

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

4/92

1 seul
ex

وزارة الجامعات والبحث العلمي
Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Commande Prédictive
En vue de la commande des
machines électrique*

Proposé par :
M^r. M. S. BOUCHERIT

Etudié par :
M^r. N. BALI

Dirigé par :
M^r. M. S. BOUCHERIT

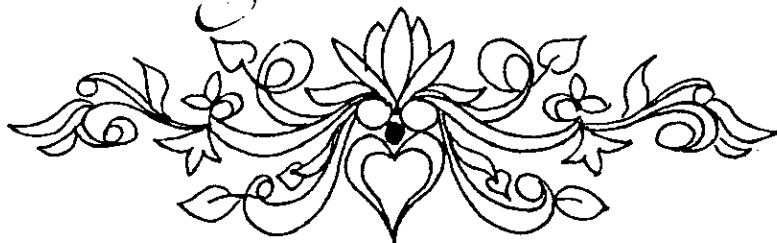
PROMOTION
1 9 9 2

Je dédie ce modeste travail
à ma mère
à la mémoire de mon père et
de mon frère Mourad
à mes frères et sœurs en particulier
Saidier.
à Bahia
à toute la famille et mes amis (es)

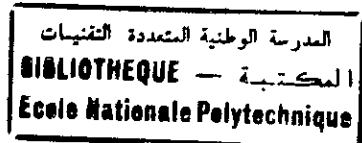
Votre amour, générosité et
compréhension ont été
déterminant pour le
bon déroulement de
ce travail.

Je vous serai éternellement

Reconnaisant



Avant propos



Le mémoire a été préparé au centre de calcul du département de génie électrique de l'école nationale polytechnique - E.N.P

Qu'il me soit permis, à travers ce document, d'exprimer ma profonde reconnaissance à M^{rs} Bouchet M.S qui m'a permis de réaliser cette étude et surtout pour les conseils et les orientations qu'il m'a prodigués tout au long de mon travail.

Je tiens à remercier les responsables du centre de calcul pour nous avoir permis l'utilisation du matériel informatique et de leurs confiance.

Que tous les membres de l'équipe de la Bibliothèque (Salah, M^{rs} ouari, les 3 Hakim, Masida, Khiza) et des périodique reçoivent le témoignage de ma connaissance et de mon amitié.

Je ne saurais oublier tous ceux qui ont su préserver l'excellente ambiance qui régnait au sein de la promo en particulier Lakhdar et tous les Ben Djedaz qui ils soient automaticiens ou électrotechniciens,

Mes remerciements vont à M^{rs} Ramas Chef de service du C.G.S (centre du génie parasismique) pour le micro qu'il a mis à ma disposition.

Nous lions pas celui qui, de près ou
de loin, par sa présence ou en pensée,
moralement ou matériellement a contribué
à cet avancement.

TABLE DES MATIERES

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION

- Introduction générale	1
- Domaine d'application d'une commande	1
- Présentation du mémoire	2

CHAPITRE I MODELISATION ET COMMANDE

I-1- Modélisation	3
I-1-1- Modèle linéaire discret	3
I-1-2- Type de modèle de prédiction utilisé	5
I-2- Commande prédictive	5
I-2-1- Algorithme de commande prédictive	5
I-2-2- Commande prédictive à horizon étendu (CPHE)	6
I-2-2-1- Notions sur la CPHE	6
I-2-2-2- Critère quadratique	7

CHAPITRE II COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE (GPC)

II-1- Modèle utilisé	9
II-2- Synthèse de la GPC	9
II-2-1- Modélisation	9
II-2-2- Prédiction de la sortie	11
II-3- Détermination du prédicteur optimal	12
II-4- Résolution itérative de l'équation de diophantine ..	14
II-5- Lois de commande prédictive	16
II-6- Critère quadratique	17
II-7- Calcul du prédicteur à j-pas	18
II-8- Minimisation du critère	20
II-9- Influence de l'horizon de commande, de l'horizon ...	22
initial de prédiction N1 et du retard	
II-9-1- L'horizon de commande NU	22
II-9-2- Présence du retard et introduction	23
de l'horizon initial de prédiction N1	
II-10- Structure de réglage RST	24

CHAPITRE III APPLICATION DE GPC

III-1- Application de la GPC à un système à phase	27
non-minimal (nmp)	
III-1-1- Définition	27
III-1-2- Fonction de transfert du système étudié	27

III-1-3- Dimensionnement du réglage	28
III-1-4- Simulation	29
III-1-5- Résultats de simulation pour un système à NMP..	29
III-1-6- Conclusion	30
III-2- Application de la GPC au réglage de vitesse d'un moteur à courant continu	31
III-2-1- Influence de l'horizon maximal de prédiction N2	31
III-2-2- Influence du retard -d-	31
III-2-3- Influence du coefficient de pondération λ	32
III-2-4- Influence de l'horizon initial de prédiction N1	32
III-2-5- Influence de l'horizon de commande NU	32
III-2-6- Conclusion	33

CONCLUSION

ANNEXES

BIBLIOGRAPHIE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION

INTRODUCTION

INTRODUCTION GENERALE

Une des principales difficultés rencontrées dans la commande des procédés est la présence de retard qui sont souvent dus aux caractéristiques physiques du système à contrôler (constante de temps d'éléments constituant le processus, acquisition - conversion de signaux, ...) et peuvent être variables. Ces retards sont souvent la cause des problèmes rencontrés lors de l'application des commandes classiques (exemple: P.PI.PID...). De plus, ces régulateurs classiques sont inadaptés lorsque les paramètres du processus à commander sont variables dans le temps et/ou inconnus. La variation des paramètres est due, en majorité, aux changements des conditions de fonctionnement du processus et aux perturbations non stationnaires qui agissent sur le procédé. C'est pour résoudre ce type de problème qu'a été introduite la notion de **COMMANDE PREDICTIVE**.

Nous nous limiterons par la suite au cas non adaptatif, c'est à dire que nous ne verrons pas l'influence des variations des paramètres du système mais celle du retard et des horizons propres à la Commande Prédictive Généralisée (GPC).

DOMAINE D'APPLICATION D'UNE COMMANDE

Parmi tous les algorithmes établis jusqu'à présent, aucun ne peut fournir une commande pour n'importe quel système. Pour remplir ce rôle, une méthode ou algorithme de commande doit être appliquée à:

- Un système à phase non-minimale: la plupart des fonctions

de transfert temps continus tendent, lors de la discrétisation, à exhiber des zéros à l'extérieur du cercle unité.

► Un système instable en boucle ouverte ou avec des pôles mal amortis.

► Un système à retard variable ou inconnu: certaines méthodes (exemple: Variance Minimale) sont très sensibles aux hypothèses faites sur le retard et des approches qui essaient de l'étimer.

► Un système à ordre inconnu: la méthode de placement de pôles et LQG (Linear Quadratic Gaussian) ont de mauvaises performances si l'ordre du système est suréstimé.

La méthode que nous allons proposer GPC surmonte ces problèmes en un seul algorithme. Elle est capable d'une commande stable des processus dont l'ordre, le retard et les paramètres varient.

L'objet de l'étude présentée dans ce travail, consiste en la mise en œuvre d'une méthode moderne issue de récents développements de l'automatique pour la commande de processus réel

PRESENTATION DU MEMOIRE

Le Chapitre I sera consacré à la présentation du modèle utilisé et à un tour d'horizon des algorithmes de la **Commande Prédictive**.

Nous développerons en détail l'algorithme de la **Commande Prédictive Généralisée**.

Dans le Chapitre III nous montrons par des résultats de simulation l'efficacité et la robustesse de cet algorithme.

Nous terminerons ce modeste travail par une conclusion.

CHAPITRE I

***MODELISATION
ET
COMMANDE***

MODELISATION ET COMMANDE

I-Modélisation et Commande [T.1] [T.2] [O.4]

Un modèle de procédé est un ensemble de relations mathématiques permettant de prédire certains aspects de son fonctionnement. Ce modèle doit décrire, avec une précision suffisante, les interactions du procédé avec son milieu extérieur. Le type de modèle qui nous intéresse est le modèle qui nous décrit l'évolution d'un procédé dans le temps, par rapport aux contraintes du milieu extérieur: commandes et perturbations.

L'idée principale de la commande prédictive est de transformer le problème classique de commande de la sortie à l'instant présent, par la commande d'une prédiction de la sortie à un ou à des instants futurs. Cette notion de sortie prédite permet de prendre en compte l'effet du retard, pourvu que cette prédiction soit faite à un instant au moins égal à l'instant présent, augmenté du retard.

Il est présenté dans ce chapitre, les différents modèles de représentation; auto-régressif, moyenne-glissant, auto-régressif à moyenne glissant et auto régressif à moyenne glissant avec entrée exogène respectivement AR, MA, ARMA et ARMAX .

I-1-Modélisation

I-1-1-Modèle linéaire discret.

Soit un signal analogique $y(t)$ que nous considérons représenté par ses échantillons aux instants $k, k+1, \dots, k+p$ et que

nous noterons:

$$\{y(k), y(k+1), \dots, y(k+p)\}$$

Nous supposerons que ce signal est généré à partir d'une excitation $u(t)$, représentée elle aussi par ses échantillons:

$$\{u(k), u(k+1), \dots, u(k+q)\}$$

Un modèle linéaire discret du signal sera une relation linéaire entre les échantillons $\{y(k)\}$ et $\{u(k)\}$ que nous noterons:

$$a_0 y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_p y(k-p) - b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \dots + b_q u(k-q)$$

Une telle représentation constitue un modèle ARMA dit d'ordre (p, q) .

- Le processus décrit par:

$$y(k) - e(k) + b_1 e(k-1) + \dots + b_{nb} e(k-nb)$$

Lorsque $\{e(k), k = \dots, -1, 0, 1, \dots\}$ est un bruit blanc ou séquence de bruit non corrélé, le processus est appelé processus à moyenne glissant MA.

- Le processus décrit par :

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{na} y(k-na) - e(k)$$

est appelé processus auto-régressif AR.

- Le processus décrit par:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{na} y(k-na) - e(k) + b_1 e(k-1) + \dots + b_{nb} e(k-nb)$$

est appelé processus ARMA.

- La combinaison des deux modèles:

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_{na} y(k-na) - b_0 u(k-d) + \dots + b_{nb} u(k-nb) + e(k) + c_1 e(k-1) + \dots + c_{nc} e(k-nc)$$

est appelée processus ARMAX (X: exogène, entrée extérieur).

I-1-2-Type de modèle de prédiction utilisé.

L'utilisation de modèles de type Fonction de Tanfert (la plupart du temps discrètes) donne une bonne représentation du processus à commander. De plus qu'il ne nécessite qu'un nombre réduit de paramètres, il permet de situer exactement l'instabilité du système. Soit le modèle CARMA (C: controlled):

$$A(q^{-1}) y(t) - B(q^{-1}) u(t-d) + c(q^{-1}) \xi(t)$$

- q^{-1} : est l'opérateur retard, défini par $q^{-1} y(t) = y(t-1)$.
- A, B et C sont des polynômes en q^{-1} .
- $\{\xi(t)\}$ est une séquence de variables aléatoires non corrélées .

I-2-Commande Prédictive.

I-2-1-Algorithmes de Commande Prédictive.

Le plus célèbre des algorithmes est certainement la commande à Variance Minimale, proposé par Åströme et Wittenmark (1973). Cette commande est basée sur une prédiction à d-pas en avant, où d est le nombre de pas d'échantillonnage représentant le retard du système. La synthèse de la commande est basée sur la minimisation d'un critère quadratique, comportant d'une part l'erreur de prédiction de la sortie par rapport à la référence à l'instant $t+d$, et d'autre part la valeur de la commande.

L'inconvénient majeur de la commande à Variance Minimale est son domaine d'application relativement restreint. En effet, il faut dans ce cas, connaître exactement la valeur du retard (ce qui n'est pas toujours évident en pratique) et disposer d'un modèle de prédiction à phase minimale, c'est à dire à inverse stable. Or, il est bien connu que la discrétisation d'un système continu à inverse stable peut aboutir à un modèle discret à phase non minimale.

Une solution à ce problème a été apportée par l'introduction dans

le critère d'une pondération du terme de commande: c'est la Commande à Variance Minimale Généralisée (ou GMV) dont le critère J a la forme suivante :

$$J = E \{ (P[W(t+d) - y(t+d)]^2 + Q[u(t) - u(t-1)]^2) / t \}$$

où:

- $E\{.\}$ est l'espérance mathématique.
- $u(t), y(t)$ et $W(t)$ sont respectivement les vecteurs d'entrée de sortie et de référence.
- P et Q sont des polynomes de pondération.

Deux autres méthodes ont été présentées pour pallier les problèmes rencontrés: le placement de pôles et le concept de prédiction à Horizon Étendu.

La commande à placement de pôles ne nécessite ni une connaissance précise du retard, ni un modèle à phase minimale. En effet, il suffit d'augmenter l'ordre du modèle pour prendre en compte les incertitudes sur la valeur du retard. Le problème inhérent à cette méthode est le manque de robustesse numérique de la résolution de l'équation de Bezout (présence de facteurs communs).

I-2-2-Commande Prédictive à Horizon étendu.

I-2-2-1-Notions sur la Commande Prédictive à Horizon Étendu.

La notion de commande prédictive à horizon étendu est apparue comme une solution aux problèmes cités ci-dessus, car elle fait appel à un ensemble de prédictions effectuées sur un horizon supérieur au retard, d'où une relative insensibilité à la valeur de ce retard. De plus, les commandes utilisant ce concept ne font pas appel à des annulations de pôles et de zéros, ce qui améliore l'insensibilité des algorithmes résultants par rapport à la stabilité du modèle inverse.

Il faut aussi noter que le fait de prédire *plus loin* le comportement du système permet d'obtenir des commandes plus douces et donc d'améliorer la régularité de fonctionnement du

procédé considéré.

Parmi les algorithmes présentés, on trouve l'algorithme de Commande par Matrice Dynamique DMC dans laquelle la prédiction se fait à l'aide d'un modèle de réponse indicielle, sur un horizon égal à l'ordre du procédé. Le critère quadratique comporte alors un terme lié aux erreurs de prédiction.

Remarque:

Nous pouvons dire que les méthodes se différencient par la manière dont la prédiction est effectuée, par l'horizon sur lequel se fait cette prédiction et par l'expression du critère à minimiser.

I-2-2-2-Critère Quadratique.

La commande à horizon étendu est calculée pour satisfaire l'identité :

$$E\{W(t+k) - y(t+k)\} = 0 \quad \text{avec } k > d$$

Le calcul de la commande peut se faire par minimisation du critère, donc seule la commande $u(t)$ est appliquée au procédé (voir plus loin) : c'est le principe de commande à Horizon Glissant (ou fuyant).

La robustesse de cet algorithme est garantie pour les systèmes à phase non minimale si j (j : horizon de prédiction) est choisi suffisamment grand, et la connaissance du retard n'est évidemment pas nécessaire, nous verrons par la suite l'influence du retard sur le système (voir les courbes de simulation). Par contre le fait qu'une seule prédiction $j=1$ soit utilisée ne permet pas de stabiliser des systèmes naturellement instables.

On peut étendre cet algorithme de la manière suivante : la sortie n'est plus prédite à un instant futur, mais à un ensemble d'instant, depuis $t+d$, jusqu'à $t+j$.

Le critère multipas a la forme suivante :

$$J = \sum_{i=d}^j [y(t+i) - W(t+i)]^2$$

Il est possible de calculer des prédictions permettant d'obtenir des résultats satisfaisants tout en allégeant le volume de calcul.

Une approche de commande prédictive proposée, consiste à prédire la sortie du procédé à l'instant $t+j$ grâce à l'utilisation d'une équation diophantienne, sous l'hypothèse suivante :

$$u(t) - u(t+i) \text{ pour } i > 0$$

La valeur de $y(t+1)$ ne dépend alors que de $u(t)$ et des séquences

$$\{y(t-1), y(t-2), \dots\}, \{u(t-1), u(t-2), \dots\}$$

la commande $u(t)$ est déduite en posant :

$$W(t+j) - y(t+j)$$

La stabilité en boucle fermée est fonction de la valeur de j et du choix fait pour la séquence de référence $\{W(t)\}$. Il faut noter que si $j > d$, l'algorithme devient indépendant des variations possibles du retard.

Enfinement la plupart des algorithmes de commande à prédiction étendue sont des cas particuliers de la commande prédictive généralisée, et peuvent être retrouvés par certains choix de paramètres de synthèse (horizon de prédiction, de commande, etc).

CHAPITRE II

COMMANDE

PREDICTIVE

GENERALISEE

COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE GPC

II-1-Modèle utilisé.

La GPC est l'un des derniers membres de la famille des commandes à horizon étendu, et se veut une généralisation de certains algorithmes.

Le modèle utilisé **CARIMA** est une extension du modèle **CARMA**, dans la mesure où il incorpore un effet intégral

$$A(q^{-1}) y(t) - B(q^{-1}) u(t-d) + C(q^{-1}) \xi(t) / \Delta \quad \text{avec} \quad \Delta = 1 - q^{-1}$$

Grâce à ce modèle, une réponse indicielle du système est prédite sur plusieurs pas. Une séquence d'entrée est ensuite déterminée, de manière à minimiser l'écart entre les sorties prédites et les références, sous la contrainte que la commande ne varie pas au delà d'un certain horizon: Horizon de Commande.

Donc, la combinaison des notions de prédiction à horizon étendu et d'horizon de commande, rend la GPC peu sensible aux problèmes de retard variable ou inconnu, et de déphasage non-minimal.

II-2-SYNTHESE DE LA COMMANDE PREDICTIVE GENERALISEE.

[P.1] [P.3] [P.5] [P.6] [T.2] [O.3]

Nous allons présenter dans ce Chapitre une approche de commande qui résoud tous les problèmes rencontrés dans les autres types de commandes.

II-2-1-Modélisation.

Comme cela a été montré dans le Chapitre précédent, considérons le modèle linéaire discret suivant:

$$A(q^{-1}) y(t) - B(q^{-1}) u(t-1) + x(t) \quad (\text{II.1})$$

où A et B sont des polynômes fonctions de l'opérateur retard q^{-1} , tel que:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}$$

avec

$$na = d^0(A(q^{-1})) \quad \text{et} \quad nb = d^0(B(q^{-1}))$$

Le retard 1 (un) est dû à la discrétisation du modèle continu. Si le système possède un retard différent de zéro, les premiers éléments du polynôme $B(q^{-1})$ sont nuls. Dans l'équation (II-1) : $u(t)$ est la commande ou l'entrée du procédé, $y(t)$ est la sortie ou la variable mesurée et $x(t)$ est le terme de perturbation qui se présente sous forme d'un modèle MA (moyenne glissant).

$$x(t) = C(q^{-1}) \xi(t) \quad (\text{II-2})$$

où

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{nc} q^{-nc}$$

Dans cette équation, $\xi(t)$ est une séquence de bruit blanc à moyenne nulle et variance finie. En combinant avec l'équation (II-1) on obtient le modèle CARMA.

$$A(q^{-1}) y(t) - B(q^{-1}) u(t-1) + C(q^{-1}) \xi(t) \quad (\text{II-3})$$

Introduisons un effet intégral, en modélisant le terme de perturbation $x(t)$ comme suit:

$$x(t) = C(q^{-1}) \xi(t) / \Delta$$

$x(t)$ représente alors la sortie d'un intégrateur excité par une séquence de variables aléatoires indépendantes $\{\xi(t)\}$ de moyenne nulle et de variance finie. $C(q^{-1})=1$ et $\Delta=1-q^{-1}$ est l'opérateur de différence, en introduisant $x(t)$ dans l'équation (II.1) nous obtenons le modèle CARIMA (voir le cas où $c \neq 1$ dans [R.1]).

$$A(q^{-1}) y(t) - B(q^{-1}) u(t-1) + \xi(t)/\Delta \quad (II-5)$$

II-2-2-Prédiction de la Sortie.

Pour commander un système il faut disposer de la prédiction sur un horizon donné. Cet horizon a été pris égal au retard dans le Chapitre I.

La commande prédictive généralisée consiste à prédire la sortie sur un horizon j supérieur au retard. Réécrivons l'équation (II-5) à l'instant $t+j$:

$$y(t+j) - \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t+j-1) + \frac{\xi(t+j)}{A(q^{-1})\Delta(q^{-1})} \quad (II-5')$$

avec :

- $q^{-1}B(q^{-1})/A(q^{-1})$: Fonction de transfert relative à la sortie et à la commande.
- $1/A(q^{-1})\Delta(q^{-1})$: Fonction de transfert relative à la sortie et à la perturbation aléatoire $\xi(t)$

Le terme $\{ \xi(t+j) / A(q^{-1})\Delta(q^{-1}) \}$ dépend de $\{\xi(t+j), \dots, \xi(t+1), -\xi(t), \xi(t-1), \dots\}$. Les termes $\{ \xi(t), \xi(t-1), \dots\}$ peuvent être calculés à partir de l'information disponible à l'instant t c'est à dire à partir des mesures $\{ y(t), y(t-1), \dots\}$ et des commandes $\{ u(t-1), u(t-2), \dots\}$. Les termes $\{ \xi(t+j), \dots, \xi(t+1) \}$ constituent la partie non prédictible.

Pour expliciter analytiquement cette décomposition, introduisons l'identité polynômiale suivante:

$$1 - E_j(q^{-1}) A(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) + q^{-j} F_j(q^{-1}) \quad (\text{II-6})$$

obtenue à l'aide de l'algorithme d'Euclide qui permet d'effectuer la division de 1 par le polynôme $A(q^{-1})\Delta(q^{-1})$ jusqu'à l'ordre j . Par la suite nous proposerons un algorithme récursif (II-4) donnant les coefficients des polynômes E_j et F_j (le programme sera donné en annexe [1]).

Nous pouvons ainsi remarquer que les polynômes E_j et F_j sont définis uniquement par $A(q^{-1})$ et l'intervalle de prédiction j .
Tel que :

$$d^0(E(q^{-1})) = j-1 \quad \text{et} \quad d^0(F(q^{-1}) - d^0(A(q^{-1})))$$

Si l'équation (II-5') est multipliée par $E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta(q^{-1})$ on obtient la décomposition de l'information connue et celle qui ne l'est pas .

$$E_j(q^{-1}) A(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) y(t+j) - E_j(q^{-1}) B(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) u(t+j-1) + E_j(q^{-1}) \xi(t+j)$$

et substituant $E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta(q^{-1})$ de l'équation (II-6) on obtient

$$y(t+j) - E_j(q^{-1}) B(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) + F_j(q^{-1}) y(t) + E_j(q^{-1}) \xi(t+j) \quad (\text{II-7})$$

comme $E_j(q^{-1})$ est de degré $j-1$ les composantes du bruit sont toutes dans le future.

II-3-Détermination du Prédicteur Optimal.

Pour déterminer le prédicteur optimal nous devons minimiser le critère quadratique au sens des moindres carrés

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} \{ [y(t+j) - \hat{y}(t+j/t)]^2 \}$$

- $E(\cdot)$: représente l'espérance mathématique.
- $\hat{y}(t+j/t)$: représente la sortie à l'instant $t+j$ connaissant celles jusqu'à t .
- $y(t+j)$: représente la sortie à $t+j$.

$$J = E\{[G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j y(t) - \hat{y}(t+j/t) + E_j \xi(t+j)]^2\}$$

avec $G_j(q^{-1}) = E_j(q^{-1}) B(q^{-1})$.

$$\rightarrow J = E\{[G_j \Delta u(t+j-1) + F_j y(t+j/t)]^2\} + E\{[E_j(q^{-1}) \xi(t+j)]^2\} + 2E\{\text{doubleproduit}\}.$$

Le critère J doit être minimisé doit donc soit proche zéro. Le terme contenant le double produit est égal à zéro parcequ'il n'y a pas d'intercorrélation entre les signaux $y(t)$ et $\xi(t)$. Le deuxième terme étant constant, donc pour que J soit minimal il faut que le premier terme soit égal à zéro, ainsi nous aurons:

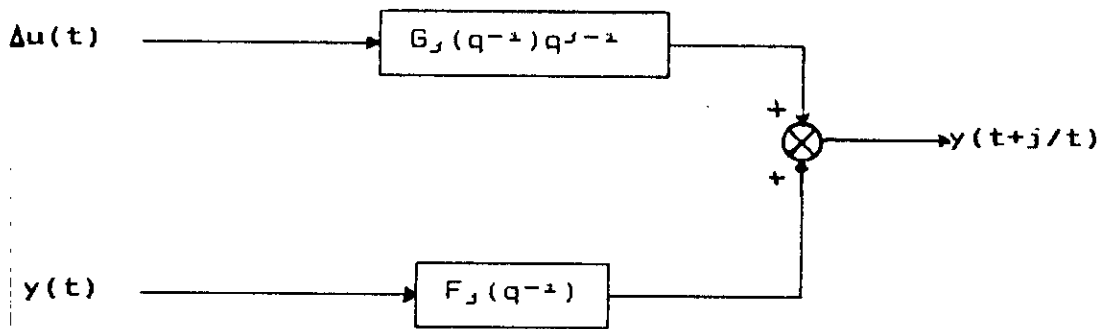
$$G_j(q^{-1})\Delta(q^{-1})u(t+j-1) + F_j(q^{-1})y(t) - \hat{y}(t+j/t) = 0$$

Le prédicteur optimal au sens des moindres carrés de la sortie compte tenu de l'information disponible à l'instant t est donné par:

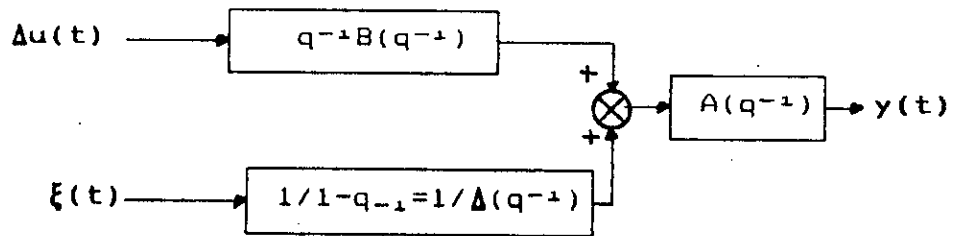
$$\hat{y}(t+j/t) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (\text{II-8})$$

Dans le développement de certains algorithmes de commande prédictive une seule prédiction est considérée $\hat{y}(t+k/t)$ où k est le retard du système. Dans la Commande Prédictive Généralisée GPC, nous considérons un ensemble de prédiction à j -pas, où j varie dans un intervalle appelé horizon de prédiction. Pour $j < k$ le prédicteur $\hat{y}(t+j/t)$ dépend entièrement des données disponibles, mais pour $j > k$ des hypothèses doivent être faites sur les actions de commande future.

► Cette hypothèse est l'idée principale de l'approche par la commande prédictive généralisée.



► Schéma bloc du prédicteur optimal .



► Schéma bloc du système.

II-4-Résolution itérative de l'équation de Diophantine.

Comme cela a été énoncé dans la section (II-2-2) nous proposons un algorithme pour la résolution de l'équation (II-6).

L'implantation de la GPC nécessite la résolution de l'équation de Diophantine. Son développement ne présente aucune difficulté du point de vue mathématique. C'est une résolution itérative qui a été développée par D.W.Clarke.

Considérons l'équation suivante:

$$1 - E_j(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) A(q^{-1}) + q^{-j} F_j(q^{-1}) \tag{II-9}$$

supposons que $E_j(q^{-1})$ et $F_j(q^{-1})$ sont connus et cherchons à calculer $E_{j+1}(q^{-1})$ et $F_{j+1}(q^{-1})$. ces deux polynômes doivent vérifier l'équation (II-6) pour $j+1$

$$1 - E_{j+1}(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) A(q^{-1}) + q^{-(j+1)} F_{j+1}(q^{-1}) \tag{II-10}$$

faisant la soustraction de l'équation (II-10) et (II-9) on obtient :

$$0 = A(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) \{E_{j+1}(q^{-1}) - E_j(q^{-1})\} + q^{-(j+1)} \{q^{-1}F_{j+1}(q^{-1}) - F_j(q^{-1})\}$$

$E_j(q^{-1})$ et $E_{j+1}(q^{-1})$ étant respectivement de degrés $j-1$ et j , la différence $\{E_{j+1}(q^{-1}) - E_j(q^{-1})\}$ est de degré j .

Ecrivons cette différence sous la forme:

$$E_{j+1}(q^{-1}) - E_j(q^{-1}) = R(q^{-1}) + r_j q^{-j}$$

de telle sorte que:

$$0 = A(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) R(q^{-1}) + q^{-j} \{ q^{-j} F_{j+1}(q^{-1}) - F_j(q^{-1}) + A(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) r_j \}$$

pour :

$$R(q^{-1}) = 0 \tag{II-10-1}$$

$$F_{j+1}(q^{-1}) = q \{ F_j(q^{-1}) - A(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) r_j \} \tag{II-10-2}$$

d'où les récursions qui permettent de calculer les coefficients des polynômes $E_{j+1}(q^{-1})$ et $F_{j+1}(q^{-1})$ connaissant les polynômes $E_j(q^{-1})$ et $F_j(q^{-1})$.

posons:

$$F_j(q^{-1}) = f_{j,0} + f_{j,1} + \dots + f_{j,na}$$

$$A(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) = a_0^* + a_1^* q^{-1} + \dots + a_{na+1}^{*-(na+1)}$$

Des équations (II-10-1) et (II-10-2) on obtient:

$$r_j = f_{j,0} \tag{II-11-1}$$

$$f_{j+1,i} = f_{j,i+1} - a_{i+1} r_j \quad (i=0, \dots, na) \tag{II-11-2}$$

Les conditions initiales étant pour $j=1$

$$1 = E_1(q^{-1}) A(q^{-1}) \Delta(q^{-1}) + q^{-1} F_1(q^{-1}) \tag{II-11-3}$$

Le coefficient $a_{0,*}$ étant égal à 1, pour que cette identité soit vérifiée, il faut que le coefficient $e_{1,0}$ de $E_j(q^{-1})$ soit égal à 1. Comme le degré de $q^{-1} F_1(q^{-1})$ est égal au degré du polynôme $(A(q^{-1})\Delta(q^{-1}))$, le degré de $E_1(q^{-1})$ doit être égal à zéro, donc :

$$E_1(q^{-1}) = 1 \quad E_{j+1}(q^{-1}) = E_j(q^{-1}) + q^{-j} r_j \quad (II-12)$$

$$F_1(q^{-1}) = q(1 - A(q^{-1})\Delta(q^{-1})) \quad G_{j+1}(q^{-1}) = B(q^{-1}) E_{j+1}(q^{-1}) \quad (II-13)$$

Le programme suivi d'un exemple numérique est présenté dans l'annexe [2].

II-5-Lois de commande Prédictive

L'objectif de la lois de commande prédictive est de conduire la sortie future du système $y(t+j)$ à $W(t+j)$, comme c'est illustré dans la figure 1 :

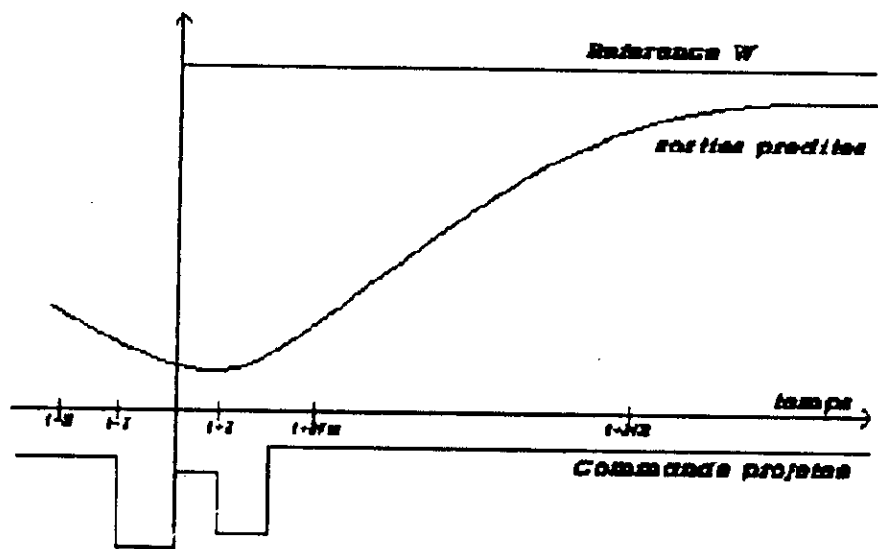


fig 1: référence, commande et sorties dans GPC

Ceci est fait en utilisant une approche d'horizon fuyant par laquelle à chaque instant d'échantillonnage t on a :

- ▶ la séquence de référence future est calculée.
- ▶ le modèle de prédiction (II-8) est utilisé pour générer un ensemble de sortie $\hat{y}(t+j/t)$ prédites avec l'erreur de prédiction

$$e(t+j) = W(t+j) - \hat{y}(t+j/t)$$

- ▶ une fonction quadratique appropriée (II-14) des erreurs futures et des commandes est minimisée, en tenant compte qu'après un certain horizon de commande tous les incréments de commandes futures sont égales à zéro.
- ▶ seul le premier élément $u(t)$ de la séquence est appliqué au système, ensuite tous les vecteurs de données sont décalés (voir processus de décalage dans [R.2]) de telle sorte que les calculs peuvent être répétés au prochain instant d'échantillonnage.

II-6-Critère Quadratique

La loi de commande prédictive considérée par GPC est associée à la minimisation du critère quadratique suivant :

$$J(N1, N2, t) = E \left\{ \sum_{j=N1}^{N2} [y(t+j) - W(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^{N2} \lambda(j) [\Delta(q^{-1})u(t+j-1)]^2 \right\} \quad (II-14)$$

où :

- ▶ $W(t+j)$ est la séquence de référence future supposée connue d'avance.
- ▶ $N1$ est l'horizon minimum de prédiction.
- ▶ $N2$ est l'horizon maximum de prédiction.
- ▶ $\lambda(j)$ est le terme de pondération sur les incréments de commande future.

Dans la section (II-8) nous verrons la minimisation du critère (II-14).

II-7-Calcul du Prédicteur à j-pas

Revenons à l'expression de la sortie à l'instant t+j
(II-7) elle s'écrit :

$$y(t+1) = G_1(q^{-1})\Delta u(t) + F_1(q^{-1})y(t) + E_1(q^{-1})\xi(t+1)$$

$$y(t+2) = G_2(q^{-1})\Delta u(t+1) + F_2(q^{-1})y(t) + E_2(q^{-1})\xi(t+2)$$

.

.

.

$$y(t+N2) = G_{N2}(q^{-1})\Delta u(t+N2-1) + F_{N2}(q^{-1})y(t) + E_{N2}(q^{-1})\xi(t+N2)$$

qui consiste en trois termes : un dépend des actions de commande future (à déterminer), un autre dépend des commandes connues et le dernier dépend des signaux de bruits futurs (qui sont les termes imprédictibles).

Le prédicteur à j-pas de l'équation (II-6) peut être écrit sous forme matricielle, et cela dans le but de :

- ▶ faire une prédiction en terme d'incrément de commande.
- ▶ décomposer la sortie prédite en deux termes :
 - un dépendant des commandes futures .
 - l'autre ne comportant que des signaux connus à l'instant t.

Soit :

$$\hat{y}(t+j/t) = \hat{y}_1(t+j) + \hat{y}_2(t+j/t) \tag{II-7-1}$$

nous avons :

$$\hat{y}(t+j/t) = G_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + F_j(q^{-1})y(t)$$

en effet

$$E_j(q^{-1}) = \frac{1 - q^{-j}F_j(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta(q^{-1})} \quad \text{or:} \quad G_j(q^{-1}) = B(q^{-1})E_j(q^{-1})$$

donc

$$G_j(q^{-1}) = B(q^{-1}) \frac{1 - q^{-1}F_j(q^{-1})}{A(q^{-1})\Delta(q^{-1})}$$

Le polynôme $G_j(q^{-1})$ peut être décomposé en deux parties :

$$G_j(q^{-1}) = \tilde{G}_j(q^{-1}) + q^{-j}\bar{G}_j(q^{-1})$$

avec :

$$\tilde{G}_j(q^{-1}) = g_0 + g_1q^{-1} + \dots + g_{j-1}q^{-(j-1)}$$

$$\bar{G}_j(q^{-1}) = g_{j0} + g_{j1}q^{-1} + \dots + g_{j(nb-1)}q^{-(nb-1)}$$

donc :

$$\hat{y}(t+j/t) = \tilde{G}_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1) + \bar{G}_j(q^{-1})\Delta u(t-1) + F_j(q^{-1})y(t) \quad (II-7-2)$$

En identifiant l'équation (II-7-2) à (II-7-1) nous aurons :

- $\hat{y}_1(t+j) = \tilde{G}_j(q^{-1})\Delta u(t+j-1)$: fonction de la valeur présente de la valeur présente et des valeurs futures des des incréments de commande [$\Delta u(t+i)$; $i \geq 0$]

- $\hat{y}_2(t+j/t) = \bar{G}_j\Delta u(t-1) + F_j(q^{-1})y(t)$: fonction des données disponibles à l'instant t .

Considérons maintenant la séquence $\{ f(t+1), f(t+2), \dots \}$ qui est fonction des données disponibles à l'instant t mais, seulement, il faut réécrire $\bar{G}_j = q^j(G_j - \tilde{G}_j)$ ce qui nous permet d'écrire le prédicteur à j -pas sous forme matricielle.

Donc :

$$\hat{Y} = G\bar{U} + f \quad (II-7-3)$$

avec : tous les vecteurs sont de dimension $(N2 \times 1)$ sous l'hypothèse que $g_{1j} = g_j$ pour $j=0,1,2,\dots < i$

$$\hat{Y} = [\hat{y}(t+1), \hat{y}(t+2), \dots, \hat{y}(t+N2)]^T$$

$$\hat{U} = [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+N2-1)]^T$$

$$f = [f(t+1), f(t+2), \dots, f(t+N2)]^T$$

donc l'expression (II-7-3) devient :

$$\begin{bmatrix} y(t+1/t) \\ y(t+2/t) \\ \vdots \\ y(t+N2/t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{N2-1} & g_{N2-2} & \cdot & \cdot & g_0 & \cdot \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta u(t) \\ \Delta u(t+1) \\ \vdots \\ \Delta u(t+N2-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (G_1 - g_0) \Delta u(t) + F_1 y(t) \\ q(G_2 - g_0 - g_1 q^{-1}) \Delta u(t) + F_2 y(t) \\ \vdots \\ q^{N2-1} (G_{N2} - g_0 - g_1 q^{-1} - \dots - g_{N2-1} q^{-(N2-1)}) \Delta u(t) + F_{N2} y(t) \end{bmatrix}$$

II-8-Minimisation du critère

Sachant que ;

$$\hat{Y} = G \hat{U} + f \quad \text{avec} \quad \hat{U} = \Delta U$$

où tous les vecteurs sont de dimension $(N2 \times 1)$

$$\hat{Y} = [\hat{y}(t+1), \hat{y}(t+2), \dots, \hat{y}(t+N2)]^T$$

$$\hat{U} = [\Delta u(t), \Delta u(t+1), \dots, \Delta u(t+N2-1)]^T$$

$$f = [f(t), f(t+1), \dots, f(t+N2)]^T$$

La matrice G est triangulaire de dimension N2 x N2

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_2 & g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ g_{N2-1} & g_{N2-2} & \cdot & \dots & g_0 \end{bmatrix}$$

Il est à noter que si le retard du système est $k > 1$ les premières $k-1$ lignes de G seront égales à zéro

$$W = [W(t+1), W(t+2), \dots, W(t+N2)]^T$$

Le critère (II.14) écrit sous forme vectoriel est le suivant:

$$J = E \{ (Y-W)^T (Y-W) + \lambda \tilde{U}^T \tilde{U} \} \\ = \{ (G\tilde{U} + f - W)^T (G\tilde{U} + f - W) + \lambda \tilde{U}^T \tilde{U} \} \quad (II.16)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \tilde{U}} = 0 \\ \rightarrow \frac{\partial}{\partial \Delta U} (G\Delta U + f - W)^T (G\Delta U + f - W) + \frac{\partial}{\partial \Delta U} (G\Delta U + f - W) (G\Delta U + f - W)^T + 2\lambda \Delta U = 0$$

$$\rightarrow G^T (G\Delta U + f - W) + G (G\Delta U + f - W)^T + 2\lambda \Delta U = 0$$

$$\rightarrow 2G^T G \Delta U + 2G^T (f - W) + 2\lambda \Delta U = 0$$

$$\rightarrow (G^T G + \lambda I) \Delta U + G^T (f - W) = 0$$

D'où :

$$\Delta U = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T (W - f) \quad (II.17)$$

La première commande est :

$$u(t) = u(t-1) + \bar{g}^T (W-f) \quad (II.18)$$

où \bar{g}^T est la première ligne de $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$.

La loi est utilisée dans le sens de l'horizon fuyant : le premier élément $\Delta u(t)$ est calculé et exécuté pour donner la commande $u(t) = u(t-1) + \Delta u(t)$, et à l'instant $t+1$ tous le calcul est répété pour avoir $\Delta u(t_1)$ ($t_1 = t+1$) (voir l'organigramme de la commande dans l'annexe [3]).

II-9-Influence de l'horizon de commande, de l'horizon initial de prédiction et du retard.

II-9-1-L'horizon de commande -NU-

La matrice constitué dans l'équation (II.17) est de dimension $N2 \times N2$. La puissance de la GPC réside dans l'hypothèse faite à propos des actions de commande futures. Il est supposé, qu'après un certain 'Horizon de Commande' NU au delà duquel tous les incréments de commande sont pris égaux à zéro. Ceci dans le but de ne pas laisser l'équation (II-17) choisir librement la commande à appliquer au système.

Soit :

$$\Delta u(t+j-1) = 0 \quad j > NU \quad (II.19)$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} g_0 & \cdot & \cdot & 0 \\ g_1 & g_0 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & g_0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ g_{N2-1} & g_{N2-2} & \cdot & g_{N2-NU} \end{bmatrix}$$

Cela implique que la matrice G est de dimension $N2 \times NU$

Donc

$$u = (G_1^T G_1 + \lambda I)^{-1} G_1^T (w - f) \quad (II.20)$$

Ce qui nous simplifie les calculs puisque la matrice à inverser est de dimension $NU \times NU$.

Remarques

- ▶ si $NU=1$, $(G_1^T G_1 + \lambda I)^{-1}$ se réduit à un scalaire dont l'inversion ne pose pas de problème.
- ▶ si $1 < NU < N2$ le problème d'inversion se pose puisque $(G_1^T G_1 + \lambda I)$ n'est plus un scalaire mais une matrice ce qui rend les commandes plus actives, et, la réponse du système médiocre nous vous invitons à voir les courbes de simulation dans le Chapitre III dans le cas du réglage de la vitesse d'un moteur à courant continu (MCC).

II-9-2-Présence du retard et Introduction de l'horizon initial de prédiction $N1$:

Intrduisons dans la matrice G_1 le retard du système d et l'horizon initial de prédiction, nous verrons que d'énormes calculs seront simplifiés puisque nous ne considérons qu'une partie de la matrice G_1 .

soit :

$$f = [f(t+N1), \dots, f(t+N2)]^T$$

$$\tilde{U} = [\Delta u(t), \dots, \Delta u(t+NU-1)]^T$$

de dimension $((N2-N1+1) \times (1))$ et $(NU \times 1)$ respectivement.

La matrice G_1 devient :

de dimension $((N2-N1+1) \times (NU))$.

$$G_2 = \begin{bmatrix} g_{N1-d-1} & g_{N1-d-2} & \dots & g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_{N1-d} & g_{N1-d-1} & \dots & g_0 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{N1-d-1} & g_{N1-d-2} & \dots & \dots & \dots & \dots & g_{N2-d-NU} \end{bmatrix}$$

Structure de réglage RST :

La formulation de la loi de commande GPC sous la forme canonique RST (voir fig.1) permet d'étudier ses caractéristiques et ses spécifications de commande (voir annexe 1). Pour cela on doit d'abord écrire la loi de commande (II.17) sous la forme :

$$\Delta u(t) = [100\dots 0] \begin{bmatrix} \gamma_{1N1} & \gamma_{1N1+1} & \dots & \gamma_{1N2} \\ \gamma_{2N1} & \gamma_{2N1+1} & \dots & \gamma_{2N2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{NUN1} & \gamma_{NUN1+1} & \dots & \gamma_{NUN2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(t+N1) - f(t+N1) \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ W(t+N2) - f(t+N2) \end{bmatrix}$$

On obtient la somme :

$$\Delta u(t) = \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} (W(t+j) - f(t+j))$$

où $\gamma_{1j} : (i,j) = [(1,NU)(1,N2-N1+1)]$

Ce sont les éléments de la matrice Γ définie par

$$\Gamma = (G_1^T G_1 + \lambda I)^{-1} G_1^T$$

En introduisons l'expression $W(t+j)-f(t+j)$ de l'équation (II-7-3) dans la somme ci-dessus, on obtient ;

$$\Delta u(t) = \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} [W(t+j) - g_{fn}(j) q^{-1} \Delta u(t) - F(j) y(t)]$$

$$\Delta u(t) + \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} g_{jm}(j) q^{-1} \Delta u(t) + \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} F(j) y(t) - \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} W(t+j)$$

$$\Delta u(t) \left[1 + \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} g_{jm}(j) q^{-1} \right] + \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} F(j) y(t) - \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} W(t+1)$$

Donc les polynômes R.S.T sont :

$$S = 1 + \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} g_{jm}(j) q^{-1}$$

$$R = \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j} F(j)$$

$$T = \sum_{j=N1}^{N2} \gamma_{1j}$$

Le Schéma bloc correspondant à cette représentation est donné par la figure 1 [P.8].

La structure de la commande numérique de la GPC est représentée sur la figure 2 [P.6].

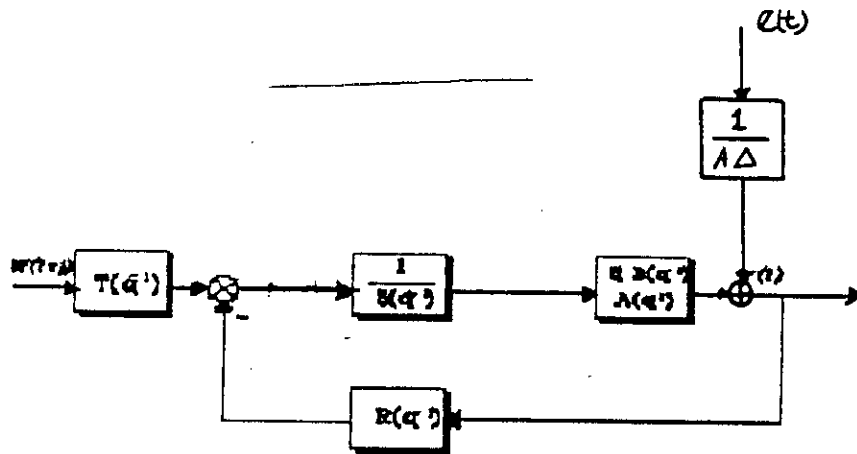


Figure 1 : *Schema du régulateur*

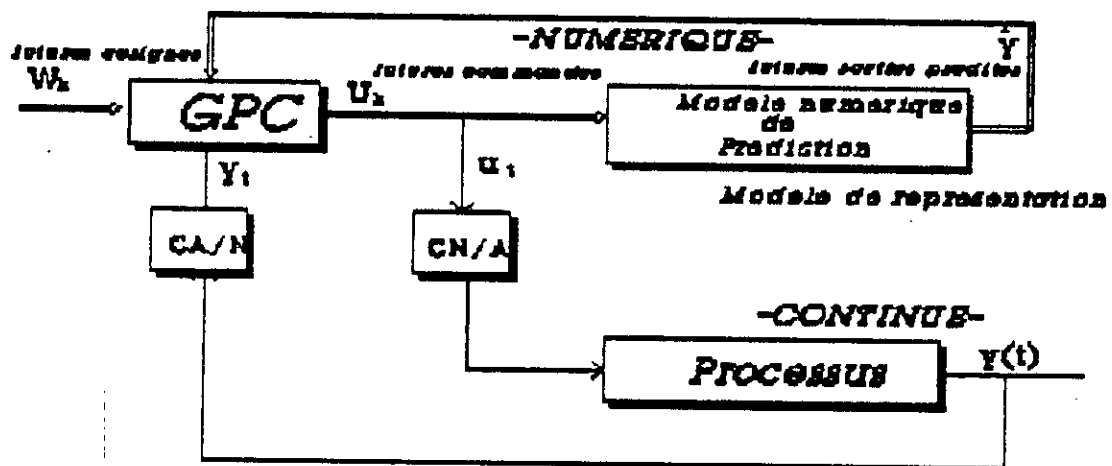


Figure 2 : *Schema du principe de l'application de la GPC*

CHAPITRE III

APPLICATION

DE LA

GPC

APPLICATION DE LA GPC

Dans ce Chapitre nous nous proposons d'appliquer l'algorithme de la GPC à quelques systèmes particuliers:

- système à phase non-minimal.
- moteur à courant continu.

Nous étudierons l'influence des paramètres $N2$, $N1$, NU et λ sur la qualité du réglage (sortie et commande). Dans les exemples présentés, l'entrée de référence est un signal en escalier représenté dans la figure (fig.3.1)

III-1- APPLICATION DE LA GPC A UN SYSTEME A PHASE NON-MINIMAL

Dans cette section nous allons voir l'effet du retard pour un système à phase non-minimal **NMP** et l'influence des horizons de commande et de prédiction ainsi que du coefficient de pondération sur la réponse du système.

III-1-1-Définition.

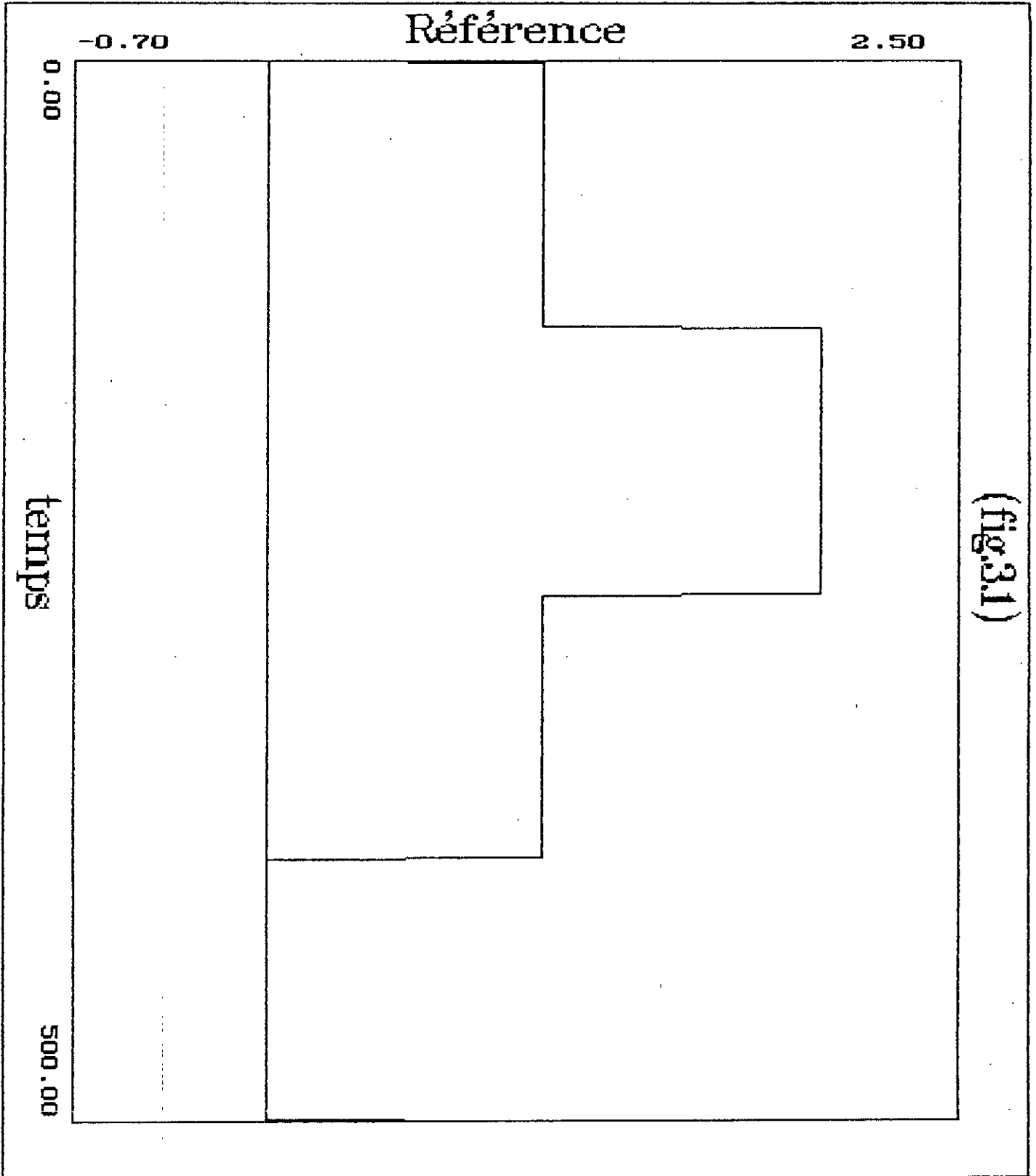
Un système à phase non-minimal est un système dont les zéros en boucle ouverte sont à l'extérieur du cercle unité.

III-1-2-Fonction de transfert du système étudié

Proposons-nous d'étudier un système à phase non-minimal de premier ordre dont le zéro est à l'extérieur du cercle unité ($z_0 = -2$) et de pôle stable ($p_0 = 0.9$).

soit :

$$F(q^{-1}) = \frac{1 + 2q^{-1}}{1 - 0.9q^{-1}}$$



(fig.3.1)

Pour ce système nous allons déterminer les paramètres de la commande à partir de l'algorithme établi dans le Chapitre précédent pour un certain horizon de commande et de prédiction. A titre d'exemple nous prenons de petite valeur de N_2 et de N_U pour de simple commodité d'écriture, et nous déterminerons les paramètres du régulateur RST juste après la détermination de $u(t)$.

III-1-3-Dimensionnement du Réglage.

Le cas $N_2=3$, $N_1=1$, $N_U=3$ et $\lambda=0$ est simulé, la matrice G_0 établie dans le Chapitre II s'écrit comme suit :

$$G_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3.9 & 1 & 0 \\ 6.51 & 3.9 & 1 \end{bmatrix}$$

Le cas le plus agréable pour obtenir de bonne sorties est comme nous l'avons déjà énoncé dans le Chapitre II est pour $N_U=1$.

Soit $N_U=1$ le terme $(G_0 G_0 + \lambda I)$ se réduit à un scalaire dont l'inverse est :

$$(G_0^T G_0 + \lambda I)^{-1} = \frac{1}{58.590}$$

et la matrice G_0 de dimension (3×3) devient un vecteur (3×1)

$$G_0 = [1, 3.9, 6.51]^T$$

pour ce cas bien précis nous pouvons établir l'expression de la commande à appliquer au système ;

$$\Delta u(t) = \frac{1}{58.421} \{11.41W - 34.857y(t) + 23.447y(t-1) - 52.104\Delta u(t-1)\}$$

Détermination des polynômes $R(q^{-1})$ et $S(q^{-1})$.

En se basant sur le schéma de la figure 1 du Chapitre II on déduit la forme du régulateur ;

$$R(q^{-1}) \Delta u(t) - W(t) - S(q^{-1})y(t) \quad (1)$$

$\Delta u(t)$ devient

$$\Delta u(t) - 0.017(11.41W - 34.856y(t) + 23.446y(t-1) - 52.104\Delta u(t-1))$$

d'où :

$$(5.181 + 4.585q^{-1})\Delta u(t) - W - (3.053 - 2.062q^{-1})y(t)$$

par identification à l'équation (1) on a :

$$R(q^{-1}) - 5.181 + 4.585q^{-1}$$

$$S(q^{-1}) - 3.053 - 2.062q^{-1}$$

On obtient les pôles en boucle fermée en considérant l'équation suivante;

$$RAA + q^{-1}SB - (1 - 0.436q^{-1}) \quad \text{avec } p = 0.436$$

Nous pouvons remarquer que le pôle en BF est stable et cela est dû au bon choix des horizons N2, NU.

- De plus amples détails de calcul en annexe (1).

III-1-4- SIMULATION.

La simulation a été faite sur un horizon de 2000 pas de calcul dans lesquels le système répond sur 5 périodes. Sur la première période, le système répond à la commande établie dans le paragraphe (III-2-3). Pour les autres périodes nous introduisons au système un retard;

- 2^{ème} période → d=1
- 3^{ème} " → d=3
- 4^{ème} " → d=5

Tout ceci dans le but de voir l'efficacité de la méthode GPC sur le retard.

III-1-5-Résultats de simulation pour un système à NMP.

III-1-5-1-L'effet du retard et influence de l'horizon de

prédiction

Le système est simulé pour plusieurs valeurs de l'horizon de prédiction N_2 avec $N_1=1$. Les courbes correspondantes aux sorties et aux commandes sont représentées ci-dessous. On en déduit que si l'intervalle de prédiction est assez large $[N_2.N_1]$ le système répond avec un écart permanent considérable mais dès qu'on augmente le retard cet écart disparaît et le système répond très vite, on peut aussi constater que plus N_2 augmente ($>d^0B(q^{-1})$) le dépassement diminue, voir les courbes de simulation sur les figures (fig.3.2) → (fig.3.9).

III-1-5-2-Coefficient de pondération λ .

Ce coefficient n'a aucune influence sur la réponse du système, dans la mesure où toutes les commandes sont bonnes (et réalisables) il n'y a pas lieu de les pondérer. Toutes les courbes relatives à cette section sont identiques à celles des figures 1 à 8 du paragraphe (II-2-5-1).

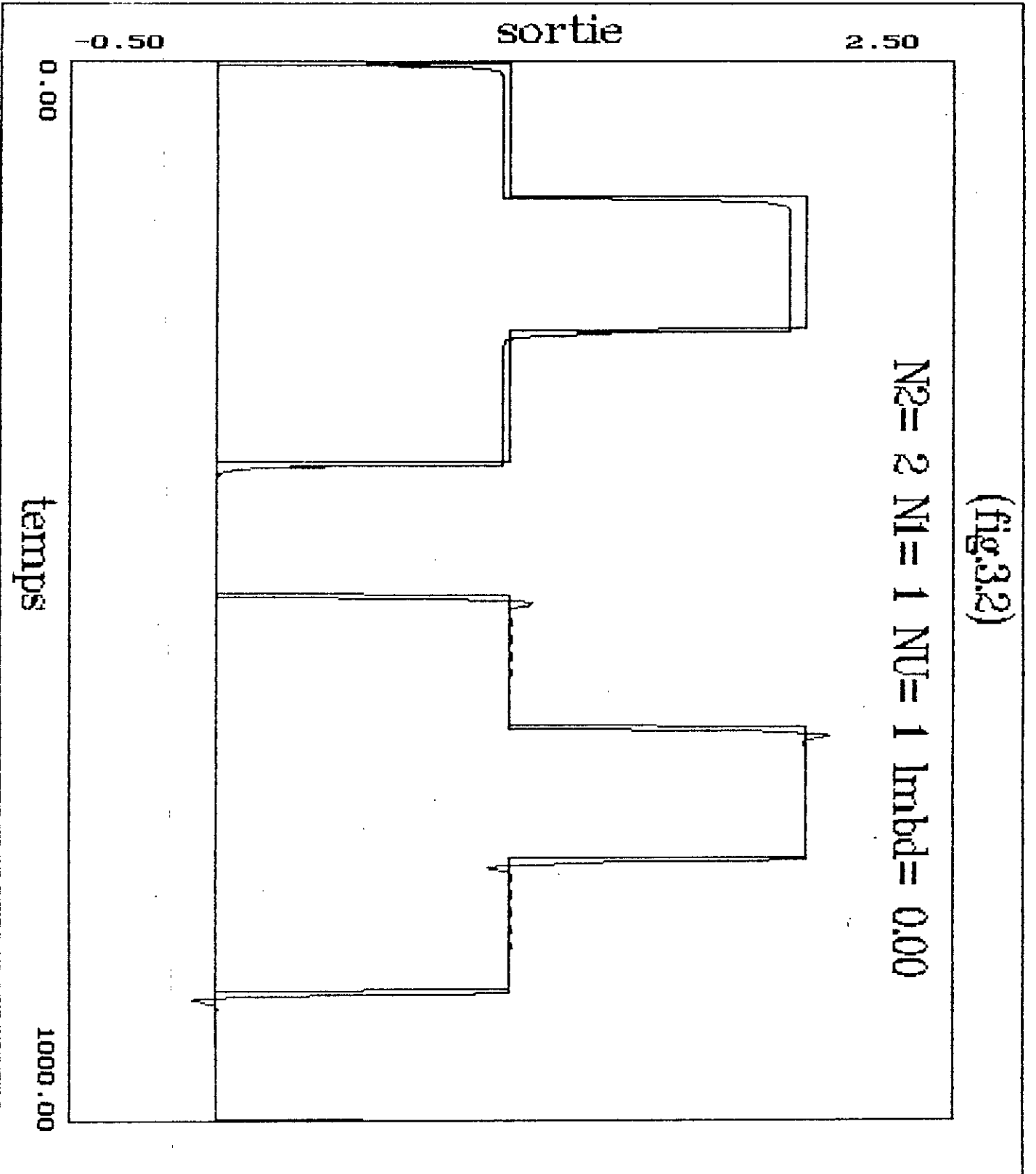
III-1-5-3-Cas où $N_1 = N_2$.

Nous pouvons annuler l'écart permanent obtenu dans la section (II-2-5-1) sans l'introduction du retard. Ces résultats sont comparables aux résultats obtenus par l'horizon étendu de Ydstie 1984 [P.7] qui est un cas particulier de la GPC. Les résultats de la simulation ont été faits pour différentes valeurs de N_1 avec les valeurs de N_2 correspondantes à la section (II-2-5-1), pourvu que $N_1=N_2$ voir figures (fig.10)
→ (fig.3.15).

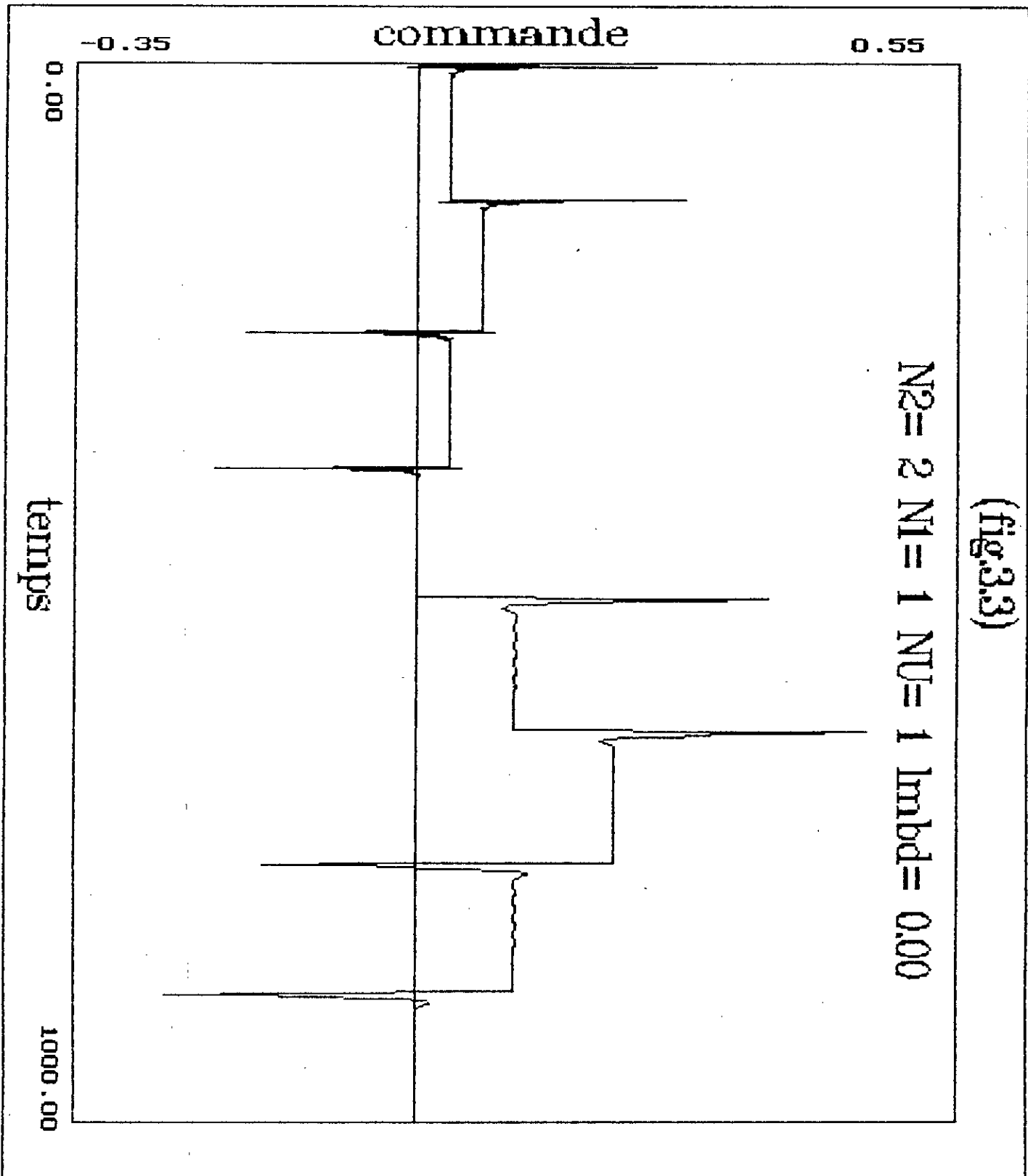
III-1-6-Conclusion.

Les résultats de simulation ont montré que, pour un système à phase non minimale, la prédiction doit être à un pas dans le futur ($N_1=N_2$) ou à un instant du degré de $B(q^{-1})$. L'introduction du retard pour le même système (NMP) entraîne une annulation de

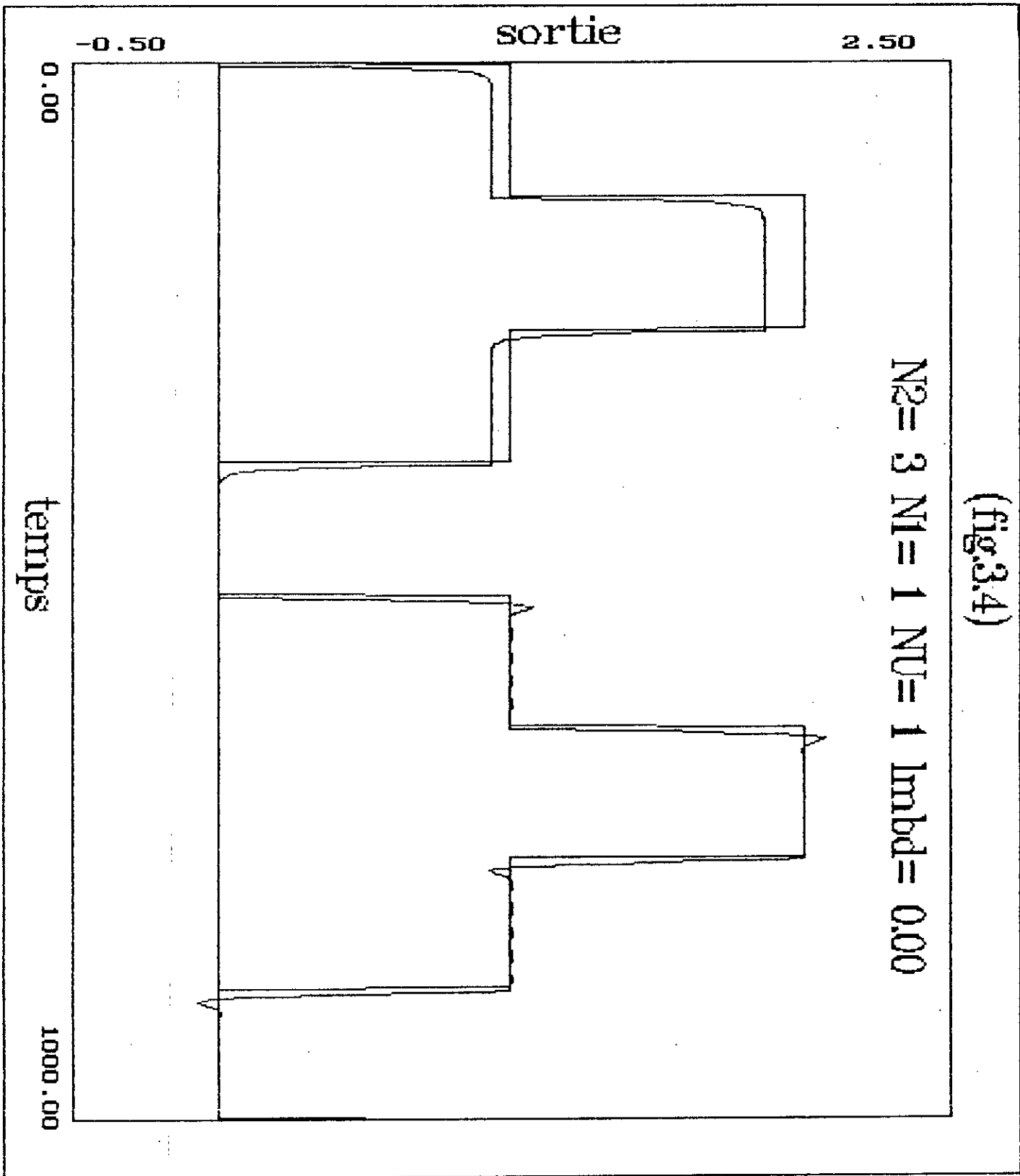
(fig.3.2)



(fig.3.3)

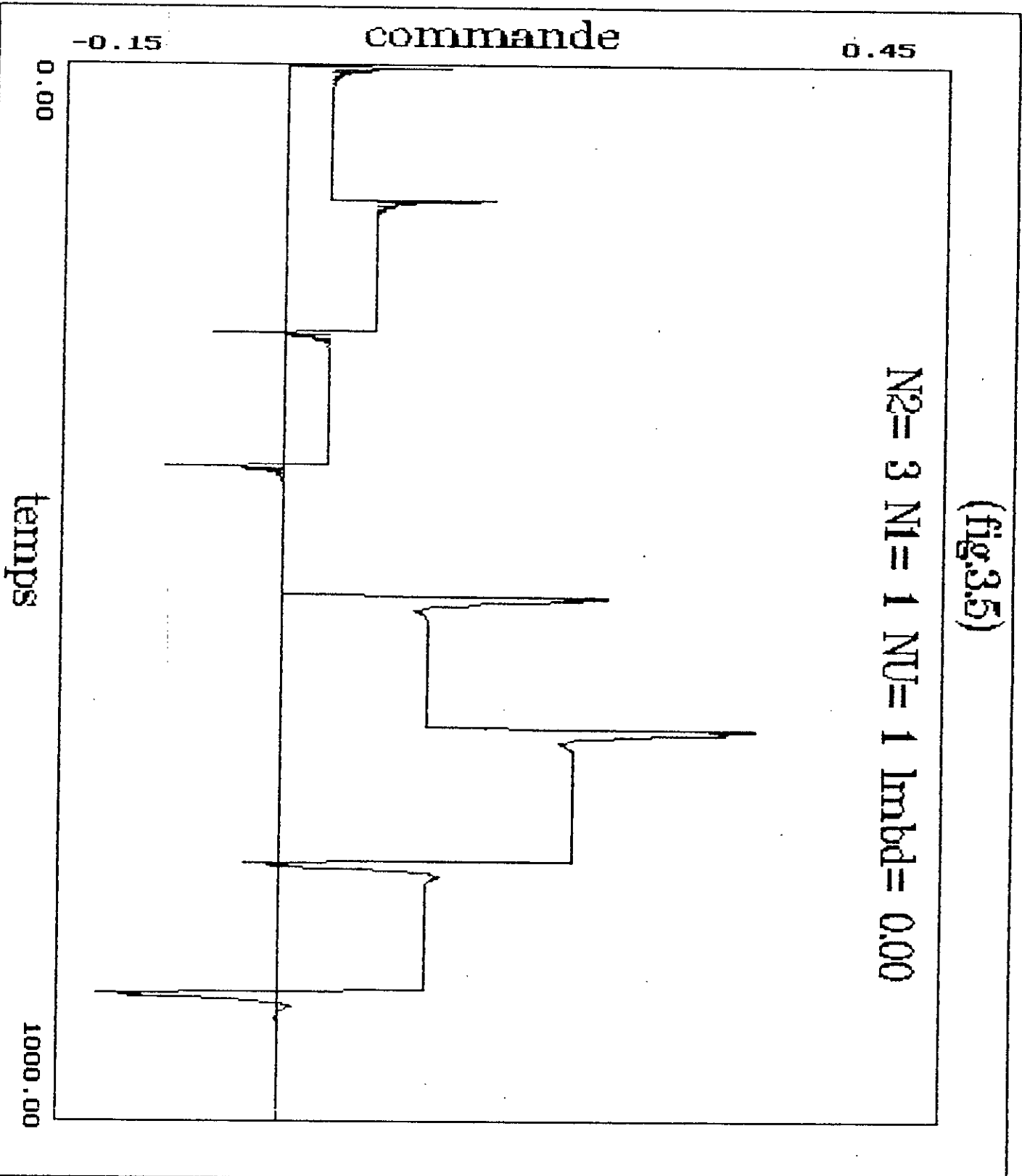


(fig.3.4)

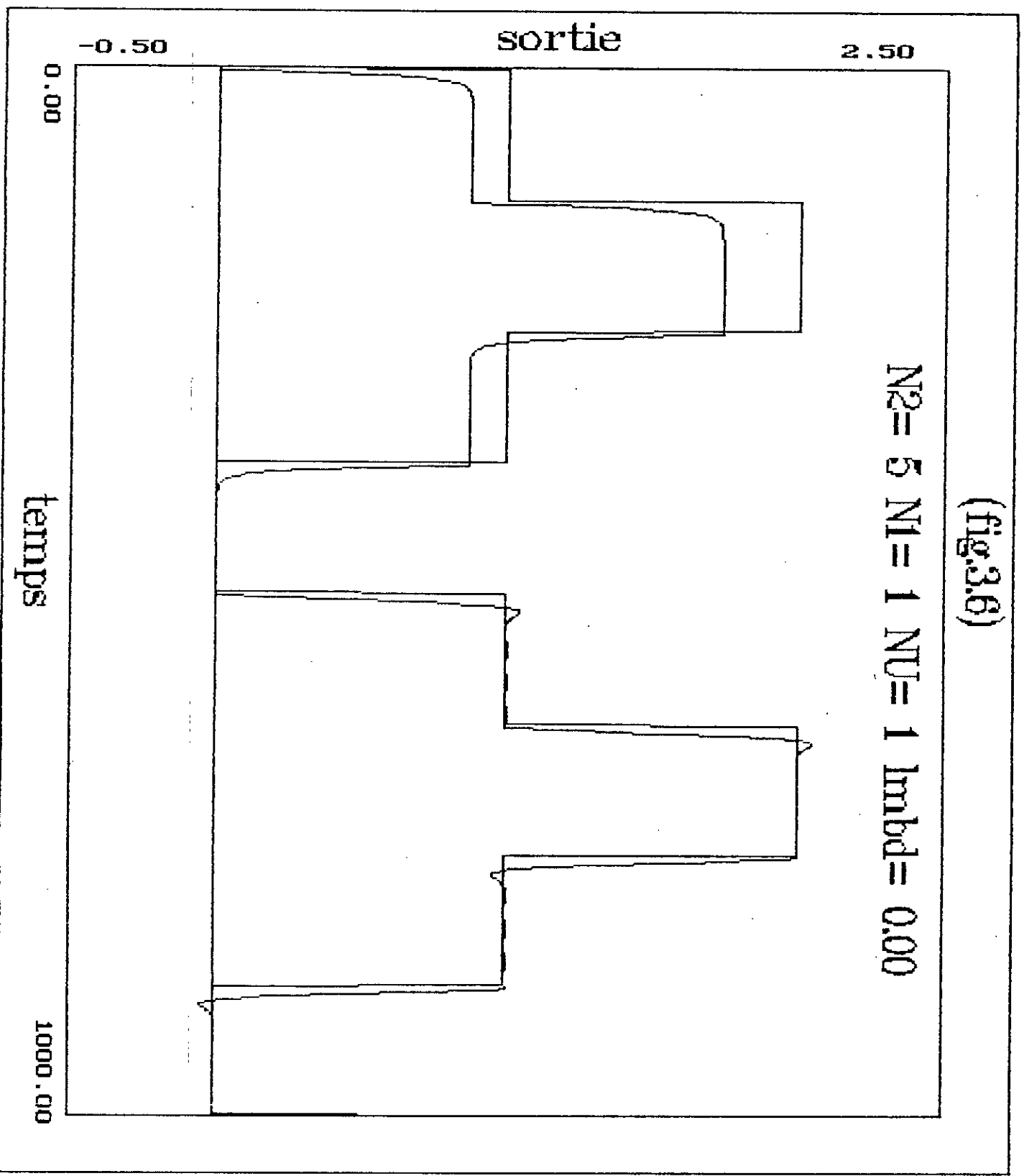


(fig.3.5)

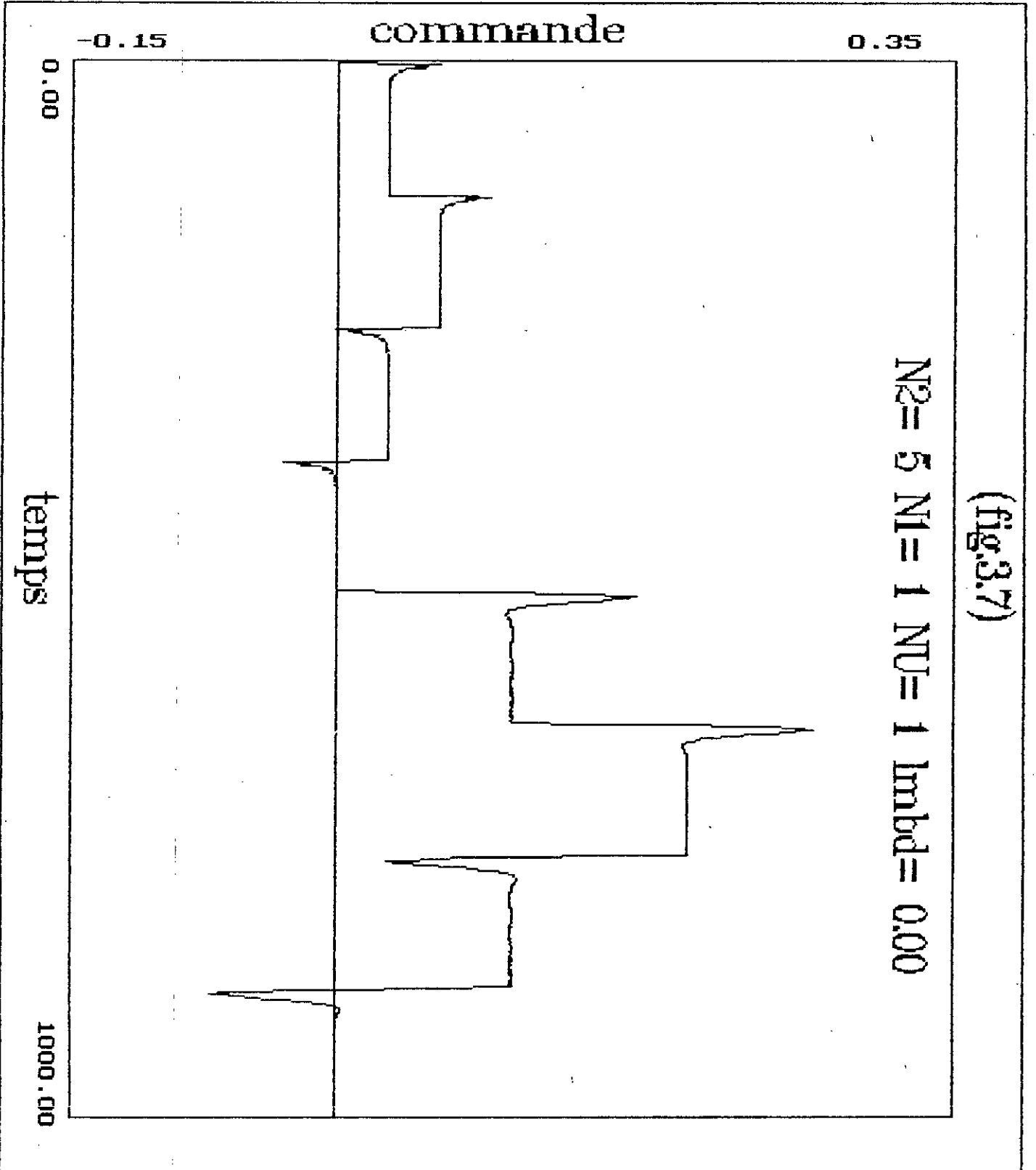
$N2 = 3$ $N1 = 1$ $NU = 1$ $\text{Imbd} = 0.00$



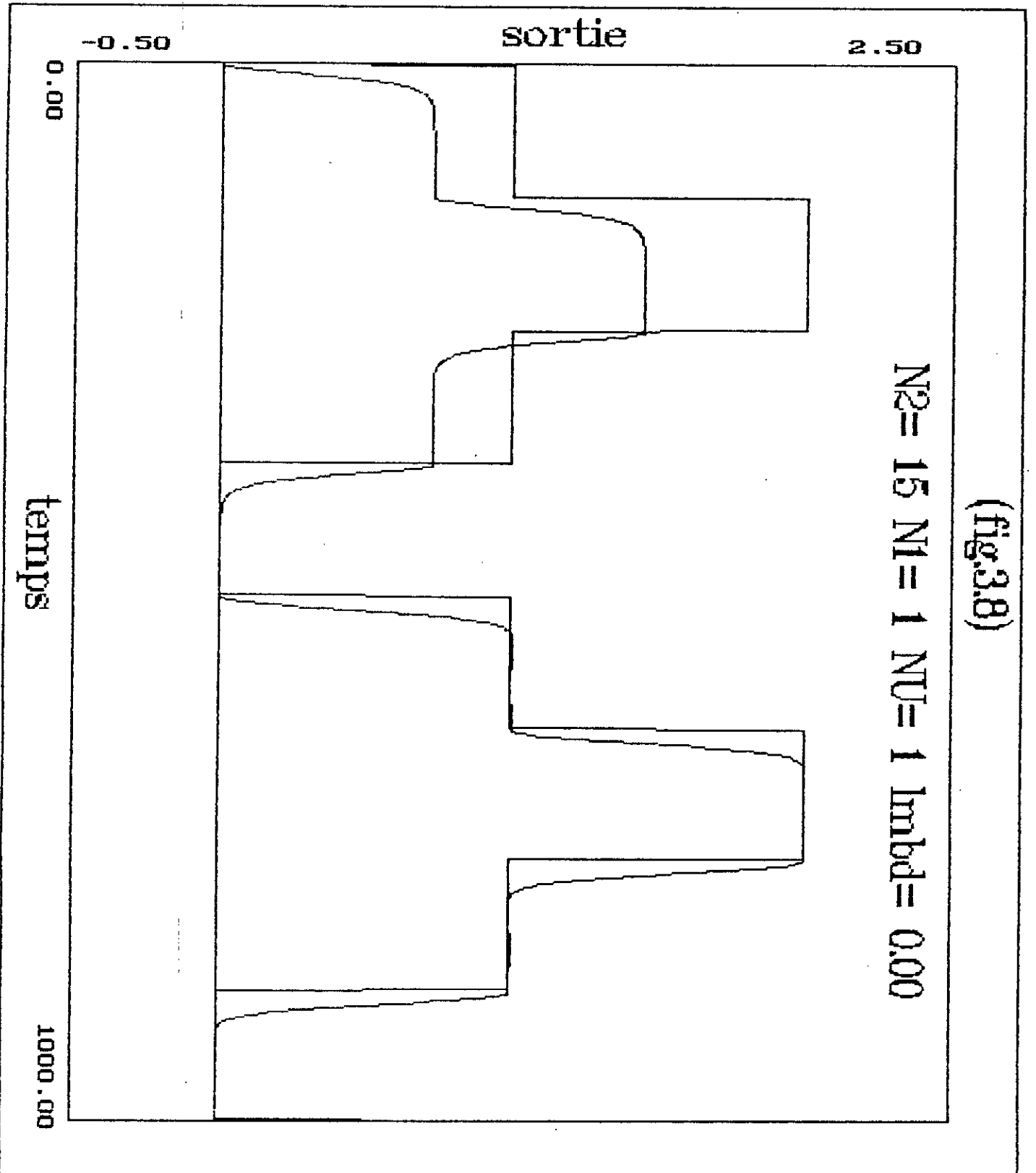
(fig.3.6)



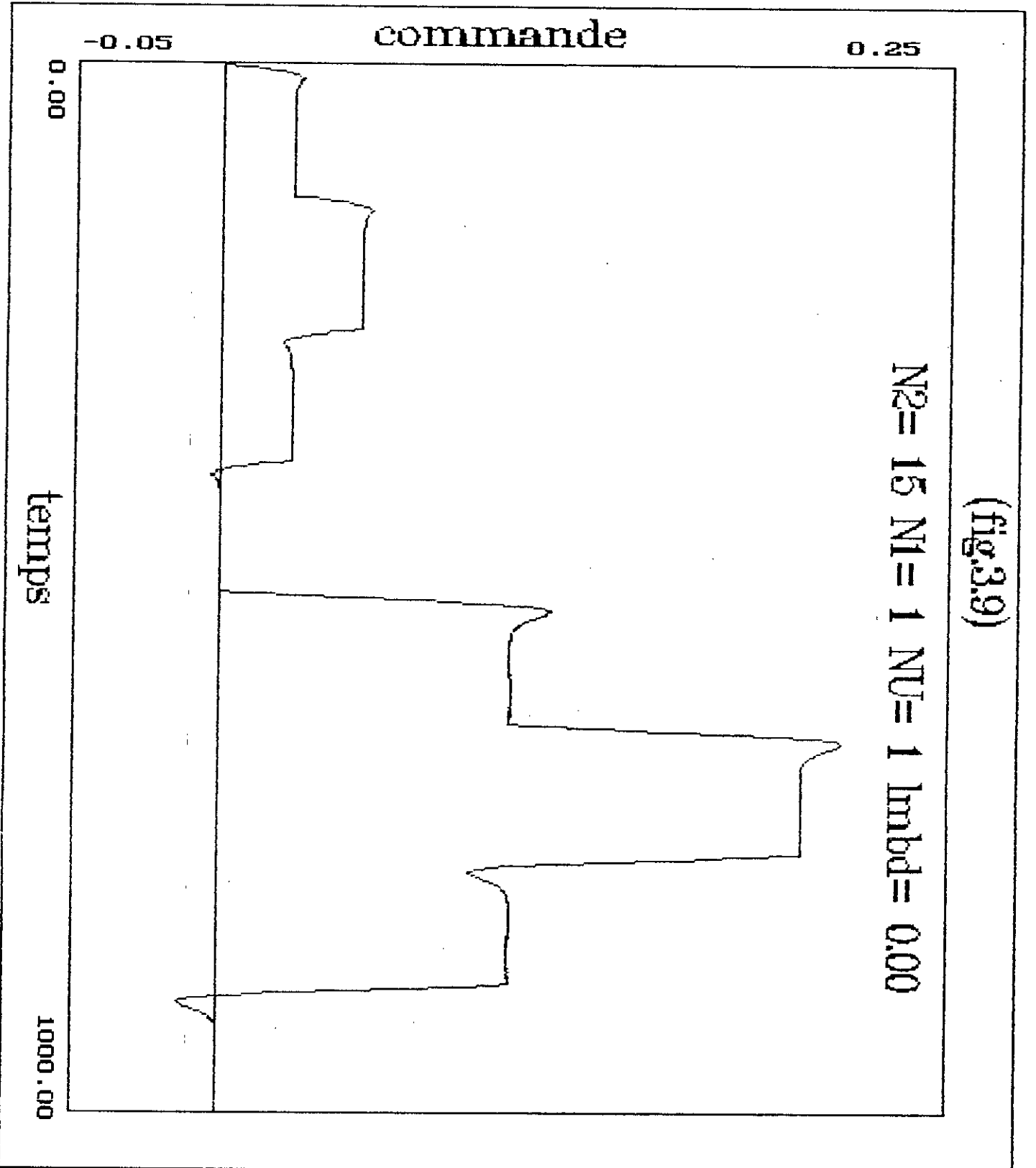
(fig.3.7)



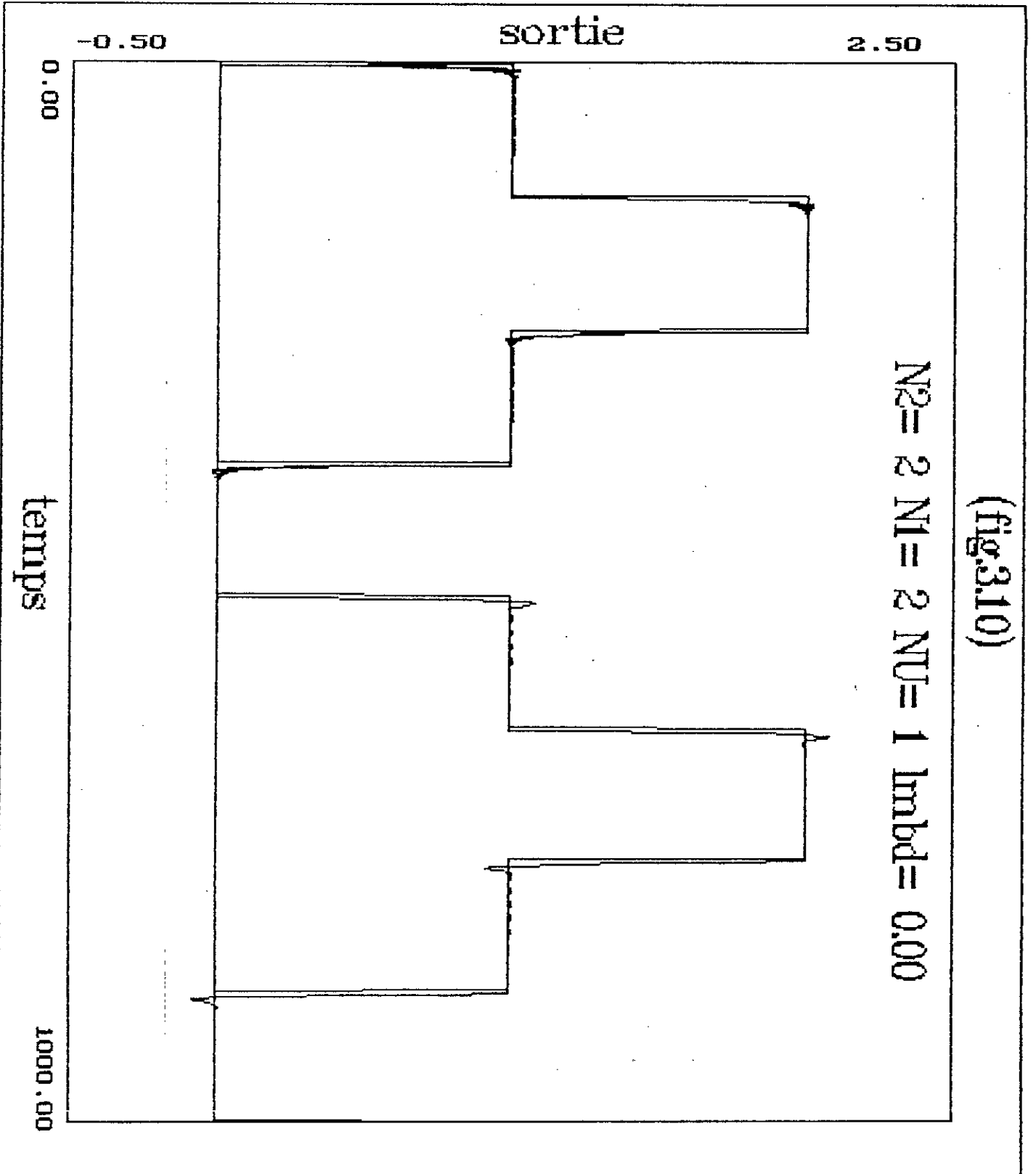
(fig.3.8)



(fig.3.9)

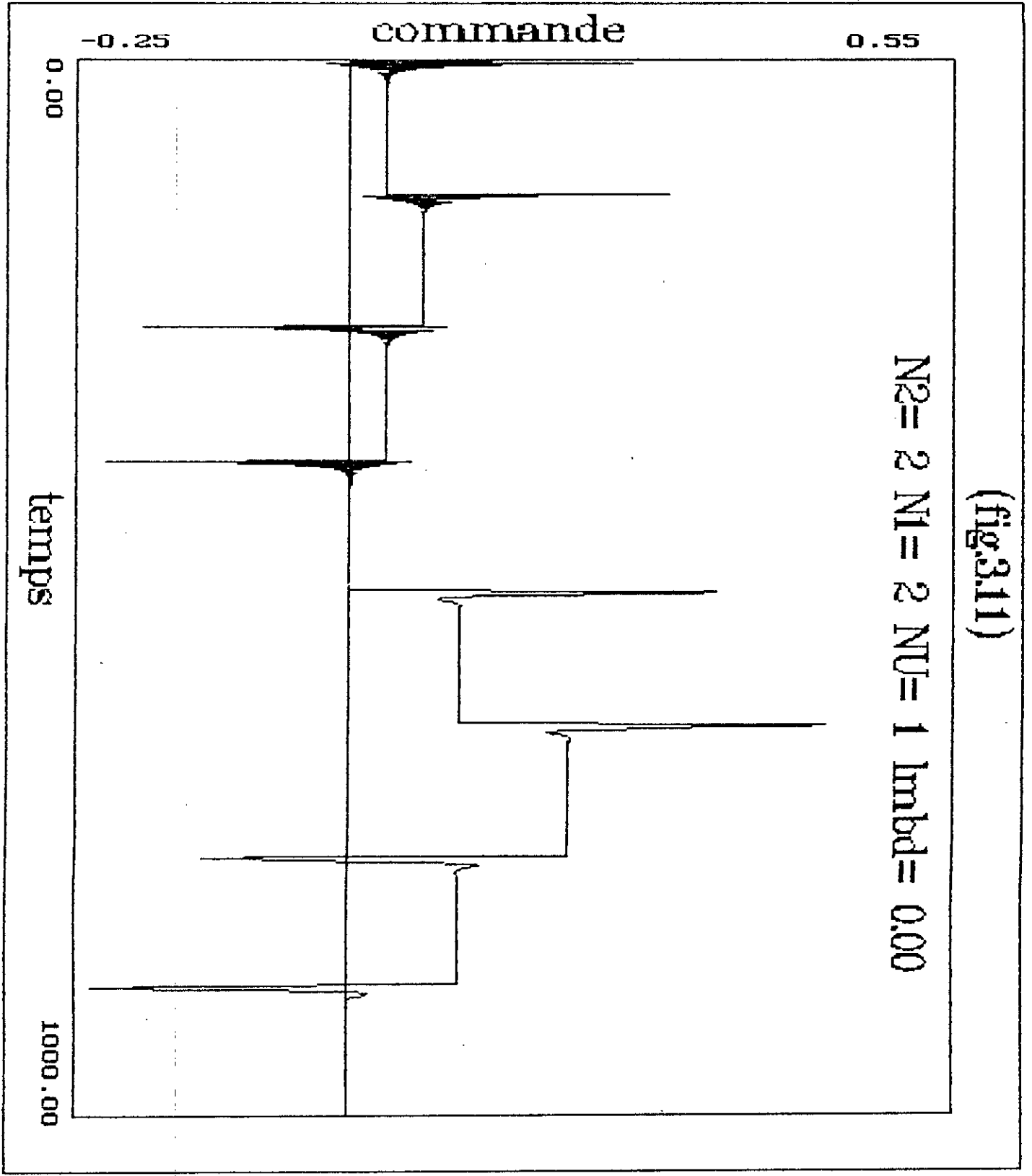


(fig.3.10)



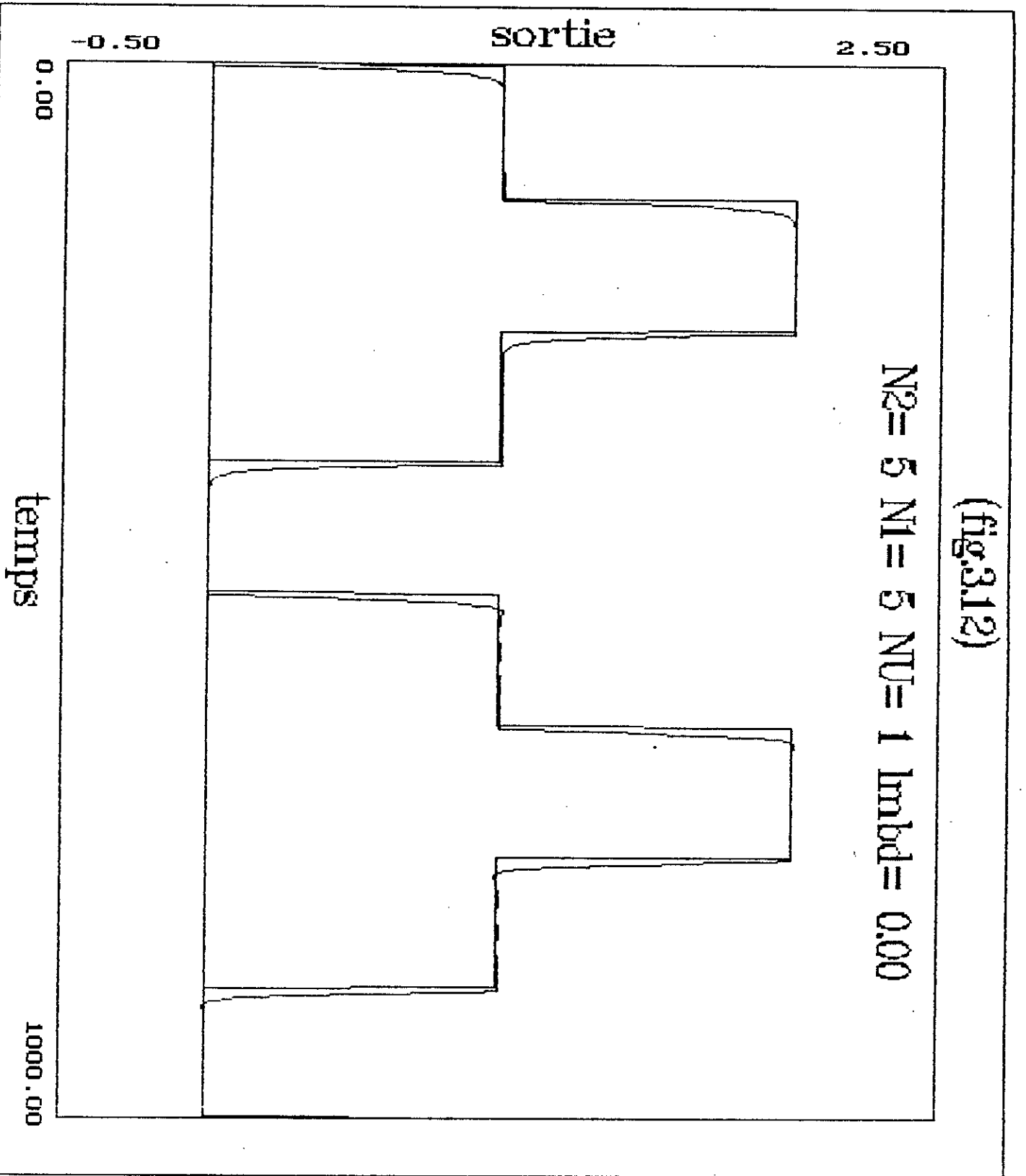
(fig.3.11)

$N2 = 2$ $N1 = 2$ $NU = 1$ $lmbd = 0.00$



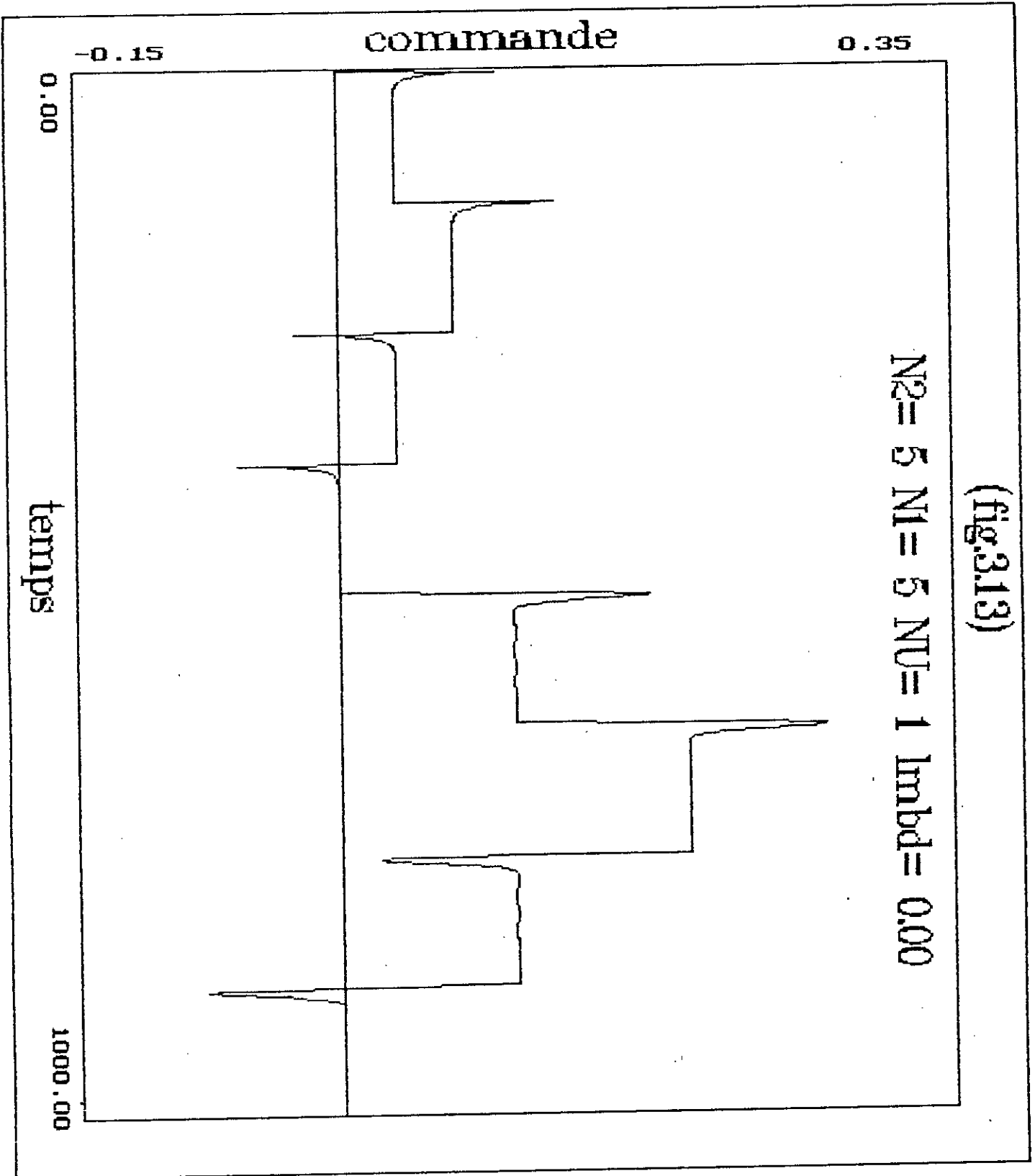
(fig.3.12)

$N2 = 5$ $N1 = 5$ $NU = 1$ $lmbd = 0.00$

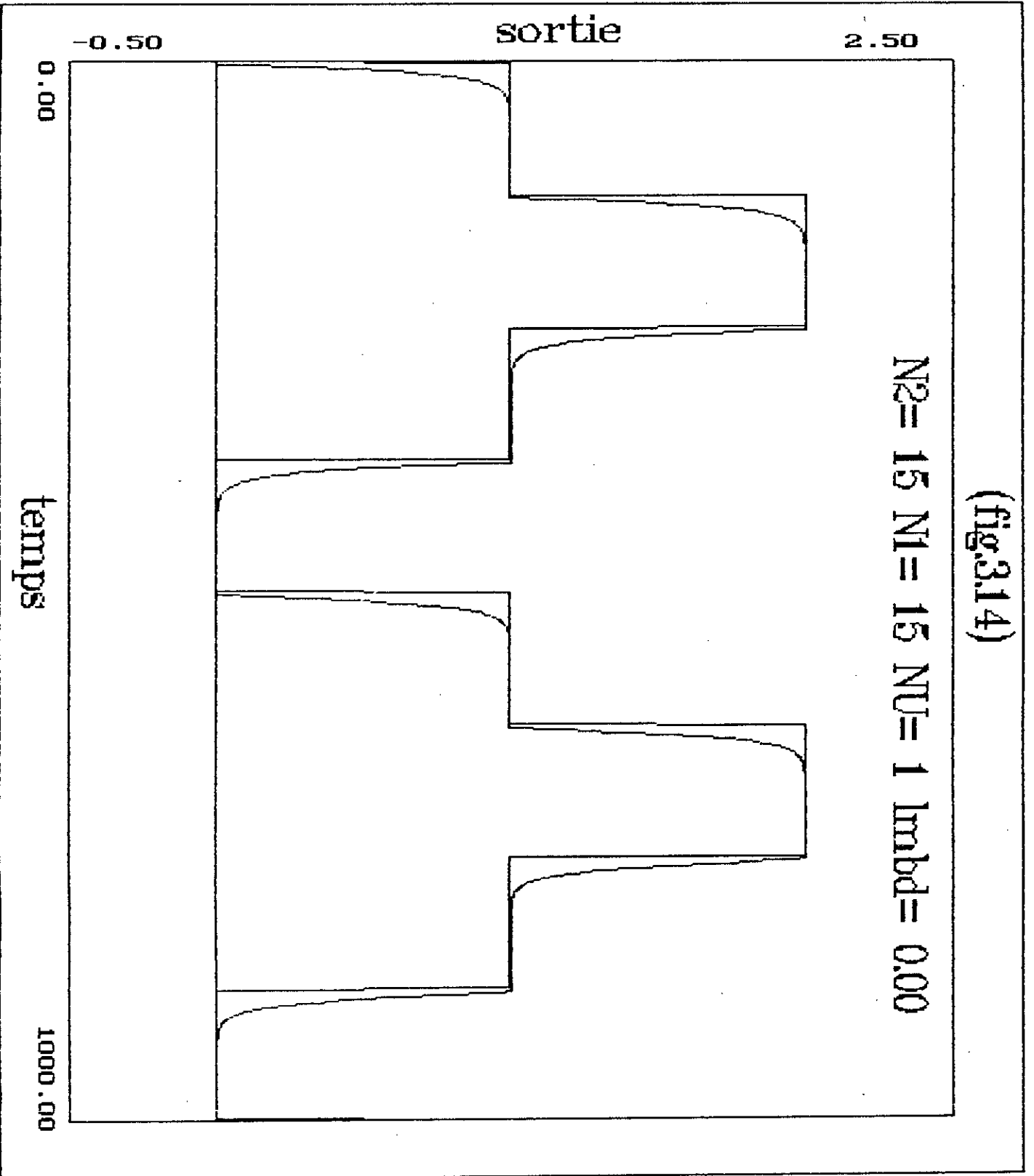


(fig.3.13)

$N2 = 5$ $N1 = 5$ $NU = 1$ $Imbd = 0.00$

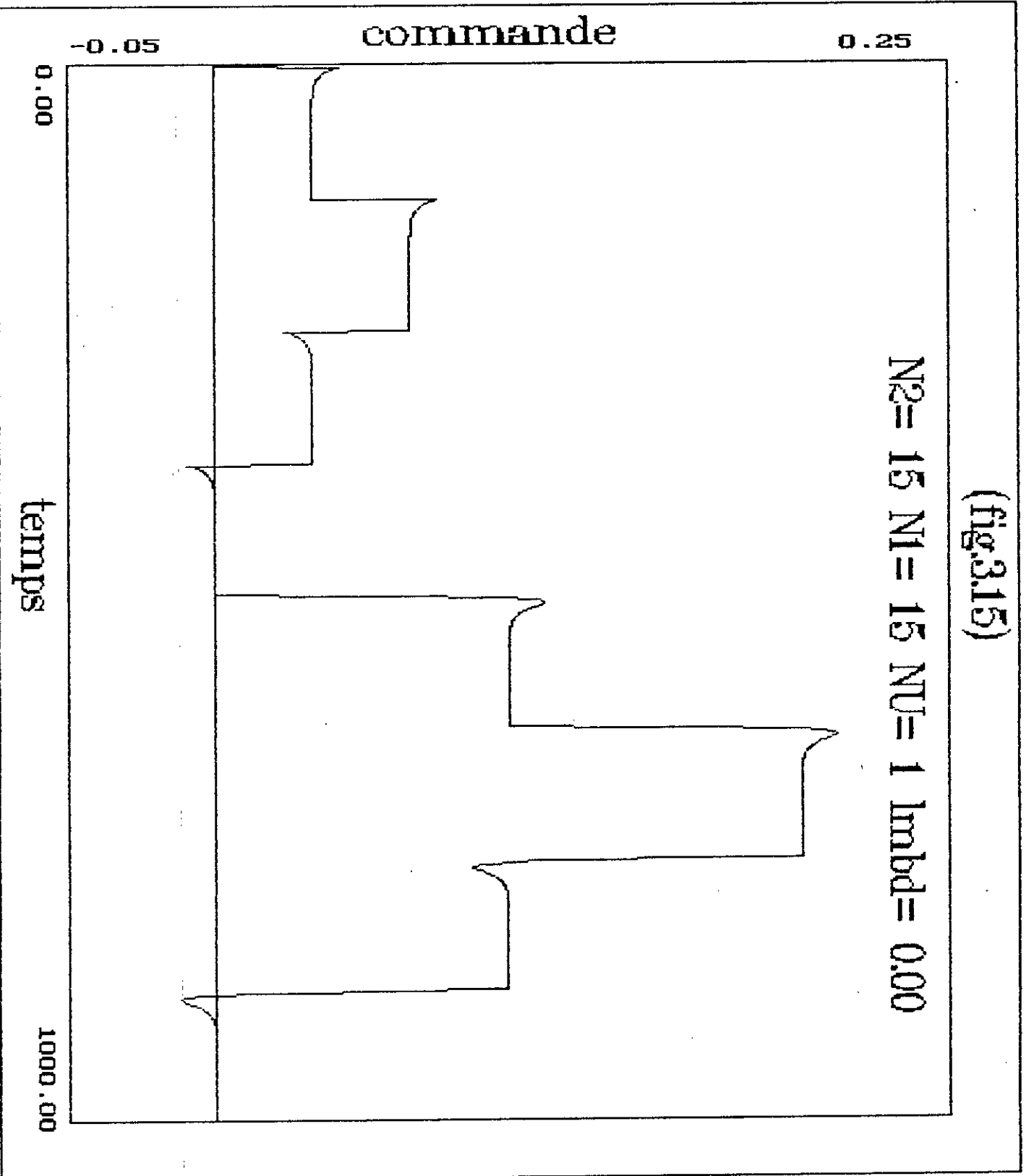


(fig.3.14)



(fig.3.15)

$N_2 = 15$ $N_1 = 15$ $NU = 1$ $lmbbd = 0.00$



l'écart permanent dans le cas où $N1 \neq N2$.

III-2-Application de la GPC au réglage de vitesse d'un moteur à courant continu.

La fonction de transfert échantillonnée du moteur muni de son réglage interne de courant est du deuxième ordre représentée comme suit.

$$F(q^{-1}) = \frac{0.04072q^{-1} + 0.03210q^{-2}}{1 - 1.417q^{-1} + 0.489q^{-1}}$$

Elle présente un retard de $d=1$ du à l'échantillonnage, un zéro stable $z_0=0.788$ et deux pôles stables $p_1=0.82$ et $p_2=0.59$

III-2-1-Influence de l'horizon maximum de prédiction N2

Les figures (fig.3.16) + (fig.3.21) montrent les sorties et les commandes pour N2 respectivement égal à 3, 10 et 20 représenté sur une période.

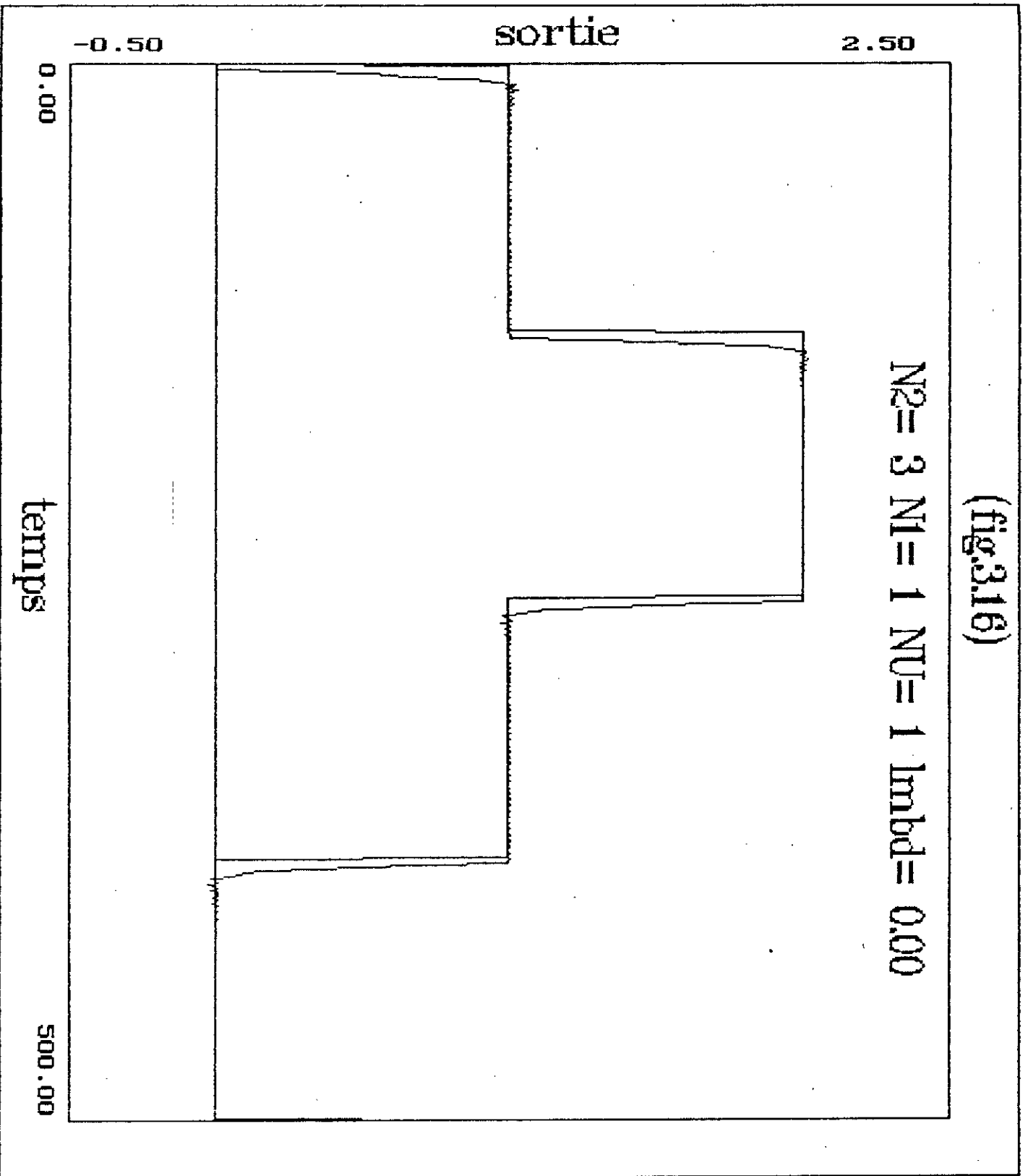
La sortie du système (vitesse) s'améliore lorsque N2 augmente, ceci est confirmé en observant la commande qui devient de plus en plus douce. Le temps de réponse, par contre, augmente avec N2, ce qui est un inconvénient, mais nous verrons par la suite (III-2-4) comment remédier à ce problème.

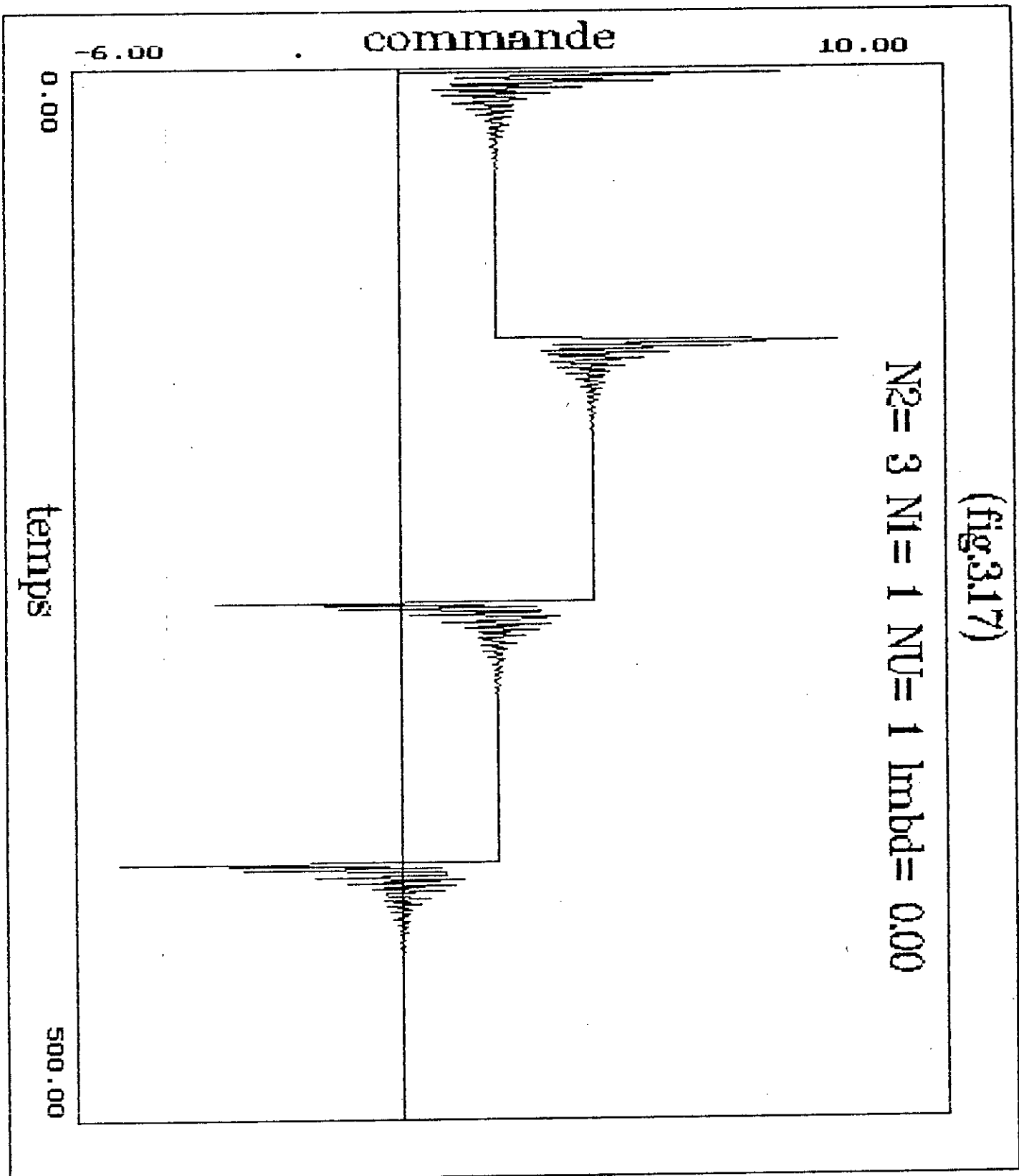
III-2-2-Influence du retard d.

La variation du retard est introduite au système de la même façon que celle décrite dans la section simulation du sous Chapitre III-1. Nous avons fait la simulation sur plusieurs périodes avec les paramètres $N2=20$, $N1=1$, $NU=1$ et $\lambda=0$.
Le système subit les retards suivants:

(fig.3.16)

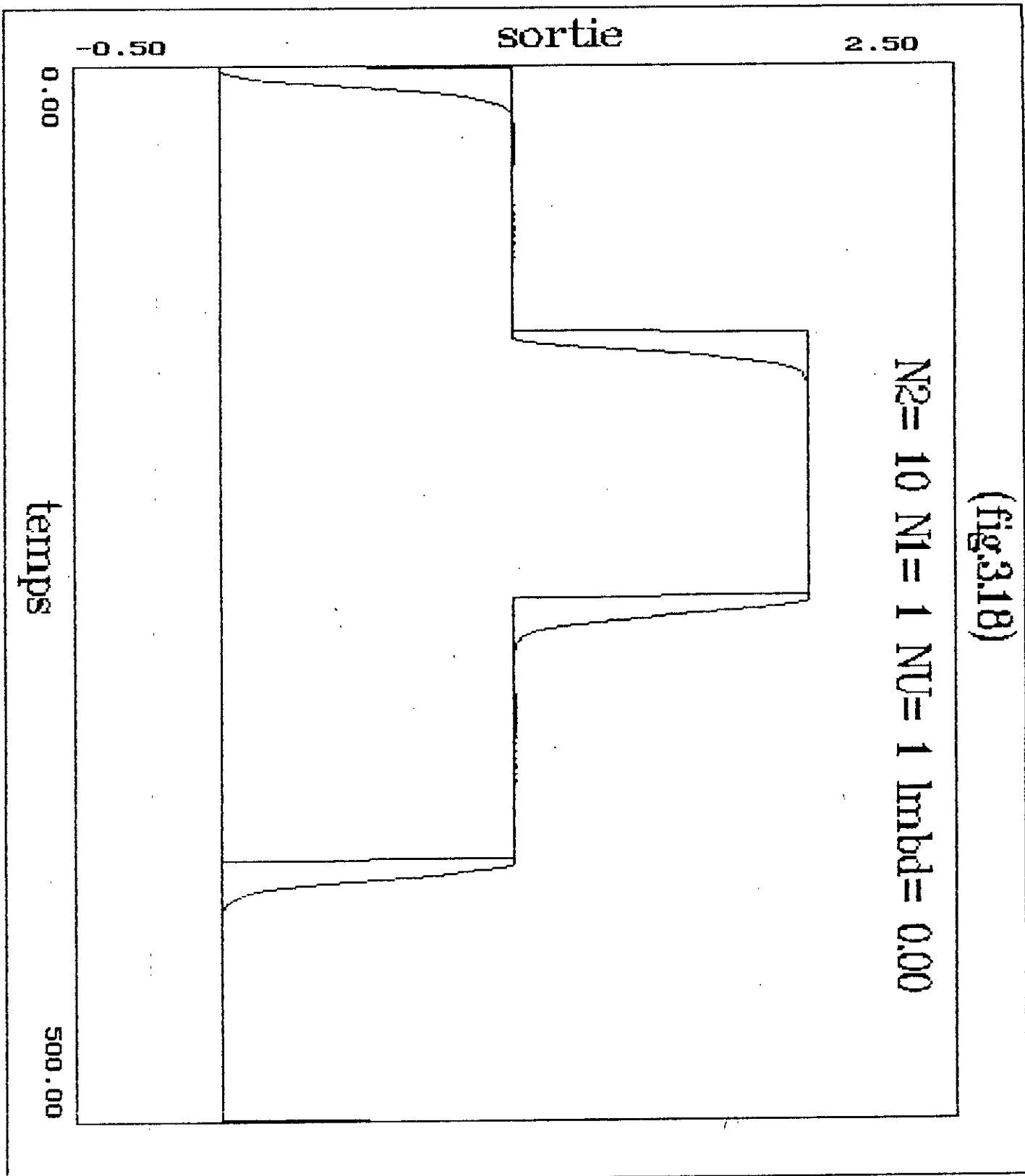
N2= 3 N1= 1 NU= 1 lmbd= 0.00



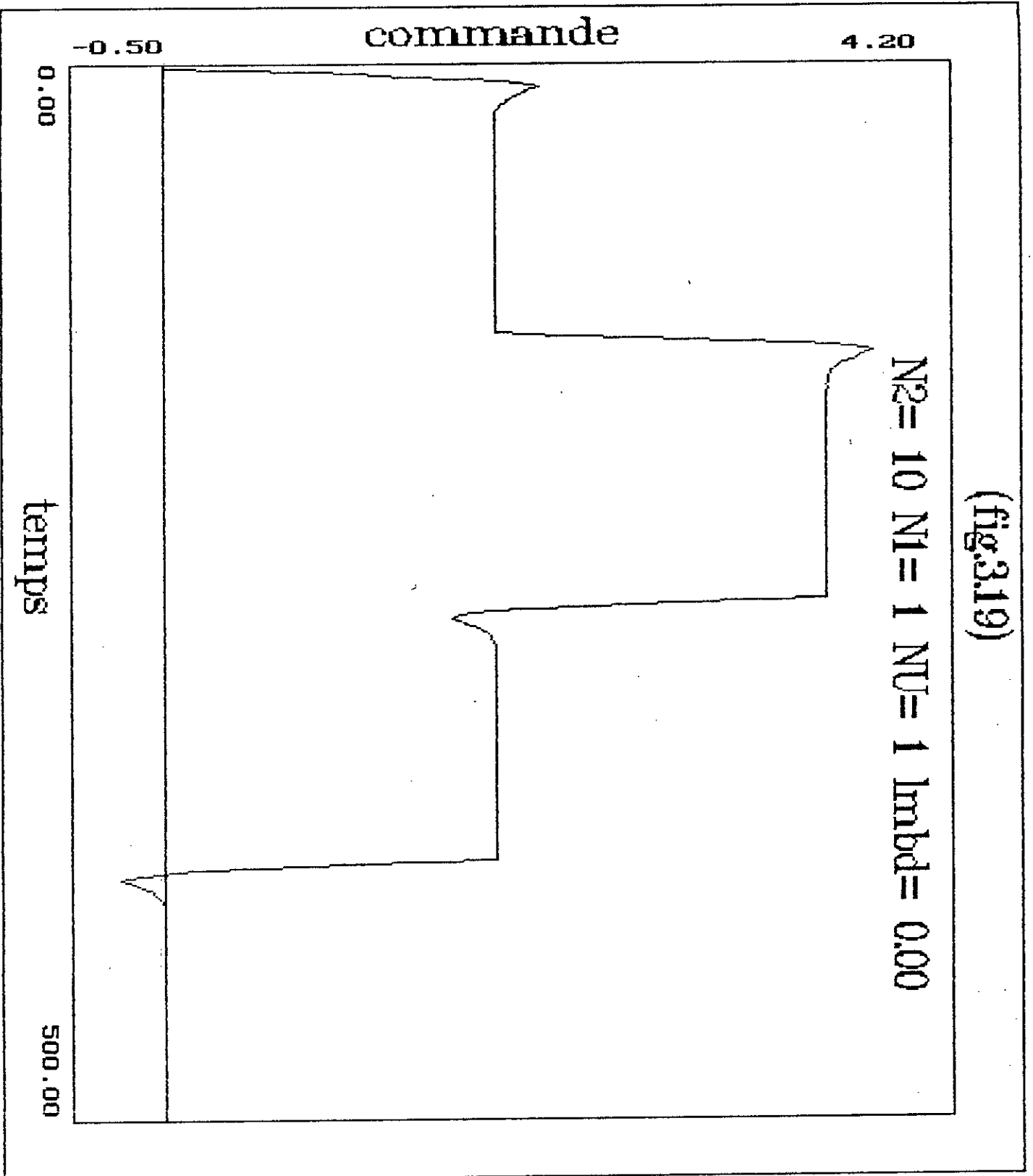


(fig.3.17)

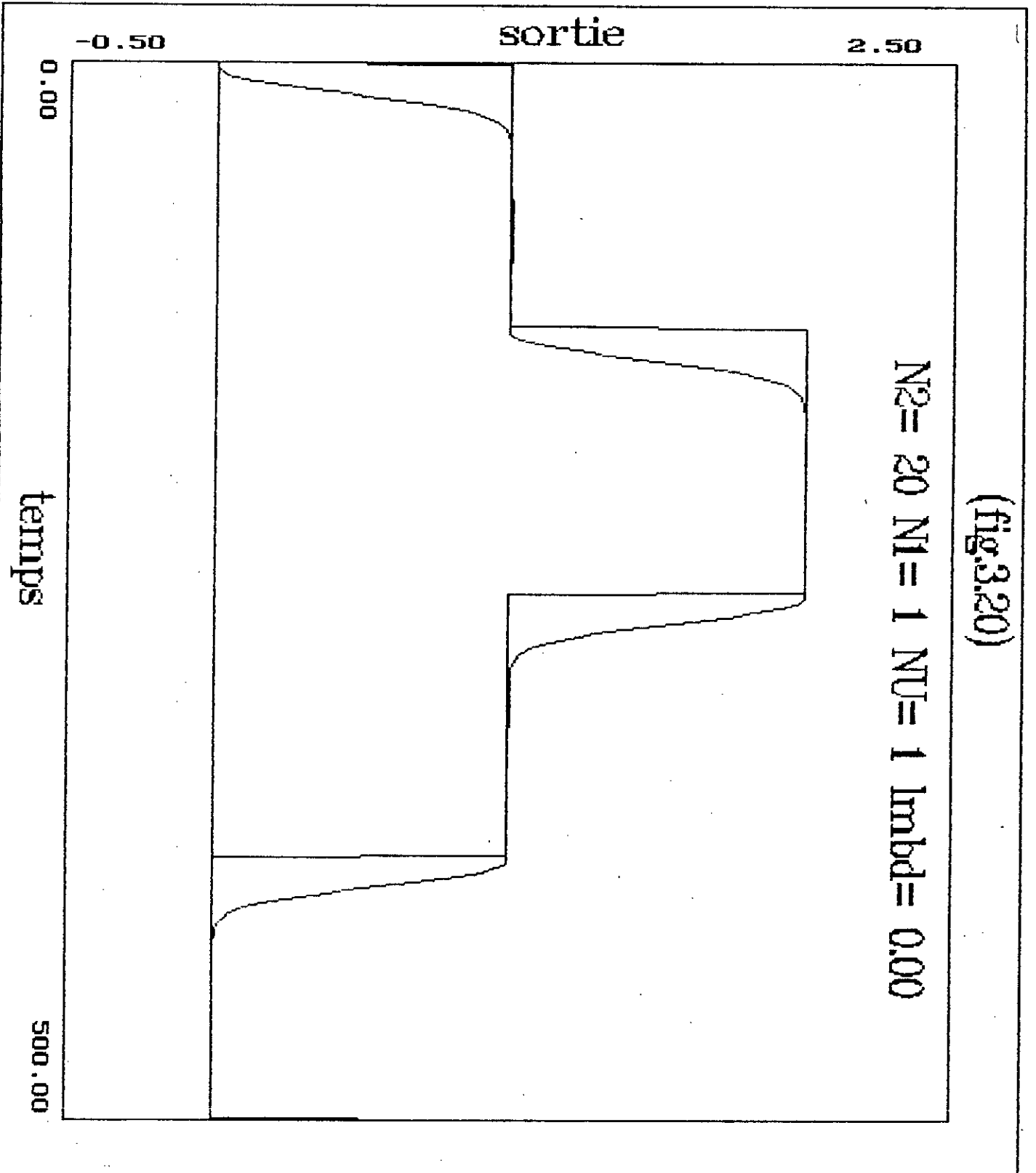
(fig.3.18)



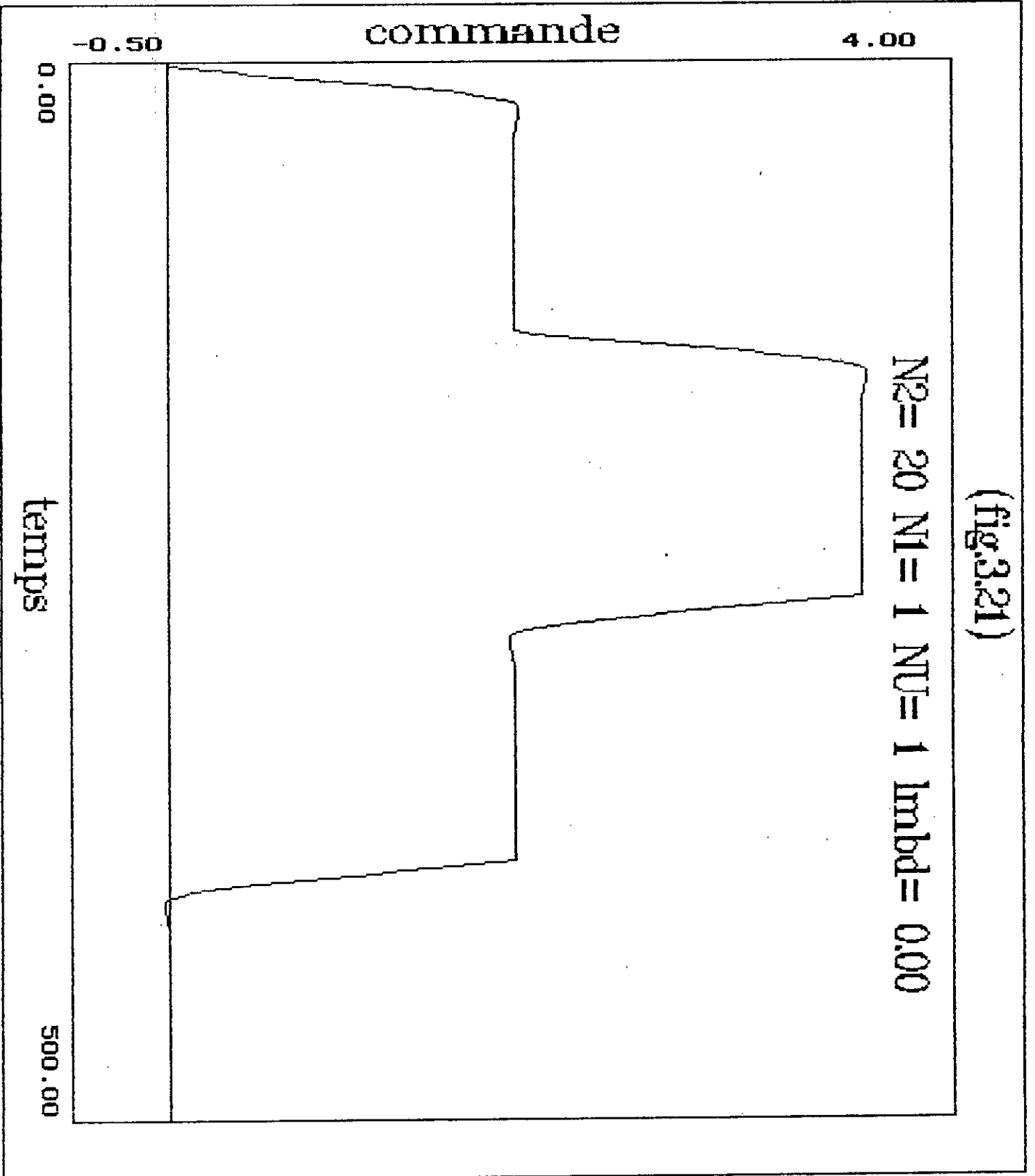
(fig.3.19)



(fig.3.20)



(fig.3.21)



- 2^{eme} periode d=2
- 3^{eme} " d=3
- 4^{eme} " d=5

La figure (fig.3.22) montre la réponse du système subissant différents retards, nous pouvons ainsi dire que le système est insensible au retard, ce qui était prévisible.

III-2-3-Influence du coefficient de pondération λ

En prenant $N_2=3$, $N_1=1$, $NU=1$ nous avons présenté sur les figures (fig.3.16) , (fig.3.17) pour $\lambda =0$ et les figures (fig.3.23) à (fig.3.26) respectivement pour $\lambda =0.01$ et $\lambda =0.1$.

De différents essais ont montré qu'il y a une plage de variation de λ dans laquelle les performance sont bonnes, ($0.01 < \lambda < 0.006$) en dehors de cette plage celles-ci se détériorent.

Ceci est dû au fait que λ introduit une pondération sur la commande (voir équation (II-17)) qui peut l'adoucir à condition qu'elle ne soit pas trop forte, la commande devenant alors insuffisante.

III-2-4-Influence de l'horizon initial de prédiction N_1

Pour $d=1$, $\lambda=0$, $N_2=20$ et $NU=1$ on voit sur le tableau représenté ci-dessous que le temps de réponse diminue lorsque N_1 augmente.

N_1	1	5	10	15	20
t_r	29	28	26	24	21

t_r étant le temps de réponse du système .

III-2-5-Influence de l'horizon de commande NU

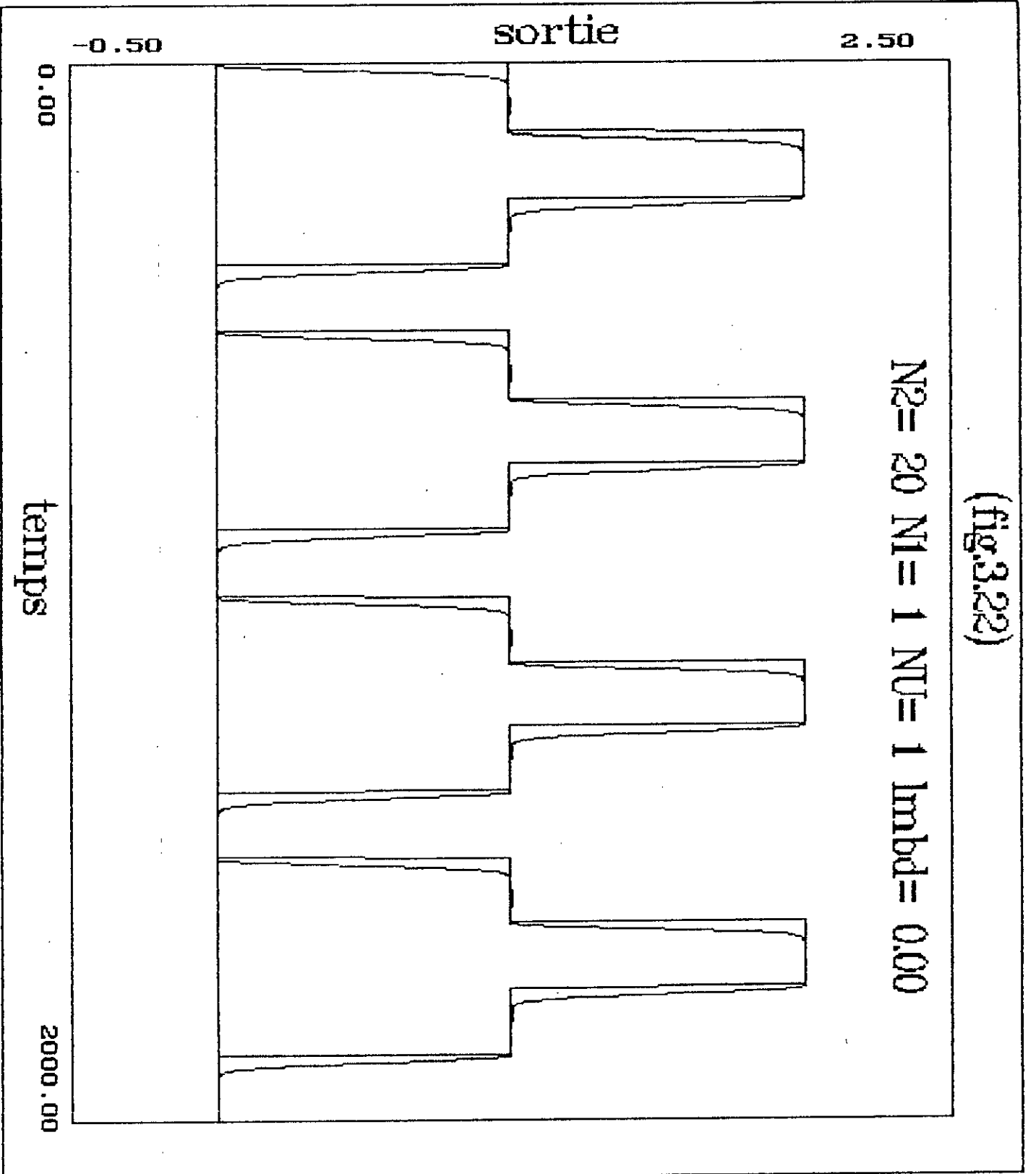
Jusqu'ici toutes les simulations ont été faites pour $NU=1$. Les figures (fig.3.20) et (fig.3.27) montrent la réponse du

systeme pour $N2=20$, $N1=1$, $\lambda=0$ et $NU=1$ puis $NU=2$. L'augmentation de NU entraine une forte deterioration des performances. Ce probleme peut etre resolu en introduisant une pondération adéquate $\lambda=1$, ce qui est représenté sur la figure (fig.3.28).

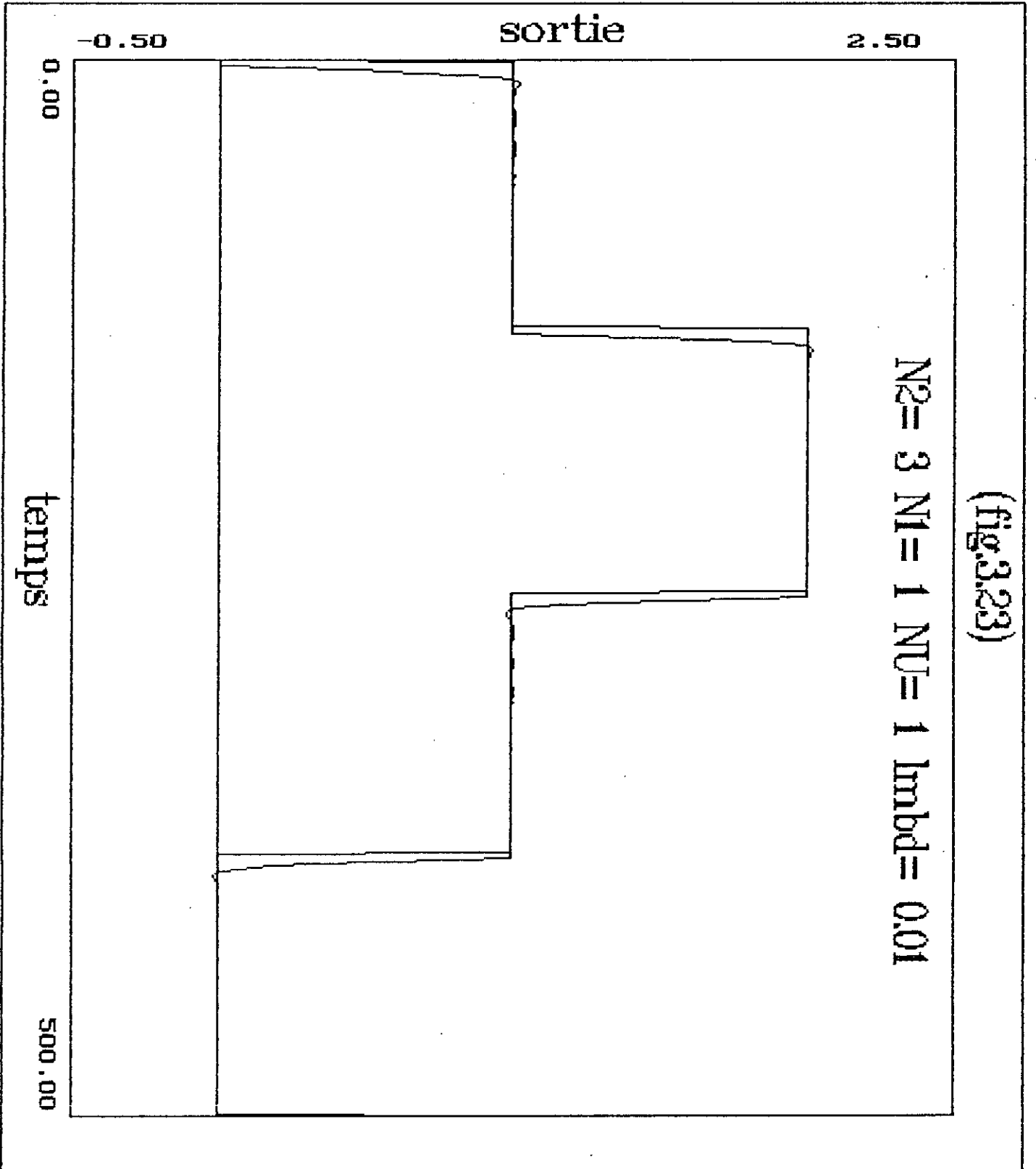
III-2-6-Conclusion.

Mis à part le retard d , les paramètres $N1$, $N2$, NU et λ ont une grande influence sur les performances obtenues, il convient donc de bien les choisir.

(fig.3.22)



(fig.3.23)



commande

111,000

-110,000

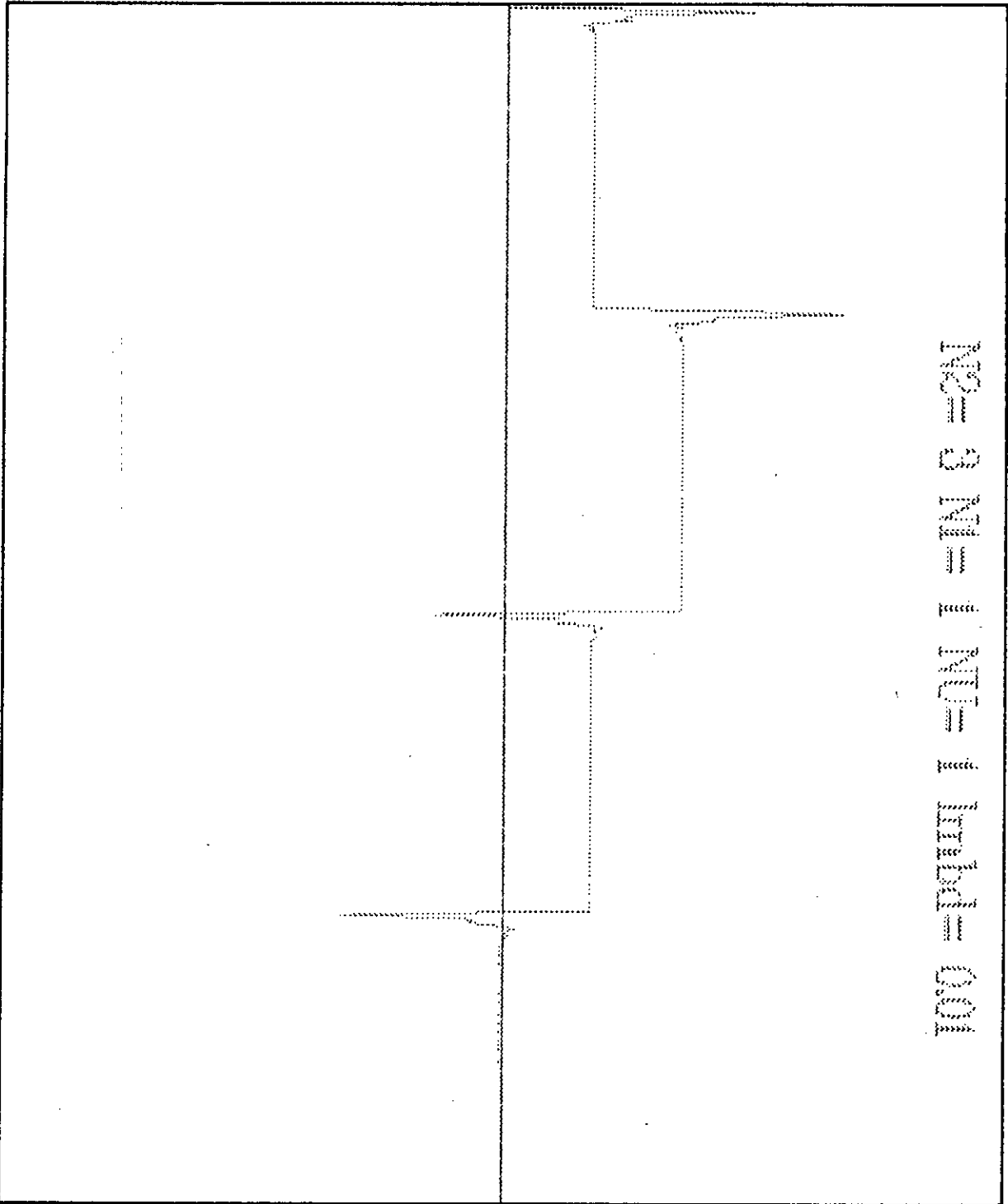
0,000

NR= 3 NI= 1 NT= 1 LIND= 001

(18/2/24)

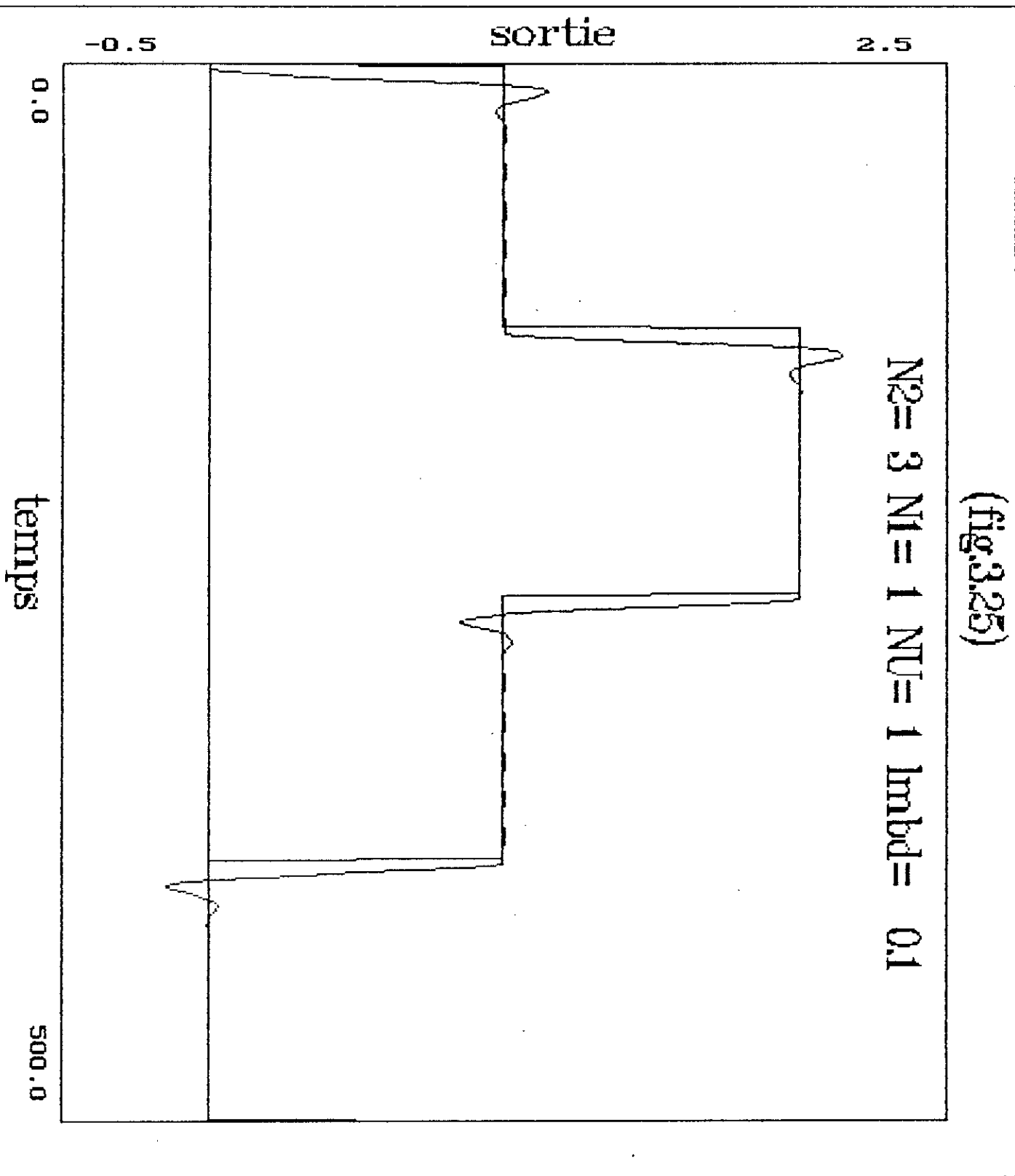
111,000

0,000



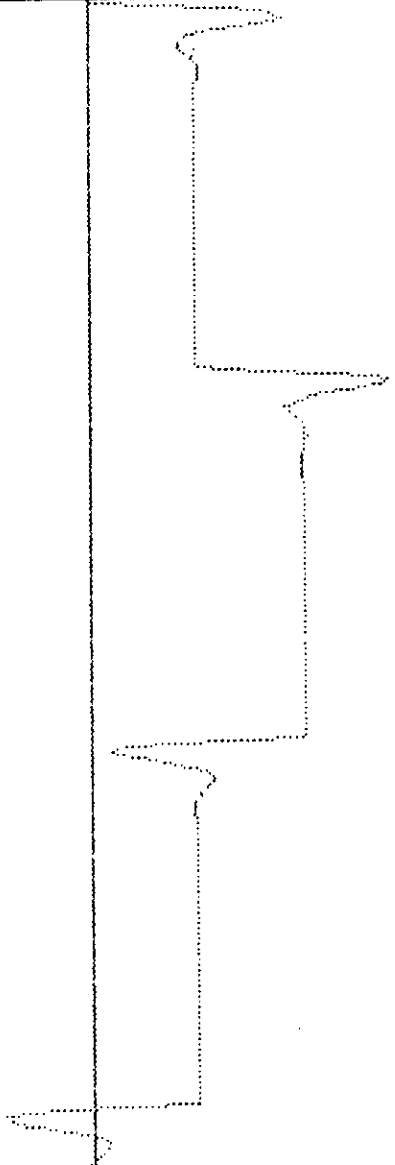
(fig.3.25)

$N2= 3$ $N1= 1$ $NU= 1$ $lmbd= 0.1$



(Fig. 3.26)

$N_2 = 3$ $N_1 = 1$ $N_U = 1$ $N_{HD} = 0$



commande

0.10

0.10

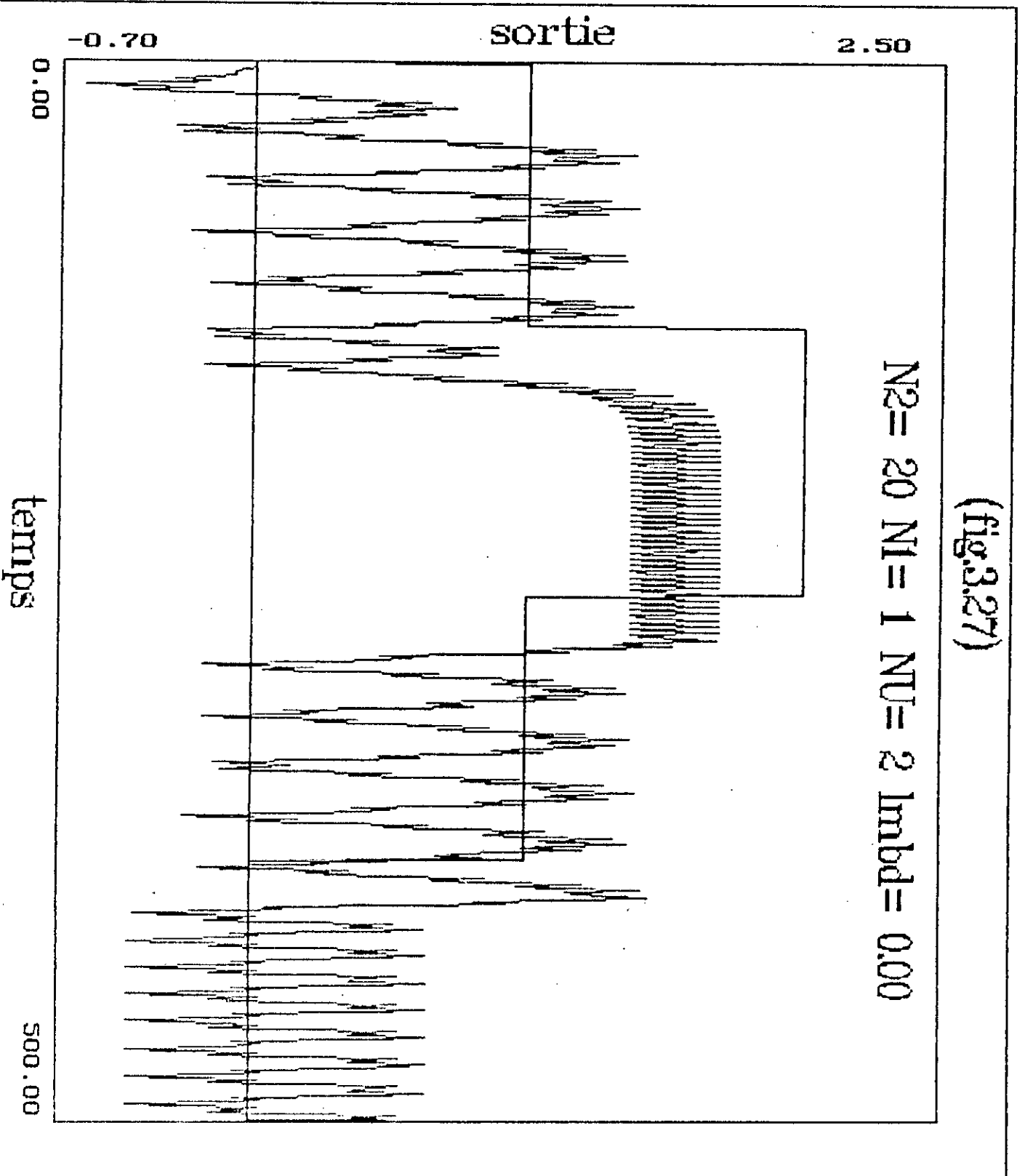
0.10

0.10

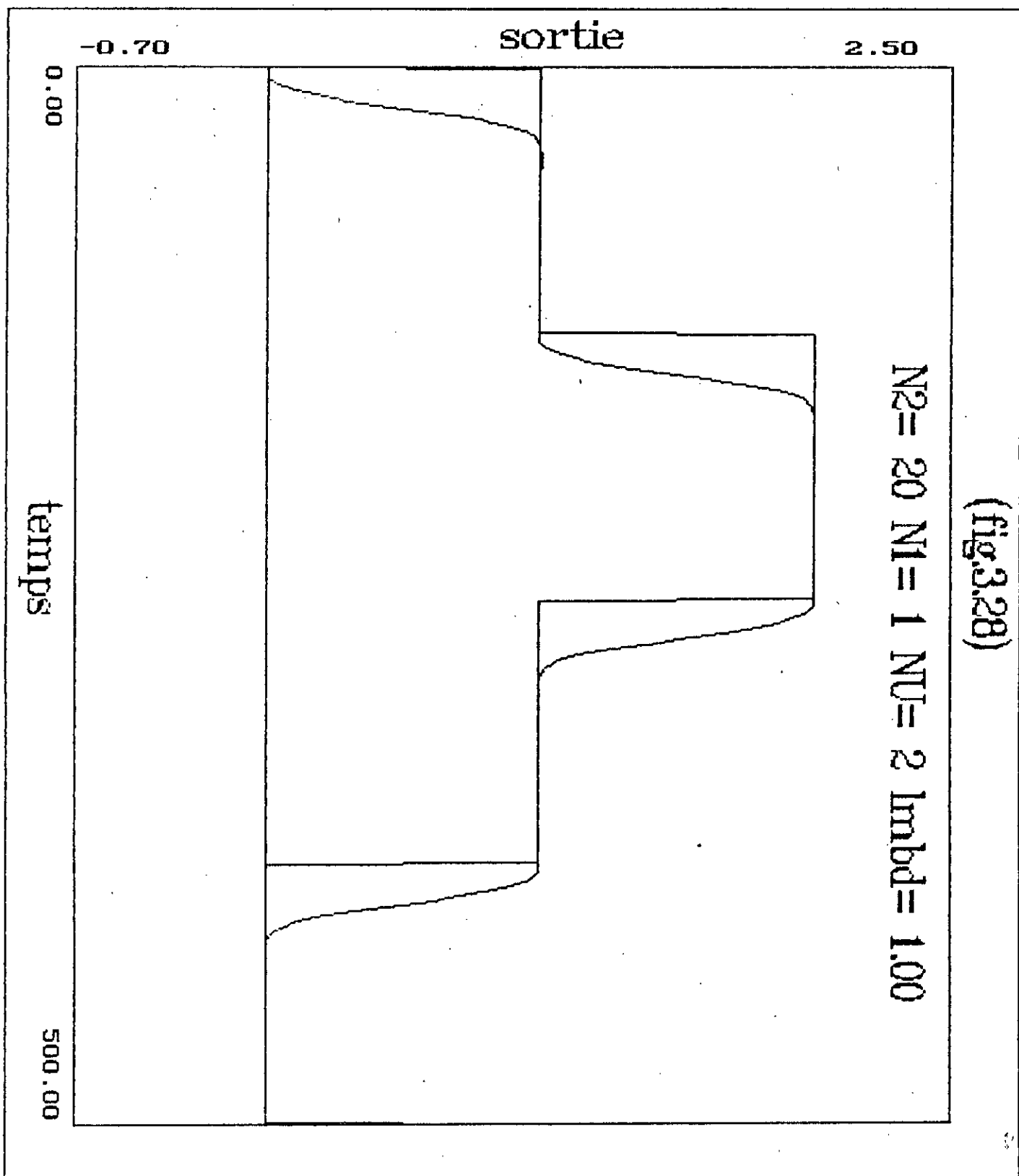
0.10

(fig.3.27)

$N2 = 20$ $N1 = 1$ $NU = 2$ $Imbd = 0.00$



(fig.3.28)



CONCLUSION

CONCLUSION

L'algorithme de la commande prédictive généralisée qui a fait l'objet de cette étude peut être présentée comme une généralisation de quelques algorithmes de commande prédictive.

En effet, les résultats obtenus par ces algorithmes peuvent être facilement retrouvés par un choix adéquat des paramètres de prédiction et de pondération.

L'étude par simulation de quelques exemples a montré la robustesse de l'algorithme de commande prédictive généralisée par rapport aux variations (même importantes) du retard dans le système.

Les performances des systèmes par la commande prédictive généralisée sont grandement influencées par le choix de la pondération de la commande et de l'horizon maximal de prédiction N_2 . Une grande attention doit donc être accordée à leur détermination.

De par de large choix des paramètres N_2 , N_1 , N_U et λ la commande prédictive généralisée offre de grande possibilités d'utilisation dans le réglage des systèmes à retard variable.

ANNEXES

ANNEXES

Annexe 1

Cette annexe examine la relation de N2 et les pôles en boucle fermée. Considérons le système à phase non-minimal suivant:

$$(1+a_1q^{-1})y(t) = (b_0+b_1q^{-1})u(t-1)$$

$$(1-0.9q^{-1})y(t) = (1+2q^{-1})u(t-1)$$

par la relation de récurrence présente dans le texte on obtient:

$$e_1 = 1-a_1e_{1-1} ; f_{10} = 1-f_{11} ; f_{11} = e_1a_1$$

$$e_0 = 1 ; f_{10} = 1.9 ; f_{11} = -0.9$$

$$e_1 = 1.9 ; f_{20} = 2.7 ; f_{21} = -1.71$$

$$e_2 = 2.71 ; f_{30} = 3.439 ; f_{31} = -2.439$$

Les paramètres du régulateur sont.

$$g_0 = b_0 = 1 ; g_{11} = b_1 = 2$$

$$g_1 = 3.9 ; g_{22} = 3.8$$

$$g_2 = 6.51 ; g_{33} = 5.42$$

Supposons que NU=1 nous allons voir l'effet de N2 sur le calcul de la commande. L'expression de la commande est:

$$\Delta u(t) = (\sum g_i (W - f_{i0}y(t-1) - f_{i1}y(t-2)) - g_{i1}\Delta u(t-1)) / \sum (g_i)^2$$

pour un régulateur de la forme suivante

$$R(q^{-1})\Delta u(t) = W(t) - S(q^{-1})y(t)$$

avec;

$$s_0 = \sum g_{1f_{11}} / \sum g_i \quad ; \quad s_1 = \sum g_{1f_{11}} / \sum g_i$$

$$r_0 = \sum (g_i)^2 / \sum g_i \quad ; \quad r_1 = \sum g_i g_{11} / \sum g_i$$

Et les pôles du système en boucle fermée sont donnée par:

$$RAA + q^{-1}SB$$

pour N2=1;

$$RAA + q^{-1}SB \rightarrow (1 + 2q^{-1})$$

pôle instable

pour N2=2 (c'est à dire supérieur au degré de B(q⁻¹)).

$$RAA + q^{-1}SB \rightarrow (1 - 0.09q^{-1})$$

pôle du système stable.

Pour N2=3 :

$$RAA + q^{-1}SB \rightarrow (1 - 0.416q^{-1})$$

pôle de nouveau stable

Remarque.

plus on augmente N2 plus on obtient de pôle stable.

ANNEXE 2

```

PROGRAM DIOPH;
USES CRT;
var
  a,f,e:array[0..10]of real;
  i,i1,j,n,j1:integer;
  r:real;

begin
  CLRSCR;
  for i:=1 to 10 do
    f[i]:=0;
  write('n= ');readln(n);
  for i:=1 to n do
    begin
      write('a[',i,']= '); readln(a[i]);
    end;
  a[0]:=1;
  a[n+1]:=-a[n];
  for i:=n downto 1 do
    a[i]:=a[i]-a[i-1];      {calcul a*}
  for i:=0 to n do
    f[i]:=-a[i+1];        {calcul f1,i}
  for i:=0 to n do
    writeln('f(',i,')=',f[i],');
    e[0]:=1;
    writeln('e(0)=1');
    write('j=');readln(j);
    for j1:=1 to j-1 do
      begin
        r:=f[0];
        for i:=0 to n do
          f[i]:=f[i+1]-a[i+1]*r;
        e[j1]:=r;
        for i:=0 to n do
          writeln('f(',i,')=',f[i],');
        {affichage}
        for i:=0 to j1 do
          writeln('e[',i,']= ',e[i],');
          readln;
        end;
      end.

  pour  $A(q) = 1 + 0.8q + 0.15q^2$  et  $N2=4, N1=1, NU=3$ .

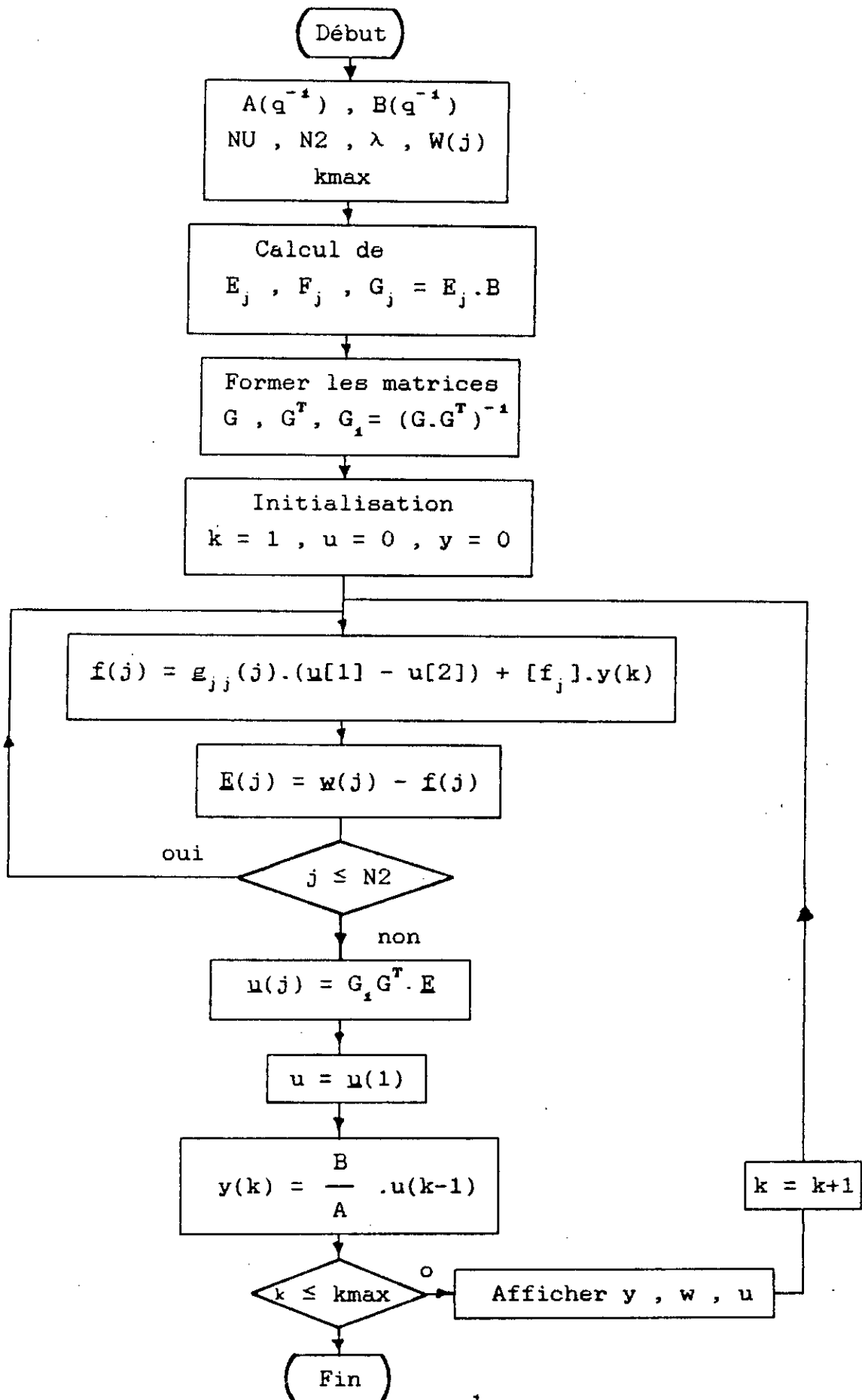
```

n= 2
a[1]= 0.8
a[2]= 0.15
f(0)= 1.99999999999818E-0001
f(1)= 6.50000000000546E-0001
f(2)= 1.50000000000091E-0001
e(0)=1
j=
3
f(0)= 6.90000000000509E-0001
f(1)= 2.80000000000200E-0001
f(2)= 3.0000000000011E-0002
e[0]= 1.0000000000000E+0000
e[1]= 1.99999999999818E-0001

f(0)= 4.18000000000120E-0001
f(1)= 4.78500000000622E-0001
f(2)= 1.03500000000167E-0001
e[0]= 1.0000000000000E+0000
e[1]= 1.99999999999818E-0001
e[2]= 6.90000000000509E-0001

Annexe 3

ORGANIGRAMME DE LA GPC



BIBLIOGRAPHIE

REFERENCES

- [P.1] CLARKE.D.W , MOHTADI.C. and TUFF.D.S `Generalized prediction control `part 1 :The basis algorithm : Automatica , vol.23 - No.2 pp. 137 - 148 (1987)
- [P.2] PEDRO ALBERTOS and ROMES ORTEGA `On generalized predictive control : two alternative formulations ` Automatica , vol.25 - No.5 pp.753 - 755 (1989)
- [P.3] C.MOHTADI and D.W.CLARKE `Gneralized predivive control , LQ , or Pole - placement :`A unified approach proceedings of 25th conference. On decision and control. Athena , Greece - december 1986
- [P.4] D.C.CLARKE `Applications of generalized predictive control to industrial processes `.IEEE control systems magazines 49 - 55 1988
- [P.5] O.KAMEL - F.FNIECH `Commande predictive de systèmes à paramètres , retard et ordre variables dans le temps `. 11^{eme} journées Tunisiennes d'électrotechnique et d'automatiques (J.T.E.A 91)
- [P.6] P.BOUCHER. D.DUNUR `Commande predictive d'un moteur asynchrone `.11^{eme} journées Tunisiennes d'électrotechnique et d'automatique (J.T.E.A 91)
- [P.7] B.E.YDSTIE ` Extended horizin adaptive control `. 9th IFAC world congress , boudapest , 1984
- [P.8] M.M'SAAD. R.ORTEGA. I D. LANDAU. `Adaptive cntollers for discret-time systems with arbitrary zeros : Automatica vol 21. N° 4 pp 413-423 1985.
- [O.1] KARL J.ASTROM , BJORN WITTENMARK (1990) ` Computer

controlled systems . Theory and design ` second edition.

- [O.2] IOAN DORE LANDAU (1988) ` Identification et commande des systèmes , à l'aide des progiciels P.I.M et PC-REG.
- [O.3] K.NAJIM G.MURATET (1987) ` Optimisations et commande en génie des procédés `
- [O.4] K.NAJIM G.MURATET (1983 ` Pratiques de la regulation numerique des processus industriels.
- [T.1] JOEL BORDENEUVE - GUIBE (1990) ` Commande prédictive adaptative application à des procédés thermiques ` (These de doctorat de l'univesité Paul sabatier)
- [T.2] KAMEL DJEBARA (1992) ` Commande adaptative monovariabile d'un four de recuit rapide ` . These présentée en vue de l'obtention du diplôme de magister en génie nucleaire.
- [R.1] BALI NOUREDDINE `Etude de la commande prédictive généralisée GPC ` Rapport de laboratoire d'électronique de puissance de l'Ecole National Polythèchnique (Département du génie électrique) 1992.
- [R.2] BALI NOUREDDINE `Programme de la commande prédictive généralisée GPC ` Rapport de laboratoire de l'éléctonique de puissance de l'Ecole National Polythèchnique (Département du génie électrique) 1992.