

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE



المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

Département de Génie Electrique

Projet de fin d'Etudes

*pour l'obtention du diplôme
d'Ingénieur d'Etat en Electrotechnique*

THEME

**Harmoniques d'espace d'une Machine
Asynchrone**

Etudié par :

M. OULD DEHBI Mohamed
M. CHABANE Yassine

Encadré par :

TOUHAMI.O
Professeur ENP



E.N.P. 10, Avenue Hassen-Badi, El Harrach, ALGER

Promotion : Juin 2001

REMERCIEMENTS



Nous remercions Dieu de nous avoir donné la force physique et morale pour accomplir ce travail.

Nous remercions notre encadreur **M^r** : O. TOUHAMI, professeur à l'ENP pour son aide et son encouragement durant toute l'année.

Nous remercions également tous les membres du jury, pour avoir bien voulu évalué notre travail.

Nous remercions aussi tous les travailleurs de la bibliothèque et du périodique de l'Ecole pour leurs aides et leur soutien.

Et finalement, nous adressons nos remerciements les plus profonds et les plus distingués à tous ceux qui ont contribué de proche ou de loin à ce modeste travail..

Dédicaces

Ce mémoire est dédié :

A la mémoire de ma mère.

A mon très cher Père.

A mes frères et sœurs.

A mon oncle sid'ahmed et sa famille.

A toute ma famille.

A tous mes amis .

A la promotion Electrotechnique 2001.

A tous ceux qui me sont chers.

Med. OULD DEHBI

Dédicaces

Ce mémoire est dédié :

A la mémoire de toutes les victimes de la répression.

A ma très chère mère.

A mon très cher père.

A mon grand frère Said.

A mes petits frères Idir et Younés.

A ma tante Ouerdia.

A toute ma grande famille.

A tous mes amis mauritaniens.

A tous mes amis.

A la promotion Electrotechnique 2001.

A tous ceux qui me sont chers.

Y. CHABANE

Sommaire

Notations.....
 Introduction Générale.....

Chapitre I : Modélisation et transformation

I.1 *Introduction*..... 01

I.2 *Représentation d'un bobinage m-n d'une machine* 01

I.2.1 *Description d'un bobinage m-n d'une machine*..... 02

I.2.2 *Equations de tension*..... 02

I.2.3 *Equations du couple*..... 04

I.3 *Transformation d'un bobinage m-n de la machine*..... 05

I.3.1 *La transformation generale*..... 06

I.3.2 *La transformation de système polyphasé à $\alpha - \beta - 0$* 06

I.3.2.a *Transformation des variables du rotor aux variables $\alpha - \beta - 0$* 08

I.3.2.b *L'équivalent $\alpha - \beta - 0$ d'un bobinage m-n d'une machine asynchrone* 11

I.3.3 *Transformation de polyphasé à d-q*..... 12

I.4 *Conclusion*..... 16

Chapitre II : L'analyse des actions synchrones et asynchrones

II.1 *Introduction*..... 17

II.2 *Les équations de tension* 17

II.3 *L'équation du couple* 18

II.4 *Les équations de l'action a synchrone de l'état stable*..... 18

II.4.1 *Les équations de tension*..... 19

II.4.2 *L'équation de couple*..... 22

II.5 *Les équations de l'action synchrone de l'état stable*..... 22

II.5.1 *L'action synchrone à vitesse quelconque*..... 22

II.5.1.a *Les équations de tension* 23

II.5.1.b *L'équation de couple* 24

II.5.2 *Action synchrone à l'arrêt*..... 25

II.5.2.a *Equation de tension*..... 25

II.5.2.b *L'équation du couple*..... 26

II.5.3 *Relation entre l'action synchrone et les harmoniques dans chaque composant $\alpha - \beta$* 26

II.5.4 *L'effet des harmoniques du courant statorique*..... 27

II.6 *Conclusion* 30

Chapitre III : Machine asynchrone triphasée de rotor à cage

III.1 *Introduction*..... 31

III.2 *L'équation du rotor à cage des machines asynchrones triphasées* .. 31

III.2.1	<i>L'équivalent $\alpha - \beta$</i>	31
III.2.2	<i>L'équivalent en d-q</i>	33
III.3	<i>L'effet d'inclinaison</i>	34
III.4	<i>L'effet de peau</i>	34
III.5	<i>L'exemple numérique</i>	34
III.6	<i>Interprétation des résultats</i>	36
III.6.1	<i>L'analyse de l'état stable</i>	36
III.6.1.a	<i>Le couple synchrone</i>	36
III.6.1.b	<i>Le couple asynchrone</i>	37
III.6.2	<i>Analyse transitoire</i>	37
III.7	<i>Conclusion</i>	49
Conclusion générale		
Annexes		
Bibliographie		

NOTATIONS

NOTATIONS

$d, q :$	indices correspondants aux axes direct et en quadrature.
$\alpha, \beta :$	indices correspondants aux axes de la transformation $\alpha - \beta$.
$V^s :$	tension statorique.
$I^s :$	courant statorique.
$R^s :$	résistance du stator.
$L^s :$	inductance propre du stator.
$V^r :$	tension rotorique.
$I^r :$	courant rotorique.
$R^r :$	résistance du rotor.
$L^r :$	inductance propre du rotor.
$L^{sr} :$	inductance mutuelle.
$m :$	nombre de phases du stator.
$n :$	nombre de barres du rotor.
$T_L :$	couple résistant.
$T_c :$	couple électromagnétique.
$J :$	moment d'inertie.
$\theta_r :$	angle rotorique entre la 1 ^{ère} phase du stator et la 1 ^{ère} phase du rotor.
$P_0 :$	nombre de période de base.
$P :$	nombre de paire de pôles.
$\nu :$	l'ordre des harmoniques.
$\omega :$	la fréquence du stator.
$\omega_r :$	vitesse rotorique.
$K_U :$	facteur de bobinage de stator pour le ν ^{ème} harmonique.
$N :$	nombre de spires du stator par phase.
$R_b :$	résistance de la barre du rotor.
$R_e :$	résistance de l'anneau de court circuit.
$L_b :$	inductance de la barre du rotor.
$L_e :$	inductance de l'anneau de court circuit.
$f :$	fréquence.

- Pa : puissance active.
- g : entrefer.
- ge : entrefer effectif.
- le : longueur effective du stator.
- L_{m1}^s : inductance propre du stator due au flux de l'entrefer.
- $L_v^{\alpha fs}$: inductance équivalente du stator pour le $v^{\text{ème}}$ harmonique.
- $L_v^{\alpha fr}$: inductance équivalente du rotor pour le $v^{\text{ème}}$ harmonique.
- L_v^{sr} : inductance mutuelle pour le $v^{\text{ème}}$ harmonique.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE

Introduction générale

La modélisation des machines à courant alternatif notamment asynchrone s'accompagne d'un nombre d'hypothèses pour éviter que le modèle d'état ne soit pas non linéaire et faciliter la résolution numérique.

Ce qui fait qu'on a toujours tendance à négliger l'effet des harmoniques d'espace sur le modèle de machine asynchrone et les résultats obtenus, en matière d'entraînement électrique à vitesse variable, ne sont pas précis.

Le couple électromagnétique, les courants aux stator et rotor sont très affectés lorsqu'on introduit ces harmoniques. De plus, la construction impose qu'on réalise un biais d'encoche au stator et au rotor pour éliminer partiellement l'effet du 5^{ème} et 7^{ème} harmonique. Ce qui rend donc les 11^{ème} et 13^{ème} harmonique plus prépondérants.

Le plan de notre mémoire se présente comme suit :

Au premier chapitre, nous donnons une transformation et présentation des modèles de machine asynchrone à entrefer constant contenant des harmoniques d'espace en utilisant l'approche du circuit associé.

Au deuxième chapitre, nous traitons de l'analyse des actions synchrones et asynchrones, ainsi que des équations de l'état stable qui décrivent ces actions pour un bobinage général m-n des machines asynchrones en tenant compte des harmoniques d'espace.

Au troisième chapitre, nous appliquons les modèles à une machine asynchrone à rotor à cage en tenant compte des harmoniques d'espace. Un exemple numérique est pris pour l'étude de ces harmoniques sur une machine asynchrone de moyenne puissance. La simulation de ce fonctionnement est effectuée à l'aide du logiciel SIMULINK (Matlab).

ALLIANCE
SOCIÉTÉ

**MODELISATION ET
TRANSFORMATION**

I.1. Introduction

Dans l'analyse et la mise en équations de machines électriques, les transformations de Park jouent un rôle important par une simplification majeure des équations dépendants du temps en équations à coefficients constants.

Avec les harmoniques inclus, la transformation qui simplifie considérablement pour chaque harmonique de la machine à rotor à cage d'écureuil peut être représentée par un ensemble d'équations (ou faciliter la solution des équations de la machine) ceci est une tâche très difficile [15].

Les objectifs de notre travail est d'examiner des transformations qui facilitent l'analyse transitoire de la machine asynchrone, de déterminer l'effet de ces transformations sur les équations et l'ampleur de simplification qu'ils peuvent apporter à la solution du problème. On considère, le modèle mathématique d'un bobinage m - n de la machine. Les effets des transformations de polyphasé aux variables orthogonales biphasées et aux variables d - q tournantes sont donc analysés [7].

I.2. Représentation d'un bobinage m - n de la machine

Le rotor bobiné avec le même nombre de pôles qu'au stator est souvent perçu pour être plus facile conceptuellement.

Mais la plupart des travaux [2] ont tendance à baser leur analyse sur le rotor bobiné. Quel que soit le modèle où les équations dérivées sont adaptées au rotor à cage.

Dans cette étude une approche systématique est prise en considérant un circuit général m - n qui regroupe une machine à double cylindre, le rotor à cage peut être considéré comme cas particulier d'une telle représentation unifiée en spécifiant les matrices inductances et résistances appropriées.

Une supposition commune dans l'analyse d'une machine asynchrone à rotor à cage peut être remplacée par un système symétrique polyphasé bobiné ayant le même nombre de pôles comme le bobinage de stator [10].

Cette supposition est justifiée en se reportant pour assujettir des états de fonctionnement avec les courants sinusoïdaux du rotor. Bien qu'une telle supposition puisse

être justifiable pour les opérations d'état stable, sa validité pour les conditions transitoires n'est pas claire.

De plus, la supposition impose une restriction inutile qu'il y a un nombre intégrant de barres du rotor par paire de pôles du stator. Dans cette étude, le rotor à cage est considéré comme un ensemble de boucles mutuellement associées. L'avantage de cette approche est qu'elle est aussi applicable au rotor à cage avec une non introduction du nombre de barres du rotor par paire de pôles du stator.

1.2.1 Description d'un bobinage m-n de la machine

Considérons un bobinage général m-n de la machine avec les hypothèses suivantes:

- saturation négligeable.
- entrefer constant.
- m enroulements identiques du stator avec axe de symétrie.
- n barres de la cage distribuées uniformément ou enroulements identiques du rotor avec axe de symétrie.

Le rotor à cage est considéré comme n circuits identiques et les boucles du rotor sont également espacées, par exemple, la première boucle du rotor peut consister en la première et (k+1)ème barre du rotor et les connectant entre eux, où k est un nombre entier dans la gamme ($1 < k < n$), et la deuxième boucle du rotor consiste en la seconde et (k+2) ème barre du rotor et les connectant entre eux, et ainsi de suite [9].

Nous présentons à la figure I, la disposition des barres du rotor par rapport aux enroulements du stator.

1.2.2 Equations de tension

Les équations des tensions pour m phases du stator et n boucles ou phases du rotor peuvent être écrites comme suit :

$$[V^s] = R^s [I^s] + [L^s] p [I^s] + p [L^{sr}] [I^r] \quad (1)$$

$$[V^r] = ([R^r] + [L^r] p) [I^r] + p [L^{sr}] [I^s] \quad (2)$$

où :

$$[I^s] = [i_1^s i_2^s i_3^s \dots i_m^s], [I^r] = [i_1^r i_2^r i_3^r \dots i_n^r]$$

$$[V^s] = [v_1^s v_2^s v_3^s \dots v_m^s], [V^r] = [v_1^r v_2^r v_3^r \dots v_n^r]$$

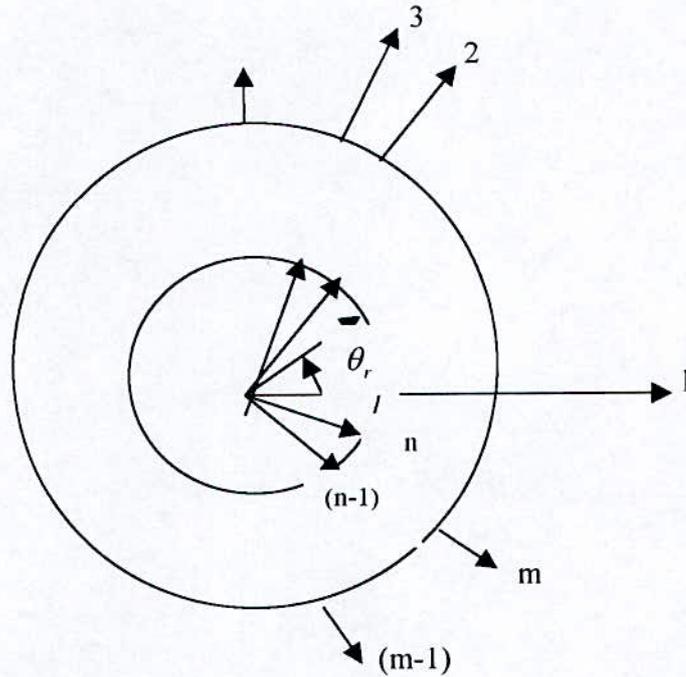


Fig.I : Axes du stator et du rotor d'une machine à bobinage m-n

La matrice d'inductance propre du stator $[L^s]$ est m - m, symétrique et cyclique.

$$[L^s] = \begin{bmatrix} L_1^s & L_2^s & L_3^s & \dots & L_m^s \\ L_2^s & L_1^s & L_2^s & \dots & L_{31}^s \\ \bullet & \bullet & \bullet & \dots & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \dots & \bullet \\ L_m^s & L_3^s & L_4^s & \dots & L_1^s \end{bmatrix}$$

En général R_s a la même forme que $[L_s]$, avec cependant R_s , un scalaire. Les matrices $[R_r]$ et $[L_r]$ sont n - n, symétriques et cycliques.

$$[R^r] = \begin{bmatrix} R_1^r R_2^r R_3^r \bullet \bullet \bullet R_2^r \\ R_2^r R_1^r R_2^r \bullet \bullet \bullet R_3^r \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \\ R_2^r R_3^r R_4^r \bullet \bullet \bullet R_1^r \end{bmatrix}$$

$$[L^r] = \begin{bmatrix} L_1^r L_2^r L_3^r \bullet \bullet \bullet L_2^r \\ L_2^r L_1^r L_2^r \bullet \bullet \bullet L_3^r \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \\ \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \\ L_2^r L_3^r L_4^r \bullet \bullet \bullet L_1^r \end{bmatrix}$$

La matrice de l'inductance mutuelle $[L^{sr}]$ est m - n., elle est exprimée par son i - j ème élément,

$$[L^{sr}] = \left[\sum_{\nu} L_{\nu}^{sr} [\cos \nu (P\theta_r - (i-1)\alpha + (j-1)P\beta)] \right]$$

Où : $i = 1, 2, \dots, m$ et $j = 1, 2, \dots, n$

$$\alpha = \frac{2\pi}{m}, \beta = \frac{2\pi}{n}$$

ν est tout harmonique considéré à introduire au fondamental, et θ_r est l'angle du rotor défini à la FigI.

1.2.3 Equations du couple

Pour une machine d'entrefer constant, $\frac{\partial}{\partial \theta_r} [L^r]$ et $\frac{\partial}{\partial \theta_r} [L^s]$ sont nuls et l'expression de couple a la forme suivante :

$$T_e = [I^s] \frac{\partial}{\partial \theta_r} [L^{sr}] [I^r] \quad (3)$$

Le couple et la vitesse du rotor sont liés par

$$T_e - T_L = Jp\omega_r \quad (4)$$

Où J est l'inertie, T_L est le couple résistant, et $\omega_r = p\dot{\theta}_r$.

Pour éviter la surabondance inutile, la plupart des représentations des machines électriques sont développées quant à une machine à deux pôles équivalentes, la supposition

est que les distributions de flux et la répétition des courant pour chaque paire de pôles. Pour une telle machine, le nombre de période de base P_0 : $P_0 = \frac{n}{n'} = \frac{P}{p'}$.

Où P' et n' sont le nombre de paires de pôles et barres du rotor dans chaque période de base. Le nouvel angle du rotor électrique est défini comme $\theta_r' = P_0 \theta_r$.

En général, l'analyse d'une machine asynchrone du rotor à cage d'écureuil avec P - paires de pôles et n barres de rotor peut être basée sur une machine qui a seulement P' paires de pôles et n' circuits rotoriques. Dans ce cas, les équations (1-3) peuvent être réécrites comme des termes $[L^{s' r'}]$, $[R^r]$, $[L^r]$ et $[I^r]$ qui sont définis sur une période du rotor de base avec les circuits du rotor de n' .

$$[V^s] = R^s [I^s] + [L^s] p [I^s] + P_0 p [L^{s' r'}] [I^r] \quad (5)$$

$$[0] = ([R^r] + [L^r] p) [I^r] + p [L^{s' r'}]' [I_s] \quad (6)$$

$$T_e = (P_0)^2 [I_s] \frac{\partial}{\partial \theta_r'} [L^{s' r'}] [I^r] \quad (7)$$

$$T_e - T_L = J \left(\frac{1}{P_0} \right) p \omega_r' \quad (8)$$

I.3. Transformations d'une machine à bobinage m-n

Pour une machine à bobinage m-n les équations (5)-(7) ont quelques coefficients qui varient avec la position de rotor. Quand les harmoniques d'espace sont ignorées, il y a des transformations connues qui peuvent faire la simplification.

Les équations résultantes sont résolues plus facilement et sont d'ordre inférieur que les équations originales [13].

Une forme générale des transformations du polyphasé à $\alpha - \beta - 0$ et aux variables d-q-0 est introduite.

Alors la transformation de polyphasé à $\alpha - \beta - 0$ est appliquée aux variables du rotor et aux variables du stator d'un bobinage m-n de la machine dans des étapes séparées afin que l'effet de la transformation à chaque étape puisse être étudié attentivement.

1.3.1 Transformation générale

Une forme générale de la transformation pour un harmonique d'ordre ν des variables à n - phases au biphasé orthogonal peut être exprimé comme $[f_v^x f_v^y]$

$$[F_\nu] = [T_\nu(\theta)][F] \quad (9)$$

où

$$[F] = [f_1 f_2 \dots f_n]^t$$

$$[F_\nu] = [f_\nu^x f_\nu^y]^t$$

$$[T_\nu(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos \nu(P\theta) \cos \nu(P\theta - \delta) \dots \cos \nu(P\theta - (n-1)\delta) \\ \sin \nu(P\theta) \sin \nu(P\theta - \delta) \dots \sin \nu(P\theta - (n-1)\delta) \end{bmatrix}$$

et δ est l'angle électrique concernant le fondamental entre deux enroulement adjacents .

La variable f est utilisée ici pour représenter le courant, la liaison du flux ou tension des n phases des enroulements. le coefficient $\sqrt{\frac{2}{n}}$ est introduit de façon à maintenir la transformation constante . La transformation (9) est une version généralisée des trois phases à $\alpha - \beta - 0$ et $d-q-0$. Une transformation particulière dans ce groupe peut être spécifiée en choisissant la valeur appropriée pour l'angle θ .

1.3.2 Transformation des systèmes polyphasés à $\alpha - \beta - 0$

La transformation des systèmes polyphasés à $\alpha - \beta - 0$ est définie comme suit :

$$[F^{\alpha\beta}] = [A] [F] \quad (10)$$

Où :

$$[F] = [f_1 f_2 \dots f_n]^t$$

Si n est impair :

$$\begin{aligned} [F^{\alpha\beta}] &= [f_1^\alpha f_1^\beta f_2^\alpha f_2^\beta \dots f_j^\alpha f_j^\beta \dots f_{\frac{n-1}{2}}^\alpha f_{\frac{n-1}{2}}^\beta f_n^0]^t \\ &= [[F_1^{\alpha\beta}]^t \dots [F_j^{\alpha\beta}]^t \dots [F_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha\beta}]^t \dots [F_n^0]^t]^t \end{aligned}$$

mais quand n est pair, il vient:

$$\begin{aligned}
 [F^{\alpha\beta}] &= [f_1^\alpha \ f_1^\beta \ f_2^\alpha \ f_2^\beta \ \dots \ f_j^\alpha \ f_j^\beta \ f_{\frac{n}{2}-1}^\alpha \ f_{\frac{n}{2}-1}^\beta \ f_{\frac{n}{2}}^\alpha \ f_{\frac{n}{2}}^\beta]^\prime \\
 &= [[F_1^{\alpha\beta}]^\prime \ \dots \ [F_j^{\alpha\beta}]^\prime \ \dots \ [F_{\frac{n}{2}-1}^{\alpha\beta}]^\prime \ \dots \ [F_{\frac{n}{2}}] [F_n^0]]^\prime
 \end{aligned}$$

La matrice du transformation [A] peut-être définie par :

Si n est impair :

$$[A] = \begin{bmatrix} [T_1(0)] \\ [T_2(0)] \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ [T_{\frac{n-1}{2}}(0)] \\ [T_{\frac{n}{2}}(0)] \\ [T_{\frac{n}{2}}] \end{bmatrix}$$

Lorsque n est pair , on obtient:

$$[A] = \begin{bmatrix} [T_1(0)] \\ [T_2(0)] \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ [T_{\frac{n-1}{2}}] \\ [T_{\frac{n}{2}}] \\ [T_n] \end{bmatrix}$$

où :

$$[T_n] = \frac{1}{\sqrt{n}} [1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 \ 1]$$

$$[T_n] = \frac{1}{\sqrt{n}} [1 \ -1 \ \dots \ 1 \ -1 \ \dots \ 1 \ -1]$$

la matrice [A] est orthogonale.

La composante reliée à $[T_n]$ est appelée la composante zéro (homopolaire) en accord avec la transformation standard triphasée [1].

I.3.2.a. Transformation des variables du rotor aux variables $\alpha - \beta - 0$

Quand la transformation (10) est appliquée aux variables du rotor de la machine à double cage décrite précédemment, les équations des tensions résultantes pour les enroulements du stator et rotor sont :

$$[V^s] = (R^s + [L^s]p) [I^s] + P_0 p [L^{\alpha\beta sr}] [I^{\alpha\beta r}] \quad (11)$$

$$[V^{\alpha\beta r}] = ([R^{\alpha\beta r}] + [L^{\alpha\beta r}]p) [I^{\alpha\beta r}] + p [L^{\alpha\beta sr}]^t [I^s] \quad (12)$$

$$[V^{\alpha\beta r}] = [A][V^r] = \left[v_1^{\alpha r} v_1^{\beta r} v_2^{\alpha r} v_2^{\beta r} \dots v_j^{\alpha r} v_j^{\beta r} \dots v_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha r} v_{\frac{n-1}{2}}^{\beta r} v_n^{0r} \right]^t$$

$$[I^{\alpha\beta r}] = [A][I^r] = \left[i_1^{\alpha r} i_1^{\beta r} i_2^{\alpha r} i_2^{\beta r} \dots i_j^{\alpha r} i_j^{\beta r} \dots i_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha r} i_{\frac{n-1}{2}}^{\beta r} i_n^{0r} \right]^t$$

$$\begin{aligned} [R^{\alpha\beta r}] &= [A][R^r][A]^t \\ [L^{\alpha\beta r}] &= [A][L^r][A]^t \\ [L^{\alpha\beta sr}] &= [L^{sr}][A]^t \end{aligned}$$

$[R^{\alpha\beta r}]$ et $[L^{\alpha\beta r}]$ s'expriment par :

$$\begin{aligned} [R^{\alpha\beta r}] &= \text{diag} \left[R_1^{\alpha\beta r} R_1^{\alpha\beta r} \dots R_j^{\alpha\beta r} R_j^{\alpha\beta r} \dots R_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha\beta r} R_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha\beta r} R_n^{\alpha\beta r} \right]^t \\ [L^{\alpha\beta r}] &= \text{diag} \left[L_1^{\alpha\beta r} L_1^{\alpha\beta r} \dots L_j^{\alpha\beta r} L_j^{\alpha\beta r} \dots L_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha\beta r} L_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha\beta r} L_n^{\alpha\beta r} \right]^t \end{aligned}$$

avec j entre $(0 < j < n/2)$

La résistance et l'inductance de la composante homopolaire s'écrivent :

$$\begin{aligned} R_n^{0r} &= R_1^r + 2R_2^r + 2R_2^r + \dots \\ L_n^{0r} &= L_1^r + 2L_2^r + 2L_2^r + \dots \end{aligned}$$

On note que R_n^{0r} et L_n^{0r} sont égaux à $R_j^{\alpha\beta r}$ et $L_j^{\alpha\beta r}$ pour j respectivement égale à n .

Pour faciliter sa représentation la matrice $[L^{\alpha\beta sr}]$, est divisé en sous-matrices.

$$[L^{\alpha\beta sr}] = \left[[L_1^{\alpha\beta sr} \quad L_2^{\alpha\beta sr}] \dots [L_j^{\alpha\beta sr}] \dots \left[L_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha\beta sr} \right] [L_n^{0sr}] \right] \quad (15)$$

Où $[L_1^{\alpha\beta sr}]$, $[L_2^{\alpha\beta sr}]$ et ainsi de suite, jusqu'à $\left[L_{\frac{n-1}{2}}^{\alpha\beta sr} \right]$ qui est m par 2 matrices, cependant

$[L_n^{0sr}]$ est m par 1 vecteur. La forme de $[L^{\alpha\beta sr}]$ peut maintenant être décrite par les sous-matrices $[L_j^{\alpha\beta sr}]$ et $[L_n^{0sr}]$ de la forme suivante :

$$[L_j^{\alpha\beta sr}] = \sqrt{\frac{n}{2}} \sum_j L_{vj}^{sr} \begin{bmatrix} \text{Cos}v_j(p\theta_r - \alpha) & \sigma_{ij} \text{Sin}v_j(p\theta_r - \alpha) \\ \cdot & \cdot \\ \text{Cos}v_j(p\theta_r - (i-1)\alpha) & \sigma_{ij} \text{Sin}v_j(p\theta_r - (i-1)\alpha) \\ \cdot & \cdot \\ \text{Cos}v_j(p\theta_r - (m-1)\alpha) & \sigma_{ij} \text{Sin}v_j(p\theta_r - (m-1)\alpha) \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$[L_n^{0sr}] = \sqrt{n} \sum_n L_{vj}^{sr} \begin{bmatrix} \text{Cos}v_n(p\theta_r - \alpha) \\ \bullet \\ \text{Cos}v_n(p\theta_r - (i-1)\alpha) \\ \bullet \\ \text{Cos}v_n(p\theta_r - (m-1)\alpha) \end{bmatrix} \quad (17)$$

L'addition est prise sur plusieurs groupes d'harmoniques, chaque groupe est défini par un ensemble. Pour $(0 < j < n/2)$, les éléments de l'ensemble (j) sont P_{vj} où

$$v_j = K \frac{n}{p} + j \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad \sigma_{vj} = 1 \quad (18)$$

P_{vj} est le nombre de cycles d'harmonique d'ordre v_j dans chaque période de base. Ou bien, il est possible de définir l'ensemble (j) pour contenir des harmoniques

$$v_j = K \frac{n}{p} \pm j > 0 \quad K=0, 1, 2, \dots \quad (19)$$

alors $\sigma_{vj} = +1$ quand le signe devant j est positif et $\sigma_{vj} = -1$ quand le signe devant j est négatif.

On note que v_j est donné par les équations (18) et (19). Cependant P_{vj} est toujours un nombre entier.

Le groupement d'harmoniques du rotor dans des ensembles séparés devient plus clair même quand les équations (11) et (12) sont réécrites sous la forme suivante :

$$[V^s] = (R^s + [L^s]p) [I_s] + P_0 \sum_{j=1}^{\frac{n-1}{2}} P [L_j^{\alpha\beta sr}] \begin{bmatrix} i_j^{\alpha r} \\ i_j^{\beta r} \end{bmatrix} + P_0 p [L_n^{0sr}] i_n^{0r} \quad (20)$$

Dans l'équation (20) l'addition est prise sur tout le terme $\frac{n-1}{2} \alpha - \beta$ composants, chacun de ces composants contient des harmoniques d'ordre donné par les équation (18) ou (19). Il en résulte de la transformation, que le rotor peut être représenté par :

$$\frac{n-1}{2} \alpha - \beta \text{ circuits composés et un circuit d'ordre zéro [11].}$$

Les équations du rotor du jème - composant et de la composante homopolaire sont données comme suit:

$$\begin{bmatrix} V_j^{\omega r} \\ V_j^{\beta r} \end{bmatrix} = (R_j^{\alpha\beta r} + L_j^{\alpha\beta r} p) \begin{bmatrix} i_j^{\omega r} \\ i_j^{\beta r} \end{bmatrix} + p [L_j^{\alpha\beta sr} \mathbf{I}^s] \quad (21)$$

$$V_n^{0r} = (R_n^{0r} + L_n^{0r} p) i_n^{0r} + p [L_n^{0sr}] \mathbf{I}^s \quad (22)$$

Le couple électromagnétique développé par la machine peut être exprimé comme suit :

$$Te = (P_0)^2 [\mathbf{I}^s] \frac{\partial}{\partial \theta_r} [L^{\alpha\beta sr} \mathbf{I}^{\alpha\beta r}] \quad (23)$$

L'évaluation de $\frac{\partial}{\partial \theta_r} [L^{\alpha\beta sr}]$ donne :

$$Te = (P_0)^2 [\mathbf{I}^s] \left[\sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial}{\partial \theta_r} [L_j^{\alpha\beta sr}] \begin{bmatrix} i_j^{\omega r} \\ i_j^{\beta r} \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial \theta_r} [L_n^{0sr}] i_n^{0r} \right] \quad (24)$$

1.3.2.b. L'équivalent α - β -0 d'un bobinage m - n d'une machine asynchrone

Si la même transformation qui a été appliquée aux variables du rotor est maintenant appliquée aux variables du stator, les expressions pour les tensions du stator et du rotor deviennent:

$$\begin{bmatrix} V_i^{\omega s} \\ V_i^{\beta s} \end{bmatrix} = (R^s + L_i^{\alpha\beta} p) \begin{bmatrix} i_i^{\omega s} \\ i_i^{\beta s} \end{bmatrix} + P_0 \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum_{j=1}^{n-1} p \left(\sum_{\{ij\}} L_{ij}^{sr} \begin{bmatrix} \cos \nu_{ij} P \theta_r & -\sigma_{\nu_{ij}} \sin \nu_{ij} P \theta_r \\ -\sigma_{\nu_{ij}} \sigma_{\nu_{ij}} \sin \nu_{ij} P \theta_r & \sigma_{\nu_{ij}} \sigma_{\nu_{ij}} \cos \nu_{ij} P \theta_r \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_j^{\omega r} \\ i_j^{\beta r} \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} V_j^{\omega r} \\ V_j^{\beta r} \end{bmatrix} = (R_j^{\alpha\beta r} + L_j^{\alpha\beta r} p) \begin{bmatrix} i_j^{\omega r} \\ i_j^{\beta r} \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{mn}}{2} \sum_{\{ij\}} L_{ij}^{sr} p \begin{bmatrix} \cos \nu_{ij} P \theta_r & -\sigma_{\nu_{ij}} \sin \nu_{ij} P \theta_r \\ \sigma_{\nu_{ij}} \sigma_{\nu_{ij}} \sin \nu_{ij} P \theta_r & \sigma_{\nu_{ij}} \sigma_{\nu_{ij}} \cos \nu_{ij} P \theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_i^{\omega s} \\ i_i^{\beta s} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$V_m^{0s} = (R^s + L_m^{0s} p) i_m^{0s} + P_0 \sqrt{mn} p \left(\sum_{\{mn\}} L_{\nu_{mn}}^{sr} \cos \nu_{mn} P \theta_r \right) i_{mn}^{0r} \quad (27)$$

$$V_n^{0r} = (R_n^{0r} + L_n^{0r} p) i_n^{0r} + \sqrt{mn} p \left(\sum_{\{mn\}} L_{\nu_{mn}}^{sr} \cos \nu_{mn} P \theta_r \right) i_{mn}^{0s} \quad (28)$$

où

$$\sigma_{\nu_{ij}} = +1 \quad \text{quand} \quad \nu_{ij} = K_2 \frac{n}{p} + j$$

$$\sigma_{\nu_{ij}} = -1 \quad \text{quand} \quad \nu_{ij} = K_2 \frac{n}{p} - j$$

$$\sigma_{vi} = +1 \quad \text{quand} \quad v_i = K_1 m + i$$

$$\sigma_{vi} = -1 \quad \text{quand} \quad v_i = K_1 m - i$$

$$L_i^{afbs} = L_1^s + 2L_2^s \cos\left(i \frac{2\pi}{m}\right) + 2L_2^s \cos\left(i \frac{4\pi}{m}\right) + \dots \quad (29)$$

Les équations du couple électromagnétique du bobinage m-n des machines asynchrones en termes de $\alpha - \beta - 0$ composants sont :

$$T_e = (P_0)^2 P \left(\sqrt{\frac{mn}{2}} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^{n-1} v_{ij} L_{vij}^{sr} \left(\cos(v_{ij} P \theta_r) (\sigma_{vi} \sigma_{vj} i_{vi}^{as} i_{vj}^{br} - \sigma_{vi} i_{vi}^{bs} i_{vj}^{ar}) - \sin(v_{ij} P \theta_r) (i_{vi}^{as} i_{vj}^{ar} + \sigma_{vi} \sigma_{vj} i_{vi}^{bs} i_{vj}^{br}) \right) \right. \\ \left. - \sqrt{mn} \sum_{mn} v_{mn} L_{vms}^{sr} \left(\sin(v_{mn} P \theta_r) i_{vm}^{or} i_{vs}^{os} \right) \right) \quad (30)$$

Les harmoniques P_{vij} appartiennent à l'ensemble (ij), cela contient les éléments communs des ensembles (i) et (j) défini par :

$$v_i = K_1 m \pm i > 0; K_1 = 0, 1, 2, \dots; 0 < i < \frac{m}{2} \quad (31)$$

$$v_j = K_2 m \pm j > 0; K_2 = 0, 1, 2, \dots; 0 < j < \frac{n}{2}$$

Les observations suivantes peuvent être faites au sujet de la transformation:

- (1) Tout bobinage m-n de la machine à double cage peut être représenté par $\left(\frac{m-1}{2}\right)\alpha - \beta$ circuits composants et un composant de circuit d'ordre zéro sur le côté du stator et, $\frac{n-1}{2}\alpha - \beta$ composants de circuit et un composant d'ordre zéro sur le côté du rotor.
- (2) Les harmoniques communs au stator et au rotor, appartiennent à l'ensemble (ij), produisent des couples.
- (3) Les composants zéro produisent des couples s'il y a des harmoniques communes entre les ensembles (n) et (m).

1. 3.3 Transformation de polyphasé à d-q

Dans l'analyse de la machine conventionnelle où seulement le composant fondamental du flux est considéré, un choix convenable de représenter le cadre de référence d-q transformé

les équations originales de la phase avec les coefficients variables à une forme plus simple qui peut être résolue plus aisément.

Par exemple, les équations résultantes dans les variables du d-q sont linéaires avec les coefficients constants avec une vitesse de rotation constante.

Mais quand les harmoniques d' espace sont inclus, des difficultés rencontrées dans l'application de la transformation d-q pour obtenir toute simplification qui sont apparentes dans la transformation de $\alpha - \beta - 0$ dans les équations au tensions du stator et du rotor.

Le couplage entre stator et la composante zéro du rotor, ainsi représenté par les deuxièmes termes dans les deux équations (27) et (28), est la fonction de l'angle du rotor θ_r . Leur dépendance du coefficient sur θ_r ne peut pas être éliminé par une transformation de variables. Cependant, il n'y a pas aucun couplage de composante zéro dans une machine à rotor à cage.

L'harmonique dominant dans chaque ensemble $\alpha - \beta$ est représenté par P_ν .

Alors la transformation $\alpha - \beta$ à d-q pour l'harmonique d'ordre ν , peut être écrite comme suit :

$$\begin{bmatrix} f_\nu^d \\ f_\nu^q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \nu P \theta - \sigma_\nu \sin \nu P \theta \\ \sin \nu P \theta \quad \sigma_\nu \cos \nu P \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_\nu^\alpha \\ f_\nu^\beta \end{bmatrix} \quad (32)$$

ou θ est θ_r pour une transformation du stator au rotor et $(-\theta_r)$ pour une transformation du rotor au stator et:

$$\nu = K \frac{n}{p} \pm j > 0 \quad K = 0, 1, 2, \dots$$

$$\sigma_\nu = +1 \quad \text{quand} \quad \nu = Km + i$$

$$\sigma_\nu = -1 \quad \text{quand} \quad \nu = Km - i$$

Ou bien, la transformation du d-q pour l'harmonique d'ordre ν est utilisée

$$[T_\nu(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos \nu(P\theta) \cos \nu(P\theta - \delta) \dots \cos \nu(P\theta - (n-1)\delta) \\ \sin \nu(P\theta) \sin \nu(P\theta - \delta) \dots \sin \nu(P\theta - (n-1)\delta) \end{bmatrix} \quad (33)$$

En appliquant la transformation (33) au variables du rotor seulement dans les équations (20) et (21) en retenant ceci au stator comme variables de la phase, les équations en tension du stator deviennent [4] :

$$[V^s] = (R^s + [L^s]p)[I^s] + P_0 \sqrt{\frac{n}{2}} \sum_{\nu} L_{\nu}^{sr} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \cos \nu(i-1)\alpha & \sin \nu(i-1)\alpha \\ \bullet & \bullet \\ \cos \nu(m-1)\alpha & \sin \nu(m-1)\alpha \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} i_{\nu}^{dr} \\ i_{\nu}^{qr} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Les équations de la transformation d-q les ν èmes composants du rotor sont :

$$\begin{bmatrix} V_{\nu}^{dr} \\ V_{\nu}^{qr} \end{bmatrix} = (R_{\nu}^{dqr} + L_{\nu}^{dqr} p) \begin{bmatrix} i_{\nu}^{dr} \\ i_{\nu}^{qr} \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{n}{2}} L_{\nu}^{sr} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \cos \nu(i-1)\alpha & \sin \nu(i-1)\alpha \\ \bullet & \bullet \\ \cos \nu(m-1)\alpha & \sin \nu(m-1)\alpha \end{bmatrix} P [I^s] + \nu P \omega_r L_{\nu}^{dqr}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ +10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\nu}^{dr} \\ i_{\nu}^{qr} \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{n}{2}} \nu P \omega_r L_{\nu}^{dqr} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \bullet & \bullet \\ \cos \nu(i-1)\alpha & \sin \nu(i-1)\alpha \\ \bullet & \bullet \\ \cos \nu(m-1)\alpha & \sin \nu(m-1)\alpha \end{bmatrix} [I^s] \quad (35)$$

et pour la composante zéro du rotor :

$$V_n^{or} = (R_n^{or} + L_i^{\alpha\beta s} p) i_n^{or} \quad (36)$$

Il peut être montré que $R_{\nu}^{dqr} = R_{\nu}^{\alpha\beta r}$ et $L_{\nu}^{dqr} = L_{\nu}^{\alpha\beta r}$ quand les variables des phases du stator sont aussi transformées à $\alpha - \beta$ composants, les équations en tension pour les composants de l' i ème $\alpha - \beta$ du stator sont :

$$\begin{bmatrix} V_i^{\alpha s} \\ V_i^{\beta s} \end{bmatrix} = (R^s + L_i^{\alpha\beta s} p) \begin{bmatrix} I_{il}^{\alpha s} \\ I_{il}^{\beta s} \end{bmatrix} + P_0 \sqrt{\frac{mn}{2}} \sum_{\nu} L_{\nu}^{sr} \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \sigma_{\nu} \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} i_{\nu}^{dr} \\ i_{\nu}^{qr} \end{bmatrix} \quad (37)$$

pour la transformation d-q le ν ème composant du rotor est :

$$\begin{bmatrix} V_{\nu}^{dr} \\ V_{\nu}^{qr} \end{bmatrix} = (R_{\nu}^{dqr} + L_{\nu}^{dqr} p) \begin{bmatrix} i_{\nu}^{dr} \\ i_{\nu}^{qr} \end{bmatrix} + \sqrt{\frac{mn}{2}} L_{\nu}^{sr} \begin{bmatrix} +1 & 0 \\ 0 & \sigma_{\nu} \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} i_i^{\alpha s} \\ i_i^{\beta s} \end{bmatrix} + \nu P \omega_r L_{\nu}^{dqr} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ +1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\nu}^{dr} \\ i_{\nu}^{qr} \end{bmatrix}$$

$$+ \sqrt{\frac{mn}{2}} \nu P \omega_r L_v^{dqr} \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_\nu \\ +1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_i^{\alpha s} \\ i_i^{\beta s} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Et les équations pour les composantes zéro du stator et du rotor sont :

$$\begin{aligned} V_m^{0s} &= (R_m^{0s} + L_m^{0s} p) i_m^{0s} \\ V_n^{0r} &= (R_n^{0r} + L_n^{0r} p) i_n^{0r} \end{aligned} \quad (39)$$

Le couple développé est donné par :

$$T_e = (P_0)^2 P \sqrt{\frac{mn}{2}} \sum_{\nu}^{\frac{m-1}{2}} \sum_{\nu} \nu L_v^{sr} (i_i^{\alpha s} i_\nu^{qr} - \sigma_\nu i_i^{\beta s} i_\nu^{dr}) \quad (40)$$

I.4. conclusion

Un modèle mathématique général d'un bobinage m-n de la machine asynchrone à entrefer constant qui contient les harmoniques de l'espace utilise l'approche du circuit associé.

Le modèle est applicable aux machines asynchrones à rotor à cage. Une formulation générale de la transformation du polyphasé aux deux axes est donnée.

Le résultat de la transformation de polyphasé à $\alpha - \beta - 0$ appliquée à un bobinage m-n a montré pourquoi la supposition des harmoniques d'un rotor à cage qui peuvent être représentés par des groupes indépendants de $\alpha - \beta$ composants n'est pas valide en général.

Chaque groupe de composants $\alpha - \beta$ contient plus d'un harmonique, en général, les transformations aux axes d-q tournants ne simplifient pas le problème.

Avec la tension d'entrée de la machine, il y aura un plus grand problème à séparer les harmoniques de tension si la transformation d-q est appliquée.

La transformation d-q facilitera la solution du problème si chaque ensemble $\alpha - \beta$ contient seulement un harmonique.

La transformation d-q est appliquée à n - phases de rotor de bobinage m-n de la machine asynchrone où seulement l'harmonique dominant dans chaque ensemble $\alpha - \beta$ est retenu.

CHARRIERE II

**ANALYSE DES ACTIONS
SYNCHRONES ET ASYNCHRONES**

II.1. Introduction

Dans une machine à induction, excepté le couple principal dû aux composants fondamentaux du stator et enroulements du rotor, les couples suivants dus aux harmoniques de f.m.m peuvent être identifiés:

(a) Le couple asynchrone dû à l'harmonique de haut rang des f.m.m. Le couple asynchrone est le résultat du couplage pour une vitesse du rotor, harmonique du stator et harmonique du rotor qui est produit par le même harmonique du stator.

Les couples asynchrones dus à l'harmonique de haut rang sont semblables en nature au couple asynchrone fondamentaux.

(b) Le couple synchrone dans une machine à induction est le résultat du couplage d'harmonique du stator et d'harmonique du rotor qui est produit par un autre harmonique du stator.

Lorsque qu'un couple constant est produit à des valeurs singulières de vitesse du rotor il est appelé un couple synchrone. Parce que le couple synchrone se produit à certaines combinaisons des harmoniques de stator et du rotor seulement.

Quand la machine est alimentée par une source de tension avec impédance de la source finie, les harmoniques produits dans le stator peuvent être un problème.

II.2. Equations en tension

On considère une machine asynchrone à cage d'écureuil avec m phases de stator et n barres du rotor.

On note par P et n les nombres de paire de pôles et barres du rotor respectivement. Les équations du tension pour m phases de stator et les n boucles du rotor ou phases peuvent être écrites comme suivant :

$$[V^S] = R^S [I^S] + [L^S] p [I^S] + p [L^{SR}] [I^R] \quad (1)$$

$$[V^r] = ([R^r] + [L^r] p) [I^r] + p [L^{Sr}] [I^S] \quad (2)$$

où

$$\begin{aligned} [I^s] &= [i_1^s \ i_2^s \ \dots \ i_m^s] \\ [I^r] &= [i_1^r \ i_2^r \ \dots \ i_n^r] \\ [V^s] &= [v_1^s \ v_2^s \ \dots \ v_m^s] \\ [V^r] &= [v_1^r \ v_2^r \ \dots \ v_n^r] \end{aligned}$$

II.3. Equation du couple

Pour une machine à entrefer constant, $\frac{\partial}{\partial \theta_r} [L^r]$ et $\frac{\partial}{\partial \theta_r} [L^s]$ et $[L]$ sont nuls, l'expression du couple développé est:

$$T_e = [I^s] \frac{\partial}{\partial \theta_r} [L^{sr}] [I^r] \tag{3}$$

II.4 Equations de l'action asynchrone d'état stable

Pour plus de commodité, il est supposé que la machine est alimentée à partir d'une tension équilibrée idéale.

Les effets des harmoniques de courants du stator et de l'impédance de la source finie seront traités, la forme mathématique de tension du stator V_i^s , courant du stator i_i^s et courant du rotor i_k^r sont:

$$\begin{aligned} V_i^s &= \sqrt{2} V^s \cos(\omega t - (i-1) \frac{2\pi}{m}) \\ &= \text{Real}(\sqrt{2} V^s e^{j\omega t} e^{-j(i-1) \frac{2\pi}{m}}) \\ &= \text{Real}(\sqrt{2} V^s e^{j\omega t - j(i-1) \frac{2\pi}{m}}) \end{aligned} \tag{4}$$

$i=1,2,\dots,m$

$$\begin{aligned} i_i^s &= \sqrt{2} I^s \cos(\omega t + \theta^s - (i-1) \frac{2\pi}{m}) \\ &= \text{Real}(\sqrt{2} I^s e^{j\theta^s} e^{j\omega t} e^{-j(i-1) \frac{2\pi}{m}}) \\ &= \text{Real}(\sqrt{2} I^s e^{j\omega t} e^{-j(i-1) \frac{2\pi}{m}}) \end{aligned} \tag{5}$$

$i=1,2,\dots,m$

$$\begin{aligned}
 i_k^r &= \sum_{\nu} \sqrt{2} I_{\nu}^r \cos((\omega - \nu P \omega_r) t + \Phi_{\nu}^r - (K-1) \nu P \frac{2\Pi}{n}) \\
 &= \sum_{\nu} \text{Real}(\sqrt{2} I_{\nu}^r e^{j\Phi_{\nu}^r} e^{j(\omega - \nu P \omega_r) t} e^{-j(K-1) \nu P \frac{2\Pi}{n}}) \\
 &= \sum_{\nu} \text{Real}(\sqrt{2} I_{\nu}^R e^{j(\omega - \nu P \omega_r) T} e^{-j(K-1) \nu P \frac{2\Pi}{n}}) \tag{6}
 \end{aligned}$$

Où ω est la fréquence du stator et ω_r est la vitesse du rotor. Les courants du stator induisent des tensions de l'ordre (ν), où

ou
$$\begin{aligned}
 \nu &= Km \pm 1 > 0 & K=0,1,2,\dots & \tag{7} \\
 \nu &= Km + 1
 \end{aligned}$$

$$K=0,+1,+2,\dots \tag{8}$$

Les deux expressions pour ν sont équivalentes. On note que les harmoniques de tension d'ordre $\nu = K \frac{n}{p}$ ($K = 1,2,\dots$) n'existent pas car L_{ν}^{sr} sont nulles pour cet ordre d'harmonique.

II.4.1 Equations en tensions

Les équations de tension de l'état stable pour la machine asynchrone à m phases de stator et à n barres du rotor sont obtenues par la substitution des équations (4), (5) et (6) dans l'équation (1) et (2). L'équation du tension de la phase du stator est :

$$\bar{V}^s = R^s \bar{I}^s + j\omega L_{\sigma}^{as} \bar{I}^s + \sum_{\nu} j\omega \frac{n}{2} L_{\nu}^{sr} \bar{I}_{\nu}^r e^{j\nu P \theta_0} \tag{9}$$

et l'équation en tension pour le ν éme harmonique de courant dans le rotor est :

$$0 = R_{\nu}^{ar} \bar{I}_{\nu}^r + j(\omega - \nu P \omega_r) L_{\nu}^{ar} \bar{I}_{\nu}^r + j(\omega - \nu P \omega_r) \frac{m}{2} L_{\nu}^{sr} \bar{I}^s e^{-j\nu P \theta_0} \tag{10}$$

où θ_0 est l'angle arbitraire entre les axes de la première phase du stator et la première boucle du rotor à $t = 0$.

Les paramètres équivalents de la phase dans l'équation (9) et (10) sont les mêmes que les paramètres $\alpha\beta$ donnés en chapitre I [3] qui sont représentés par les paramètres correspondants $\alpha\beta$ pour éviter d'introduire un nouvel ensemble de notations.

$$L_1^{\alpha\beta s} = L_1^s + 2L_2^s \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right) + \dots$$

$$L_v^{\alpha\beta s} = L_1^r + 2L_2^r \cos\left(\nu p \frac{2\pi}{n}\right) + \dots$$

$$R_v^{\alpha\beta r} = R_1^r + 2R_2^r \cos\left(\nu p \frac{2\pi}{n}\right) + \dots$$

On définit (par unité) pour le ν ème harmonique et le courant harmonique de la phase du rotor comme suit:

$$S_\nu = 1 - \nu p \frac{\omega_r}{\omega} \tag{12}$$

$$\underline{I}_v^{-r'} = I_v^{-r} e^{j\nu p \theta_0}$$

Les équations (9) et (10) deviennent :

$$\underline{V}^{-s} = R^s \underline{I}^{-s} + j\omega L_1^{\alpha\beta s} \underline{I}^{-s} + \sum_\nu j\omega \frac{n}{2} L_v^{sr} \underline{I}_v^{-r'} \tag{13}$$

$$0 = \frac{R_v^{\alpha\beta r}}{S_\nu} \underline{I}_v^{-r'} + j\omega L_v^{\alpha\beta r} \underline{I}_v^{-r'} + j\omega \frac{m}{2} L_v^{sr} \underline{I}^{-s} \tag{14}$$

Les courants du rotor sont :

$$\underline{I}_v^{-r'} = \frac{n \sin\left(\nu p \frac{\pi}{2}\right)}{m K_\nu N} \underline{I}_v^{-r'} \tag{15}$$

où K_ν est le facteur de bobinage du stator pour le ν 'ème harmonique et N est le nombre de spires du stator par phase.

Quand l'équation du rotor pour le ν ème harmonique est multiplié par $\frac{K_\nu N}{\sin\left(\nu p \frac{\pi}{2}\right)}$ et

les courants du rotor sont pris par référence au stator, l'équation de tension pour le stator devient :

$$\bar{V}^s = (R^s + j\omega L_1^s) \bar{I}^s + \sum j\omega L_v^m (\bar{I}^s + \bar{I}_v^r) \quad (16)$$

et que pour le ν ème harmonique de courant du rotor est:

$$0 = \left(\frac{R_v^r}{S_v} + j\omega L_{1\nu}^r \right) \bar{I}_v^r + j\omega L_v^m (\bar{I}^s + \bar{I}_v^r) \quad (17)$$

Où L_v^m , le ν ème harmonique (stator) de l'inductance de magnétisation, est donné par :

$$L_v^m = \frac{m}{2} \frac{K_v N}{\sin(\nu p \frac{\pi}{2})} L_v^{sr} \quad (18)$$

La résistance du rotor de la cage pris par référence au stator est :

$$R_v^{r'} = \frac{m K_v^2 N^2}{n \sin(\nu p \frac{\pi}{2})} R_v^{\alpha\beta r} \quad (19)$$

Remplaçant par $R_v^{\alpha\beta r}$:

$$R_v^{r'} = \frac{4m K_v^2 N^2}{n} \left(R_b + \frac{R_e}{2 \sin^2(\nu p \frac{\pi}{n})} \right) \quad (20)$$

De la même façon, l'inductance de fuite du rotor à cage pris par référence au stator est :

$$\begin{aligned} L_{1\nu}^{r'} &= \frac{m K_v^2 N^2}{n \sin^2(\nu p \frac{\pi}{n})} L_v^{\alpha\beta r} - L_v^m \\ &= \frac{4m K_v^2 N^2}{n} \left(L_b + \frac{L_e}{2 \sin^2(\nu p \frac{\pi}{n})} + L_v^m \sum_{k \neq 0} \frac{\nu^2}{\left(k \frac{n}{p} + \nu\right)^2} \right) \quad k=+, -1, +2, \dots \end{aligned} \quad (21)$$

L'inductance de fuite du rotor donnée par les méthodes conventionnelles est la même comme le premier terme d'équation (21).

Le deuxième terme d'équation (21) correspondant à l'inductance de fuite différentielle a été pris en considération dans la plupart des calculs conventionnels différemment.

Pour l'harmonique fondamental le deuxième terme supposé petit n'est pas négligeable. D'où, l'idée qui consiste à négliger des fuites différentielles du rotor à cage ne paraît pas être une bonne approximation.

Les couples asynchrones et synchrones produits par les harmoniques sont affectés par les réactances de fuite, surtout les fuites différentielles.

II.4.2 Equation du couple

En substituant les courants du stator et du rotor dans l'équation du couple (3), on obtient :

$$T_e = Pm \frac{n}{2} \sum \nu L_v^{sr} \text{Real}(j \bar{I}_v^r (I_v^s)^*) \quad (22)$$

Où, en terme de référence de courant du rotor :

$$T_e = Pm \sum \nu L_v^m \text{Real}(j \bar{I}_v^r (I_v^s)^*) \quad (23)$$

II.5 Equations de l'action synchrone de l'état stable

II.5.1 L'action synchrone à vitesse quelconque

Considérant les deux harmoniques d'ordres ν_1 et ν_2 satisfaisant l'équation (8) :

$$\begin{aligned} \nu_1 &= K_1 m + 1 \\ \nu_2 &= K_2 m + 1 \quad \nu_1 \neq \nu_2 \end{aligned} \quad (24)$$

Le couple de rotation d'état stable est non nul à la vitesse :

$$\omega_r = \frac{2\omega}{P(\nu_1 + \nu_2)} \quad (25)$$

$$\text{Si :} \quad P(\nu_1 + \nu_2) = H_N \quad (26)$$

La condition (26) peut être exprimée par :

$$H_n - P(K_1 + K_2)m = 2P \quad (27)$$

de la même manière la vitesse ou l'action synchrone peut être écrite :

$$\omega_r = \frac{2\omega}{H_n} \quad (28)$$

Il peut être conclu qu'il y a une série infinie d'harmoniques synchronisés à la vitesse du rotor donnée par l'équation (28).

II.5.1.a. Equations de tension

Quand la condition (25) est satisfaite, en substituant les courants du stator et du rotor des équations (3)-(5) dans les équations (1) et (2), les tensions du stator deviennent :

$$\begin{aligned} \bar{V}^s = R^s \bar{I}^s + j\omega L_1^{\alpha\beta s} \bar{I}^s + j\omega \frac{n}{2} L_{v1}^{SR} \bar{I}_{v1}^R e^{jv1P\theta_0} + j\omega \frac{n}{2} L_{v2}^{sr} \bar{I}_{v2}^R e^{jv2P\theta_0} + \\ j\omega \frac{n}{2} L_{v1}^{SR} \bar{I}_{v2}^R e^{j(-\Phi'_{v2} + v1P\theta_0)} + j\omega \frac{n}{2} L_{v2}^{SR} \bar{I}_{v2}^R e^{j(-\Phi'_{v1} + v2P\theta_0)} \end{aligned} \quad (29)$$

et pour les harmoniques du courant statorique v_1 et v_2 :

$$0 = R_{v1}^{\alpha\beta r} \bar{I}_{v1}^r + jS_{v1} \omega L_{v11}^{\alpha\beta r} \bar{I}_{v1}^R + jS_{v1} \omega \frac{m}{2} L_{v1}^{RS} I^s e^{-jv2P\theta_0} + jS_{v1} \omega \frac{m}{2} L_{v2}^{RS} I^s e^{j(-\Phi^s + v2P\theta_0)} \quad (30)$$

$$0 = R_{v2}^{\alpha\beta r} \bar{I}_{v2}^r + jS_{v2} \omega L_{v22}^{\alpha\beta r} \bar{I}_{v2}^R + jS_{v2} \omega \frac{m}{2} L_{v2}^{RS} I^s e^{-jv2P\theta_0} + jS_{v2} \omega \frac{m}{2} L_{v1}^{RS} I^s e^{j(-\Phi^s + v1P\theta_0)} \quad (31)$$

On définit alors les harmoniques du courant rotorique par phase comme suit :

$$\begin{aligned} \bar{I}_{v1}^{r'} &= \bar{I}_{v1}^r e^{jv1P\theta_0} \\ \bar{I}_{v2}^{r'} &= \bar{I}_{v2}^r e^{jv2P\theta_0} \end{aligned}$$

En remplaçant par \bar{I}_{v1}^r et \bar{I}_{v2}^r dans les équations (29)-(31) on trouve :

$$\begin{aligned} \bar{V}^s = & (R^s + j\omega L_{v1}^{\alpha\beta s}) \bar{I}^s + j\omega \frac{n}{2} (L_{v1}^{SR} \bar{I}_{v1}^{R'} + L_{v2}^{SR} \bar{I}_{v2}^{R'}) + j\omega \frac{n}{2} (L_{v1}^{SR} (\bar{I}_{v2}^{R'})^* + \\ & L_{v2}^{SR} (\bar{I}_{v1}^{R'})^*) e^{j(v1+v2)P\theta_0} \end{aligned} \quad (32)$$

$$0 = \left(\frac{R_{v1}^{\alpha\beta r}}{S_{v1}} + j\omega L_{v1}^{\alpha\beta r} \right) \bar{I}_{v1}^{r'} + j\omega \frac{m}{2} (L_{v1}^{sr} \bar{I}^s + L_{v2}^{sr} (\bar{I}^s)^* e^{j(v1+v2)P\theta_0}) \quad (33)$$

$$0 = \left(\frac{R_{v2}^{\alpha\beta r}}{S_{v2}} + j\omega L_{v2}^{\alpha\beta r} \right) \bar{I}_{v2}^{r'} + j\omega \frac{m}{2} (L_{v2}^{sr} \bar{I}^s + L_{v1}^{sr} (\bar{I}^s)^* e^{j(v1+v2)P\theta_0}) \quad (34)$$

II.5.1.b. Equation du couple

L'équation du couple est obtenue en substituant, les courants du stator et du rotor d'équations (4)-(6) dans équation (3).

$$\begin{aligned} T_e = & Pm \frac{n}{2} (v_1 L_{v1}^{SR} \text{Rea} \mathcal{K} j (\bar{I}^s)^* \bar{I}_{v1}^{R'}) + (v_2 L_{v2}^{SR} \text{Rea} \mathcal{K} j (\bar{I}^s)^* \bar{I}_{v2}^{R'}) - v_1 L_{v1}^{sr} \text{Rea} \mathcal{K} j \bar{I}^s \bar{I}_{v2}^{r'} e^{-j(v1+v2)P\theta_0} \\ & - v_2 L_{v2}^{sr} \text{Rea} \mathcal{K} j \bar{I}^s \bar{I}_{v1}^{r'} e^{-j(v1+v2)P\theta_0} \end{aligned} \quad (35)$$

Les deux premiers termes dans l'équation (35) est le couple asynchrone associé avec l'harmonique d'ordre v_1 et v_2 respectivement.

Les deux derniers termes sont les couples synchrones qui résultent de l'interaction des mêmes harmoniques.

L'état stable antérieur et les modèles transitoires n'ont pas introduits l'interaction entre différent harmoniques, les termes en rapport avec l'interaction synchrone manquaient dans ces modèles.

Cependant, il est important que les couples synchrones soient estimés, comme les couples électromagnétiques synchrones peuvent bien dépasser des couples synchrones.

II.5.2. L'action synchrone à l'arrêt

La condition pour que le couple synchrone se produise quand le rotor est à l'arrêt est différente quand le rotor tourne à vitesse.

Supposons que les harmoniques d'ordre ν_1 et ν_2 donnés par les équations (24), la condition pour que le couple synchrone soit constant non nul quand le rotor est arrêté est :

$$P(\nu_1 - \nu_2) = Hn \tag{36}$$

Où H est tout nombre entier positif ou négatif non nul .

quand le stator et le rotor sont synchronisés, la condition précédente devient

$$P(K_1 - K_2)m = Hn \tag{37}$$

II.5.2a. Equation en tension

Quand la condition précédente est satisfaite, l'équation en tension pour l'action synchrone à l'arrêt peut être obtenue.

L'équation en tension du stator est la suivante :

$$\begin{aligned} \vec{V}^s = R^s \vec{I}^s + j\omega L_1^{\alpha\beta S} \vec{I}^s + j\omega \frac{n}{2} L_{\nu_1}^{SR} \vec{I}_{\nu_1}^r e^{j\nu_1 P \theta_0} + j\omega \frac{n}{2} L_{\nu_2}^{SR} \vec{I}_{\nu_2}^R e^{j\nu_2 P \theta_0} + \\ j\omega \frac{n}{2} L_{\nu_1}^{SR} \vec{I}_{\nu_2}^R e^{j(\Phi_{\nu_2}^r + \nu_1 P \theta_0)} + j\omega \frac{n}{2} L_{\nu_2}^{SR} \vec{I}_{\nu_1}^R e^{j(\Phi_{\nu_1}^r + \nu_2 P \theta_0)} \end{aligned} \tag{38}$$

Pour l'harmonique du courant du rotor d'ordre ν_1 :

$$0 = R_{\nu_1}^{\alpha\beta R} \vec{I}_{\nu_1}^r + jS_{\nu_1} \omega L_{\nu_1}^{\alpha\beta R} \vec{I}_{\nu_1}^r + jS_{\nu_1} \omega \frac{m}{2} L_{\nu_1}^{RS} I^s e^{-j\nu_1 P \theta_0} + jS_{\nu_2} \omega \frac{m}{2} L_{\nu_2}^{RS} I^s e^{j(\Phi^s - \nu_2 P \theta_0)} \tag{39}$$

et pour l'harmonique du courant du rotor d'ordre ν_2 :

$$0 = R_{\nu_2}^{\alpha\beta R} \vec{I}_{\nu_2}^r + jS_{\nu_2} \omega L_{\nu_2}^{\alpha\beta R} \vec{I}_{\nu_2}^r + jS_{\nu_2} \omega \frac{m}{2} L_{\nu_2}^{RS} I^s e^{-j\nu_2 P \theta_0} + jS_{\nu_1} \omega \frac{m}{2} L_{\nu_1}^{RS} I^s e^{j(\Phi^s - \nu_1 P \theta_0)} \tag{40}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \vec{V}^s = (R^s + j\omega L_1^{\alpha\beta S}) \vec{I}^s + j\omega \frac{n}{2} (L_{\nu_1}^{SR} \vec{I}_{\nu_1}^{R'} + L_{\nu_2}^{SR} \vec{I}_{\nu_2}^{R'}) + j\omega \frac{n}{2} (L_{\nu_1}^{SR} \vec{I}_{\nu_2}^{R'} e^{j(\nu_1 - \nu_2) P \theta_0} + \\ L_{\nu_2}^{SR} \vec{I}_{\nu_1}^{R'} e^{-j(\nu_1 - \nu_2) P \theta_0}) \end{aligned} \tag{41}$$

$$0 = \left(\frac{R_{v1}^{\alpha\beta r}}{S_{v1}} + j\omega L_{v1}^{\alpha\beta r} \right) \bar{I}_{v1}^{r'} + j\omega \frac{m}{2} (L_{v1}^{sr} \bar{I}^s + L_{v2}^{sr} \bar{I}^s e^{-j(v1-v2)P\theta_0}) \quad (42)$$

$$0 = \left(\frac{R_{v2}^{\alpha\beta r}}{S_{v2}} + j\omega L_{v2}^{\alpha\beta r} \right) \bar{I}_{v2}^{r'} + j\omega \frac{m}{2} (L_{v2}^{sr} \bar{I}^s + L_{v1}^{sr} \bar{I}^s e^{-j(v1-v2)P\theta_0}) \quad (43)$$

II.5.2.b. Equation du couple

L'équation du couple est obtenue en substituant les courants du stator et du rotor dans l'équation (3), il vient:

$$T_e = Pm \frac{n}{2} (v_1 L_{v1}^{SR} \text{Real}(j(\bar{I}^s)^* \bar{I}_{v1}^{R'}) + (v_2 L_{v2}^{SR} \text{Real}(j(\bar{I}^s)^* \bar{I}_{v2}^{R'}) - v_1 L_{v1}^{sr} \text{Real}(j \bar{I}^s (\bar{I}_{v2}^{r'})^* e^{j(v1-v2)P\theta_0}) - v_{v2} L_{v2}^{sr} \text{Real}(j \bar{I}^s (\bar{I}_{v1}^{r'})^* e^{-j(v1-v2)P\theta_0})) \quad (44)$$

On peut conclure que le couple synchrone d'une machine à induction, s'il existe, dépend du nombre de barres du rotor et de l'angle entre les phases du stator et du rotor seulement.

On note que la vitesse synchrone ω_r , donnée par l'équation (27) dépend aussi du nombre de barres du rotor seulement.

II.5.3. Relation entre l'action synchrone et les harmoniques dans chaque composant

$\alpha - \beta$

Les deux harmoniques d'ordre v_1 et v_2 qui appartiennent à l'ensemble des composants $\alpha - \beta$ satisfont l'équation (26) ou (36).

L'inverse est aussi vrai, les harmoniques de l'ordre v_1 et v_2 qui satisfont l'équation (26) ou (36) appartiennent à l'ensemble des composants $\alpha - \beta$.

Cela montre que le groupement d'harmoniques dans différents ensembles des composants $\alpha - \beta - 0$ n'est pas l'objet de la transformation considérée mais une indication de leur interaction naturelle en fait.

En général, il n'est pas possible de supposer un circuit indépendant pour chaque harmonique.

II.5.4. L'effet des harmoniques du courant statorique

L'alimentation du stator n'est pas en général une source de tension idéale. Pour la plupart des cas pratiques, l'alimentation du stator peut être représentée par une source de tension idéale avec quelques impédances équivalentes de la source.

Les effets dûent aux harmoniques de courant du stator devraient être considérés. Pour l'harmonique du rotor d'ordre $\nu_1, \nu_1 = K_1 m + 1$, qui est induit par le courant du stator de fréquence ω , le courant du rotor a une fréquence de $\omega - \nu_1 P \omega_r$.

Quand un ensemble équilibré des harmoniques de courant du rotor de l'ordre ν_1 est substitué dans l'équation en tension du stator (1), la tension induite associée au terme harmonique d'inductance $L_{\nu_2}^{sr}$ est de l'ordre harmonique

$$\nu_2 = H \frac{n}{p} + \nu_1 \quad H=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (45)$$

La fréquence des composants de courant du stator correspondants sont $\omega - \nu_1 P \omega_r + \nu_2 P \omega_r$ ou $\omega + H n \omega_r$.

D'où, l'ensemble induit des harmoniques de courant de stator :

$$\begin{aligned} i_i^s &= \sum_{\nu_2} \sqrt{2} I_{\nu_2}^s \cos((\omega + H n \omega_r)t + \Phi_{\nu_2}^s - (i-1)\nu_2 P \frac{2\pi}{m}) \\ &= \sum_{\nu_2} \text{Real}(\sqrt{2} I_{\nu_2}^s e^{j\Phi_{\nu_2}^s} e^{j(\omega + H n \omega_r)t} e^{-j(i-1)\nu_2 P \frac{2\pi}{m}}) \\ &= \sum_{\nu_2} \text{Real}(\sqrt{2} \bar{I}_{\nu_2}^s e^{j(\omega - H n \omega_r)t} e^{-j(i-1)\nu_2 P \frac{2\pi}{m}}) \end{aligned} \quad (46)$$

Quand les courants du stator précédents sont substitués dans l'équation du rotor (2), l'équation résultante montre que les courants du stator de la fréquence $\omega + H n \omega_r$ induisent, à travers le terme d'inductance $L_{\nu_3}^{sr}$, les harmoniques des courants du rotor de

l'ordre $\nu_3 = K_2 m + \nu_2$ avec une fréquence de $\omega + H n \omega_r - P \nu_3 \omega_r$.

Remplaçons $\nu_1, \nu_2, \text{ et } \nu_3,$

$$\omega + Hn\omega_r - P\nu_3\omega_r = \omega - ((K_1 + K_2)m + 1)\omega_r \quad (47)$$

Cela montre que les courants du rotor induits par les harmoniques du courant de stator ont les mêmes fréquences que ceux induits par le courant du stator .

En conséquence, les ensembles équilibrés des courants du stator et du rotor peuvent être écrits sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} i_i^s &= \sum_{\nu_2} \sqrt{2} I_{\nu_2}^s \cos((\omega + Hn\omega_r)t + \Phi_{\nu_2}^s - (i-1)\nu_2 P \frac{2\Pi}{m}) \\ &= \sum_{\nu_2} \text{Real}(\sqrt{2} I_{\nu_2}^s e^{j\Phi_{\nu_2}^s} e^{j(\omega - Hn\omega_r)t} e^{-j(i-1)\nu_2 P \frac{2\Pi}{m}}) \\ &= \sum_{\nu_2} \text{Real}(\sqrt{2} \bar{I}_{\nu_2}^s e^{j(\omega - Hn\omega_r)t} e^{-j(i-1)\nu_2 P \frac{2\Pi}{m}}) \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} i_k^r &= \sum_{\nu_1} \sqrt{2} I_{\nu_1}^r \cos((\omega - \nu_1 P \omega_r)t + \Phi_{\nu_1}^r - (K-1)\nu_1 P \frac{2\Pi}{n}) \\ &= \sum_{\nu_1} \text{Real}(\sqrt{2} I_{\nu_1}^r e^{j\Phi_{\nu_1}^r} e^{j(\omega - \nu_1 P \omega_r)t} e^{-j(K-1)\nu_1 P \frac{2\Pi}{n}}) \\ &= \sum_{\nu_1} \text{Real}(\sqrt{2} \bar{I}_{\nu_1}^r e^{j(\omega - \nu_1 P \omega_r)t} e^{-j(K-1)\nu_1 P \frac{2\Pi}{n}}) \end{aligned} \quad (49)$$

Quand les courants précédents du stator et du rotor sont substitués dans les équations (1) et (2), l'équation en tension du stator est :

$$\bar{V}^s = R^s \bar{I}^s + j\omega L_1^{as} \bar{I}^s + \sum_{\nu_1} j\omega \frac{n}{2} L_{\nu_1}^{SR} \bar{I}_{\nu_1}^r e^{j\nu_1 P \theta_0} \quad (50)$$

et que pour le composant de la fréquence $(\omega + Hn\omega_r)$:

$$-Z(\omega + Hn\omega_r) \bar{I}_{v2}^s = R^s \bar{I}_{v2}^s + j(\omega + Hn\omega_r) L_{v2}^{\beta\beta k} \bar{I}_{v2}^s + \sum_{v3} j(\omega + Hn\omega_r) \frac{n}{2} L_{v3}^{SR} \bar{I}_{v1}^R e^{-jv3P\theta_0} \quad (51)$$

L'équation en tension de rotor pour l'harmonique d'ordre v_1 est:

$$0 = R_{v1}^{\alpha\beta R} \bar{I}_{v1}^r + j(\omega - v_1 P \omega_r) L_{v1}^{\alpha\beta R} \bar{I}_{v1}^r + j(\omega - v_1 P \omega_r) \frac{m}{2} L_{v1}^{RS} \bar{I}^s e^{-jv12\theta_0} + \\ + j(\omega - v_1 P \omega_r) \frac{m}{2} L_{v2}^{RS} \bar{I}_{v2}^{SR} e^{-jv3P\theta_0} \quad (52)$$

où $Hn = P(v_2 - v_3)$ et $Z(\omega + Hn\omega_r)$ est l'impédance de la source du stator à fréquence de $\omega + Hn\omega_r$.

Substituant \bar{I}_v^R , les équations (50)-(52) deviennent :

$$\bar{V}^s = R^s \bar{I}^s + j\omega L_1^{\alpha\beta S} \bar{I}^s + \sum_v j\omega \frac{n}{2} L_{v1}^{SR} \bar{I}_{v1}^r e^{jv1P\theta_0} \quad (53)$$

$$-Z(\omega + Hn\omega_r) \bar{I}_{v2}^s = R^s \bar{I}_{v2}^s + j(\omega + Hn\omega_r) L_{v2}^{\beta\beta k} \bar{I}_{v2}^s + \sum_{v3} j(\omega + Hn\omega_r) \frac{n}{2} L_{v3}^{SR} \bar{I}_{v1}^R e^{-jv3P\theta_0} \quad (53)$$

$$0 = \left(\frac{R_{v1}^{\alpha\beta R}}{S_{v1}} + j\omega L_{v1}^{\alpha\beta R} \right) \bar{I}_{v1}^{r'} + j\omega \frac{m}{2} L_{v1}^{SR} \bar{I}^s e^{-jv1\theta_0} + j\omega \frac{m}{2} L_{v2}^{SR} \bar{I}_{v2}^s e^{-jv3P\theta_0} \quad (55)$$

L'équation du couple obtenue en substituant les courants du stator et du rotor dans l'équation (3) est :

$$T_e = Pm \frac{n}{2} \sum_{v2} \sum_{v1} v_1 L_{v1}^{SR} \text{Real}(j \bar{I}_{v1}^{r'} (\bar{I}_{v2}^s)^*) \quad (56)$$

II.6. Conclusion

Les équations de l'état stable qui décrivent les actions asynchrones et synchrones d'un bobinage général m - n des machines asynchrones avec les harmoniques d'espace sont décrites.

De la condition obtenue il peut être conclu que chaque paire d'harmoniques qui appartient au même ensemble de $\alpha - \beta$ produit une action synchrone et l'inverse est vrai.

On confirme que les harmoniques qui appartiennent à chaque ensemble de $\alpha - \beta$ composants ne sont pas indépendants.

Dans le but de développer ces équations, un meilleur compromis de l'interaction des harmoniques est obtenu.

Les équations où les harmoniques du stator et l'impédance de la source sont introduire seraient utiles dans l'analyse harmonique où les effets des harmoniques du stator sur le réseau d'alimentation sont très importants.

CHAPITRE III

**MACHINE ASYNCHRONE
TRIPHASEE A ROTOR A CAGE**

III.1.Introduction

Dans les deux chapitres [1,2] de notre travail on a considéré les équations d'état dynamique et stables et la transformation de la machine asynchrone d'un bobinage général m-n contient les harmoniques d'espace [10].

L'exemple numérique que nous présentons montre les considérations impliquées dans la construction au delà d'une représentation raisonnable et donne quelques idées de l'ordre relatif aux calculs quand on utilise les équations dans les référentiels $\alpha - \beta - 0$, d-q-0 et les équations de la phase pour simuler un fonctionnement dynamique de la machine.

III.2.L'équivalent du rotor à cage des machines asynchrones triphasées

La théorie sur les modèles et transformations décrites dans chapitres I et II est appliquée au rotor à cage d'une machine asynchrone triphasée avec P paire de pôles et n barres du rotor. Il est supposé que n et P sont modifiés pour considérer seulement une période de base de barres du rotor [7].

Les résistances du circuit en fonction de la résistance de la barre du rotor R_b et la résistance de l'anneau de court circuit R_e sont écrites comme suit:

$$R_1^r = 2(R_b + R_e)$$

$$R_2^r = -R_b$$

$$R_3^r = \dots = 0$$

III.2.1.L'équivalent $\alpha - \beta$

L'équivalent $\alpha - \beta$ du rotor triphasé à cage d'une machine asynchrone avec des harmoniques d'espace suit directement les équations (25)-(30) du chapitre I.

Comme les bobinages du stator triphasé peuvent être représentés par un ensemble des $\alpha - \beta$ et une composante zéro. Les équations de tension du stator quant aux $\alpha - \beta$ composants sont :

$$\begin{bmatrix} V^{\alpha s} \\ V^{\beta s} \end{bmatrix} = (R^s + L^{\alpha\beta s} P) \begin{bmatrix} i^{\alpha s} \\ i^{\beta s} \end{bmatrix} + P_0 \frac{\sqrt{3n}}{2} \sum_{j=1}^{n-1} P \left(\sum_{1j} L_{v1j}^{sr} \begin{bmatrix} \cos v_{1j} P \theta_r & \sigma_{v1} \sigma_{vj} \sin v_{1j} P \theta_r \\ -\sigma_{v1} \sin v_{1j} P \theta_r & \sigma_{v1} \sigma_{vj} \cos v_{1j} P \theta_r \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i_j^{\alpha r} \\ i_j^{\beta r} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Le rotor avec n barres , peut être représenté par ensembles des $\frac{n-1}{2}$ de $\alpha - \beta$ composants et la composante zéro.

L'équation en tension du rotor quant aux $\alpha - \beta$ composants est:

$$\begin{bmatrix} V_j^{\alpha r} \\ V_j^{\beta r} \end{bmatrix} = (R_j^{\alpha\beta r} + L_j^{\alpha\beta r} P) \begin{bmatrix} i_j^{\alpha r} \\ i_j^{\beta r} \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{3n}}{2} \sum_{j=1}^{n-1} P \left(\sum_{1j} L_{v1j}^{sr} \begin{bmatrix} \cos v_{1j} P \theta_r & -\sigma_{v1} \sin v_{1j} P \theta_r \\ \sigma_{v1} \sigma_{vj} \sin v_{1j} P \theta_r & \sigma_{v1} \sigma_{vj} \cos v_{1j} P \theta_r \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} i^{\alpha s} \\ i^{\beta s} \end{bmatrix} \quad (2)$$

les inductances équivalentes en $\alpha - \beta$ peuvent être exprimées comme suit:

$$L^{\alpha\beta s} = L_1^s + \frac{m}{2} \mu_0 \frac{rle}{ge} \frac{4}{\Pi} \left(\frac{N}{P}\right)^2 \sum_i \left(\frac{K_i}{i}\right)^2$$

$$i = Km + 1 (K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$L_j^{\alpha\beta r} = 2(L_e + 2L_b \sin^2(jP \frac{\Pi}{n})) + \frac{n}{2} \mu_0 \frac{rle}{ge} \frac{4}{\Pi} \frac{1}{P^2} \sin^2(vP \frac{\Pi}{n}) \sum_K \frac{1}{(K \frac{n}{P} + J)^2} \quad (4)$$

$$K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

En général, les équations des tensions des composantes zéro du stator et du rotor sont :

$$V_3^{0s} = (R^s + L_3^{0s} P) i_3^{0s} + P_0 \sqrt{3n} P \left(\sum_{3n} L_{v3n}^{sr} \cos(v_{3n} P \theta_r) \right) i_3^{0s}$$

$$0 = (R_n^{0r} + L_n^{0r} P) i_n^{0r} + \sqrt{3n} P \left(\sum_{3n} L_{v3n}^{sr} \cos(v_{3n} P \theta_r) \right) i_n^{0r} \quad (5)$$

Pour le rotor triphasé à cage de la machine asynchrone considérée, $L_3^{0r} = L_1^s$ et, $L_n^{0r} = 2L_e$, l'inductance mutuelle L_{v3n}^{sr} est identiquement nulle pour tout v_n . Les équations en tension des composantes zéro (5) sont réduites à

$$V_3^{0s} = (R^s + L_3^{0s}P)i_3^{0s}$$

$$0 = (R_n^{0r} + L_n^{0r}P)i_n^{0r}$$

(6)

On note qu'il n'y a aucun couplage entre les des composantes zéro du stator et du rotor. L'expression du couple développée par une machine triphasé à rotor à cage est :

$$T_e = (P_0)^2 P \left(\frac{\sqrt{3n}}{2} \sum_{j=1}^{n-1} \nu_{1j} L_{\nu 1j}^{SR} (\cos(\nu_{1j} P \theta_r) \right) \quad (7)$$

$$(\sigma_{\nu 1} \sigma_{\nu j} i_{\nu j}^{\alpha s} i_{\nu j}^{\beta r} - \sigma_{\nu 1} i_{\nu j}^{\beta s} i_{\nu j}^{\alpha r}) - \sin(\nu_{1j} P \theta_r) (i_{\nu j}^{\alpha s} i_{\nu j}^{\alpha r} + \sigma_{\nu 1} \sigma_{\nu j} i_{\nu j}^{\beta s} i_{\nu j}^{\beta r})$$

III.2.2. l'Equivalent en d-q

Si seulement l'harmonique dominant P_ν dans chacun des ensembles (j) est retenu, alors les transformations en d-q peuvent être appliquées pour effectuer une simplification considérable [7]. Quand la transformation en d-q est appliquée seulement aux enroulements du rotor, les équations en tension des $\alpha - \beta$ composants du stator deviennent :

$$\begin{bmatrix} V^{\alpha s} \\ V^{\beta s} \end{bmatrix} = (R^s + L^{\alpha \beta s} P) \begin{bmatrix} i_\alpha^s \\ i_\beta^s \end{bmatrix} + P_0 \frac{\sqrt{3n}}{2} \sum_{j=1}^{n-1} P \sum_{\nu 1j} L_{\nu 1j}^{SR} \begin{bmatrix} 1_r & 0 \\ 0 & 0 \sigma_{\nu r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\nu^{dr} \\ i_\nu^{qr} \end{bmatrix} \quad (8)$$

et ceux des ν éme d-q composants du rotor sont :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = (R_\nu^{dqr} + L_\nu^{dqr} P) \begin{bmatrix} i_\nu^{dr} \\ i_\nu^{qr} \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{3n}}{2} L_\nu^{SR} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sigma_\nu \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} i^{\alpha s} \\ i^{\beta s} \end{bmatrix} + \nu P \omega_r L_\nu^{dqr} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\nu^{dr} \\ i_\nu^{qr} \end{bmatrix} + \frac{\sqrt{3n}}{2} \nu P \omega_r L_\nu^{sr} \begin{bmatrix} 0 & -\zeta_\nu \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i^{\alpha s} \\ i^{\beta s} \end{bmatrix} \quad (9)$$

où :

$$L_\nu^{dqr} = L_j^{\alpha r} \quad \nu = K \frac{n}{p} + j \quad , K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Les équations de composantes zéros restent les mêmes que celles données dans l'équation (6). L'expression du couple développé par la machine triphasée aux composants $\alpha - \beta$ du courant du stator et aux composants d-q du courant du rotor est :

$$T_e = (P_0)^2 P \frac{\sqrt{3n}}{2} \sum_v v L_v^{sr} (i_v^{\alpha s} i_v^{qr} - \sigma_v i_v^{\beta s} i_v^{dr}) \quad (10)$$

III.3.L'effet d'inclinaison

L'effet d'inclinaison des barres du rotor est prononcé dans la machine du fait qu'il a des grands couples harmoniques. Les 5^{ème} et 7^{ème} harmoniques sont réduits par un pas dans le stator 5/6.

III.4. L'effet de Peau

Puisque les courants qui circulent dans les barres du rotor contiennent des composants de haut rang en fréquence, il est important que l'effet de peau soit considéré. L'influence de l'effet de peau sur les couples et les courants du rotor, spécialement l'harmonique de haut rang. L'augmentation dans le fondamental du couple est compensée par des augmentations des couples harmoniques dans la direction opposée.

III.5.L'exemple numérique

Pour illustrer l'application de la théorie développée, et pour montrer les considérations impliquées dans la construction d'une représentation raisonnablement. On présente des résultats de simulation sur une machine asynchrone.

Les effets des harmoniques de f.m.m sur l'état stable et des opérations transitoires de la machine à induction à rotor à cage sont examinées.

Les caractéristiques d'état stable seront considérées en premier, comme il est facile de voir quelques effets de ces caractéristiques.

Cet exemple démontre comment les différentes transformations peuvent être appliquées d'avantage.

La procédure de la solution débute avec la sélection du modèle approprié ou transformation.

La sélection est basée sur la connaissance de la présence de quelles des harmoniques et leurs interactions.

Les harmoniques dans les $\alpha - \beta$ composants du stator et du rotor sont de l'ordre $\nu = Km + i$ et $\nu = H \frac{n}{P} + j$ respectivement.

Pour une machine triphasée asynchrone, l'interaction est présente entre deux harmoniques dont l'ordre est commun à $\nu = Km + 1$ et $\nu = H \frac{n}{P} + j$ respectivement.

L'amplitude de ces interactions d'harmoniques est déterminée des calculs d'état stable.

Les évaluations des amplitudes des couples asynchrones peuvent aussi être obtenues des valeurs relatives de $\frac{\nu(L_{\nu}^{sr})^2}{L_{\nu}^{\alpha\beta r}}$.

Ces évaluations sont basées sur l'observation qui sont les harmoniques du courant rotorique et sont approximativement proportionnel à $\frac{(L_{\nu}^{sr})}{L_{\nu}^{\alpha\beta r}}$.

La composante résistive du circuit du rotor est généralement plus petite que la composante inductive pour les harmoniques du courant statorique.

L'effet combiné de ν_1 et ν_2 devrait être considéré. Aussi l'intérêt ici dans la sauvegarde des efforts de calcul qui résultent quand le modèle du d-q est applicable.

Pour cela, les équations originales de la phase originales et les équations transformées ont été utilisées pour obtenir les caractéristiques de l'accélération libre des machines.

La machine a un rotor conçu pour donner de grands harmoniques de couple asynchrone. Les enroulements du stator de cette machine sont standards.

Les enroulements du stator ont un biais d'encoche de 0.833 qui réduit les deux premiers harmoniques, le 5^{ème} et le 7^{ème}.

D'où, les harmoniques les plus importants du stator avec cette configuration des enroulements sont le 11^{ème} et 13^{ème} harmoniques.

Avec une configuration des enroulements du stator donnée, les caractéristiques des harmoniques du couple synchrone et asynchrone dépendent du nombre de barres du rotor. Le rotor de la machine a 46 barres.

Le tableau 1 montre la distribution des harmoniques du rotor de l'ordre inférieur dans différents $\alpha - \beta - 0$ composants du rotor.

Les harmoniques ne sont pas tous pris en considération, en fait, beaucoup d'harmoniques peuvent être ignorées, les plus hauts harmoniques ont un effet mineur dans la plupart des cas en particulier. L'ordre des équations de la machine pour une représentation raisonnable, peut être tenu à un minimum pour connaître la solution.

Tableau 1 : Les harmoniques du Rotor de machine

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0
0	1*	2	3 [•]	4	5*	6	7*	8	9	10	11*	—
-1	22	21	20	19*	18	17*	16	15	14	13*	12	23
1	24	25*	26	27	28	29*	30	31*	32	33	34	23
-2	45	44	43	42	41*	40	39	38	37*	36	35*	46
2	47*	48	49*	50	51	52	53	54	55*	56	57	46

III.6. Interprétation des résultats

III.6.1. Analyse de l'état stable

Les caractéristiques complètes de l'état stable peuvent être obtenues en résolvant les équations pour les actions asynchrones et synchrones.

La procédure commence en déterminant s'il y a toute action synchrone considérable et à quelle vitesse cela se produit ?. Deux harmoniques qui appartiennent au même ensemble de $\alpha - \beta$ composants satisfont la condition donnée dans équation (26) ou (36) du chapitre II, c'est une manière relativement simple pour déterminer les vitesses synchrones dans le tableau 1. Les caractéristiques d'état stable aux vitesses synchrones sont obtenues. Finalement, les caractéristiques de l'état stable pour l'action asynchrone sont obtenues.

III.6.1.a. Le couple Synchrone

Les harmoniques considérables sont 1, 11, 13, 5, et 7 dans cet ordre respectivement. Le rotor a 23 barres par paire de pôles, le 23^{ème} harmonique n'existe pas donc dans ce cas et l'effet de 25^{ème} harmonique est petit.

Du tableau 1 il est aussi clair qu' il n'y a aucune action synchrone majeure de ces harmoniques comme aucun de ces deux n'apparaît dans le même ensemble $\alpha - \beta$ composants.

III.6.1.b. Le couple Asynchrone

On a étudié l'influence de 5^{ème}, 7^{ème}, 11^{ème} et 13^{ème} harmonique sur le couple et les courants du rotor et du stator.

La caractéristique du couple vitesse pour le fondamental est montrée à la figure 1.

Les harmoniques 5^{ème}, 7^{ème}, 11^{ème} et 13^{ème} de couple sont montrées aux figures 4, 7, 10 et 13.

Les harmoniques 11^{ème} et 13^{ème} du stator sont plus importants que les harmoniques 5^{ème}, 7^{ème} et cela est due au biais d'encoche (5/6) dans les enroulements du stator, qui réduit ces deux derniers harmoniques. Comme le montrent les courbes du couple de ces harmoniques représentées par les figures 4, 7, 10 et 13.

Les courants statoriques et rotoriques pour le fondamental et les différents harmoniques sont également représentés.

III.6.2. Analyse transitoire

La solution transitoire peut être obtenue en résolvant les équations différentielles dans la phase originale des variables abc ou dans les variables transformées des composants $\alpha - \beta - 0$.

Cependant, si seulement l'harmonique dominant de chaque ensemble de composants $\alpha - \beta$ est considéré, la solution transitoire peut aussi être obtenue des équations différentielles de la machine dans les variables de référentiel d-q-0.

Cependant, il y a seulement la réduction de l'ordre des équations. L'introduction de l'effet de peau dans la phase et dans les modèles $\alpha - \beta$ n'est pas aussi facile que le modèle du d-q. La possibilité d'utiliser des modèles transformés est considéré. En se référant au tableau 1 pour la machine, puisque chaque ensemble de composants $\alpha - \beta$ contient seulement un harmonique important, le modèle dans d-q-0 est applicable.

Bien que l'ordre du modèle $\alpha - \beta$ soit le même comme celui du d-q, la solution des équations $\alpha - \beta$ impliquent le calcul de la matrice d'inductance avant la résolution des équations des courants à chaque étape, cela n'est pas exigé. Cependant quand le modèle d-q est utilisé car il a des inductances constantes.

C'est un exemple où la transformation $\alpha - \beta$ fournit la simplification sans compromettre sur la représentation des harmoniques.

A cause des hautes fréquences des composants harmoniques, la dimension de l'étape est ajustée pour correspondre approximativement à 5° de la plus haute fréquence des composants harmoniques considérés.

La matrice inductance doit être recalculée avant de résoudre les courants à chaque étape de la solution. Bien que les courants soient obtenus en résolvant un ensemble d'équations linéaires sans calculer l'inverse de la matrice inductance.

La grande gamme de valeurs des éléments dans la matrice inductance peut être aussi un problème, à moins que les techniques d'une solution convenable soient utilisées.

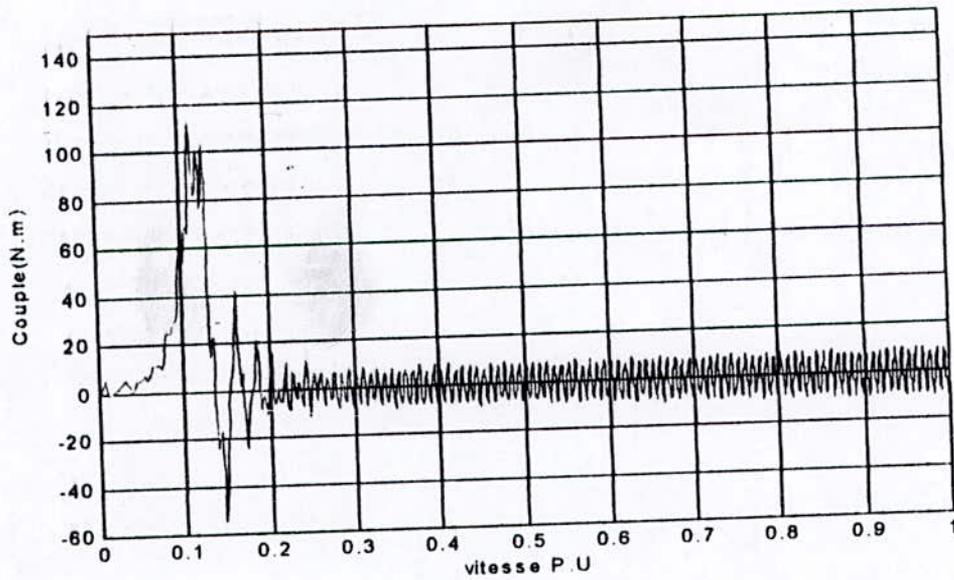


Fig.1 Couple électromagnétique pour le fondamental en fonction de la vitesse

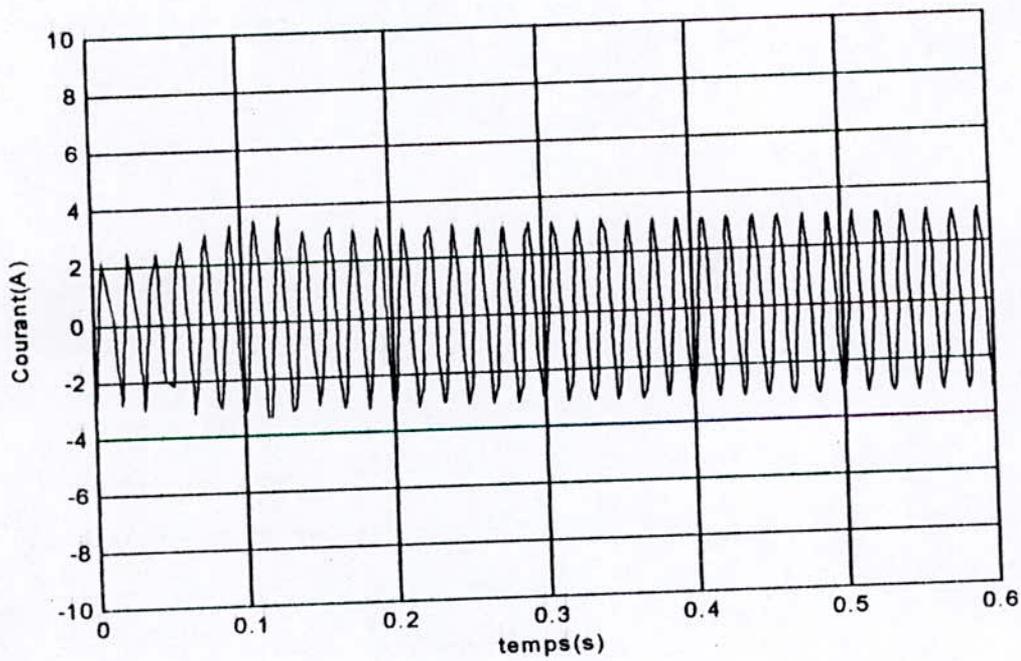


Fig.2 Courant statorique i^{as} pour le fondamental en fonction du temps

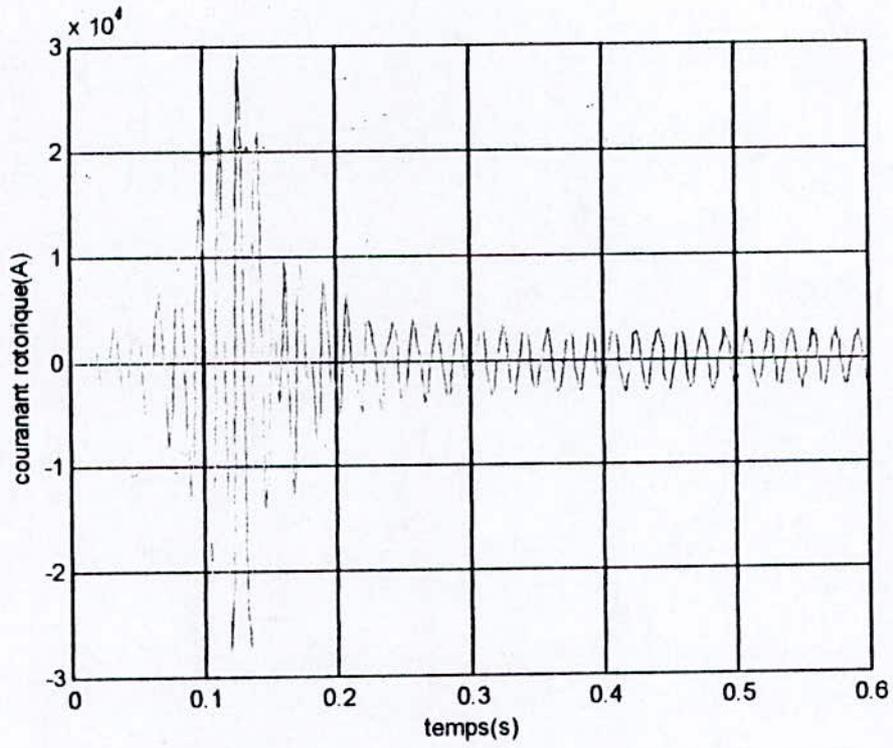


Fig.3 Courant rotorique i^{dr} du fondamental en fonction du temps

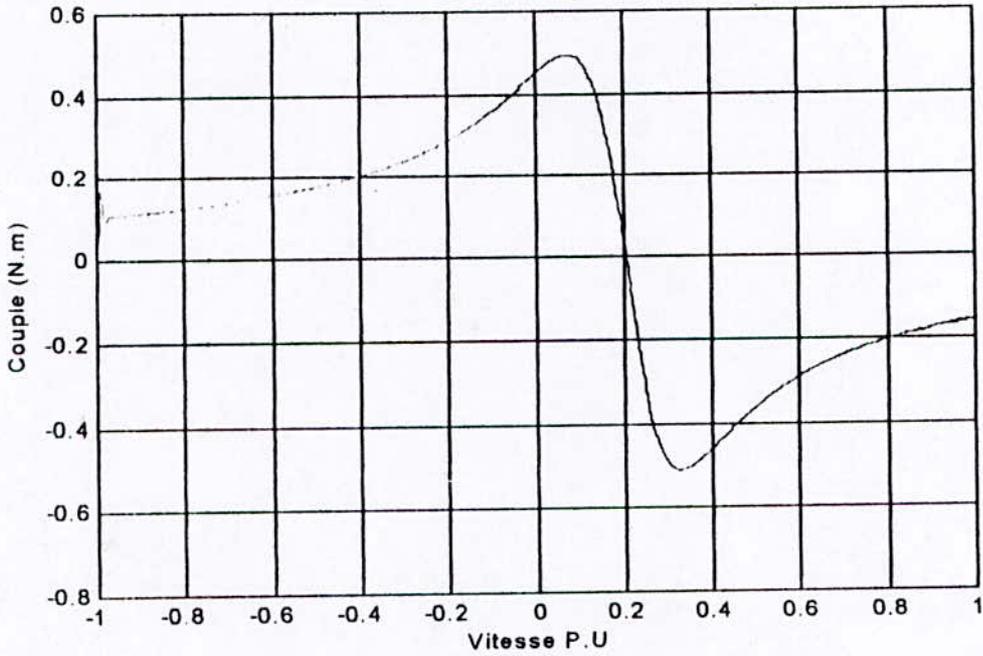


Fig.4 Couple en fonction de la vitesse Pour le 5^{ème} harmonique

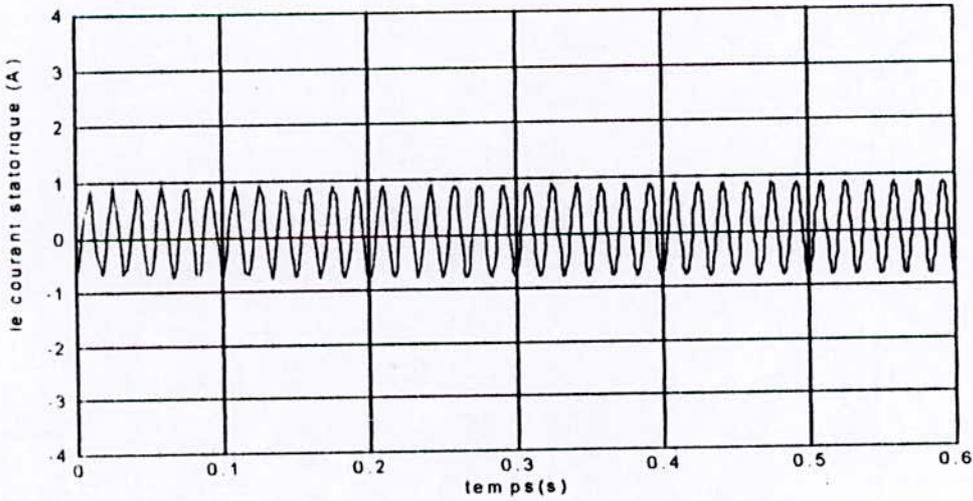


Fig.5 Courant statorique $i^{(5)}$ en fonction du temps pour le 5^{ème} harmonique

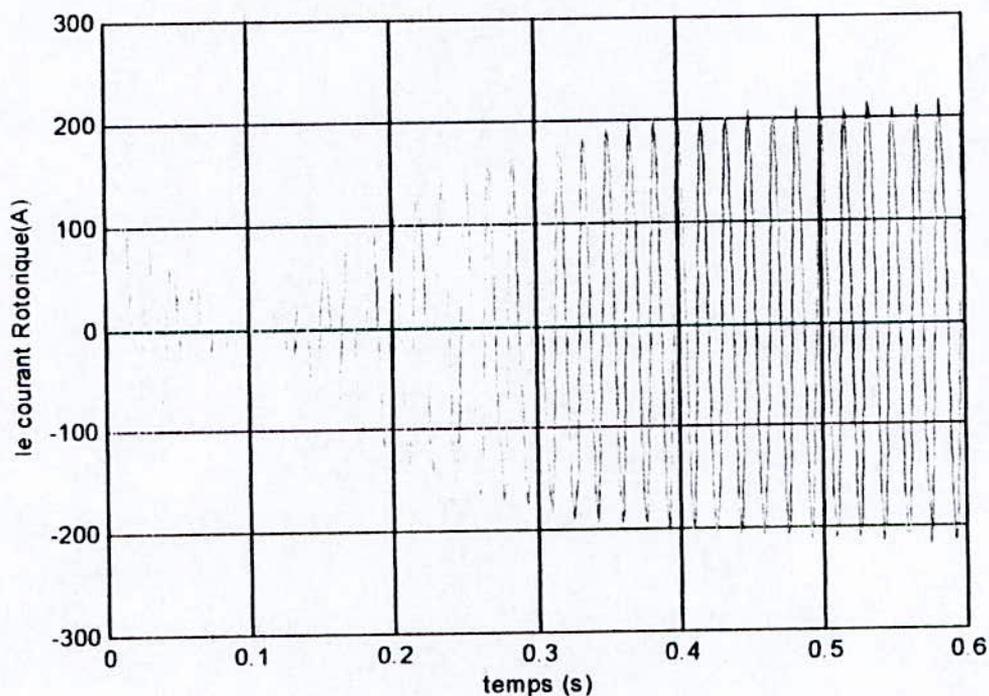


Fig.6 Courant rotorique i^{dr} en fonction du temps pour le 5^{ème} harmonique

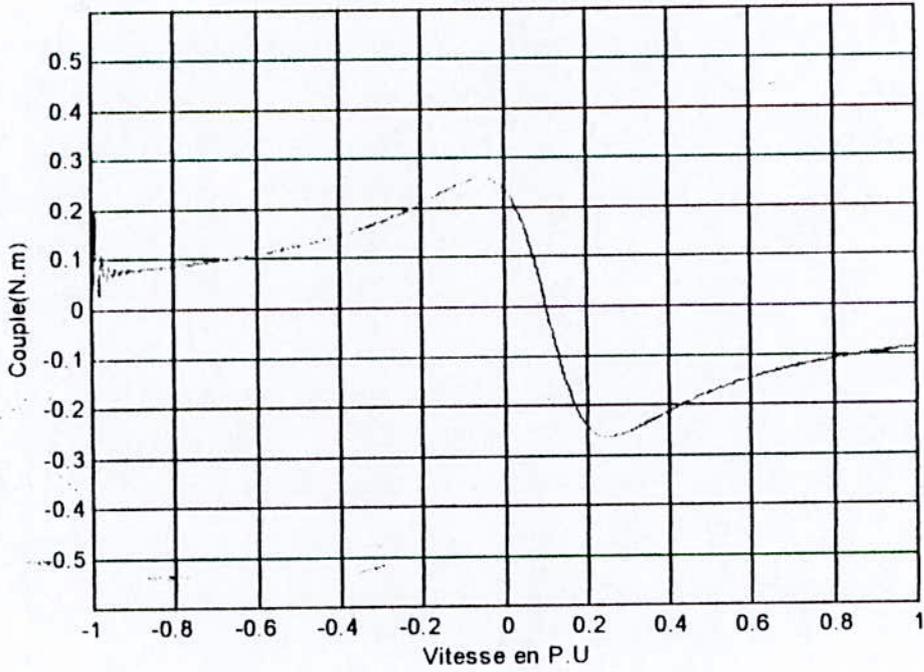


Fig.7 Couple en fonction de la vitesse pour le 7^{ème} harmonique

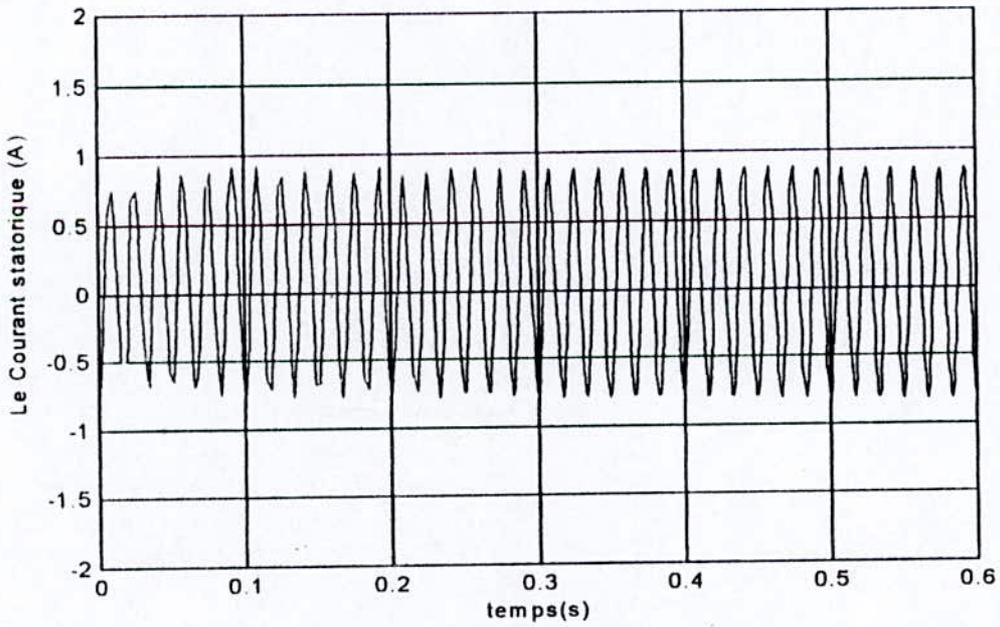


Fig.8 Courant statorique i^{7e} en fonction du temps pour le 7^{ème} harmonique

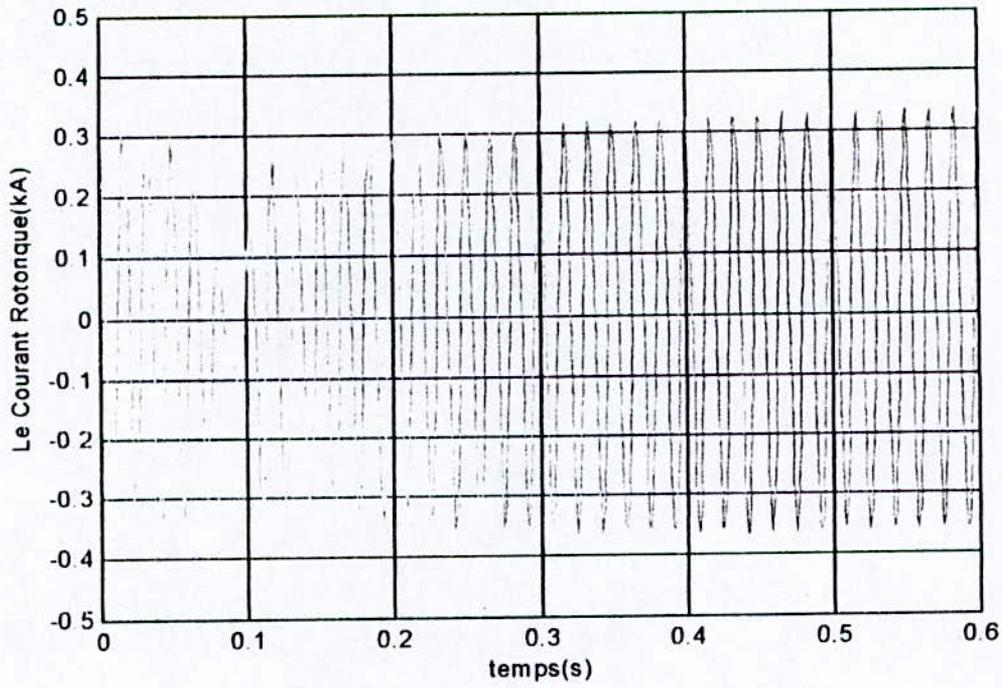


Fig 9 Courant rotorique i^{dr} en fonction du temps pour le 7^{ème} harmonique

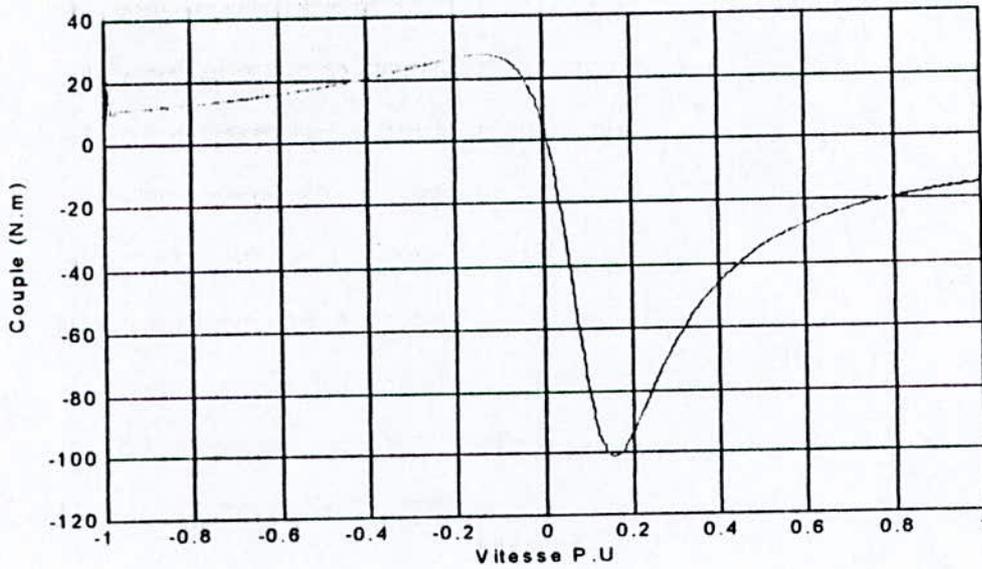


Fig. 10 Couple en fonction de la vitesse pour le 11^{ème} harmonique

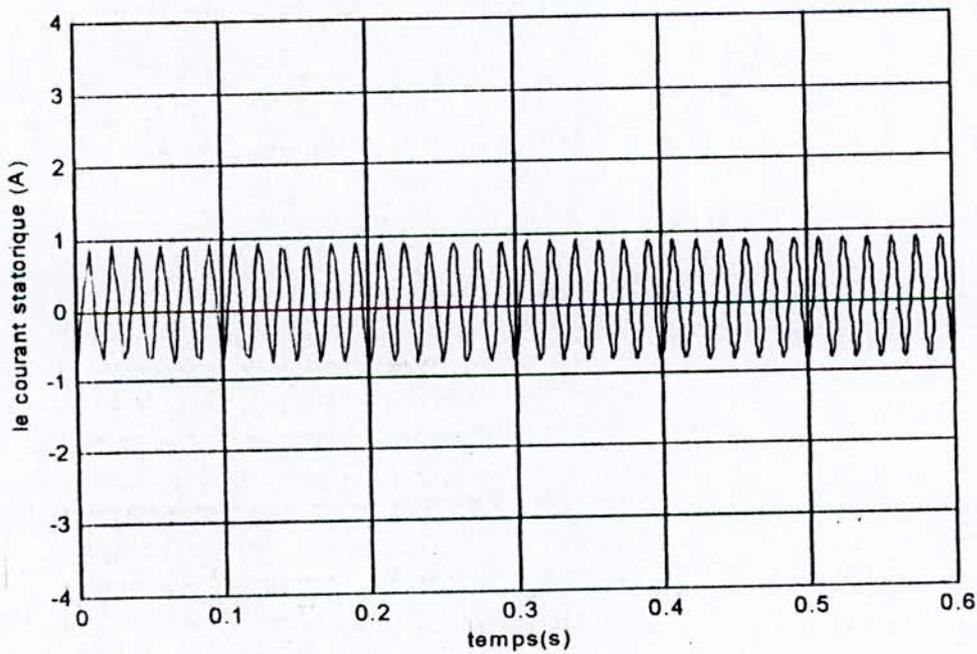


Fig. 11 Courant statorique i^{11e} en fonction du temps pour le 11^{ème} harmonique

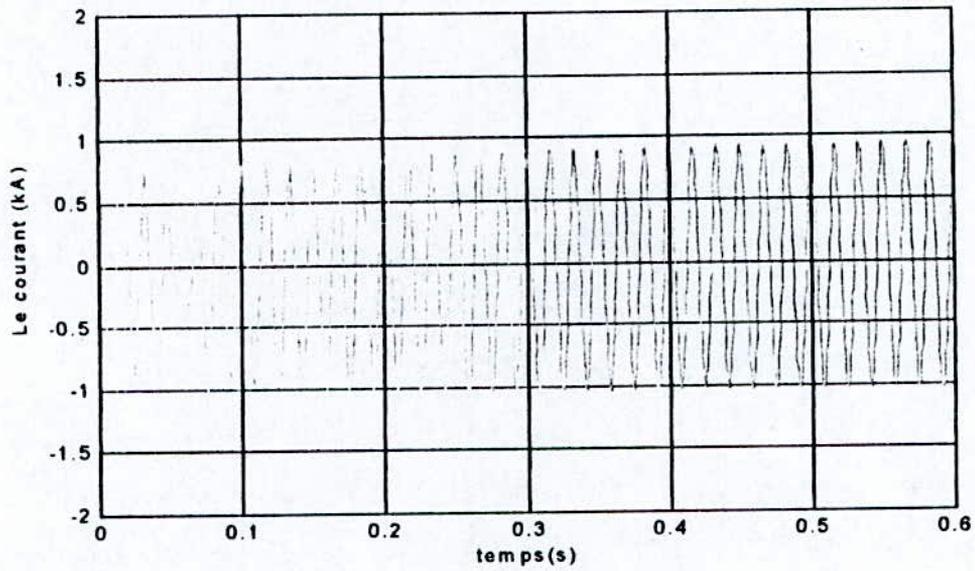


Fig.12 Courant rotorique i^{dr} en fonction du temps pour le 11^{ème} harmonique

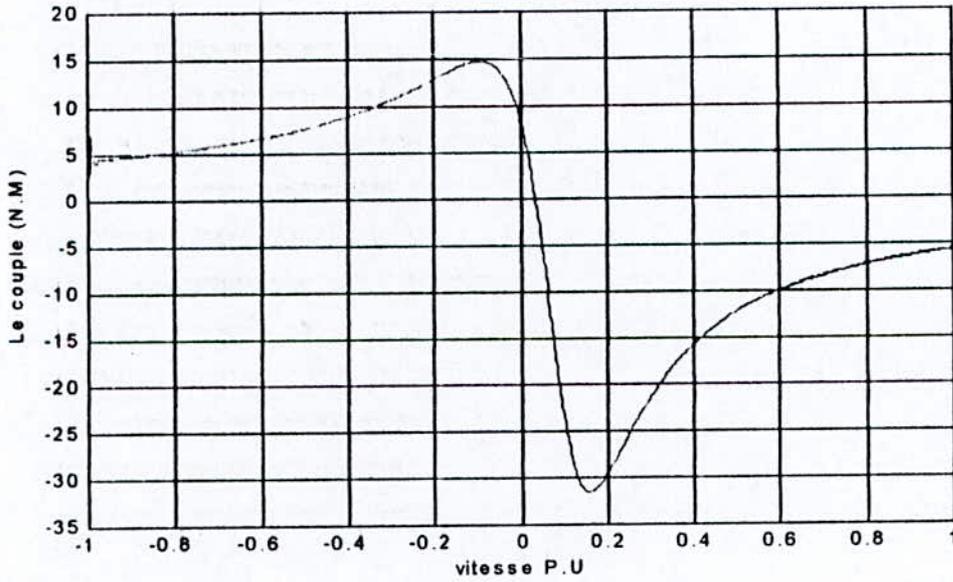


Fig.13 Couple en fonction de la vitesse pour le 13^{ème} harmonique

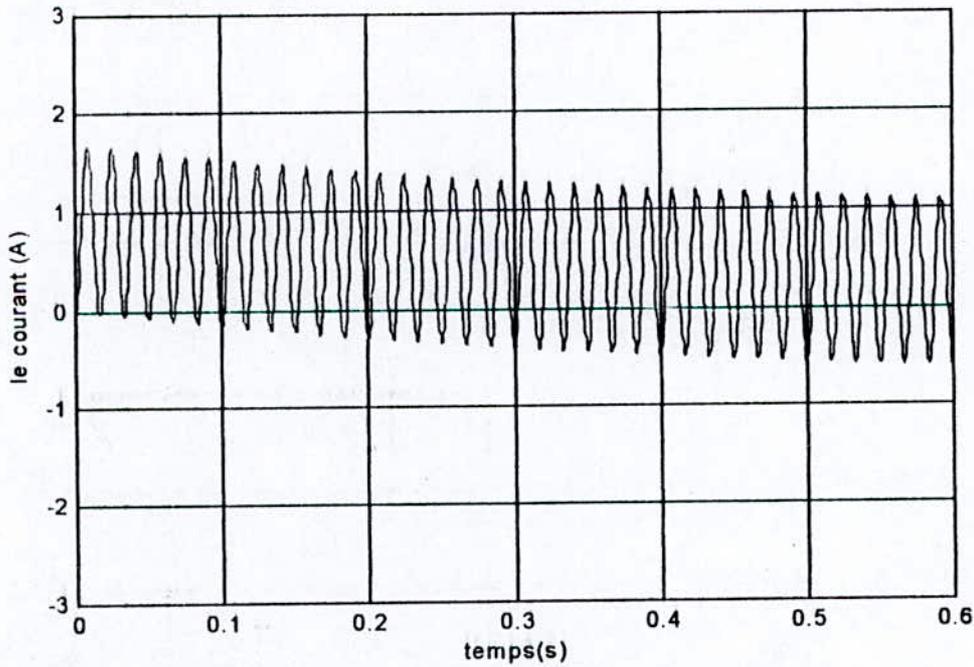


Fig.14 Courant statorique i^{13} en fonction du temps pour le 13^{ème} harmonique

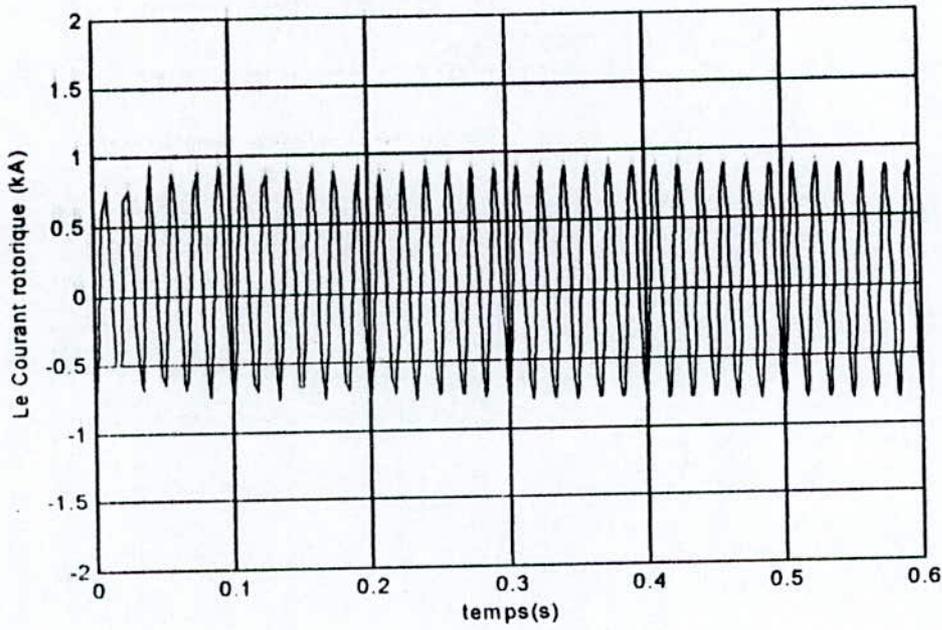


Fig.15 Courant rotorique i^{dr} en fonction du temps pour le 13^{ème} harmonique

III.7. conclusion

Les équations du rotor à cage des machines asynchrones triphasées à induction avec les harmoniques de l'espace sont obtenues. Une machine à rotor à cage est utilisée pour illustrer l'application de la phase $\alpha - \beta - 0$ et le modèle du d-q-0.

Les résultats d'état stable peuvent être vérifiés aisément pour être logique avec la théorie. L'exemple numérique a montré comment il est relativement facile d'identifier les harmoniques avec une interaction possible.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire concerne l'étude de l'effet des harmoniques d'espace sur le couple et les courants des machines asynchrones.

Afin d'aborder cette étude nous avons élaboré en premier lieu un modèle de la machine asynchrone triphasée à rotor à cage d'écureuil constitué de 46 barres, qui tient en compte de tous les harmoniques de la f.m.m en utilisant des transformations qui permettent de réduire et de faciliter les calculs.

On a également présenté les équations de l'état stable qui décrivent les actions synchrones et asynchrones dans une machine triphasée à rotor à cage, et nous avons effectué l'application du modèle étudié sur une machine asynchrone triphasée à rotor à cage.

Pour identifier les harmoniques considérables et étudier leurs effets sur la f.m.m aux états stable et transitoire, une transformation est appliquée sur le stator du système polyphasé original à un système en $\alpha - \beta - 0$, divise les harmoniques en deux groupes différents avec interaction possible et chaque groupe peut être représentée par un système de composantes $\alpha - \beta - 0$.

Ce résultat montre que la supposition habituelle de représenter le rotor à cage par des systèmes d'harmoniques indépendants n'est pas valable en général.

La transformation du système polyphasé au système d-q est applicable quand seulement un seul harmonique de chaque composante du système $\alpha - \beta$ est considérée.

Chaque paire d'harmoniques qui appartient au même ensemble $\alpha - \beta$ produit une action synchrone et chaque paire d'harmoniques produit une action synchrone appartient au même ensemble $\alpha - \beta$.

Cela confirme que les harmoniques de chaque ensemble $\alpha - \beta$ ne sont pas séparables.

Dans l'exemple numérique on a montré que les harmoniques les plus importants sont le 11^{ème}, 13^{ème}, 5^{ème} et le 7^{ème} et les harmoniques de l'ordre 17, 19, 25, 29, 31, 37, 35, 47 ont un effet presque négligeable.

ANNEXE 1

ANNEXE I

1. Les paramètres de la machine : [11]

$P_a = 5 \text{ HP}$.

$U = 460 \text{ V}$.

$F = 60 \text{ Hz}$.

1.1. Les paramètres du stator :

Nombre d'encoches du stator = 24.

Biais d'encoche = 5/6.

Longueur de stator = 11.43 cm.

$l_e = 11.53 \text{ cm}$.

$g = 0.046 \text{ cm}$.

$g_e = 0.063 \text{ cm}$.

$N = 240$.

$R^s = 1.866 \Omega$.

$L_1^s = 11.6 \text{ mH}$.

La profondeur totale de l'encoche = 2.36 cm.

Les encoches de stator sont supposées rectangulaires et demi-fermées.

1.2. Les paramètres du rotor :

$R_b = 178 \mu\Omega$.

$R_c = 2.75 \mu\Omega$.

$L_b = 0.296 \mu\text{H}$.

$L_c = 5.1 \text{ nH}$.

$n = 46$.

$r = 0.23 \text{ cm}$.

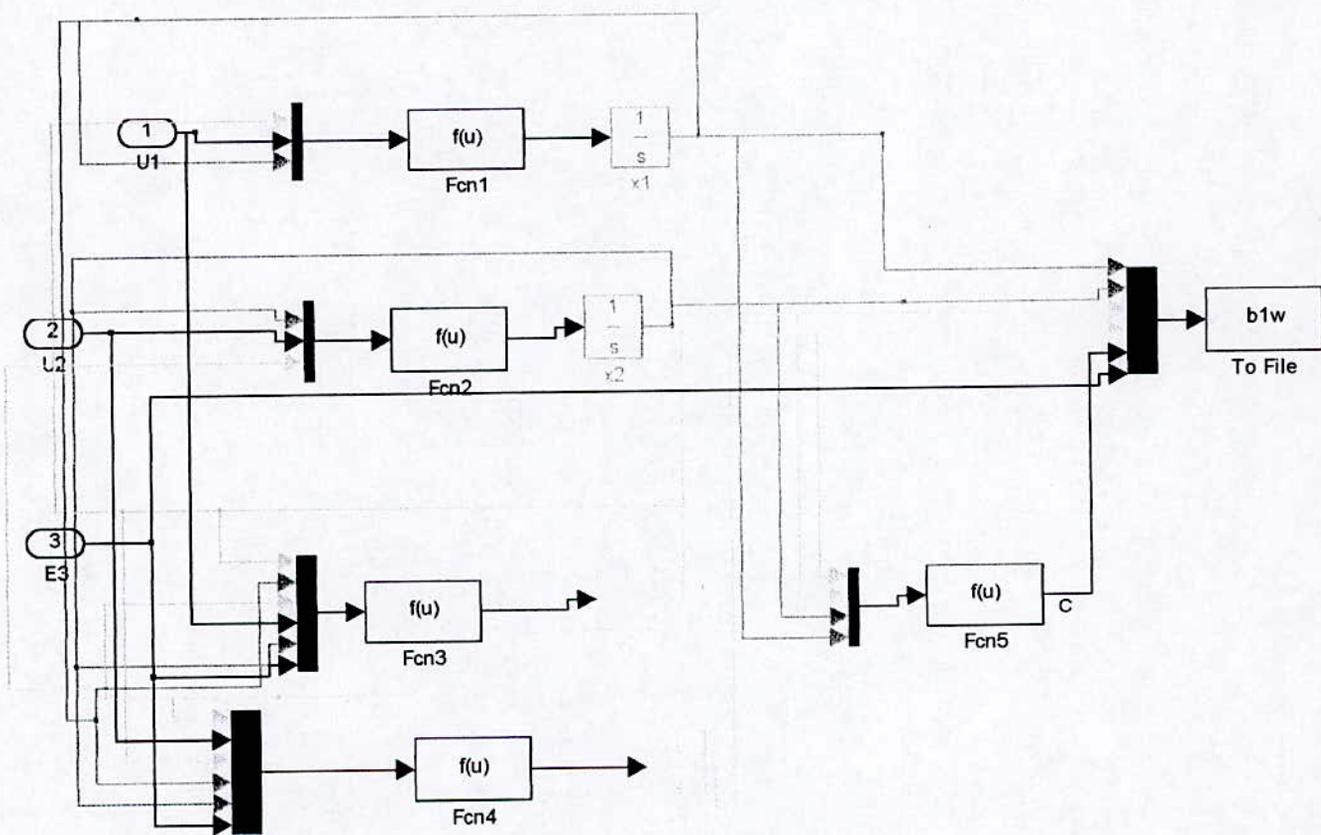
La longueur de la barre = 13.97 cm.

La profondeur totale de l'encoche = 1.07 cm.

Les encoches de rotor sont supposées rectangulaires et demi-fermées.

2. Le logiciel Matlab Pc a été utilisé pour la simulation.

Schéma synoptique de simulation



ANNEXE 2

ANNEXE II

• **Facteur de bobinage :**

$$K_v = \sin(v\pi/2) \cdot K_{vp} \cdot K_{dv} \cdot K_w$$

$$K_v = \sin(v\pi/2) \cdot \sin(v\pi p/2) \cdot \frac{\sin(vq\gamma/2) \cdot \sin(v\beta/2)}{q \sin(v\gamma/2) \cdot v \cdot \beta/2} \quad \text{A.1}$$

• **Self inductance du stator due à l'entrefer:**

$$L_{m1}^s = \frac{\mu_0 \cdot r \cdot le \cdot 4}{ge \cdot \pi} \cdot \left(\frac{N}{P}\right)^2 \sum_{v=1}^{\infty} (K_{v/v})^2 \quad v \text{ impaire} \quad \text{A.2}$$

• **Inductance mutuelle entre deux phases du stator**

$$L_{mi}^s = \frac{\mu_0 \cdot r \cdot le \cdot 4}{ge \cdot \pi} \cdot \left(\frac{N}{P}\right)^2 \sum_{v=1}^{\infty} (K_{v/v})^2 \cdot \cos((i-1) \cdot 2 \cdot \pi / m) \quad \text{A.3}$$

$i=2, \dots$

• **Inductance statorique equivalente:**

$$L_v^{\alpha\beta s} = L_1^s + \frac{\mu_0 \cdot r \cdot le \cdot 4}{ge \cdot \pi} \cdot \left(\frac{N}{P}\right)^2 \cdot \sum_i (K_{i/v})^2 \quad \text{A.4}$$

$i=K \cdot m + v \quad (K=0, -1, -2, \dots)$

• **Inductance magnétisante de l'harmonique v stator :**

$$L_v^m = \frac{\mu_0 \cdot r \cdot le \cdot 4}{ge \cdot \pi} \cdot \left(\frac{N}{P}\right)^2 \cdot \sum_i (K_{i/v})^2 \quad \text{A.5}$$

• **Inductance rotorique equivalente :**

$$L_v^{\alpha\beta r} = 2 \cdot (L_b + (1 - \cos(v \cdot p \cdot (2 \cdot \pi / n)) \cdot L_b) + \frac{n \cdot \mu_0 \cdot r \cdot le \cdot 4}{2 \cdot ge \cdot \pi \cdot P^2} \sin^2(v \cdot P \pi / n) \cdot \sum_K \frac{1}{(K \cdot \frac{n}{P} + v)^2}$$

$$K=0, +1, \dots$$

A.6

BIBLIOGRAPHIE

bibliographie

- [1] Dreese, E., "Synchronous Motor Effect in Induction machine," AIEE Trans ., Vol.49, pp. 1033-1040.
- [2] Alger, P.L ., Induction machines, 2nd ed., Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1970.
- [3] Barton, T.H., et Dunfield, J.C. "Inductances of a practical Slip-Ring Primitive, I-An Anatical Study ; II-an Experimental study," IEEE Trans., Power Apparatus and systems, Vol. PAS-85, 1966, pp.140-151.
- [4] Nasar , N.A., " Electromagnetic Energy Conversion in nm-Winding Double Cylindrical Structure in the presence of Space Harmonics," IEEE Trans ., Power Apparatus and systems, Vol. PAS-87, 1968, pp.1099-1106.
- [5] Davis., J.H. et Novotny, D.W. , " Equivalent Circuits for single -phase Squirrel cage Induction machines with both odd and even order Harmonics," IEEE Trans ., Power Apparatus and systems, Vol. PAS-88, 1969, pp.1080-1085.
- [6] Barton, T.H., et Dunfield, J.C. " Polyphase to Two-axis Transformation for Real Windings" , Proc. of IEE , V.87, no.05, 1968, pp.1342-1346.
- [7] Barton, T.H., et Dunfield, J.C., " Axis Transformation for Pratical Machines", Power Apparatus and systems, Vol. PAS-87, 1968, pp.1346-1354.
- [8] Willems, J.L., " Space Harmonics in unified Electrical machine Theory", Proc. of IEE , V.118, , 1971, pp.1408-1412.
- [9] Koopman, R.J.W. et Trutt, F.C., "Direct Simulation of AC Machinery Including Third Harmonic Effects," IEEE Trans ., Power Apparatus and systems, Vol. PAS-85, 1969, pp.1099-1106.
- [10] Hertz, R.P et Saunders, R.M., "Harmonics due to slots in Electric Machines," AIEE Trans., Power Apparatus and systems, Vol. 73, 1954, pp.946-949.
- [11] Fudeh, H.R. et Ong, C.M , "Modeling and Analysis of Induction Machines Containing Space Harmonics, Part I : Modeling and Transformation,".
- [12] Fudeh, H.R. et Ong, C.M , "Modeling and Analysis of Induction Machines Containing Space Harmonics, Part II : Analysis of Asynchronous and Synchronous Actions,".
- [13] Fudeh, H.R. et Ong, C.M , "Modeling and Analysis of Induction Machines Containing Space Harmonics, Part III : Three-phase Cage Rotor Induction Machines ,,".

- [14] Touhami Omar, cours (non édité) de construction de machines électriques. ENP,2001.
- [15] Jones, C.V., The Unified Theory of Electrical Machines, Butterworths, London, 1976.
- [16] Say, M.G., Alternating Current Machines, John Wiley, New York, 1978.
- [17] Lipo, T.A., "Principles of Electromechanical Design," Class notes, Purdue University, Fall 1980.
- [18] Liwschitz, M.M., "Differential Leakage with Respect to the Fundamental Wave and Its Harmonics," AIEE Trans., Vol. 63, 1944, pp.1139-1150.
- [19] Liwschitz, M.M., "Differential Leakage of a Fractional Slot Windings," AIEE Trans., Vol. 65, 1946, pp.314-320.
- [20] Veinott, C.G., "Spatial Harmonics Magnetomotive Forces in Irregular Windings and Special Connections of Polyphase Windings," IEEE Trans .,Power Apparatus and systems, Vol. PAS-83, 1964, pp.1246-1253.

Résumé

Cette travail concerne l'étude de les harmoniques d'espace d'une machine asynchrone , On a fait une modélisation d'une machine asynchrone à cage d'écureuil contient des harmoniques de l'espace et de transformation pour faciliter les calculs .

Et on a fait aussi une analyse de actions synchrone et asynchrone et les équations qui d'écrivent l'état stable et transitoire et l'état d'arrêt .

Dans la troisième chapitre on a appliqué cette transformations sur une machine asynchrone triphasés à rotor à cage et on a étudié l'effet des harmoniques 1 ,11,13,5 ,7 sur le couple électromagnétique et les courants au stator et rotor .

ملخص:
هذا العمل يتناول دراسة Harmonique في الآلة الكهربائية (محرك) بعد أن التوصل إلى تأثير التيار الكهربائي والعزم الكهربائي وطبيعة وفقد تمكنا من إعطاء المتغيرات التفاضلية التي قد تحدث هذه الآلة وفيما بعد تحويلات بالبعد في التوصل إلى دراسة مبسطة لهذه الآلة وبعد ذلك طبقت هذه المعادلات، التحويلات على آلة كهربائية متولدة المستقلة ودرست تأثيرات Harmonique من الدرجة 1 ، 5 ، 7 ، 11 ، 13 على هذه الآلة وتقلبات سرعة سيرتها باستخدام "مطلب" .

Mots clé

Harmonique d'espace sur machine asynchrone à rotor à cage une modélisation contient les harmoniques et des transformation et les résultats de la simulation .