

P0002/05B

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



**ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE**  
Département Génie Electrique  
Option : Réseaux et Haute Tension

Projet de fin d' Etudes  
en vue de l'obtention du Diplôme  
d'Ingénieur d'Etat en Génie Electrique

Etudié par :  
M. AIT-AMARA Mohamed et M<sup>elle</sup> BENSARI Sihem

Thème :

*Mesure de champ électrique en  
présence d'un paratonnerre dans  
un intervalle d'air tige - plan*

Soutenu publiquement en Juin 2005 devant le jury composé :

Président :	M. R. TAHMI	Chargé de cours, ENP
Rapporteurs:	M. A. BOUBAKEUR M. A. MEKHALDI	Professeur, ENP Maître de conférences, ENP
Examineurs :	M. S. BOUAZABIA	Chargé de cours, USTHB

## Remerciements

Louange à Dieu tout puissant.

Nous remercions M. **A. BOUBAKEUR**, professeur à l'ENP, et M. **A. MEKHALDI**, maîtres de conférence à l'ENP, d'avoir proposé et encadré ce sujet, de nous avoir fait profiter de leurs vastes connaissances.

Nos sincères remerciements vont aussi à M. **S. BOUAZABIA**, maître de conférences USTHB, de nous avoir tant soutenu et consacré de son temps précieux.

Aussi nous remercions vivement les membres du jury qui ont accepté de bien vouloir juger notre étude, particulièrement M. **R. TAHMI**, chargé de cours.

Des remerciements vont également à tous ceux et celles qui nous ont apporté, de près ou de loin, orientation, soutien et aide dans la réalisation et la concrétisation de ce travail, plus particulièrement **DJAMEL MEZAI** et **GUIA TALAL**.

Au directeur et à toute l'administration logistique de l'Ecole Nationale Polytechnique.

Enfin une pensée pleine de reconnaissance à tous les enseignants du département Génie électrique pour leurs efforts et leur collaboration lors de notre cursus à l'Ecole Nationale Polytechnique.

## Dédicaces

*Je dédie ce travail à mes chers parents, je leurs souhaite santé et longue vie.*

*A toute ma grande famille sans exception.*

*A toutes et à tous mes amis de l'ENP.*

*Une grande pensée à notre ami Lyes.*

*A mes amies Chichi, Wassou et Maliya*

*A Mohamed, mon binôme.*

*A toutes et à tous ceux que j'aime et que je ne cesserai d'aimer.*

*A mes professeurs*

*A ma patrie*

**Sihem**

## Dédicaces

Je dédie ce travail à tout ceux et celles qui ont contribué à mon éducation, ma formation tout au long de mon cursus d'études primaires, collégiales, secondaires et universitaires. Qu'ils trouvent ici toute ma gratitude.

A mes chers parents, mes guides, à qui je témoigne toute ma reconnaissance.

A toute ma grande famille éparpillée un peu partout sous d'autres firmaments.

A toutes et tous mes amis.

A Amina et Lyes tout particulièrement.

A mon binôme Sihem.

A mes professeurs

A mon pays.

Mohamed

### الملخص:

الهدف من هذا العمل هو قياس شدة الحقل الكهربائي على سطح الأرض لنظام قضيب- سطح في حضور المضاد للصواعق. لقد استخدمنا لهذا الغرض طريقة الملقط ذو السعة الموزعة اعتبارا لذلك عدة وسائط: المسافة بين القضيب و السطح، علو المضاد للصواعق و موضعه بالنسبة للقضيب ذو التوتر المرتفع، وتكملة هذا العمل قمنا بالحساب العددي لشدة الحقل الكهربائي مستعملين طريقة العناصر المنتهية.

**الكلمات المفتاحية:** قياس الحقل الكهربائي، مضاد عمودي للصواعق، الحساب العددي للحقل الكهربائي.

### **Résumé :**

Notre travail consiste à mesurer le champ électrique au sol dans un intervalle tige-plan en présence d'un paratonnerre. Utilisant la méthode de la sonde capacitive, nous avons tenu compte de plusieurs paramètres dont : la distance tige-plan, la hauteur du paratonnerre et la position de ce dernier par rapport à l'axe de la tige sous haute tension. En complément au travail expérimental nous avons calculé numériquement le champ électrique dans de tels intervalles, utilisant la méthode des éléments finis.

**Mots clés :** mesure de champ électrique, paratonnerre vertical, calcul numérique du champ électrique.

### **Summary:**

Our work consists in measuring the electric field on the ground in an interval stem-plan in the presence of a lightning conductor. Using the method of the capacitive probe, we took account of several parameters such as : the distance stem-plan, the height of the lightning conductor and the position of this later compared to the axis of the stem under high voltage. In addition to the experimental work we have numerically calculated the electric field in such intervals, using the finite element method.

**Key words:** measuring the electric field, vertical lightning conductor, numerical calculation of electric field.

<b>Introduction générale</b> .....	01
<b>Chapitre I : généralités sur la foudre</b>	
I.1 Formation des nuages .....	03
I.2 L'électrification des nuages orageux .....	03
I.3 Champ électrique et orages .....	03
I.4 La nature et description la foudre.....	04
I.5 Classification des coups de foudre .....	05
I.5.1 Coup de foudre descendant négatif .....	06
I.5.2 Coup de foudre descendant positif.....	06
I.5.3 Coup de foudre ascendant positif.....	06
I.5.4 Coup de foudre ascendant négatif.....	06
I.6 Description d'un coup de foudre négatif.....	07
I.7 Les effets de la foudre.....	08
I.7.1 Les effets directs.....	09
I.7.1.a Effets Thermiques.....	09
I.7.1.b Etincelages Thermiques .....	09
I.7.1.c Effets Mécaniques.....	09
I.7.2 Les effets indirects.....	09
I.7.2.a Électriques.....	09
I.7.2.b Thermiques.....	09
I.7.2.c Électromagnétiques.....	10
I.7.3 Les effets sur l'homme.....	10
I.7.4 Les types de foudroiements de l'homme .....	10
I.7.3.a Le coup de foudre "direct".....	10
I.7.3.b Le foudroiement par éclair « latéral » .....	10
I.7.3.c Le foudroiement par « tension de pas » .....	10
I.7.3.d Le foudroiement par « tension de toucher » .....	11
I.7.3.e Le foudroiement par « courant induit » .....	11
I.7.3.f Le foudroiement par « différence d'impédance » .....	11
<b>Chapitre II : Protection contre la foudre</b>	
II.1 Introduction.....	12

II.2 Modèle électro-géométrique de base (méthode analytique).....	12
II.3 Protection primaire.....	13
II.3.1 Modèle électro-géométrique .....	14
II.3.1.a Zone de capture d'une tige verticale .....	15
II.3.1.b Zone de capture d'un fil tendu.....	15
II.4 Protection secondaire.....	16
II.5 Conclusion .....	17

### **Chapitre III : Technique de mesure de champ**

Introduction.....	18
III.1 Méthode directe du voltmètre électrostatique.....	18
III.2 Méthode indirecte de Wilson.....	18
III.3 Méthode indirecte du voltmètre rotatif (Moulin à champ électrique).....	20
III.4 Méthode de la sonde à capacité répartie.....	21
III.5 Conclusion.....	22

### **Chapitre IV : Technique expérimentale**

Introduction.....	23
IV.1 Générateur de choc.....	23
IV.1.1 Principe de fonctionnement.....	24
IV.1.2 Forme de l'onde de choc.....	25
IV.2 Correction atmosphérique.....	26
IV.3 Expérimentation.....	26
IV.3 Planning des essais.....	26
IV.3-1 Détermination de la tension de tenue $U_{0\%}$ .....	29
IV.3-1-1 Modèle expérimental.....	29
IV.3-1-2 Méthode des paliers multiples constants .....	29
IV.4 Mesure de champ par la méthode de la sonde à capacité répartie .....	29
IV.4-1 Expression du champ en fonction de $V_{luc}$ .....	30
IV.4-2 Constante de la sonde $K_s$ .....	32

### **Chapitre V : Résultats et interprétations**

Introduction.....	34
V.1 Détermination de $U_{0\%}$ .....	34
V.2 Valeurs du champ dans un système tige-plan sans paratonnerre.....	35
V.3 Valeurs du champ dans un système tige-plan avec paratonnerre.....	37

### **Chapitre VI : Méthodes analytiques et numériques d'évaluation du champ électrique**

VI.1- Introduction .....	41
VI.2- Méthode des transformations conformes .....	41
V.3- Méthode des charges fictives .....	41
VI.4- Méthode des différences finies.....	41
VI.5- Méthode des éléments frontières .....	42
VI.6- Méthode des éléments finis .....	42
VI.6.1- Principe de la méthode variationnelle.....	42
VI.6.2- Maillage.....	43
VI.6.3- Choix des fonctions d'approximation .....	43
VI.6.3.a- Critère de Rayleigh-Ritz .....	44
VI.6.3.b- Construction des matrices élémentaires .....	45
VI.6.4- Assemblage des matrices élémentaires .....	46
VI.6.4.a-Extension des matrices élémentaires .....	46
VI.6.4.b- Assemblage .....	47
VI.6.5- Réduction du système matriciel.....	47
VI.7- Calcul du champ électrique .....	48
VI.8- conclusion .....	49

### **Chapitre VII : Application du FEMM**

Introduction.....	50
VII.1 Simulation et démarches.....	50
VII.2 Présentation des résultats obtenus par ce logiciel.....	55
VII.3 Taux de différence entre résultats du laboratoire et du Femm.....	67
VII.4 Conclusion.....	69
<b>Bibliographie</b> .....	71
<b>Annexes</b> .....	72

## *Introduction générale*



Le travail que nous nous proposons de présenter porte sur un domaine d'études sur la mesure du champ électrique en présence d'un paratonnerre dans un intervalle d'air tige-plan.

Pour ce faire, nous avons d'abord présenté un bref résumé méthodologique. Ensuite, nous présentons notre étude en sept chapitres, précédée par un aperçu historique qui va nous permettre de situer le phénomène dans le temps.

En effet, depuis l'antiquité jusqu'au moyen âge, la foudre, un phénomène méconnu par l'homme était associé à la manifestation de la colère des dieux et à la notion de punition pour les péchés [01]. Ses dégâts sont impressionnants, cela constitue non seulement un danger pour les êtres vivants et les constructions. Mais cela induit aussi à des risques graves pour les équipements électroniques et informatiques, ainsi que pour les réseaux de télécommunications, d'où la nécessité d'une protection sécuritaire [02].

Puis vers le milieu du XVIII<sup>ème</sup> siècle (1752), c'est en faisant voler un cerf-volant en plein orage, que le scientifique Benjamin Franklin démontre que la foudre est de nature électrique. En 1760 ce scientifique invente le premier paratonnerre et l'installe à Philadelphie aux Etats-Unis d'Amérique. Mais l'arrivée de ce dispositif en Europe fut regardé d'un très mauvais œil. Toutefois, l'utilité du paratonnerre à attirer la décharge électrique géante que constitue la foudre, l'emporta rapidement sur ces méfiances [01]. La primauté de la science a fini par vaincre.

Le champ électrique est un des principaux paramètres d'estimation du niveau de danger de la foudre et donc de protection. Ainsi notre travail contribue à étudier l'effet du paratonnerre dans un intervalle tige-plan par la mesure de champ électrique.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous étudions la nature de la foudre, nous décrivons le mécanisme de la foudre, en particulier le coup de foudre négatif qui est le plus fréquent en évoquant l'origine de l'électricité atmosphérique, puis nous citerons les différents risques que peut causer ce phénomène.

Le deuxième chapitre va porter sur les définitions des différents systèmes conçus pour la protection contre la foudre et en particulier le paratonnerre. Leurs zones de protection sont déterminées par le modèle électro géométrique dont le principe y est détaillé.

Nous exposons dans le chapitre trois, les différentes méthodes de mesure de champ électrique et nous nous intéressons, plus particulièrement, à celle utilisée dans notre expérimentation à savoir la méthode de la sonde capacitive.

Nous présentons dans le quatrième chapitre, les techniques expérimentales adaptées à la mesure du champ électrique. Les essais effectués au laboratoire de haute tension à l'ENP, concerne la mesure du champ avec et sans paratonnerre dans un intervalle d'air tige-pain.

Les résultats expérimentaux et leurs interprétations font l'objet du cinquième chapitre.

Pour compléter l'étude expérimentale nous avons fait appel à la méthode des éléments finis que nous avons explicitée dans le sixième chapitre avec un bref aperçu sur les autres méthodes analytiques et numériques existantes.

Dans le septième chapitre, nous décrivons le logiciel FEMM (Finite Element Method Magnetics) utilisé dans le calcul numérique du champ électrique avec développement de quelques applications.

Enfin dans ce même chapitre, nous présentons les différences entre les résultats expérimentaux obtenus et ceux du FEMM.

Cependant, nous posons une synthèse générale de notre travail.

***Chapitre I :***  
***Généralités sur la foudre***

### **I.1-Formation des nuages:**

La formation des nuages orageux trouve son origine dans la présence d'une instabilité thermique importante de l'atmosphère, liée soit à des conditions météorologiques locales : réchauffements de masses d'eau (orages de chaleur), soit à la rencontre de fronts atmosphériques froids avec des fronts chauds (orages cycloniques), soit aux deux. Des mouvements de convection prennent alors naissance et conduisent à des phénomènes de condensation de masses de vapeur d'eau importantes favorisant la création de gros nuages cumuliformes. Ces nuages peuvent se développer pratiquement entre quelques milliers de mètres du sol et la stratosphère (plusieurs dizaines de kilomètres) [01] [02].

### **I.2-L'électrification des nuages orageux**

Lors du développement d'un processus orageux suite aux effets d'humidité et d'échauffement du sol, les violents vents ascendants provoquent un frottement entre les différentes particules se trouvant dans l'air. Ce frottement crée une électrification statique des particules de neige, de glace et d'eau surfondue. Par la suite ces particules se séparent : les particules légères chargées positivement sont entraînées par les courants d'air ascendants, et les particules lourdes chargées négativement tombent sous l'action de leur poids. Il arrive également qu'à la base du nuage se trouvent des îlots de charges positives à l'endroit de pluies intenses. Globalement à l'échelle macroscopique, il y a création d'un dipôle [01].

### **I.3-Champ électrique et orages :**

La terre et l'électrosphère, zone conductrice de l'atmosphère (épaisseur de l'ordre de 50 à 100 km), constituent un condensateur sphérique naturel qui se charge par ionisation [03], d'où Par beau temps, on peut mesurer à la surface de l'écorce terrestre un champ électrique, vertical, positif par convention, de l'ordre de  $120 \text{ V.m}^{-1}$ [02].

La base du nuage d'orage est le siège d'une charge électrique globalement négative qui va conduire à un champ électrique au sol de polarité inverse au champ électrique par beau temps et pouvant atteindre des valeurs moyennes de  $- 15$  à  $- 20 \text{ kV.m}^{-1}$  (figure 2)[01][02].

Ces valeurs de champ électrique supposent un sol horizontal plat. La présence d'objets pointus au sol renforce localement ce champ électrique qui peut atteindre alors des valeurs de

quelques centaines de  $\text{kV.m}^{-1}$  suffisantes pour initier un éclair [03].

Comme le seuil d'ionisation est de l'ordre de  $30 \text{ kV/cm}$ , il suffit dans ces conditions particulières d'un champ ambiant d'une dizaine de  $\text{kV/m}$  pour provoquer un effet de couronne au sommet d'une pointe [04][05].

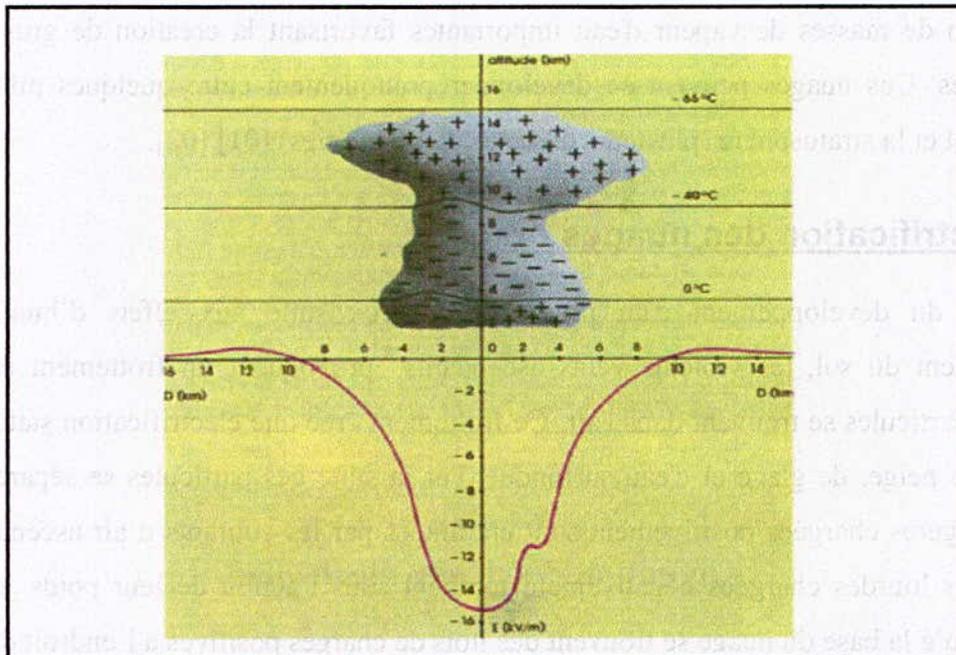


Figure 1.1 :

Schéma montrant la distribution des charges électriques dans la masse d'un nuage orageux et la répartition du champ électrique au sol, au moment où va éclater la foudre [02]

#### I.4- La nature et description de la Foudre

La foudre est un phénomène électrique lié à la formation des nuages électrisés, elle fait référence au transfert d'une charge très importante entre deux objets. Les décharges de foudre peuvent se produire au niveau du nuage (intra nuage) (figure I.2.b), ou entre nuages (inter nuages) (figure I.2.a) ou bien entre nuage et le sol (dans environ 10% des cas seulement) et c'est ce dernier cas qui a plus d'impact dans notre vie (figure I.2.c)[01].

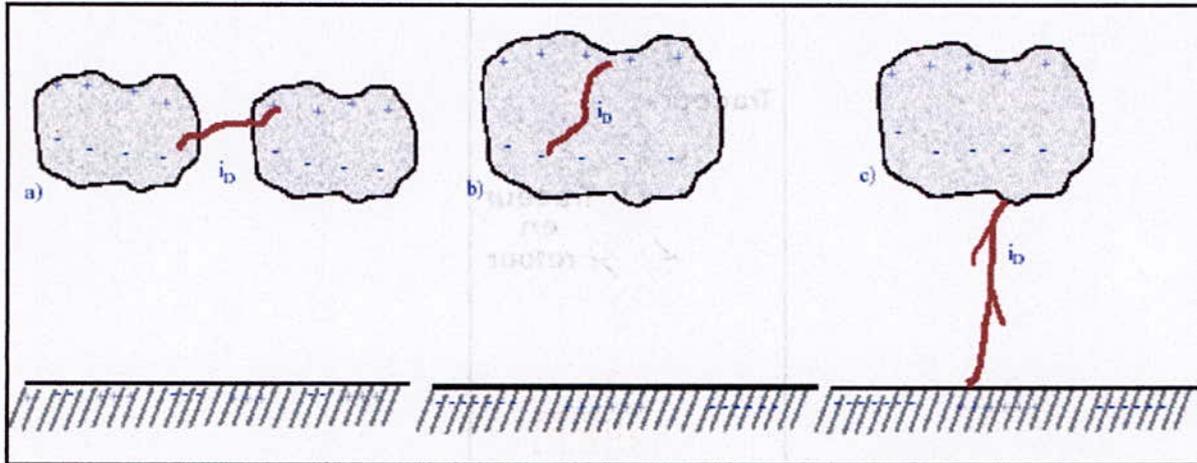


Figure I.1 : Différents types de décharges

### Description du coup de foudre :

Un éclair du nuage au sol est en général composé d'une séquence d'arcs en retour individuels du nuage au sol (figure I.3), qui transfèrent une charge importante du nuage vers le sol.

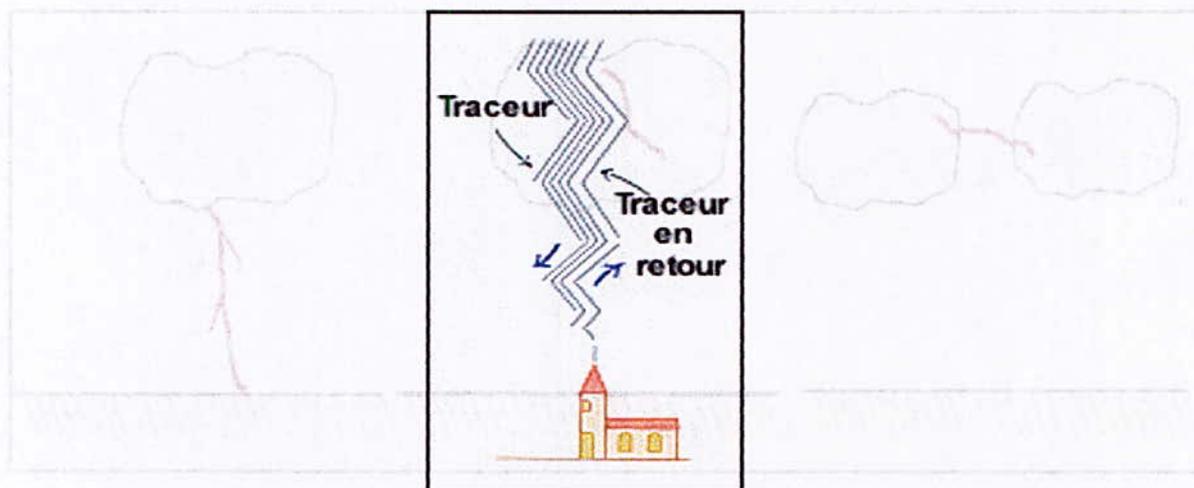
Chaque coup de foudre présente des intensités de crête pouvant aller de quelques kA jusqu'à 300 kA dont la durée nominale est de 20 à 50 microsecondes.

Un coup de foudre comprend entre 2 à 3 décharges mais cela est variable, il peut en contenir jusqu'à 20. Le nombre de décharges dans une foudre est fréquemment appelé **multiplicité**.

En grande majorité, **les coups de foudre subséquents** (coups de foudre se produisant après le premier coup de foudre de l'éclair) touchent la terre au niveau du même point d'impact que le premier coup de foudre car ils se déplacent le long du même canal que le premier coup de foudre. Cependant, environ un tiers de l'ensemble des foudres peut contenir des coups de foudre avec différents points d'impact au sol et séparés par une distance pouvant varier de quelques centaines de mètres à plusieurs kilomètres [07].

### I.5-Classification des coups de foudre

La première phase d'un coup de foudre est toujours le développement d'un système de précurseurs ou traceurs, ou leaders, pré décharges faiblement lumineuses, de vitesse de propagation de l'ordre du 1/1000 ième de la vitesse de la lumière suivi d'un arc de retour (figure I.3).



**Figure I.3 : Description d'un coup de foudre [01]**

On a pour habitude de classer les coups de foudre selon le sens de développement du traceur principal (descendant ou ascendant) et suivant la polarité des charges écoulées, ce qui nous mène à distinguer quatre types de coups de foudres [01] [02] [03] :

#### **I.5.1-Coup de foudre descendant négatif :**

Dans les climats tempérés, la grande majorité (environ 90%) des éclairs sont de type descendants négatifs, puisque la base du nuage, chargée négativement, se décharge vers le sol (figure I.4.a).

#### **I.5.2-Coup de foudre descendant positif :**

On assiste parfois au développement vers le sol d'un traceur descendant, issu de charges positives de la base du nuage (figure I.4.b) [01].

#### **I.5.3-Coup de foudre ascendant positif :**

Ce type de connexion correspond au cas où le champ électrique au sol créé par le nuage est suffisamment intense pour qu'un précurseur puisse se développer du sol vers le nuage. Ceci est généralement le cas dès lors qu'il existe au sol des structures de grande hauteur (plusieurs dizaines de mètres). Ce type de connexion est aussi fréquent dans les régions montagneuses (figure I.4.c).

#### **I.5.4-Coup de foudre ascendant négatif :**

A partir de certaines structures de grande hauteur (pic de montagne, pylône de télécommunication, immeuble élevé) il arrive parfois qu'un traceur ascendant progresse spontanément vers le nuage, lorsque les conditions de champ électrique le permettent ; la charge de la base de nuage est alors positive (figure I.4.d), ce type de coups de,

foudre est mal connu car il est rare.

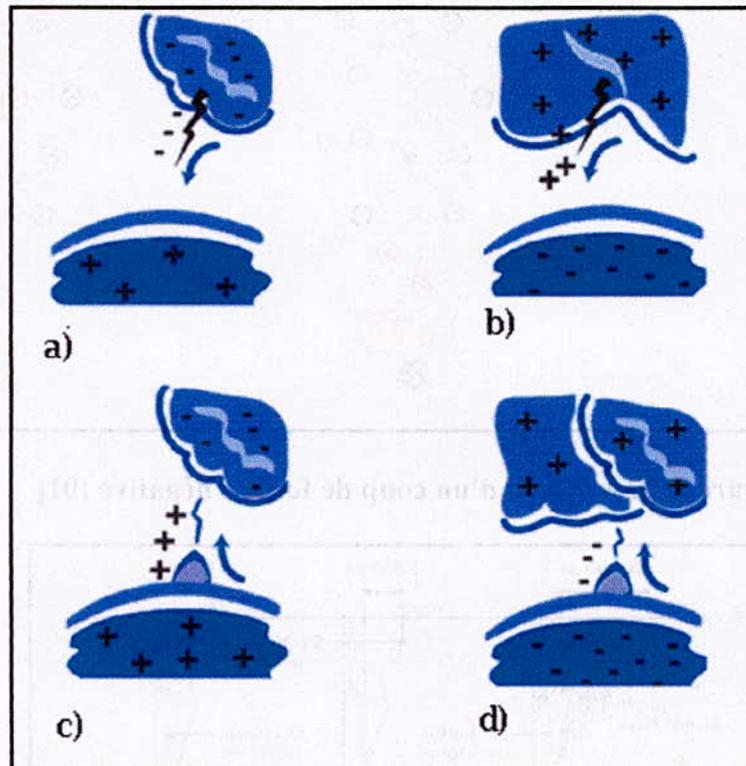


Figure 4 : Classification des coups de foudre [01]

### I.6-Description d'un coup de foudre négatif :

Ces coups de foudre sont les plus fréquents (70 à 90 % des cas de foudroiement). Un coup de foudre négatif descendant est toujours précédé d'une première décharge (le traceur) qui est faiblement lumineuse et qui progresse par bond en se ramifiant (figure I.5-1). Cette décharge (le traceur) s'accroît, elle devient de plus en plus lumineuse (figure I.5-2). Au moment du dernier saut du traceur (saut final), la position de la tête du traceur est appelée **point critique**. La distance entre ce point et la terre correspond à **la distance d'amorçage** qui dépend essentiellement de la charge au niveau du nuage (figure I.6). En même temps, au sol il y a formation d'effluves là où le champ électrique est intense et peut atteindre 4 ou 5 kV/cm. C'est au point de rencontre entre le traceur (descendant) et l'effluve (montante) qu'il se produit une décharge de grande intensité et de forte luminosité [01][02]. Elle emprunte le canal formé précédemment et s'appelle **l'arc en retour** (figure I. 5-3). Ce processus se passe en 1 millionième de seconde.

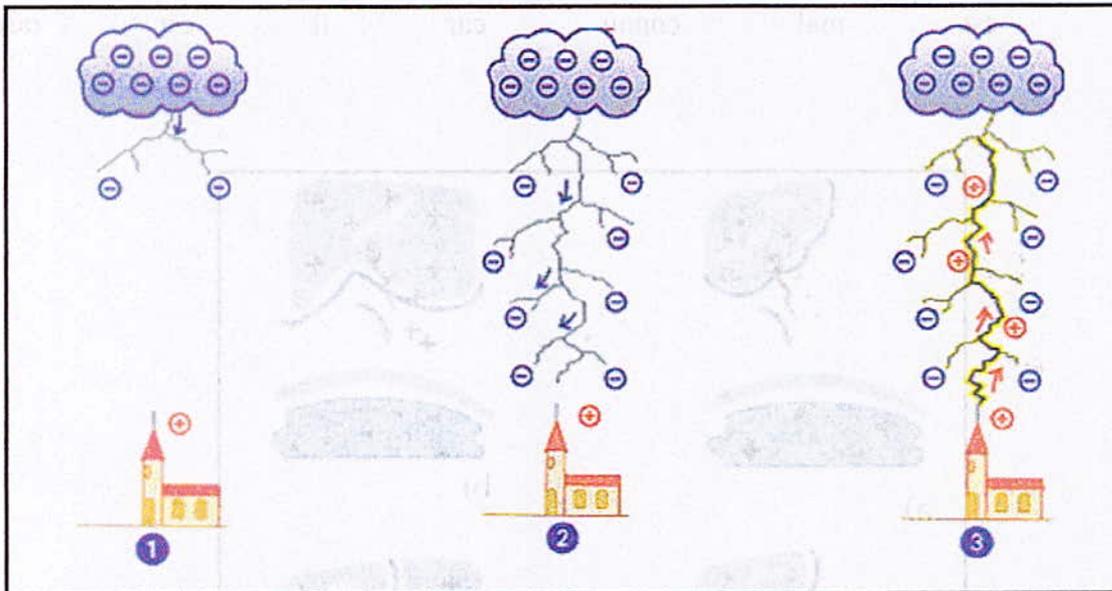


Figure 5:Description d'un coup de foudre négative [01]

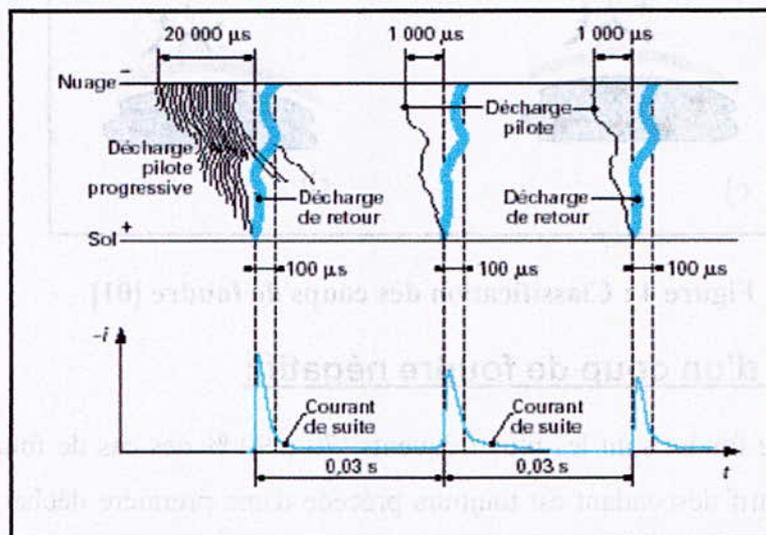


Figure I.6: Déroulement spatio-temporel d'un coup descendant et courants mesurés à la surface de la terre [06]

### I.7-Les effets de la foudre :

La foudre étant une agression naturelle, peut causer des dégâts soit d'ordre **direct** liés aux risques dus au point d'impact et l'évacuation de l'énergie de la foudre, soit d'ordre **indirects** dus à la circulation d'un courant de grande amplitude ou au rayonnement

électromagnétique de l'éclair qui, par conduction ou induction, va venir perturber le bon fonctionnement des dispositifs et systèmes électroniques et informatiques [01] [02].

### **I.7.1-Les effets directs :**

Ces effets peuvent être de nature différente [01] :

#### **I.7.1.a-Effets Thermiques :**

Au voisinage de la zone de contact canal de foudre - installation agressée, des transferts d'énergie importants ont lieu entre l'arc électrique dont la température interne peut atteindre 30 000 K et les composants des structures. Par ailleurs, l'amplitude des courants générés par la foudre conduit à un effet joule significatif. Ces deux effets combinés peuvent occasionner des échauffements des matériaux très violents, pouvant être la cause de dommages considérables : fusions, percements...

#### **I.7.1.b-Etincelages Thermiques :**

Cette énergie thermique peut se propager à travers les matériaux jusqu'au niveau de la face interne des structures et peut conduire à des éjections brutales de matières incandescentes. Ce phénomène est particulièrement dangereux en présence de matières inflammables ou explosives.

#### **I.7.1.c- Effets Mécaniques :**

Le transfert brutal d'énergie entre l'arc de foudre et la structure peut se faire aussi sous forme mécanique. Ces effets peuvent engendrer des déformations et des délaminages pour les matériaux composites.

### **I.7.2-Les effets indirects:**

Les effets sont aussi bien de nature :

#### **I.7.2.a-Électrique**

- destructions de systèmes électroniques et de composants.
- pertes de contrôles-commandes.
- modifications d'informations, en particulier numériques.
- pertes de fichiers informatiques.

#### **I.7.2.b-Thermique**

- étincelage par suite de surtensions et risques d'incendie et d'explosion de matières inflammables

- mise à feu de systèmes pyrotechniques,

**I.7.2.c-Électromagnétique**, par exemple au niveau des antennes d'émission et de réception.

### **I.7.3-Les effets sur l'homme :**

Deux classes peuvent être distinguées :

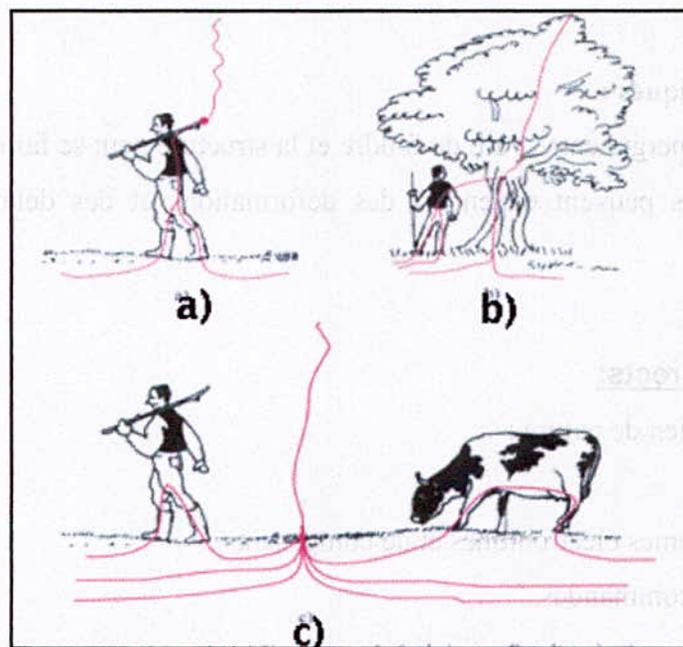
- Les uns, directement liés au foudroiement, sont de nature thermique, électrique et auditive. Ils sont spécifiques à la foudre.
- Les autres indirects, sont les conséquences des effets d'un foudroiement : incendies, chutes d'objets, courants électriques de défaut à fréquence industrielle.

### **I.7.4-Les types de foudroiements de l'homme:**

La foudre peut atteindre une personne de différentes manières [02]:

**I.7.4.a- Le coup de foudre "direct"**(figure I.7.a) : le courant de foudre "entre" par la partie supérieure d'une personne et s'écoule au sol en passant par les membres inférieurs ;

**I.7.4.b- Le foudroiement par éclair "latéral"**(figure I.7.b) : le courant de foudre descend par un élément faiblement conducteur avant de choisir un chemin de moindre résistance qui peut être une personne se situant à proximité ;



**Figure I.7: Les types de foudroiements de l'homme [02]**

**I.7.4.c- Le foudroiement par "tension de pas"**(figure I.7.c) : lorsque la foudre frappe un point au sol, on a alors une différence de potentiel suffisante pour générer un courant passant par les membres inférieurs d'un individu ;

**I.7.4.d- Le foudroiement par "tension de toucher"**(figure I.87.d) : la tension de toucher intervient comme mécanisme de foudroiement lorsqu'une personne touche un objet conducteur lui-même parcouru par un courant de foudre ;

**I.7.4.e- Le foudroiement par "courant induit"**(figure I.8.e) : foudroiement par captage capacitif d'une des ramifications d'un coup de foudre descendant ;

**I.7.4.f- Le foudroiement par "différence d'impédance"**, avec le milieu ambiant. Par exemple une personne dans une piscine présente une impédance de plus faible valeur que le milieu ambiant et sera ainsi parcourue par un courant plus fort.

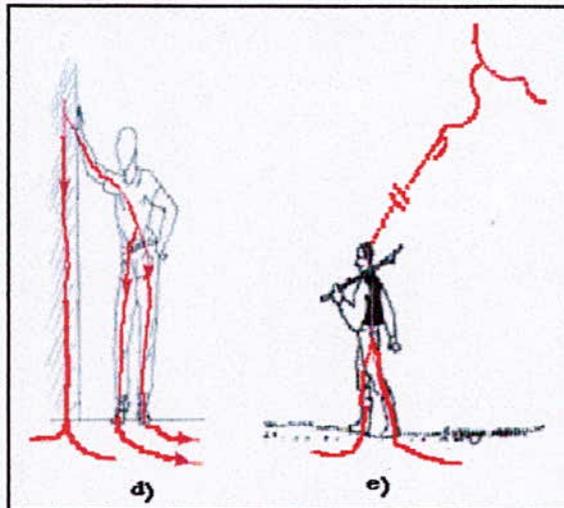


Figure I.8: Les types de foudroiement de l'homme (suite) [02]

***Chapitre II :***  
***Protection contre la foudre***

## II.1-Introduction

Après constatation des effets de la foudre, une protection contre cette dernière est désormais nécessaire. En évaluant les risques de foudroiement de la structure à protéger, on impose un niveau de protection qui détermine l'amplitude du courant de foudre en dessous de laquelle la protection est assurée.

## II.2- Modèle électrogéométrique de base (méthode analytique):

L'étude expérimentale des grandes étincelles menée dans les Laboratoires a permis de montrer l'existence de très grandes similitudes, à un facteur d'échelle près, entre les grandes étincelles obtenues en champ homogène en laboratoire et la phase d'initiation d'une décharge atmosphérique précédant l'arc en retour, proprement dit (return stroke).

Le principe expérimental consiste alors à reproduire, sur une maquette de la structure étudiée, l'évolution du champ électrique engendré par l'approche d'un précurseur de foudre descendant. Celui-ci peut être évalué au moyen d'un calcul simple ancré sur des hypothèses basées sur la répartition de la charge dans le canal du précurseur et de sa vitesse de progression (figure II.1) [01] [03] [05].

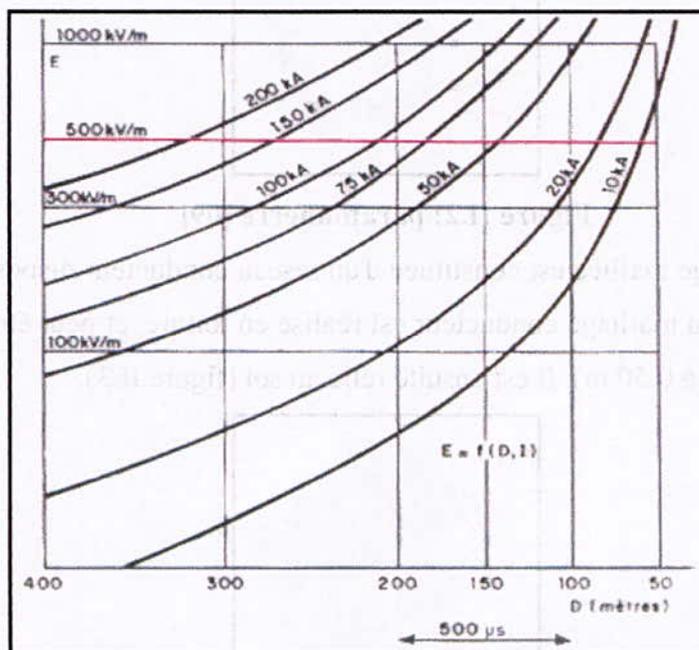


Figure II.1: Variation du champ électrique au sol donnée en fonction de la distance au sol de la tête du précurseur descendant, pour différentes valeurs du courant de foudre

[01]

Cette technique est particulièrement intéressante lorsque l'objet est de forme complexe ou lorsqu'il comporte des diélectriques dont l'influence est délicate à apprécier.

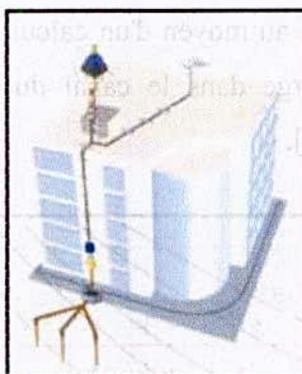
On peut distinguer deux systèmes de protection :

### **II.3- Protection primaire :**

Son but est l'écoulement maximal de la décharge de la foudre à la terre en la détournant vers des dispositifs de captation, reliés au sol par le chemin le plus direct (conducteurs de descente interconnectés au réseau de terre).

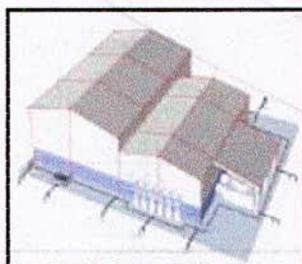
Il y'a plusieurs sortes de dispositifs de capture, on citera [03] [09]:

*Le paratonnerre :* existe sous différentes formes tels que fils de garde sur les lignes aériennes HT, tiges de Franklin [02] (tige simple) (PTS), ou tiges à dispositifs d'amorçage(PDA) [08]( un paratonnerre à tige simple équipé d'un système électrique ou électronique générant une avance à l'amorçage du précurseur ascendant ) (figure II.2).



**Figure II.2: paratonnerre [09]**

*Cage maillée :* La cage maillée est constituée d'un réseau conducteur disposé à l'extérieur du bâtiment à protéger. Un maillage conducteur est réalisé en toiture, et peut être muni de petites pointes captrices (0,30 à 0,50 m). Il est ensuite relié au sol (figure II.3).



**Figure II.3: cage maillée [09]**

*Fils tendus :* Ce système de protection est parfois utilisé pour des bâtiments à configuration particulière ou des zones ouvertes extérieures. Il consiste à tendre au-dessus de la zone à

protéger, un réseau de fils conducteurs fixés sur des poteaux indépendants. La taille des mailles est définie après application du modèle électro-géométrique (figure II.4).

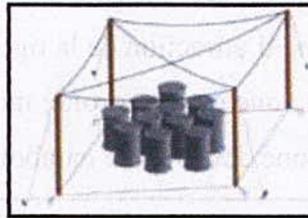


Figure II.4: fils tendus [09]

### II.3.1- Modèle électro-géométrique :

Dans le but de déterminer le volume protégé par des installations de protection, de positionner les paratonnerres à tige et de fixer la largeur des mailles d'une cage, un modèle physico-mathématique (Modèle électro-géométrique) a été établi, basé sur les propriétés de la distance d'amorçage suivant la **méthode de la sphère fictive** et supposant une terre homogène parfaitement conductrice :

Le point d'impact de la foudre est déterminé par l'objet au sol le plus proche de la distance d'amorçage  $d$  du traceur. Tout se passe comme si le traceur était entouré d'une sphère fictive de rayon  $d$  se déplaçant avec lui (figure II.5), le rayon de la sphère fictive varie suivant le courant de foudre d'après la relation  $d = 10 I^{2/3}$ . Pour une bonne protection il faut que la sphère fictive roulant sur le sol, atteigne un dispositif de protection sans toucher les objets à protéger [02][10][11].

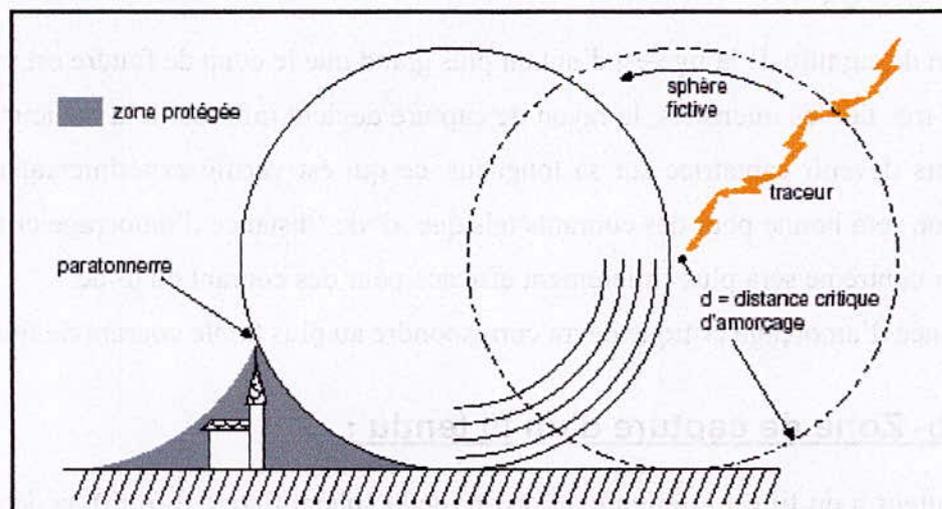


Figure II.5: Méthode de la sphère fictive [10]

### II.3.1.a- Zone de capture d'une tige verticale :

Si on considère l'ensemble des centres des sphères qui touchent simultanément la tige verticale et le sol, il délimiterait la zone d'attraction de la tige (figure II.6). Alors lorsque  $d$  est inférieure ou égale à  $h$ , la limite de la zone est une droite, inclinée de  $45^\circ$ , issue du pied de la tige et lorsque  $d$  est supérieur à  $h$ , la zone devient une parabole [02] [11].

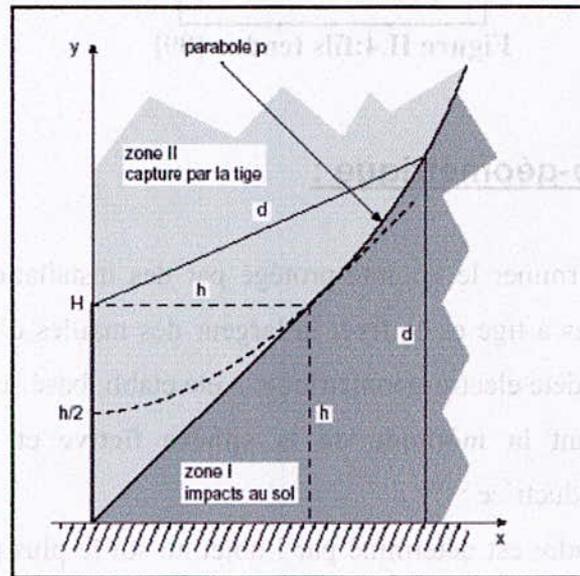


Figure II.6: Zone de capture d'une tige verticale [11]

Pour un courant d'intensité donnée  $I$  donc de distance  $d$  d'amorçage définie, la distance à la tige  $x$ , dite rayon de capture, est :

$$\text{Si } d > h \Rightarrow x = \sqrt{2 \cdot d \cdot h - h^2}$$

$$\text{Si } d < h \Rightarrow x = d$$

Le rayon de capture de la tige est d'autant plus grand que le coup de foudre est intense.

Pour de très faibles intensités, le rayon de capture devient inférieur à la hauteur de la tige qui peut alors devenir captatrice sur sa longueur, ce qui est vérifié expérimentalement, donc la protection sera bonne pour des courants tels que  $d > d_c$  (distance d'amorçage critique définie), mais par contre ne sera plus entièrement efficace pour des courants ou  $d < d_c$ .

La distance d'amorçage critique devra correspondre au plus faible courant de foudre prévu.

### II.3.1.b- Zone de capture d'un fil tendu :

Si la hauteur  $h$  du fil est inférieure au rayon de la sphère fictive  $d$  ( $d > h$ ), la détermination de la zone d'attraction du paratonnerre horizontal se fait comme précédemment, en liant les centres des sphères fictives qui touchent simultanément le fil et le sol, le rayon de protection est alors :

$$X_0 = (2 \cdot h \cdot d - h^2)^{1/2}$$

Si  $d < h$  : l'action du fil n'existe plus, la hauteur maximale d'un objet pour qu'il soit protégée est :  $H = 2 \cdot d - h$

Les surfaces de protection, sont des rectangles [05].

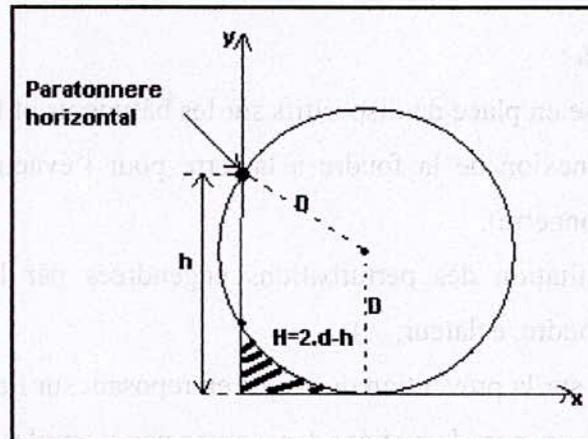


Figure II.7 : Zone de protection d'un fil tendu [05]

#### II.4-Protection secondaire :

Jusqu'à présent nous n'avons étudié que la protection contre les effets directs. Pour protéger les installations contre les effets indirects, **des parafoudres** peuvent être installés. Pour assurer idéalement la protection, Un tel parafoudre devrait avoir les caractéristiques suivantes :

- Son temps de réponse est infiniment petit.
- La tension de sortie est toujours inférieure à la tension maximale admissible par les circuits à protéger quel que soit le niveau de tension incidente.
- Sa présence ne perturbe en aucune manière le fonctionnement et les caractéristiques de circuits à protéger, lesquels doivent continuer à assurer leur service.
- Sa consommation en énergie est nulle en fonctionnement normal, elle est par contre maximale lorsqu'un parasite apparaît.

Dans la pratique, aucun système de protection ne réunit toutes ces caractéristiques et le choix doit être fait au cas par cas en fonction des conditions locales qui reposent sur des critères du niveau présumé de surtension, de la nature des composants du réseau d'alimentation électrique et du niveau kéraunique de la région (nombre de jours par an où le tonnerre a été entendu)[12].

## **II.5-Conclusion :**

Le besoin de protection d'une installation est quantifié suivant une analyse de risques, cela permettra un choix optimum du type de protection primaire et secondaire.

Nous pouvons classer aussi les méthodes de protection en deux catégories, la protection passive et active.

**La première** consiste à :

- La mise en place de dispositifs sur les bâtiments et les structures assurant la connexion de la foudre à la terre pour l'évacuation de son énergie (paratonnerre).
- La limitation des perturbations engendrées par le courant de foudre (parafoudre, éclateur,...).

**La deuxième** est basée sur la prévention du risque en reposant sur l'alerte et la prévision météorologique (en cas de transport de matière dangereuse par exemple).

***Chapitre III :***  
***Techniques de mesure de champ***  
***électrique***

### Introduction :

Les appareillages à haute tension sont soumis à l'action du champ électrique. La connaissance de ce dernier dans chaque point de l'espace permet d'avoir accès au calcul des performances et du fonctionnement de ces appareillages, et d'évaluer leur influence sur les objets situés autour.

Il existe différentes techniques, directes ou indirectes, de mesure du champ que nous énumérons là-dessous. Elles permettent de donner les valeurs de l'intensité du champ électrique à la surface du plan en fonction de la distance inter électrode.

### III-1- Méthode directe du voltmètre électrostatique [13] :

Ce voltmètre est constitué de deux électrodes planes et parallèles A et B telles que le champ électrique  $E_h$  soit homogène entre elles. La pression électrostatique subie par l'électrode de mesure  $b$ , placée au centre de l'électrode B, entraîne la déviation de l'aiguille  $i$  se déplaçant sur une échelle pouvant être étalonnée directement en kilovolts. (figure III.1)

Les gammes de mesure de l'appareil se règlent en modifiant la distance  $d$ .

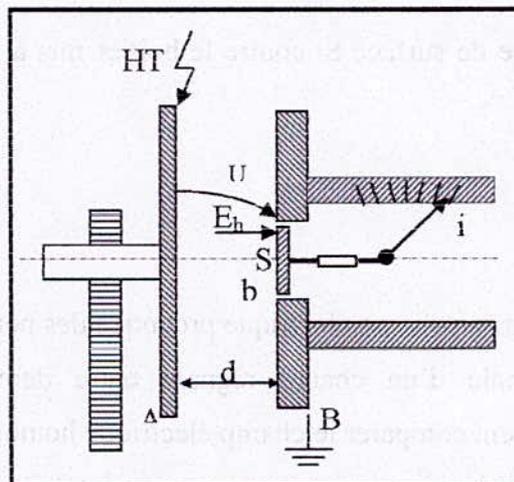


Figure III.1 : Voltmètre électrostatique [04]

### III-2- Méthode directe de Wilson [13] :

Cette méthode consiste à déterminer le champ électrique  $E_{Tm}$ , à la surface du sol, en mesurant les charges électriques  $Q$  à la surface de celui-ci. (Figure III.2).

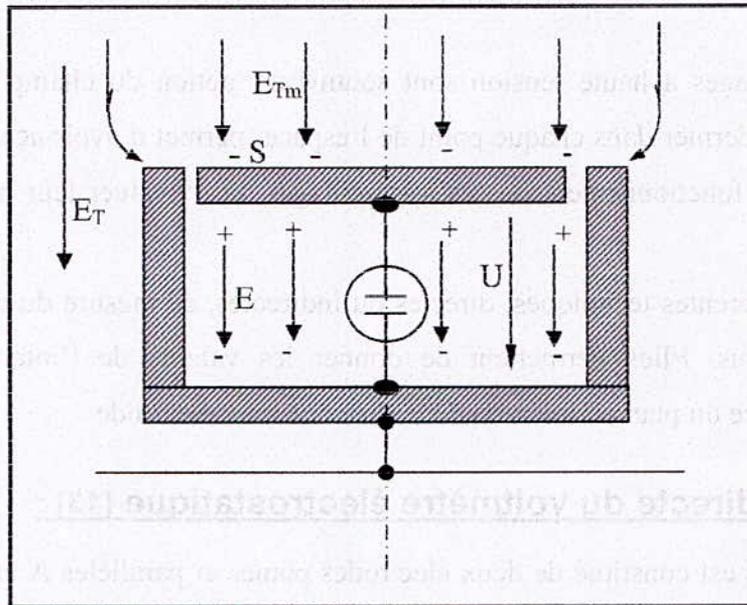


Figure III.2 : Méthode de Wilson [04]

D'après le théorème de Gauss on a :

$$\varepsilon_0 ES = CU$$

$C$  : la capacité de l'électrode de surface  $S$ , contre le boîtier mis à la terre. Alors le champ électrique  $E_{Tm}$  est égal à :

$$E_{Tm} = \frac{CU}{\varepsilon_0 S}$$

Toute sonde placée dans un champ électrique provoque des perturbations à ce dernier. Pour définir l'acuité maximale d'un champ régnant entre deux électrodes de forme géométrique quelconque, on peut comparer le champ électrique homogène équivalent  $E_T = U/d$  entre ces deux électrodes au champ électrique maximal  $E_{Tm}$ . Et en introduisant un facteur de forme  $\eta$  on aura :

$$E_T = \eta E_{Tm}$$

Avec

$E_{Tm}$  : le champ électrique mesuré.

$E_T$  : le champ électrique à la surface du sol.

### III-3- Méthode indirecte du voltmètre rotatif ( Moulin à champ électrique)[13] :

La méthode du voltmètre rotatif pour la détermination du champ électrique  $E_{Tm}$  à la surface du sol est basée sur la mesure du courant  $i(t)$ , résultant de la variation de la capacité ( $dC/dt$ ) entre un rotor tournant à la vitesse  $n$  et un stator fixe.(figure 1.3)

La valeur moyenne du courant mesuré  $i(t)$  est :

$$I_m = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} Q(t)$$

Comme la vitesse de rotation  $n$  (vitesse angulaire en tour par seconde) est liée à la période  $T$

par la relation :  $n = \frac{1}{T} \text{ (s}^{-1}\text{)}$

Alors :  $Q(t) = I_m / n \text{ (C)}$

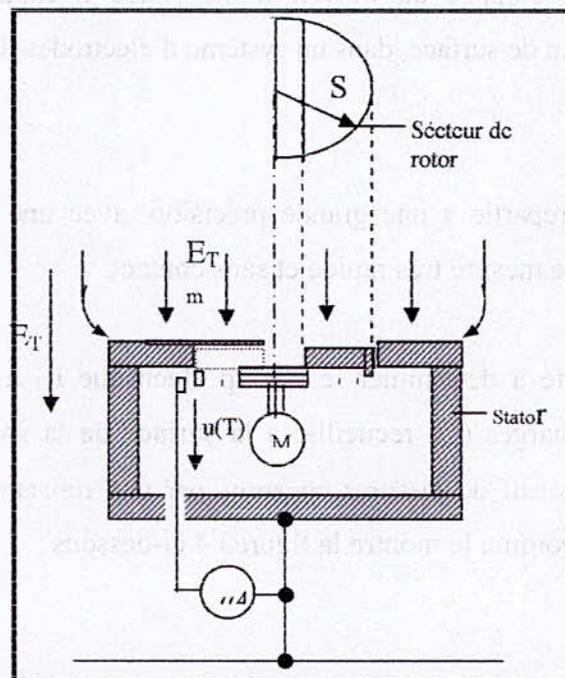


Figure III.3 : Méthode du voltmètre rotatif

[04]

La densité de charge à la surface de la partie de la sonde exposée aux lignes de champ est :

$$\sigma_s = \epsilon_0 \cdot E_{Tm} \quad \text{avec } E_{Tm} : \text{ le champ mesuré}$$

Avec  $\sigma_s = \frac{Q}{S/2}$  avec S section de la sonde

Comme la valeur moyenne du courant mesuré  $i(t)$  est :

$$I_m = \frac{1}{T} \int_0^T i(t) dt = \frac{1}{T} Q(t)$$

Et comme T est égale à l'inverse de la vitesse de rotation (n) du rotor :

$$T = \frac{1}{n}$$

On obtient :

$$E_{Tm} = \frac{\delta_s}{\epsilon_0} = \frac{2.I_m}{\epsilon_0.S.n} = \frac{2.I_m}{\epsilon_0.\pi.r^2.n} \quad V/m$$

### III-4- Méthode de la sonde à capacité répartie (SCR) [13] :

Une méthode de mesure du champ électrique, lors de la décharge couronne négative en géométrie tige-plan, est développée au moyen d'une sonde à capacité répartie. Elle est incorporée, à un même niveau de surface, dans un système d'électrodes tige-plan où les effets de bord sont éliminés.

La sonde à capacité répartie à une grande précision, avec une large bande passante, utilisée pour les méthodes de mesure très rapide et sans contact.

Cette méthode consiste à déterminer le champ électrique  $E_T$  à la surface du sol, en mesurant la quantité des charges (Q) recueillie à la surface de la sonde. Les mesures sont effectuées à l'aide d'un dispositif de mesures constitué par une résistance et un condensateur montés en filtre passe-bas, comme le montre la figure 3.4 ci-dessous :

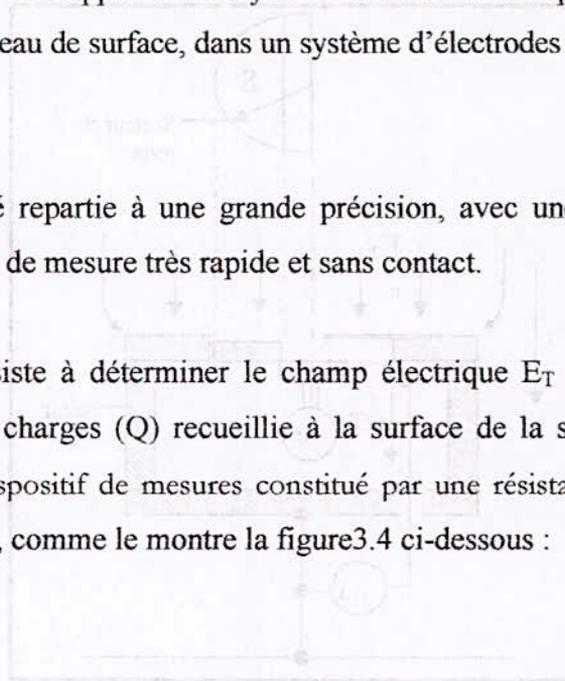


Figure III.4 : Méthode du voltmètre à capacité

(14)

La quantité de charge  $Q$  recueillie à la surface de la sonde est proportionnelle au champ électrique  $E_T$ .

avec  $E_T = \frac{\delta_s}{\epsilon_0}$  le champ électrique

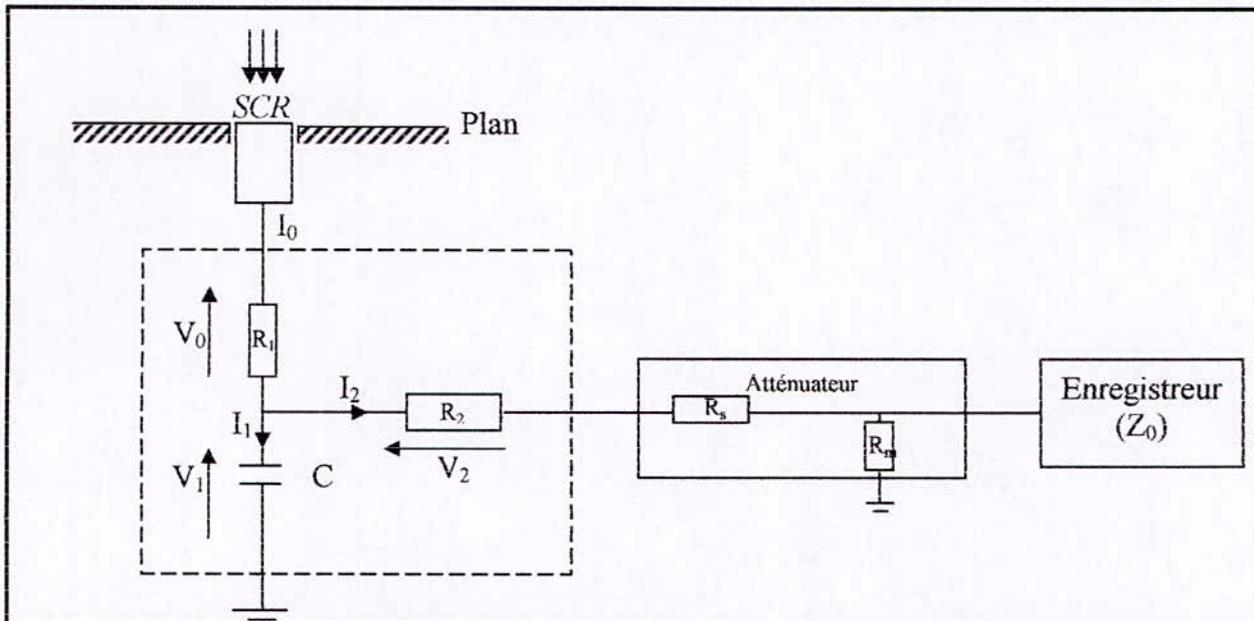


Figure III.4 : Méthode de la sonde à capacité répartie (SCR)[04]

L'antenne est constituée de deux résistances  $R_1$ ,  $R_2$  et une capacité  $C$ . Il est nécessaire d'utiliser un diviseur de tension (Atténuateur  $R_m$ ,  $R_n$ ) pour recueillir le signal de la tension  $V_1$  aux bornes de la capacité  $C$ . Le signal sera visualisé sur l'oscilloscope (Enregistreur).

### III-5- Conclusion :

Toutes ces méthodes ont pour but la connaissance de la distribution du champ électrique autour d'un ouvrage pour, non seulement, la bonne conception de ce dernier mais aussi pour la connaissance de son influence sur les objets placés à sa proximité.

## ***Chapitre IV***

### ***Technique expérimentale***

## Introduction

L'étude sera consacrée à l'influence de la distance  $h$  séparant la tige HT du plan, et de la tension appliquée en présence d'un paratonnerre en différentes positions.

Les essais ont été réalisés au laboratoire de haute tension de l'ENP en utilisant un générateur de choc constitué de huit étages que nous décrivons au paragraphe suivant.

Nous utiliserons pour la mesure du champ électrique au sol la méthode à capacité répartie décrite au chapitre précédent.

### 4-1- Générateur de choc :

C'est un générateur de type Marx, avec des dispositifs de charge et de commande installés sur un châssis unique et mobile. (Figure IV.1) [04]

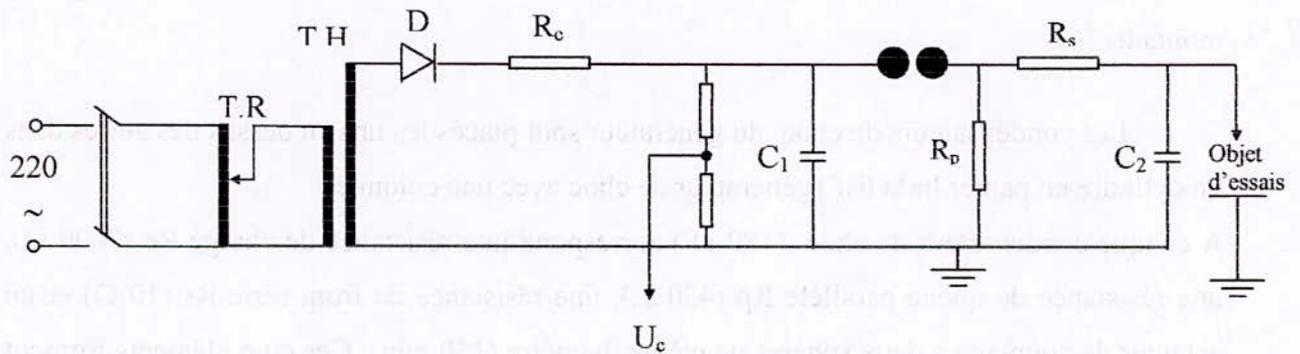


Figure IV.1 : Générateur de choc [04]

T.R. : transformateur de réglage

T.H.T : Transformateur de haute tension

D : Redresseur

Rc : Résistance de charge.

Rs : Résistance série équivalente  $((8 \times 10) + 150) \Omega$

Rp : Résistance parallèle équivalente  $8 \times 430 \Omega$

C1 : Condensateur de choc 22,5 nF (180 nF par étage).

C2 : Condensateur de charge 2nF

La tension continue destinée à la charge du générateur de choc est fournie par un redresseur D de tension monophasé. Une résistance ( $R_c$ ) destinée à limiter le courant de charge à une valeur admissible est placée en série avec le redresseur. Ce dernier est alimenté par un transformateur de haute tension (T.H.T). La charge des condensateurs de choc s'effectue à travers des résistances  $R_c$ .

#### **IV -1- Principe de fonctionnement [14] :**

Le générateur de choc multi étages de Marx, du nom de son inventeur Erwin Marx (1893-1980), fonctionne selon le principe d'un système de condensateurs haute tension chargés en parallèle par une tension continue et déchargés en série. La multiplication du voltage est directement liée au nombre d'étages. La superstructure forme un échafaudage, une sorte d'échelle, où les condensateurs seraient les barreaux et les résistances de charge les montants.

Les condensateurs de choc du générateur sont placés les uns au dessus des autres dans un cylindre en papier bakelisé (générateur de choc avec une colonne).

A chaque condensateur de choc (180 nF) correspond une résistance de charge  $R_c$  (7000  $\Omega$ ), une résistance de queue parallèle  $R_p$  (430  $\Omega$ ), une résistance de front série  $R_s$  (10  $\Omega$ ) et un éclateur de couplage à deux sphères de même diamètre (150 mm). Ces cinq éléments forment un étage.

Dans une première étape, on charge en parallèle les condensateurs de choc de chaque étage par l'intermédiaire de la source de tension continue à travers les résistances de charge  $R_c$ , les résistances série  $R_s$  et parallèles  $R_p$  à la tension d'amorçage prévue (la tension d'éclatement des éclateurs à sphères étant ajustée légèrement au-dessus de cette valeur).

Dans une deuxième étape, on décharge en série les condensateurs de choc, par l'intermédiaire des éclateurs de couplage, à la suite de l'impulsion de trigger provenant du bloc d'allumage et ionisant le premier éclateur. Ce phénomène déclenché par déséquilibre des tensions et par effet de champ électromagnétique amorce les sept autres éclateurs de couplage du générateur.

## IV-2- Forme de l'onde de choc :

La tension délivrée par le générateur de choc, simulant les surtensions d'origine atmosphérique, est une impulsion unipolaire bi-exponentielle dont la forme est normalisée conformément aux recommandations de la CEI 60. L'onde délivrée est définie par les paramètres suivants:

- La constante de temps de front  $\tau_f$
- La constante de temps de mi-amplitude  $\tau_q$
- L'amplitude maximum  $U_m$

La forme de tension générée par le générateur de choc répond à l'équation suivante:

$$U(t) = U_m[\exp(-t/\tau_q) - \exp(-t/\tau_f)] \quad (\text{figure IV.2})$$

La CEI donne l'onde de forme normalisée dite choc 1,2/50  $\mu\text{s}$  comme l'onde la plus adoptée pour les essais de choc de foudre. La durée conventionnelle de front  $T_f'$  de cette onde est de 1.2  $\mu\text{s}$  et la durée conventionnelle de mi-amplitude  $T_q'$  est de 50 $\mu\text{s}$ . En effet le choc de 1.2/50  $\mu\text{s}$  simule assez bien la forme de l'onde de tension de foudre.

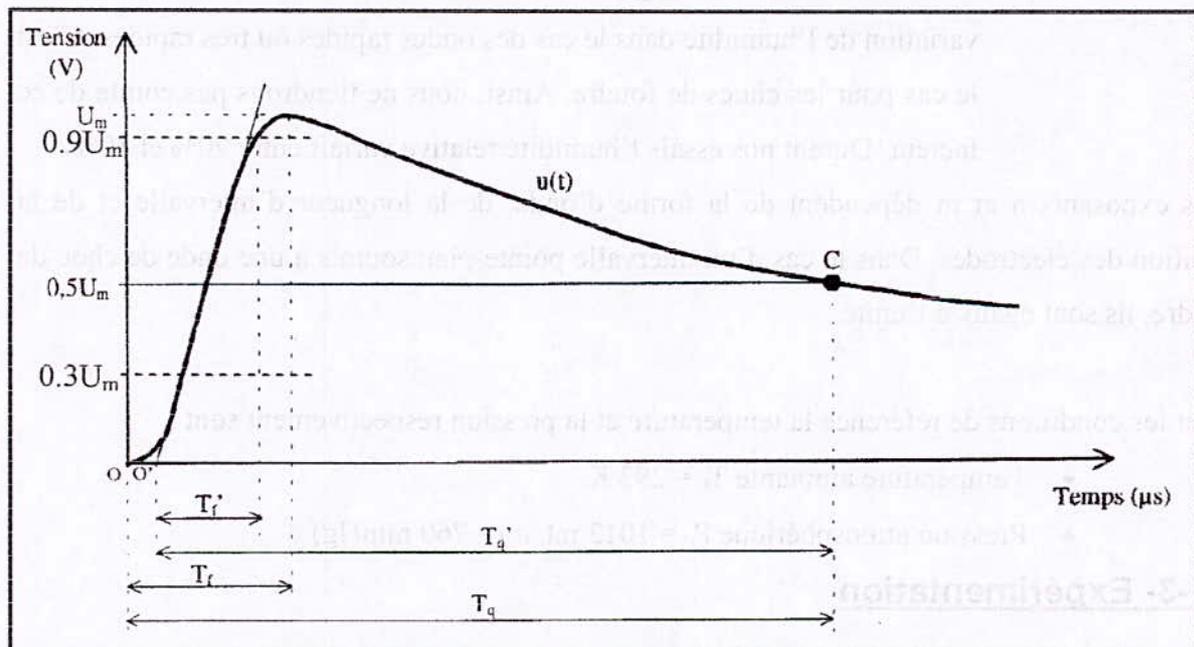


Figure IV.2 : Forme de l'onde de choc de foudre [04]

O : Origine de la tension de choc

O' : origine conventionnelle de la tension de choc

$T_f$  : durée de front                       $T_f'$  : durée conventionnelle de front

$T_q$  : durée de mi-amplitude             $T_q'$  : durée conventionnelle de mi-amplitude

## **IV -2- Corrections atmosphériques :**

En la divisant par  $k_d / k_h$ , la tension mesurée est convertie à la valeur qui aurait été obtenue sous les conditions atmosphériques de référence. Réciproquement, en la multipliant par  $k_d / k_h$ , la tension d'essai spécifiée pour les conditions de référence est convertie à la valeur équivalente dans les conditions régnantes au cours de l'essai. Tel que :

- $k_d$  : le facteur de correction de densité de l'air.

$$K_d = \left( \frac{b}{b_0} \right)^m \left( \frac{273 + T_0}{273 + T} \right)^n$$

$$\text{Sachant que : } b = \frac{1013}{760} p (1 - 1.84 \cdot 10^{-4} T)$$

$$\text{Et } : b_0 = 1013 \text{ mbar}$$

- $k_h$  : le facteur de correction de l'humidité.

$$K_h = (K)^{\omega}$$

La tension d'amorçage est particulièrement moins sensible à la variation de l'humidité dans le cas des ondes rapides ou très rapides. C'est le cas pour les chocs de foudre. Ainsi, nous ne tiendrons pas compte de ce facteur. Durant nos essais l'humidité relative variait entre 70% et 80%.

Les exposants  $n$  et  $m$  dépendent de la forme d'onde, de la longueur d'intervalle et de la position des électrodes. Dans le cas d'un intervalle pointe-plan soumis à une onde de choc de foudre, ils sont égaux à l'unité.

Pour les conditions de référence la température et la pression respectivement sont :

- Température ambiante  $T_0 = 293 \text{ K}$
- Pression atmosphérique  $P_0 = 1013 \text{ mbar} (= 760 \text{ mmHg})$

## **IV -3- Expérimentation**

### **4-3-1- Planning des essais**

1/ Détermination de  $U_0\%$ :

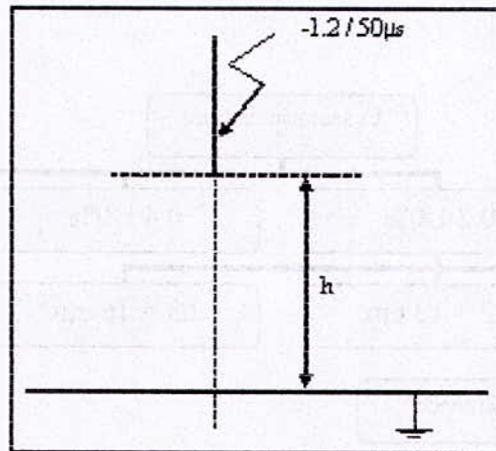


Figure IV.3 : Modèle illustrant le système d'électrodes (tige-plan) [04].

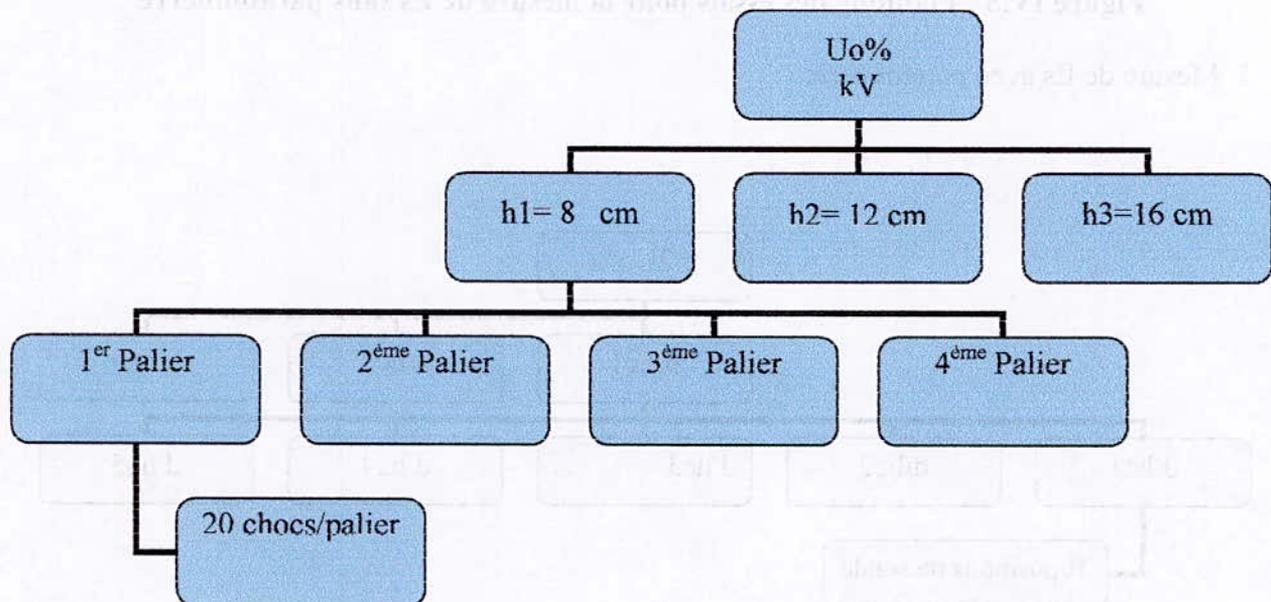


Figure IV.4 : Planning des essais pour la détermination de  $U_0\%$

Pour la détermination de  $U_0\%$  de ce système d'électrodes, nous appliquerons quatre paliers de tension pour chacune des hauteurs  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$  (figure IV.4).

2/ Mesure de  $E_s$  sans paratonnerre:

Pour chaque niveau de tension et pour chaque distance inter électrodes, nous relevons la valeur du champ électrique en dix positions différentes. Chaque valeur est une moyenne de cinq mesures (figure IV.5).

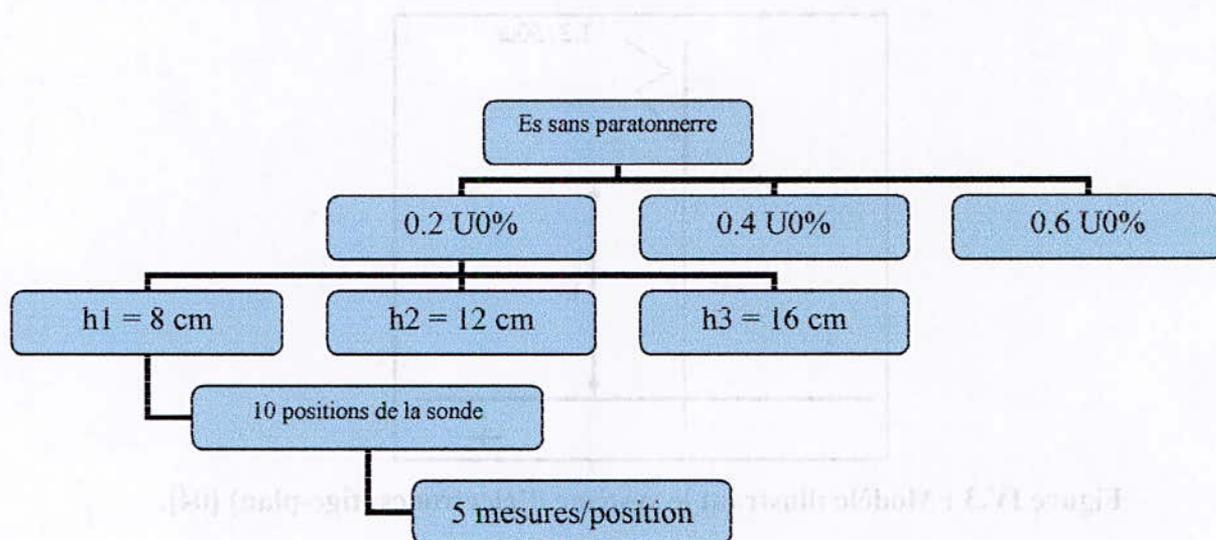


Figure IV.5 : Planning des essais pour la mesure de Es sans paratonnerre

3/ Mesure de Es avec paratonnerre:

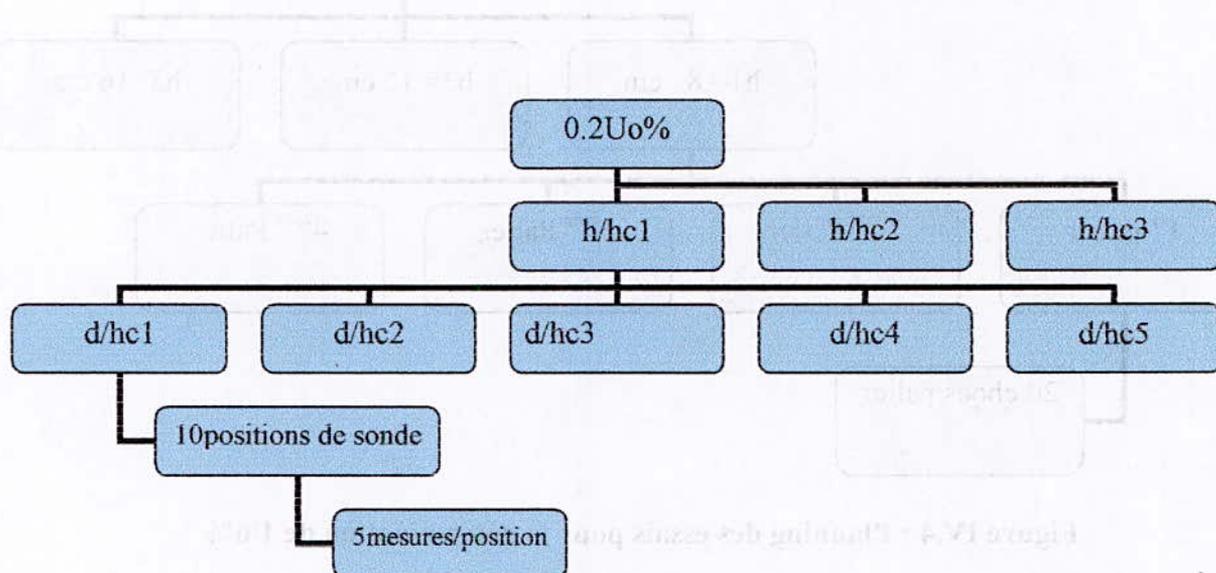


Figure IV.6 : Planning des essais pour la mesure de Es avec paratonnerre

Nous prendrons une seule distance inter électrodes, qui est 12 cm, et un seul niveau de tension, qui est 0.2Uo%. Nous varierons la hauteur du paratonnerre et sa position par rapport à l'axe de la tige haute tension. Et nous relèverons la valeur du champ pour dix positions de la sonde (figure IV.6).

### **IV -3-1- Détermination de la tension de tenue $U_{0\%}$ :**

#### **IV -3-1-1- Modèle expérimental :**

La figure IV.3 représente un système tige-plan dont la pointe est une tige en cuivre de 4.8 mm de diamètre et le plan est une plaque en aluminium de 1 m<sup>2</sup>. Nous avons déterminé les tensions de tenue  $U_{0\%}$  pour chaque hauteur h (8, 12 et 16 cm) en utilisant la méthode des paliers multiples constants explicitée dans le paragraphe suivant :

#### **IV -3-1-2- Méthode des paliers multiples constants :**

Il existe plusieurs méthodes d'estimation de la probabilité pour qu'une impulsion de valeur de crête et de forme données, entraîne ou non une décharge disruptive. Généralement les estimations sont basées sur l'hypothèse que la fonction  $P(U_m)$  peut être représentée par une loi de distribution cumulée normale Gaussienne donnant la probabilité de décharge en fonction de la tension de crête de l'impulsion appliquée.

Dans notre travail nous avons adopté la méthode des paliers multiples constants, cette méthode consiste à appliquer N fois un niveau de tension constant et de compter le nombre n de décharges disruptives ayant eu lieu au niveau de l'objet d'essai, espacées approximativement de 20 secondes, les (N-n) chocs restants correspondent à des tenues. En faisant le rapport  $n/N$  nous obtenons la probabilité de décharge disruptive pour ce niveau de tension. Généralement 3 à 5 points suffisent pour établir la courbe  $P\% = f(U)$  sur un papier à échelle gaucco-arithmétique.

Par extrapolation on peut avoir tous les niveaux de tension ayant la probabilité de décharge comprise entre 0 et 100%.

### **IV -4- Mesure de champ par la méthode de la sonde à capacité répartie [13] :**

Le principe de cette méthode a été expliqué au chapitre précédant, nous allons donc démontrer comment avoir la valeur du champ électrique au sol à partir de la valeur de la tension lue sur l'oscilloscope.

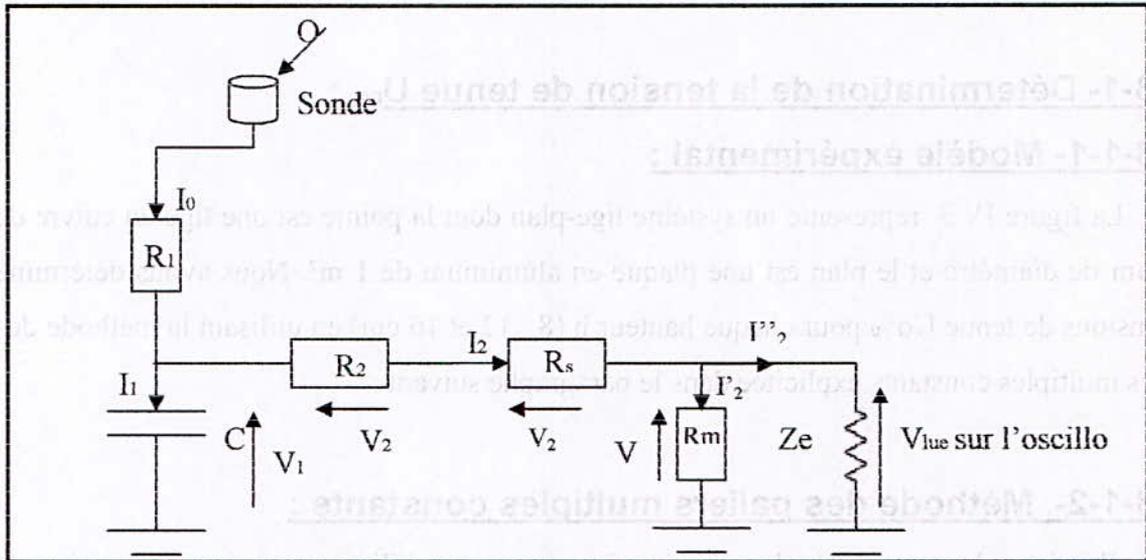


Figure IV.7 : Circuit de capture du signal de mesure [04]

Avec

$R_m$  : résistance de l'atténuateur ou diviseur.

$Z_0 = Z_e + R_m$  : impédance d'entrée du dispositif de mesure.

$Z_e$  : impédance d'entrée de l'oscilloscope.

$R_s$  : résistance de protection.

$R_2$  : résistance d'adaptation du câble de mesure pour qu'il n'y ait pas réflexion d'onde.

$R_1$  : résistance de charge.

$C$  : condensateur de charge.

La sonde de 6.12 mm de diamètre est reliée à un condensateur de charge ( $C$ ) à travers une résistance  $R_1$ . Il est nécessaire d'utiliser un diviseur de tension ( $R_m$ ,  $R_s$ ) pour recueillir le signal de la tension  $V_1$  aux bornes de la capacité  $C$  reliée en parallèle, au diviseur de tension.

#### IV -4-1- Expression du champ en fonction de $V_{lue}$ [04] :

En appliquant le théorème de Gauss sur la surface de la sonde on aura :

$$Q = \int \sigma \cdot ds = \epsilon_0 ES$$

Les équations aux nœuds donnent :

$$I_0 = I_1 + I_2 = I_1 + I'_2 + I''_2$$

$$I_0 = \frac{dQ}{dt} = \varepsilon_0 S \frac{dE}{dt} = C \frac{dV_1}{dt} + \frac{V_m}{R_m} + \frac{V_m}{Z_e}$$

$$\varepsilon_0 S \frac{dE}{dt} = C \frac{dV_1}{dt} + V_m \left( \frac{1}{R_m} + \frac{1}{Z_e} \right)$$

$$\left( \frac{1}{R_m} + \frac{1}{Z_e} \right) \rightarrow 0 \quad R_m \text{ et } Z_e \text{ sont relativement grandes.}$$

Finalement :

$$E(t) = \frac{C}{\varepsilon_0 S} V_1(t)$$

L'équation de la maille donne :

$$\begin{aligned} V_1(t) &= V_2(t) + V_m(t) = R_2 I_2 + R_m I_2' \\ &= R_2 I_2 + (R_m // Z_e) I_2 \\ &= R_2 I_2 + \left( \frac{R_m \cdot Z_e}{R_m + Z_e} \right) I_2 \quad \text{sachant que } R_m \ll Z_e \\ &= (R_2 + R_m) I_2 \quad \text{tel que } R_m \gg R_2 \\ &= R_m I_2 \\ &= V_m(t) \end{aligned}$$

Nous obtenons alors :

$$E(t) = \frac{C}{\varepsilon_0 S} V_m(t)$$

Les valeurs des composants d'antenne ( $C$ ,  $R_1$ ) sont choisies, de façon que, la constante de temps d'antenne soit plus petite que celle du signal d'entrée, pour pouvoir le capter.

Pour les autres composants du circuit, le choix est basé sur l'élimination du problème de réflexion du signal à travers le câble.

Ainsi nous avons utilisé les valeurs suivantes :

$$R_1 = 47\Omega, \quad R_2 = 50\Omega, \quad R_m = 6.6k\Omega, \quad R_s = 4.5M\Omega, \quad C = 25.10^{-12}F, \quad \phi_{\text{sonde}} = 6.12mm$$

$Z_0 = 1M\Omega$  : Impédance d'entrée de l'oscilloscope.

$$E(t) = \frac{25.10^{-12}}{8.854.10^{-12} \cdot \pi \left( \frac{6.12}{2} \right)^2 10^{-6}} V_1(t) \quad (\text{III.12})$$

$$E(t) = 0,95986 \cdot V_1(t) \quad [\text{kV/cm}]$$

$V_{lue}$  désigne la tension lue sur l'oscilloscope et comme  $V_1 = V_m$ , on a d'après **Bel Aicha** :

$$\frac{V_m}{R_s + Z_0} = \frac{V_{lue}}{Z_0} \Rightarrow V_m = \frac{R_s + Z_0}{Z_0} V_{lue} \quad (\text{III.14})$$

$$\Rightarrow V_m = V_1 = \frac{R_s + Z_0}{Z_0} \cdot V_{lue} \quad \text{Donc } V_1 = 5,5 \cdot V_{lue}$$

$$E(t) = 0,95986 \times 5,5 \cdot V_1(t) \quad [\text{kV/cm}] \quad (\text{III.13})$$

#### **IV -4-2- Constante de la sonde $K_s$ :**

Avant tout relevé de valeurs mesurées, il faudrait tout d'abord étalonner la sonde et ceci en mesurant un champ électrique dont nous connaissons la valeur au préalable.

Le système le plus simple que nous avons choisi est le système plan-plan  $\left( E = \frac{V}{a} \right)$ .

Et en faisant le rapport  $\frac{E_{\text{expérimental}}}{E_{\text{théorique}}}$  nous obtenons le coefficient  $K_s$ , ce coefficient sera

multiplié par toutes les valeurs du champs mesurées pour obtenir les valeurs réelles. Et pour cela nous avons calculé plusieurs coefficients de sonde que nous énumérons dans le tableau ci-dessous :

U (kV)	Vlue	E(expérimental)	E(théorique)	$K_s$
40	26,88	141,905702	3,33	0,02346629
80	39,36	207,790493	6,67	0,03509964
121	44,4	234,397812	10,08	0,04300381

Et donc la formule du champ réel mesuré devient :

$$E(t) = 0,95986 \times 5,5 \times K_s \cdot V_{lue}$$

$$E(t) = 5,28 \cdot K_s \cdot V_{lue}$$

Cette formule nous donne la valeur du champ électrique en fonction de la tension lue sur l'oscilloscope en tenant compte du circuit de mesure, des corrections atmosphériques et du coefficient de la sonde qui sera tiré de la caractéristique  $U = f(K_s)$  ci-dessous :

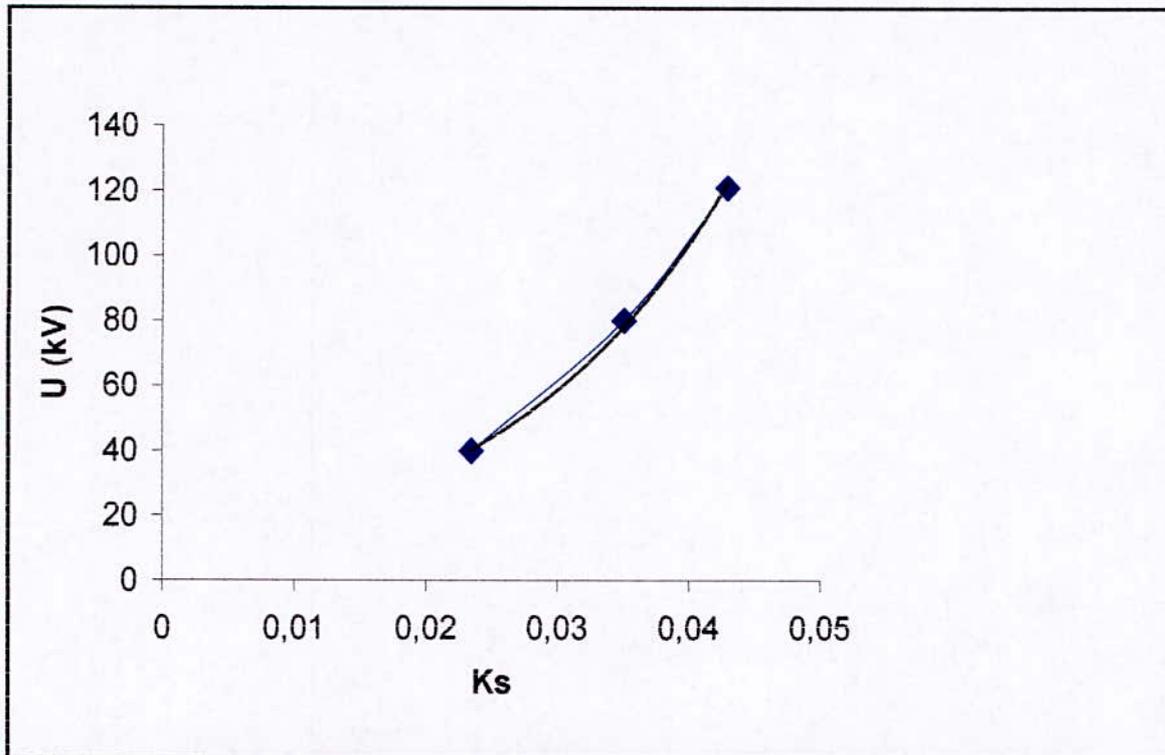


Figure IV.8 : Caractéristique du coefficient de la sonde  $U = f(Ks)$

Avec la courbe de tendance ayant pour équation :  $Ks = 0.0176 \cdot \ln(U) - 0.0416$ , nous avons la possibilité d'avoir la valeur de Ks pour toute tensions dans l'intervalle [40 ; 121] kV.

***Chapitre V :***  
***Résultats et interprétations***

## Introduction :

Dans ce chapitre nous présentons les résultats des essais, effectués au laboratoire de l'ENP sur la mesure de champ pour un système tige-plan en présence et en absence d'un paratonnerre, dans l'ordre suivant :

- $U_{0\%}$
- Valeurs du champ dans un système tige-plan sans paratonnerre.
- Valeurs du champ dans le même système en présence d'un paratonnerre vertical.

Et par la suite nous passerons à l'interprétation de ces résultats.

### V-1- Détermination de $U_{0\%}$

Cette tension nous sert à protéger la sonde vu sa sensibilité aux forts courants, cependant nous avons appliqué des tensions de  $0.2$ ,  $0.4$  et  $0.6U_{0\%}$  pour diminuer grandement le risque de décharge disruptive en présence de cette sonde.

Comme nous l'avons déjà expliqué  $U_{0\%}$  correspondantes aux différentes hauteurs sont déterminées par la méthode des paliers multiples constants et elles sont représentées sur l'échelle gauusso-arithmétique comme le montre la figure 6.1 ci-dessous :

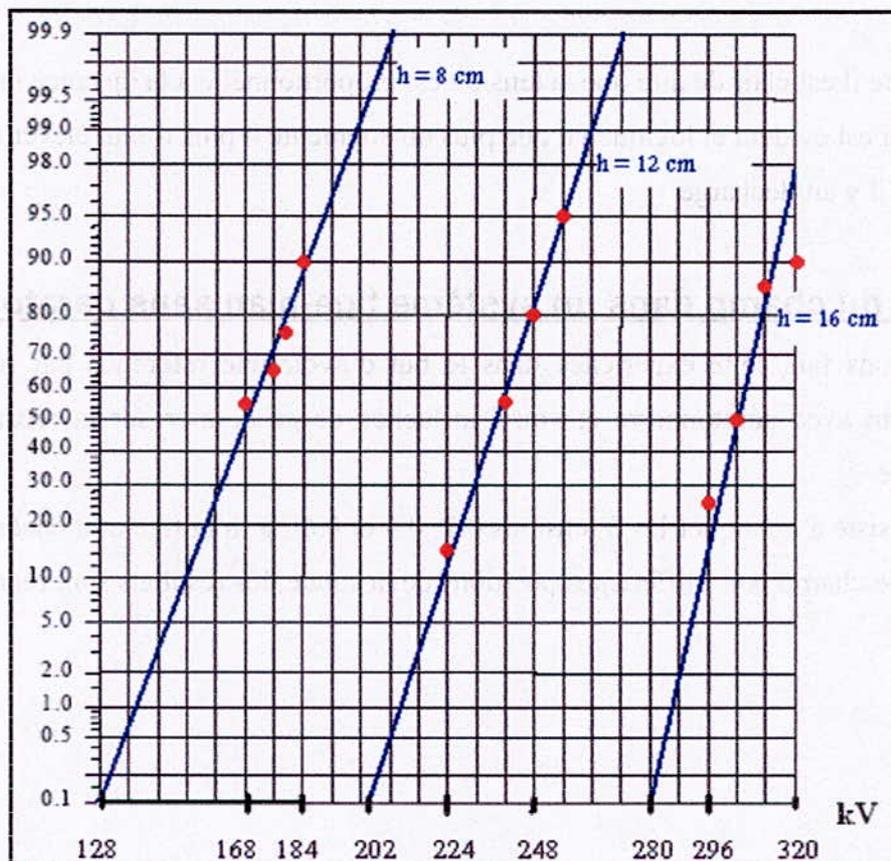


Figure V.1 : Echelle gauusso-arithmétique

Les valeurs de  $U_{0\%}$  de la figure 6.2 ont été obtenues en extrapolant les droites sur l'échelle jusqu'à la probabilité 0.1%.

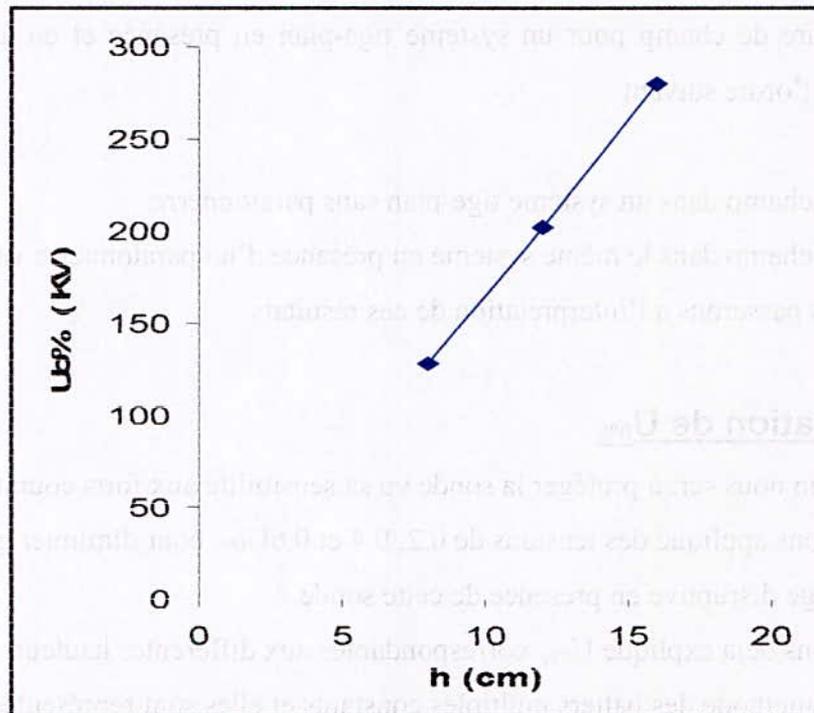


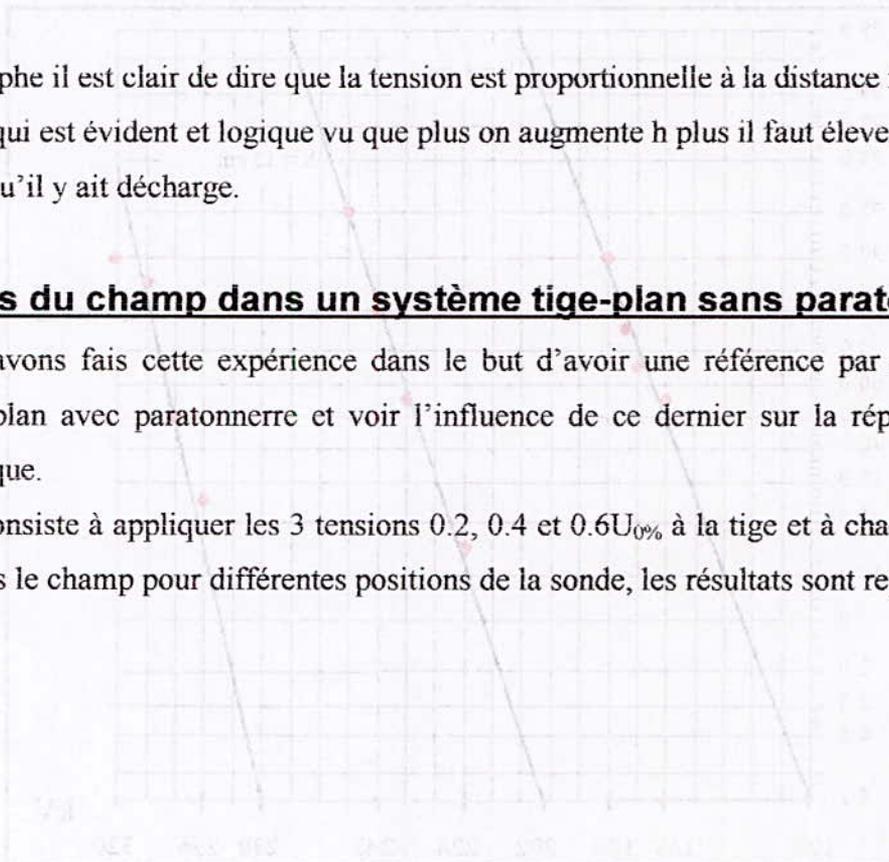
Figure V.2 : Tension de tenue  $U_{0\%}$  en fonction de la hauteur de l'intervalle d'air h

D'après le graphe il est clair de dire que la tension est proportionnelle à la distance inter-électrodes ce qui est évident et logique vu que plus on augmente h plus il faut élever la tension pour qu'il y ait décharge.

## **V-2 Valeurs du champ dans un système tige-plan sans paratonnerre**

Nous avons fait cette expérience dans le but d'avoir une référence par rapport au système tige-plan avec paratonnerre et voir l'influence de ce dernier sur la répartition du champ électrique.

Cette partie consiste à appliquer les 3 tensions 0.2, 0.4 et 0.6 $U_{0\%}$  à la tige et à chaque niveau nous mesurons le champ pour différentes positions de la sonde, les résultats sont représentés à la figure V.3 :



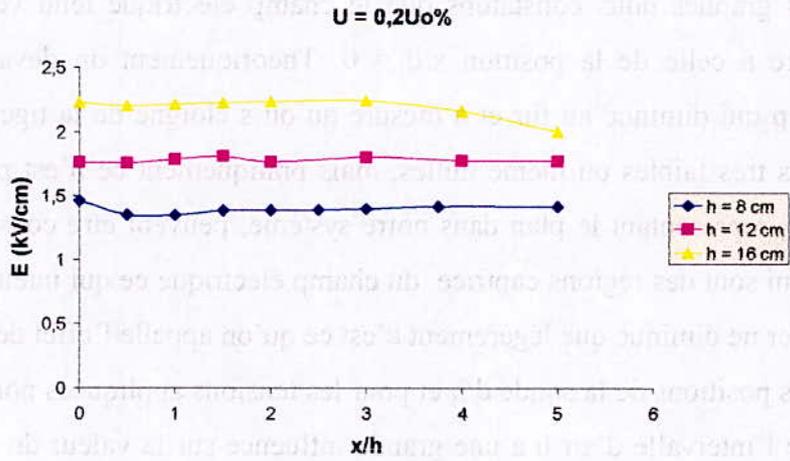


Figure V.3.a

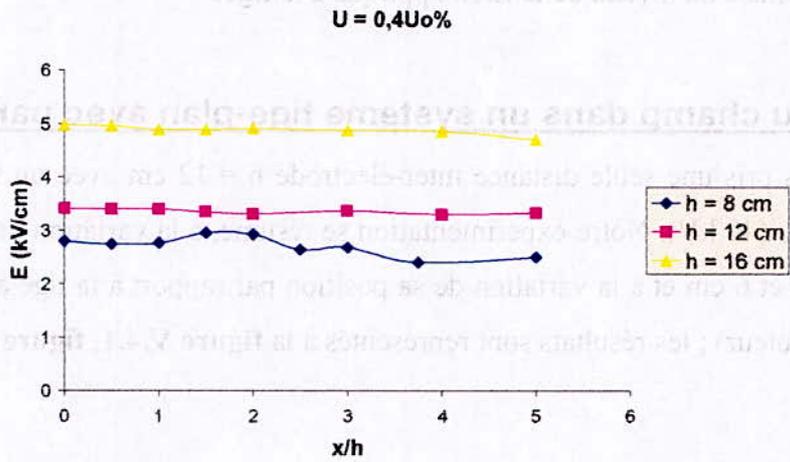


Figure V.3.b

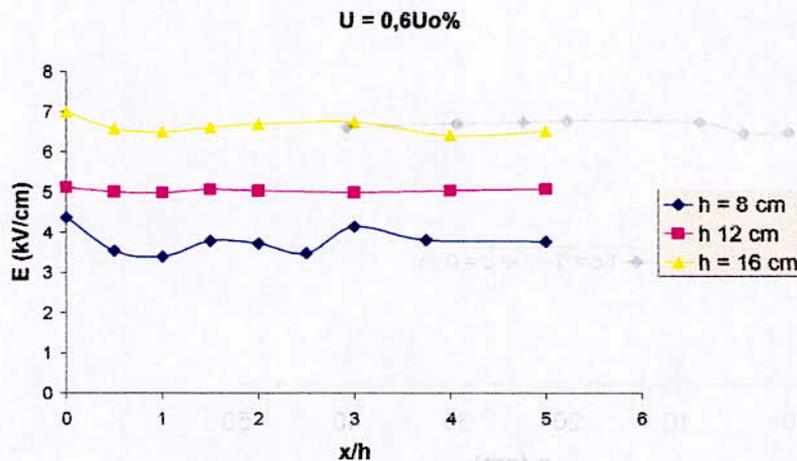


Figure V.3.c

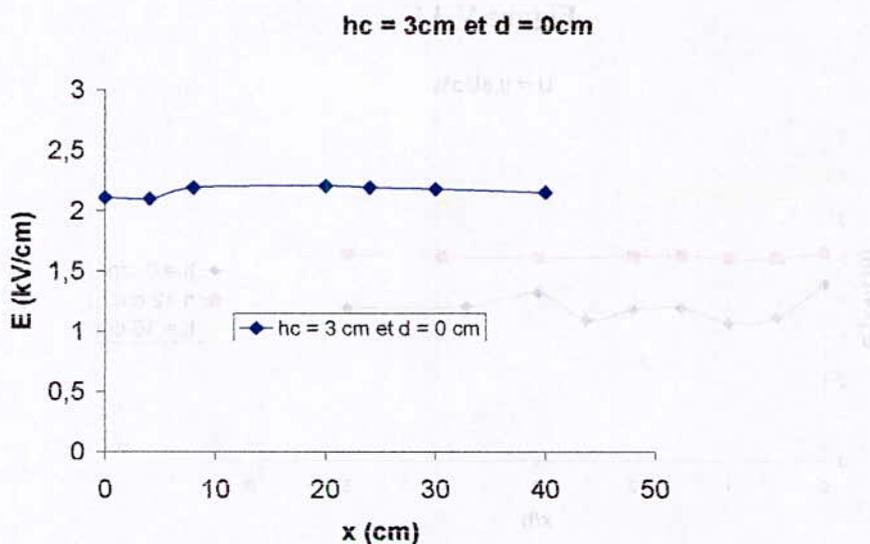
Figure V.3(a,b,c) : Répartition du champ électrique en fonction du rapport x/h

D'après les graphes nous constatons que le champ électrique tend vers une valeur constante inférieure à celle de la position  $x/d = 0$ . Théoriquement on devait obtenir des valeurs d'un champ qui diminue au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la tige haute tension jusqu'à des valeurs très faibles où même nulles, mais pratiquement ce n'est pas le cas. Les bords de la plaque, représentant le plan dans notre système, peuvent être considérés comme étant des pointes qui sont des régions captrices du champ électrique ce qui intensifie le champ et fait que ce dernier ne diminue que légèrement c'est ce qu'on appelle l'effet de bords.

Pour les différentes positions de la sonde  $d/h$  et pour les tensions appliquées nous remarquons que la longueur de l'intervalle d'air  $h$  a une grande influence sur la valeur du champ au sol. En effet, nous constatons que l'intensité du champ augmente avec la hauteur  $h$ . Cette augmentation serait due au niveau de tension appliqué à la tige.

### **V-3 Valeurs du champ dans un système tige-plan avec paratonnerre**

Nous avons pris une seule distance inter-électrode  $h = 12$  cm avec un seul niveau de tension  $U = 0.2U_{0\%}$  (40 kV). Notre expérimentation se résume, à la variation de la hauteur du paratonnerre 3, 4 et 6 cm et à la variation de sa position par rapport à la tige à haute tension (5 positions par hauteur) ; les résultats sont représentés à la **figure V.4.1**, **figure V.4.2** et **figure V.4.3** :



**Figure V.4.1.a**

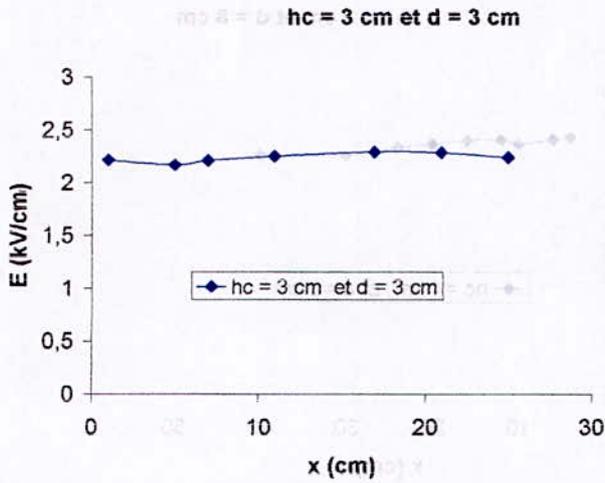


Figure V.4.1.b

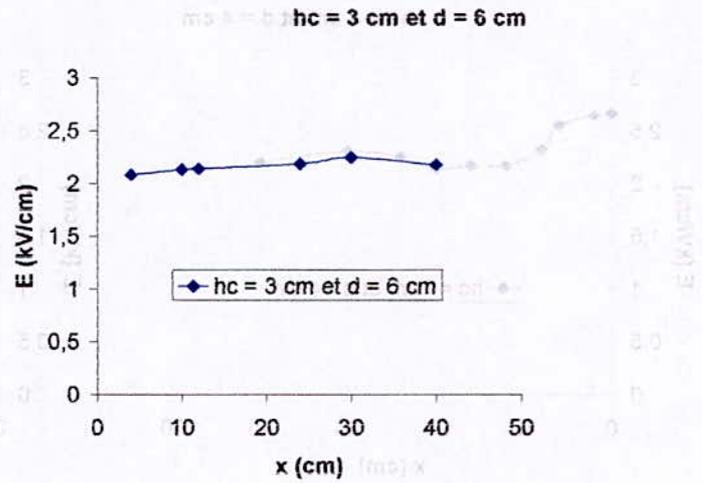


Figure V.4.1.c

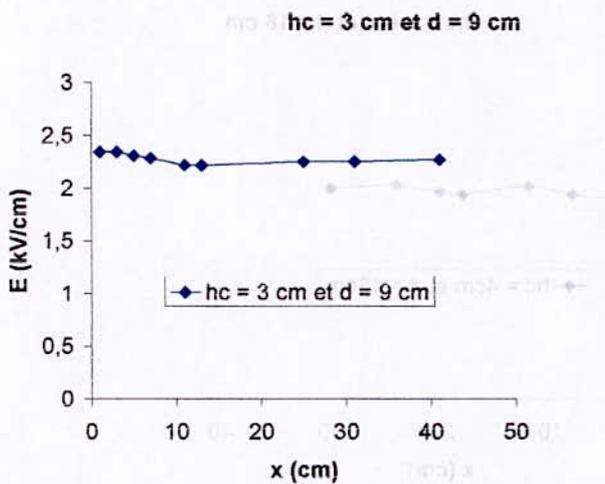


Figure V.4.1.d

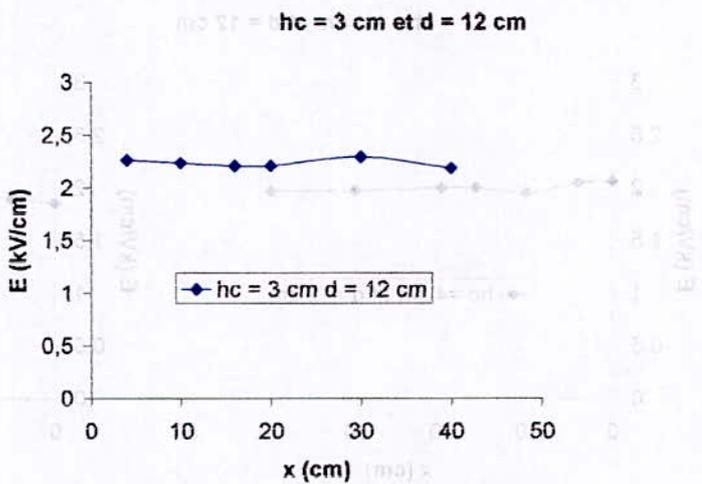


Figure V.4.1.e

Figure V.4.1 (a,b,c,d,e) : Répartition du champ électrique pour une hauteur du paratonnerre  $hc = 3 \text{ cm}$ .

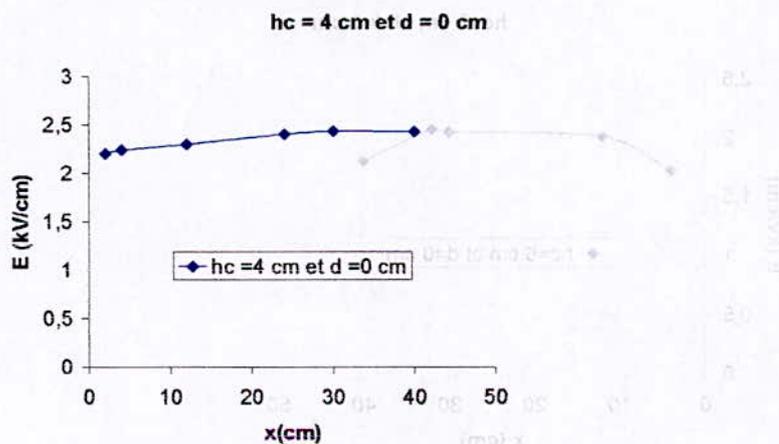


Figure V.4.2.a

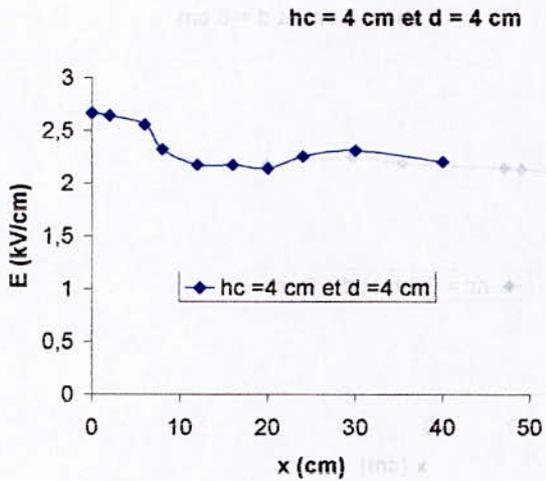


Figure V.4.2.b

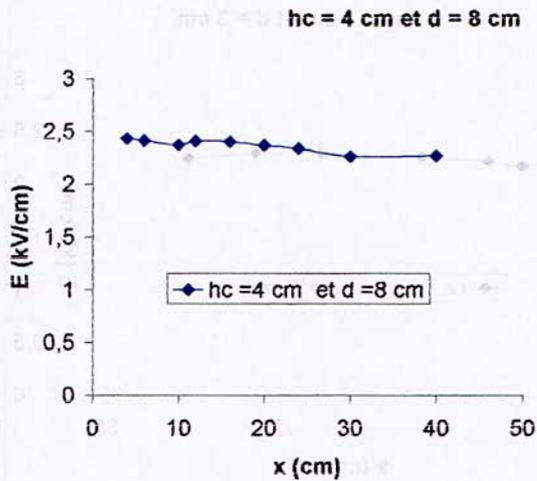


Figure V.4.2.c

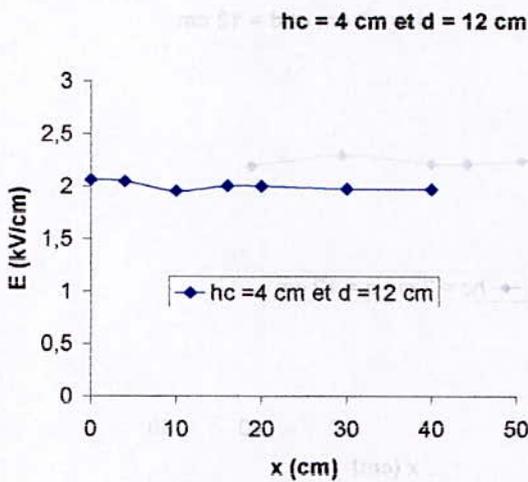


Figure V.4.2.d

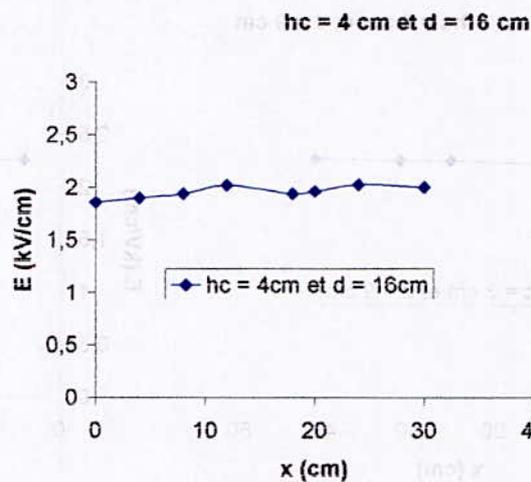


Figure V.4.2.e

Figure V.4.2(a,b,c,d,e) : Répartition du champ électrique pour une hauteur du paratonnerre hc = 4 cm.

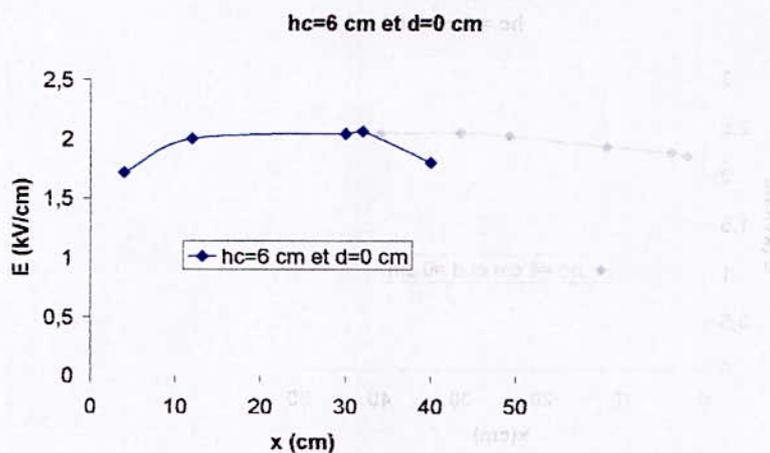


Figure V.4.3.a

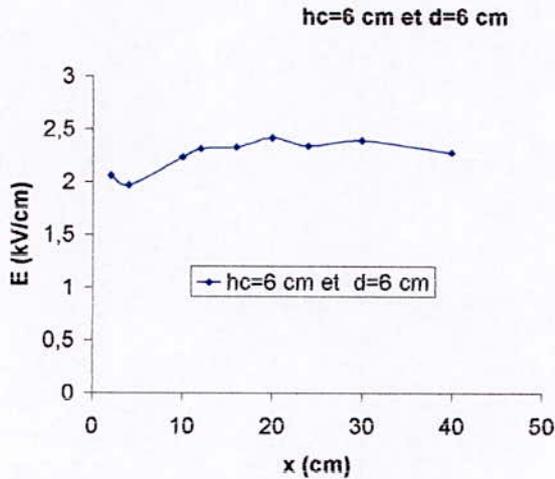


Figure V.4.3.b

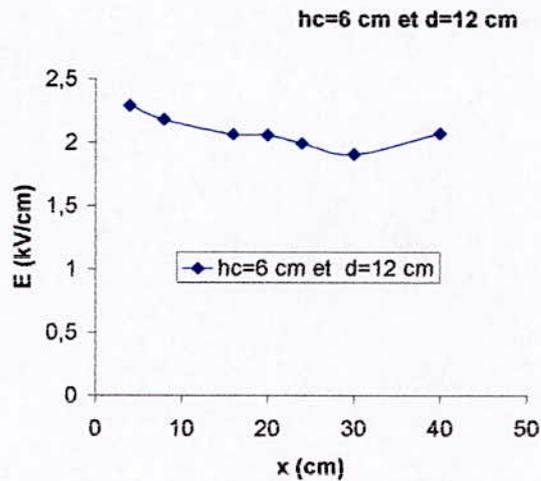


Figure V.4.3.c

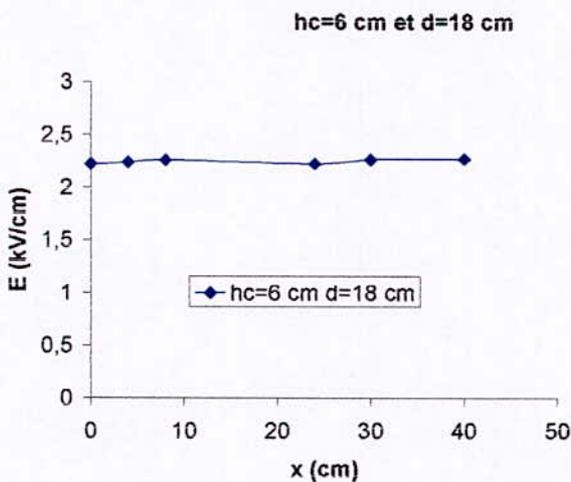


Figure V.4.3.d

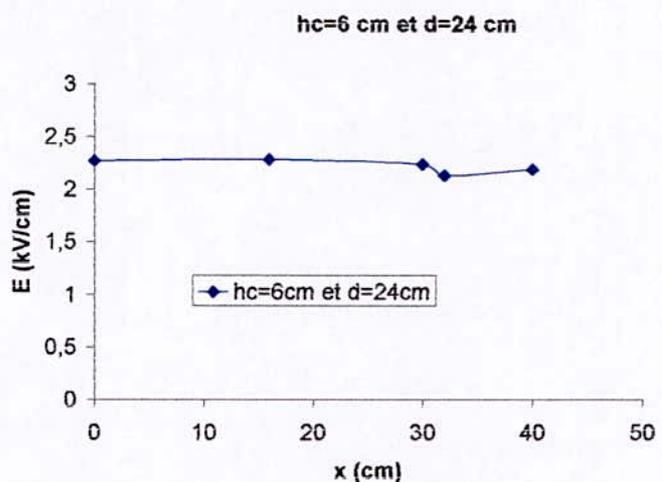


Figure V.4.3.e

**Figure V.4.3 (a,b,c,d,e) : Répartition du champ électrique pour une hauteur du paratonnerre  $hc = 6$  cm.**

Ce qu'on constate sur la plupart de ces figures, c'est que l'intensité du champ électrique, au niveau du plan, chute légèrement au voisinage du paratonnerre, ce qui n'était pas prévisible car tout paratonnerre possède une zone de protection dans laquelle le champ est remarquablement faible, et ceci est dû à la présence de la pointe qui capte le champ électrique car qui dit pointe dit surface négligeable et donc champ important. Cette différence est due à l'utilisation de tensions importantes (40, 80 et 121 kV) qui engendrent l'apparition des charges d'espace, des décharges couronne et des décharges streamers...

Si on avait pris des faibles tensions, on aurait remarqué la chute de la valeur du champ électrique au voisinage du paratonnerre.

***Chapitre VI :***  
***Méthodes analytiques et numériques***  
***d'évaluation du champ électrique***

### **VI.1- Introduction :**

La modélisation de nombreux phénomènes physiques conduit à l'étude d'équations ou de systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires ou non linéaires. Si les outils traditionnels des mathématiques (analyse de Fourier, développement en série,.....), permettent d'obtenir des solutions dans certains cas particuliers, on doit souvent recourir aux techniques de calcul numérique pour traiter les problèmes concrets posés par la recherche. Grâce à la simulation numérique, on peut compléter l'expérimentation qui parfois est coûteuse ou longue à mettre en œuvre.

Dans ce qui suit nous présentons sommairement certaines méthodes analytiques et numériques de calcul de champ, et nous donnons plus de détails sur la méthode des éléments finis que nous avons retenue pour le calcul de champ dans notre cas.

### **VI.2- Méthode des transformations conformes :**

Méthode analytique utilisant des passages d'un plan complexe, dans lequel les champs sont réels, à un autre plan complexe représentant les champs simples. Les formules de passage sont généralement difficile à trouver [15].

### **V.3- Méthode des charges fictives :**

Utilisé pour les installations extérieures car elle nécessite uniquement la connaissance des conditions limites des tensions sur les électrodes.

Son principe est basé sur la simulation de la distribution superficielle des charges électriques sur la surface des électrodes **par une distribution discrète des charges fictives** à l'intérieur des conducteurs. Leurs emplacements et leurs grandeurs doivent satisfaire les conditions limites de la tension connue sur la surface des électrodes. La précision de cette méthodes dépend du nombre de charges fictives introduites pour la résolution du système à étudier [15].

### **VI.4- Méthode des différences finies:**

Méthode numérique basée sur l'approximation de l'opérateur différentiel par un opérateur aux différences finies. Le système d'équations résultant est traité sous forme matricielle [15].

Les principales étapes à suivre pour exécuter cette méthode sont :

- 1\_ La discrétisation du domaine d'étude pour définir le réseau de nœuds à considérer.
- 2\_ L'écriture des équations potentielles aux différences finies en chaque nœud.
- 3\_ La résolution du système d'équations.

On utilisera par la suite l'équation  $\vec{E} = -\text{grad}(V)$  pour le calcul de l'intensité du champ électrique dans chaque point du domaine, on notera aussi que la précision de cette méthode dépend de l'ordre atteint dans le développement en série de Taylor utilisé pour l'approximation des dérivées partielles par des différences finies et aussi du pas de discrétisation.

### VI.5- Méthode des éléments frontières :

C'est une méthode basée sur la discrétisation de la frontière uniquement plutôt que le domaine tout entier d'où la convergence rapide de la solution. La formulation de cette méthode se repose sur la méthode générale des résidus pondérés [17]. Pour une résolution numérique de la méthode des intégrales frontières il faut suivre les étapes suivantes :

- \_ Discrétisation de la frontière.
- \_ Calcul des coefficients d'influences et formation du système matriciel.
- \_ Résolution de équations.

### VI.6- Méthode des éléments finis :

Parente proche de la différence finie, cette méthode consiste à "minimiser l'énergie" dans la région d'intérêt. Celle-ci est découpée en petits éléments (triangles, rectangles, ...) dans chacun duquel on admet une variation linéaire du potentiel, ce qui permet une résolution matricielle simple. Pour une bonne précision, il est cependant nécessaire de diviser une région comportant de grandes variations de potentiel en de plus nombreux éléments, il existe différentes approches à l'approximation par éléments finis, mais la plus utilisée est la **méthode variationnelle** car elle est simple à formuler [15][16].

#### VI.6.1- Principe de la méthode variationnelle:

C'est une méthode qui consiste à **approcher** la solution exacte  $V_e$  par une fonction  $V$  de  $n$  paramètres (**a, b, c...**), ces derniers doivent être déterminés de manière à **minimiser la fonctionnelle d'énergie  $I(V)$** , et par la même résoudre l'équation aux dérivées partielles.

$$I(V) = \iint_D \varepsilon \left[ \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - \int_{C_2} 2.V.h.dl \quad (1)$$

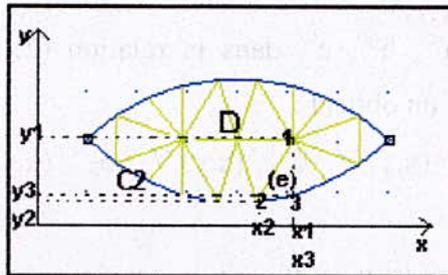
$V$  : fonction potentielle

$\epsilon$  : permittivité du milieu

$h$  : valeur du champ de la portion de frontière  $C_2$

### **VI.6.2- Maillage:**

La première étape d'une résolution en éléments finis (e) consiste à discrétiser le domaine d'étude (D) concerné à l'aide de triangles, de quadrangles, de tétraèdres et autres de telle façon à former un **maillage**. L'ensemble de tous les éléments doit constituer un domaine aussi proche que possible que le domaine d'étude (D).



**Figure V.1 : Discrétisation du domaine D**

La présentation du maillage doit contenir pour chaque élément les informations suivantes :

- La nature physique du sous domaine que l'élément renferme.
- Le numéro de l'élément.
- Les numéros des nœuds.
- Les coordonnées de sommets formant un élément (des noeuds).
- Les potentiels aux nœuds tout en tenant compte des **conditions aux limites et de valeurs imposées**.

### **VI.6.3- Choix des fonctions d'approximation :**

Considérons un élément fini triangulaire (e) dont les trois sommets sont indiqués par les chiffres 1, 2, 3. Le potentiel approximé supposé varié linéairement suivant l'équation :

$$V^{(e)}(x, y) = a^{(e)} + b^{(e)} x + c^{(e)} y \quad (2)$$

Où les coefficients  $a^{(e)}$ ,  $b^{(e)}$ ,  $c^{(e)}$  peuvent être calculés en fonction des valeurs du potentiel aux sommets 1, 2, 3, soit  $V_1, V_2, V_3$ :

$$\begin{aligned} V_1 &= a^{(e)} + b^{(e)} x_1 + c^{(e)} y_1 \\ V_2 &= a^{(e)} + b^{(e)} x_2 + c^{(e)} y_2 \\ V_3 &= a^{(e)} + b^{(e)} x_3 + c^{(e)} y_3 \end{aligned} \quad (3)$$

Le système d'équations (3) est un système à trois équations et trois inconnus, sa résolution donne les solutions suivantes :

$$\begin{aligned} a^{(e)} &= [(x_2y_3 - x_3y_2) V_1 + (x_1y_3 - x_3y_1) V_2 + (x_1y_2 - x_2y_1) V_3] / \det. \\ b^{(e)} &= [(y_2 - y_3) V_1 + (y_3 - y_1) V_2 + (y_1 - y_2) V_3] / \det. \\ c^{(e)} &= [(x_3 - x_2) V_1 + (x_1 - x_3) V_2 + (x_2 - x_1) V_3] / \det. \end{aligned} \quad (4)$$

Avec  $\det$  est le déterminant du système (3) :

$$\det = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} = (x_2y_3 - x_3y_2) - (x_1y_3 - x_3y_1) + (x_1y_2 - x_2y_1)$$

On remplace les coefficients  $a^{(e)}$ ,  $b^{(e)}$ ,  $c^{(e)}$  dans la relation (2) et en mettant chacun des potentiels  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  en facteur, on obtient :

$$V^{(e)}(x,y) = \phi_1^{(e)}(x,y) \cdot V_1 + \phi_2^{(e)}(x,y) \cdot V_2 + \phi_3^{(e)}(x,y) \cdot V_3 \quad (4)$$

Avec :

$$\begin{aligned} \phi_1^{(e)}(x,y) &= [(x_2y_3 - x_3y_2) + (y_2 - y_3) \cdot x + (x_3 - x_2) \cdot y] / \det \\ \phi_2^{(e)}(x,y) &= [(x_3y_1 - x_1y_3) + (y_3 - y_1) \cdot x + (x_1 - x_3) \cdot y] / \det \\ \phi_3^{(e)}(x,y) &= [(x_1y_2 - x_2y_1) + (y_1 - y_2) \cdot x + (x_2 - x_1) \cdot y] / \det \end{aligned} \quad (5)$$

On note :

$$V^{(e)}(x,y) = [\phi]^T \cdot [V]$$

Avec  $[V] = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$

De la sorte, l'approximation sur tout le domaine (D) sera la somme des approximations élémentaires  $V^{(e)}$  :

$$V(x,y) = \sum_{e=1}^e V^{(e)}(x,y) \quad (6)$$

**VI.6.3.a- Critère de Rayleigh-Ritz :**

Remplaçons  $V$  dans la fonctionnelle d'énergie par la fonction (6), on aura

$$I(V) = I(V_1, \dots, V_n) =$$

$$\int_D \int \varepsilon \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} \sum_{e=1}^e V^{(e)}(x,y) \right)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial y} \sum_{e=1}^e V^{(e)}(x,y) \right)^2 \right] dx dy - \int_{C_2} 2 \sum_{e=1}^e V^{(e)}(x,y) \cdot h dl$$

Comme chaque fonction  $V^{(e)}$  est nulle en dehors de l'élément où elle est définie

$$I(V_1, \dots, V_n) = \sum_{e=1}^e \left\{ \int_D \int \varepsilon \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} V^{(e)}(x,y) \right)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial y} V^{(e)}(x,y) \right)^2 \right] dx dy - \int_{C_2} 2 \cdot V^{(e)}(x,y) \cdot h dl \right\}$$

Soit :

$$I(V_1, \dots, V_n) = \sum_{e=1}^e I^{(e)} \quad (7)$$

Avec :

$$I^{(e)} = \int_D \int \varepsilon \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x} V^{(e)}(x,y) \right)^2 + \left( \frac{\partial}{\partial y} V^{(e)}(x,y) \right)^2 \right] dx dy - \int_{C_2} 2 \cdot V^{(e)}(x,y) \cdot h dl \quad (8)$$

Le critère de Rayleigh-Ritz stipule que la fonctionnelle  $I(V_1, \dots, V_n)$  est **minimum** si :

$$\frac{\partial I}{\partial V_i} = 0 \quad \text{pour tout } i=1, \dots, n$$

Soit en vertu de (7) :

$$\frac{\partial I}{\partial V_i} = \frac{\partial}{\partial V_i} \left( \sum_{e=1}^e I^{(e)} \right) = \sum_{e=1}^e \frac{\partial I^{(e)}}{\partial V_i} = 0 \quad (9)$$

Ce résultat montre que l'énergie est minimum dans le domaine (D), si elle l'est dans chaque élément (e).

### VI.6.3.b- Construction des matrices élémentaires :

Comme les éléments sont disjoints et en vertu de (9),  $I^{(e)}$  sera minimum si :

$$\frac{\partial I^{(e)}}{\partial V_i} = 0 \quad \text{avec } i=1, 2, 3$$

Soit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I^{(e)}}{\partial V_i} &= \frac{\partial}{\partial V_i} \left\{ \int_D \int \varepsilon \left[ \left( \frac{\partial V^{(e)}}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V^{(e)}}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - \int_{C_2} 2 \cdot V^{(e)} \cdot h dl \right\} \\ &= \int_D \int \varepsilon \left[ \frac{\partial}{\partial V_i} \left( \frac{\partial V^{(e)}}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial V_i} \left( \frac{\partial V^{(e)}}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy - \int_{C_2} 2 \cdot \left( \frac{\partial V^{(e)}}{\partial V_i} \right) \cdot h dl \end{aligned}$$

On a :

$$\frac{\partial}{\partial V_i} \left( \frac{\partial V^{(e)}}{\partial x} \right)^2 = 2 \cdot \frac{\partial V^{(e)}}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial V_i} \left( \frac{\partial V^{(e)}}{\partial x} \right) = 2 \cdot \frac{\partial V^{(e)}}{\partial x} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial V^{(e)}}{\partial V_i} \right)$$

D'après (4), on a :

$$V^{(e)}(x,y) = \phi_1^{(e)}(x,y).V_1 + \phi_2^{(e)}(x,y).V_2 + \phi_3^{(e)}(x,y).V_3 = (\phi_1^{(e)} \ \phi_2^{(e)} \ \phi_3^{(e)}) \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

$$(\partial V^{(e)} / \partial V_i) = \phi_i^{(e)} \text{ et } \partial V^{(e)} / \partial x = (\partial \phi_1^{(e)} / \partial x \ \partial \phi_2^{(e)} / \partial x \ \partial \phi_3^{(e)} / \partial x) \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

$$\partial / \partial V_i (\partial V^{(e)} / \partial x)^2 = 2 \cdot (\partial \phi_i^{(e)} / \partial x) \cdot (\partial \phi_1^{(e)} / \partial x \ \partial \phi_2^{(e)} / \partial x \ \partial \phi_3^{(e)} / \partial x) \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

De même :

$$\partial / \partial V_i (\partial V^{(e)} / \partial y)^2 = 2 \cdot (\partial \phi_i^{(e)} / \partial y) \cdot (\partial \phi_1^{(e)} / \partial y \ \partial \phi_2^{(e)} / \partial y \ \partial \phi_3^{(e)} / \partial y) \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}$$

Il vient :

$$\partial I^{(e)} / \partial V_i = 2 \cdot \sum_{j=1}^e A_{ij}^{(e)} \cdot V_j - 2 \cdot b_i^{(e)} \quad (10)$$

Avec :

$$A_{ij}^{(e)} = \iint_D \epsilon \left( \partial \phi_i^{(e)} / \partial x \cdot \partial \phi_j^{(e)} / \partial x + \partial \phi_i^{(e)} / \partial y \cdot \partial \phi_j^{(e)} / \partial y \right) dx dy$$

$$b_i^{(e)} = \int_{C2} h \cdot \phi_i^{(e)} dl$$

Pour les trois nœuds 1,2,3 de l'élément , (10) peut s'écrire :

$$(A^{(e)}) \cdot (V^{(e)}) = (b^{(e)}) \quad (11)$$

ou :

$(A^{(e)})$  : la **matrice élémentaire** (matrice (3,3))

$$V^{(e)} : \text{vecteur colonne } \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix}, \quad b^{(e)} : \text{vecteur colonne } \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \quad :(\text{vecteurs élémentaires})$$

Le système (11) est l'écriture matricielle de la minimisation de la fonctionnelle sur un élément (e).

**VI.6.4- Assemblage des matrices élémentaires :**

Notre but est d'obtenir un système matriciel dont le vecteur solution V minimise l'énergie dans tout le domaine (D) ce qui nous conduit à assembler les matrices élémentaires.

**VI.6.4.a-Extension des matrices élémentaires :**

Le système (11) s'écrit :

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Pour faire intervenir le vecteur global  $V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \dots \\ V_n \end{pmatrix}$ , il suffit d'étendre la matrice élémentaire  $A^{(e)}$

et le vecteur  $b^{(e)}$  à l'ordre n, en annulant les autres termes dont le rang est différent de 1,2,3

$$\begin{matrix} 1 & 2 & 3 & & n \\ \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & 0 & \dots \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & 0 & \dots \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \dots \\ V_n \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \dots \\ b_n \end{pmatrix} \end{matrix} \quad (12)$$

**VI.6.4.b- Assemblage :**

D'après (9), (10), (11) le système global s'écrit :

**(A).(V)=(b) (13)**

Avec :

$$(A) = \sum_{e=1}^E (A^{(e)}), \quad (V) = (V_1, V_2, \dots, V_n)^t, \quad (b) = \sum_{e=1}^E (b^{(e)})$$

**VI.6.5- Réduction du système matriciel:**

En vertu des conditions limites, le vecteur global (V) contient des composants connus ; il s'agira de partitionner le système de manière à le résoudre par rapport aux composantes inconnues restantes.

Le vecteur (V) peut être écrit :

$$(V) = \begin{pmatrix} (V)_1 \\ (V)_2 \end{pmatrix} \quad \text{où :}$$

$(V)_1$  : Le vecteur à p lignes de potentiels connus.

$(V)_2$  : Le vecteur à (n-p) lignes de potentiels à déterminer .

Après permutation de quelques lignes et colonnes, le système (13) s'écrit :

(A) et une matrice symétrique

$$\begin{pmatrix} (A)_{11} & (A)_{12} \\ (A)_{12}^t & (A)_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (V)_1 \\ (V)_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (b)_1 \\ (b)_2 \end{pmatrix} \quad (14)$$

Avec :

$(A)_{11}$  : matrice (p,p)

$(A)_{12}$  : matrice (n-p,p)

$(A)_{22}$  : matrice (n-p,n-p)

En développant le système (14), on aura

$$\begin{cases} (A)_{11} \cdot (V)_1 + (A)_{12} \cdot (V)_2 = (b)_1 \\ (A)_{12}^t \cdot (V)_1 + (A)_{22} \cdot (V)_2 = (b)_2 \end{cases}$$

Etant  $(V)_1$  est le vecteur à déterminer ,on peut réduire le système à :

$$(A)_{22} \cdot (V)_2 = (b)_2 - (A)_{12}^t \cdot (V)_1$$

### VI.7- Calcul du champ électrique :

On peut calculer le champ E dans un élément (e) à partir du potentiel V qui à présent connu en

tout point du domaine (D) :  $E^2 = E_x^2 + E_y^2$

$$E_x = -\partial V(x, y) / \partial x \quad \text{et} \quad E_y = -\partial V(x, y) / \partial y$$

A partir des équations (4), (5) ;

$$\partial V(x, y) / \partial x = \sum_{i=1}^E \partial \phi_i^{(e)} / \partial x \cdot V_i$$

$$\partial V(x, y) / \partial y = \sum_{i=1}^E \partial \phi_i^{(e)} / \partial y \cdot V_i$$

Le champ électrique E dans un élément (e) s'écrit :

$$E^2 = \left( \sum_{i=1}^E \partial \phi_i^{(e)} / \partial x \cdot V_i \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^E \partial \phi_i^{(e)} / \partial y \cdot V_i \right)^2$$

**VI.8- conclusion :**

Les méthodes analytiques et numériques de calcul du champ électrostatique résolvent le même problème, en se basant sur de considérations différentes.

La diversité de ces méthodes nous amène à choisir celle qui répond de manière optimale aux exigences de son problème, les critères de choix sont essentiellement :

- La rapidité du calcul.
- La meilleure précision.
- Une moindre occupation d'espace.

***Chapitre VII :***  
***Application du FEMM***

## VII-1- Introduction

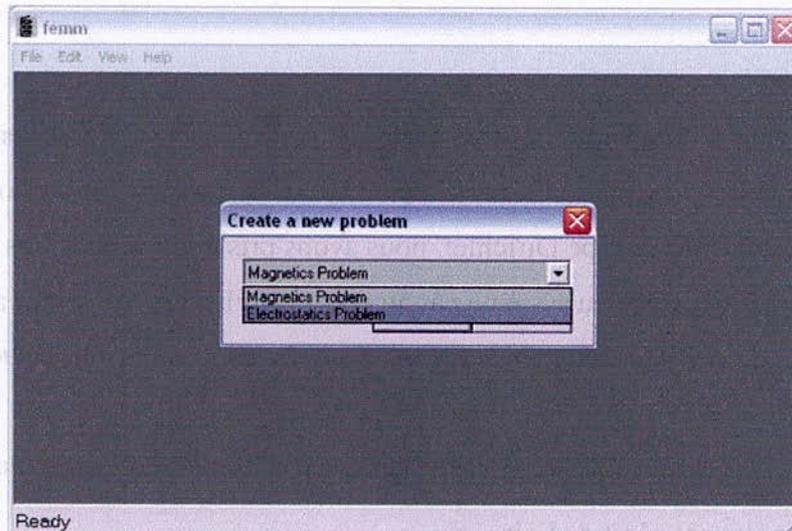
Nous nous sommes intéressés à ce logiciel car il utilise une méthode numérique qui est la méthode des éléments finis que nous avons décrite au chapitre précédent, et puis il nous donne la possibilité de simuler notre modèle expérimental, le système tige-plan, et obtenir la valeur du champ électrique aux points quelconques.

A la fin de ce chapitre nous comparons les résultats de ces deux méthodes de mesure en donnant |Elabo – Efemm| et Elbo/Efemm.

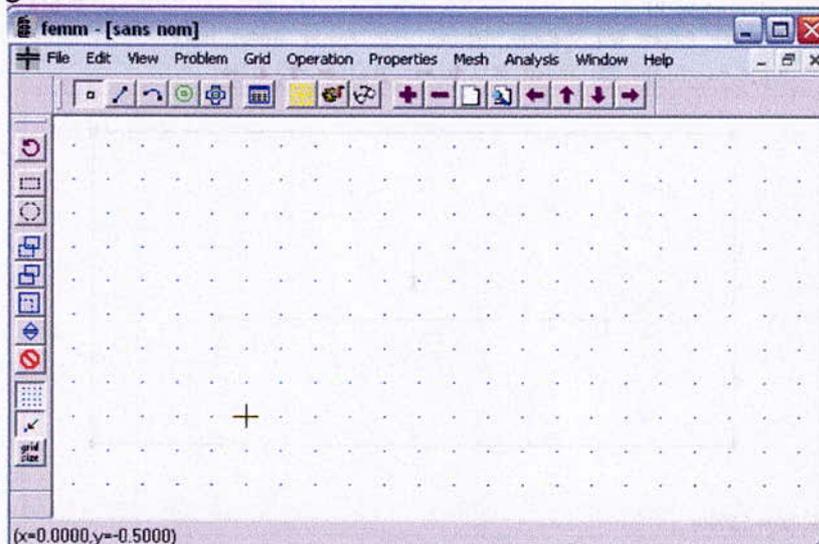
## VII-2- Simulation et démarches

Nous développons une configuration quelconque pour nous familiariser avec ce logiciel et constater les avantages de son utilisation.

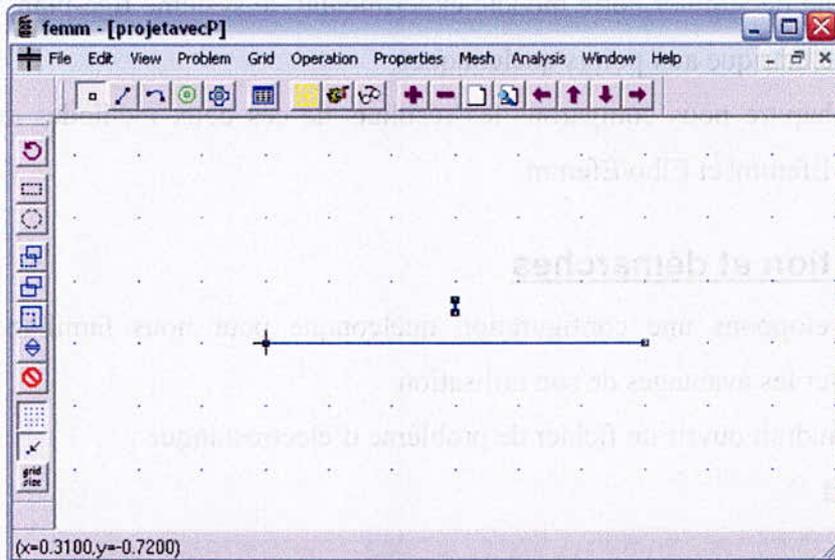
Tout d'abord il faudrait ouvrir un fichier de problème d'électrostatique :



Pour avoir la figure suivante :

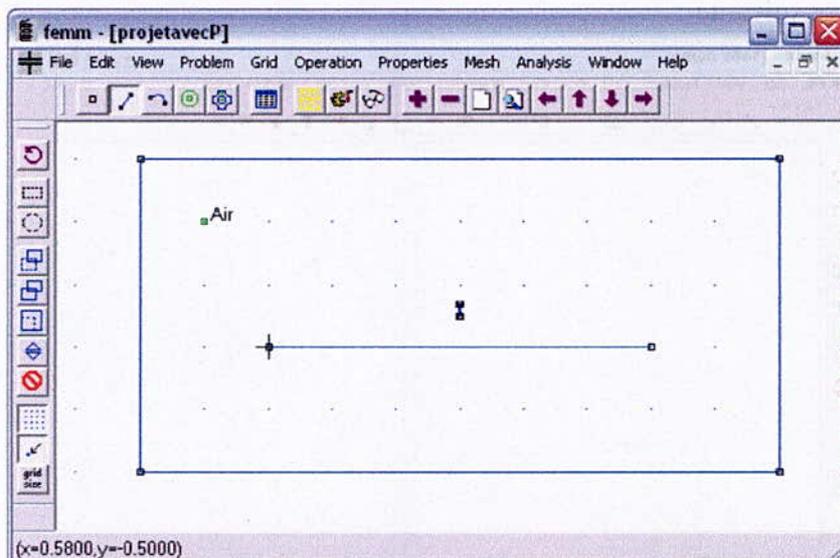


Ensuite il faudrait créer le système en commençant par mettre les points  ; et en les reliant par le bouton  nous obtenons des droites, la figure suivante représente le modèle expérimental :



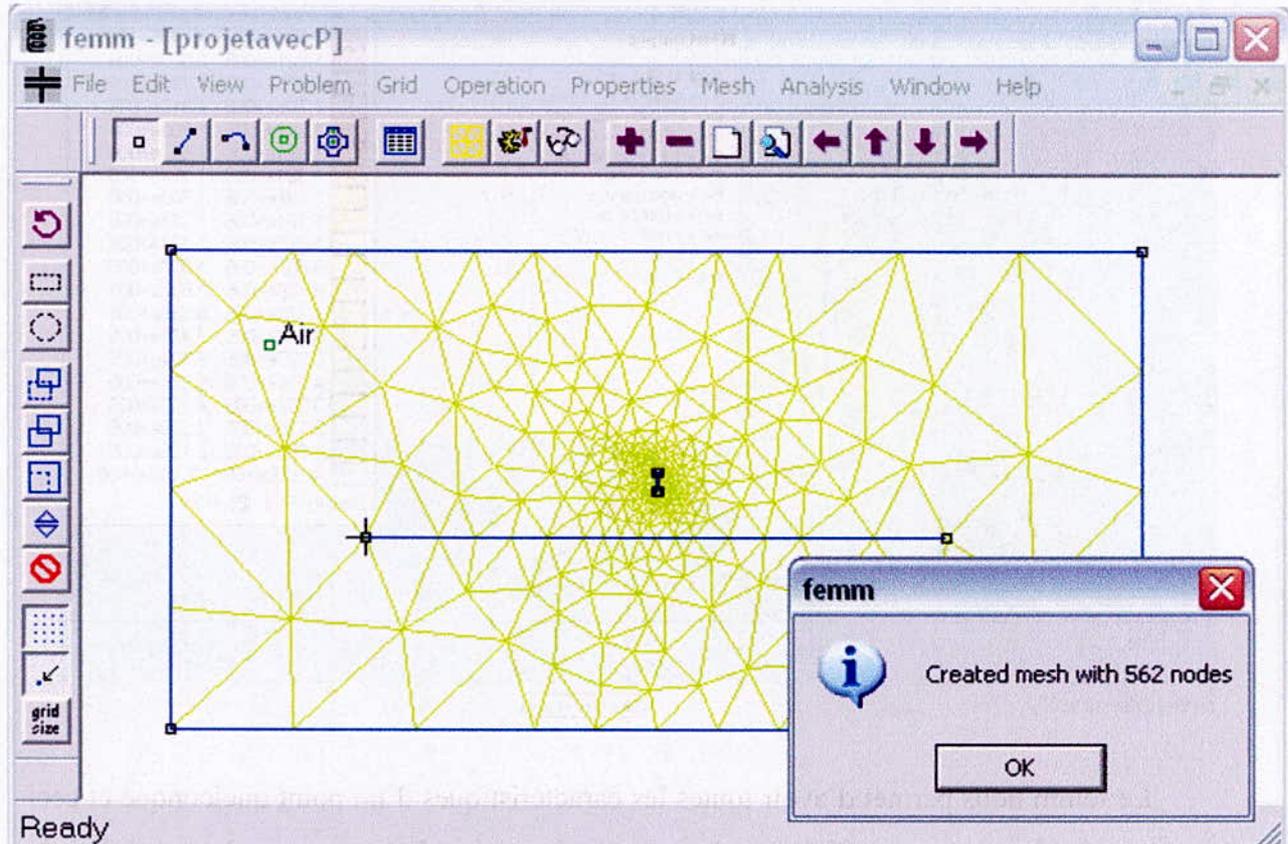
Ici nous arrivons à l'étape des conditions limites, nous devons déterminer un domaine représentant les frontières du système. Nous affectons à ces frontières la conditions  $V = 0$  c'est la condition aux limites de type Dirichlet, nous avons pris pour dimensions du domaine deux fois et demi les dimensions du système car au cours d'utilisation du femm nous avons remarqué qu'à partir de cette distance on peut supposer que les frontières n'influent pas sur le modèle.

Nous devons aussi affecter la nature du diélectrique existant entre la tige et le plan avec le bouton , et dans notre cas c'est de l'air :

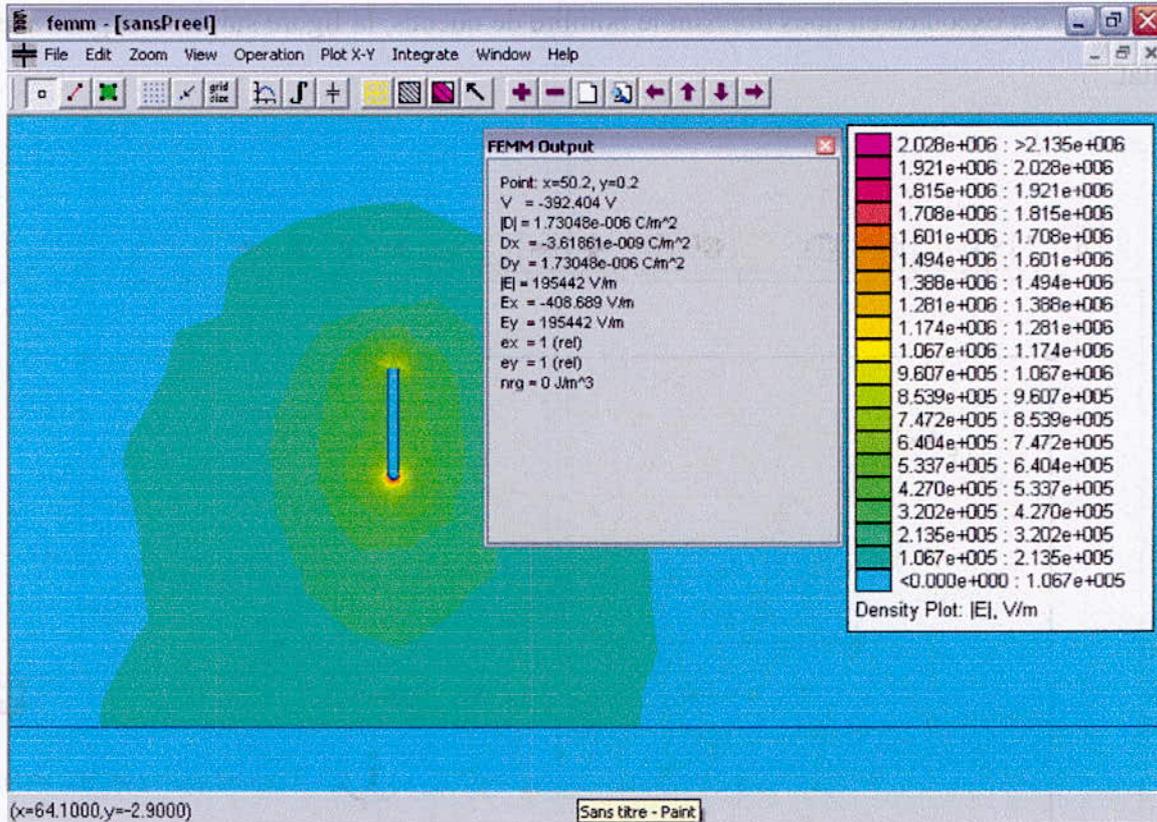


Maintenant il ne nous reste que l'affectation des tensions, pour le plan il est relié à la terre donc  $V = 0$  et pour la tige on lui affecte une haute tension.

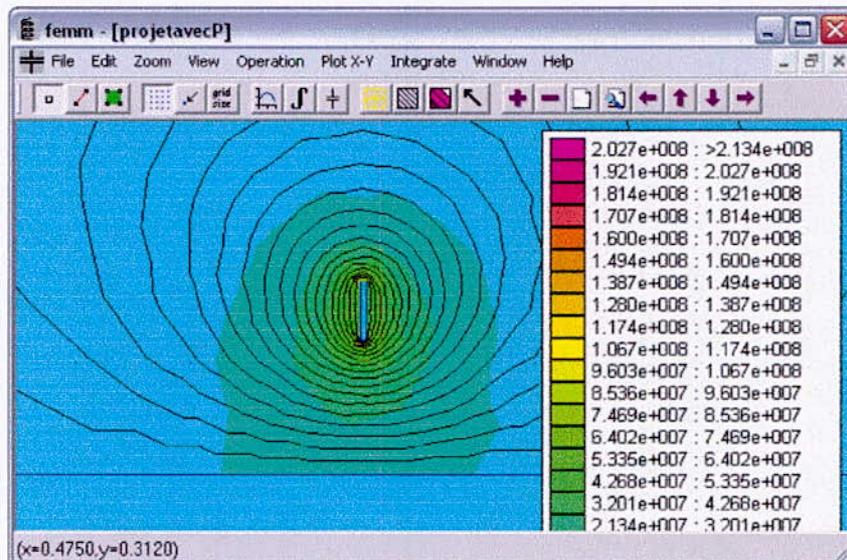
Le maillage et le calcul se fait par un simple clic sur  ensuite sur  respectivement, et l'instruction est exécutée en nous donnant le nombre de noeuds, la figure suivante explicite le résultat :



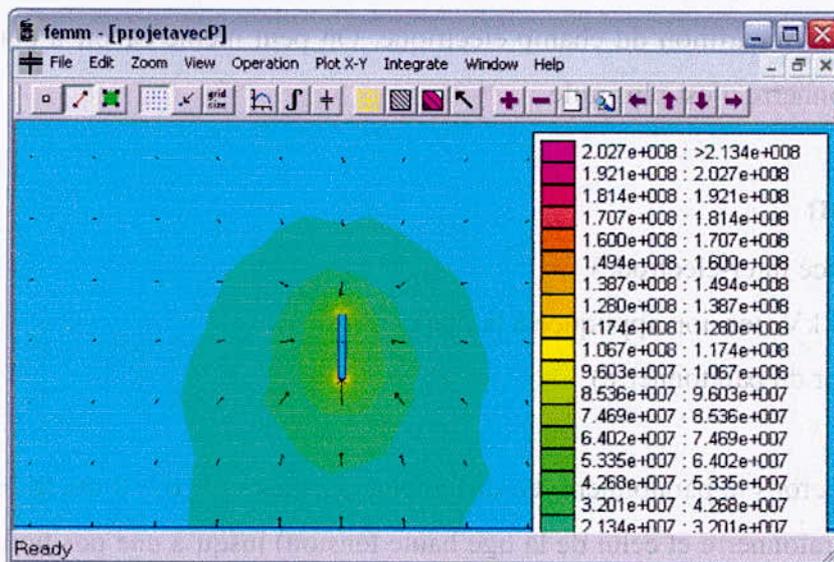
En ce moment, nous atteindrons l'étape de la présentation des résultats en cliquant sur  pour obtenir un diagramme donnant la répartition du champ électrique. Des couleurs foncées pour les régions où il est intense :



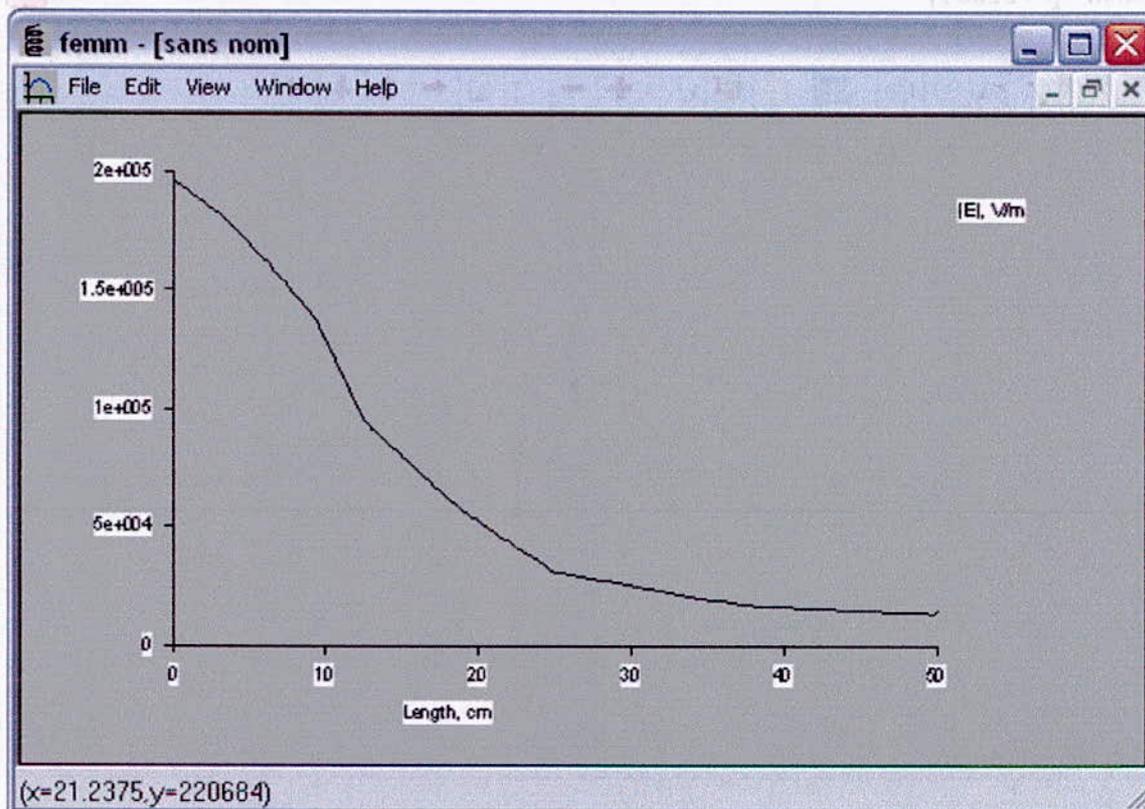
Le femm nous permet d'avoir toutes les caractéristiques d'un point quelconque et ceci par un simple clic, tout sera affiché sur la petite fenêtre grise. Et nous avons la possibilité de tracer les équipotentielles comme le montre la figure suivante :



Nous pouvons aussi tracer les vecteurs de champ électrique sur toute la grille avec un pas préalablement choisi, voici ce que ça donne :



Enfin nous avons la possibilité de tracer la courbe du champ électrique sur l'axe des abscisses x ou un autre axe de notre choix pour obtenir les variations :



### VII-3- Présentation des résultats obtenus par ce logiciel

Ce logiciel nous permettra de voir clairement l'influence de la position et la hauteur du paratonnerre sur la répartition du champ électrique. On peut même savoir à partir de quelle position le paratonnerre n'est plus utile.

#### Configuration

$h = 12 \text{ cm}$  (distance inter-électrode)

$U = 0.2 U_{0\%} = 40 \text{ kV}$  (tension appliquée à la tige)

$h_c = 4 \text{ cm}$  (hauteur du paratonnerre)

Nous placerons le paratonnerre en différentes positions, de  $d = 0 \text{ cm}$  ( $d$  est la distance entre l'axe du paratonnerre et celui de la tige haute tension) jusqu'à une position où le champ est négligeable sur sa pointe. Et au même temps nous présentons le modèle une fois avec et l'autre fois sans paratonnerre pour bien illustrer la différence :

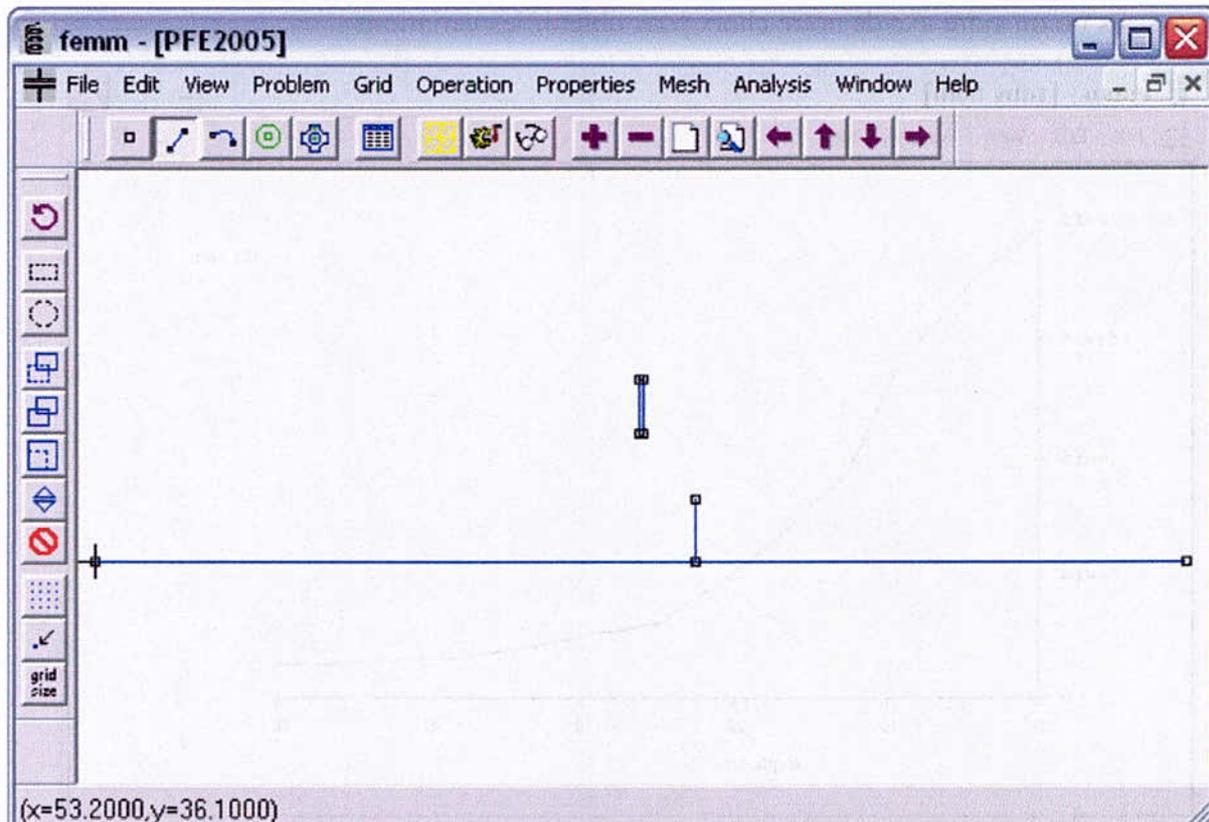


Figure VII.1 : Modèle de base du système tige-plan avec paratonnerre

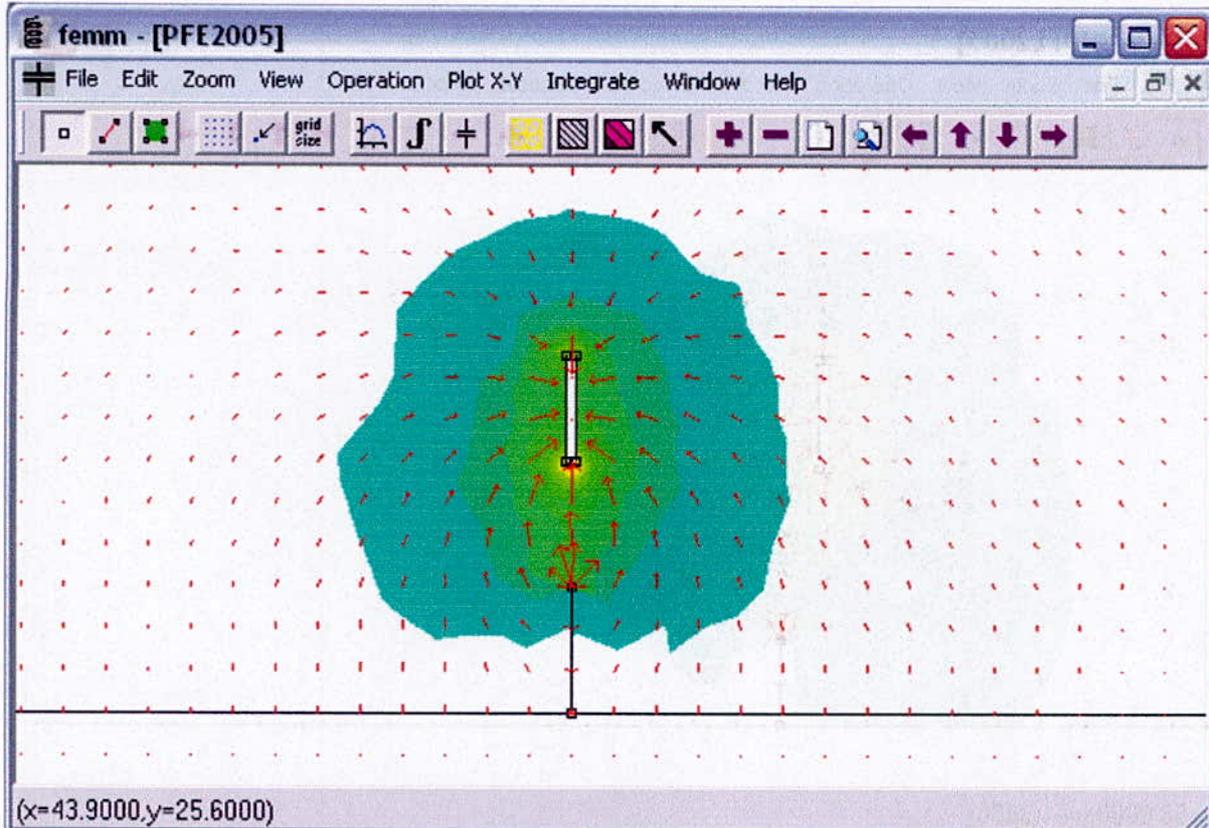


Figure VII.2 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 0$  cm

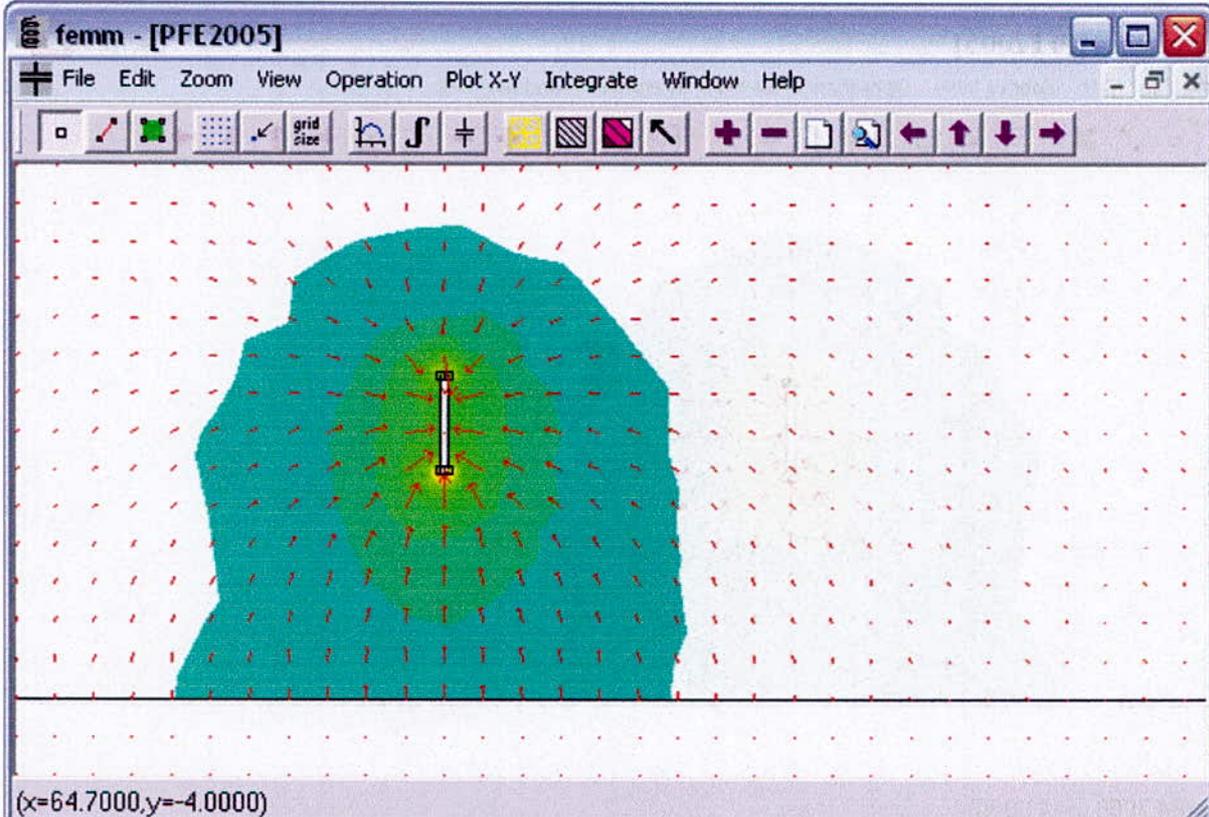


Figure VII.3 : système tige-plan sans paratonnerre

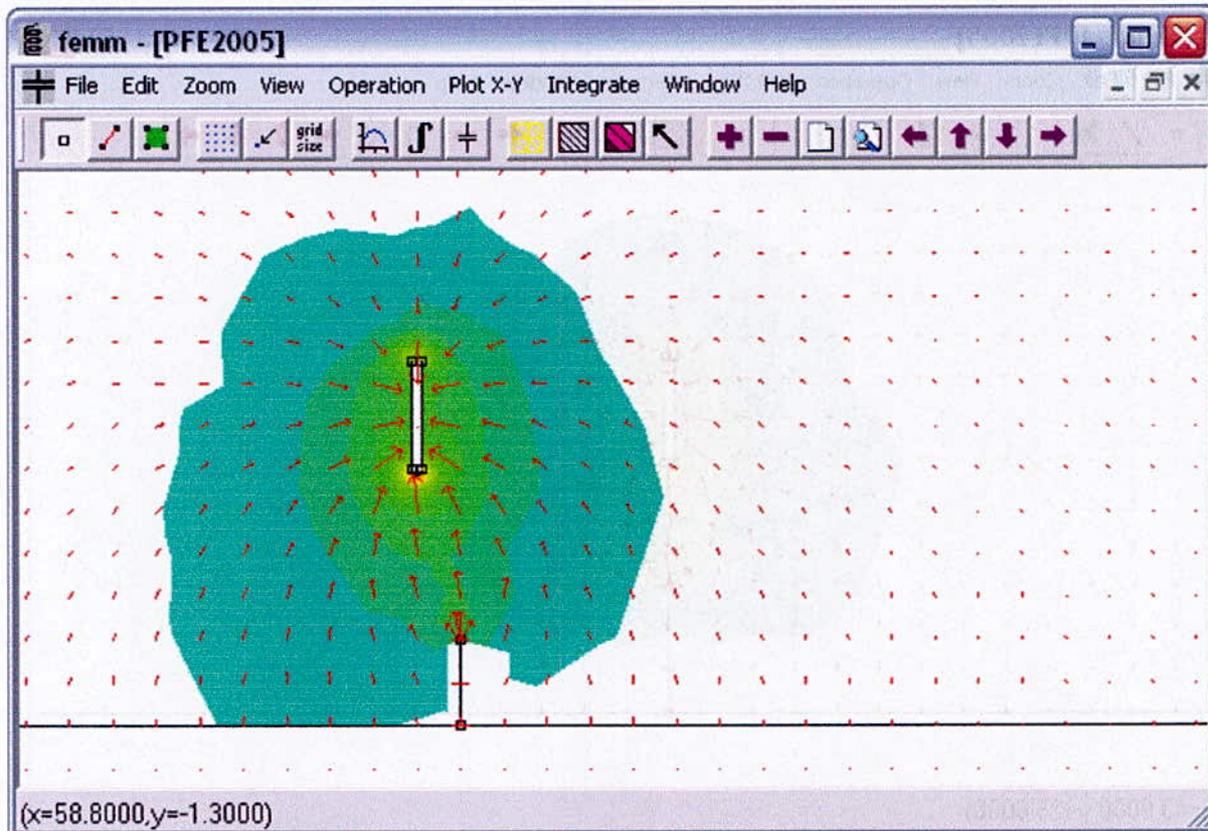
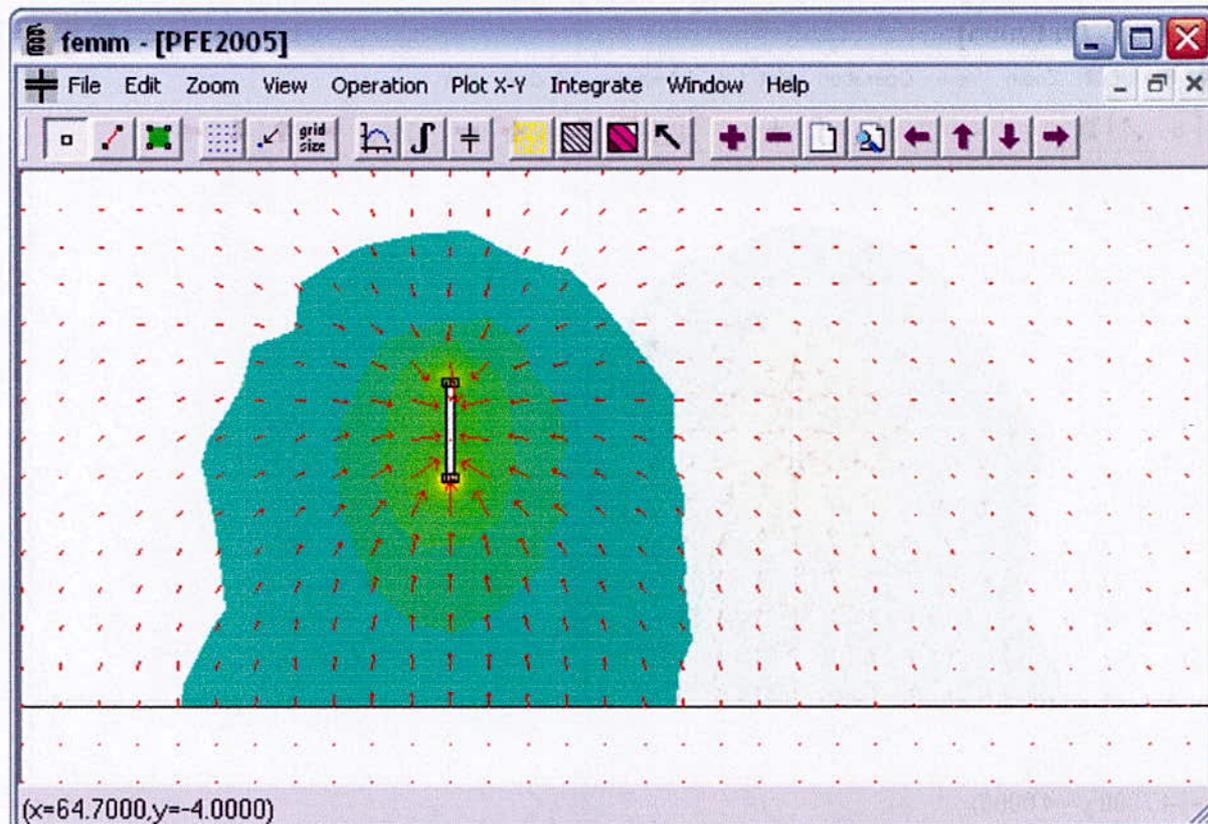
Figure VII.4 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 2$  cm

Figure VII.5 : système tige-plan sans paratonnerre

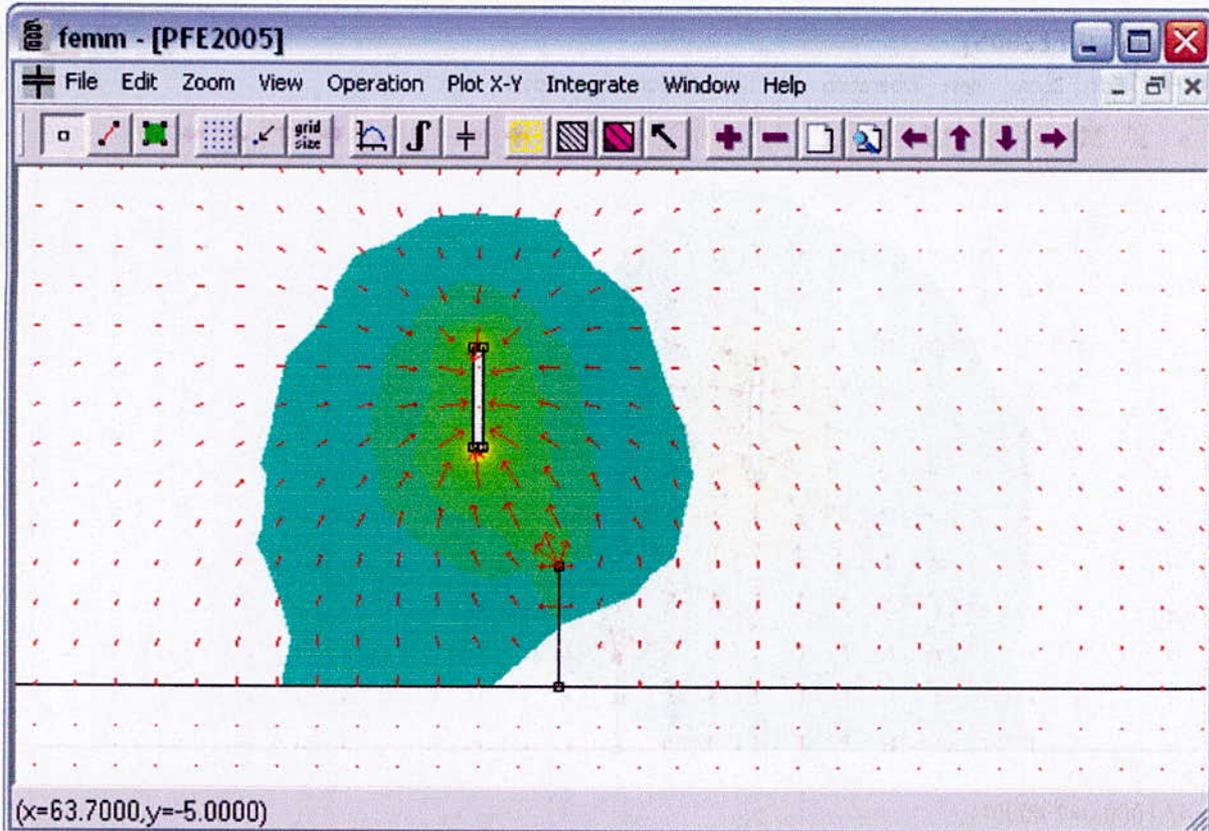


Figure VII.6 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 4$  cm

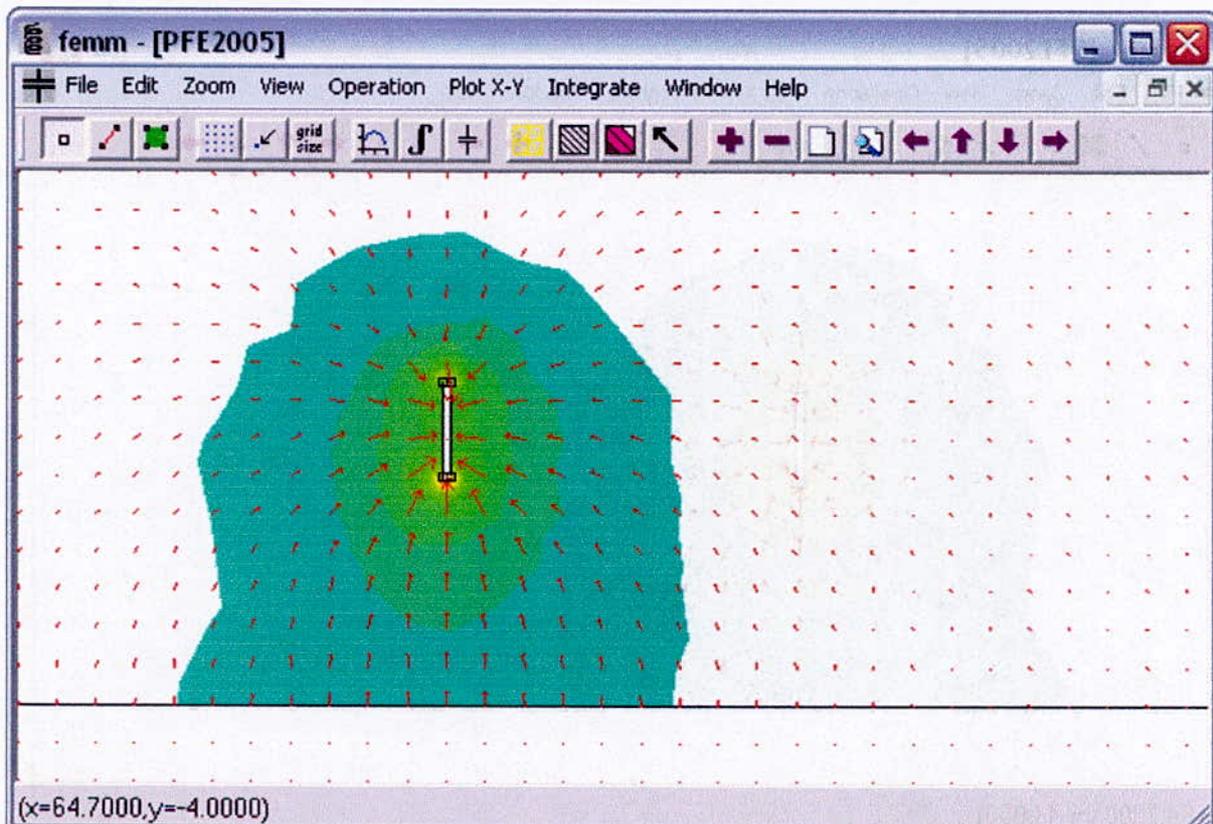


Figure VII.7 : système tige-plan sans paratonnerre

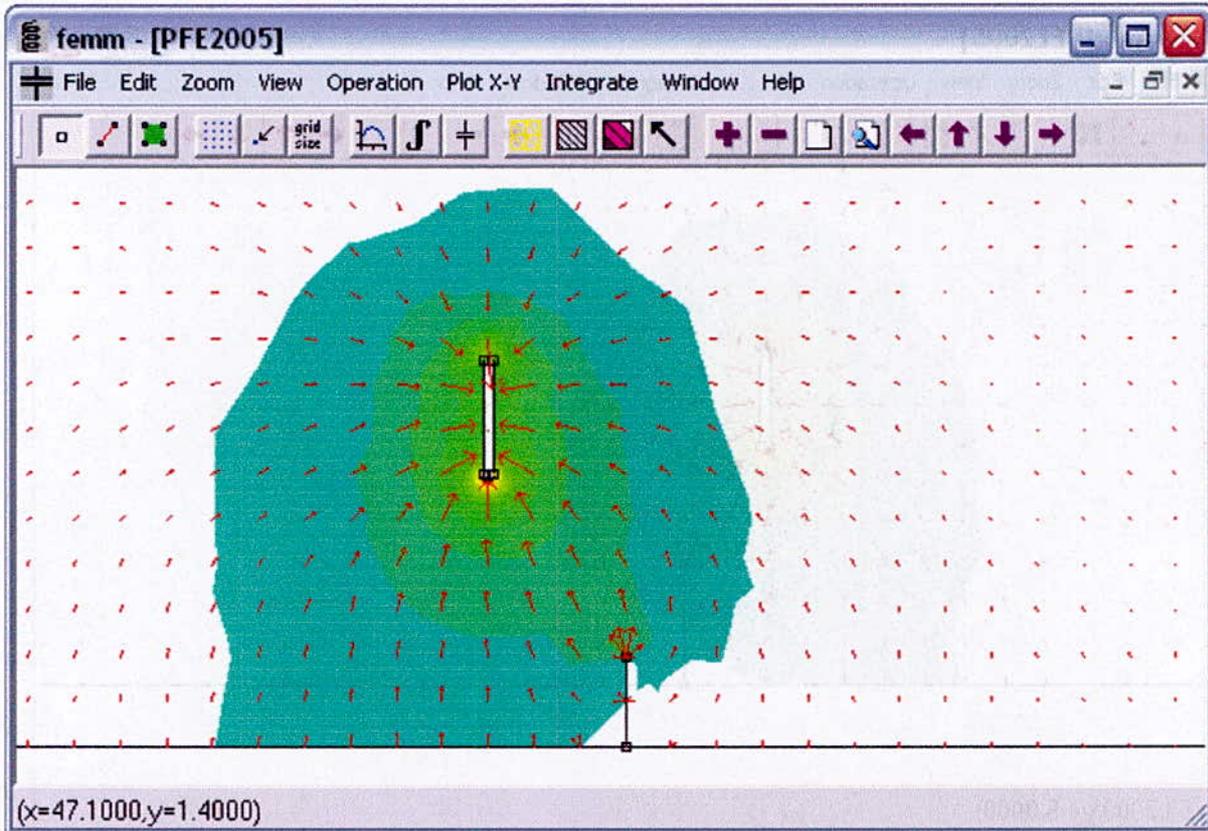


Figure VII.8 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 6 \text{ cm}$

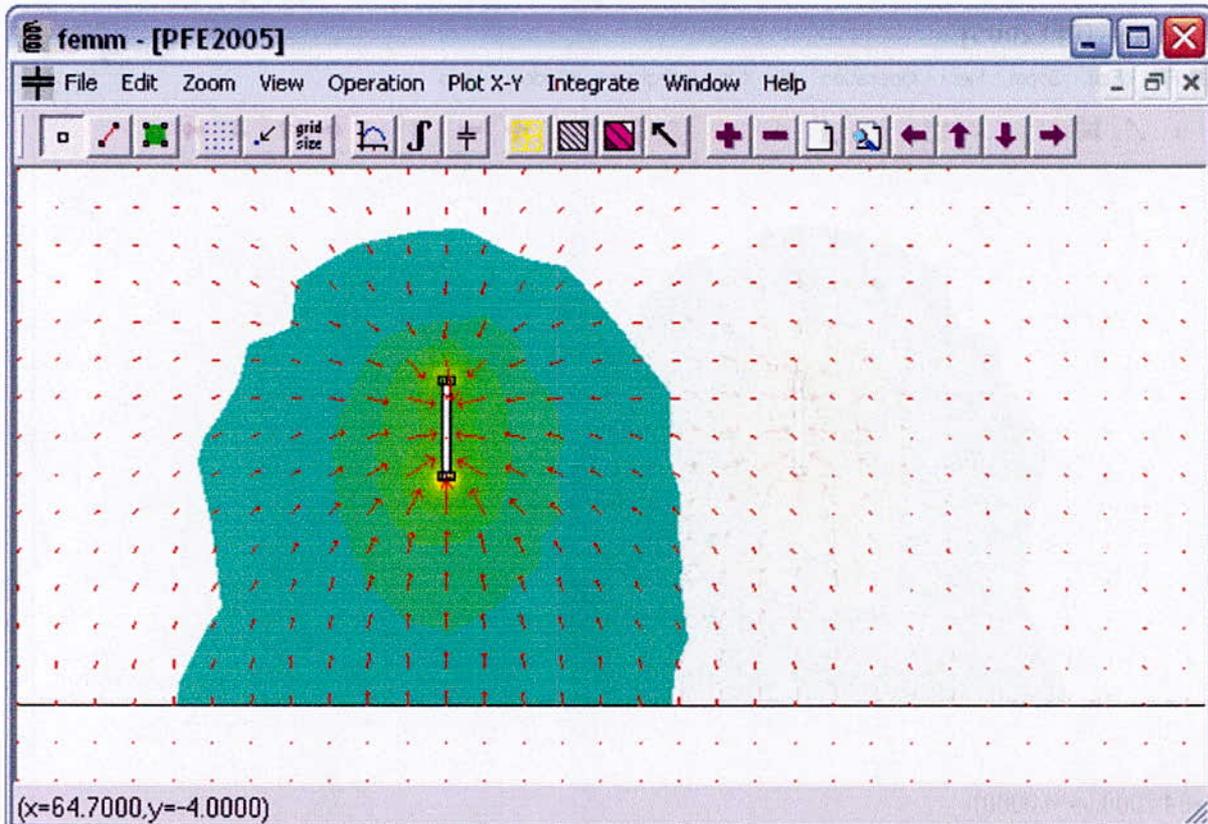


Figure VII.9 : système tige-plan sans paratonnerre

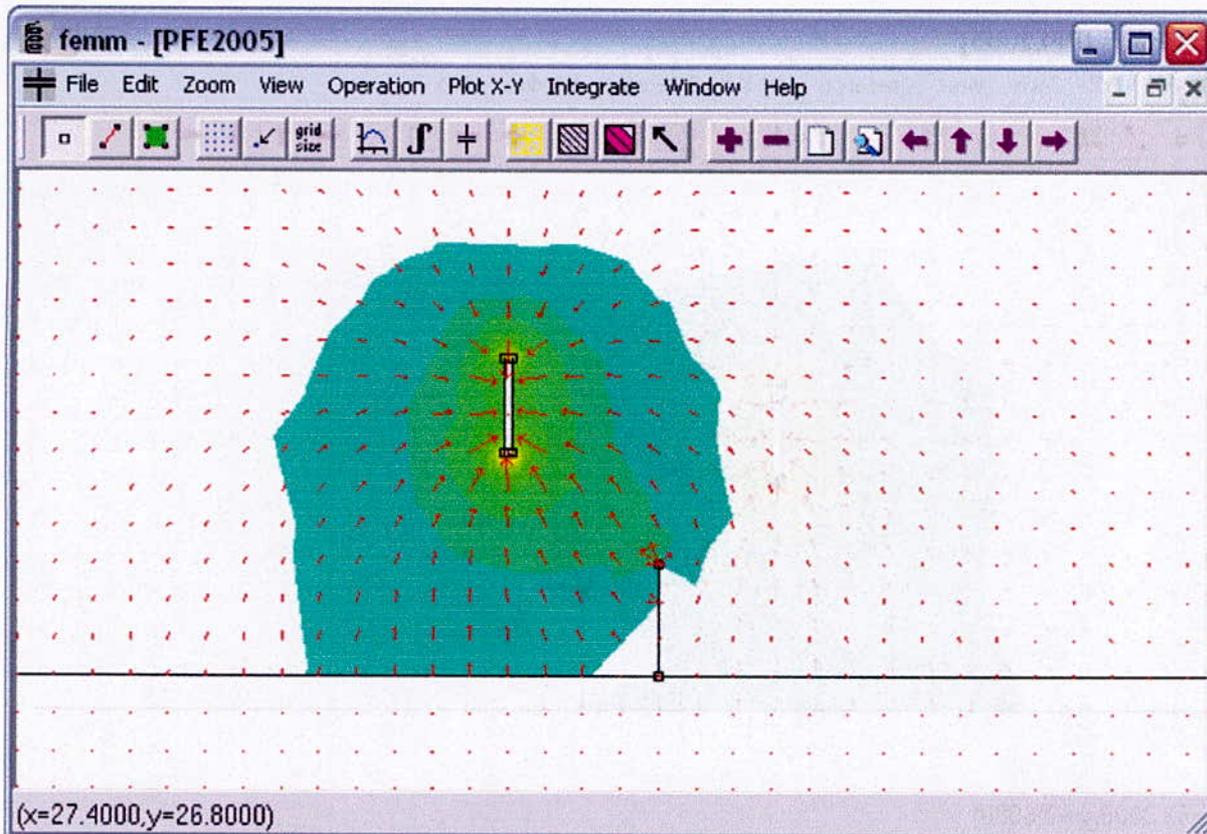


Figure VII.10 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 8$  cm

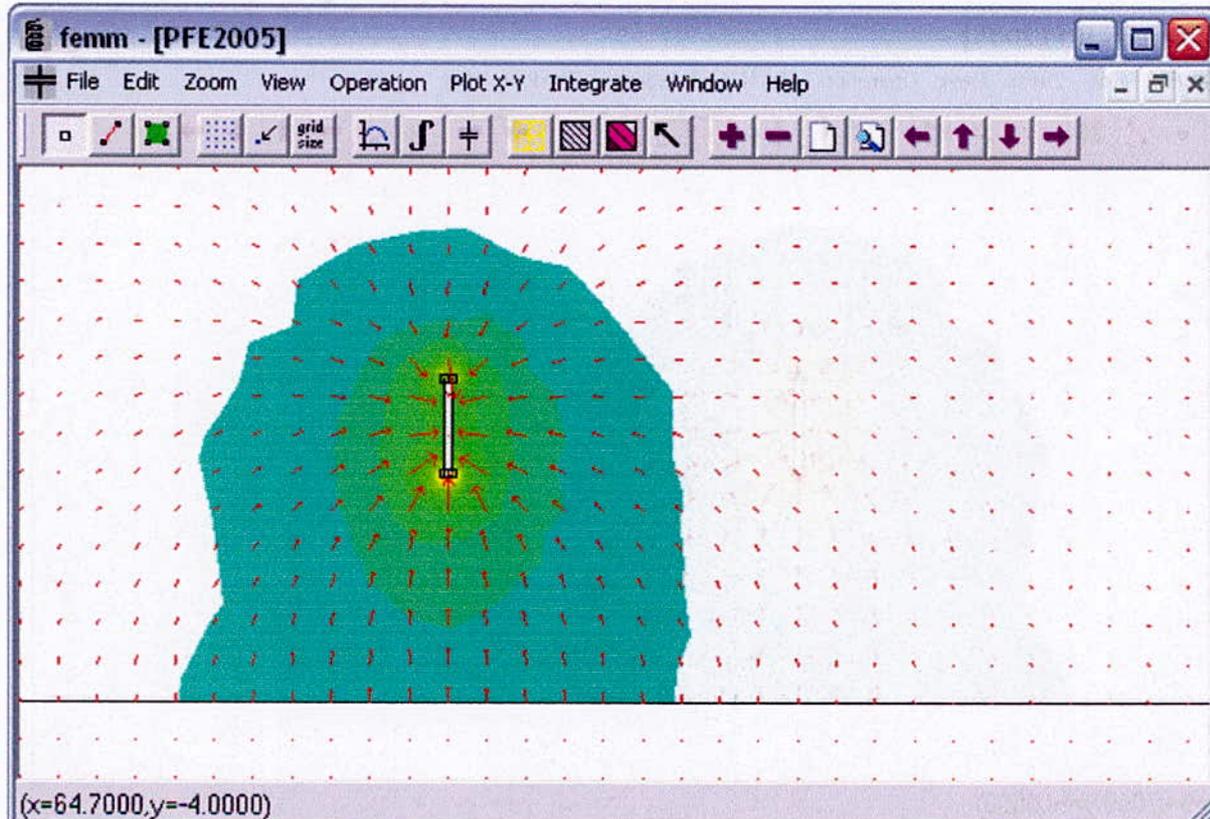


Figure VII.11 : système tige-plan sans paratonnerre

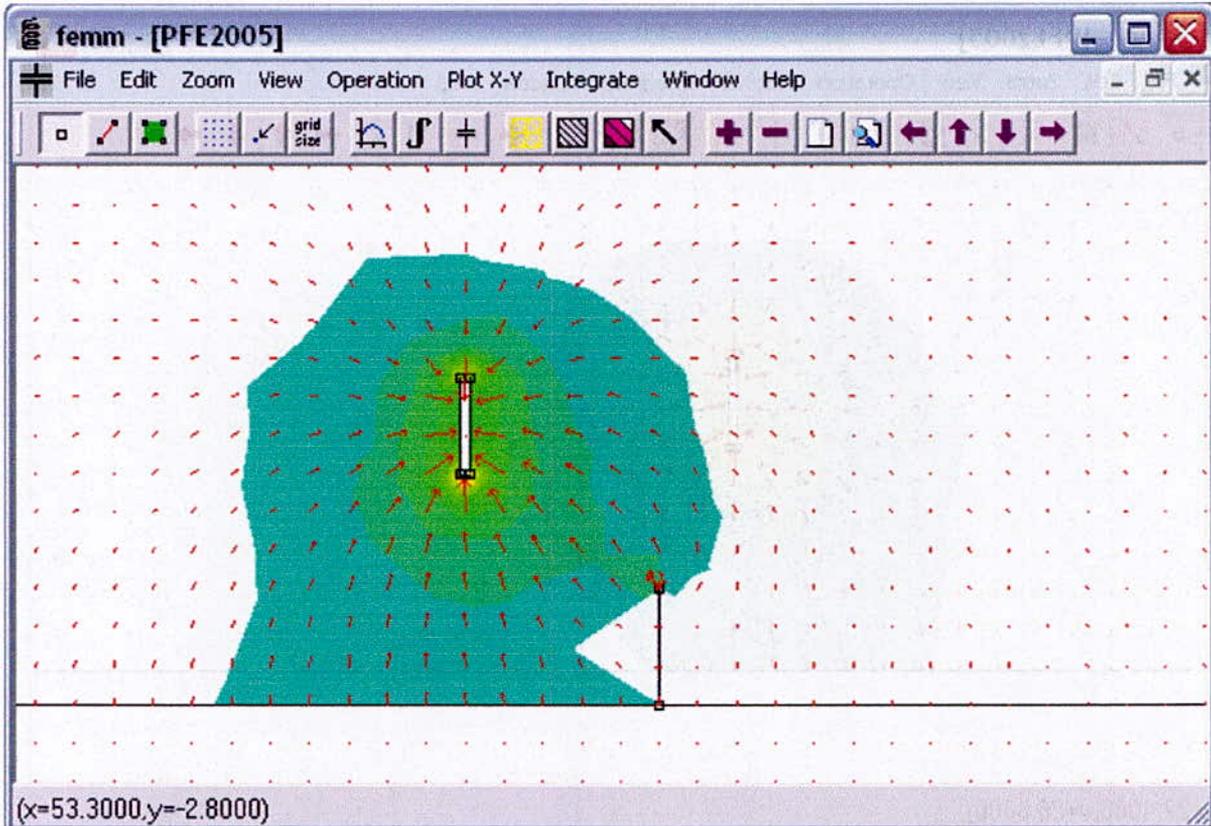


Figure VII.12 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 10$  cm

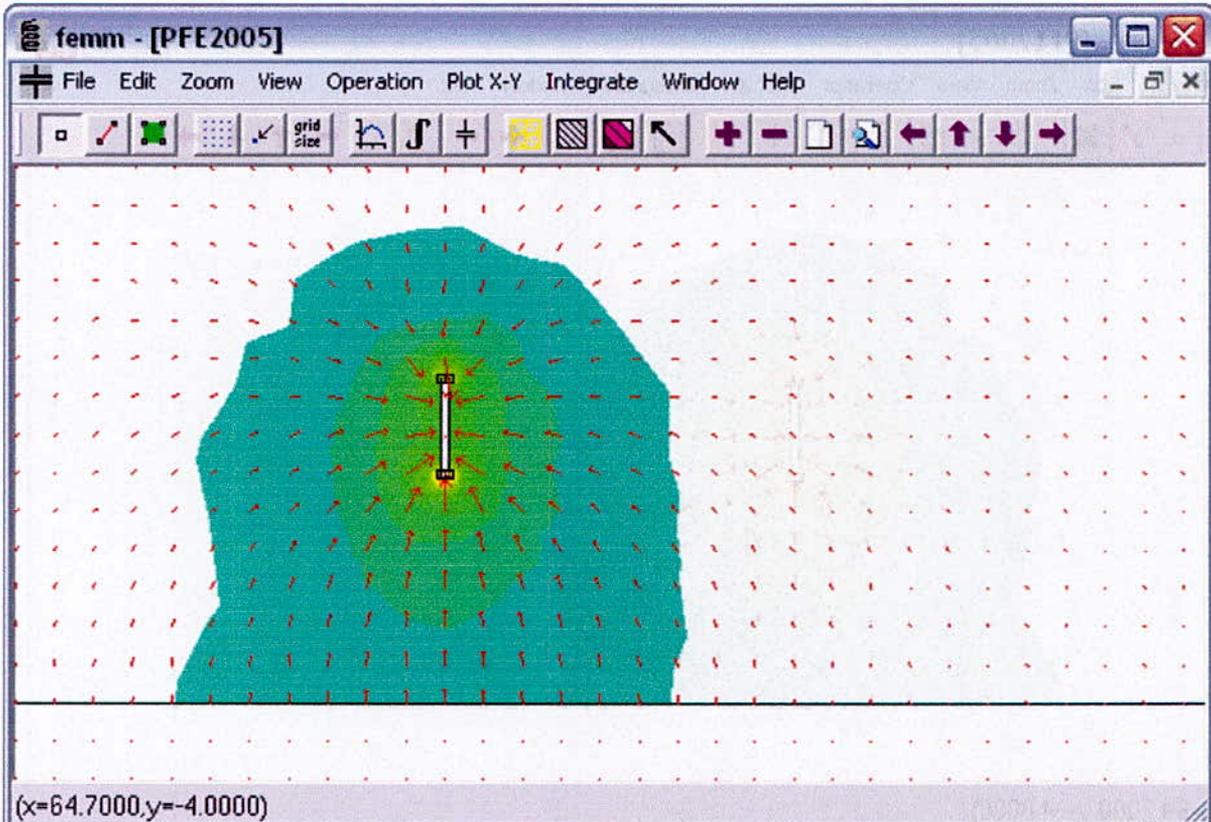


Figure VII.13: système tige-plan sans paratonnerre

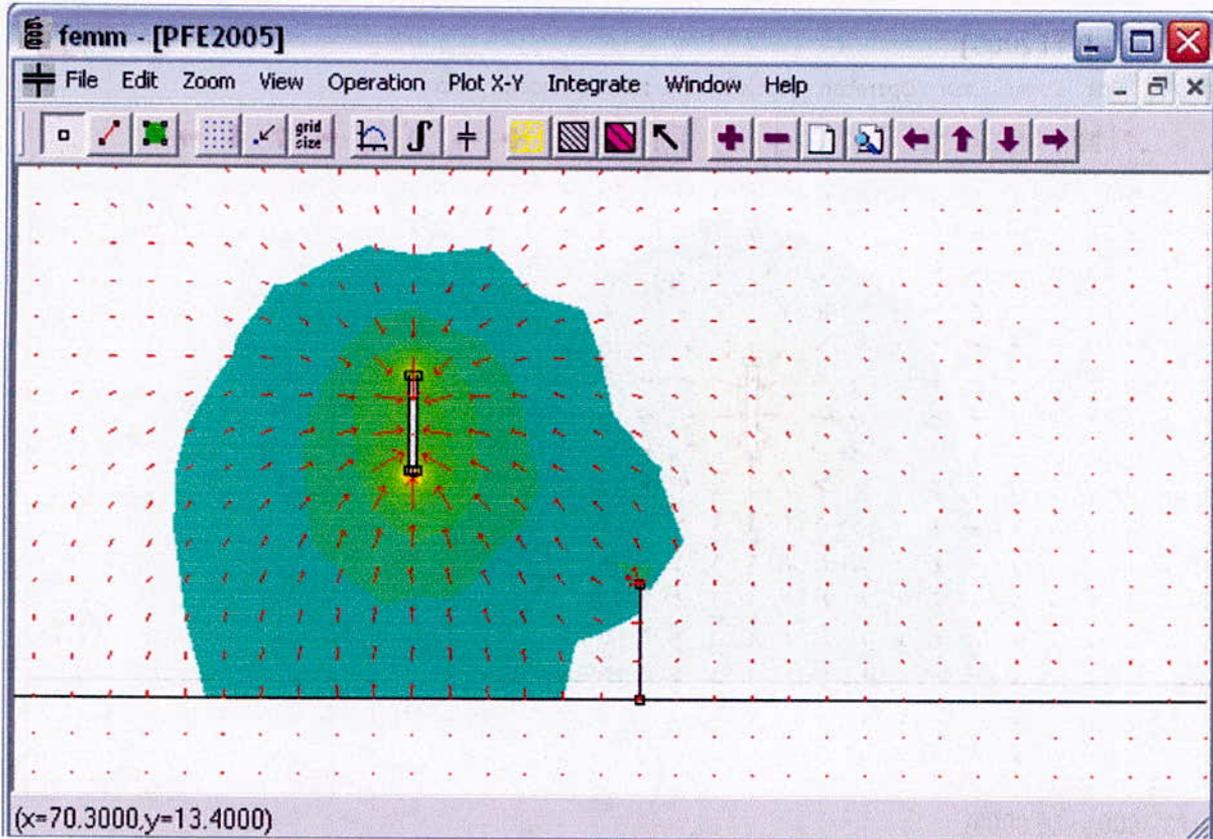


Figure VII.14 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 12$  cm

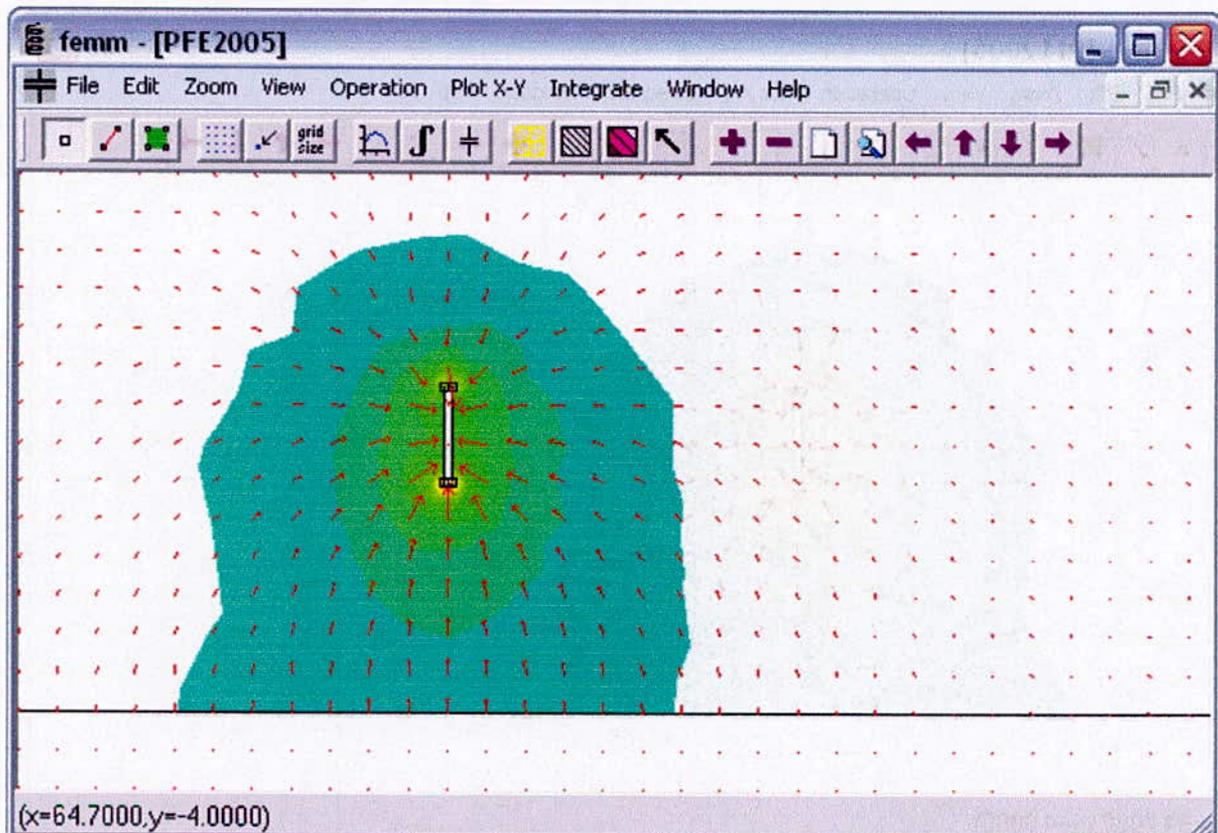


Figure VII.15 : système tige-plan sans paratonnerre

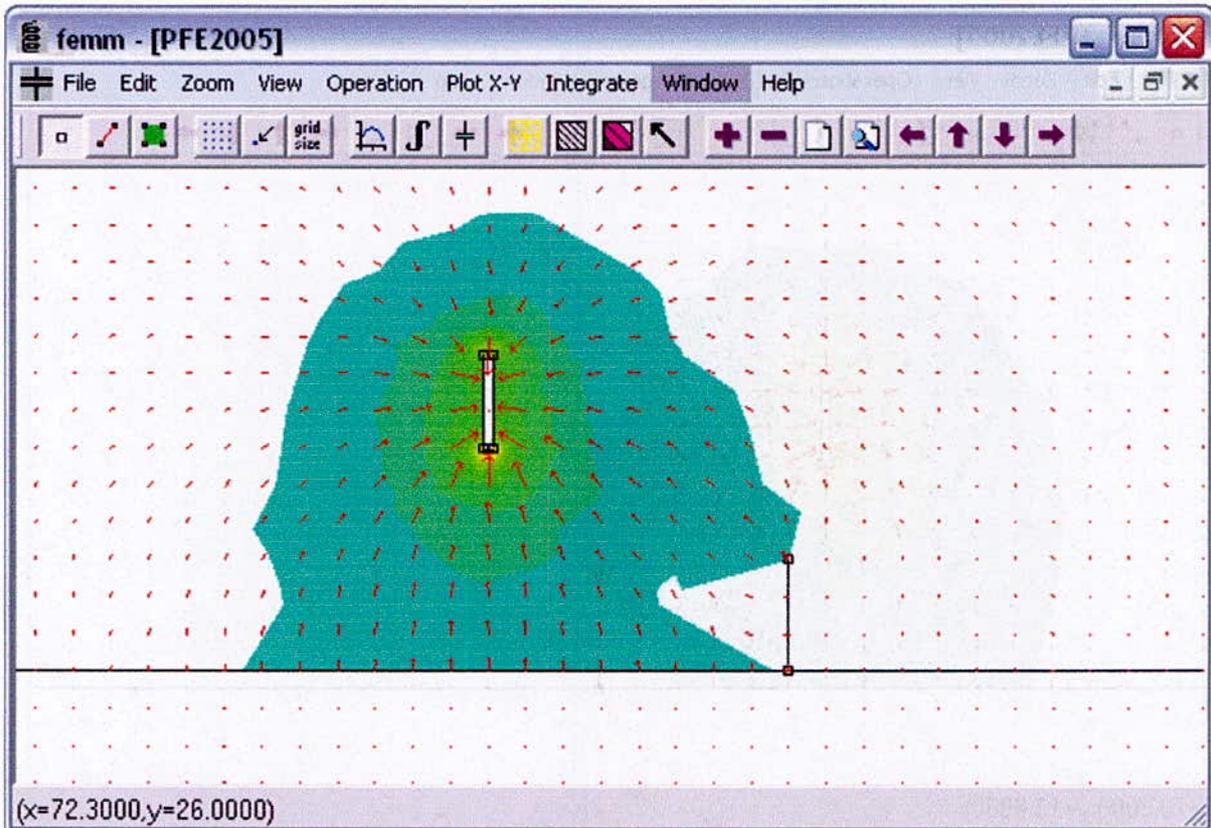


Figure VII.16: système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 16$  cm

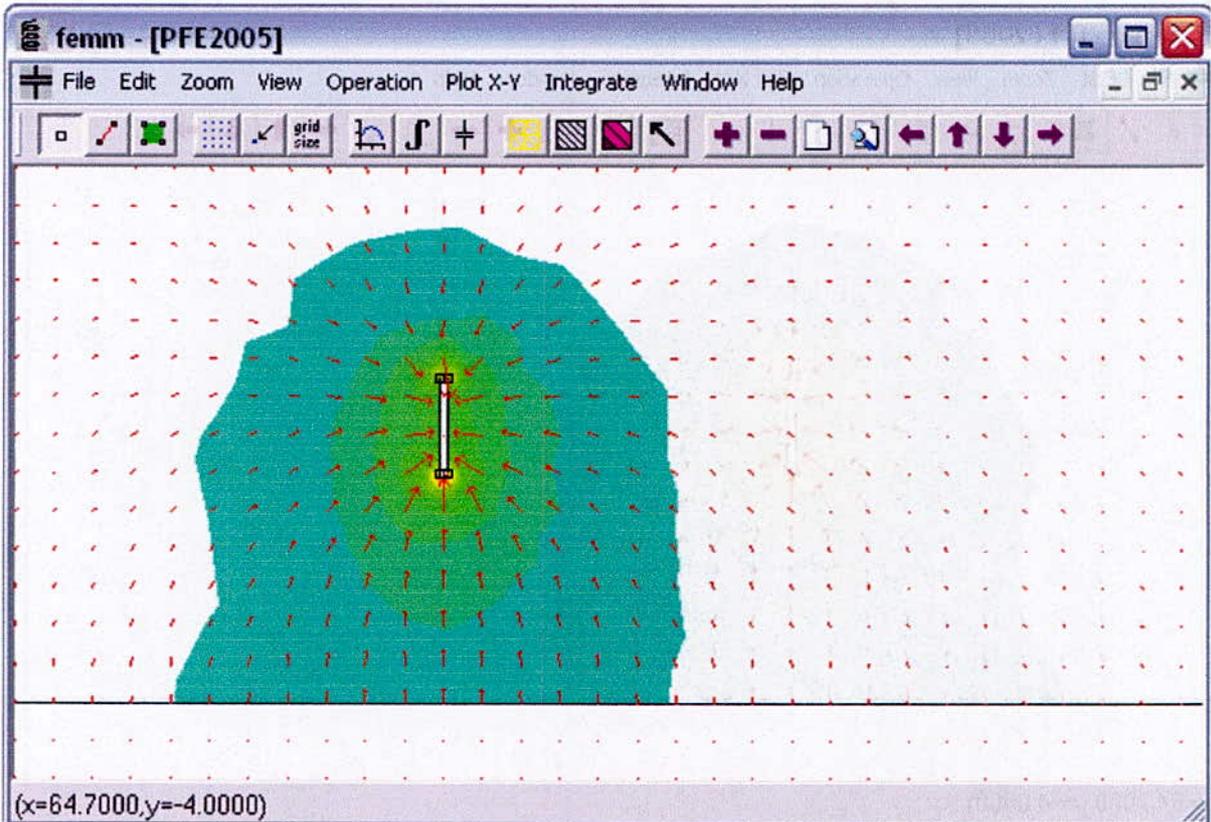


Figure VII.17 : système tige-plan sans paratonnerre

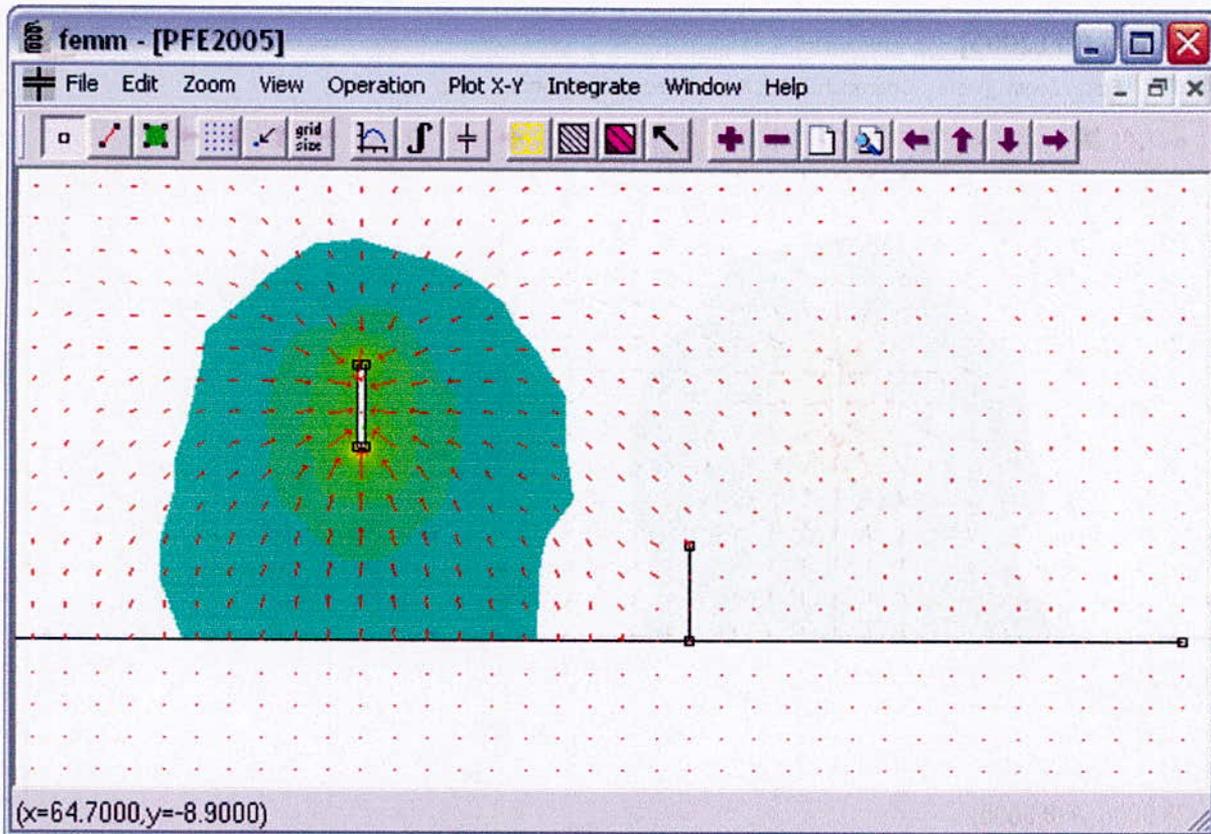


Figure VII.18 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 20$  cm

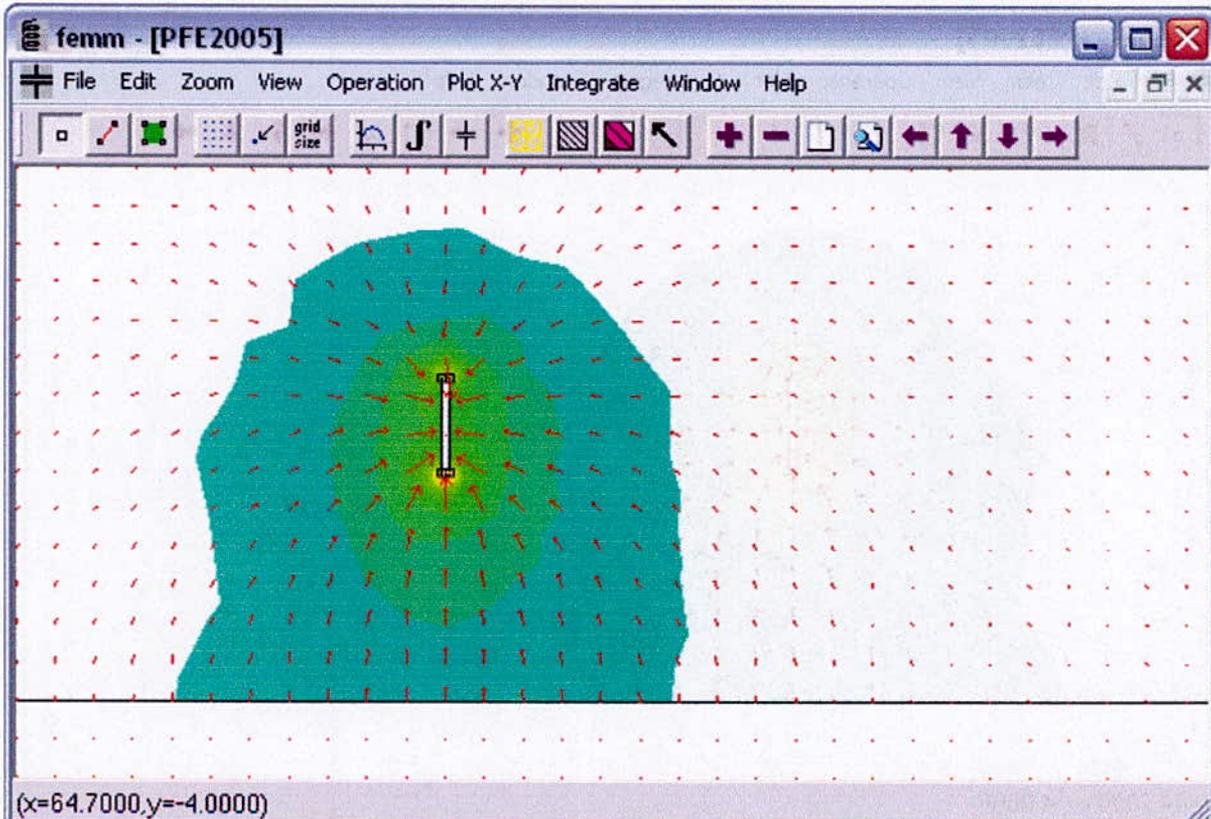


Figure VII.19: système tige-plan sans paratonnerre

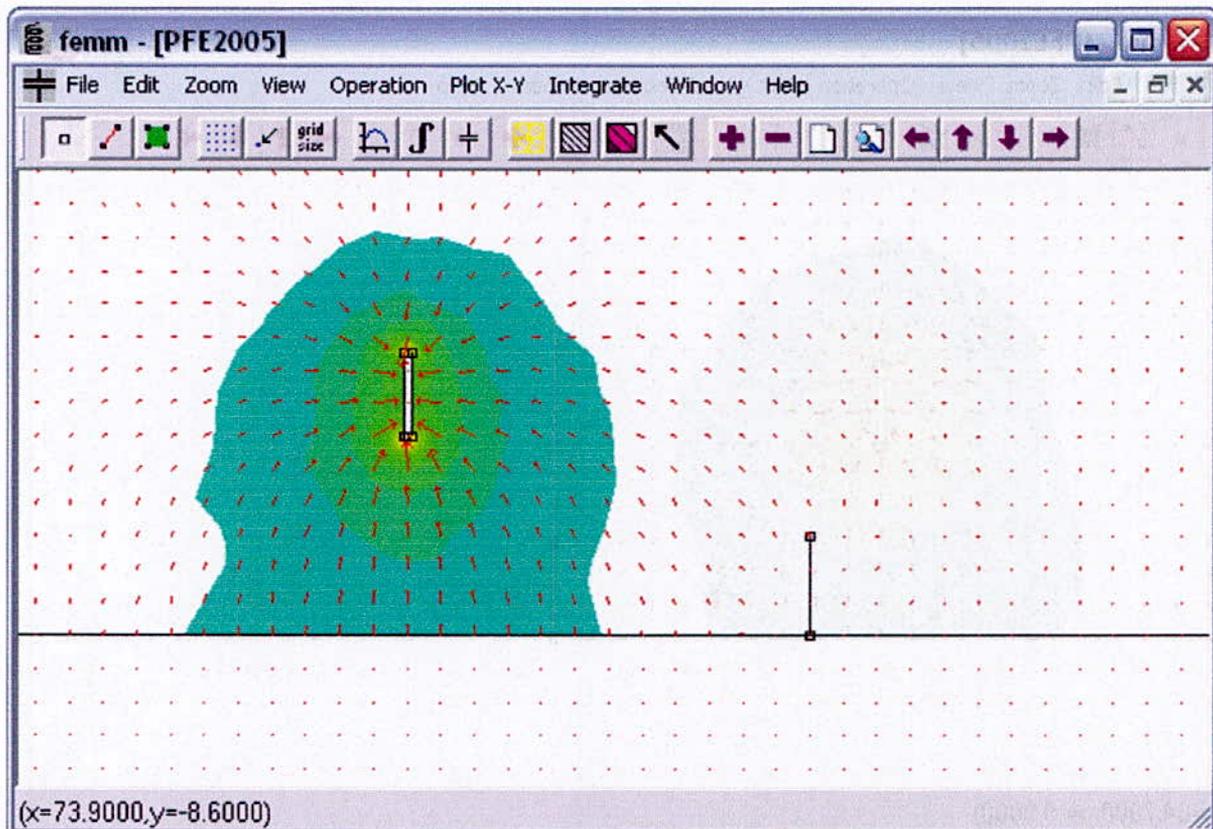
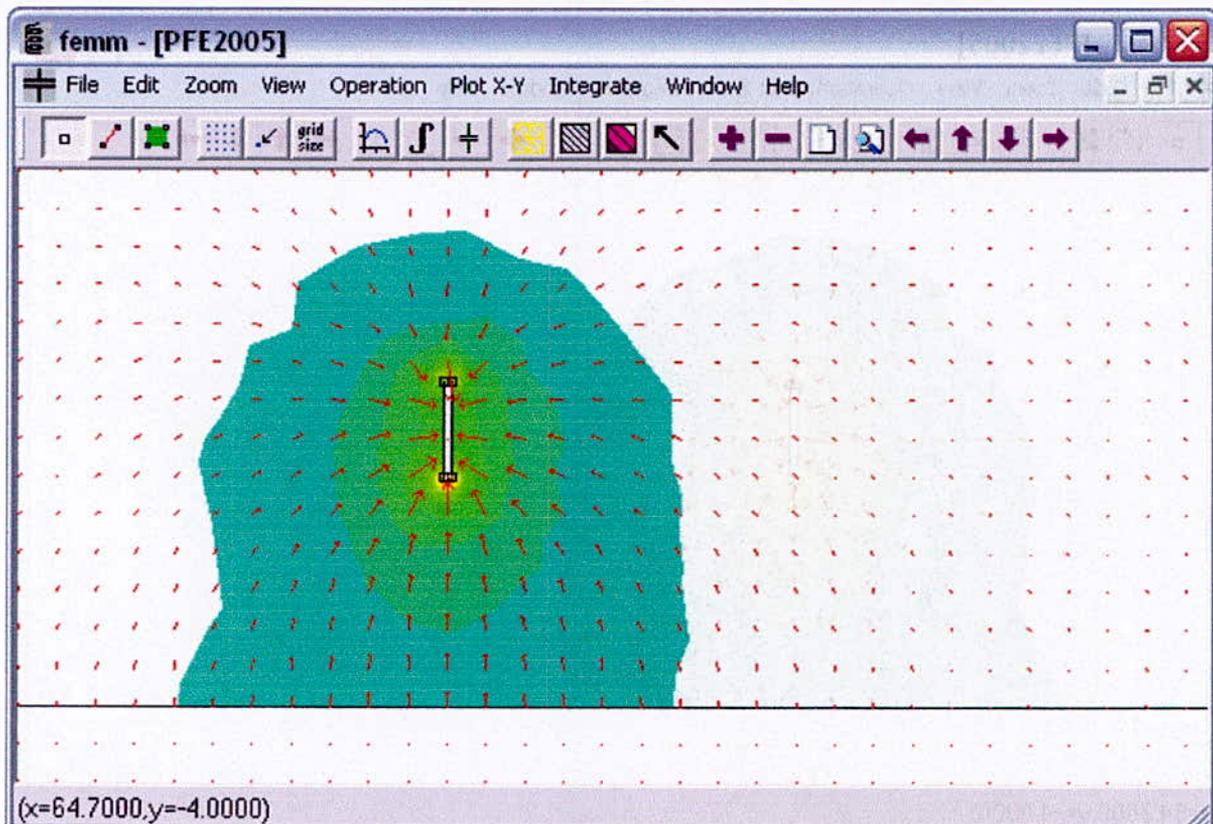
Figure VII.20 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 30$  cm

Figure VII.21 : système tige-plan sans paratonnerre

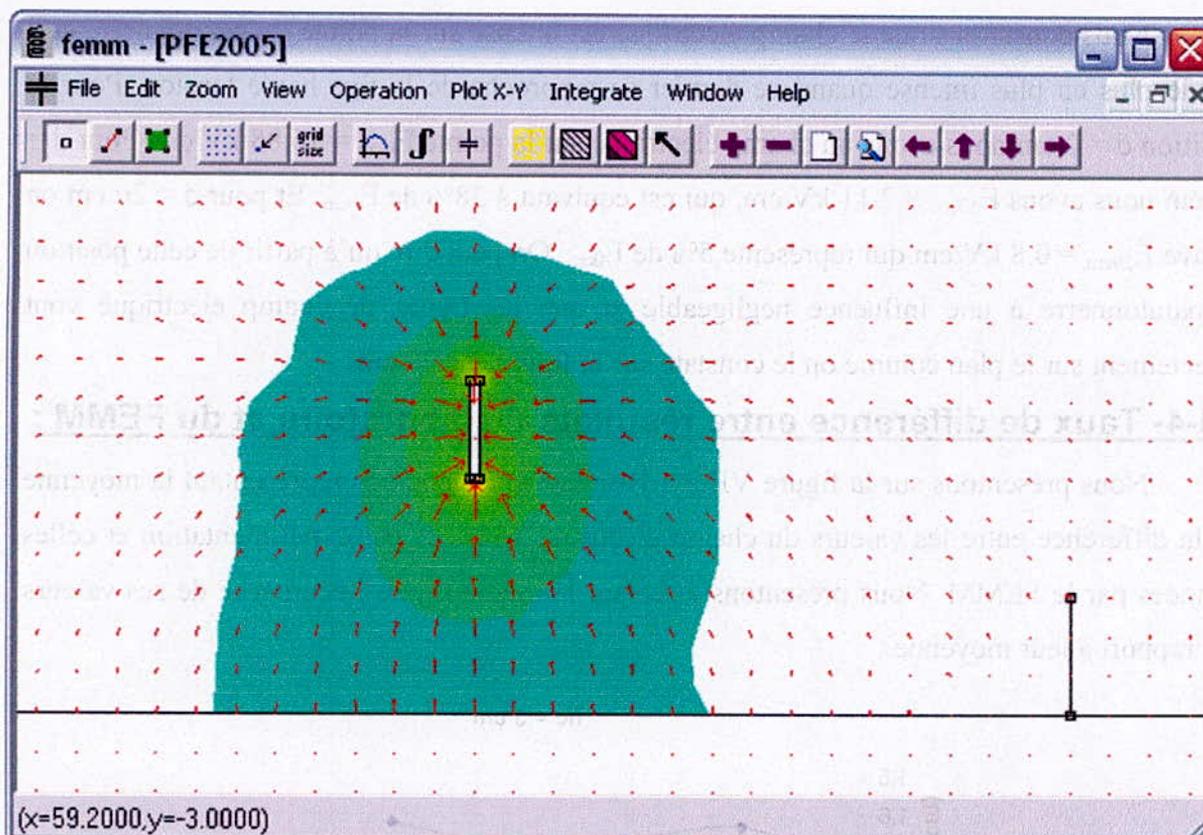
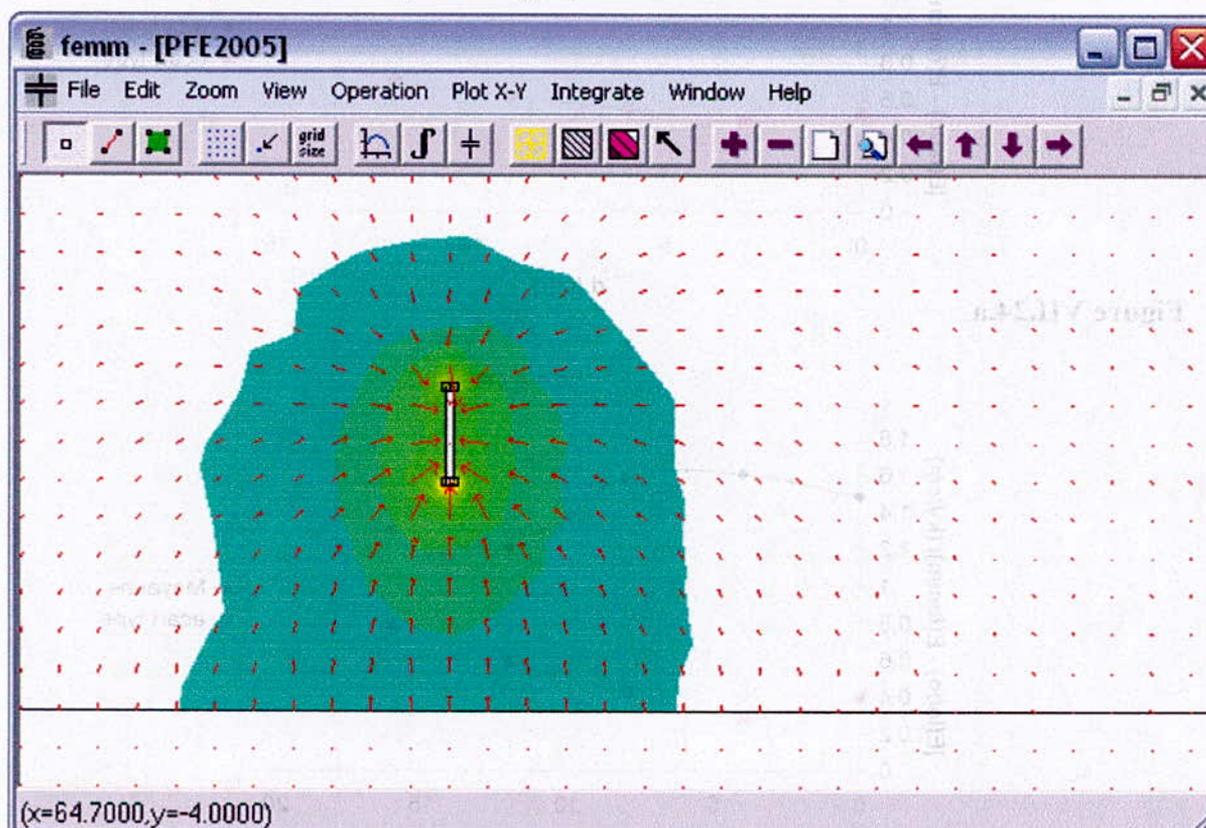
Figure VII.22 : système tige-plan avec paratonnerre à  $d = 40$  cm

Figure VII.23 : système tige-plan sans paratonnerre

Nous constatons que le champ électrique est intense sur la pointe du paratonnerre et il est de plus en plus intense quand ce dernier se rapproche de la tige haute tension. Pour la position  $d = 0$  cm nous avons un champ électrique sur la pointe  $E_{0\text{cm}} = 16.88$  kV/cm. Pour  $d = 10$  cm nous avons  $E_{10\text{cm}} = 2.11$  kV/cm, qui est équivalent à 38% de  $E_{0\text{cm}}$ . Et pour  $d = 20$  cm on trouve  $E_{20\text{cm}} = 0.8$  kV/cm qui représente 5% de  $E_{0\text{cm}}$ . On peut dire qu'à partir de cette position le paratonnerre a une influence négligeable et que les lignes de champ électrique vont directement sur le plan comme on le constate sur la figure  $d = 20$  cm.

**VII-4- Taux de différence entre résultats du laboratoire et du FEMM :**

Nous présentons sur la figure VII.24, là-dessous, les courbes représentant la moyenne de la différence entre les valeurs du champ électrique trouvées par expérimentation et celles données par le FEMM. Nous présentons aussi sur la même figure l'écart type de ses valeurs par rapport à leur moyenne :

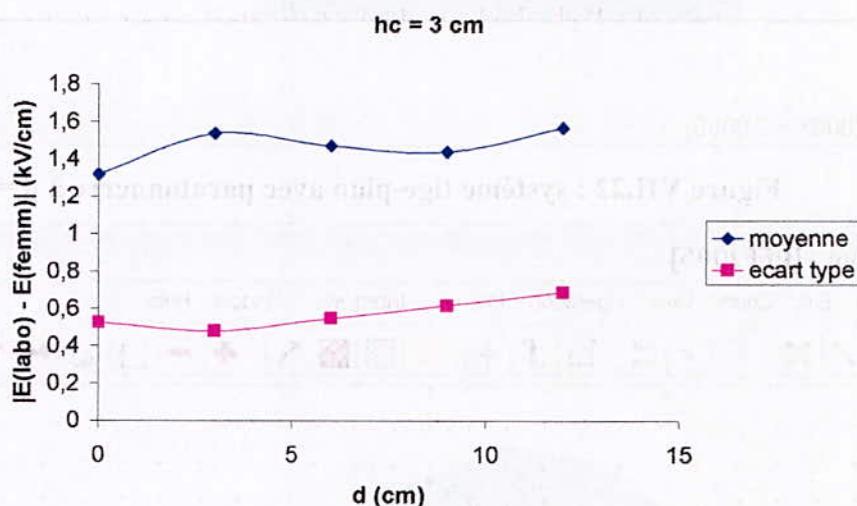


Figure VII.24.a

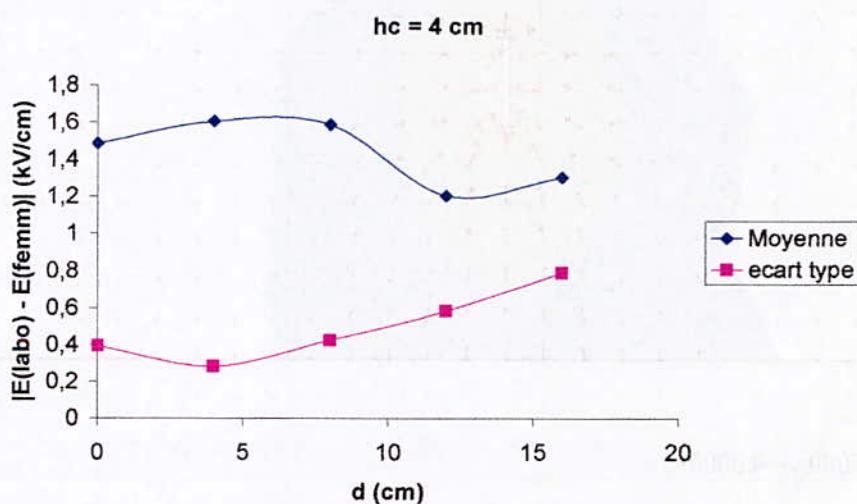


Figure VII.24.b

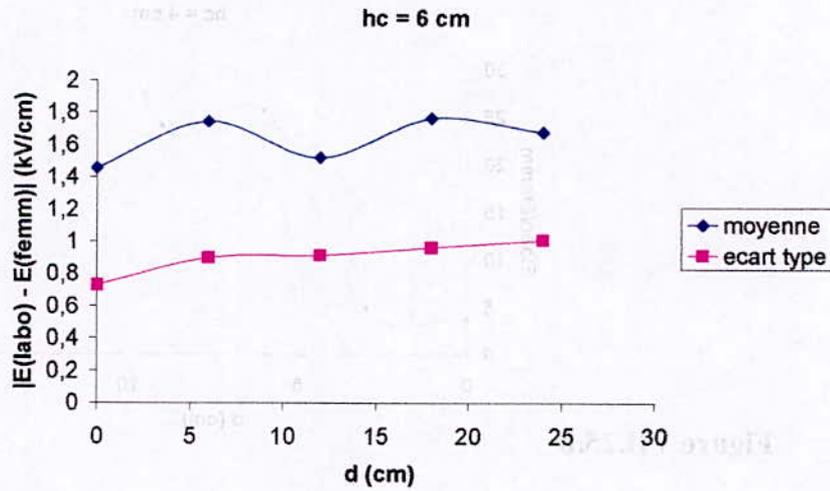


Figure VII.24.c

Figure VII.24 (a,b,c) : Moyenne et écart type de la différence entre la valeur du champ électrique mesurée au laboratoire et celle donnée par le Femm

On peut présenter aussi le rapport  $\frac{E_{labo}}{E_{femm}} = f(d)$  pour une meilleure illustration de la différence : (figure VII.25)

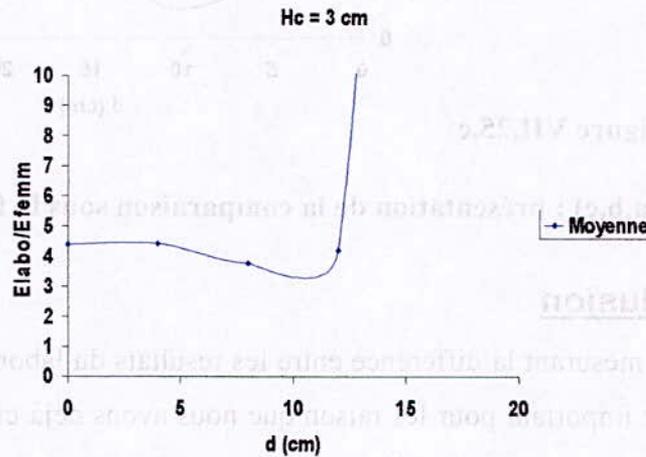


Figure VII.25.a

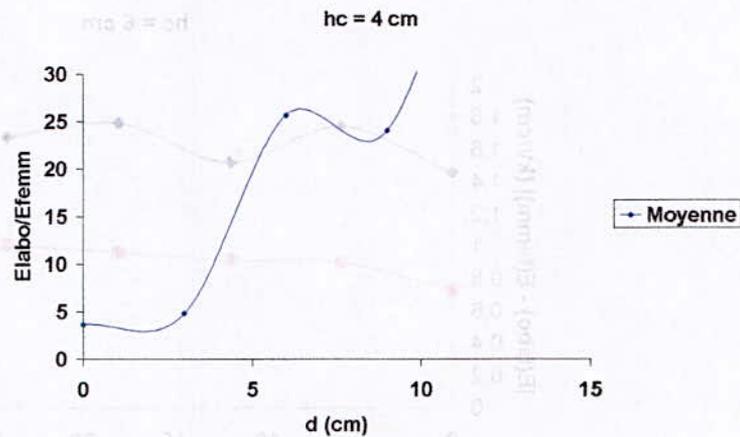


Figure VII.25.b

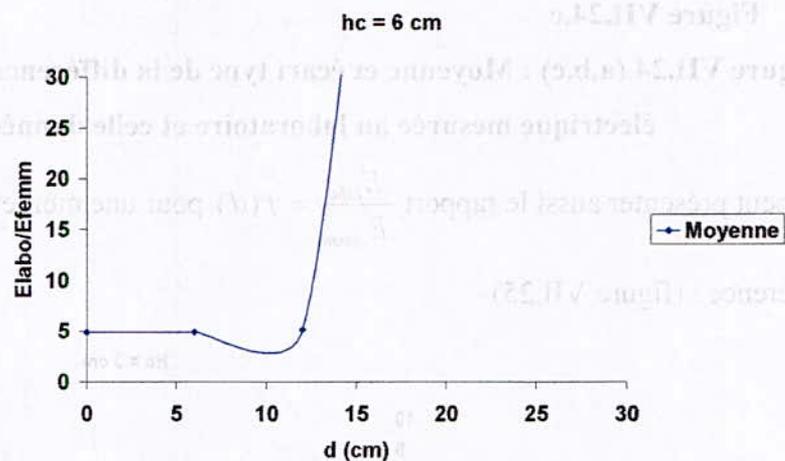


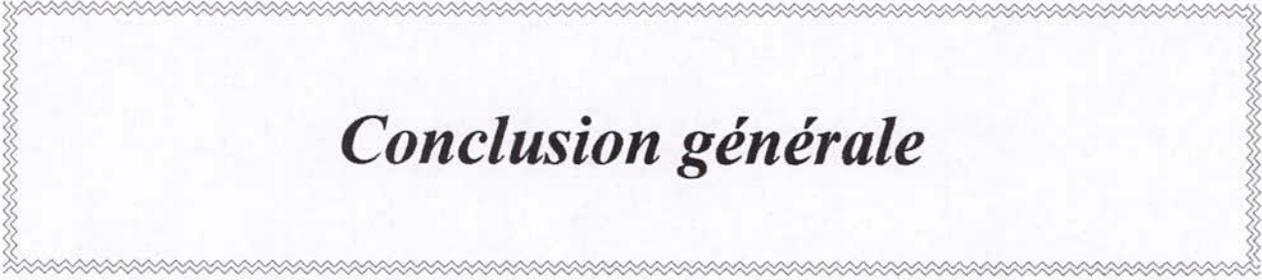
Figure VII.25.c

Figure VII.25(a,b,c) : présentation de la comparaison sous la forme  $\frac{E_{labo}}{E_{femm}} = f(d)$

### VII-5- Conclusion

Le taux mesurant la différence entre les résultats du laboratoire et ceux obtenus par le Femm est assez important pour les raisons que nous avons déjà citées : apparition des charges d'espace, décharges couronne et décharges streamers.

C'est là que se résume le problème d'utilisation de ce genre de logiciel, car il faudrait simuler tous les objets et introduire tous les paramètres influant sur le champ électrique qui existent au laboratoire. En réalité ce n'est pas évident, car il faudrait poser les bonnes hypothèses pour prendre en considération toutes les influences et se passer de tout ce qui est négligeable jusqu'à avoir les mêmes résultats. Et à ce moment là, on pourra compléter nos essais et obtenir des résultats fiables et satisfaisants pour les systèmes compliqués à réaliser ou des grandeurs difficiles à mesurer.



## *Conclusion générale*

Dans le but d'atteindre une meilleure protection contre la foudre, les principales études ont pour objet l'explication du phénomène physique de la décharge électrique. Ces investigations ont conduit à élaborer une méthode de détermination de la distribution du champ électrique au sol, basée sur la connaissance du mécanisme d'impact de la foudre et mise en œuvre au moyen du « modèle électrogéométrique ».

Notre travail est orienté vers la détermination de la distribution du champ électrique sur le sol continu afin de voir l'influence de la hauteur et de la position du paratonnerre par rapport à la tige haute tension.

La sonde que nous avons réalisée, est incorporée dans un système d'électrodes tige-plan, les divers essais effectués ont permis de donner l'intensité du champ électrique à la surface du sol en fonction de plusieurs paramètres :

- Intervalle d'air ( $h$ ) entre la tige HT et le plan.
- Position relative de la sonde ( $d/h$ ) entre l'axe de la sonde et le paratonnerre.
- Position relative de la tige ( $D/h$ ) entre l'axe de la tige et le paratonnerre.

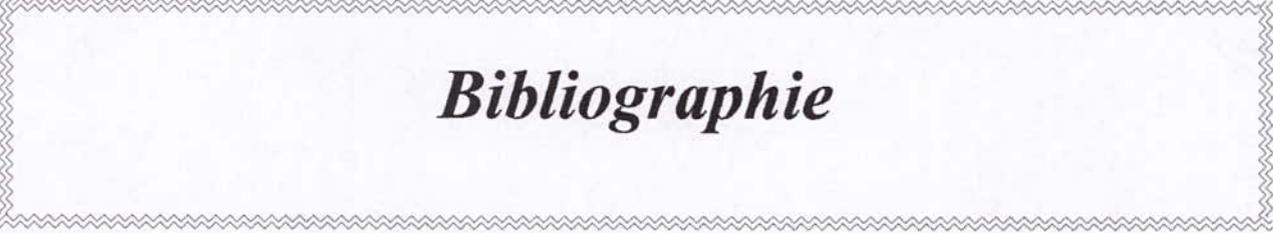
Les résultats obtenus au laboratoire n'ont pas illustré l'influence de tous les paramètres de la configuration, c'est la raison pour laquelle nous avons fait appel à des méthodes numériques. Ainsi la méthode des éléments finis est celle exploitée pour la détermination du champ électrique et ceci en utilisant un logiciel de calcul numérique qui est le FEMM.

En comparant les résultats obtenus, la différence entre les valeurs trouvées selon ces deux méthodes de mesure est considérable.

Nous ajoutons alors en perspective à ce travail :

- La prise en compte des phénomènes rencontrés au laboratoire lors de la simulation du modèle avec le FEMM, tel que les charges d'espace, l'effet de bord, ... etc.
- Etre plus précis dans l'expérimentation en prenant plus de valeurs par position.

Nous proposons aussi l'utilisation des modèles de paratonnerre vertical avec différents diamètres.



***Bibliographie***

- [01] **C.Gary** : « La foudre : Des mythologies antiques à la recherche moderne », Masson, Paris, 1994.
- [02] « [www.EDF.fr](http://www.EDF.fr) », Internet
- [03] **A.Bazine et T.Guia** : « Mesure du champ électrique par la méthode de la sonde captive », projet de fin d'étude, ENP Alger 2003.
- [04] **A.Khechhouche** : « Mesure du champ électrique par la méthode de la Sonde à capacité répartie dans un système tige-terre discontinue sous tension de choc de foudre », Thèse de Magister, ENP, Alger, Algérie 2004.
- [05] **S.Menaouil et S.Abdelghani** : « Mesure du champ électrique par la méthode à capacité répartie dans des intervalles d'air soumis à un choc de foudre », projet de fin d'étude, USTHB Alger 2003.
- [06] **M.Craciet, J.Pinel** : « Protection contre les perturbations », Technique de l'ingénieur ; D5170.
- [07] **NLDN (Réseau National de Détection de la Foudre)** : « Introduction à la détection de la foudre », 40116 REV 9904 annexe B ,2000.
- [08] **P.Gruet** : « Etude des paratonnerres à dispositifs d'amorçages », INERIS, octobre 2001.
- [09] « [www.paratonnerres.qc.ca](http://www.paratonnerres.qc.ca) », Internet
- [10] **C. Séraudie** : « Surtensions et parafoudres en BT -coordination de l'isolement en BT », Cahier technique Merlin Gerin, N°179, Septembre 1995.
- [11] **B.Noblat** : « La foudre et les installations électriques HT », Cahier technique Merlin Gerin, N°168, Juillet 1993.
- [12] **S.Hallama** : « Protection des installations industrielles contre les effets de la foudre », INERIS, N°22, Juillet-Aout 1995.
- [13] **M. Aguet** : « Haute Tension », Vol. XXII, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1987.
- [14] « <http://hometown.aol.com> », Internet.
- [15] **Naceredine et Mechentel** : « Méthodes numériques de calcul du champ électrique », projet de fin d'étude, ENP Alger, 1988.
- [16] **J.Sabonnadière, JL.Coulomb** : « Calcul des champs électromagnétiques », Technique de l'Ingénieur, D3020.
- [17] **S.Dilmi** : « Présentation de la méthode des éléments frontières appliquée aux problèmes électrostatiques », projet de fin d'étude, ENP Alger, Algérie 1996.



*Annexes*

**Les tensions appliquées pour les essais au laboratoire de haute tension en fonction de la distance tige-plan 'h' sont :**

Tableau 1:  $U = f(h)$ 

h(cm)	8	12	16
0.2.U% (kV)	26	40	60
0.4.U% (kV)	52	80	120
0.6.U% (kV)	77	121	180

**Champ électrique mesuré au sol en fonction de la position x/h de la sonde sans paratonnerre**

Tableau 2: Champ mesuré pour h=8cm et U=0.6.U%

T=24°C H=66% P=760mmHg

x/h	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,75	5
Vmoy(V)	30,482	24,73	23,734	26,456	26,032	24,294	28,952	26,606	26,31
Emoy(kV/cm)	4,358926	3,5364	3,393962	3,7832	3,7226	3,474	4,1401	3,80466	3,7623

Tableau 3: Champ mesuré pour h=8cm et U=0.4.U%

T=24°C H=66% P=760mmHg

x/h	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,75	5
Vmoy(V)	19,544	19,172	19,324	20,648	20,446	18,464	18,756	16,784	17,454
Emoy(kV/cm)	2,794792	2,7416	2,763332	2,9527	2,9238	2,6404	2,6821	2,40011	2,4959

Tableau 4: Champ mesuré pour h=8cm et U=0.2.U%

T=26°C H=62% P=760mmHg

x/h	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,75	5
Vmoy(V)	10,2024	9,4426	9,4404	9,683	9,709	9,7198	9,7774	9,9122	9,9122
Emoy(kV/cm)	1,458943	1,3503	1,3499772	1,3847	1,3884	1,3899	1,3982	1,41744	1,4174

Tableau 5: Champ mesuré pour h=12cm et U=0.6.U%

T=25°C H=70% P=760mmHg

x/h	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Vmoy(V)	35,764	34,974	34,87	35,414	35,162	34,895	35,196	35,4975
Emoy(kV/cm)	5,114252	5,0013	4,98641	5,0642	5,0282	4,99	5,033	5,07614

Tableau 6: Champ mesuré pour h=12cm et U=0.4.U%

T=25°C H=70% P=760mmHg

x/h	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Vmoy(V)	23,814	23,762	23,732	23,376	23,124	23,514	23,083	23,252
Emoy(kV/cm)	3,405402	3,398	3,393676	3,3428	3,3067	3,3625	3,3008	3,32504

**Tableau 7: Champ mesuré pour h=12cm et U=0.2.U%****T=24°C H=72% P=760mmHg**

x/h	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Vmoy(V)	12,295	12,282	12,486	12,646	12,342	12,6	12,423	12,388
Emoy(kV/cm)	1,758185	1,7563	1,785498	1,8084	1,7649	1,8018	1,7765	1,77148

**Tableau 8: Champ mesuré pour h=16cm et U=0.6.U%****T=24°C H=73% P=760mmHg**

x/h	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Vmoy(V)	48,9225	45,98	45,39	46,232	46,786	47,18	44,836	45,584
Emoy(kV/cm)	6,995918	6,5751	6,49077	6,6112	6,6904	6,7467	6,4115	6,51851

**Tableau 9: Champ mesuré pour h=16cm et U=0.46.U%****T=24°C H=73% P=760mmHg**

x/h	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Vmoy(V)	34,7375	34,664	34,146	34,156	34,31	34,092	33,973	32,912
Emoy(kV/cm)	4,967463	4,957	4,882878	4,8843	4,9063	4,8752	4,8581	4,70642

**Tableau 10: Champ mesuré pour h=16cm et U=0.2.U%****T=23°C H=70% P=760mmHg**

x/h	0	0,5	1	1,5	2	3	4	5
Vmoy(V)	15,558	15,398	15,482	15,556	15,63	15,682	15,122	14,018
Emoy(kV/cm)	2,224794	2,2019	2,213926	2,2245	2,2351	2,2425	2,1624	2,00457

**Tableau 11 : Les distances tige-paratonnerre 'd' prises pour une hauteur h=12cm sont :**

	d (cm)				
hc= 3cm	0	3	6	9	12
hc= 4cm	0	4	8	12	16
hc= 6cm	0	6	12	18	24

**Champ électrique mesuré au sol avec paratonnerre en fonction de la position x de la sonde sous une tension appliquée de 0.2.U% :**

**Tableau 12: Champ mesuré pour h=12cm et hc=3cm et d=0cm****T°= 25.5° H= 71% kd= 0.9769**

x(cm)	0	4	8	20	24	30	40
Vmoy(V)	11.866	11.816	12.334	12.408	12.336	12.258	12.096
Vmoycorr(V)	12.147	12.095	12.626	12.701	12.628	12.548	12.382
Emes(kv/cm)	2.107	2.098	2.190	2.203	2.190	2.177	2.148

**Tableau 13: Champ mesuré pour h=12cm et hc=3cm et d=3cm**  
 $T^\circ = 25.5^\circ$   $H = 71\%$   $kd = 0.9769$

x(cm)	1	5	7	11	17	21	25
Vmoy(V)	12.478	12.224	12.458	12.692	12.922	12.888	12.642
Vmoycorr(V)	12.773	12.513	12.753	12.992	13.228	13.193	12.941
Emes(kv/cm)	2.216	2.170	2.212	2.254	2.294	2.288	2.245

**Tableau 14: Champ mesuré pour h=12cm et hc=3cm et d=6cm**  
 $T^\circ = 25.5^\circ$   $H = 71\%$   $kd = 0.9769$

x(cm)	4	10	12	24	30	40
Vmoy(V)	11.732	12.002	12.05	12.324	12.66	12.27
Vmoycorr(V)	12.009	12.286	12.335	12.615	12.959	12.560
Emes(kv/cm)	2.0983	2.131	2.140	2.188	2.248	2.179

**Tableau 15: Champ mesuré pour h=12cm et hc=3cm et d=9cm**  
 $T^\circ = 25.5^\circ$   $H = 71\%$   $kd = 0.9769$

x(cm)	1	3	5	7	11	13	25	31	41
Vmoy(V)	13.198	13.206	13.002	12.872	12.5	12.486	12.672	12.682	12.788
Vmoycorr(V)	13.510	12.518	13.309	13.176	12.796	12.781	12.971	12.981	13.090
Emes(kv/cm)	2.343	2.344	2.309	2.286	2.219	2.217	2.250	2.251	2.270

**Tableau 16: Champ mesuré pour h=12cm et hc=3cm et d=12cm**  
 $T^\circ = 25.5^\circ$   $H = 71\%$   $kd = 0.9769$

x(cm)	4	10	16	20	30	40
Vmoy(V)	12.75	12.592	12.428	12.446	12.92	12.304
Vmoycorr(V)	13.051	12.890	12.722	12.740	13.226	12.595
Emes(kv/cm)	2.264	2.236	2.207	2.210	2.294	2.185

**Tableau 17: Champ mesuré pour h=12cm et hc=4cm et d=0cm**  
 $T^\circ = 26^\circ$   $H = 71\%$   $kd = 0.9752$

x(cm)	2	4	12	24	30	40
Vmoy(V)	12.398	12.59	12.946	13.524	13.686	13.668
Vmoycorr(V)	12.713	12.910	13.275	13.868	14.034	14.016
Emes(kv/cm)	2.205	2.239	2.303	2.405	2.434	2.431

**Tableau 18: Champ mesuré pour h=12cm et hc=4cm et d=4cm**  
 $T^\circ = 26^\circ$   $H = 71\%$   $kd = 0.9752$

x(cm)	0	2	6	8	12	16	20	24	30	40
Vmoy(V)	15.002	14.846	14.378	13.056	12.23	12.222	12.038	12.682	12.99	12.394
Vmoycorr(V)	15.384	15.224	14.754	13.388	12.541	12.533	12.344	13.005	13.320	12.709
Emes(kv/cm)	2.668	2.641	2.557	2.322	2.175	2.174	2.141	2.256	2.310	2.205

**Tableau 19: Champ mesuré pour h=12cm et hc=4cm et d=8cm**  
 $T^\circ = 26^\circ$   $H = 71\%$   $kd = 0.9752$

x(cm)	4	6	10	12	16	20	24	30	40
Vmoy(V)	13.678	13.568	13.332	13.544	13.506	13.312	13.156	12.714	12.752
Vmoycorr(V)	14.026	13.913	13.671	13.888	13.849	13.651	13.491	13.038	13.077
Emes(kv/cm)	2.433	2.413	2.371	2.409	2.402	2.368	2.340	2.261	2.268

**Tableau 20: Champ mesuré pour h=12cm et hc=4cm et d=12cm**  
 $T^\circ = 23^\circ$   $H = 75\%$   $kd = 0.9857$

x(cm)	0	4	10	16	20	30	40
Vmoy(V)	11.728	11.646	11.124	11.388	11.366	11.222	11.194
Vmoycorr(V)	11.898	11.815	11.285	11.553	11.531	11.385	11.356
Emes(kv/cm)	2.064	2.049	1.958	2.004	2.000	1.975	1.70

**Tableau 21: Champ mesuré pour h=12cm et hc=4cm et d=16cm**  
 $T^\circ = 23^\circ$   $H = 75\%$   $kd = 0.9857$

x(cm)	0	4	8	12	18	20	24	30
Vmoy(V)	10.552	10.804	1.028	11.486	11.02	11.141	11.518	11.366
Vmoycorr(V)	10.705	10.961	11.188	11.653	11.180	11.303	11.686	11.531
Emes(kv/cm)	1.857	1.901	1.941	2.021	1.939	1.961	2.027	2.000

**Tableau 22: Champ mesuré pour h=12cm et hc=6cm et d=0cm**  
 $T^\circ = 25^\circ$   $H = 75\%$   $kd = 0.9787$

x(cm)	4	12	30	32	40
Vmoy(V)	9.687	11.296	11.534	11.65	10.176
Vmoycorr(V)	9.898	11.542	11.785	11.901	10.398
Emes(kv/cm)	1.717	2.002	2.044	2.065	1.803

**Tableau 23: Champ mesuré pour h=12cm et hc=6cm et d=6cm**  
 $T^\circ = 25^\circ$   $H = 62\%$   $kd = 0.9787$

x(cm)	2	4	10	12	16	20	24	30	40
Vmoy(V)	11.632	11.114	12.612	13.062	13.148	13.654	13.21	13.51	12.858
Vmoycorr(V)	11.886	11.356	12.886	13.346	13.434	13.951	13.497	13.804	13.138
Emes(kv/cm)	2.062	1.970	2.235	2.315	2.330	2.420	2.341	2.394	2.279

**Tableau 24: Champ mesuré pour h=12cm et hc=6cm et d=12cm**  
 $T^\circ = 24^\circ$   $H = 72\%$   $kd = 0.9822$

x(cm)	4	8	16	20	24	30	40
Vmoy(V)	12.97	12.344	11.69	11.66	11.284	10.791	11.728
Vmoycorr(V)	13.205	12.568	11.902	11.871	11.488	10.987	11.941
Emes(kv/cm)	2.2291	2.180	2.064	2.059	1.993	1.906	2.071

**Tableau 25: Champ mesuré pour h=12cm et hc=6cm et d=18cm**  
 $T^\circ = 24^\circ$   $H = 72\%$   $kd = 0.9822$

x(cm)	0	4	8	24	30	40
Vmoy(V)	12.582	12.672	12.792	12.594	12.822	12.85
Vmoycorr(V)	12.810	12.901	12.024	12.822	13.054	13.083
Emes(kv/cm)	2.221	2.238	2.259	2.224	2.264	2.269

**Tableau 26: Champ mesuré pour h=12cm et hc=6cm et d=24cm**  
 $T^\circ = 26^\circ$   $H = 72\%$   $kd = 0.9752$

x(cm)	0	16	30	32	40
Vmoy(V)	12.766	12.842	12.576	11.976	12.306
Vmoycorr(V)	13.091	13.169	12.896	12.281	12.619
Emes(kv/cm)	2.271	2.284	2.237	2.130	2.189

**Comparaison entre le champ expérimental et le champ calculé par le FEMM :**

**Tableau 27 : Moyenne et écart type de la différence de champ expérimental et celui du FEMM pour hc= 4cm**

d(cm)	0	4	8	12	16
moy $ E_{mes} - E_{Femm} $	1,485	1,605	1,587	1,204	1,303
Ecart type $ E_{mes} - E_{Femm} $	0,393	0,283	0,425	0,584	0,789
moy $ E_{mes}/E_{Femm} $	4.391	4.421	3.763	4.192	47.42

**Tableau 28 : Moyenne et écart type de la différence de champ expérimental et celui du FEMM pour hc= 3cm**

d(cm)	0	3	6	9	12
moy $ E_{mes} - E_{Femm} $	1,318	1,536	1,468	1,437	1,564
Ecart type $ E_{mes} - E_{Femm} $	0,525	0,480	0,548	0,616	0,689
moy $ E_{mes}/E_{Femm} $	3.683	4.833	25.716	24.087	52.586

**Tableau 29 : Moyenne et écart type de la différence de champ expérimental et celui du FEMM pour hc= 6cm**

d(cm)	0	6	12	18	24
moy $ E_{mes} - E_{Femm} $	1,457	1,744	1,521	1,764	1,680
Ecart type $ E_{mes} - E_{Femm} $	0,729	0,898	0,915	0,962	1,010
moy $ E_{mes}/E_{Femm} $	4.886	4.911	5.131	79.326	54.528