

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

2EX

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE
D'UN MULTICOUCHE

Proposé par :

M. BELKACEMI

Etudié par :

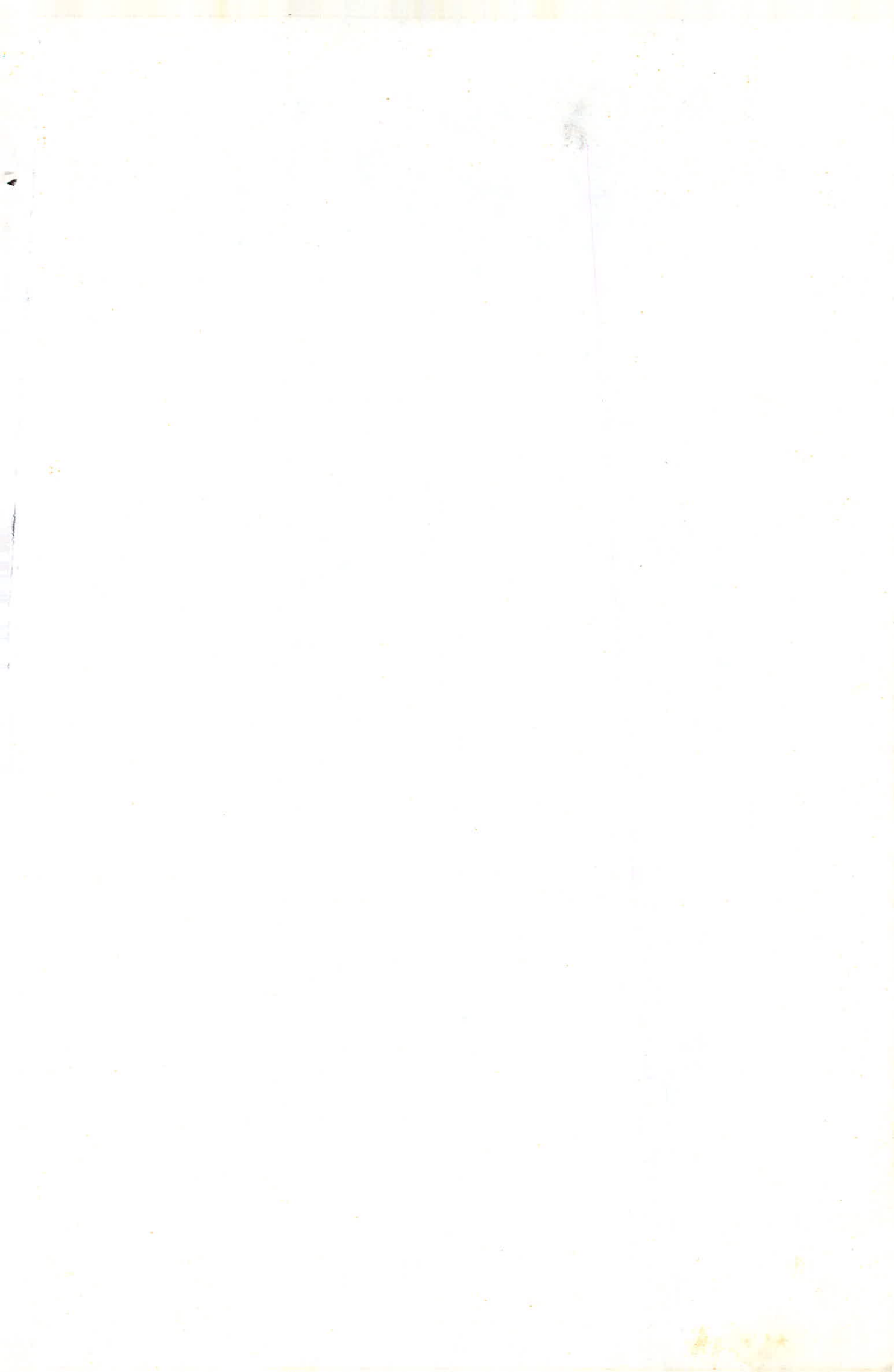
AIT TAYEB NADERA

BELHAOUAS RAFIK

Dirigé par :

M. BELKACEMI

PROMOTION : JUIN 1990



الخلاصة

تأثيرات التغيرات الفيزيائية لمعامل التشديد، السماحية، الانضغاطية والتوزيع الأولي للمحيط الزائد يتم دراستهم باستعمال نظرية التشديد لـ "ترزاغبي"

أجز برنامج آلي يمكن من إيجاد تطور الازكرون ودرجة التشديد والهبوط دلالة بالزمن. يستعمل البرنامج الآلي طريقة حسابية وهي الغدوقات المتناهية حسب تخطيط كرانك نيكولسون وزيادة على ذلك يمكن البرنامج من ترقب تأثير التغير الزمني للحمولات وتأثير تغير معامل التشديد مع تغير حالة الاجهادات الفعلية

Résumé : Les effets de la variation spatiale du coefficient de consolidation, de la perméabilité, de la compressibilité, et de la distribution initiale de la surpression interstitielle sont examinés en utilisant la théorie de consolidation de TERZAGHI. Un logiciel permettant de déterminer l'évolution des isochrones, du degré de consolidation et du tassement au cours du temps a été développé. Le logiciel utilise le schéma aux différences finies de CRANK-NICOLSON et il permet d'examiner les effets de la variation temporelle du chargement ainsi que les effets de la variation du coefficient de consolidation en fonction de l'état des contraintes effectives.

Dans le but d'évaluer le logiciel plusieurs exemples sont traités et les solutions sont comparées aux solutions présentées par divers auteurs.

Summary: The effects of spatial variation of the consolidation coefficient, the permeability, the compressibility and the initial distribution of excess pore pressures are examined by using TERZAGHI's consolidation theory. A computer code to determine the evolution of isochrons, the average degree of consolidation and the settlement with time was developed. The computer code uses the CRANK-NICOLSON finite difference scheme and it permits the examination of the effects of time varying load as well as the effect of varying consolidation coefficient with the state of effective stresses. To evaluate the computer code several examples of different authors are presented and compared.

NOUS TENONS A REMERCIER POUR SA PRESENCE CONTINUELLE A NOS COTES
NOTRE PROMOTEUR MONSIEUR BELKACEMI.

NOUS VOUDRIONS REMERCIER EGALEMENT MONSIEUR ZOURDANI POUR SON AIDE
GENEREUSE QUI NOUS FUT TRÈS PRÉCIEUSE DURANT CE SEMESTRE.

ENFIN NOUS N'OUBLIERONS PAS LA GENTILLESSE ET LA CONSTANTE
DISPONIBILITÉ DE MADemoiselle ANSER.

SOMMAIRE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

FIGURES

ANNEXES

Chapitre I	- Introduction générale	6
	I-1 Introduction	
	I-1 Présentation du sujet	
	I-3 Importance de la consolidation	
CHAPITRE II	- Théorie de la consolidation	9
	II-1 Introduction	
	II-2 Fondements de la théorie de la consolidation	
	II-3 Consolidation unidimensionnelle	
	II-4 Equation de TERZAGHI	
	II-5 Test œdométrique	
	II-6 Calcul de tassement	
CHAPITRE III	- Résolution de l'équation de consolidation	22
	III-1 Introduction	
	III-2 Méthode de CRANK-NICOLSON	
	III-3 Convergence	
	III-4 Conditions aux limites	
CHAPITRE IV	- Multicouche	26
	IV-1 Introduction	
	IV-2 Résolution de l'équation de consolidation pour le cas d'une multicouche	
	IV-3 Equation à l'interface en différences finies	

CHAPITRE V - Programme

- V-1 Introduction
- V-2 Programmation
- V-3 Organigramme
- V-4 Options

CHAPITRE VI - Exemples

34

- VI-1 Monocouche
- VI-2 Bicouche
- VI-3 Variation des coefficients physiques
- VI-4 Chargement variable

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

- A1 : Developpement de l'équation de TERZAGHI
- A2 : Solution analytique de l'équation de TERZAGHI
- A3 : Exemple de fichier entrée
- A4 : Fichiers sortie

FIGURES

fig II-1	Couche de sol chargée	9
fig II-2	Variation de la surpression interstitielle et de contrainte effective dans une couche d'argile	11
fig II-3	Écoulement unidimensionnel	12
fig II-4	Déformation en fonction du temps	16
fig II-5	Variation de l'indice du vide en fonction de la contrainte effective	18
fig II-6	Indice de compression	19
fig III-1	Schéma de CRANK-NICOLSON	23
fig III-2	Distribution de la surpression interstitielle au niveau du nœud frontière	26
fig VI-1.1	Distribution triangulaire de la surpression interstitielle initiale	37
fig VI-1.2	Solution analytique	37
fig VI-1.3	Distribution uniforme de la surpression interstitielle initiale	38
fig VI-1.4	Solution analytique	38
fig VI-1.5	Variation de la distribution de la surpression initiale et des conditions aux limites	39
fig VI-1.6	Variation du degré de consolidation	40
fig VI-1.7	Solution analytique	40
fig VI-2.1	Bicouche , schéma implicite	42
fig VI-2.2	Bicouche , schéma explicite	42
fig VI-3.1	Perméabilité constante variation polynomiale de M, C	45
fig VI-3.2	Solution de Schiffman	45

fig VI-3.3 Coefficient de consolidation constant K , n variables	46
fig VI-3.4 Solution de Schiffman	46
fig VI-3.5 Compressibilité constante, variation sinusoidale	47
fig VI-3.6 Solution de Schiffman	47
fig VI-3.7 Compressibilité constante, variation polynomiale	48
fig VI-3.8 Solution de Schiffman	48
fig VI-4.1 Variation linéaire du chargement	49
fig VI-4.2 Variation du degré de consolidation pour différents cas de chargement.	50
fig VI-4.3 Solution analytique	50

SYMBOLES UTILISES

- σ : Contrainte effective
- σ_t : Contrainte totale
- C_c : Coefficient de consolidation.
- u : Surpression interstitielle.
- a_v : Coefficient de compressibilité.
- k_z : Perméabilité suivant l'axe vertical Z.
- q_z : Ecoulement suivant l'axe Z
- γ_w : Poids spécifique de l'eau.
- V : volume de l'élément de sol.
- e : indice du vide.
- T_v : Facteur temps
- e_0 : indice du vide initial
- h : épaisseur initiale de la couche de sol
- σ_0 : Contrainte effective initiale
- σ_p : Contrainte de préconsolidation
- σ : Contrainte effective finale ($\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$)
- C_c : indice de compression
- C_r : indice de recompression
- S_t : tassement au temps t.
- S_0 : Tassement final.
- U : Degré moyen de consolidation
- Δt : Pas de temps
- Δx : Pas d'espace

CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE

11-1 INTRODUCTION

Lorsqu'un sol est soumis à des charges (fondations, remblais, digues, barrage, mur de soutènement, etc ...) il se produit des déformations dans le milieu. Comme ces charges sont le plus souvent verticales, les déformations sont particulièrement marquées dans la direction même des forces appliquées, ces déformations prennent alors le nom de tassements.

Le tassement des terrains sous l'action de charges est un phénomène absolument général qui peut parfois prendre des proportions spectaculaires. Le tassement total est composé du :

- tassement instantané
- tassement dû à la dissipation de la surpression
- tassement secondaire (réarrangement des grains, fluage)

Lorsque le sol saturé est chargé instantanément, c'est l'eau même qui reprend tout l'effort. Cette eau se met alors en mouvement conformément à la loi de DARCY, et dans la transmission des charges les grains se substituent progressivement à l'eau qui s'écoule à une vitesse fonction de la perméabilité du milieu. Au bout d'un certain temps, toutes les charges se transmettent directement de grain à grain. Le sol est alors consolidé sous l'action des forces extérieures.

II-2 PRESENTATION DU SUJET

L'objet de cette étude consiste en l'élaboration d'un programme informatique, permettant le calcul du degré de consolidation, ainsi que la détermination des isochrones de surpression interstitielle d'un sol composé de couches homogènes, compressibles constituant un système multicouche. Pour cela la méthode des différences finies sera utilisée.

II-3 IMPORTANCE DE LA CONSOLIDATION

Tout sol fin, saturé ou partiellement saturé, chargé, subit des déformations dues à la consolidation qui entraînent pour une couche de sol donnée un tassement graduel. Prévoir l'ampleur de ces tassements et leur progression au cours du temps est un problème auquel est souvent confronté l'ingénieur en génie civil et cela particulièrement dans les cas d'ouvrages d'assez grande importance.

L'analyse de l'évolution de la surpression donc de la variation des contraintes effectives, permet de mieux comprendre le processus de consolidation et de prévoir la variation temporelle des tassements de consolidation. Cette analyse devient complexe dans le cas de la variation temporelle de la charge (au cours de la construction), les résultats d'une telle analyse sont alors utilisés pour proposer des périodes de chargement.

CHAPITRE II

THEORIE DE LA CONSOLIDATION

11-1 INTRODUCTION

La théorie de la consolidation est traditionnellement utilisée pour prévoir la progression du tassement des couches d'argile préalablement chargées. Cette théorie ne traite que les cas de compressions régies par la dissipation de la surpression interstitielle.

La consolidation peut être définie comme étant le phénomène de changement de volume d'un sol saturé associé à une dissipation de la surpression interstitielle; le processus se poursuit jusqu'à ce que l'excès de pression interstitielle soit annulé.

Dans ce qui suit, les fondements de la théorie de la consolidation unidimensionnelle de TERZAGHI seront présentés.

11-2 FONDEMENTS DE LA THEORIE DE LA CONSOLIDATION

11-2.1 Concepts généraux de la consolidation unidimensionnelle

Considérons une couche d'argile d'épaisseur totale H_t située au dessous du niveau de la nappe phréatique, entre deux couches de sols très perméables. (fig 11-1)

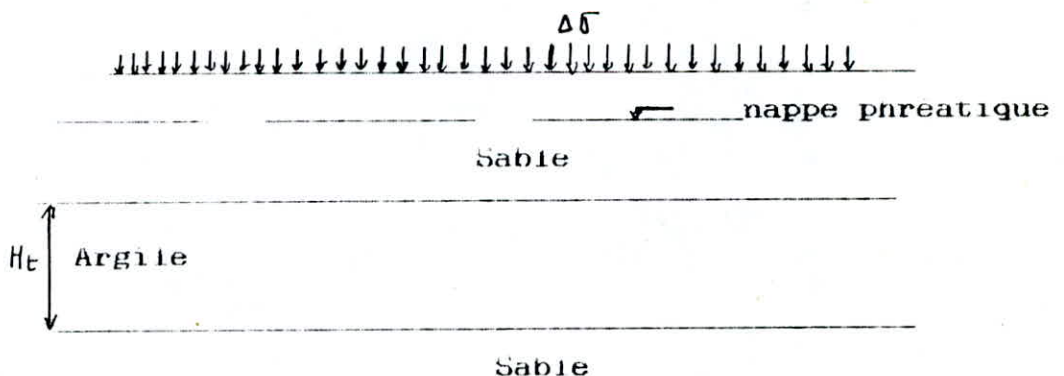


Figure 11-1 Couche de sol chargée

Si une surcharge $\Delta\sigma$ est appliquée à la surface du sol la pression interstitielle dans la couche d'argile subira une augmentation instantanée. Si la surcharge est appliquée sur une surface assez grande (infinie), l'augmentation, Δu , instantanée de la pression interstitielle sera égale à l'augmentation, $\Delta\sigma$, de la contrainte totale. fig (II-2 a)

Après application de la surcharge ($t > 0$), l'eau contenue dans la couche d'argile s'écoule en direction des surfaces drainantes. Ce drainage réduit la surpression interstitielle; la pression dissipée sera alors égale, en valeur absolue, à l'accroissement de la contrainte effective.

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta u \quad (II-1)$$

à ou à $t > 0$: $\Delta\sigma' > 0$ et $\Delta u < \Delta\sigma$ (fig II-2 b)

pour $t = \infty$ $\Delta\sigma' = \Delta\sigma$ et $\Delta u = 0$ (fig II-2'c)

Le processus d'augmentation graduelle des contraintes effectives, induit par une dissipation de la surpression interstitielle entrainera un tassement progressif qui est fonction du temps; ce processus est appelé " Consolidation primaire " .

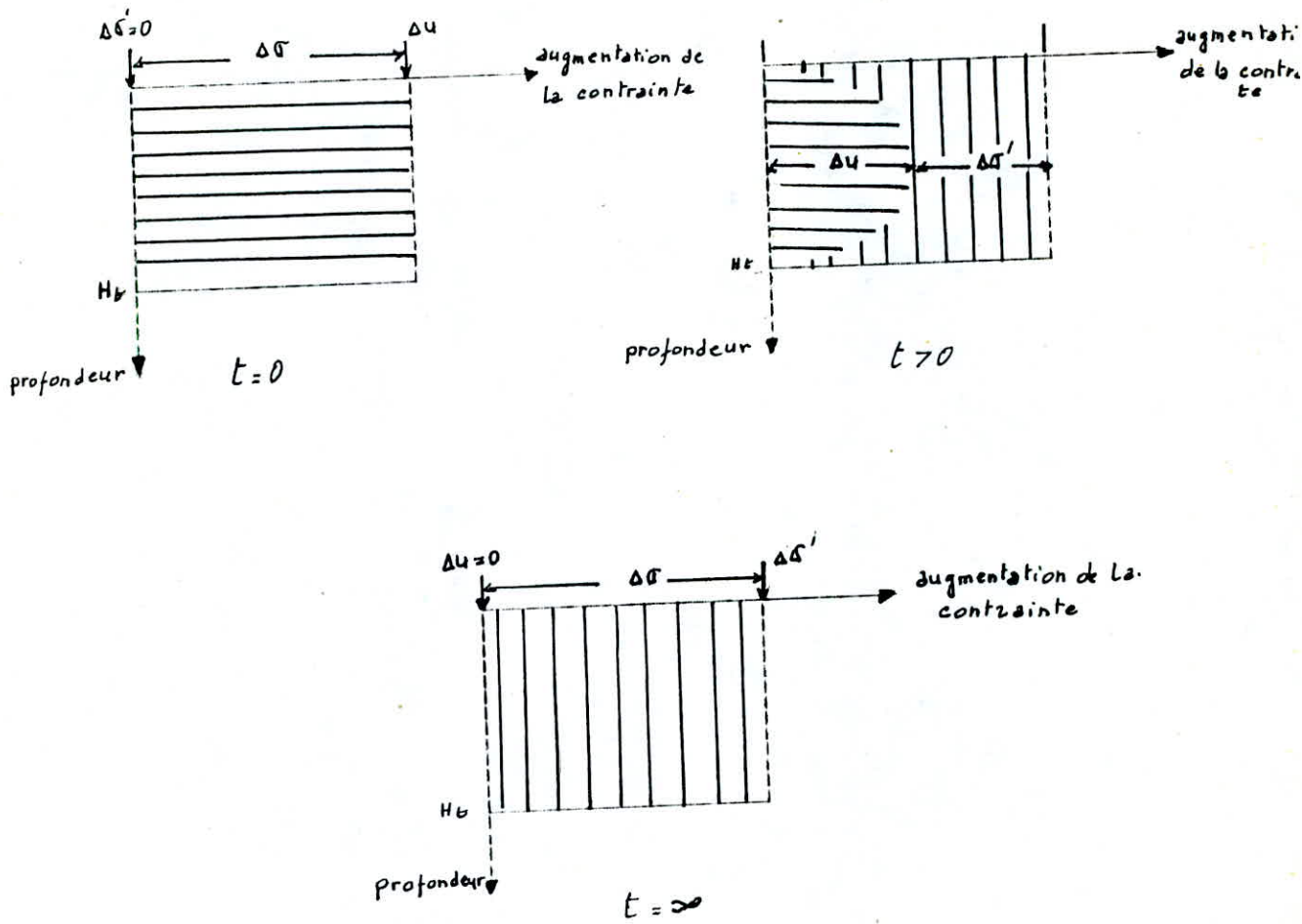


FIG 11-2 Variation de la surpression interstitielle et de la contrainte effective dans une couche d'argile

11-3 CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE

la théorie de la consolidation unidimensionnelle de TERZAGHI (1925) est fondée sur les hypothèses suivantes :

- Sol homogène et saturé.
- les grains de sol et l'eau sont incompressibles.
- Validité de la loi de DARCY
- Drainage et compression unidimensionnels
- Coefficient de consolidation C_v constant

11-4 EQUATION DE TERZAGHI

Considérons une masse élémentaire de sol saturé de volume $V = \alpha x dy dz$.

La différence entre les débits entrant et sortant est égale à la variation de volume de la masse étudiée (fig 11-3)

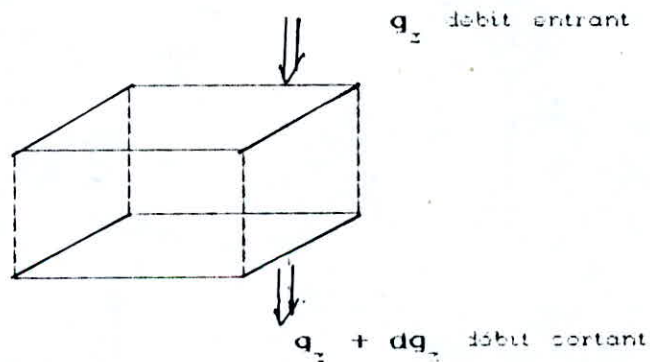


Fig 11-3 Ecoulement unidimensionnel

l'équation suivante pourra être posée

$$\frac{kz}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dx dy dz = \frac{\partial v}{\partial t} \quad (11-2)$$

D'après les hypothèses sur lesquelles est basée la théorie de la consolidation unidimensionnelle l'eau et les grains de sable sont incompressibles, donc la variation de volume de l'élément de sol est proportionnelle à la variation du volume des vides. En supposant l'existence d'une relation linéaire entre la variation de la contrainte effective, $\Delta \sigma$, et la variation de l'indice du vide, Δe , (entre ∂e et ∂u), représentée par $a_v = - \frac{de}{d\sigma}$ et puisque l'augmentation de la contrainte effective est égale à la diminution de la surpression interstitielle on pourra poser :

$$\partial e = a_v \partial u \quad (11-3)$$

Les relations 11-2 et 11-3 (développées en annexe A1) permettent d'aboutir à l'équation de consolidation unidimensionnelle de TERZAGHI :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Cv \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (11-4)$$

avec :

Cv : Coefficient de consolidation.

u : Surpression interstitielle.

a_v : Coefficient de compressibilité.

k_z : Perméabilité suivant l'axe vertical z .

γ_w : Poids spécifique de l'eau.

v : Volume de l'élément de sol.

e : Indice du vide.

Remarque :

La relation 11-4 représente du point de vue de la physique mathématique l'équation de la diffusion.

L'équation de consolidation a été résolue , analytiquement , dans quelques cas relativement simples (voir Annexe A2) ; les solutions sont généralement présentées sous forme adimensionnelle en termes de profondeur , L/Hdr , et de surpression u/u^0 et cela pour différentes valeurs du facteur temps Tv :

$$Tv = \frac{Cv \cdot t}{(Hdr)^2} \quad (11-5)$$

Hdr : Plus long chemin de drainage.

t : Temps.

Cv : Coefficient de consolidation.

L'utilisation de ces solutions n'est justifiable que pour les problèmes présentant une similitude de chargement et de conditions aux limites. Pour les problèmes complexes, (système multicouche variation du coefficient de consolidation, chargement variable...) l'utilisation de ces résultats nécessite des restrictions plus sévères et par conséquent peut conduire à des résultats erronés .

Le degré de consolidation en un point donné de la couche de sol est défini par

$$U(z) = 1 - \frac{u(z, t)}{u(z, 0)} \quad (11-6)$$

Il renseigne sur la progression du phénomène de consolidation à différentes profondeurs de la couche de sol. La solution adimensionnelle permet de déterminer la variation du degré de consolidation en profondeur pour différentes valeurs du facteur temps T_v .

Dans le souci d'estimer le tassement de l'ensemble de la couche la solution adimensionnelle est aussi présentée en termes de degré moyen de consolidation U et du facteur temps T_v .

Le degré moyen de consolidation est alors défini par :

$$U = \frac{\int_0^H u_0 dz - \int_0^H u dz}{\int_0^H u_0 dz} \quad 11-7$$

11-5 TEST OEDOMETRIQUE

Le test de consolidation utilisant l'oedomètre de TERZAGHI est appelé : test oedométrique.

L'expérience est réalisée sur un échantillon de sol saturé de diamètre 7 cm et d'épaisseur 1.2 ou 2.4 cm.

Deux pierres poreuses permettent de drainer et d'évacuer l'eau qui est expulsée au cours de l'essai. Des comparateurs micrométriques permettent de mesurer les déformations.

Une charge est appliquée sur l'échantillon de sol, cette dernière est généralement doublée toutes les 24 heures. C'est un procédé qui donne de bons résultats avec la théorie de TERZAGHI, la progression géométrique du chargement semble convenir à la nature du phénomène tel qu'il est décrit par TERZAGHI.

Pour chaque chargement, la déformation et le temps correspondant sont reproduits sur un graphe semi-logarithmique. La figure 11-5 représente une courbe typique de déformation en fonction du temps.

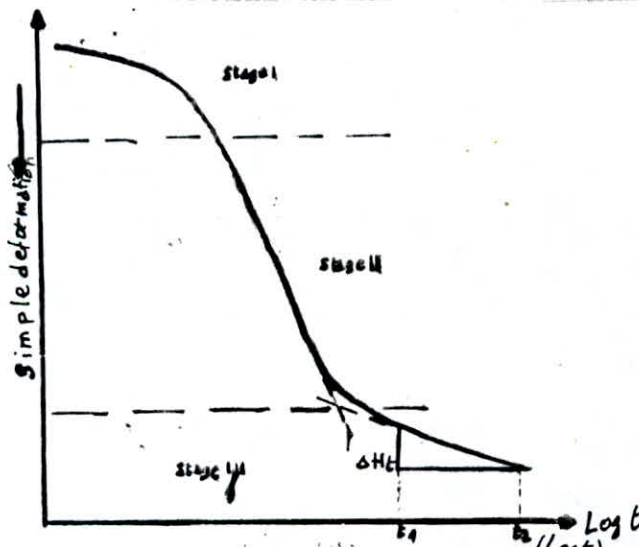


FIG 11-4 Déformation en fonction du temps

la courbe comprend trois parties distinctes :

- Partie A : Est le resultat principal d'une précompression de l'échantillon de sol .
- Partie B : La courbe a une allure linéaire cela est du au phénomène de consolidation primaire. Théoriquement à la fin de la consolidation primaire la dissipation de la surpression interstitielle générée par le chargement est totale.
- Partie C : Est la représentation des déformations dues à la consolidation secondaire.

11-5.1 Contrainte de preconsolidation

L'indice du vide correspondant à chaque déformation obtenue après chargement, peut être calculé pour un échantillon de sol donné. De cette façon on obtient une courbe où la valeur de l'indice du vide e est donnée en fonction de la contrainte effective σ . Cette courbe possède généralement une partie supérieure non linéaire tandis que pour des valeurs de contrainte dépassant une certaine valeur qui correspond à une certaine contrainte dite "contrainte de préconsolidation", et notée σ_p , la courbe $e = f(\log \sigma)$ a une allure linéaire.

Un sol peut alors être défini comme étant :

- Normalement consolidé: Si l'actuelle contrainte effective est égale à la contrainte maximale subie par le sol.
- Surconsolidé : Si la contrainte effective actuelle est inférieure à la contrainte de préconsolidation.

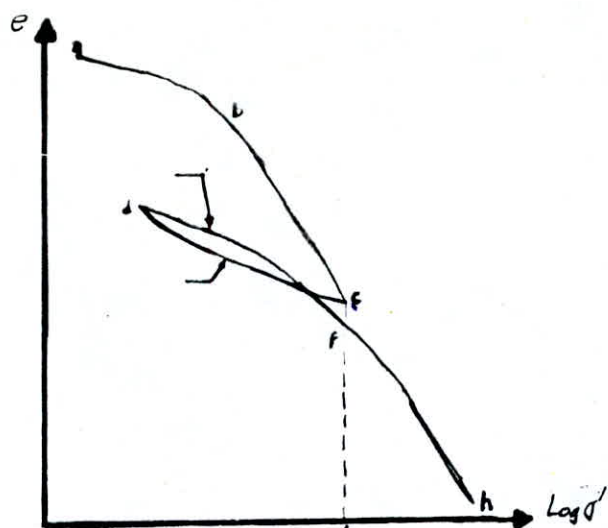


Fig 11-5 variation de l'indice du vide en fonction de la contrainte effective

Les branches ab, cd et de représentent l'état surconsolidé d'un sol. Les branches bc et ch représentent l'état normalement consolidé d'un sol et définissent la courbe de compression vierge.

11-5.2 Indices de compression

La courbe $e = f(\log \sigma')$ est généralement approchée par une courbe bilinéaire (Fig 11-7)

La pente de la courbe $e = f(\log \sigma')$ pour un sol normalement consolidé définit l'indice C_c de compressibilité du sol.

$$C_c = - \frac{\Delta e}{\Delta \log \sigma'} \quad (11-8)$$

11-5.3 Indice de recompression -decompression

La pente de la courbe $e = f(\log \sigma')$ en sa partie de recompression ou de décompression définit l'indice de recompression C_r

$$C_r = - \frac{\Delta e}{\Delta \log \sigma'} \quad (11-9)$$

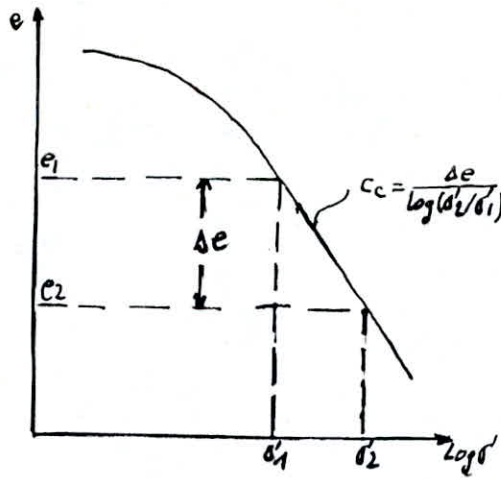


fig 11-6 indice de compression

Remarque :

la valeur de C_c est généralement comprise entre le $1/5$ ^{ème} et le $1/10$ ^{ème} de celle de C :

11-6 CALCUL DE TASSEMENT POUR LA CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE

La conséquence principale du phénomène de consolidation est le tassement du sol. Ce dernier est particulièrement important dans les sols fins en raison de la faible perméabilité d'une part, et de l'importance de l'indice du vide d'autre part. La relation entre la variation de l'indice du vide et la variation de l'épaisseur h est donnée par :

$$\frac{\Delta e}{1+e_0} = \frac{\Delta h}{h} \quad 11-10$$

Dans le cas général d'un sol surconsolidé la variation totale de l'indice du vide est donnée par

$$\Delta e = C_c \log \frac{\sigma_1}{\sigma_0} + C_c \log \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \quad (11-11)$$

le tassement du sol est exprimé par :

$$\Delta n = \frac{h}{1+e_0} \left[C_c \log \frac{\sigma_f}{\sigma_0} + C_r \log \frac{\sigma}{\sigma_p} \right] \quad (11-12)$$

e_0 : indice du vide initial

h : épaisseur initiale de la couche de sol

σ_0 : Contrainte effective initiale

σ_p : Contrainte de préconsolidation

σ_f : Contrainte effective finale ($\sigma_f = \sigma_0 + \Delta\sigma$)

C_c : indice de compression

C_r : indice de recompression

Connaissant le tassement final défini par l'équation 11-12 ainsi que le degré moyen de consolidation du sol à un temps donné t le tassement correspondant est estimé par :

$$\frac{s_t}{s_f} = U \quad (11-13)$$

s_t : tassement au temps t .

s_f : tassement final.

U : Degré moyen de consolidation

CHAPITRE III

RESOLUTION DE L'EQUATION
DE CONSOLIDATION

111-2 RESOLUTION DE L'EQUATION DE CONSOLIDATION SUIVANT LA METHODE DE CRANK NICHOLSON

L'équation de la consolidation unidimensionnelle de TERZAGHI est une équation aux dérivées partielles dont l'un des membres est d'ordre deux tandis que l'autre est d'ordre un.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = Cv \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

La variation de la surpression interstitielle dans le temps est évaluée en utilisant une différence progressive d'ordre un, alors que le second membre qui représente la variation suivant la profondeur est évalué en faisant la moyenne des différences centrées d'ordre deux aux temps t ($T(j)$) et $t+\Delta t$ ($T(j+1)$)



Figure 111-1 schéma de CRANK NICOLSON

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{\Delta t} \quad (111-1)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\Delta z} \left[u_{i-1,j} - 2u_{i,j} + u_{i+1,j} \right] \quad \text{à } T(j) \quad (111-2)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{\Delta z} \left[u_{i-1,j+1} - 2u_{i,j+1} + u_{i+1,j+1} \right] \quad \text{à } T(j+1) \quad (111-3)$$

en réarrangeant l'équation de façon à séparer les expressions des suppressions correspondant aux $T(j)$ et $T(j+1)$, et posant $z = \Delta t / \Delta x^2$, l'équation suivante est obtenue :

$$u_{i,j+1} + \frac{z(1+z)}{2} u_{i,j} - u_{i,j+1} = u_{i-1,j} + \frac{z(1-z)}{2} u_{i,j} - u_{i+1,j} \quad 111-4$$

La méthode de CRANK NICOLSON est à une certaine manière plus difficile à élaborer qu'une méthode explicite mais elle est plus puissante pour la résolution de problèmes complexes.

111-3 CRITERES DE CONVERGENCE

L'équation à étudier est :

$$C \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial u}{\partial t}$$

tandis que l'équation aux différences finies est :

$$u_{i,j+1} + \frac{z(1+z)}{2} u_{i,j} - u_{i,j+1} = u_{i-1,j} + \frac{z(1-z)}{2} u_{i,j} + u_{i+1,j}$$

La convergence de la solution aux différences finies est vérifiée lorsque cette solution tend vers la solution exacte de l'équation aux dérivées partielles pour des valeurs très petites des pas de temps et d'espace Δt et Δx .

Deux critères importants sont associés à la convergence d'une solution aux différences finies : la stabilité et la consistance.

Ce sont des critères nécessaires et suffisants.

La stabilité est une propriété importante de certains schémas aux différences finies, elle est vérifiée dès qu'il est prouvé que la solution est bornée lorsque Δt tend vers zéro (Δx étant généralement une constante). La stabilité est une condition nécessaire mais non suffisante pour la convergence d'un schéma aux différences finies.

La vérification de la consistance d'une procédure aux différences finies, nous assure que cette dernière correspond à l'équation aux dérivées partielles étudiée et ne donne pas de résultats correspondant à une autre équation aux dérivées partielles. Pour cela l'erreur de troncature doit tendre vers zéro lorsque Δt et Δx sont infiniment petits.

Dans le cas de l'équation de consolidation unidimensionnelle de TERZAGHI, la méthode de CRANK NICOLSON est inconditionnellement stable.

Dans l'algorithme utilisé $\alpha = C_v \Delta t / \Delta z^2$ est pris égal à 0.5, mais on peut montrer que la méthode de CRANK-NICOLSON est inconditionnellement stable et consistante pour toutes les valeurs de α , et qu'elle converge avec une erreur de discrétisation de $O((\Delta t)^2 + (\Delta x^2))$.

11-4 CONDITIONS AUX LIMITES

Deux conditions de drainage sont considérées à la surface et à la base de la couche étudiée :

- 1- Sol drainé (perméable)
- 2- Sol non drainé (impermeable)

Ces conditions sont prises en compte de la manière suivante :

1 - Cas de drainage à la surface

La valeur de la surpression à la surface est nulle, la surpression pour le nœud fictif situé au dessus de la couche étudiée est prise égale en valeur absolue, mais de signe contraire, à la surpression du nœud situé en dessous du nœud frontière.

$$u_{i-1} = - u_{i+1}$$

2 Cas d'imperméabilité à la surface

La valeur de la surpression à la surface n'est pas obligatoirement nulle, la valeur de la surpression au nœud fictif sera prise égale à celle du nœud situé en dessous du nœud frontière.

$$u_{i-1} = u_{i+1}$$

Remarque

Le même raisonnement est suivi pour les nœuds situés à la base de la couche étudiée.



fig III-2 Distribution de la surpression
au niveau des nœuds frontières

CHAPITRE IV

MULTICOUCHE

IV-1 INTRODUCTION

La théorie de la consolidation de TERZAGHI est applicable aux couches homogènes, compressibles, les paramètres k , m_v , C_v étant constants le long de la couche étudiée. L'équation de TERZAGHI de la consolidation unidimensionnelle (II-4) régit les variations dans le temps, de la surpression interstitielle u . La solution de cette équation n'est obtenue analytiquement que dans des cas relativement simples. En pratique, on est souvent en présence d'une superposition de plusieurs couches compressibles présentant des caractéristiques différentes, ou d'un monocouche dont les caractéristiques varient en profondeur ou en fonction de l'état de contrainte.

L'équation de TERZAGHI est toujours applicable pour chaque couche séparément. Afin de tenir compte de la variation des propriétés mécaniques et géométriques au cours du passage d'une couche à une autre, il est nécessaire de considérer la continuité à l'interface (limite entre deux couches contigües).

IV-2 RESOLUTION DE L'EQUATION DE CONSOLIDATION POUR LE CAS D'UN MULTICOUCHE

L'équation de continuité est obtenue en exprimant l'égalité entre le débit d'eau entrant et le débit sortant au niveau de l'interface. En considérant la validité de loi de DARCY l'équation de continuité est exprimée par :

$$k_1 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_1 = k_{1+1} \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (IV-1)$$

K_i : permeabilite de la couche i

K_{i+1} : permeabilite de la couche i+1

$\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_i$: gradient hydraulique a l'interface pour la couche i

$\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{i+1}$: gradient hydraulique a l'interface pour la couche i+1

IV-3 EQUATION AUX DIFFERENCES FINIES A L'INTERFACE

L'equation d'equilibre pour le noeud d'interface est donnee par :

$$-u_{i-1,j} + \beta u_{i,j} - \gamma u_{i+1,j} = u_{i-1,j} + \beta u_{i,j} + \gamma u_{i+1,j} \quad (IV-2)$$

$$\beta = \frac{C(i) + \gamma C(i+1)}{\Delta z}$$

$$\beta_0 = \frac{C^0(i) + \gamma C^0(i+1)}{\Delta z}$$

$$C(i) = \frac{\Delta z \alpha(i)}{\alpha(i)}$$

$$C^0(i) = \frac{\Delta z \alpha^0(i)}{\alpha(i)}$$

$$\gamma = \frac{K(i+1)}{K(i)} \cdot \frac{\Delta z(i)}{\Delta z(i+1)}$$

$K(i)$: Permeabilite de la couche i

$\Delta z(i)$: Distance entre les noeuds de la couche i

CHAPITRE V

P R O G R A M M E

v-1 INTRODUCTION

Resoudre un probleme de consolidation unidimensionnelle par la methode des differences finies, revient à la resolution d'un systeme d'equations lineaires sous la forme :

$$[C] \{ u \} = \{ B \}$$

$[C]$: Matrice des coefficients .

$\{ u \}$: Vecteur des supressions

$\{ B \}$: Vecteur combinaison

v-2 PROGRAMMATION

v-2.1 Entree des donnees

Le module de programme concerne se charge de l'entree des donnees qui sont des inormations sur les proprietes geometriques (epaisseur des couches , nombre de nœuds par couche ...), ainsi que les caracteristiques mecaniques et physiques de chaque couche (permeabilite , coefficient de consolidation) .

v-2.2 Assemblage de la matrice $[C]$ et du vecteur $\{ B \}$

La matrice des coefficients du systeme est formee selon la position des nœuds :

Pour les nœuds situes à l'interieur de la couche les coefficients sont generes automatiquement. Pour les nœuds situes à l'interface de deux couche les coefficients correspondants sont generes compte tenu des conditions particulieres de perméabilité et maillage pour les deux couches concernées .

pour les nœuds situés aux frontières du multicouche étudié , les coefficients de la matrice sont générés en considérant les conditions aux limites .Le vecteur second membre est obtenu en tenant compte des memes conditions .

Le stockage de la matrice des coefficients est effectué sur une matrice $n \times 3$ pour diminuer au maximum l'espace memoire utilisé .

V-2.3 Resolution

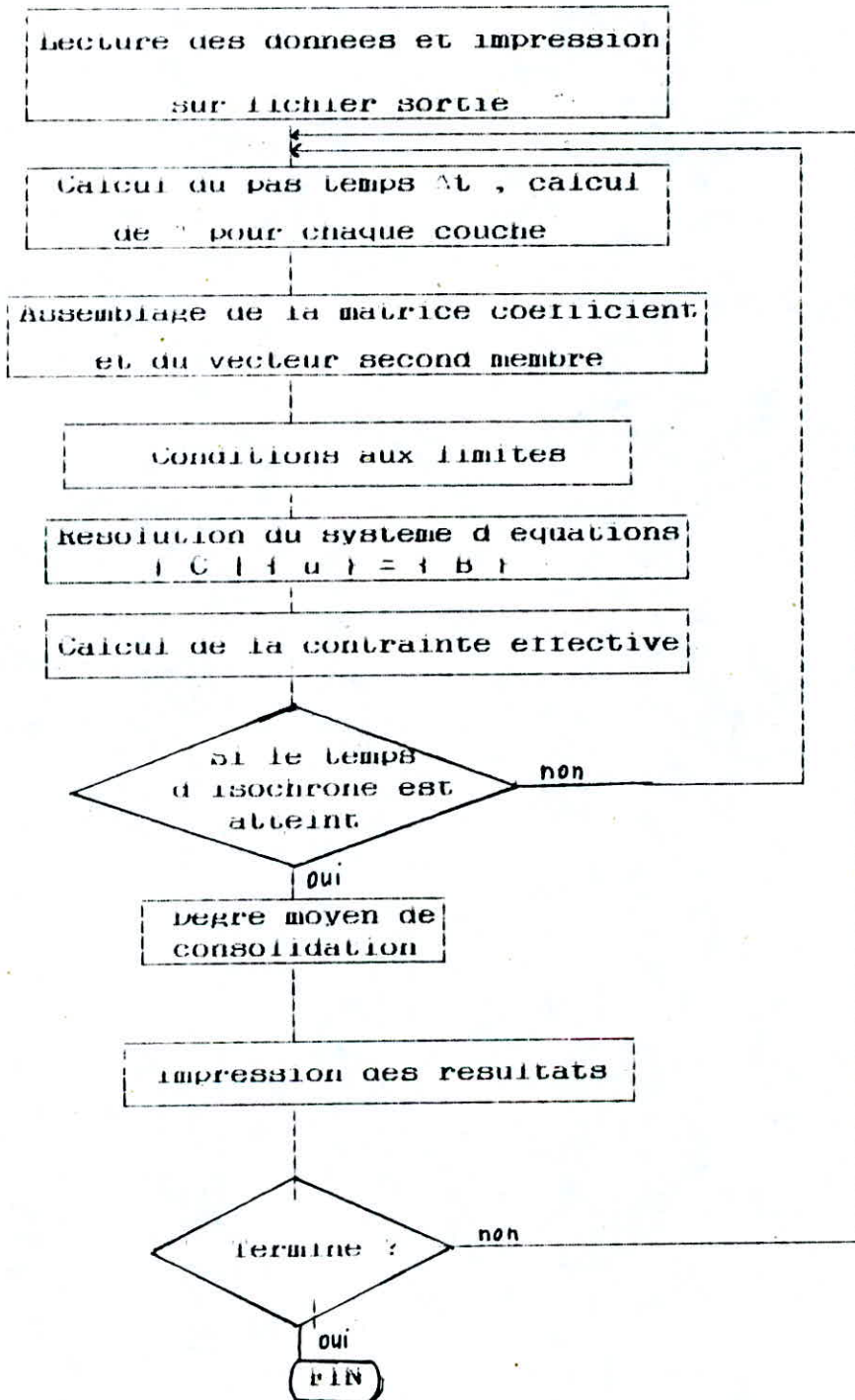
La resolution du système d'équations obtenu se fait en utilisant l'algorithme de GAUSS, il s'agit donc de triangulariser le système d equations obtenu et de proceder ensuite à la resolution.

Ces operations sont effectuées sur une matrice $n \times 3$, cette particularité est prise en compte par l'algorithme utilisé qui reste par ailleurs inchangé dans ces lignes générales par rapport à un algorithme de resolution de GAUSS effectué sur une matrice à n lignes et n colonnes.

V-2.4 Impression des resultats

Les resultats sont donnés dans un fichier sortie ou sont reportees les données du problème à des fins de verification .

(voir fichiers sortie en annexe)



V-4 OPTIONS SUPPLEMENTAIRES AU PROGRAMMES

Plusieurs extensions au programme ont été réalisées dans le but de simuler avec le plus de précision le comportement réel du sol.

V-4.1 Chargement variable

Les conditions dans lesquelles s'effectue le chargement d'un sol, au cours de la construction d'un ouvrage quelconque sont autres que celles du cas théorique considéré dans les hypothèses de la consolidation de TERZAGHI où le chargement est supposé instantané. Le programme développé permet de faire varier le chargement par incrementation de la charge après chaque iteration de pas Δt . Des problèmes de consolidation où la charge varie au cours du temps pourront être analysés grâce à cette option.

V-4.2 Calcul du tassement.

Le calcul du tassement est effectué en considérant chaque sous-couche située entre deux nœuds successifs. La contrainte effective initiale est calculée au milieu de cette sous-couche en tenant compte du poids spécifique déjaugé des couches de sol situées au dessus, de la charge supplémentaire et d'une charge éventuelle constante. Le programme permet de prendre en considération la variation initiale de l'indice du vide le long de la couche étudiée ainsi que la variation initiale de la contrainte de preconsolidation.

V-4.3 VARIATION DU COEFFICIENT DE CONSOLIDATION

La théorie de TERZAGHI a été développée en supposant que le coefficient de consolidation reste constant, cette supposition ne reflète pas la réalité, en effet la valeur du coefficient de consolidation dépend de l'état de contrainte effective. L'option de variation du coefficient de consolidation permet de se rapprocher de la réalité, les valeurs des différents coefficients de consolidation correspondant à chaque couche seront changées après chaque itération en fonction de la courbe de variation de ces coefficients préalablement introduite avec les données sous forme matricielle.

Remarque :

De la même manière il pourra être procédé à la variation de la perméabilité en fonction de la contrainte effective.

V-4.4 Grandes déformations

L'une des hypothèses sur laquelle est basée la théorie de TERZAGHI est celle des petites déformations, cette supposition n'est pas toujours vraie car il a été mesuré des tassements atteignant les quatre vingt pour cent de la hauteur initiale. Le programme développé rend possible l'analyse de tels problèmes en procédant à la diminution de la hauteur des couches, après chaque itération, compte tenu du tassement calculé.

CHAPITRE VI

E X E M P L E S

VI-1 Monocouche

Plusieurs cas classiques sont abondamment traités dans la littérature, car leur résolution est réalisable sans trop d'efforts par les méthodes analytiques (Séries de FOURIER)

VI-1.1 Variation triangulaire de la surpression initiale

La surpression initiale est supposée varier de façon linéaire le long de la couche de sol étudiée qui se trouve entre deux couches de sol drainantes. Les isochrones de surpression sont calculés pour différentes valeurs du facteur temps T_v (voir fig VI-1.1)

VI-1.1.1 Interprétation des résultats

Les résultats obtenus correspondent avec une grande précision aux résultats donnés par les courbes théoriques (fig VI-1.2). L'erreur relative est de l'ordre de 2 %, cette erreur peut être diminuée en affinant le maillage (utilisation d'un plus grand nombre de nœuds).

VI-1.2 Distribution uniforme de la surpression initiale

La surpression interstitielle initiale est constante le long de la couche de sol étudiée qui se trouve entre deux couches de sol drainantes. Les résultats sont adimensionnels et sont donnés en fonction du facteur temps T_v (voir fig VI-1.3)

VI-1.2.1 Interprétation des résultats

Les courbes isochrones obtenues sont tout à fait conformes aux isochrones calculées analytiquement (fig VI-1.4) car du fait de l'uniformité de la surpression initiale le nombre de nœuds nécessaire pour décrire la variation de la surpression initiale peut être réduit.

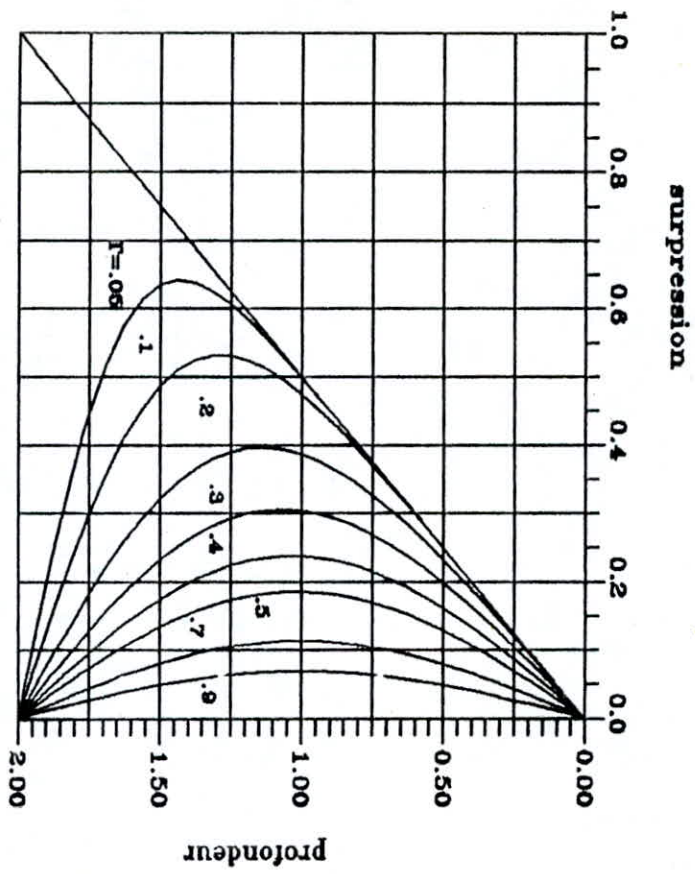


Figure-VI-4-1
Distribution triangulaire de
la surpression interstitielle

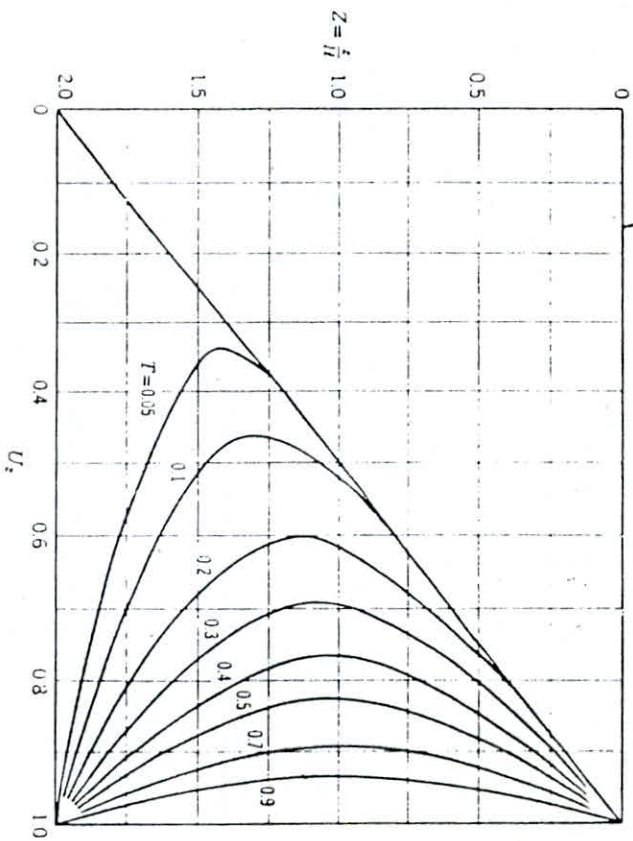


Figure-VI-4-2
Distribution triangulaire de
la surpression interstitielle

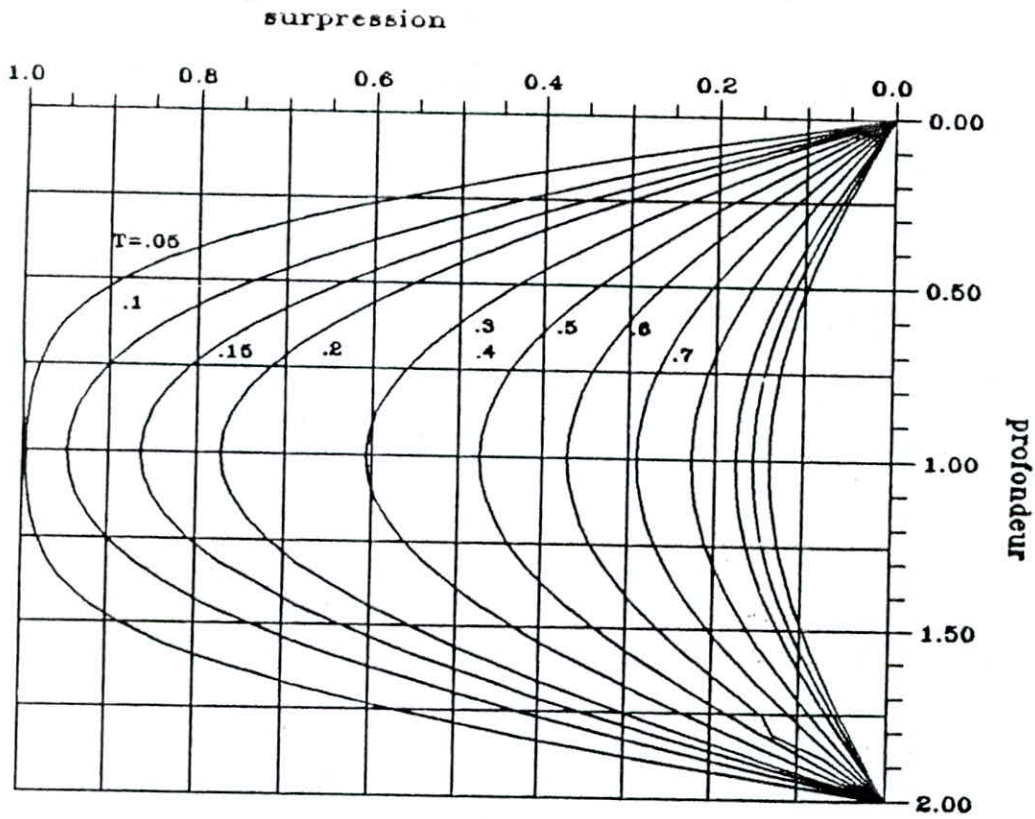


Figure- $\bar{V}L$ -1-3
 Distribution uniforme de
 la surpression interstitielle

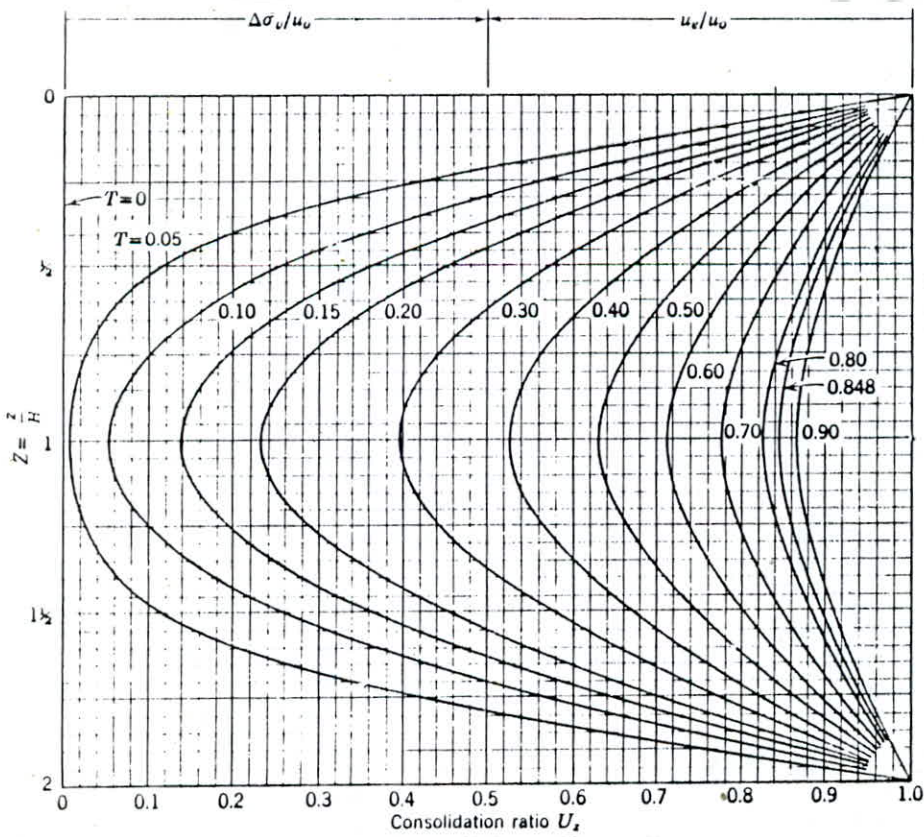


Figure- $\bar{V}L$ -1-4
 Distribution uniforme de
 la surpression interstitielle

VI-1.3 Calcul du degré de consolidation moyen

Le degré de consolidation est calculé à l'aide d'une intégration numérique de SIMPSON. Plusieurs cas de distributions initiales et de conditions de drainage ont été traités (voir fig VI-1.5). Les résultats sont donnés sous forme de degré de consolidation en fonction du facteur temps T_v (voir fig VI-1.6 et VI-1.7)

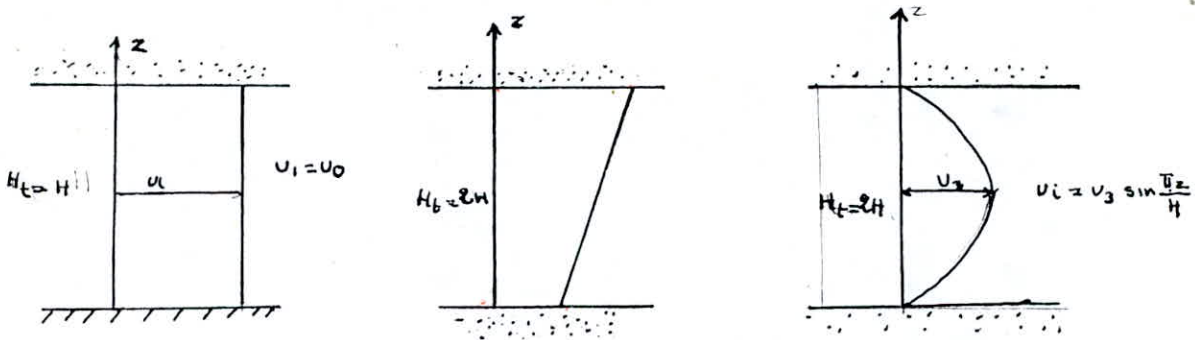
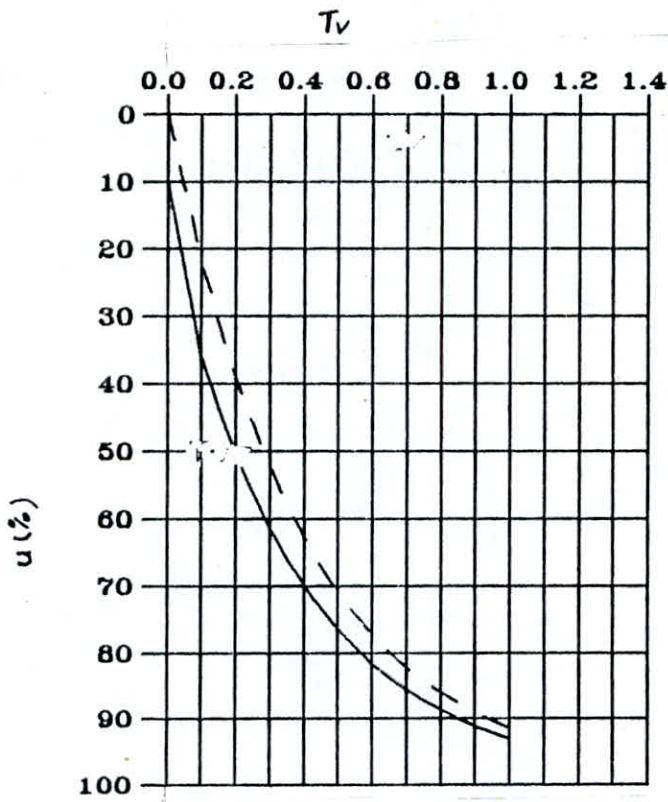


fig VI-1 variation de distribution de la surpression interstitielle initiale et des conditions aux limites

VI-1.3.1 Interpretation des résultats

Les résultats obtenus sont d'une assez bonne précision comparés aux résultats théoriques. Les différences éventuelles sont vraisemblablement dues aux erreurs commises lors de l'intégration numérique. Ces erreurs peuvent être diminuées en discretisant la couche étudiée de manière plus fine, mais cela se ferait au dépens du temps de calcul.



--- Distribution sinusoidale de la surpression

— Distribution lineaire de la surpression

Figure - \bar{V}_1 -1-5
Variation du degré moyen de consolidation

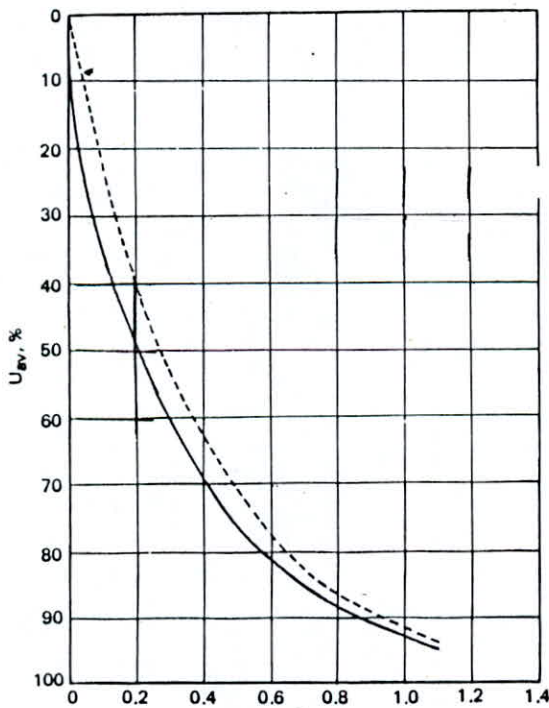


Figure - \bar{V}_1 -1-7
Variation du degré moyen de consolidation

VI-2.1.1

Le cas traité est celui d'un sol composé de deux couches homogènes ayant des coefficients de consolidation et des perméabilités différentes. Les isochrones obtenues sont données en fonction du facteur temps T_v correspondant à la première couche de sol.

VI-2.1.1 Interpretation des résultats

Les résultats obtenus sont comparables à ceux donnés par PEIGNAUD (1970) (fig VI-2.2) mais un certain écart est observé au niveau de l'interface, cela est probablement dû à la différence entre les schémas aux différences finies utilisés :

- Schéma explicite utilisé par PEIGNAUD
- Schéma implicite utilisé par le programme développé (fig VI-2.1)

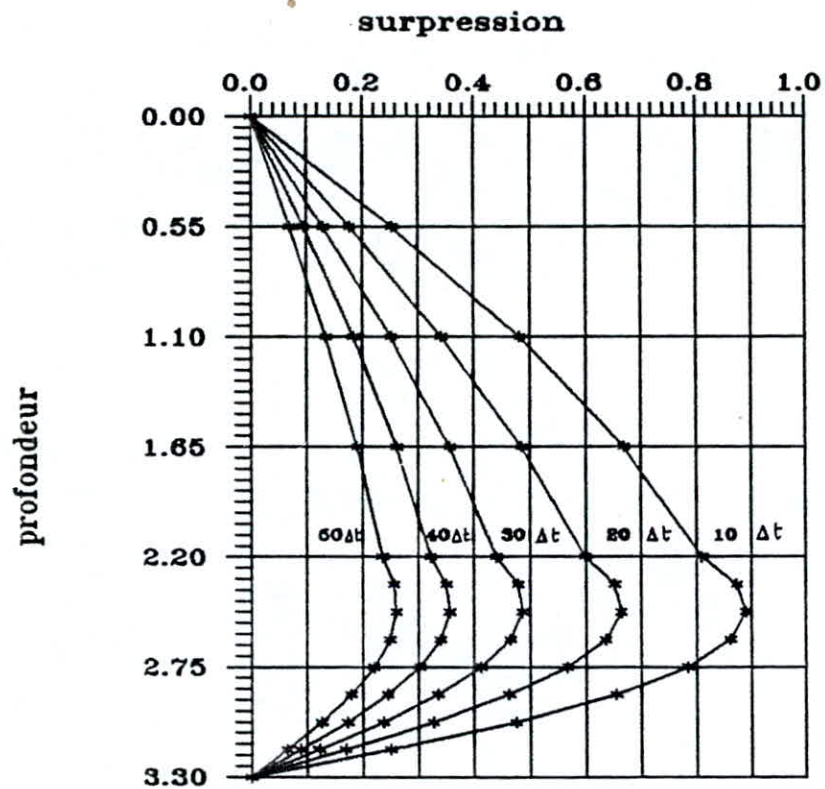


Figure-VI-2-1
Consolidation d'un système
bicouche, isochrones

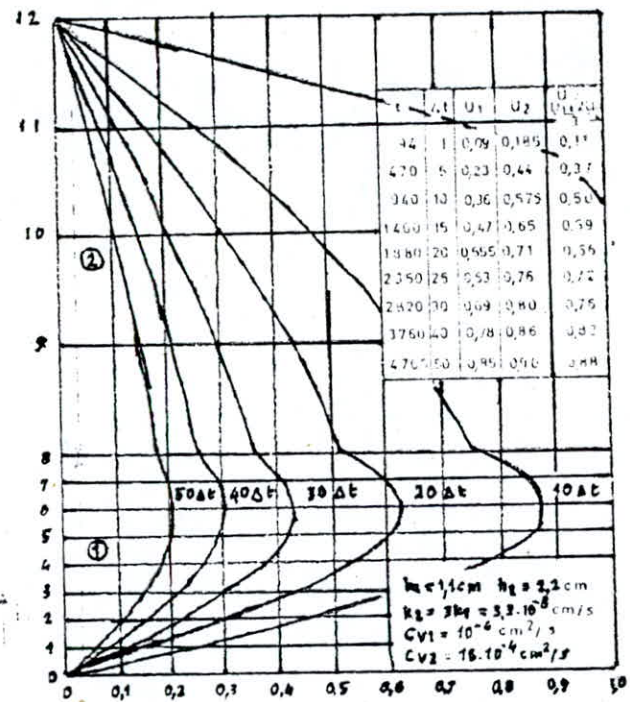


Figure-VI-2-2
Peignaud (1970)

VI - VARIATION DES RAPPORTS PHYSIQUES DANS UN MONOCOUCHE

ASSIMILATION A UN MULTICOUCHE

Les paramètres physiques du sol tels que la perméabilité, la compressibilité et le coefficient de consolidation, peuvent varier le long d'une couche de sol .

La solution analytique de l'équation de consolidation dans ces conditions est très complexe et ne peut être obtenue que si l'on impose une loi de variation des paramètres .

Dans le cas de la variation de la perméabilité l'équation de consolidation est donnée par :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{1}{k} \frac{\partial k}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{1}{C_v(z)} \frac{\partial u}{\partial t}$$

Cette équation (SCHIFFMANN 1964) est différente de l'équation de TERZAGHI qui peut en être déduite en considérant que la variation de la perméabilité en fonction de la profondeur est nulle : $\frac{\partial k}{\partial z} = 0$

Souvent dans le but d'estimer les tassements un tel système est traité en tant que monocouche ayant des caractéristiques physiques constantes . Ces caractéristiques sont choisies en utilisant des moyennes pondérées . Les isochrones ainsi obtenues ne représentent pas la réalité .

Une meilleure approche du problème consiste à considérer le système comme un multicouche et en choisissant des paramètres physiques constants à l'intérieur de chaque couche .

Les cas suivants de variation des paramètres physiques ont été traités :

- 1- Perméabilité constante , variation polynomiale de C_v et M_v
- 2- Coefficient de consolidation constant , K et M_v variables .
- 3- Compressibilité constante , variation sinusoidale de la K et C_v
- 4- Compressibilité constante variation polynomiale de C_v et K

Les résultats sont donnés sous forme d'isochrones à un degré de consolidation moyen égal à cinquante pour cent (fig VI-3.1 , VI-3.3 , VI-3.5 , VI-3.7)

VI-3.1 Interpretation des résultats

Les isochrones obtenues sont identiques aux isochrones données par SCHIFFMAN (fig VI-3.4, VI-3.6, VI-3.8) pour les trois premiers exemples tandis que la différence relative entre la solution donnée par SCHIFFMAN (fig VI-3.2) et les résultats obtenus à l'aide du programme développé ne dépasse pas les cinq pour cent pour le premier exemple traité .

Le fait de considérer un monocouche en multicouche est donc un choix tout à fait justifié puisqu'il permet de décrire l'évolution de la surpression interstitielle sans avoir à considérer une quelconque loi de variation des paramètres physiques de la consolidation

Remarque

Il faut souligner , encore une fois l'importance du choix du maillage qui doit être fait de façon à décrire au mieux la variation des paramètres physiques .

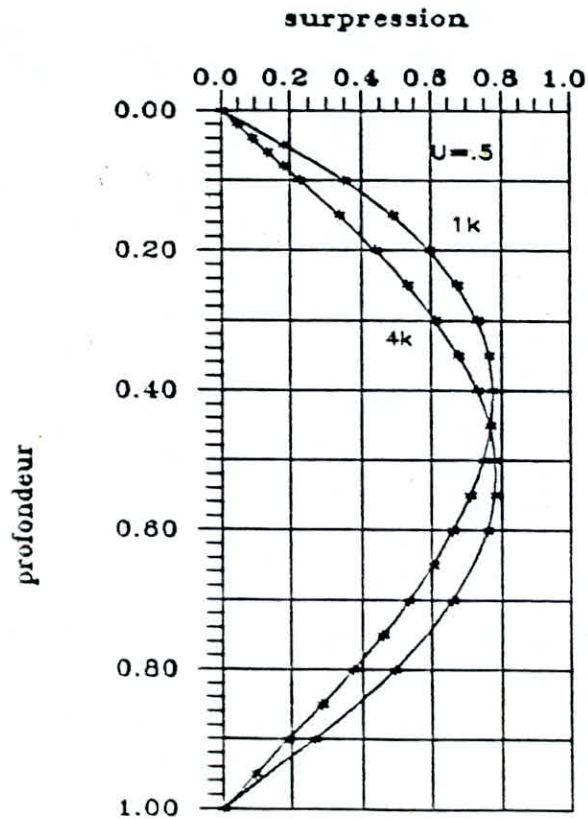


Figure-VI-3-1
 Isochrones de surpression:
 permeabilite constante
 variation polynomiale de (μ, cv)

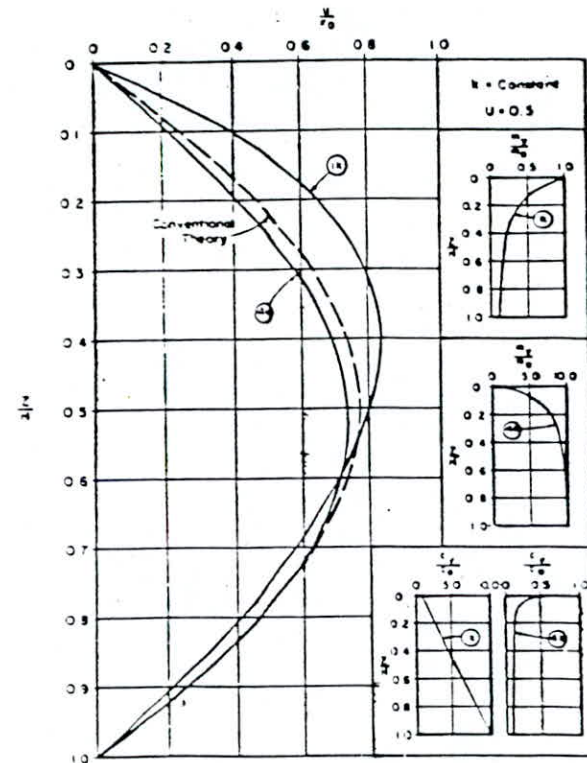


Figure-VI-3-2
 Isochrones de surpression:
 permeabilite constante
 variation polynomiale de (μ, cv)
 Schiffman (1964)

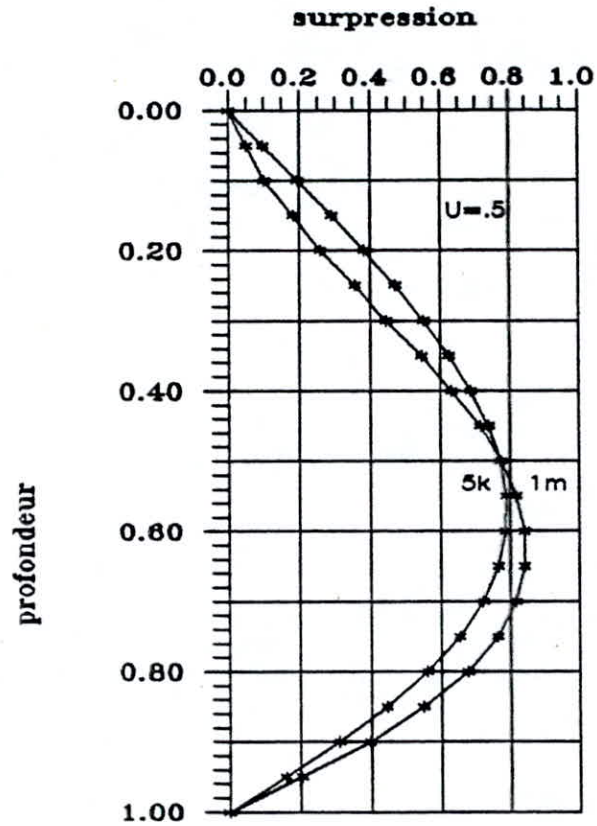


Figure-VI-3-3
 Isochrones de surpression:
 coefficient de consolidation cv
 constant avec k, mv variables

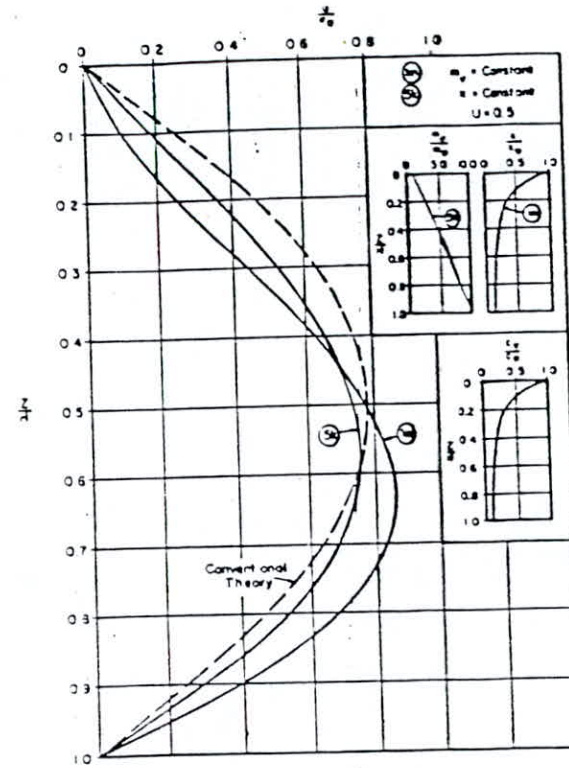


Figure-VI-3-4
 Isochrones de surpression:
 coefficient de consolidation cv
 constant avec k, mv variables

Schiffman (1964)

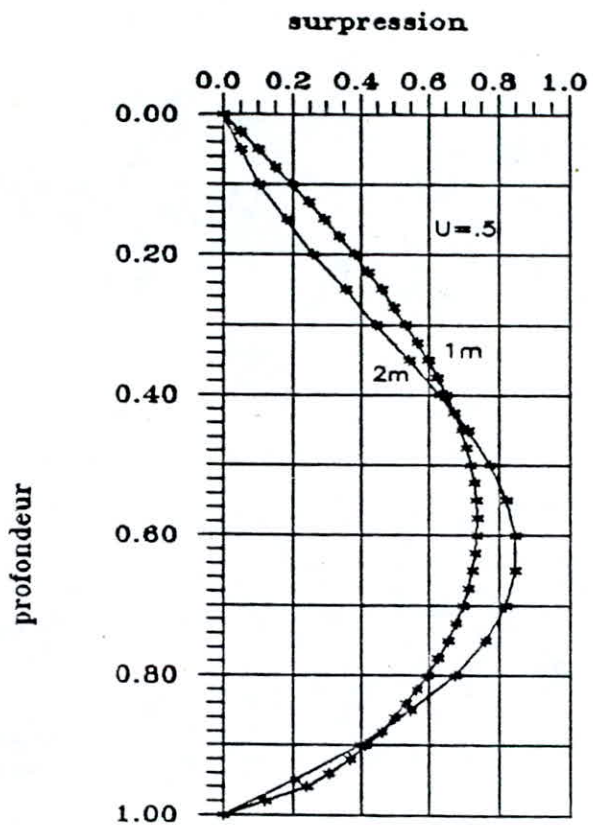


Figure-VI-3-7
 Isochrone de surpression:
 compressibilité constante
 variation polynomiale (k, cv)

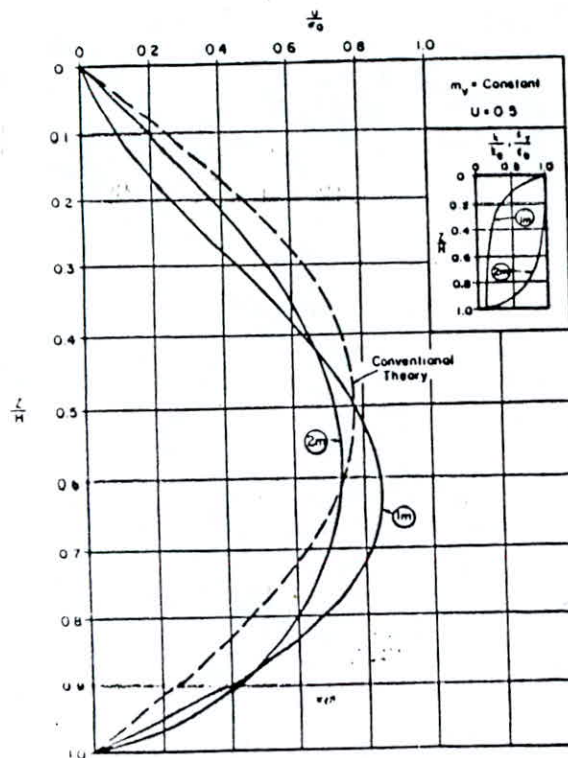


Figure-VI-3-8
 Isochrone de surpression:
 compressibilité constante
 variation polynomiale (k, cv)

Schiffman (1964)

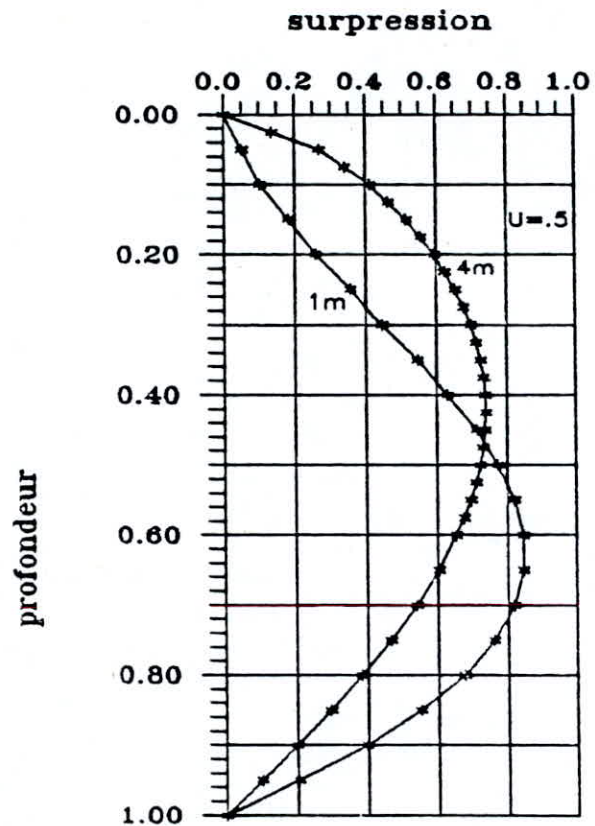


Figure- \bar{V} -3-5
 Isochrones de surpression:
 compressibilité constante,
 variation polynomiale de (c_v, k)

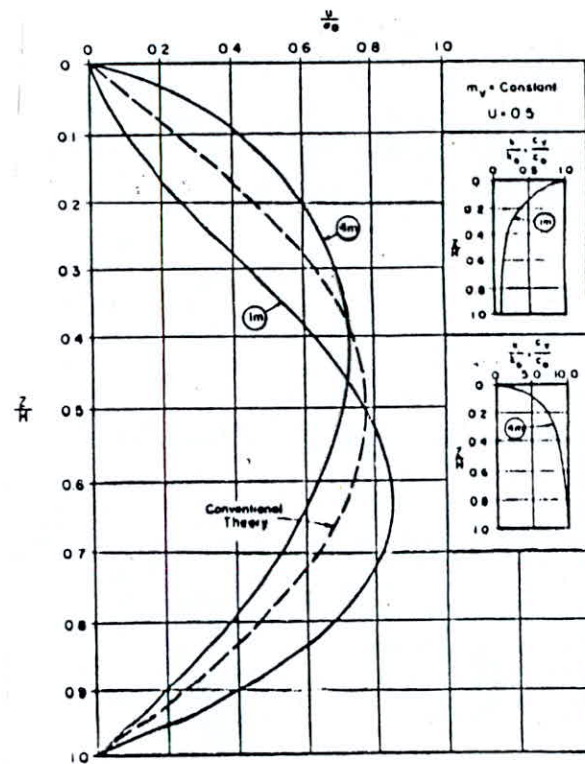


Figure- \bar{V} -3-6
 Isochrones de surpression:
 compressibilité constante,
 variation polynomiale de (c_v, k)
 Schiffman (1964)

VI-4 CHARGEMENT VARIABLE

Les solutions analytiques pour un chargement variable au cours du temps sont pratiquement inexistantes dans la littérature car la multiplicité des cas possibles de chargement et de déchargement rend impossible la formulation d'une expression générale.

OLSON (1977) a présenté une solution mathématique pour la consolidation unidimensionnelle due à un chargement variable dont la loi, en fonction du temps, est linéaire (fig VI-4).

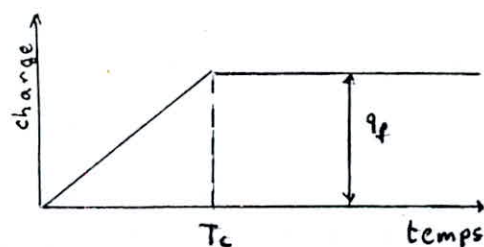


fig VI-2 Variation linéaire du chargement

Le problème du chargement variable est traité de la manière suivante : la charge est augmentée progressivement à chaque itération en tenant compte du pas de temps Δt , ce qui revient à traiter le cas du chargement variable comme une série de chargements instantanés. Les résultats sont donnés en terme de degré de consolidation en fonction du facteur temps T_v .

VI-4.1 Interprétation des résultats

Les courbes obtenues sont proches de celles données par OLSON, un certain écart entre les valeurs est observé pour des degrés de consolidation inférieurs à 10 % cela semble être dû aux erreurs commises lors de l'intégration numérique, et à la discretisation en une suite de chargements. Ces erreurs peuvent être minimisées en affinant le maillage et réduisant le pas de temps Δt .

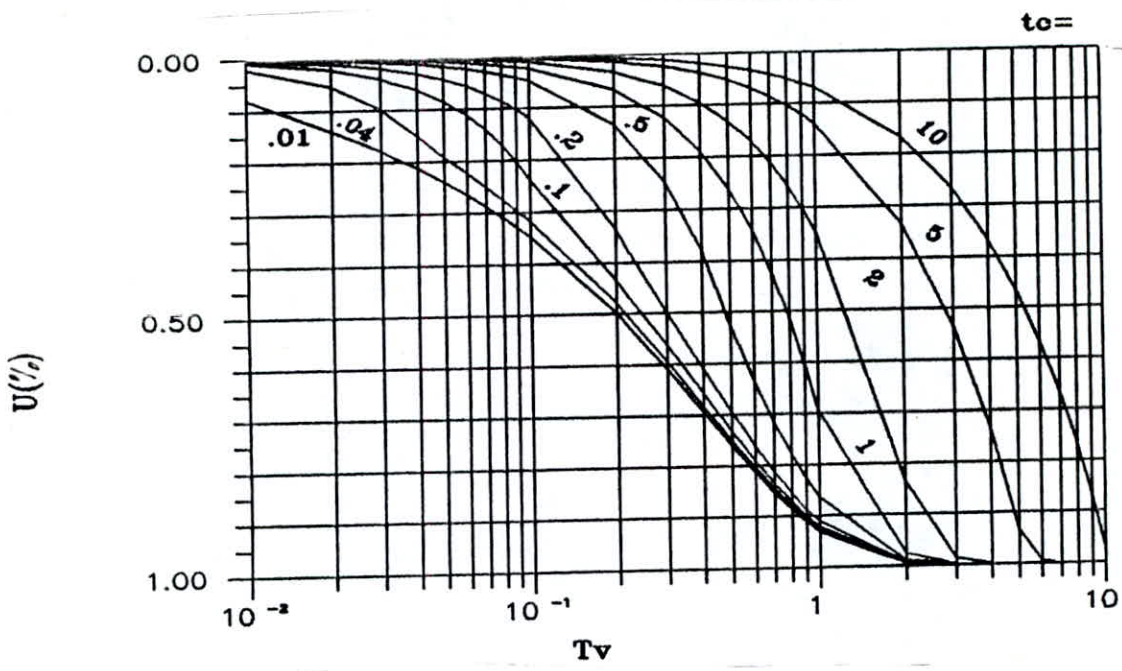


Figure - VI-4-2
 Degré moyen de consolidation,
 d'un chargement variable

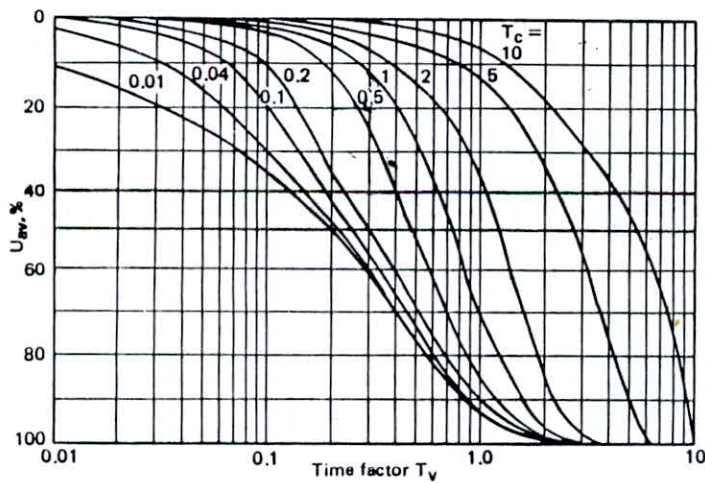


Fig. VI-4-3
 Degré de consolidation pour un chargement
 variable (Olsen, 1977)

CONCLUSION

L'utilisation de l'outil informatique pour la résolution des problèmes de consolidations, permet une approche discretisationnelle qui rend possible la description des caractéristiques des sols de façon assez fidèle, et cela sans recourir à la modélisation de la variation de ces paramètres, qui pourrait constituer une source d'erreurs non négligeable. De plus la possibilité de procéder à des incrementations successives, permet de faire varier ces mêmes paramètres au cours de la progression du phénomène de consolidation. Ainsi il devient possible, tout en en considérant la validité des hypothèses de TERZAGHI pour chaque couche de sol et durant chaque pas de temps Δt , de dépasser les restrictions importantes découlant de ces hypothèses et arriver à s'approcher des conditions réelles dans lesquelles s'effectue la consolidation.

Suggestions

Le programme développé pourra être utilisé dans l'étude de plusieurs problèmes de consolidation tels que :

Chargement cyclique

Recherche paramétrée (effet de la variation des rapports des paramètres physiques dans un bicouche)

Developpement de programmes

Plusieurs modifications du programme original sont possibles et ouvrent de larges perspectives à l'étude de la consolidation on pourra citer :

- Écoulement radial
- Consolidation bidimensionnelle
- Consolidation tridimensionnelle
- Autre théorie de consolidation que celle de TERZAGHI
- Utilisation de la méthode des éléments finis

BIBLIOGRAPHIE

CONTENTS

- SANGLERAT ET COSTET " Cours pratique de mécanique des sols "
- M.DAS. BRAJA " Advanced soil mechanics "
- K. TERZAGHI " Soil mechanics in engeneering practice "
- CRAIG " Soil mechanics "
- J.T. CHRISTIAN " Numerical methods in géotechnical
engeneering "

ARTICLES

- G.THOMANN (1972) "Résolution de l'Equation de Consolidation
Unidimensionnelle de TERZAGHI par la Méthode
des Differences Finies"

Bulletin de Liaison du L.C.P.C (Mai-Juin 1972)

- J-P. MOULY-AIGROT (1973) "Consolidation Unidimensionnelle
des Multicouches"

Bulletin de Liaison du L.C.P.C (Nov-dec 1973)

- PEIGNAUD (1970) "Consolidation d'un Système Bicouche"

Bulletin de Liaison du L.C.P.C (Mai-Juin 1970)

- R.E OLSON (1977) "Consolidation Under Time Dependant Loading"
Journal of the Géotechnical Engeneering Division, ASCE,
Vol.103, No.GP1, January, 1977.

- SCHIFMANN (1964) "Consolidation of Nonhomogeneous clay layers"
Journal of the Soil mechanics and Foundation Division
Vol.90, No.SM5, September, 1964.

R.E OLSON et C.LADD "One dimensional consolidation problems"
Journal of the Géotechnical Engeneering Division ASCE ,
Vol.105, NO.GT1, June, 1979

NOTES DE COURS

R.E OLSON "Application of Finite Difference Equations to the
Solution of Consolidation Problems in Which TERZAGHI's
Theory of Consolidation is Valid"
(University of Texas - AUSTIN)

J.M DUNCAN

"CONSOL Version 2.0 .A computer program for 1-D consolidation
Analysis of layered soil masses"
(Virginia Polytechnics institute and state university)

ANNEXES

Equation unidimensionnelle de TERZAGHI

Considerons une masse élémentaire de sol de volume $dx dy dz$

Le debit entrant suivant la direction z est :

$$q_z = k_z i_z A_z = k_z \frac{\partial h}{\partial z} dx dy \quad (1)$$

Le debit sortant est :

$$q_z + dq_z = k_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dz \right) dx dy \quad (2)$$

La variation de volume par rapport au temps est égale à la variation de debit :

$$\frac{\partial V}{\partial t} = (q_z + dq_z) - q_z \quad (3)$$

$$V = dx dy dz \quad \frac{\partial V}{\partial t} = k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} dx dy dz \quad (4)$$

$$\text{comme } h = u/\gamma \quad : \quad (5)$$

$$\frac{k_z}{\gamma_v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} dx dy dz = \frac{\partial V}{\partial t} \quad (6)$$

Durant la consolidation la variation de volume est égale à la variation de volume du vide .

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V_v}{\partial t} \quad \text{or } V_v = e V_s \quad (7)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = V_s \frac{\partial e}{\partial t} \quad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{V}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad \frac{\partial V}{\partial t} = \frac{dx dy dz}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (8)$$

en combinant les équations 5 et 8 on obtient :

$$\frac{k_z}{\gamma_v} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial e}{\partial t} \quad (9)$$

en supposant l'existence d'une relation linéaire reliant $\Delta \sigma'$ et de la forme : $\partial e = a_v \partial (\Delta \sigma')$ (10)

a_v : coefficient de compressibilité

Puisque l'augmentation de la contrainte effective est due à la dissipation de la pression interstitielle u :

$$\partial e = a_v \partial u \quad (11)$$

à partir des équations (9) et (11) on obtient :

$$\frac{kz}{\gamma_v} \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{1+e} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (12)$$

$$\frac{kz}{\gamma_v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = m_v \frac{\partial u}{\partial t} \quad (13)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{kz}{m_v \gamma_v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (14)$$

$$\text{posons } C_v = \frac{kz}{m_v \gamma_v} \quad (15)$$

L'équation de la consolidation unidimensionnelle s'écrira :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (16)$$

kz : permeabilité du sol dans le sens vertical.

γ_v : poids spécifique de l'eau .

e : indice du vide

h : épaisseur de la couche de sol .

SOLUTION ANALYTIQUE

La solution exacte de l'équation de TERZAGHI est donnée par les series de FOURIER .

Supposons que $u = F(z) G(t)$ (1)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F(z) \frac{\partial G(t)}{\partial t} = F(z) G'(t) \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = F''(z) G(t) \quad (3)$$

L'équation de consolidation de TERZAGHI étant :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (4)$$

en combinant (2) et (3) avec (4) :

$$F(z) G'(t) = C_v F''(z) G(t) \quad (5)$$

ce qui donne

$$\frac{F''}{F} = \frac{1}{C_v} \frac{G'}{G} \quad (6)$$

Le membre de gauche de l'équation (6) est fonction de z seulement et est independant de t et reciproquement pour l'autre membre de l'équation ce qui n'est possible que si les deux membres sont égaux à une constante soit $-B^2$.

$$F''(z) = -B^2 F(z) \quad (7)$$

une solution de l'équation differentielle (7) peut être donnée par

$$F(z) = A_1 \cos(B z) + A_2 \sin(B z) \quad (8)$$

A_1 et A_2 étant deux constantes

de même : $G'(t) = -B^2 G(t)$

$$G(t) = A_3 e^{-(B^2 C_v t)} \quad (9)$$

A_3 constante .

En combinant les équations (9) et (8) :

$$u = (A_1 \cos(Bz) + A_2 \sin(Bz)) A_3 e^{-(B^2 C_v t)}$$

$$u = (A_4 \cos(Bz) + A_5 \sin(Bz)) e^{-(B^2 C_v t)} \quad (10)$$

Avec $A_4 = A_1 A_3$ et $A_5 = A_2 A_3$

Les constantes A_4 , A_5 seront évaluées à l'aide des conditions aux limites .

Une solution générale de l'équation (10) peut être donnée par :

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin\left(\frac{n\pi z}{2H}\right) e^{-\left(\frac{n^2\pi^2 T_v}{4}\right)} \quad (11)$$

$$\text{où } T_v = \frac{C_v t}{(H)^2}$$

La valeur de la constante A_n est donnée par :

$$A_n = \frac{1}{M} \int_0^{2H} u_l \sin\left(\frac{n\pi z}{2H}\right) dz \quad (12)$$

L'expression finale de la surpression devient :

$$u = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{H} \int_0^{2H} u_l \sin\left(\frac{n\pi z}{2H}\right) dz \right] \sin\left(\frac{n\pi z}{2H}\right) e^{-\left(\frac{n^2\pi^2 T_v}{4}\right)}$$

(13)

ANNEXE A3

Structure du fichier de données

Titre

Nombre de couches

Type de chargement { 1 chargement constant
2 chargement variable dans le temps

Nombre de types de sol .

Condition aux limites à la surface { 0 perméable
Condition aux limites à la base { 1 imperméable

Nombre de nœuds par couche

Épaisseur de la couche

Perméabilité de la couche

Coefficient de consolidation de la couche

*Si il y a calcul de tassement

Indice de compression de la couche

Indice de recompression de la couche.

Poids volumique de la couche

Poids volumique de jaugé

Type de la couche .

*Si la variation de l'indice du vide est considérée

Nombre de lignes

Profondeur e_0

*Si la variation de la contrainte de préconsolidation est considérée

Nombre de lignes

Profondeur contrainte de préconsolidation

Nombre d'isochrones

temps pour lesquels sont recherchées les isochrones

EXEMPLE:

COMPRESSIBILITE CONSTANTE, VARIATION SINUSOIDALE DE CV, K

<<<<<<<<<DONNEES DU PROBLEME>>>>>>>>>>>>

NOMBRE DE COUCHES : _____ 10
TYPE DE CHARGEMENT : -----CONSTANT
NOMBRE DE TYPES DE SOL : -----1

CONDITIONS AUX LIMITES

CONDITION LIMITE A LA SURFACE: _____PERMEABLE
CONDITION LIMITE A LA BASE: _____PERMEABLE

CARACTERISRIQUES GEOMETRIQUES ET PHYSIQUES

COUCHE	EPAISSEUR	NOMBRE NOEUDS	PERMEABILITE	CV
1	0.10	3	0.86E+00	.8591E+00
2	0.10	3	0.59E+00	.5910E+00
3	0.10	3	0.36E+00	.3640E+00
4	0.10	3	0.20E+00	.1980E+00
5	0.10	3	0.11E+00	.1110E+00
6	0.10	3	0.11E+00	.1110E+00
7	0.10	3	0.20E+00	.1980E+00
8	0.10	3	0.36E+00	.3640E+00
9	0.10	3	0.59E+00	.5910E+00
10	0.10	3	0.86E+00	.8590E+00

PROPRIETES DU SOL

CONTRAINTE EFFECTIVE A Z=0 =----- 0.00

NOMBRE D'ISOCHRONES: _____ 1
TEMPS D'ISOCHRONES:
5000.00

TYPE DE DISTRIBUTION-VALEURS INITIALES

TYPE DE DISTRIBUTION: _____LINEAIRE
PRESSION INITIALE A LA SURFACE: _____ 1.00
PRESSION INITIALE A LA BASE : _____ 1.00

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.1500

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	1.0000
2	0.125	0.1805	0.8195
3	0.250	0.3513	0.6487
4	0.375	0.5041	0.4959
5	0.500	0.6327	0.3673
6	0.625	0.7335	0.2665
7	0.750	0.8053	0.1947
8	0.875	0.8480	0.1520
9	1.000	0.8622	0.1378
10	1.125	0.8480	0.1520
11	1.250	0.8053	0.1947
12	1.375	0.7335	0.2665
13	1.500	0.6327	0.3673
14	1.625	0.5041	0.4959
15	1.750	0.3513	0.6487
16	1.875	0.1805	0.8195
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.4373

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.2000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	1.0000
2	0.125	0.1546	0.8454
3	0.250	0.3024	0.6976
4	0.375	0.4370	0.5630
5	0.500	0.5532	0.4468
6	0.625	0.6470	0.3530
7	0.750	0.7155	0.2845
8	0.875	0.7573	0.2427
9	1.000	0.7712	0.2288
10	1.125	0.7573	0.2427
11	1.250	0.7155	0.2845
12	1.375	0.6470	0.3530
13	1.500	0.5532	0.4468
14	1.625	0.4370	0.5630
15	1.750	0.3024	0.6976
16	1.875	0.1546	0.8454
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.5043

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.3000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	1.0000
2	0.125	0.1189	0.8811
3	0.250	0.2331	0.7669
4	0.375	0.3381	0.6619
5	0.500	0.4300	0.5700
6	0.625	0.5052	0.4948
7	0.750	0.5610	0.4390
8	0.875	0.5952	0.4048
9	1.000	0.6068	0.3932
10	1.125	0.5952	0.4048
11	1.250	0.5610	0.4390
12	1.375	0.5052	0.4948
13	1.500	0.4300	0.5700
14	1.625	0.3381	0.6619
15	1.750	0.2331	0.7669
16	1.875	0.1189	0.8811
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.6132

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.4000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	1.0000
2	0.125	0.0927	0.9073
3	0.250	0.1818	0.8182
4	0.375	0.2640	0.7360
5	0.500	0.3359	0.6641
6	0.625	0.3950	0.6050
7	0.750	0.4388	0.5612
8	0.875	0.4658	0.5342
9	1.000	0.4749	0.5251
10	1.125	0.4658	0.5342
11	1.250	0.4388	0.5612
12	1.375	0.3950	0.6050
13	1.500	0.3359	0.6641
14	1.625	0.2640	0.7360
15	1.750	0.1818	0.8182
16	1.875	0.0927	0.9073
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.6976

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.5000

: NOEUD :	PROF :	U :	SIGP :
: 1 :	0.000 :	0.0000 :	1.0000 :
: 2 :	0.125 :	0.0725 :	0.9275 :
: 3 :	0.250 :	0.1421 :	0.8579 :
: 4 :	0.375 :	0.2064 :	0.7936 :
: 5 :	0.500 :	0.2626 :	0.7374 :
: 6 :	0.625 :	0.3088 :	0.6912 :
: 7 :	0.750 :	0.3432 :	0.6568 :
: 8 :	0.875 :	0.3643 :	0.6357 :
: 9 :	1.000 :	0.3714 :	0.6286 :
: 10 :	1.125 :	0.3643 :	0.6357 :
: 11 :	1.250 :	0.3432 :	0.6568 :
: 12 :	1.375 :	0.3088 :	0.6912 :
: 13 :	1.500 :	0.2626 :	0.7374 :
: 14 :	1.625 :	0.2064 :	0.7936 :
: 15 :	1.750 :	0.1421 :	0.8579 :
: 16 :	1.875 :	0.0725 :	0.9275 :
: 17 :	2.000 :	0.0000 :	1.0000 :

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.7635

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.6000

: NOEUD :	PROF :	U :	SIGP :
: 1 :	0.000 :	0.0000 :	1.0000 :
: 2 :	0.125 :	0.0567 :	0.9433 :
: 3 :	0.250 :	0.1112 :	0.8888 :
: 4 :	0.375 :	0.1614 :	0.8386 :
: 5 :	0.500 :	0.2054 :	0.7946 :
: 6 :	0.625 :	0.2415 :	0.7585 :
: 7 :	0.750 :	0.2683 :	0.7317 :
: 8 :	0.875 :	0.2849 :	0.7151 :
: 9 :	1.000 :	0.2904 :	0.7096 :
: 10 :	1.125 :	0.2849 :	0.7151 :
: 11 :	1.250 :	0.2683 :	0.7317 :
: 12 :	1.375 :	0.2415 :	0.7585 :
: 13 :	1.500 :	0.2054 :	0.7946 :
: 14 :	1.625 :	0.1614 :	0.8386 :
: 15 :	1.750 :	0.1112 :	0.8888 :
: 16 :	1.875 :	0.0567 :	0.9433 :
: 17 :	2.000 :	0.0000 :	1.0000 :

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.8151

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.7000

: NOEUD :	PROF :	U :	SIGP :
: 1 :	0.000 :	0.0000 :	1.0000 :
: 2 :	0.125 :	0.0443 :	0.9557 :
: 3 :	0.250 :	0.0869 :	0.9131 :
: 4 :	0.375 :	0.1262 :	0.8738 :
: 5 :	0.500 :	0.1606 :	0.8394 :
: 6 :	0.625 :	0.1888 :	0.8112 :
: 7 :	0.750 :	0.2098 :	0.7902 :
: 8 :	0.875 :	0.2228 :	0.7772 :
: 9 :	1.000 :	0.2271 :	0.7729 :
: 10 :	1.125 :	0.2228 :	0.7772 :
: 11 :	1.250 :	0.2098 :	0.7902 :
: 12 :	1.375 :	0.1888 :	0.8112 :
: 13 :	1.500 :	0.1606 :	0.8394 :
: 14 :	1.625 :	0.1262 :	0.8738 :
: 15 :	1.750 :	0.0869 :	0.9131 :
: 16 :	1.875 :	0.0443 :	0.9557 :
: 17 :	2.000 :	0.0000 :	1.0000 :

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.8554

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.8000

: NOEUD :	PROF :	U :	SIGP :
: 1 :	0.000 :	0.0000 :	1.0000 :
: 2 :	0.125 :	0.0346 :	0.9654 :
: 3 :	0.250 :	0.0680 :	0.9320 :
: 4 :	0.375 :	0.0987 :	0.9013 :
: 5 :	0.500 :	0.1256 :	0.8744 :
: 6 :	0.625 :	0.1477 :	0.8523 :
: 7 :	0.750 :	0.1641 :	0.8359 :
: 8 :	0.875 :	0.1742 :	0.8258 :
: 9 :	1.000 :	0.1776 :	0.8224 :
: 10 :	1.125 :	0.1742 :	0.8258 :
: 11 :	1.250 :	0.1641 :	0.8359 :
: 12 :	1.375 :	0.1477 :	0.8523 :
: 13 :	1.500 :	0.1256 :	0.8744 :
: 14 :	1.625 :	0.0987 :	0.9013 :
: 15 :	1.750 :	0.0680 :	0.9320 :
: 16 :	1.875 :	0.0346 :	0.9654 :
: 17 :	2.000 :	0.0000 :	1.0000 :

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.8869

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.8400

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	1.0000
2	0.125	0.0314	0.9686
3	0.250	0.0616	0.9384
4	0.375	0.0894	0.9106
5	0.500	0.1138	0.8862
6	0.625	0.1338	0.8662
7	0.750	0.1487	0.8513
8	0.875	0.1579	0.8421
9	1.000	0.1610	0.8390
10	1.125	0.1579	0.8421
11	1.250	0.1487	0.8513
12	1.375	0.1338	0.8662
13	1.500	0.1138	0.8862
14	1.625	0.0894	0.9106
15	1.750	0.0616	0.9384
16	1.875	0.0314	0.9686
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.8975

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.9000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	1.0000
2	0.125	0.0271	0.9729
3	0.250	0.0531	0.9469
4	0.375	0.0772	0.9228
5	0.500	0.0982	0.9018
6	0.625	0.1155	0.8845
7	0.750	0.1283	0.8717
8	0.875	0.1362	0.8638
9	1.000	0.1389	0.8611
10	1.125	0.1362	0.8638
11	1.250	0.1283	0.8717
12	1.375	0.1155	0.8845
13	1.500	0.0982	0.9018
14	1.625	0.0772	0.9228
15	1.750	0.0531	0.9469
16	1.875	0.0271	0.9729
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.9116

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.2000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	0.0000
2	0.125	0.0601	0.0024
3	0.250	0.1193	0.0057
4	0.375	0.1769	0.0106
5	0.500	0.2317	0.0183
6	0.625	0.2820	0.0305
7	0.750	0.3261	0.0489
8	0.875	0.3615	0.0760
9	1.000	0.3856	0.1144
10	1.125	0.3958	0.1667
11	1.250	0.3895	0.2355
12	1.375	0.3649	0.3226
13	1.500	0.3215	0.4285
14	1.625	0.2601	0.5524
15	1.750	0.1831	0.6919
16	1.875	0.0946	0.8429
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.5043

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.3000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	0.0000
2	0.125	0.0529	0.0096
3	0.250	0.1045	0.0205
4	0.375	0.1534	0.0341
5	0.500	0.1980	0.0520
6	0.625	0.2369	0.0756
7	0.750	0.2685	0.1065
8	0.875	0.2911	0.1464
9	1.000	0.3034	0.1966
10	1.125	0.3041	0.2584
11	1.250	0.2925	0.3325
12	1.375	0.2683	0.4192
13	1.500	0.2319	0.5181
14	1.625	0.1847	0.6278
15	1.750	0.1285	0.7465
16	1.875	0.0659	0.8716
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.6132

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.4000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	0.0000
2	0.125	0.0439	0.0186
3	0.250	0.0864	0.0386
4	0.375	0.1261	0.0614
5	0.500	0.1616	0.0884
6	0.625	0.1916	0.1209
7	0.750	0.2149	0.1601
8	0.875	0.2305	0.2070
9	1.000	0.2375	0.2625
10	1.125	0.2354	0.3271
11	1.250	0.2239	0.4011
12	1.375	0.2034	0.4841
13	1.500	0.1744	0.5756
14	1.625	0.1379	0.6746
15	1.750	0.0954	0.7796
16	1.875	0.0488	0.8887
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.6976

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.5000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	0.0000
2	0.125	0.0353	0.0272
3	0.250	0.0694	0.0556
4	0.375	0.1010	0.0865
5	0.500	0.1289	0.1211
6	0.625	0.1522	0.1603
7	0.750	0.1699	0.2051
8	0.875	0.1812	0.2563
9	1.000	0.1857	0.3143
10	1.125	0.1831	0.3794
11	1.250	0.1733	0.4517
12	1.375	0.1567	0.5308
13	1.500	0.1337	0.6163
14	1.625	0.1054	0.7071
15	1.750	0.0728	0.8022
16	1.875	0.0372	0.9003
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.7635

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.7000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	0.0000
2	0.125	0.0220	0.0405
3	0.250	0.0432	0.0818
4	0.375	0.0628	0.1247
5	0.500	0.0800	0.1700
6	0.625	0.0941	0.2184
7	0.750	0.1047	0.2703
8	0.875	0.1112	0.3263
9	1.000	0.1136	0.3864
10	1.125	0.1115	0.4510
11	1.250	0.1052	0.5198
12	1.375	0.0947	0.5928
13	1.500	0.0806	0.6694
14	1.625	0.0634	0.7491
15	1.750	0.0437	0.8313
16	1.875	0.0223	0.9152
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.8554

TEMPS D'ISOCHRONE: _____ 0.9000

NOEUD	PROF	U	SIGP
1	0.000	0.0000	0.0000
2	0.125	0.0135	0.0490
3	0.250	0.0265	0.0985
4	0.375	0.0385	0.1490
5	0.500	0.0491	0.2009
6	0.625	0.0577	0.2548
7	0.750	0.0641	0.3109
8	0.875	0.0681	0.3694
9	1.000	0.0694	0.4306
10	1.125	0.0681	0.4944
11	1.250	0.0642	0.5608
12	1.375	0.0578	0.6297
13	1.500	0.0492	0.7008
14	1.625	0.0386	0.7739
15	1.750	0.0266	0.8484
16	1.875	0.0136	0.9239
17	2.000	0.0000	1.0000

DEGRE MOYEN DE CONSOLIDATION: _____ 0.9116

