

وزارة الجامعات والبحث العلمي
Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

الجامعة الوطنية للتكنولوجيا
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT

GENIE ELECTRIQUE

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*CONTRIBUTION A LA COMMANDE
ADAPTATIVE D'UN
BRAS MANIPULATEUR*

Proposé par :
Mr k. DJEFFAL

Etudié par :
Mr S. KHERZAT
Mr A. DJEFFAL

Dirigé par :
Mr K. DJEFFAL
Mr R. ILLOUL

PROMOTION
JUN 1992

Dédicaces

A mes parents

A mes frères

*A mes neveux , Raouf , Nawal ,
Oussama , Marwa , Aniss et Raissa*

A tous mes amis que j'aime .

Je dédie ce modeste travail

Abderrahmane

Dédicaces

A la mémoire de mon frère Djelloul

A ma très chère Maman

A mon très cher Papa

A ma grand mère

A mon frère Mourad

A mes frères et soeurs

A toute ma famille

A mes amis(es) que j'aime

Je dédie ce travail

Sid Ahmed

REMERCIEMENT

Nous tenons à exprimer notre gratitude à monsieur K.DJEFFAL pour son aide constante tout au long de l'année.

A notre co-promoteur monsieur R. HILLOUL qui a parrainé notre projet à l'école et nous a grandement aidé.

Pour avoir mis à notre disposition sa riche documentation, nous exprimons nos remerciements à monsieur F.BOUJEMAA.

Que tous nos enseignants trouvent ici l'expression de notre reconnaissance.

Nos remerciements vont enfin à tous les travailleurs de la bibliothèque qui ont toujours su se montrer disponibles.

SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
CHAPITRE I Modélisation des bras manipulateurs	
I-1 Les modèles mathématiques.....	3
I-1-1 Formalisme de LAGRANGE.....	3
I-1-1-1 Modèle dynamique d'un robot manipulateur.....	3
I-1-1-2 Représentation interne.....	5
I-1-1-3 Représentation externe.....	5
CHAPITRE II Problématique du contrôle commande de robot	
II-1 Commande non-adaptative.....	8
II-1-1 Compensation des termes dus à la pesanteur.....	9
II-1-1-1 Première possibilité.....	10
II-1-1-2 Deuxième possibilité.....	10
II-2 Commande adaptative.....	11
CHAPITRE III Commande adaptative	
III-1 La commande adaptative directe.....	13
III-2 La commande adaptative indirecte.....	15
CHAPITRE IV Identification en ligne du robot manipulateur	
IV-1 But de l'identification.....	17
IV-2 Problématique de l'identification.....	17
IV-2-1 Les structures du modèle.....	18
IV-2-2 Types d'entrée	20
IV-2-3 Choix du critère à minimiser.....	20
IV-2-4 Méthodes des moindres carrés recursive (M.C.R)....	22
IV-4-2-1 Contraintes de convergence des(M.C.R).....	24

CHAPITRE V Synthèse des correcteurs adaptatifs

V-1 Introduction	27
V-2 Synthèse des correcteurs classiques auto-ajustables...	28
V-2-1 Calcul du régulateur.....	30
V-2-2 Le choix du polynôme désiré	32
V-2-2-1 Lieu d'amortissement constant.....	32
V-2-3 Régulateur P+D ²	33
V-3 Synthèse des régulateurs stochastiques.....	35
V-3-1 Commande à variance minimale généralisée.....	35
V-3-2 Commande optimale à un pas.....	37

CHAPITRE VI SIMULATION NUMERIQUE

VI-1 Introduction	
VI-2 Intégration numérique.....	39
VI-2-1 Méthode d'EULER	40
VI-3 Modèle de simulation.....	42
VI-4 Présentation et analyse des résultats.....	45
VI-4-1 Réponse en boucle ouverte.....	45
VI-4-2 Identification.....	48
VI-4-3 Synthèse des régulateurs.....	51
VI-4-3-1 Régulateur P+D ²	55
VI-4 Minimum de variance généralisée.....	60
VI-5 Commande optimale à un pas.....	61
CONCLUSION.....	66
BIBLIOGRAPHIE	

Introduction

INTRODUCTION GENERALE

Nous nous intéressons dans cette étude au problème de la commande d'un robot manipulateur, tant qu'il reste un automate devant réaliser une tâche spécifique et répétitive (tel le transport à faible vitesse d'un objet de masse et de géométrie connues, d'un point de départ à un point d'arrivée selon une trajectoire fixée à l'avance).

La modélisation de ce système, comme il serait développé au chapitre I "modélisation des bras manipulateurs" montre qu'il est régi par un système d'équation différentiel du deuxième ordre fortement non-linéaire, couplé et à paramètres variables dans le temps qu'on peut commander grâce aux couples Γ_1 qui agissent sur les articulations.

Le but du contrôle-commande est de réaliser des systèmes dont les caractéristiques statiques et dynamiques (rapidité, précision, consommation minimale d'énergie....) soient indépendantes de la charge transportée. Ceci est généralement obtenu en comparant les positions désirées aux positions présentes par les différentes variables articulaires, ce qui conduit à créer un signal d'erreur $e(t)$, convenablement amplifier et éventuellement mis en forme par un filtrage approprié, ce signal est ensuite utilisé pour commander les moteurs qui génèrent les couples Γ_1 , et ainsi, tant que le robot n'a pas atteint les positions désirées, $e(t)$ est non nul. Cependant pour contrôler les articulations d'un robot, plusieurs asservissements ont été développés, à savoir:

- Le contrôle par découplage non-linéaire où le système est ramené à celui du contrôle de n asservissements quasi-linéaires, en calculant en temps réel les couples dus à la pesanteur, centrifuges et Coriolis.

- La commande prédictive qui utilise les actions dérivées pour générer les couples de commandes.

- Par découplage et linéarisation en appliquant les méthodes de calcul des lois de bouclage (LUENBERGER).

En générale ces méthodes demandent un calcul énorme en temps réel avec une connaissance correcte du modèle de robot, pour cette raison, nous allons adopté des stratégies adaptatives.

Dans les chapitres (II) et (III), nous étudions le problème de la commande d'un système non-linéaire de forme générale dont les équations sont celles d'un robot manipulateur, où la commande adaptative est décomposée en deux algorithmes : identification et commande.

Le chapitre (IV) est consacré entièrement à l'estimation des paramètres (algorithme d'identification), où certaines propriétés ne sont établies que pour des modèles perturbés par un bruit blanc. Ces propriétés s'appliquent aussi bien aux algorithmes identifiant les paramètres du système (approche indirecte) qu'a ceux identifiant les paramètres du régulateur optimal (approche directe).

Dans le chapitre (V), nous considérons l'algorithme de commande, qui à partir des paramètres estimés que lui fournit le bloc d'identification, génère les commandes. Nous allons présenter les stratégies de commandes dans le cas déterministe tel le P+D² auto-ajustable ,et dans le cas stochastique minimum de variance généralisée et commande optimale à un pas.

Le chapitre (VI), présente un modèle à 2 degré de liberté qui est adopté pour la simulation numérique. Après une mise en équations sous une forme qui en facilite l'étude, nous présenterons les résultats, conclusions, et les remarques qui ont été constater lors de cette étude.

Chapitre I

MODELISATION DES BRAS MANIPULATEURS

I-1 LES MODELES MATHEMATIQUES:

La modélisation des systèmes mécaniques articulés a fait l'objet de recherches théoriques avancées. Les équations différentielles obtenues traduisent les relations entre les forces et couples aux articulations d'une part, et d'autre part les positions, vitesses et accélérations des variables articulaires.

Les méthodes utilisées peuvent être classées en quatre groupes principaux, suivant qu'elles font appel aux formalismes classiques:

- Equations de Lagrange.
- Equations de Newton et d'Euler.
- Principe du travail virtuel de d'Alembert.
- Fonction de Gibbs.

I-1-1 LE FORMALISME DE LAGRANGE:

Le formalisme de Lagrange est utilisé pour modéliser le comportement dynamique d'un robot. Cette approche particulière est assez simple à mettre en oeuvre et elle est bien adaptée aux techniques de calcul manuel ainsi qu'aux méthodes de calcul assisté par ordinateur (C.A.O).

I-1-1-1 Modèle dynamique d'un robot manipulateur:

Un robot à plusieurs articulations, évoluant à grande vitesse peut être modélisé en tenant compte des forces d'inertie, centrifuges et Coriolis engendrées par les déplacements relatifs des différents éléments constituant ce robot.

Le modèle basé sur le formalisme de Lagrange est décrit par le

système d'équation différentielles non-linéaires suivant:

Pour un segment i [R.1]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} = \Gamma_i - f_i \dot{\theta}_i + C_i \text{sgn}(\dot{\theta}_i) \quad (I-1)$$

$f_i \dot{\theta}_i$: Force de frottement visqueux.

$C_i \text{sgn}(\dot{\theta}_i)$: Force de frottement sec (contact de deux solides)

L'étude cinématique d'un bras manipulateur par la méthode de Denavit-Hartenberg, et l'utilisation de la transposition des coordonnées homogènes [R.1] facilite la mise en oeuvre de l'équation dynamique suivante:

$$\Gamma = M(\theta) \ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) \quad (I-2)$$

θ : Vecteur variables articulaires de dimension n .

n : Nombre de degrés de liberté.

$M(\theta)$: est la matrice ($n.n$) d'inertie du manipulateur.
elle est semi-définie positive (S.D.P).

Γ : Vecteur des couples exercés par les actionneurs sur les articulations ($n.1$).

$h(\theta, \dot{\theta})$: Terme en ($n.1$), exprimant les couples des forces de Coriolis, centrifuges et de frottements

$$h(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} \dot{\theta}^T H^1 \dot{\theta} \\ \vdots \\ \dot{\theta}^T H^n \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (I-2.1)$$

Où H^i matrice de couplage symétrique ($n.n$).

$$G(\theta) = \frac{\partial E_p}{\partial \theta} \quad (I-2.2)$$

$G(\theta)$: Vecteur des forces de pesanteur et de charges.

Cette structure de modèle est caractérisée par:

- De fortes non-linéarités (expression de $M(\theta)$, $g(\theta)$, $h(\theta, \dot{\theta})$ [R.2].)
- Des forces de réactions (couplages entre les articulations)
- Une matrice d'inertie, où les masses mises en mouvement ne

sont pas négligées ($M(\theta)$).

- Des forces de gravité et charges ($g(\theta)$).

Ce modèle est utilisé en simulation, en contrôle-commande et en calcul de structures pour configurer le robot manipulateur du point de vue cinématique et dynamique.

Le système (I-2) est mis sous la forme de deux représentations interne et externe.

I-1-1-2 Représentation interne [R.2]:

Elle met en évidence la représentation d'état suivante:

On pose le vecteur d'état : $[x(t)] = 2n.1$

$$x_1 = \theta \quad (I-3)$$

$$x_2 = \dot{\theta} \quad (I-4)$$

A partir de l'équation (I-2) on a la représentation d'état suivante: (I-5)

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & . & I_{nn} \\ . & \dots & . \\ 0 & . & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ . \\ M^{-1}(x_1) \end{bmatrix} \Gamma + \begin{bmatrix} 0 \\ . \\ -M^{-1}(x_1) [h(x_1, x_2) + g(x_1)] \end{bmatrix}$$

$2n.n \quad 2n.1 \quad 2n.n \quad n.1 \quad 2n.1$

Sous forme plus condensée:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= A(X)X(t) + B(X)U(t) + f(x) \\ Y(t) &= CX(t) \end{aligned} \quad (I-6)$$

C'est sous cette forme que le système dynamique sera simulé numériquement au chapitre (VI).

I-1-1-3 Représentation externe [R.2], [R.3]:

Cette représentation met le système sous forme de fonction de

transfert en Z réduisant ainsi le nombre de paramètres à identifier par rapport à la représentation interne.

La discrétisation du système (I-6) nous permet d'obtenir les équations d'état du système échantillonné [R.3].

$$\begin{aligned} X(k+1) &= F(k)X(k) + G(k)U(k) + a(k) \\ Y(k) &= C X(k) \end{aligned} \quad (I-7)$$

Le passage à la transformée en Z nous permet d'obtenir une expression équivalente de (I-7).

D'où la relation :

$$\det(ZI-F) Y(Z) - C \operatorname{adj}(ZI-F(Z)) [G(Z)U(Z) + a(Z)] \quad (I-8)$$

d'une autre manière (I-7) peut être représenté par un modèle matriciel A.R.M.X [R.5].

$$\begin{bmatrix} A_{11}(z^{-1}) & \dots & A_{1n}(z^{-1}) \\ \dots & \dots & \dots \\ A_{ni}(z^{-1}) & \dots & A_{nm}(z^{-1}) \end{bmatrix} Y(k) = \begin{bmatrix} z^{-d_{11}}B_{11}(z^{-1}) & \dots & z^{-d_{1r}}B_{1r}(z^{-1}) \\ \dots & \dots & \dots \\ z^{-d_{ni}}B_{ni}(z^{-1}) & \dots & z^{-d_{nr}}B_{nr}(z^{-1}) \end{bmatrix} U(k) + C\xi(k) \quad (I-9)$$

- $A_{ij}(z^{-1})$ et $B_{ij}(z^{-1})$ sont des polynômes en Z^{-1}
- C : Matrice de covariance $[C]=n.m.$
- $y(k)$: Vecteur de sortie $[Y(k)]=m.$
- $u(k)$: Vecteur d'entrée $[U(k)]=r.$

Sans perte de généralité on pose: $m = r = n$.

Pour chaque articulation i l'équation (I-9) permet d'écrire:

$-d_{ii}$: Retard propre de l'axe i .

$$\begin{aligned} A_{ii}(z^{-1}) y_i(k) &= z^{-d_{ii}} B_{ii}(z^{-1}) U_i(k) + \sum_{j \neq i}^n z^{-d_{ij}} B_{ij}(z^{-1}) U_j(k) - \sum_{j \neq i}^n A_{ij}(z^{-1}) y_j \\ &+ C_{ii}(z^{-1}) \xi_i(k) \end{aligned} \quad (I-10)$$

- $-d_{ij}$: Retard de la commande U_j sur l'axe i .
($d_{ij} > d_{ii}$ [R.2],[R.4]).
- $-\xi(k)$: Bruit de mesure sur les entrées, sorties.

En posant :

$$h_i(k) = \sum_{j=1}^n z^{-d_{ij}} B_{ij}(z^{-1}) U_j(k) - \sum_{j=1}^n A_{ij}(z^{-1}) y_j(k) \quad (I-11)$$

d'où:

$$A_i(z^{-1}) y_i(k) = z^{-d_{ii}} B_i(z^{-1}) U_i(k) + h_i(k) + C_i(z^{-1}) \xi_i(k) \quad (I-12)$$

avec $A_i(z^{-1}), B_i(z^{-1}), C_i(z^{-1})$, sont des polynômes en Z^{-1} décrivant respectivement la dynamique de l'axe i , et la covariance du bruit blanc.

$h_i(k)$: est le terme d'incertitude de modélisation, et représentant l'interaction des bras j sur le bras i .

Cette représentation externe est plus avantageuse, elle sera utilisée par la suite comme modèle de robot à estimer, avec $C_i(z^{-1})=1$.

Remarque: l'introduction des retards permet de simplifier d'avantage la structure.

Une fois la structure du modèle est définie (I-2) .Il s'agit maintenant de générer les couples moteurs Γ , pour réaliser les tâches assignées par le vecteur de consigne $\theta_c(t)$, comme une expression de la forme :

$$\Gamma = f(\theta_c - \theta) \quad (I-13)$$

Le choix de la fonctionnelle $f(\cdot)$ sera développé au chapitre suivant.

Chapitre II

PROBLEMATIQUE DU CONTROLE COMMANDE DE ROBOT

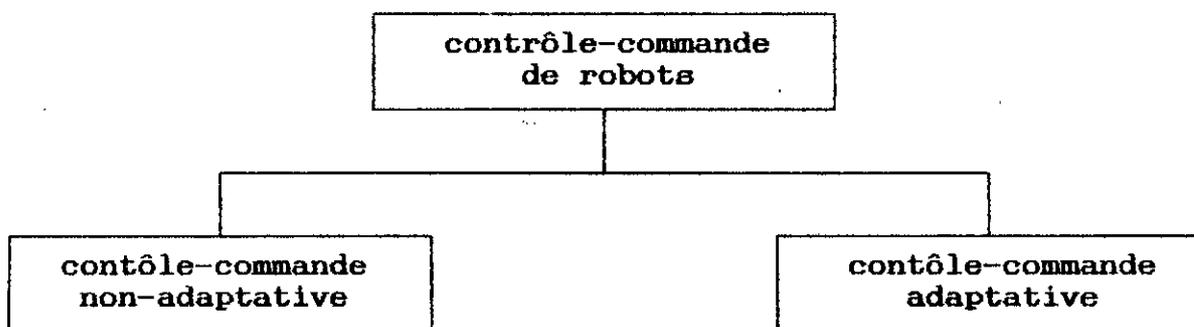
Le système (I-2) auquel on a appliqué la commande Γ générée par l'expression (I-13) devient :

$$M(\theta) \ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) + g(\theta) - f(\theta_0 - \theta) \quad (II-1)$$

Les principales exigences dans la commande de robots sont [R.6]

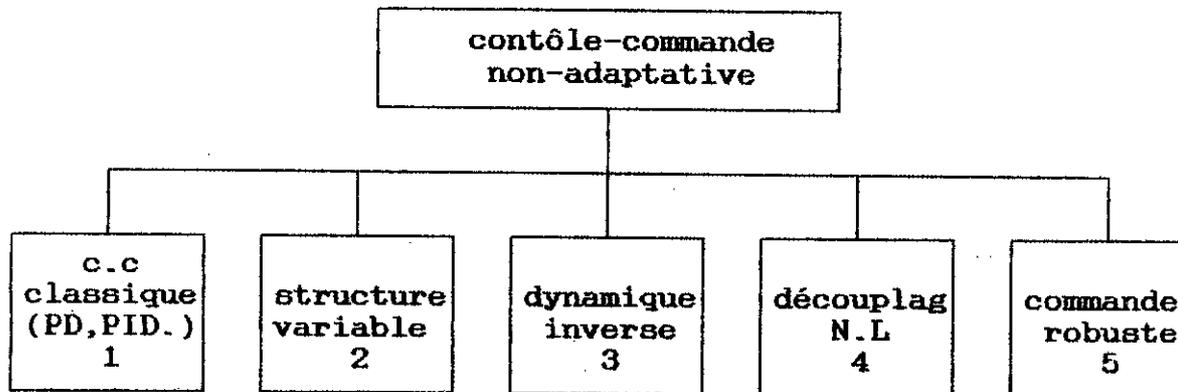
- Une grande précision d'exécution des tâches (i.e l'erreur de poursuite aussi petite que possible, en régime transitoire et permanent).
- Un temps de réponse faible.
- Une bonne marge de stabilité(ce qui se traduit par des transitoires très amorties).
- Energie appliquée minimale (pour éviter l'usure rapide des actionneurs).
- Rejet des diverses perturbations agissant sur le système

On distingue, en général, deux types de commandes:



La commande non-adaptative se subdivise à son tour selon: [R.6]

II-1 COMMANDE NON-ADAPTATIVE:



En général le contrôle-commande non adaptative exige la connaissance parfaite d'un modèle du système et de son environnement ,cette connaissance est assez imprécise principalement parce que le système est trop complexe ou son fonctionnement imparfaitement connu.

L'avantage de chaque une de ces méthodes est que:

- 1- Garantit la poursuite en régime établi (R.classique).
- 2- Réalise un temps de réponse minimale sauf que les servo-moteurs sont sollicités dans leurs pleine puissance.
- 3- Elle linéarise et découple entaurement le système (II-1) et devient :

$$\ddot{\theta} = U(t) \tag{II-2}$$

- 4- Le système (II-1) est ramené par découplage non-linéaire à celui de régulation de n asservissement quasi-linéaire et indépendants et devient:

$$\text{où } U(t) = U_c(t) + h_0(\theta, \dot{\theta}) + g_0(\theta) \tag{II-3}$$

Les vecteurs $h_0(\theta, \dot{\theta})$ et $g_0(\theta)$ doivent être calculer en temps réel ceci reclame non seulement une connaissance correcte du modèle du bras mais aussi une masse importante de calcul en un pas d'échantillonnage [R.1].

Ces difficultés peuvent être surmontées de diverses manières.

II-1-1 Compensation des termes dus à la pesanteur:

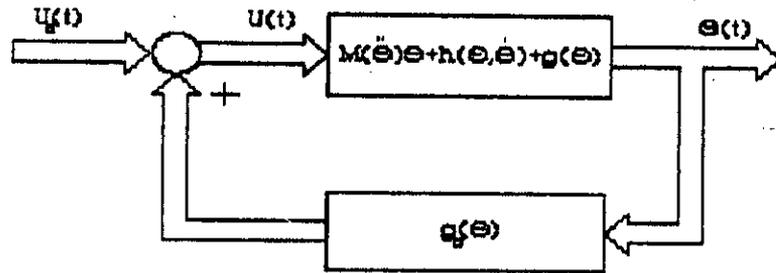


Fig 2-1 Compensation des termes de pesanteur

II-1-1-1 La 1^{ère} possibilité : Elle consiste à équilibrer la structure articulée avec des masses de façon que celle-ci soit en équilibre indifférent quelque soit sa configuration (i.e quelque soit sa position).

Ce pendant, l'inconvénient de cette première possibilité entraîne un alourdissement des structures.

II-1-1-2 la 2^{ème} possibilité : Elle consiste à utiliser les actionneurs des articulations pour créer les couples de compensations $g_0(\theta)$. (fig 2-1) Dans ce cas les actionneurs seront sollicités en permanence, même lorsque le manipulateur n'est pas en mouvement.

L'opération de compensation des couples $g_0(\theta)$ nécessite la connaissance de la masse transportée par le manipulateur, mais comme cette masse est variable, nous allons utiliser des méthodes "adaptatives" pour asservir les variables articulaires de notre manipulateur.

Dans le cas où la compensation est parfaite, l'équation (II-1) se réduit à:

Où les erreurs statiques de position seront nulles, une fois le régime permanent établi ($\dot{\theta}, \ddot{\theta} = 0$).

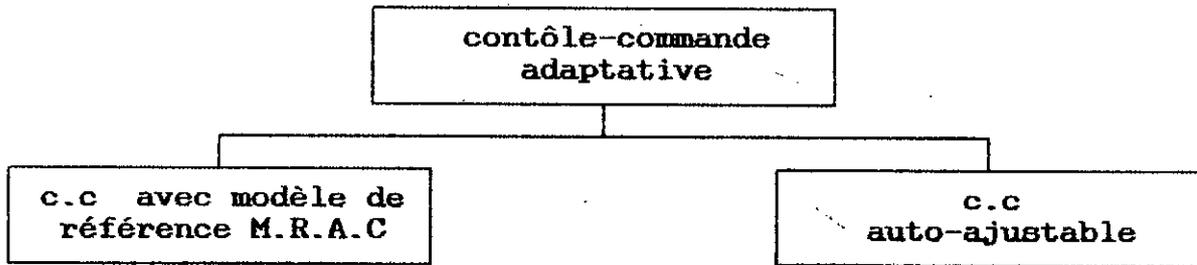
$$M(\theta)\ddot{\theta} + h(\theta, \dot{\theta}) - U_c(t)$$

(II-4)

$$\text{OÙ } U(t) = U_c(t) + g(\theta)$$

II-2 COMMANDE ADAPTATIVE:

La commande adaptative est une autre manière de résoudre le problème de la commande. Une hypothèse fondamentale de cette approche est que le processus à commander est modélisable et que la structure du modèle est connue.



Dans cette classe de méthodes le calcul est relativement simple et ainsi il n'est pas nécessaire de connaître le système avec précision . [R.6]

1- M.A.R.C : La commande adaptative avec modèle de référence est une autre approche pour la quelle on spécifie les performances désirées dans un système idéal appelé "modèle de référence " . En concevant une loi de commande adaptative, la réponse du système ajustable suivra celle du modèle, même en présence des perturbations paramétriques .

Dans cette étude (chapitre V), nous allons développer la stratégie de contrôle et commande auto-ajustable .

La problématique du contrôle commande de robots se situe dans les trois niveaux suivant:

- La poursuite d'une trajectoire désirée avec une grande précision est difficile à obtenir en cas de grande vitesse d'évolution, les termes de couplages augmentent avec celles-ci .

- Le comportement non-linéaire ne peut être qu'approché en modélisation est toute tentative de compensation pour la

linéarisation et/ou le découplage pour réaliser des asservissements simples et performants pose le problème du calcul volumineux à effectuer et les moyens à mettre en oeuvre pour le réaliser.

- La commande en temps réel oblige à faire l'investigation d'algorithmes de commande rapides, simples et efficace du point de vue asservissement, d'où l'importance qu'a prise la commande adaptative. [R.6].

Chapitre III

COMMANDE ADAPTATIVE

Le principal attrait de la commande adaptative résulte du fait qu'elle doit permettre de conserver des performances quasi-optimales à un système dont les paramètres varient lentement au cours du temps.

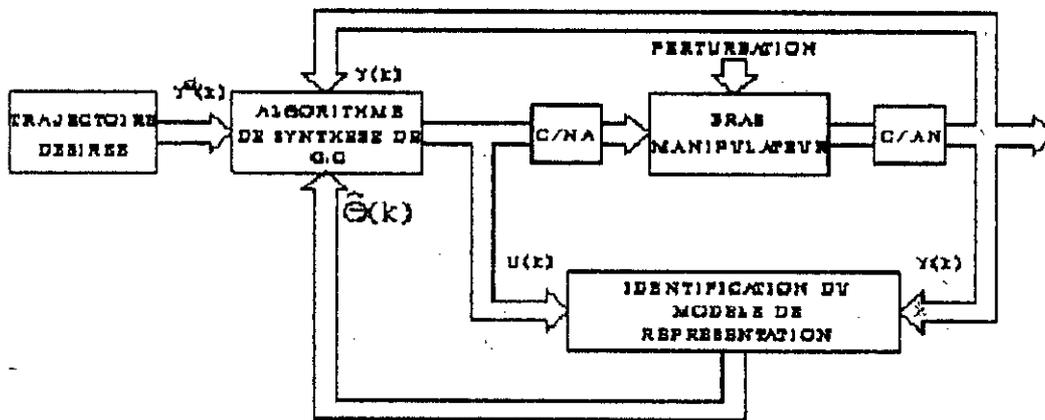


Fig 3-1 Schéma de principe d'une commande adaptative

On distingue, en général, deux types de commandes-contrôle auto-ajustable. La distinction n'est pas toujours aisée à faire et certains schémas spécifiques peuvent être difficiles à classer.

III-1 LA COMMANDE ADAPTATIVE DIRECTE : [R.7]

Cette approche consiste à identifier non les paramètres du système à commander, mais directement les paramètres du régulateur.

Etant donné une stratégie de commande et la connaissance de la structure du système, il est facile d'en déduire la forme de la loi de commande et donc la structure d'un régulateur capable de générer cette commande. L'algorithme d'identification-adaptation peut alors très bien être considéré comme un algorithme d'optimisation paramétrique qui tente de résoudre à chaque instant le problème suivant: Etant donné le système et l'état actuel des entrées et sorties, quelles sont les valeurs des paramètres du régulateur adaptatif qui minimisent l'écart entre la sortie du système rebouclé par le régulateur adaptatif et la sortie idéale. On constate que, dans cette approche, il faut d'une certaine façon inclure un modèle décrivant le comportement désirer du système global et qu'à chaque instant on essaie de trouver le régulateur optimal dans la classe considéré.

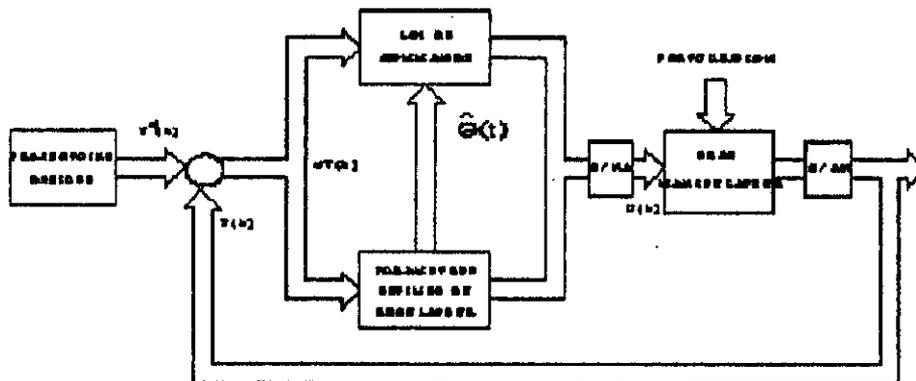


Fig 3-2 Schéma de la commande adaptative directe

Malheureusement pour le type de systèmes -à non- minimum de phase - cette approche se heurte à de nombreuses difficultés. Pour la stratégie de commande qui consiste à minimiser un critère quadratique, si la structure du régulateur optimal est bien connue, le modèle qui permettrait de définir le comportement souhaité est inconnu, pour cette raison ,et de nombreuses d'autres , cette stratégie n'est donc pas envisageable en commande adaptative directe. Il ne reste que les stratégies du type " placement de pôles " qui puissent convenir. Dans ce cas le changement de la stratégie de commande, entraine le changement du bloc "Identification".

III-2-COMMANDE ADAPTATIVE INDIRECTE [R.7]:

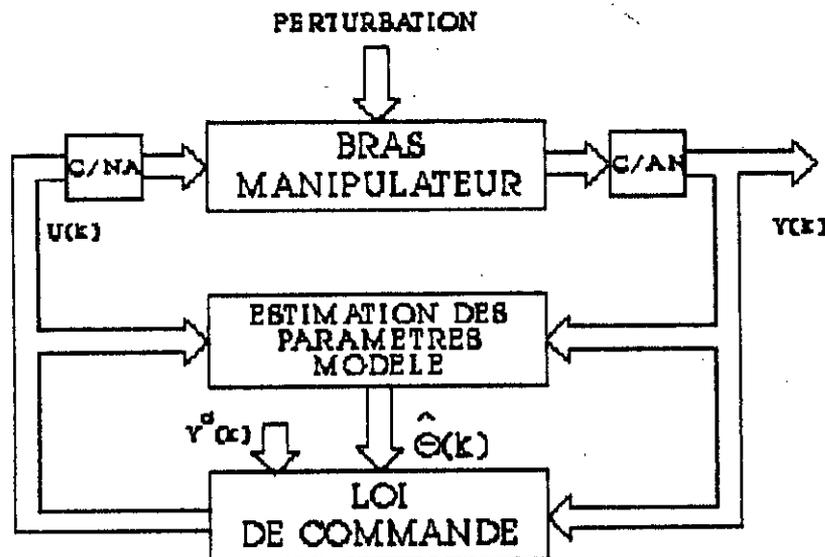


Fig 3-3 Schéma de commande adaptative indirecte

L'identification en ligne est nécessaire pour représenter fidèlement le modèle de robot donné par la structure développée au chapitre (I) ,et qui change pour chaque position $\theta(t)$ (système non-

linéaire variant).

Dans cette technique de contrôle-commande ,l'algorithme d'identification qui utilise les mesures faites sur le système, fournit des paramètres estimés à l'algorithme de calcul de la loi de commande .

Un des avantages de cette approche est de pouvoir transposer directement toutes les stratégies de commande utilisées, quand les paramètres du système sont parfaitement connus .

Aux chapitres suivants, nous allons détailler les deux boîtes " Identification -Commande ".[R.8].

IDENTIFICATION EN LIGNE D'UN ROBOT

IV-1 BUT DE L'IDENTIFICATION [R.6]:

La synthèse de commande des systèmes dynamiques, afin de réaliser certaines performances (stabilité, rapidité, précision et amortissement), est fonction de la connaissance du modèle représentant au mieux le système réel dont la description pouvant être complexe, de la découle l'importance de l'identification pour représenter fidèlement un processus physique -telqu'un robot- qui change de comportement pour chaque position (étant un système fortement non-linéaire).

Les résultats de l'identification sont utilisés pour:

- La synthèse de contrôle-commande classique de système complexe et variants .
- La commande adaptative des processus variants non-linéaire

En commande adaptative, objet de cette étude, l'identification et la synthèse sont effectués séquentiellement et en ligne i.e l'algorithme d'identification estime les paramètres du modèle et les fournit à un algorithme de calcul de la loi de commande , à partir de la collection des entrées et sorties du système ,

IV-2 PROBLEMATIQUE DE L'IDENTIFICATION :

L'identification, à priori, repose sur un choix de structure de modèle de représentation d'un système dynamique, des données entrées-sorties par les quelles le système se révèle, un critère mesurant la distance entre modèle et système et enfin sur un choix de méthode de minimisation de ce critère.

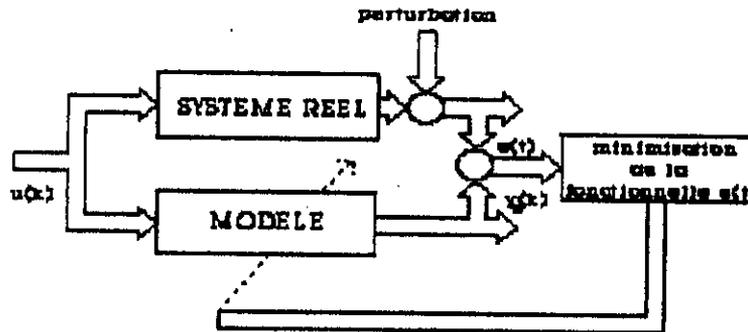


Fig 4-1 Principe de l'identification

- $U(t)$: Vecteur commande .
- $y(t)$: sortie réelle .
- $\xi(t)$: Bruit de mesure sur $y(t)$.
- $y_m(t)$: sortie modèle .
- $e(t)$: écart sortie système-modèle .

IV-2-1 Les structures du modèle :

i- Structure sous-forme de représentation d'état : Dans ce cas le nombre de paramètres à identifier est très élevé, souvent on fait recours à des structures canoniques pour réduire ce nombre.

ii- Structure sous-forme de fonction de transfert avec une prise en compte des incertitudes de modélisation et de mesure des entrées -sorties .

Les processus physiques sont souvent décrits par des équations aux différences linéaires et invariantes, sous les formes générales suivantes :

- Modèle de type auto-régression A.R .

$$A(z^{-1})y(t) = \lambda \xi(t) \tag{IV-1}$$

- Modèle de type regression M.A.

$$(IV-2) \quad y(t) = B(z^{-1})U(t) + \lambda \xi(t)$$

- Modèle de type A.R.M.A.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})u(t) + \lambda \xi(t) \quad (IV-3)$$

- Modèle de type A.R.M.A.X.

$$A(z^{-1})y(t) = B(z^{-1})U(t) + \lambda C(z^{-1})\xi(t) \quad (IV-4)$$

$y(t)$, $u(t)$ et $\xi(t)$ représentent respectivement, sortie, entrée du système et bruit agissant sur celui-ci.

Le modèle type **A.R.M.A** et celui qui comporte le minimum de paramètres à estimer et est souvent utilisé contrairement à la représentation d'état, ce qui justifier l'adaptation de cette structure (chapitre I).

Le choix de l'ordre (degré de $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$ et le retard d du modèle) est aussi déterminant que la forme d'un modèle du point de vue temps de calcul et précision d'estimation des paramètres.

Une connaissance plus au moins parfaite du modèle de connaissance du système, nous permet de fixer l'ordre de grandeur des différents coefficients (n_a, n_b, d).

Une première approche pour estimer les valeurs de n_a , n_b , et d est d'utiliser l'algorithme d'identification et d'étudier l'évolution de la variance des erreurs de prédictions résiduelles i.e l'évolution de la fonction d'autocorrélation [R.8].

$$R(0) = E[\varepsilon^2(t)] = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \quad (IV-5)$$

en fonction de $n_a + n_b + d$

Il existe d'autres critères pour ce choix, mais ils sont mal adaptés au calcul en ligne.

IV-2-2 Type d'entrées:

Il est nécessaire d'appliquer à un système un signal riche (persistant) en fréquences pour assurer la convergence des paramètres estimés.

Une entrée est persistante si:

- Sa moyenne est finie :

$$\bar{U} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N U(t) \quad (\text{IV-6})$$

- Sa matrice d'auto-corrélation est définie-positive:

$$R_u = \{r_{u(i,j)} \mid i, j = \overline{1, n}\} \quad (\text{IV-7})$$

Avec r_u la fonction d'auto-corrélation du signal $U(t)$ défini par:

$$r_u(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(\tau) u(t+\tau) \quad (\text{IV-8})$$

Souvent quand une commande n'est pas assez riche, on lui superpose une Séquence Binaire-Pseudo-Aléatoire (S.B.P.A).

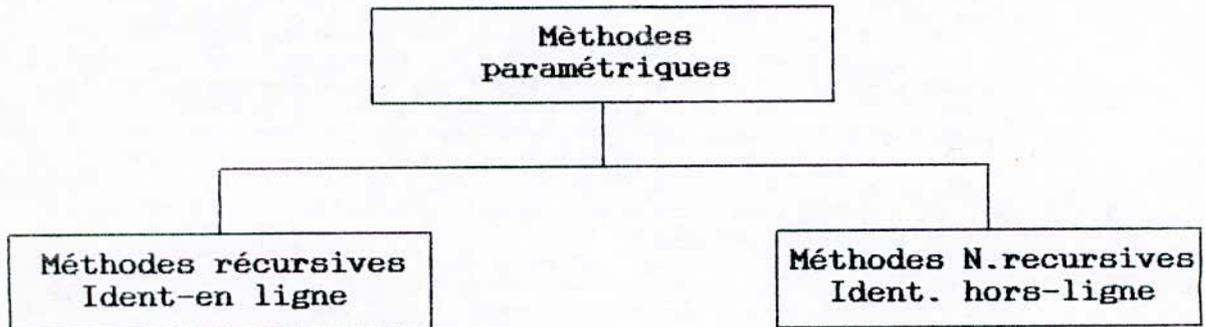
IV-2-3 Choix du critère à minimiser:

L'identification se propose de calculer soit:

- Les réponses impulsionnelles et fréquentielles. (structure de modèle non-paramétrique).
- Sous-forme de représentation d'état, ou de fonction de

transfert (Structure de modèle paramétrique).

Ces dernières se subdivisent en deux classes.



Lors de cette étude, notre intérêt portera sur les méthodes récursives en ligne. Les principales exigences de l'identification en ligne sont :

- La possibilité de poursuite d'un système variant.
- Le calcul doit être simple et rapide.

Les méthodes récursives sont très appropriées pour ces exigences, d'où leur développement pour la commande adaptative des robots manipulateurs.

Elles dépendent, à leur tour, du choix du critère à minimiser et de la méthode de minimisation (programmation linéaire, technique d'optimisation, méthode du gradient ...etc).

Une attention particulière sera portée sur la méthode des moindres carrés recursive, dans ce cas le critère à minimiser est : la somme des n erreurs de prédiction quadratique sur un horizon égal à N .

$$J(t) = \sum_{t=1}^N (y(t) - y_m(t))^2 = \min_{\theta(t)} \|y(N) - y(N)\|^2 \quad (IV-9)$$

avec $y(N) = (y_1, \dots, y_n)^T$

N : Horizon d'observation .

Ce critère tient compte des bruits de mesure sur les entrées sorties, ainsi que les incertitudes de modélisations, car les perturbations aléatoires agissant sur le système introduisent des erreurs, en général des erreurs de biais dans l'estimation

paramètres, les méthodes d'identifications doivent obligatoirement réduire ce biais pour améliorer la précision.

IV-2-4 Méthode des moindres carrés recursive M.C.R. [R.9]:

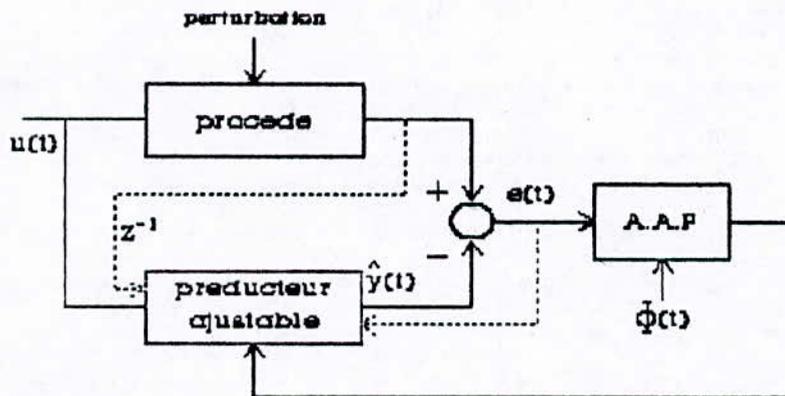


Fig 4-2 Structure générale de M.C.R

L'idée est d'identifier simultanément le modèle de procédé et le modèle de perturbation, pour pouvoir obtenir une erreur de prédiction asymptotique "Blanche".

Il s'agit d'identifier un système admettant un modèle A.R.M.A de la forme (chapitre I).

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + \xi(t) + h(t)$$

$$\text{avec } A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i} \quad (\text{IV-10})$$

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=1}^m b_i z^{-i}$$

$y(t)$: Sortie du procédé.
 $u(t)$: La commande .
 $\xi(t)$: Erreur de modélisation (Bruit blanc).
 $h(t)$: Perturbation mesurable.
 d : Retard du modèle.

En posant :

$$\theta^T(t) = [a_1(t), \dots, a_n(t), b_1(t), \dots, b_m(t), h(t)]$$

Vecteur paramètre.

$$\phi^T(t) = [-y(t-1), \dots, -y(t-n), u(t-d-1), \dots, u(t-m-d), 1]$$

Vecteur d'observation.

En définissant une erreur de prédiction $\varepsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ le critère (IV-9) devient:

$$\min_{\theta(t)} J(t) = \sum_{i=1}^t [y(i) - \theta^T(t) \phi(i-1)]^2 \quad (\text{IV-11})$$

D'où l'algorithme d'identification de M.C.R. [R.9].

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t) \phi(t) \varepsilon(t+1) \quad (\text{IV-12})$$

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t) \phi(t) \phi^T(t) F(t)}{1 + \phi^T(t) F(t) \phi(t)} \quad (\text{IV-13})$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{y(t+1) - \hat{\theta}^T(t) \phi(t)}{1 + \phi^T(t) F(t) \phi(t)} \quad (\text{IV-14})$$

Où $F(t)$ Matrice du gain d'adaptation .

IV-2-4-1 Les contraintes sur la convergence de l'algorithme M.C.R

Sans aucune hypothèse sur la suite des vecteurs d'observations $\{\phi(t)\}$, on note [R.7] que l'algorithme d'identification vérifie les propriétés suivantes :

$$P_1: \|\theta_t\| < M \quad \forall t \quad (IV-15)$$

$$P_2: \|\theta_t - \theta_{t-1}\| \rightarrow 0 \quad t \rightarrow \infty \quad (IV-16)$$

La propriété P_1 est utile dans l'analyse de la stabilité globale. P_2 exprime la vitesse de variation des paramètres estimés qui doit être lente afin d'assurer leurs convergence.

a- L'inverse de la matrice du gain d'adaptation :

On choisit $\phi^T(0)=0$ à $t=0$ et $F(0)>0$ i.e $F(0)=I/\delta$ avec $0<\delta\ll 1$, on remarque que le gain ne fait que diminuer ce qui est mauvais pour un modèle à paramètres variables. L'algorithme donne moins en moins de poids aux nouvelles erreurs, quand l'horizon d'identification devient grand ce qui entraîne l'explosion de l'algorithme.

Dans le cas où le système est à paramètres variables, on a intérêt à attacher plus d'importance aux informations récentes qu'aux anciennes, ceci en introduisant le facteur d'oubli $\lambda(t)$ où $0<\lambda(t)<1$ (Sélecteur de mesure).

Le critère de l'équation (IV-11) devient:

$$J(t) = \sum_{i=1}^t \lambda^{(t-i)} [y(i) - \theta(t)^T \phi(i-1)]^2 \quad (IV-17)$$

$$d'où \quad F^{-1}(t+1) = \lambda F^{-1}(t) + \phi(t)\phi(t)^T \quad (IV-18)$$

Afin d'éviter l'explosion de l'algorithme, un nouveau concept a été introduit par LANDAU, qui consiste à maintenir la trace de la matrice de covariance constante tous le long de l'horizon d'identification, ceci en introduisant un paramètre de pondération supplémentaire.

$$F^{-1}(t+1) = \lambda_1(t) F^{-1}(t) + \lambda_2(t) \phi(t)\phi^T(t) \quad (IV-19)$$

D'où la relation finale de la matrice de covariance :

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi^T(t)F(t)}{\lambda_1(t) + \phi^T(t)F(t)\phi(t)} \right] \quad (IV-20)$$

L'algorithme est stable pour $0 < \lambda_1(t) \leq 1$ et $0 \leq \lambda_2(t) < 2$, $F(0) > 0$. K. ERVIN [R.8]. propose d'adapter $\lambda_1(t)$ en fixant le rapport $\lambda_1(t)/\lambda_2(t)$ à une constante C.

$$\lambda_1(t) = \left[\text{tr} F(t) - \text{tr} \left[\frac{F(t)\phi(t)\phi^T(t)F(t)}{C + \phi^T(t)F(t)\phi(t)} \right] \right] / P(0) \quad (IV-21)$$

Avec $P(0)$ la trace désirée.

Le resultat de l'estimation dépend aussi comme il a été expliqué de $\theta(0)$, $F(0)$ et le rapport du facteur d'oubli c.

En absence d'estimation initiale, on prend généralement les a_i, b_i à 1 ou 0. Le rapport du facteur d'oubli, à cause des conditions de C.V de l'algorithme est souvent choisi dans l'intervalle $0.96 \leq C \leq 0.99$. [R.9].

L'algorithme de la méthode des M.C.R.T.C (trace constante) comprend les étapes suivantes :

- 1- Inialisation $\theta(0)$, $F(0)$ et $\lambda_1(t)$.

- 2- Collecter les données entrées-sorties du système .
- 4- Actualisation du vecteur paramètre $\Theta(t+1)$ selon (IV-12).
- 5- Calcul de $\lambda_1(t)$ selon (IV-21).
- 6- Calcul du gain $F(t+1)$ selon (IV-13).
- 7- Rafraichissement du vecteur d'observation $\phi(t+1)$.
- 8- Synthèse de la commande et son application .
- 9- retour 2.

Chapitre V

SYNTHESE DES CORRECTEURS ADAPTATIFS

V-1 INTRODUCTION [R.8]:

Ayant ainsi définie le modèle et la structure du système, il s'agit maintenant de choisir une stratégie de commande. Ce choix dépend d'une part, du type de problèmes considérés (problème de régulation ou de poursuite), d'autre part des caractéristiques du système (à phase-minimale ou non) et de la suite des perturbations $\xi(t)$. Suivant la connaissance à priori que l'on a de ces caractéristiques, le choix sera plus ou moins grand. Il s'agit de toute façon de choisir une stratégie qui, dans le cas où le modèle du système et de son environnement seraient parfaitement connu, mènerait à une loi de commande satisfaisante.

Dans ce chapitre, nous allons commencer par classer les régulateurs en deux grandes catégories:

- 1^{ère} classe: Comporte les régulateurs déterministes tel la technique de placement de pôles-zéros, optimisation et analyse fréquentielle.

- 2^{ème} classe: Englobe les régulateurs stochastiques, qui se basent sur la minimisation d'un critère quadratique. tel les régulateurs à variance minimale et commandes optimal.

Les stratégies les plus couramment considérées en commande adaptative sont:

- Pour les système à déphase minimale (ou pour les quels la partie à phase non minimale est parfaitement connue): la commande à minimum de variance ou la commande avec modèle de référence (M.R.A.C).

- Pour les systèmes à déphase non-minimale: La commande par placement de pôles ou la commande optimale à critère quadratique, variance généralisée minimale.

V-2 SYNTHÈSE DES CORRECTEURS CLASSIQUES AUTO-AJUSTABLES :

Cette classe de correcteurs (P.I.D, P.D, P.D², P.I.D² , correcteurs numériques) sont les plus répandus dans la conduite des processus industriels vue leur simplicité, leur robustesse et leurs performances facilement atteinte par le choix souvent empirique .La synthèse de ces régulateurs combinée avec l'identification des modèles des processus, permet de mettre au point des correction adaptatives très performantes. Les méthodes de calcul des régulateurs numériques ,qui seront présentées en présence de perturbation déterministe et quelle que soit la méthode de calcul, auront la même structure (structure à trois degrés de liberté R.S.T) figure (5-1).

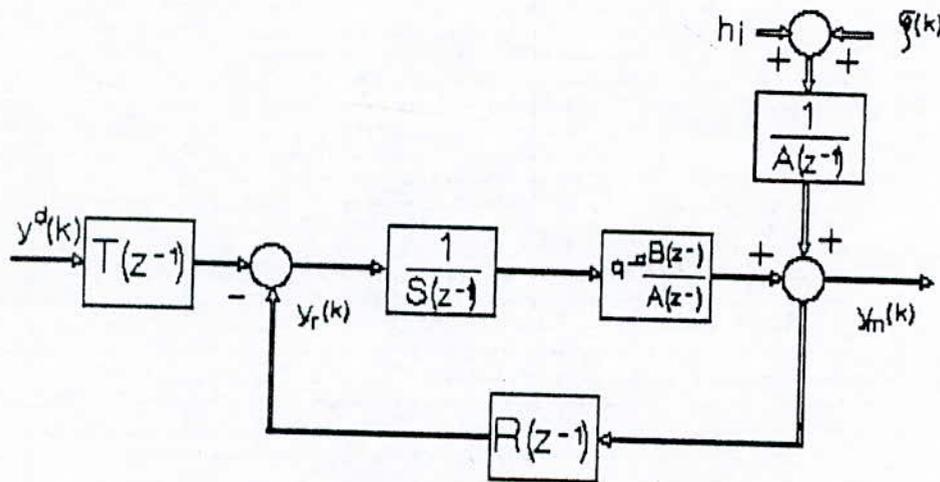


Fig 5-1

Le système à commander est supposé de la forme :

$$A(z^{-1}) y(t) - z^{-d} B(z^{-1}) u(t) + h(t) + \xi(t) \tag{V-1}$$

Avec :

- $y(t)$: Sortie du système .
- $u(t)$: Commande .
- $h(t)$: Perturbation mesurable.
- $\xi(t)$: Grandeur aléatoire non mesurable .

$$A(z^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i z^{-i} \quad (V-1.1)$$

$$B(z^{-1}) = \sum_{i=1}^m b_i z^{-i} = z^{-1} B^*(z^{-1})$$

Avec $S(z^{-1})$, $R(z^{-1})$ et $T(z^{-1})$ respectivement des polynômes en Z^{-1} de degré q , p et t .

$$R(z^{-1}) = \sum_{i=0}^q r_i z^{-i}$$

$$S(z^{-1}) = \sum_{i=0}^p s_i z^{-i} \quad (V-1.2)$$

$$T(z^{-1}) = \sum_{i=0}^t t_i z^{-i}$$

La fonction de transfert en boucle fermée B.F :

$$H_{Bf}(z^{-1}) = \frac{z^{-d} B(z^{-1}) T(z^{-1})}{A(z^{-1}) S(z^{-1}) + z^{-d} B(z^{-1}) R(z^{-1})} \quad (V-2)$$

La commande appliquée au procédé à l'instant t est donnée par :

$$u(t) = -\frac{R(z^{-1})}{S(z^{-1})} y(t) + \frac{T(z^{-1})}{S(z^{-1})} Y^d(t) \quad (V-3)$$

La sortie à l'instant t s'exprime par :

Le polynôme caractéristique du système fermé peut être définie comme suite :

$$P(z^{-1}) = A(z^{-1}) S(z^{-1}) + z^{-d} B(z^{-1}) R(z^{-1}) \quad (V-5)$$

$$y(t) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})T(z^{-1})y^d(t)}{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})} + \frac{S(z^{-1})(h(t) + \xi(t))}{A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1})} \quad (V-4)$$

Remarque: L'objectif de la synthèse d'un régulateur déterministe consiste à établir:

- Stabilité.
- Rapidité.
- Précision .
- Amortissement.
- Compensation des perturbations .

V-2-1 Calcul du régulateur:

Le calcul de $R(z^{-1})$, $S(z^{-1})$ et $T(z^{-1})$ se fera en deux temps, au premier lieu et à l'aide de $R(z^{-1})$ et $s(z^{-1})$, on placera les pôles en B.F aux valeurs désirées, spécifier par un polynôme $P(z^{-1})$ (Objectif en régulation).

En deuxième lieu, on déterminera $T(z^{-1})$, suivant la stratégie de commande (P+D, PD2, placement de pôles, ..., etc).

$P(z^{-1})$ étant spécifier, pour calculer les polynômes $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$, il faut résoudre l'équation polynomiale (V-5) [R.9].

Connue sous le nom de l'équation de DIOPHANTINE, qui admet une solution unique sous les deux conditions suivantes :

- $A(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$ sont premier entre eux condition nécessaire
- $\delta P(z^{-1}) \leq 2r$; $\delta S(z^{-1}) = \delta R(z^{-1}) = r-1$. condition suffisante.

Avec : $r = \max\{\delta A(z^{-1}), \text{retard} + \delta B(z^{-1})\}$.

On obtient une solution minimale pour : [R.12]

$$\begin{aligned} \delta R(z^{-1}) &= \delta A(z^{-1}) - 1 \\ \delta S(z^{-1}) &= \delta B(z^{-1}) + d - 1 \end{aligned} \quad (V-6)$$

En introduisant le polynôme d'observation dans l'équation de DIOPHANTINE (V-5), on obtient:

$$A(z^{-1})S(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})R(z^{-1}) - P_1(z^{-1})T_1(z^{-1}) \quad (V-9)$$

Dans la plus part des cas, il est préférable de choisir un observateur de degré suffisamment grand, afin de pouvoir ramener $P_1(z^{-1})$ à un polynôme du 2^{ème} ordre, où les spécifications des performances du système en B.F. seront beaucoup plus facile à mettre en évidence [R.9].

V-2-2 Le choix du polynôme désiré:

Le polynôme d'observation est choisi généralement avec de zéros proches de l'origine, ce qui se traduit par une dynamique plus rapide que celle de système. Il est évident que cette structure donne de bon résultats, que dans le cas où $P(z^{-1})$ est stable, (i.e zéro à l'intérieur du cercle unité). $P_1(z^{-1})$ de la forme:

$$P_1(z^{-1}) = 1 + p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2}$$

Une méthode judicieuse pour définir p_1 et p_2 consiste à considérer d'abord un modèle continu normalisé du 2^{ème} ordre où on spécifie la pulsation propre ω_0 et le coefficient d'amortissement ξ et de l'échantillonné avec une période d'échantillonnage T_e .

V-2-2-1 Lieu d'amortissement constant [R.14]:

On considère un système continu du 2^{ème} ordre de la forme :

$$G(s) = \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2} \quad (V-10)$$

les pôles du système continu pour $0 < \xi < 1$:

$$s_{1,2} = -\xi\omega_0 \pm j\omega_0\sqrt{1-\xi^2} \quad (V-11)$$

Les pôles échantillonnés équivalents :

$$z_{12} = e^{sT_e} = e^{-\omega_0 \zeta T_e} e^{-j\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} T_e} \quad (V-12)$$

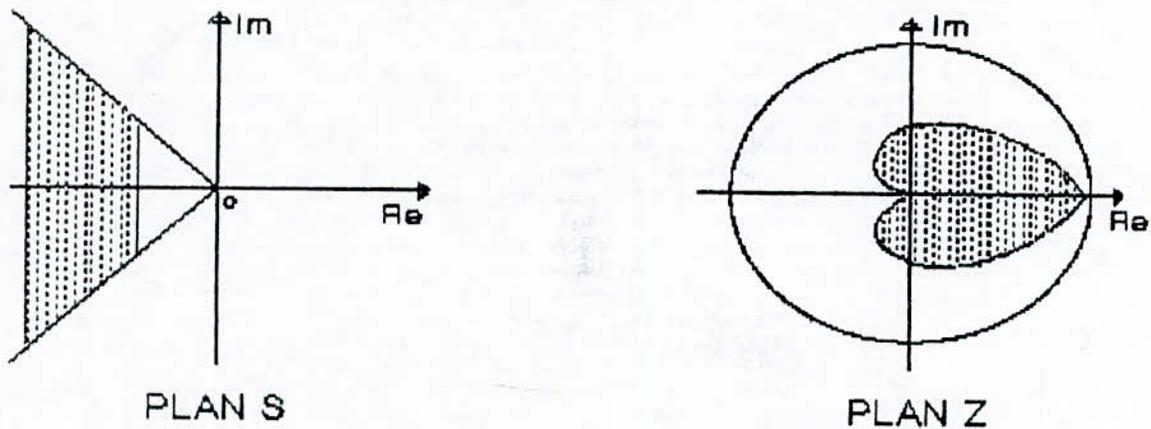


Fig 5-2

Z_{12} D'écrivent une spirale logarithmique dans le plan z .

ω_0 est choisit en fonction de la période d'échantionnage T_e du procédé afin de satisfaire la condition du théorème de SHANNON

Dans ce cas le cercle unité se réduit à une surface critique figure (5-2).

V-2-3 Régulateur P+D²:

La méthode de calcul du régulateur P+D² ne s'applique régoureusement qu'aux procédés modélisables par un système, caractérisé par une fonction de transfert de degré maximum égal à 2, avec ou sans retard .

$$y(t) = z^{-d} \cdot \frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{P(z^{-1})} y^d(t) + \frac{S(z^{-1})}{P(z^{-1})} \cdot (h_1(t) + \xi(t))$$

D'autre part, et pour des raisons de robustesse numérique (calcul $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$) un filtre $H_1(z^{-1})$ est introduit, en général, en cascade avec $R(z^{-1})$ de la forme.

$$H_1(z^{-1}) = \frac{1}{1-\alpha} (1 - \alpha z^{-1}) \quad (V-13)$$

$$0 < \alpha < 1$$

$H_1(z^{-1})$ introduit une action dérivée très stabilisante dans la chaîne de contre-réaction (pour le robot, elle nous permet d'agir non seulement sur la vitesse mais aussi sur l'accélération). Avec la restriction $A(z^{-1})$ et $H_1(z^{-1})$ premiers entre eux, le polynôme $R(z^{-1})$ devient:

$$R \cdot (z^{-1}) = R(z^{-1}) H_1(z^{-1}) \quad (V-14)$$

Au lieu de résoudre l'équation (V-5), pour le calcul du régulateur, on est amené à résoudre l'équation polynomiale suivante:

$$A(z^{-1}) S(z^{-1}) + z^{-d} B(z^{-1}) H_1(z^{-1}) R(z^{-1}) = P(z^{-1}) \quad (V-15)$$

Il est clair que cette stratégie n'est applicable que pour les systèmes à comportement intégral en B.O. C'est le cas pour un robot comme nous le verrons en simulation en boucle ouverte.

L'ALGORITHME DE SYNTHÈSE SE PRÉSENTE COMME SUIT

- 1- Donner $A(z^{-1}), B(z^{-1}), h$ (issue de l'identification). P_1, α
- 2- Résolution de l'équation de DIOPHANTINE (V-15).
- 3- Calcul de $R(z^{-1})$ (V-14).
- 4- Application de la commande selon (V-3).
- 5- Retour 1.

V-3 SYNTHÈSE DES RÉGULATEURS STOCHASTIQUES:

La classe de méthodes présentée pour le cas déterministe ne prend pas en compte l'effet des perturbations et des incertitudes de modélisations supposées de nature aléatoire et qui agissent sur le système. Les performances du régulateur peuvent se dégrader dans un environnement réel. Nous allons nous fixer comme objectif la minimisation des fluctuations de la sortie du procédé dues aux perturbations et la consommation d'énergie. Un système décrit par un modèle de type A.R.M.A.X tient compte de la modélisation de bruit.

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) + C(z^{-1})\xi(t) + D(z^{-1})h(t) \quad (V-16)$$

Pour ce là, nous allons faire appel à la notion de variance qui représente l'écart quadratique d'une variables par rapport à sa moyenne au premier lieu, et au second la minimisation d'un critère qui nous mène à la résolution d'équations de type RICCATI.

V-3-1 Commande à variance minimale généralisée:

Pour le système (V-16), nous cherchons la commande $U(t)$ qui minimise le critère:

$$J(t) = E[(Py(t+d+1) - Ry^d(t+d+1))^2 + (QU(t))^2] \quad (V-17)$$

$Y^d(t)$: sortie désirée à l'instant t .

$P(z^{-1})$, $R(z^{-1})$ et $Q(z^{-1})$ sont des polynômes de pondération de l'écart et de l'énergie appliquée au système.

$E\{.\}$: représente l'espérance mathématique.

En exprimant la sortie prédite $P(z^{-1})Y(t+d+1)$ à l'aide de (V-16), on obtient:

jusqu'à l'instant t , $\xi(t)$ peut s'exprimer en fonction des entrées -sorties comme:

$$\begin{aligned}
 P(z^{-1})Y(t+d) &= \frac{P(z^{-1})B(z^{-1})}{A(z^{-1})}U(t) \\
 &+ \frac{P(z^{-1})D(z^{-1})}{A(z^{-1})}h(t+d) \\
 &+ \frac{P(z^{-1})C(z^{-1})}{A(z^{-1})}\xi(t)
 \end{aligned} \tag{V-18}$$

$$\begin{aligned}
 \xi(t) &= \frac{A(z^{-1})}{C(z^{-1})}y(t) \\
 &- z^{-d}\frac{B(z^{-1})}{C(z^{-1})}U(t) \\
 &- \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})}h(t)
 \end{aligned} \tag{V-19}$$

L'ensemble $\{\xi(t+d), \xi(t+d+1), \dots, \xi(t+1)\}$ contient l'information non disponible à l'instant t , la séparation en partie prédictible et non-prédictible du terme en $\xi(t+d)$ équation (V-18) peut être obtenu par division euclidienne du produit $P(z^{-1}) \cdot C(z^{-1})$ par $A(z^{-1})$ jusqu'à l'ordre d .

$$P(z^{-1})C(z^{-1})/A(z^{-1}) = F(z^{-1}) + z^{-d}\frac{G(z^{-1})}{A(z^{-1})} \tag{V-20}$$

$$\text{avec : } -\delta F(z^{-1}) = d-1 \tag{V-21}$$

$$-\delta G(z^{-1}) = \max \{ \delta A(z^{-1})-1, \delta P(z^{-1}) + \delta C(z^{-1}) - d \} \tag{V-22}$$

En remplaçant (V-20) dans l'équation (V-18) en tenant compte de l'expression (V-19) et du fait que le bruit $\xi(t+d)$ supposé blanc (décorréolé avec $y(t), y(t+d), h(t+d), u(t)$ et de leurs passés), on trouve la commande selon l'expression:

$$\begin{aligned}
 u(t) &= \frac{R(z^{-1})C(z^{-1})y_d(t) - G(z^{-1})y(t)}{B(z^{-1})F(z^{-1}) + Q(z^{-1}) \cdot C(z^{-1})} \\
 &- \frac{D(z^{-1})F(z^{-1})h(t+d)}{B(z^{-1})F(z^{-1}) + Q(z^{-1}) \cdot C(z^{-1})}
 \end{aligned} \tag{V-23}$$

avec :

$$\dot{Q}(z^{-1}) - \frac{q_0}{b_0} Q(z^{-1}) \quad (V-24)$$

q_0 et b_0 sont respectivement les premiers coefficients des polynômes de $Q(z^{-1})$ et $B(z^{-1})$.

L'ALGORITHME DE SYNTHÈSE :

- 1- Donner $A(z^{-1}), B(z^{-1}), C(z^{-1}), D(z^{-1})$ issues de l'identification.
- 2- Introduire les pondérations $P(z^{-1}), Q(z^{-1}), R(z^{-1})$.
- 3- Résoudre l'équation (V-20) en $F(z^{-1})$ et $G(z^{-1})$.
- 4- Générer et appliquer la commande (V-23).
- 5- Retour en 1.

V-3-2 Commande optimale à un pas: [R.15]

Après la mise sous une forme de représentation d'état du système (V-16), on obtient le système d'équations suivant:

$$X(k+1) - AX(k) + BU(k) + \Gamma w(k) \quad (V-25-1)$$

$$Y(k) - CX(k) + DU(k) + Hv(k) \quad (V-25-2)$$

Avec : $w(k), v(k)$ des variables aléatoires.

La commande $U(t)$ doit minimiser à chaque pas d'échantillonnage le critère quadratique suivant:

$$J(k) - \frac{1}{2} [\delta^T y(k+1) Q \delta y(k+1) + u^T(k) R u(k)] \quad (V-26)$$

Où Q est une matrice symétrique semi-défini positive (S.S.D.P) qui pondère l'écart, R symétrique défini-positif (S.D.P) qui pondère l'énergie appliquée au système (V-16). Sans

perdre de généralité, on pose: $\Gamma=0$, le système (V-25-1) et (V-25-2) devient:

$$y(t) = C X(t) + H v(t) \tag{V-27}$$

$$X(t+1) = A X(t) + B U(t) \tag{V-28}$$

En combinant les équations (V-27), (V-28) on obtient:

$$\delta y(t+1) - y^d(t+1) - [CAX(t) + CBU(t) + Hv(t+1)] \tag{V-29}$$

En portant (V-29) dans (V-26) et on derive par rapport à $U(t)$ on trouve la commande comme suite:

$$U^*(t) = [B^T C^T Q C B + R]^{-1} [B^T C^T Q H v(t+1) + B^T C^T Q C A X(t) - B^T C^T y^d(t+1)] \tag{V-30}$$

avec

$$C X(t) = y(t) - H v(t) \tag{V-31}$$

L'ALGORITHME DE SYNTHÈSE DE LA COMMANDE OPTIMALE A UN PAS

- 1-Donner les matrices A,B,H,C (issues de l'identification).
- 2-Choix des pondérations (introduction des pondération Q,R).
- 3-Calcul de la loi de commande selon (V-30).
- 4-Appliquer la commande.
- 5-Retour en 1.

Chapitre VI

SIMULATION NUMERIQUE

VI-1-INTRODUCTION:

La recherche d'une solution de l'équation d'état est évidemment un problème très important, soit qu'on désire avoir une idée du comportement du système pour certaines entrées et conditions initiales, soit trouver une solution particulière satisfaisant certaines conditions (problème aux limites). Dans ce cas , les seules méthodes connues à l'heure actuelle sont de type itérative, ce qui implique d'intégrer l'état un très grand nombre de fois .

Les tests des algorithmes de commande adaptative ont lieu sur un modèle dynamique de robot simulé numériquement .

Les méthodes d'intégration d'un système différentiel doivent être simples, rapides, stables et précises .

L'identification en temps réel, d'un système fortement non-linéaire (termes en sinus et cosinus) nous oblige à utiliser des méthodes d'intégration à pas liés tel la méthode d'EULER explicite pour se rapprocher de la solution et EULER implicite pour la précision .

Remarque: Les classes de méthode de RUNGE-KUTTA ont été rejeter , du fait qu'elles sont quatre fois plus lentes que la méthode d'EULER.

VI-2-INTEGRATION NUMERIQUE:

On cherche la solution de la fonction $y(t)$ régit par l'équation différentielle du premier ordre :

$$\dot{y} = f(y, t) \quad y(t) \in \mathbf{R}^n \quad (\text{VI-1})$$

Sujette à la condition initiale $y(t_0)=y_0$ $t \in [t_0, T]$
 t_0, T : Temps initial, temps final .
 $h=(t-t_0)/N$: Le pas d'intégration .

VI-2-1-Méthode d' EULER (explicite-implicite) :

Le développement en série de Taylor à l'ordre 2 de $Y((k+1)h)$ donne:

$$y_{k+1} - y_k + \frac{dy}{dt}_{t-k} | (h + o(h^2)) \quad (\text{VI-2})$$

$$y'(t)_{t-k} = \frac{y_{k+1} - y_k}{h} = f(y(k), t_k)$$

D'où la solution :

$$y_{k+1} - y_k + hf(y_k, t_k) \quad (\text{VI-3})$$

1- La précision : est proportionnelle à h^2 d'où l'importance de prendre h aussi petit que possible .

2- La stabilité : pour la stabilité ,soit l'équation test

$$\partial y - \frac{\partial f}{\partial y}_{kh} \partial y \quad \text{car } y' = f(y, t) \quad (\text{VI-4})$$

On pose :

$$x - T\partial y \rightarrow x - T\partial y \rightarrow \partial y - T^{-1}x$$

$$T^{-1}x - \frac{\partial f}{\partial y}_{kh} T^{-1}x \rightarrow x - T\left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_{kh} T^{-1}x = \lambda x \quad (\text{VI-5})$$

$$d'où \quad x_{k+1} - x_k + h\lambda x_k = (1 + h\lambda) x_k$$

$$(1 + hk) < 1 \rightarrow \lambda < 0, \quad h < \frac{2}{-\lambda} = 2\tau_{\min}$$

min la plus petite des constantes de temps du système .

Dans notre cas, on a la représentation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad (\text{VI-6})$$

$$y(t) = G(x(t)) \quad (\text{VI-7})$$

l'équation (VI-1) devient :

$$\dot{y} = f(y(t), u(t)) \quad (\text{VI-8})$$

$$dy = f(y, u) dt \quad (\text{VI-9})$$

On suppose que U_k est constante entre kh et $(k+1)h$ (car en générale la commande est constante entre deux instant d'échantillonnage).

$$y_{k+1} = y_k + \int_{kh}^{(k+1)h} f(y, u) dt \quad (\text{VI-10})$$

On utilise la méthode du trapèze pour chercher cette intégrale.

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} [f(y_{k+1}, u_k) + f(y_k, u_k)] \quad (\text{VI-11.1})$$

C'est sous la forme :

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} f(y_k, u_k) + \frac{h}{2} f(y_{k+1}, u_k)$$

$$\text{on pose:} \quad \alpha = y_k + \frac{h}{2} f(y_k, u_k) \quad (\text{VI-11.2})$$

$$g(y_{k+1}) = \frac{h}{2} f(y_{k+1}, u_k)$$

$$x - \alpha + g(x) \quad x \in \mathbb{R}^n \quad (\text{VI-12})$$

L'équation (VI-12) est un système non-linéaire, cela revient à résoudre un système algébrique $g(x)=0$ en utilisant la méthode des approximations successives :

$$\begin{aligned} x^{i+1} &= x^i + g(x^i) \\ \|x^{i+1} - x^i\| &< \varepsilon \end{aligned} \quad (\text{VI-13})$$

Algorithme EULER-NEWTON :

1- Prédiction par méthode d'Euler explicite

$$y_{k+1}^n = y_k + hf(y_k, u_k) \quad (\text{VI-14})$$

n : ordre de la prédiction .

2- Correction par approximation successives (EULER implicite) .

$$y_{k+1}^{n+1} = y_k + \frac{h}{2} [f(y_k + u_k) + f(y_{k+1}^n, u_{k+1})] \quad (\text{VI-15})$$

3- Tant que : (ε précision donnée)

$$\|y_{k+1}^{n+1} - y_{k+1}^n\| > \varepsilon$$

aller en 2 avec $y_{k+1}^n = y_{k+1}^{n+1}$, sinon aller en 4.

4- Sortir y_{k+1}^{n+1} comme solution à l'instant $k+1$.

VI-3 MODELE DE SIMULATION [R.10]:

Pour la mise au point des différents algorithmes que nous avons développé en identification, synthèse et simulation, nous allons utiliser un modèle dynamique de robot à deux degrés de liberté plan .

Sous-forme matricielle le modèle s'écrit comme suite :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(\theta_2) & a_{12}(\theta_2) \\ a_{21}(\theta_2) & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{122}(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 + a_{112}(\theta_2) \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \\ a_{211}(\theta_2) \dot{\theta}_1^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(\theta_1, \theta_2) \\ g_2(\theta_1, \theta_2) \end{bmatrix} \quad (\text{VI-16})$$

avec :

$$a_{11}(\theta_2) = \frac{5}{3}ml^2 + ml^2 \cos(\theta_2) \quad (\text{VI-17})$$

$$a_{12}(\theta_2) = a_{21}(\theta_2) = \frac{1}{3}ml^2 + \frac{1}{2}ml^2 \cos(\theta_2) \quad (\text{VI-18})$$

$$a_{22} = \frac{1}{3}ml^2 \quad (\text{VI-19})$$

$$a_{122}(\theta_2) \dot{\theta}_2^2 = -\frac{ml^2}{2} \sin(\theta_2) \quad (\text{VI-20})$$

$$a_{112}(\theta_2) = -ml^2 \sin(\theta_2) \quad (\text{VI-21})$$

$$a_{211}(\theta_2) = -a_{122}(\theta_2) \quad (\text{VI-22})$$

$$g_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{ml}{2} g \cos(\theta_1 + \theta_2) + \frac{3m}{2} gl \cos(\theta_1) \quad (\text{VI-23})$$

$$g_2(\theta_1, \theta_2) = \frac{ml}{2} g \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (\text{VI-24})$$

θ_1 : Variable articulaire du 1^{er} bras.

θ_2 : Variable articulaire du 2^{ème} bras.

La mise sous forme d'état du système (VI-16), en posant comme vecteur d'état :

$$X^T = [x_1, x_2, x_3, x_4] = [\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2]$$

sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_1(x_2) \\ b_2(x_2) \end{bmatrix} U(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1(x) \\ f_2(x) \end{bmatrix} \quad (\text{VI-25})$$

avec:

$$\det = a_{11}(x_2) a_{11} - a_{12}(x_2) a_{21}(x_2) \quad (\text{VI-26})$$

$$b_1(x_2) = \left[\frac{a_{22}}{\det} \quad -\frac{a_{12}(x_2)}{\det} \right] \quad b_2(x_2) = \left[-\frac{a_{21}(x_2)}{\det} \quad \frac{a_{11}(x_2)}{\det} \right] \quad (\text{VI-27.1})$$

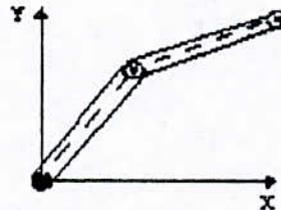
$$f_1 = -\frac{a_{22} a_{122}(x_2) x_4^2 + a_{22} a_{112}(x_2) x_3 x_4 - a_{12} x_2 a_{211}(x_2) x_3^2}{\det} - \frac{a_{22} g_1(x_1, x_2) - a_{12}(x_2) g_2(x_1, x_2)}{\det}$$

$$f_2 = -\frac{-a_{21}(x_2) a_{122}(x_2) x_4^2 - a_{21}(x_2) a_{112}(x_2) x_3 x_4 + a_{11}(x_2) a_{211}(x_2) x_3^2}{\det} - \frac{-a_{21}(x_2) g_1(x_1, x_2) + a_{11}(x_2) g_2(x_1, x_2)}{\det} \quad (\text{VI-27.2})$$

Paramètres du système:

$$m_1 = m_2 = 1 \text{ kg}, \quad l_1 = l_2 = 0.5 \text{ m}.$$

Les termes de gravitations $g_i(\theta_1, \theta_2)$ $i=1,2$ seront compensés par un retour d'état fig. 3-1.



VI-4 PRESENTATION ET ANALYSE DES RESULTATS:VI-4-1 Réponse en boucle ouverte:

La réponse en boucle ouverte est très importante, car non seulement elle nous rapporte l'information sur le système (son comportement pour certaines entrées) mais aussi sur sa sensibilité aux perturbations aléatoires, et le choix des stratégies de commandes.

VI-4-1-1 Procédure: On considère le système (VI-16) au repos pour $t < 0$, auquel on applique des échelons de consigne u_1, u_2 et on essaiera de voir la réponse des variables articulaires $\theta_1(t)$ et $\theta_2(t)$.

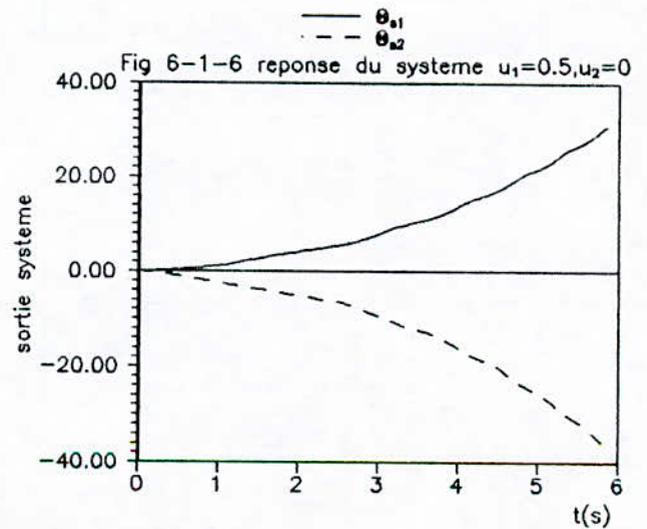
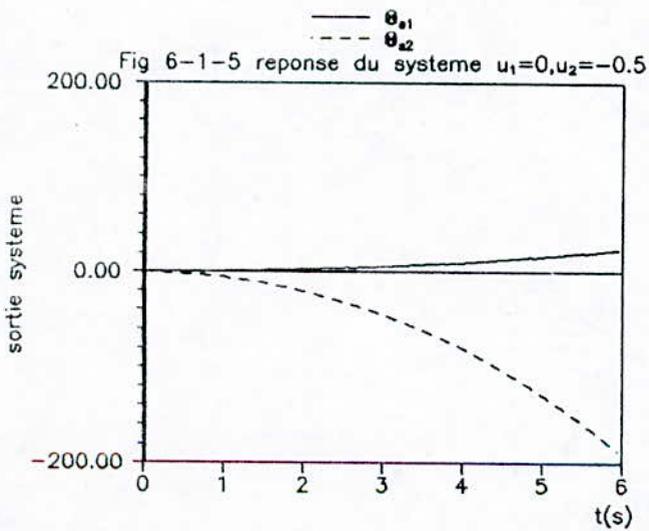
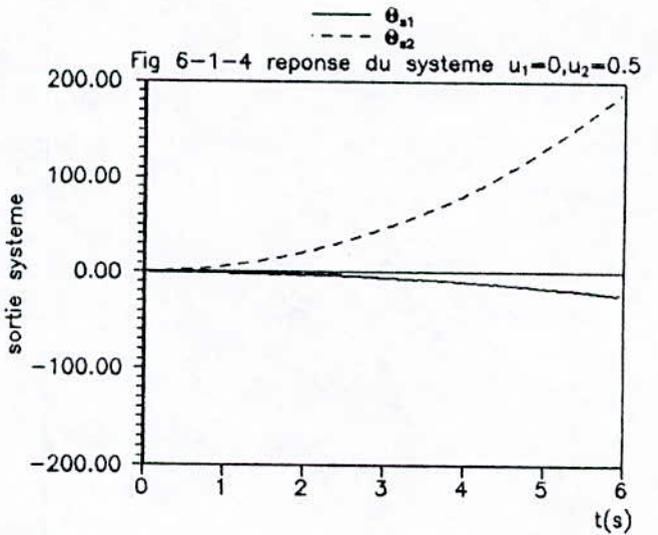
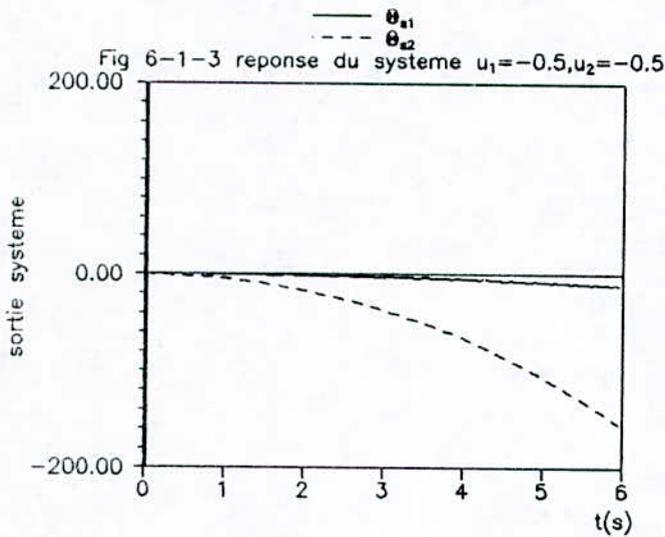
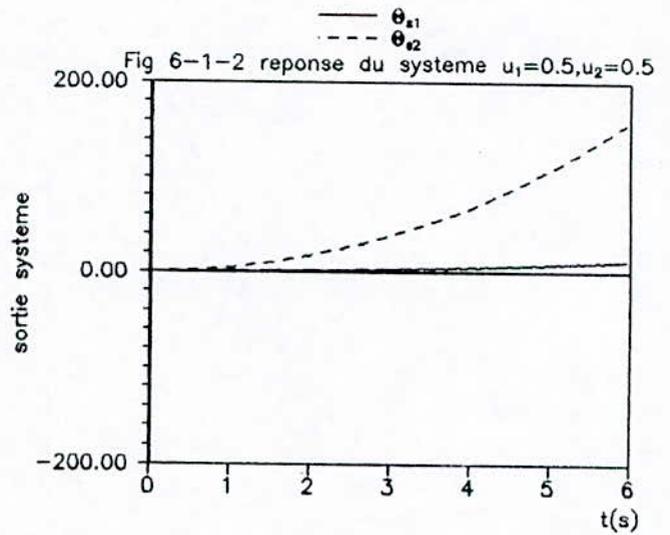
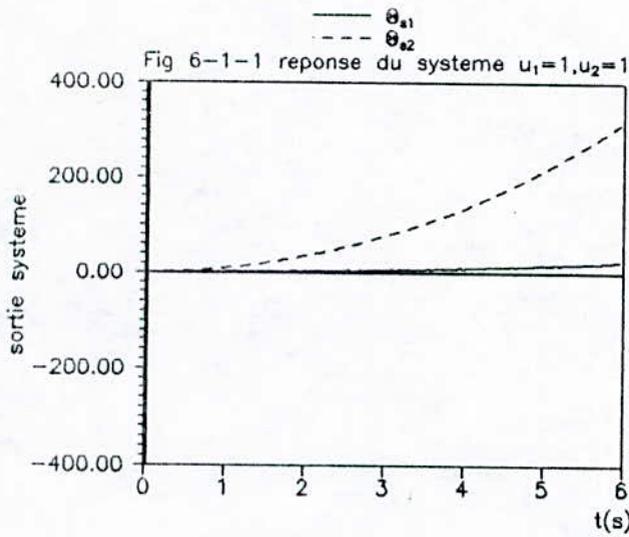
Les figures (6-1-1), (6-1-2), (6-1-3) montrent l'évolution des variables articulaires quand on actionne les deux servo-moteurs en même temps avec des échelons de même amplitude, il est à distinguer deux caractéristiques qui peuvent être importantes plus tard (lors du choix des stratégies de commande).

- La première est le comportement intégrateur (réponse en rampe pour un échelon).
- La seconde est le déphasage-non-minimal pour la variables articulaire $\theta_1(t)$, qui est dû à l'accélération de $\theta_2(t)$, $\theta_1(t)$ va être décélérée à cause des termes de couplages:

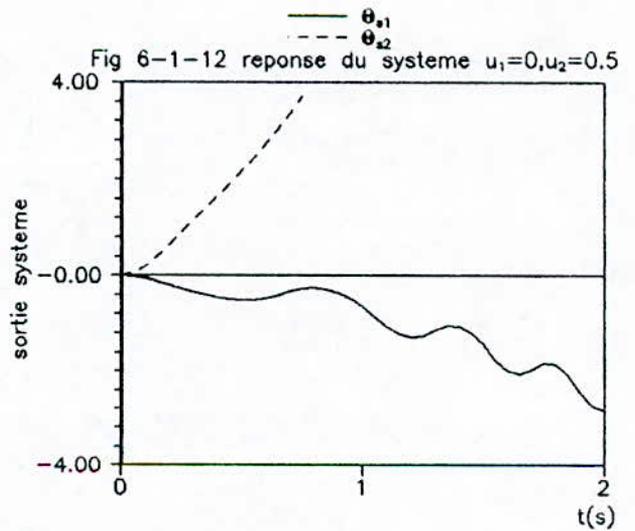
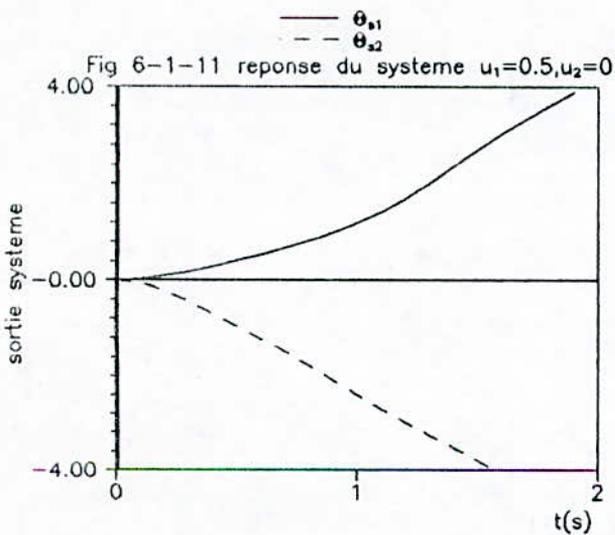
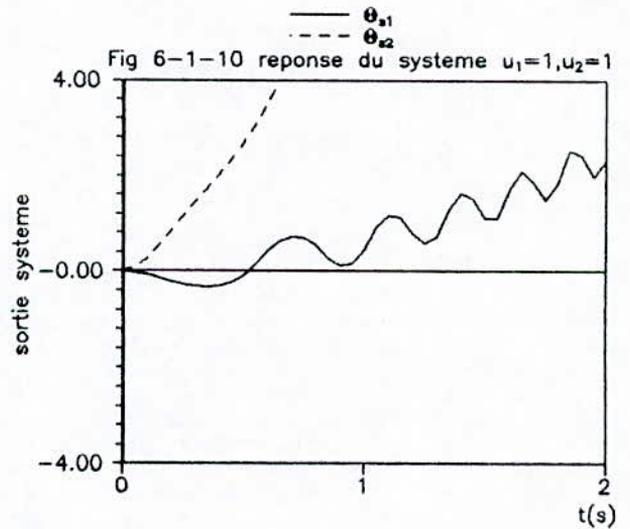
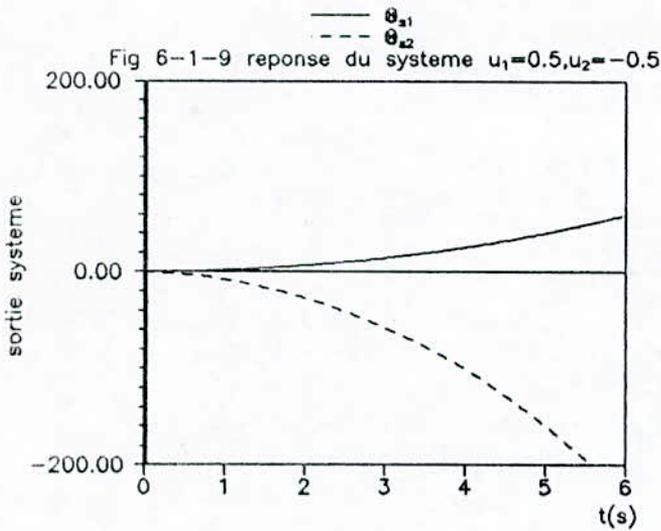
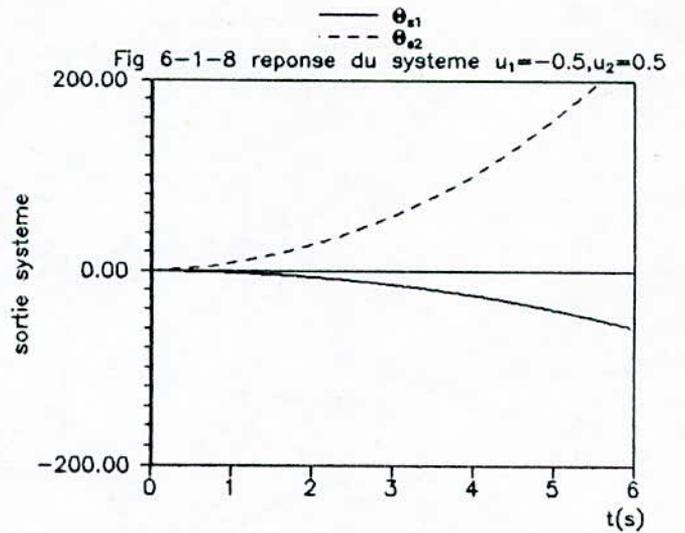
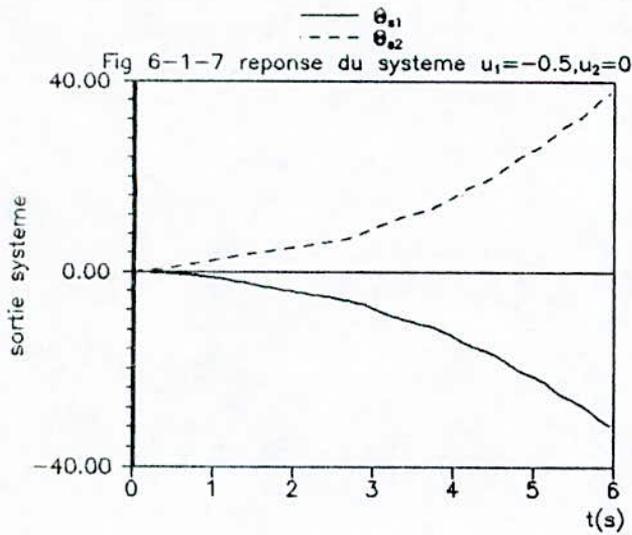
$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{\theta}_1 - \Gamma_1 - a_{12}(\theta_2)\ddot{\theta}_2 - a_{122}(\theta_2^2) \\ - a_{112}(\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \end{aligned} \quad (\text{VI-28})$$

puis, une fois $\theta_2(t)$ se stabilise (le comportement en rampe, la deuxième dérivée est nulle) $\theta_1(t)$ aura le même comportement de $\theta_2(t)$. (fig 6-1-10).

Les figures (6-1-4) et (6-1-5) ($u_1(t) = 0$, $u_2(t) \neq 0$ i.e l'action seulement du servo-moteur de l'articulation 2) montrent que $\theta_2(t)$ évolue au début de façon parabolique puis prend l'allure d'une rampe, le premier bras descend de manière à osciller, c'est dû au termes de couplage du premier bras.



Reponse du systeme en boucle ouverte



Reponse du systeme en boucle ouverte

$$-a_{12}(\theta_2)\dot{\theta}_2 - a_{112}\dot{\theta}_2^2 - g_1(\theta_1, \theta_2) - a_{112}(\theta_2)\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2$$

Comme si on lui a appliqué cette valeur comme entrée .

Les figures (6-1-6), (6-1-7) pour $u_1 \neq 0, u_2 = 0$, montrent une très grande influence du premier bras sur le deuxième, car le premier supporte le deuxième (les termes de couplages font que l'entrée $h_1(t)$ ne fait qu'augmenter en fonction des dérivées première et seconde) .

Les figures (6-1-8), (6-1-9) ($u_1(t) \neq u_2(t) \neq 0$) mettent en évidence l'effet des termes de couplages sur les deux bras.

Conclusion: Les essais en boucle ouverte nous permettent de faire quelques remarques:

- les stratégies de commande de type intégral sont rejetées (comportement intégral du système) .

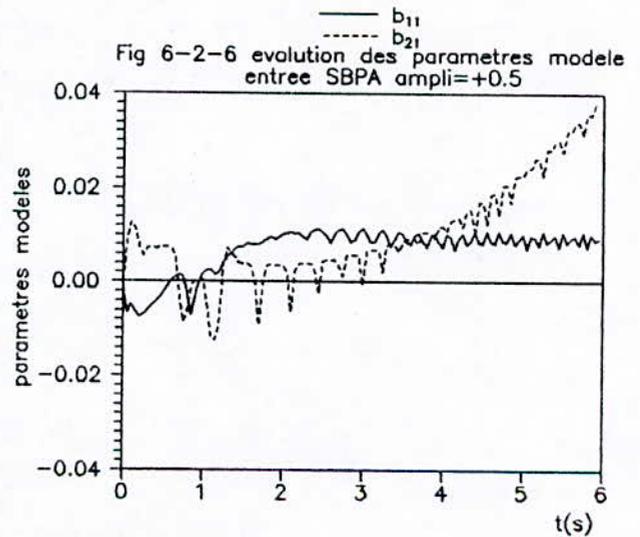
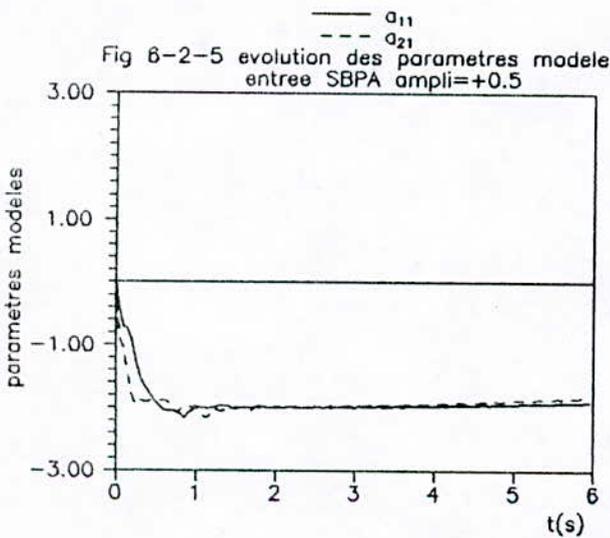
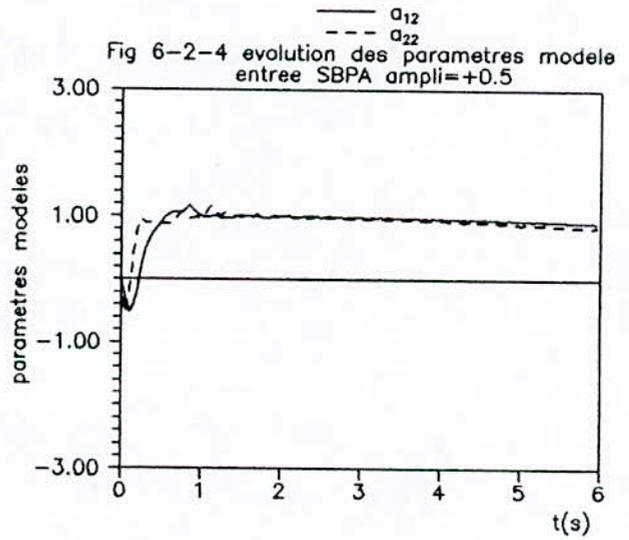
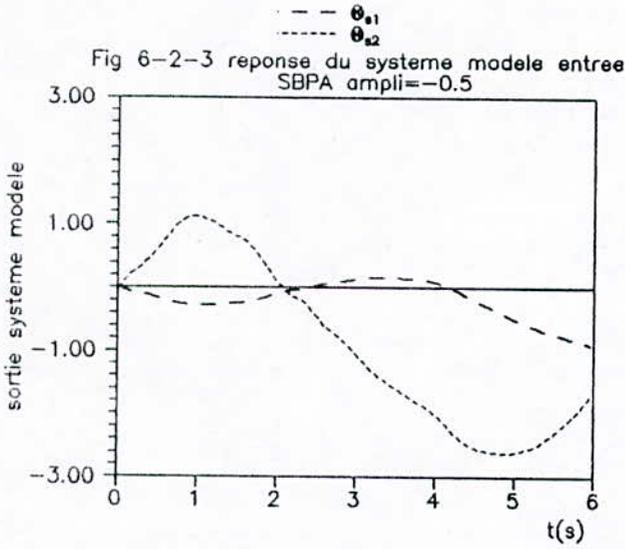
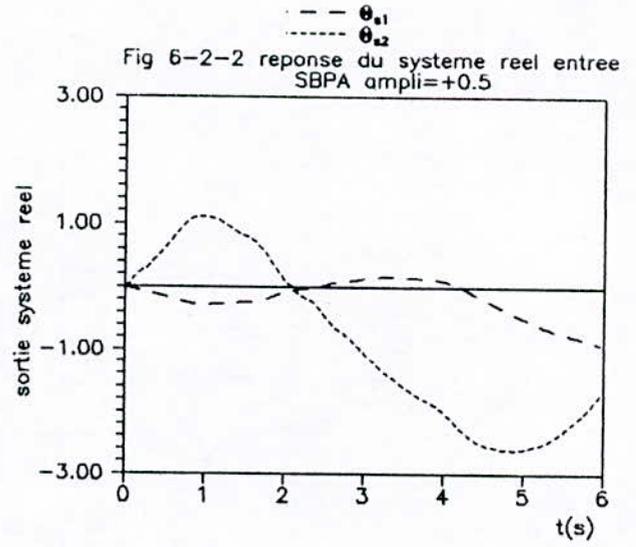
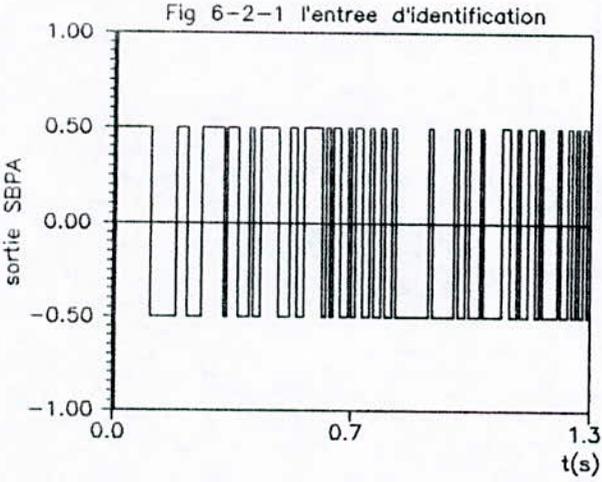
- La première variable articulaire est à phase-non-minimale, il faut prévoir des stratégies de commande par variance généralisée minimale.

- Les termes de couplages sont importants et ne peuvent en aucun cas être négligés (d'où l'utilité du modèle A.R.M.A.X pour l'identification) .

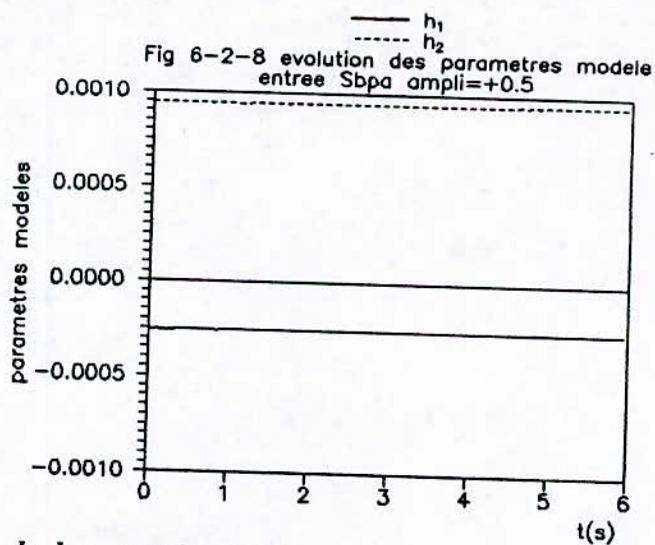
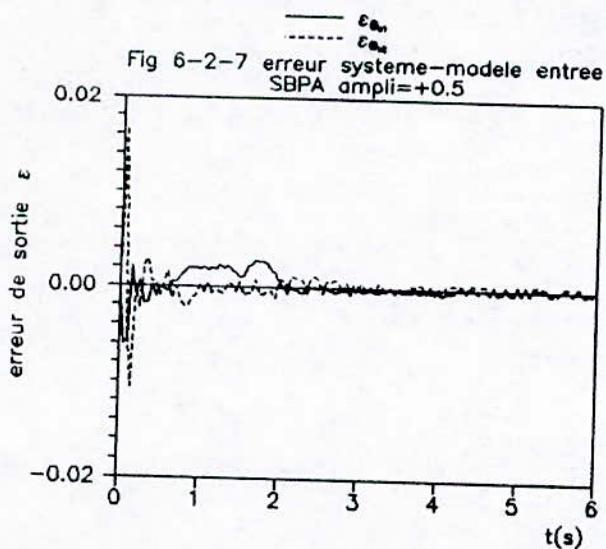
VI-4-2 Identification:

On prend toujours le système (VI-16) au repos pour $t < 0$ excité par un signal suffisamment riche en fréquence (causal), un tel signal est constitué par les S.B.P.A qui sont facilement engendrées par ordinateur. Sur la figure (6-2-1) on a présenté l'entrée d'identification avec une amplitude de ± 0.5 , pour lancer l'estimation des paramètres, nous devons spécifier la période d'échantillonnage du système d'une part, les $\delta A(z^{-1})$, $\delta B(z^{-1})$ et le retard d d'autre part.

- Comme les variables articulaires sont régies par un système d'équation différentiel d'ordre 2 et pour des raisons de simplicité les de $\delta A(z^{-1})$ et de $\delta B(z^{-1})$ on a choisi initialement à 2, ce choix nous a permis de fixer la période d'échantillonnage T_e à 10 ms, donnant une validité du modèle représentatif du système (les écarts entre sorties système-modèle sont très petits). Puis en



Identification en ligne du bras manipulateur



Identification en ligne du bras manipulateur

Chapitre IV

suivant l'évolution des différents coefficients du polynôme $B(z^{-1})$, on constate que l'ordre de grandeurs des b_{i2} qui sont négligeables devant b_{i1} (10^{-8}), dans ce cas le vecteur paramètres à estimé se réduit pour chaque axe à 4 paramètres :

$$\theta_{i1}^T = [a_{i1}, a_{i2}, b_{i1}, h_i]$$

Les résultats présent sont obtenus pour un vecteur paramètre initialement nul ($\theta(0)=0$), un gain $G(0)=10^4$ et un facteur d'oubli initial $\lambda_1=1$.

Ce qui est attirant, c'est la convergence de l'algorithme après 6 itérations, on a eu une erreur satisfaisante sur les écarts $Y_a(t) - Y_m(t) \leq 10^{-4}$ (fig 6-2-7).

Les figures (6-2-4), (6-2-5) et (6-2-6) nous informe sur

l'évolution des paramètres dans le temps, après 0.6 s ils deviennent pratiquement constant où a_{i1} tend vers -2, a_{i2} vers 1, quant au b_{i1} , ils tendent vers une très faible valeur de l'ordre de 10^{-8} avec de petites fluctuations.

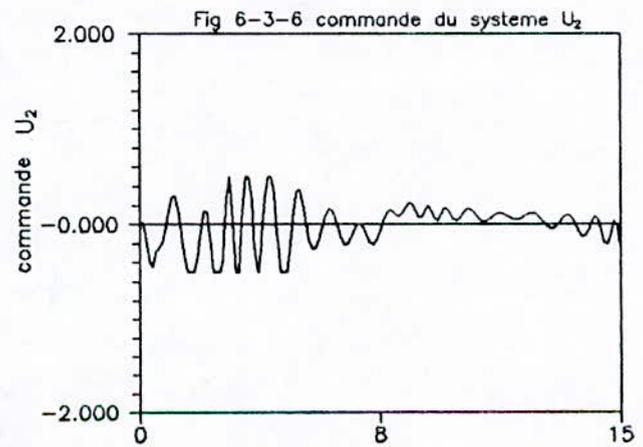
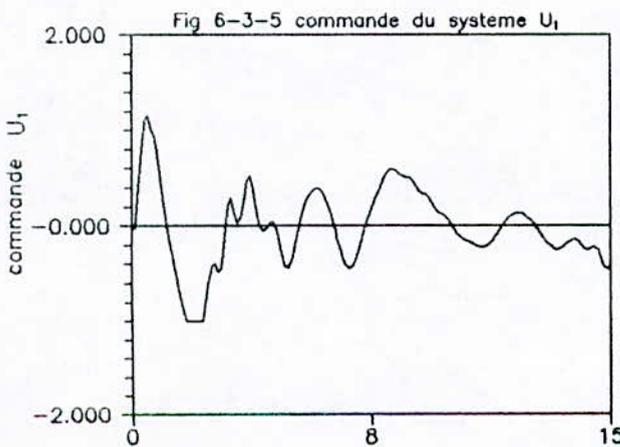
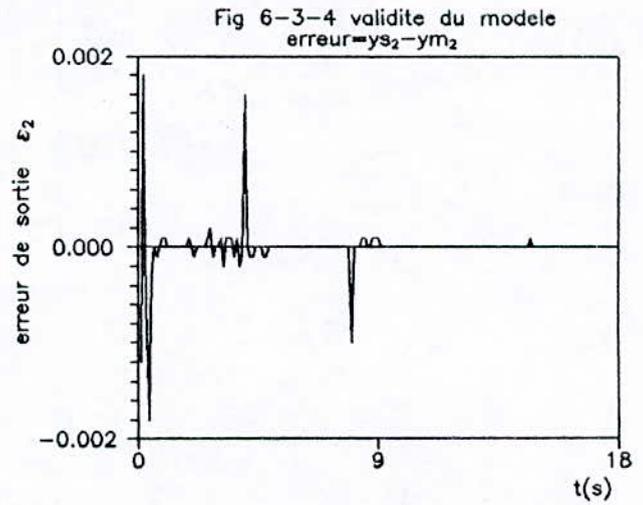
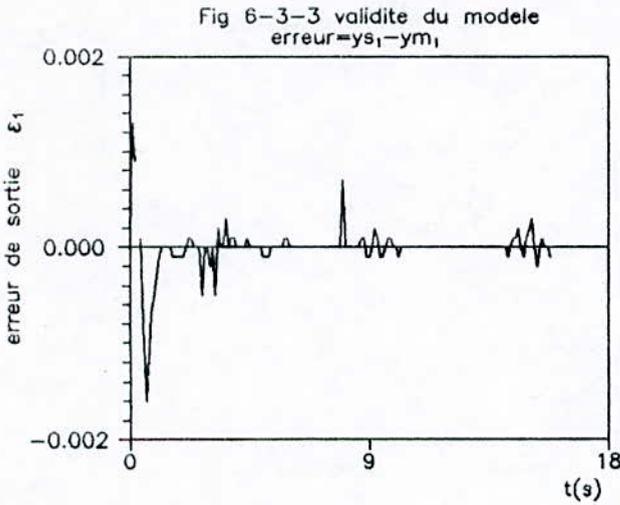
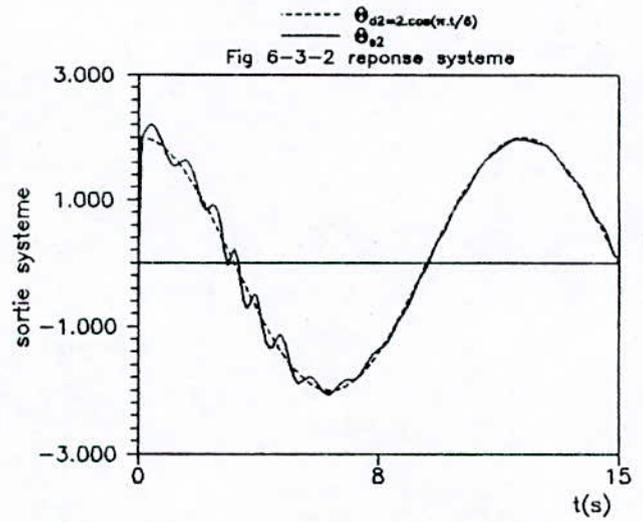
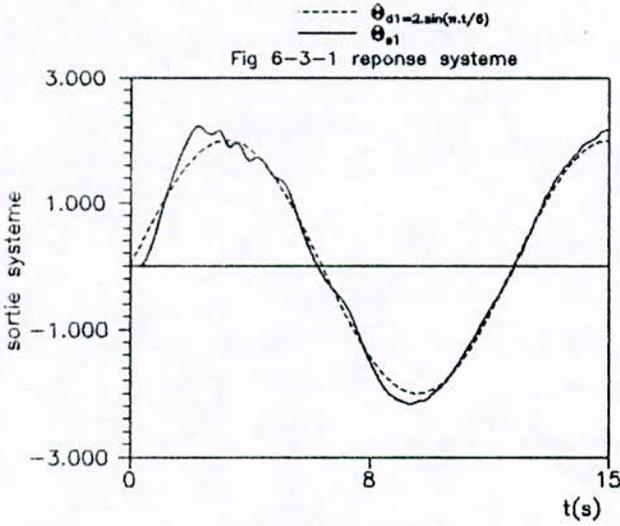
Les remarques fait sur l'identification sont:

- la validité du modèle sur tous l'horizon de simulation (on a fait le bon choix des $\delta A(z^{-1}), \delta B(z^{-1})$).
- Pour chaque instant, nous pouvons considérer les paramètres du modèle comme étant celle du système pour calculer la commande.
- La négligence de b_{i2} n'a pas eu une grande influence sur les résultats.
- les perturbations dependent uniquement des entrées appliquées au articulations fig (6-2-8).

VI-4-3 Synthèse des régulateurs:

Le calcul et l'ajustement des différents types de régulateurs nécessite la connaissance du modèle paramétrique échantillonné du système à réguler, cette étape est déjà faite grâce à l'algorithme d'identification.

La structure du système à commander pour chaque axe i est de la forme:



Asservissement du bras manipulateur par un regulateur auto-ajustable ($P+d^*$)

Fig 6-3-7 erreur de poursuite
erreur= yp_1-ys_1

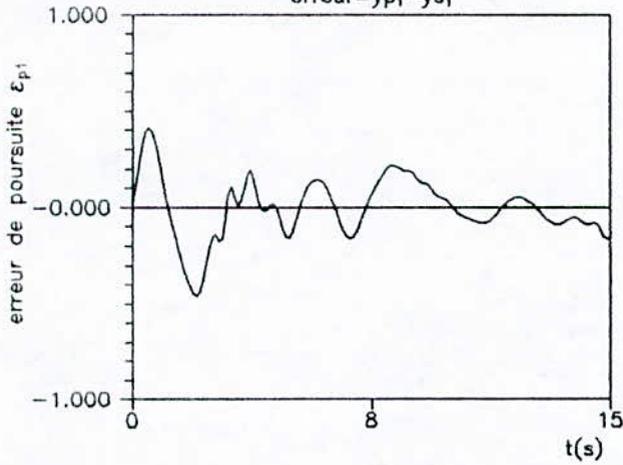


Fig 6-3-8 erreur de poursuite
erreur= yp_2-ys_2

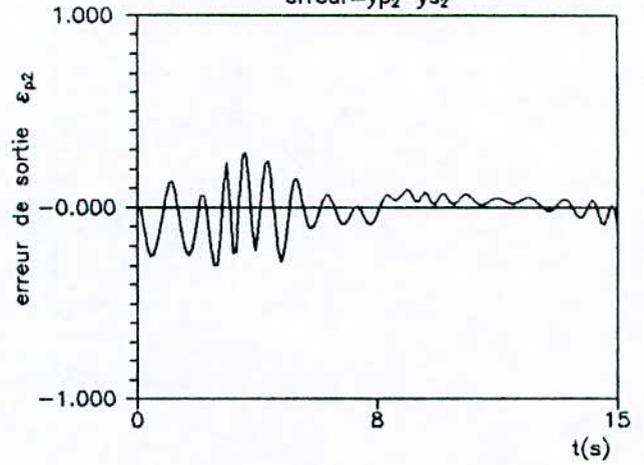


Fig 6-3-9 evolution des paramètres
du modèle

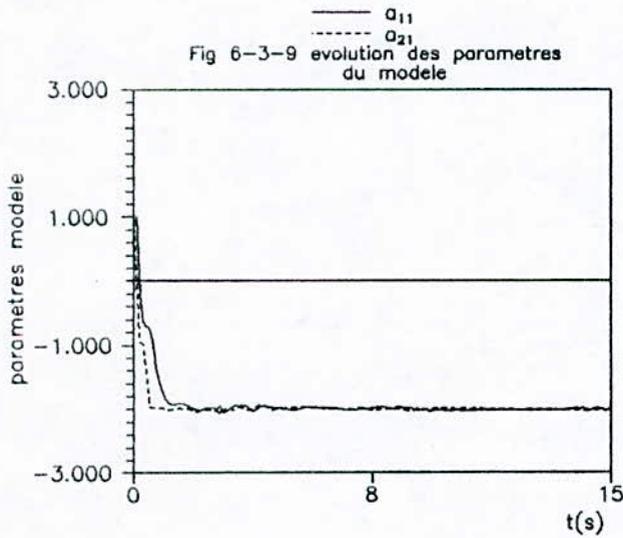


Fig 6-3-10 evolution des paramètres
du modèle

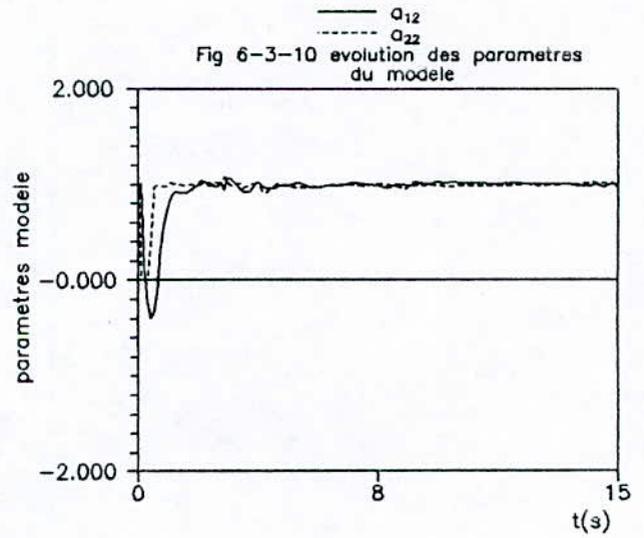


Fig 6-3-11 evolution des paramètres
du modèle

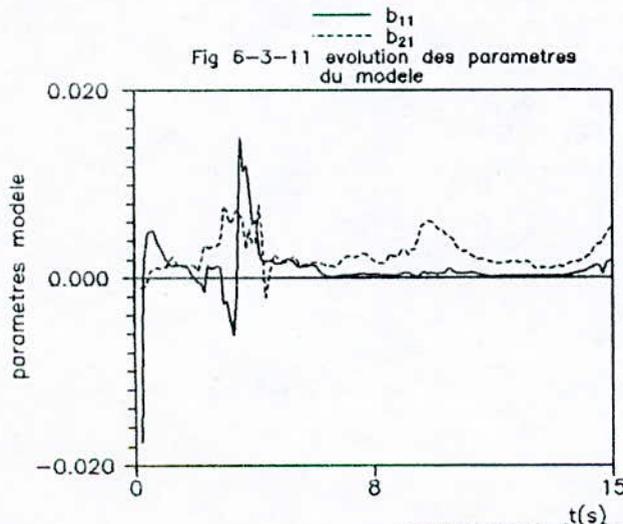
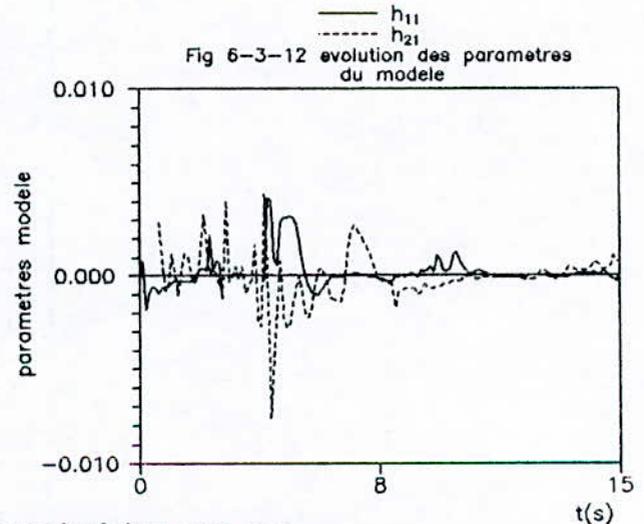
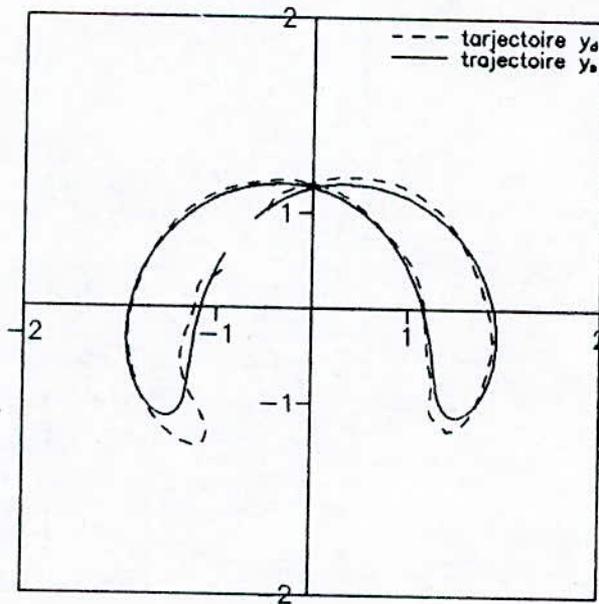
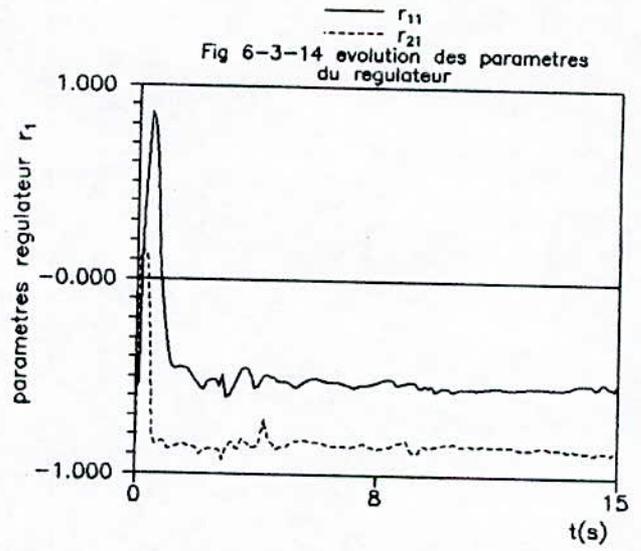
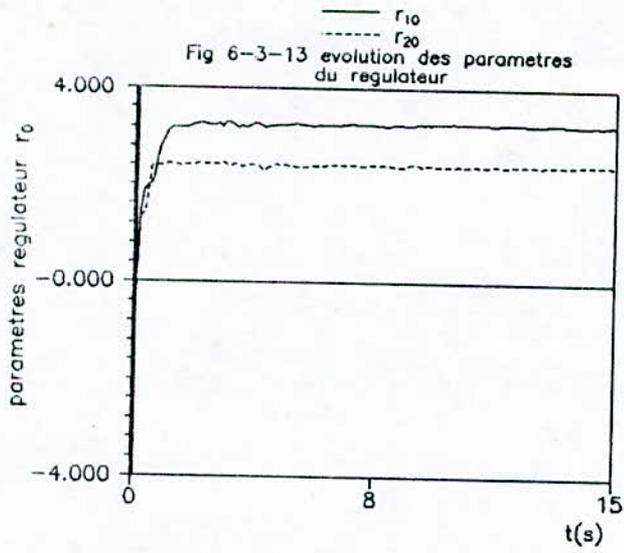


Fig 6-3-12 evolution des paramètres
du modèle



Asservissent du bras manipulateur par un
regulateur auto-ajustable ($P+d^*$)



Asservissement du bras manipulateur par un régulateur auto-ajustable ($P+d^2$)

$$H(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (\text{VI-29})$$

où la régulation du bras manipulateur, se réduit à la commande de deux sous-systèmes quasiment découplés.

Les trajectoires imposées aux variables articulaires sont:

- Pour $\theta_1(t)$: $Y^{d_1}(t) = 2 \sin(\pi t/6)$

- Pour $\theta_2(t)$: $Y^{d_2}(t) = 2 \cos(\pi t/6)$

VI-4-4: Régulateur P+D²:

Les conditions initiales sur les paramètres (vecteur paramètres) sont pris égales à 1, les variables articulaires $\theta_1(0) = 0, \theta_2(0) = 2$.

L'évolution des sorties et des entrées du système sont présentées sur les figures (6-3-9), (6-3-2) qui montrent une bonne poursuite des consignes, initialement on remarque des fluctuations autour de la référence qui sont dues essentiellement à:

- Au choix des conditions initiales: il faut un certain temps pour que l'algorithme d'identification converge comme ça apparaît sur les figures (6-3-9), ((6-3-10) et (6-3-11).

- Le régulateur P+D² introduit des zéros supplémentaires définis par le polynôme $R(z^{-1})$ qui vont dépendre de $A(z^{-1}), B(z^{-1})$ et $P(z^{-1})$ et donc ne pouvant pas être spécifiés a priori. Dans certaines situations, ces zéros peuvent causer des dépassements indésirables pendant le transitoire.

- Si on écrit la fonction de transfert entre l'erreur et la référence on obtient:

$$\frac{e(t)}{r(t)} = \frac{B_m(z^{-1})S(z^{-1})A(z^{-1})}{A_m(z^{-1})P(z^{-1})} \quad (\text{VI-30})$$

Où $B_m(z^{-1})/A_m(z^{-1})$ fonction de transfert du modèle à suivre.

L'erreur de trainage sera nulle si les zéros de $e(z^{-1})$ compensent intégralement les modes propres du signal de référence ce qui n'est pas le cas pour le régulateur P+D².

- l'erreur $e(z^{-1})$ dépend aussi de la dynamique désirée fig (6-3-2), elle est d'autant meilleur que la dynamique choisi est rapide.

Une méthode judicieuse pour le choix du polynôme de la dynamique de régulation $P_1(z^{-1})$ est de prendre un système du 2^{ème} ordre et de l'échantillonner. Après plusieurs essais on a pu trouver le couple de régulation suivant:

$$\begin{aligned}
 p_1(z^{-1}) &= 1 + 1.25727 z^{-1} + 0.46301 z^{-2} \\
 \omega_0 &= 55 \text{rd/s} & \xi &= 0.7 \\
 p_2(z^{-1}) &= 1 + 0.40569 z^{-1} + 0.14086 z^{-2} \\
 \omega_0 &= 140 \text{rd/s} & \xi &= 0.7
 \end{aligned}
 \tag{VI-31}$$

Si on a n articulations à asservir il faut imposer au i bras qui support $i+1$ la dynamique la plus lente, afin de réaliser un bon suivi.

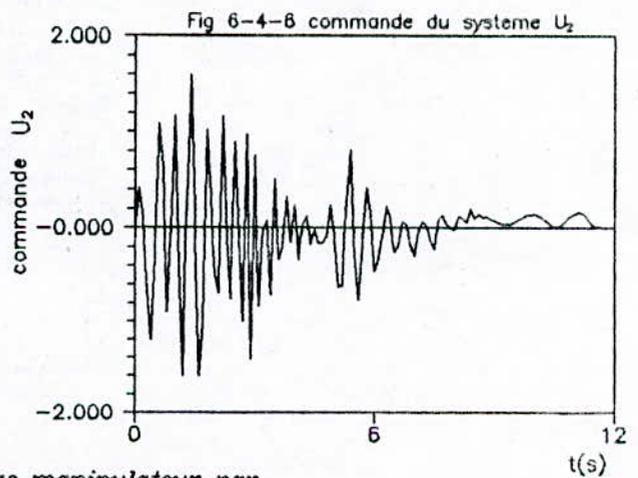
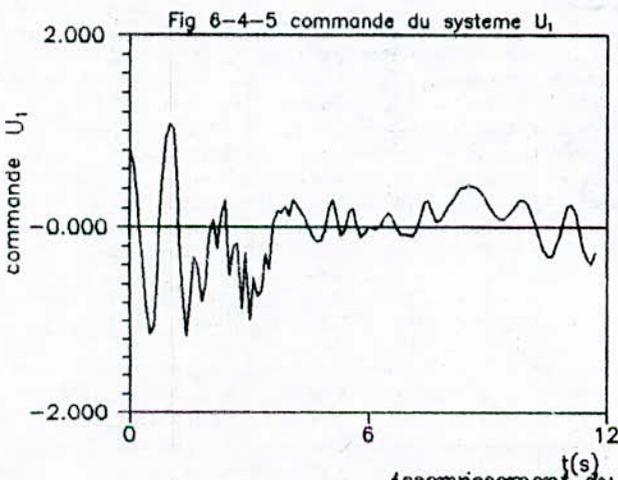
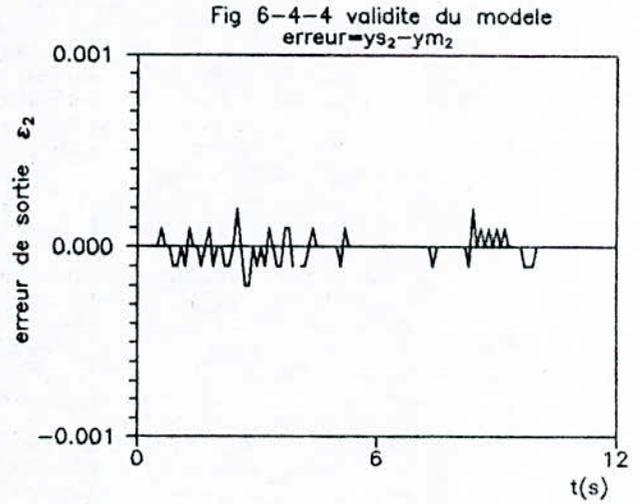
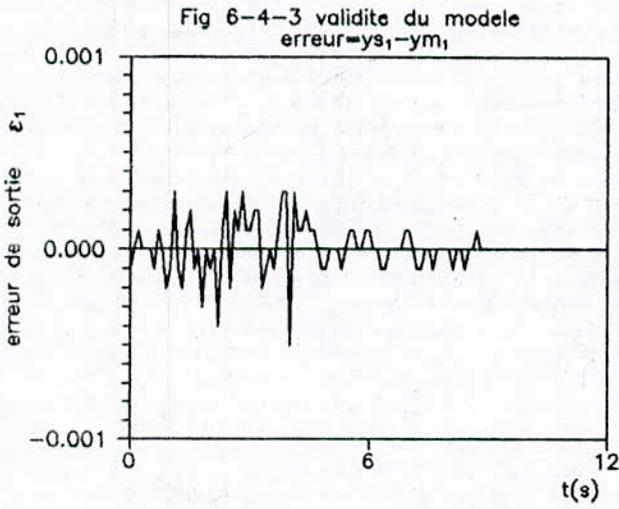
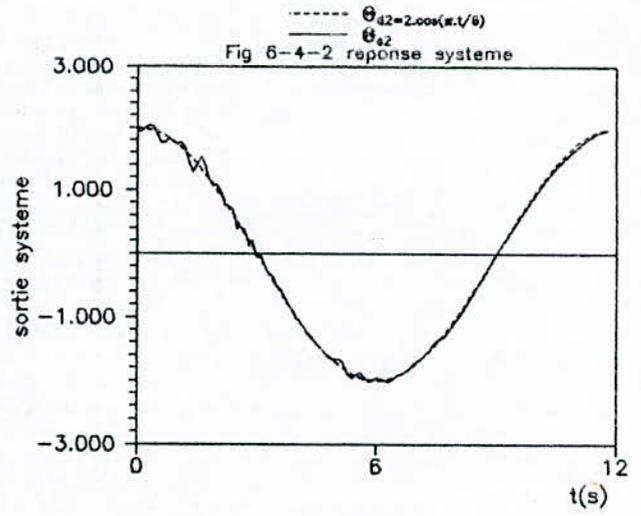
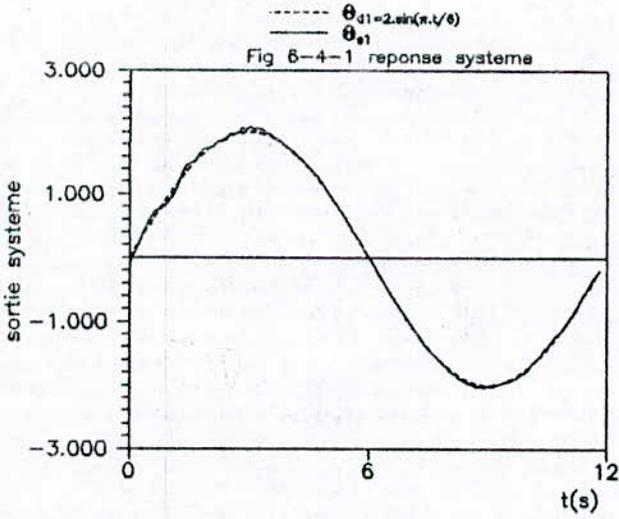
Afin d'augmenter la stabilité du système, on était obligé d'introduire un filtre dans la chaîne de contre réaction (chap VI).

- Caractéristique de $H_1(z^{-1})$:

La transformée en W montre que $H_1(z^{-1})$ réalise la fonction avance de phase avec un gain α , pour augmenter la stabilité il faut choisir α petit (0.001), mais l'effet du correcteur avance de phase augmente la bande passante de l'asservissement, c'est un inconvénient vis-à-vis des perturbations qui affectes la bouclé.

On peut voir cet effet sur la figure de l'espace opérationnel où le changement de direction fait fuir la sortie réelle de la sortie désirée à cause de l'augmentation des termes de couplages. figure (6-3-12).

- Pour ne pas endommager les actionneurs, sur tous en régime transitoire où les commande sont importantes, nous avons limité ces



Asservissement du bras manipulateur par la strategie de variance minimale

Fig 6-4-7 erreur de poursuite
erreur= $yp_1 - ys_1$

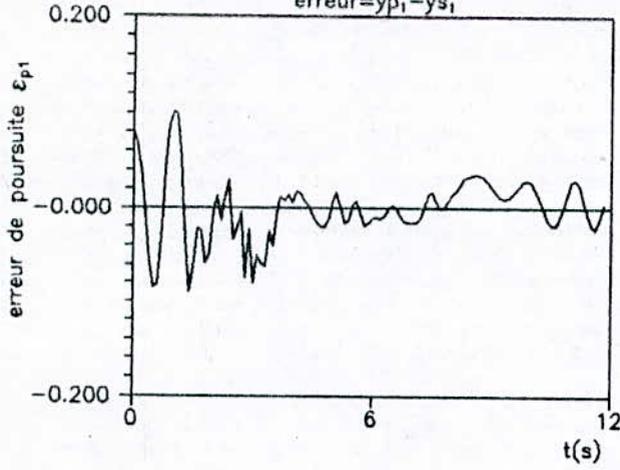


Fig 6-4-8 erreur de poursuite
erreur= $yp_2 - ys_2$

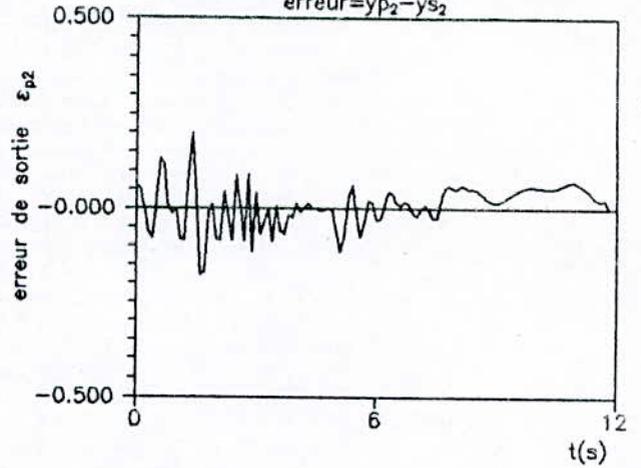


Fig 6-4-9 evolution des parametres
du modele

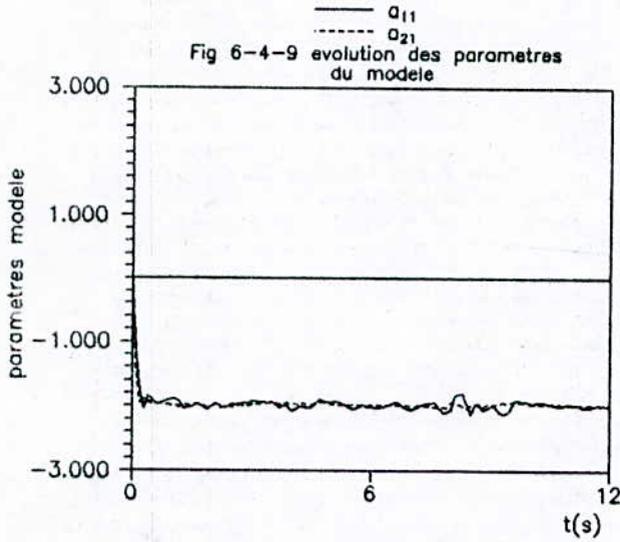


Fig 7-4-10 evolution des parametres
du modele

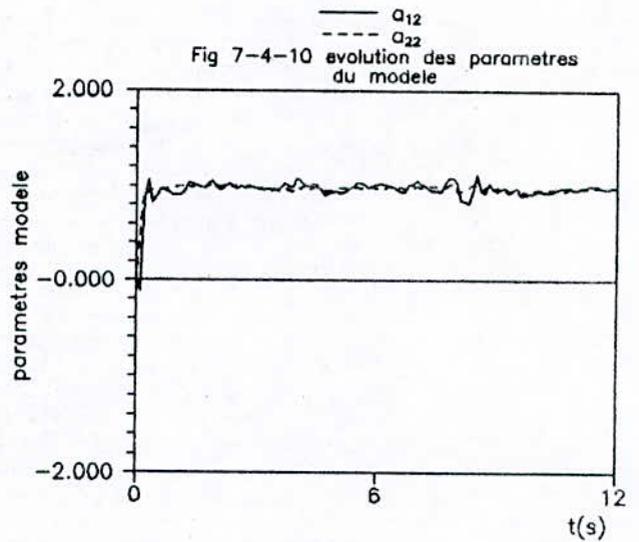


Fig 6-4-11 evolution des parametres
du modele

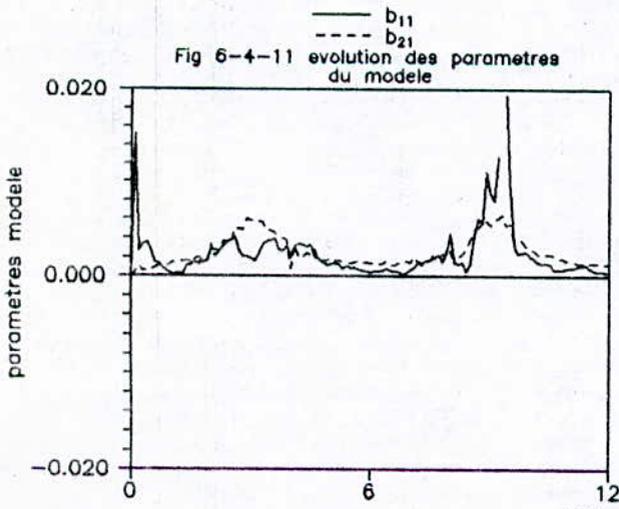
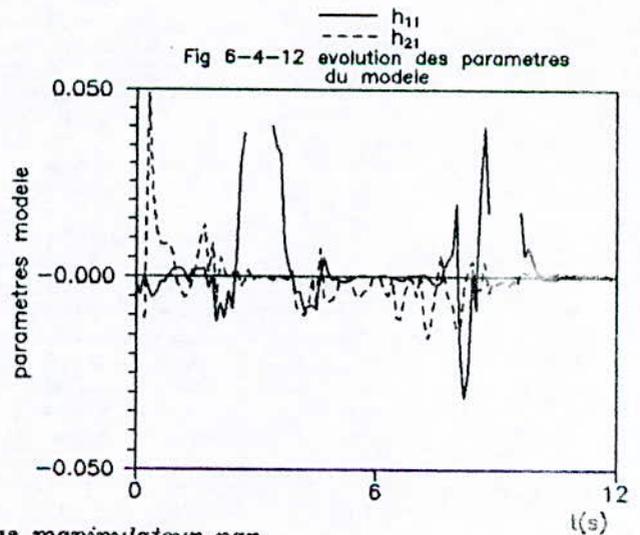
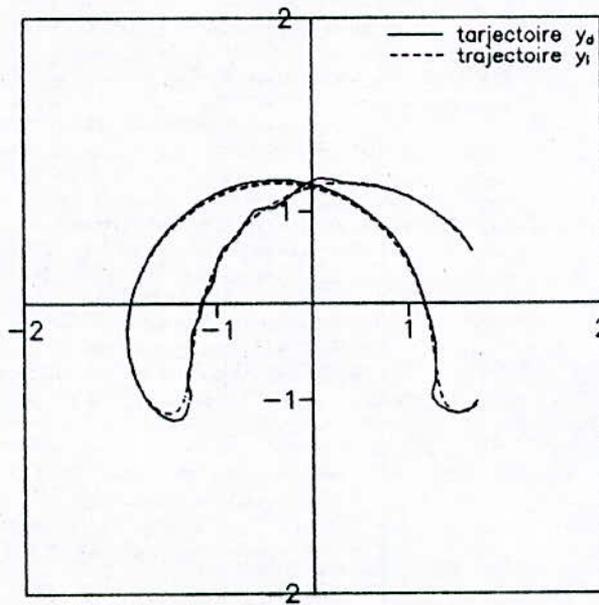
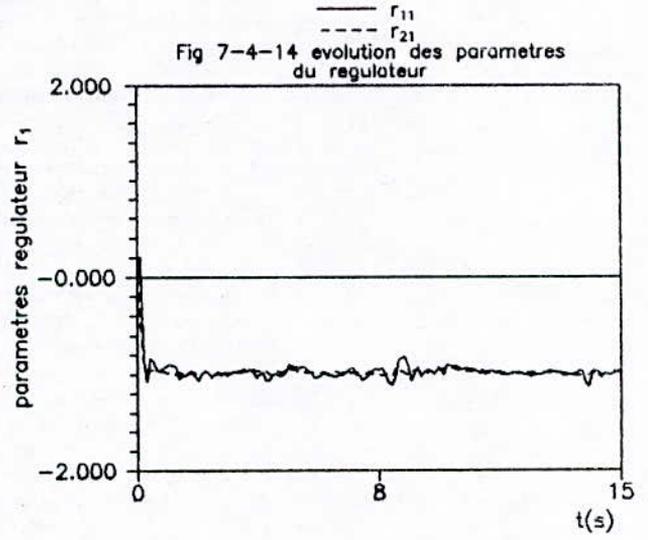
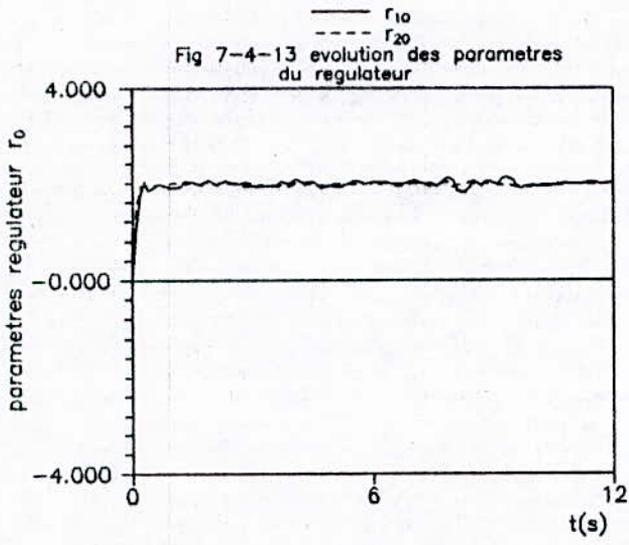


Fig 6-4-12 evolution des parametres
du modele



Asservissement du bras manipulateur par
la strategie de variance minimale



Asservissement du bras manipulateur par la strategie de variance minimale

dernières à ± 1.5 N.m ce pendant la commande semble insuffisante, puis une fois le régime permanent atteint les commandes s'amortissent et tendent vers une faible valeur qui se traduit par l'application d'une faible énergie fig(6-3-5), (6-3-6).

Les figures (6-3-12), (6-3-13) nous montrent l'évolution des paramètres du régulateurs (coefficients de $T(z^{-1})$, $R(z^{-1})$ et $S(z^{-1})$) qui convergent vers une valeurs constants avec de petite fluctuations pour la deuxièmes variable articulaires.

Remarque 1: la comparaison des courbes (6-4-5) et (6-4-7), nous montrent une ressemblance de la forme qui peut être interpréter par la parfaite compensation dynamique du système (système rapide, et inertie compensée).

Remarque 2: l'augmentation de la période d'échantillonnage entraine une très bonne dynamique du système (stabilité, amortissement, rapidité) car la constante de dérivation est proportionnelle à T_e .

VI-4-Minimum de variance généralisée:

Pour cette stratégie de commande, le manque de suivi des trajectoires observé lors de la correction $P+D^2$ est complètement éliminé figures (6-4-1) et (6-4-2). Avec des pondérations de l'énergie $Q_1 = 0.0856$, $Q_2 = 0.085$ et des conditions initiales nuls (vecteur paramètre égal à zero), les erreurs de poursuite qui apparaissent au début du transitoires fig (6-4-7) et (6-4-8) sont dûes à l'initialisation de l'identificateur, de plus, pour $\theta_1(t)$, l'effet du 2^{ème} bras sur le 1^{er} figur (6-4-12) accentue ces erreurs. On constate que les commandes avec une limitation de ± 1.6 N.m sont acceptables, les pics ont des grandeurs facilement réalisable par les actionneurs figure (6-4-5) et (6-4-6), avec u_2 très oscillante au début. Tous les paramètres du systèmes figures (6-4-9), (6-4-10) convergent rapidement vers une valeur constante, sauf le b_{11} , figure (6-4-11) où chaque fois qu'il y a une variation brusque de $h_{11}(t)$, ce paramètre évolue selon un pic très important, cependant les sorties ne sont pas affectées par cette variation. La validité du modèle d'identification est bien visible sur les

figures (6-4-3) et (6-4-4) .La trajectoire dans l'espace des coordonnées opérationnel montre une très bonne poursuite.

En conclusion la commande auto-ajustable à minimum de variance généralisée réalise des performances remarquables .L'intérêt reside dans la prise en charge des erreurs de couplage et de modélisation (la commande est calculée en fonction de $h_1(t)$),de plus,l'analyse de la structure R.S.T comme nous pouvons le voir sur la figure

(6-4-1),et lorsqu'on calcule le régulateur ,il se trouve que $S(z^{-1})$ est fonction de $B(z^{-1})$:

$$S(z^{-1}) = B(z^{-1}) \cdot \dot{S}(z^{-1}) \quad (\text{VI-33})$$

Pour les systèmes à phase non minimale (c'est le cas de la 1ere variable articulaire),la commande devient instable.La pondération de l'énergie peut être interprété comme une contre réaction qui stabilise la lois de commande.

VI-5-Commande optimale à un pas:

Pour cette dernière méthode de régulation ,les pondérations Q_i et R_i ont été calculer à partir des paramètres du numérateur du système comme suite :

$$Q_i = \frac{1}{b_{i1}} \quad i=1,2 \quad (\text{VI-5-1})$$

$$R_i = P_0 - b_{i1}$$

Avec P_1 initialement égale à 0.085,et Q_1 egale à 1 ,de telle façon à amplifié le signal commande avec un gain constant le long de la simulation.

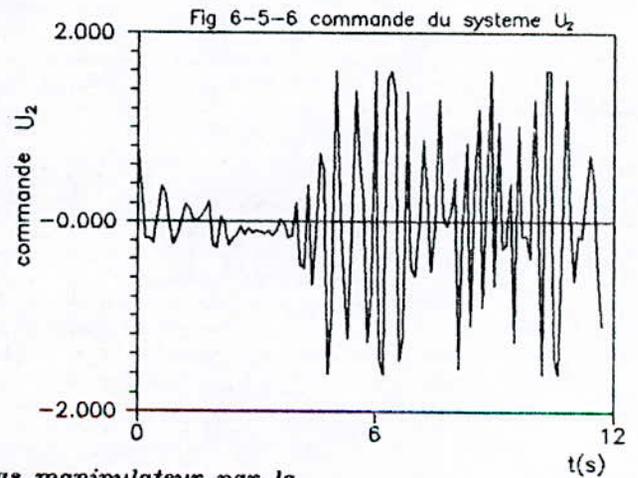
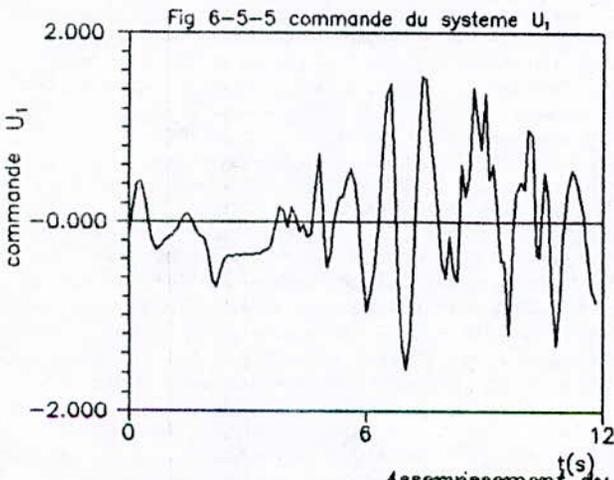
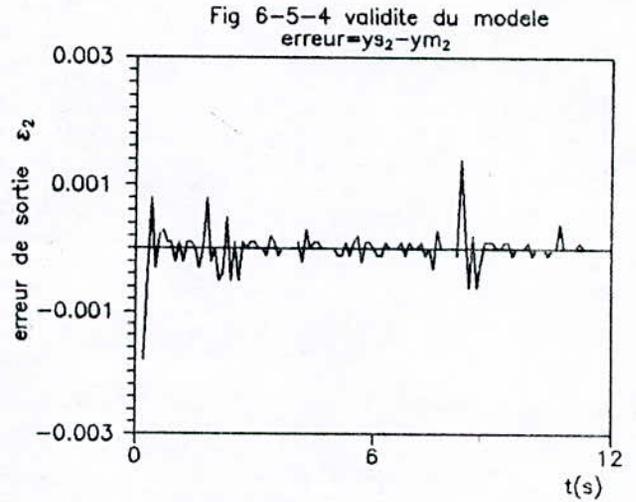
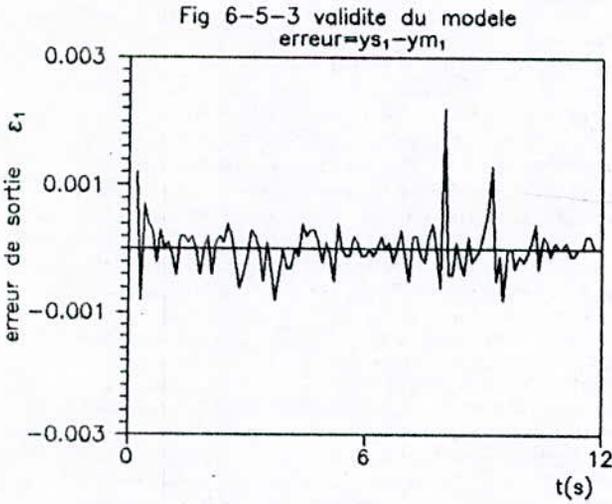
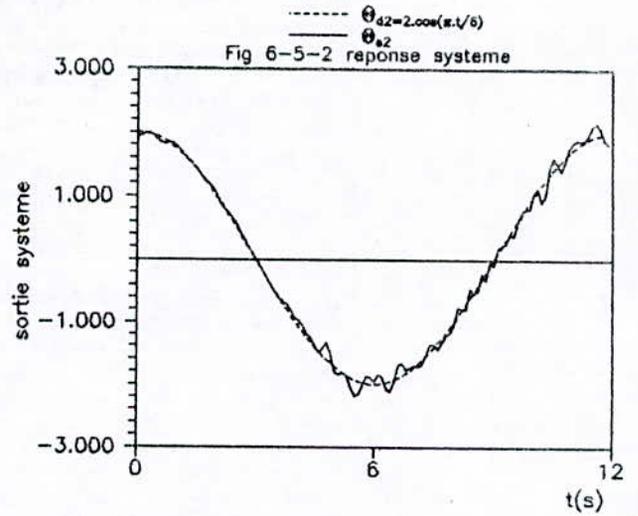
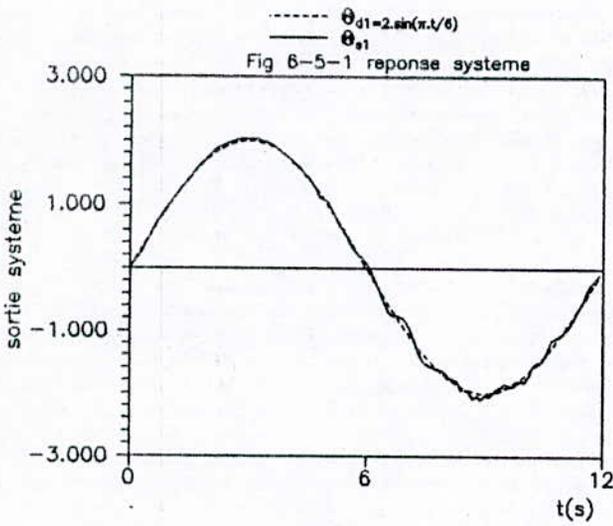
Initialement,les signaux de commandes sont bien lisse,ce qui donne une très bonne poursuite.Une fois ces dèrniers commencent à oscillés,le bras manipulateur perd la poursuite(elle est bien visible sur la figure (6-5-16)), car étant un système mécanique,ces constantes de temps sont grandes par rapport à la fréquence de variation des signaux de commandes (filtre passe bas

Les perturbations sont bruitées.

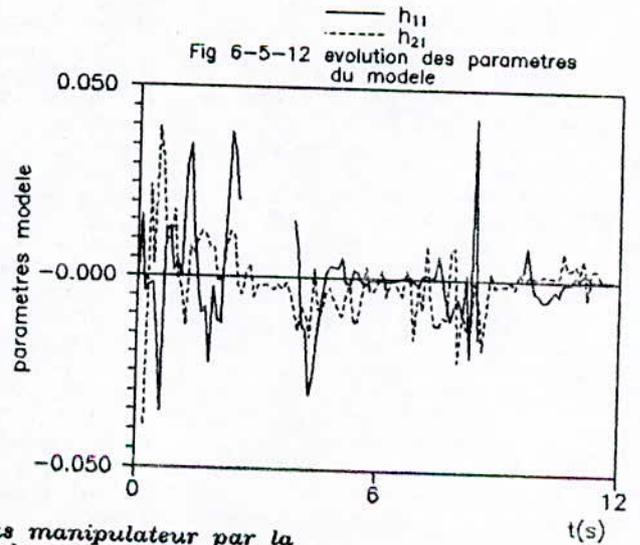
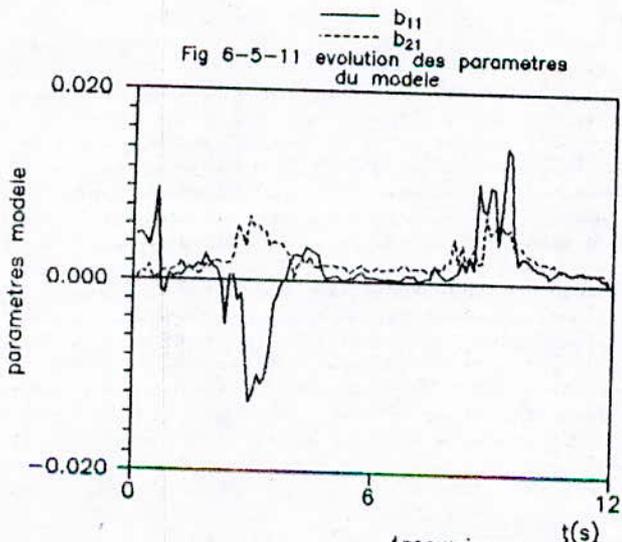
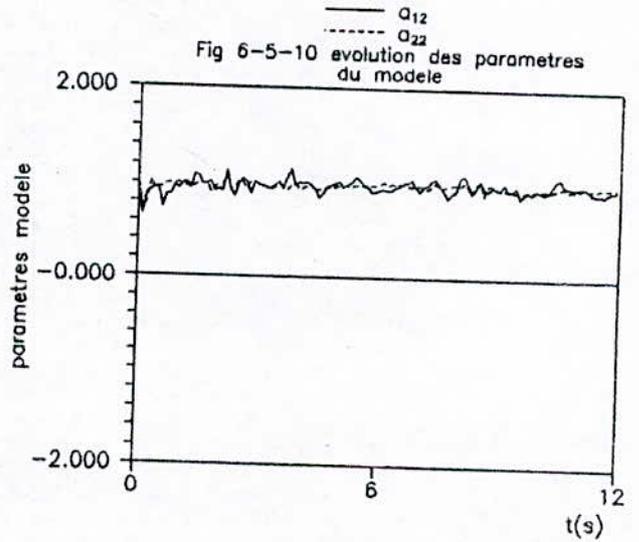
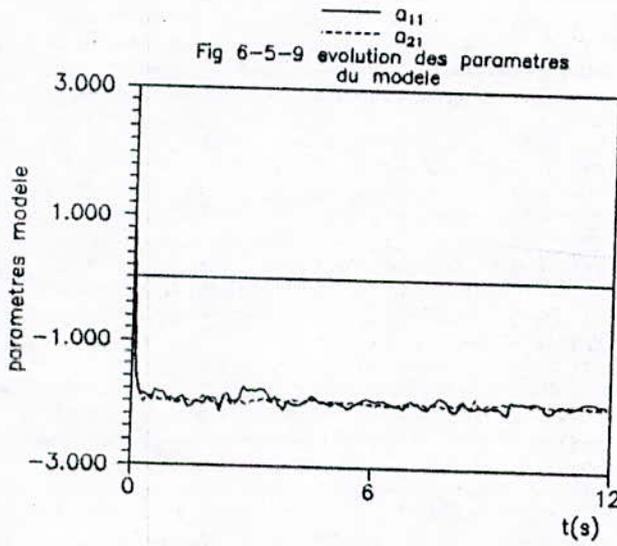
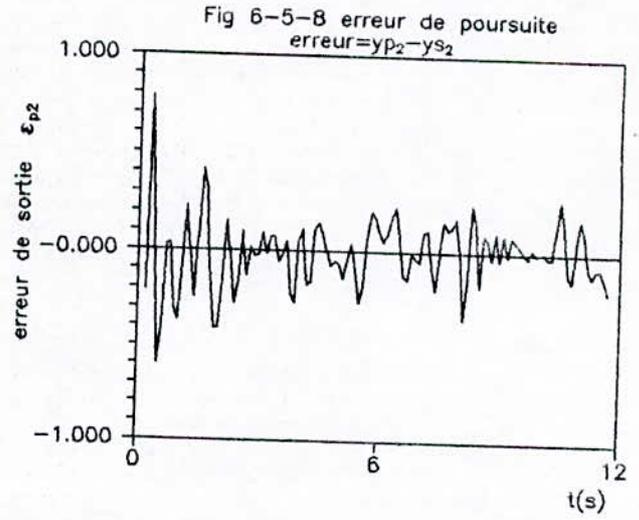
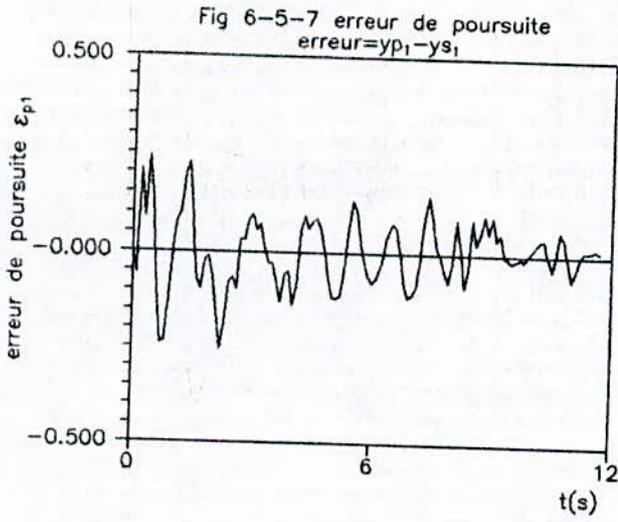
Les remarques faites sur cette technique sont:

- pour diminuer l'effet de la perturbation mesurable, il faut prendre la pondération Q_1 aussi petite que possible, si la stabilité n'est pas affecté.

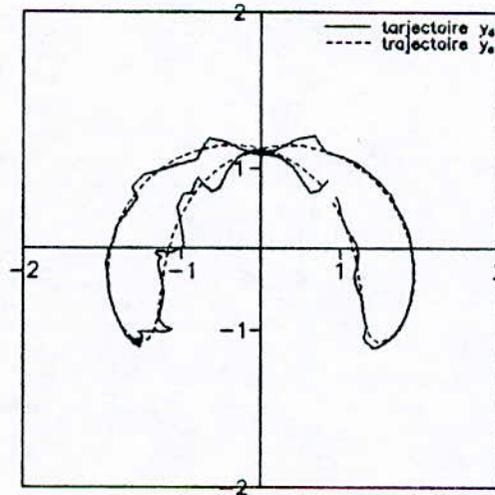
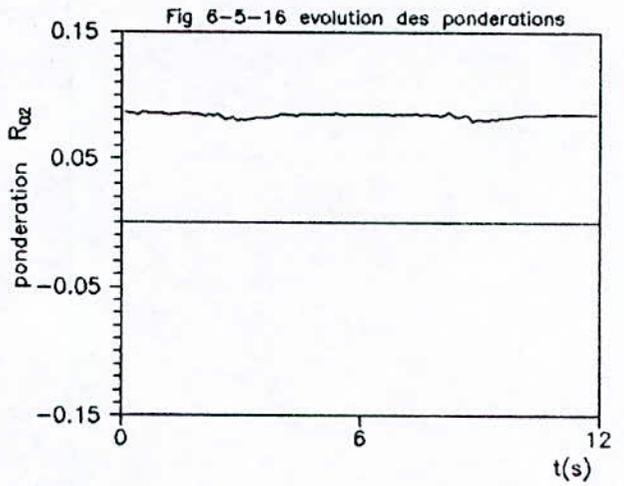
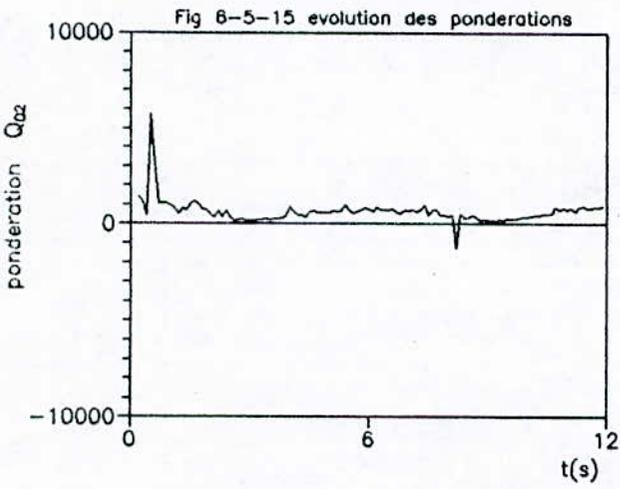
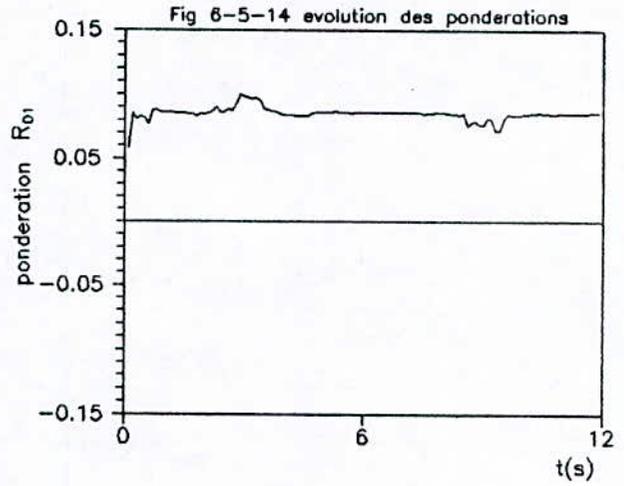
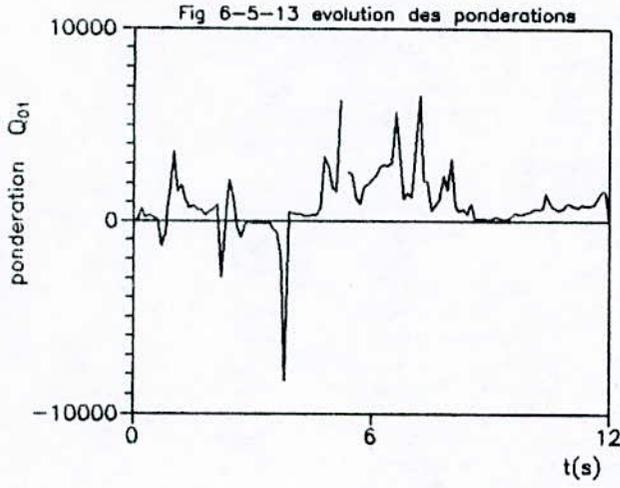
- Pour minimisé l'énergie R_1 doit être petite.



Asservissement du bras manipulateur par la strategie de commande optimale a un pas



Asservissement du bras manipulateur par la strategie de commande optimale a un pas



Asservissement du bras manipulateur par la strategie de commande optimale a un pas

Conclusion

CONCLUSION

Le but de ce travail est d'utiliser des stratégies de commande adaptative en vue de leur comparaison sur un bras manipulateur, répondant aux exigences suivantes:

- Rapidité d'exécution des tâches.
- Stabilité.
- Amortissement (une bonne poursuite des trajectoires).
- Minimisation d'énergie.

Sachant que ce système est fortement non-linéaire à structure variable ,pour atteindre ces objectifs,l'identification en ligne (temps réel) constitue l'outil de base d'une commande adaptative, car elle nous permet d'estimer les paramètres du modèle mathématique qui sont utilisés pour la connaissance des mécanismes mis en jeu au niveau du système (modèle de connaissance) et l'élaboration des stratégies de commandes.

L'objectif qui nous a semblé important est la minimisation des fluctuations de la sortie du procédé ainsi que la consommation d'énergie.Pour ce faire ,la notion de variance représentant l'écart quadratique d'une variable (commande) par rapport à sa moyenne a été choisie .Cette stratégie est facile à mettre en oeuvre et ne demande pas un calcul énorme (chapitre V) . Elle permet de pallier l'effet des perturbations mesurables et non mesurables. Cependant pour garantir une bonne stabilité du système,il faut bien choisir la pondération de l'énergie car elle intervient directement dans l'équation caractéristique du procédé en boucle fermée.

Le problème se pose aussi pour la commande optimale à un pas qui a les mêmes performances que la variance minimale, mais elle nécessite la résolution d'un système d'équations de type RICATTI, gourmand en temps de calcul.

Pour le cas déterministe,la stratégie de commande choisie est le $P+D^2$ qui est très stabilisant, elle nous permet d'agir non

le $P+D^2$ qui est très stabilisant, elle nous permet d'agir non seulement sur la vitesse mais aussi sur l'accélération, son seul inconvénient est la non prise en compte des perturbations.

L'ensemble des résultats présentés dans le chapitre VI montre que, en boucle ouverte, ce système a un comportement double intégral, à paramètres variables dans le temps et dont la deuxième variable articulaire est à phase non-minimale, ainsi que l'efficacité et la robustesse de ces différents algorithmes de commande.

La meilleure stratégie pour un automaticien est la variance minimale généralisée, qui avec une limitation de commande, le système suit avec une erreur de poursuite très faible le seul problème est le choix des pondérations. La commande optimale à un pas peut poser des difficultés pour un bras à n degrés de liberté, car plus n est grand et plus ça demande un temps d'échantillonnage grand pour le calcul de la commande (le non respect du théorème de SHANNON).

La stratégie déterministe ($P+D^2$), pose le problème du choix de la dynamique qui n'est pas toujours aisé à faire .

Le domaine de la robotique n'est qu'à son début, avec le développement rapide de l'outil informatique d'autres méthodes numériques plus complexes et performantes pourront être implantées sur microprocesseur en vue de la commande des bras manipulateurs.

BIBLIOGRAPHIE

- [R.1]: ROBOTS PRINCIPES ET CONTROLE.
Claude Vibet
Editions Ellipses
- [R.2]: MULTIVARIABLE SELF-TUNING CONTROL WITH DECOUPLAGE FOR
ROBOTIC MANIPULATORS
Mei-Hua Liu Wei Lin
IEEE proceeding, vol 135.ptD.N°1 january 1988
- [R.3]: COMMANDE ET REGULATION PAR CALCULATEUR NUMERIQUE
Claude Foulard Sylviane Gentil Jean Paul Saudaz
- [R.4]: DISCRETE-TIME MULTIVARIABLE ADAPTATIVE CONTROL
Graham C. Goodwin, member, IEEE, Peter J.
Ramdage, and Peter E. Caines, member, IEEE.
Traactions on automatic control, vol Ac 25, N°3 june 1980
- [R.5]: ADAPTIVE CONTROL FOR ROBOT MANIPULATOR FOR
SELFTUNING APPROACH
Brahim Bouzouia
Laboratoire d'automatique et d'analyse des systèmes
Toulouse 1987
- [R.6]: COMMANDE ADAPTATIVE DES BRAS MANIPULATEURS
Djeffal Kaddour
Rapport de recherche
Laboratoire de robotique C.D.T.A 1992
- [R.7]: CONVERGENCES DES METHODES DE COMMANDE ADAPTATIVES
EN PRESENCE DES PERTURBATIONS ALEATOIRES
Jean-Jacques Fuchs
Rapport de recherche N°96 octobre 1981
I.N.R.I.A (centre de Rennes)
- [R.8]: OPTIMISATION ET COMMANDE EN GENIE DES PROCEDES
K. Najim
Edition Masson

- [R.9]: IDENTIFICATION ET COMMANDE DES SYSTEMES A L'AIDE DES
PROGICIELS P.I.M et PC-REG
Ioan Doré Landau
Edition Hermes 1988
- [R.10]: APPLICATION TO A ROBOTIC MANIPULATOR
IEEE Journal of robotics and automation vol 4, N°3, June 1988
- [R.11]: SELF-TUNING CONTROLLERS BASED ON POLE_PLACEMENT
DESIGN
K.J.Aström
B.Westerberg
B.Wittenmark
Report May 1978
- [R.12]: SIMULATION DES RESEAUX CORRECTEURS
Brahim Bouzouia
Cours 5^{ème} année automatique
- [R.13]: POLE-ZERO PLACEMENT CONTROLLERS AND SELF TUNING
REGULATORS WITH BETTER SET-POINT-TRACKING
Sc. Pulhenpura
Prof. J.F. MacGregor
IEE Proceeding. vol 134 Pt.D N°1 january 1987
- [R.14]: SYSTEMES ASSERVIS II
Rachid Illoul
Cours 4^{ème} année automatique
- [R.15]: ROBOTICS CONTROL SENSING VISION AND INTELLIGENCE
Ganzalez R.C and al
St Louis 1987
- [R.16]: AUTOMATIQUE DE BASE
Patrick Siarry
Edition Ellipses 1989