

ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : G - CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

ELABORATION D'UN LOGICIEL
DE CALCUL D'UNE POUTRE
DE PONT EN POST - TENSION

Proposé par :

SAPTA

Etudié par :

Melle N. BENKACI

Melle F. MEKSEM

Dirigé par :

Mr. REZZOUG

Mr. ZOUKH

PROMOTION : Juin 1989

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT

GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

ELABORATION D'UN LOGICIEL
DE CALCUL D'UNE POUTRE
DE PONT EN POST - TENSION

Proposé par :

SAPTA

Etudié par :

Melle N. BENKACI

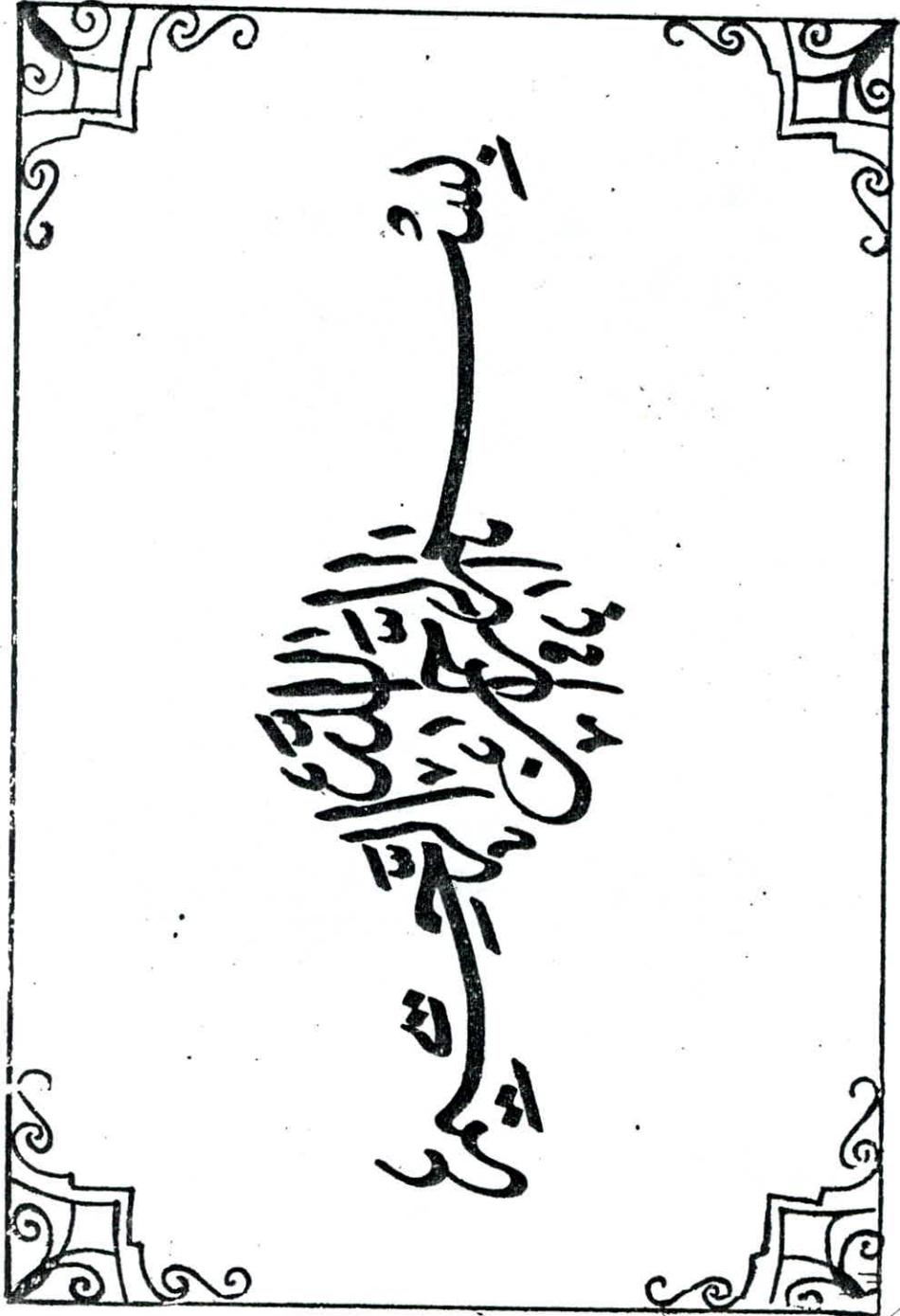
Melle F. MEKSEM

Dirigé par :

Mr. REZZOUG

Mr. ZOUKH

PROMOTION : Juin 1989



MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

وزارة التعليم العالي

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات

مصلحة : G . CIVIL

الموجه : MR Rezzoug - MR Zoukh

التلميذ : N.Benkaci - F.Meksem

الموضوع : حساب بواسطة الإعلام الآلي لجوائز الجسور الخاضعة للإجهاد
الملخص : مسبقا الدراسة الكاملة لجوائز الجسور السابقة الإجهاد.
الهدف من هذا البرنامج هو إيجاد القياسات اللازمة لهذا النوع
من الجوائز، ثم تحقيق مقاومتها حسب القوانين التقنية الحديثة
للخرسانة المسلحة الإجهاد.

Sujet: Elaboration d'un logiciel de calcul d'une poutre de
pont en post tension

Résumé: l'objet de ce logiciel est l'étude d'une poutre de
pont précontrainte en post tension. Son but est de déterminer
la section optimale puis faire les vérifications nécessaires
conformément aux règles B.P.E.L

Subject: Elaboration of a post-tension concrete beam
software used in bridges.

Abstract:

the aim of the project is the elaboration of a software for
the design of the different prestressing forces and the
checking of the stress using "B.P.E.L rules"

* * * Dedicaces * * *

- A mon père,
- A ma mère,
- A ma grand-mère,
- A mes soeurs,
- A mes frères,
- A toute ma famille,
- A tous ceux que j'aime.

Nadia.

*** * * Dedicaces * * ***

Je dedie ce travail

- A mes chers parents,

- A mes soeurs :

Djamila, Ouardia, Dalila, Luiza, Fatima

- A mes frères :

Farid, Hakim, Ahmed

- A Feryel

- A toute ma famille

- A Nadia

- A tous mes amis(es)

Fatiha

* * * Remerciements * * *

Nos vifs remerciements s'adressent :

- A nos promoteurs: Mr ZOUKH et Mr REZZOUG pour l'intérêt constant qu'ils ont accordé à notre travail.
 - Aux ingénieurs de Best Informatique d'Alger :
Mr T.BENDEKOUM, Mr A.BOURELAM, Mr S.BELABDELOUAHAB
qui n'ont ménagé ni effort ni moyen pour nous venir en aide.
 - A Mr MALAQUI Tahar et Mr KHEMISSA Dahleb.
 - A tout le personnel de la S.A.P.T.A., en particulier :
Mr BAAZIZ, Mr MEDAHI, Mr le Chef de Département de l'unité de réalisation.
 - A Mr CHETIBI Chef de Département à l'E.N.E.R.O.A ainsi qu'aux ingénieurs de cette dernière.
 - A tout ceux qui ont contribué à notre formation et à l'étude de ce projet.
- Puisse chacune de ces personnes trouver dans cet humble travail l'expression de notre profonde reconnaissance.

* * * SOMMAIRE * * *

	Page
CHAP I - Présentation.	1
CHAP II - Les matériaux.	
II-1 - Le béton.....	3..
II-2 - L'acier.....	7..
CHAP III - Calcul des sollicitations.	
III-1 - Les combinaisons d'actions.....	9..
III-2 - Les sollicitations.....	9..
CHAP IV - Prédimensionnement.	
IV-1 - Prédimensionnement de la section de la poutre...	12..
IV-2 - Optimisation de l'épaisseur de l'âme.....	16..
IV-3 - Calcul des caractéristiques géométriques brutes de la section de la poutre.....	19
IV-4 - Prédimensionnement de la précontrainte.....	20..
CHAP V - Tracé des cables.	
V-1 - Introduction.....	33..
V-2 - Tracé du cable moyen théorique.....	34..
V-3 - Tracé des cables individuels.....	38..
V-4 - Cable équivalent.....	40..
V-5 - Différentes étapes suivies par le sous programme.	40.
CHAP VI - Calcul des pertes de précontrainte.	
VI-1 - Introduction.....	51
VI-2 - Pertes instantanées.....	51..
VI-3 - Pertes différées.....	61..
CHAP VII - Calculs justificatifs réglementaires en sections courantes.	
VII-1 - Calculs aux états limites de service.....	69..

VII-2 - Calcul aux états limites ultimes.....	87..
CHAP VIII - Calculs justificatifs en sections particulières.	96
CHAP IX - Calcul des déformations.	
IX-1 - Calcul des flèches.....	100..
IX-2 - Calcul des rotations d'appuis.....	101..
IX-3 - Vérification des déformations.....	101..
CHAP X - CONCLUSION.	102

CHAP I

PRESENTATION

Le sujet que nous avons traité, a été proposé par la S.A.P.T.A. Il consiste en l'élaboration d'un logiciel de calcul d'une poutre de pont en post tension. Projet, qui entre dans le cadre des séries d'automatisations des différentes méthodes de calculs se rapportant aux ponts. Tâche que cette entreprise s'est engagée à réaliser depuis quelques années et qui se manifesta à travers les différents sujets qu'elle a proposé aux camarades des promotions précédentes.

Le logiciel est conçu de manière à permettre à un simple opérateur une utilisation souple et rapide. Pour cela nous avons opté pour un langage conversationnel interactif.

Le logiciel est constitué d'une série de sous-programmes coordonnés par un programme principal. Chaque sous programme est traité dans un chapitre bien précis.

Limites du logiciel :

- Portée inférieure ou égale à cent mètre (limite théorique)
- Nombre de câbles inférieures ou égal à quinze.

De plus amples précisions seront données tout au long de cet exposé.

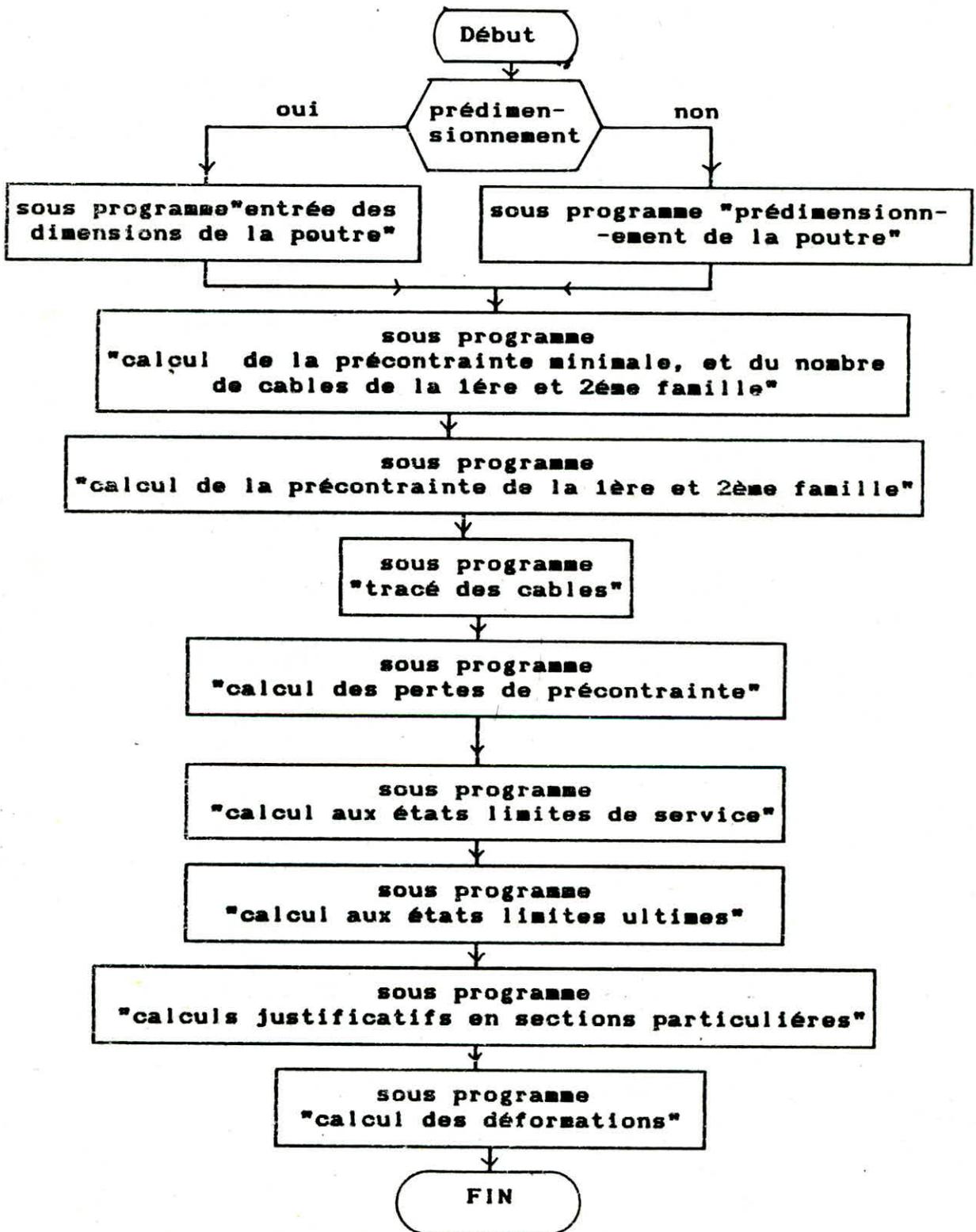
Materiel utilisé

- Un micro ordinateur compatible IBM XT de capacité 640 Ko composé de :
 - Un lecteur de disquette 360 Ko
 - Un disque dur de 20 Mo

Langage utilisé

- Le BASIC (interpréteur GW-BASIC version 2.0)

*** PROGRAMME PRINCIPAL ***



CHAP II :

Les matériaux

II-1 LE BETON :

II-1-1- Résistance à la compression :

Le B.P.E.L propose la relation suivante :

$$f_{cj} = 0,685 \cdot (\text{Log}(j+1)) \cdot f_{c28} \quad \text{pour } j \leq 28 \text{ jours}$$

$$f_{cj} = f_{c28} \quad \text{pour } j \geq 28 \text{ jours.}$$

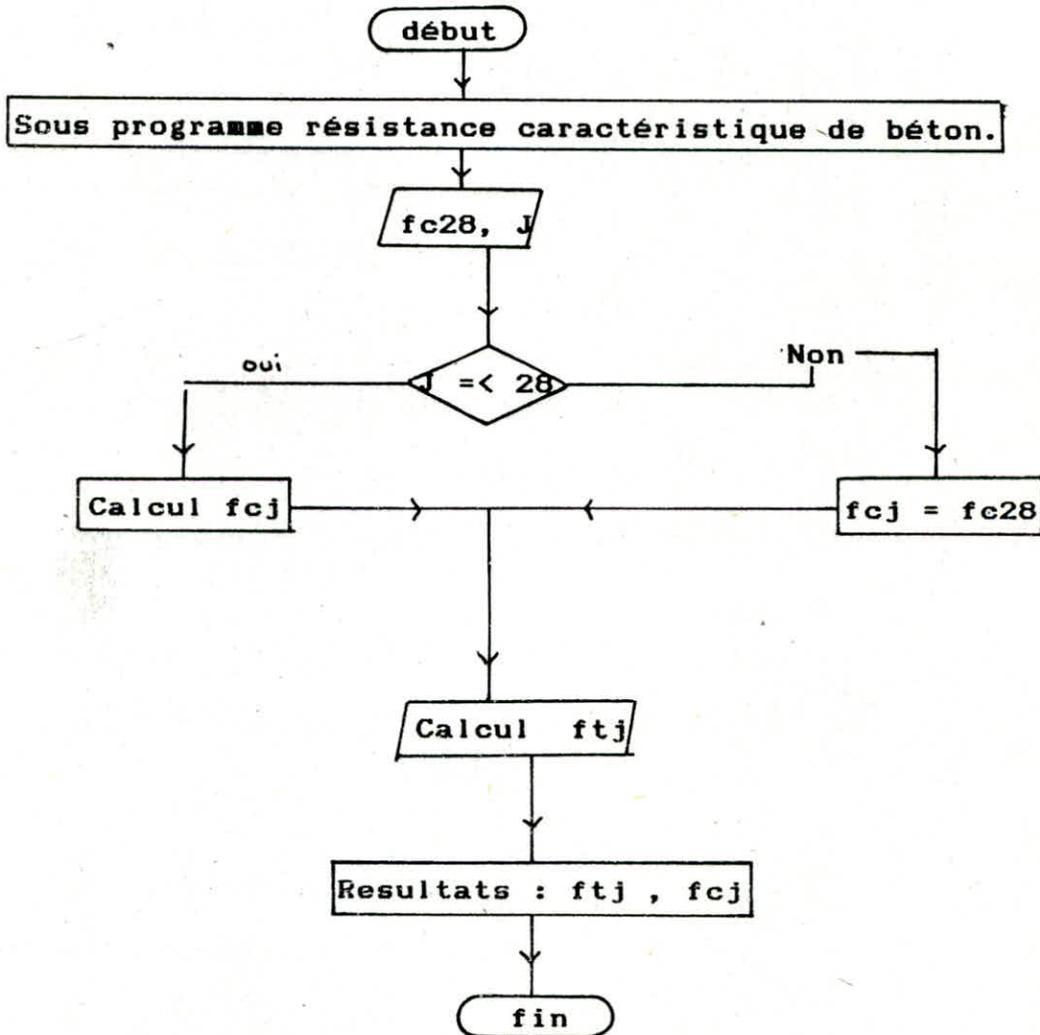
Avec f_{c28} : Résistance caractéristique à 28 jours.

j : âge du béton exprimé en jours.

Log : Logarithme décimal.

II-1-2- Résistance à la traction :

$$f_{tj} = 0,06 \cdot f_{cj} + 0,6$$



II-1-3-Comportement à court terme :

a) Domaine des états limites de service :

- Module de déformation instantané :

$$E_{ij} = 11000 \cdot \sqrt[3]{f_{cj}} \quad (\text{MPa})$$

Utilisé pour le calcul des flèches sous surcharges.

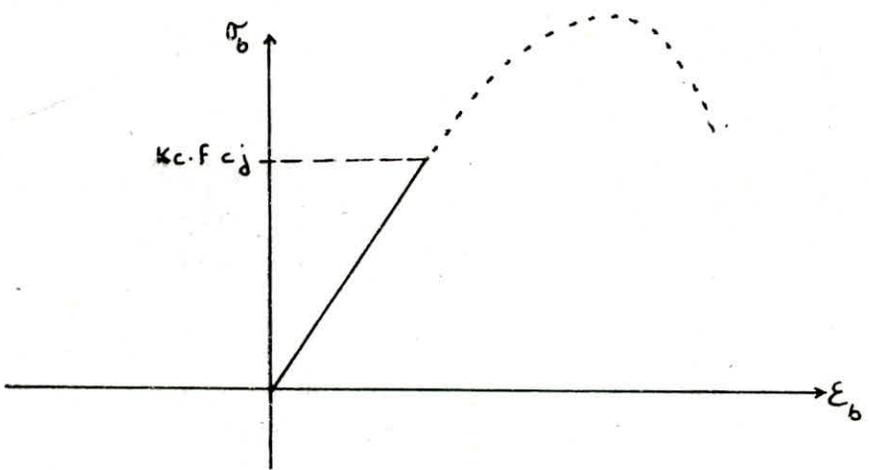
- Module de déformation différé :

$$E_{vj} = E_{ij} / 3 \quad (\text{MPa})$$

Utilisé pour le calcul de flèche de poids propre et contre flèche de précontrainte.

- Diagramme contrainte-déformation :

$$\sigma_b = E_b \cdot \epsilon_b$$



(fig 1)

Les contraintes admissibles

On définit les classes de vérification suivantes :

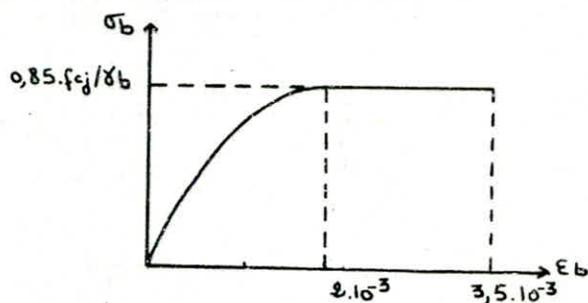
! Combinaison !	! Tractions !			! Compressions !
	! Classe I !	! Classe II !	! Classe II !	
! Rares !	! pas de décompression du béton !	! faible traction du béton atteinte sans l'ouverture de fissures !	! formation de fissures dont l'ouverture est limitée par des aciers passifs !	! limitée !
! fréquentes !		! pas de traction du béton entourant les câbles !	! traction admissible mais les aciers passifs ont une contrainte faible (cas de la fissure préjudiciable BAEL) !	
! quasi-permanentes !				! faible/aux combinaisons rares !

Le tableau ci-après définit les limites minimales et Maximale que doivent respecter les contraintes dans le béton résultant des différentes combinaisons d'actions :

			! Cla- ! sse I !	! Classe II !
! Compression ! du béton	! Combinaisons quasi permanentes !			0,5 . fc28
	! Combinaison fréquentes			0,6 . fc28
	! Combinaisons rares			0,6 . fc28
	! en situation de construction			0,6 . fcj
! traction ! du béton	! Combinaisons ! quasi ! permanentes	! Section ! d'enrobage	! 0 !	! 0
		! ailleurs	! 0 !	! -1,5 . ftj !
	! Combinaisons ! fréquentes	! Section ! d'enrobage	! 0 !	! 0
		! ailleurs	! 0 !	! -1,5 . ftj !
	! Combinaison ! rares	! Section ! d'enrobage	! 0 !	! -ftj
		! ailleurs	! 0 !	! -1,5 . ftj !
	En ! Construction	! Section ! d'enrobage	! 0 !	! -ftj
		! ailleurs	! 0 !	! -1,5 . ftj !

b-Domaine des états limites ultimes :

- Diagramme contrainte-déformation :



(fig 2)

$\delta_b = 1,5$: pour les combinaisons fondamentales.

$\delta_b = 1,15$: Pour les combinaisons accidentelles.

II. L'acier:

II-2-1 Comportement à court terme de l'acier :

a - Domaine des états limites de service :

- Module de déformation longitudinal :

* pour les armatures de précontrainte :

$$E_p = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa pour les fils et les barres.}$$

$$E_p = 1,9 \cdot 10^5 \text{ MPa pour les torons.}$$

* Pour les armatures passives :

$$E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$

- Diagramme Contrainte-déformation :

- A l'E.L.S le diagramme contrainte-déformation de l'acier de précontrainte ainsi que celui des armatures passives est linéaire.

pour les armatures de précontrainte, la tension à l'origine est fixée par l'arrêté d'agrément du procédé de précontrainte :

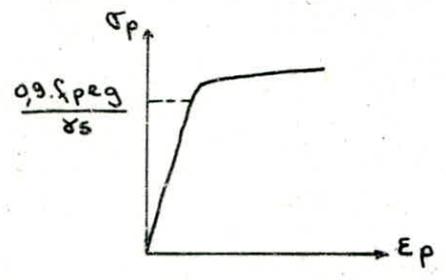
$$\sigma_{po} \leq \min (0,8 \cdot f_{prg}, 0,9 \cdot f_{peg}).$$

avec :

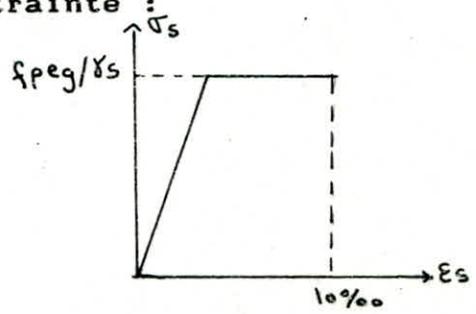
- . f_{prg} : Contrainte de rupture garantie.
- . f_{peg} : Contrainte limite élastique garantie.

b - Domaine des états limites ultimes :

* pour les armatures de précontrainte :



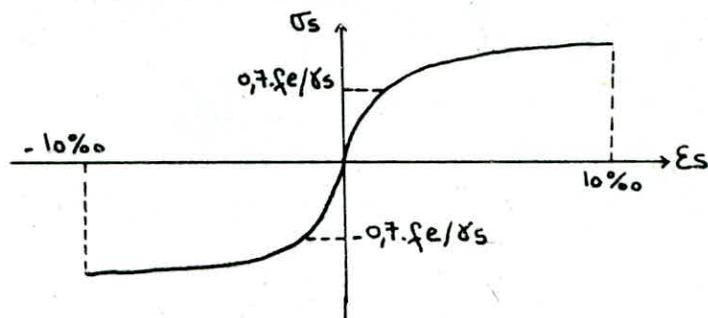
cas de fils tréfilés ou torons



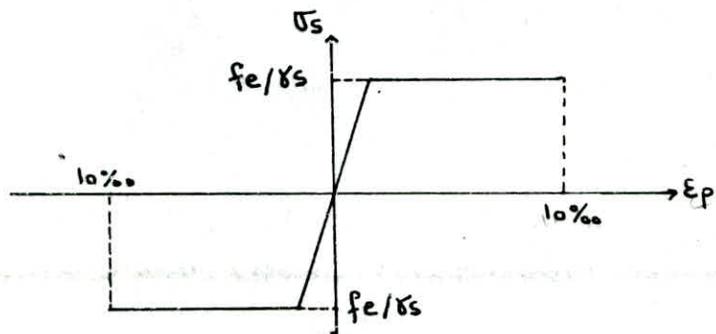
cas de fils trempés et revenus ou de barres

$\gamma_s = 1,15$ sauf dans le cas des combinaisons accidentelles où $\gamma_s = 1$.

* pour les armatures passives :



cas des aciers écrouis (type 2)



cas des aciers naturels ou fortement écrouis (type 1 et 3).

avec $\gamma_s = 1,15$ sauf dans le cas des combinaisons accidentelles où $\gamma_s = 1$

CHAP III

CALCUL DES SOLLICITATIONS

III-1- Les combinaisons d'actions

La determination de la section d'un ouvrage ou sa vérification sera faite en recherchant les combinaisons d'actions les plus defavorables, on retiendra notamment les suivantes :

P : effort de precontrainte

Q : surcharges d'exploitation

G max : charge permanente defavorable

III-1-1- Les combinaisons à l'état limite de service:

a - Combinaisons rares:

$$S (P + G_{max} + \psi_2 . Q)$$

$\psi_2 = 1$ pour les charges routièrès à caractère particulier (convois militaires ou exceptionnels) .

$\psi_2 = 1,2$ pour les charges routièrès sans caractère particulier (charges A , B et leurs annexes) ou spécifiées par le marché.

b - Combinaisons fréquentes :

$$S (P + G_{max} + \psi_1 . Q)$$

$\psi_1 = 0,72$ pour un pont de 1ere classe

$\psi_1 = 1,48$ pour un pont de 2eme classe

$\psi_1 = 0,24$ pour un pont de 3eme classe

III-1-2- Les combinaisons à l'état limite ultime :

$$S (P_m + 1,35 . G_{max} + \psi . Q)$$

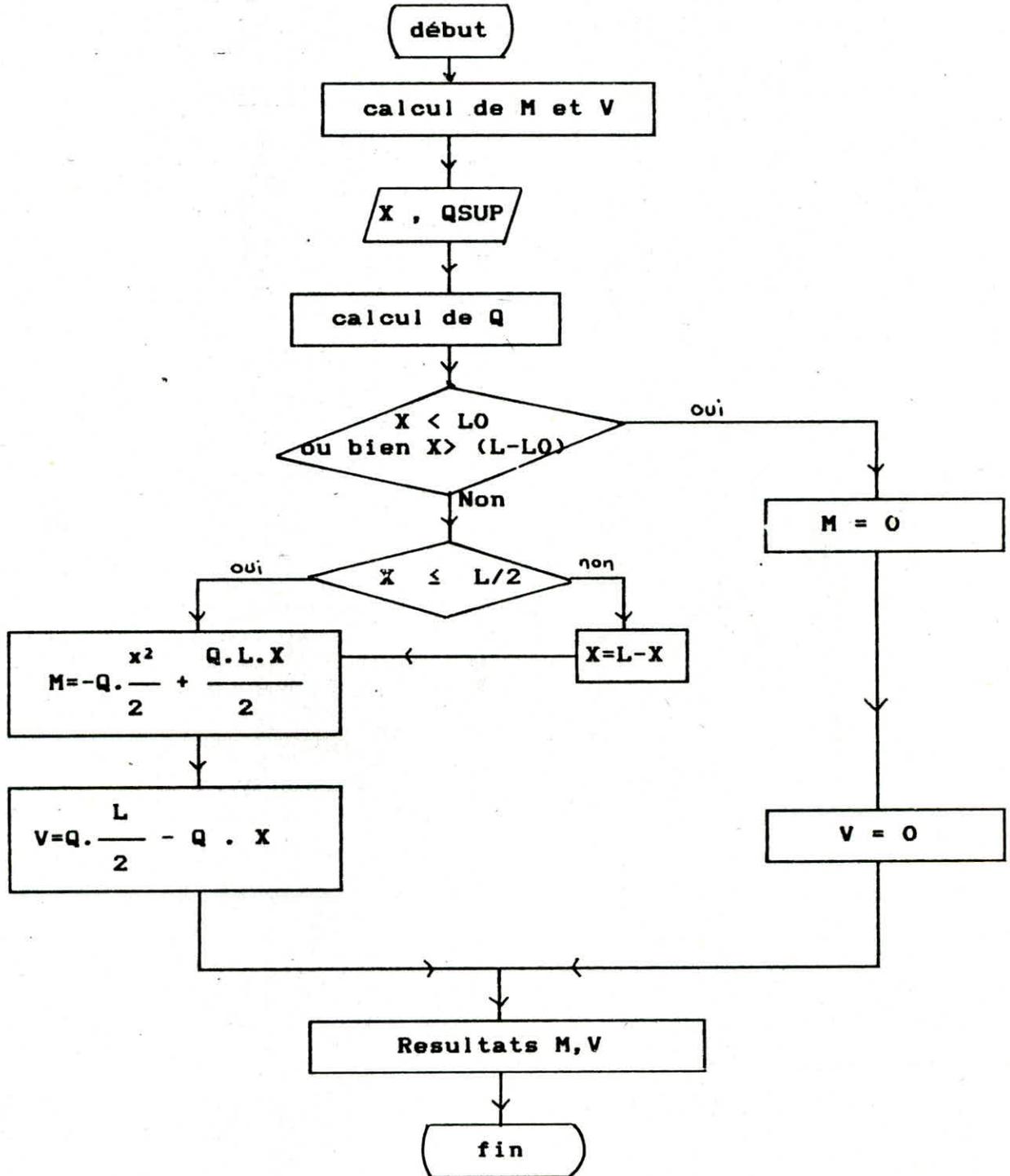
$\psi = 1,5$ pour les cas courants

$\psi = 1,35$ pour les charges routièrès de caractère particulier.
III-2- Les sollicitations :

Les sollicitations sont les efforts et les moments, calculés par les formules classiques de la resistance des materiaux à partir des actions.

-Calcul des sollicitations: M et V

Les étapes de calcul du moment fléchissant et de l'effort tranchant dus aux actions permanentes : sont résumés dans l'organigramme suivant :



Remarques

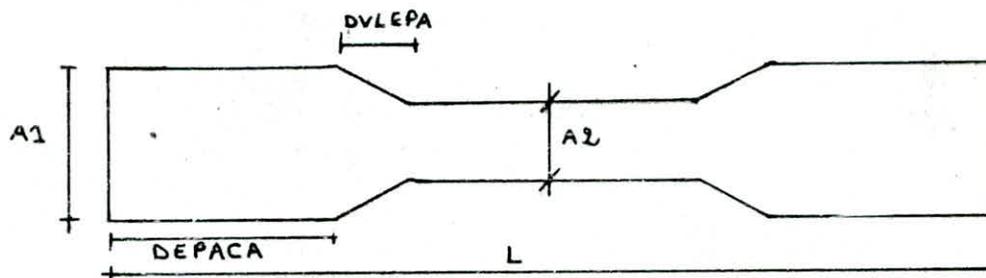
- Sur le banc de préfabrication, portée de calcul : longueur totale de la poutre.

- Sur appuis : portée de calcul : distance entre les appuis.

- $Q = \gamma b \cdot A_{eq}$

. γb : densité du béton MN / m³

. A_{eq} : représente l'aire équivalente pour le calcul du poids propre, vu que la section de la poutre n'est pas la même au milieu et à l'about :



A1 : aire de la section d'about, A2 : aire de la section médiane

$$A_{EQ} = 1/L \cdot (2 \cdot (DEPACA \cdot A1 + (A1 + A2) \cdot (2 \cdot DVLEPA)) + (L - DEPACA - DVLEPA) \cdot A2)$$

CHAP IV :

PREDIMENSIONNEMENT

On détermine à partir des caractéristiques générales de l'ouvrage (portée, forme de la section, intensité des charges d'exploitation etc...

- Les caractéristiques géométriques de la section de la poutre.

- La précontrainte (effort et excentricité).

IV-1- Prédimensionnement de la section de la poutre :

a - Choix des dimensions :

En béton précontraint, ce sont les poutres en T avec talon qui sont les plus utilisés :

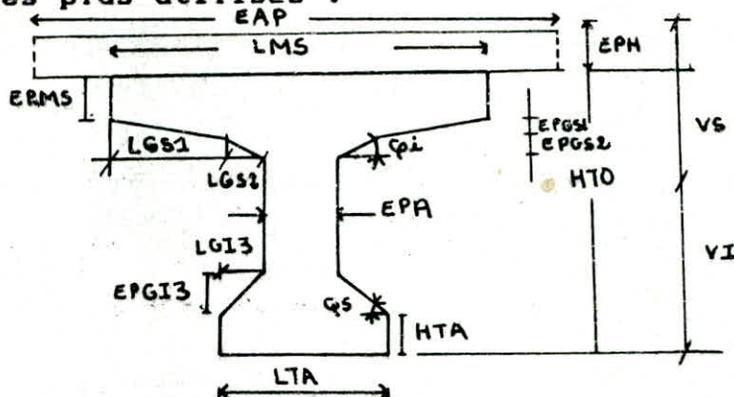


fig (1)

Les dimensions de la section sont :

- La hauteur totale de la section :

. Pour une poutre ayant une portée : $L \geq 20$ m ; la hauteur total (HTO) de la section est donnée par :

$$L/20 - 0,2 \leq HTO \leq L/20 + 0,5$$

. Epaisseur de la membrure supérieure : $EPMS \geq 0,12$ m

. Epaisseur de l'hourdis EPH.

Elle est fonction de l'entraxe des poutres (EAP) :

Si $EAP = 2,5$ m $\implies EPH = 0,17$ m

$EAP = 3$ m $\implies EPH = 0,18$ m

$EAP = 3,5$ m $\implies EPH = 0,20$ m

Pour d'autres valeurs de EAP : $EPH = EAP/20$ avec $EPH \geq 0,16$ m

- Largeur de la membrure supérieure (LMS) :

Généralement on a : $0,5 \cdot HTO \leq LMS \leq 0,75 \cdot HTO$

- Les goussets supérieurs :

* Epaisseur du premier gousset supérieur (EPGS1) :

$$0,04 \text{ m} \leq \text{EPGS1} \leq 0,06 \text{ m}$$

* Epaisseur du deuxième gousset supérieur (EPGS2) :

$$0,10 \text{ m} \leq \text{EPGS2} \leq 0,25 \text{ m}$$

* Angle (ϕ_s) du deuxième gousset supérieur :

$$45^\circ \leq \phi_s \leq 60^\circ$$

* Largeur du deuxième gousset supérieur (LGS2) :

$$\text{LGS2} = \text{EPGS2} / \text{tg}(\phi_s)$$

* Largeur du premier gousset supérieur (LGS1) :

$$\text{LGS1} = (\text{LMS} - \text{EPA}) / \text{LGS2}$$

- Le talon : Le rôle du talon est :

- Contenir les câbles en partie inférieure de la poutre en respectant les conditions d'enrobage.

- De résister à la compression due au moment minimum.

Cette dernière condition s'écrit en section médiane la plus sollicitée :

$$I / VI \geq \Delta M / \Delta \bar{\sigma}$$

dite condition stricte du B.P.E.L qu'il faudra vérifier après le choix du coffrage et le calcul du moment extérieur le plus défavorable dû aux charges d'exploitation, en section médiane de la poutre : ΔM

$\Delta \bar{\sigma}$: Variation des contraintes limites en service.

* La largeur du talon (LTA) :

$$0,40 \text{ m} \leq \text{LTA} \leq 1,00 \text{ m}$$

* La hauteur du talon (HTA) :

$$0,15 \text{ m} \leq \text{HTA} \leq 0,30 \text{ m}$$

* Goussets inferieurs :

- Angle du gousset inferieur

$$45^\circ \leq \Phi_i \leq 60^\circ$$

- Largeur du gousset inferieur (LGI3) :

$$\text{LGI3} = (\text{LTA} - \text{EPA}) / 2$$

- Epaisseur du gousset inferieur :

$$\text{EPGI3} = \text{LGI3} \cdot \text{EPA} \cdot \text{tg}(\Phi_i)$$

- Epaisseur de l'âme : L'épaisseur de l'âme (EPA) dépend en général des conditions d'enrobage des câbles et de la résistance à l'effort tranchant.

Elle doit vérifier les conditions suivantes :

$$0,16 \text{ m} \leq \text{EPA} \leq 0,25 \text{ m}$$

$$\text{EPA} \geq 3 \cdot \Phi_g$$

Φ_g : diamètre d'une gaine.

En section médiane (EPA) doit satisfaire en plus :

$$\text{EPA} \geq (0,09 + (\text{HTO}/40)) \text{ m}$$

En outre, il convient d'épaissir progressivement l'âme dans le dernier quart de la portée, de manière à obtenir aux appuis une épaisseur suffisante pour la résistance aux efforts tranchants et aux contraintes locales sous les ancrages.

b - Vérification de la condition stricte :

$$\text{On vérifie que : } I/VI \geq \Delta M / \Delta \bar{\sigma} \quad (1)$$

avec $\Delta M = MM - Mm$

MM : moment maximal dû au poids propre et aux surcharges d'exploitation (à charge).

Mm : moment maximum dû au poids propre (à vide).

$$\Delta \bar{\sigma} = \bar{\sigma}_M - \bar{\sigma}_m$$

$\bar{\sigma}_M$: Contrainte limite de compression.

$\bar{\sigma}_m$: Contrainte limite de traction.

Si cette condition n'est pas vérifiée. On prendra une largeur du talon LTA déterminée comme suit :

$$(2) \quad \rho = \frac{I}{A \cdot V_s \cdot v_l} :$$

Rendement géométrique; paramètre qui caractérise la bonne disposition de la matière par rapport à la sollicitation.

I : inertie de la section par rapport au centre de gravité.

A : aire de la section.

A.v.s = S : moment statique de la section totale par rapport à l'axe .

Comme la section totale (poutre seule) a été divisée en sept sections élémentaires (voir calcul des caractéristiques géométriques) on a :

$$S = \sum_{i=1}^7 A(i) \cdot Z(i) \quad (Z(i) \text{ étant la distance entre le centre de gravité de la section élémentaire } A(i) \text{ et l'axe}).$$

$$\text{en tenant compte de l'hourdis : } S = \sum_{i=1}^8 A(i) \cdot Z(i)$$

$$\frac{I}{V_i} = \rho \cdot S$$

$$\text{La relation (2) donne : } \frac{I}{V_i} = \rho \cdot S$$

en tenant compte de la relation (1) on aboutit à :

$$S > \frac{\Delta M}{\Delta \bar{\sigma}} \quad (3)$$

En remplaçant dans la relation (3), A(6) et A(7) par leur valeur on a :

$$LTA \geq \frac{\Delta M}{\Delta \sigma} - \sum_{i=1}^5 A(i).Z(i) - A(8).Z(8) + HTA.EPA.Z(6) + \frac{EPG13}{2} . EPA.Z(7)) / (HTA.Z(6) + \frac{EPG13}{2} . Z(7)) \quad (4)$$

Et les dimensions qui s'expriment en fonction de LTA changeront en conséquence.

IV-2- Optimisation de l'épaisseur de l'âme:

Après avoir choisi, l'épaisseur minimale de l'âme en section médiane (EPA), on détermine l'épaisseur de l'âme sur appui (EPAA) de la manière suivante :

$$EPAA = \min \{ EPA + DEPA ; LTA \}$$

avec DEPA = Variation de l'épaisseur de l'âme (épaississement)
on a : $EPA/3 \leq DEPA \leq 2.EPA/3$

Pour des raisons justifiées par la vérification de la zone d'about. Cette épaisseur doit-être conservée sur une distance :

DEPACA (distance sur laquelle l'épaisseur de l'âme reste constante sur appuis) au minimum égale à la hauteur de la poutre :

$$DEPACA \geq HTO$$

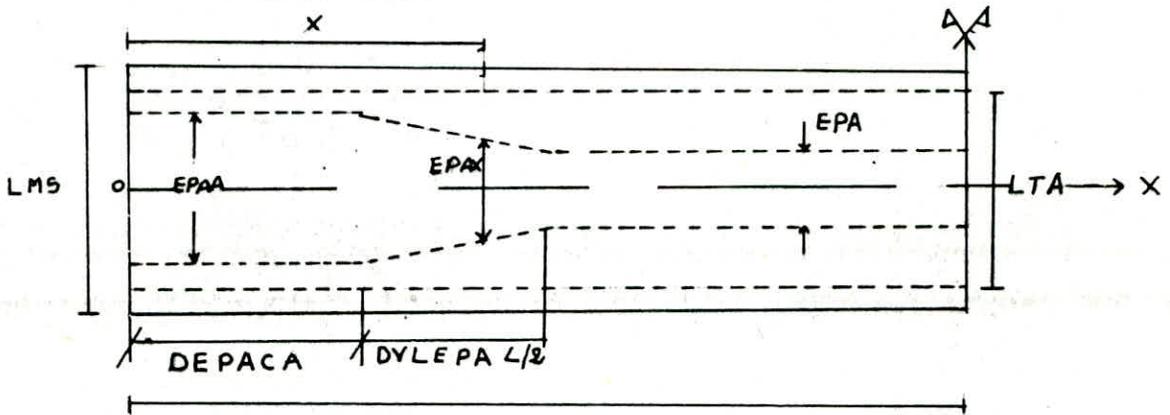
Au delà de la distance DEPACA, l'épaisseur de l'âme diminue linéairement sur une distance :

DVLEPA (distance de variation linéaire de l'épaisseur de l'âme).

$$0,5 \text{ m} \leq DVLEPA \leq 1 \text{ m}$$

Remarque : La différence de quelques centimètres entre l'épaisseur de l'âme sur appuis et en travée conduit à opter pour un profil constant sauf si l'on cherche l'allègement maximal de la poutre.

- Dans notre cas :
- En section médiane on adoptera une section de poutre comportant deux goussets supérieurs.
- Sur appui : une section comportant un seul gousset supérieur.



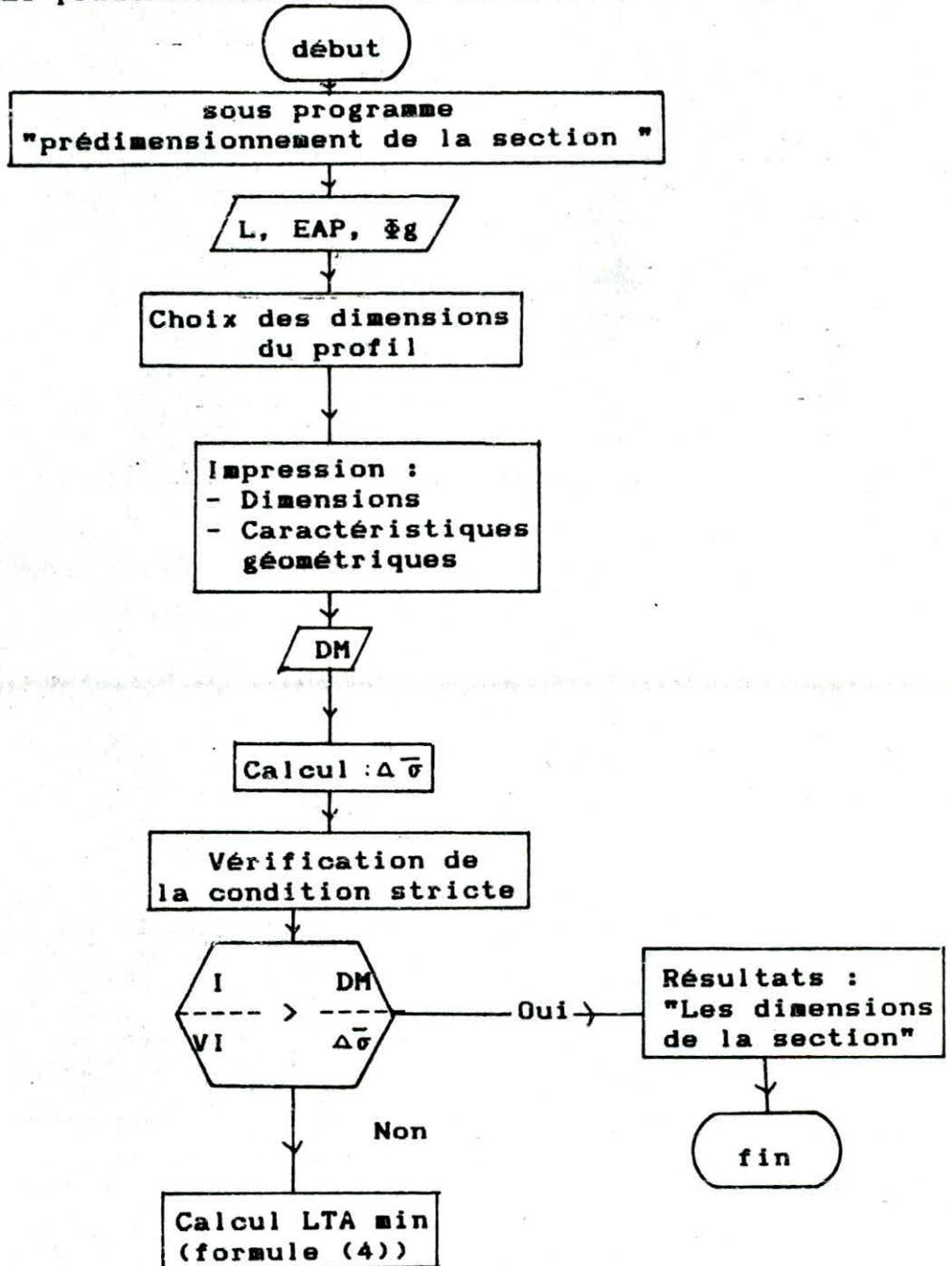
Vue en plan d'une demie-poutre

$$EPAX = - DEPA \cdot X / DVLEPA + DEPA / DVLEPA \cdot (DEPCA + DVLEPA) + EPA \quad (5)$$

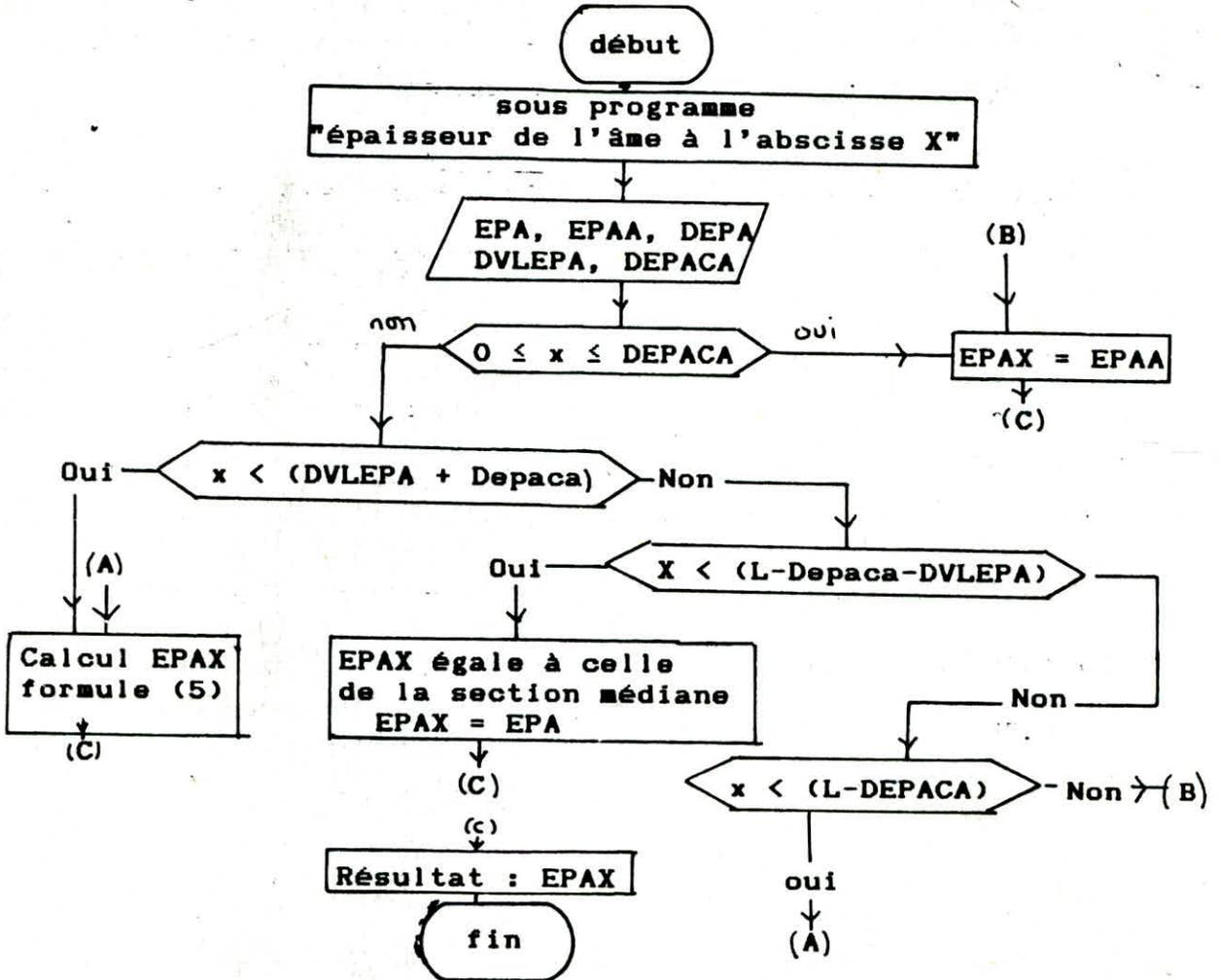
EPAX : Epaisseur de l'âme à une abscisse X pour :

$$DEPCA \leq X \leq (DEPCA + DVLEPA)$$

Sous-programme prédimensionnement de la section de la poutre :



Sous-programme calcul de l'épaisseur de l'âme d'une section située à l'abscisse X : EPAX



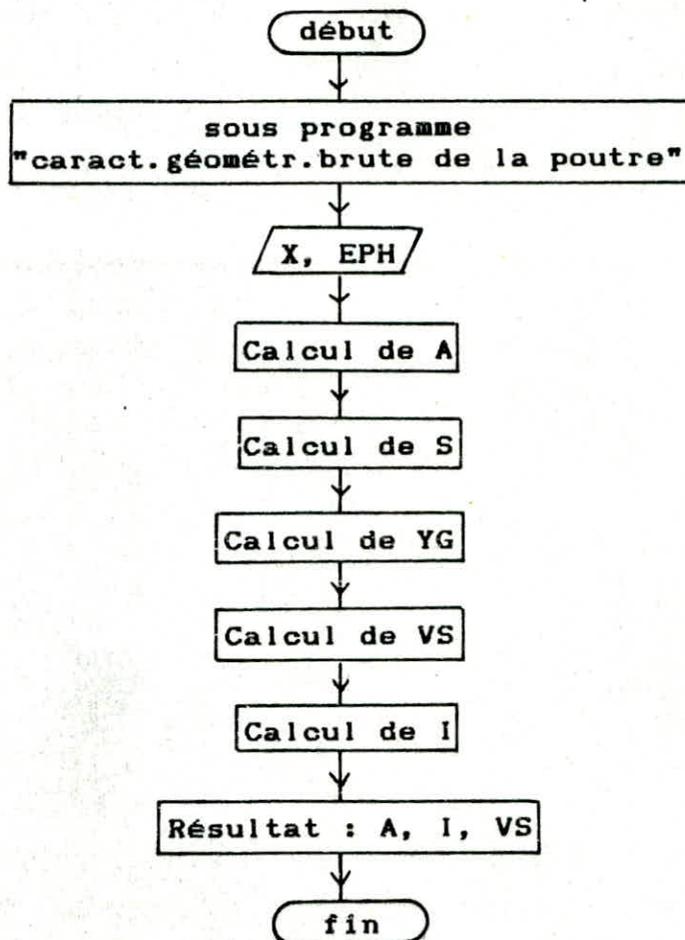
IV-3- Calcul des caractéristiques géométriques brutes de la section de la poutre

- La section brute est celle qu'on utilise pour le calcul : Du poids propre de l'élément, des déformations. Elle correspond à la section du béton sans tenir compte des évidements.

- Pour le calcul des caractéristiques géométriques. La section totale a été divisée en sections élémentaires.

Pour la recherche du centre de gravité, les moments statiques ont été pris par rapport à l'axe passant par la fibre supérieure de la section (axe).

Sous programme de calcul des caractéristiques géométriques brutes de la section de la poutre :



Remarque : Les caractéristiques calculées par le sous-programme sont : Soit celles de la section de la poutre seule, soit celles de la section de la poutre et de l'hourdis associé (EPH = 0 ou bien EPH = EPH)

IV-4- Pré-Dimensionnement de la précontrainte

L'effort de précontrainte est défini par son intensité P et sa position dans chaque section. Cette position est définie par son exentricité par rapport au centre de gravité de la section considérée et est notée E_{pr} .

il s'agit donc de trouver P et E_{pr} correspondante.

IV-4-1 La précontrainte minimale

La précontrainte minimale est donnée par :

$$P_{min} = \text{Sup} (P_I, P_{II})$$

Cette précontrainte minimale doit être respectée à tout instant de la vie de l'ouvrage.

On a :

$$P_I = \bar{\sigma}_m . A + \frac{MM - M_m}{\xi . HTO} \quad (6)$$

$$P_{II} = \left(\bar{\sigma}_m . \frac{I}{VI} + M_m \right) / (CS + VI - t') \quad (7)$$

Avec : $CS = \xi . V_s$; $CI = \xi . V_i$; et $t' =$ enrobage inférieur minimal

- Si $P_I > P_{II}$ on a $P_{min} = P_I$

La section est dite sous critique et l'excentricité correspondante est :

$$E_{p1} = -A' - \frac{M_m}{P_I} \quad (8)$$

$$A' = \text{Sup} \left\{ \left(\bar{\sigma}_m . I / (P_I . vS) - CI \right) ; - \bar{\sigma}_m . I . (P_I . VI) + CS \right\}$$

- Si $P_{II} > P_I$ on a $P_{min} = P_{II}$. La section est dite sur critique et l'excentricité correspondante est :

$$E_{p2} = -VI + t' \quad (9)$$

Remarque : Les caractéristiques géométriques considérées sont celles de la section brute de la poutre avec l'hourdis associé.

IV-4-2 Evaluation des forces de précontrainte

Le prédimensionnement de la précontrainte doit être tel que la résistance de la poutre soit vérifiée à tout instant. Il est donc préférable de donner au préalable les phases de construction et de précontrainte d'une telle poutre et de

l'ouvrage associé :

La construction de l'ouvrage comporte deux phases principales de bétonnage (poutre et hourdis). A chacune de ces phases est associé une mise en précontrainte.

- Une première précontrainte est appliquée à la poutre seule par une première famille de cables ancrés à l'about de la poutre. Cette première précontrainte généralement fractionnée en deux est appliquée de la manière suivante :

a- Quelques jours après bétonnage de la poutre on applique la première fraction de précontrainte.

b- La fraction restante est appliquée dès que le beton a atteint une résistance suffisante. On peut alors placer la poutre sur ses appuis définitifs.

- La deuxième précontrainte est appliquée à la structure complète, dès que l'hourdis est suffisamment résistant, par une deuxième famille de cables. On peut alors poser la superstructure et procéder à la mise en service de l'ouvrage.

Remarque : Les pertes instantanés sont estimées en fraction de PF1 et PF2.

PF1 : Précontrainte finale de la première famille de cables (en section médiane)

PF2 : Précontrainte finale de la deuxième famille de cables (en section médiane)

A - cables de la première famille :

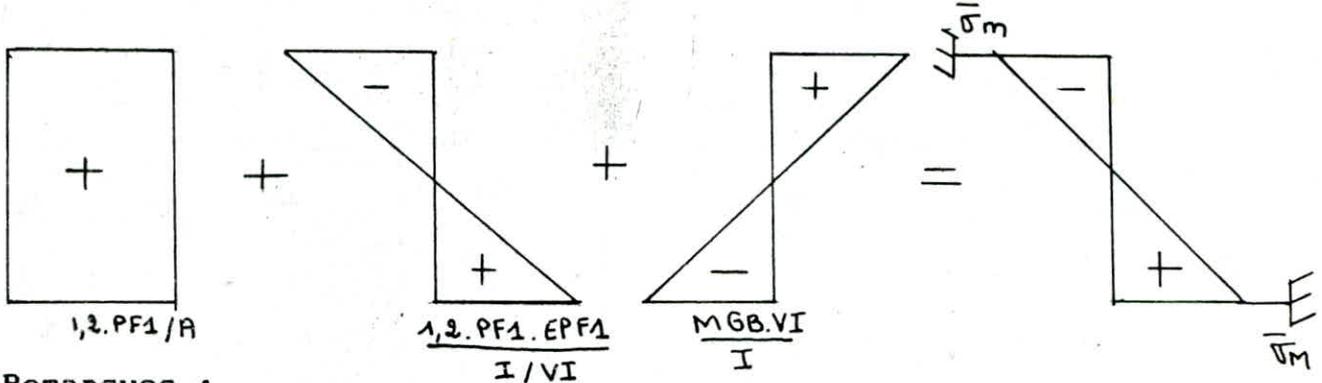
1 - Avant le coulage de l'hourdis :

A ce stade la poutre se trouve sur son banc de préfabrication, on tend les cables de la première famille. La

poutre se trouve soumise aux sollicitations suivantes :

PF1 ; MGB

Il en résulte le diagramme de contraintes suivant :



Remarques :

- Comme à ce stade on ne peut évaluer les pertes, on majore la précontrainte PF1 de 20 %
- EPF1 : Excentricité des cables de la première famille
- MGB : Moment en section médiane dû au poids propre de la poutre, quand celle-ci est sur son banc de préfabrication.

Fibre supérieure :

$$\sigma_{s1} = \frac{1,2 \cdot PF1}{A} + \frac{1,2 \cdot PF1 \cdot EPF1 \cdot Vs}{I} + \frac{MGB \cdot Vs}{I} \geq \bar{\sigma}_m \quad (10)$$

Fibre inférieure :

$$\sigma_{i1} = \frac{1,2 \cdot PF1}{A} - \frac{1,2 \cdot PF1 \cdot EPF1 \cdot Vi}{I} - \frac{MGB \cdot Vi}{I} \leq \bar{\sigma}_M \quad (11)$$

$$(10) \implies PF1 \geq \frac{(\bar{\sigma}_m - MGB \cdot Vs / I)}{(1/A + \frac{EPF1 \cdot Vs}{I})} = PA1$$

$$(11) \implies PF1 \leq \frac{(\bar{\sigma}_M + MGB \cdot Vi / I)}{(1,2 \cdot (1/A - EPF1 \cdot Vi / I))} = PB1$$

On a donc $PA1 \leq PF1 \leq PB1$ (12)

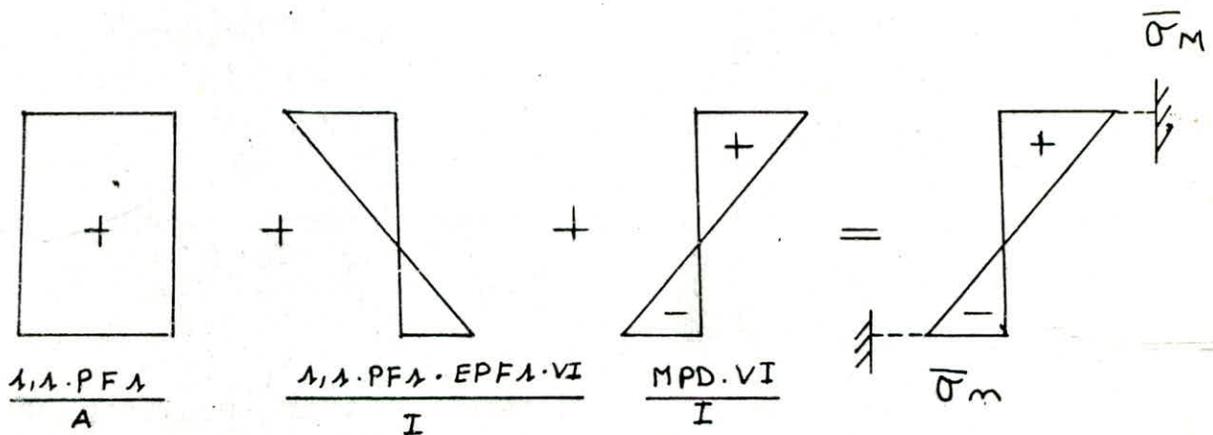
2 - Après coulage de l'hourdis et avant mise en tension de la

 deuxième famille :

On pose la poutre sur les appuis de l'ouvrage et on coule l'hourdis.

La poutre doit supporter son poids propre et celui de l'hourdis.

On a les diagrammes de contraintes suivants.



Remarques :

. On estime les pertes à 10 %

. MPD : Moment dû au poids de la poutre sur appui et de l'hourdis associé.

à la fibre supérieure :

$$\sigma_{S2} = 1,1 \cdot \frac{PF1}{A} + 1,1 \cdot PF1 \cdot EPF1 \cdot Vs / I + MPD \cdot Vs / I \leq \bar{\sigma}_M$$

$$\implies PF1 \leq \frac{(\bar{\sigma}_M - MPD \cdot Vs / I)}{(1,1 \cdot (1/A + EPF1 \cdot Vs / I))} = PA2$$

Fibre inférieure :

$$\sigma_{i2} = 1,1 \cdot \frac{PF1}{A} - 1,1 \cdot PF1 \cdot EPF1 \cdot VI / I - MPD \cdot VI / I \geq \bar{\sigma}_m$$

$$\implies PF1 \geq \frac{(\sigma_m + MPD \cdot VI / I)}{(1,1 \cdot (1/A - EPF1 \cdot VI / I))} = PB2$$

$$\implies PB2 \leq PF1 \leq PA2 \quad (13)$$

La précontrainte de la première famille PF1 doit satisfaire en même temps les conditions (12) et (13). Ce qui se traduit par :

$$PM1 = \text{Max} (PA1, PB2) \leq PF1 \leq \text{Min} (PB1, PA2) = PM2$$

En tenant compte des pertes. La précontrainte à l'ancrage vaut :

$$P01 = 1,1 \cdot 1,2 \cdot PF1 = 1,32 \cdot PF1$$

Nombre de cables :

Le nombre de cables N1 nécessaires pour exercer une force de précontrainte P01 :

$$N1 = \frac{P01}{\sigma A1} \cdot \frac{1}{ACP1}$$

Avec ACP1 : Section d'un cable (1ere famille)

$$\sigma A1 = \sigma 01 - D\sigma G1$$

$$D\sigma G1 : \text{Tension initiale (1ere famille)} \quad D\sigma G1 = 0,25 \cdot \sigma 01$$

$$\implies \sigma A1 = 0,75 \cdot \sigma 01$$

$$\implies \frac{1,32 \cdot PM1}{\sigma A1 \cdot ACP1} \leq N1 \leq 1,32 \cdot \frac{PM2}{\sigma A1 \cdot ACP1} \quad (14)$$

Le nombre de cables sera choisi dans l'intervalle précédent.

La précontrainte de la première famille de cables sera donc :

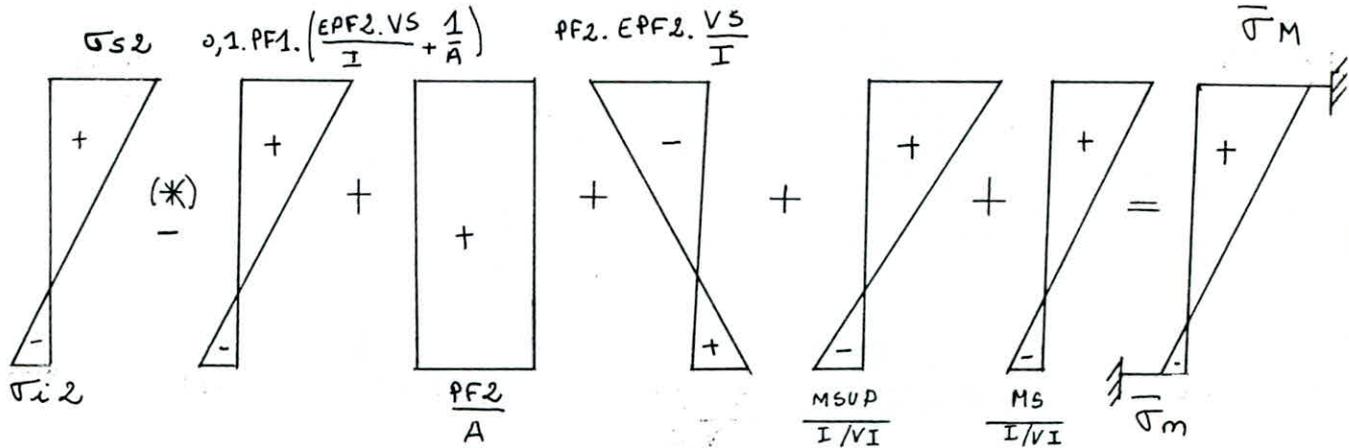
$$PF10 = N1 \cdot ACP1 \cdot \sigma A1 \quad (15)$$

B - Cables de la deuxième famille :

En phase finale, on devra satisfaire les conditions des contraintes normales limites en combinaisons rares qui correspondent au cas le plus défavorable.

L'excentricité des cables de la deuxième famille est : EPF2

Les diagrammes des contraintes normales en combinaison rares sont :



Remarques :

- . Msup : Moment dû à la superstructure.
- . Ms : Moment dû aux surcharges.
- . Aux contraintes σ_{s2} et σ_{i2} on retranche les pertes qui sont estimées à 10 % de PF1.
- . Les caractéristiques mécaniques à prendre en compte sont celles de la section résistante (poutre + hourdis).

On a :

- A la fibre supérieure :

$$\sigma_{s3} = \sigma_{s2} - \frac{0,1.PF1.EPF2.Vs}{I} - \frac{0,1.PF1}{A} + \frac{PF2}{A} + \frac{PF2.EPF2.Vs}{I} + \frac{Msup.Vs}{I} + \frac{1.Ms.Vs}{I} \leq \bar{\sigma}_M \quad (16)$$

- A la fibre inférieure :

$$\sigma_{i3} = \sigma_{i2} + \frac{0,1.PF1.EPF2.VI}{I} - \frac{0,1.PF1}{A} + \frac{PF2}{A} - \frac{PF2.EPF2.VI}{I} - \frac{M_{sup}.VI}{I} - \frac{1.Ms.VI}{I} \geq \bar{\sigma}_m \quad (17)$$

$$(16) \implies PF2 \leq \frac{(\bar{\sigma}_m - \sigma_{s2} - (M_{sup} + 1.Ms).Vs/I)}{1/A + EPF2 . Vs / I} + 0,1.PF1 = PC1$$

$$(17) \implies PF2 \geq \frac{(\bar{\sigma}_m - \sigma_{i2} + (M_{sup} + 1.Ms).VI/I)}{1/A - EPF2 . VI / I} + 0,1.PF1 = PC2$$

Ce qui donne : $PC2 \leq PF2 \leq PC1 \quad (18)$

Nombre de cables :

Comme pour la première famille on a :

$$1,265 \cdot \frac{PC2}{\sigma_{A2} \cdot ACP2} \leq N2 \leq 1,265 \cdot \frac{PC1}{\sigma_{A2} \cdot ACP2}$$

Avec :

ACP2 : Section d'un câble (2ème famille)

$$\sigma_{A2} = 0,75 \cdot \sigma_{02}$$

σ_{02} : Tension à l'origine (2ème famille)

Le nombre de câbles sera choisi dans l'intervalle précédent

La précontrainte de la deuxième famille de cables sera donc :

$$PF20 = N2 \cdot ACP2 \cdot \sigma_{A2}$$

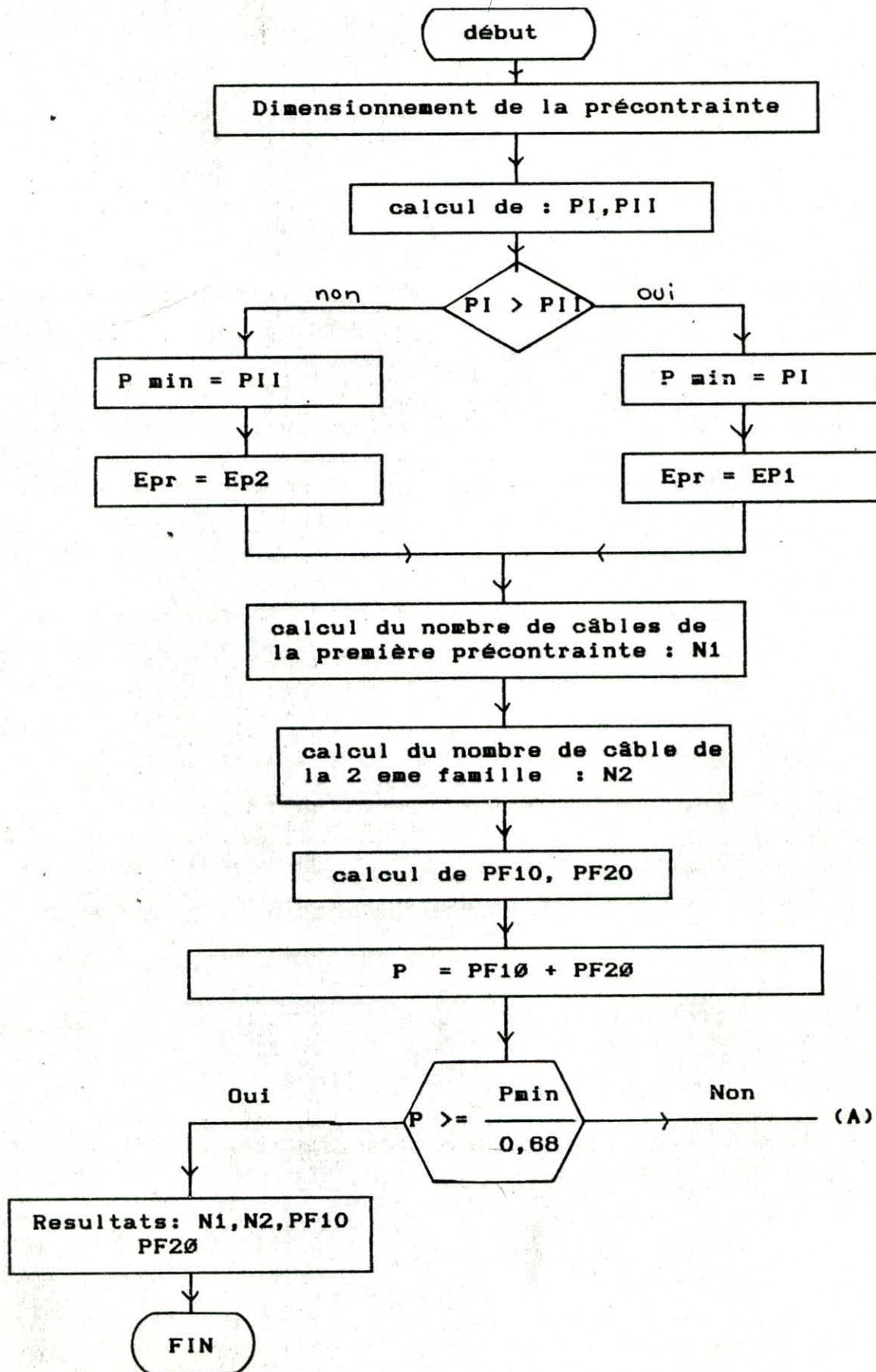
Remarque :

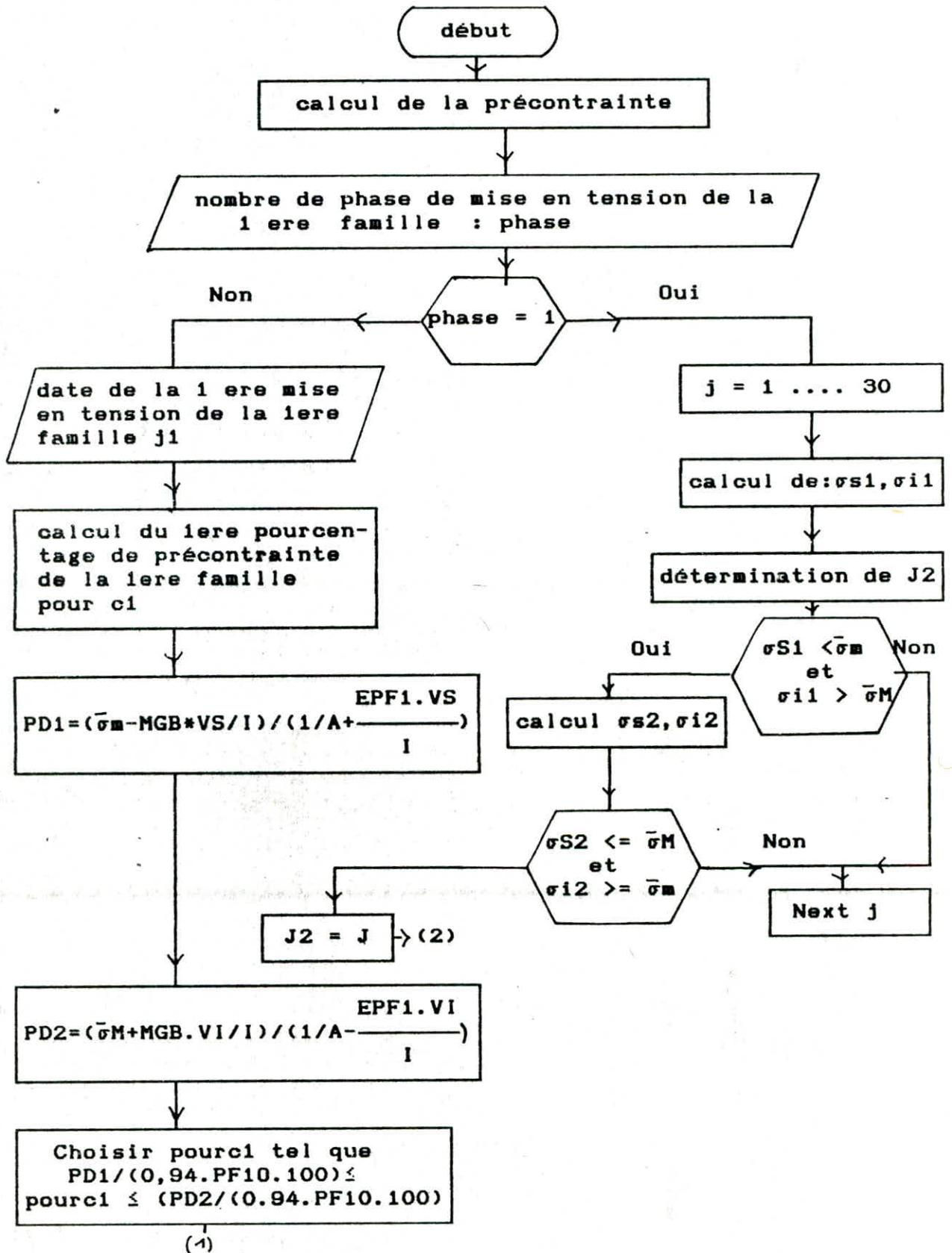
Dans tous les cas, la précontrainte doit être supérieure ou égale à la précontrainte minimale : P_{min}

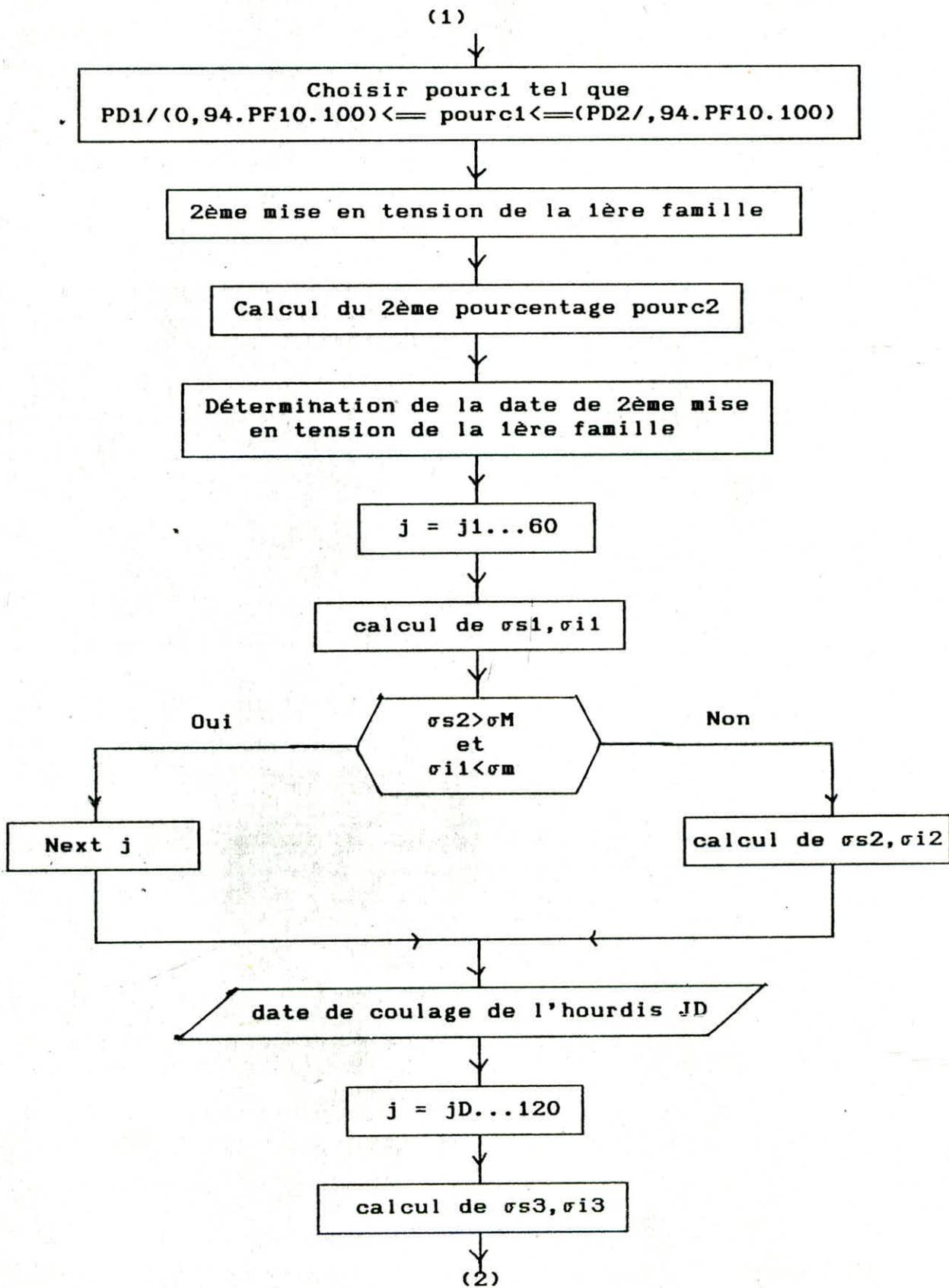
Le cas le plus défavorable est celui qui apparait en exploitation à long terme sous l'effet de la précontrainte minimale susceptible d'exister :

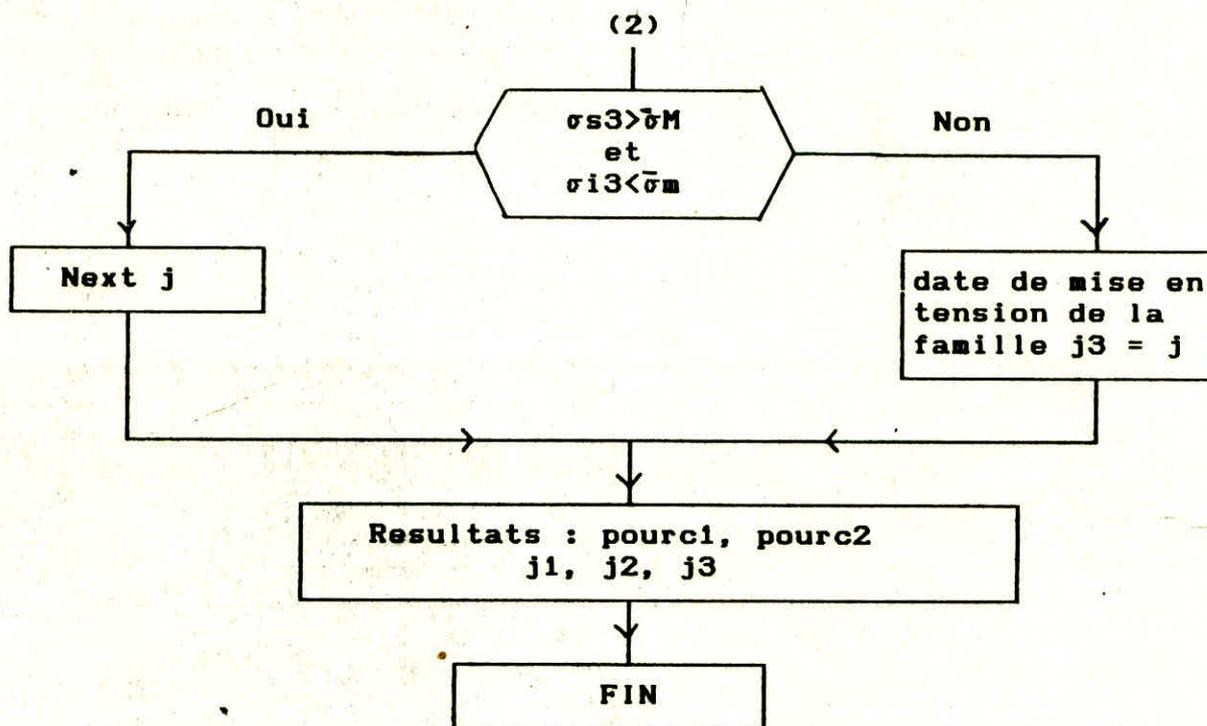
De ce fait, dans les cas courants, il faut vérifier :

$$0,68 (PF10 + PF20) \geq P_{min}$$









CHAP V :

TRACE DES CABLES

V-1 INTRODUCTION :

Le tracé des câbles est étudié de façon à réaliser dans chaque section une distribution des précontraintes répondant aux sollicitations sous les charges.

Ainsi, dans une poutre sur appuis simples, les câbles sont concentrés dans la membrure inférieure au milieu de la poutre, zone du plus grand moment fléchissant. Ils sont progressivement relevés vers les appuis pour résister à l'effort tranchant par la composante verticale de la force exercée par le câble dans la partie inclinée.

V-1-1-Géométrie des câbles :

a-Géométrie verticale :

La symétrie de la poutre nous permet de faire la description sur une demi-portée, l'autre moitié sera symétrique à la première par rapport à l'axe vertical médian.

Le tracé de chaque demi-câble comporte :

- Un alignement droit précédant l'organe d'ancrage et dont la longueur minimale LD est généralement prise égale à 1 m.
- Une parabole à axe vertical.
- Un alignement droit horizontal dans la zone centrale, éventuellement inexistant pour le câble le plus court de la deuxième famille.

b- Géométrie horizontale :

On admet que l'abscisse de début de déviation horizontale du câble I correspond à l'abscisse de fin de parabole au niveau du tracé de ce câble, et l'abscisse de fin de déviation horizontale est au niveau de la section médiane. Entre ces deux abscisses, le

tracé du câble est assimilé à une droite, la déviation angulaire de cette droite a pour expression :

$$\beta(I) = \text{Arc tg}(ZM(I) / (L/2 - XFP(I)))$$

V-1-2 Dispositions constructives :

- La longueur de la poutre est augmentée de L0 au delà des appuis pour éviter la création de sollicitations parasites.

- L0 et LD sont données par l'utilisateur

$$LD = 0,8 \text{ à } 1,2 \text{ m} \quad L0 = 0,3 \text{ à } 0,5 \text{ m}$$

- Pour l'enrobage, l'article A.10.2,23 du BPEL préconise :

La distance minimale d entre un conduit (ou un paquet de conduits) et parement, doit satisfaire aux conditions ci-après :

$$d \geq \max \{ 3/4.a , \varnothing g , b \}$$

a : désignant la dimension horizontale du rectangle circonscrit au conduit ou au paquet de conduits.

$\varnothing g$: Diamètre maximum d'une gaine.

$$b = \begin{cases} 3 \text{ cm pour les ouvrages à l'abri des intempéries.} \\ 4 \text{ cm " " " courants.} \\ 5 \text{ cm " " " soumis à une atmosphère agressive.} \end{cases}$$

V-2- Tracé du câble moyen théorique :

Dans un premier stade nous travaillerons sur le câble moyen théorique qui doit, pour que les contraintes limites soient respectées tout au long de la poutre, s'inscrire dans les fuseaux de passage.

Nous connaissons la position du câble moyen théorique dans la section médiane, voyons ce qu'il en est de sa position sur appui.

Dans les zones d'extrémité, les contraintes de cisaillement sont généralement importantes, le tracé peut de ce fait être guidé par le souci de minimiser l'intensité de ces contraintes.

Sur appui, l'effort tranchant réduit doit respecter :

$$-\bar{V} \leq V_{red} \leq \bar{V}$$

c'est à dire $-\bar{V} \leq V_m - P \cdot \sin(\alpha)$

et $V_m - P \cdot \sin(\alpha) \leq \bar{V}$

Ce qui conduit à un encadrement de la valeur de l'angle de relevage α :

$$\alpha_1 = \arcsin \left(\frac{V_m - \bar{V}}{P} \right) \leq \alpha \leq \alpha_2 = \arcsin \left(\frac{V_m + \bar{V}}{P} \right)$$

$P = PF_1 + PF_2$: Précontrainte à long terme.

α : angle de relevage du câble moyen au niveau de l'appui.

V : Effort tranchant limite que peut supporter la section d'appui.

$$\bar{V} = \bar{\tau} \cdot b_n \cdot 0,8 \cdot h \quad (b_n : \text{largeur nette de l'âme})$$

$\bar{\tau}$: Contrainte tangentielle limite en état-limite de service.

$$\bar{\tau} = \sqrt{-0,4 \cdot f_{tj} \cdot (-f_{tj} + \sigma_x)}$$

$$\sigma_x = \frac{P}{B'}$$

B' : Section de béton réduite.

La valeur minimal de V_{red} est obtenue pour : $P \cdot \sin(\alpha) = \left(\frac{V_m + V_m}{2} \right)$

qui donne l'optimum théorique de l'angle de relevage :

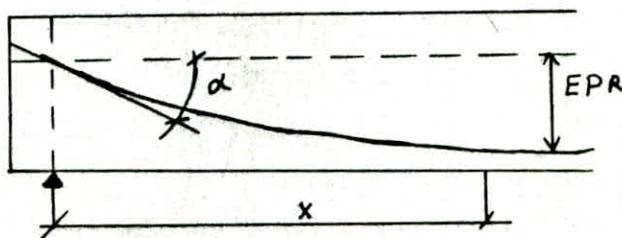
$$\alpha = \arcsin \left(\frac{1}{2 \cdot P} \cdot (V_m + V_m) \right)$$

Valeur qui n'est pas toujours réalisable.

En conséquence, le tracé du câble moyen sera obtenu en inscrivant dans le fuseau de passage un tracé respectant, en section la plus sollicitée l'excentricité maximale autorisée, et sur appuis un relevage respectant les conditions établies ci-dessus, tout en essayant d'assurer une excentricité proche de la valeur nulle au droit de l'appui de façon à minimiser localement le moment de précontrainte.

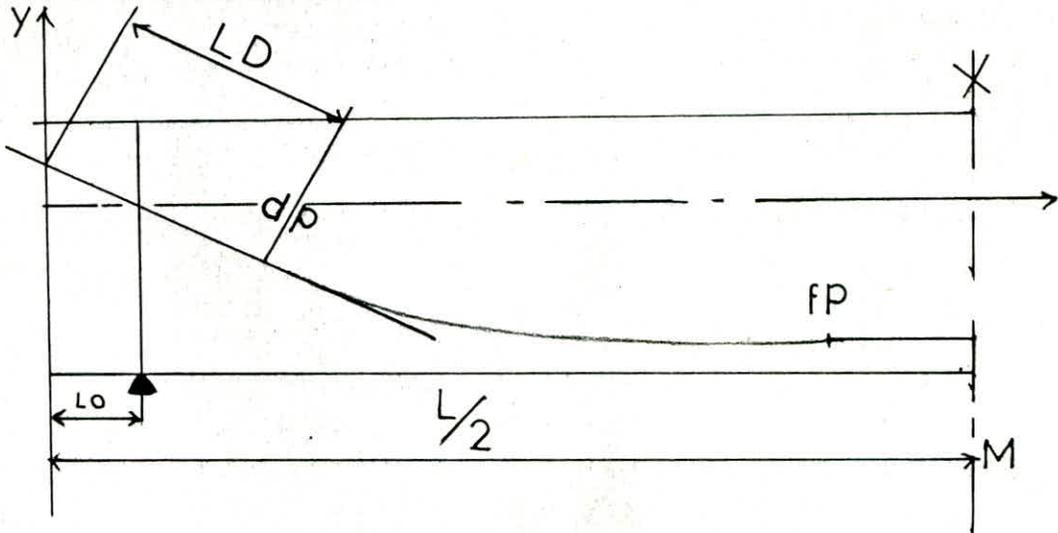
Le câble moyen est composé de paraboles et de droites.

Remarque : Pour tracer une parabole respectant un angle α fixé au niveau de l'appui on peut utiliser la propriété suivante :



$$x = \frac{2 \cdot EPr}{\text{tg}(\alpha)}$$

- Calcul des coordonnées du câble moyen théorique dans des sections particulières :



Position d'about : Position d'appui : Position en zone médiane :

$$X_{0m} = 0$$

$$X_{APm} = L_0$$

$$X_{Mm} = L/2$$

$$Z_{0m} = 0$$

$$Z_{APm} = 0$$

$$Z_{Mm} = 0$$

$$Y_{0m} = L_0 \cdot \operatorname{tg}(\alpha)$$

$$Y_{APm} = 0$$

$$Y_{Mm} = E_{Pr}$$

(avec $E_{Pr} < 0$)

Point de début de parabole : Point de fin de parabole :

$$X_{DPm} = LD \cdot \cos(\alpha)$$

$$X_{FPm} = 2 \cdot (Y_0 - E_{Pr}) / \operatorname{tg}(\alpha)$$

$$Z_{DPm} = 0$$

$$Z_{FPm} = 0$$

$$Y_{DPm} = Y_0 - LD \cdot \sin(\alpha)$$

$$Y_{FPm} = E_{Pr}$$

V-3- Tracé des câbles individuels :

V-3-1- Position du câble I :

Chaque câble I est défini par :

- Sa position longitudinale horizontale X.
- " " verticale transversale Y.
- " " horizontale " " Z.

V-3-1-1 Classification des câbles en zone d'introduction de la précontrainte :

Les câbles sont numérotés dans l'ordre suivant :

- Du bas vers le haut.
- De gauche à droite.

V-3-1-2 Classification des câbles en section médiane :

Les câbles sont classés par lits, les câbles de la première famille sont placés dans les lits inférieurs et ceux de la deuxième famille sont placés dans les lits suivants.

On suppose que les diamètres des gaines au niveau des lits sont les mêmes.

Les câbles conserveront les mêmes numéros qu'on leur a associé au niveau de la zone d'introduction de la précontrainte.

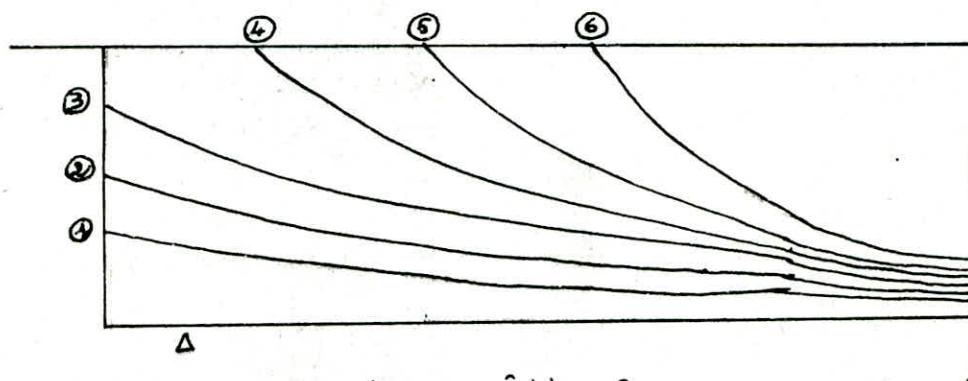


schéma de câblage

V-3-2- Câbles d'about :

Les câbles de la première famille sont ancrés à l'about, où ils doivent être symétriques par rapport au câble moyen de façon à réaliser une précontrainte aussi centrée que possible et à réduire les efforts de diffusion.

L'angle de relevage de ces câbles est généralement compris entre 2° et 20° .

V-3-3 Câbles ancrés en extradados :

Les câbles de la deuxième famille et éventuellement ceux de la première famille qui n'ont pas pu être ancrés à l'about sont ancrés dans des encoches situées sur la fibre supérieure de la poutre. On suppose en général que leur angle de sortie α est le même : $20^\circ < \alpha < 30^\circ$ (α standard = $24^\circ 15'$ correspondant à $\text{tg } \alpha = 0,45$) et que leur partie parabolique est identique aussi.

Les ancrages sont disposés à des distances égales dans l'intervalle $[L/6 , L/3]$. L'abscisse minimale $L/6$ tient compte non seulement des conditions géométriques mais aussi des conditions pratiques et mécaniques. Il faut en effet éviter d'ancrer les câbles dans les zones très proches de l'about pour conserver une réduction suffisante de l'effort tranchant. L'abscisse maximale $L/3$ tient compte essentiellement de la réduction de l'effort tranchant.

On doit respecter tout au long de la poutre les mêmes conditions concernant l'effort tranchant qu'à l'extrémité :

$$VM - \bar{V} \leq P \cdot \sin(\alpha) \leq VM + \bar{V}$$

V-4 Câble équivalent :

Dans une section de béton précontraint traversée par plusieurs câbles, on peut remplacer fictivement l'ensemble des forces de précontrainte (appliquées dans la section par chacun des câbles) par leur résultante P appliquée en un point E; l'ensemble des câbles en question peut donc être assimilé pour la section considérée à un câble unique passant par le point E tangent à la ligne d'action de P et dont la tension au point E, serait égal à P. le lien de tous les points E le long de la poutre donne le tracé du câble dit "câble équivalent".

Dans le cas où des câbles émergent à la partie supérieure (câbles en éxtrados), ce tracé se présente en "dent de scie", chaque dent correspondant à chacun des ancrages des câbles émergeants.

Le tracé du câbles équivalent doit être à l'intérieur de la zone commune aux deux fuseaux de passage et à la poutre.

V-5 Différentes étapes suivies par le programme

Soit N_a le nombre de câbles ancrés à l'about et N_e le nombre de câbles ancrés en éxtrados, i étant le numéro du câble considéré : $i = 1 \dots N_c$ avec N_c : le nombre total des câbles.

Les positions verticales Y sont déterminées par rapport à la fibre inférieure.

a- Données : les coordonnées de tous les câbles en section médiane (X=L/2) :

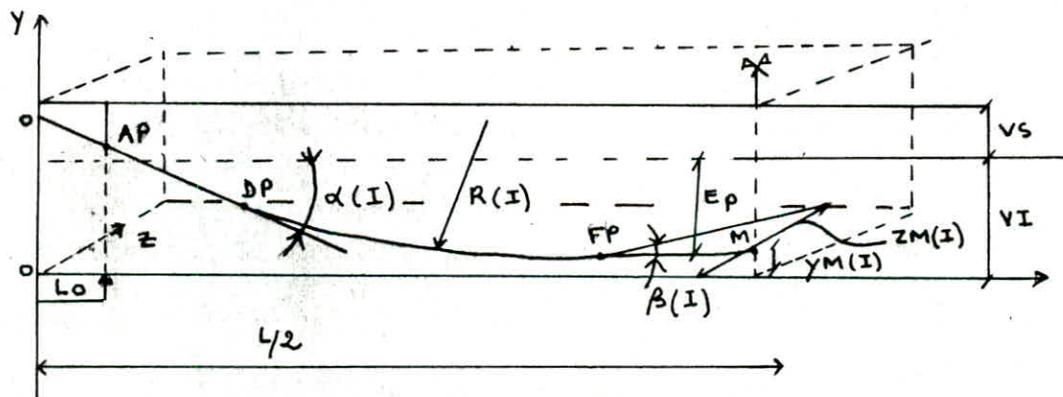
YM (I) : en respectant l'excentricité maximale du câble moyen Epr (donnée par le dimensionnement de la précontrainte) et l'enrobage minimal d.

ZM(I) : en respectant l'ordre de numérotation et la convention de signe.

b- Vérification de l'excentricité du câble moyen équivalent par rapport à la fibre moyenne dans la section médiane :

$$E(L/2) = \frac{YM(I)}{NC} - VI$$
 cette excentricité doit être égale à l'excentricité maximale Epr (ou presque avec une tolérance donnée : TL).

c- Tracé des câbles d'about



C-1 Pour chaque câble I, donner l'ordonnée YO(I) par rapport à la fibre inférieure (dans la section d'about. ZO(I) = 0).

Les ancrages d'about doivent être régulièrement espacés, la valeur de cet espacement dépend du procédé utilisé.

C-2- Calcul des coordonnées du point de fin de parabole :

$$XFP(I) = XFP_m ; ZFP(I)=0; YFP(I)=YM(I)$$

Tous les câbles ancrés à l'about ont la même abscisse de fin de parabole qui est égale à celle du câble moyen équivalent à ces câbles à l'about.

$$XFP_m = 2.(XO_m - Epr - VI) / \text{tg}(\alpha) \text{ avec } \begin{cases} YO_m = \frac{YO(1)}{Na} \\ \text{tg}(\alpha) = \frac{YO_m - VI}{LO} \end{cases}$$

C-3- Calcul de l'angle de sortie de chaque câble I.

$$\alpha(1) = \text{Arctg} (2.(YO(1) - YFP(1)) / XFP(1)).$$

C-4- Calcul des coordonnées du point de début de parabole

$$XDP(1) = LO \cdot \cos(\alpha(1)); \quad YDP(1) = YO(1) - LO \cdot \sin(\alpha(1)); \quad ZDP(1) = 0$$

C-5- Etablissement des équations du tracé et celles de la déviation angulaire du câble I.

-Trançon droit incliné

$$0 \leq X \leq XDP(1) \text{ et } L - XDP(1) \leq X \leq L$$

$$Y(I, X) = (YDP(1) - YO(1)) \cdot \frac{X}{XDP(1)} + YO(1)$$

$$\alpha(I, X) = \text{arctg}((YO(1) - YDP(1)) / XDP(1)).$$

-Trançon parabolique

$$XDP(1) \leq X \leq XFP(1) \text{ et } L - XFP(1) \leq X \leq L - XDP(1)$$

$$Y(I, X) = A(1) \cdot X^2 + B(1) \cdot X + C(1)$$

$$\alpha(I, X) = \text{arctg} (2.A(1).X + B(1))$$

$$\text{avec } A(1) = \frac{YDP(1) - YFP(1)}{(XDP(1) - XFP(1))^2} \quad E(1) = -2.A(1) \cdot XFP(1)$$

$$C(1) = YFP(1) - A(1) \cdot (XFP(1))^2 - B(1) \cdot XFP(1).$$

Vérification du rayon de courbure

$$R(1) = 1 / (2 \cdot A(1)) \geq RMIN$$

avec RMIN : Rayon minimal de courbure

-Trançon droit horizontal

$$XFP(I) = < X = < L - XFP(I) \quad Y(I, X) = YM(I) \quad \alpha(I, X) = 0$$

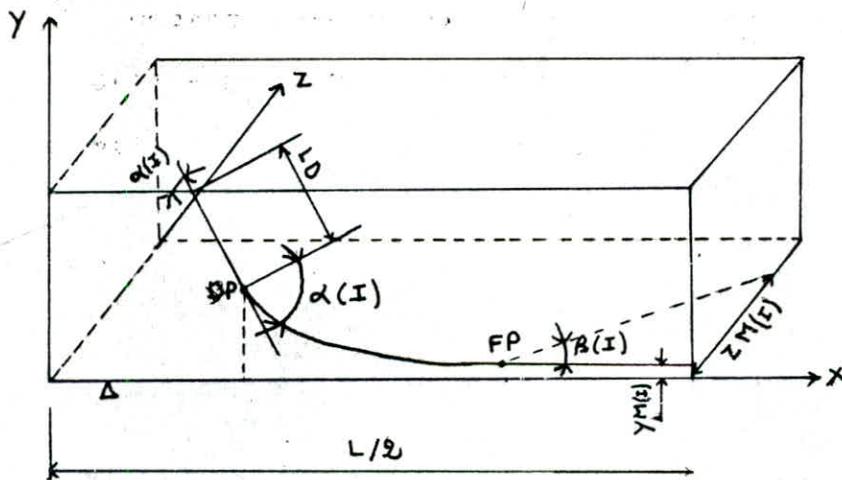
C-6- Le programme vérifie l'excentricité du câble moyen équivalent par rapport à la fibre moyenne au niveau de l'appui :

$$E(L0) = \frac{YAP(I)}{Na} - VI, \text{ cette excentricité doit être nulle}$$

(ou presque avec une tolérance donnée) de façon à minimiser localement le moment dû a la précontrainte.

avec $YAP(I) = YO(I) - \frac{(YO(I) - YDP(I))}{XDP(I)} \cdot L0$: ordonnée du câble I au niveau de l'appui.

d- Tracé des câbles en extrados



d-1- Données : les coordonnées de la position du câble I à l'ancrage: $X0(I)$, $Y0(I)$ et l'angle de sortie du câble I $\alpha(I)$

d-2- calcul des coordonnées du point de début de parabole :

$$XDP(I) = LD \cdot \cos(\alpha(I)) + X0(I)$$

$$YDP(I) = Y0(I) - LD \cdot \sin(\alpha(I))$$

d-3- Calcul des coordonnées du point de fin de parabole :

$$XFP(I) = X0(I) + 2 \cdot (Y0(I) - YM(I)) / \operatorname{tg}(\alpha(I))$$

$$YFP(I) = YM(I)$$

d-4 Etablissement des équations du tracé et celles de la déviation angulaire du câble I.

-Trançon droit incliné

$$XO(1) \leq X \leq XDP(1) \text{ et } L - XDP(1) \leq X \leq L - XO(1)$$

$$Y(1,X) = \frac{YO(1) - YDP(1)}{XO(1) - XDP(1)} \cdot (X - XO(1)) + YO(1)$$

$$\alpha(1,X) = \text{arctg } \alpha(1)$$

-tronçon parabolique

$$XDP(1) \leq X \leq XFP(1) \text{ et } L - XFP(1) \leq X \leq L - XDP(1)$$

$$Y(1,X) = A(1) \cdot X^2 + B(1) \cdot X + C(1)$$

$$\alpha(1,X) = \text{arctg } (2 \cdot A(1) \cdot X + B(1))$$

$$\text{avec } A(1) = \frac{YDP(1) - YFP(1)}{(XDP(1) - XFP(1))^2} \quad B(1) = -2 \cdot A(1) \cdot XFP(1)$$

$$C(1) = YDP(1) - A(1) \cdot (XDP(1))^2 - B(1) \cdot XDP(1).$$

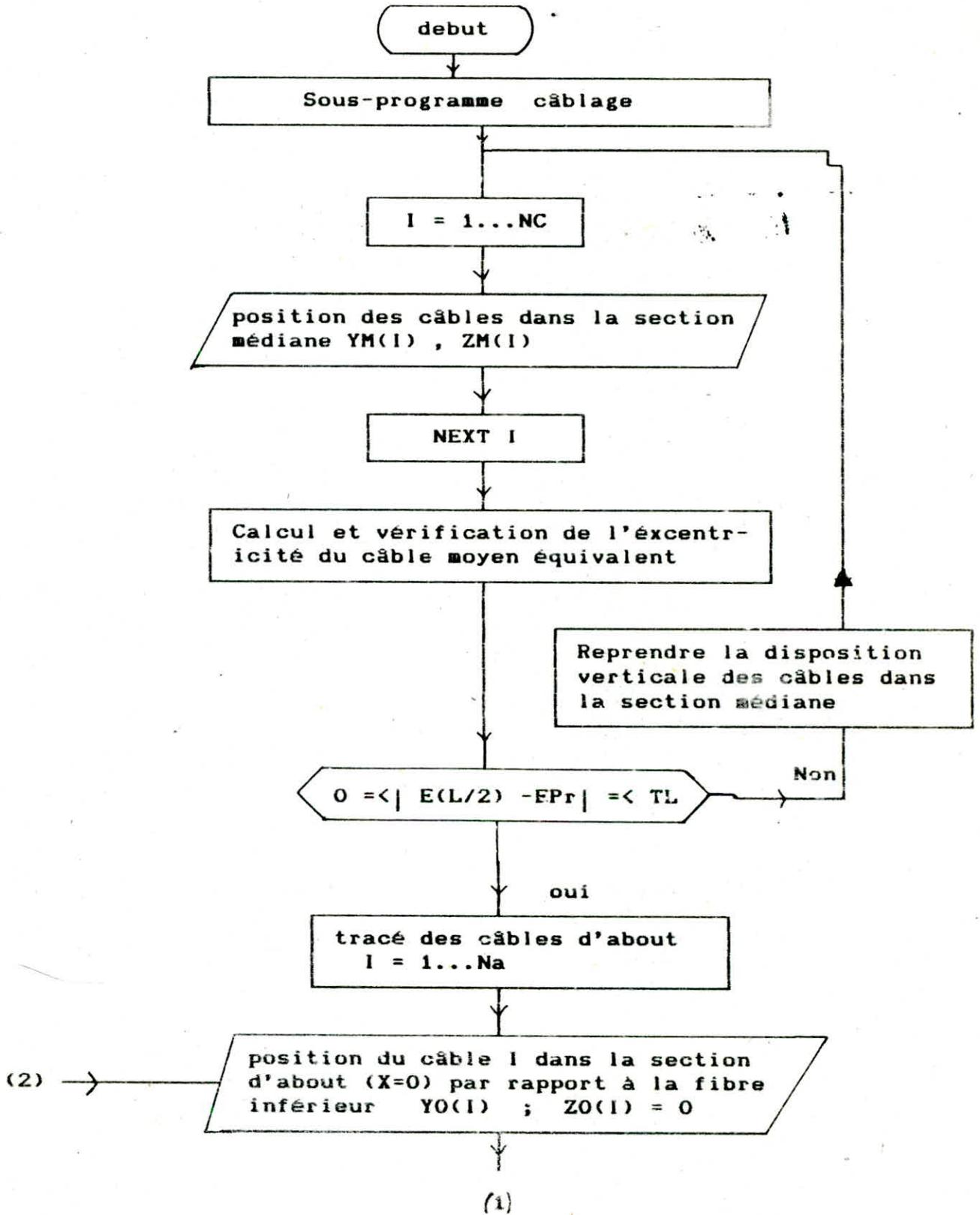
Vérification du rayon de courbure : $R(1) \geq R_{MIN}$

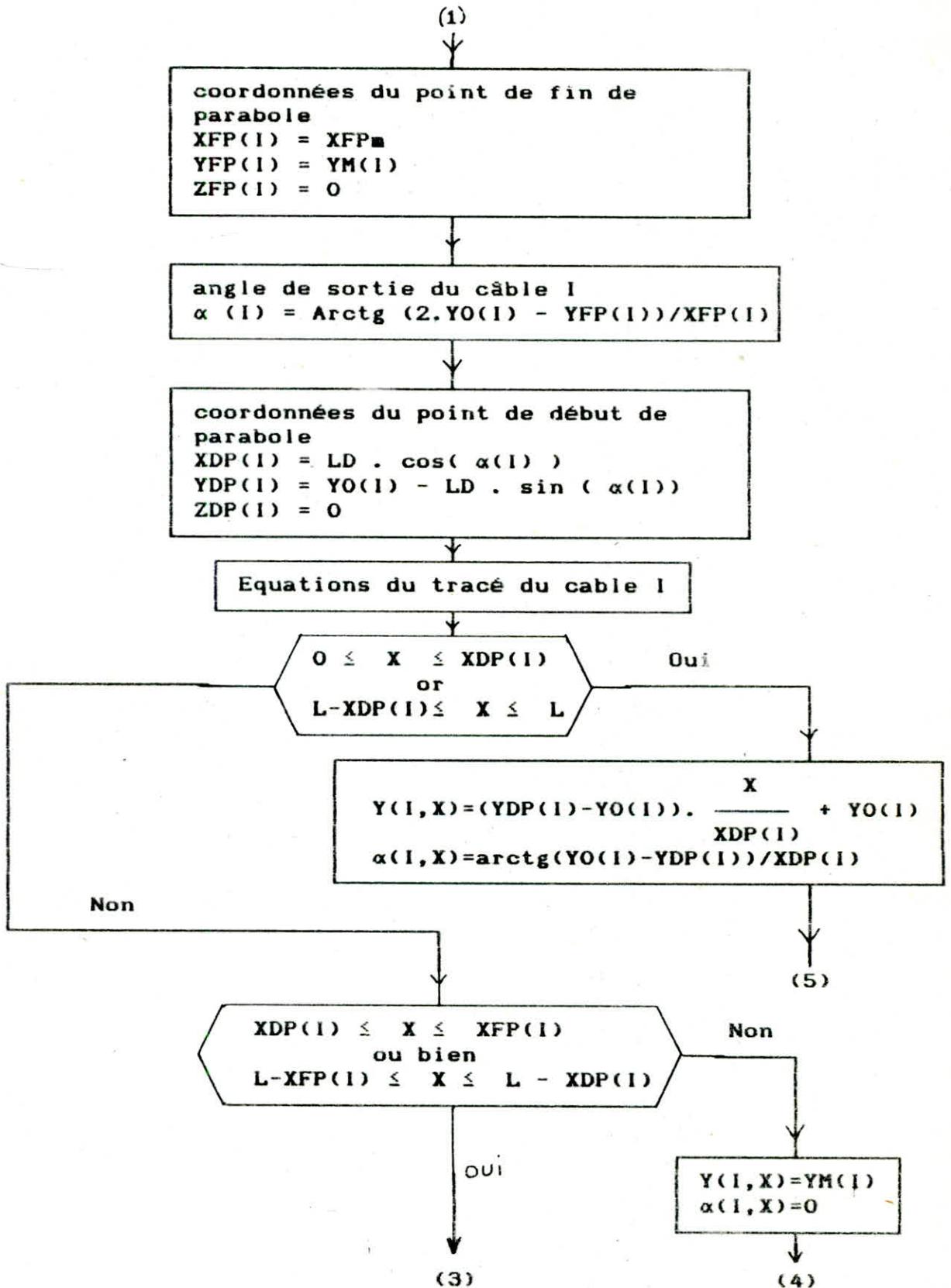
-tronçon droit horizontal:

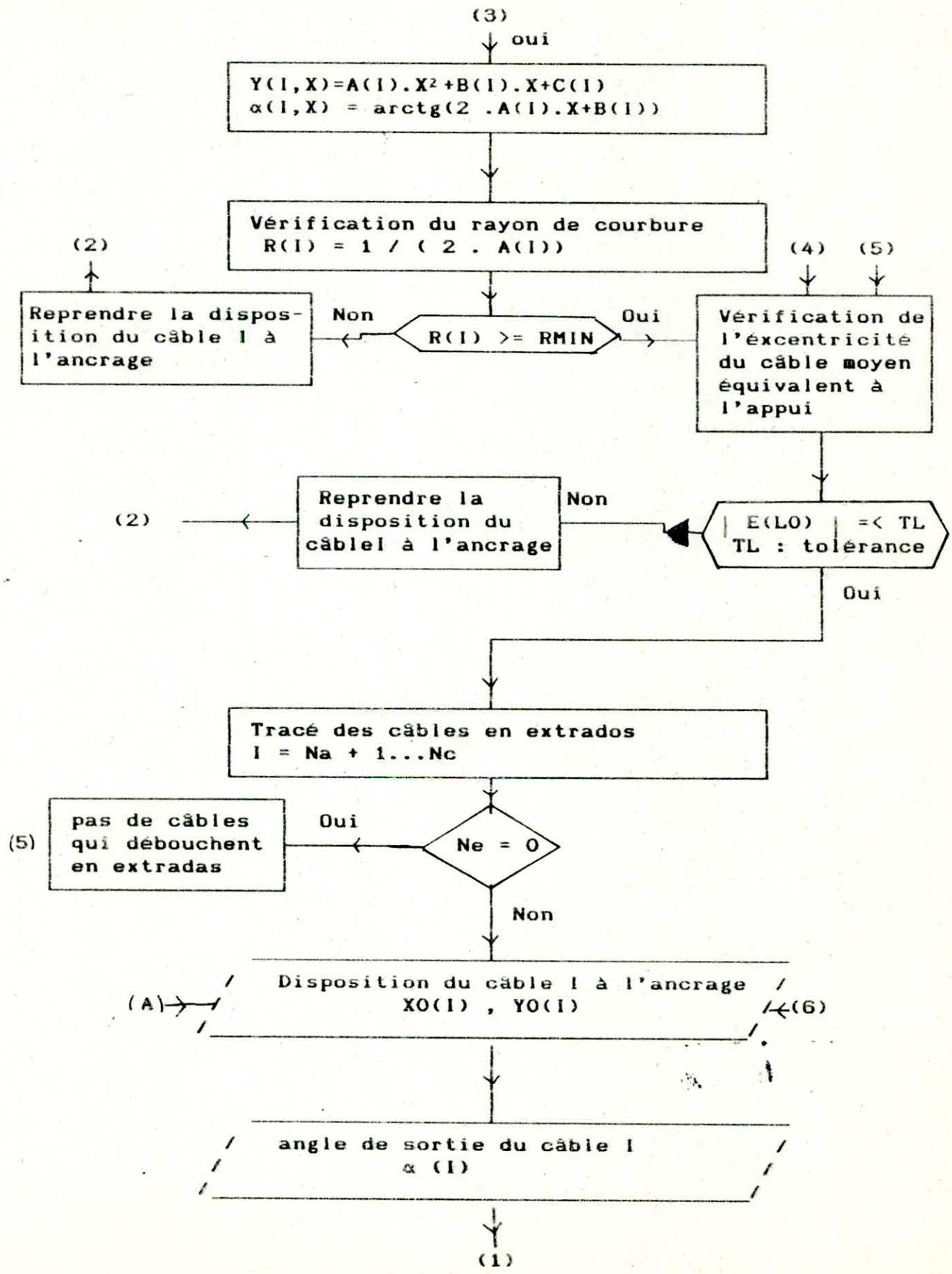
$$XFP(1) \leq X \leq L - XFP(1) \quad Y(1,X) = YM(1) \quad \alpha(1,X) = 0$$

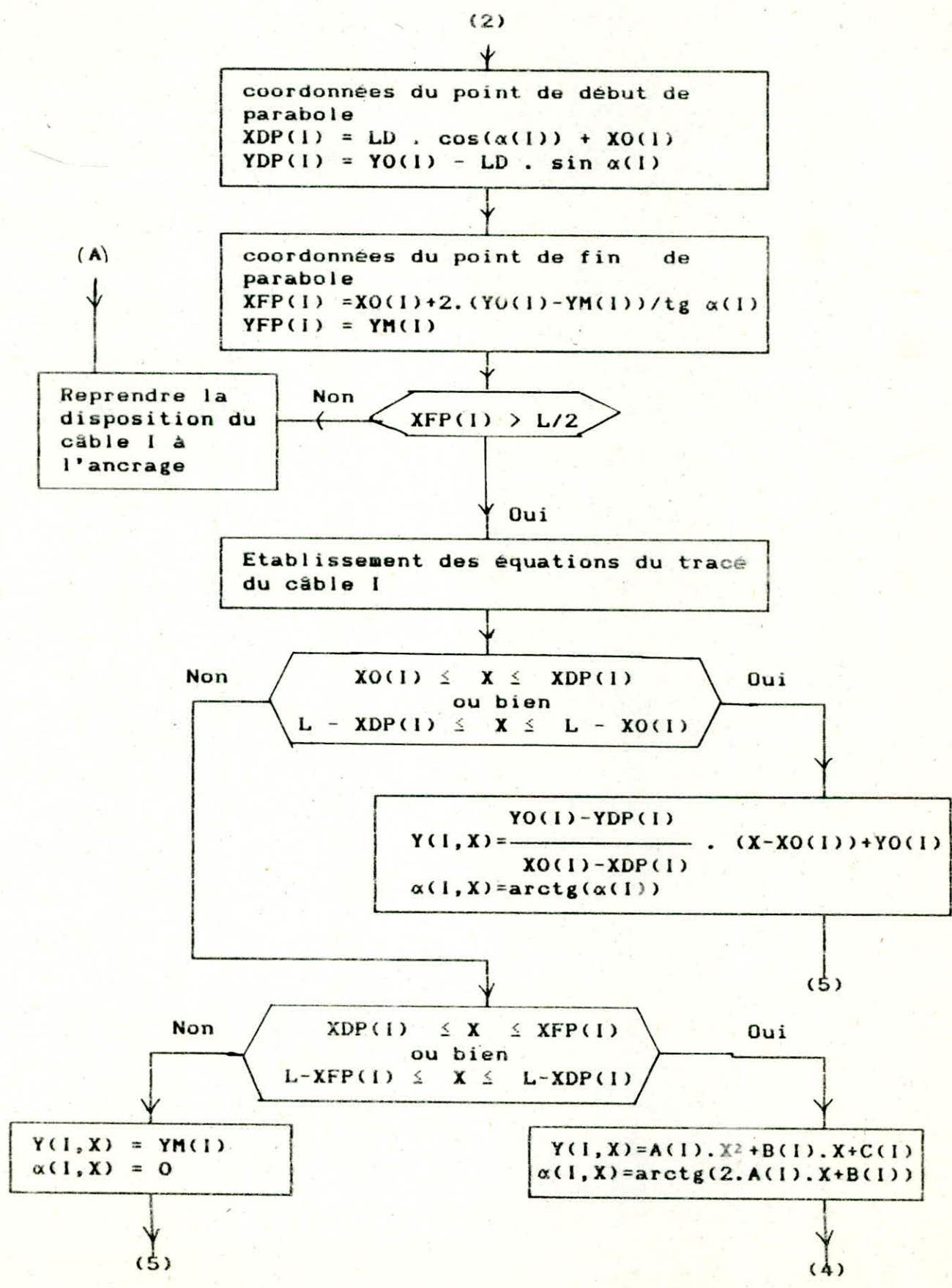
e- Tracé du câble équivalent :

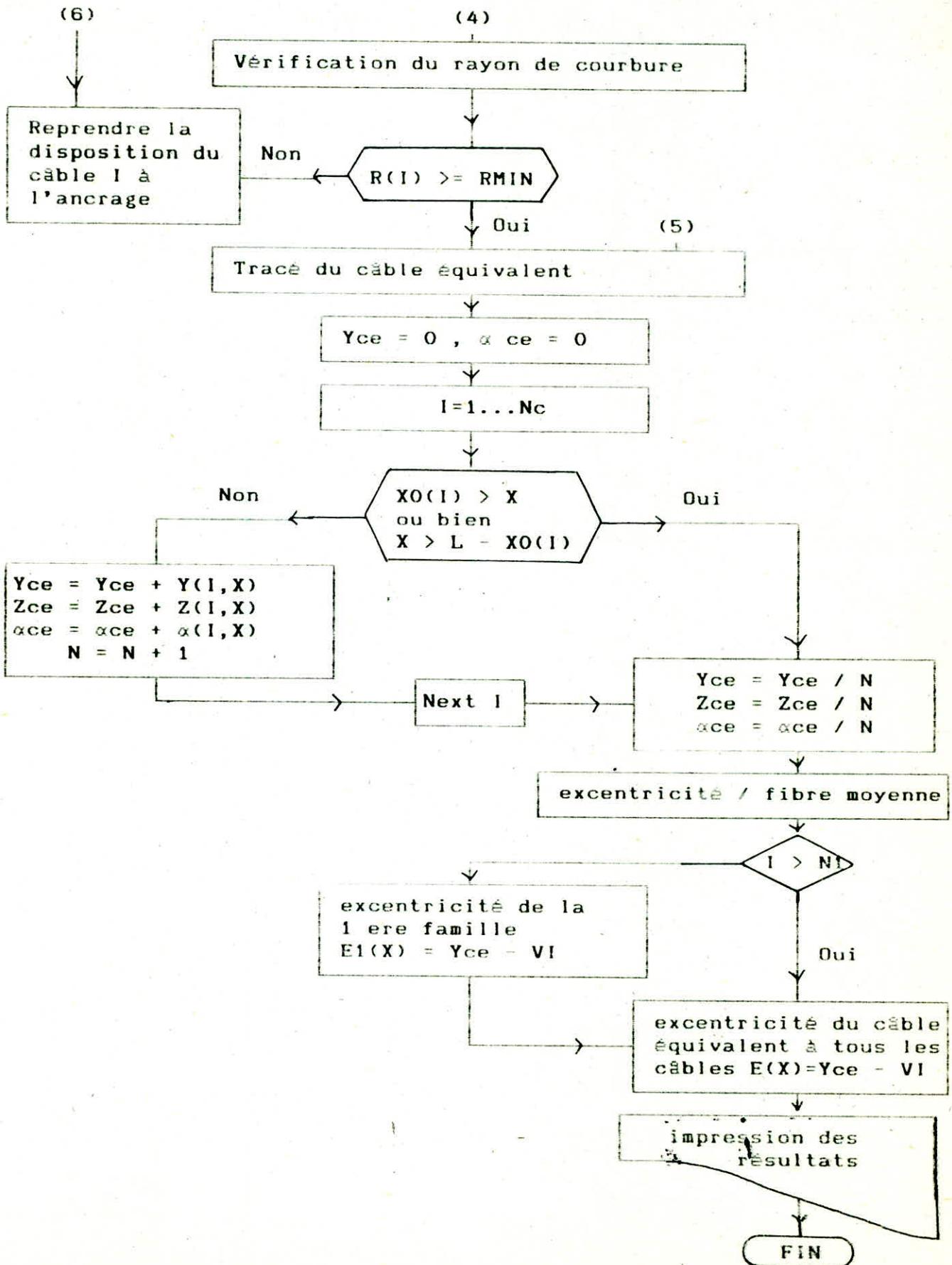
Pour la détermination des équations du tracé de ce câble, on se basera sur le principe de superposition des tracés des câbles individuels en tous point de la poutre.











Remarques :

Le programme calcule les ordonnées des câbles individuels et du câble équivalent pour les abscisses :

$X = 0$ à L avec un pas de $L/10$ L : portée de la poutre.

Tout en incluant les sections particulières suivantes :

- La section d'about - La section d'appui - La section médiane
- Les sections de sortie des câbles en extrados (si ces dernières existent)

Ce sont ces sections qui vont faire l'objet des vérifications qui seront étudiées dans les chapitres suivants.

Connaissant le tracé des câbles, on élabore le sous-programme calculant en même temps les caractéristiques de la section nette et celles de la section homogène.

- La section nette :

Elle sert à calculer les contraintes dues aux charges permanentes en état-limite de service.

Elle est calculée à partir de la section brute en déduisant les sections brutes des vides longitudinaux.

- La section homogène:

Elle sert à calculer les contraintes dues aux charges appliquées (les charges variables) après l'injection des conduits. La section homogène est égale à la section nette majorée de n fois la section des armatures longitudinales de précontrainte, par simplification on prend n égal à 5.

CHAP VI : Calcul des pertes de précontrainte:

VI-1- Introduction

On entend par pertes de précontrainte la réduction de l'intensité de la tension de traction des aciers.

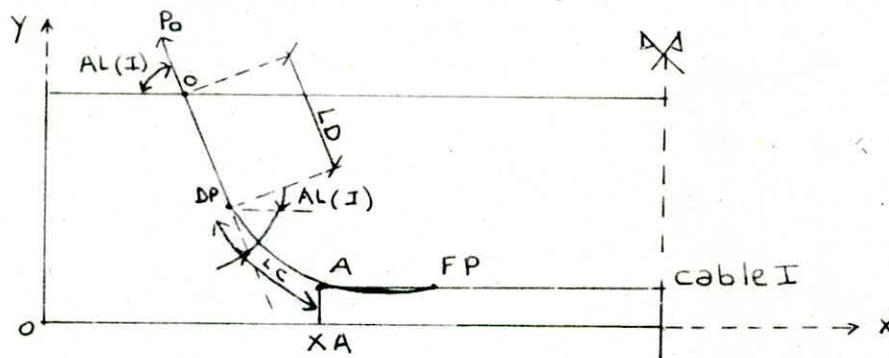
On distingue :

VI-2- Les pertes instantanées :

Examinées dans l'ordre où technologiquement elles se produisent. On a :

a) Les pertes par frottement :

Soit le câble I tiré d'un seul côté :



AL(i) : angle de sortie du câble I

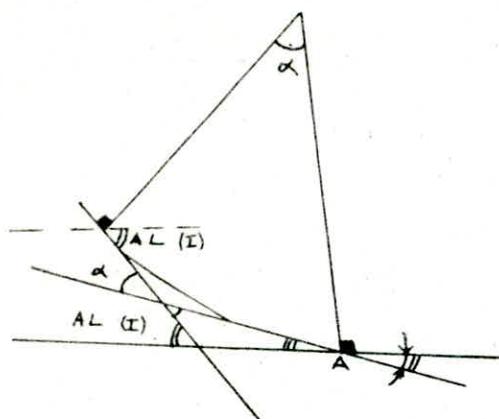
DP : Début de parabole FP : Fin de parabole

. Au point DP la précontrainte n'est plus P_0 , car elle a subit une chute due aux frottements créés par les ondulations parasites du câble par rapport au tracé théorique, appelée perte en ligne droite. On définit un coefficient de frottement par mètre linéaire : \bar{f}

La précontrainte en DP est : $PDP = P_0 \cdot e^{-\bar{f} \cdot ld}$ (1)

ld : longueur du tronçon ODP du câble I.

. Soit le point A situé à l'abscisse XA de l'extrémité de la poutre et appartenant à la partie parabolique du câble entre DP et A la perte par frottement en courbe, réduit la précontrainte et on a : $PA = PDP \cdot e^{-f \cdot \alpha}$ (2)



Avec:

$AL(I, XA)$: angle que fait la tangente à la parabole au point A avec l'horizontale.

f : coefficient de frottement (supposé uniforme et constant) -1
donné en rad

$$AL(I) = \alpha + AL(I, X)$$

$$\implies \boxed{\alpha = AL(I) - AL(I, X)}$$

On admet que la déviation parasite d'imperfection du tracé en ligne droite existe également dans les parties courbes.

$$\text{On a donc : } PA = PDP \cdot \text{EXP}(-f \cdot \alpha - \frac{f}{2} \cdot lc)$$

$$\text{En remplaçant PDP par sa valeur on a : } PA = Po \cdot \text{EXP}(-f \cdot \alpha - \frac{f}{2} \cdot l)$$

$$\text{Avec } l = lc + ld$$

En terme de contraintes, la formule générale des pertes par frottement pour un câble l à une abscisse X est :

$$\sigma_f(l, X) = \sigma_0 \cdot (1 - \text{EXP}(-f \cdot \alpha - \frac{f}{2} \cdot XCUR(l))) \quad (2)$$

Remarques : Le programme tient compte des deux modes de mise en tension : un ou deux côtés actifs. lorsque la mise en tension est faite par une seule extrémité, les frottements s'accumulent jusqu'à l'autre extrémité. Le calcul des pertes se fait normalement à l'aide de la formule (2). lorsque la mise en tension se fait par les deux extrémités, les frottements se développent à partir de chacune d'elles jusqu'au point de tension minimale, dans ce cas, pour un câble l , le diagramme de variation de la contrainte (compte tenu des pertes par frottements) est :

LTC : longueur totale du câble l

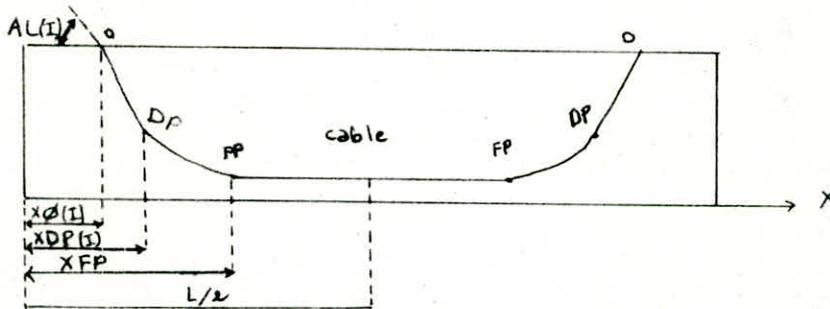
à une section X, correspond une abscisse curviligne du câble l :
XCUR(I).

On distinguera les deux cas suivants :

1 er cas : Si $X \leq L/2$ alors, il suffit de poser $X = L - X$ pour se ramener au cas précédent.

* pour une abscisse X, le sous-programme "pertes" fait appel à un autre sous-programme "abscisse curviligne" qui calcule l'abscisse curviligne : XCUR(I) de la manière suivante :

Soit le câble l :



L : longueur totale de la poutre.

LC: longueur courbe de la portion parabolique (DP,FP) pour calculer LC on pose XC : abscisse de la section considérée par rapport au repère de la parabole :

$$LC = \frac{1}{4.a} (2.a.Xc. \sqrt{1 + (2a.Xc)^2} + \ln(2.a.Xc. \sqrt{1 + (2a.Xc)^2}))$$

Par raison de simplification on posera $Lc = f(XC)$.

Soit LD : longueur droite.

suivant la position de la section définie par son abscisse X on a :

* $X0(I) < X \leq XDP(I)$: $LC = 0$, $LD = (X - X0(I)) / \cos(AL(I))$

* $XDP(I) < X \leq XFP(I)$: $LD = (XDP(I) - X0(I)) / \cos(AL(I))$

$XC = X - XDP(I)$ $LC = f(XC)$

* $XFP(1) < X \leq L - XFP(1)$:

$$LD = (XDP(1) - XO(1)) / \cos(AL(1)) + (X - XFP(1)); \quad XC = XFP(1) - XDP(1); \quad LC = f(XC)$$

* $L - XFP(1) < X \leq L - XDP(1)$: $LD = (XDP(1) - XO(1)) / \cos(AL(1)) + L - 2 \cdot XFP$

$$\left. \begin{array}{l} XC1 = X - (L - XFP(1)); \quad LC1 = f(XC1) \\ XC2 = XFP(1) - XDP(1); \quad LC2 = f(XC2) \end{array} \right\} > LC = LC1 + LC2$$

* $L - XDP(1) < X \leq L - XO(1)$:

$$LD = (XDP(1) - XO(1)) / \cos(AL(1)) + (L - 2 \cdot XFP(1)) + (X - L + XDP(1)) / \cos(AL(1))$$

$$XC = XFP(1) - XDP(1)$$

$$LC = f(XC)$$

dans tous les cas on a : $XCUR(1) = LC + LD$

* On calculera la perte par frottement pour chacun des câbles qui passent par l'abscisse X : $\sigma f(1, X)$.

* La perte par frottement totale, à l'abscisse X est donnée par la somme des pertes de chacun de ces câbles :

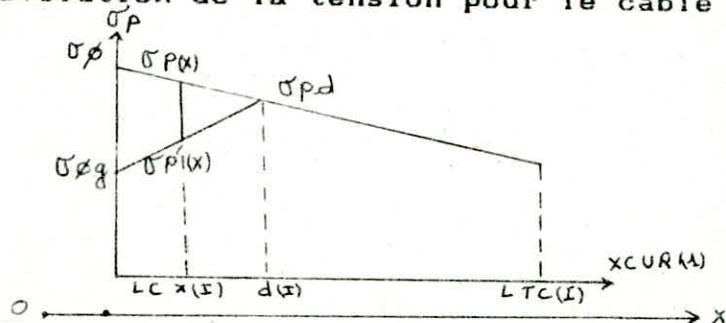
$$\Delta \sigma f(x) = \sum_{i=1}^{NC} \sigma f(i, X); \quad NC = \text{nombre total de câbles.}$$

b- Les pertes par recul d'ancrage :

La perte de tension par recul d'ancrage ne s'effectue que sur une longueur bien déterminée, notée d.

1- Determination de la limite de la zone d'influence du recul d'ancrage d(1) pour le câble 1 :

Soit le diagramme suivant représentant l'effet du recul d'ancrage sur l'évolution de la tension pour le câble 1 :



Soient :

2.AP(1) : l'angle de déviation total

LTC(1) : longueur totale du câble 1.

L'angle de déviation moyen sera donc : $\alpha_m = 2 \cdot AL(1) / LTC(1)$

Et pour une abscisse curviligne $XCUR(1)$: $\alpha(x) = XCUR(1) \cdot \alpha_m$

En se basant sur l'équation : $\sigma_p(x) = \sigma_0 \cdot \text{EXP}(-f \cdot \alpha(x) - \Phi \cdot XCUR(1))$ (3)

On peut écrire $\sigma_{pd} = \sigma_0 \cdot \text{EXP}(-f \cdot d \cdot \alpha_m - \Phi \cdot d)$

et $\sigma'_p(x) = \sigma_{pd} \cdot \text{EXP}(-f \cdot \alpha_m \cdot (d - XCUR(1)) - \Phi \cdot (d - XCUR(1)))$ (4)

====> $\sigma'_p(x) = \sigma_0 \cdot \text{EXP}(-(f \cdot \alpha_m + \Phi) \cdot (2 \cdot d - XCUR(1)))$

On pose : $\lambda = f \cdot \alpha_m + \Phi$ on a donc pour le câble 1

$$\sigma_p(1, X) = \sigma_0 \cdot \text{EXP}(-\lambda \cdot XCUR(1)) \quad (5)$$

$$\sigma'_p(1, X) = \sigma_0 \cdot \text{EXP}(-\lambda \cdot (2 \cdot d - XCUR(1))) \quad (6)$$

Et la perte de tension par recul d'ancrage du câble 1 à l'abscisse X est :

$$\sigma_g(1, X) = \sigma_p(1, X) - \sigma'_p(1, X) \quad (7)$$

En se basant sur le fait que le raccourcissement total du câble 1 est égal à la rentrée d'ancrage g, on démontre que l'aire comprise entre le diagramme des contraintes avant et après recul d'ancrage est égale au produit $g \cdot E_p$

E_p : module d'élasticité longitudinale des armatures de précontrainte.

$$\text{On a donc : } g = \int_0^d \epsilon_x \cdot dx = \int_0^d \frac{\sigma_g(1, x)}{E_p} \cdot dx$$

ϵ_x : raccourcissement relatif du câble longitudinal à l'abscisse X.

$$g \cdot E_p = \int_0^d \sigma_0 \cdot (\text{EXP}(-\lambda \cdot XCUR(1)) - \text{EXP}(-\lambda \cdot (2 \cdot d - XCUR(1)))) \cdot d(XCUR)$$

ce qui donne :

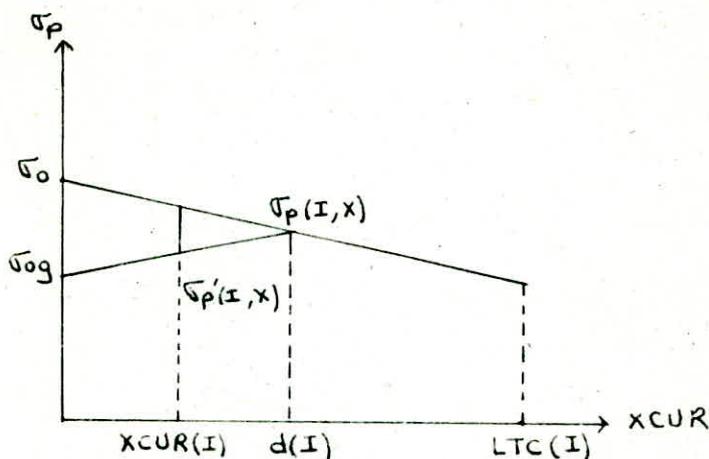
$$d(1) = -(\text{Ln}(1 - \sqrt{E_p \cdot g \cdot \lambda / \sigma_0})) / \lambda \quad (8)$$

A-Un seul côté actif, câbles tirés d'une seule extrémité :

Pour un câble donné 1, on calcule $d(1)$

1^{er} cas $d(1) \leq LTC(1)$

Le diagramme représentant l'évolution des contraintes est :



pour une abscisse $x \geq d(I) \Rightarrow \sigma_g(I, X) = 0$

pour une abscisse $x < d(I)$ on a :

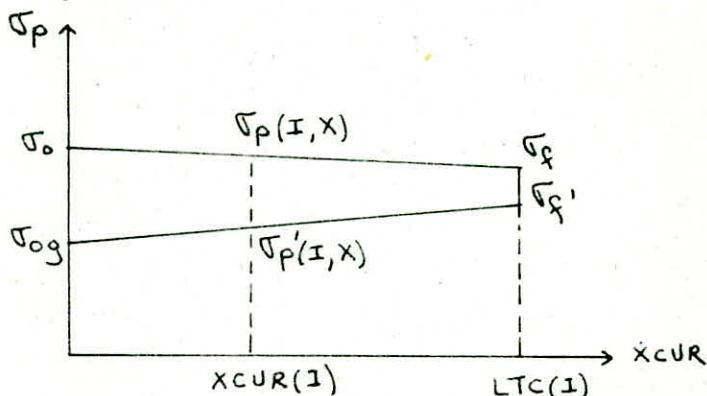
$$\sigma_p'(I, X) = \sigma_0 \cdot \text{EXP}(-f \cdot \alpha(I, X) - \Phi \cdot (2 \cdot J - X_{CUR}(I))) \quad (9)$$

$$\sigma_p(I, X) = \sigma_0 \cdot \text{EXP}(-(f \cdot \alpha + \Phi) \cdot X_{CUR}(I)) \quad (10)$$

$$\sigma_g(I, X) = \sigma_p(I, X) - \sigma_p'(I, X) \quad (11)$$

2eme cas : $d(I) > LTC(I)$:

Le diagramme representant l'évolution des contraintes devient :



Dans ce cas l'influence du recul à l'ancrage se fait sentir au delà de l'autre extrémité (cas de câbles courts), et le diagramme est assimilé à un trapèze. on peut donc écrire :

$$g \cdot E_p = \frac{(\sigma_f - \sigma_f') + (\sigma_0 - \sigma_0g)}{2} \cdot LTC(I) \quad (12)$$

pour $\sigma_f : X=L \implies XCUR(1) = LTC(1)$. On a d'après la formule (10):

$$\sigma_f = \sigma_0 \cdot \text{EXP}(-f \cdot \alpha_m \cdot LTC(1) - \frac{1}{2} \cdot LTC(1)) \quad (13)$$

$$\sigma_0 = \sigma_f' \cdot \text{EXP}(-f \cdot \alpha_m \cdot LTC(1) - \frac{1}{2} \cdot LTC(1)) \quad (14)$$

En remplaçant les formules (14), (13) dans l'équation (12) on tire σ_f' :

$$\sigma_f' = \frac{\sigma_0 \cdot (1 + \text{EXP}(-f \cdot \alpha_m \cdot LTC(1) - \frac{1}{2} \cdot LTC(1))) - 2 \cdot g \cdot Ep / LTC(1)}{(1 + \text{EXP}(-f \cdot \alpha_m \cdot LTC(1) - \frac{1}{2} \cdot LTC(1)))}$$

$$\lambda = (f \cdot \alpha_m + \frac{1}{2}) \implies \sigma_f' = \frac{\sigma_0 \cdot (1 + \text{EXP}(-\lambda \cdot LTC(1))) - 2 \cdot g \cdot Ep / LTC(1)}{(1 + \text{EXP}(-\lambda \cdot LTC(1)))}$$

pour une abscisse X :

$$\sigma_p'(1, X) = \sigma_f' \cdot \text{EXP}(-f \cdot (\alpha(1, L) - \alpha(1, X)) - \frac{1}{2} \cdot (LTC(1) - XCUR(1)))$$

En remplaçant σ_f' par sa valeur :

$$\sigma_p'(1, X) = \frac{\sigma_0 \cdot (1 + \text{EXP}(-\lambda \cdot LTC(1))) - 2 \cdot g \cdot Ep / LTC(1)}{(1 + \text{EXP}(-\lambda \cdot LTC(1)))} \cdot \text{EXP}(-f \cdot (\alpha(1, L) - \alpha(1, X)) - \frac{1}{2} \cdot (LTC(1) - XCUR(1)))$$

$\alpha(1, L)$: déviation angulaire à l'abscisse $X=L$

$$\alpha(1, X) = AL(1) - AL(1, X)$$

$\sigma_p(1, X)$ étant donnée par la formule (10)

et $\Delta \sigma_g(1, X)$ par la formule (11).

B-deux côtés actifs, câbles tirés des deux extrémités:

Le phénomène que nous venons de décrire se reproduit aux deux extrémités du câble. Trois cas peuvent se présenter :

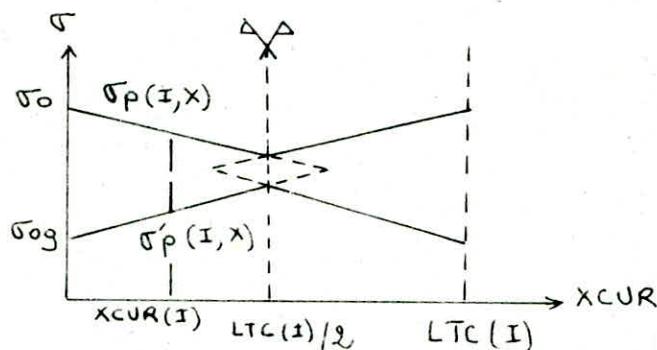
1^{er} cas: Les longueurs d'influence du recul à l'ancrage n'interfèrent pas (câbles longs, frottements élevés, faible recul à l'ancrage) pour $d(1) \leq LTC(1)/2$ on a :

$XCUR(1) \leq LTC(1)/2 \Rightarrow$ mêmes étapes de calculs que le premier cas de mise en tension par une seule extrémité.

. pour $XCUR(1) > LTC(1)/2$ il suffit de poser :

$XCUR(1) = LTC(1) - XCUR(1)$ pour se ramener au cas précédent.

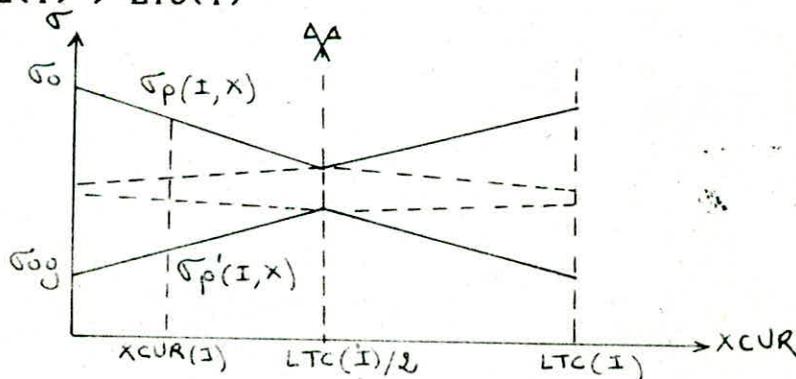
2^{ème} cas : $LTC(1)/2 < d(1) \leq LTC(1)$



. pour $XCUR(1) \leq LTC(1)$: identique au cas A-1

. il suffit de poser $XCUR(1) = LTC(1) - XCUR(1)$ pour se ramener au cas précédent

3^{ème} cas : $d(1) > LTC(1)$



. pour $XCUR(1) \leq LTC(1)/2 \Rightarrow$ mêmes étapes de calcul que le deuxième cas de la mise en tension d'une seule extrémité.

. $XCUR(1) > LTC(1)/2$: Il suffit de poser :

$XCUR(1) = LTC(1) - XCUR(1)$ pour tomber sur le cas précédent.

C-Raccourcissement instantané du béton:

L'application d'une contrainte sur le béton entraîne une déformation instantanée de celui-ci. En conséquence, les armatures de précontrainte vont aussi subir une déformation, donc une variation de contrainte.

Deux cas sont à considérer selon que la déformation du béton est produite par la mise en tension des câbles ou par une action permanente appliquée après mise en tension de ces câbles.

1^{er} cas : déformation produite par la mise en tension des câbles : Le BPEL retient pour la perte moyenne par câble (lorsque ceux-ci sont mis en tension successivement) la formule suivante :

$$\Delta \sigma_{pi}(x) = \frac{1}{2} \cdot E_p \cdot \frac{\sigma_b(x)}{E_{bij}}$$

E_{bij} : module d'élasticité longitudinal instantané du béton.

σ_b : Contrainte du béton au niveau du centre de gravité des armatures à la mise en tension.

2^{ème} cas : déformation du béton sous l'effet d'une action permanente : Le B.P.E.L retient la formule suivante pour la variation de contrainte due à une action permanente appliquée postérieurement aux armatures considérées :

$$\Delta \sigma_{pi}(x) = E_{pr} \cdot \frac{\Delta \sigma_b(x)}{E_{bij}}$$

avec : $\Delta \sigma_b(x)$ la variation de la contrainte au niveau du centre de gravité des câbles.

Les étapes de calcul : vu le mode de préfabrication de la poutre et l'ordre de mise en tension des câbles. Les pertes par raccourcissement instantané du béton sont évaluées comme suit :

1-à la date-J1 : première mise en tension de la première famille de câbles : N1.

* Effet de la première famille sur elle même :

Perte moyenne par câble :

$$\sigma_{pi1}(l, x, J1) = 1/2. E_p . \sigma_b(x, J1) / (2. E_{bi j1})$$

$$\sigma_b(x, J1) = (MGB(x) + P(x, J1). E_1(x)). E_1(x) / (1 + P(x, J1)/A)$$

. A et l correspondent aux caractéristiques brutes de la poutre seule.

. E1(x): excentricité du câble moyen équivalent aux câbles actifs de la première famille à l'abscisse x.

. MGB(x) : moment dû au poids propre de la poutre, (lorsque celle-ci est sur banc de préfabrication), correspondant à l'abscisse x considérée.

. P(x, J1): précontrainte à l'abscisse x, au jour j1.

Soit $\sigma_p(x, j1)$: la valeur de la précontrainte au jour j1, compte tenu des pertes par frottement et par recul d'ancrage, correspondant aux câbles passant par l'abscisse x considérée :

$$P(x, J1) = \sigma_p(x, J1). ACP1. N1$$

Avec ACP1 : Section d'une armature active de la première famille.

N1 : nombre de câbles de la première famille.

* Effet de la première famille sur la deuxième :

$$\sigma_{pi2}(l, x, J1) = 0 \quad (\text{câbles non encore tendus})$$

2-à la date j2 : deuxième mise en tension de la première famille

* Effet de la première famille sur elle même :

$$\sigma_{pi11}(l, x, j2) = 1/2. E_p . \sigma_b(x, j2) / (2. E_{bi j2})$$

Les notations sont celles utilisées précédemment, mais rapportées à la date J2.

* Effet sur la deuxième famille : $\sigma_{pi12}(I, x, j2) = 0$

* A la date J3 : Après coulage de l'hourdis et mise en tension de la deuxième famille de câbles :

* Effet de la deuxième famille sur la première :

$$\sigma_{pi21}(I, x, J3) = E_p \cdot \frac{\sigma_b(x, J3)}{E_{bij3}}$$

* Effet de la deuxième famille sur elle même :

$$\sigma_{pi22}(I, x, J3) = \frac{1}{2} \cdot E_p \cdot \frac{\sigma_b(x, J3)}{E_{bij3}} ; \quad \text{avec :}$$

$\sigma_b(x, J3)$: contrainte finale du béton au niveau du centre de gravité des armatures actives.

$$\sigma_b(x, J3) = (P(x, J3) \cdot E(x) + MPD(x)) \cdot E(x) / (I + P(x, J3) / A)$$

. I et A sont les caractéristiques brutes de la poutre seule.

. E(x) : excentricité du câble équivalent à l'abscisse x.

D - La perte instantanée totale :

$$\Delta \sigma_i(x) = \Delta \sigma_f(x) + \Delta \sigma_g(x) + \Delta \sigma_{pi}(x)$$

La tension initiale probable : $\sigma_{pi}(x) = \sigma_0 - \Delta \sigma_i(x)$.

VI-2- Les pertes différées :

A la différence des pertes instantanées, les pertes différées se produisent simultanément.

A-Perte de tension due au retrait du béton :

Le retrait est un raccourcissement du béton non chargé.

Pour le calcul du retrait :

* On donne le raccourcissement total dû au retrait ϵ_r .

Soit r_m le rayon moyen en cm :

r_m = section de la pièce / périmètre extérieur en contact de l'air.

to : âge du béton à la mise en tension.

Le B.P.E.L propose pour le calcul du retrait de l'instant to à t, la formule suivante : $\epsilon_r(t_0, t) = \epsilon_r(r(t)) - r(t_0)$

avec : $r(t) = t / (t + 9 \cdot r_m)$

La perte de tension due au retrait à l'instant t pour la totalité des câbles : $\Delta \sigma_r(t) = \epsilon_r(t_0, t) \cdot E_p$

B-perte de tension due à la relaxation des armatures actives :

La relaxation de l'acier est un relâchement de tension à longueur constante. Elle est fonction de la nature de l'acier. Un acier est caractérisé par sa relaxation à 1000 heures fixée par la décision d'agrément.

La formule donnant la perte de tension par relaxation de l'acier est la suivante :

$$\sigma_g(l, X, t) = K_1 \cdot 1000 \left(\frac{t}{1000} \right)^{(3/4) \cdot (1-\mu)} \cdot e^{-(10 \cdot \mu - 7,5)/K_2} \cdot \sigma_{pi}(l, X, t)$$

avec:

. $\sigma_{pi}(l, X, t)$: la tension dans le câble l à l'abscisse X (pertes instantanées déduites).

. $\mu = \frac{\sigma_{pi}(l, X, t)}{f_{prg}}$. t : en heures

. $K_1 = \begin{cases} 6 \cdot 10^{-3} & \text{pour } 1000 \leq 2,5 \text{ (armatures à très basse relaxation TBR)} \\ 8 \cdot 10^{-4} & \text{pour } 1000 > 2,5 \text{ (armatures à basse relaxation: BR ou RN)} \end{cases}$

. $K_2 = \begin{cases} 1,1 & \text{pour } 1000 \leq 2,5 \text{ (aciers T.B.R)} \\ 1,5 & \text{pour } 1000 \geq 8 \text{ (aciers à relaxation normale R.N)} \\ 1,25 & \text{pour } 2,5 < 1000 < 8 \text{ (B.R)} \end{cases}$

pour la totalité des câbles N passant par l'abscisse x :

$$\sigma_g(x, t) = \sum_{l=1}^N \sigma_g(l, x, t)$$

C-perte de tension due au fluage du béton:

Le fluage désigne la déformation lente du béton soumis à une contrainte soutenue dans le temps.

Pour le calcul des pertes de tension par fluage, le B.P.E.L propose la formule suivante :

$$\Delta\sigma_{fl} = (\sigma_b + \sigma_M) \frac{E_p}{E_{ij}}$$

j : âge du béton à la mise en précontrainte.

σ_M : contrainte maximale de compression du béton au niveau du câble moyen, elle est obtenue à la mise en précontrainte.

σ_b : contrainte finale dans le béton au niveau du câble moyen. c'est la contrainte obtenue lorsque toutes les pertes différées se sont produites.

. contrainte maximale au niveau du C.D.G des armatures à la mise en tension :

$$M(x) = M_{PD}(x) + M_{sup}(x)$$

$M_{PD}(x)$: moment dû au poids propre : poutre + dalle

$M_{sup}(x)$: moment dû au poids de la super structure.

on a :

$$\sigma_M(x) = M(x) \cdot \frac{E(x)}{I} + \sigma_{pi}(x) \cdot ACP/A + \frac{\sigma_{pi}(x) \cdot ACP \cdot E^2(x)}{I}$$

. $E(x)$: extrémité du câble équivalent à l'abscisse x .

. ACP : aire de la section des armatures de précontrainte.

$$ACP = N_1 \cdot ACP_1 + N_2 \cdot ACP_2$$

. A, I : caractéristiques géométriques brute (poutre + hourdis)

$$\sigma_b(x) = M(x) \cdot \frac{E(x)}{I} + \frac{(\sigma_{pi}(x) - \Delta\sigma_r(t) - \Delta\sigma_{fl}(x) - 5/6 \cdot \Delta\sigma_p(x, t))}{A} \cdot ACP \cdot \left(1 + \frac{A \cdot E^2(x)}{I}\right)$$

En remplaçant $\sigma_M(x)$, $\sigma_b(x)$ dans :

$$\Delta\sigma_{fl}(x) = (\sigma_b(x) + \sigma_M(x)) \cdot \frac{E_p}{E_{ij}}$$

On obtient une équation du premier degré en $\Delta\sigma_{fl}(x)$, qui nous donne :

$$\Delta\sigma_{fl}(x) = \frac{(2 \cdot \sigma_M(x) - (\sigma_r(t) + 5/6 \cdot \sigma(x,t)) \cdot ACP/A \cdot (1 + A \cdot E^2(x)/I)) \cdot E_p/E_{ij}}{(1 + ACP \cdot (1/A + E^2(x)/I)) \cdot E_p/E_{ij}}$$

et la perte par fluage à une date t est :

$$\Delta\sigma_{fl}(x,t) = \Delta\sigma_{fl}(x) \cdot r(t)$$

$$r(t) = t / (t + 9 \cdot r_m)$$

D - Perte différée totale :

Le B.P.E.L tient compte de la concomitance des phénomènes par un abattement forfaitaire de la relaxation. Ainsi l'expression de la perte différée totale :

$$\Delta\sigma_{dj}(x) = \Delta\sigma_r(t) + \Delta\sigma_{fl}(x,t) + 5/6 \cdot \Delta\sigma_g(x,t)$$

Valeurs probables des tensions dans les armatures de précontrainte :

. tension initiale probable :

$$\sigma_{pi}(x) = \sigma_0 - \Delta\sigma_i(x)$$

. tension finale probable :

$$\sigma_{po}(x) = \sigma_0 - \Delta\sigma_i(x) - \Delta\sigma_d(x)$$

Valeurs caractéristiques de la précontrainte :

. Valeur caractéristique maximale de la précontrainte :

$$\sigma_{p1} = 1,02 \cdot \sigma_0 - 0,8 \cdot \Delta\sigma_p$$

. Valeur caractéristique minimale de la précontrainte :

$$\sigma_{p2} = 0,98 \cdot \sigma_0 - 1,2 \cdot \Delta\sigma_p$$

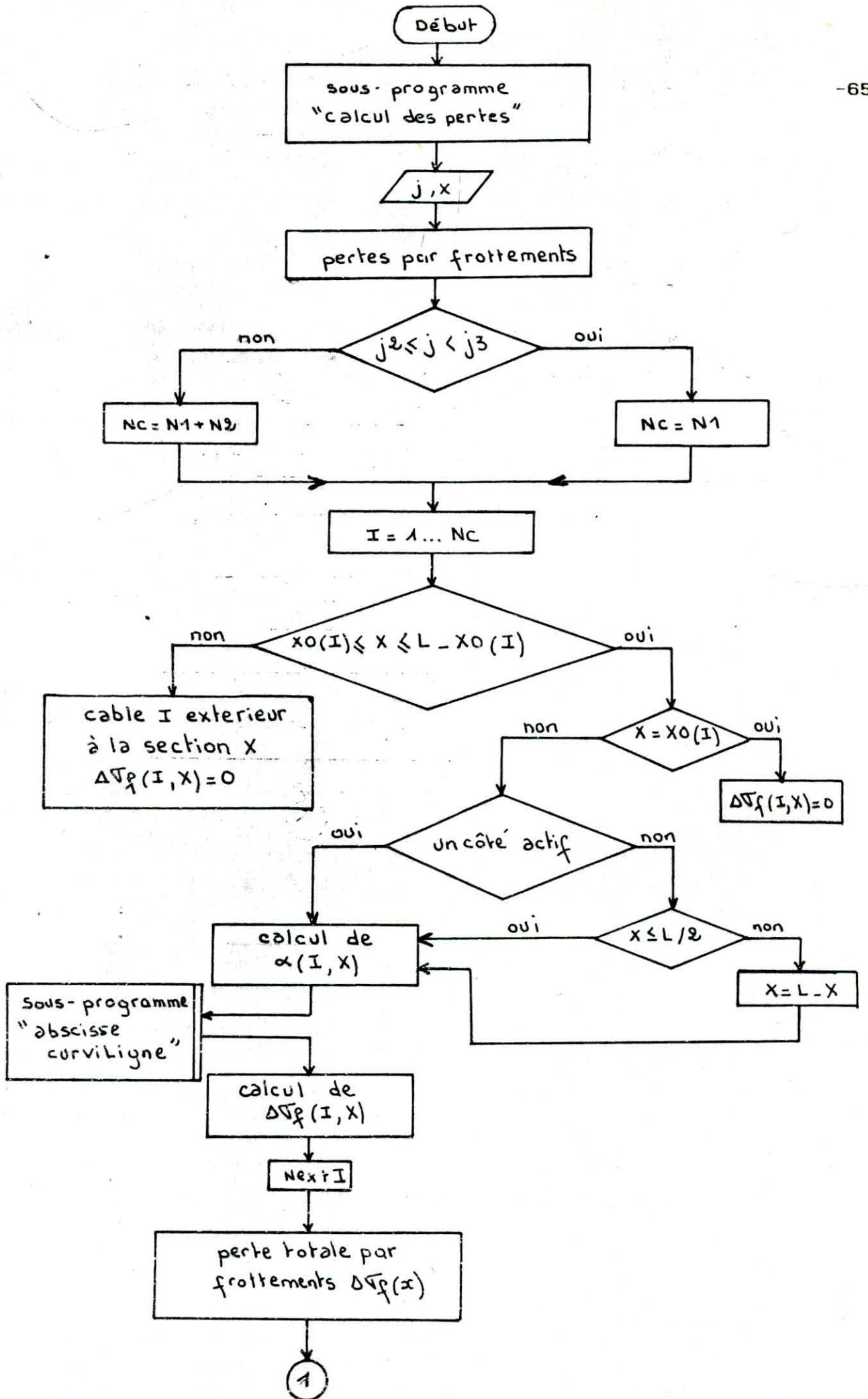
avec $\Delta\sigma = \Delta\sigma_i$ à la mise en tension

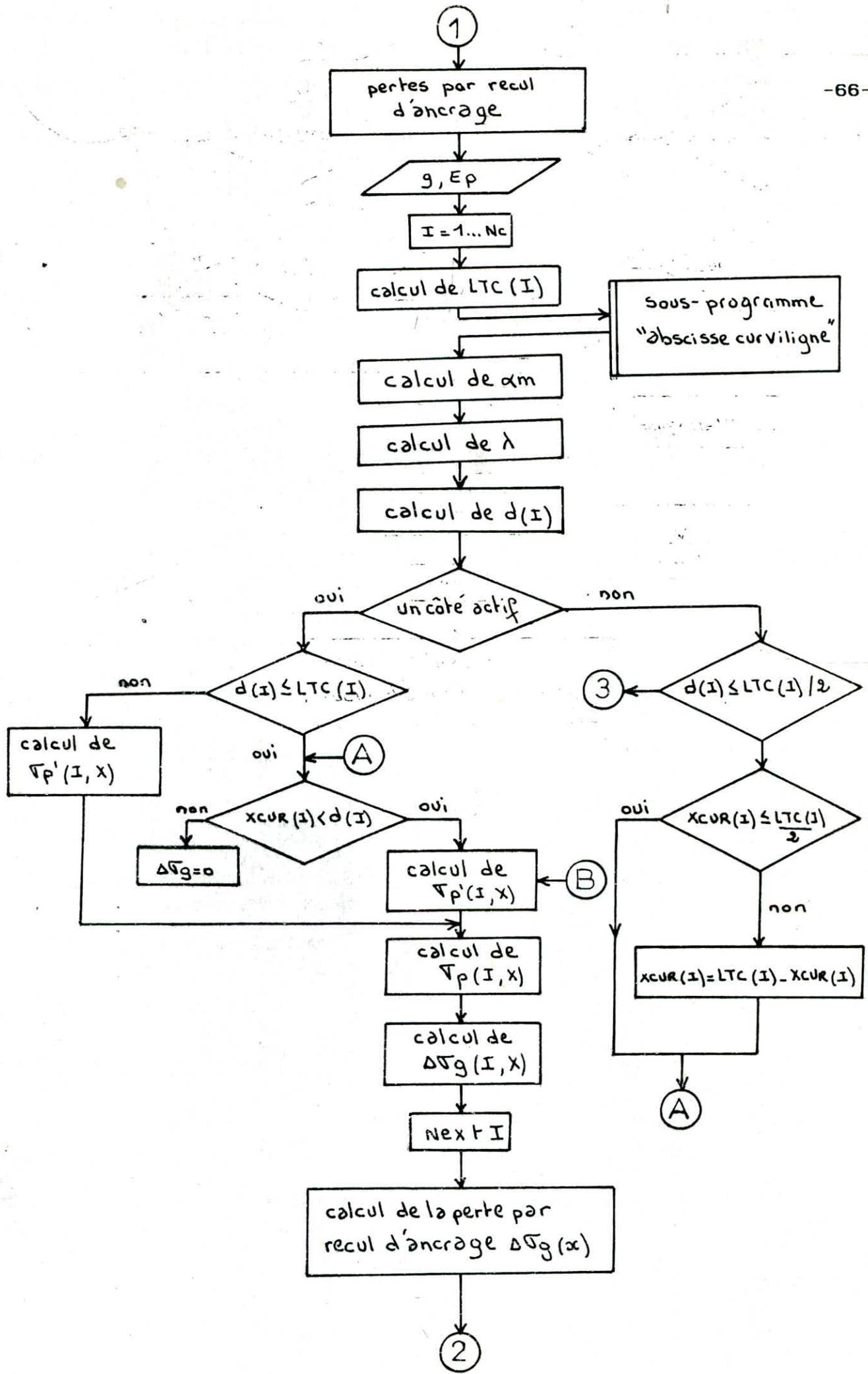
$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_i + \Delta\sigma_{dj} \text{ à un jour } j.$$

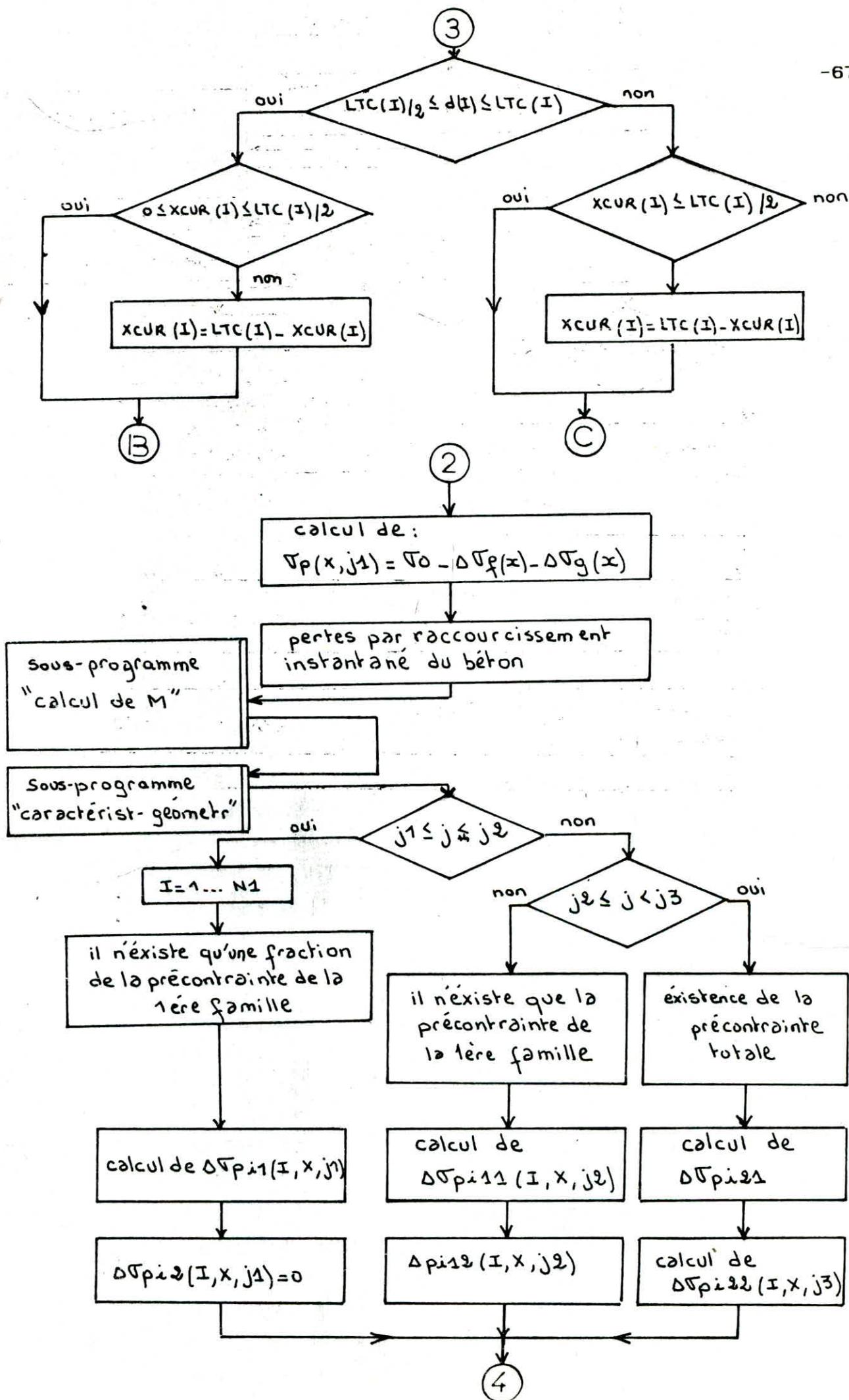
. La précontrainte de calcul : P_d

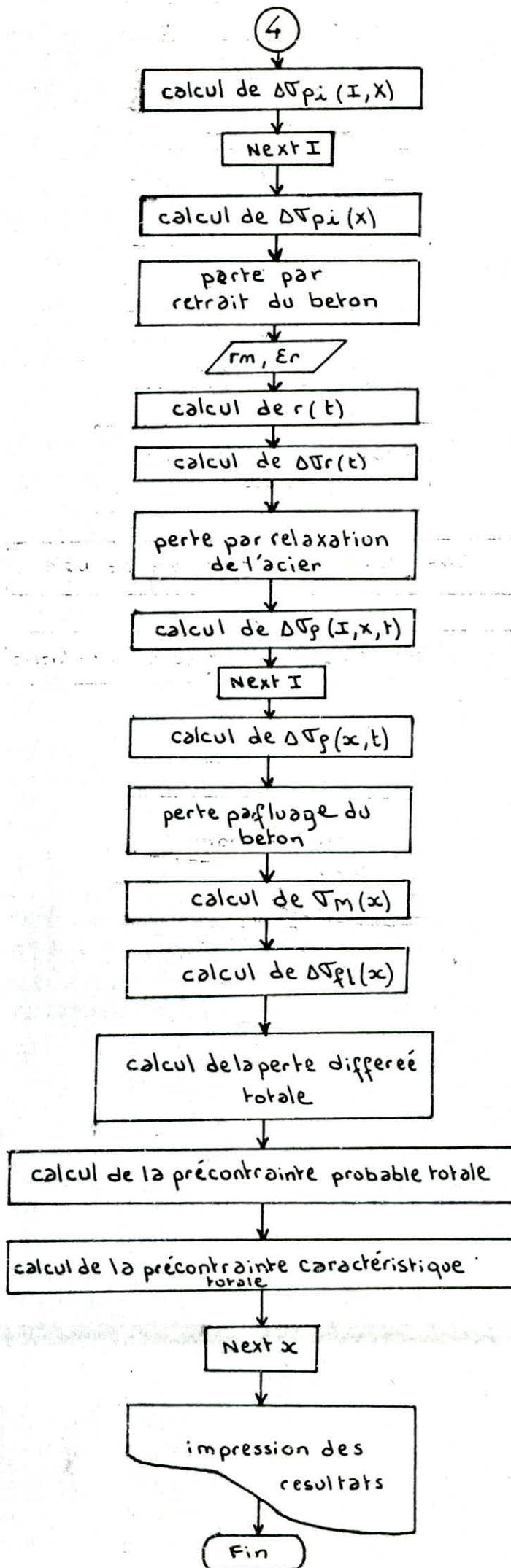
$$P_d = P_1 \text{ ou } P_2 \text{ à E.L.S}$$

$$P_d = P_0 - \sigma_p \text{ à E.L.U}$$









CHAP VII:

Calculs justificatifs reglementaires en

sections courantes

VII-1- Calculs aux états limites de service :

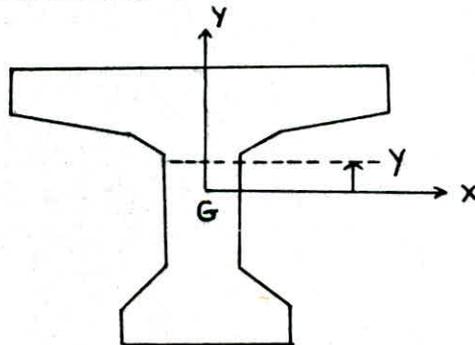
VII-1-1- Justification des contraintes normales :

Le calcul se fera en flexion composée.

On considère que l'angle de relevage des câbles est faible, il en résulte que l'incidence sur l'effort normal de précontrainte est négligeable.

Le calcul consiste à effectuer une vérification des contraintes qui peuvent compromettre la sécurité de l'ouvrage. il est nécessaire de travailler sur une série de sections incluant celles qui sont le plus sollicitées. Pour chaque section, on considère les cas de charges les plus sollicitants qui peuvent apparaître dans la vie de l'ouvrage. On s'intéressera notamment aux différentes combinaisons d'actions que subit l'ouvrage dans les différentes phases.

Soit la figure suivante :



Pour la fibre y considérée, la contrainte normale à l'abscisse x au jour j est :

$$\sigma(x, y, j) = \frac{P(x, j)}{A} + (P(x, j) \cdot E(x) + M(x)) \frac{y}{I} \quad (1)$$

avec : $P(x, j)$: précontrainte à l'abscisse x au jour j

$E(x)$: excentricité de la précontrainte.

$M(x)$: moment extérieur.

***Phase 1** : Première mise en tension de la première famille (date j1)

- Section résistante : section nette de la poutre seule.
- Charges appliquées : poids propre de la poutre, la précontrainte : $P1(x, j1)$ (d'excentricité $E1(x)$)
- Expression de la contrainte normale :

$$\sigma(x, y, j1) = \frac{P1(x, j1)}{A} + \frac{P1(x, j1).E1(x).y}{I} + \frac{MGB(x).y}{I}$$

***Phase 2**: Deuxième mise en tension de la première famille (date:j2).

- Section résistante : section nette de la poutre seule.
- Charges appliquées : poids propre de la poutre, la précontrainte $P1(x, j2)$.
- Expression de la précontrainte normale :

$$\sigma(x, y, j2) = \frac{P1(x, j2)}{A} + \frac{P1(x, j2).E1(x).y}{I} + \frac{MGB(x).y}{I}$$

***Phase 3**: Juste après coulage de l'hourdis (date:jD)

- Section résistante : section nette de la poutre seule.
- Charges appliquées : poids propre (poutre + hourdis), la précontrainte $P1(x, jD)$.
- Expression de la co, trainte normale :

$$\sigma(x, y, jD) = \frac{P1(x, jD)}{A} + \frac{P1(x, jD).E1(x).y}{I} + \frac{MPD(x).y}{I}$$

***Phase 4** : Mise en tension de la deuxième famille (date:j3)

- Section résistante : section nette de la poutre plus l'hourdis associé.
- Charge appliquée : poids propre (poutre + hourdis), la précontrainte $P1(x, j3)$, (d'excentricité $E(x)$).

-Expression de la contrainte normale :

$$\sigma(x,y,j3) = \frac{P1(x,j3)}{A} + \frac{P1(x,j3).E1(x).y}{I} + \frac{MGB(x).y}{I}$$

*Phase 5 : En exploitation (date j)

- Section résistante : poutre + hourdis associé.
- Charges appliquées : poids propre (poutre + hourdis), surcharges, précontrainte normale.
- Expression de la contrainte normale.

A vide :

$$\sigma(x,y,j) = \frac{P2(x,j)}{A} + \frac{P2(x,j3).E1(x).x}{I} .y + \frac{(MPD(x)+MSUP(x))}{I} .y$$

En charge :

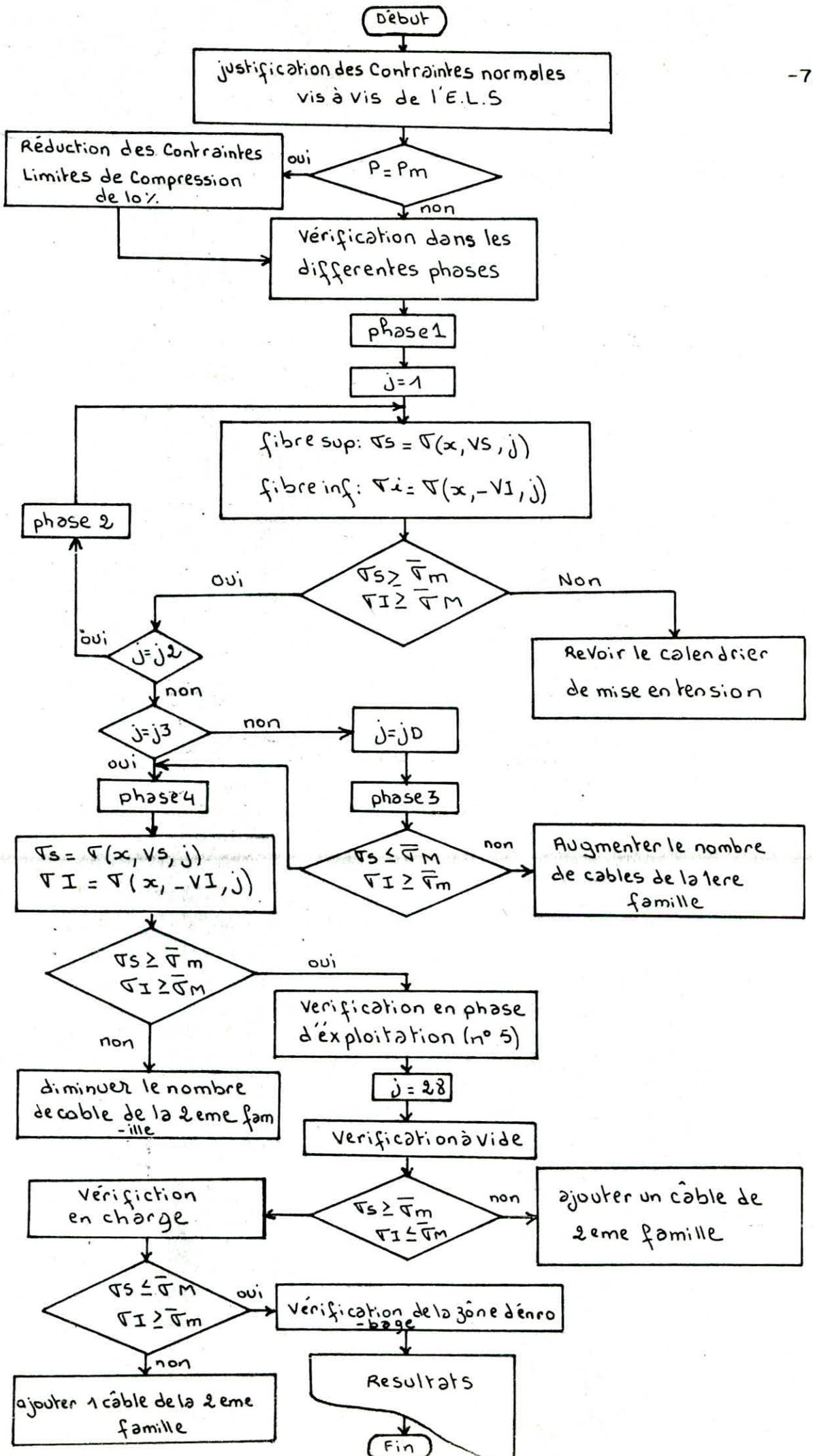
$$\sigma(x,y,j) = \frac{P2(x,j)}{A} + \frac{P2(x,j3).E1(x).x}{I} .y + \frac{(MPD(x)+Msup(x)+ 1.Ms(x))}{I} .y$$

En plus de la vérification pour la fibre inférieure et supérieure le programme fait la vérification pour la fibre la plus tendue dans la zone d'enrobage.

Remarques - En exploitation, on considère la section homogène si les conduits sont injectés et la section nette si les conduits ne sont pas injectés.

- Dans le cas où le marché prescrit de prendre la valeur probable de la précontrainte, le B.P.E.L propose de réduire les contraintes limites de 1/10 (B.P.E.L A6.1.2.1)

- Le programme effectue la vérification des contraintes normales pour chaque phase sur les fibres extrêmes de la poutre et la fibre supérieure du hourdis.



VII-1-2- Détermination du fuseau de passage :

Connaissant le tracé du câble moyen équivalent et la tension exacte due à la précontrainte (pertes déduites) dans chaque section, on trace les deux fuseaux limites; et on vérifie que le câble moyen équivalent s'inscrit dans le fuseau de passage tout au long de la poutre.

Pour que les contraintes limites définies réglementairement soient respectées, le centre de pression doit se déplacer à l'intérieur d'un domaine appelé noyau limite défini par l'expression suivante :

$$\sup \left\langle \begin{array}{c} \frac{\bar{\sigma}_{m.l}}{P.V} - CI \\ \frac{-\bar{\sigma}_{m.l}}{P.vI} - CS \end{array} \right\rangle \leq E_c \leq \inf \left\langle \begin{array}{c} \frac{\bar{\sigma}_{M.l}}{P.VS} - CI \\ \frac{-\bar{\sigma}_{m.l}}{P.VI} + CS \end{array} \right\rangle$$

CS et CI étant les coordonnées du noyau central : CS= .VS
CI= .VI

Ce domaine étendu à l'ensemble de la poutre est appelé fuseau limite.

a- Le noyau limite de traction :

Il est défini par :

$$\frac{\bar{\sigma}_{m.l}}{P.VS} - CI \leq E_c \leq \frac{-\bar{\sigma}_{m.l}}{P.VI} + CS$$

$$\text{on a : } E_c = E_{pr} + \frac{M}{P}$$

et M : moment fléchissant crée par les actions extérieures :

$$M_m \leq M \leq M_M$$

les limites du fuseau de passage de traction sera donc :

$$\frac{\bar{\sigma}_{m.I}}{P(x).VS} - CI - \frac{M_m(x)}{P(x)} \leq E(x) \leq -\frac{\bar{\sigma}_{m.I}}{P(x).VI} + CS - \frac{MM(x)}{P(x)}$$

$E(x)$: étant l'excentricité du câble équivalent à l'abscisse x .

on définit le fuseau comme étant le domaine à l'intérieur duquel doit se trouver le tracé du câble moyen équivalent pour que les contraintes limites de traction soient respectées (quelque soit le cas de charge) sur l'une ou l'autre des fibres extrêmes.

b- Le noyau limite de compression :

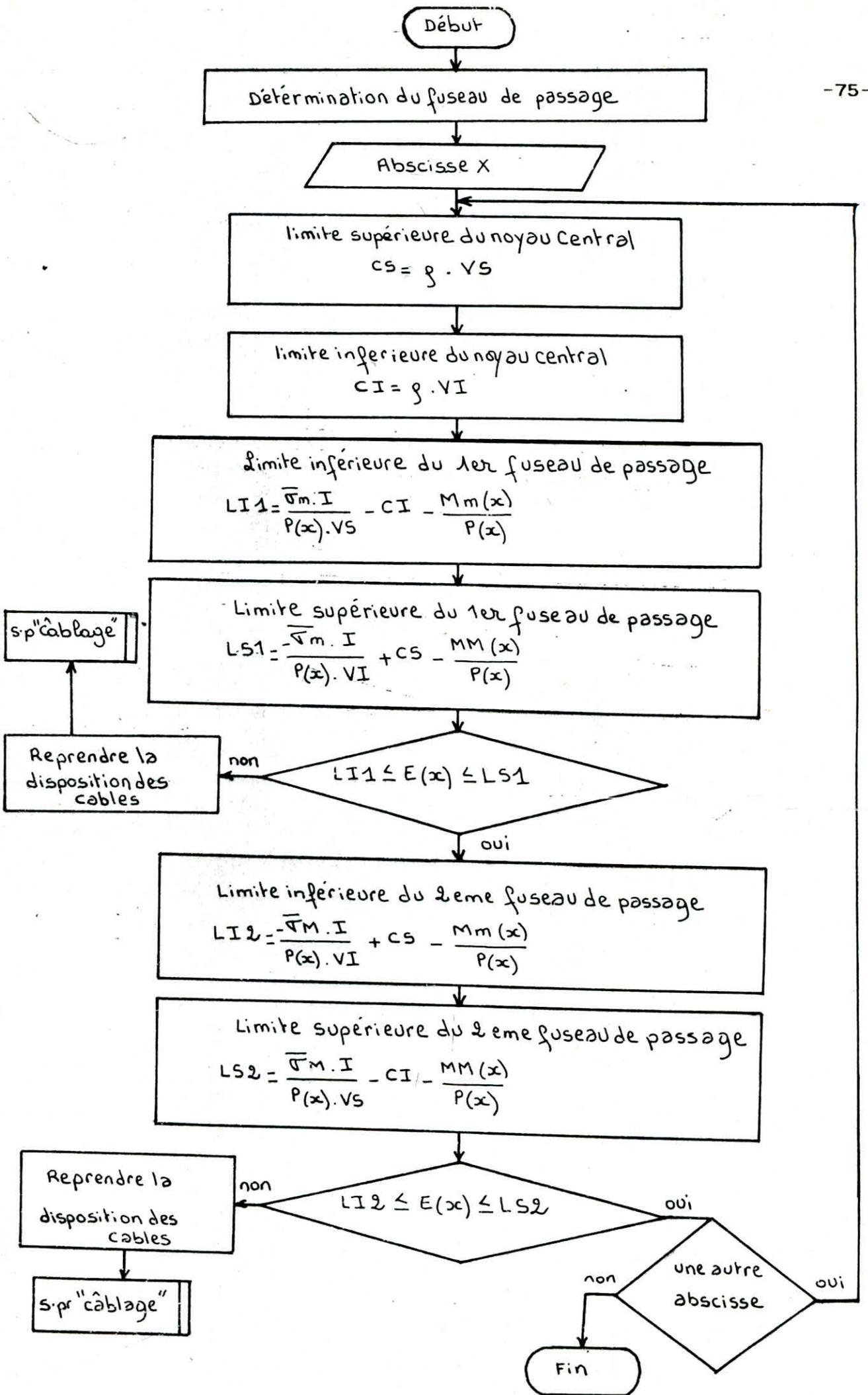
Il est défini par :

$$-\frac{\bar{\sigma}_{M.I}}{P.VI} + CS \leq E_c \leq \frac{\bar{\sigma}_{M.I}}{P.VS} - CI$$

Les limites du fuseau de passage de compression seront donc :

$$\frac{\bar{\sigma}_{m.I}}{P(x).VS} - CS - \frac{M_m(x)}{P(x)} \leq E(x) \leq -\frac{\bar{\sigma}_{m.I}}{P(x).VI} + CS - \frac{MM(x)}{P(x)}$$

Ce fuseau de passage est défini comme étant le domaine à l'intérieur duquel doit se trouver le tracé du câble équivalent pour que les contraintes limites de compression soient respectées (quelquesoit le cas de charge) sur l'une ou l'autre des fibres extrêmes.



VII-1-3-ferraillage passif longitudinal:

Deux sortes d'armatures passives sont à prévoir dans les ouvrages precontraints; les armatures de peau et les armatures dans les zones tendues.

a-les armatures longitudinales de peau :ASP

Elles sont destinées à limiter les fissurations prématurées susceptibles de se produire avant mise en precontrainte, sous l'action des phénomènes tels que le retrait différentiel et le gradient thermique.

la section d'armature de peau est disposée parallèlement à la fibre moyenne avec au moins 3 cm² par mètre linéaire de parement perpendiculaire à leur direction avec un minimum de 0,1% de la section de l'élément, dans les cas les plus courants, cela correspond à une armature de 10 mm tous les 25 cm.

b-les armatures longitudinales dans les zones tendues : Ast

Conformément au B.E.P.L on doit prévoir des aciers passifs de traction dans les zones tendues pour limiter l'ouverture des fissures et éviter les déformations excessives.

la section minimale requise :

$$A_{st} = \frac{B_t}{1000} + \frac{N_{bt} \cdot F_{tj}}{F_e \cdot \sigma_{bt}} \quad (2)$$

Avec:

-B_t : aire de la partie du béton tendu .

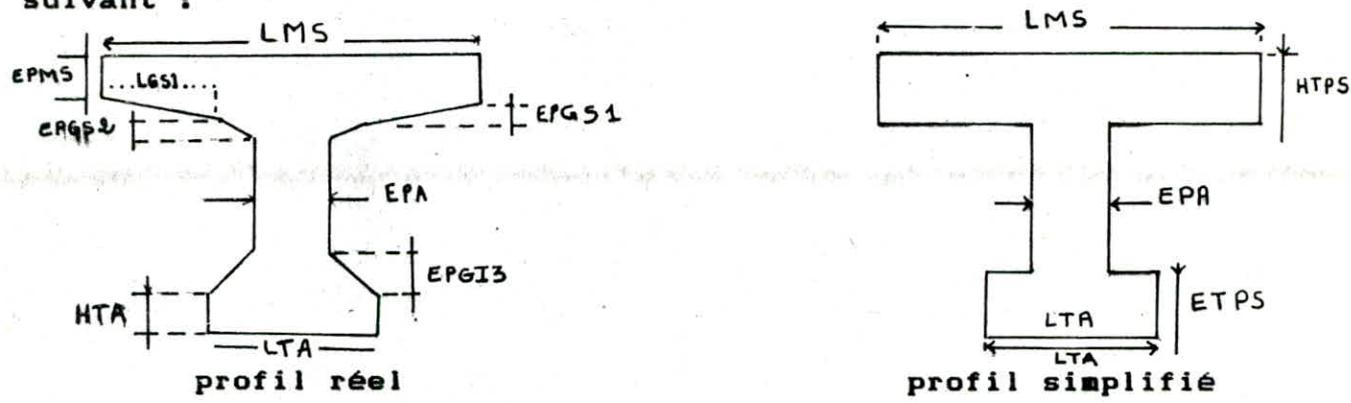
-N_{bt}: intensité de la résultante des efforts de traction .

-F_e : limite élastique correspondant aux armatures utilisées.

-σ_{bt}: valeur absolue de la contrainte maximale de traction dans la section.

Remarque: As sera calculée pour la section la plus sollicitée (section mediane)

pour les calculs qui suivent on adoptera le profil simplifié suivant :



La membrure supérieure de la poutre est assimilée à un rectangle de même largeur et de même surface que le profil réel, il en est de même pour le talon on a donc :

$$HTPS = \frac{1}{LMS} (LMS \cdot EPMS + LGS1 \cdot EPGS1 + (LMS - 2 \cdot LGS1) \cdot EPGS1 + LGS2 + EPA \cdot EPGS2)$$

et

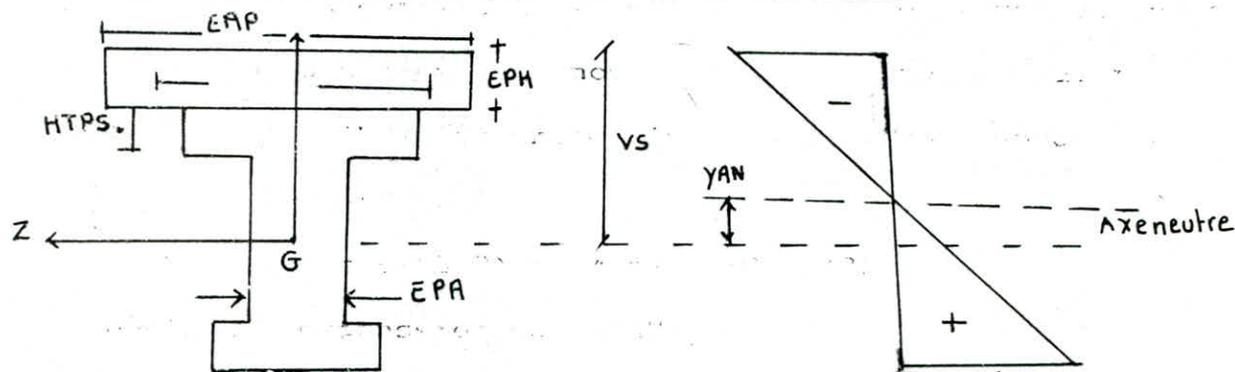
$$ETPS = \frac{1}{LTA} (EPGI3 \cdot (LTA - EPA) + EPGI3 \cdot EPA + HTA \cdot LTA)$$

La zone tendue peut-être dans la partie inférieure ou supérieure de la poutre.

b-1 -Partie supérieure:

- . Cette partie est sujette à la traction lors de la construction de la poutre.
- . LA précontrainte de calcul est la valeur caractéristique $P1(L/2, j)$

***Détermination de l'ordonnée de l'axe neutre: YAN**



En considérant que la contrainte $\sigma(x, y, j)$ exprimée dans la formule (1) est nulle au niveau de l'axe neutre, on obtient :

$$| YAN | = \frac{- P1(L/2, j) \cdot I}{A \cdot (P1(L/2, j) \cdot E(x) + M(x))} \quad (3)$$

On s'intéressera aux deux étapes suivantes :

1ère étape: juste après mise en tension de la première famille:

La section considérée est la section nette de la poutre seule, et VS correspondra à la distance entre le centre de gravité de la section et la fibre extrême de la membrure supérieure. En posant dans la formule (3) :

$$j = j_2, \quad E(x) = E_1(L/2) \quad \text{et} \quad M(x) = MGB(L/2)$$

on obtient l'expression de $| YAN |$.

* Si $| YAN | \geq (VS - HTPS)$: la fibre neutre se trouve dans la table.

$$. BT = LMS \cdot (VS - | YAN |)$$

$$. NBT = (\sigma_{BT} \cdot BT) / 2$$

* Si $| YAN | < (VS - HTPS)$: la fibre neutre se trouve dans l'âme.

$$. BT = LMS \cdot HTPS + (VS - HTPS - | YAN |) \cdot EPA$$

$$. NBT = \frac{\sigma_{BT}}{2} (NPA + NPB)$$

$$\text{avec } NPA = \left(1 + \frac{VS - | YAN | - HTPS}{VS - | YAN |} \right) \cdot HTPS \cdot LMS$$

$$NPB = \frac{(VS - |YAN| - HTPS)^2}{VS - |YAN|} \cdot EPA$$

La formule (2) donne la section d'armatures minimale nécessaire pour la 1^{ère} étape : AST1.

2[°] étape: juste après mise en tension de la deuxième famille.

Dans ce cas, la section considérée est la section nette poutre + hourdis associé (Voir fig 1).

on a : $j = j_3$, $E(x) = E(L/2)$, $M(x) = MPD(L/2)$

et la position de l'axe neutre YAN est donnée par la formule (3).

*Si $|YAN| \geq (VS - EPH)$: la fibre neutre se trouve dans l'hourdis.

$$. BT = EAP \cdot (VS - |YAN|)$$

$$. NBT = (\sigma_{BT} \cdot BT) / 2$$

L'hourdis sera ferrailé avec la quantité d'armature AST2 trouvée par la formule (2)

*Si $(VS - EPH - HTPS) \leq |YAN| < (VS - EPH)$:

L'axe neutre se trouve dans la table :

$$. BT = EAP \cdot EPH + LMS \cdot (VS - EPH - |YAN|)$$

$$. NBT = \frac{\sigma_{BT}}{2} \cdot (NPE + NPF)$$

$$\text{avec } NPE = \left(1 + \frac{VS - |YAN| - EPH}{VS - |YAN|} \right) \cdot EPH \cdot EAP$$

$$NPF = \frac{(VS - |YAN| - EPH)^2}{VS - |YAN|} \cdot LMS$$

*Si $|YAN| < (VS - EPH - HTPS)$:

L'axe neutre se trouve dans l'âme

$$BT = EPA \cdot EPH + LMS \cdot HTPS + (VS - EPH - HTPS - |YAN|) \cdot EPA$$

$$. NBT = \frac{\sigma_{BT}}{2} \cdot (NX + NY + NZ)$$

$$\text{avec } NX = \left(1 + \frac{(VS - |YAN| - EPH)}{VS - |YAN|}\right) \cdot HTPS \cdot LMS$$

$$NY = \left(VS - |YAN| - \frac{2 \cdot EPH + HTPS}{VS - |YAN|} \right) \cdot HTPS \cdot LMS$$

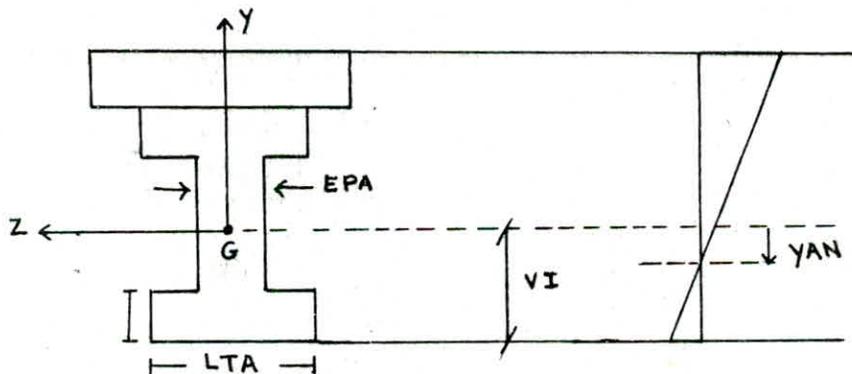
$$NZ = \frac{(VS - |YAN| - EPH - HTPS)^2}{VS - |YAN|} \cdot EPA$$

La formule (2) donne la section d'armatures minimale nécessaire pour la deuxième étape: AST2

b-2 partie inferieur:

- . cette partie est sujette à la traction lors de la mise en service
- . les combinaisons rares donnent la deformation la plus defavorable
- . la date j est considereé à l'infini, la précontrainte de calcul est la valeur caracteristique minimale $p2(L/2, J)$

* Determination de l'ordonnée de l'axe neutre: YAN



En considérant que la contrainte $\sigma(x, y, z)$ donnée par la formule (1) est nulle au niveau de l'axe neutre, on obtient :

$$|YAN| = \frac{P2(L/2, J) \cdot I}{A \cdot (Mf(L/2) + P2(L/2, J) \cdot E(L/2))} \quad (4)$$

avec $Mf(L/2) = MPD(L/2) + Msup(L/2) + 1 \cdot Ms(L/2)$

* si $|YAN| \geq (VI - ETPS)$: L'axe neutre se trouve dans le talon

$$BT = (VI - |YAN|) \cdot LTA$$

$$\bullet \text{ NBT} = (\sigma_{BT} \cdot \text{BT}) / 2$$

* si $|YAN| < (VI - ETPS)$: L'axe neutre se trouve dans l'âme

$$\bullet \text{ BT} = (VI - |YAN| - ETPS) \cdot \text{EPA} + \text{LTA} \cdot \text{ETPS}$$

$$\bullet \text{ NBT} = \sigma_{BT} / 2 \cdot (\text{NU} + \text{NV})$$

$$\text{avec } \text{NU} = \left(1 + \frac{VI - |YAN| - ETPS}{VI - |YAN|} \right) \cdot \text{LTA} \cdot \text{ETPS}$$

$$\text{NV} = \frac{(VI - YAN - ETPS)^2}{VI - |YAN|} \cdot \text{EPA}$$

La section d'armatures minimale nécessaire est donnée par la formule (2) soit : AST3.

C - Armatures longitudinales définitives :

* partie supérieure :

$$\text{ASS} \geq \max (\text{AST1}, \text{AST2}, \text{ASP})$$

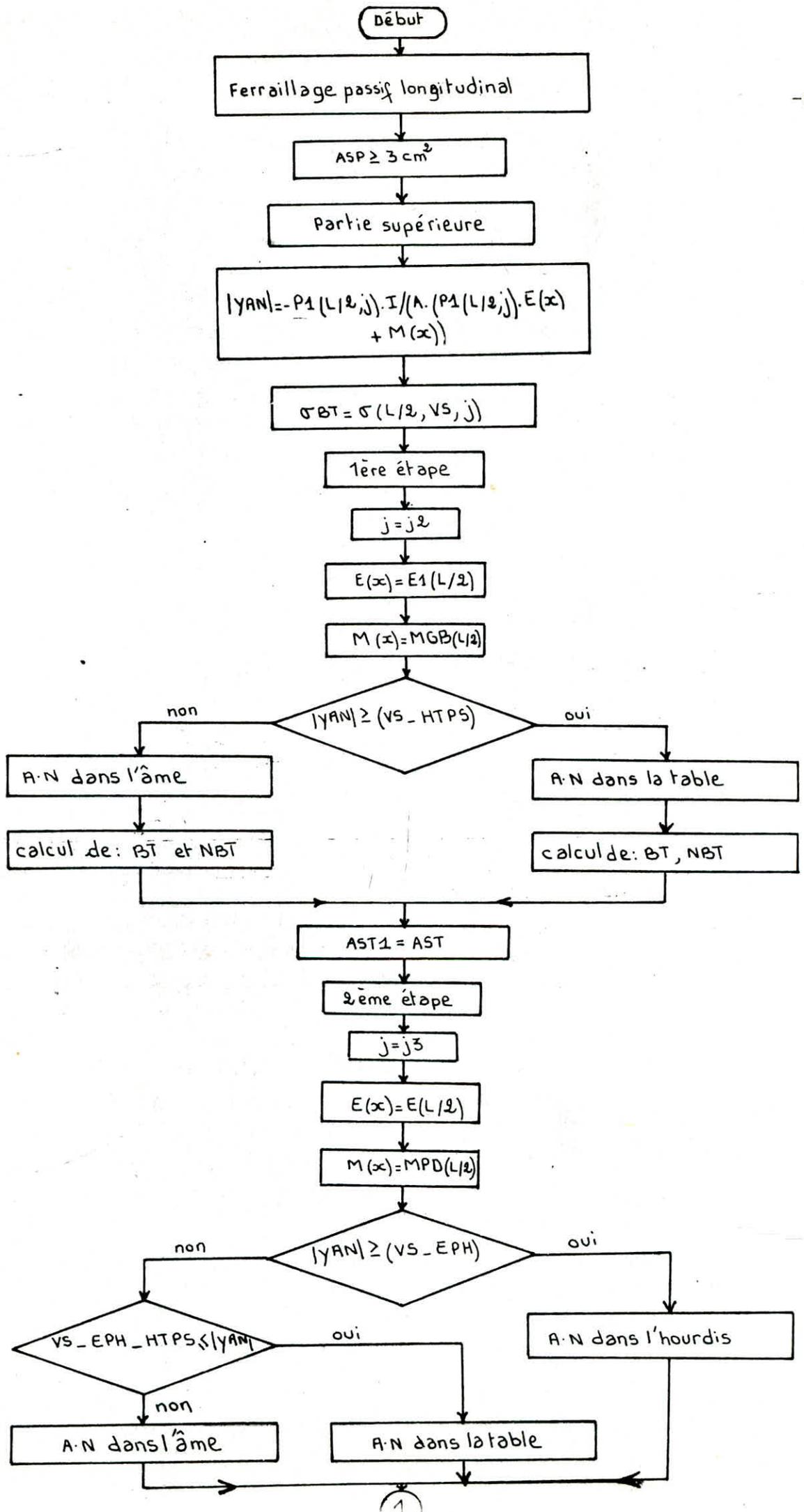
* partie inférieure :

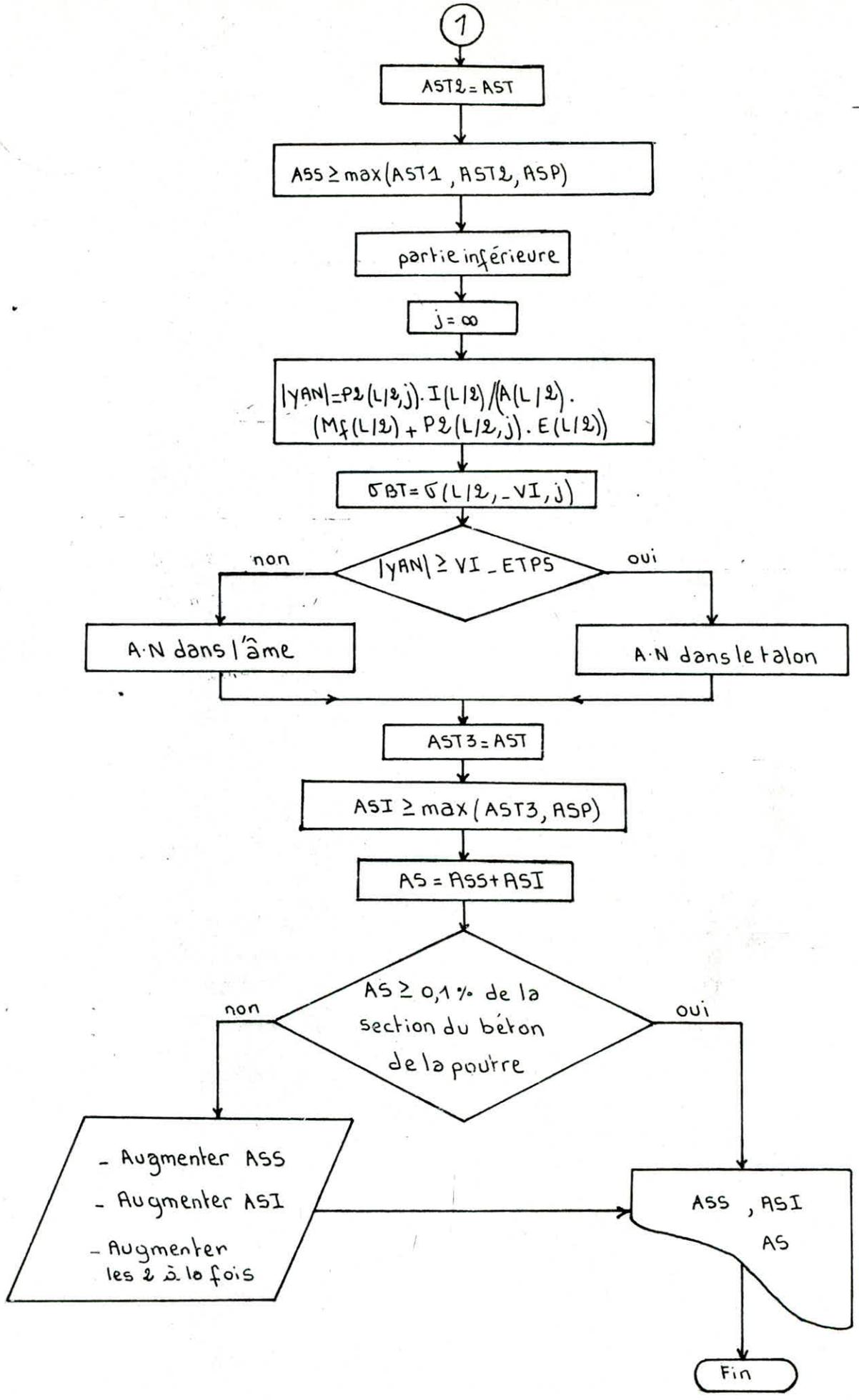
$$\text{ASI} \geq \text{MAX} (\text{AST3}, \text{ASP})$$

* section d'armatures globale :

$$\text{AS} = \text{ASS} + \text{ASI}$$

Par ailleurs il faut vérifier que $\text{AS} \geq 0,1\%$ de la section du béton de la poutre + hourdis associé, sinon il faut augmenter soit ASS, soit ASI soit les deux à la fois.





VII-1-4 Justification des contraintes tangentielles

Le but de cette justification est de montrer que les effets d'un effort tranchant cumulés aux effets du moment fléchissant et de l'effort normal ne compromettent pas la sécurité de l'ouvrage, ce qui revient à vérifier les conditions :

$$\Gamma^2 \leq -0,4.ftj.(-ftj + \sigma x) \tag{5}$$

$$\Gamma^2 \leq -2. \frac{ftj}{fcj} . (0,6.fcj - \sigma x) . (-ftj + \sigma x) \tag{6}$$

imposées par l'article A.7.2,2 du B.P.E.L en posant $\sigma t = 0$ (pas de précontrainte transversale).

avec :

- σx : Contrainte normale longitudinale au centre de gravité.
- Γ : Contrainte tangentielle de cisaillement au centre de gravité.

Le programme effectue la vérification dans la section d'appui et dans les sections correspondants à la sortie des câbles relevés en extrados pour chaque phase.

A une phase donnée (date j) pour une abscisse x donnée, les étapes de vérification sont :

a- Détermination de l'état de contrainte :

1 - Calcul de la contrainte de cisaillement :

$$\Gamma(x, j) = \frac{Vred(x)}{bn \cdot Z}$$

avec :

* $Vred(x)$: effort tranchant réduit = $V(x) - \Sigma P \cdot \sin(\alpha)$

$V(x)$: effort tranchant dû aux sollicitations extérieures à l'abscisse x.

$\Sigma p \cdot \sin(\alpha)$: composante verticale de la précontrainte correspondant aux câbles passants par l'abscisse x.

* b_n : largeur nette de l'âme

Par raison de sécurité et de simplification on ne prendra en compte que la moitié de la largeur correspondant au diamètre de l'encombrement des gaines injectées Φ_g

$$b_n = EPA - (m \cdot \Phi_g / 2)$$

m : nombre de gaines existant dans l'âme.

* Z : valeur approchée du bras de levier

$$Z = \left(\frac{1 + \eta}{2} \right) h$$

avec : rendement géométrique de la section

Remarque :

Pour le calcul des contraintes tangentielles, la largeur de table prise en compte est :

$$b_1 = \min \left(\frac{EAP - EPA}{2} ; \frac{L}{10} \right)$$

L : portée de la travée

2 - Calcul de σ_x :

$$\sigma_x = \sigma(x, 0, j) \text{ (donnée en VII-1-1)}$$

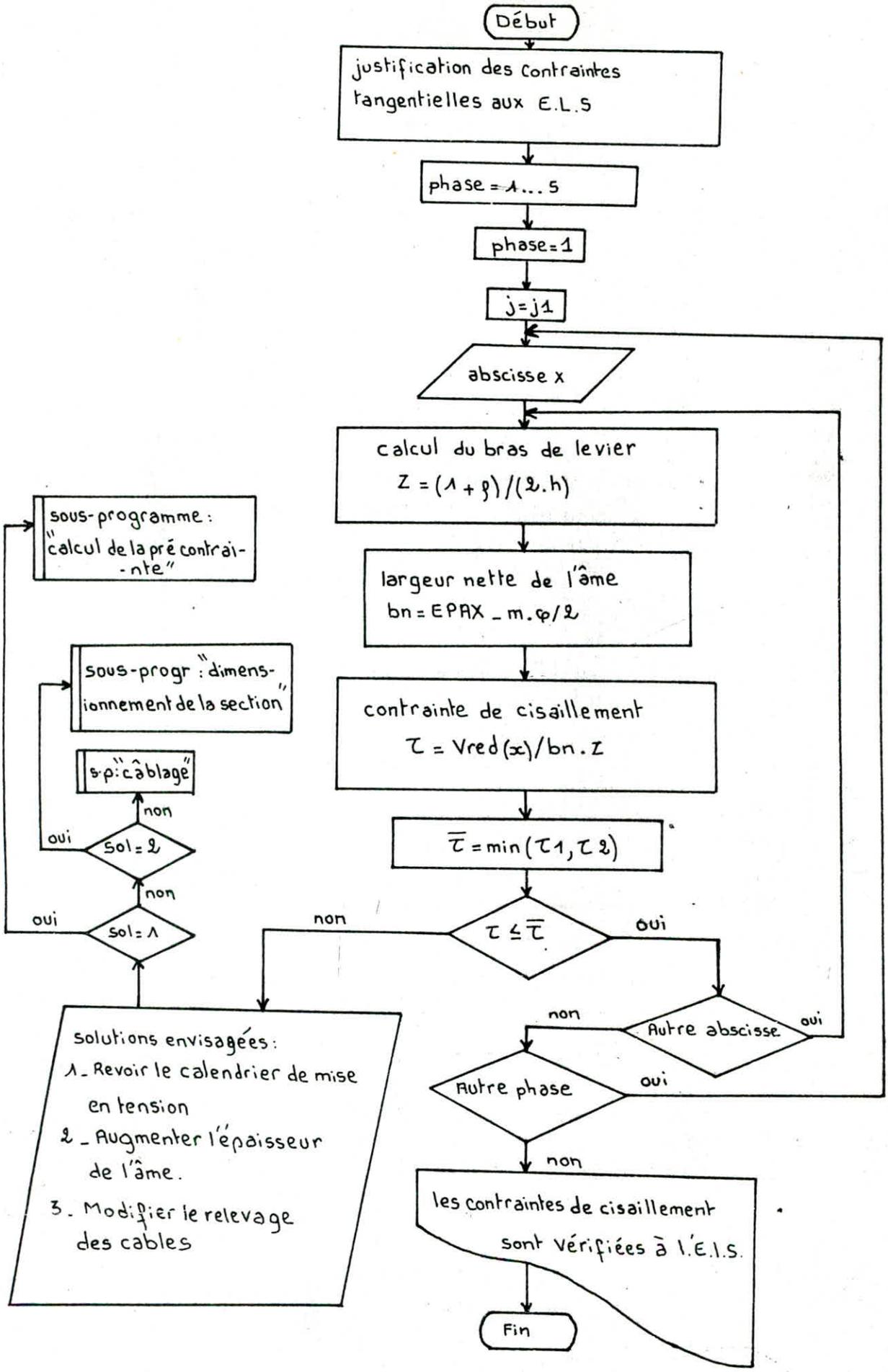
$$\sigma_x = \frac{P(x, j)}{A}$$

A est la section réduite calculée selon les règles concernant la largeur des tables de compression sous l'effet d'un effort normal :

$$b_1 = \min \left(\frac{EAP - EPA}{2} ; \frac{2}{3} l_0 \right) \text{ } l_0 : \text{distance d'about}$$

b- Vérification des conditions 5 et 6 qui imposent :

$$\tau \leq \bar{\tau} \text{ avec } \bar{\tau} = \min(\tau_1, \tau_2)$$



VII-2- Calculs aux états limites ultimes :

VII-2-1- justification des contraintes normales :

Sollicitations de calcul :

- Effort normal : N_u , moment fléchissant : M_u

La justification consiste à vérifier que ces sollicitations ne dépassent pas les sollicitations résistantes ultimes.

Ce qui se traduit par :

$$M_{uM} \leq M_u \leq M_{uM}$$

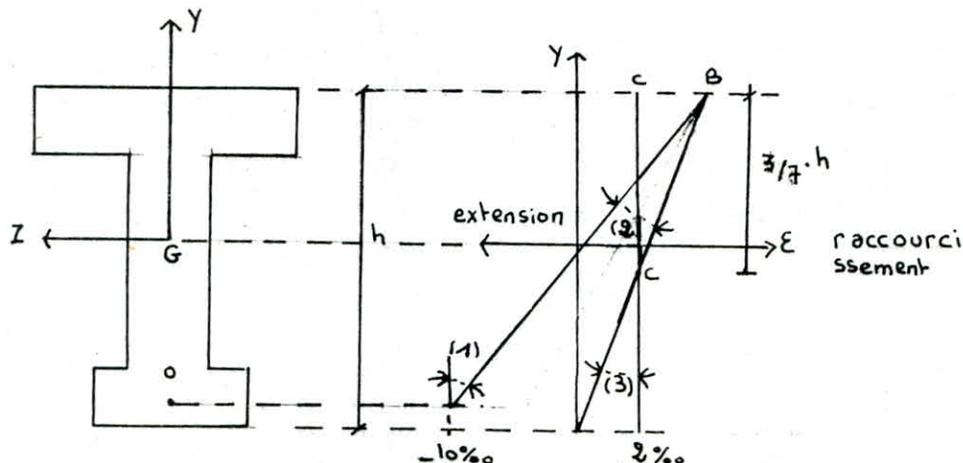
En général, pour une sollicitation de calcul donnée, il suffit de vérifier l'une des inégalités, l'autre se trouve d'évidence satisfaite. On se contentera donc de vérifier que $M_u \leq M_{uM}$

(B.P.E.L.A.6.3,2) on notera que :

- Les sollicitations de calcul les plus défavorables sont celles résultant de la combinaison fondamentale.
- La précontrainte de calcul est la précontrainte probable P_m .
- L'effort normal N_u et le moment fléchissant M_u sont définis au point de passage de l'armature moyenne de précontrainte :

$$N_u = P_m$$

- Un état limite est caractérisé par le fait que le diagramme des déformations dans une section appartient à l'un des domaines (1, 2 ou 3), définis par le diagramme suivant (B.P.E.L A.6.3,311)



Etapas de calcul :

a-Recherche du diagramme de déformation ultime :

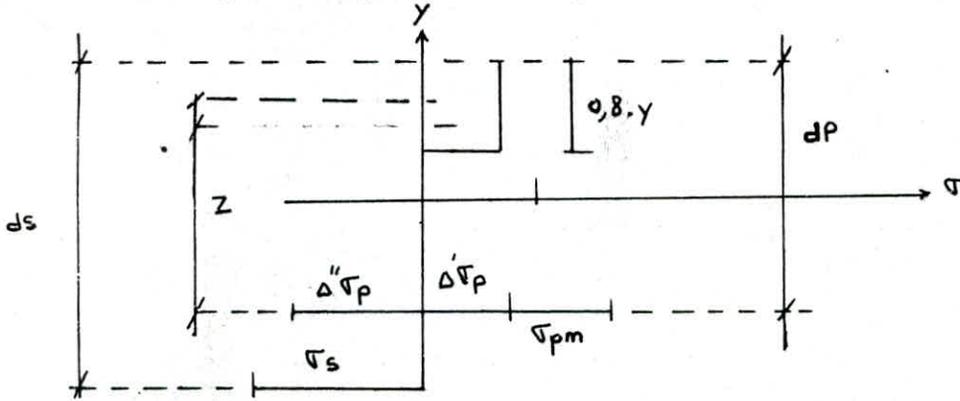
. Pour cela :

- On choisi à priori un diagramme de déformation, par exemple celui passant par A et B ce qui impose :

$$E_s = 10 \% \text{ et } E_b = 3,5 \%$$

- On cherche l'effort normal N_{ul} correspondant à ce diagramme.

N_{ul} est donné par l'équation d'équilibre des efforts :



$$N_{ul} = Bc. \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{b} - A_p \cdot \sigma - A_s \cdot \sigma_s$$

avec : $BC = B \cdot (0,8 \cdot y)$: section de béton comprimée.

$Bc. \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{\delta b}$: Compression du béton.

$A_s \cdot \sigma_s$: tension des ramatures passives.

$A_p \cdot \sigma_p$: surtension de précontrainte.

(pour le calcul de σ_s et σ_p : voir chapitre II)

$$\sigma_p = f(\epsilon_{pm} + \Delta' \epsilon_p + \Delta'' \epsilon_p) - f(\epsilon_{pm})$$

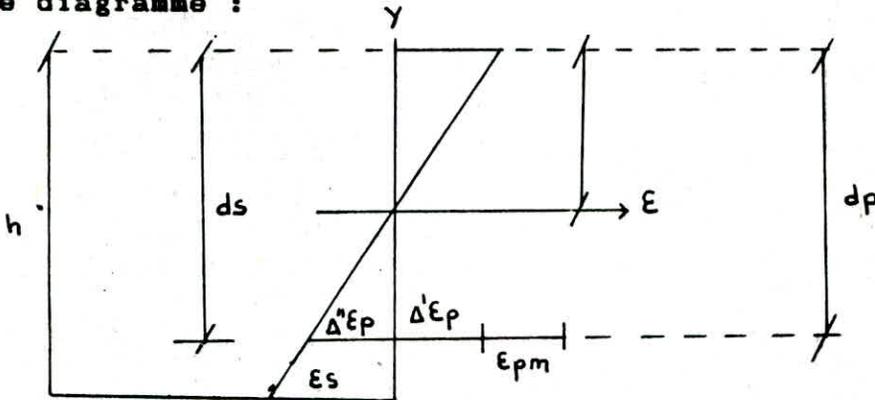
$$\epsilon_{pm} = \frac{\sigma_{pm}}{E_p} : \text{allongement préalable.}$$

σ_{pm} correspondant à la contrainte probable existant dans les armatures sous les actions permanentes à l'âge où on effectue la vérification.

. $\Delta' \epsilon_p = 5. \frac{\sigma_{bpm}}{E_p}$: accroissement d'allongement accompagnant le retour à la déformation nulle du béton au niveau de l'armature moyenne de précontrainte. σ_{bpm} étant la contrainte dans le béton au niveau de l'armature moyenne de précontrainte sous l'effet des actions permanentes et de précontrainte.

. $\Delta'' \epsilon_p$: Variation complémentaire accompagnant la déformation du béton au delà de la valeur nulle.

d'après le diagramme :



On a :

$$\frac{\epsilon_s}{E_b} = \frac{d_s - y}{y} \implies y = \frac{E_b \cdot d_s}{(E_s + E_b)}$$

$$\frac{E_p}{E_b} = \frac{d_p - y}{y} \implies E_p = E_b \cdot \frac{(d_p - y)}{y}$$

b- Modification du diagramme choisi :

- Si $N_{u1} > N_u$: cela signifie que la section de béton comprimée est trop grande, on doit donc diminuer E_b .
- Si $N_{u1} < N_u$: il faut diminuer E_s .

Un calcul itératif permet de trouver le diagramme d'équilibre.

c- Vérification :

Il ne reste alors qu'à effectuer la vérification : $M_u \geq M_{uM}$

$$M_{uM} = B_c \cdot \frac{0,85 \cdot f_{c_j}}{\gamma_b} \cdot Z + A_s \cdot (d_s - d_p) \cdot \sigma_s$$

Si la résistance n'est pas assurée il faut alors reprendre le dimensionnement.

VII-2-2- justification des contraintes tangentes :

Les justifications de poutre dans le cadre des états limites comportent une vérification de "non rupture" en traction des armatures transversales et une vérification à "la compression" des bielles de béton découpées dans l'élément par les fissures. (B.P.E.L A.7.3)

a-justification des armatures transversales :

On considère que l'effort tranchant ultime V_u sera équilibré par les seuls aciers transversaux passifs (le programme ne tient pas compte de l'éventuelle présence d'une précontrainte transversale).

Il s'agit de vérifier que $\tau_{red,u} \leq \tau_{ultime}$

ce qui consiste à vérifier que la section d'armature A_t doit satisfaire selon (A.7.3,22 des B.P.E.L) dans le cas où les armatures passives sont perpendiculaires à la fibre moyenne de la poutre :

$$\frac{A_t}{b_n \cdot St} \cdot \frac{f_e}{s} \geq \left(\tau_{red,u} - \frac{f_{tj}}{3} \right) \cdot \operatorname{tg}(\beta_u)$$

avec :

- β_u : angle d'inclinaison des bielles de béton

$$\beta_u = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{arctg} \left(\frac{2 \cdot \tau_{red,u}}{\sigma_{x,u}} \right)$$

- $\sigma_{x,u}$: contrainte normale ultime

- St : espacement des armatures transversales passives

$$St \leq \inf(1m; 0,8.h; 3.EPA)$$

At inclue également les armatures de peau dont la section doit être au moins égale à 2 cm² par mètre de parement mesuré perpendiculairement à leur direction.

$$- \delta_s = 1,15$$

$$- \tau_{red,u} = \frac{V_{red,u}}{b_n \cdot Z}$$

$$V_{red,u} = V - \Sigma P \cdot \sin(\alpha)$$

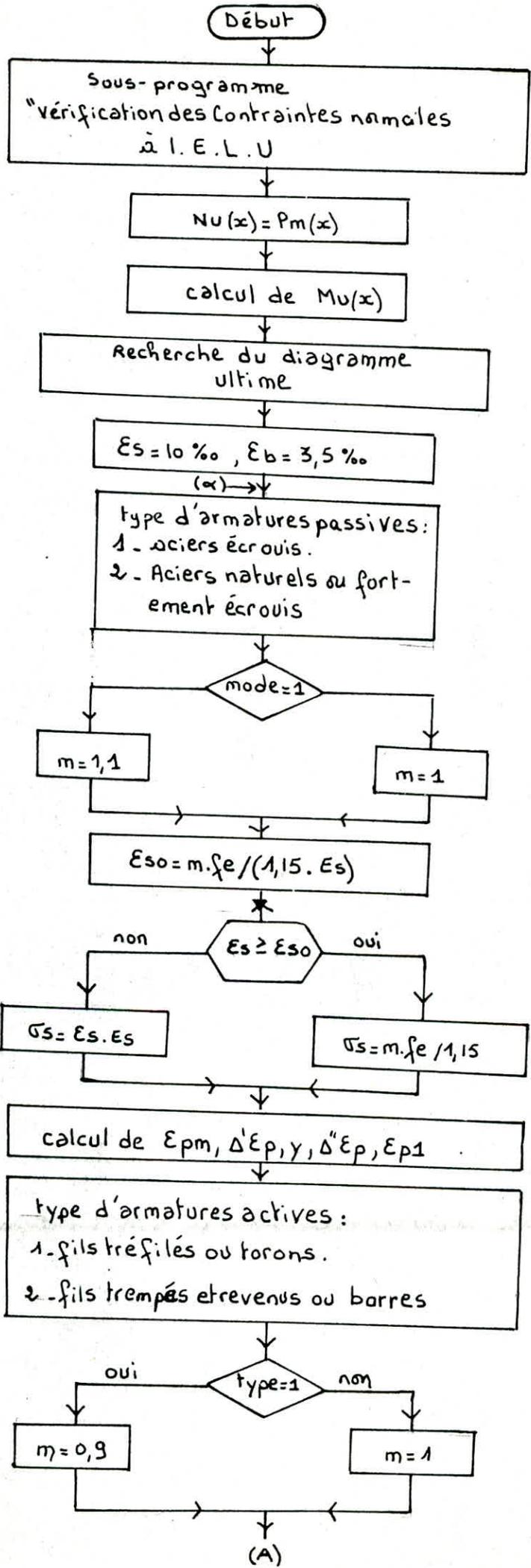
un minimum d'armatures d'âme est exigé dans toute les zones de la poutre :

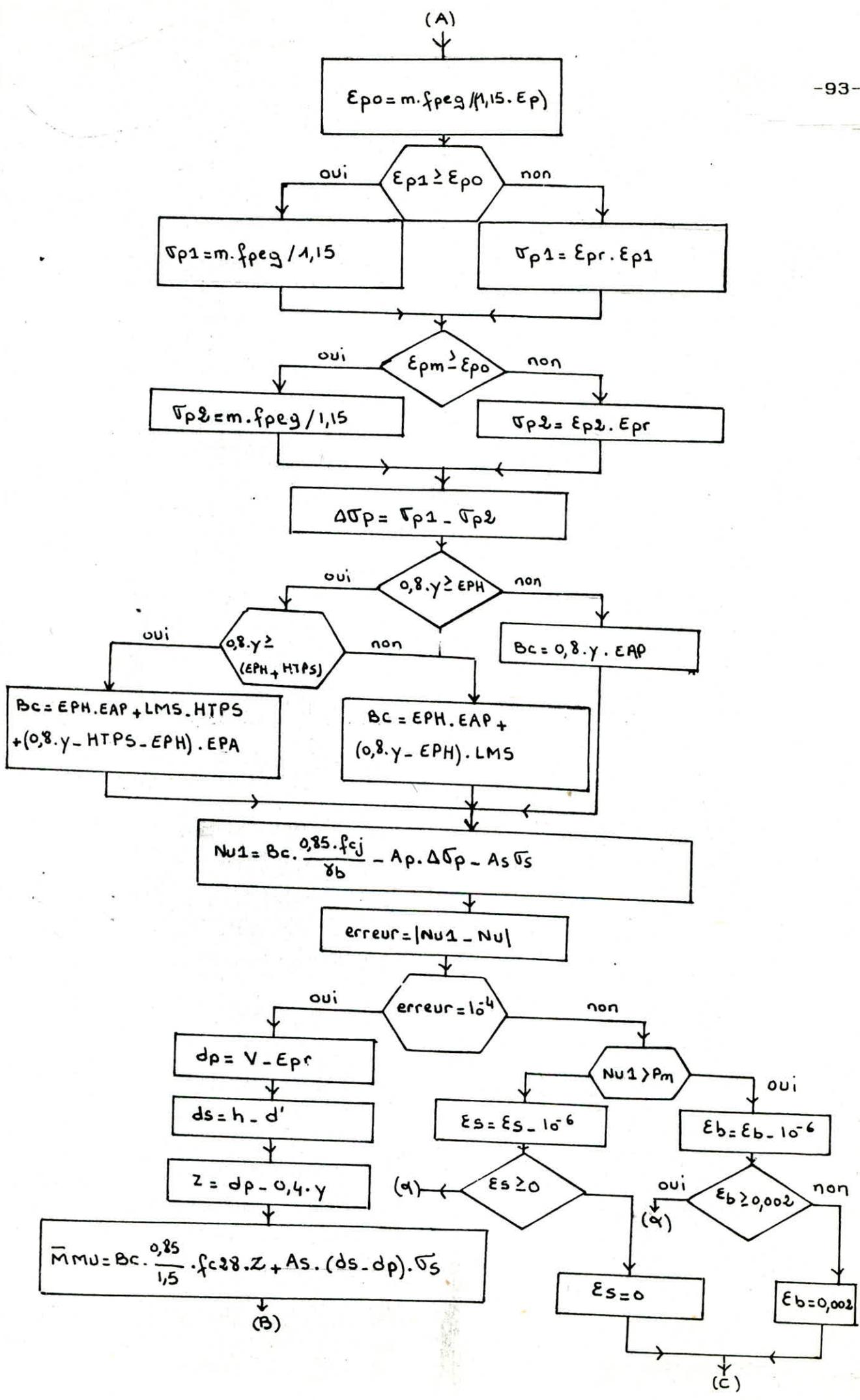
$$\frac{A_t}{b_n \cdot St} \cdot \frac{f_e}{\delta_s} \geq 0,6 \text{ MPa}$$

b-justification des bielles de béton :

La vérification réglementaire à effectuer (A.7.3,3 des B.P.E.L):

$$\tau_{red,u} \leq \frac{f_{cj}}{6}$$





(A)

$$E_{p0} = m \cdot f_{peg} / (1,15 \cdot E_p)$$

$E_{p1} \geq E_{p0}$

oui

$$\sigma_{p1} = m \cdot f_{peg} / 1,15$$

non

$$\sigma_{p1} = E_{pr} \cdot E_{p1}$$

$E_{pm} \geq E_{p0}$

oui

$$\sigma_{p2} = m \cdot f_{peg} / 1,15$$

non

$$\sigma_{p2} = E_{p2} \cdot E_{pr}$$

$$\Delta \sigma_p = \sigma_{p1} - \sigma_{p2}$$

$0,8 \cdot \gamma \geq EPH$

non

$$B_c = 0,8 \cdot \gamma \cdot EAP$$

oui

$0,8 \cdot \gamma \geq (EPH + HTPS)$

oui

$$B_c = EPH \cdot EAP + LMS \cdot HTPS + (0,8 \cdot \gamma - HTPS - EPH) \cdot EPA$$

non

$$B_c = EPH \cdot EAP + (0,8 \cdot \gamma - EPH) \cdot LMS$$

$$Nu_1 = B_c \cdot \frac{0,85 \cdot f_{cj}}{8b} - A_p \cdot \Delta \sigma_p - A_s \cdot \sigma_s$$

$$erreur = |Nu_1 - Nu|$$

$erreur = 10^{-4}$

oui

$$d_p = V - E_{pr}$$

$$d_s = h - d'$$

$$Z = d_p - 0,4 \cdot \gamma$$

$$\bar{M}_{MU} = B_c \cdot \frac{0,85}{1,5} \cdot f_{c28} \cdot Z + A_s \cdot (d_s - d_p) \cdot \sigma_s$$

(B)

non

$Nu_1 > P_m$

oui

$$E_s = E_s - 10^{-6}$$

oui

$$E_b = E_b - 10^{-6}$$

$E_s \geq 0$

$E_b \geq 0,002$

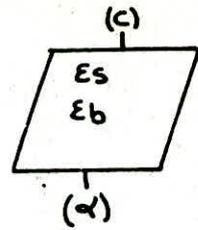
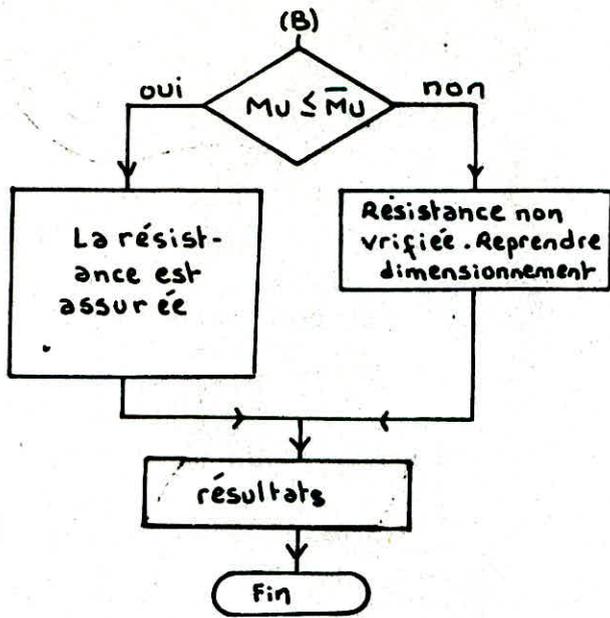
oui

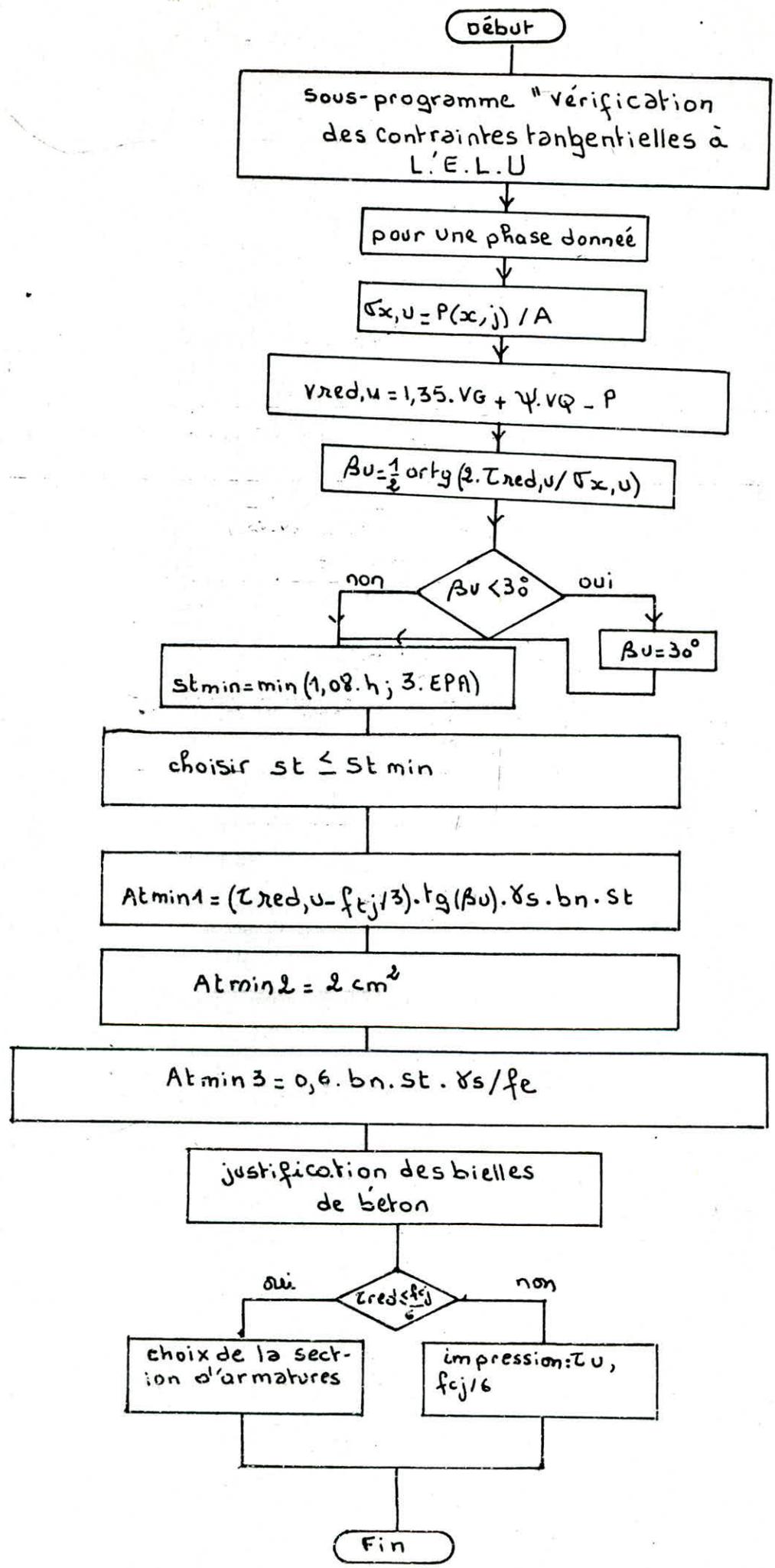
$$E_s = 0$$

non

$$E_b = 0,002$$

(C)





CHAP VIII.

Calculs justificatifs réglementaires en
sections particulières

Les étapes de calcul ne seront données que brièvement dans le souci de réduire le volume de ce chapitre. Néanmoins celles-ci seront données dans l'organigramme.

A- Zone d'appui:

1- Equilibre de la bielle d'about

La fissure découpant cette bielle doit être cousue par des armatures passives verticales (étriers de section A_t et d'espacement S_t) qui ont déjà été calculées pour l'effort tranchant à l'E.L.U.

D'après le B.P.E.L (annexe 4) cette vérification se réduit à calculer Z_r et le comparer à Z :

$$Z_r = d_r - d_b$$

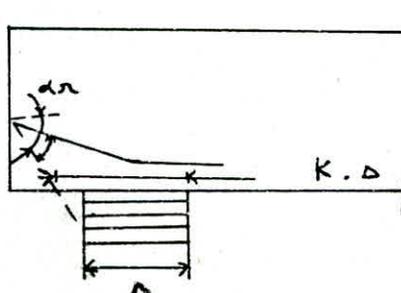
avec $d_b =$ hauteur de la membrane comprimée = $\frac{h}{10}$

$$\text{et } d_r = h - YAP(\bar{r})$$

Z étant celui défini précédemment.

- Si $Z_r \geq Z$ la densité d'étriers déjà calculée est suffisante sur la longueur $Z \cdot \cotg \beta_u$
- Si $Z_r < Z$ la densité d'étriers déjà calculée doit être multipliée par Z/Z_r et placée sur la longueur $Z_r \cdot \cotg \beta_u$

2- Equilibre du coin inférieur:

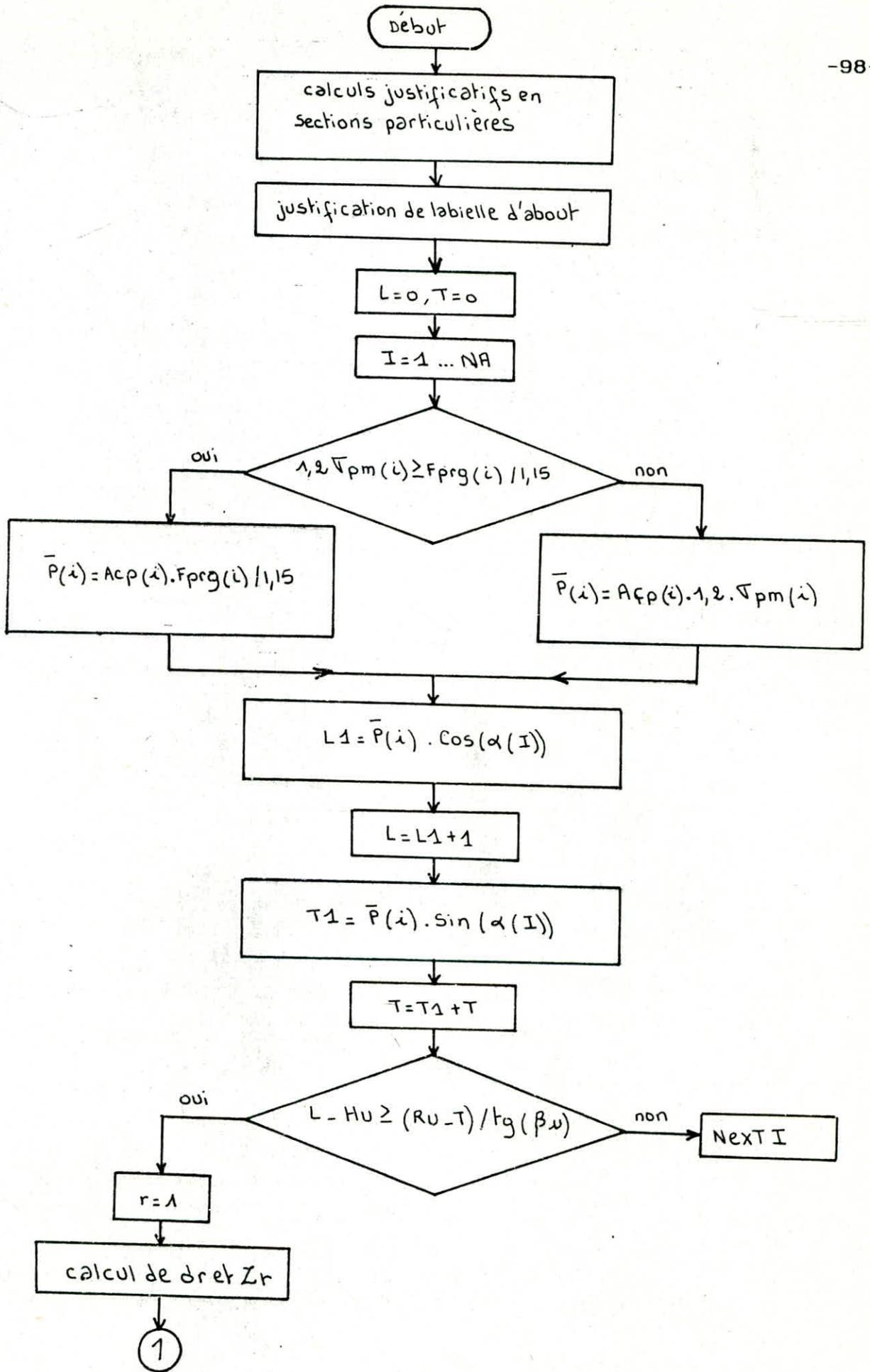


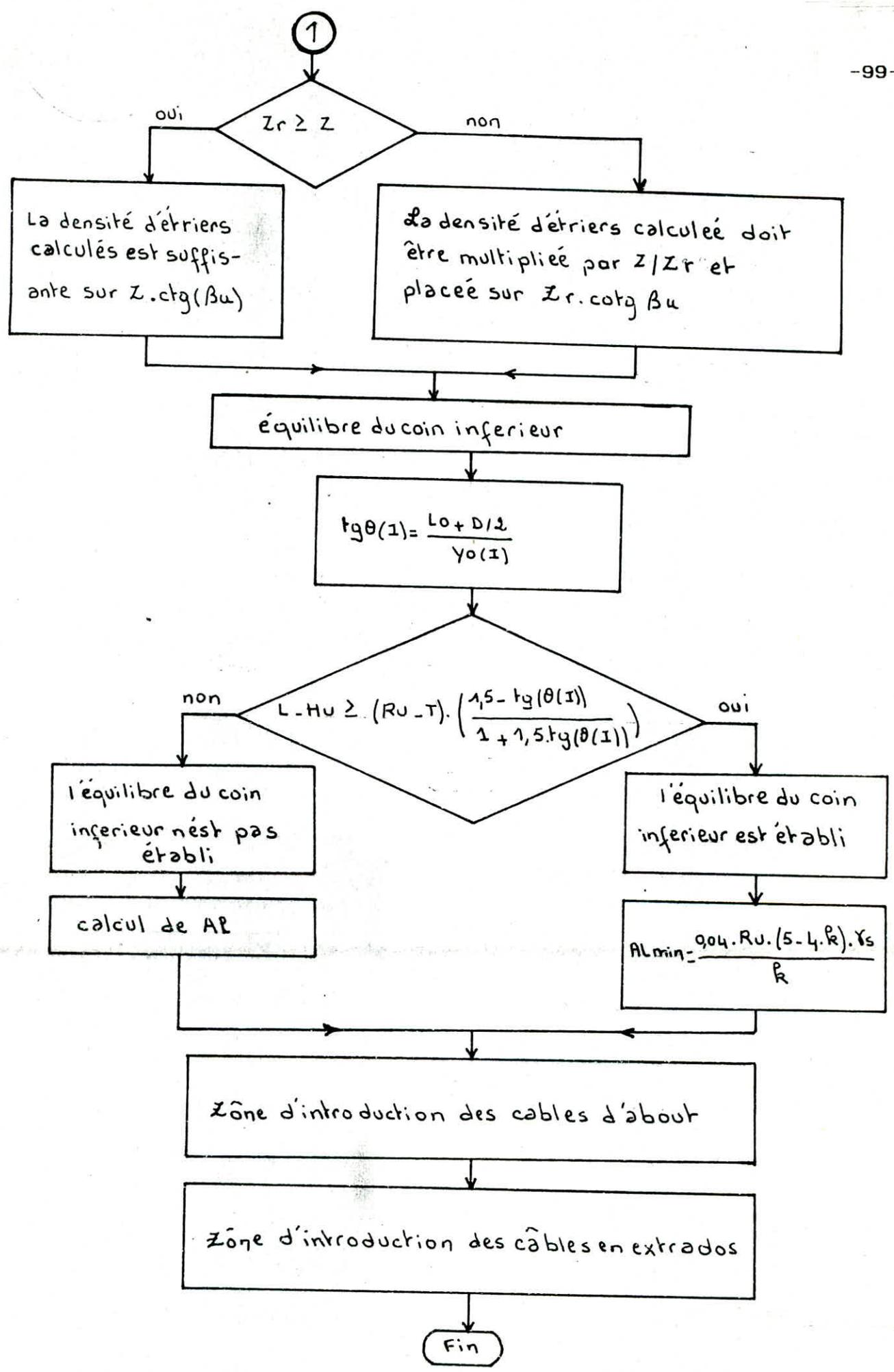
(fig. 1)

Le B.P.E.L préconise une section minimale d'aciers passifs:

$$A_{l \text{ min}} = \frac{0,04 \cdot R_u (5-4k)}{f_e} \cdot \zeta_s \quad 0 \leq k \leq 1$$

(pour la détermination de k voir figure 1)





CHAP IX : CALCUL DES DEFORMATIONS

La mise en précontrainte d'une pièce engendre des déformations : flèches, rotations d'appuis etc...

il est essentiel que ces déformations puissent librement se produire sans gêner l'utilisation de la construction ou engendrer des désordres dans cette dernière .

IX-1- Calcul des flèches :

IX-1-1- flèches de poids propre et surcharges :

dans le cas où le poids propre (ou la surcharge) est uniformément répartié suivant une valeur G /ml , la flèche à mi-travée :

$$f = \frac{5 \cdot G \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

L : portee de la poutre .

E : voir chapitre II.

I : inertie nette moyenne de la poutre et de l'hourdis associé

IX-1-2- flèche de construction :

dans la plupart des cas la contre flèche de précontrainte est nettement supérieur à la flèche du poids propre, et la poutre prend donc une forme conbrée . pour eviter cet inconvenient on donne au fond du coffrage une flèche de construction f_c vers le bas :

$$f_c = \frac{3}{4} \cdot (f_p - f)$$

f_c : flèche de poids propre

f_p : contre flèche de précontrainte

} > à mi-travée en valeur absolue

$$f_p = \int_0^{l/2} \frac{M(x) \cdot x \cdot dx}{E \cdot I}$$

$$M(x) = P(x) \cdot \cos(\alpha LFC E(x))$$

IX-1-3- flèche de la poutre en service :

à vide :

$$f_v = f_G + f_c - f_p$$

en charge :

$$f_s = f_v + f_Q$$

f_Q : flèche de surcharges.

IX-2- Calcul des rotations d'appuis:

IX-2-1- sous poids propre et surcharges : $\beta_{AG} = \frac{G \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I}$

IX-2-2- sous la précontrainte :

$$\beta_{Ap} = \frac{1}{2 \cdot E \cdot I} \int_0^l M(x) \cdot dx$$

IX-2-3- Rotation d'appui en service:

a vide : $\beta_{A1} = \beta_{AG} + \beta_{Ap}$ en charge : $\beta_{A2} = \beta_{A1} + \beta_{AQ}$

β_{AQ} : rotation d'appuis sous l'effet des surcharges .

IX-3- Verification des déformations :

Elle consiste à calculer les déformations et à les comparer aux déformations admissibles introduites par l'utilisateur, celles-ci sont soit définies par le marché, soit soumises à l'acceptation du maître de l'oeuvre (B.P.E.L A.6.2,3)

CHAP X :

CONCLUSION

La conception assistée par ordinateur est une technique qui de nos jours touche à tous les domaines. Dans le calcul de structures comme dans le calcul d'éléments de constructions modernes, le besoin d'élaborer une conception et une étude avec un maximum de fiabilité et un minimum de temps a conduit les grands industriels à recourir vers l'outil informatique.

L'élaboration d'un tel logiciel, exige une méthode de travail rigoureuse et logique. La difficulté réside essentiellement dans le passage de la théorie à la programmation.

Ni le temps, ni les moyens ne nous ont permis d'aller plus loin, seulement nous espérons que ce travail puisse être complété ultérieurement tant dans le système d'exploitation et la rapidité d'exécution que dans la prévision d'éventuelles options à savoir : ferrailage des fondations, calcul des appareils d'appuis etc....

Cette étude doit être considérée comme faisant partie des premiers pas vers l'automatisation du calcul d'un pont entier, ouvrage qui prend de plus en plus d'importance dans le domaine de construction dans notre pays.

*** * * Bibliographie * * ***

- 1 - Cours pratique de béton précontraint par G.DREUX "Editions Eyrolles 1984".
- 2 - Règlement B.P.E.L.
- 3 - Le cours de béton précontraint... par H.THONIER "presse de l'école nationale des ponts et chaussées".
- 4 - Pratique du béton précontraint... par G.DREUX "Editions Eyrolles 1979".
- 5 - Projet de béton précontraint ... par Fuentes - Lacroix
- 6 - Projet de fin d'études :
"Pont biais à poutres multiples en béton précontraint"
G.MABIALA ANDRIAMAHEINJAFY Solofo A.j
Promotion : janvier 1984
- 7 - Projet de fin d'études :
"pont à poutres multiples en béton précontraint"
S.AMARA B.BOUTOUTAOU
Promotion : janvier 1985
- 8 - Documents S.T.U.P.
"guide des procédés Freyssinet".
3ème édition 1962.
- 9 - Documents S.E.T.R.A.
"ponts à poutres prefabriquées precontraintes"

