

P0006/05B

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et la Recherche Scientifique



*Ecole Nationale Polytechnique*

**DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE**

**PROJET DE FIN D'ETUDES**

Pour l'obtention du diplôme d'ingénieur d'Etat en

**ELECTROTECHNIQUE**

*Thème*

**CARACTERISATION DE L'EFFET DE PEAU DANS LA  
MACHINE ASYNCHRONE A CAGE D'ECUREUIL**

*Proposé et dirigé par :*

*Pr.O.TOUHAMI*

*Réalisé par :*

*N.BENAKBA*

*M. MEHENOUN*

*Promotion 2005*

# *Remerciement*

---

---

## **REMERCIEMENTS**

*Nous tenons à remercier tout d'abord notre responsable de projet, Monsieur, **O.TOUHAMI**, aussi bien pour leur aide précieuse et sa disponibilité que pour leurs qualités humaines. il nous a toujours consacré le temps nécessaire pour être guidés efficacement. Au-delà de leur grande rigueur scientifique et de l'aide technique qu'il nous a apportée, leur soutien amical et la reconnaissance dont il a fait preuve envers notre travail nous a aidé à franchir bien des barrières.*

*Nous tenons à remercier aussi, Monsieur, **R.IBTIOUENE** pour son intérêt et ses conseils pour notre projet.*

*Nous remercions également, Monsieur, **M.O.MAHMOUDI**, pour leurs aides.*

*Enfin, nous adressons nos remerciements à toute l'équipe d'encadrement de l'école*

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# *Dédicaces*

---

---

## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail*

*A mes très chers parents*

*A mes chers sœurs et frères.*

*A toute ma famille*

*A mon copain Mohamed et sa famille*

*A tous mes amis en particulier : SALEM ATIYA Youcef*

*MAHMOUD Samir, CHAIB Med ,BENANI Yacine*

*A tous mes amis de l'ENP en particulier : B.Adel, B.Ahcn*

*KH.Riad, M.Amine, T.Mesbah, A.M.Rabeh, B.Malik*

*A la promotion sortante 2005, en particulier les électrotechniciens*

**N.BENAKBA**

## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste travail à ceux qui ont sacrifié  
beaucoup pour moi, que je ne peux  
les rendre le bien quoi que je fasse*

*A ma mère, à ma tante*

*Et son mari.*

*A toute ma famille*

*A mon copain Nabil et sa famille*

*A tous mes amis de l'ENP et à toute la promotion 2005*

*Plus particulièrement les électrotechniciens*

**M. MEHENOUN**

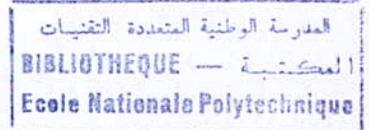
المدسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ***SOMMAIRE***

---

---

# SOMMAIRE



<b>INTRODUCTION GENERALE.....</b>	<b>1</b>
<b>I. MODELISATION ANALYTIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE A CAGE</b>	
<b>D'ECUREUIL.....</b>	<b>2</b>
I.1. Introduction.....	2
I.2. Machine asynchrone (modèle dit du transformateur .....	3
I.2.1 Entrefer effectif "Coefficient de Carter".....	9
I.3. Bilan énergétique .....	9
I.4. Modélisation de la machine à cage.....	11
I.4.1. Résistances rotoriques relatives aux harmoniques et pertes .....	20
I.4.2. Types d'encoches.....	21
I.4.3. Encoches profondes.....	22
<b>II. CALCUL PRATIQUE DES PARAMETRES DE LA MACHINE ASYNCHRONE</b>	
II.1 Introduction.....	25
II.2. Calcul des résistances .....	25
II.2.1. Calcul de la résistance statorique .....	25
II.2.2. Calcul de la résistance rotorique.....	27
II.2.2.a Calcul de la résistance d'une barre .....	27
II.2.2.b Calcul de la résistance de l'anneau de court-circuit.....	27
II.2.2.c Calcul de la résistance active de l'enroulement rotor.....	27
II.2.2.d Calcul de la résistance de la résistance rotorique ramenée au stator.....	28
II.3.Calcul des réactances .....	29
II.4 Détermination des paramètres du moteur en tenant compte de l'effet pelliculaire et de la saturation.....	33
II.5 La valeur de l'inductance en tenant compte de la saturation du flux de fuites.....	36
<b>III. ETUDE DE L'EVOLUTION THEORIQUE DES RESISTANCES ET INDUCTANCES EN CONSIDERANT L'EFFET PELLICULAIRE</b>	
III.1 Introduction.....	40
III.2 Etudes de l'évolution de la relation entre les résistances (respectivement inductances) d'encoche en alternatif et en continu.....	41

III.3 Calcul des résistances et réactances de la machine en alternatif sinusoïdal à 50 Hz.....	43
<b>IV. ESSAIS ET RESULTATS.....</b>	<b>44</b>
IV.1 Introduction.....	44
IV.2 Essai en continu.....	44
IV.2 .1 mesure des résistances à fréquence variable.....	44
IV.2 .2 Mesure de la résistance statorique en continu.....	51
IV.3. Essai en alternatif sinusoïdal à fréquence 50 Hz .....	52
<b>CONCLUSION .....</b>	<b>55</b>
<b>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</b>	

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ***NOMENCLATURE***

---

---

## NOMENCLATURE

$\Phi_{a,b,c}$ ,  $\Phi_{A,B,C}$  : Les composantes du flux statorique et du flux rotorique

$i_{a,b,c}$ ,  $i_{A,B,C}$  : Les composantes du courant statorique et du courant rotorique

$L_S$ ,  $L_R$ ,  $M_{SR}$  : Les inductances synchrone du stator, du rotor et l'inductance mutuelle

$\theta$  : Position angulaire du rotor

$\omega$ ,  $\omega_R$ ,  $\omega_m$  : Fréquence électrique du stator, du rotor et la vitesse de rotation mécanique

$g$  : Glissement

$\xi_R$  : Déphasage des courants rotoriques vis à vis des courants statoriques.

$R$  : Rayon du rotor

$l$  : Longueur effective

$p$  : Nombre de paire de pôles

$N$  : Nombre de spires connectées en série de la phase

$k_{bob}$  : Facteur de bobinage

$S, R$  : Indices se réfèrent au stator, au rotor

$L_l$  : Inductance de fuite ( $l$  pour leakage = fuite en anglais)

$M$  : Inductance mutuelle entre stator et rotor, en ne considérant que le fondamental

$e$  : Epaisseur de l'entrefer

$\wp_e$  : Facteur de perméance de l'entrefer

$e_{eff}$  : Entrefer effectif

$Z_e$  : Impédance d'entrefer

$B_r$ ,  $\Phi_{AR}$  : flux d'entrefer d'induction ne décrit que l'induction radiale produite par le fondamental du courant rotorique, Le flux dû à cette induction

$V_e$ ,  $P_e$ ,  $B_\delta$ ,  $l_\delta$  : Tension, puissance, Induction et longueur d'entrefer

$B_{fe}$  : Induction fictive dans l'entrefer

$P_{JR}$  : Puissance dissipée dans les résistances rotoriques

$P_m$  : Puissance mécanique

$P_{ab}$  : Puissance absorbée

$P_{tr}$  : Puissance transmise

$\eta$  : Rendement

$\cos \varphi$  : Facteur de puissance

$K_r$  : Amplitude complexe de la charge linéaire.

$\underline{I}_2$  : Courant rotorique en terme d'espace fondamental du courant de surface du rotor

$L_{ad}$  : Inductance du stator, en ne considérant que le fondamental

$K_z$  : Charge uniformément le long du rotor

$\underline{Z}_{enc}$  : Représente l'impédance de l'encoche par unité de longueur

$D_1$  : Diamètre interne du stator

$D_{ext2}$  : Diamètre extérieur du rotor.

$\varepsilon_{ann}$  : Epaisseur de l'anneau de court-circuit.

$N_1$  : Nombre d'encoches statoriques.

$\delta$  : profondeur de pénétration

$J_z$  : La densité de courant

$l_{moy}$  : Longueur moyenne d'un conducteur statorique

$l_{front}$  : Longueur de la partie frontale

$L_1$  : Longueur totale des conducteurs en série de la phase

$S_1$  : Section d'un conducteur effectif.

$a$  : Nombre de voies d'enroulements.

$K_f$  : Facteur tenant compte de l'augmentation du courant en alternatif due au champ de fuite

$\rho_{(75^\circ C)}, \rho_{Al(25^\circ C)}$  : Résistivité à  $75^\circ C$ ,  $25^\circ C$ .

$l_{barre}, q_{barre}$  : Résistance, longueur et section de la barre rotorique.

$I_\mu$  : Courant magnétisant.

$\tau_p, t_1, t_2$  : Pas polaire, pas dentaire au stator et pas dentaire au rotor

$K_{racc}$  : Facteur de raccourcissement.

$k_s$  : Facteur de saturation corrigé

$\Gamma$  : Représente le périmètre de l'anneau.

$R_-, L_-$  : Résistance et inductance de la barre en continu

$R_-, L_-$  : Résistance et inductance de la barre en alternatif

$q_{hr}$  : Désigne la surface d'encoche pénétrée par le courant.

$h_x, h_r$  : Profondeur de pénétration du flux magnétique et du courant dans la barre

$Z_{cc\xi}$  : Impédance d'entrée la machine en considérant l'effet pelliculaire

$r_{cc\xi}$  ,  $X_{cc\xi}$  : Résistance et réactance de court-circuit en considérant l'effet pelliculaire

$R'_{2\xi}$  ,  $X'_{2\xi}$  : Résistance et réactance rotoriques en considérant l'effet pelliculaire ramenée  
au stator

$F_{encmoy}$  : Force magnétomotrice moyenne d'encoche

$l_{front}$  : Longueur de la partie frontale

$l_{moy}$  : Longueur d'une demi spire

$L_1$  : Longueur totale des conducteurs en série de la phase

$R_{1(75^\circ C)}$  : Résistance active de la phase stator réduite à la température 75°C

$R_1^*$  : Résistance active statorique en unité relative (en pu)

$R_{barre}$  ,  $r_{ann}$  ,  $R_2$  : Les résistance actives de la barre du rotor, de l'anneau de court-circuit et  
de l'enroulement rotorique

$R_2$  : Résistance active du rotor ramené au stator

$K_{red}$  : Coefficient de réduction

$\lambda_{1enc}$  ,  $\lambda_{2enc}$  ,  $\lambda_{1pf}$  ,  $\lambda_{2pf}$  : Les perméances d'encoche du stator, du rotor, de la partie frontale  
du stator , de la partie frontale du rotor

$\sum \lambda_{1i}$  ,  $\sum \lambda_{2i}$  : Les facteurs de perméance au stator et au rotor

$X_{1f}$  ,  $X_{2f}$  : Les réactances de fuite du stator et du rotor

$X_{2f}$  : La réactance de fuite du rotor ramenée au stator

$X_{12}$  : La réactance mutuelle de la machine

$X_2^*$  ,  $X_{12}^*$  : La réactance de fuite rotorique et La réactance mutuelle en unité relative

$X_{1bais}$  ,  $X_{2bais}$  : Les réactances du stator et du rotor en considérant l'effet du biais  
d'encoches

$\Delta R_{2\xi}$  : La variation de la résistance rotorique due à l'effet pelliculaire

$R_{2\xi}$  ,  $X_{2\xi}$  : Résistance et réactance de fuite du rotor ramenée au stator en considérant  
l'effet pelliculaire

$\lambda_{2enc\xi}$  : La perméance d'encoche du rotor en tenant compte de l'effet pelliculaire

$\sum \lambda_{2\xi}$  : Le facteur de perméance du rotor en tenant compte de l'effet pelliculaire

$X_{2\xi}$  : La réactance de fuite du rotor en tenant compte de l'effet pelliculaire

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ***INTRODUCTION GENERALE***

---

---



## INTRODUCTON GENERALE

Le développement des procédures de diagnostic et de commande des machines électriques implique un effort important de modélisation des processus électriques en raison des exigences croissantes sur la sûreté de fonctionnement et les performances. L'alimentation des machines électriques par des convertisseurs statiques impose un fonctionnement sur une gamme fréquentielle importante, et l'utilisation des modèles simplifiés usuels n'est alors plus convenable. Ce phénomène est d'autant plus accentué que les machines admettent des structures électriques massives (machines asynchrones à cage, à encoches profondes ou à rotor massif) qui favorisent l'effet de peau donc les variations paramétriques en fonction du point de fonctionnement fréquentiel. Nous avons ainsi qualifié et quantifié l'influence des effets de la fréquence dans une machine asynchrone à cage tant théoriquement qu'expérimentalement. C'est l'objet de ce travail, pour ce faire il est structuré en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre nous avons développé un modèle équivalent de la machine à rotor bobiné, ce dernier à servi de base pour le développement d'un modèle équivalent de la machine à rotor à cage étendu aux diverses pertes et perturbations que la machine peut subir. Nous avons ainsi démontré l'influence de l'effet pelliculaire sur les paramètres de cette machine.

Nous avons démontré ainsi que la résistance rotorique tout comme l'inductance, varie en fonction de la fréquence, la résistance présentant une croissance et l'inductance une décroissance.

Le second chapitre est une description des procédures de construction que nous avons suivi lors du calcul d'une machine asynchrone à rotor à cage, à effet pelliculaire.

On y décrit également le calcul des résistances statoriques et rotoriques, et ensuite, leurs calculs en tenant compte de l'effet pelliculaire et de la saturation.

Le troisième chapitre est une étude théorique traduisant ce que l'on devrait obtenir comme paramètres lors de l'expérimentation.

On présente l'évolution des rapports de résistances, et des inductances, pour la machine utilisée en fonction de la fréquence, ainsi que des résultats obtenus par l'application de la procédure décrite au deuxième chapitre.

Le chapitre quatre quant à lui représente la partie expérimentale du travail, on présente une série d'essai servant à mesurer les paramètres statoriques à diverses fréquences, et les paramètres de la machine à la fréquence 50 Hz.

# ***CHAPITRE I***

---

**MODELISATION ANALYTIQUE DE LA  
MACHINE ASYNCHRONE A CAGE  
D'ECUREUIL**

## CHAPITRE I : MODELISATION ANALYTIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE A CAGE D'ECUREUIL

### I.1. Introduction

De toutes les machines électriques, les machines asynchrones sont de loin les plus utilisées, car elles sont généralement simples à construire, de moindre coût et offrent une performance raisonnable. Elles présentent aussi une courbe couple/vitesse contrôlable, mais aussi une stabilité et commandabilité en charge non négligeable.

Elles sont largement utilisées dans divers domaines, et méritent d'être étudiées dans le détail. En plus de leur avantage économique, les moteurs asynchrones et par la même les génératrices asynchrones, peuvent avoir des applications nouvelles, en développant de nouvelles conceptions. Un bon exemple pourrait être les moteurs à très grande vitesse, qui sont utilisés pour les compresseurs de gaz, peut être avec un moteur à rotor à cage d'écureuil, ou bien à rotor massif à fer renforcé (ou les deux peut être).

Cette étude est purement classique et basée sur les principes fondamentaux, ainsi les éléments du modèle équivalent sont obtenus de manière classique.

Bien que cette approche peut sous entendre une marge d'action limitée, elle sert parfaitement à la réalisation de notre objectif qui n'est autre que la compréhension du mode de fonctionnement des machines, car nous sommes d'avis ; qu'une fois cette fin aboutie, des méthodes plus sophistiquées d'analyse pourraient être utilisées pour obtenir des résultats plus précis (i.e. des valeurs plus précises des divers éléments du modèle équivalent).

On pourrait décrire une machine asynchrone élémentaire par le schéma de la Fig.1. Le rotor et le stator sont coaxiaux, le stator est à bobinage polyphasé, le rotor quant à lui peut être à bagues ou à cage d'écureuil.

Généralement, cette analyse est conduite en considérant le modèle triphasé, mais bien sur comme dans beaucoup de systèmes. Ceci pourra se généraliser à un nombre de phases différentes moyennant une légère difficulté .

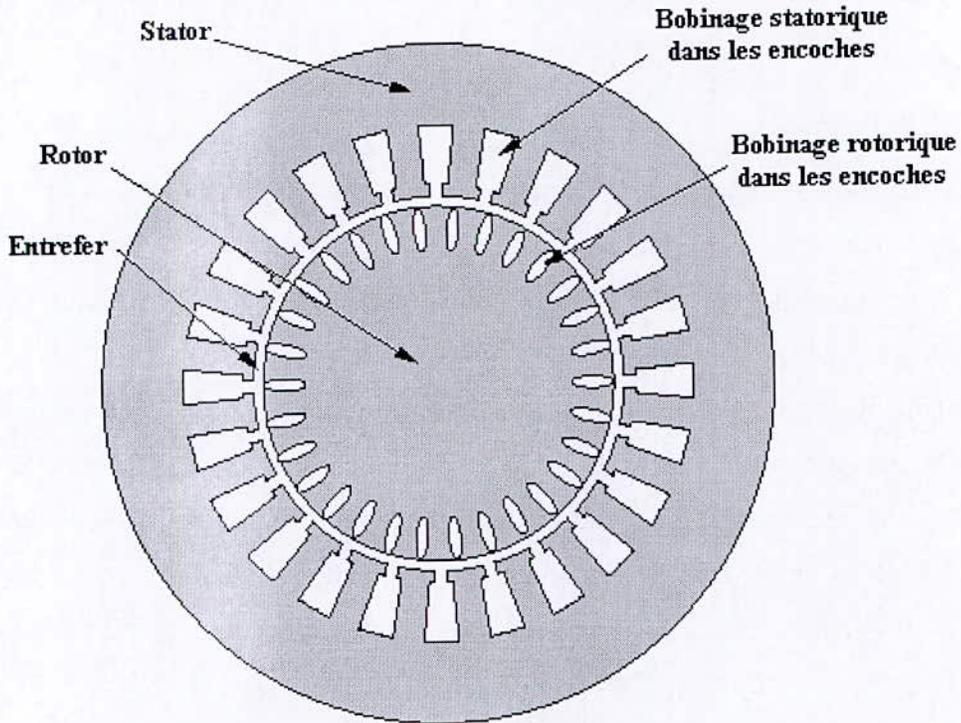


Fig.1 : Coupe Axiale de la Machine à Induction

### I.2. Machine asynchrone (modèle dit du transformateur)

Il paraît évident que la machine asynchrone présente deux éléments actifs électriquement ; le stator et le rotor.

Nous commençons notre analyse en supposant que le rotor comme le stator est décrit par un système triphasé, équilibré.

Bien sur, le rotor et le stator présentent un couplage, exprimé par des inductances mutuelles, dépendant de la position du rotor.

Les flux statoriques (respectivement, rotoriques) seront notés  $(\Phi_a, \Phi_b, \Phi_c)$  (respectivement  $(\Phi_A, \Phi_B, \Phi_C)$ ).

La relation entre flux et courant est donnée par l'équation matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Phi_a \\ \Phi_b \\ \Phi_c \\ \Phi_A \\ \Phi_B \\ \Phi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L}_S & \underline{M}_{SR} \\ \underline{M}_{SR}^T & \underline{L}_R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \tag{1}$$

où les divers bloc de la matrice inductance sont donnés par :

$$\underline{L}_S = \begin{bmatrix} L_a & L_{ab} & L_{ab} \\ L_{ab} & L_a & L_{ab} \\ L_{ab} & L_{ab} & L_a \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\underline{L}_R = \begin{bmatrix} L_A & L_{AB} & L_{AB} \\ L_{AB} & L_A & L_{AB} \\ L_{AB} & L_{AB} & L_A \end{bmatrix} \quad (3)$$

La matrice inductance mutuelle est une matrice circulaire exprimée par :

$$\underline{M}_{SR} = \begin{bmatrix} M.\cos(p\theta) & M.\cos(p\theta + \frac{2.\pi}{3}) & M.\cos(p\theta - \frac{2.\pi}{3}) \\ M.\cos(p\theta - \frac{2.\pi}{3}) & M.\cos(p\theta) & M.\cos(p\theta + \frac{2.\pi}{3}) \\ M.\cos(p\theta + \frac{2.\pi}{3}) & M.\cos(p\theta - \frac{2.\pi}{3}) & M.\cos(p\theta) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Certaines hypothèses relatives aux opérations sont nécessaires afin de pousser notre analyse plus loin. En premier lieu supposons que les courants sont équilibrés :

$$i_{a,b,c} = I_s.\cos\left(\omega t - k\frac{2.\pi}{3}\right) \quad (5)$$

$$i_{A,B,C} = I_R.\cos\left(\omega_r t + \xi_r - k\frac{2.\pi}{3}\right) \quad (6)$$

avec :  $k = 0,1,2$

La position angulaire du rotor  $\theta$  peut être exprimée par :

$$\theta = \omega_m .t + \theta_0 \quad (7)$$

Les formes d'ondes des flux statoriques sont à présent calculables sous les hypothèses :

$$\begin{aligned} \Phi_a = & (L_a - L_{ab}).I_s.\cos(\omega t) + M.I_R.(\cos(\omega_r t + \xi_r).\cos p(\omega_m t + \theta_0) \\ & + \cos(\omega_r t + \xi_r + \frac{2.\pi}{3}).\cos(p(\omega_m t + \theta_0) - \frac{2.\pi}{3}) \\ & + \cos(\omega_r t + \xi_r - \frac{2.\pi}{3}).\cos(p(\omega_m t + \theta_0) + \frac{2.\pi}{3})) \end{aligned} \quad (8)$$

Moyennant certaines transformations trigonométriques on aboutit à l'expression simplifiée suivante :

$$\Phi_a = (L_a - L_{ab}).I_s.\cos(\omega t) + \frac{3}{2}M.I_R.\cos((p\omega_m + \omega_r).t + \xi_r + p\theta_0) \quad (9)$$

la même procédure appliquée au rotor :

$$\begin{aligned} \Phi_A = M \cdot I_s \cdot \cos p(\omega_m t + \theta_0) \cdot \cos(\omega t) + \cos(p(\omega_m t + \theta_0) - \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \\ + \cos(p(\omega_m t + \theta_0) + \frac{2\pi}{3}) \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) + (L_A - L_{AB}) \cdot I_R \cdot \cos(\omega_r t + \xi_r) \end{aligned} \quad (10)$$

après simplification trigonométrique ,

$$\Phi_A = \frac{3}{2} M I_s \cos((\omega - p\omega_m)t - p\theta_0) + (L_A - L_{AB}) I_R \cos(\omega_r t + \xi_r) \quad (11)$$

Les équations (9) et (11) représentent la formulation du flux, ou plutôt des flux rotoriques et statoriques en terme de courants.

Comme le système est équilibré, les phases restantes ont les mêmes relations mais en tenant compte de leurs déphasages.

En second lieu, nous posons une seconde hypothèse, qui stipule que les fréquences statoriques et rotoriques sont liées par la rotation du rotor d'après la relation :

$$\omega - p\omega_m = \omega_r \quad (12)$$

avec :

$\omega$  : fréquence électrique du stator

$\omega_r$  : fréquence électrique du rotor

$\omega_m$  : vitesse de rotation mécanique

où  $p\omega_m$  est une vitesse de rotation électrique

Afin de se repérer vis à vis du stator et de pouvoir travailler dans le plan complexe, des définitions nécessaires sont donné ci-dessous :

$$\Phi_a = \text{Re}(\underline{\Lambda}_a \cdot e^{j\omega t}) \quad (13)$$

$$\Phi_A = \text{Re}(\underline{\Lambda}_A \cdot e^{j\omega_r t}) \quad (14)$$

$$i_a = \text{Re}(\underline{I}_a \cdot e^{j\omega t}) \quad (15)$$

$$i_A = \text{Re}(\underline{I}_A \cdot e^{j\omega_r t}) \quad (16)$$

En se référant à ces dernières définitions, les amplitudes complexes d'expressions (13) et (14) deviennent en utilisant les expressions (9) et (11) :

$$\underline{\Lambda}_a = L_S \cdot \underline{I}_a + \frac{3}{2} M \underline{I}_A \cdot e^{j(\xi_r + p\theta_0)} \quad (17)$$

$$\underline{\Lambda}_A = \frac{3}{2} M \underline{I}_a e^{-jp\theta_0} + L_r \cdot \underline{I}_A e^{j\xi_r} \quad (18)$$

Ces expressions induisent l'utilisation de deux déphasages,  $\theta_0$  qui est relatif au rotor, et  $\xi_R$  qui décrit le déphasage des courants rotoriques vis à vis des courants statoriques.

Nous allons à présent introduire, ci dessous, deux nouvelles variables rotoriques :

$$\underline{\Lambda}_{AR} = \underline{\Lambda}_A \cdot e^{j \cdot p \cdot \theta} \quad (19)$$

$$\underline{I}_{AR} = \underline{I}_A \cdot e^{j(p \cdot \theta_0 + \xi_R)} \quad (20)$$

Ceux sont là, le flux et le courant rotorique, qui se réfèrent au déphasage de l'armature. Notons que  $\underline{\Lambda}_{AR}$  et  $\underline{I}_{AR}$  présentent le même déphasage que  $\underline{\Lambda}_A$  et  $\underline{I}_A$ . L'utilisation des expressions (19) et (20) dans celles de (17) et (18), donne :

$$\begin{bmatrix} \underline{\Lambda}_a \\ \underline{\Lambda}_{AR} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & \frac{3}{2}M \\ \frac{3}{2}M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{I}_a \\ \underline{I}_{AR} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Cette expression est relative à la phase "a" mais est tout autant applicable aux phases restantes, à savoir la phase "b" et la phase "c".

Les tensions quant à elles sont exprimées par :

$$\underline{V}_a = j\omega \underline{\Lambda}_a + R_a \underline{I}_a \quad (22)$$

$$\underline{V}_{AR} = j\omega_r \underline{\Lambda}_{AR} + R_A \underline{I}_{AR} \quad (23)$$

où :

$$\underline{V}_a = j\omega L_s \underline{I}_a + j\omega \frac{3}{2}M \underline{I}_{AR} + R_a \underline{I}_a \quad (24)$$

$$\underline{V}_{AR} = j\omega_r \frac{3}{2}M \underline{I}_a + j\omega_r L_r \underline{I}_{AR} + R_A \underline{I}_{AR} \quad (25)$$

Afin de pousser d'avantage l'étude, il est nécessaire d'explicitier et de développer les paramètres de la machine. Notons que  $L_s$  et  $L_r$  sont les inductances synchrones du rotor et du stator.

Elles peuvent être développées en composante propre et de fuite par :

$$L_s = L_a - L_{ab} = \frac{3}{2} \frac{4 \mu_0 \cdot Rl \cdot N_s^2 k_s^2}{\pi p^2 \cdot e} + L_{st} \quad (26)$$

$$L_r = L_A - L_{AB} = \frac{3}{2} \frac{4 \mu_0 \cdot Rl \cdot N_r^2 k_r^2}{\pi p^2 \cdot e} + L_{rt} \quad (27)$$

avec :

$R$  : rayon du rotor

$l$  : longueur effective

$e$  : entrefer

$p$  : nombre de paire de pôles

$N$  : nombre de spires connectées en série de la phase

$k$  : facteur de bobinage

$S$  : indice se réfèrent au stator

$R$  : indice se réfèrent au rotor

$L_l$  : inductance de fuite ( $l$  pour leakage = fuite en anglais)

Les deux termes  $L_{Sl}$  et  $L_{Rl}$  représentent les harmoniques d'ordre supérieur du stator et du rotor, inductances d'encoches ; inductances dues aux extrémités des bobinages et si nécessaire une inductance due au biais d'encoche.

Ces composantes sont utilisées essentiellement pour exprimer que les flux rotoriques et statoriques ne sont pas tous forcément couplés mutuellement.

De même l'inductance mutuelle entre stator et rotor, en ne considérant que le fondamental est :

$$M = \frac{4 \mu_0 \cdot Rl \cdot N_s \cdot N_R \cdot k_s \cdot k_R}{\pi p^2 e} \quad (28)$$

Notons que certaines interactions entre harmoniques sont négligées, mais si elles venaient à être prises en compte, elles influeraient de manière substantielle sur l'analyse que nous effectuons, cependant nous nous bornerons à les ignorer et à considérer que leur effet est secondaire.

Le facteur de perméance de l'entrefer est défini par :

$$\wp_e = \frac{4 \mu_0 \cdot Rl}{\pi p^2 e} \quad (29)$$

Donc les inductances peuvent être écrites sous la forme :

$$L_s = \frac{3}{2} \wp_e \cdot k_s^2 \cdot N_s^2 + L_{Sl} \quad (30)$$

$$L_R = \frac{3}{2} \wp_e \cdot k_R^2 \cdot N_R^2 + L_{Rl} \quad (31)$$

$$M = \wp_e \cdot N_s \cdot N_R \cdot k_s \cdot k_R \quad (32)$$

Le glissement  $g$  est défini par :

$$\omega_r = g \cdot \omega \tag{33}$$

$$g = 1 - \frac{p \omega_m}{\omega} \tag{34}$$

Donc les équations en tension deviennent :

$$\underline{V}_a = j\omega \cdot \left( \frac{3}{2} \varphi_e k_s^2 N_s^2 + L_{si} \right) \underline{I}_a + j\omega \frac{3}{2} \varphi_e N_s k_s N_r k_r \underline{I}_{AR} + R_a \underline{I}_a \tag{35}$$

$$\underline{V}_{AR} = jg\omega \frac{3}{2} \varphi_e N_s k_s N_r k_r \underline{I}_a + jg\omega \cdot \left( \frac{3}{2} \varphi_e k_r^2 N_r^2 + L_{ri} \right) \underline{I}_{AR} + R_A \underline{I}_{AR} \tag{36}$$

A présent, on est prêt à définir les courants rotoriques, en se référant au stator :

$$\underline{I}_2 = \frac{N_r k_r}{N_s k_s} \underline{I}_{AR} \tag{37}$$

Maintenant en supposant que le rotor de cette machine est court-circuité, de telle sorte que  $\underline{V}_{AR} = 0$  et moyennant certaines manipulations mathématiques, on obtient :

$$\underline{V}_a = j(X_M + X_1) \underline{I}_a + jX_M \underline{I}_2 + R_a \underline{I}_a \tag{38}$$

$$0 = jX_M \underline{I}_a + j(X_M + X_2) \underline{I}_2 + \frac{R_2}{g} \underline{I}_2 \tag{39}$$

où:

$$X_M = \frac{3}{2} \omega \varphi_e N_s^2 k_s^2 \tag{40}$$

$$X_1 = \omega L_{si} \tag{41}$$

$$X_2 = \omega L_{ri} \left( \frac{N_s k_s}{N_r k_r} \right)^2 \tag{42}$$

$$R_2 = R_A \left( \frac{N_s k_s}{N_r k_r} \right)^2 \tag{43}$$

En se basant sur ces équations on obtient le schéma équivalent simple Fig.2 [1] :

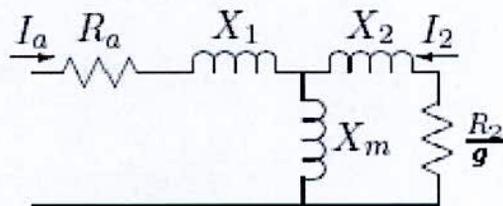


Fig. 2 : schéma équivalent

### I.2.1 Entrefer effectif "Coefficient de Carter"

L'entrefer des moteurs asynchrones est généralement assez petit, c'est pourquoi, il est nécessaire de corriger sa perméance, afin de prendre en compte les effets d'ouverture d'encoche. Cette correction diminue la valeur calculée théoriquement, ce qui rend l'entrefer effectif un peu plus grand. La relation liant les deux valeurs est donnée par [1] :

$$e_{eff} = e \frac{t}{t - e \cdot f(\alpha)} \quad (44)$$

$$f(\alpha) = f\left(\frac{g}{2 \cdot e}\right) = \alpha \cdot \tan(\alpha) - \log \sec(\alpha) \quad (45)$$

### I.3. Bilan énergétique

En supposant que la Fig.2 représente une phase d'un système polyphasé équilibré et que la vitesse est constante (ou de variation minime). Les autres phases sont facilement déductibles de l'étude de cette phase.

L'impédance d'entrefer  $Z_e$  (impédance vue à droite de  $X_1$ ) est :

$$Z_e = jX_m \parallel \left( jX_2 + \frac{R_2}{g} \right) \quad (46)$$

L'impédance totale du circuit est alors :

$$Z_t = jX_1 + R_a + Z_e \quad (47)$$

Et donc, le courant :

$$I_t = \frac{V_t}{Z_t} \quad (48)$$

avec le courant rotorique :

$$I_2 = I_t \frac{jX_m}{j(X_m + X_2) + \frac{R_2}{g}} \quad (49)$$

La puissance d'entrefer est donc :

$$P_e = 3|I_2|^2 \frac{R_2}{g} \quad (50)$$

Ceci représente la puissance réelle parcourant l'entrefer de la machine. Notons qu'un glissement positif (respectivement, négatif) implique le fonctionnement à vitesse en dessous (respectivement, au dessus) du synchronisme, et donc la machine fonctionne en moteur (respectivement, en génératrice). En génératrice, la puissance est évidemment transmise du rotor vers le stator.

Le circuit équivalent représentant une structure physique réelle, il nous est à présent possible de calculer la puissance dissipée dans les résistances rotoriques, cette dernière est :

$$P_{JR} = g.P_e \quad (51)$$

Cette valeur est toujours positive car  $P_e$  est du même signe que  $g$  (cf. équation (50)).

On peut donner aussi, la puissance mécanique :

$$P_m = P_e - P_{JR} \quad (52)$$

La puissance absorbée est donc exprimée par :

$$P_{ab} = P_e + P_{js} \quad (53)$$

où  $P_{js}$  : pertes joule statoriques exprimées par :

$$P_{js} = 3|I_t|^2 .R_a \quad (54)$$

La puissance transmise est égale à :

$$P_{tr} = P_e - P_w \quad (55)$$

où  $P_w$  décrit les diverses pertes, que l'on verra plus loin.

Finalement, le rendement et le facteur de puissance s'expriment par :

$$\eta = \frac{P_{tr}}{P_{ab}} \quad (56)$$

$$\cos\varphi = \frac{P_{ab}}{3.V_t.I_t} \quad (57)$$

### I.4. Modélisation de la machine à cage

A présent nous allons essayer de mettre à profit les techniques d'analyse du champ, afin de déduire du modèle précédent un circuit équivalent valable dans le cas de la machine à cage.

Ce modèle est constitué de deux parties majeures. La première, aura trait à la description du flux statorique en termes de courants rotoriques et statoriques. La seconde, quant à elle décrit les courants rotoriques en termes de flux d'entrefer.

Le but est d'aboutir à une expression des divers éléments du circuit équivalent de la machine.

Au préalable, supposons que le rotor est assez symétrique pour véhiculer un courant de surface, dont le fondamental est (en terme de charge linéaire) :

$$\begin{aligned}\overline{K}_r &= \bar{i}_z \operatorname{Re} \left( \underline{K}_r e^{j(g\omega t - p\phi')} \right) \\ &= \bar{i}_z \operatorname{Re} \left( \underline{K}_r e^{j(\omega t - p\phi)} \right)\end{aligned}\quad (58)$$

où les relations utilisées pour aboutir à l'expression (58) sont :

$$\phi' = \phi - \omega_m t \quad (59)$$

$$p\omega_m = \omega - \omega_r = \omega(1-g) \quad (60)$$

avec :

$K_r$  : amplitude complexe de la charge linéaire.

$g$  : glissement

$\omega$  : fréquence statorique

$\omega_r$  : fréquence rotorique

$\omega_m$  : vitesse de rotation

Le courant rotorique produit un flux d'entrefer d'induction :

$$B_r = \operatorname{Re} \left( \underline{B}_r e^{j(\omega t - p\phi)} \right) \quad (61)$$

$$\text{où } \underline{B}_r = -j\mu_0 \frac{R}{p.e} \underline{K}_r \quad (62)$$

Notons que cela ne décrit que l'induction radiale produite par le fondamental du courant rotorique.

Le flux dû à cette induction est :

$$\Phi_{AR} = IN_s k_s \int_{-\frac{\pi}{p}}^0 B_r(\phi) R d\phi \quad (63)$$

donc

$$\Phi_{AR} = \text{Re} \left( \underline{\Delta}_{AR} e^{j\omega t} \right) \quad (64)$$

$$\text{où } \underline{\Delta}_{AR} = \frac{2.l.\mu_0.R^2.N_s.k_s}{p^2.e} \underline{K}_r \quad (65)$$

En ajoutant cette valeur au flux produit par les courants rotoriques, on obtient l'expression du flux statorique total :

$$\underline{\Delta}_a = \left( \frac{3.4.\mu_0.N_s^2.R.l.k_s^2}{2.\pi.p^2.e} + L_{sl} \right) \underline{I}_a + \frac{2.l.\mu_0.R^2.N_s.k_s}{p^2.e} \underline{K}_r \quad (66)$$

L'expression (66) motive une définition d'un courant rotorique  $\underline{I}_2$  en terme d'espace fondamental du courant de surface du rotor

$$\underline{I}_2 = \frac{\pi.R}{3.N_s.k_s} \underline{K}_z \quad (67)$$

Alors, on obtient :

$$\underline{\Delta}_a = (L_{ad} + L_{sl}) \underline{I}_a + L_{ad} \cdot \underline{I}_2 \quad (68)$$

où  $L_{ad}$  est l'inductance du stator, en ne considérant que le fondamental :

$$L_{ad} = \frac{3.4.\mu_0.N_s^2.k_s^2.R.l}{2.\pi.p^2.e} \quad (69)$$

La seconde partie de cette modélisation revient à trouver une relation entre flux rotorique et  $\underline{I}_2$ . Cependant, considérant le fait que cette machine ne possède aucun bobinage, on se focalise sur les barres rotoriques.

A supposer qu'il y a  $Ne$  encoches rotoriques, chaque encoche véhicule un courant. Si la machine est symétrique et si le système crée est équilibré, on peut écrire pour la  $k^{ème}$  encoche :

$$i_k = \text{Re} \left( \underline{I}_k e^{js\omega t} \right) \quad (70)$$

où :

$$\underline{I}_k = \underline{I} \cdot e^{-j\frac{2\pi p}{N_R} k} \quad (71)$$

et  $\underline{I}$  est l'amplitude de l'encoche de référence dite encoche « Zéro ».

L'expression (71) montre la progression des courants rotoriques, uniformément le long du rotor. Les encoches rotoriques véhiculent le même courant, toute fois, ce courant est retardé d'une encoche à l'autre, ce retard est dû à la rotation du rotor. Donc la charge linéaire peut être exprimée par :

$$K_z = \operatorname{Re} \left( \sum_{k=0}^{N_R-1} \frac{1}{R} \underline{I} e^{j(\omega, t - k \frac{2\pi \cdot p}{N_R})} \delta(\phi' - \frac{2\pi \cdot k}{N_R}) \right) \quad (72)$$

où  $\delta$  est la fonction de Dirac

La charge linéaire peut être développée en série de Fourier sous la forme :

$$K_z = \operatorname{Re} \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} \underline{K}_n e^{j(\omega, t - np \phi')} \right) \quad (73)$$

Notons que les valeurs négatives ne sont pas exclues de l'expression (73) afin de prendre en compte les ondes inverses.

Ceci est la partie intégrante de l'expression duale "espace / temps" ; même si l'on ne prend en compte que le fondamental.

Le  $n^{\text{ème}}$  harmonique (amplitude) de l'expression (73) est donné par la formule suivante :

$$\underline{K}_n = \langle \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} K_r(\phi, t) e^{-j(\omega, t - np \phi)} d\phi \rangle \quad (74)$$

où les crochets  $\langle \rangle$  dénotent une moyenne temporelle et sont utilisée ici à cause de la dualité dimensionnelle .

Afin de remplacer l'expression (74) dans celle de (72), on se doit de développer l'expression (72) :

$$K_r = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N_R-1} \left\{ \frac{\underline{I}}{R} e^{j(\omega, t - k \frac{2\pi \cdot p}{N_R})} + \frac{\underline{I}^*}{R} e^{j(\omega, t - k \frac{2\pi \cdot p}{N_R})} \right\} \delta(\phi' - \frac{2\pi \cdot k}{N_R}) \quad (75)$$

Si on utilise l'expression (75) dans celle de (74), la seconde moitié de l'expression (75) donne une somme de termes nuls, de par la moyenne temporelle.

La première moitié, quant à elle donne :

$$\underline{K}_n = \frac{I}{2\pi \cdot R} \int_0^{2\pi} \sum_{k=0}^{N_R-1} e^{-j \frac{2\pi \cdot k \cdot p}{N_R}} e^{jnp\phi} \delta\left(\phi - \frac{2\pi \cdot k}{N_R}\right) d\phi \tag{76}$$

Les propriétés de la fonction de Dirac font que :

$$\underline{K}_n = \frac{I}{2\pi R} \sum_{k=0}^{N_R-1} e^{j(n-1) \frac{2\pi \cdot k \cdot p}{N_R}} \tag{77}$$

sachant que  $\int_{t_1}^{t_2} f(t) \cdot \delta(t) dt = f(0)$

La somme de l'expression (77) est facilement évaluable :

$$\sum_{k=0}^{N_R-1} e^{j \frac{2\pi \cdot k \cdot p(n-1)}{N_R}} = \begin{cases} N_R & \text{si } \frac{(n-1)p}{N_R} = \text{Entier} \\ 0 & \text{sin on} \end{cases} \tag{78}$$

Seules les trois premières valeurs de  $\frac{(n-1)P}{N_R}$  nous intéressent ( i.e : 0, ±1 ), car ceux sont les valeurs qui produisent les champs magnétiques les plus importants et par la même les flux , ainsi nous nous intéressons à :

$$\begin{aligned} (n - 1) \frac{p}{N_R} &= -1 \quad \text{pour } n = - \frac{N_R - p}{p} \\ &= 0 \quad \text{pour } n = 1 \\ &= 1 \quad \text{pour } n = \frac{N_R + p}{p} \end{aligned} \tag{79}$$

Remarquons que l'expression (79) pourrait laissez entendre que l'on considère des harmoniques d'ordre non entier, ce qui est complètement faux car il est nécessaire que le produit  $n.p$  soit un entier relatif.

Les harmoniques qui nous intéressent sont :

$$n_+ = \frac{N_R}{p} + 1 \tag{80}$$

$$n_- = -\left(\frac{N_R}{p} - 1\right) \tag{81}$$

Chacun de ces harmoniques produit un champ radial et la charge linéaire est de forme :

$$K_n = \text{Re} \left( \frac{N_R I}{2\pi \cdot R} e^{j(\omega_r t - np \phi')} \right) \quad (82)$$

Ce qui a pour effet de produire une induction :

$$B_{rn} = \text{Re} \left( \underline{B}_{rn} e^{j(\omega_r t - np \phi')} \right) \quad (83)$$

où :

$$\underline{B}_{rn} = -j \frac{\mu_0 N_R \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot n \cdot p \cdot e} \quad (84)$$

Chacune des composantes de l'induction radiale, induit une tension qui peut être calculée via la loi de Faraday :

$$\nabla \times \overline{E} = - \frac{\partial \overline{B}}{\partial t} \quad (85)$$

En ne considérant que la composante radiale et en supposant que le champ est invariant avec z, on obtient :

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \phi} E_z = - \frac{\partial B_r}{\partial t} \quad (86)$$

De plus, en supposant que le champ électrique est de la forme :

$$E_{zn} = \text{Re} \left( \underline{E}_n e^{j(\omega_r t - np \phi)} \right) \quad (87)$$

L'utilisation des expressions (84) et (87) dans celle de (86) donne :

$$\underline{E}_n = \frac{\omega_r R}{n \cdot p} \underline{B}_n \quad (88)$$

$$\underline{E}_n = -j \frac{\mu_0 N_R \omega_r R}{2 \cdot \pi \cdot e \cdot (np)^2} \underline{I} \quad (89)$$

A présent , on peut calculer le champ électrique total induit dans une encoche à partir du courant qui la traverse :

$$\underline{E}_1 + \underline{E}_{n-} + \underline{E}_{n+} = \underline{Z}_{enc} \underline{I} \quad (90)$$

On remarque qu'il y a trois composantes, ces composantes font référence, aux trois harmoniques exprimés dans l'expression (79).

C'est à dire que  $\underline{E}_1$  représente le fondamental crée par le courant rotorique et celui statorique. Les deux autres composantes étant produites exclusivement par le rotor (courants rotoriques), et représentent en réalité une impédance réactive additionnelle au rotor. Celle ci est communément appelée inductance de fuite Zigzag.

Le paramètre  $\underline{Z}_{enc}$  représente l'impédance de l'encoche par unité de longueur. Ainsi l'expression (90) devient :

$$\underline{E}_1 = \underline{Z}_{enc} \cdot \underline{I} + j \frac{\mu_0 N_r \omega_r R}{2 \cdot \pi \cdot e} \left( \frac{1}{(p \cdot n_+)^2} + \frac{1}{(p \cdot n_-)^2} \right) \cdot \underline{I} \quad (91)$$

Pour conclure, ce modèle on se doit de traduire l'expression (91) au stator et ce en remarquant que les expressions (67) et (77) peuvent constituer un pont entre  $\underline{I}$  et  $\underline{I}_2$  :

$$\underline{I}_2 = \frac{N_R}{6 \cdot N_s \cdot k_s} \cdot \underline{I} \quad (92)$$

Finalement, on obtient :

$$\underline{E}_1 = \left[ \frac{6 \cdot N_s \cdot k_s}{N_r} \underline{Z}_{enc} + j \omega_r \frac{3 \mu_0 N_s k_s R}{\pi e} \left( \frac{1}{(p \cdot n_+)^2} + \frac{1}{(p \cdot n_-)^2} \right) \right] \underline{I}_2 \quad (93)$$

Ceci doit être ramené au stator, en terme de tension afin de le faire on utilise l'expression (88) pour traduire de celle (93) en terme de champ magnétique radial, et ensuite trouver la valeur du flux et enfin la tension statorique.

L'induction magnétique s'exprime par :

$$\underline{B}_r = \frac{p \underline{E}_1}{\omega_r R} = \left[ \frac{6 \cdot N_s \cdot k_s \cdot p}{N_r \cdot R} \left( \frac{R_{enc}}{\omega_r} + j L_{enc} \right) + j \frac{3 \mu_0 N_s k_s p}{\pi e} \left( \frac{1}{(p \cdot n_+)^2} + \frac{1}{(p \cdot n_-)^2} \right) \right] \underline{I}_2 \quad (94)$$

où l'on a utilisé ici l'expression développée de l'impédance :

$$\underline{Z}_{enc} = R_{enc} + j \omega_r L_{enc} \quad (95)$$

Le flux d'entrefer est donc :

$$\Phi_e = N_s k_s l R \int_{-\frac{\pi}{2p}}^0 \text{Re} (\underline{B}_r e^{j(\omega t - p\phi)}) d\phi \quad (96)$$

qui devient :

$$\Phi_e = \text{Re} (\underline{\Delta}_e e^{j\omega t}) \tag{97}$$

où :

$$\underline{\Delta}_e = j \frac{2 \cdot N_s \cdot k_s \cdot l \cdot R}{p} \underline{B}_r \tag{98}$$

Ce qui fait que la tension d'entrefer devient :

$$\begin{aligned} V_e = j\omega \underline{\Delta}_e &= - \frac{2\omega \cdot N_s \cdot k_s \cdot l \cdot R}{p} \underline{B}_r \\ &= - I_2 \left[ \frac{12 l \cdot N_s^2 \cdot k_s^2}{N_r} \left( j\omega \cdot L_{enc} + \frac{R_2}{g} \right) + j\omega \cdot \frac{6 \mu_0 R l N_s^2 k_s^2}{\pi e} \left( \frac{1}{(p \cdot n_+)^2} + \frac{1}{(p \cdot n_-)^2} \right) \right] \end{aligned} \tag{99}$$

L'expression (99) décrivant la relation entre la tension d'entrefer et le courant rotorique, peut être mise à profit pour déterminer les éléments du modèle équivalent du rotor tel que décrit en Fig.3 [1].

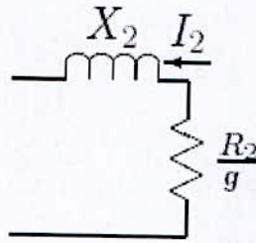


Fig.3 : Le circuit équivalent du rotor.

$$X_2 = \omega \frac{12 l \cdot N_s^2 \cdot k_s^2}{N_r} L_{enc} + \omega \frac{6 \mu_0 \cdot R l N_s^2 \cdot k_s^2}{\pi e} \left( \frac{1}{(N_R + p)^2} + \frac{1}{(N_R - p)^2} \right) \tag{100}$$

$$R_2 = \frac{12 \cdot l \cdot N_s^2 \cdot k_s^2}{N_r} R_{enc} \tag{101}$$

Le premier terme de l'expression (100) exprime l'inductance de fuite pour les encoches rotoriques, de même que l'expression (101) exprime la résistance rotorique en terme de résistance d'encoche.

$L_{enc}$  et  $R_{enc}$  sont toutes deux exprimées par unité de longueur.

Le second terme de l'expression (100) exprime la résistance de fuite dite de Zigzag, résultant des harmoniques d'espace dans les encoches.

Ensuite, notons que le flux d'armature est égal au flux d'entrefer au quel on ajoute le flux de fuite statorique issu de l'expression (68) :

$$\underline{\Delta}_a = \underline{\Delta}_e + L_{al} \underline{I}_a \tag{102}$$

où :  $L_{al}$  est un terme qui exprime les fuites résultantes dans les encoches du stator. Chacune exprimant une circulation du flux n'impliquant pas directement le rotor(cf. . Fig.4) [2].

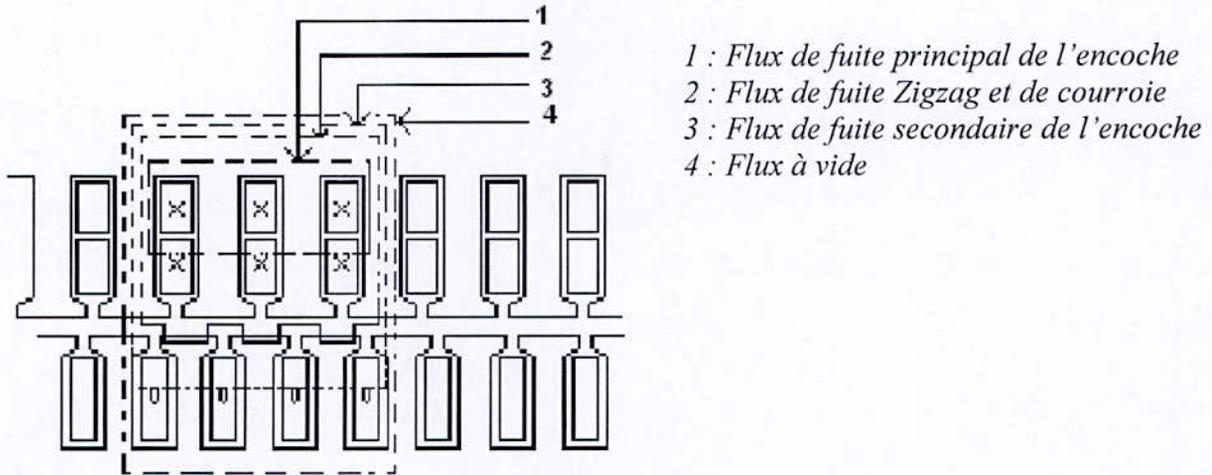


Fig.4 : Circulation de flux de fuite

Les composantes les plus importantes des fuites statoriques, sont les fuites de courroie, de zigzag, de l'extrémité de bobinage, et enfin de biais. Nous abordons, ces composantes plus en détail plus loin.

L'estimation des fuites de la courroie statorique et des fuites zigzag, qui sont dues aux harmoniques d'entrefer, s'avère relativement compliquée, mais nous nous devons d'avoir des notions relatives à ces pertes même si notre étude s'arrête au premier ordre. Le véritable problème avec ces fuites est qu'elles ne sont pas réellement indépendantes du rotor, même si on les appelle « fuites ». Les harmoniques de la courroie sont du 5<sup>ème</sup> et 7<sup>ème</sup> ordre. Si on ignore le couplage avec le rotor ; les réactances de fuites dues à cet effet, sont exprimées par :

$$X_{e5} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{\omega \mu_0 N_s^2 k_s^2 Rl}{5^2 p^2 e} \tag{103}$$

$$X_{e7} = \frac{3}{2} \frac{4}{\pi} \frac{\omega \mu_0 N_s^2 k_7^2 Rl}{7^2 p^2 e} \tag{104}$$

Ainsi, en considérant ces deux ordres, et en négligeant les résistances qui sont relativement petites dans ce cas de figure.

$$X_{2,5} = \omega \frac{12 I_s N_s^2 k_5^2}{N_r} L_{enc} + \omega \frac{6 \mu_0 R I N_s^2 k_5^2}{\pi e} \left( \frac{1}{(N_r + 5p)^2} + \frac{1}{(N_r - 5p)^2} \right) \quad (105)$$

$$X_{2,7} = \omega \frac{12 I_s N_s^2 k_7^2}{N_r} L_{enc} + \omega \frac{6 \mu_0 R I N_s^2 k_7^2}{\pi e} \left( \frac{1}{(N_r + 7p)^2} + \frac{1}{(N_r - 7p)^2} \right) \quad (106)$$

L'impédance due à ces harmoniques est purement réactive et est placée en parallèle avec l'impédance rotorique, et ainsi pour le 5<sup>ème</sup> et 7<sup>ème</sup> ordre, on aura :

$$X_5 = X_{e5} \parallel X_{2,5} \quad (107)$$

$$X_7 = X_{e7} \parallel X_{2,7} \quad (108)$$

Les fuites en zigzag sont produites par des harmoniques d'ordre :

$$pn_s = N_{enc} \pm p$$

$$X_z = \frac{3}{2} \frac{4 \mu_0 N_s^2 R I}{\pi e} \left( \frac{k_{ns+}}{(N_{enc} + p)^2} + \frac{k_{ns-}}{(N_{enc} - p)^2} \right) \quad (109)$$

Ces harmoniques ne tendent pas à être court-circuités par la cage rotorique, donc aucune interaction avec la cage n'est prévue.

Les dents rotoriques ont généralement tendance à s'aligner avec celles statoriques, afin de réduire cet effet de saillance, on tend généralement à utiliser des nombres d'encoches différents ; entre stator et rotor.

Mais une certaine tendance à l'alignement subsiste toujours, ce qui crée un couple parasite qui produit des vibrations ainsi que du bruit. Ce couple peut retarder ou voir même empêcher le démarrage.

Afin de réduire ce couple, les rotors sont souvent construits avec un léger biais.

Le biais d'encoche au rotor a pour effet d'augmenter l'inductance, ce qui entraîne la diminution du couple parasite et l'augmentation du couple de démarrage. Cette augmentation de l'inductance est due à l'augmentation des fuites différentielles. Quand le nombre d'encoches par pôles et par phase est grand les fuites différentielles sont petites et l'influence du biais d'encoche diminue, parallèlement lorsque le nombre d'encoches par pôles et par phase est petit l'influence du biais d'encoche sur le couple devient significative, c'est pourquoi on doit éviter la valeur  $s=1$ , l'influence du biais d'encoche peut être déterminée approximativement par [3] :

$$\varepsilon = \frac{V_1}{X_1 I_\mu} \gamma_{biais} = \frac{2\pi p b_{biais}}{\pi D_{ext}^2} \quad (\text{radians électriques})$$

$$\text{où : } b_{\text{biais}} = \frac{\pi D_1}{N_1}.$$

Avec :

$D_1$  : diamètre interne du stator

$D_{\text{ext}2}$  : diamètre extérieur du rotor

$N_1$  : nombre d'encoches statoriques.

A présent la nouvelle réactance due au biais devient :

$$X_k = K_{\text{biais}} X_e$$

où  $K_{\text{biais}}$  est donné en fonction de  $\varepsilon^{-1}$  dans un tableau par Touhami [3].

La composante finale de la réactance de fuite est due à l'effet d'extrémité d'enroulement. Celle-ci étant la plus difficile des paramètres de la machine à estimer, car elle est essentiellement de nature tridimensionnelle. Bon nombre de moyens ont été développés pour l'estimation de ce paramètre, cependant nous utilisons le paramètre développé par P.L.Alger [2], tout en formulant une certaine réserve quant à l'utilisation de ce paramètre, car ne sachant vraiment quand il est juste ou même proche de la réalité.

$$X_{\text{ext}} = \frac{14 \cdot q \mu_0 R(N_a)^2}{4 \cdot \pi^2 \cdot 2 \cdot P^2} (p-0,3)$$

#### 1.4.1. Résistances rotoriques relatives aux harmoniques et pertes

Il est important de signaler que le rotor de la machine chaque harmonique statorique de la même manière; d'ailleurs, il est assez présomptueux d'estimer indépendamment les paramètres rotoriques pour les divers harmoniques ; comme il a été fait précédemment.

A présent, pour le cas particulier des harmoniques de courroie ; il y'a des courants rotoriques qui circulent aux 5<sup>ème</sup> et 7<sup>ème</sup> harmoniques d'espace, les résistances attribuées aux effets de ces harmoniques sont :

$$R_{2,5} = \frac{12I_s^2 k_5^2}{N_R} R_{\text{enc},5} \quad (110)$$

$$R_{2,7} = \frac{12I_s^2 k_7^2}{N_R} R_{\text{enc},7} \quad (111)$$

les harmoniques d'ordre plus élevé ont des fréquences relatives :

$$g_n = 1 \mp (1-g)n \begin{cases} n=6k+1 \\ n=6k-1 \end{cases} \quad k \text{ entier} \quad (112)$$

Un modèle développé du moteur asynchrone est produit, tel que donné sur la Fig.6 [1].

On remarque que les composantes ayant trait à chaque harmonique sont placées en série. Ceci est dû au fait que le flux final de la machine est le résultat de la somme des flux produits par les harmoniques et que chaque paramètre créé par un harmonique est excité par le même courant que les autres.

Chaque harmonique a une interaction électromagnétique similaire au fondamental, ainsi on obtient :

$$\begin{aligned} P_{e,n} &= 3(I_{2,n})^2 \frac{R_{2,n}}{g_n} \\ P_{j,n} &= 3(I_{2,n})^2 R_{2,n} \\ P_{m,n} &= 3(I_{2,n})^2 \frac{R_{2,n}}{g_n} (1-g_n) \end{aligned}$$

#### I.4.2. Types d'encoches

L'un des aspects les plus intéressants des moteurs asynchrones est l'intervention directe des formes d'encoches, dans les performances produites par la machine.

En premier lieu, nous allons nous placer dans le cas de figure où les encoches sont rectangulaires (Fig.5), nous allons aussi négliger l'effet de diffusion et considérer que le courant dans l'encoche est uniformément réparti. Dans ce cas, on aura :

$$R_{enc} = \frac{1}{a_s h_s \sigma} \quad (113)$$

$$L_{enc} = \mu_0 \frac{h_s}{3 a_s} \quad (114)$$

La résistance ayant été obtenue de manière évidente. L'inductance, est calculée en considérant que si le courant dans l'encoche est uniforme, alors :

$$H_y = \frac{I x}{a_s h_s}$$

donc, l'énergie emmagasinée dans l'encoche est :

$$\frac{1}{2} L_{enc} \cdot I^2 = a_s \cdot \int_0^{h_s} \frac{\mu_0}{2} \left( \frac{I_x}{a_s \cdot h_s} \right)^2 \cdot dx = \frac{1}{6} \frac{\mu_0 \cdot h_s}{a_s} I^2$$

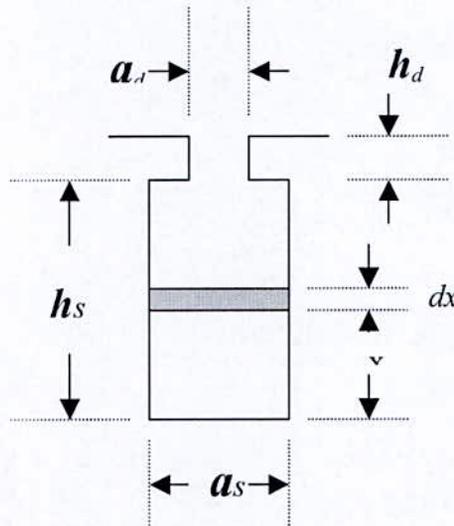


Figure.5 : Encoche rectangulaire

**I.4.3. Encoches profondes**

En second lieu, nous supposons que l'encoche n'est pas assez petite pour que l'effet de diffusion soit ignoré. L'encoche devient profonde au point où sa profondeur est moins comparable à la profondeur de peau pour la conduction à fréquence de glissement.

La conduction, dans ce cas, peut être représentée par l'utilisation de l'équation de diffusion :

$$\nabla^2 \bar{H} = \mu_0 \sigma \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} \tag{115}$$

A l'état d'équilibre, et en supposant que seul le flux traversant les encoches dans le sens des ordonnées est important et que la variation dans le sens des abscisses est important [1] :

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} = j \omega_s \mu_0 \sigma H_y \tag{116}$$

une solution de cette équation est :

$$H = P \cdot \cosh\left((1+j)\frac{x}{\delta}\right) + Q \cdot \sinh\left((1+j)\frac{x}{\delta}\right) \tag{117}$$

où la profondeur de pénétration est :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega_s \mu_0 \sigma}}$$

à  $x = 0$  ;  $H = 0$  et donc  $P = 0$  et à  $x = h_x$  ;  $H = H_{haut}$  et donc :

$$Q = \frac{H_{haut}}{\sinh(1+j)\frac{h_s}{\delta}} \quad (118)$$

d'où :

$$H_y = H_{haut} \frac{\sinh(1+j)\frac{x}{\delta}}{\sinh(1+j)\frac{h_s}{\delta}} \quad (119)$$

La densité de courant étant donnée par une boucle de champ magnétique, on aura :

$$J_z = \sigma E_z = \frac{\partial H_y}{\partial x} = H_{haut} \frac{1+j}{\delta} \frac{\cosh(1+j)\frac{h_s}{\delta}}{\sinh(1+j)\frac{h_s}{\delta}} \quad (120)$$

Donc, on aura une impédance d'encoche par unité de longueur de la forme :

$$Z_{enc} = \frac{E_z}{I} = \frac{H_{haut}}{I \sigma} \frac{(1+j)\cosh(1+j)\frac{h_s}{\delta}}{\sinh(1+j)\frac{h_s}{\delta}} \quad (121)$$

$$\text{ou : } H_{haut} = \frac{I}{a_s}$$

Finalement :

$$Z_{enc} = \frac{1}{a_s \sigma} \frac{1+j}{\delta} \coth(1+j)\frac{h_s}{\delta} \quad (122)$$

En tenant compte de l'impédance purement réactive de la gorge d'encoche on a un développement de l'impédance sous la forme :

$$R_{enc} = \frac{1}{a_s \sigma \delta} \frac{\sinh 2\frac{h_s}{\delta} + \sin 2\frac{h_s}{\delta}}{\cosh 2\frac{h_s}{\delta} - \cos 2\frac{h_s}{\delta}} \quad (123)$$

$$L_{enc} = \frac{1}{\omega_s} \frac{1}{a_s \sigma \delta} \frac{\sinh 2\frac{h_s}{\delta} - \sin 2\frac{h_s}{\delta}}{\cosh 2\frac{h_s}{\delta} - \cos 2\frac{h_s}{\delta}} \quad (124)$$

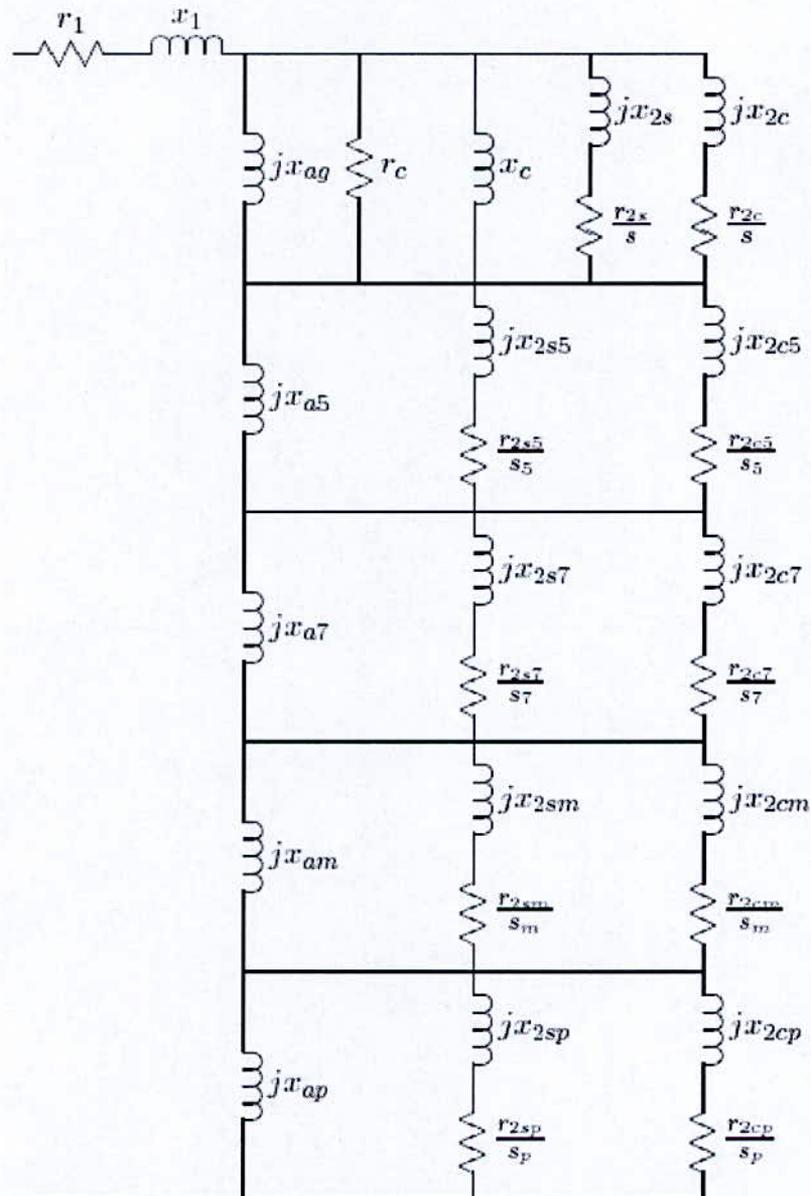


Fig.6 : Modèle étendu de la machine

# ***CHAPITRE II***

---

---

**CALCUL PRATIQUE DES PARAMETRES DE LA  
MACHINE ASYNCHRONE**

## CHAPITRE II : CALCUL PRATIQUE DES PARAMETRES DE LA MACHINE

### II.1 Introduction

Le dimensionnement d'une machine électrique dépend, tant du point de vue magnétique que du point de vue électrique, d'une série de facteurs liés en partie aux propriétés thermiques des matériaux isolants, ainsi qu'aux exigences de l'exploitation, pour ce qui concerne notamment la capacité de surcharge, le rendement, le facteur de puissance et les conditions de démarrage.

Afin d'optimiser les performances de la machine, une marche à suivre en terme de construction a été développée, on indique dans ce cas de prendre pour base la puissance apparente et de calculer les divers paramètres de la machine.

Nous allons dans le présent chapitre considérer le calcul des résistances et des inductances de la machine en se basant sur une méthodologie de construction ; ce calcul est effectué en tenant compte de l'effet de peau.

### II.2. Calcul des résistances

#### II.2.1. Calcul de la résistance statorique

Afin de pouvoir calculer la résistance statorique il est nécessaire de déterminer au préalable les différents paramètres des conducteurs statoriques.

La longueur moyenne d'un conducteur statorique est donnée par :

$$l_{moy} = l_1 + l_{front} \quad (125)$$

où la longueur de la partie frontale est donnée par :

$$l_{front} = K \cdot b_y + l \quad (126)$$

avec :

$$b_y = \frac{\pi(D_1 + h_{enc1})\beta_1}{2p} \quad (127)$$

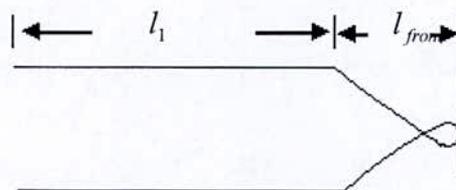


Fig.7 conducteur statorique

$K$  est un facteur qui tient compte de la géométrie de la machine

Les facteurs  $K$  et  $l$  sont donnés par le Tab.1 ci-dessous [3] :

$2p$	Encombrement		Encombrement	
	3,4,5		6,7,8,9	
	K	$l[cm]$	K	$l[cm]$
2	1.25	2	1.3	3
4	1.30	2	1.35	3
6	1.40	2	1.45	3
8	1.50	2	1.55	3

Tab.1 : valeurs de  $K$  et de  $l$  en fonction des valeurs de l'encombrement et du nombre de pôles

Ce qui donne la longueur totale des conducteurs en série de la phase :

$$L_1 = 2L_{moy} N_1 10^{-2} \text{ [m]} \quad (128)$$

où :  $L_{moy}$  est pris en cm .

Ayant obtenu la valeur de  $L_1$  on peut à présent calculer la résistance active de la phase du stator réduite à  $75^\circ\text{C}$  :

$$R_{1(75^\circ\text{C})} = \frac{L_1 K_f}{S_1 a} \rho_{(75^\circ\text{C})} \quad (129)$$

où :

$S_1$  : section d'un conducteur effectif.

$a$  : nombre de voies d'enroulements.

$K_f$  : facteur tenant compte de l'augmentation du courant en alternatif due au champ de fuite en général  $K_f \approx 1$ .

$\rho_{(75^\circ\text{C})}$  : résistivité à  $75^\circ\text{C}$

et  $\rho_{(75^\circ\text{C})} = \rho_{(15^\circ\text{C})} [1 + \alpha \cdot \Delta T]$

$\alpha = 0.004$

Finalement la valeur de la résistance statorique en unités relatives est donnée par :

$$R_1^* = R_1 \frac{I_{1N}}{V_{1N}} \text{ [%]} \quad (130)$$

## II.2.2. Calcul de la résistance rotorique

Un enroulement à cage d'écurueil est constitué par un certain nombre  $Z_2$  de barres logées dans les encoches de l'armature du rotor et parcourues par des courants déphasés de l'angle séparant chaque barre (cf. équation (71)), et par deux anneaux de court-circuit qui assurent les connexions électriques entre les barres, où chaque portion de couronne est parcourue par un courant.

Et donc, le calcul de la résistance active de l'induit du rotor nécessite à la fois celui de la résistance d'une barre rotorique et celui de la résistance de l'anneau.

### II.2.2.a Calcul de la résistance d'une barre

L'expression de la résistance d'une barre rotorique est donnée par :

$$R_{\text{barre}} = \rho_{Al(25^\circ C)} \frac{l_{\text{barre}}}{q_{\text{barre}}} \quad (131)$$

où :  $R_{\text{barre}}$  : résistance de la barre rotorique.

$l_{\text{barre}}$  : longueur de la barre.

$q_{\text{barre}}$  : section de la barre.

$\rho_{Al(25^\circ C)}$  : résistivité de l'Al à 25°C.

Dans l'équation (130) nous avons considéré  $K_f \approx 1$ , car la fréquence est très faible, cela dit dans le cas particulier du démarrage lorsque  $g = 1$ ,  $K_f$  peut avoisiner la valeur 3.

### II.2.2.b Calcul de la résistance de l'anneau de court-circuit

L'expression de la résistance de l'anneau de court circuit est donnée par :

$$r_{\text{ann}} = \rho_{Al(25^\circ C)} \frac{\pi D}{Z_e h_{\text{ann}} b_{\text{ann}}} \quad (132)$$

où :  $D_{\text{ann}} = D_{\text{ext}2} - \varepsilon_{\text{ann}}$

### II.2.2.c Calcul de la résistance active de l'enroulement rotor

La résistance active de l'enroulement rotorique est donnée par :

$$R_2 = r_{\text{barre}} + \frac{r_{\text{ann}}}{2 \sin^2 \left( \frac{\pi p}{Z_e} \right)} \quad (133)$$

avec :

$r_{ann}$  : rayon de l'anneau de court-circuit.

$D_{ext2}$  : diamètre extérieur du rotor.

$\varepsilon_{ann}$  : épaisseur de l'anneau de court-circuit.

$Z_e$  : nombre d'encoches rotoriques

Le reste des paramètres étant définis par la Fig.8 ci-dessous :

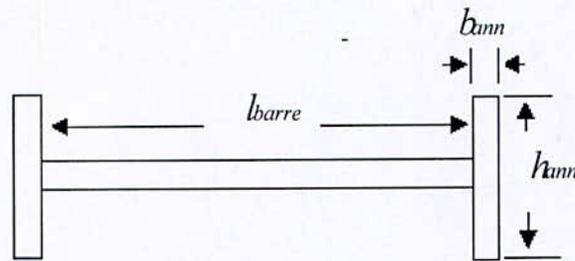


Fig.8 Représentation d'une section d'une barre avec une partie de l'anneau

#### II.2.2.d Calcul de la résistance de la résistance rotorique ramenée au stator

L'expression du facteur de réduction pour une machine électrique est donnée par :

$$K_{red} = \frac{m_1 (N_1 K_{bob1})^2}{m_2 (N_2 K_{bob2})^2}$$

Or chacune des barres constitue une phase rotoriques (cf. chapitre 1 équation (70)) et donc

$m_2 = N_R$ , et comme nous avons considéré ainsi qu'une barre avec deux portion d'anneau,  $N_2 = \frac{1}{2}$

,comme  $K_{bob2} = 1$ , on aboutit à l'expression suivante :

$$K_{red} = \frac{4m_1 (N_1 K_{bob1})^2}{N_R} \quad (134)$$

On retrouve là l'expression donnée en (101).

S'il existe un biais d'encoche au stator l'équation ou au rotor il faudra introduite le biais au dénominateur, et l'équation précédente devient :

$$K_{red} = \frac{4m_1 K_{bob1}^2}{N_R K_\beta^2} \quad (135)$$

Et donc la résistance rotorique ramenée au stator est :

$$R_2' = K_{red} \cdot R_2$$

### II.3. Calcul des réactances

A présent nous allons nous attaquer au calcul des réactances de la machine.

Les réactances totales de la machine est donnée par :

$$X_{11} = X_{1pr} + X_{1f} \quad (136)$$

$$X_{22} = X_{2pr} + X_{2f} \quad (137)$$

Où les réactances principales sont les mêmes au stator et au rotor (car c'est la réactance de la branche de magnétisation), et donc :  $X_{1pr} = X_{2pr}$ .

L'expression de la réactance principale est donnée par :

$$X_{pr} \approx \frac{V_N - X_{1f}}{I_\mu} \quad (138)$$

et :

$$I_\mu = \frac{1.78ek'_s B_e}{K_{bob1} \tau_p A_1} \quad (139)$$

avec :

- $I_\mu$  : courant magnétisant.
- $f_1$  : fréquence des courants statoriques
- $e$  : épaisseur de l'entre fer
- $\tau_p$  : pas polaire
- $B_\delta$  : induction d'entre fer
- $l_\delta$  : longueur de l'entre fer
- $k'_s$  : facteur de saturation corrigé

Une autre expression de la réactance principale est donnée par l'équation (140) :

$$X_{pr} = A_x \lambda_0 \quad (140)$$

où :

$$A_x = 0.158 \frac{f_1}{100} \left( \frac{N_1}{100} \right)^2 \frac{l_\delta}{pq_1} \quad (141)$$

et la perméance du flux principal est donnée par :

$$\lambda_0 = 0.427q_1 \frac{K_\beta \alpha_\delta \tau}{e''} K_{bob1}^2 \quad (142)$$

où  $e''$  est l'épaisseur d'entrefer fictif

La réactance de fuite au stator est donnée par :

$$X_{1f} = A_x \sum \lambda_{1i} \quad (143)$$

Les différentes perméances qui rentrent en jeu dans l'équation précédente sont :

- la perméance d'encoche  $\lambda_{enc}$
- la perméance différentielle  $\lambda_{diff}$
- la perméance de la partie frontale  $\lambda_{pf}$

Les expressions de ces différents paramètres sont données par:

- **Perméance d'encoche :**

Pour les encoches qui se présentent sous la forme donnée en Fig.9 [6] on a :

$$\lambda_{1enc} = \frac{h_1}{3b_{st}} + \frac{h_4}{b_{st}} \tag{144}$$

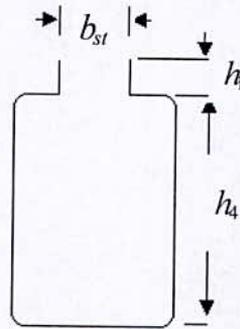


Fig.9 : Encoche statorique

- **Perméance de la partie frontale [6] :**

$$\lambda_{1pf} = 0.34 \frac{q_1}{l'_s} (l_f - 0.69\tau\beta) \tag{145}$$

où :  $l'_s = l_1 - 0.5n_g b_g$ .

- **Perméance différentielle [6] :**

Pour les encoches demie fermées on a :

$$\lambda_{1diff} = \frac{t_2 - b_{st} - b_{rot}}{16\delta} (0.48\beta_1 + 0.6) \tag{146}$$

Et pour les encoches ouvertes on a :

$$\lambda_{1diff} = \frac{t_1 K_{bob1}^2}{11.9\delta K_s} \tag{147}$$

avec ;  $t_1$  : pas dentaire au stator

$t_2$  : pas dentaire au rotor

La réactance de fuite au rotor est donnée par :

$$X_{2f} = 7.9 f_1 l_\delta \sum \lambda_{2i} 10^{-8} \tag{148}$$

Comme pour le stator les différentes perméances qui rentrent en jeu dans l'équation précédente sont :

- la perméance d'encoche  $\lambda_{2enc}$
- la perméance différentielle  $\lambda_{2diff}$
- la perméance de la partie frontale  $\lambda_{2pf}$

**Perméance d'encoche :**

La perméance d'encoche dépend de la forme de cette dernière nous présentons ci-dessous l'expressions de la perméances des encoches ayant la forme présenté en Fig.10 [6] :

$$\lambda_{2enc} = \left[ \frac{h_1}{6r_1} \left( 1 - \frac{\pi r_1^2}{2q_{enc}} \right) + 0.66 \frac{b_{rot}}{r_1} \right] + \frac{h_4}{b_{rot}} \tag{149}$$

où,  $b_{rot}$  est la largeur de la gorge d'encoche

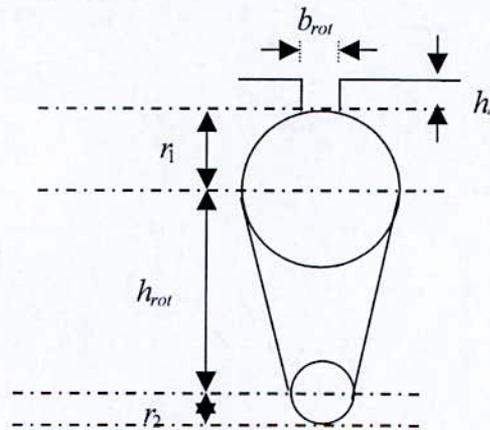


Fig.10 : Encoche rotorique

**Perméance de la partie frontale [6] :**

$$\lambda_{2pf} = \frac{2.3}{Z_2 l_\delta \zeta^2} \log \left( \frac{4.7 D_{ann}}{\Gamma} \right) \tag{150}$$

avec :

$$D_{ann} = D_{ext2} - 2h_{ann}$$

$$\zeta = 2 \sin \left( \frac{\pi p}{Z_2} \right)$$

$$\Gamma = 2(h_{ann} + b_{ann})$$

$\Gamma$  : représente le périmètre de l'anneau.

**Perméance différentielle** [6] :

$$\lambda_{diff2} = \frac{l_2}{11.9\delta K_\delta} \quad (151)$$

La réactance du rotor ramenée au stator est donnée par :

$$X_2' = K_{red} X_{2f} \quad (152)$$

En remplaçant  $K_{red}$  par ça valeur donnée par l'expression (134) on obtient :

$$X_2' = \frac{4m_1(N_1 K_{bob1})^2}{N_R} X_{2f} \quad (153)$$

La valeur de la réactance rotorique ramenée au stator, en unités relatives est donnée par :

$$X_2^* = \frac{I_{1N}}{V_{1N}} X_2' \quad (154)$$

En considérant les biais d'encoches statoriques et rotoriques les valeurs finales des inductances statorique et rotorique(ramenées au stator) sont donnée respectivement par :

$$X_1 = K_{biais} X_1 \quad (155)$$

$$X_2 = K_{biais} X_2 \quad (156)$$

La réactance due à l'inductance mutuelle est donnée quant à elle par :

$$X_{12} = X_{pr} \approx \frac{V_N - X_{1f} I_\mu}{I_\mu} \quad (157)$$

Ce qui en unités relatives donne :

$$X_{12}^* = \frac{I_1}{V_1} X_1 \quad (158)$$

Le modèle équivalent de la machine utilisé est donné par en Fig.11

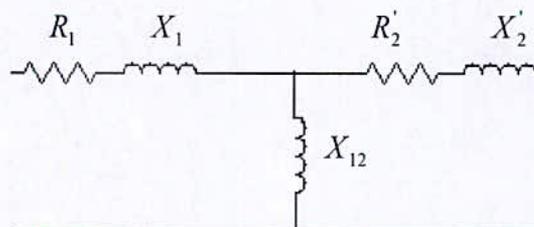


Fig.11 : Circuit équivalent de la machine

## II.4 Détermination des paramètres du moteur en tenant compte de l'effet pelliculaire et de la saturation

Lors du démarrage du moteur asynchrone, la fréquence des courant rotorique est considérable, ce qui fait que l'influence de l'effet pelliculaire ne peut être sciemment négligé, car il rentre en jeu dans la caractéristique du couple de démarrage. Tandis que durant le régime de démarrage de fonctionnement normal la fréquence diminue de 50 à 0 Hz, et la distribution du courant rotorique est considérée comme étant stable.

Nous avons vu précédemment en chapitre 1 que l'effet pelliculaire est lié à la profondeur de pénétration du courant dans la barre rotorique, c'est pourquoi afin de déterminer la résistance rotorique en tenant compte de l'effet pelliculaire, il faut au préalable trouver la profondeur de pénétration dans la dite barre.

Dans le chapitre 1 nous avons établi l'expression donnant la résistance d'encoche et l'inductance d'encoche comme par les expressions (123) et (124) comme suit :

$$R_{enc} = \frac{1}{a_s \cdot \sigma \cdot \delta} \frac{\sinh 2 \frac{h_s}{\delta} + \sin 2 \frac{h_s}{\delta}}{\cosh 2 \frac{h_s}{\delta} - \cos 2 \frac{h_s}{\delta}}$$

$$L_{enc} = \frac{1}{\omega_s} \frac{1}{a_s \cdot \sigma \cdot \delta} \frac{\sinh 2 \frac{h_s}{\delta} - \sin 2 \frac{h_s}{\delta}}{\cosh 2 \frac{h_s}{\delta} - \cos 2 \frac{h_s}{\delta}}$$

On peut alors écrire que :

$$R_{-} = k_r R_{-}$$

$$L_{-} = k_l L_{-}$$

où [5],

$$k_r = \xi \frac{\sinh 2\xi - \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi}$$

$$k_l = \frac{3}{2\xi} \frac{\sinh 2\xi - \sin 2\xi}{\cosh 2\xi - \cos 2\xi} \quad (159)$$

$$R_{-} = \frac{1}{a_s h \sigma} \quad (160)$$

$$\text{et, } \xi = \frac{h}{\delta} \quad (161)$$

ce qui revient à dire que :

$$\xi = 2\pi \sqrt{\frac{f_1 10^{-7}}{\rho_{Al(75^\circ C)}}$$

$R_$  est la résistance en continu de la barre en continu et  $L_$  l'inductance de cette dernière en continu.

$R_$  est la résistance de la barre en alternatif et  $L_$  son inductance en alternatif.

Une autre expression de  $k_r$  est donnée par :

$$k_r = \frac{q_{barre}}{q_{hr}}$$

tel que  $q_{hr}$  désigne la surface d'encoche pénétrée par le courant.

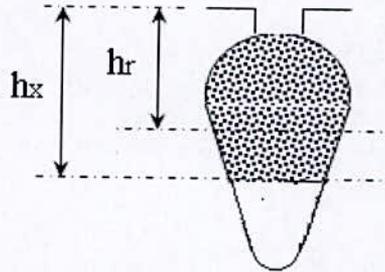


Fig.12 : Illustration de la profondeur de pénétration

$h_x$  : profondeur de pénétration du flux magnétique

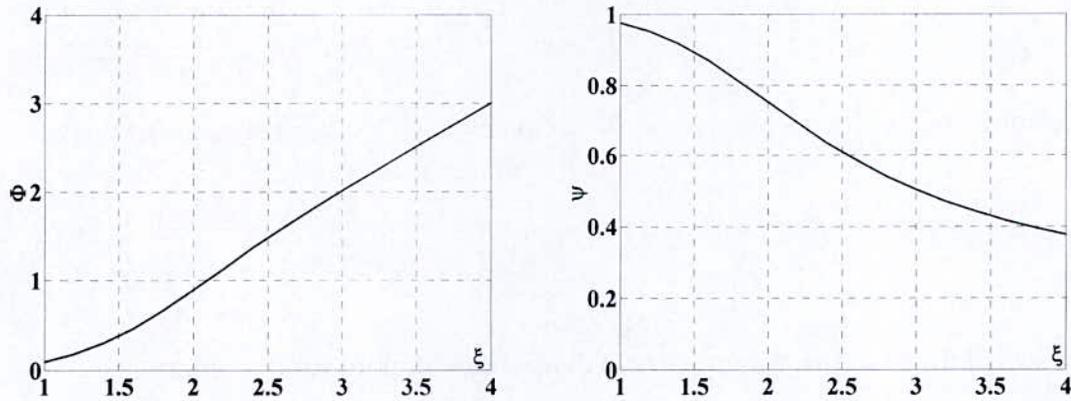
$h_r$  : profondeur de pénétration du courant dans la barre

La profondeur réelle de pénétration du courant (respectivement champ magnétique) dans l'encoche va être ainsi donnée par les fonctions suivantes [6] :

$$h_r = \frac{h_{enc}}{1 + \varphi(\xi)} \tag{162}$$

$$h_x = h_{enc} \cdot \psi(\xi) \tag{163}$$

$\psi(\xi)$  et  $\varphi(\xi)$  sont données à la Fig.13 [6]



(a)  $\varphi(\xi)$  (b)  $\psi(\xi)$

Fig.13 : Courbes donnant  $\varphi$  et  $\psi$  en fonction de  $\xi$

Pour une encoche ovale tel qu présenté en Fig.12 et Fig.10 la section de la barre pénétrée par le courant est donnée par :

$$q_{hr} = \frac{\pi r_1^2}{16} + (r_1 + r_2)(h_r - \frac{b}{2}) \tag{164}$$

et 
$$b = 2r_2 - \frac{r_2 - r_1}{h_1}(h_r - r_2)$$

Ce qui donne la différence entre résistance avec effet pelliculaire et sans effet pelliculaire :

$$\Delta R_{2\xi} = R_{2(75^\circ C)} \frac{l_{barre}}{l_{enc2}} \left( \frac{q_{barre}}{q_{hr}} - 1 \right) \tag{165}$$

Finalement la résistance active du rotor, avec effet pelliculaire, ramenée au stator est donnée par :

$$R'_{2\xi} = (R_2 + \Delta R_{2\xi}) K_{red} \tag{166}$$

En tenant compte de l'effet pelliculaire, on peut déterminer la nouvelle perméance d'encoche, il suffit de multiplier par nouveau paramètre  $\psi$  (cf. Fig13)

$$\lambda_{2enc\xi} = \lambda_{2enc} = \left[ \frac{h_1}{6r_1} \left( 1 - \frac{\pi r_1^2}{2q_{enc}} \right) + 0.66 - \frac{b_{rot}}{r_1} \right] \psi + \frac{h_4}{b_{rot}} \tag{167}$$

En considérant que, la nouvelle somme des perméances avec effet pelliculaire est :

$$\sum \lambda_{2\xi} = \lambda_{enc2\xi} + \lambda_{diff2} + \lambda_{pf2} \tag{168}$$

La réactance rotorique en tenant compte de l'effet pelliculaire devient :

$$X_{2\xi} = \frac{\sum \lambda_{2\xi}}{\sum \lambda_2} X_2 \tag{169}$$

L'inductance du rotor, en tenant compte de l'effet pelliculaire du biais d'encoche ramenée au stator :

$$X'_{2\xi} = X_{2\xi} K_{\text{biais}} K_{\text{red}} \tag{170}$$

**II.5 La valeur de l'inductance en tenant compte de la saturation du flux de fuites**

Pendant le démarrage des parties des dents sont saturées et le flux de fuite induit la saturation. La gorge de la dent est également saturée au démarrage.

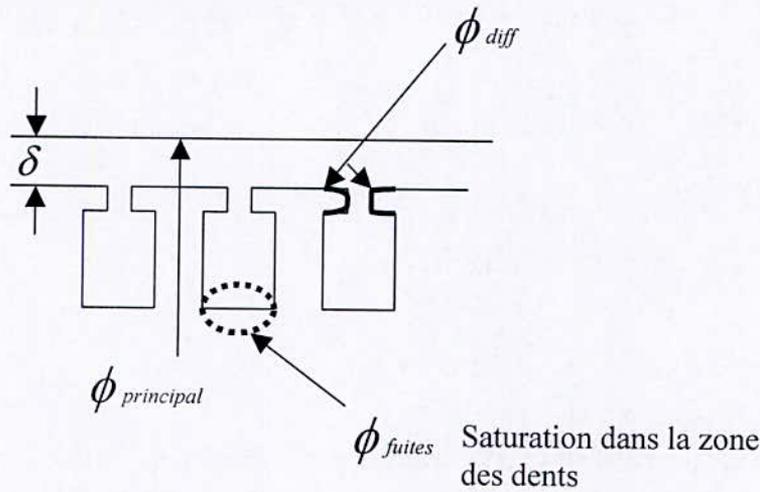


Fig.14 : Illustration de la saturation dans les dents

Les variations de  $X_1$  et  $X_{2\xi}$  peuvent être prises en considérant approximativement la valeur du courant de court-circuit en régime saturé :

$$I_{ccsat} = X_{12}^* I_{cc} \tag{171}$$

où 
$$I_{cc} = \frac{V_{1N}}{Z_{cc\xi}} \tag{172}$$

$$Z_{cc\xi} = \sqrt{r_{cc\xi}^2 + X_{cc\xi}^2} \tag{173}$$

$$r_{cc\xi} = R_1 + R'_{2\xi} \tag{174}$$

$$X_{cc\xi} = X_1 + X'_{2\xi} \tag{175}$$

avec :

$Z_{cc\xi}$  : impédance d'entrée la machine en considérant l'effet pelliculaire

$r_{cc\xi}$  : résistance de court-circuit en considérant l'effet pelliculaire

$X_{cc\xi}$  : inductance de court-circuit en considérant l'effet pelliculaire

$R'_{2\xi}$  : résistance rotorique en considérant l'effet pelliculaire ramenée au stator

$X'_{2\xi}$  : inductance résistance rotorique en considérant l'effet pelliculaire ramenée au stator

La force magnétomotrice moyenne d'encoche quant à elle est donnée par :

$$F_{encmoy} = 0.7 \frac{I_{ccsat} \cdot N_{ce}}{a} \left[ K_{\beta} + K_{racc} \cdot K_{bob} \cdot \frac{N}{N_R} \right] \tag{176}$$

où  $K_{\beta}$  est tiré de la Fig.15 [3] et  $K_{racc}$  est le facteur de raccourcissement.

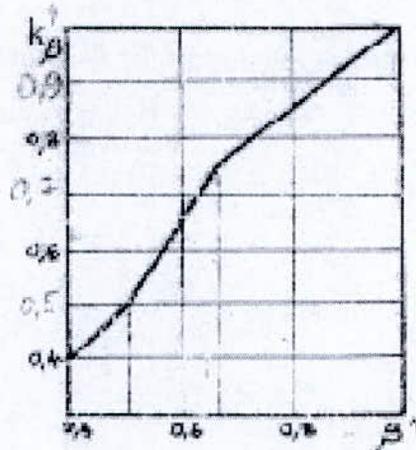


Fig.15 : Courbe donnant  $K_{\beta}$  en fonction de  $\beta$

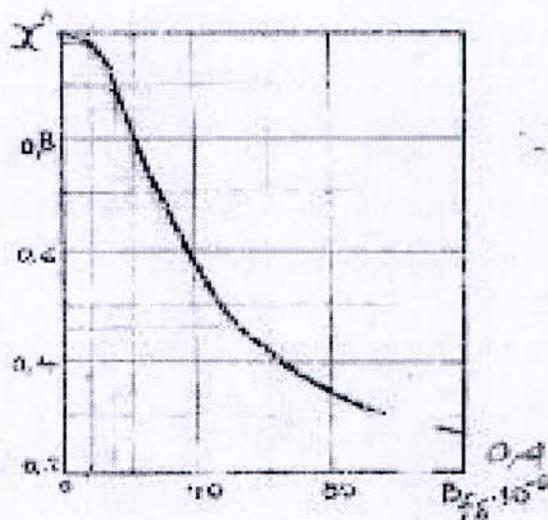
Induction fictive dans l'entrefer :

$$B_{fe} = \frac{F_{encmoy}}{1.6 \cdot e \cdot C_{sat}}, [e] = cm \tag{177}$$

$$\text{avec } C_{sat} = 0.64 + 2.5 \cdot \sqrt{\frac{e}{t_1 + t_2}} \tag{178}$$

De la Fig.16 [3] on tire :

$$\chi = f(B_e) \tag{179}$$

Fig.16 :  $\chi$  en fonction de  $B_s$ 

En tenant compte de la saturation des parties hautes des dents, et sous l'influence du flux de fuite la perméance d'encoche diminue, on tient compte de cette diminution par ouverture d'encoche équivalente.

$$C_1 = (t_1 - b_{st})(1 - \chi) \quad (180)$$

$$C_2 = (t_2 - b_{rot})(1 - \chi) \quad (181)$$

La diminution de la perméance respectivement au stator et au rotor est donnée par:

$$\Delta\lambda_{1sat} = \frac{h_4 + 0.5h_3}{b_{st}} \left( \frac{C_1}{C_1 + 1.5b_{rot}} \right) \quad (182)$$

$$\Delta\lambda_{2sat} = \frac{h_4}{b_{rot}} \left( \frac{C_2}{C_1 + b_{rot}} \right) \quad (183)$$

Finalement la perméance statorique et la perméance rotorique d'encoche deviennent :

$$\lambda_{enc1sat} = \lambda_{enc1} - \Delta\lambda_{1sat} \quad (184)$$

$$\lambda_{enc2sat} = \lambda_{enc2} - \Delta\lambda_{2sat} \quad (185)$$

La diminution de la perméance différentielle peut être considérée en tenant compte du facteur  $\chi$  :

$$\lambda_{diff1sat} = \lambda_{diff1} \cdot \chi \quad (186)$$

$$\lambda_{diff2sat} = \lambda_{diff2} \cdot \chi \quad (187)$$

Finalement les sommes des perméance au rotor et au stator deviennent :

$$\sum \lambda_{1sat} = \lambda_{enc1\xi sat} + \lambda_{diff1sat} + \lambda_{pf1} \quad (188)$$

$$\sum \lambda_{2sat} = \lambda_{enc2\xi sat} + \lambda_{diff2sat} + \lambda_{pf2} \quad (189)$$

Et donc les inductances au stator et au rotor en considérant la saturation deviennent :

$$X_{1sat} = X_1 \cdot \frac{\sum \lambda_{1sat}}{\sum \lambda_1} \quad (190)$$

$$X'_{2\xi sat} = X'_2 \cdot \frac{\sum \lambda_{2\xi sat}}{\sum \lambda_2} \quad (191)$$

# *CHAPITRE III*

---

---

**ETUDE DE L'EVOLUTION THEORIQUE DES  
RESISTANCES ET INDUCTANCES EN  
CONSIDERANT L'EFFET PELLICULAIRE**

**CHAPITRE III : ETUDE DE L'EVOLUTION THEORIQUE DES RESISTANCES ET INDUCTANCES EN CONSIDERANT L'EFFET PELLICULAIRE**

**III.1 Introduction**

Nous présentons, dans ce chapitre, les résultats théoriques pour une machine asynchrone réelle en se basant sur ses caractéristiques.

La machine considérée est asynchrone de 4 kW à deux paires de pôles, fabriquée par l'Entreprise Algérienne des Industries Electrotechniques Electro-Industries ( Ex ENEL).

Les caractéristiques détaillées de la machine sont données en Tableau 2 [4]

Puissance	4 kW
Tension nominale	220/380 V
Courant nominal	15.2/8.8 A
Vitesse nominale	1435 tr/mn
Nombre de paires de pôles	2
Nombre d'encoches statoriques $N_e$	36
Nombre de barres au rotor $N_R$	28
Nombre de spires en série par phase $N_1$	156
La résistance par phase au stator	1.2 $\Omega$
Diamètre d'alésage $D_1$	108.5 mm
La longueur de la machine $l$	120 mm
L'entrefer de la machine $e$	0.28 mm

Tab.2 : Caractéristiques fournies par le constructeur de la machine asynchrone utilisée.

Constructeur Electro-Industrie (Ex ENEL) (Algérie)

Les dimensions de l'encoche rotorique d'après la figure 10 sont données par :

$$r_1 = 2.386mm$$

$$h_{rot} = 13.271mm$$

$$r_2 = 0.9mm$$

**III.2 Etudes de l'évolution de la relation entre les résistances (respectivement inductances) d'encoche en alternatif et en continu**

Nous avons utilisé le langage de programmation MATLAB afin de voir l'évolution des coefficients  $k_r$  et  $k_L$ , pour une plage de fréquences allant de 0Hz à 300 Hz. Ainsi que l'évolution de la profondeur de pénétration en fonction de la fréquence.

Les résultats sont obtenus pour une machine à cage ayant une hauteur d'encoche  $h=16,557\text{mm}$ , comme celle de notre machine (cependant nous avons considéré que l'encoche était carrée), et sont représentés sur la Fig. 17 (a, b, c, d) :

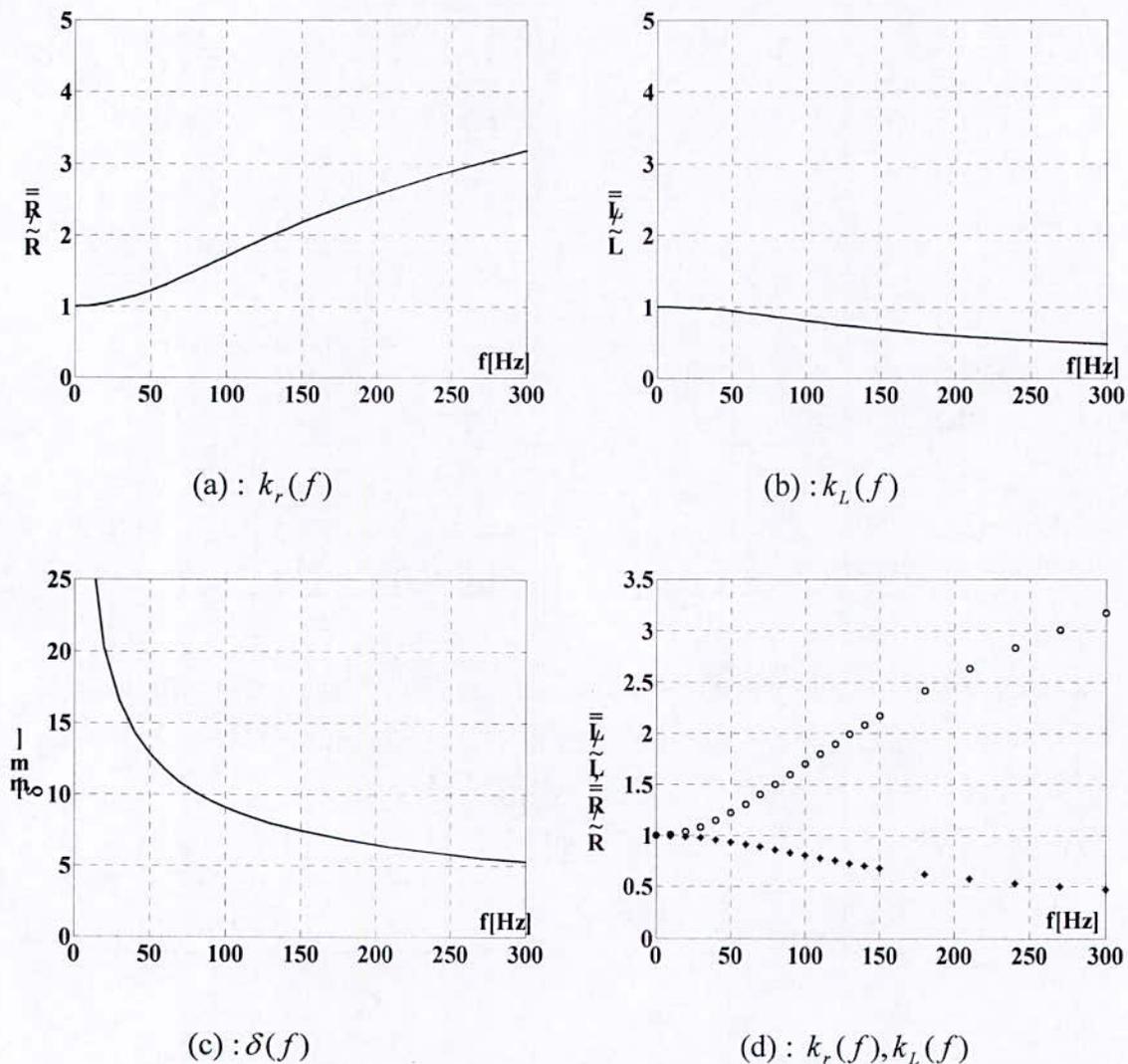


Fig.17 : Evolution des divers paramètres en fonction de  $f$

f (Hz)	$R_{\sim}/R_{=}$	$L_{\sim}/L_{=}$	$\delta$ (mm)
10.0000	1.0098	0.9972	28.6956
20.0000	1.0388	0.9889	20.2909
30.0000	1.0854	0.9756	16.5674
40.0000	1.1477	0.9580	14.3478
50.0000	1.2229	0.9367	12.8331
60.0000	1.3083	0.9127	11.7149
70.0000	1.4010	0.8868	10.8459
80.0000	1.4984	0.8598	10.1454
90.0000	1.5983	0.8324	9.5652
100.0000	1.6988	0.8052	9.0743
110.0000	1.7985	0.7785	8.6520
120.0000	1.8963	0.7527	8.2837
130.0000	1.9915	0.7279	7.9587
140.0000	2.0836	0.7044	7.6692
150.0000	2.1724	0.6822	7.4092
180.0000	2.4183	0.6234	6.7636
210.0000	2.6360	0.5752	6.2619
240.0000	2.8309	0.5359	5.8575
270.0000	3.0082	0.5034	5.5225
300.0000	3.1721	0.4763	5.2391

Tab.3 :  $k_r, k_L, \delta$  en fonction de la fréquence  $f$ 

Comme nous l'avions prévu au préalable on constate que le rapport des résistances est une fonction croissante de la fréquence. L'étude de ces courbes laisse entrevoir que :

- Pour les fréquences de moins de 50 Hz l'augmentation est assez insignifiante (moins de 23% de la valeur de la résistance en continu) et que la croissance est assez lente en fonction de la fréquence.
- Pour les fréquences appartenant à l'intervalle [50Hz, 130Hz] paradoxalement la courbe présente une croissance linéaire (cf. Tab.3), avec une tangente égale approximativement à 0.01s. Notons aussi qu'à la fréquence 130 Hz l'augmentation avoisine les 100 % de la valeur de la résistance en continu.
- En dessus de 130 Hz, l'augmentation devient rapide et atteint plus de 300% pour la fréquence de 300Hz

Le rapport des inductances quant à lui contrairement à celui des résistances décroît en fonction de la fréquence.

On remarque de la Fig.17 que la courbe du rapport d'inductance peut être approximée à une droite dont la tangente est (cf.Tab.3) :  $t \cong 0.002 \text{ s}$ , pour  $50\text{Hz} \leq f \leq 200\text{Hz}$ . On remarque aussi que la diminution augmente de 6% ( pour 50 Hz ) à 40 % ( pour 200 Hz) de la valeur de la résistance en continu.

Pour des fréquences supérieures à 200 Hz le rapport décroît lentement, avec une diminution ne dépassant pas 1%.

### III.2 Calcul des résistances et réactances de la machine en alternatif sinusoïdal à 50 Hz

Nous présentons les résultats obtenus via un calcul de construction, effectué sur une machine asynchrone présentant les caractéristiques suivantes :

$P_N = 4 \text{ kW}$ ,  $P = 2$ , fabriquée par l'Entreprise Algérienne des Industries Electrotechniques Electro-Industries (Ex ENEL).

Les résultats ci-dessous ont été obtenus à l'aide d'un programme conversationnel écrit en utilisant les outils de MATLAB, réalisé dans le cadre d'un mini projet de CONSTRUCTION DE MACHINES ELECTRIQUES pour une machine asynchrone à rotor à cage d'écureuil .

Les données sont :  $m_1=3$ ;  $K_{bob1} = 0,92$ ;  $N_1 =90$ ;  $Z_2 =28$ ;  $D_1=108,5\text{mm}$  ;  $L_\delta=120\text{mm}$ ;  $Z_1=36$  ;  $Z_2=28$  ;  $\delta=0,28\text{mm}$

L'élément	résultat	L'élément	résultat
$\xi$	1.1156	$X_2$	1.2874 $\Omega$
$\varphi$	0.5	$X_2^*$	0.0852 pu
$\psi$	0.825	$X_{12}$	21.1537 $\Omega$
$R_{barre}$	$1.333 \times 10^{-4} \Omega$	$X_{12}^*$	1.4003 pu
$r_{ann}$	$1.0384 \times 10^{-7} \Omega$	$h_r$	11.038 mm
$R_2$	$1.3433 \times 10^{-4} \Omega$	$h_x$	9.9895 mm
$R_2^*$	$4.1017 \times 10^{-5} \Omega$	$q_{hr}$	31.7378 mm <sup>2</sup>
$K_{red}$	$2.473 \times 10^{+3}$	$\Delta R_{2\xi}$	0.9348 $\Omega$
$\lambda_{2enc}$	6.3492	$R_{2\xi}^*$	0.5634 $\Omega$
$\lambda_{2pf}$	1.3919	$X_{2\xi}$	1.2532 $\Omega$
$\lambda_{2diff}$	3.2419	$\lambda_{2enc\xi}$	6.0572
$\sum \lambda_{2i}$	10.9829	$\sum \lambda_{2\xi}$	10.691
$X_{2f}$	$5.2059 \times 10^{-4} \Omega$		

Tab.4 : Les résultats obtenus à l'aide d'un programme conversationnel écrit en utilisant les outils de MATLAB

# *CHAPITRE IV*

---

**ESSAIS ET RESULTATS**

## CHAPITRE IV : ESSAIS ET RESULTATS

## IV.1 Introduction

Dans cette partie nous allons effectuer une série d'essais sur une machine à rotor à cage Electro-Industrie à l'arrêt (cf. Tab.2).

En premier lieu nous sommes intéressé à la mesure des résistances et inductances statorique à fréquence variable. Ensuite nous avons mesuré les divers paramètres de la machine en alternatif sinusoïdal à 50 Hz.

Le calcul des résistances et inductances au court des divers essais à été effectué via des mesures de tensions et de courants , réalisées grâce à un DAS GS2020, dont le choix à été fait pour la grande pc précision qu'il procure. C'est un appareil numérique possédant une liaison série avec un PC équipé d'une carte compatible. Lors d'une acquisition l'oscilloscope transférera  $i(t)$  sur CH1 et  $u(t)$  sur CH2.

## IV.2 Essai en continu

## IV .2.1 mesure des résistances à fréquence variable

Ces essais s'effectuent en continu, où l'on alimente un potentiomètre via une batterie, la sortie du potentiomètre débitant sur un hacheur monté avec une diode de roue libre. La sortie de ce dernier est reliée à deux phases de la machine asynchrone (cf. Fig.18).

La GS2020 est utilisée pour mesurer le courant, et la tension aux bornes de la machine.

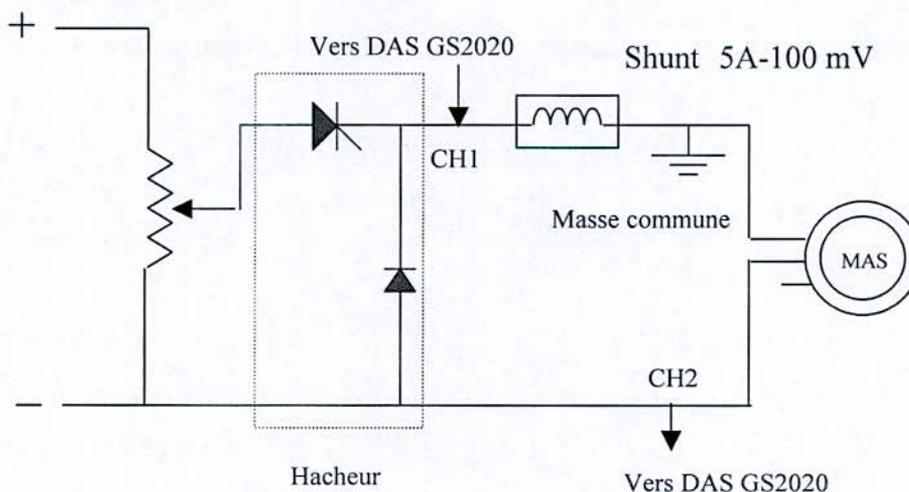


Fig.18 : Montage des essais en continu avec hacheur.

Le cas échéant le modèle équivalent de la machine devient celui d'une charge  $R - L$  (cf.Fig.19)

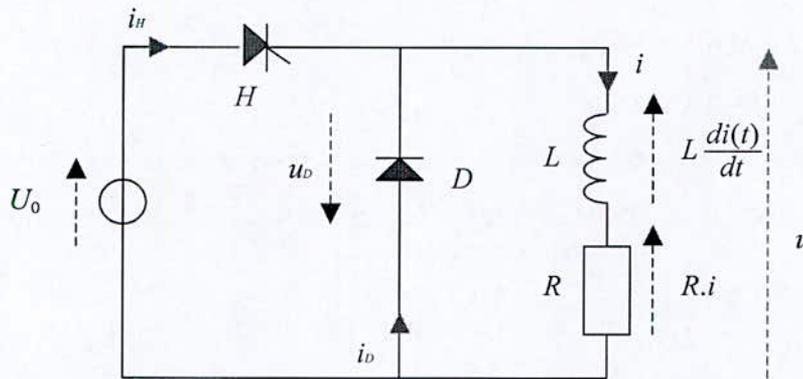


Fig.19 : Charge  $R - L$  alimentée par un hacheur  $H$

Le fonctionnement du hacheur se passe comme suit :

Le hacheur  $H$  est fermé de  $t = 0$  à  $t = \alpha T$ , puis ouvert de  $t = \alpha T$  à  $t = T$ , etc.

Dans la première phase, le générateur alimente la charge, c'est la *phase de conduction*, la tension  $u$  est égale à  $U_0$ . La diode est bloquée, car elle est sous tension inverse. Le courant  $i$  augmente.

Quand  $H$  est ouvert, le générateur ne débite plus dans la charge. Le courant  $i$  ne peut s'arrêter à cause de la bobine et la diode de roue libre permet sa circulation. L'intensité décroît. En effet, l'énergie qui se dissipe dans la charge, par effet Joule, provient de la bobine où elle avait été stockée sous forme magnétique dans la phase de conduction. Le stock diminuant, le courant diminue aussi, de façon exponentielle.

En régime permanent, l'intensité oscille entre une valeur  $I_{min}$  et une valeur  $I_{max}$  (cf.Fig20). Son expression sera calculée plus loin.

Le valeur moyenne de la tension sera ainsi donnée par :

$$U_{moy} = \alpha U_0 \quad (192)$$

Or on sait que :

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) \quad (193)$$

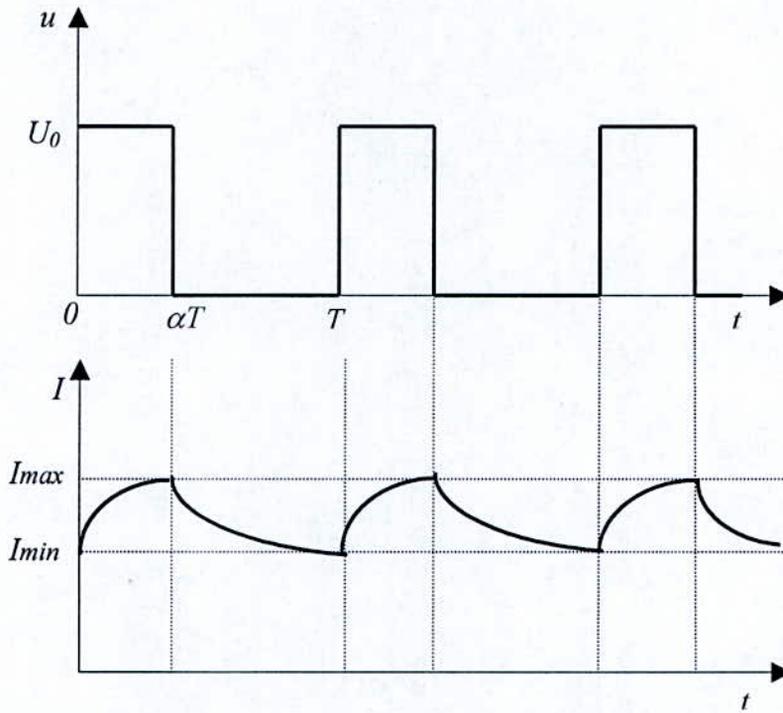


Fig.20 : Formes d'ondes théoriques de la tension et du courant

Prenons les valeurs moyennes des deux membres. En régime permanent  $i(t)$  est périodique et la valeur moyenne du terme  $L \frac{di(t)}{dt}$  est nulle, en effet:

$$\left( \frac{di(t)}{dt} \right)_{moy} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{di(t)}{dt} dt = \frac{1}{T} \int_{I(0)}^{I(T)} di = \frac{1}{T} (I(T) - I(0)) = 0$$

Il reste:

$$U_{moy} = RI_{moy} \tag{194}$$

Soit

$$I_{moy} = \frac{U_{moy}}{R} \tag{195}$$

Ce qui revient à dire que :

$$R = \frac{U_{moy}}{I_{moy}} \tag{196}$$

On calcul l'expression de  $i(t)$  en résolvant l'équation différentielle donnée en (198), et en considérant les expressions de  $u(t)$  :

$$i(t) = \left( I_{min} - \frac{U_0}{R} \right) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{U_0}{R} \quad \text{si } 0 \leq t \leq \alpha T \tag{197}$$

$$i(t) = I_{max} \cdot \exp\left(\frac{\alpha T - t}{\tau}\right) \quad \text{si } \alpha T \leq t \leq T \tag{198}$$

En écrivant que les deux expressions précédentes prennent la même valeur  $I_{max}$  à  $t = \alpha T$  et la même valeur  $I_{min}$  à  $t = T$ , on peut déterminer  $I_{max}$  et  $I_{min}$  :

$$I_{max} = \frac{U_0}{R} \left( \frac{\exp\left(-\frac{\alpha T}{\tau}\right) - 1}{\exp\left(-\frac{T}{\tau}\right) - 1} \right) \quad (199)$$

Et ;

$$I_{min} = I_{max} \exp\left(\frac{(\alpha - 1)T}{\tau}\right) \quad (200)$$

$$\text{où ; } \tau = \frac{L}{R} \quad (201)$$

$$\text{Ln}\left(\frac{I_{min}}{I_{max}}\right) = \frac{(\alpha - 1)T}{\tau} \quad (202)$$

Ce qui revient à dire que :

$$\text{Ln}\left(\frac{I_{min}}{I_{max}}\right) = \frac{(\alpha - 1)T}{L/R} \quad (203)$$

$$\text{Et donc : } L = \frac{(\alpha - 1)R}{f \text{Ln}\left(\frac{I_{min}}{I_{max}}\right)} \quad (204)$$

Comme nous avons pris deux phases statoriques nous avons :  $R_1 = 2R_s$  et  $L = 2L_s$  les équations (201) et (209) deviennent alors :

$$R_s = \frac{U_{moy}}{2I_{moy}} \quad (205)$$

Et ;

$$L_s = \frac{(\alpha - 1)R_s}{f \text{Ln}\left(\frac{I_{min}}{I_{max}}\right)} \quad (206)$$

avec ;

$U_{moy}$  : valeur moyenne de la tension

$I_{moy}$  : valeur moyenne du courant

$I_{min}$  : valeur maximale du courant

$I_{max}$  : valeur minimale du courant

$U_0$  : valeur crête de la tension

$\alpha$  : angle d'allumage

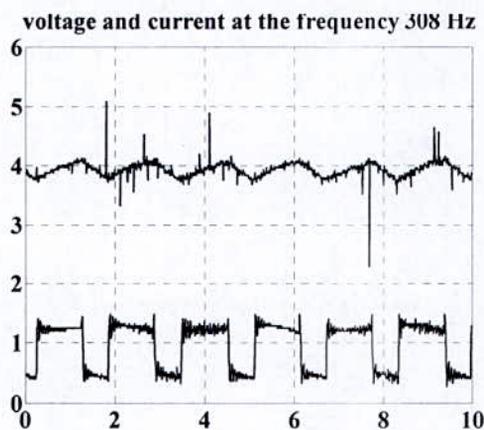
Mesures

Les différentes mesures effectuées sont données en Tab.5 ci-dessous :

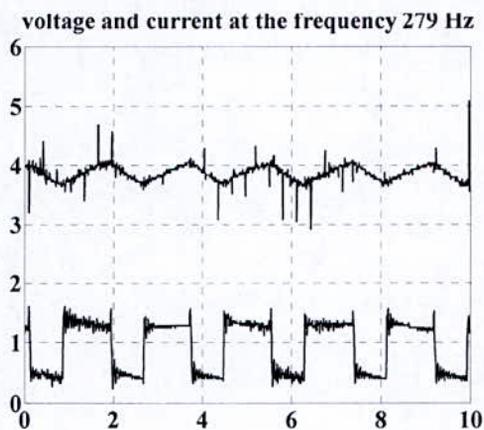
$f$ [Hz]	52.08	101.01	114	126.58	141	162.87	220	279.33	308.64
$\alpha$	0.145	0.25	0.295	0.324	0.361	0.404	0.51	0.598	0.648
$U_0$ [V]	31.8	26.9	26.9	26.3	25	23.8	23.1	20	19.4
$I_{max}$ [ $\times 0.025A$ ]	98.4	130	136	139	145	148	161	159	159
$I_{min}$ [ $\times 0.025A$ ]	54.7	87.5	95.3	102	109	119	138	142	147

Tab.5 mesures effectuées grâce au montage de la Fig.18

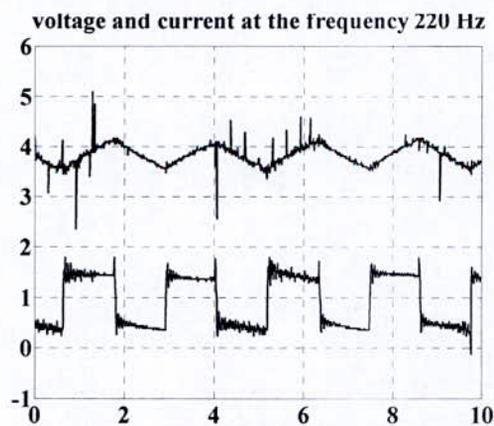
Les courbes données par la GS2020 , sont données en Fig. 21 (a , b , c , d , e , f , g , h , i) ci-dessous :



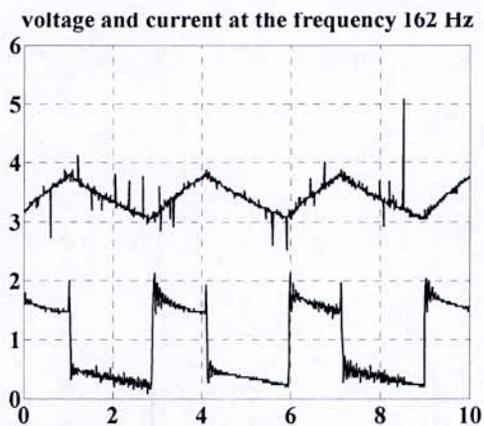
(a) : courant et tension à  $f = 308Hz$



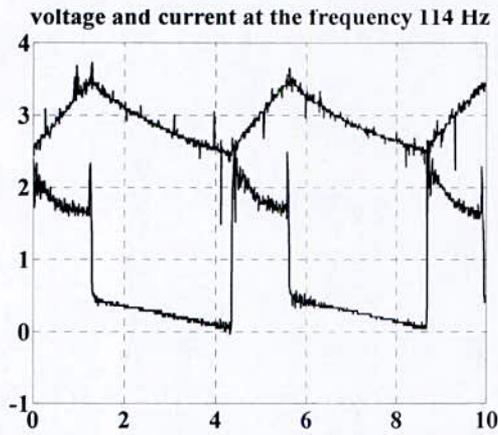
(b) : courant et tension à  $f = 279Hz$



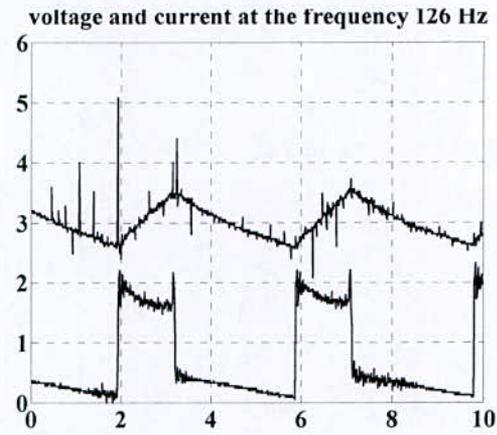
(c) : courant et tension à  $f = 220Hz$



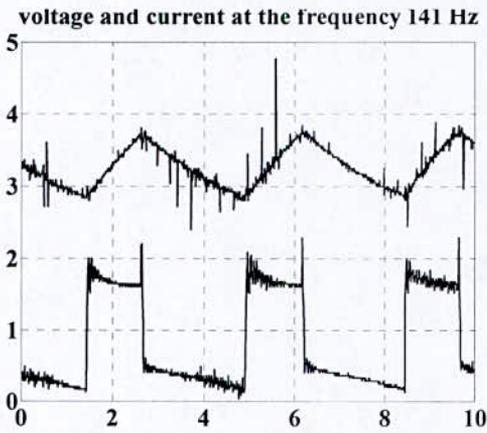
(d) : courant et tension à  $f = 162Hz$



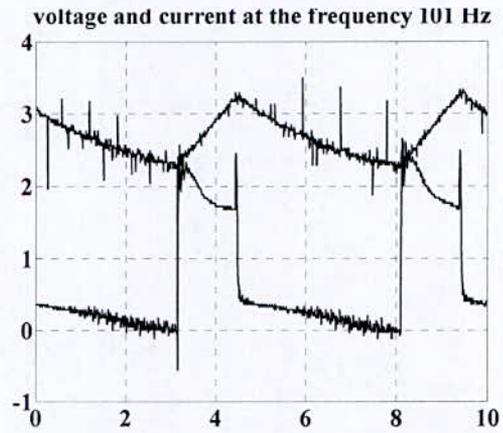
(e) : courant et tension à  $f = 114\text{Hz}$



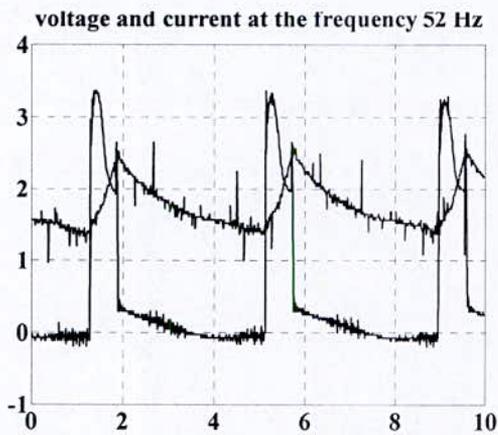
(f) : courant et tension à  $f = 126\text{Hz}$



(g) : courant et tension à  $f = 141\text{Hz}$



(h) : courant et tension à  $f = 101\text{Hz}$



(i): courant et tension à  $f = 52\text{ Hz}$

Calibres : Tension 20 V  
 Courant 1A  
 Temps 2 ms

Fig.21 : Formes des courants et tensions en fonction du temps obtenues via la GS2020

En se basant sur les expressions données par (210) et (211),  $R_s$  et  $L_s$  sont donnés par le Tab.6 ci-dessous :

$f[Hz]$	$R_s[\Omega]$	$L_s[H]$
52.0800	1.2047	0.0336
101.0100	1.2368	0.0232
114.0000	1.3723	0.0238
126.5800	1.4143	0.0240
141.0000	1.4213	0.0226
162.8700	1.4405	0.0242
220.0000	1.5761	0.0228
279.3300	1.5894	0.0202
308.6400	1.6433	0.0238

Tab.6 Calcul de  $R_s$  et de  $L_s$

Ces mesures nous permettent de tracer une courbe approximative donnant, les variations de  $R_s$  et  $L_s$  en fonction des variations de la fréquence via MATLAB (cf. Fig.22 et Fig.23).

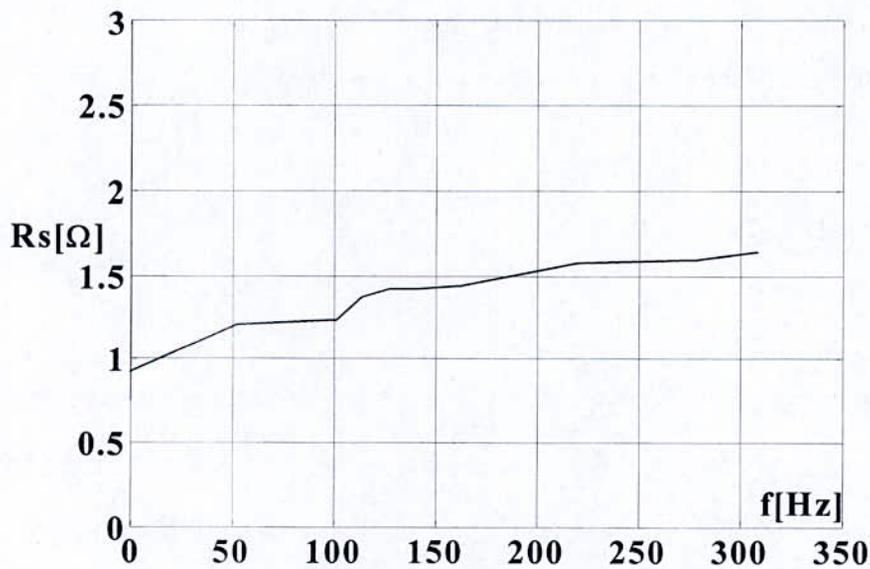


Fig.22 : Tracé de  $R_s$  en fonction de la fréquence  $f$

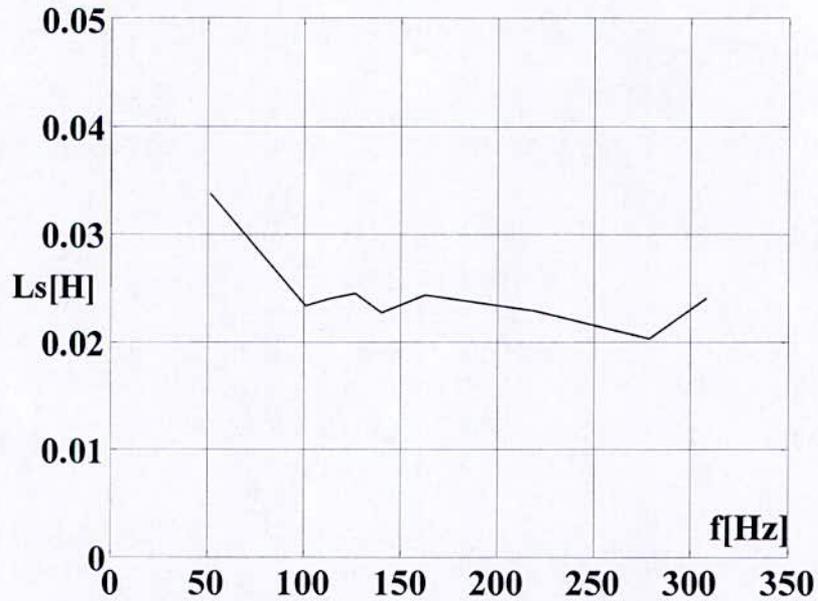


Fig.23 : Tracé de  $L_s$  en fonction de  $f$

**IV .2.1 Mesure de la résistance statorique en continu**

Afin de mesurer la résistance en continu on un montage semblable à celui de la Fig.18, sauf qu'a présent on enlève le hacheur et la diode de roue libre (cf. Fig.24).

La résistance statorique d'une phase va être évidemment donnée par :

$$R_{s=} = \frac{U}{2I} \tag{207}$$

L'essai donne :

$$R_{s=} = 0.92\Omega$$

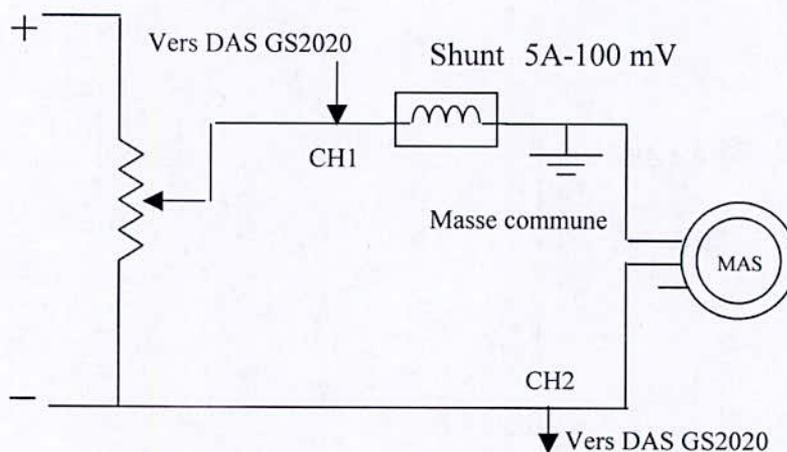


Fig.24 : Montage servant à mesurer la résistance statorique en continu.

Ce qui nous, permet de tracer  $k_r$  en fonction de la fréquence pour le stator en Fig.25 ci-dessous :

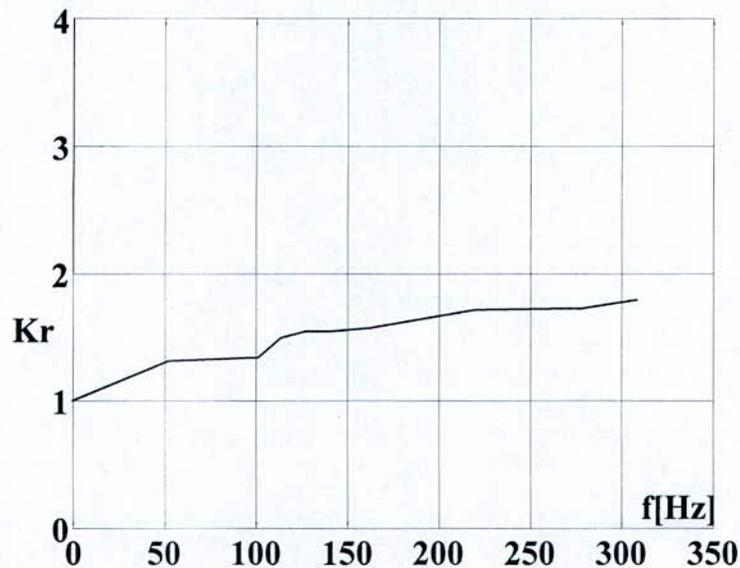


Fig.25 : Tracé de  $k_r$  au stator en fonction de la fréquence

**IV.3. Essai en alternatif sinusoïdal à fréquence 50 Hz**

Cet essai a pour but de mesurer la tension et le courant entre deux phases de la machine en régime alternatif sinusoïdal à fréquence 50 Hz.

Pour ce faire on alimente un autotransformateur, dont la sortie débite sur la machine (cf. Fig.26).

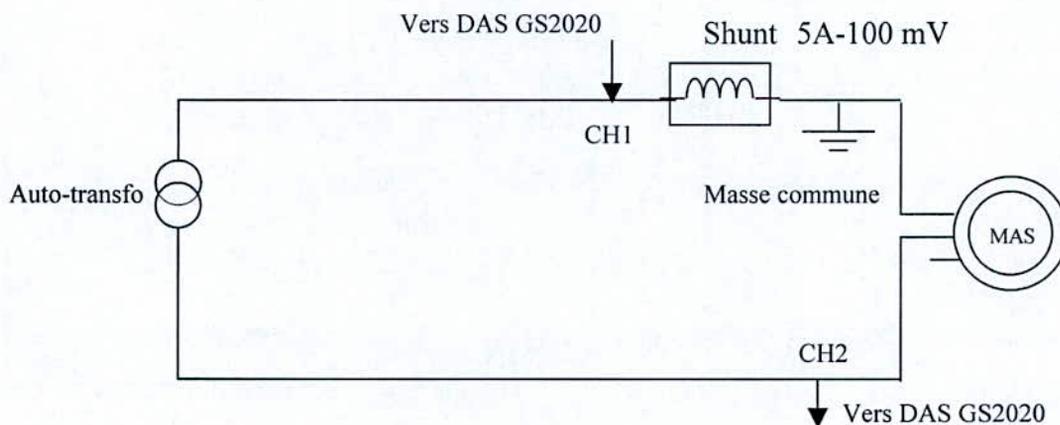


Fig.26 : Montage servant à mesurer la résistance statorique en Alternatif.

Le modèle équivalent de la machine pour une est donné la fig.27 [13] :

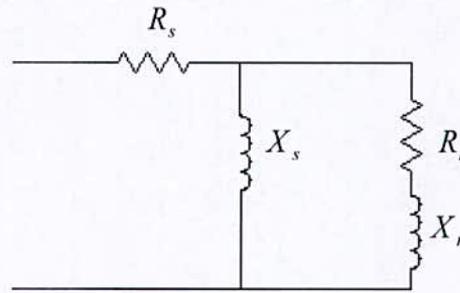


Fig.27 : Schéma équivalent d'une phase de la machine à l'arrêt

Cependant le montage présenté en Fig.26 nous donne seulement accès à l'impédance d'entrée  $Z_e$  de la machine, via les équation décrites (205), (206) en remplaçant  $R_s$  par  $R_e$  et  $L_s$  par  $L_e$ , on obtient les expression de ces derniers :

$$R_e = \frac{U_{moy}}{2I_{moy}}$$

Et ;

$$L_e = \frac{(\alpha - 1)R_s}{fLn\left(\frac{I_{min}}{I_{max}}\right)}$$

Ainsi par équivalence :

$$R_e + jX_e = R_s + \frac{(R_r + jX_r)jX_s}{R_r + j(X_s + X_r)} \tag{208}$$

Si on pose :

$$R_1 = R_e - R_s \tag{209}$$

L'équation (208) devient :

$$R_1 + jX_e = \frac{(R_r + jX_r)jX_s}{R_r + j(X_s + X_r)} \tag{210}$$

Ce qui revient à dire que :

$$(R_1 + jX_e)(R_r + j(X_s + X_r)) = (R_r + jX_r)jX_s \tag{211}$$

Et donc :

$$R_1R_r - X_e(X_s + X_r) = -X_sX_r \tag{212}$$

$$R_rX_e + R_1(X_s + X_r) = X_sR_r \tag{213}$$

Ce qui revient à écrire :

$$R_1R_r + (X_s - X_e)X_r = X_eX_s \tag{214}$$

$$(X_s - X_e)R_r - RX_r = RX_s \tag{215}$$

Ce qui donne sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} R_r \\ X_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_l & X_s - X_e \\ X_s - X_e & -R_l \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} X_e X_s \\ R_l X_s \end{pmatrix} \quad (216)$$

### Mesures :

Nous avons réalisé le montage de la Fig.26 afin de mesurer l'impédance d'entrée de la machine pour différent palier de tensions les résultat obtenu sont noté sur le Tab.8

$I_{\max} [A]$	2.5	3.62	4.75	5.75	7.5	9.5
$U_{\max} [V]$	39	48	54	64	79	95
déphasage $\theta [rd]$	0.32 $\pi$					

Tab.8 mesures effectuées en alternatif sinusoïdal ( $f = 50Hz$ )

Comme nous avons prit deux phases l'impédance d'entrée est donnée par :

$$Z_e = \frac{\bar{U}}{2\bar{I}} \quad (217)$$

La méthode des moindres carrés donne :

$$Z_e = 5.3973\Omega.$$

Et donc :

$$R_e = 1.4460\Omega$$

$$X_e = 2.2785\Omega$$

Le Tab .7 donnant pour  $f \approx 50Hz$  :

$$R_s = 1.2\Omega$$

$$X_s = 10.36\Omega$$

En appliquant la relation matricielle (216), on trouve que :

$$R_r = 0.4039\Omega$$

$$X_r = 2.9086\Omega$$

Sachant que :

$$L_r = \frac{X_r}{2\pi f}$$

On obtient :

$$L_r = 9.3 \text{ mH}$$

# ***CONCLUSION***

---

---

## CONCLUSION

L'étude théorique a donné  $X_r = 1.25\Omega$ , et  $R_r = 0.56\Omega$ , l'expérimentation a, quant à elle, donné  $X_r = 2.9\Omega$ , et  $R_r = 0.40\Omega$ .

On voit bien que ces valeurs sont assez proches, ce qui confirme l'approche théorique développée. On remarque ainsi que l'expérience donne :  $k_r = 1 + \Delta R_{2\zeta} = 1.07$ , alors qu'en théorie nous avions prévu pour une fréquence  $f = 50\text{Hz}$ , un  $k_r = 1.22$ .

Ce qui en soit est assez logique étant donné que nous n'avons considéré théoriquement que l'effet pelliculaire sans tenir compte de l'influence des autres perturbations.

Les mesures effectuées, sur le stator quant à elles, montre que même si l'effet pelliculaire est négligeable au stator à  $50\text{Hz}$ , avec un  $k_r \approx 1$ , son influence n'en demeure pas moins importante pour des fréquences de plus de  $150\text{Hz}$ .

Ceci permet de conclure que l'effet pelliculaire peut jouer un rôle considérable dans le calcul des machines à rotor à cage tant au rotor qu'au stator, et ce notamment dans le domaine des fréquences élevées, comme c'est le cas dans le domaine de traction électrique, où les fréquences peuvent avoisiner les  $1000\text{Hz}$  et plus, ce qui reviendrait théoriquement à un  $k_r$  très élevé.

Afin de renforcer ces conclusions, il serait intéressant de poursuivre ce travail en utilisant un oscillateur en tant que convertisseur de fréquence, ce qui permet de monter à des fréquences assez élevées (jusqu'à  $10\text{kHz}$ ).

# ***BIBLIOGRAPHIE***

---

---

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] J.L.Kirtly Jr.,MIT: 'Class Notes Chapter 10,Analytic design of induction machines',January 2003
- [2] Alger,P.L.: 'Induction motors',Gordon & Breach,New,1969,2<sup>nd</sup> edition
- [3] Touhami Omar. : Cours (non édité) de Construction de Machines Electriques. Département de Génie Electrique, ENP d'Alger, 1995-2005.
- [4] Documentation Technique d'Electro-Industries " Compagnie Algérienne de fabrication de Moteurs Asynchrones (0,18kW à 400kW) et Alternateurs (16kVA à 180kVA) ". Complexe MEI BP17, Tizi-ouzou, Algérie.
- [5] H. Kabbaj, X. Roboam, Y. Lefèvre, J. Faucher : 'Skin effect characterization in a squirrel cage induction machine', Proceeding of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics – ISIE' 97, July 97, pp. 532-536
- [6] Под редакцией И.П. КОПЫЛОВА. ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ. МОСКВА ЭНЕРГИЯ, 1980
- [7] S. Canat, J. Faucher : Fractional order: 'fractional parametric identification of the skin effect in the rotor bar of squirrel cage induction machine', ASME DETC2003/VIB-48393. (september 2-6, 2003)
- [8] A.Munoz, T. Lipo : 'Complex vector model of the squirrel-cage induction machine including instantaneous rotor bar currents', *IEEE Trans. Ind. Applicat*, Vol.35, No.6. (Nov/Dec 1999)
- [9] Veltman, A., J.B. Klaassens , H.J. Mezger, H.H. Ehrenburg : 'Modelling Skin Effect and Saturation in Controlling Asynchronous Machines', Proceedings Electrical Drives Symposium, Capri 1990, pp 5732.
- [10] MA.Shehata, F. Hentschel : 'Effect of current displacement consideration on the behaviour of inverter-fed squirrel-cage induction motors',*Electrical Machines and Power Systems*, vol. 22, 1994, pp. 381-393.
- [11] S. Williamson and C. I. McClay : 'Optimization of the geometry of closed rotor slots for cage induction motors', *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 32, pp. 560–568, May/June 1996.
- [12] E.A. Klingshim, H.E. Jordan : 'Simulation of polyphase induction machines with deep rotor bars',*IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, vol.89, no. 6, July/August 1970, pp. 1038-1043.

- [13] J.GODBERSEN : 'A STAND STILL METHODE FOR ESTIMATING THE ROTOR RESISTANCE OF INDUCTION MOTORS', *IEEE 1999*
- [14] M.LIWSCHITZ, 'CALCUL DES MACHINES ELECTRIQUES ', TOME II,  
Edt.SPES LAUSANNE
- [15] A.IVANOV SMOLENSKI,' MACHINES ELECTRIQUES', Volume II,  
Edt.MIR-MOSCOW

## ملخص :

فى هذا العمل تمت دراسة تاثير اثر البشرة على الالات اللامتزامنة ذات القفص اسينجابى و بهذا الغرض استنتجنا مقدا العلاقات النظرية التى تعطى تغيرات المقاومة و الذاتية بدلالة التردد و بعد ذلك اجرينا سلسلة تجارب على الالة فى حالة توقف بهدف تجسيد تغيرات مختلف الوسائط الفيزيائية للالة بدلالة التردد

## Résumé :

Ce travail consiste à étudier l'influence de l'effet de peau sur les machines asynchrones à rotor à cage d'écureuil. A cet effet nous avons déduit au préalable la relation théorique donnant la variation des résistance et inductances en fonction de la fréquence. Par la suite nous avons effectué une série d'essai sur la machine à l'arrêt afin de concrétiser la variation des divers paramètres de la machine en fonction de celles de la fréquence.

## Abstract :

The aim of this thesis is to show off the influence of the skin effect upon the asynchronous machine. Thus we began with a theoretical approach giving the variations of resistances and inductances versus the frequency. Afterwards we conducted a serial of experiments on the machine in standstill in order to concretise the frequency effects on the machine's parameters variations.

## Mots clés :

Effet de peau ou effet pelliculaire

Machines asynchrones

Variation de résistance et de l'inductance en fonction de la fréquence