

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

35/88

وزارة التعليم و البحث العلمي

AEX

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

BIBLIOTHEQUE  
المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ELABORATION  
D'UN LOGICIEL D'ETUDE  
D'UN BATIMENT EN VOILES

Proposé Par :

Mr charif

Etudié par :

Mrounis.H

Dirigé par :

Mr charif

PROMOTION : janvier 88

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## REMERCIEMENTS

JE REMERCIE MONSIEUR CHARIF PROFESSEUR A L'ENP POUR  
M'AVOIR PROPOSE CE SUJET ET POUR SES PRODIGIEUX CONSEILS,  
AINSI QUE TOUS LES PROFESSEURS QUI ONT CONTRIBUE A MA  
FORMATION.

# S O M M A I R E

الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

Introduction.....	1
Présentation du sujet.....	2
Données architecturales du bâtiment et visualisation graphique....	4
Données préliminaires.....	5
Caractéristiques des éléments du bâtiment.....	5
Présentation du programme de réalisation graphique.....	8
Descente des charges et détermination du CDM du plancher.....	11
Calcul des inerties équivalentes.....	13
Présentation du programme de calcul des inerties équivalentes.....	16
Etude pseudo-dynamique.....	19
Modélisation mathématique.....	20
Calcul des forces sismiques.....	27
Présentation du programme de l'étude pseudo-dynamique.....	30
Partition des efforts sur les éléments de contreventements.....	32
Hypothèse de calcul.....	33
Présentation du programme des efforts de contreventements.....	37
Distribution des efforts dans le refend d'un bâtiment.....	39
Efforts internes sous l'effet des sollicitations verticales.....	54
Hypothèse.....	55
Refend d'un voile à une file d'ouvertures.....	57
Refend d'un voile à plusieurs files d'ouvertures.....	58
Distribution des efforts dans les refends.....	63
Refend à une file d'ouvertures.....	63
Refend à plusieurs files d'ouvertures.....	66
Présentation du programme de calcul des efforts internes.....	68
Conclusion.....	72

## 1 INTRODUCTION

---

Le développement de l'informatique associé au besoin de construire toujours plus hardiment, a amené une véritable révolution en calcul des structures. Les méthodes utilisées jusque là par les bureaux d'études, abaqués, HARDY-CROSS, KLEINOGEL etc ... se trouvent supplantées grâce à l'outil puissant qu'est l'ordinateur.

Le calcul des structures par l'informatique s'est développé depuis maintenant trente ans, mais étant réservé jusque là aux seuls heureux possesseurs des monstrueux ordinateurs de l'époque. Il restait l'apanage de quelques ingénieurs et chercheurs, qui le plus souvent élaboraient eux-mêmes leurs programmes.

Le développement de l'informatique a non seulement multiplié la puissance des grosses machines, permettant ainsi des calculs de plus en plus sophistiqués, mais on a aussi démocratisé l'ordinateur. Maintenant pour un prix d'érri-soir, tout un chacun peut se permettre un micro-ordinateur. Ainsi toutes les entreprises de constructions, les bureaux d'études, les architectes, les ingénieurs sont amenés à utiliser de plus en plus souvent l'informatique pour leurs besoins professionnels et comme un outil performant.

## 1.2 PRESENTATION DU SUJET

L'élaboration d'un logiciel de calcul de structures doit faire l'objet de rigueur et de logique afin de permettre à l'utilisateur une exécution facile sur ordinateur.

Le but de ce sujet est d'étudier les différentes phases de calculs et de trouver une formulation adaptée au calcul informatique. A ce sujet un programme informatique complet écrit en BASIC est fourni et commenté en regard du texte théorique.

Nous avons montré tout au long du développement les théories que leurs formulations retenues s'adaptait bien aux calculs informatiques, et parmi les nombreux choix s'offrant dans la résolution des différents problèmes nous avons sélectionnés et développés ceux qui correspondaient le mieux à une formulation informatique.

Cette méthodologie du programme dépend de l'aspect architectural de la structure, qui nous permet de faire intervenir des tests qui facilite la recherche automatique du calcul.

Plusieurs possibilités utilisées pour  
l'élaboration de ce logiciel:

# Utilisation de mémoire périphérique  
(DISQUETTE).

# Division du programme en sous-programme en  
réspectant leurs enchainement.

## 2. DONNEES ARCHITECTURALES DU BATIMENT ET VISUALISATION GRAPHIQUE

---

### 2.1 INTRODUCTION

---

Beaucoup ont compris l'intérêt de l'Ordinateur comme outil de création et traitement d'image. Avec sa formidable puissance de calcul, il est l'instrument idéal pour tracer des lignes droites, des rectangles et des cercles, toutes les formes géométriques standards et leurs combinaisons.

Les premiers graphiques ont été réalisés sur des moniteurs et tables traçantes, et on leur trouva très vite une foule d'applications, des surfaces mathématiques peuvent être visualisées en trois dimensions des formes complexes dessinées sous différents angles.

L'ordinateur fournit une solution non seulement matérielle avec sa capacité de produire des images en couleurs et haute résolution, mais aussi logicielle avec son BASIC avancé : ce BASIC possède des commandes directes pour tracer des points et des lignes, des cercles et des ellipses ...toutes figures géométriques qu'il est d'autre part possible de remplir avec des couleurs choisies.

## 2.2 DONNEES PRELEMINAIRES

Dans cette partie nous introduisons les paramètres permettant le dimensionnement des tableaux qui nous permettent la suite des calculs.

Les paramètres prépondérants à introduire sont les caractéristiques géométriques de chaque élément de la structure ( VOILE ).

## 2.3 CARACTERISTIQUES DES ELEMENTS DU BATIMENT

### 2.3.1 CARACTERISTIQUES DES VOILES

Le voile plan constitue la version moderne du mur, qui à travers l'histoire, a été l'élément fondamental de toute construction. Nous le désignerons en abrégé par VOILE ci après. Il est porteur lorsqu'il est uniquement sollicité par des charges verticales. Il est porteur et stabilisateur lorsqu'il est sollicité également par des efforts horizontaux ( vents, seismes, poussées des terres ).

L'intérêt du voile stabilisateur en tant que principe de construction est démontré par une utilisation quasi-systématique dans de nombreuses réalisations destinées aux logements.

### 2.3.2 CARACTERISTIQUES DES POUTRES

Les poutres sont des éléments horizontaux qui transmettent les charges revenant des planchers aux voiles porteurs. Elles forment un quadriallage de la structure, et sont disposées dans les deux sens afin de parfaire le contreventement.

Une poutre est caractérisée par ces trois dimensions : sa longueur, sa largeur et sa hauteur.

### 2.3.3 CARACTERISTIQUES DES PLANCHERS

Un plancher est une aire plane limitée les étages et supportant les revêtements du sol. Deux fonctions principales lui sont attribuées.

- Fonction de résistance : supporte les charges et les surcharges.

- Fonction d'isolation : isolation thermique et acoustique.

Nous distinguons deux types de planchers :

- Plancher dalle : c'est un plancher en BA s'appuyant sur des poutres transversales et longitudinales très espacées. L'épaisseur de la dalle peut atteindre vingt cinq à trente centimètres pour le cas des planchers lourdement chargés. Ce type de plancher est caractérisé par son épaisseur, poids propre et sa surcharge.

- Plancher à corps creux : Il est formé de corps creux ( hourdis ), une dalle de compression et des poutrelles, les hourdis ont des différents épaisseurs, l'espacement des poutrelles coulés soit sur place soit sur chantier est très variable.

La table coulée monolithe avec des poutrelles présente une épaisseur de quatre à six centimètres.

Ce type de plancher est caractérisé par la hauteur de l'hourdis, l'épaisseur de la table, surcharge sur le plancher et sens porteur XX ou YY.

#### 2.3.4 MATERIAUX UTILISES

Nous avons besoin aussi de savoir de quel matériaux est constitué notre structure, celui est caractérisé par son module d'élasticité "E" définit de la façon suivante :

Si on applique une force axiale F sur une poutre de longueur L et de section S on obtient un déplacement U tel que :

$$U = ( F * L ) / ( E * S )$$

E est une caractéristique du matériau indépendant de la géométrie il est exprimé en unité de force par unité de surface.

## 2.4 PRESENTATION DU PROGRAMME DE REALISATION GRAPHIQUE

---

L'objectif de ce programme est la visualisation et impression de la :

- Vue en plan de l'étage,
- Vue en élévation du voile.

Les caractéristiques géométriques du voile et des ouvertures de chaque voiles telles que : les coordonnées du CDG, l'angle de déviation, l'épaisseur, la longueur et la hauteur, sont introduits en mode conversationnel.

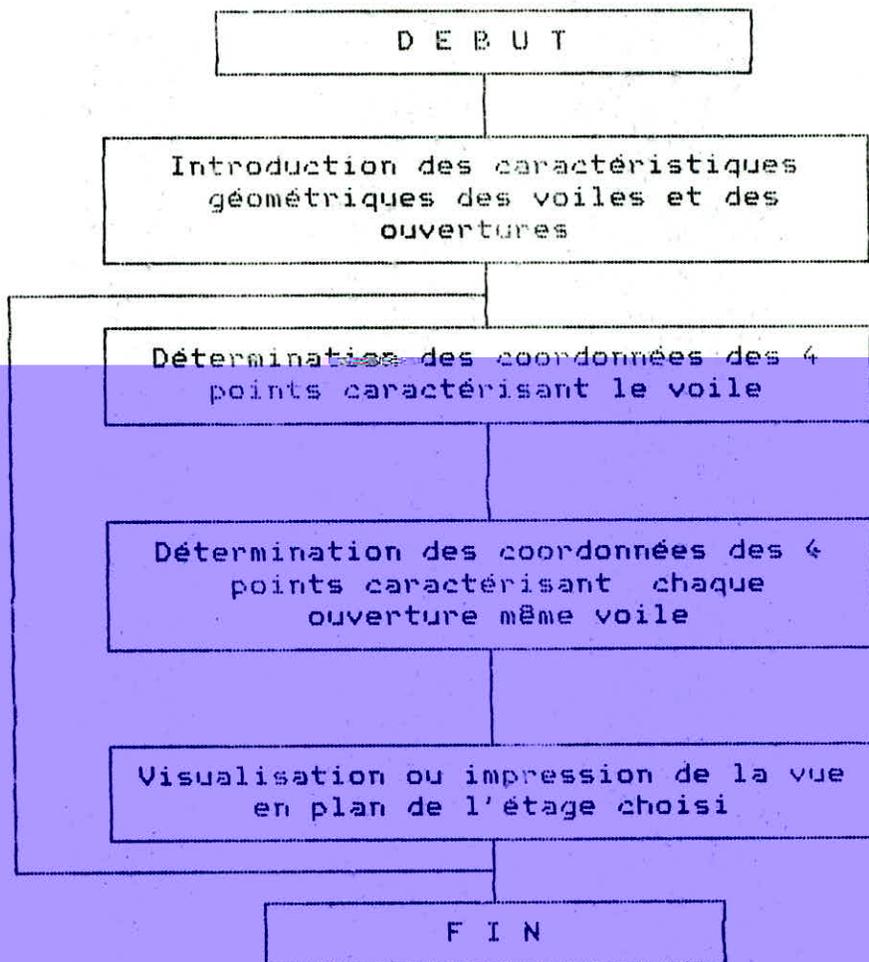
Le traitement effectué sur les données introduites consiste à déterminer :

- Les coordonnées des quatre points du voile,
- Les coordonnées des quatre points de chaque ouverture.

Pour pouvoir enfin visualiser ou imprimer la vue en plan de l'étage et la vue en élévation du voile.

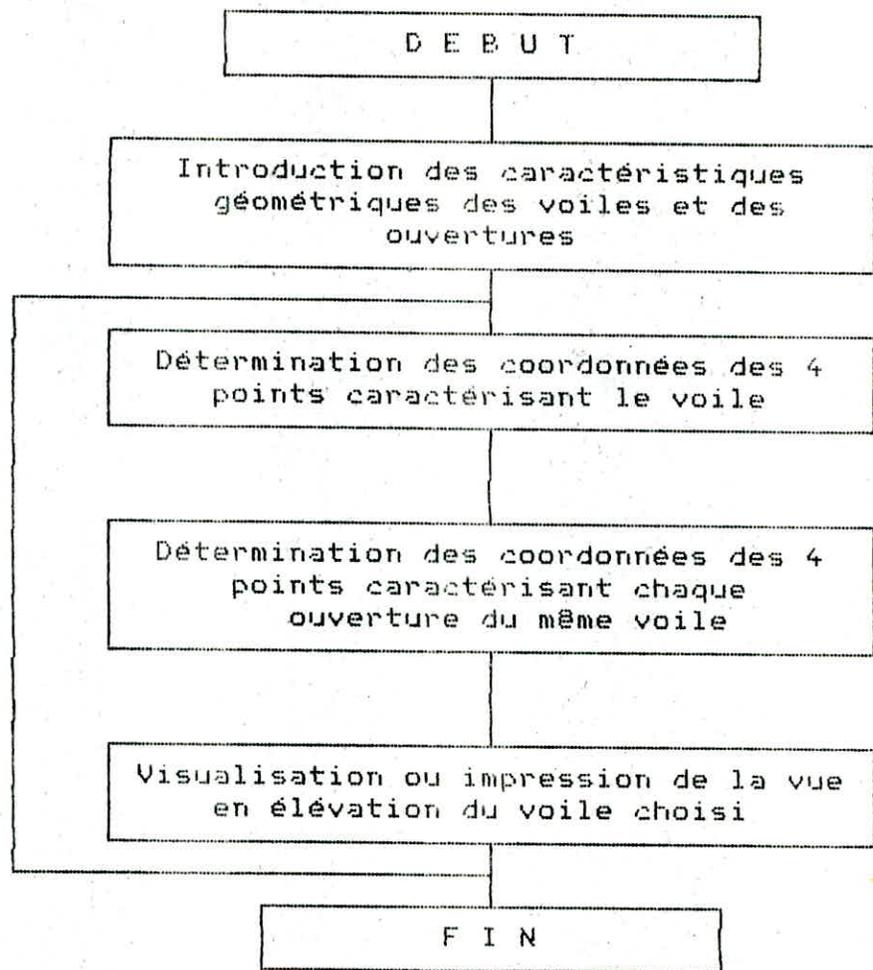
# ORGANIGRAMME DE PROGRAMME DE REALISATION GRAPHIQUE

---



# ORGANIGRAMME DU PROGRAMME DE REALISATION GRAPHIQUE

---



### 3. DESCENTE DES CHARGES ET DETERMINATION DU CDM DU PLANCHER

#### 3.1 INTRODUCTION

On appelle descente des charges, l'opération qui consiste à calculer pour tous les éléments porteurs de la construction, les charges qu'ils supportent au niveau de chaque étage jusqu'au fondation.

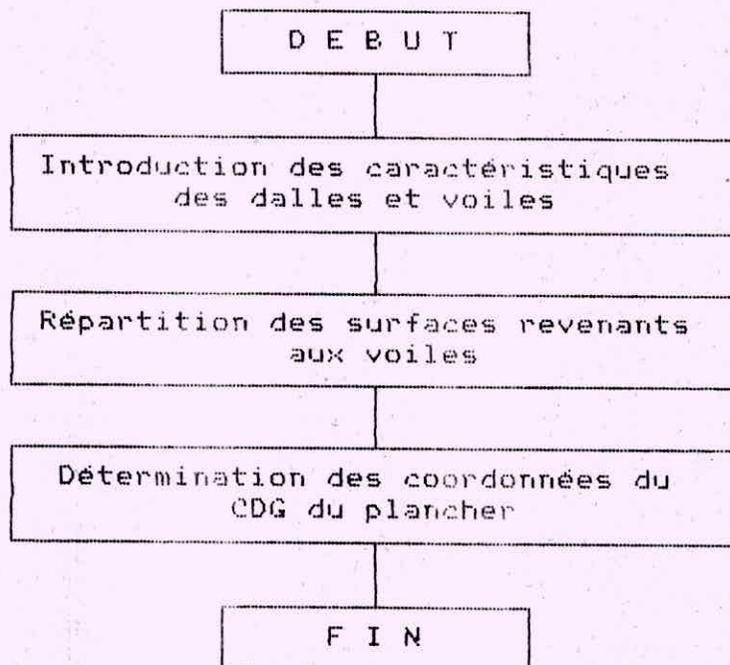
Il faut donc d'abord considérer la nature et l'importance des forces agissantes sur les bâtiments qui

Le programme demande en entrées les données suivantes :

- Le nombre de dalles formant le plancher,
- Les caractéristiques des dalles telles que longueur et largeur,
- Les caractéristiques des voiles,

### 3.2.1 ORGANIGRAMME DU PROGRAMME DE LA DESCENTE DES CHARGES

---



## 4. CALCUL DES INERTIES EQUIVALENTES

---

### 4.1 INTRODUCTION

---

La structure ayant été conçue pour reprendre les efforts verticaux engendrés par les charges permanentes et d'exploitations. Il s'agit de la prémunir contre les sollicitations horizontales dues aux vents et aux séismes pour cela, on prévoit des éléments de contreventements disposés dans les deux sens de manière à ce que la flèche au sommet du bâtiment soit inférieure à une certaine limite imposée par les conditions de confort et de sécurité.

Chaque refend travaillera proportionnellement à son inertie propre.

Pour le voile comportant une ou plusieurs files d'ouvertures, il tout à fait logique de considérer chaque élément de refend comme un voile plein indépendant.

### 4.2 DEFINITION

---

L'inertie équivalente "Ie" est égale à l'inertie du refend plein qui a la même flèche au sommet du refend avec files d'ouvertures, soumis à une charge répartie horizontale uniforme pour le vent et triangulaire pour le séisme en d'autres termes cela consiste à remplacer le voile présentant des ouvertures par un voile plein fictif qui, soumis à la même charge présente une même flèche.

#### 4.3 CALCUL DES INERTIES EQUIVALENTES

##### 4.3.1 CAS D'UN VOILE A UNE FILE D'OUVERTURES

La flèche au sommet du refend plein s'exprime par la formule suivante :

$$f = (H_0 * Z^3) / (8 * E * I_e)$$

La flèche au sommet du refend avec ouverture s'exprime par la formule suivante :

$$f = \frac{H_0 \cdot Z^3}{8 \cdot E \cdot I} + \frac{H_0 \cdot Z^3 \cdot 2 \cdot m \cdot c \cdot \psi_0}{E \cdot (I_1 + I_2) \cdot I \cdot \alpha^2}$$

où

$H_0$  : Effort tranchant à la base du refend.

$m$  : Moment statique de chacun des éléments de refend par rapport au CDG de l'ensemble

$I$  : Inertie totale du refend.

$\psi_0$  : Coefficient de monolithisme.

$\alpha$  : Coefficient donné par les abaques.

$E$  : Coefficient d'élasticité du matériau constituant le refend.

$Z$  : Hauteur du bâtiment.

Dans le cas d'un voile sollicité par un chargement uniformément réparti sur sa hauteur on déduit la formule suivante :

$$I_e = \frac{I}{\frac{86}{81} \frac{m \cdot c \cdot \psi_0}{I_1 + I_2} \frac{1}{\alpha^2} + 1}$$

Dans le cas d'un voile sollicité par un chargement triangulaire concentré on déduit la formule suivante :

$$I_e = \frac{a_{n+1}}{\frac{60}{11} + \frac{2.m.c}{I_0} + \frac{\psi_0}{\alpha^2} + 1}$$

est donné par une table en fonction du nombre de niveaux n, on prend  $a = 1$  si  $n > 11$ .

#### 4.3.2 CAS D'UN VOILE A PLUSIEURS FILES D'OUVERTURES

---

La méthode généralisée pour la détermination des inerties équivalentes pour un refend à plusieurs files d'ouvertures suppose qu'aucun trumeau n'a une largeur inférieure à deux mètres et considère que la distribution des forces est soit uniforme ou triangulaire.

La flèche au sommet d'un refend à n files d'ouvertures est donnée par la formule approximative suivante :

$$f = \frac{H_0 \cdot Z^3 \cdot \psi_0}{E \cdot I_0 \cdot \alpha^2} + \frac{H_0 \cdot Z^3}{8 \cdot E \cdot I}$$

Où  $I_i$  est le moment d'inertie du trumeau  $i$

L'inertie équivalente d'un chargement uniforme s'exprime par la formule suivante :

$$I_e = \frac{I}{\frac{8.I}{I_0} + \frac{4_0}{\alpha^2} + 1}$$

où  $w$  est déterminé par :

$$w = \frac{6.E'}{E.I_0.h} * \sum_{i=1}^n \frac{z_i^2 c_i}{\alpha_i^2}$$

L'inertie équivalente d'un chargement triangulaire est donnée par la formule suivante :

$$I_e = \frac{a_n + I}{\frac{6_0}{12} + \frac{I}{I_0} \cdot \frac{4_0}{\alpha^2} + 1}$$

$$I = I_0 + \sum_{i=1}^n c_i \cdot m_i$$

$$I_0 = I_1 + I_2 + \dots + I_{n+1}$$

$$m = m_{i-1} + \Omega_i \cdot (D - 2(\sum c_j)) \quad j = 1, i-1$$

$$m_1 = \Omega_1 \cdot D$$

#### 4.4 PRESENTATION DU PROGRAMME DE CALCUL DES INERTIES EQUIVALENTES

L'utilisation de l'outil informatique dans ce genre de calcul résoud d'énormes problèmes, rencontrés lors de ces calculs longs et fastidieux. On peut citer parmi ces problèmes l'utilisation permanente des abaques.

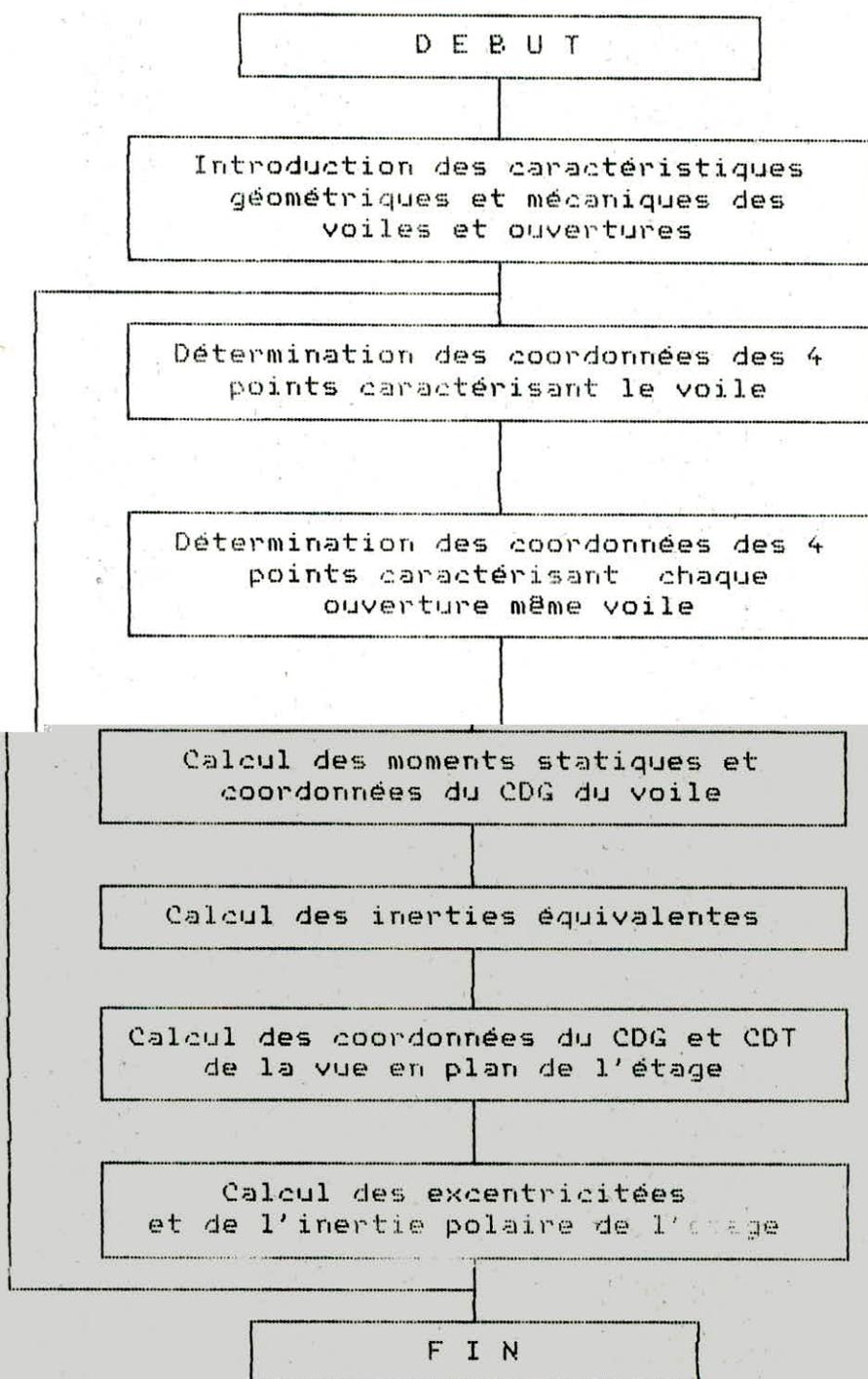
L'objectif de programme est de calculer les inerties équivalentes de chaque voiles dues aux vents et aux séismes, les coordonnées du CDG de la vue en plan,

les coordonnées du CDT de la vue en plan, les excentricités selon les deux axes et l'inertie polaire de l'étage voulu.

Les données en entrées sont analogues à celles du programme de réalisation de graphisme présenté dans le chapitre précédent. Plus des données mécaniques tels que les coefficients d'élasticités des matériaux de la structure.

# ORGANIGRAMME DU PROGRAMME DE CALCUL DES INERTIES

---



## 5. ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE ET CALCUL DES EFFORTS DE CONTREVENTEMENTS

### 5.1 INTRODUCTION

La dynamique des structures ayant pour objet le calcul et l'étude du comportement des structures soumises à des vibrations ou aux chocs. Les structures généralement caractérisées par une masse et une élasticité peuvent effectuer des mouvements relatifs, sous l'action des sollicitations dynamiques, si le mouvement est répétitif il est appelé vibration.

Généralement on comprend par action dynamique la sollicitation produite par des charges qui varient rapidement avec le temps et qui contribuent à l'apparition des forces d'inerties.

Comme hypothèse fondamentale nous considérons que la relation entre les forces et les déplacements répond à une loi linéaire. Une structure quelconque peut être considérée comme système oscillant, à plusieurs degrés de liberté dynamique, seulement dans le cas qu'on peut supposer les masses comme concentrées dans un nombre précis de sections.

L'objectif de ce chapitre est la détermination des forces sismiques en utilisant la méthode pseudo-dynamique basée sur la décomposition modale.

Une combinaison de ces forces modales donnerait alors les forces sismiques résultantes agissant sur tout le bâtiment selon ses différents niveaux.

## 5.2 MODELISATION MATHÉMATIQUE

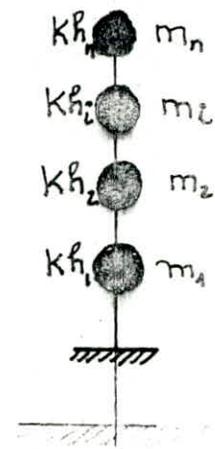
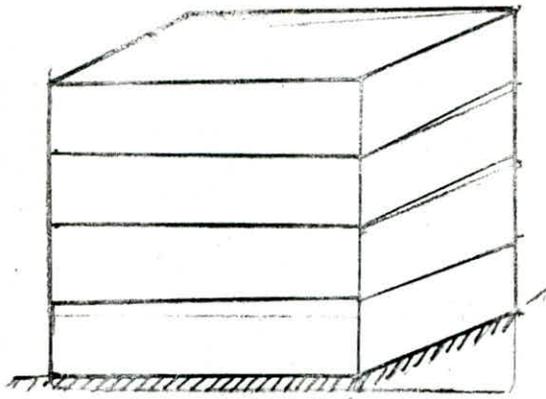
---

Le modèle mathématique d'une structure dépend principalement de sa nature, de ses caractéristiques mécaniques ( rigidité ) et physiques ( masse ), leur répartition dépend de son comportement réel vis à vis des charges dynamiques, notamment le séisme.

On admet les hypothèses suivantes

- 1) Les masses du bâtiment le long de sa hauteur sont supposées concentrées aux niveaux de ses différents planchers.
- 2) Les masses sont supposées infiniment rigides dans leur plan horizontal
- 3) Les déformations axiales des voiles sous l'effet d'un déplacement latéral du bâtiment par rapport à sa base sont négligées.

Nous avons alors un modèle en console à masses concentrées, reliées par des colonnes de masses négligeables et de rigidités latérales  $K_{hi}$ .



### 5.2.1 DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU MODELE

---

#### a) MASSE CONCENTREE :

---

La masse concentrée  $M_i$  au niveau  $i$  du modèle est égale à la somme des charges permanentes : poids du plancher  $i$ , de ses poutres, de la moitié des voiles qui sont au dessus et au dessous du plancher.

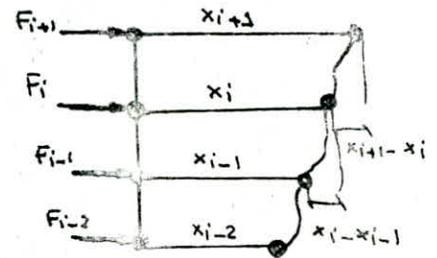
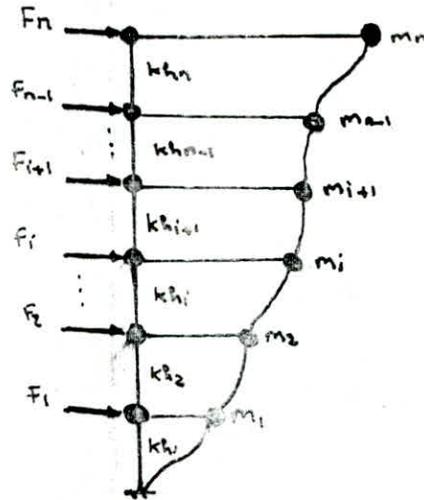
50 pourcent de la valeur des surcharges d'exploitations conformément au RPA 81 ( article 3.3.1.5 ).

#### b) MATRICE MASSE DU MODELE :

---

La matrice masse ( ou d'inertie ) est diagonale, le nombre de termes diagonaux est égal aux nombres de degrés de liberté du modèle correspondant uniquement aux translations horizontales des masses. La rotation et le déplacement vertical sont supposés négligeables pour chaque masse du modèle. Par conséquent le nombre de degrés de liberté du modèle est égal aux nombres de

La matrice de rigidité "Kh", correspond aux degrés de libertés horizontaux du modèle, est obtenue en considérant l'équilibre du modèle vis à vis des déplacements horizontaux des masses par rapport à sa base.



La force élastique de rappel "Fi" appliquée à la masse "i" est égale à :

$$F_i = kh_{i+1} \cdot (x_i - x_{i-1}) - kh_i \cdot (x_{i+1} - x_i) =$$

La relation liant alors le vecteur des forces de rappels "F" en fonction du vecteur de déplacement "X" de la structure par rapport à sa base s'écrit comme suit :

$$F = [kh] \cdot [X]$$

$$K_h = \begin{bmatrix} kh_1 + kh_2 & -kh_2 & 0 & \dots & \dots & \dots \\ -kh_2 & kh_2 + kh_3 & -kh_3 & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & kh_{n-1} + kh_n & -kh_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & -kh_n & kh_n \end{bmatrix}$$

masses.

$$[M] = \begin{vmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & m_i & \\ & & & & \ddots & \\ & & & & & m_n \end{vmatrix}$$

c) RIGIDITE LATERALE  $K_{hi}$  DU VOILE "i" :

Les voiles sont supposés encastres aux planchers, la rigidité d'un voile bi-encasté est égale à :  $(12 * E * I) / (H^3)$

Où I est l'inertie propre du voile dans la direction considérée,

H la hauteur du voile,

E module de YOUNG.

En raison des hypothèses établies pour le choix du modèle, les voiles d'un même niveau dans la même direction auront tout en tête le même déplacement horizontal.

Par conséquent la rigidité latérale " $K_{hi}$ " des voiles dans une direction choisie est la somme des rigidités latérales des voiles dans la même direction.

$$K_{hi} = \sum_{i=1}^n \frac{12 E \cdot I_i}{H_i^3}$$

d) MATRICE DE RIGIDITE LATERALE " $K_h$ " DU MODELE :

Nous remarquons que la matrice "Kh" est bande symétrique.

Les matrices masses "M" et de rigidités "Kh" de degrés de libertés "n" et de dimension "n x n" correspondant aux nombres de masses du modèle.

Les valeurs propres sont obtenues de l'équation caractéristique suivante :

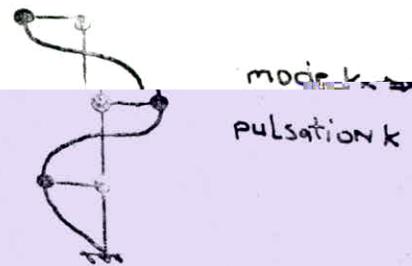
$$| Kh - (\omega^2) * M | = 0$$

Ces valeurs représentent les pulsations propres "Wk". A chacune des pulsations propres "Wk" est associé un mode vibration défini par :

$$| Kh - (\omega^2) * M | * \phi = 0$$

Pour un mode propre "k" de pulsation "Wk" nous aurons donc un vecteur propre tel que

$$\phi_k = \begin{pmatrix} \phi_{1k} \\ \phi_{2k} \\ \vdots \\ \phi_{nk} \end{pmatrix}$$



Pour la détermination des valeurs et vecteurs propres on utilise la méthode de JACOBI, cette méthode permet de déterminer les valeurs et les vecteurs propres d'une matrice symétrique A. On rend cette matrice sous forme diagonale par une suite de transformations orthogonales U1, U2, ..., Uk ces transformations sont semblables elles conservent les valeurs propres .

U\*A\*U' a donc les même valeur propre que A :

et U\*U'=I (orthogonalité)



aussi, on veut annuler  $a_{pq}^{(k)}$  donc

$$a_{qp}^{(k)} = (a_{qq}^{(k-1)} - a_{pp}^{(k-1)}) \cdot \frac{\sin 2\theta}{2} + a_{pp}^{(k-1)} \cdot \cos 2\theta = a_{qp}^{(k)}$$

ou encore

$$\frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta} = \frac{2a_{pq}^{(k-1)}}{a_{pp}^{(k-1)} - a_{qq}^{(k-1)}} \quad \text{si } a_{pp}^{(k-1)} \neq a_{qq}^{(k-1)}$$

$$\text{Alors } \tan 2\theta = 2a_{pq}^{(k-1)} / (a_{pp}^{(k-1)} - a_{qq}^{(k-1)})$$

On montre que si  $A$  est symétrique l'algorithme converge,

en pratique on ne calcule pas l'angle  $\theta$

$$\text{On pose } \lambda = -a_{pq}^{(k-1)} \quad \text{et } \mu = \frac{1}{2}(a_{pp}^{(k-1)} - a_{qq}^{(k-1)})$$

$$\text{d'où } w = \text{signe}(\mu) \cdot \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 + \mu^2}} \quad ; \quad \sin \theta = w \cdot \text{SQR}(2(1 + \text{SQR}(1 - w^2)))$$

Dans l'algorithme la convergence est testée par la norme

$$\text{suivante : } \|T\| = \left( \sum_{i,j} |a_{ij}|^2 \right)^{1/2} \quad n: \text{ordre de la matrice}$$

où  $A(i,j)$  sont les coefficients de la matrice triangulaire

$T$  située sous la diagonale. Ces coefficients tendent vers

zéro quand on diagonalise  $A$ . Les valeurs propres sont les

coefficients de la diagonale et les vecteurs propres sont

les vecteurs colonnes de  $R$ .

### 5.3 CALCUL DES FORCES SISMQUES

En utilisant le spectre de calcul du RPA 81 la force sismique  $F_{ik}$  au niveau "i" de la structure dans le mode k est donnée par :

$$F_{ik} = A \cdot D_k \cdot B \cdot Q \cdot \sigma_k \cdot \phi_{ik} \cdot W_i$$

A : coefficient d'accélération de zone ( Article 3.3.1.1 ).

Le coefficient A représente l'accélération du sol et dépend de l'accélération maximale possible de la région, de la période de vie de la structure et du niveau du risque que l'on peut avoir.

B : facteur de comportement de la structure ( Article 3.3.1.3 ).

Le facteur de comportement de la structure exprime la capacité de la structure à entrer dans le domaine plastique.

Q : facteur de qualité : Le facteur de qualité Q exprime le niveau de confiance de l'accélération de dommage Au.

$D_k$  : facteur d'amplification dynamique moyen de la structure dans le mode k ( Article 3.3.1.2 ).

$W_i$  : composante de la masse  $M_i$  ( $W_i = M_i * g$ ).

$\gamma_k$ : facteur de contribution du mode  $k$ .

$$\gamma_k = \frac{\sum_1^n m_i \cdot \Phi_{ik}}{\sum_1^n m_i \cdot \Phi_{ik}^2}$$

La réponse totale de la structure devient insignifiante par rapport au mode précédent, nous limiterons le calcul au mode " $m$ " ( $m < n$ ) tel que la condition suivante soit vérifiée :

$$\sum_1^3 \xi_k > 0.9 \quad \text{soit vérifiée}$$

où  $\xi_k$  représente le coefficient d'équivalence du mode  $k$  est donné par la formule suivante :

$$\xi_k = \frac{\sum_1^n W_i \cdot \Phi_{ik}}{\left( \sum_1^n W_i \cdot \Phi_{ik}^2 \right)^{1/2} \cdot \left( \sum_1^n W_i \right)^{1/2}}$$

### 5.3.1 RESULTANTE DES FORCES SISMIQUES MODALES

Comme les réponses maximales des différents modes propres se manifestent en général à différents moments ( $t_1, t_2, \dots, t_n$ ) et qui n'existe pas de théorie exacte pour associées ces valeurs maximales tirées des spectres, la réponse maximale totale de la structure ne

Une première possibilité consiste à calculer la somme des valeurs absolues des forces sismiques correspondant aux différents modes propres :

$$F_i = \sum_{k=1}^n |F_{ik}|$$

Une deuxième approche basée sur un concept probabiliste consiste à calculer la moyenne quadratique

$$F_i = \sqrt{\sum_{k=1}^n F_{ik}^2}$$

Cette estimation est plus proche de la réalité physique, elle est recommandée par plusieurs codes para-sismiques.

## 5.4 PRESENTATION DU PROGRAMME DE L'ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE

---

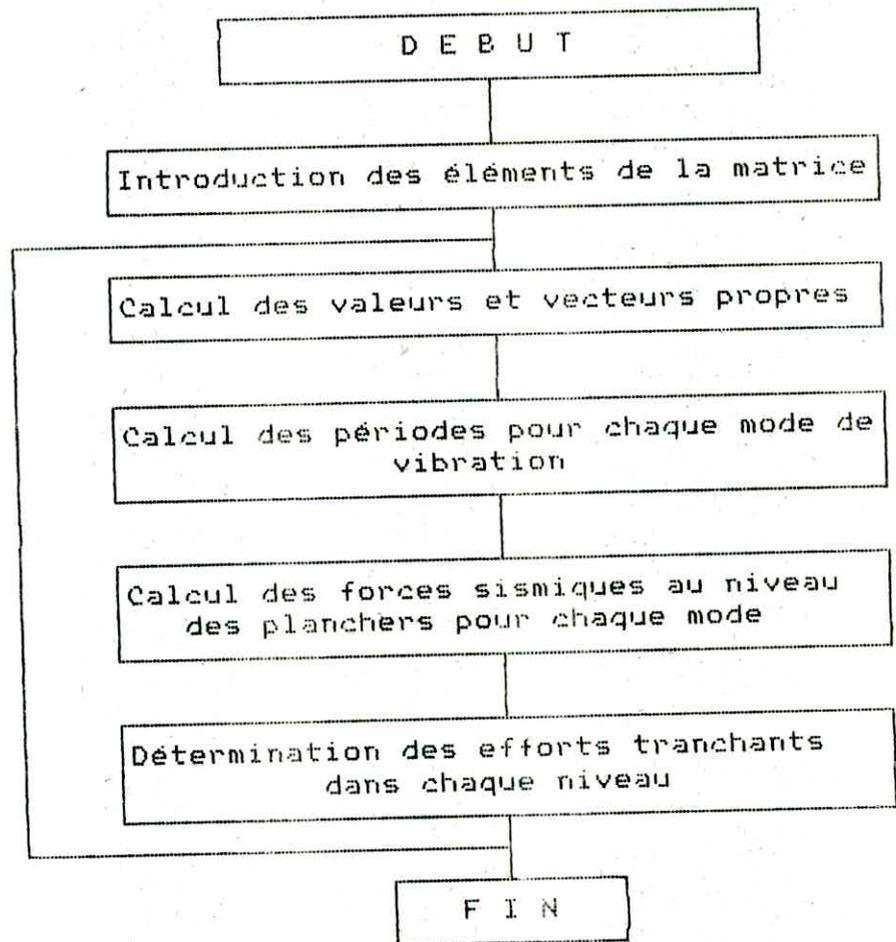
Cette étude a pour but de déterminer les forces sismiques aux niveaux des planchers, dont le principe se base sur la modélisation mathématique de la structure.

L'entrée des données de ce programme sont les éléments de la matrice  $A(i,j)$ , composée celle de la matrice de rigidité et de la matrice masse.

On se base sur la méthode de JACOBI pour la détermination des valeurs et vecteurs de cette matrice.

Finalement on détermine automatiquement le nombre de mode sous lequel réagit notre bâtiment, la période et les forces sismiques aux niveaux de chaque planchers pour les différents modes.

ORGANIGRAMME DU PROGRAMME DE L'ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE



## 6. REPARTITION DES EFFORTS SUR LES ELEMENTS DE CONTREVENTEMENTS

### 6.1 INTRODUCTION

L'objectif est l'étude des méthodes qui permettent d'assurer la stabilité d'un bâtiment soumis à des efforts horizontaux (VENTS OU SEISMES).

Généralement le contreventement peut être assuré grâce à l'intervention.

- a) Des voiles ou murs, appelés couramment refends, entrant dans la composition de l'ouvrage
- b) Du système "POTEAUX - POUTRES" formant portiques étagés
- c) Des cages d'escaliers ou (gainés) présentant une grande rigidité à la flexion et la rotation.

Dans certains cas il est avantageux de faire intervenir simultanément les portiques et les refends, éventuellement les gainés.

Après la détermination des efforts tranchants revenant au niveau de chaque planchers dus aux efforts sismiques devront être répartis entre les différents éléments de contreventements. Cette répartition se fera en utilisant la méthode de centre de torsion qui est facile à mettre sous forme d'algorithme.

## 6.2 HYPOTHESES DE CALCUL

- 1) Les planchers sont indéformables.
- 2) Les refends sont parfaitement encastres à leurs bases.
- 3) L'inertie des refends est constante sur toute la hauteur ou bien la variation d'inertie suit la même loi pour tous les refends.

## 6.3 DISTRIBUTION DES SOLLICITATIONS D'ENSEMBLE DANS LES REFENDS

### 6.3.1 METHODE DU CENTRE DE TORSION

Le centre de torsion d'un groupe de refend est le point défini par:

1) Une force dans la ligne d'action passe par le centre de torsion provoque uniquement une translation de direction parallèle à celle de la force.

2) Un moment vertical dont la direction passe par le centre de torsion engendre seulement une rotation.

Les forces horizontales se répartissent dans les refends selon leurs rigidités. La rigidité à la flexion d'un refend est la force (ou le couple) de rappel pour laquelle le refend réagit quand une force extérieure produit une translation (ou rotation) unitaire telle qu'elle est représentée sur la figure.

### 6.3.2 APPLICATION DE LA METHODE A LA STRUCTURE

Le cas étudié se caractérise par le fait suivant:

Une force extérieure dont la ligne d'action passe par le CDT se répartira uniquement entre les refends linéaire qui lui sont parallèle.

Si la ligne d'action des forces extérieures ne passe pas par le CDT, il se crée un moment égal au produit de la force considérée par son excentricité propre.

1) Un refend parallèle à la direction de la force sismique est soumis à un effort de translation ( $H_{tr}$ ) et à un effort de rotation ( $H_{rot}$ ).

2) Un refend perpendiculaire à la direction de la force sismique est soumis uniquement à un effort de rotation.

### 6.3.3 FORCES SISMQUES AGISSANTES TRANSVERSALEMENTS

#### 1) REFENDS TRANSVERSAUX

$$H_i = H_{irot} + H_{itransl} \quad \text{avec} \quad H_{irot} = \frac{H_y \cdot e_x \cdot I_i^{xx} \cdot x_i}{J_0}$$
$$H_{itrans} = H_x \cdot I_i^{xx} / \sum I_i^{xx}$$

#### 2) REFENDS LONGITUDINAUX

$$H_j = H_{jrot} = H_y \cdot e_x \cdot I_j^{yy} \cdot y_j / J_0$$

### 6.3.4 FORCES SISMQUES AGISSANTES LONGITUDINALEMENTS

#### 1) REFENDS TRANSVERSAUX

$$H_j = H_{jrot} = H_x \cdot e_y \cdot I_j^{xx} \cdot x_j / J_0$$

#### 2) REFENDS LONGITUDINAUX

$$H_j = H_{jtransl} + H_{jrot} \quad \text{avec} \quad H_{jrot} = H_x \cdot e_y \cdot I_j^{xx} \cdot y_j / J_0$$
$$H_{jtrans} = H_x \cdot I_i^{yy} / \sum I_j^{yy}$$

Pour un refend, l'effort tranchants le plus favorable qui lui revient correspond à un seisme de meme direction que le refend.

Le RPA 99 demande d'annuler les efforts tranchants négatifs dus à la torsion provoqué par l'excentrement de la force appliquée par rapport au CDT. Cet excentrement sera, à chaque niveau, égal au maximum des valeurs:

- 1) Excentricité théorique.
- 2) 5% de la plus grande dimension en plan du batiment.

De meme que le RPA 81 ,les PS 69 conseillent de vérifier la stabilité d'ensemble de la structure en supposant que la résultante des forces horizontales se trouvent accidentellement éxcentrée par rapport à sa position théorique.

$$e = \pm \frac{1}{w} * (\lambda + M) * (L + d)$$

$$h \left| \begin{array}{l} 0 \text{ si } \frac{L_u}{L_v} \leq 2,5 \\ (\frac{L_u}{L_v} - 2,5) \text{ sinon} \end{array} \right.$$

$L_u$  et  $L_v$  longueur et largeur respectivement du batiment

$d$  : Le bras de levier de la résultante théorique des forces horizontales par rapport au CDT.

$w$  : Est coefficient égal à:

# zéro ,si le plan de contreventement le plus sollicité équilibre au plus le (2/3) des efforts horizontaux.

#  $6 * (\theta - \frac{2}{3})$  si le plan de contreventement le plus sollicité équilibre une fraction des efforts horizontaux supérieur au (2/3)

Le calcul de l'excentricité "e" permet la détermination des sollicitations accidentelles autres que celles provenant d'un éventuel décallage entre centre de torsion et de masse.

#### 6.4 PRESENTATION DU PROGRAMME DES EFFORTS DE CONTREVENTEMENTS

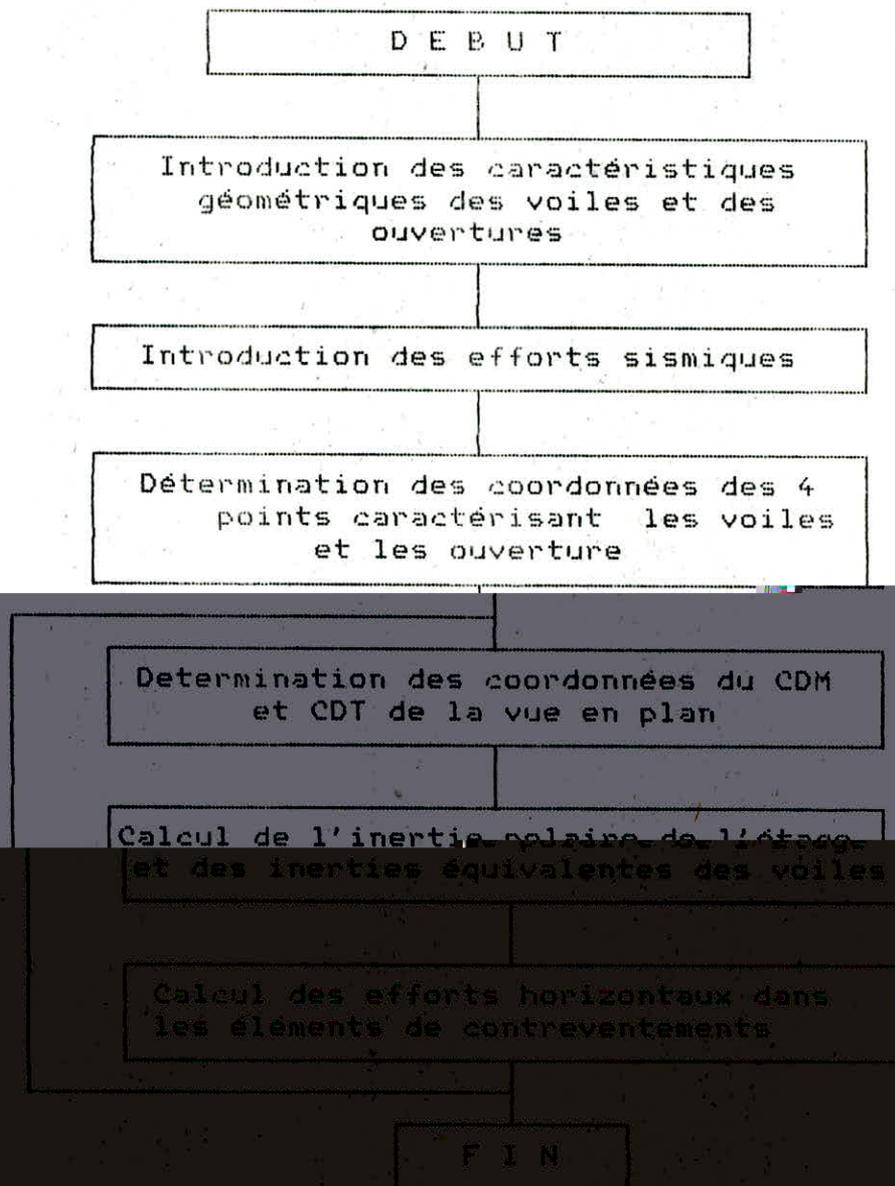
---

Cette étude permet la distribution des efforts sismiques sur les éléments de contreventements (VOILES).

Le programme est analogue à celui des inerties équivalentes, on ajoute les résultats de l'étude pseudo-dynamique comme entrées des données.

# ORGANIGRAMME DU PROGRAMME DES EFFORTS DE CONTREVENTEMENT

---



## 7. DISTRIBUTION DES EFFORTS DANS LES REFENDS D'UN BATIMENT

### 7.1 INTRODUCTION

Le calcul des voiles percés d'une ou plusieurs files d'ouvertures présente un intérêt pratique considérable. nous pouvons distinguer deux types de batiments.

# Batiments de grandes hauteurs

# Batiments peu élevés

Les premiers seront traités par les méthodes classiques (méthodes d'ALBIGES). Pour les seconds, il est nécessaire dans certains cas de recourir à des méthodes faisant appel aux différences finies.

### 7.2 SOLLICITATIONS HORIZONTALES

Après avoir distribuées les charges horizontales et verticales sollicitant la structure sur les différents voiles qui participent aux contreventements. Il s'agit de déterminer de telle manière s'effectue la répartition des efforts dans ceux-ci en vue d'un ferrailage adéquat.

Nous ferons la distinction entre refends pleins, refends à une file d'ouvertures et refends à plusieurs files d'ouvertures. Le calcul des premiers ne présentent pas de difficultés particulières et

s'effectuent de manière classique ,celui des refends à une ou plusieurs files d'ouvertures seront exposées en détails.

### 7.2.1 REFENDS A UNE FILE D'OUVERTURES

La méthode élaborée par MM.ALBIGES et GOULET s'occupe des refends constitués de deux éléments encastrés à la base et solidarités par une file verticale de linteaux.Elle suppose entre autre,une répartition des efforts transmis par les linteaux le long de la fibre moyenne de chaque trumeaux et admet que le déplacement horizontal au niveau de chaque étages est identique pour les deux refends.

La première étape de calcul consiste à déterminer le paramètre (ALPHA) considéré comme le degré de concordance entre refends monolithiques et refends réel,par abus de langage,est aussi connu sous le nom de coefficient de monolithisme,il est fonction des caractéristiques géométriques et physiques du refends mais ne dépend pas de son épaisseur.

Trois cas peuvent se présenter :

A) CAS GENERAL : MOYENNES OUVERTURES  $1 < \text{ALPHA} < 10$

1) ETUDE DES LINTEAUX

Comme nous allons le voir, la distribution des efforts tranchants (PI) sur les linteaux n'est uniforme, connaissant la valeur de l'effort tranchant d'ensemble (HO) sollicitant le refend à sa base et ayant déjà déterminé l'inertie totale (I) de celui-ci et le moment statique des trumeaux par rapport au CDG de l'ensemble, on déduit directement la valeur de (PI) à la côte relative (KSI) de la formule suivante :

$$PI = HO * m * h * \Phi_i / I$$

$$FI(\alpha, \xi) = 1 - KSI - \frac{\alpha \cdot ch(\alpha \cdot (1 - \xi)) - sh(\alpha \cdot \xi)}{\alpha \cdot ch \alpha}$$

Chaque linteau sera alors étudié comme une poutre encastree aux extremités et le moment d'encastrement s'obtiendra en multipliant l'effort tranchant obtenu par la demi largeur des ouvertures.

B) ETUDE DES TRUMEAUX

Dans le cas général, les dans les éléments de

refends se déduisent par la formule suivante.

$$M(i) = \frac{I_o}{\sum I_i} * (M - H_o \cdot z \cdot F(\psi))$$

# Pour un vent constant, la formule s'explícite sous la forme suivante:

$$M1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \cdot H_o \cdot z \cdot \left( \frac{(1-f)^2}{2} - \frac{2 \cdot c.m. \cdot \psi}{I} \right)$$

$$M2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \cdot H_o \cdot z \cdot \left( \frac{(1-f)^2}{2} - \frac{2 \cdot c.m. \cdot \psi}{I} \right)$$

La valeur de PSI sera de la relation:

$$PSI(\alpha, \xi) = \frac{1}{2} \cdot (1-f)^2 - \frac{sh \alpha (1-f)}{\alpha \cdot ch \alpha} + \frac{1}{\alpha^2} \cdot \left( 1 - \frac{ch \alpha \cdot \xi}{ch \alpha} \right)$$

# Pour un vent triangulaire la formule devient:

$$M1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} * (M - 2 \cdot N \cdot C)$$

$$M2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} * (M - 2 \cdot N \cdot C)$$

Ou "C" demi distance qui sépare les CDG des trumeaux 1 et 2 et I1, I2 leurs inerties propres.

Les efforts dus a une pression trapézoïdale

s'obtiennent donc on additionne ceux dus à la pression constante et aux efforts qui proviennent de la pression triangulaire.

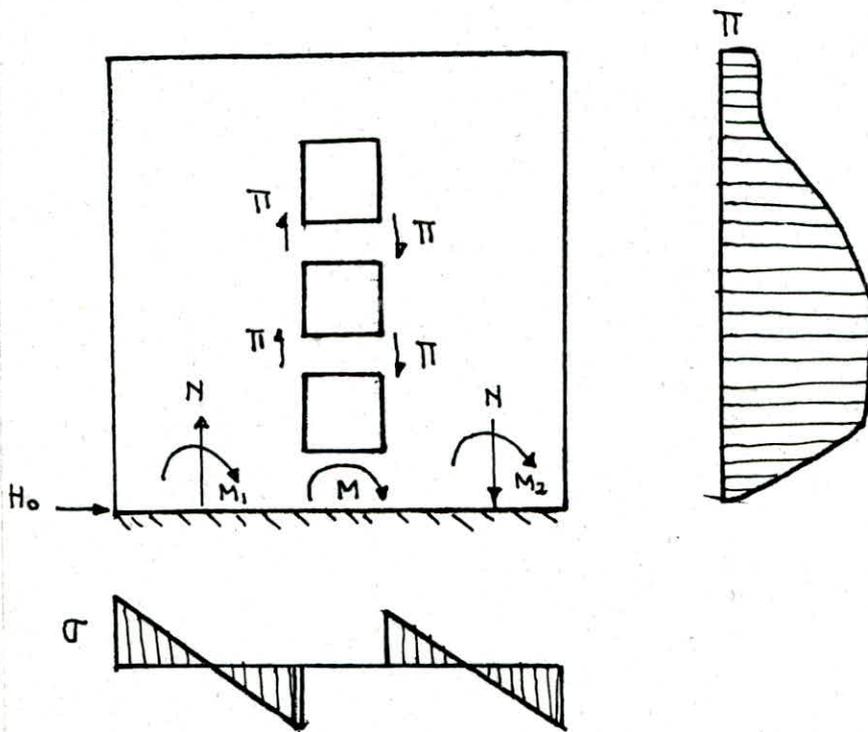
Le calcul des efforts normaux s'effectuent en faisant le cumul des efforts tranchants (PI) à partir du sommet jusqu'au niveau considéré.

$$N(i) = \sum \pi_i$$

Il faudrait alors vérifié l'équilibre à la base du refend en écrivant:

$$M = M_1 + M_2 + 2 * N * C$$

Où M est le moment d'ensemble repris par le refend étudié, M1, M2 et N sont les efforts caculés à la base.



$$\Pi = \frac{H_0 \cdot m \cdot R}{I} \Phi$$

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \cdot H_0 \cdot Z \left[ \left( \frac{1 - \xi}{2} \right)^2 - 2 \cdot \frac{c \cdot m \cdot \psi}{I} \right]$$

$$M_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \cdot H_0 \cdot Z \left[ \left( \frac{1 - \xi}{2} \right)^2 - 2 \cdot \frac{c \cdot m \cdot \psi}{I} \right]$$

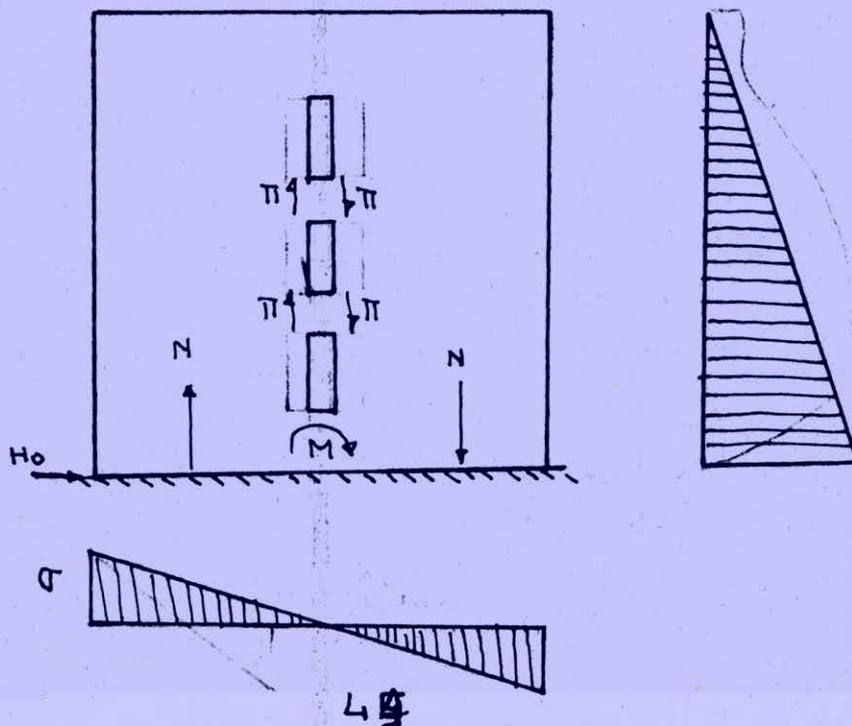
$$N = \sum \Pi$$

### CAS DES PETITES OUVERTURES : ALPHA > 10

- Nous avons vu que l'effort tranchant dans les linteaux est de la forme suivante:

$$P_i = H_0 \cdot \frac{m \cdot R \cdot \Phi_i}{I}$$

Lorsque (ALPHA) devient assez grand (ALPHA > 10) la variation de (P<sub>i</sub>) devient linéaire, suit alors une distribution linéaire, s'annule au sommet et atteignent sa valeur maximale à la base, ceci s'explique par le fait que l'influence des ouvertures a un caractère local de fait que le mur travaille comme un voile plein, le calcul de l'effort normal s'effectue de la même que précédemment, pour ce cas les moments sont nuls.



$$\pi = 0 \quad \pi = \frac{H_0 \cdot m \cdot R}{I} \cdot (1 - \xi)$$

$$M_1 = M_2 = 0$$

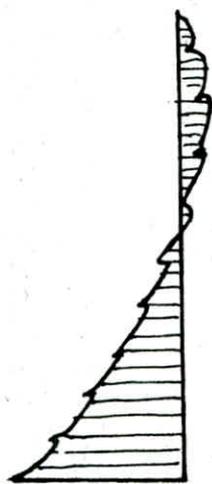
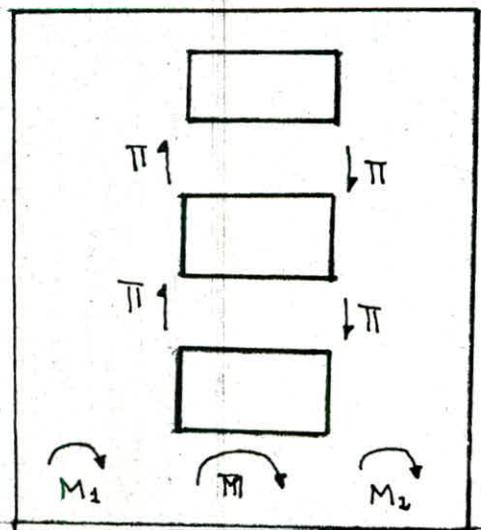
$$N = \sum \pi = \frac{M}{2c}$$

### C) CAS DES GRANDES OUVERTURES : ALPHA < 1

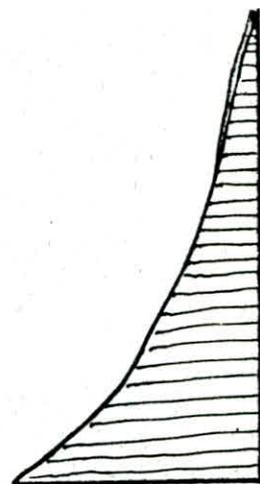
Lorsque (ALPHA) est suffisamment petit, le coefficient (FI) devient presque nul ce qui entraîne l'annulation de l'effort tranchant. La répartition des moments fléchissants proportionnellement aux inerties des trumeaux par les relations.

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \cdot M$$

$$M_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \cdot M$$



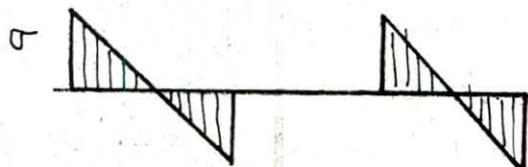
M<sub>1</sub>  
1° cas général



M  
2° Petites ouvertures



M  
3° grandes ouvertures



$$\pi = 0$$

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \cdot H_0 \cdot \frac{Z}{2}$$

$$M_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \cdot H_0 \cdot \frac{Z}{2}$$

#### D) REMARQUES

Si les forces extérieures sont réparties suivant un diagramme triangulaire, toutes les formules restent inchangées sauf que (FI) devient (KHI), KHI étant le paramètre donné par:

$$KHI(\alpha, \beta) = \left(1 - \frac{\alpha^2}{\alpha_2}\right) \cdot \left(1 - \frac{c h \alpha (1 - \beta)}{c h \alpha}\right) + \frac{c h \alpha (1 - \beta)}{\alpha \cdot c h \alpha} - 1^2$$

Ces calculs ne sont valables que dans le cas où le diagramme des forces extérieures est uniforme, dans le cas contraire, les moments dans les trumeaux seront estimés comme suit.

$$M_t = M_1 + M_2 + \dots$$

$$= M - 2 * N_1 * (C_1 + C_2 + \dots) - 2 * N_2 * (C_2 + C_3 + \dots) - \dots$$

Où M moment d'ensemble sollicitant le refend à sa base

Chaque trumeau reprendra une partie du moment extérieur proportionnellement à son inertie.

$$M_1 = \frac{I_1}{\sum I_i} \cdot M_t$$

$$M_2 = \frac{I_2}{\sum I_i} \cdot M_t$$

$$M_i = \frac{I_i}{\sum I_i} \cdot M_t$$

Si le bâtiment étudié est suffisamment élevé, on pourra assimiler le diagramme des forces concentrées à un diagramme uniforme, les efforts calculés à partir des relations ci-dessus seront alors sur évalués de 10% à 30%.

### **7.2.2 REFENDS A PLUSIEURS FILES D'OUVERTURES**

---

La méthode utilisée pour le calcul des refends à une files d'ouvertures peut être généralisée dans des refends à plusieurs files d'ouvertures, on néglige les déformations dues aux efforts normaux dans les éléments de refends.

Le coefficient (ALPHA) ne dépend pas de la largeur des ouvertures, mais il dépend du pourcentage des ouvertures par rapport au refend en considérant la vue en élévation.

Trois cas à envisager

#### **A) CAS DES OUVERTURES MOYENNES : $RP > 25\%$**

---

Les étapes de calcul se résument alors:

1) Evaluation de (RP) : (RP=Surfaces des ouvertures/surface totale)

2) Détermination des efforts tranchants (PI) par la relation

$$PI(i) = H_0 \frac{R \cdot J_i \cdot C_i}{2a_i \sum J_i C_i / a_i^3} \cdot \Phi_i$$

Le coefficient (FI) défini précédemment

3) Les efforts s'obtiennent en écrivant:

$$N_1 = \sum \pi(1)$$

$$N_2 = \sum \pi(2) - \sum \pi(1)$$

$$N_i = \sum \pi(i) - \sum \pi(i-1)$$

De la même façon que pour les <sup>rapports</sup> a une files d'ouvertures, les moments dans les trumeaux seront calculés à partir du moment extérieur

$$M_i = \frac{I_i}{\sum I_i} \cdot H_0 \cdot (M - F(\psi))$$

Dans le cas d'un vent constant, les moments seront, dans les trumeaux évalués par les formules suivantes:

$$M_1 = \frac{I_1}{\sum I_i} \cdot H_0 \cdot Z \cdot \left( \frac{(1-\xi)^2}{2} - \psi \right)$$

$$M_2 = \frac{I_2}{\sum I_i} \cdot H_0 \cdot Z \cdot \left[ \frac{(1-\xi)^2}{2} - \psi \right]$$

$$M_i = \frac{I_i}{\sum I_i} \cdot H_0 \cdot Z \cdot \left[ \frac{(1-\xi)^2}{2} - \psi \right]$$

Pour un vent triangulaire la formule devient:

$$M_i = \frac{I_i}{\sum I_i} \cdot \left[ M - 2 \cdot N_1 \cdot (C_1 + C_2 + \dots) - 2 N_2 \cdot (C_2 + C_3 + \dots) - \dots \right]$$

#### B) CAS DES PETITES OUVERTURES : 10% < RP < 25%

Pour l'évaluation de l'effort tranchant (PI), on doit utiliser deux approximations, la première utilisée dans le cas des moyennes ouvertures et une deuxième avec la relation:

$$PI(i) = H_0 \cdot m_i \cdot \frac{P_r \cdot (1-\xi)}{I}$$

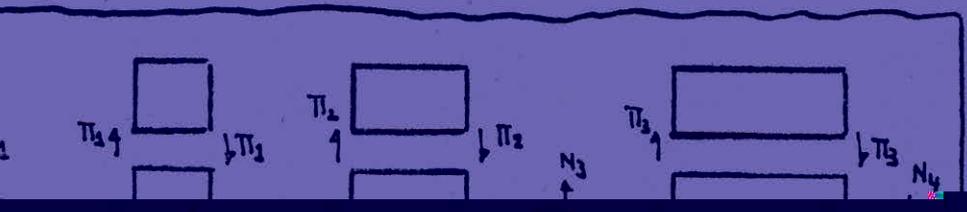
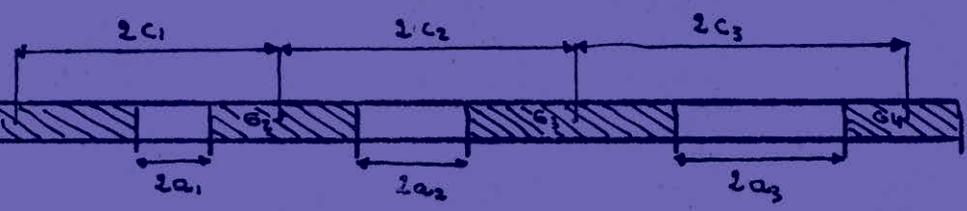
#### C) CAS DES REFENDS PRATIQUEMENT MONOLITHIQUES : RP < 10%

L'effort tranchant est donné par la formule suivante:

$$P(1) = \frac{m \cdot P \cdot (1 - \rho)}{I}$$

L'évaluation des moments est sans objet, de la façon on vérifiera l'équilibre extérieur en tant:

$$M = 2 \cdot N_1 \cdot (c_1 + c_2 + \dots) + 2 \cdot N_2 \cdot (c_2 + c_3 + \dots) + 2 \cdot N_3 \cdot (c_3 + c_4 + \dots) + \dots$$



même  
écriture  
M=2\*N

## 8 EFFORTS INTERNES SOUS L'EFFET DES SOLLICITATIONS VERTICALES

### 8.1 INTRODUCTION

La stabilité des batiments de grandes hauteur en BA, soumis aux effets du vent, est assurée par des voiles avec ou sans ouvertures.

La présence d'ouvertures y a posé de tels problèmes que traditionnellement, l'ingénieur a dû se contenter d'étude assez à des coefficients de sécurité mal définis sauf dans les cas extrêmes.

Très petites ouvertures dont la présence ne modifie que localement la distribution des contraintes.

Très grandes ouvertures, on a alors affaire à une ossature que l'on traite par les méthodes classiques. ALBIGES traitant des effets d'un vent constant sur un refend présentant une file d'ouvertures.

Mais l'étude des refends présentant plusieurs files verticales ouvertures peut pousser plus loin, en développant dans le détail de l'analyse mathématique du problème par les méthodes de l'algèbre matricielle.

Ce chapitre traite des effets de charges verticales uniformément réparties sur la hauteur et d'un vent à diagramme trapézoïdal (qui se rapproche plus du diagramme réel), sur un tel refend dont les éléments sont soit encastres, soit élastiquement liés à leurs bases. On a mis au point un programme de calcul sur micro-ordinateur qui, basé sur une analyse mathématique.

Dans le cas de contreventement par plusieurs ouvertures encastrees à la base, on peut définir une inertie équivalente qui donne une méthode approchée de calcul des effets hyperstatiques dus aux vents trapézoïdal et aux charges verticales de linteaux. Si l'on veut traiter le contreventement par un système comprenant des refends à ouvertures éventuellement encastres élastiquement dans le sol, il est nécessaire de faire appel aux coefficients d'influences.

## 8.2 HYPOTHESE

-----

Pour étudier le refend constitué par un ensemble d'éléments reliés par des files verticales de linteaux nous avons pris les hypothèses suivantes:

1) La liaison par éléments discontinus réalisée par des linteaux, est assimilée à une liaison continue suivant l'analogie de M.M LEOD. Cette hypothèse n'est

valable que si la raideur des éléments de refends sur un étage et grande vis à vis celle des linteaux.

2) La déformation d'effort normal des linteaux est négligeables vis à vis de déplacement horizontal des éléments de refends de même niveau.

3) Les éléments de refends sont supposés encastrés a leurs bases dans le cas général, le cas d'un encastrement élastique sera néanmoins étudié.

4) Le bâtiment est élevé.

5) Les caractéristiques géométriques des linteaux et des éléments de refends sont constantes sur la hauteur du bâtiment.

mathématiquement l'hypothèse de calcul et qu'il existe une fonction de déformation  $Y(x)$  qui la même pour tous les éléments de refend, y compris ses dérivées premières, secondes et troisièmes. Il en résulte que les sections d'encastements des linteaux ont à côte égales, même rotation  $Y'(x)$  et que les moments dans les éléments de refends vérifient  $M/(E \cdot I) = Y''(x)$ , égale à une constante, d'un élément à l'autre à un niveau donné. Les efforts tranchants dans les linteaux seront représentés par des fonctions continues, nous considérons une densité de répartition d'efforts tranchants et de moments d'encastements dont les effets sont les même que ceux des efforts concentrés dus aux linteaux, en dehors des zones perturbées localisées aux voisinages des sections d'encastements.

### 5.3 ETUDE D'UN VOILE A UNE FILE D'OUVERTURES

L'étude des sollicitations verticales pour les voiles à une file d'ouvertures a été élaborée par V.DAVIDOVICI. Elle suppose, en plus des hypothèses déjà citées, que les charges verticales sont réparties uniformément sur la hauteur du bâtiment.

La distribution des charges sur les voiles est:

$$V_i = Q_i * S_i$$

Où  $Q_i$ : La charge à considérer

$S_i$ : La surface revenant au voile "i" du plancher

Le trumeau K reprendra une partie:

$$V_k = V_i * (T(k) + A(i)) / L(i)$$

Où  $T(k)$ : La longueur du trumeau k

$L(i)$ : La longueur du voile i

$A(i)$ : La demi-largeur de l'ouverture

Connaissant les excentricités des charges par étages pour chaque éléments de refend, on calcule la valeur du paramètre K s'exprimant par:

$$K = \frac{m}{I} * \left[ V_2 * \left( -e_2 + \frac{I_1 + I_2}{2c} * \frac{1}{\Omega_2} \right) - V_1 * \left( e_1 + \frac{I_1 + I_2}{2c} * \frac{1}{\Omega_1} \right) \right]$$

$V_1$  et  $V_2$  étant les charges verticales revenant aux trumeaux 1 et 2,  $E_1$  et  $E_2$  les excentricités de ces charges.

L'efforts tranchant "PI" sera donné par:

$$PI = K \cdot \Delta(\xi, \alpha)$$

$$\text{où } \Delta = \frac{ch(\alpha \cdot (1 - \xi))}{ch \alpha} - 1$$

Les moments dans les éléments de refends, provoqués par l'excentrement des charges verticales vaudront:

$$M1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2} \cdot \frac{Z}{R} \cdot [(1 - \xi) \cdot (V_1 \cdot e_1 + V_2 \cdot e_2) - 2k \cdot c \cdot \delta]$$

$$M2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \cdot \frac{Z}{R} \cdot [(1 - \xi) \cdot (V_1 \cdot e_1 + V_2 \cdot e_2) - 2k \cdot c \cdot \delta]$$

$$\text{Avec } GM = -1 + \xi + \frac{Sh^p(\alpha \cdot (1 - \xi))}{\alpha \cdot ch \alpha}$$

On vérifiera que l'on a bien l'égalité

$$N1 + N2 =$$

Où N1 et N2 sont les efforts axiaux à la base du refend. La somme des moments devra être nulle pour que l'équilibre soit réalisé.

#### 8.4 ETUDE D'UN VOILE A PLUSIEURS FILES D'OUVERTURES

##### 8.4.1 EFFORTS TRANCHANTS DANS LES LINTEAUX



Soit  $A = 1/I_0 \cdot D_i \cdot C_i \cdot C_j \cdot D_j + D \cdot \text{Tétra} \cdot D$

La matrice  $A$  a pour valeurs propres  $\Delta_j$  auxquelles correspondent des vecteurs propres  $V_j$  orthonormés.

$$n_e = \sum_{i=1}^{n+1} n_i \cdot e_i$$

$D_i = \text{SQR}(J_i / h \cdot a_i^3)$  : Nombre sans dimension

$\text{Alphai} = \sqrt{J_i / R \cdot a_i^3}$  : Facteur de rigidité

$$S_i = \frac{R_{i+1}}{a_{i+1}} - \frac{R_i}{a_i}$$

$S_i$ : Différences de contraintes moyennes des charges verticales due à un étage de part et d'autre de la file de linteaux "i".

$n_i$ : Charge verticale due à un étage pour l'élément "i".

$e_i$ : Excentricité de  $n_i$ , positive si le point de passage de  $n_i$  est à droite de  $G_i$ .

$I_0$ : Effort tranchant à la base du refend dû à la partie constante du vent.

$I_1$ : Effort tranchant à la base du refend dû à la partie triangulaire du vent.

En ce qui concerne les fonctions propres utilisées sont les suivantes:

$$FI(\alpha, \xi) = 1 - \xi - \frac{\alpha \cdot ch\alpha(1-\xi) - sh\alpha \cdot \xi}{\alpha \cdot ch\alpha}$$

$$\chi(\alpha, \xi) = \left(1 - \frac{2}{\alpha^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{ch\alpha(1-\xi)}{ch\alpha}\right) + \frac{2 sh\alpha \cdot \xi}{\alpha \cdot ch\alpha} - \xi^2$$

$$\Delta(\alpha, \xi) = \frac{ch\alpha(1-\xi)}{ch\alpha} - 1$$

$$PSI(\alpha, \xi) = \frac{1}{2} \cdot (1-\xi)^2 - \frac{sh\alpha(1-\xi)}{\alpha \cdot ch\alpha} + \frac{1}{\alpha^2} \cdot \left(1 - \frac{ch\alpha \cdot \xi}{ch\alpha}\right)$$

$$\Lambda(\alpha, \xi) = \left(1 - \frac{2}{\alpha^2}\right) \cdot \left(1 - \xi - \frac{sh\alpha \cdot (1-\xi)}{\alpha \cdot ch\alpha}\right) + \frac{2}{\alpha^2} \left(1 - \frac{ch\alpha \cdot \xi}{ch\alpha}\right) - \frac{1}{3} (1-\xi)^3$$

$$\Gamma(\alpha, \xi) = 1 - \xi + \frac{sh\alpha \cdot (1-\xi)}{\alpha \cdot ch\alpha}$$

#### 8.4.2 MOMENTS DANS LES ELEMENTS DE REFENDS

---

$$m_1 = \frac{I_i}{I} \cdot \frac{H}{R} \cdot \left[ R \cdot T_0 \cdot \frac{(1-\xi)^2}{2} + R \cdot T_1 \cdot \frac{2-3\xi-\xi^3}{3} + n c (1-\xi) \right]$$

$$\left[ \sum_j A'_j \cdot \Gamma(\alpha_j, \xi) + \sum_j B'_j (R \cdot T_0 \cdot \Psi(\alpha_j, \xi) + R \cdot T_1 \cdot \Lambda(\alpha_j, \xi)) \right]$$

Avec

$$A'_j = \sum_{\kappa} c_{\kappa} \cdot A_{\kappa j}$$

$$B'_j = \sum_{\kappa} c_{\kappa} \cdot B_{\kappa j}$$

### 8.4.3 EFFORTS NOKAHUX DANS LES REFENDS

---

$$w_i = \frac{H}{h} \cdot \left[ n_i (1 - \xi) - \sum_{j=1}^n [C_{ij} \cdot \Gamma(\alpha_j, \xi) + D_{ij} \cdot (h.T_o \cdot \Psi(\alpha_j, \xi) + h.T \cdot \Lambda(\alpha_j, \xi))] \right]$$

Avec

$$C_{1j} = A_{1j} \quad j=1, n$$

$$C_{ij} = A_{ij} - A_{i-1j} \quad j=1, n, \quad i=2, n$$

$$C_{n+1j} = -A_{nj} \quad j=1, n$$

$$D_{1j} = B_{1j} \quad j=1, n$$

$$D_{ij} = B_{ij} - B_{i-1j} \quad j=1, n, \quad i=2, n$$

$$D_{n+1j} = -B_{nj} \quad j=1, n$$

### 9.1 INTRODUCTION

---

L'hypothèse selon laquelle les planchers sont considérés comme déformables dans leur plan n'est valable que si le bâtiment est assez élevé, et comporte un certain nombre minimaux d'étages (quatre, selon ALBIGES et GOULET, sept selon d'autres Auteurs). Lorsque le bâtiment est peu élevé, les fonctionnent comme des poutres à plan moyen horizontal dont les réactions d'appuis sont sensiblement égales aux forces horizontales dans les différents refends. Il faudra donc répartir dans les consoles de contreventements les réactions horizontales dans les planchers.

Dans le cas où le coefficient de monolithisme situe le refend dans le cas extrême, le calcul s'effectuera de manière analogue à celle déjà vu, toute fois lorsque l'on se trouve en présence de moyennes ouvertures ( $1 < \alpha < 10$ ), la méthode de calcul est particulière et aboutit à la résolution de système d'équations différentielles.

### 9.2 REFENDS A UNE FILE D'OUVERTURES

---

T

Les hypothèses de base du calcul sont les mêmes que dans le cas précédent. On admettra que le refend est une poutre à plan moyen horizontal. On peut être amené à considérer le refend

éléments. Chaque élément est un linteau. D'après ALBIGES  
et pour l'effort tranchant "PI" dans les linteaux est  
calculé d'après la relation suivante:

$$PI(i+1) - (2 + w^2 * h^2) * PI(i) + PI(i-1) = -$$

(1)

$PI(i+1)$ ,  $PI(i)$  et  $PI(i-1)$  sont respectivement les efforts tranchants dans les linteaux aux niveaux "i+1", "i" et "i-1"

$T(i)$ : l'effort tranchant dus aux forces horizontales dans le refend au niveau "i"

On prendra comme conditions aux limites :

# L'effort tranchant agissant sur le linteau fictif situé au niveau du sol est nul :  $PI(0)=0$

# L'équilibre entre les linteaux et les éléments de refends se traduit par :

$$PI(n) * (1 + w^2 * h^2) - PI(n-1) = -((w^2) * m * h^3 / I) * T(n)$$

(2)

$T(n)$ : Sera égal à la moitié de l'effort tranchant au dernier niveau

Les efforts pourront être définis en fonction de la valeur de l'effort tranchant "PI" au premier étage, par les équations:

$$PI(2) - (2 + w^2 * h^2) * PI(1) = -((w^2 * m * h^3) / I) * T(1)$$

$$PI(3) - (2 + w^2 * h^2) * PI(2) + PI(1) = -((w^2 * m * h^3) / I) * T(2)$$

$$PI(n) - (2 + w^2 * h^2) * PI(n-1) + PI(n-2) = -((w^2 * m * h^3) / I) * T(n-1)$$

La relation (2) permet de déterminer la valeur de  $PI(1)$  en remplaçant  $PI(n)$  et  $PI(n-1)$  par leurs valeurs déduites de (1)

Le calcul des moments n'introduit aucune nouvelle notion, il se fera par les relations:

$$M1i = (I1 / (I1 + I2)) * (M - 2 * N * C)$$

$$M2i = (I2 / (I1 + I2)) * (M - 2 * N * C)$$

### 9.3 REFENDS A PLUSIEURS FILES D'OUVERTURES

L'équation fondamentale donnent l'effort tranchant  $PI(i)$  dans les linteaux est la suivante:

$$\frac{2a_i^3}{3E'j_i} \cdot E \cdot R \cdot \pi''(i) = \frac{C_i}{I_0} \cdot \sum (C_j \cdot \pi_j) - \frac{\pi(i-1)}{\Omega_i} - \frac{\pi(i+1)}{\Omega_{i+1}} + \pi(i) \cdot \left( \frac{1}{\Omega_i} + \frac{1}{\Omega_{i+1}} \right) - \frac{C_i}{I_0} \cdot R \cdot T$$

On est donc en présence d'un système de "n" équations différentielles du second degré de liberté en "PI", selon ALBIGES, les résultats seront plus valables dans le cas des bâtiments peu élevés si la résolution du système est effectués par les différences finies. Il est donc indispensable de transformer les équations différentielles en systèmes d'équations aux différences finies.

On sait du calcul des différences finies, que la valeur prise par la dérivée seconde ( $\pi''$ ) sur un point peut être approximée par:

$$\pi''(i) = (\pi(i+1) - 2\pi(i) + \pi(i-1)) / (h^2)$$

Pour le dernier plancher, comme il n'existe pas d'effort  $\pi(i+1)$ , on remplacera  $\pi''(n)$  par :

$$\pi''(n) = (\pi(n-1) - \pi(n)) / (h^2)$$

Les équations donnant l'effort tranchant dans les linteaux deviennent alors:

Pour le dernier niveau:

$$\pi(i, n) = \frac{1}{\frac{2a_i^3 \cdot E}{3E' \cdot h \cdot I_i} + \frac{1}{\Omega_i} + \frac{1}{\Omega_{i+1}} + \frac{c_i^2}{I_0}} \cdot \left[ \frac{2a_i^3 \cdot E}{3E' \cdot h \cdot I_i} \cdot \pi(I, n-1) - \frac{c_i}{I_0} \right]$$

$$\left[ \sum_{\substack{j=1, n \\ d=i}} (c_j \cdot \pi(j, n)) + \frac{\pi(I-1, n)}{\Omega_i} + \frac{\pi(I+1, n)}{\Omega_{i+1}} + \frac{c_i \cdot h \cdot T}{I_0} \right]$$

Pour l'étage courant

$$\pi(I, k) = \frac{1}{\frac{4a_i^3 \cdot E}{3E' \cdot h \cdot I_i} + \frac{1}{\Omega_i} + \frac{1}{\Omega_{i+1}} + \frac{c_i^2}{I_0}} \cdot \left[ \frac{2a_i^3 \cdot E}{3E' \cdot h \cdot I_i} \cdot (\pi(I, k+1) + \pi(I, k-1)) - \right.$$

$$\left. \frac{c_i}{I_0} \cdot \sum (c_j \cdot \pi(j, k)) + \frac{\pi(I-1, k)}{\Omega_i} + \frac{\pi(I+1, k)}{\Omega_{i+1}} + \frac{c_i \cdot h \cdot T}{I_0} \right]$$

Nous nous retrouvons finalement en présence d'un système d'équations linéaires dont la résolution sera effectuée par approximations successives. Le calcul se fait en utilisant la méthode des relaxations successives.

L'effort normal dans les éléments de refends se déduit des efforts tranchants dans les linteaux dont on calculera les moments d'encastrement par :

$$M_{ij} = T \cdot a_i$$

#### 9.4 PRESENTATION DU PROGRAMME DES EFFORTS INTERNES

---

L'étude statique pour une structure est une phase primordiale avec laquelle on aboutit au ferrailage des éléments de contreventement. Après la détermination des efforts sismiques au niveau des planchers, qui vont être aussitôt répartis sur les éléments de contreventements "VOILES" sous formes d'efforts tranchants qui sont les cumuls des efforts dus à la translation et à la rotation.

Ce programme est un travail complémentaire de l'étude pseudo-dynamique. Trois programmes différents sont consacrés pour la détermination des efforts internes.

Pour le cas d'un bâtiment à grande hauteur, les efforts tranchants donnent naissance à des efforts internes qui se développent aux niveaux des trumeaux et des linteaux. La méthode élaborée par ce type de calcul celle de M.M ALBIGES

Il y aura une distinction pour les cas des petites, moyennes et grandes ouvertures dans le calcul des efforts internes pour les refends à une file d'ouvertures. Pour le cas des refends à plusieurs files d'ouvertures c'est une méthode déduite de la première, cette fois-ci on tiendra compte du rapport des surfaces des ouvertures avec la surface totale du refend.

En ce qui concerne les charges verticales, on doit envisager le cas d'une file d'ouvertures qui se fait par la méthode d'ALBIGES et GOULET, pour celui de plusieurs ouvertures, c'est la méthode de DESESPYROUX publiée dans les annales de l'ITBTP.

S'il s'agit d'un bâtiment peu élevé, on sera en présence d'un système d'équations linéaires pour les voiles à une file d'ouvertures, la méthode utilisée est celle de GAUSS-SEIDEL. Par contre pour les refends à plusieurs files d'ouvertures, on obtiendra un système d'équations différentielles de second degré qui devra être transformés par l'intermédiaire de la méthode des différences finies en un système d'équations linéaires qui se résoudra par la méthode des relaxations successives.





