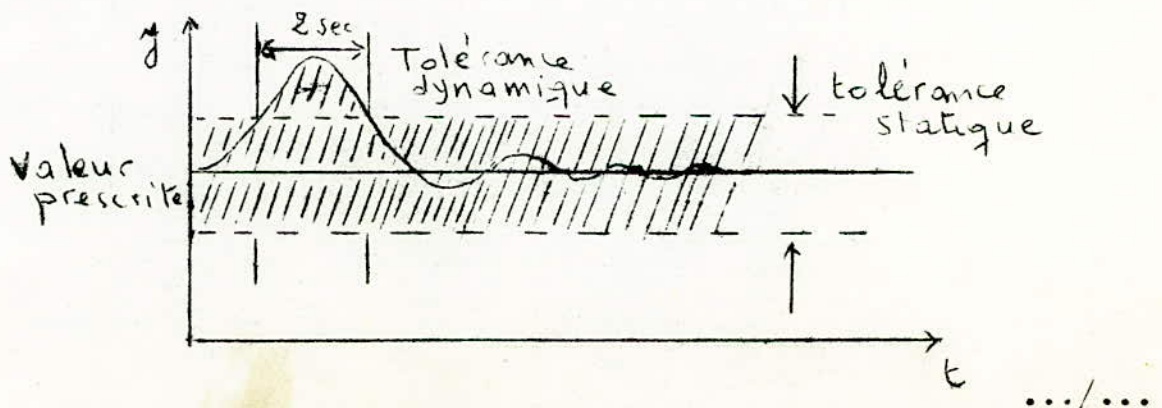
Le signal d'erreur ξ apparaît comme le résultat de deux causes :

- variations de la commande x
- variations des perturbations Z_i

4 - 2 - 2 : Qualité d'une régulation

Une régulation parfaite n'existe pas. Il faut prescrire des tolérances à la précision de la régulation. Exemple : une température doit être maintenue constante à $\pm 5^\circ$ près (tolérance statique). On peut aussi fixer une tolérance dynamique en indiquant lorsque c'est possible.

La fixation de tolérance n'a de sens que si la possibilité de les contrôler existe : il est facile de vérifier la tolérance statique (largeur maximale des fluctuations de la courbe lors de l'enregistrement de la grandeur réglée).

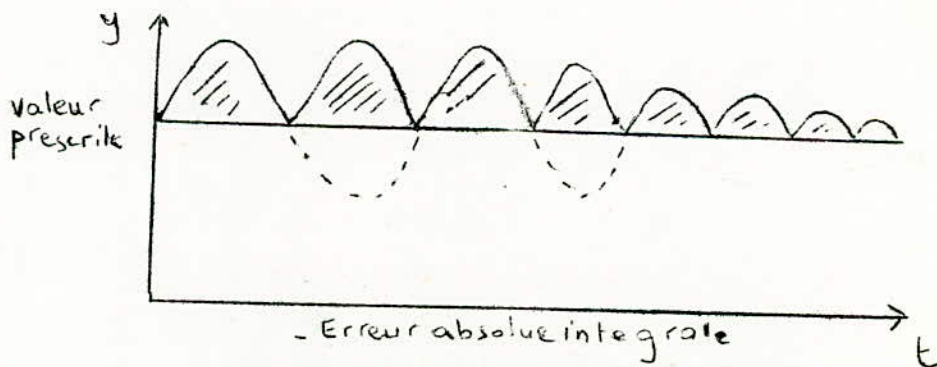
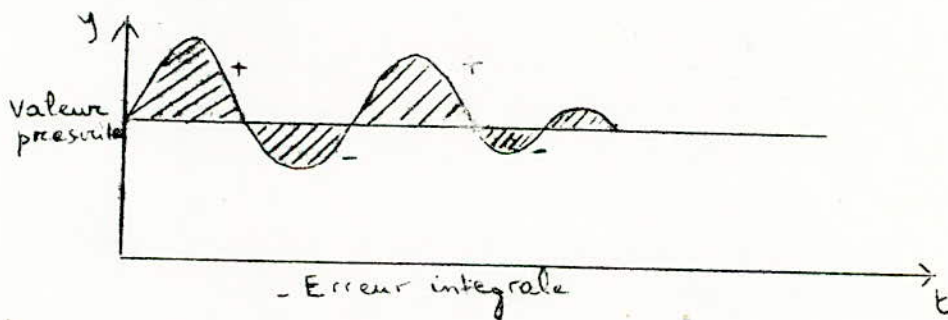


Il est plus difficile de vérifier la tolérance dynamique. Actuellement, fabricants et exploitants s'efforcent d'établir une base commune d'appréciation de la qualité de régulation en adoptant une perturbation normalisée (échelon), employée pour la détermination de la réponse indicielle qui dépendra des paramètres suivants :

- Amplitude de la perturbation
- Point du système réglé où est appliquée la perturbation
- Etat du système réglé
- Constitution du système réglé et de l'équipement de régulation.

En pratique, on se contente de mesurer la valeur maximale de la réponse indicielle de perturbation et le temps pendant lequel cette courbe se trouve hors du domaine de tolérance statique.

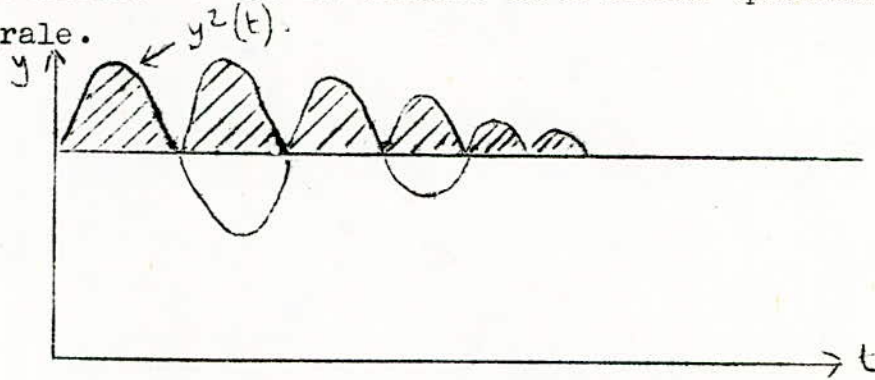
L'une des méthodes théoriques consiste à prendre comme facteur de qualité l'aire comprise entre la réponse indicielle et la droite d'ordonnée égale à la valeur prescrite



La détermination de ces aires s'effectue à l'aide d'un planimètre sur l'enregistrement de la réponse indicielle. Plus l'aire obtenue est petite, plus la qualité de la régulation est élevée.

x

De même, on peut élever au carré la réponse indicielle de perturbation et déterminer l'aire comprise entre cette nouvelle courbe et la droite d'ordonnée égale à la valeur prescrite. C'est le critère de l'erreur quadratique intégrale.



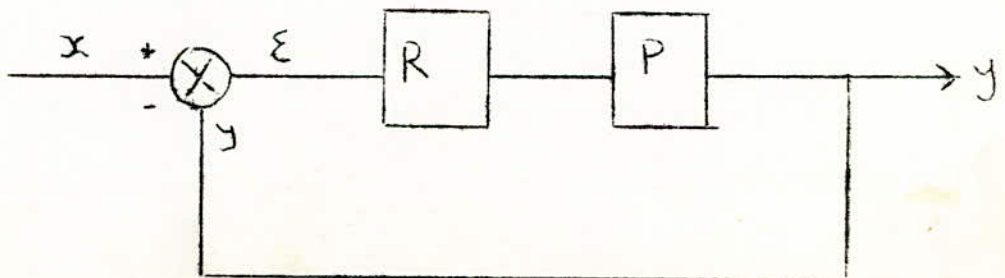
C'est alors surtout le premier maximum de la courbe qui sert de mesure de la qualité de régulation.

4 - 3 : Les différents types de régulateurs :
P, I, PI, PD, PID

4 - 3 - 1 : Stabilité des systèmes automatiques linéaires :

La stabilité de fonctionnement d'un système de régulation automatique est obtenue quand l'écart (ou signal d'erreur) est maintenu dans des limites déterminées, finies. La stabilité est nécessaire sinon le système peut osciller de façon désordonnée pouvant provoquer la détérioration de certaines parties du système. La condition fondamentale de stabilité d'un système est que les pôles de sa fonction de transfert en boucle fermée aient leur partie réelle négative. Si, au moins un pôle a sa partie réelle positive, il y'a instabilité.

En effet, soit le système automatique suivant, à retour unitaire



R = Régulateur, P = Processus

La fonction de transfert en boucle fermée est :

$$G(p) = \frac{R(p)P(p)}{1+R(p)P(p)}$$

En général chaque terme de la transmittance est une fonction de p ; en remplaçant ces fonctions par leur expression, on obtient :

$$G(p) = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0}{b_n p^n + b_{n-1} p^{n-1} + \dots + b_1 p + b_0}$$

Le dénominateur de $G(p)$ peut être décomposé en produit de facteurs :

$$G(p) = \frac{a_m p^m + a_{m-1} p^{m-1} + \dots + a_1 p + a_0}{(p-r_1)(p-r_2) \dots (p-r_n)}$$

où r_i sont les pôles de $G(p)$ ie les racines du dénominateur. L'originale de $G(p)$ ne peut comporter que des termes tels que :

$$\mathcal{L}^{-1}(G(p)) = g(t) = f(A, e^{r_m t}, t^k e^{r_m t})$$

r_m peuvent être réels, imaginaires ou complexes. L'exposant k correspond au ^{cos} où il y'a des racines égales. Les termes dépendant du temps sont par conséquent : $e^{(+j\omega)t}$, A étant une constante correspondant aux racines nulles.

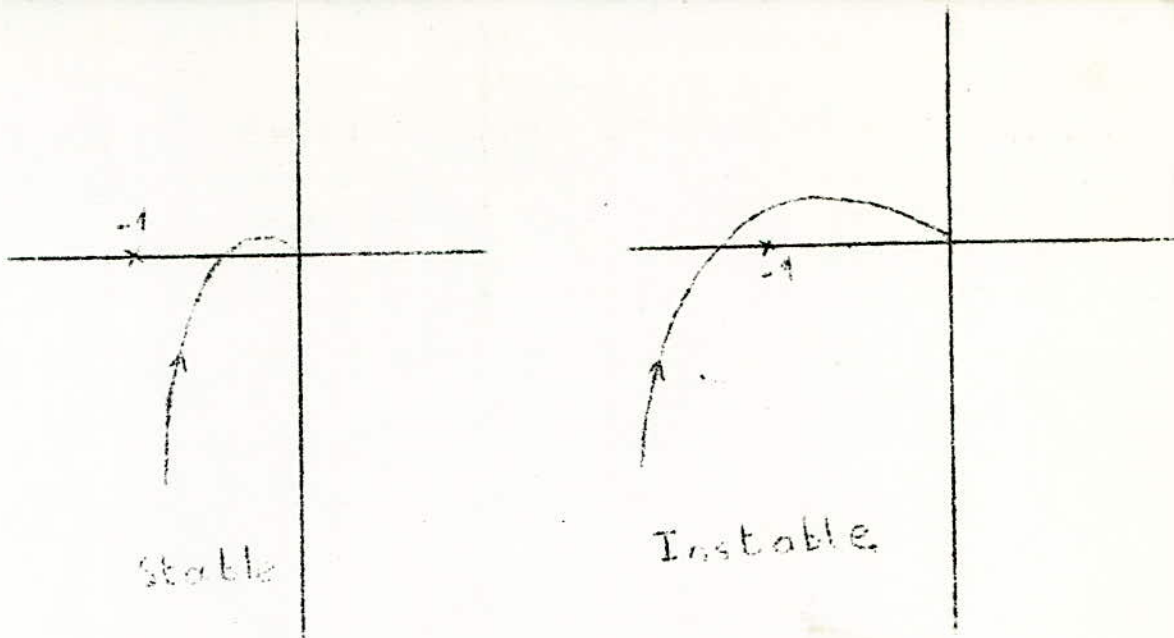
On voit donc que si la partie réelle de la racine (ie α) est négative, l'exponentielle tendra, au cours du temps, vers une limite finie et donc que la réponse de la grandeur réglée sera limitée. Il y'a donc stabilité; si au contraire, α est positif, la réponse variera exponentiellement en fonction du temps et il y'a instabilité.

Remarque : La présence des termes en t^k n'affecte en rien la condition de stabilité car la fonction t^k tend plus lentement vers l'infini que l'exponentielle et on aura toujours

$$\lim_{t \rightarrow \infty} t^k e^{\alpha t} = 0 \text{ quand } \alpha < 0$$

Règle du revers :

Elle peut se définir comme suit : Un système de régulation n'est stable que si en décrivant le lieu de transfert en boucle ouverte dans le sens des fréquences croissantes, on laisse le point critique $(-1,0)$ à sa gauche



Critère de stabilité de Nyquist :

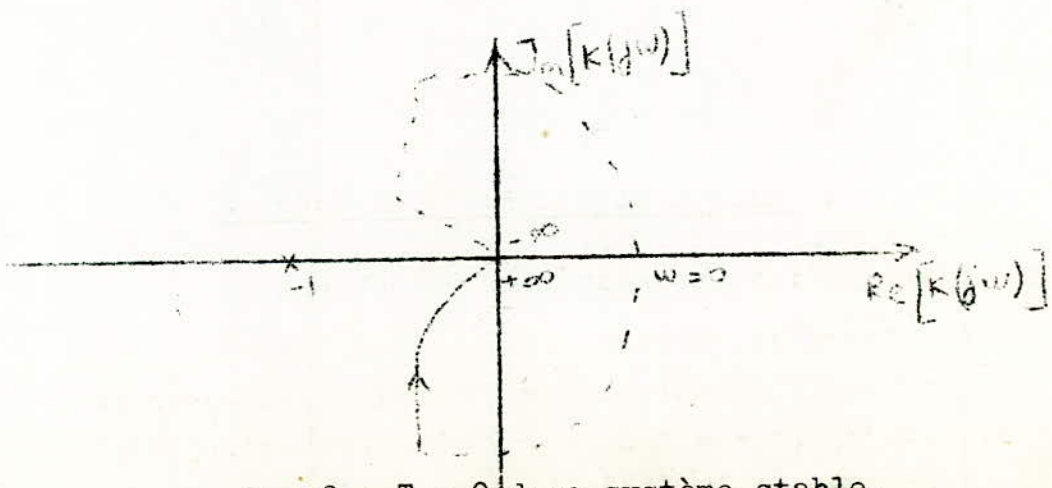
Il peut se définir comme suit :

Un système de régulation n'est stable que si son lieu de transfert (lieu de sa fonction de transfert) en boucle ouverte, parcouru de $w = -\infty$ à $w = +\infty$, entoure le point critique A $(-1,0)$ dans le sens trigonométrique un nombre de fois égal au nombre de pôles instables de la transmittance de la boucle ouverte.

$$T = P \begin{cases} T: \text{nombre de tours autour de A} \\ P: \text{nombre de pôles instables de } KG(p) \end{cases}$$

Exemples :

a) $KG(p) = \frac{K}{P(1+\epsilon p)}$



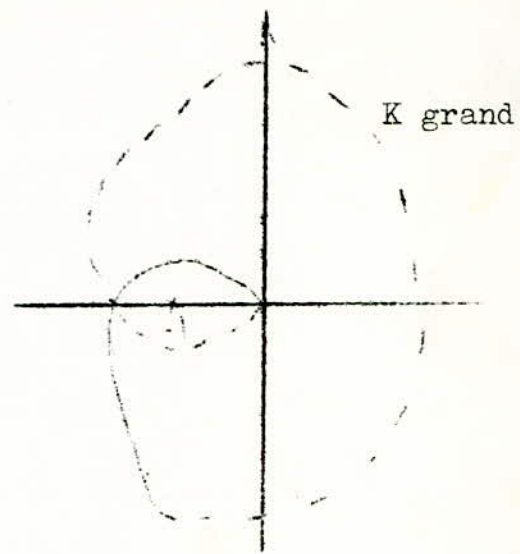
$P = 0 ; T = 0$ donc système stable.

.../...

$$b) KG(p) = \frac{K}{p(p^2 + 2z_p + 1)}$$



$P = 0, T = 0$
système stable



$P = 0, T = -2$
système instable

4-3-3 : Régulateurs P, I, PI, PD, PID :

4-3-3-1 : Régulateurs à action proportionnelle (P)

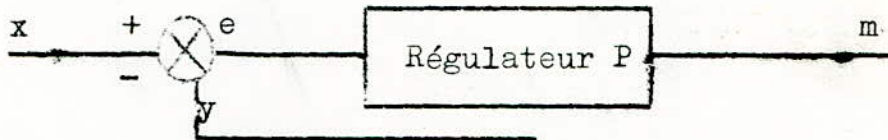


fig.a : régulateur à action proportionnelle

avec :
 x = valeur prescrite
 y = grandeur réglée
 m = grandeur réglante
 $e = x - y = \text{écart.}$

Dans ce mode de régulation, il y'a une relation linéaire continue entre les valeurs de l'écart e et la grandeur réglante m .

Illustration

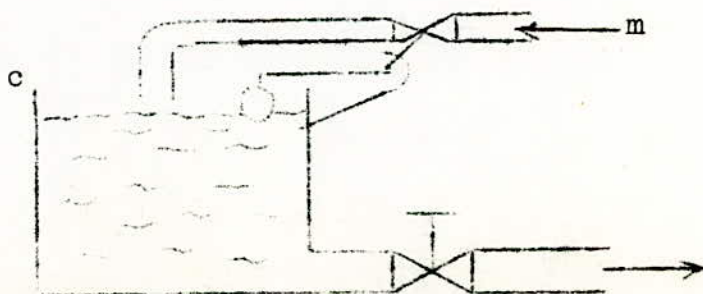


fig.b : régulateur de niveau.

.../...

Si le niveau d'eau dans le réservoir augmente, le flotteur relié directement à la tige de la vanne de commande, s'élève et fait tourner le levier de commande de la vanne, la fermant d'une quantité proportionnelle. Ceci réduit donc le débit m à l'entrée de façon à empêcher l'élévation du niveau dans le liquide. Si au contraire, le niveau baisse dans le réservoir, le flotteur descend ce qui a pour conséquence de faire tourner le levier de commande de la vanne dans le sens inverse, l'ouvrant ainsi de façon à augmenter le débit d'eau m à l'entrée.

Donc la régulation proportionnelle suit la loi :

$$m = K_p e$$

m = grandeur réglante

k_p = sensibilité proportionnelle et $\frac{1}{K_p}$ bande proportionnelle

e = écart.

4-3-3-2 : Etude de l'action P :

L'action proportionnelle (P) est réalisée à l'aide d'un amplificateur opérationnel dont le gain est très grand et d'une boucle de réaction.

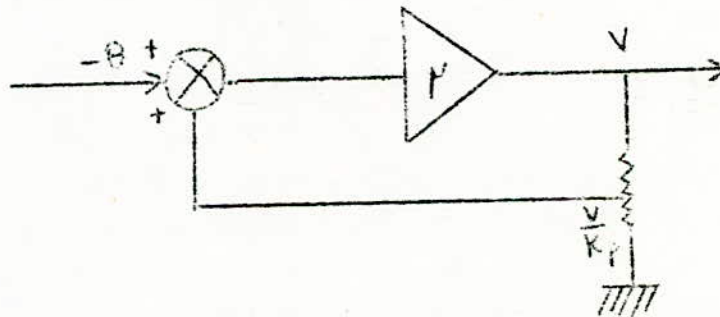


fig.a : régulateur électronique à action proportionnelle.

θ = valeur prescrite

V = grandeur de sortie

γ = coefficient d'amplification

$\frac{V}{K_p}$ = signal de retour

θ est une tension proportionnelle à l'écart de température entre la température de consigne (grandeur d'entrée) et la température de sortie. Ce circuit est obtenu en reliant dans l'appareil les bornes 1 à 4, 6 à 7, 8 à 9.

.../...

On a alors :

$$(-\theta + \frac{V}{K_p})T' = V \text{ c.à.d. } V(1 - \frac{T'}{K_p}) = -T'\theta$$

$$\longrightarrow V = - \frac{T'\theta}{1 - \frac{T'}{K_p}} = \frac{K_p}{1 - \frac{T'}{K_p}} \theta$$

Or $T' \gg 1 \Rightarrow T' \gg K$ d'où : $V \approx K_p \theta$

K_p est appelée facteur d'action proportionnelle ou sensibilité proportionnelle. Son inverse $\frac{1}{K_p} \times 100$ est la bande proportionnelle en %.

Réponse à un échelon :

Si on applique un échelon unitaire à l'entrée du régulateur, on aura :

$$\theta(t) = 1 \cdot u(t) \text{ d'où } V(t) = K_p.$$

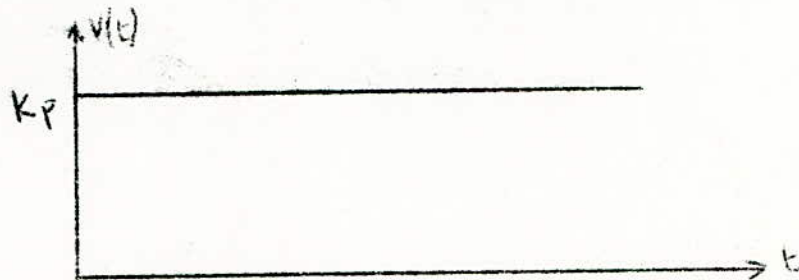


fig.b : réponse à un échelon d'un régulateur P

4-3-3-3 : Régulateur PI

Afin de profiter de certains avantages dans la régulation, on associe additivement l'action proportionnelle avec l'action intégrale. On obtient alors l'action proportionnelle et intégrale qui est régie par l'équation suivante :

$$m = K_p(1 + \frac{1}{T_{ip}})e$$

où m est la grandeur réglante et e l'écart. Dans notre cas $e \equiv \theta$ et $m \equiv V$, c'est à dire

$$V = K_p(1 + \frac{1}{T_{ip}})\theta$$

où K_p = coefficient de l'action proportionnelle

$1/T_i$ = coefficient de l'action intégrale. .../...

Une telle action est obtenue en considérant le circuit électrique suivant :

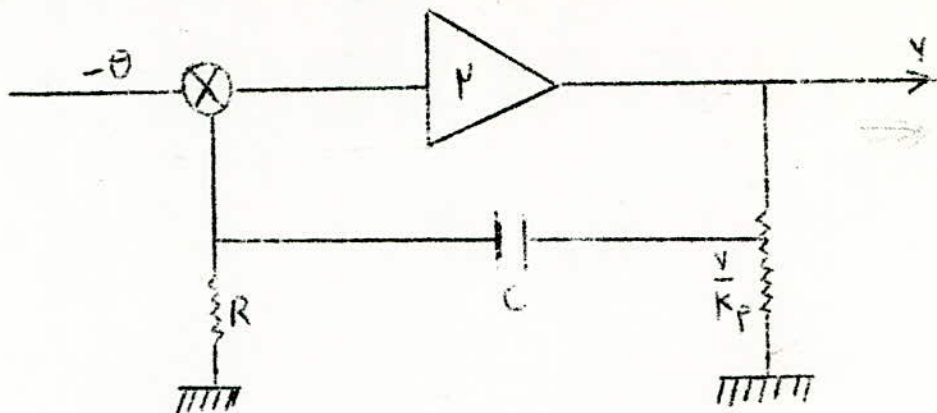
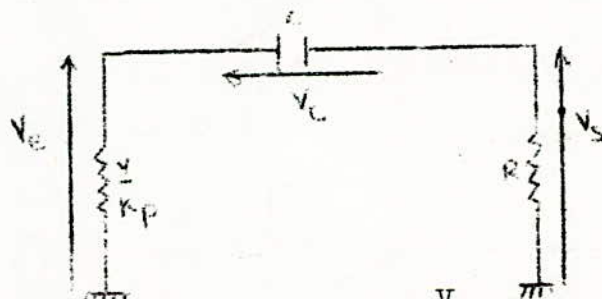


fig.a: régulateur électronique à action proportionnelle et intégrale.

Ce circuit électrique est obtenu en reliant dans l'appareil les bornes 15 à 10, 14 - 6, 13 - 7, 12 - 8, 11 - 2, 4 - 1 (voir le schéma de l'appareil.)

La boucle de retour est le circuit suivant :



$$\text{On a } \frac{V}{K_p} - V_s = V_e = \frac{1}{C_p} i = \frac{1}{C_p} \frac{V_s}{R} \rightarrow V_s \left(1 + \frac{1}{RC_p}\right) = \frac{V}{K_p}$$

$$\rightarrow V_s = \frac{1}{1 + \frac{1}{RC_p}} \frac{V}{K_p} \rightarrow V_s = \frac{RC_p}{(1 + RC_p) K_p} V$$

Donc la fonction de transfert de la chaîne de retour est

$$H(p) = \frac{V_s}{V} = \frac{RC_p}{(1 + RC_p) K_p}$$

Le schéma de la figure (a) se résume donc au schéma suivant

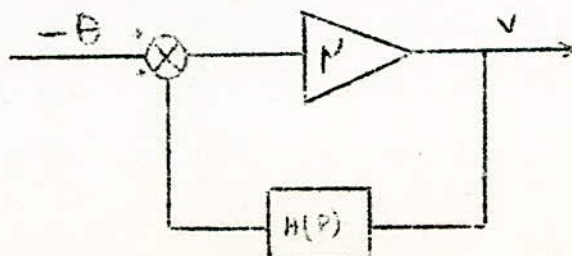


fig.c: circuit équivalent au circuit de la fig.a ...

On a $(\theta + H(p) V)\mu = V \rightarrow V(1 - \mu H(p)) = -\mu \theta \rightarrow V = \frac{-\mu}{1 - \mu H(p)} \theta$

en remplaçant $H(p)$ par sa valeur, on aura

$$V = - \frac{\mu}{1 - \frac{\mu RC_p}{(1+RC_p)K_p}} \theta = \frac{-K_p}{\frac{K_p}{\mu} - \frac{RC_p}{1+RC_p}} \theta$$

Or $\mu \gg K_p \Rightarrow V \approx K_p \frac{(1+RC_p)}{RC_p} \theta = K_p \left(1 + \frac{1}{RC_p}\right) \theta$

$$\boxed{V = K_p \left(1 + \frac{1}{RC_p}\right) \theta} \quad (1)$$

En identifiant avec l'expression générale d'un régulateur PI qui est de la forme

$$V = K_p \left(1 + \frac{1}{T_{ip} p}\right) \theta \text{ on a :}$$

$T_i = RC$ où T_i = constante de temps d'intégration.

L'expression (1) montre qu'il y'a deux paramètres de réglage du régulateur PI, à savoir le coefficient d'action proportionnelle K_p et la constante d'intégration T_i .

Réponse à un échelon :

Appliquons un échelon unitaire à l'entrée ie $\theta(t) = 1u(t)$
on aura :

$$V = \frac{K_p}{p} \left(1 + \frac{1}{RC_p}\right) = \frac{K_p}{p} \left(1 + \frac{1}{T_{ip} p}\right)$$

$V = \frac{K_p}{p} + \frac{K_p}{T_{ip} p^2}$, la transformée inverse est alors

$$V(t) = K_p + \frac{K_p}{T_i} t$$

...../....

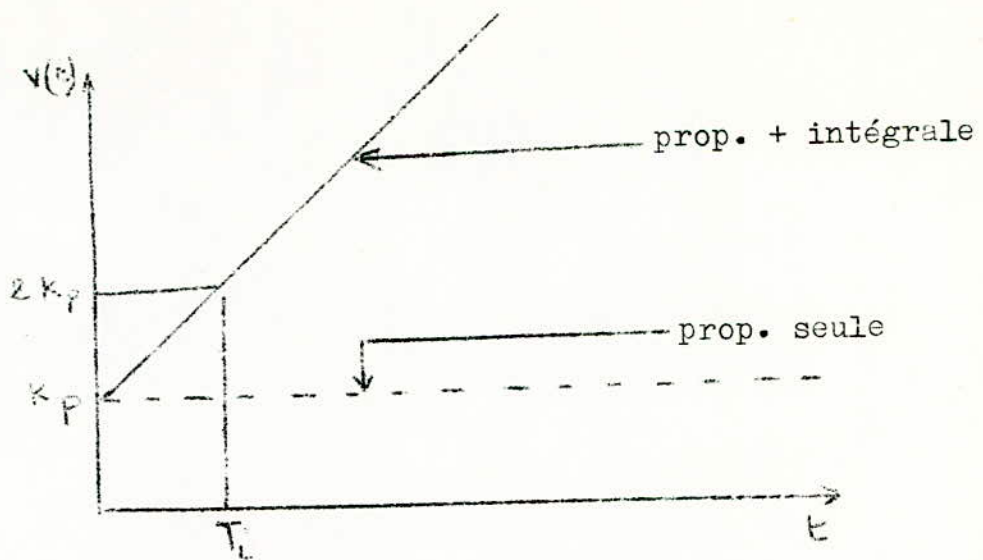


fig.d : réponse à un échelon

Pour $t = T_i$, $V(T_i) = K_p + K_p = 2 K_p$. On peut donc calculer le paramètre T_i en prenant une ordonnée égale à $2 K_p$ et voir l'abscisse correspondante : ce sera T_i

4-3-3-4 : Régulateur PD

Ce mode de régulation consiste à combiner additivement l'action de régulation proportionnelle avec celle de la régulation par dérivation. On dit aussi que l'on a fait une correction par avance de phase.

Dans la régulation par dérivation, la grandeur réglante varie proportionnellement à la vitesse de variations de l'écart. L'action PD est définie de la manière suivante :

$$m = K_p e + K_p T_d \frac{de}{dt}$$

• où m = grandeur réglante

e = écart

K_p = facteur d'action proportionnelle

T_d = constante de temps de dérivation,

c'est à dire, en passant à l'équation opérationnelle,

$$m = K_p (1 + T_d p) e \quad (1)$$

Dans notre cas, cette action de régulation est obtenue grâce au circuit électrique suivant :

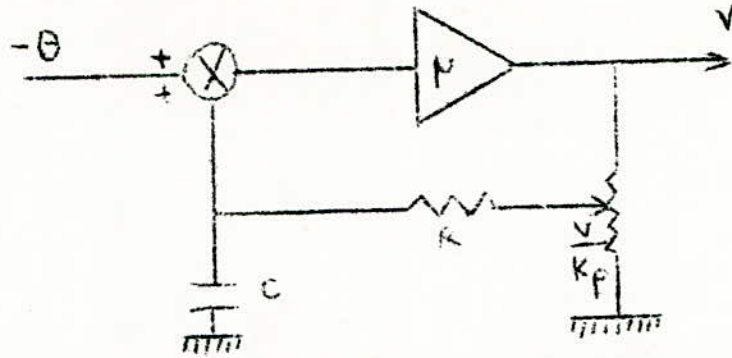


fig a : régulateur électronique à action proportionnelle et dérivée

Ce circuit est réalisé en reliant dans l'appareil les bornes 19 - 10, 18 - 6, 16 - 8, 4 - 1. La chaîne de retour est le circuit électrique suivant :

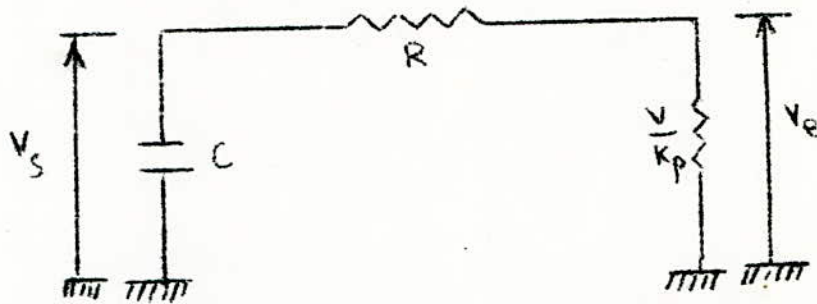


fig b : schéma de la chaîne de retour

$$\frac{V}{K_p} - V_s = Ri = RC_p V_s$$

$$\text{donc } V_s(1 + RC_p) = \frac{V}{K_p} \rightarrow V_s = \frac{1}{(1+RC_p)K_p} V$$

La fonction de transfert de la chaîne de retour est alors

$$H(p) = \frac{1}{(1+RC_p)K_p}$$

$$\text{donc } \left(-\theta + \frac{V}{(1+RC_p)K_p}\right) P = V \rightarrow V \left(1 - \frac{P}{K_p} \frac{1}{1+RC_p}\right) = -P\theta$$

$$V = \frac{-P\theta}{1 - \frac{P}{K_p} \frac{1}{1+RC_p}} = \frac{K_p}{1+RC_p} \frac{\theta}{P}$$

$K_p \ll P$ d'où $V \approx (1 + RC_p) K_p \theta$

En identifiant avec la relation (1) on a donc,

$$T_d = RC \quad \text{où } T_d = \text{constante de temps de dérivation.}$$

$$V = K_p (1 + T_d p) \theta$$

Réponse à un échelon :

Si $\theta(t)$ est un échelon unitaire on a :

$$V(p) = (1 + T_d p) \frac{K_p}{p} = \frac{K_p}{p} + T_d K_p$$

L'originale de cette fonction est :

$$V(t) = K_p + K_p \delta(t) T_d$$

Où $\delta(t)$ est l'impulsion de Dirac. Donc la réponse à un échelon devrait normalement être telle que décrite figure d

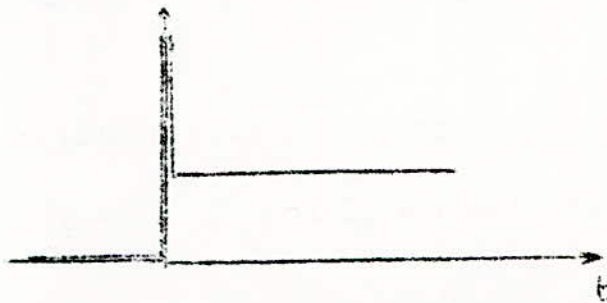


fig.d : impulsion de Dirac.

Cette impulsion étant en pratique impossible à obtenir on remplace la transmittance du régulateur PD par une transmittance physiquement réalisable, de la forme

$$V = K_p \left(1 + \frac{T_d p}{1 + \tau p} \right) \theta$$

τ devrait être $\ll 1$ pour approcher la transmittance idéale du régulateur PD.

Si θ est un échelon on aura

$$V(p) = \frac{K_p}{p} + \frac{K_p T_d}{(1 + \tau p)}$$

La transformation inverse donne :

$$V(t) = K_p + K_p \frac{T_d}{\tau} e^{-t/\tau}$$

$$\begin{cases} t = 0 \rightarrow V(0) = K_p \left(1 + \frac{T_d}{\tau} \right) \\ t = \infty \rightarrow V(\infty) = K_p \end{cases}$$

La courbe réponse aura l'allure suivante :

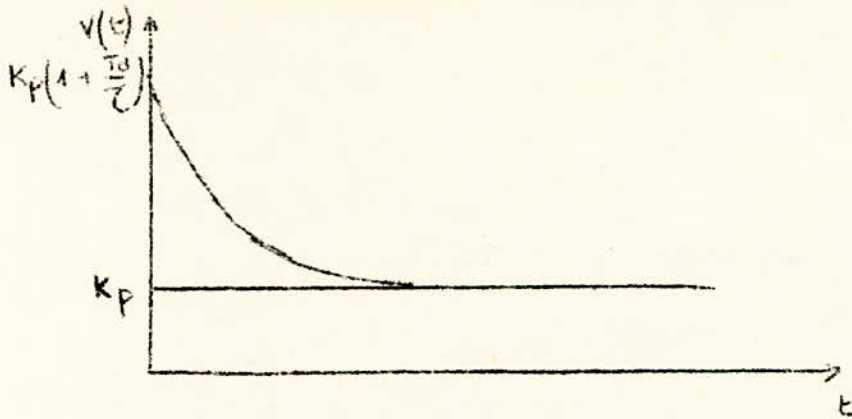


fig.e : réponse indicielle d'un régulateur PD

3-3-5 : Régulateur PID

Ce type de régulateur est défini par l'équation opérationnelle suivante :

$$m = K_p \left(1 + \frac{1}{T_{ip}} + T_d p \right) e$$

où m = grandeur réglante

e = écart

T_i = constante de temps d'intégration

T_d = constante de temps de dérivation

K_p = facteur d'action proportionnelle

Pour notre appareil, cette action est donnée par le circuit électrique suivant, obtenu en reliant les bornes 15-16, 19-10, 14-6, 13-7, 12-8, 11-2, 4-1.

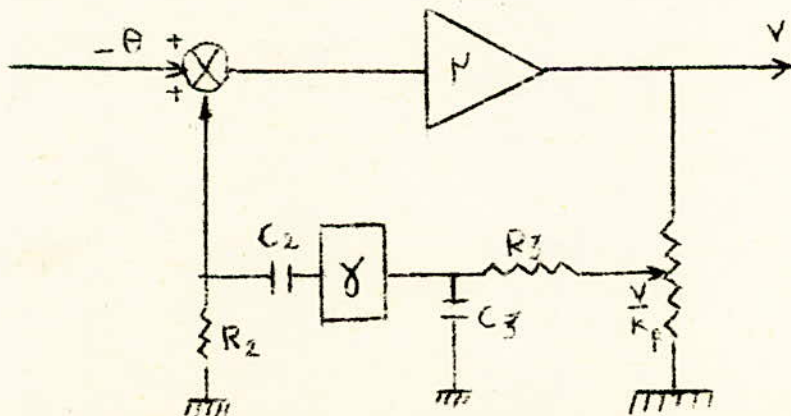


fig.a : régulateur électronique à action proportionnelle intégrale et dérivée.

C'est à dire que la chaîne de retour est la mise en cascade de deux circuits RC tout en insérant un étage à grande impédance d'entrée de telle manière qu'il n'y ait pas interaction entre les 2 circuits RC. Ceci pour profiter des propriétés des systèmes en cascade dont la fonction de transfert serait alors le produit des fonctions de transfert.

La chaîne de retour a donc pour fonction de transfert :

$$H(p) = H_1(p) \times H_2(p)$$

Où
$$H_1(p) = \frac{1}{1+R_3C_3p} \quad \text{et} \quad H_2(p) = \frac{R_2C_2p}{1+R_2C_2p}$$

Donc
$$H(p) = \frac{R_2C_2p}{(1+R_2C_2p)(1+R_3C_3p)}$$

On a alors
$$(-\theta + V_s) \mu = V \quad \text{c.à.d.} \quad (-\theta + \left(\frac{R_2C_2p \cdot V}{(1+R_2C_2p)(1+R_3C_3p)} \right) \mu = V$$

V_s = signal appliqué au comparateur.

$$V \left(1 - \frac{\mu R_2C_2p}{(1+R_2C_2p)(1+R_3C_3p)K_p} \right) = -\mu \theta$$

$$V = \frac{\mu \theta}{\frac{\mu R_2C_2p}{(1+R_2C_2p)(1+R_3C_3p)K_p} - 1}$$

$$V = \frac{K_p \theta}{\frac{R_2C_2p}{(1+R_2C_2p)(1+R_3C_3p)K_p} - \frac{K_p}{\mu}}$$

Si $\mu \gg K_p$,
$$V = \frac{K_p (1+R_2C_2p)(1+R_3C_3p)}{R_2C_2p} \theta$$

C'est à dire :

$$V = K_p \left(1 + \frac{1}{R_2C_2p} \right) (1+R_3C_3p) \theta$$

$$= K_p \left(1 + \frac{1}{R_2C_2p} + R_3C_3p + \frac{R_3C_3}{R_2C_2} \right) \theta$$

.../...

$$\begin{cases} R_3 C_3 = T_d \\ R_2 C_2 = T_i \end{cases}$$

$$V = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + T_d p + \frac{T_d}{T_i} \right) \Theta$$

On voit donc, par comparaison avec le PID théorique qu'il existe dans le PID réel, un certain couplage entre les actions (existence du terme $\frac{T_d}{T_i}$).

Le régulateur PID possède donc 3 paramètres de réglage :

$$K_p, T_i \text{ et } T_d.$$

Réponse à un échelon :

Ici aussi, il est commode de donner au PID une fonction de transfert réelle, physiquement réalisable du fait, de la présence de l'action de dérivation qui, comme on le sait répond à un échelon par une impulsion de Dirac qui n'est pas définie dans la réalité.

La fonction de transfert réelle du PID doit être de la forme :

$$V = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + \frac{T_d p}{1 + \zeta p} + \frac{T_d}{T_i} \right) \Theta$$

où ζ devrait être $\ll 1$

Lorsque Θ est un échelon unitaire $u(t)$ on a

$$V(p) = \left(\frac{K_p}{p} + \frac{1}{T_i p^2} + \frac{T_d}{1 + \zeta p} + \frac{T_d}{T_i p} \right)$$

$$V(p) = \left(K_p + \frac{T_d}{T_i} \right) \frac{1}{p} + \frac{1}{T_i p^2} + \frac{T_d}{1 + \zeta p}$$

c'est à dire, en revenant à l'originale de $V(p)$

$$V(t) = \left(K_p + \frac{T_d}{T_i} \right) + \frac{t}{T_i} + \frac{T_d}{\zeta} e^{-t/\zeta}$$

Pour $t \rightarrow \infty$ l'exponentielle l'emporte sur les puissances de t et on aura, à l'infini,

$$\frac{t}{T_i} \ll \frac{T_d}{\zeta} e^{-t/\zeta}$$

$$\rightarrow V(\infty) = \left(K_p + \frac{T_d}{T_i} \right)$$

$$V(0) = K_p + \frac{T_d}{T_i} + \frac{T_d}{\zeta}$$

.../...

4-3-4 : Réglage des régulateurs :

But : Il s'agit d'étalonner les régulateurs à différentes actions (P, PI, PD, PID) et voir si les valeurs indiquées sur les réglages manuels correspondent bien aux véritables valeurs des paramètres des régulateurs (K_p , T_i et T_d).

Pour ce faire, il faut isoler chaque régulateur du circuit total et, en s'aidant de méthodes appropriées, appliquer des signaux à l'entrée et enregistrer les différentes valeurs de la sortie du régulateur étudié.

Remarque : Il ne nous a malheureusement pas été possible d'étudier les comportements des différents régulateurs car nous nous sommes heurtés à de grandes difficultés dans la pratique. En effet, nous n'avons pas pu enregistrer la réponse des régulateurs PI, PD, PID, l'aiguille indicatrice variant constamment. Cependant, pour l'action P, nous avons quand même étalonné quelques unes des valeurs indiquées sur la graduation du bouton de réglage de la bande proportionnelle. Le tableau consignant les résultats de cet étalonnage sera donné plus loin. Pour ce qui concerne les régulateurs PI et PD, nous nous contenterons de donner dans cette partie les différentes méthodes d'étalonnage.

4-3-4-1 : Méthodes d'étalonnage des régulateurs :

a) Régulateur à action proportionnelle :

Comme on l'a vu, ce régulateur répond à une entrée θ par une sortie V telle que :

$$V = K_p \theta$$

Le circuit donnant cette fonction est obtenu comme il a été indiqué précédemment. (cf. 4-3-3-2).

On opère comme suit :

- Donner à θ différentes valeurs
- Enregistrer les valeurs correspondantes de la sortie.
- En portant sur un système d'axes orthonormés les valeurs de V et de θ , on trace la droite obtenue dont on mesurera la pente. C'est la valeur de K_p .

b) Régulateur à action proportionnelle et par dérivation (PD):

La sortie de ce régulateur est liée à son entrée par la relation :

$$V = K_p \left(1 + \frac{T_d p}{1 + p\tau}\right) \Theta \quad \text{avec } \tau \ll 1$$

Si Θ varie d'un échelon E , la variation de V est alors :

$$V(p) = K_p \left(1 + \frac{T_d p}{1 + p\tau}\right) \frac{1}{p} = \frac{K_p}{p} + \frac{T_d}{1 + \tau p}$$

dont l'originale est : $V(t) = K_p + K_p \frac{T_d}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$

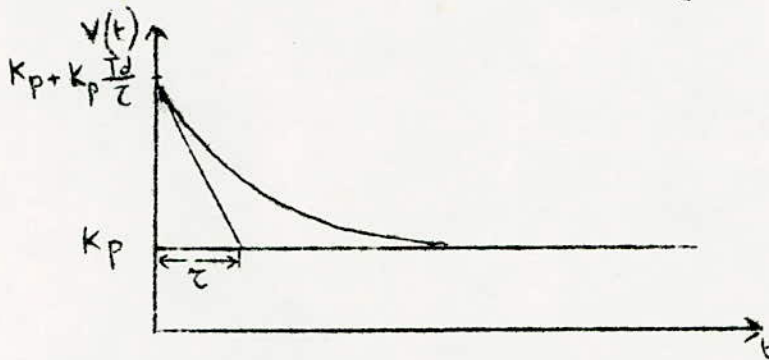


fig.b-1: réponse proportionnelle et par dérivation :

On peut procéder comme suit :

- Ajuster la bande proportionnelle $X_p (= \frac{1}{K_p})$ à une grande valeur (ex.100%) et régler la constante de temps de dérivation à une valeur moyenne. Déplacer progressivement la valeur prescrite (Θ) jusqu'à ce que la grandeur de sortie atteigne une valeur moyenne.

- Produire une variation d'un échelon de la valeur prescrite, par exemple 5 % et enregistrer la sortie. Elle sera de la forme de la figure b - 1.

- Sur cette courbe enregistrée, mesurer la valeur de τ et calculer la valeur de T_d par la formule

$$\frac{T_d}{\tau} = \frac{V_{\max} - V_i}{V_{\infty} - V_i}$$

Où V_{\max} = valeur max de la sortie, atteinte lors de la perturbation d'un échelon.

V_i = valeur initiale de V , atteinte avant la perturbation.

V_{∞} = valeur finale de la sortie.

Ces trois valeurs étant évidemment mesurées sur la courbe enregistrée.

- Répéter ces opérations pour d'autres valeurs de $X_p (= \frac{1}{K_p})$ et de T_d .

On étalonne ainsi le régulateur PD.

C- Régulateur à action proportionnelle et intégrale (PI)

L'équation de ce type de régulateur est :

$$V = K_p \left(1 + \frac{1}{T_{ip}} \right) \Theta$$

où K_p = facteur d'action proportionnelle
 T_i = constante de temps d'intégration.

On peut opérer comme suit :

- Régler l'action par intégration au maximum et la sensibilité proportionnelle à une valeur moyenne. Déplacer la valeur prescrite (Θ) jusqu'à obtenir une grandeur de sortie stabilisée à une valeur moyenne.

- Déplacer la valeur prescrite de façon à produire une variation d'un échelon (10% par exemple). Tourner alors rapidement le réglage de T_i à la valeur choisie.

- Mesurer le temps nécessaire pour retrouver la variation de la grandeur de sortie définie ci dessus. On obtient ainsi la constante de temps d'intégration (inverse de la vitesse d'action).

- Répéter ces opérations pour diverses valeurs à étalonner.

---*---*---*---*---*---*---*---

Etalonnage de l'action proportionnelle

- Supprimer la liaison 1-4 pour mettre le système thermique hors circuit, puis faire la liaison 2-3, afin de pouvoir agir manuellement sur l'entrée.

Nous avons relevé la réponse du régulateur à action P pour différentes valeurs de la bande proportionnelle. Nous la déterminons par calcul, la bande proportionnelle et la comarons à la valeur indiquée sur la graduation.

1- Bande proportionnelle indiquée : 50%.

Manuel Reset (entrée)	Output (sortie)	bande proportion- nelle calculée.
25%	98%	54%
20%	89%	51%
10%	72%	50%
6%	62%	60%
0	52%	-
-10	32%	50%
-20	13%	51%

2- Bande proportionnelle indiquée : 25%.

Manuel Reset (entrée)	Output (sortie)	bande proportion- nelle calculée E.et S.
-10 %	10%	27%
0%	47%	-
6%	70%	26%
10%	85%	26%
15%	110%	23%

3- Bande proportionnelle indiquée : 10%

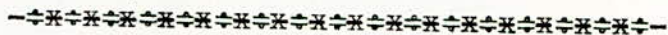
Manuel Reset (entrée)	Output (sortie)	bande propor- tionnelle cal- culée.
-5%	11%	13%
0%	48%	-
+6%	94%	13%

4- Bande proportionnelle indiquée : 100%

Manuel Reset (entrée)	Output (sortie)	bande propor- tionnelle cal- culée.
40%	86%	88%
30%	80%	107%
20%	72%	100%
10%	63%	90%
6%	58%	100%
0%	52%	-
-10%	42%	100%
-20%	34%	111%
-30%	24%	107%
-40%	15%	108%
-50%	10%	119%

Conclusion :

Cet étalonnage montre qu'il n'existe pas de différence appréciable (plus de 10%) entre les valeurs de la bande proportionnelle indiquées sur la graduation et les valeurs réelles obtenues par le calcul.



Nous avons étudié les régulateurs et leurs propriétés de façon isolée. Cependant, pour que ces derniers puissent accomplir la tâche qui leur est assignée, c'est à dire contrôler et corriger les variations de la grandeur de sortie, il est nécessaire qu'ils soient reliés au processus et avoir une information sur la grandeur de sortie pour agir. C'est pourquoi on parle de régulation en boucle fermée.

La régulation en boucle fermée s'obtient en reliant le processus (système) au régulateur automatique comme indiqué figure 5-a.

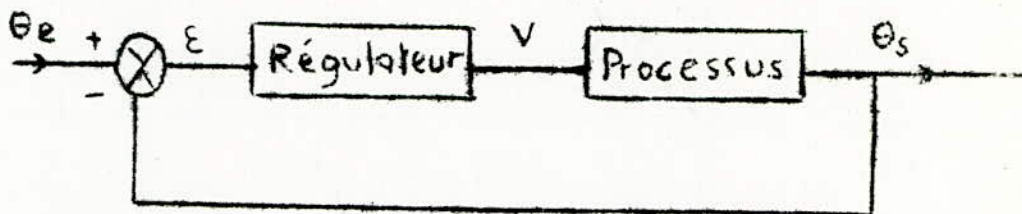


fig.5-a : Schéma de régulation en boucle fermée.

5-1- Principe de la régulation en boucle fermée :

Le but de la régulation automatique est de maintenir la grandeur de sortie θ_s à une valeur égale ou tout au moins voisine de la grandeur d'entrée θ_e , et ce, au moyen du régulateur utilisé en boucle fermée.

Supposons qu'il y ait une diminution de la grandeur de sortie θ_s pour une raison ou une autre (influence de perturbations extérieures). Cette diminution est transmise par le biais de la chaîne de retour au comparateur qui fait la différence entre θ_e et θ_s . Il en résultera un accroissement de l'écart $\xi = \theta_e - \theta_s$ qui constitue le signal d'entrée du régulateur. Ce dernier sera donc informé sur la variation de ξ (augmentation), il agira alors sur la grandeur réglante V de façon qu'il ait une augmentation de θ_s . Il en va de même lorsqu'il y'a une variation positive de la grandeur de sortie.

La chaîne de retour a donc pour but d'informer le régulateur sur les variations éventuelles de la grandeur de sortie.

5-2 : Régulateurs P, PI, PD, PID en boucle fermée :

Nous nous proposons dans ce chapitre, d'étudier les propriétés des régulateurs P, PI, PD, PID en boucle fermée, c'est à dire lorsque ceux ci sont reliés au processus et que le système global (régulateur + processus) comprend une boucle de retour.

5-2-1 : Régulateur proportionnel P

Nous avons vu que la régulation à action proportionnelle avait pour fonction caractéristique $V = K_p \theta$ où V = grandeur de sortie, K_p facteur de l'action proportionnelle et θ la grandeur d'entrée.

Insérons ce type de régulateur dans la chaîne directe et fermons la boucle (fig.5-2'-a).

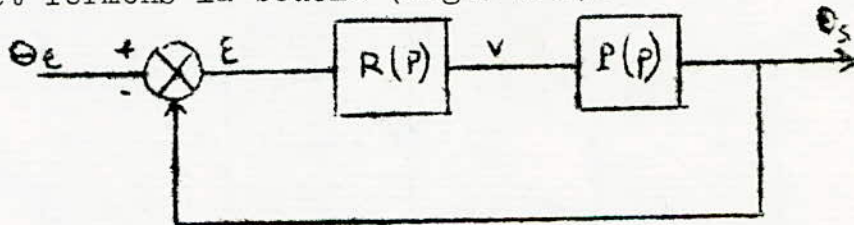


fig.5-2-1-a : régulation proportionnelle en boucle fermée.

avec $R(p)$ = fonction de transfert du régulateur P
 $P(p)$ = fonction de transfert du processus
 θ_e = grandeur d'entrée
 θ_s = grandeur de sortie
 E = écart = $\theta_e - \theta_s$
 V = grandeur réglante

On a alors :

$$\theta_s = P(p)R(p)E = R(p)P(p)(\theta_e - \theta_s)$$

$$\rightarrow \theta_s (1 + R(p)P(p)) = R(p)P(p)\theta_e \rightarrow \frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{R(p)P(p)}{1 + R(p)P(p)}$$

On sait que :

$$R(p) = K_p, \quad P(p) = \frac{\theta}{V} s = \frac{K_e^{-z} p}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

.../...

avec

K_p = facteur d'action proportionnelle

T_1, T_2 = constantes de temps du processus

τ = retard pur

K = paramètre caractéristique du processus

$$R(p)P(p) = K_p \times \frac{Ke^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)} = \frac{KK_p e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

Exprimons la relation liant l'écart ξ à la grandeur d'entrée :

$$\frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{R(p)P(p)}{1+R(p)P(p)} \text{ or } \xi = \theta_e - \theta_s \rightarrow \theta_s = \theta_e - \xi$$

$$\rightarrow \frac{\theta_e - \xi}{\theta_e} = \frac{R(p)P(p)}{1+R(p)P(p)} = 1 - \frac{\xi}{\theta_e}; \quad \frac{\xi}{\theta_e} = 1 - \frac{R(p)P(p)}{1+R(p)P(p)} = \frac{1}{1+R(p)P(p)}$$

$$\rightarrow \frac{\xi}{\theta_e} = \frac{1}{1+R(p)P(p)}$$

étant donné que $R(p)P(p) = \frac{KK_p e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$, on a

$$\frac{\xi}{\theta_e} = \frac{1}{1 + \frac{KK_p}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}} e^{-\tau p} = \frac{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) + KK_p} e^{-\tau p}$$

Cette équation nous permettra de suivre l'évolution (augmentation ou diminution) de l'écart en fonction de la grandeur d'entrée θ_e .

5-2-1-1 : Réponse à un échelon et stabilité :

Lorsque θ_e est un échelon unitaire par exemple, on a

$$\theta_e(p) = \frac{1}{p}, \text{ d'où l'écart } \xi(p)$$

$$\rightarrow \xi(p) = \frac{1}{p} \frac{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) + KK_p} e^{-\tau p}$$

.../...

L'écart permanent ξ_0 est la valeur de l'écart ξ lorsque le système atteint son régime permanent, c'est à dire au bout d'un temps assez grand. On a donc :

$$\xi_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t)$$

c'est à dire $\xi_0 = \lim_{p \rightarrow 0} \xi(p)$

$$\rightarrow \lim_{p \rightarrow 0} \frac{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) + K K_p e^{-\tau p}} = \frac{1}{1+K K_p}$$

Donc,

$$\xi_0 = \frac{1}{1+K K_p}$$

On voit donc que lorsque K_p est très grand, l'écart permanent est considérablement réduit. Cependant, il ne faut pas croire que les plus grandes valeurs de K_p sont les meilleures, car le fait d'augmenter K_p revient à diminuer le facteur d'amortissement du système et on sait que pour un facteur d'amortissement inférieur à 1, il y'a oscillation donc instabilité.

$\xi < 1$ système sous amorti ou oscillations
 $\xi = 1$ amortissement critique
 $\xi > 1$ système ~~sous~~ amorti. ~~(surtout)~~

5-2-2 : Régulateur proportionnel et intégral (PI)

Ce type de régulateur a pour équation :

$$V = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) \theta$$

où

V = grandeur de sortie du régulateur
 K_p = facteur d'action proportionnelle
 T_i = constante de temps d'intégration
 θ = grandeur d'entrée du régulateur

5-2-2-1 : Fonction de transfert en boucle fermée :

En considérant le schéma de la fig.5-2-1-a où R(p) a alors la forme

$$R(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right)$$

$$\frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = \frac{R(p)P(p)}{1+R(p)P(p)}$$

où R(p) = fonction de transfert du régulateur

P(p) = fonction de transfert du processus

θ_s = température de sortie

θ_e = température d'entrée

avec

$$R(p) \cdot P(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) \frac{K_e e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

donc

$$\frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{R(p)P(p)}{1+R(p)P(p)} = \frac{K K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) \left(1 + K K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) e^{-\tau p}\right)} \cdot \frac{1}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

c'est à dire

$$\frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{K K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) + K K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) e^{-\tau p}}$$

5-2-2-2 : Ecart :

Il est défini par $\xi = \theta_e - \theta_s$

On a vu que

$$\frac{\xi(p)}{\theta_e(p)} = \frac{1}{1+R(p)P(p)}$$

Donc

$$\begin{aligned} \frac{\xi(p)}{\theta_e(p)} &= \frac{1}{1 + K_p K \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) \frac{e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}} \\ &= \frac{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) + K K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) e^{-\tau p}} \end{aligned}$$

L'écart permanent est la valeur de ξ lorsque le système atteint son régime d'équilibre, pour une perturbation d'un échelon de la grandeur d'entrée θ_e .

$$\text{Donc si } \theta_e = u(t) \quad \theta(p) = \frac{1}{p}$$

$$\text{et } \xi(p) = \frac{1}{p} \frac{(1+T_1p)(1+T_2p)}{(1+T_1p)(1+T_2p) + KK_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) e^{-\tau p}}$$

à la limite, au bout d'un temps assez grand, on a :

$$\xi_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \xi(t) = \lim_{p \rightarrow 0} \xi(p) = \frac{1}{1 + \infty} = 0$$

l'écart permanent est donc nul grâce à la présence de l'action I.

5-2-3 : Régulation proportionnelle et par dérivée

Le régulateur PD a pour fonction de transfert

$$V = K_p (1 + T_d p) \theta$$

où V = grandeur de sortie du régulateur

θ = grandeur d'entrée du régulateur

K_p = facteur d'action proportionnelle

T_d = constante de temps de dérivée.

5-2-3-1 : fonction de transfert en boucle fermée

Pour le même schéma que celui de la figure 5-2-1-a mais avec cette fois $R(p) = K_p (1 + T_d p)$, la fonction de transfert en boucle fermée est :

$$\frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{R(p)P(p)}{1 + R(p)P(p)} \quad \text{avec } P(p) = \frac{K e^{-\tau p}}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

$$\text{où } R(p)P(p) = K_p (1 + T_d p) \frac{K e^{-\tau p}}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)}$$

$$\text{donc : } \frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{KK_p (1 + T_d p) e^{-\tau p}}{(1 + T_1 p)(1 + T_2 p) + KK_p (1 + T_d p) e^{-\tau p}}$$

.../...

5-2-3-1-1 : Réponse à un échelon et écart permanent

L'expression du signal d'erreur est, comme on l'a

vu ;

$$\xi(p) = \frac{\theta_e(p)}{1+R(p)P(p)} \quad \text{avec } \theta_e(p) = \text{consigne}$$

$$\xi(p) = \text{écart}$$

$$R(p) = \text{fonction de transfert du régulateur PD}$$

$$P(p) = \text{fonction de transfert du processus}$$

Si $\theta_e(t)$ est un échelon unitaire $\theta_e(t) = 1 \cdot u(t)$

$$\rightarrow \theta_e(p) = \frac{1}{p}$$

$$\xi(p) = \frac{1}{p} \frac{1}{1+R(p)P(p)} = \frac{1}{p} \frac{1}{(1+T_1p)(1+T_2p) + KK_p(1+T_dp)e^{-\tau p}}$$

à la limite, lorsque le système aura atteint son régime d'équilibre, on a

$$\xi_0 = \lim_{p \rightarrow 0} p \xi(p) = \frac{1}{1+KK_p} \quad \text{qui est l'écart permanent}$$

$$\xi_0 = \frac{1}{1+KK_p}$$

là aussi, on voit qu'à pour un facteur de proportionnalité K_p assez grand, l'écart permanent peut être réduit, mais on est limité par la stabilité du système qui se met à osciller pour des valeurs trop grandes de K_p .

Il s'agit de trouver un compromis entre stabilité et précision.

5-2-4 : Régulation proportionnelle par intégration et par dérivation (PID)

Une telle action de régulation a pour équation caractéristique, dans notre cas :

$$V = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + \frac{T_d}{T_i} + T_d p \right) \theta$$

où V = grandeur de sortie du régulateur

θ = grandeur d'entrée du régulateur

T_i = constante de temps d'intégration

T_d = constante de temps de dérivation

5-2-4-1 : Fonction de transfert en boucle fermée :

Elle s'écrit comme on le sait

$$\frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{R(p)P(p)}{1+R(p)P(p)} \quad \text{où } \theta_s = \text{température de sortie}$$

$$\theta_e = \text{température d'entrée}$$

$$R(p) = \text{fonction de transfert du régulateur}$$

$$P(p) = \text{fonction de transfert du processus à réguler.}$$

dans ce cas on a

$$R(p) = K_p \left(1 + \frac{T_d}{T_i} + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right)$$

$$P(p) = \frac{K_e e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}$$

$$\frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = \frac{KK_p \left(1 + \frac{T_d}{T_i} + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) e^{-\tau p}}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) + KK_p \left(1 + \frac{T_d}{T_i} + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) e^{-\tau p}}$$

5-2-4-2 : Réponse à un échelon et écart permanent :

L'expression du signal d'erreur est :

$$\xi(p) = \frac{\theta_e(p)}{1+R(p)P(p)} \quad \text{avec } \xi(p) = \text{écart}$$

$$\theta_e(p) = \text{consigne}$$

$$R(p) = \text{fonction de transfert du régulateur PID}$$

$$P(p) = \text{fonction de transfert du processus.}$$

$$\text{C'est à dire : } \xi(p) = \theta_e(p) \frac{(1+T_1 p)(1+T_2 p)}{(1+T_1 p)(1+T_2 p) + KK_p \left(1 + \frac{T_d}{T_i} + \frac{1}{T_i p} + T_d p \right) e^{-\tau p}}$$

Lorsque $\theta_e(t)$ est un échelon unitaire, c'est à dire $\theta_e(p) = \frac{1}{p}$ l'écart permanent est :

$$\xi_0 = \lim_{p \rightarrow 0} p \xi(p) = 0 \text{ dû à la présence de l'action I.}$$

Donc, ici aussi, grâce à l'action I, l'écart permanent est nul. Pour comparer les actions PI et PID, il faut donc examiner leurs réponses à un échelon et comparer

.../...

Les performances des 2 types de régulation, à savoir

- rapidité,
- erreur maximale (dépassement)

C'est ce que nous essaierons de faire au cours des essais, dont les résultats seront donnés par la suite.

5-3- : Détermination des paramètres optimaux du régulateur :

Le problème qui se pose lors de la régulation d'un processus est d'obtenir une régulation optimale.

Ceci peut se traduire par les critères suivants :

- Temps de réponse faible
- Bon amortissement
- Ecart permanent faible.

Les exemples suivants nous donnent une idée sur ces critères :

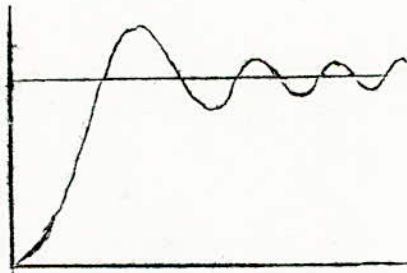


fig. : système rapide
mais peu amorti.

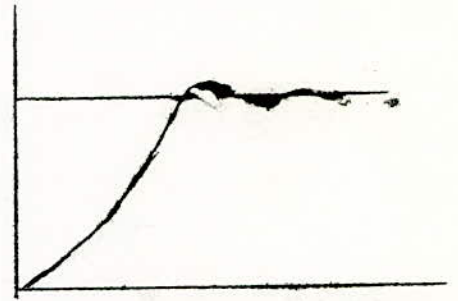


fig.2 : bon amortissement
mais réponse lente

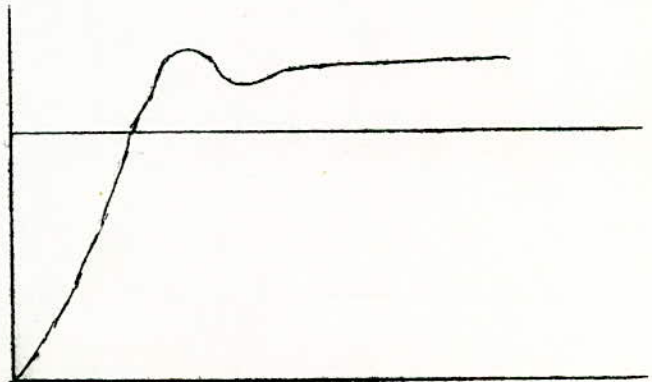


fig.3: réponse rapide et amortie
écart grand.

Les critères de stabilité et de précision doivent alors être remplacés par de véritables critères d'optimisation. La détermination des paramètres optimaux du régulateur se fera avec le souci d'aboutir à des réponses qui devront obéir aux trois critères énoncés ci-dessus, détermination qui se fera en suivant des méthodes données par certains chercheurs, méthodes qui s'appuient essentiellement sur l'expérience.

5-3-1-1 Méthodes d'optimisation : [3]

5-3-1-1 : Méthodes de PHILIPS

Elle repose sur le calcul de l'écart quadratique moyen. C'est à dire :

$$\overline{\xi^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \xi^2(t) dt \quad \text{où } \xi = e - s$$

avec $\left\{ \begin{array}{l} e = \text{grandeur d'entrée} \\ s = \text{grandeur de sortie} \end{array} \right.$

On calcule l'écart quadratique moyen $\overline{\xi^2}$ en fonction des paramètres du régulateur puis on résoud les équations obtenues par dérivations partielles.

$$\frac{\partial \overline{\xi^2}}{\partial K_p} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \overline{\xi^2}}{\partial T_i} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial \overline{\xi^2}}{\partial T_d} = 0$$

5-3-1-2 : Méthode de WIENER

Comme celle de PHILIPS, la méthode de WIENER, cherche à minimiser l'écart quadratique moyen, mais elle cherche de plus à déterminer la forme des fonctions de transfert qui assurent au système des performances optimales. On voit d'emblée que cette méthode n'est pas pratique vu qu'elle impose au régulateur, par exemple, de prendre une fonction de transfert donnée et de plus, elle suppose les entrées caractérisées par leurs spectres de fréquence, ce qui n'est pas toujours possible.

5-3-1-3 : Méthode de ZIEGLER-NICHOLS:

Beaucoup plus souple, elle repose essentiellement sur l'expérience. Principe de la méthode :

Soit un système (régulateur + processus) dont on veut connaître les performances optimales (fig.a).

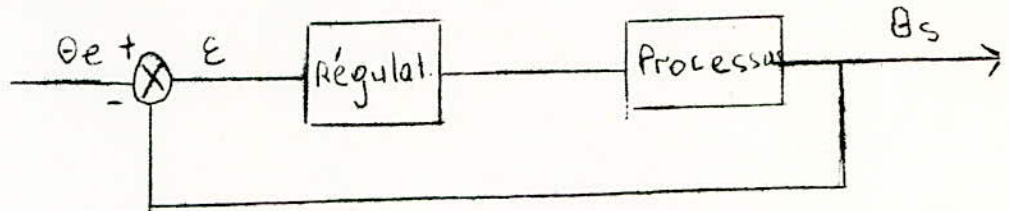


fig.a : régulation d'un processus en boucle fermée.

On considère le processus seul (boucle ouverte) auquel on applique un échelon d'amplitude M, la courbe réponse est dans presque tous les cas en forme de S.

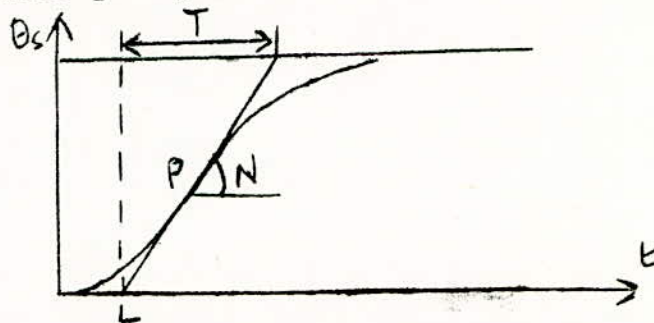


fig.A : réponse à un échelon d'un processus.

L = temps mort apparent

T = constante de la variation de la variable de sortie

N = vitesse de réponse.

La méthode de ZIEGLER NICHOLS approxime le système à un système avec une constante (appelée constante de temps apparente). et un temps mort apparent L

Les meilleurs réglages d'un régulateur sont alors, pour un rapport de 1/4 entre 2 amplitudes successives de la réponse en boucle fermée.

1° Pour une régulation proportionnelle

$$K_p = \frac{M}{NL} \left(1 + \frac{L}{3T}\right)$$

2° Pour une régulation proportionnelle et par intégration (PI)

$$K_p = \frac{M}{NL} \left(\frac{9}{10} + \frac{L}{12T}\right) ; T_i = L \left(\frac{30+3L}{9+20\frac{L}{T}}\right) mn$$

3° Pour une régulation proportionnelle et par dérivation (PD)

$$K_p = \frac{M}{NL} \left(\frac{5}{4} + \frac{L}{6T}\right) ; T_d = L \left(\frac{6 - \frac{L}{T}}{22+3\frac{L}{T}}\right) mn$$

4° Pour une régulation proportionnelle, par intégration et par dérivation (PID)

$$K_p = \frac{M}{NL} \left(\frac{4}{3} + \frac{L}{4T}\right) ; T_i = L \left(\frac{32 + \frac{L}{T}}{13+8\frac{L}{T}}\right) ; T_d = L \left(\frac{4}{4 + \frac{L}{T}}\right)$$

5-3-1-4 : Méthodes de FINDEISEN

Le principe de cette méthode est le même que celui de la méthode de ZIEGLER-NICHOLS, sauf que les valeurs des paramètres K_p , T_i et T_d sont donnés pour un dépassement de 20% (rapport de 1/5 entre 2 oscillations successives). Les résultats sont consignés dans le tableau.

Régulateur	K_p	T_i	T_d	Tr/L
P	$0,7 \frac{KL}{T}$	-	-	6,5
PI	$\frac{0,7}{K} \frac{L}{T}$	$L+0,3T$	-	12
PID	$\frac{1,2}{K} \frac{L}{T}$	$2L$	$0,4L$	7

tableau 1 : valeurs optimales des paramètres du régulateur.

K = amplitude de la variation de la grandeur de sortie du processus relative à une perturbation d'un échelon.

L = retard ou temps mort apparent

T = constante de temps apparente. T_r = temps de réponse

Elle repose surtout sur le calcul. Son principe est basé sur les propriétés des polynômes à amortissements réglables.

$G(p) = \frac{a'_0}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2}$ qui peut être mis sous la forme canonique.

$$G(p) = \frac{a'_0 w_0^2 / a_0}{w_0^2 + 2\zeta w_0 p + p^2}$$

avec $\begin{cases} w_0 & = \text{pulsation propre sans amortissement} \\ \zeta & = \text{facteur d'amortissement.} \end{cases}$

est lié aux coefficients du polynôme par la relation :

$$4\zeta^2 = \frac{a_1^2}{a_0 a_2}$$

Soit les rapports suivants appelés par Naslin rapports caractéristiques :

$$\alpha_1 = \frac{a_1^2}{a_0 a_2}, \alpha_2 = \frac{a_1^2}{a_1 a_3}, \dots, \alpha_n = \frac{a_n^2}{a_{n-1} a_{n+1}}$$

et les pulsations caractéristiques :

$$w_0 = \frac{a_0}{a_1}, w_1 = \frac{a_1}{a_2}, \dots, w_n = \frac{a_n}{a_{n+1}}$$

On a alors :

$$\alpha_1 = \frac{w_1}{w_0}, \alpha_2 = \frac{w_2}{w_1}, \dots, \alpha_n = \frac{w_n}{w_{n-1}}$$

Ceci pour une transmittance générale de la forme

$$G_1(p) = \frac{a'_0}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots + a_n p^n}$$

a) polynômes à amortissement réglable

C'est une nouvelle famille de polynômes obtenue en donnant à tous les rapports caractéristiques $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ la même valeur α . Des expériences ont été faites par l'auteur et montrent que, en enregistrant la réponse à un échelon, les dépassements obtenus en donnant à α des valeurs différentes sont à peu près identiques aux dépassements présentés par

la réponse pour différentes valeurs du coefficient d'amortissement ζ (cf. tableau a1).

Ceci montre que α a la valeur d'un coefficient d'amortissement. Le dépassement D est lié à α par la formule empirique suivante :

$$\log (D\%) = 4,8 - 2\alpha$$

α	D	ζ
1,75	20 %	0,45
2	6 %	0,7
2,4	1 %	0,85

tableau a-1 : dépassements enregistrés pour différentes valeurs de α et de ζ

b) Tolérances sur les valeurs des rapports caractéristiques.

Il n'est pas toujours possible de donner à tous les rapports caractéristiques la même valeur comme il a été dit. On convient alors de tolérer certaines modifications d'un des rapports caractéristiques (l'augmenter ou le diminuer). On montre que cette modification n'altère en rien les propriétés dynamiques du système si elle n'est pas exagérée.

c) Influence d'un numérateur différent d'une constante.

Les considérations précédentes ont porté sur des transmittances à numérateur constant. Si ce dernier est différent d'une constante, il convient de faire des corrections. Soit par exemple la transmittance suivante :

$$G(p) = \frac{a'_0 + a'_1 p}{a_0 + a_1 p + a_2 p^2 + \dots} \quad \text{où} \quad \frac{a'_0}{a'_1} = w_0^1$$

.../...

Le 2° rapport caractéristique α_2 est imposé :

$$\alpha_2 = \frac{w_2}{w_1} \neq 12$$

valeur trop forte. Les tolérances sur les rapports caractéristiques nous permettent de réduire la valeur du 1° rapport α_1 à la valeur $\alpha_1 = \sqrt{\alpha} = \sqrt{1,7} = 1,3$.

D'où la valeur de la 1° pulsation caractéristique :

$$w_0 = \frac{w_1}{\alpha_1} = \frac{0,09}{1,3} = 0,07 \quad \text{et la valeur de } K_p$$

$$K_p = a_0 = a_1 w_0 = 0,07.$$

On obtient ainsi la valeur du facteur d'action proportionnelle. On fait de même pour les autres modes de régulation (PI, PD, PID).

5-3-1-6 : Méthodes expérimentales : [9]

Comme son nom l'indique cette méthode repose essentiellement sur l'expérience et suppose donc la possibilité d'effectuer dans la pratique certaines expériences pour arriver à déterminer les paramètres optimaux du régulateur étudié.

Principe de la méthode :

a) Régulation proportionnelle :

- Donner au facteur d'action proportionnelle K_p une valeur très grande ou, ce qui revient au même, à la bande proportionnelle ($\frac{1}{K_p} = X_p$) une valeur très faible et enregistrer les oscillations qui en résultent.

- Doubler la valeur de la bande proportionnelle et enregistrer la réponse. Continuer à doubler (ou à augmenter) la valeur de X_p jusqu'à obtenir une réponse telle que le rapport entre deux dépassements successifs atteigne la valeur 5. C'est à dire 20 % si on fait le rapport du 2° dépassement au premier, ou du troisième au 2°.

La valeur de K_p (ou X_p) donnant ce rapport peut alors être considérée comme satisfaisante.

b) Régulation proportionnelle + Dérivée:

- Annuler l'action dérivée en faisant $T_d=0$ ou tout au moins T_d très faible.
- Obtenir des oscillations en donnant à K_p une valeur très grande (X_p très petit). Noter la période de ces oscillations. Soit T cette période.
- Donner alors à T_d la valeur $T_d = T/20$ et à K_p la valeur pour laquelle on a obtenu des oscillations. Enregistrer la réponse.
- Doubler K_p en gardant $T_d = \frac{T}{20}$ et refaire la même expérience que pour $T_d = \frac{T}{10} \cdot \left(\frac{T}{10}\right)$

On peut alors juger à partir des réponses obtenues pour les 2 valeurs de T_d ($\frac{T}{20}$ et $\frac{T}{10}$) et déterminer les paramètres optimaux K_p et T_d du régulateur PD.

Remarque : On peut aussi essayer la valeur $T_d = T/5$, mais généralement, ce sont les 2 valeurs $\frac{T}{20}$ et $\frac{T}{10}$ qui donnent de meilleurs résultats.

c) Régulation proportionnelle + intégrale

- Annuler l'action intégrale en laissant $T_i = \infty$ et donner à K_p une valeur assez grande pour obtenir des oscillations (ex: $K_p = 100$). Noter la période de ces oscillations soit T .
- Donner alors à $T_i = T$ et à K_p une autre valeur que celle qui a donné des oscillations par exemple $K_p = 20$ ($X_p = 5\%$) et enregistrer la réponse.
- Changer la valeur de K_p en gardant la même valeur de T_i et enregistrer les réponses pour chaque valeur de K_p (en général, 3 valeurs de K_p suffisent, à savoir les plus significatifs tels que $K_p = 30, 20$ et 10). Pour les valeurs inférieures, l'amplification n'est pas suffisante et on ne peut espérer obtenir de bons résultats.
- Donner ensuite à T_i des valeurs qui soient voisines de $T/10$ et $T/5$. Refaire la même expérience que pour $T_i = T$.

.../...

On peut alors déterminer le régime optimal et par conséquent en déduire les valeurs optimales de K_p et T_i .

d) Régulation proportionnelle + Intégrale + Dérivée

- Annuler les actions intégrale et dérivée en faisant $T_i = \infty$ et $T_d = 0$. On a alors seulement une action proportionnelle.

- Donner à K_p une grande valeur de façon à obtenir des oscillations dont on notera la période. Soit T cette période.

- Donner alors à T_i la valeur $T_i = 0,9T$ et à T_d la valeur $0,1 T$ et à K_p une valeur supérieure à celle qui a donné des oscillations. Ex: $X_p = 3 \%$. Enregistrer les résultats.

- Changer la valeur de T_d en lui donnant la valeur $T_d = 0,5 T$ et enregistrer la réponse.

- Répéter la première expérience en donnant à T_i la valeur $T_i = 0,1T$ et ensuite $T_i = 10 T$ (toujours avec $X_p = 3 \%$ et $T_d = 0,1T$) ; en principe la réponse optimale est obtenue pour les valeurs de T_i et T_d telles que $T_i = 0,9T$ et $T_d = 0,1T$.

5-4 : Discussion des résultats :

Tous les résultats obtenus, en appliquant la méthode expérimentale citée avant, apparaissent sur les courbes enregistrées. Néanmoins, pour comparer entre la théorie et l'expérience, et afin de voir l'effet de chaque action de régulation sur le comportement du processus, il est bon de tenter de tirer des conclusions à partir de ces courbes, conclusions qui mettraient plus en valeur les résultats obtenus.

5-4-1 : Régulation proportionnelle :

Conformément au principe de la méthode choisie, nous avons d'abord essayé d'obtenir des oscillations en réduisant la bande proportionnelle X_p à sa plus faible valeur (ou en augmentant K_p). La valeur $X_p = 1\%$ ne nous ayant pas donné d'oscillations, nous avons été obligés de descendre en dessous de la graduation zéro de la bande proportionnelle pour avoir des oscillations. La période de ces dernières est de 2,5 minutes. Nous augmentons alors X_p et obtenons les résultats suivants, consignés dans le tableau 1.

X_p (%)	écart maxi.		Erreur statique		tps de réponse (mini.)	D_1 °C	D_2 °C	$\frac{D_2}{D_1}$ %
	(°C)	%	(°C)	%				
1	3	5	0,65	1	3,5	2,35	0,15	6,3
3	2,9	4,8	1,4	2,3	3	1,5	0,2	13
5	3,5	5,8	2,6	4,3	2,5	0,9	0,2	22
10	4,9	8,1	4,9	8,1	2,6	-	-	-

Tableau 1 - résultats de la régulation P.

$D_1 = 1^\circ$ dépassement, $D_2 = 2^\circ$ dépassement.

Le temps de réponse est, par définition, le temps au bout duquel le système ne s'écarte pas plus de 5% de son régime permanent (erreur statique).

La valeur finale est définie par rapport à l'origine. Pour ce qui nous concerne, nous avons toujours, en raison de la non linéarité du système, travaillé dans une seule zone: entre 50°C et 60°C. Nous avons laissé le système se stabiliser à la température 50°C puis avons appliqué un échelon de 10°C pour amener le système à la température 60°C.

Donc, pour calculer le temps de réponse, nous prenons 5% de la valeur finale de la réponse augmentée de 10°C, car l'origine est en 50°C, qui est donc le point zéro.

Valeur optimale de X_p :

Le tableau 1 est ^{clair} Nous y voyons notamment que $X_p=1\%$ donne la plus faible erreur statique et un écart maximal assez bon par rapport à celui obtenu pour les autres valeurs de X_p . Le temps de réponse est, quant à lui, le plus grand. Pour déterminer la valeur optimale de X_p , nous devons nous baser sur les trois critères:

- Bon amortissement

- Temps de réponse faible

- Erreur statique la plus faible possible (précision)

On est alors ramené au dilemme stabilité-précision car nous avons, dans le tableau, des valeurs de X_p qui ne répondent qu'à un seul des trois critères énoncés. En effet, $X_p=1\%$ donne une erreur statique et un écart max. faibles, mais un grand temps de réponse.

Pour $X_p=5\%$ donne un temps de réponse faible mais un grand écart statique. Il en est de même pour les autres cas.

Pour trancher la question, on examine le rapport des dépassements; on voit tout de suite que ce rapport est le faible et qu'il obéit largement au rapport toléré de 20%.

Donc:

$$X_{p_{opt}} = 1\%$$

Remarque : les résultats obtenus nous amènent à faire la remarque que l'amplificateur de l'action proportionnelle est assez faible surtout dans la zone des faibles X_p (K_p grand).

En effet, le fait que nous ayons été obligés de descendre au dessous de la graduation zéro du bouton de réglage montre que les valeurs de X_p dans cette zone sont plutôt grands par rapport à la graduation (K_p plutôt faible) ; alors qu'ils devraient normalement donner des oscillations ($X_p = 1\%$ par exemple) ; on a au contraire des réponses bien amorties. De plus, l'étalonnage fait pour certaines valeurs, de X_p (10%, 50 %, 60 %,) montre que les dernières correspondent de près aux valeurs indiquées sur la graduation et que ce sont les faibles valeurs de X_p qui sont quelque peu erronées.

5-4-2 : Régulation proportionnelle et par dérivation:

Le réglage effectué à partir de la période d'oscillation ($\frac{P}{2,5}$ minutes) portaient essentiellement sur deux valeurs de la constante de temps de dérivation : $T_d = \frac{P}{20} = \frac{2,5}{20} = 0,125$ et $T_d = \frac{P}{10} = \frac{2,5}{10} = 0,25$ min.

Les résultats donnés par cette action de régulation sont consignés dans le tableau 1.

X_p (%)	T_d (min.)	Erreur statique (°C)	%	Ecart max (°C)	%	tps de réponse (min.)
1%	0,125	oscillat. autour de 0,75°C	1,2	3,9	6,5	4,3
	0,25	oscillat. autour de 1°C	1,6	3,9	6,5	4,3
3%	0,125	1,4	2,3	2,5	4,1	2,8
	0,25	1,5	2,5	2,7	4,5	3
5%	0,125	2,5	4,1	2,5	4,1	2,7
	0,25	2,2	3,6	2,2	3,6	1,7
10%	0,125	4,7	7,8	4,7	7,8	4
	0,25	4,4	7,3	4,4	7,3	4

Tableau 1 - résultats de la régulation PD.

Conclusions :

- La valeur $X_p = 1\%$ nous donne des oscillations et ne saurait être prise comme valeur optimale.

- En examinant le reste du tableau, on constate que $X_p = 3\%$ donne la plus faible erreur statique, le plus faible temps de réponse et la plus faible écart maximal avec celui de $X_p = 5\%$. Mais cette dernière donne un écart statique plus grand. Il en est de même pour la valeur $X_p = 10\%$.

La valeur optimale de T_d est difficile à déterminer vu que l'on obtient à peu près les mêmes résultats pour les deux valeurs. Toutefois, puisque c'est $X_p = 3\%$ qui est optimale, nous en déduisons la valeur de T_d optimale en examinant la réponse du système aux deux valeurs; 0,125 min. et 0,25 min. en comparant les résultats.

On constate que pour $T_d = 0,125$ min., l'erreur statique est de $1,4^\circ\text{C}$ alors qu'elle est de $1,5^\circ\text{C}$ pour $T_d = 0,25$ min. (ce n'est pas très différent d'ailleurs). L'écart maximal et le temps de réponse sont aussi plus faibles pour $T_d = 0,125$ min. que pour $T_d = 0,25$ min.

Donc : $X_{p\text{opt}} = 3\% \quad T_{d\text{opt}} = 0,125$ min.

Comparaison des régulations P et PD

La théorie veut que l'introduction d'une action de dérivation diminue le temps de réponse du système et augmente sa stabilité. Pour l'erreur statique, l'action D n'a aucune influence sur cette dernière vu que l'expression de cette erreur statique est la même que pour la régulation proportionnelle, la constante de dérivation n'intervenant pas.

Voyons ce qu'il en est dans la réalité en examinant le tableau suivant, qui résume les résultats donnés par la régulation proportionnelle plus dérivée (tableau 2).

X_p (%)	Régulation proportionnelle			Régulat. propert. + dérivé $T_d = 0,125 \text{ min.}$		
	Erreur sta- tique (°C)	Ecart max. (°C)	temps de réponse (min.)	Erreur statique (°C)	Ecart max. (°C)	temps de réponse (min.)
1	0,65 (1%)	3 (5%)	3,5	oscill. autour de 0,75 °C	3,9 (6,5%)	4,3
3	1,4 (23%)	2,9 (4%)	3	1,4 (23%)	2,5 (4%)	2,8
5	2,6 (4,3%)	3,5 (5,8%)	2,5	2,5 (4%)	2,5 (4%)	2,7
10	4,9 (8,1%)	4,9 (8%)	2,6	4,7 (7,8%)	4,7 (7,8%)	4

Tableau 2 : comparaison des régulations P et PD

Nous constatons que :

- L'erreur statique est du même ordre de grandeur pour les 2 types de régulation, ceci était prévisible.

- Le temps de réponse est plus grand pour l'action PD que pour P sauf pour 5 % où c'est le même ordre de grandeur. Ceci est contraire à la théorie puisque cette dernière prévoit une rapidité plus grande pour PD que pour P; Nous pensions que ce fait est essentiellement dû à ce que, comme nous l'avions fait remarquer, l'amplification pour les petites valeurs de X_p est assez faible. Il faudrait alors étalonner complètement le régulateur à action proportionnelle point par point et indiquer sur la graduation existante, les valeurs données par l'étalonnage. Ceci n'est pas possible car la graduation est située à l'intérieur de l'appareil et, de plus, cette graduation n'est pas précise entre $X_p = 0$ et $X_p = 10$ % puisque l'on va de $X_p = 0$ % directement à $X_p = 5$ % puis à 10%. Indiquons à titre de remarque que la régulation PD n'est généralement pas prévue pour les régulations de température.

5-4-3 : Régulation proportionnelle et par intégration

La méthode suivie nous conduisait à prendre pour la constante de temps d'intégration la valeur de la période d'oscillation $P = 2,5$ min. et à comparer la réponse à celles données par d'autres valeurs de T_i , plus faibles ou plus grandes que $P = 2,5$ min.

Nous avons constaté que $T_i = 2,5$ min. ne réduisant pas de manière efficace l'erreur statique dans presque tous les cas et, en cherchant aux environs immédiats de $T_i = 2,5$ min., nous avons trouvé que $T_i = 2$ min. donnait de meilleurs résultats. On a enregistré aussi la réponse du système à deux valeurs de T_i , l'une inférieure, l'autre supérieure à $T_i = 2,5$ min soit $T_i = 0,8$ min. et $T_i = 4$ min. Le tableau donne les résultats obtenus :

X_p (%)	T_i (min)	Erreur stat. (°C)	écart max (°C)	temps de réponse (min.)
3	0,8	1,3 (2%)	6 (10%)	5,7
	2	0,2 (0,3%)	4 (6,7%)	5
	4	2,9 (4%)	6 (10%)	4,3
1	0,8	oscill. autour de 1,25 (2%)	4,6 (7%)	10,8
	2	oscill. autour de 1,25°C (2%)	4,8 (8%)	4,5
	4	oscill. autour de 2,5°C (4%)	6 (10%)	4,7
5	0,8	1,2 (2%)	6,3 (10%)	8
	2	0,1 (0,1%)	4 (6,7%)	5
	4	2,8 (4%)	4,8 (8%)	3,4
10	0,8	1,2 (2%)	7,8 (13%)	14
	2	0,3 (0,5%)	4,2 (7%)	5,4
	4	2,5 (4%)	4,8 (8%)	5,3

Tableau 1 : résultats de la régulation proportionnelle plus intégrale.

Conclusions :

- La valeur optimale de T_i est celle qui annulera l'erreur statique ou tout au moins la réduira le plus et donnera aussi un temps de réponse satisfaisant. Nous constatons que $T_i = 2$ min. est celle qui donne la plus faible erreur statique avec un temps de réponse moyen par rapport à celui donné par les autres valeurs de T_i .

- $T_i = 4$ min. donne le plus faible temps de réponse mais l'erreur statique y est trop grande et l'action intégrale pour cette valeur de T_i ne joue pas donc un rôle important. Quant à $T_i = 0,8$ min., on obtient avec cette valeur un écart maximal important, un temps de réponse assez long et une erreur statique plus grande que celle de $T_i = 2$ min.

Nous dirons donc que c'est $T_i = 2$ min. qui est la meilleure des trois valeurs de la constante de temps d'intégration.

- Pour le paramètre optimal X_p , il est déterminé en sélectionnant dans le tableau, parmi tous les X_p , celui qui, pour $T_i = 2$ min., donne la meilleure réponse. On s'appuiera pour cela, sur les critères de base énoncés :

- $X_p = 1\%$ donne des oscillations autour de $1,25^\circ\text{C}$ et un temps de réponse de 4,5 min., c'est à dire le plus faible.

- $X_p = 3\%$: erreur statique supérieure à celle de $X_p = 5\%$ mais inférieure à celle de $X_p = 10\%$. Le temps de réponse est du même ordre de grandeur que pour 5 % et 10%.

- $X_p = 5\%$: erreur statique la plus faible et un temps de réponse du même ordre de grandeur que pour $X_p = 3\%$ et $X_p = 10\%$.

- $X_p = 10\%$ donne une erreur statique plus grande que les autres cas et un temps de réponse voisin de celui de $X_p = 3\%$ et $X_p = 5\%$.

Nous en déduisons alors que $X_p = 5\%$ qui donne une erreur statique plus faible pour un même temps de réponse et un même écart maximal peut être considérée comme la meilleure. Les paramètres optimaux du régulateur PI seront donc :

$$X_{p\text{opt.}} = 5\% \quad , \quad T_{i\text{opt.}} = 2 \text{ min.}$$

Comparaison des régulations P et PI (tableau 2)

X_p (%)	P			PI $T_i = 2 \text{ min}$		
	Erreur statique ($^\circ\text{C}$)	Ecart max. ($^\circ\text{C}$)	temps de réponse (min.)	Erreur statique ($^\circ\text{C}$)	Ecart max. ($^\circ\text{C}$)	Reps de réponse (min.)
1	0,65 (1%)	3 (5%)	3,5	oscill. autour de $1,25^\circ\text{C}$ (2%)	4,8 (8%)	4,5
3	1,4 (2,3%)	2,9 (4%)	3,5	0,2 (0,3%)	4 (6,7%)	5
5	2,6 (4,3%)	3,5 (5,8%)	2,5	0,1 (0,1%)	4 (6,7%)	5
10	4,9 (8,1%)	4,9 (8,1%)	2,6	0,3 (0,5%)	4,2 (7%)	5,4

tableau 2 : comparaison des régulations P et PI. .../...

Nous voyons donc que la régulation PI introduit des avantages certains par rapport à la régulation P. En effet, l'erreur statique est réduite considérablement dans tous les cas. Le cas $X_p = 10\%$ illustre bien ceci car nous constatons que l'erreur statique est passée de $4,9^\circ\text{C}$ pour la régulation P, $0,3^\circ\text{C}$ pour l'action PI.

Pour le temps de réponse, il était prévisible qu'il serait plus grand pour la régulation PI que pour P du fait de la présence de l'action intégrale qui, essayant de réduire l'écart, rapproche le lieu de transfert du système du point critique $(-1,0)$ dans le plan de Nyquist, d'où une tendance à l'instabilité et donc à un temps de stabilisation assez long.

Toujours est il que la précision est augmentée de façon marquée.

5-4-4 : Régulation proportionnelle, par intégration et par dérivation.

La combinaison de l'action I et D avec l'action P devrait, en principe, réunir les avantages de ces deux actions à savoir :

- Précision plus grande (erreur statique faible)
- Temps de réponse faible (stabilité rapide).

Le tableau 1 nous donne les résultats obtenus dans ce mode de régulation.

N.B. Nous avons enregistré la réponse du système pour les paramètres T_i et T_d tels que $T_i = 0,9 P$ et $T_d = 0,1P$ (période d'oscillation = $2,5$ min.), conformément à la méthode de réglage suivie puis nous essayerons de changer la valeur de ces paramètres pour voir l'influence apportée à la réponse.

X_p (%)	T_i (m.)	T_d (m.)	Erreur statique (°C)	Ecart max. (°C)	tps de réponse
1	2	1,25	oscil. aut. de $0,55^\circ\text{C}$ (0,9%)	3,9 (6,5%)	5,3
	2	0,25	oscil. aut. de $0,75^\circ\text{C}$ (1,2%)	3,9 (6,5%)	-(1)
	0,25	0,25	oscil. aut. de $0,6^\circ\text{C}$ (1%)	4,1 (7%)	-(2)
3	2	1,25	oscil. aut. de $0,75^\circ\text{C}$ (1,2%)	4 (6,7%)	6
	2	0,25	oscil. aut. de $0,55^\circ\text{C}$ (0,9%)	2,5 (4%)	3,1
	0,25	0,25	oscil. aut. de $-0,5^\circ\text{C}$ (0,8%)	3,1 (5,1%)	6
5	2	1,25	oscil. aut. de $0,50^\circ\text{C}$ (0,8%)	3,5 (5,8%)	6
	2	0,25	0	0,9 (15%)	2,3
	0,25	0,25	oscil. autour de 0	3,5 (5,8%)	4,9
10	2	1,25	oscil. d'amplt. \neq	2,3 (4%)	-(1)
	2	0,25	0	1,2 (2%)	6,5
	0,25	0,25	- 0,1 (0,16 %)	3,5 (5,8%)	5,2

- (1) oscillations d'amplitude égales d'abord puis différentes.
(2) la plage des $\pm 5\%$ est dépassée.

Conclusions : A part la valeur $X_p=1\%$, nous constatons que dans tous les cas, $T_i=2$ min. et $T_d=0,25$ min., sont les valeurs de T_i et T_d qui donnent au régulateur le meilleur fonctionnement.

En effet, pour ($T_i=2$ min, $T_d=1,25$ min;), et ($T_i=0,25$ min $T_d=0,25$ min.), on a des oscillations dans tous les cas sauf pour $X_p=10\%$ où alors l'erreur statique est beaucoup plus grande que pour $T_i=2$ min. et $T_d=0,25$ min.

$T_i=2$ min. et $T_d=0,25$ min. donnent aussi la plus faible erreur statique et le plus petit écart maximal. Le temps de réponse est aussi le plus court dans les cas où il peut y avoir comparaison, sauf pour $X_p=10\%$.

Nous concluons facilement que $T_i=2$ min. et $T_d=0,25$ min sont les meilleurs réglages du régulateur PID pour ce qui concerne les actions I et D.

Quant à la bande proportionnelle, il est aisé de voir que $X_p=5\%$ donne :

- La plus faible erreur statique avec celle de $X_p=10\%$.
- Le plus petit écart maximal,
- Le temps de réponse le plus court.

.../...

D'où la conclusion:

$$X_{p_{opt.}} = 5\% , T_{i_{opt.}} = 2 \text{ min.} , T_{d_{opt.}} = 0,25 \text{ min.}$$

Le tableau 2 nous permettra de faire une comparaison des quatre types de régulation.

X_p (%)	P			PD $T_d = 0,125 \text{ min.}$			PI $T_i = 2 \text{ min.}$			PID $T_i = 2 \text{ min.}, T_d = 0,25 \text{ min.}$		
	Erreur Stat. (°C)	Ecart max. (°C)	tps de répons. (min.)	Erreur stat. (°C)	Ecart max. (°C)	tps de répons. (min.)	Erreur stat. (°C)	Ecart max. (°C)	tps de répons. (min.)	Erreur stat. (°C)	Ecart max. (°C)	tps de répons. (min.)
1	0,65 (1%)	3 (5%)	3,5	oscil. aut. de 0,75 °C (1,2%)	3,9 (6,5%)	4,3	oscil. aut. de 1,25 °C (2%)	4,8 (8%)	4,5	oscil. aut. de 0,75 °C (1,2%)	3,9 (6,5%)	-
3	1,4 (2,3%)	2,9 (4%)	3	1,4 (2,3%)	2,5 (4%)	2,8	0,2 (0,3%)	4 (6,7%)	5	0,55 (0,9%)	2,5 (4%)	3,1
5	2,6 (4,3%)	3,5 (5,8%)	2,5	2,5 (4%)	2,5 (4%)	2,7	0,1 (0,1%)	4 (6,7%)	5	0	0,9 (1,5%)	2,3
10	4,9 (8,1%)	4,9 (8,1%)	2,6	4,7 (7,8%)	4,7 (7,8%)	4	0,3 (0,5%)	4,2 (7%)	5,4	0	1,2 (2%)	6,5

tableau 2 : comparaison des 4 types de régulation.

Nous voyons que conformément à la théorie, la régulation PID réunit les avantages de l'action intégrale et de l'action dérivée.

En effet, dans tous les cas, l'erreur statique est la plus faible pour PID que pour les autres actions, sauf pour $X_p = 1\%$ où on a des oscillations.

L'écart maximal est, aussi réduit fortement pour $X_p = 5$ et 10% et il est, du même ordre de grandeur pour $X_p = 3\%$ (action PD) et supérieur pour $X_p = 1\%$ (action P.). Ceci résulte de la présence de l'action I.

Le temps de réponse est en général inférieur à celui de PI (.) mais il est supérieur à celui de l'action P pour la raison que la présence de l'action I tend à prolonger le temps de stabilisation (.). La présence de la composante D dans le régulateur PID diminue le temps de réponse de celui ci par rapport au régulateur PI sauf le cas $X_p = 10\%$ où l'action D n'a pas joué son rôle de stabilisateur.

L'erreur statique est ici la plus faible puisqu'elle est dans certains cas nulle. L'action I a donc joué son rôle pleinement.

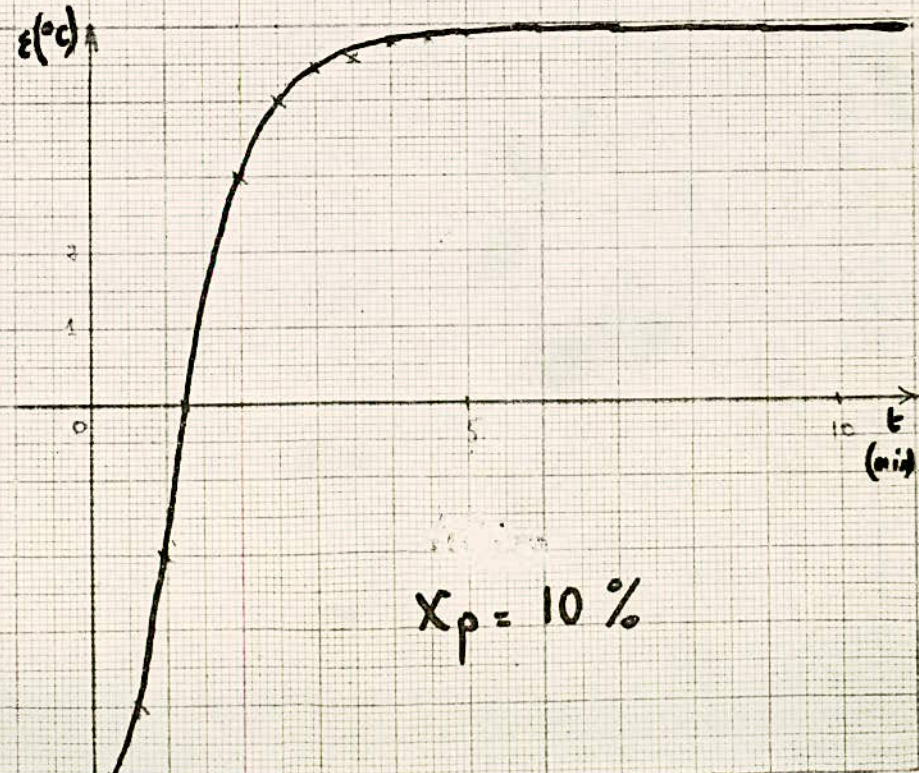
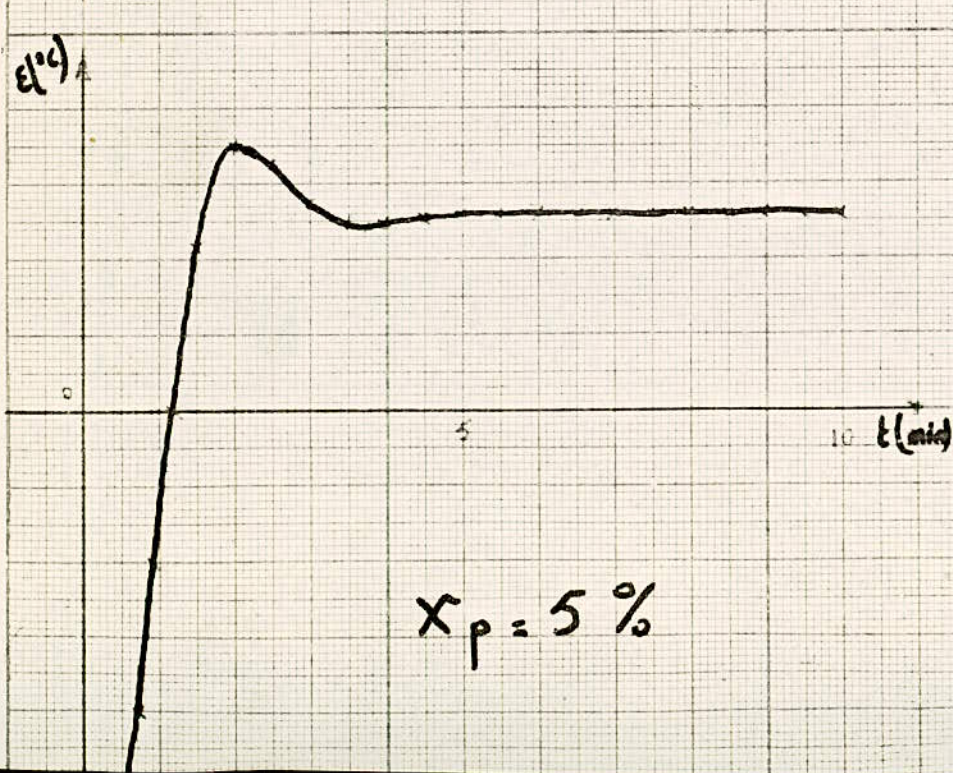
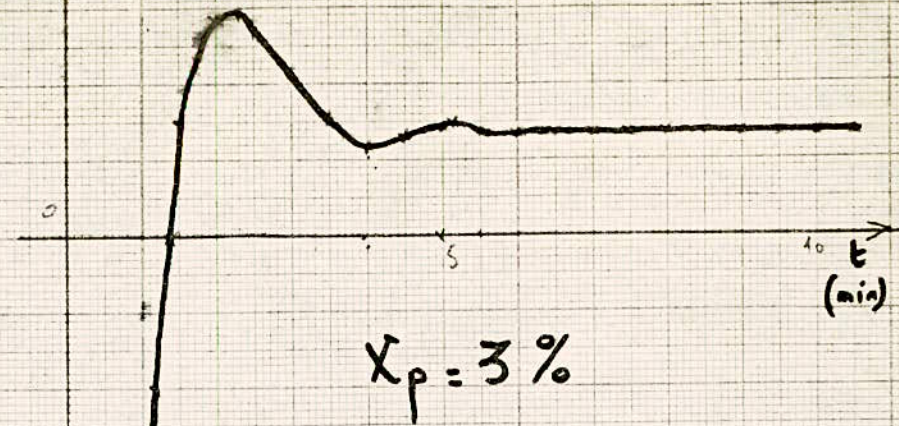
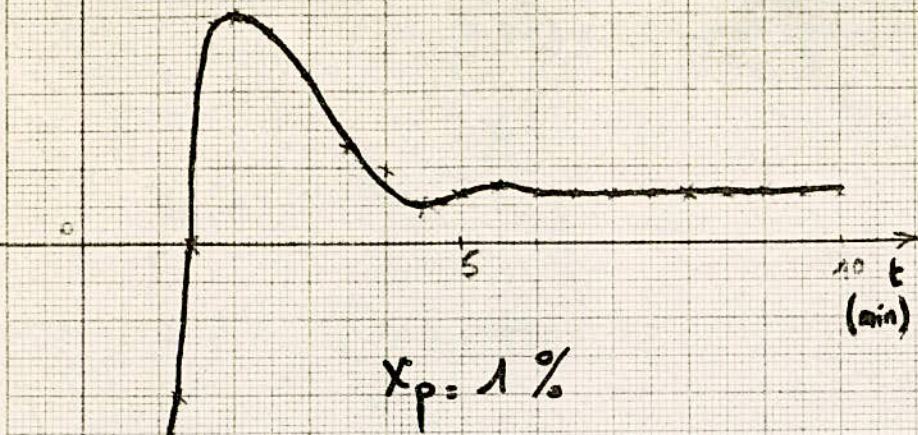
Le rôle du PID étant surtout d'annuler ou, tout au moins, de réduire l'erreur statique, nous dirons que, pour ce qui concerne le régulateur étudié, les résultats obtenus sont satisfaisants. Le temps de réponse n'est pas un critère de qualité pour ce type de régulateur puisque l'on savait d'avance que la composante I tendrait à prolonger ce temps de réponse. Il est néanmoins utile de remarquer que, dans certains cas, par exemple $K_p = 5\%$, le temps de réponse est quand même faible par rapport aux autres types de régulation.

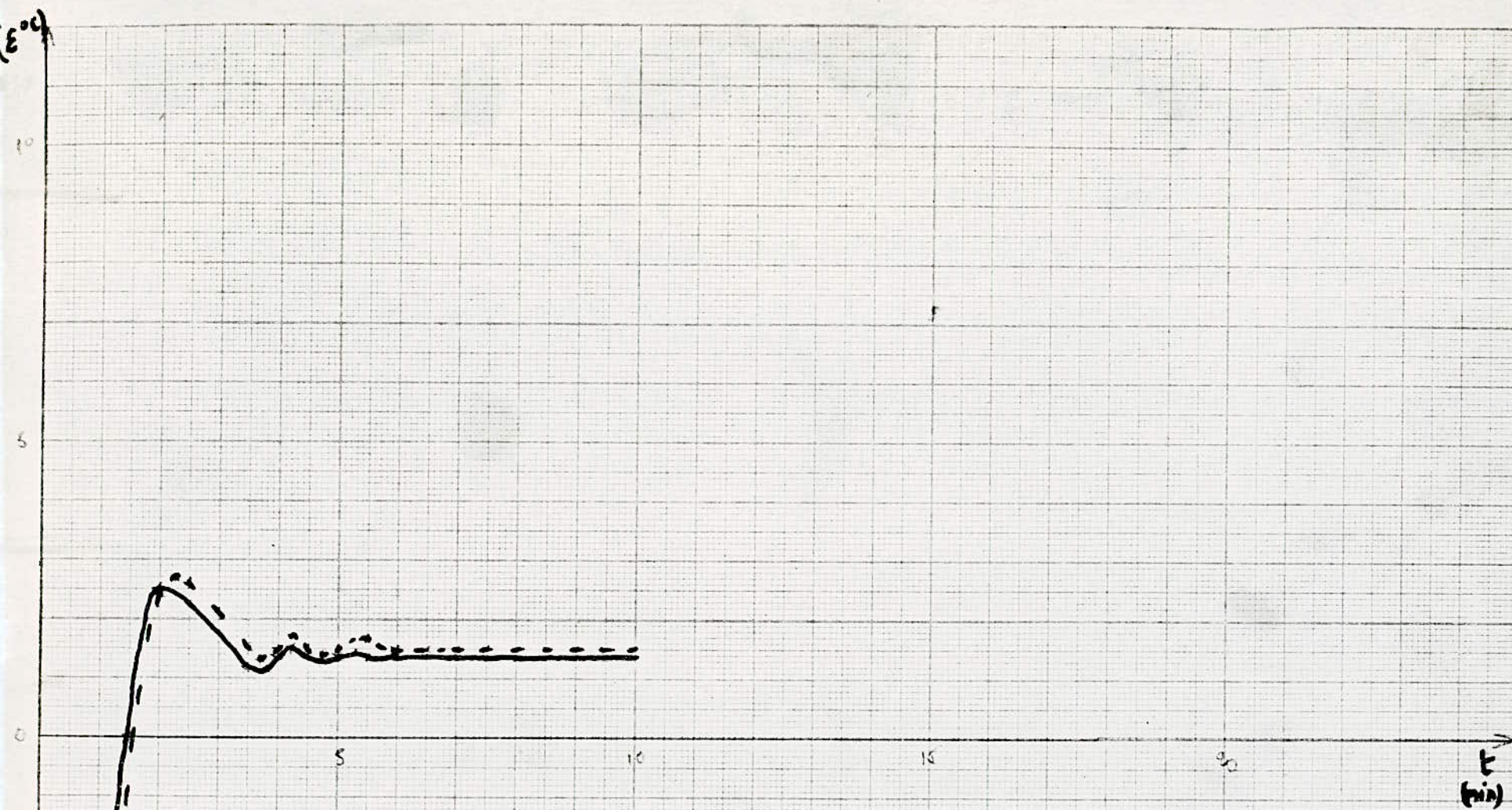
L'erreur statique est ici la plus faible puisqu'elle est dans certains cas nulle. L'action I a donc joué son rôle pleinement.

Le rôle du PID étant surtout d'annuler ou, tout au moins, de réduire l'erreur statique, nous dirons que, pour ce qui concerne le régulateur étudié, les résultats obtenus sont satisfaisants. Le temps de réponse n'est pas un critère de qualité pour ce type de régulateur puisque l'on savait d'avance que la composante I tendrait à prolonger ce temps de réponse. Il est néanmoins utile de remarquer que, dans certains cas, par exemple $K_p = 5\%$, le temps de réponse est quand même faible par rapport aux autres types de régulation.

L'erreur statique est ici la plus faible puisqu'elle est dans certains cas nulle. L'action I a donc joué son rôle pleinement.

Régulation Proportionnelle

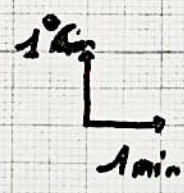


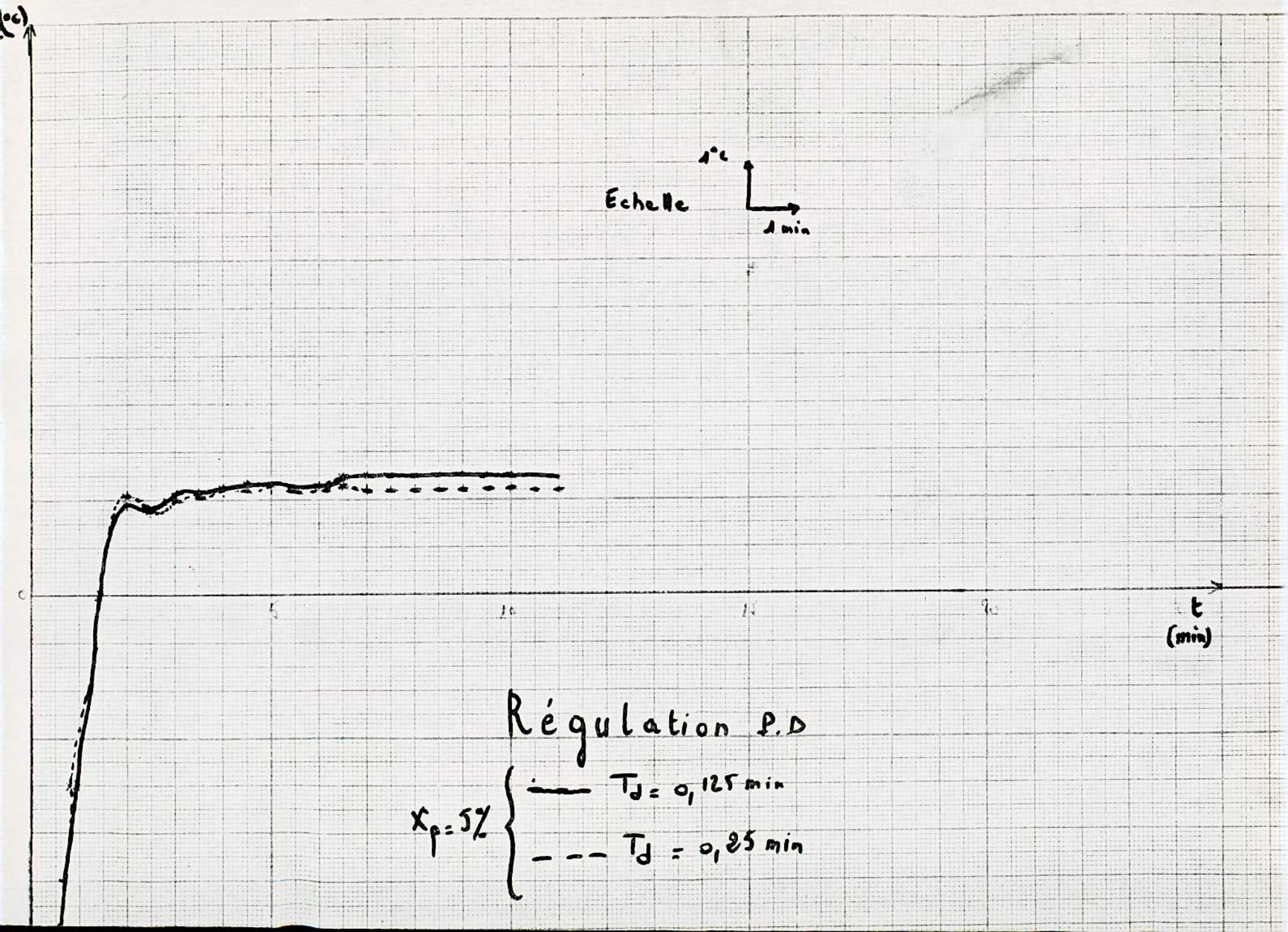


Régulation P.D

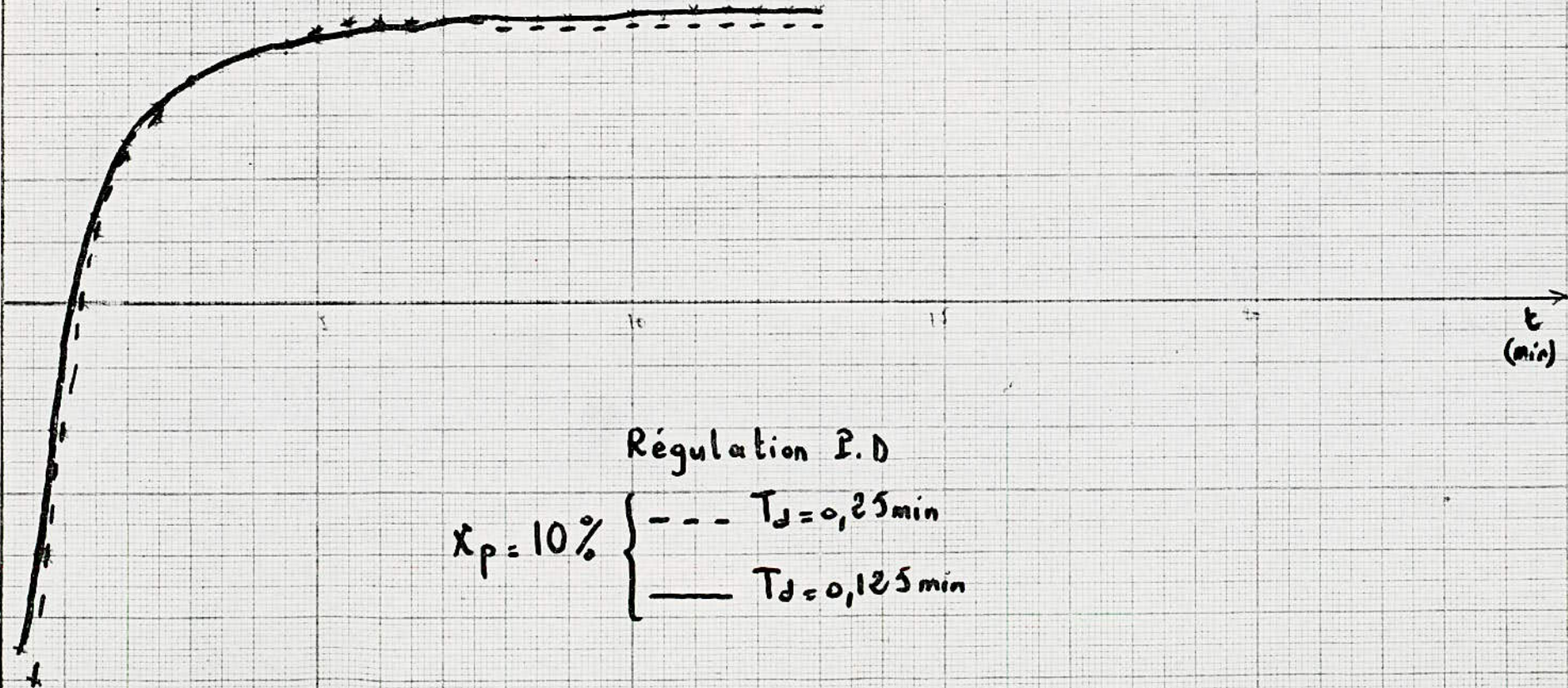
$x_p = 3\%$ {

- - - $T_d = 0,25 \text{ min}$
- $T_d = 0,125 \text{ min}$



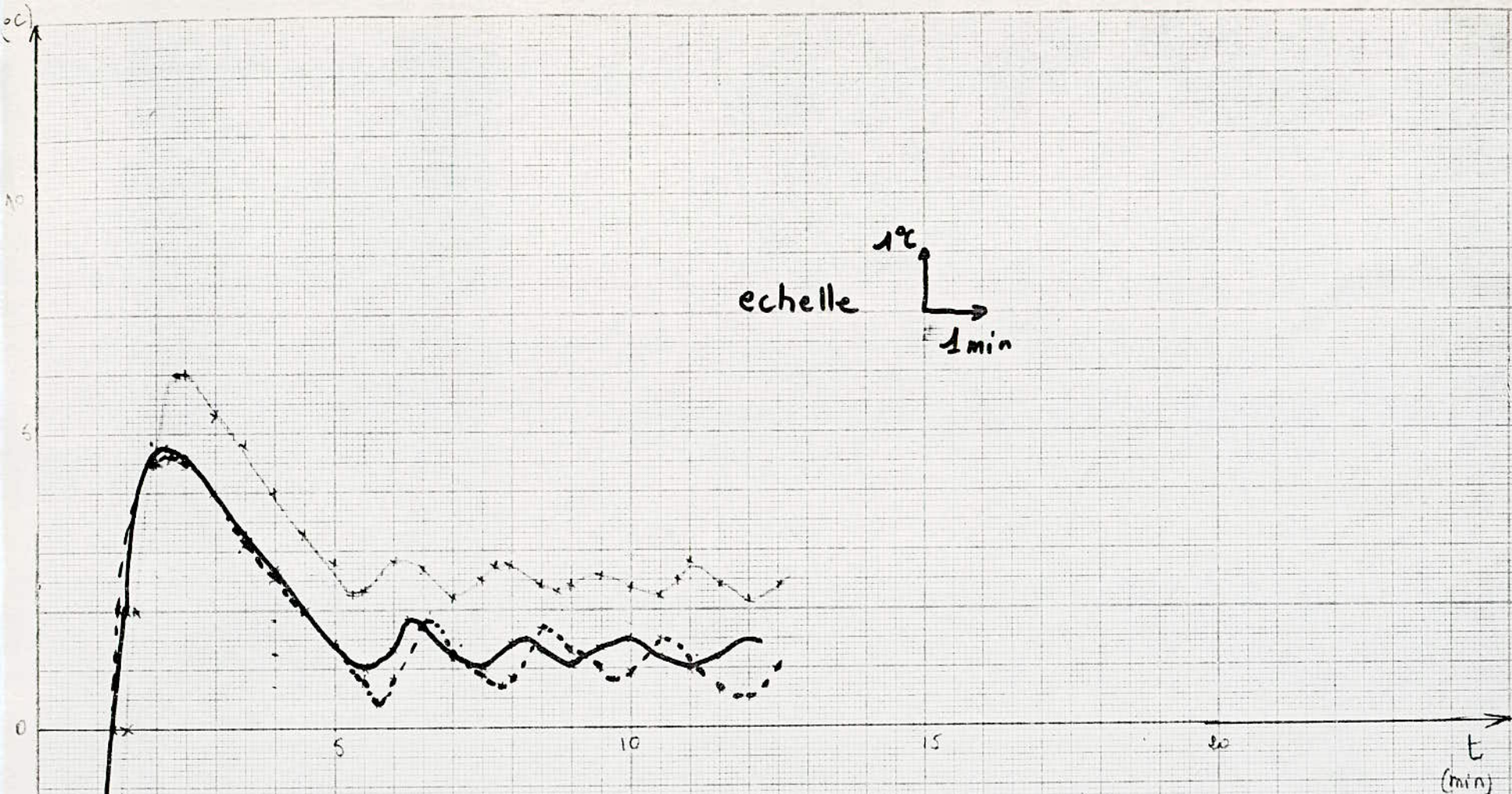


Echelle



Régulation P.D

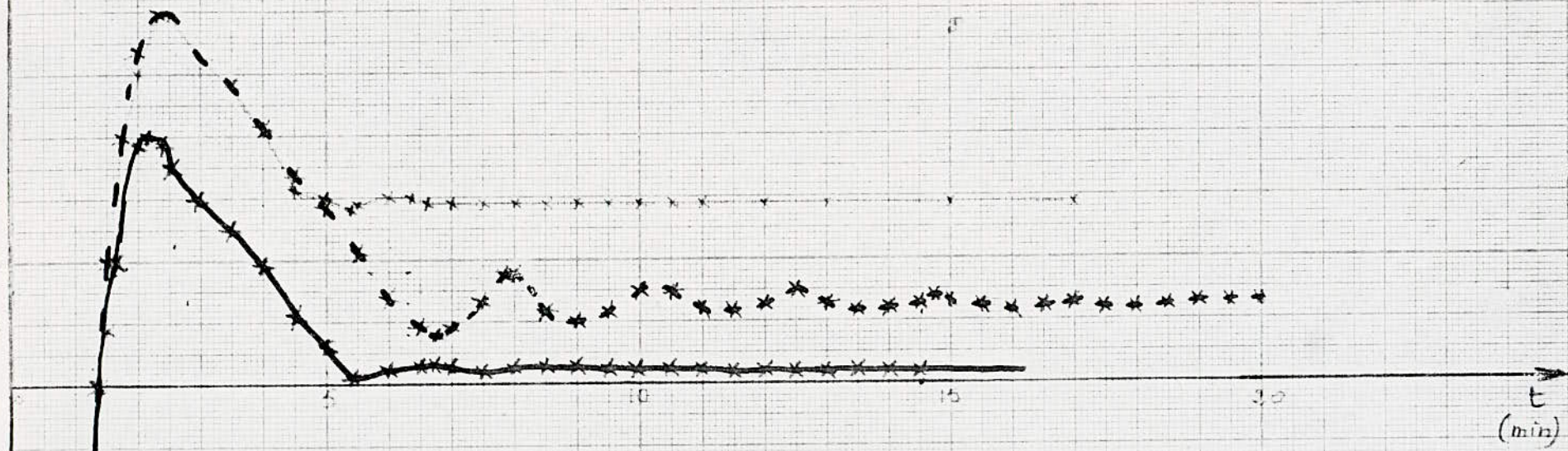
$x_p = 10\%$ {
--- $T_D = 0,25\text{min}$
— $T_D = 0,125\text{min}$



Régulation PI

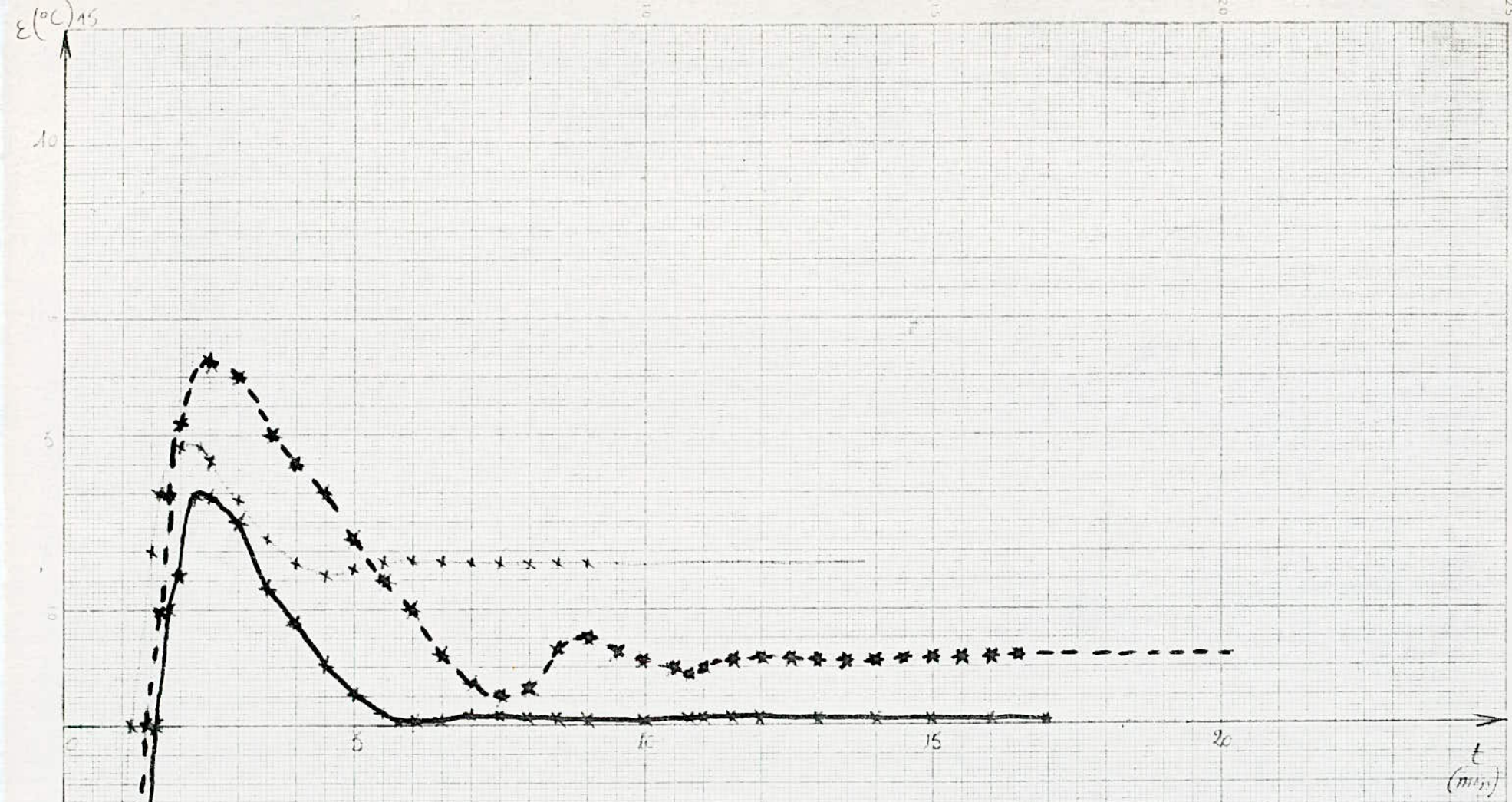
$K_p = 1\%$

- - - $T_i = 0,8 \text{ min}$
- $T_i = 2 \text{ min}$
- ... $T_i = 4 \text{ min}$



Régulation PI
 $X_p = 3\%$ et $\left\{ \begin{array}{l} \text{---} T_i = 0,8 \text{ min} \\ \text{—} T_i = 2 \text{ min} \\ \text{-} T_i = 4 \text{ min} \end{array} \right.$

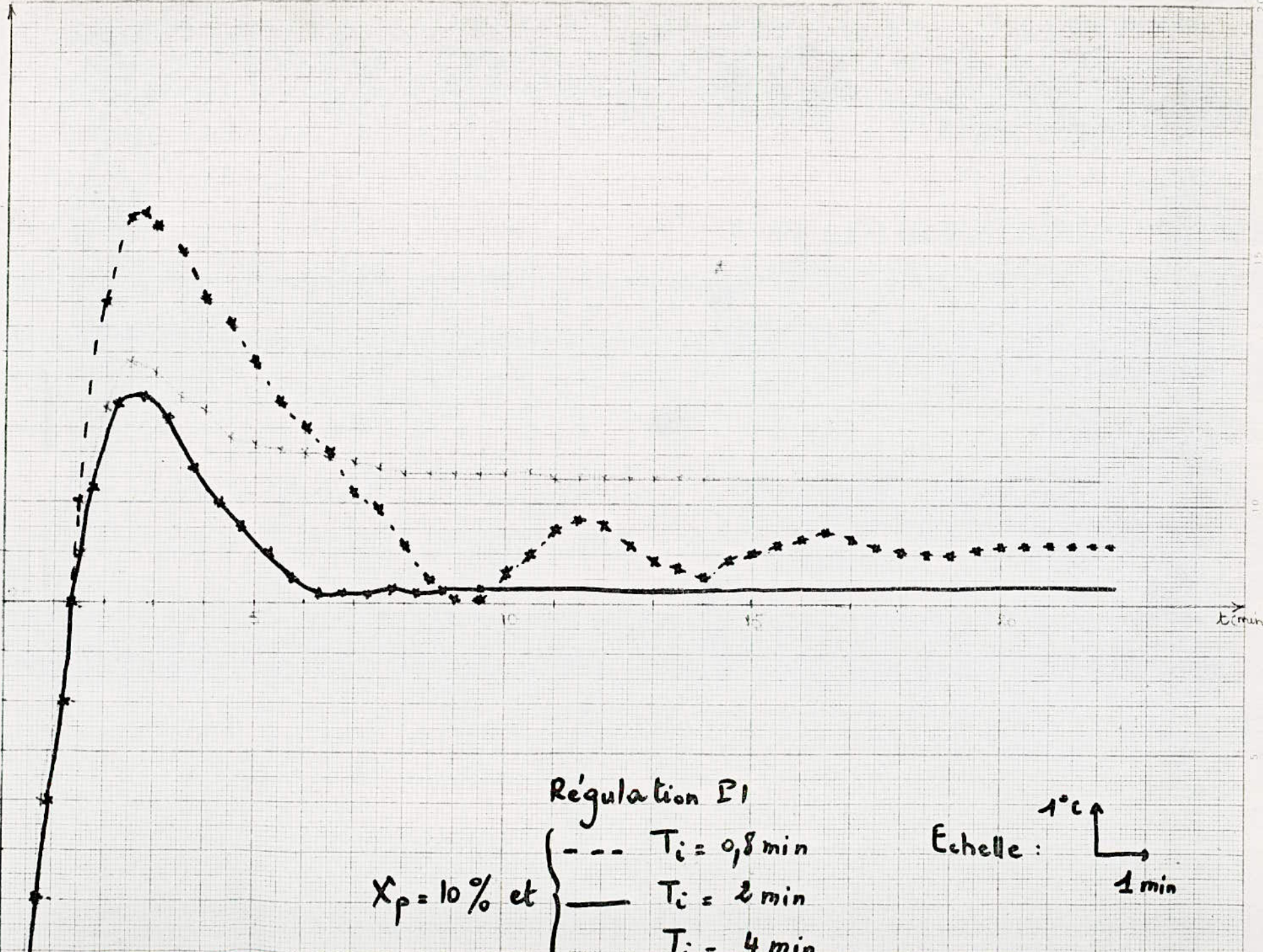
Echelle $\begin{array}{l} \uparrow 1^\circ\text{C} \\ \rightarrow 1 \text{ min} \end{array}$



$\lambda_p = 5\%$ et

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{---} \text{---} \text{---} T_i = 0,8 \text{ min} \\ \text{---} T_i = 2 \text{ min} \\ T_i = 4 \text{ min} \end{array} \right.$$

Echelle : $\begin{array}{l} 1^\circ\text{C} \\ \uparrow \\ \text{---} \\ \rightarrow 1 \text{ minute} \end{array}$

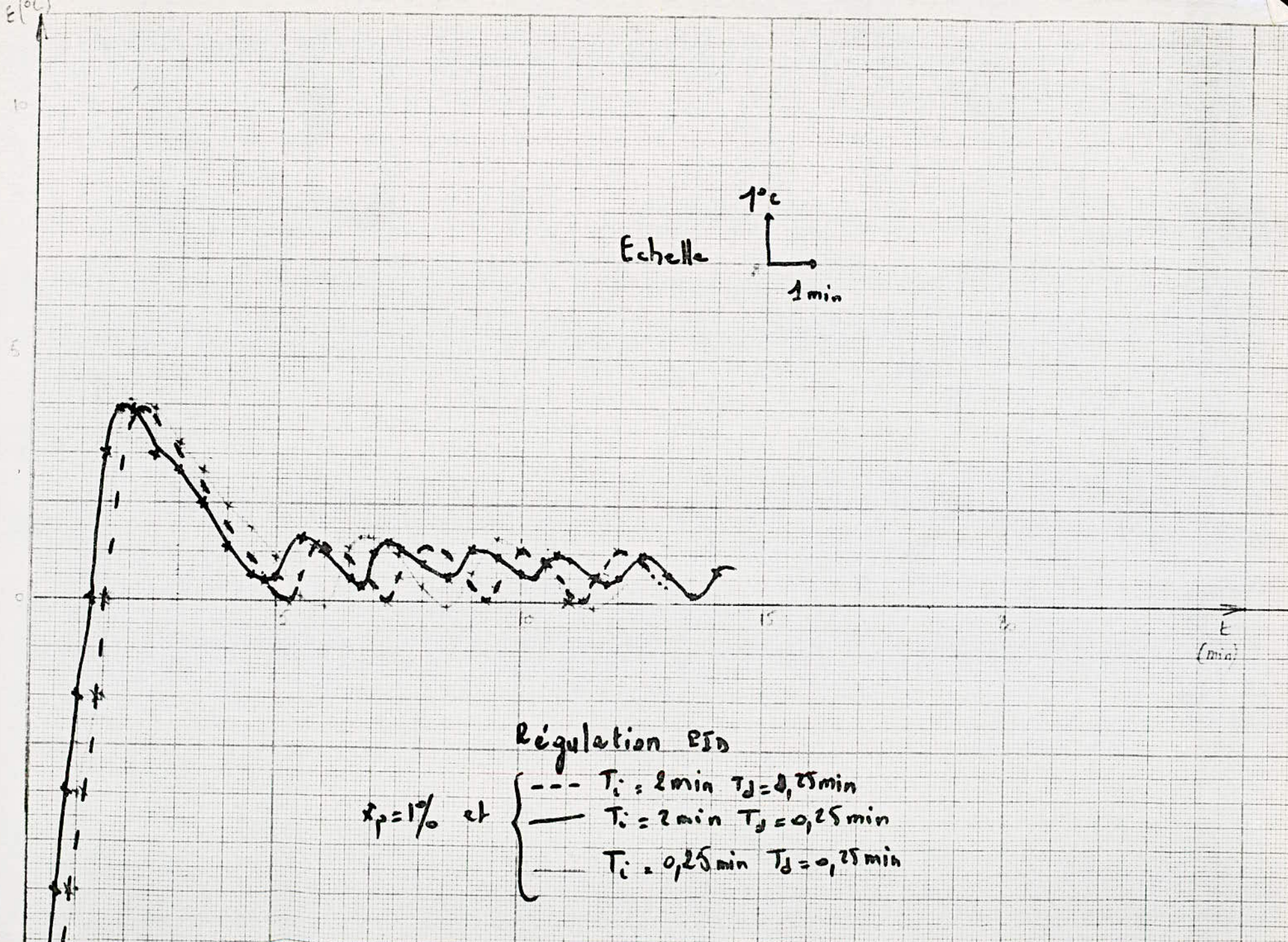


Régulation PI

$X_p = 10\%$ et

- - - $T_i = 0,8 \text{ min}$
- $T_i = 2 \text{ min}$
- $T_i = 4 \text{ min}$

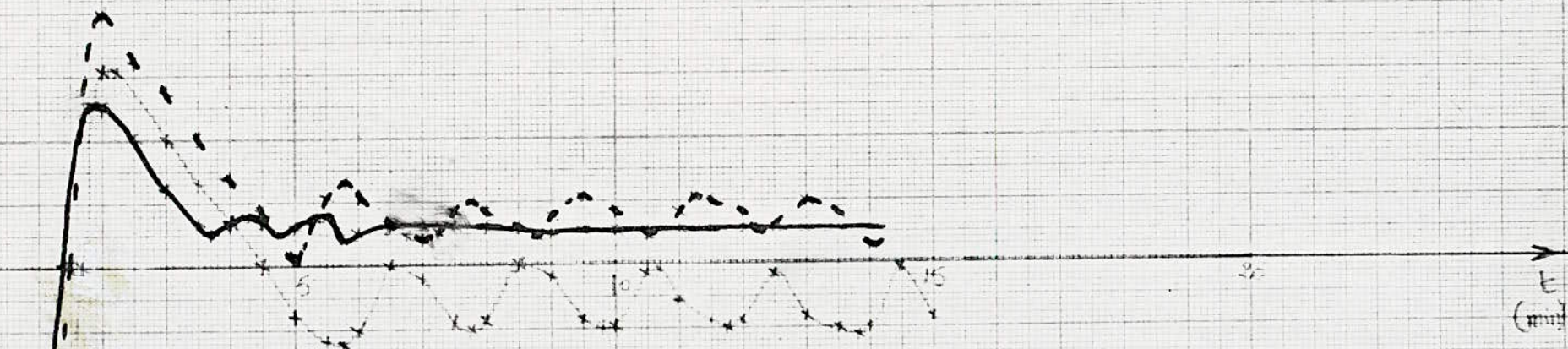
Echelle : 1°C \uparrow
 1 min \rightarrow



Echelle $\begin{matrix} 1^{\circ}\text{C} \\ \uparrow \\ \text{---} \\ \downarrow \\ 1\text{min} \end{matrix}$

Régulation PID

$r_p = 1\%$ et $\left\{ \begin{array}{l} \text{---} \quad T_i = 2\text{min} \quad T_d = 0,25\text{min} \\ \text{---} \quad T_i = 2\text{min} \quad T_d = 0,25\text{min} \\ \text{---} \quad T_i = 0,25\text{min} \quad T_d = 0,25\text{min} \end{array} \right.$



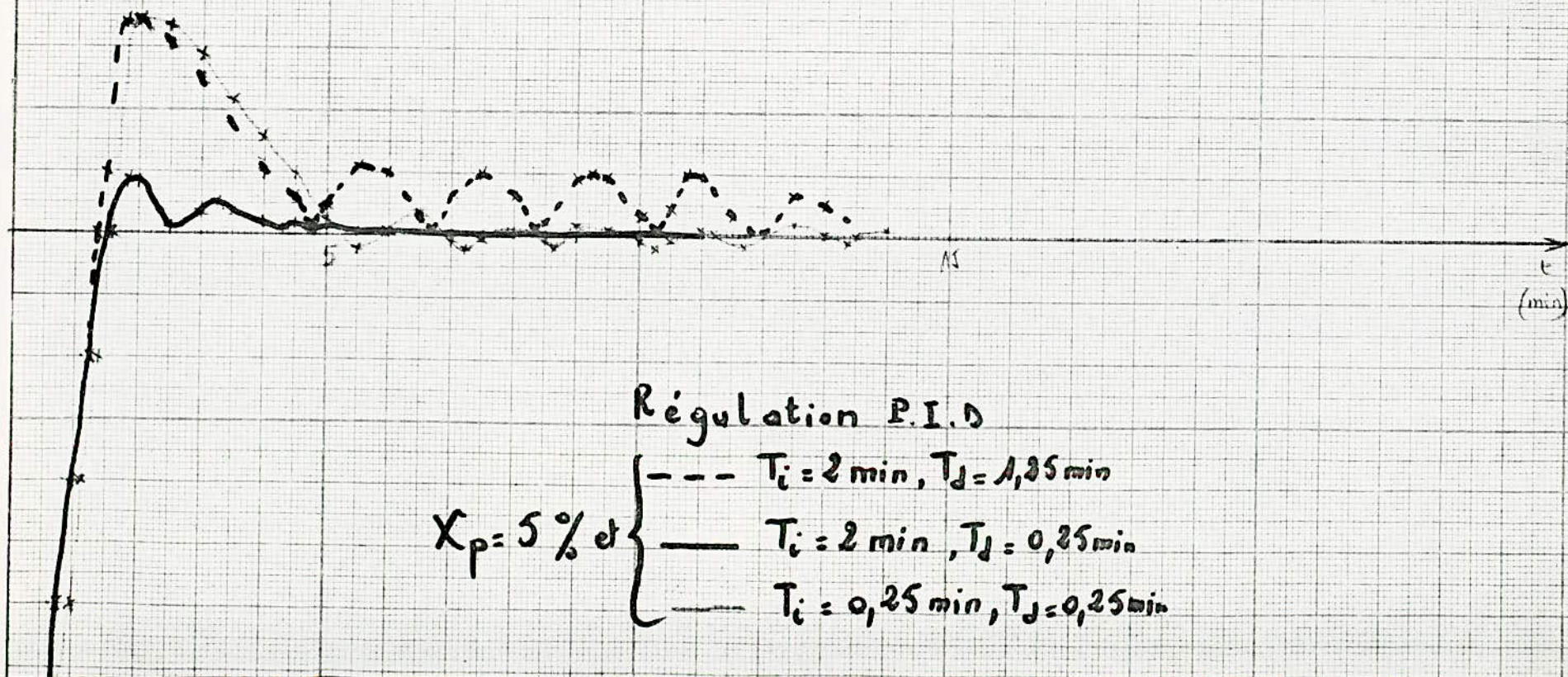
Régulation P.I.D

$X_p = 3\%$ et

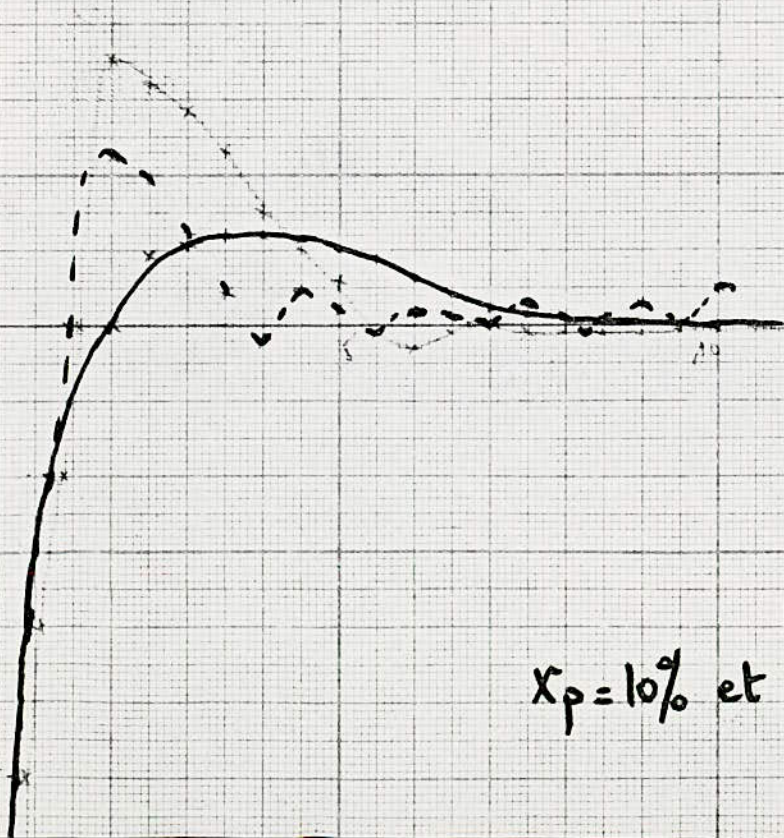
- - - $T_i = 2 \text{ min}, T_d = 1,25 \text{ min}$
- $T_i = 2 \text{ min}, T_d = 0,25 \text{ min}$
- · · $T_i = 0,25 \text{ min}, T_d = 0,25 \text{ min}$

Echelle $\begin{matrix} 1^\circ\text{C} \\ \downarrow \\ 1 \text{ min} \end{matrix}$

Echelle 1°C
 \downarrow
 1min



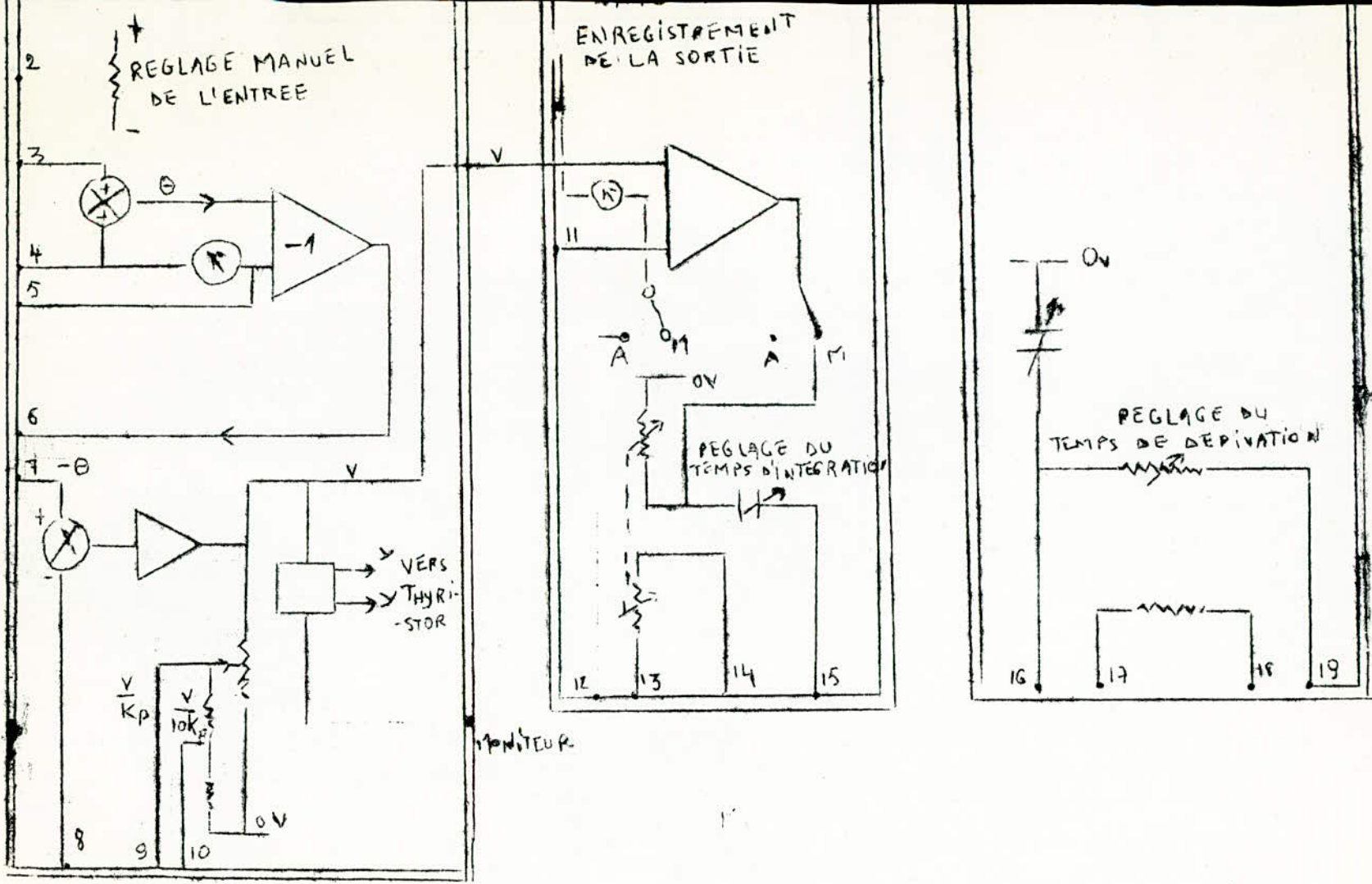
Echelle : $\begin{matrix} \uparrow 1^\circ\text{C} \\ \rightarrow 1\text{min} \end{matrix}$



Régulation PID

$X_p = 10\%$ et

- $T_i = 2\text{min}$ $T_d = 1,25\text{min}$
- $T_i = 2\text{min}$ $T_d = 0,25\text{min}$
- $T_i = 0,25\text{min}$ $T_d = 0,25\text{min}$



REGULATEUR ELECTRONIQUE

Conclusion :

L'étude que nous venons de faire est, à plus d'un titre, intéressante. Elle nous a permis d'aborder le problème, encore à son stade embryonnaire à l'école, de la régulation automatique.

Le régulateur qui se trouve au laboratoire de Génie Chimique peut bien se prêter à plusieurs autres études et des appareils de ce type seraient les bienvenus au département d'électronique.

Nous espérons avoir accompli notre tâche mais souhaitons que d'autres étudiants continuent ce travail car la régulation automatique est un domaine quand même vaste.

—✱✱✱✱✱✱✱✱—

I B L I O G R A P H I E



- 1 - P.NASLIN : Introduction à la théorie de la commande optimale.
- 2 - P.NASLIN.....: Technologie et calcul pratique des systèmes asservis (régulateurs et servomécanismes) DUNOD 1958.
- 3 - J.Ch GILLE,
P.DECAULNE,...: Théorie et calcul des asservissements linéaires DUNOD 1971.
M.PELEGRI
- 4 - M.BAILLY.....: Thermodynamique technique.
2a : production et transfert de la chaleur - écoulements.
- 5 - D.P.CAMPBELL..: La dynamique des processus industriels DUNOD 1961.
- 6 - D.P.ECKMAN....: Régulation automatique industrielle DUNOD 1963.
- 7 - P.NASLIN,
D.COULMY,.....: Calcul algébrique des systèmes asservis linéaires.
J.HAYES
- 8 - R E V U E S ..: - Mesures et contrôle industriels
- Essais, régulation, automatisme
.....Octobre 1960
.....Novembre 1960.
- 9 - ROSEMOUNT ENGINEERING COMPANY. L.T.D.

©

© ©

©