

وزارة الجامعات والبحث العلمي

Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique  
GENIE ELECTRIQUE

DEPARTEMENT

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*REALISATION D'UN LOGICIEL  
DE SIMULATION POUR  
L'IDENTIFICATION ET  
LA COMMANDE ADAPTATIVE*

Proposé par :

*R.LLOUL*

Etudié par :

*L.GUENFAF  
R.KERAMANE*

Dirigé par :

*R.LLOUL*

PROMOTION

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

وزارة الجامعات والبحث العلمي  
Ministère aux Universités et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

المدرسة الوطنية المتعددة التخصصات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE

# PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*REALISATION D'UN LOGICIEL  
DE SIMULATION POUR  
L'IDENTIFICATION ET  
LA COMMANDE ADAPTATIVE*

Proposé par :

*RILLOUL*

Etudié par :

*L.GUENFAF  
R.KERAMANE*

Dirigé par :

*RILLOUL*

PROMOTION

*Je dédie ce modeste travail*

*à ma mère*

*à mon père*

*à ma soeur Naima*

*à mes soeurs*

*à mes frères*

*à toute ma famille*

*à mes ami(e)s*

*Lakhdar*



*A la mémoire de ma grand-mère*

*A la mémoire de mes deux grand-pères*

*A la mémoire de mon grand-oncle*

*A ma grand-mère*

*A ma mère et à mon père*

*A mes tantes et oncles*

*A mes frères*

*A mes cousines et cousins*

*Rafik*

Pour ces précieux conseils et suggestions, pour la bonne ambiance de travail qu'il a su créer pendant toute l'année, nous remercions notre promoteur M<sup>re</sup> Rachid TLOUL.

Pour l'honneur qu'ils nous font en évaluant notre travail, que les membres du Jury trouvent ici l'expression de notre gratitude.

Nous remercions également tous nos enseignants du département de genre Electrique, auxquels nous devons d'être là.

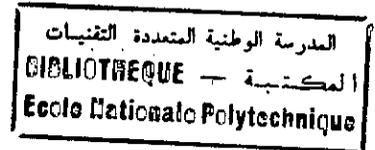
Nous tenons à exprimer notre reconnaissance aux responsables et travailleuses de la bibliothèque, du centre de documentation et du centre de calcul, dont la disponibilité nous a été d'un grand secours.

Un grand merci à M<sup>re</sup> DERHIS, avec lequel nous avons eu des discussions plus enrichissantes.

Pour avoir mis à notre disposition toute leur documentation, nous remercions M<sup>re</sup> JILHA et M<sup>re</sup> FADHI.

Merci enfin à tous mes amis (es) des promotions 1991-1992 avec lesquels nous avons passé des moments inoubliables.

# SOMMAIRE



Introduction .....	1
<b>CHAPITRE I Construction du modèle ARMAX</b>	
I-1) Introduction .....	3
I-2) Modélisation .....	3
I-3) Modèle procédé + perturbation .....	4
I-4) Le modèle ARMAX .....	6
Conclusion .....	10
<b>CHAPITRE II Identification</b>	
II-1) Motivation .....	11
II-2) Identification récursive .....	11
II-3) Algorithme des moindres carrés .....	11
II-4) Signaux d'identification .....	16
II-5) Variantes de l'algorithme des MCR .....	16
II-6) Exemples .....	19
II-7) Conclusion .....	20
<b>CHAPITRE III Commande adaptative</b>	
III-1) Introduction .....	35
III-2) Commande à variance minimale généralisée .....	39
III-3) Poursuite et régulation avec pondération de l'entrée .....	74
III-4) Placement de pôles .....	95
<b>CHAPITRE IV Présentation du logiciel AC-IM</b>	
IV-1) Introduction .....	108
IV-2) Présentation des menus .....	108

Conclusion ..... 115

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

Annexes

A- Génération d'un bruit blanc gaussien ..... 117

B- La séquence binaire pseudo aléatoire ..... 122

C- Organigramme de l'algorithme des MCR ..... 125

D- Résolution de l'équation diophantine réduite ..... 127

E- Résolution de l'équation diophantine générale ..... 129

Bibliographie ..... 131

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

# ***INTRODUCTION***

## INTRODUCTION

Le développement rapide de la micro-électronique et de l'informatique a favorisé l'émergence de différentes méthodes d'identification et de commande de processus en temps réel.

Parmi ces méthodes, les algorithmes de commande adaptative basés sur l'estimateur des moindres carrés récursifs ont fait l'objet d'études théoriques approfondies et de plusieurs applications industrielles réussies.

Nous retiendrons, parmi les nombreuses définitions de la commande adaptative, celle donnée par LANDAU :

*"La commande adaptative est l'ensemble des techniques utilisées pour l'ajustement en ligne et en temps réel des régulateurs des boucles de commande, afin de réaliser ou maintenir un certain niveau de performance quand les paramètres du procédé à commander sont soit inconnus, soit variables dans le temps."*

De tels procédés étant très répandus dans l'industrie, (machines à papier, fours de séchage de minerais, réacteurs chimiques, ...etc), le champ d'application de la commande adaptative est donc des plus étendus.

Afin de contribuer à la compréhension et à la maîtrise de ces techniques, nous avons réalisé, dans le cadre de notre travail, un logiciel de simulation permettant l'étude détaillée de trois méthodes de commande:

- Commande à variance minimale généralisée.
- Commande à poursuite et régulation à objectifs indépendants et avec pondération de l'entrée.
- Commande par placement de pôles.

Une hypothèse fondamentale de l'approche adaptative de la commande est que le processus est modélisable et que la structure du modèle est connue; d'où l'importance de l'identification.

Le logiciel réalisé comprend donc un module d'identification basée sur l'algorithme des moindres carrés récursifs et sur quelques unes de ses variantes.

Dans le premier chapitre de ce mémoire, nous présentons quelques notions sur la modélisation des processus soumis à des perturbations aléatoires; nous y définissons le modèle ARMAX que nous utiliserons dans toutes les méthodes étudiées.

Le deuxième chapitre est consacré à l'identification récursive des systèmes. Nous y présentons les principes et les bases de l'identification "on line", ainsi que les différentes variantes de l'algorithme général des moindres carrés.

Les méthodes de commande adaptative sont exposées en détail dans le chapitre trois.

Avant de conclure, nous présentons notre logiciel, son mode d'emploi ainsi que ses capacités, dans le chapitre quatre.

En annexe, nous donnons quelques démonstrations relatives aux différents algorithmes présentés, à la génération de la SBPA et du bruit blanc, ainsi que les organigrammes des méthodes étudiées.

*CHAPITRE I*

**CONSTRUCTION  
DU  
MODELE  
ARMAX**

CONSTRUCTION  
DU MODELE  
ARMAXI-1) Introduction

Les performances d'un système commandé dépendent dans une très large mesure, du modèle choisi pour le représenter.

Une attention particulière doit donc être accordée à la modélisation de tout procédé avant d'envisager sa commande.

Ce chapitre sera donc consacré à la modélisation et nous y justifierons le choix du modèle procédé+perturbation utilisé par la suite.

Dans la section I-2, nous définirons la modélisation et présenterons brièvement les différents types de modèles.

La section I-3 sera consacrée plus particulièrement aux modèles de représentation de processus soumis à des perturbations aléatoires.

Le modèle ARMAX fera l'objet d'une étude plus détaillée dans la section I-4.

I-2) ModélisationI-2-1) Définition

Modéliser un système consiste à établir un ensemble de relations mathématiques qui permettent de décrire, avec une précision suffisante, les interactions entre ce système et son environnement extérieur (commandes, perturbations). L'ensemble ainsi défini est appelé *modèle* du système.

I-2-2) Modèle de connaissance

Lorsque les relations sus-citées sont issues d'équations physiques (électricité, mécanique, ... etc). le modèle obtenu est dit *modèle de connaissance*.

Ce type de modèle présente l'avantage de bien décrire le comportement du système considéré. Il est donc bien indiqué pour une étude descriptive.

Les modèles de connaissance ne sont par contre

pratiquement pas utilisés en automatique, à cause de leur complexité (équations aux dérivées partielles, paramètres répartis, ... etc) et surtout parce que leur construction n'est pas toujours possible.

En effet, cette dernière ne peut se faire qu'à partir d'une connaissance parfaite du système; ce qui est très rarement le cas en pratique.

### I-2-3) Modèle de représentation

Ce type de modèle découle de l'approche "boite noire" du système.

Cette approche consiste à :

- choisir comme sortie(s) du système la(les) grandeur(s) physiques à commander.
- choisir, parmi les autres grandeurs, celles dont l'influence paraît prépondérante sur la(les) sortie(s). Elles seront considérées comme commandes du système.
- considérer les autres grandeurs comme entrées perturbatrices.

On obtient alors le schéma de la figure I-1 :

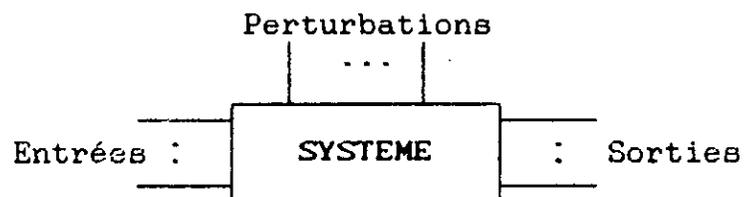


Fig I-1

A partir des observations disponibles sur le système, on établit les relations liant les sorties aux entrées et aux perturbations; relations qui forment le *modèle de représentation* du système et qui sont obtenues par identification.

### I-3) Modèle procédé + perturbation

Une classe de modèles de représentation très utilisée en automatique est celle des modèles monovariables linéaires.

Le principe de superposition permet de tenir compte des perturbations.

I-3-1) Cas continu

La structure du modèle est représentée en fig I-2 :

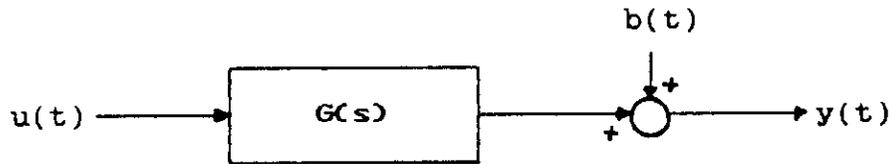


Fig I-2

avec :  $u(t)$  : entrée du système.  
 $y(t)$  : sortie du système.  
 $G(s)$  : fonction de transfert.  
 $b(t)$  : bruit.

La fonction  $G(s)$  peut être déterminée par identification.

Le bruit  $b(t)$  peut avoir plusieurs causes (non linérités résiduelles, bruits de mesures, effet de charge, ...etc) il est donc impossible de prévoir son évolution : c'est une variable aléatoire qui peut être modélisée par le passage d'un bruit blanc gaussien  $e(t)$  à travers un filtre  $H(s)$ , comme le montre la figure I-3 :

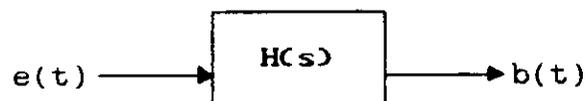


Fig I-3

La détermination de  $H(s)$  est malheureusement très difficile à réaliser

I-3-2) Cas discret

Les modèles utilisés en commande numérique sont des modèles discrets, obtenus en considérant les entrées/sorties du système à des instants multiples entiers de la période d'échantillonnage.

Comme pour le cas continu, nous avons le schéma-bloc

suivant :

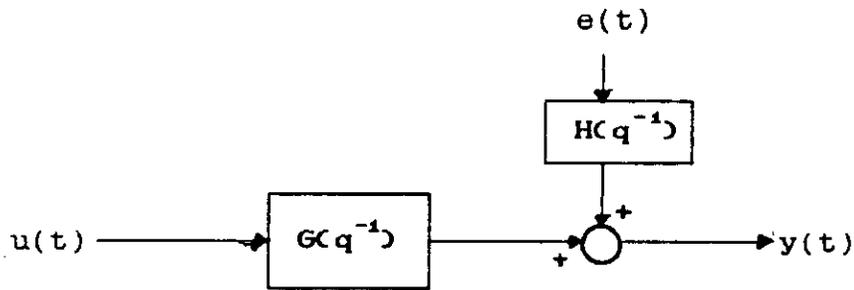


Fig I-4

avec :  $q^{-1}$  operateur retard  $q^{-1}y(t) = y(t-1)$   
 $t = 0, 1, 2, \dots$  nombre de périodes d'échantillonnage.

Comme nous le verrons en chapitre II , la détermination de  $G(q^{-1})$  et  $H(q^{-1})$  par identification est beaucoup plus facile que dans le cas continu.

I-4) Le modèle ARMAX

Les fonctions  $G(q^{-1})$  et  $H(q^{-1})$  définies précédemment peuvent s'écrire :

$$G(q^{-1}) = q^{-d} \frac{B_1(q^{-1})}{A_1(q^{-1})} \quad \text{et} \quad H(q) = \frac{C_1(q^{-1})}{A_2(q^{-1})}$$

où :  $A_1, A_2, B_1, C_1$  sont des polynômes en  $q^{-1}$

et  $d$  le retard pur du système.

d'où la structure

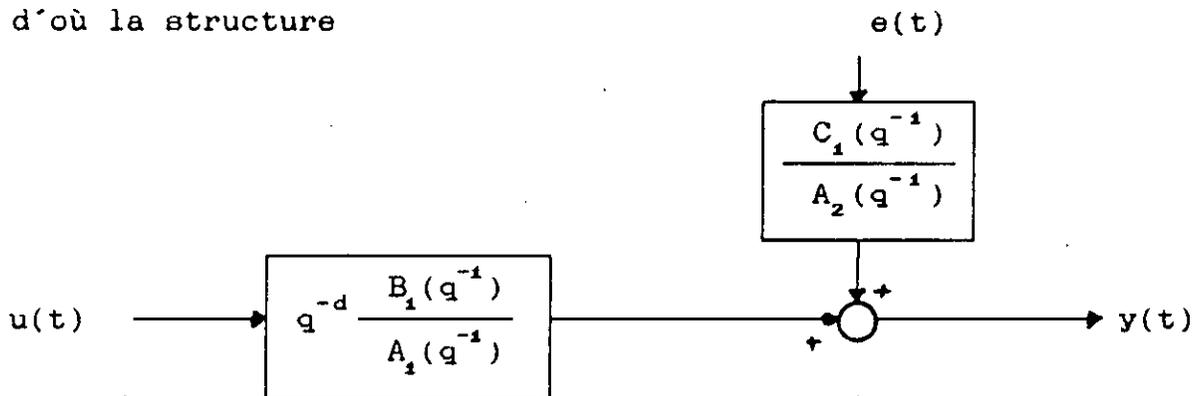


Fig I-5

$e(t)$  est le bruit blanc gaussien généré par utilisation du théorème de RAYLEIGH ( Annexe A ).

$y(t)$  s'écrit alors :

$$y(t) = q^{-d} \frac{B_1(q^{-1})}{A_1(q^{-1})} u(t) + \frac{C_1(q^{-1})}{A_2(q^{-1})} e(t)$$

$$y(t) = q^{-d} \frac{B_1 A_2}{A_1 A_2} u(t) + \frac{C_1 A_1}{A_1 A_2} e(t)$$

$$y(t) = q^{-d} \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) + \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t) \quad ( I-1 )$$

d'où la structure

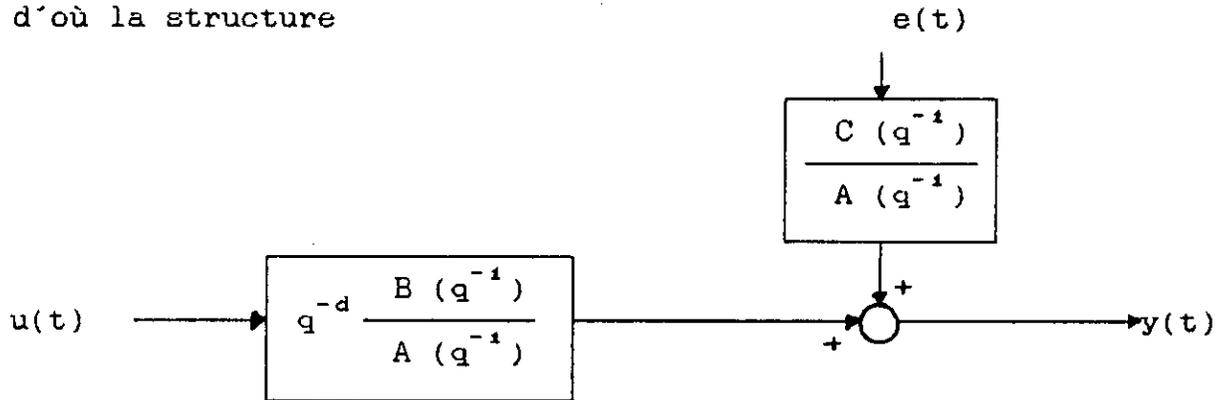


Fig I-6 : Structure du modèle ARMAX

avec:  $B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_m q^{-m} = q^{-1} B^*(q^{-1})$

$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_n q^{-n}$

$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_l q^{-l}$

Remarque

Le polynôme  $B(q^{-1})$  comporte un retard pur  $q^{-1}$  qui est toujours induit par la discrétisation d'un système continu.

L'équation ( I-1 ) est appelée *modèle ARMAX* ( Auto Regressive Moving Average with eXogene input ) du système.

Comme son nom l'indique, il est composé d'un ARMA :

$$y_e(t) = \frac{C(q^{-1})}{A(q^{-1})} e(t) = C(q^{-1})y_1(t) \quad (I-4)$$

qui exprime la relation entre le bruit et la sortie.

La partie auto-regressive est  $y_1(t) = \frac{1}{A(q^{-1})} e(t)$  qui peut s'écrire :

$$y_1(t) = -a_1 y_1(t-1) - a_2 y_1(t-2) - \dots - a_n y_1(t-n) + e(t)$$

Le retour de la sortie sur l'entrée explique le nom auto-regressive.

d'où le schéma :

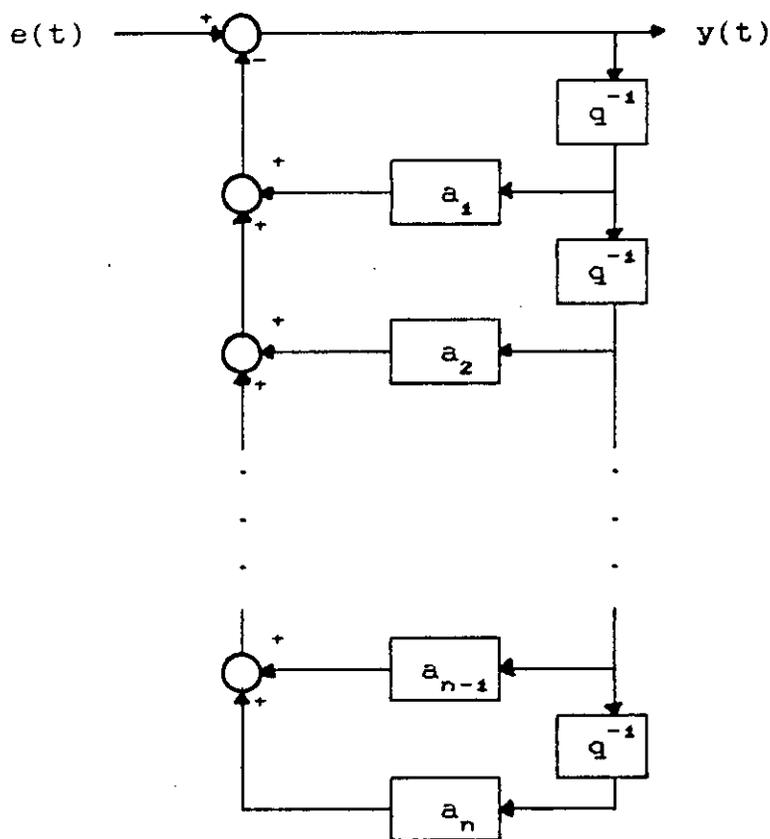


Fig I-7

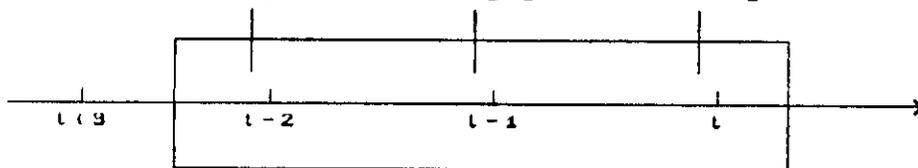
La partie MA est  $y_e(t) = C(q^{-1})y_1(t)$  qui peut s'écrire:

$$y_e(t) = y_1(t) + c_1 y_1(t-1) + \dots + c_l y_1(t-l)$$

$y_o$  est, à chaque instant, la moyenne des  $l$   $y_1$  précédentes pondérées par les  $c_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ). C'est donc une moyenne mobile dans le temps d'où le nom moving average.

Exemple illustratif

Pour  $l = 2$  ,  $y_o(t) = c_2 y_1(t-2) + c_1 y_1(t-1) + y_1(t)$



La fenêtre se déplace lorsque  $t$  varie.

Comme pour la partie AR nous avons le schéma :

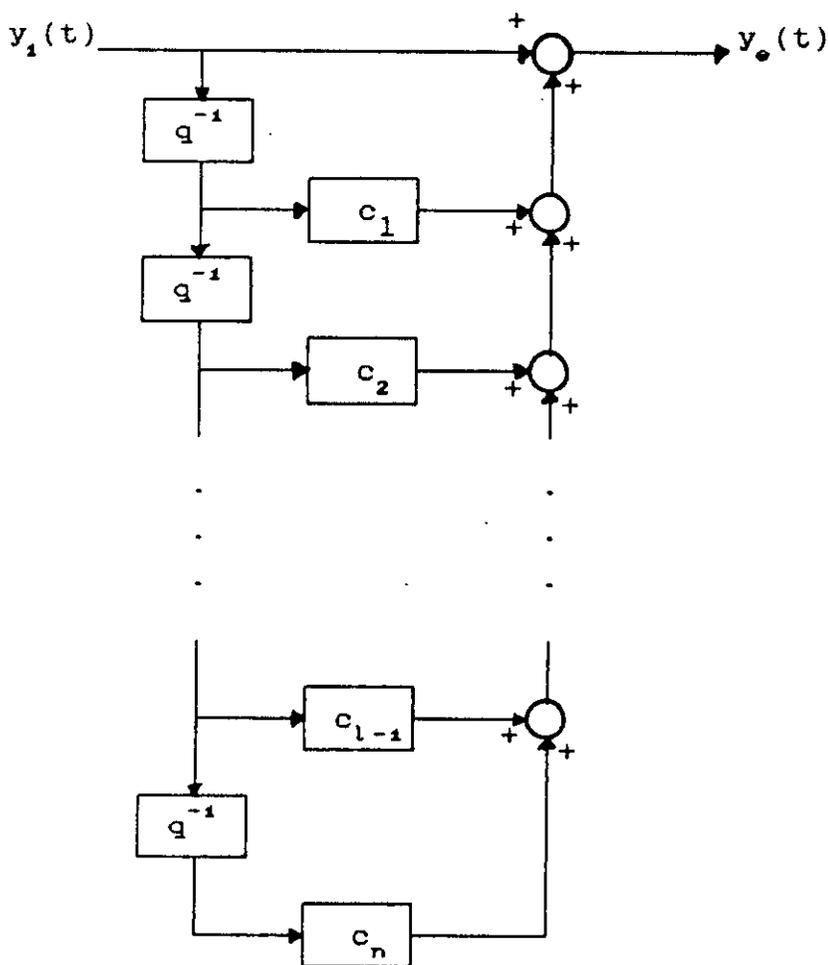


Fig I-7

Le nom exogene signifie qu'il y a une entrée externe qui est la commande  $u(t)$ .

Conclusion

Le modèle ARMAX permet de modéliser d'une façon très simple l'influence de la commande et des perturbations aléatoires sur la sortie du système.

C'est pour cette raison que nous allons l'utiliser comme modèle dans l'identification et la commande, ainsi que pour la simulation du système réel.

*CHAPITRE II*

***IDENTIFICATION***

## IDENTIFICATION

II-1) Motivation

Une fois que la structure du modèle de représentation d'un système est choisie, il faut en déterminer les paramètres.

L'opération qui permet cette détermination est appelée *identification* du système.

Elle consiste à ajuster les paramètres de cette structure de manière à représenter le mieux possible le système réel dans des conditions de fonctionnement données.

Notons que les paramètres figurant dans un modèle de représentation peuvent ne pas avoir de réalité physique.

II-2) Identification récursive

Une approche naturelle de l'identification est de recueillir toutes les mesures nécessaires et ensuite de déterminer par leur étude statistique les paramètres du modèle. L'identification est alors dite *en temps différé (off line)*.

Cette approche est souvent mise en défaut lorsque les paramètres du système sont variables dans le temps.

Pour ce type de systèmes, il faut à chaque instant réactualiser les paramètres identifiés. Il faut donc faire une identification *en temps réel (on line)*.

Un algorithme comme celui des moindres carrés récursifs permet de résoudre le problème.

II-3) Algorithme des moindres carrés

Le principe de cet algorithme est de minimiser la somme des carrés des écarts entre la sortie du système et celle du modèle sur l'horizon  $[0, t]$ , comme le montre la fig II-1.

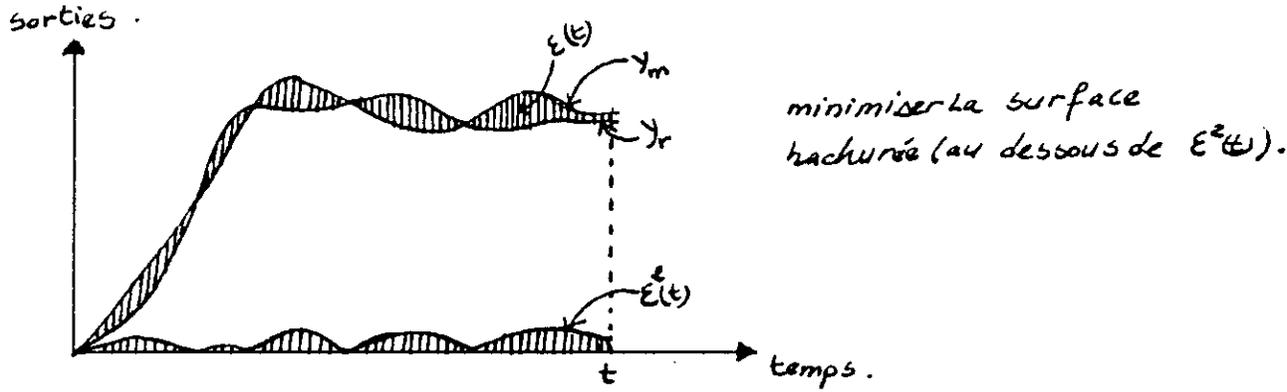


Fig II-1 :

On obtient le critère suivant :

$$J(t) = \sum_{i=0}^t [y_r(i) - y_m(i)]^2 = \sum_{i=0}^t \epsilon^2(i) \quad (II-1)$$

avec :  $y_r$  : sortie réelle du système

$y_m$  : sortie du modèle

$\epsilon$  : écart

La minimisation de  $J(t)$  se fait à l'aide de l'algorithme d'adaptation paramétrique (A A P). Le principe de l'estimation des paramètres, dans le cas discret, est représenté par le schéma suivant :

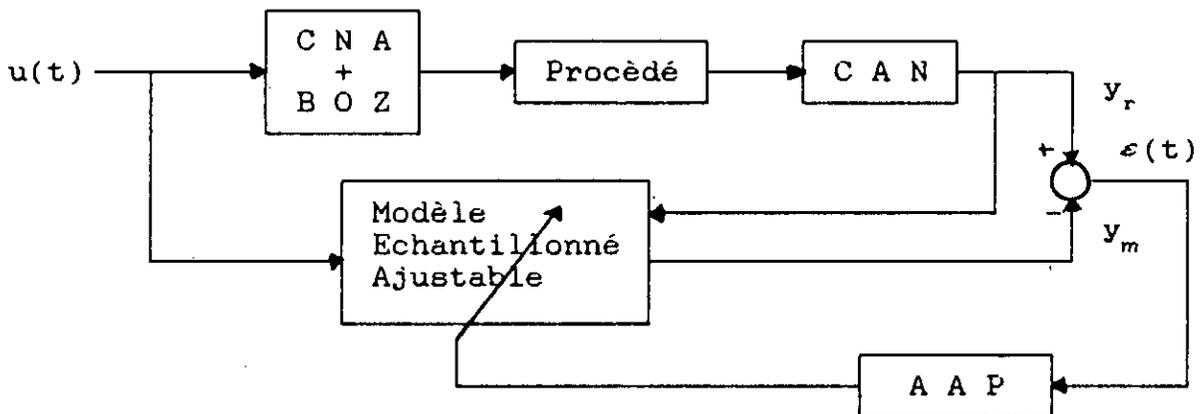


Fig II-2

II-3-1) Cas déterministe

C'est le cas où la sortie  $y_r$  ne dépend que de l'entrée  $u$ . Le système peut alors être modélisé par un ARMA de la suivante :

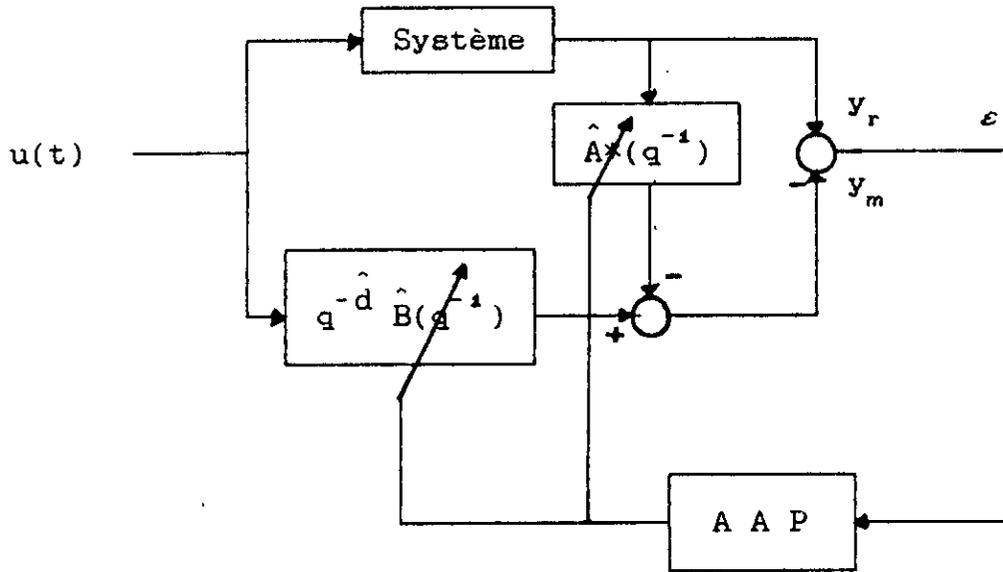


Fig II-3

avec:  $\hat{d}$  retard estimé

$$\hat{B}(q^{-1}) = \hat{b}_1 q^{-1} + \dots + \hat{b}_m q^{-m}$$

$$\hat{A}^*(q^{-1}) = \hat{a}_1 q^{-1} + \dots + \hat{a}_n q^{-n} = 1 - \hat{A}(q^{-1})$$

Les valeurs  $\hat{d}$ ,  $\hat{m}$  et  $\hat{n}$  peuvent être estimés au départ selon la connaissance que l'on a sur le système.

Exprimons  $J(t)$  en fonction des paramètres à identifier :

$$y_m(t) = - \sum_{i=1}^{\hat{n}} \hat{a}_i y_r(t-i) + \sum_{i=1}^{\hat{m}} \hat{b}_i u(t-\hat{d}-i) \quad (II-1)$$

En introduisant les vecteurs  $\hat{\theta}$  (vecteur des paramètres) et  $\phi$  (vecteur des observations), l'équation II-1 devient :

$$y(t) = \hat{\theta}^T(t) \cdot \phi(t-1) \quad (\text{II-2})$$

$$\text{avec: } \hat{\theta}^T = [ \hat{a}_1 \dots \hat{a}_n \hat{b}_1 \dots \hat{b}_m ]$$

$$\phi^T = [ -y_r(t-1) \dots -y_r(t-\hat{n}) \quad u(t-\hat{d}-1) \dots u(t-\hat{d}-\hat{m}) ]$$

$$\text{d'où: } J(t) = \sum_{i=1}^t [ y_r(i) - \hat{\theta}^T(i) \cdot \phi(i-1) ]^2 \quad (\text{II-3})$$

La minimisation de  $J$  [15] donne l'algorithme récursif suivant

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t) \cdot \phi(t) \cdot \varepsilon(t+1) \quad (\text{II-4})$$

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t) \cdot \phi(t) \phi^T(t) \cdot F(t)}{1 + \phi^T(t) \cdot F(t) \cdot \phi(t)} \quad (\text{II-5})$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{y_r(t+1) - \hat{\theta}(t) \cdot \phi(t)}{1 + \phi^T(t) \cdot F(t) \cdot \phi(t)} \quad (\text{II-6})$$

La matrice  $F$ , appelée *matrice d'adaptation du gain*, est construite à partir du vecteur d'observation  $\phi$  :

$$F(t) = \sum_{i=1}^t \phi(i-1) \cdot \phi^T(i-1) \quad (\text{II-7})$$

L'équation II-5 s'obtient en appliquant le lemme d'inversion matricielle [5] à l'équation :

$$F(t+1)^{-1} = F(t)^{-1} + \phi(t) \phi^T(t) \quad (\text{II-8})$$

#### Initialisation des paramètres

La convergence étant assurée indépendamment des conditions initiales, on peut choisir :

$$\hat{\theta}^T(0) = [ 0 \dots 0 ]$$

Les paramètres initiaux pouvant être éloignés des

valeurs réelles, on choisit en général une matrice F telle que :

$$F(0) = g.I$$

I : matrice identité

g : réel très grand (g = 1000 est une valeur typique)

Remarque

Dans notre logiciel, la sortie réelle  $y_r$  est générée par un modèle ARMA dérivé du modèle ARMAX en choisissant  $l = 0$  et  $e(t) = 0$  ( $\sigma = 0$  et  $\mu = 0$ ).

II-3-2) Cas stochastique

En présence de perturbations aléatoires, la méthode précédente converge vers des paramètres biaisés.

Pour tenir compte de l'influence des perturbations, un changement du modèle d'identification est nécessaire.

Une structure ARMAX pour ce modèle s'impose naturellement, d'où le schéma :

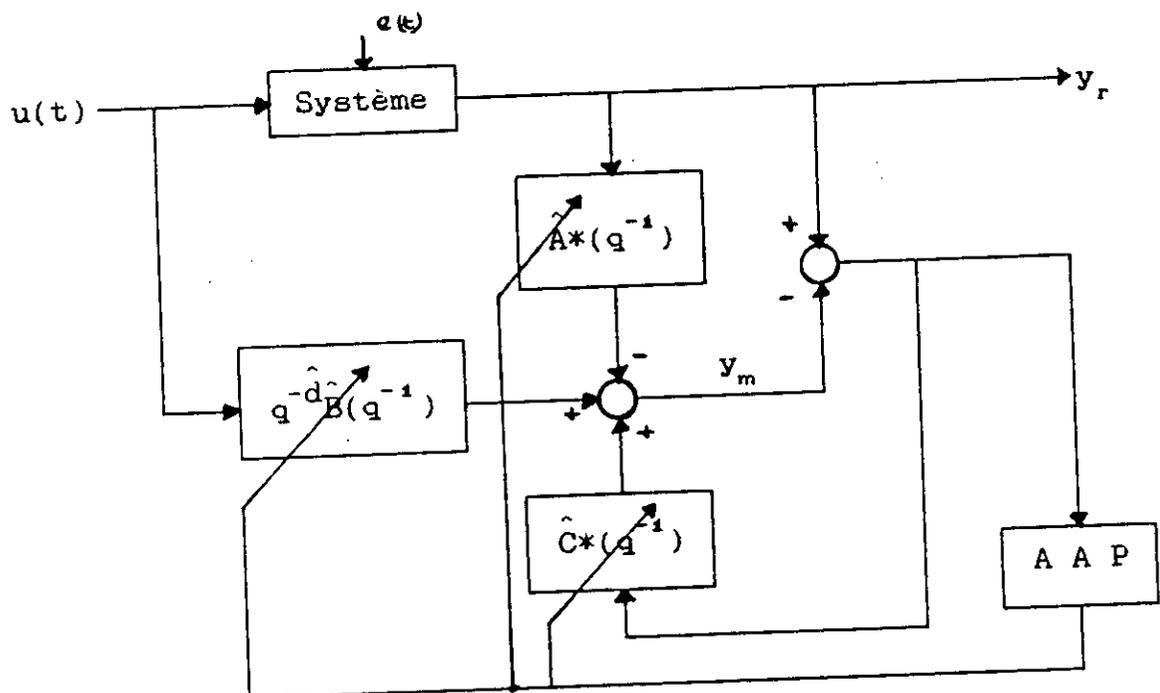


Fig II-4

avec:  $\hat{A}^*(q^{-1}) = \hat{a}_1 q^{-1} + \dots + \hat{a}_n q^{-n} = 1 - \hat{A}(q^{-1})$

$$\hat{B}(q^{-1}) = \hat{b}_1 q^{-1} + \dots + \hat{b}_m q^{-m}$$

$$\hat{C}^*(q^{-1}) = \hat{c}_1 q^{-1} + \dots + \hat{c}_l q^{-l} = 1 - \hat{C}(q^{-1})$$

Avec les modifications suivantes des vecteurs  $\phi$  et  $\theta$ ,

$$\hat{\theta}^T(t) = [\hat{a}_1 \dots \hat{a}_n \hat{b}_1 \dots \hat{b}_m \hat{c}_1 \dots \hat{c}_l]$$

$$\phi^T(t) = [-y_r(t) \dots -y_r(t-\hat{n}) u(t-\hat{d}-1) \dots u(t-\hat{d}-\hat{m}) \varepsilon(t) \dots \varepsilon(t-\hat{l})]$$

L'algorithme donné par les équations II-4 à II-6 est appelé : *algorithme des moindres carrés étendu* et est utilisé pour l'identification des paramètres du modèle ARMAX.

#### Remarque

Dans le vecteur  $\phi$  nous avons pris les écarts  $\varepsilon$  comme estimations du bruit blanc  $e(t)$ , en se basant sur le principe suivant :

L'estimation  $\hat{\theta}$  étant optimale, l'écart entre  $y_r$  et  $y_m$  ne peut être dû qu'au bruit; l'erreur devenant blanche lorsque les estimés convergent vers les valeurs réelles des paramètres.

Nous donnons en annexe C l'organigramme correspondant à l'algorithme précédent.

#### II-4) Signaux d'identification

Pour bien identifier un système, l'entrée doit être très excitante afin de mettre en évidence tous ses modes.

Cette condition n'étant, en général, pas remplie par les signaux de commande, on utilise pour l'identification une entrée particulière : la Séquence Binaire Pseudo-Aléatoire SBPA.

C'est une séquence obtenue en effectuant une opération XOR entre deux ou plusieurs bits d'un registre à décalage. L'annexe B montre l'organigramme et le programme de génération de la SBPA ainsi que ses propriétés statistiques.

La figure II-5 montre une SBPA générée à partir des bits 5 et 9 d'un registre de longueur 9, sur un horizon de 50 périodes d'échantillonnage.

#### II-5) Variantes de l'algorithme des MCR

Le gain d'adaptation  $F(t)$  tend vers zéro lorsque

l'horizon d'identification augmente, ce qui assure la convergence de l'algorithme, lorsque les paramètres du système sont constants.

Lorsque ceux-ci sont variables, l'identification devient biaisée. Il faut donc une mise à jour du gain d'adaptation en fonction de cette variation.

Ceci peut être réalisé en réécrivant l'équation II-8 sous la forme (proposée par LANDAU [15]) :

$$F(t+1)^{-1} = \lambda_1(t).F(t)^{-1} + \lambda_2(t).\phi(t)\phi^T(t) \quad (\text{II-9})$$

où :  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont des coefficients de pondération variables tels que :  $0 < \lambda_1 < 1$  et  $0 < \lambda_2 < 2$

Ces coefficients introduisent, comme le montre l'équation II-9 un profil de réactualisation de F qui peut être exploité pour l'identification des paramètres variables.

En prenant  $\lambda_1 = \lambda_2 = 1$ , on retrouve l'algorithme des moindres carrés précédent qu'on appelle aussi *algorithme à gain décroissant*.

L'expression correspondant à l'équation II-5 de l'algorithme est donnée par l'équation suivante :

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[ F(t) - \frac{F(t).\phi(t)\phi^T(t).F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi^T(t).F(t).\phi(t)} \right] \quad (\text{II-10})$$

En fonction des valeurs données à  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ , on différencie plusieurs classes d'algorithmes.

#### II-5-1) Algorithmes à facteur d'oubli

Ils se caractérisent par :

$$\lambda_2 = 1 \quad \text{et} \quad 0 < \lambda_1(t) < 1$$

Le critère à minimiser est alors donné par :

$$J(t) = \sum_{i=0}^t \lambda_1(i).e^2(i) \quad (\text{II-11})$$

On voit que les données anciennes ont une pondération plus faible que les récentes qui sont ainsi privilégiées. C'est pour cette raison que  $\lambda_1(t)$  est appelé *facteur d'oubli*.

Selon le choix de  $\lambda_1(t)$ , on distingue :

\* L'algorithme à facteur d'oubli fixe, où on pose :

$$\lambda_1(t) = \lambda_1 = \text{constante} \quad (0.95 \leq \lambda_1 \leq 0.99 \text{ en pratique})$$

Cet algorithme convient pour l'identification des systèmes lentement variables dans le temps.

\* L'algorithme à facteur d'oubli variable, où on pose :

$$\lambda_1(0) = \lambda_0, \quad \lambda_1(t) = \lambda_0^t (\lambda_0 - 1) + 1 \quad 0.95 \leq \lambda_0 \leq 0.99$$

Cet algorithme se comporte au départ comme le précédent, puis, lorsque  $t$  augmente, comme l'algorithme à gain décroissant.

Il est donc bien indiqué pour l'identification des systèmes invariants dans le temps sans connaissance préalable sur les paramètres ; en effet :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_1(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} [\lambda_0^t (\lambda_0 - 1) + 1] = 1 \text{ car } |\lambda_0| < 1$$

### II-5-2) Algorithme à trace constante

Cet algorithme a connu un grand succès dans le domaine de la commande adaptative.

En effet, le maintien de la trace de  $F(t)$  constante permet le regonflage permanent du gain d'adaptation et rend ainsi l'algorithme apte à suivre la variation des paramètres du système

Les valeurs de  $\lambda_1(t)$  et  $\lambda_2(t)$  sont calculées à chaque instant de manière à ce que l'on ait :

$$\begin{cases} \text{tr}[F(t+1)] = \text{tr}[F(t)] = \text{tr}[F(0)] \\ \frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} = c \end{cases}$$

$c$  et  $\text{tr}[F(0)]$  étant fixés à l'avance

Des valeurs typiques sont  $c = 0.97$  et  $\text{tr}[F(0)] = n.100$  avec  $n = \dim F$

II-6) Exemple

Pour illustrer ces méthodes, nous présentons un exemple traité à l'aide du logiciel ACIM .

Le système réel est simulé par :

$$A(q^{-1}) = 1 - 0.75q^{-1} + 0.247q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.306q^{-1} + 0.19q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - 0.5q^{-1} + 0.7q^{-2}$$

Pour bien montrer l'influence des perturbations aléatoires sur la qualité de l'identification, nous avons étudié les deux cas de figure : le cas déterministe (  $C(q^{-1}) = 1$  et  $e(t) = 0$  ) et le cas stochastique.

II-6-1) Cas déterministe

En utilisant l'algorithme à gain décroissant, les figures II-6-a et b montrent les réponses du système  $y_r$  et du modèle  $y_m$  pour une entrée SBPA ( $K_1 = 5$ ,  $K_2 = 9$ ,  $N = 9$ ) et pour une entrée échelon respectivement.

Les paramètres estimés initiaux étant nuls, on voit que les deux sorties se confondent après seulement quelques périodes d'échantillonnage.

La visualisation des paramètres réels et estimés, montre la convergence de ceux-ci pour une entrée SBPA (Fig II-7-a-b) et un très léger biais pour l'entrée échelon ( Fig II-7-c-d ).

La supériorité de la SBPA sur l'échelon est ainsi confirmée.

Remarque

La convergence des sorties n'entraîne pas forcément celle des paramètres.

En simulant une variation de la dynamique du système réel ( $a_1$  augmente de 50 % et  $a_2$  diminue d'autant à l'instant  $t = 20$ ) on voit sur la figure II-8-a que les sorties ne sont plus confondues au delà de l'instant de la variation, ce qui laisse

supposer une non convergence des paramètres estimés , ceci étant illustré dans la figure II-8-b.

Le biais constaté disparaît lorsqu'on utilise l'algorithme à trace constante ( $\text{tr}[F(t)] = 400$  ,  $c = 0.97$  ) ce qui est montré par les figures II-8-c et d.

### II-6-2) Cas stochastique

Dans ce cas , nous introduisons le bruit blanc de variance  $\sigma^2 = (0.05)^2$  et de moyenne nulle. L'algorithme à trace constante et l'entrée SBPA sont utilisés en gardant toujours les paramètres  $a_1$  et  $a_2$  variables.

La convergence des paramètres est dans ce cas plus lente mais les estimés suivent bien l'évolution des paramètres malgré le bruit ( Fig II-9-a et b ).

La convergence des coefficients de C n'est pas bonne car l'entrée du bloc  $\hat{C}$  ,  $\varepsilon(t)$  n'est pas tout-à-fait identique au bruit blanc ( Fig II-9-c ).

### II-7) Conclusion

Dans ce chapitre , nous avons passé en revue quelques aspects généraux de l'identification et nous avons étudié brièvement les propriétés de quelques variantes de l'algorithme des moindres carrés récursifs , en nous aidant d'un exemple simple.

Cette étude a fait ressortir deux conclusions importantes pour l'utilisation de l'algorithme d'identification dans une boucle de commande adaptative :

Premièrement , le regonflage du gain d'adaptation et la nature excitante de l'entrée sont des conditions nécessaires de convergence lorsque les paramètres du système sont variables.

Deuxièmement , la convergence de la sortie du modèle vers celle du système n'implique pas forcément la convergence des paramètres, ce qui laisse prévoir que de bonnes performances peuvent être obtenues même avec un modèle dont les paramètres sont biaisés.

Commande a VarMin

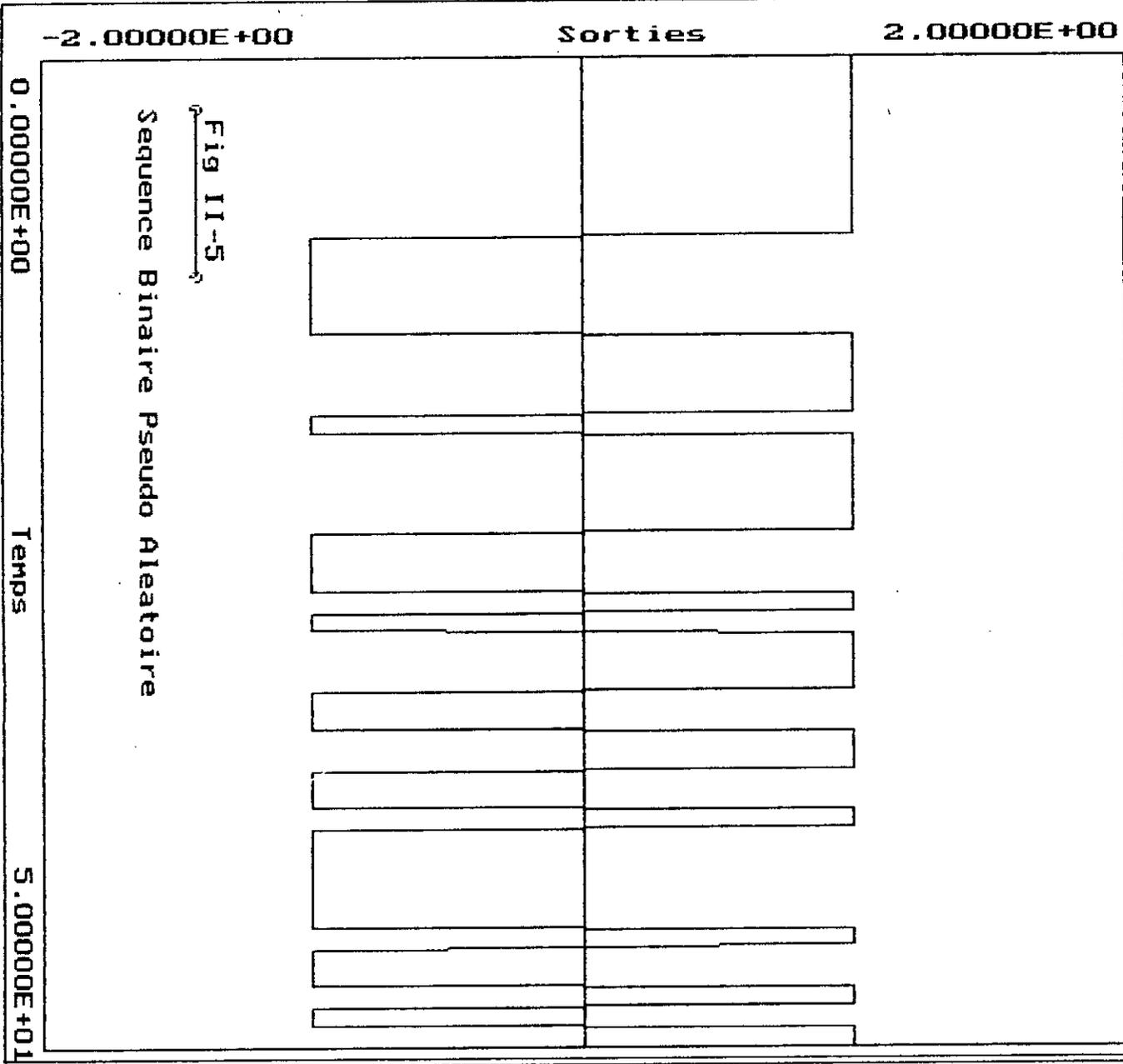
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif NCE



Commentaire



Commande a VarMin

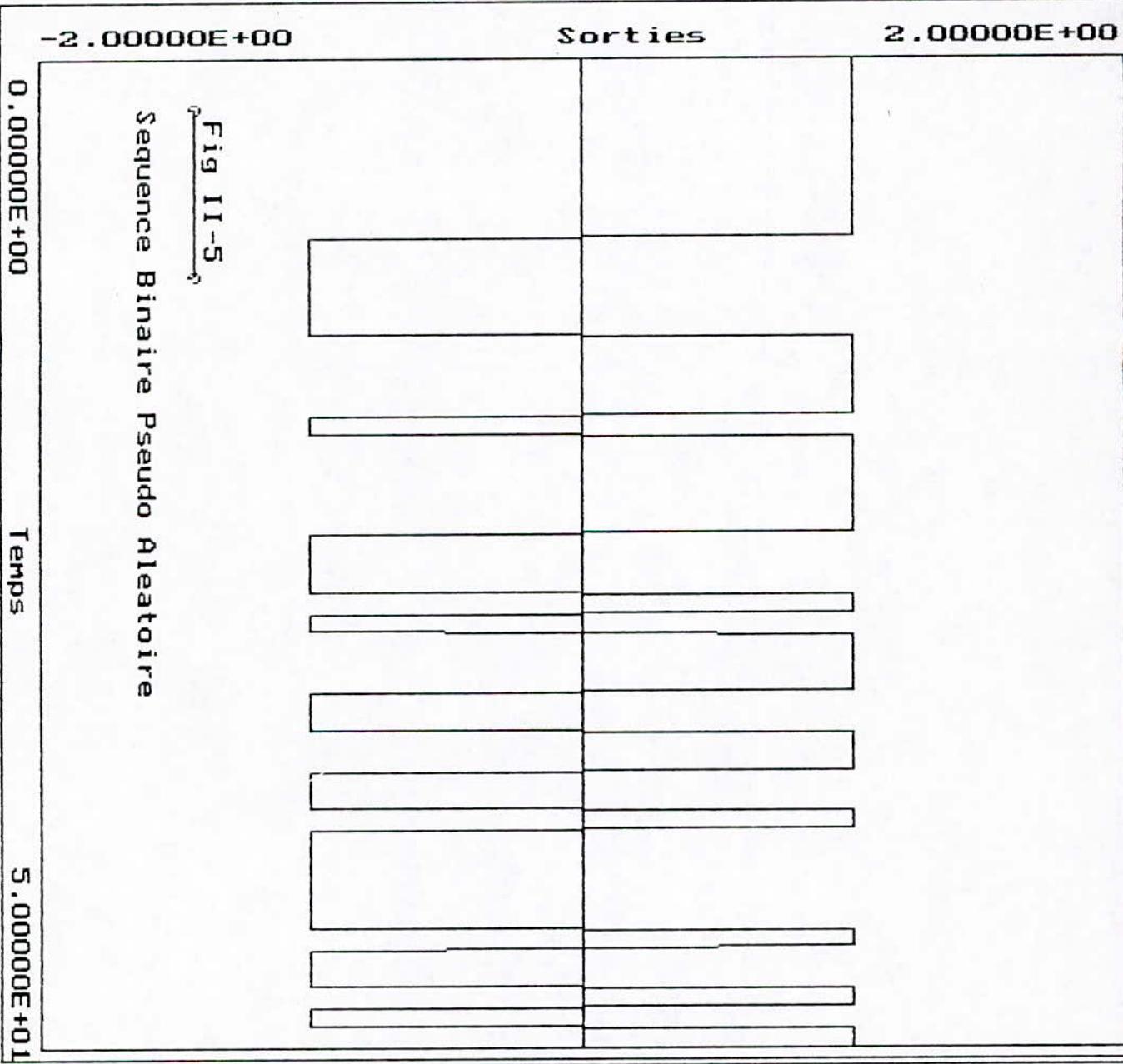
Poursuite, regulat

Placement poles

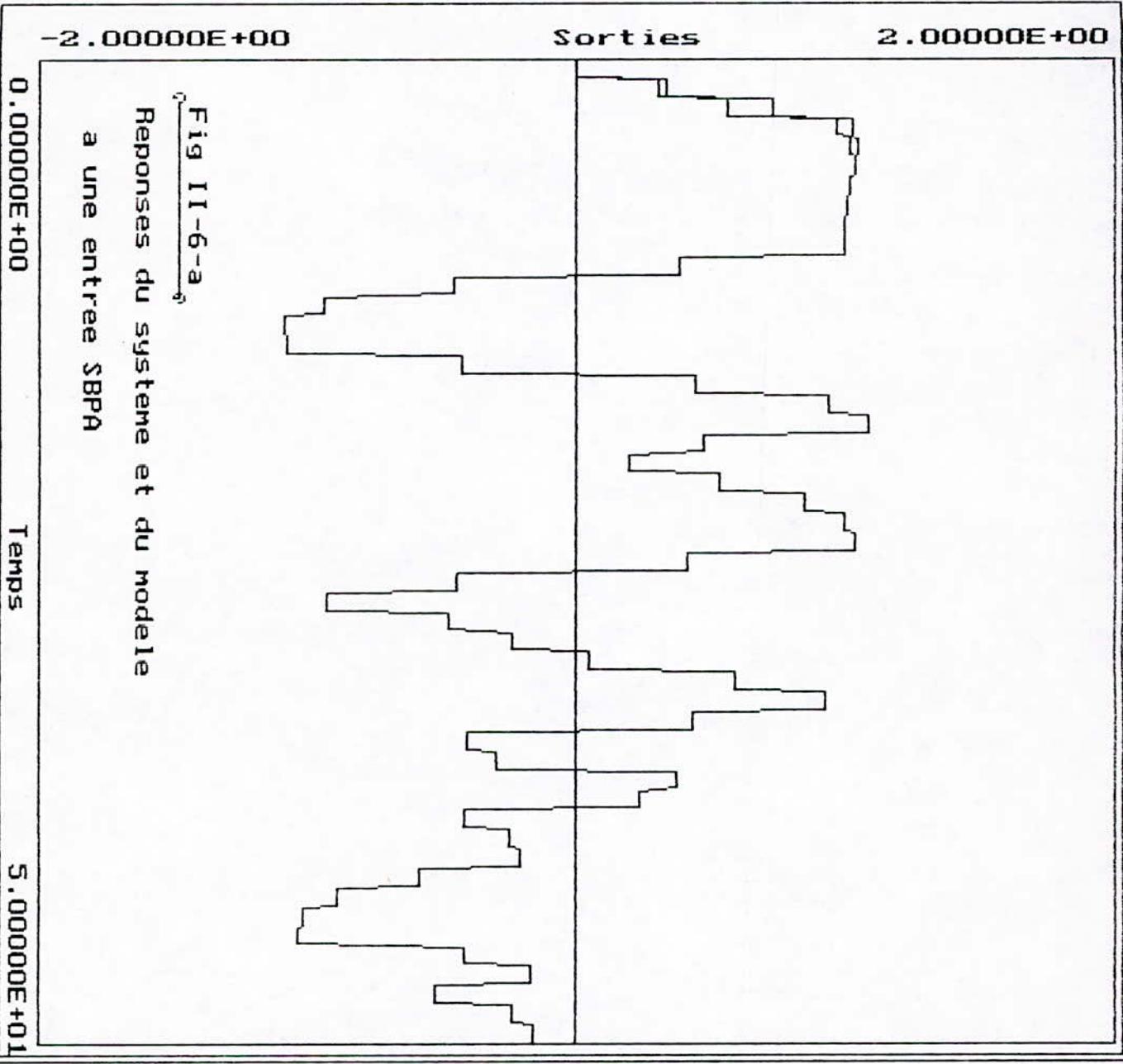
Identif NOE



Commentaire



Commande a VarMin
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
<b>Commentaire</b>

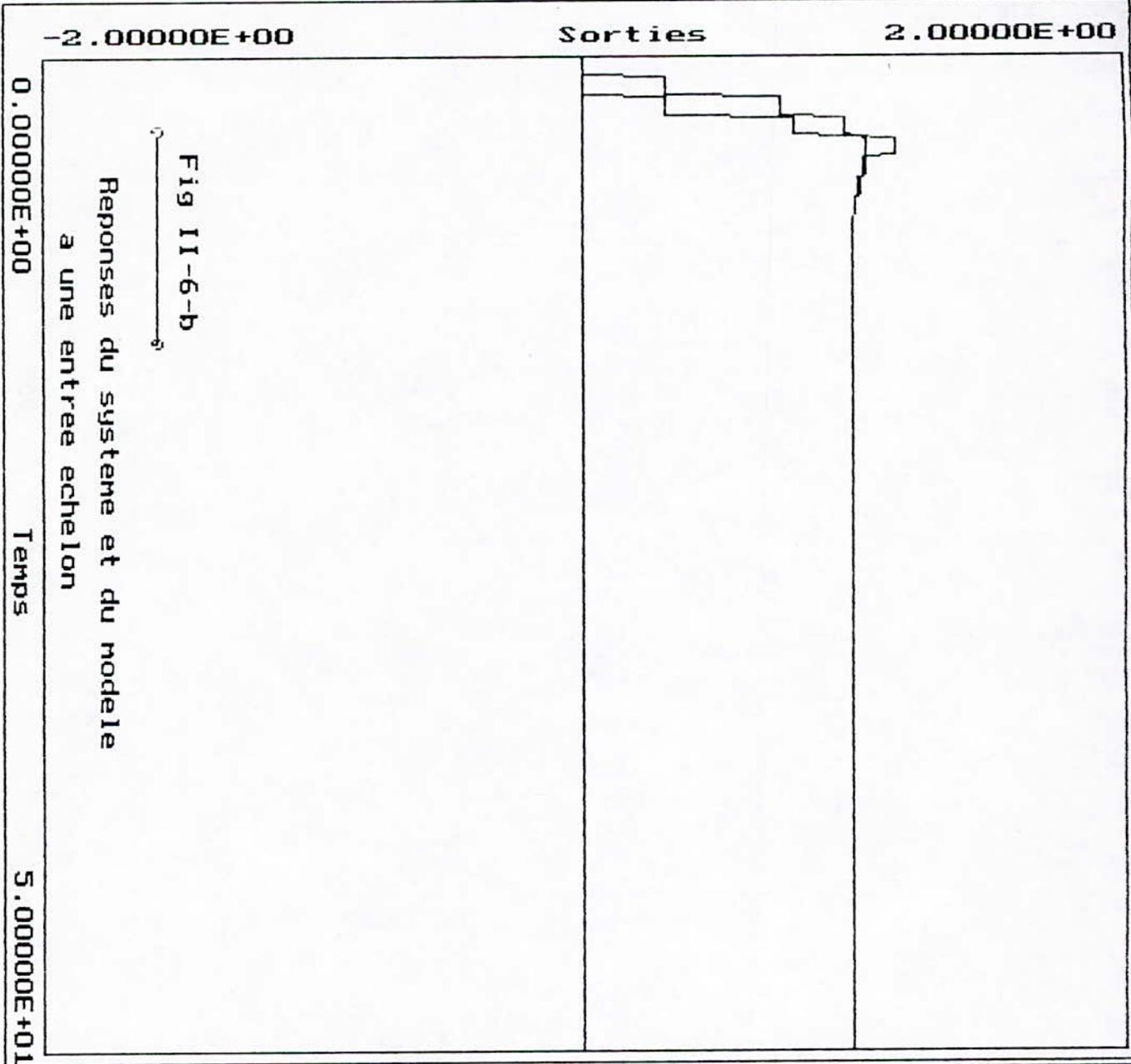


Trace constante

Fact oubli vari

Fact oubli fixe

**Bain décroissant\***

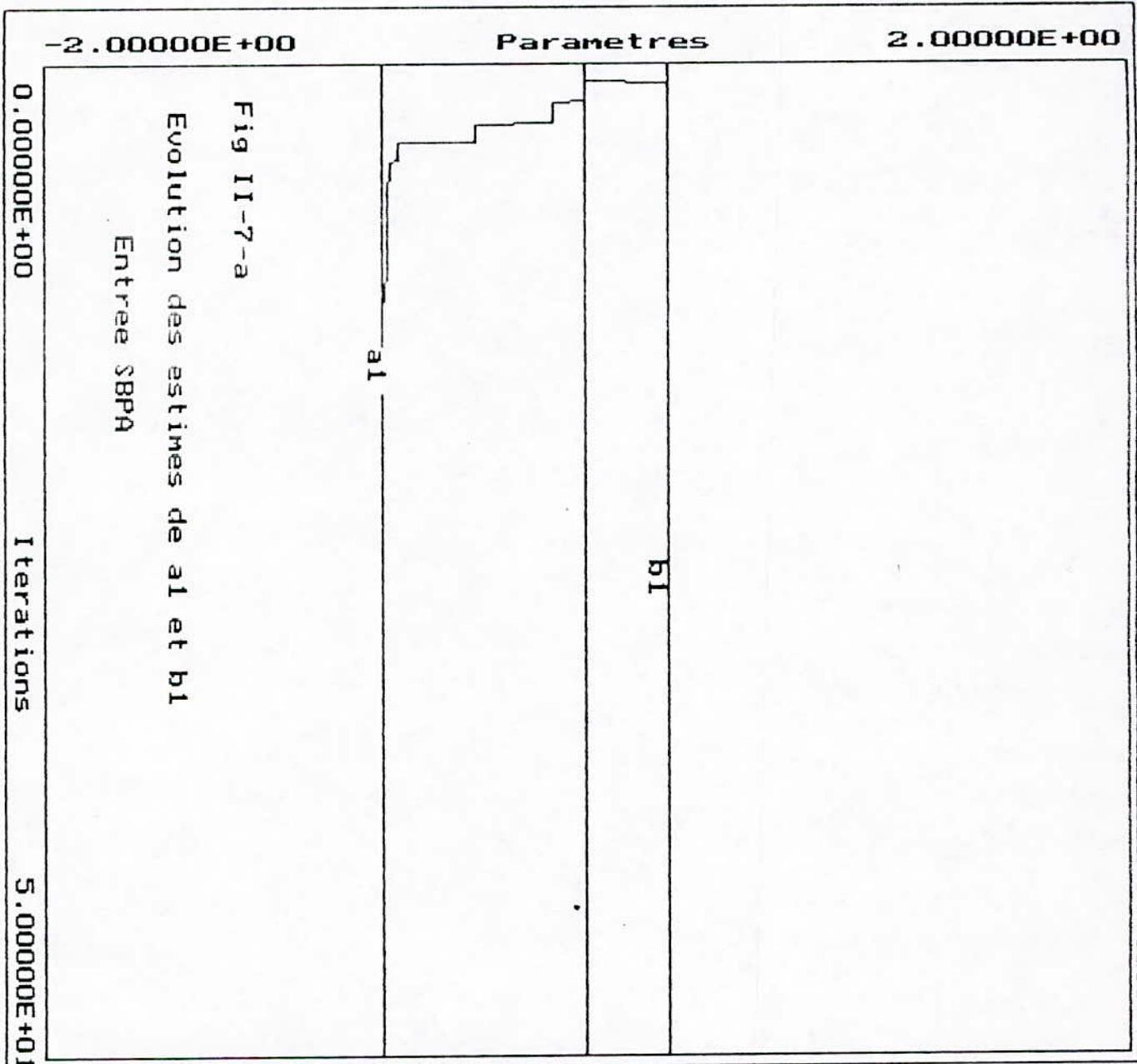


Trace constante

Fact oubli vari

Fact oubli fixe

Gain décroissant

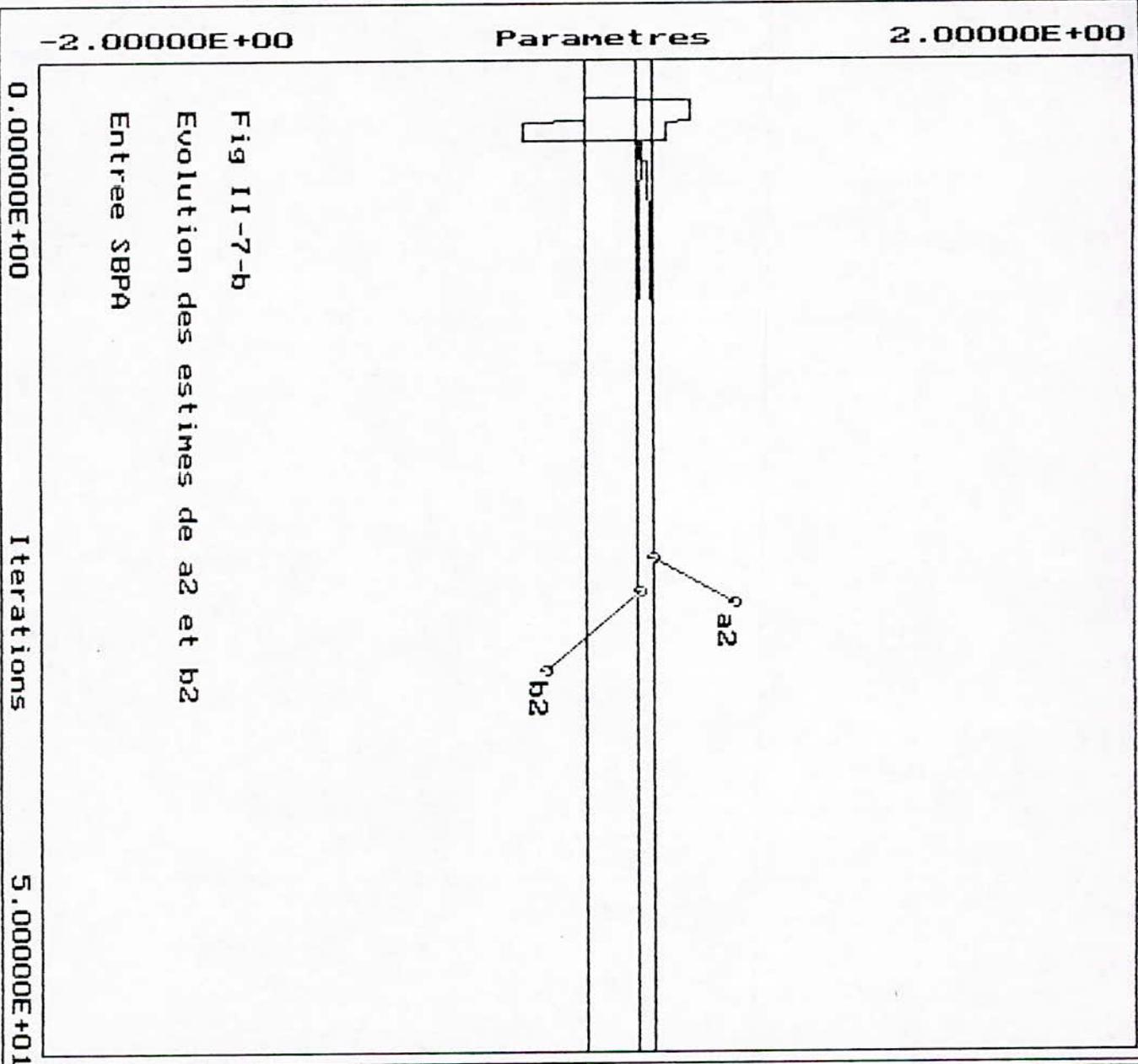


Trace constante

Fact oubli vari

Fact oubli fixe

Bain décroissant\*

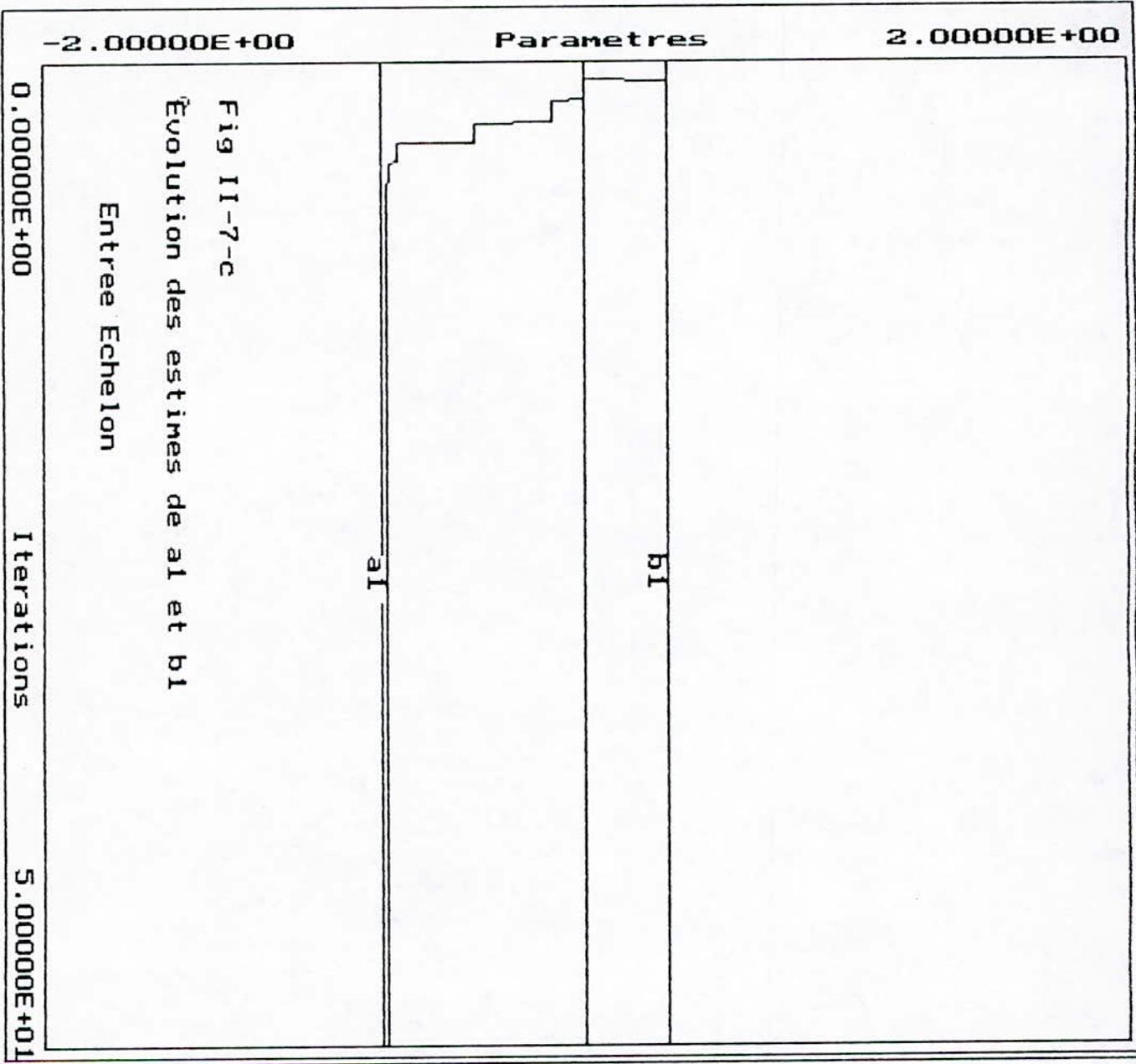


Trace constante

Fact oubli vari

Fact oubli fixe

Gain décroissant\*

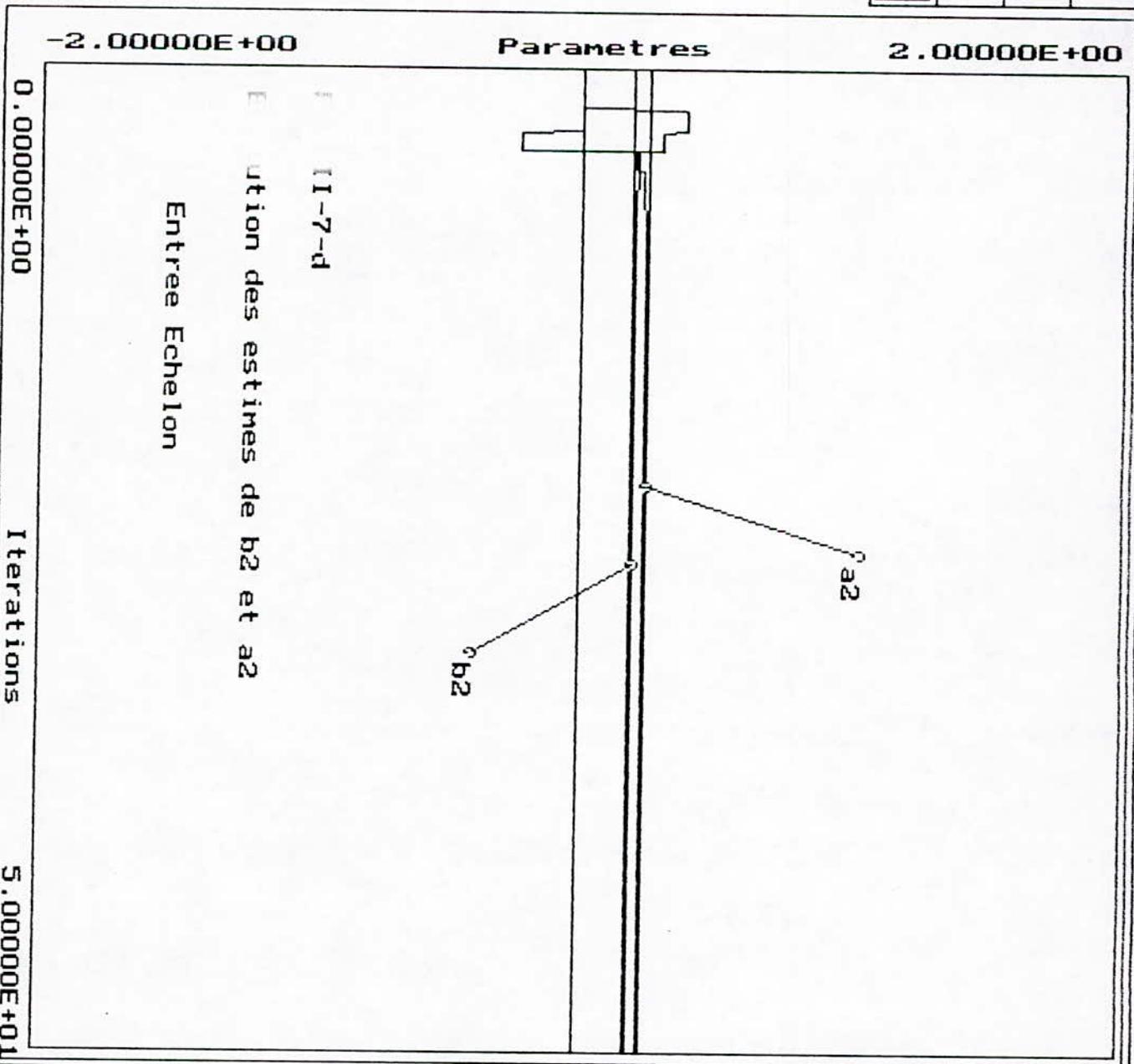


Trace constante

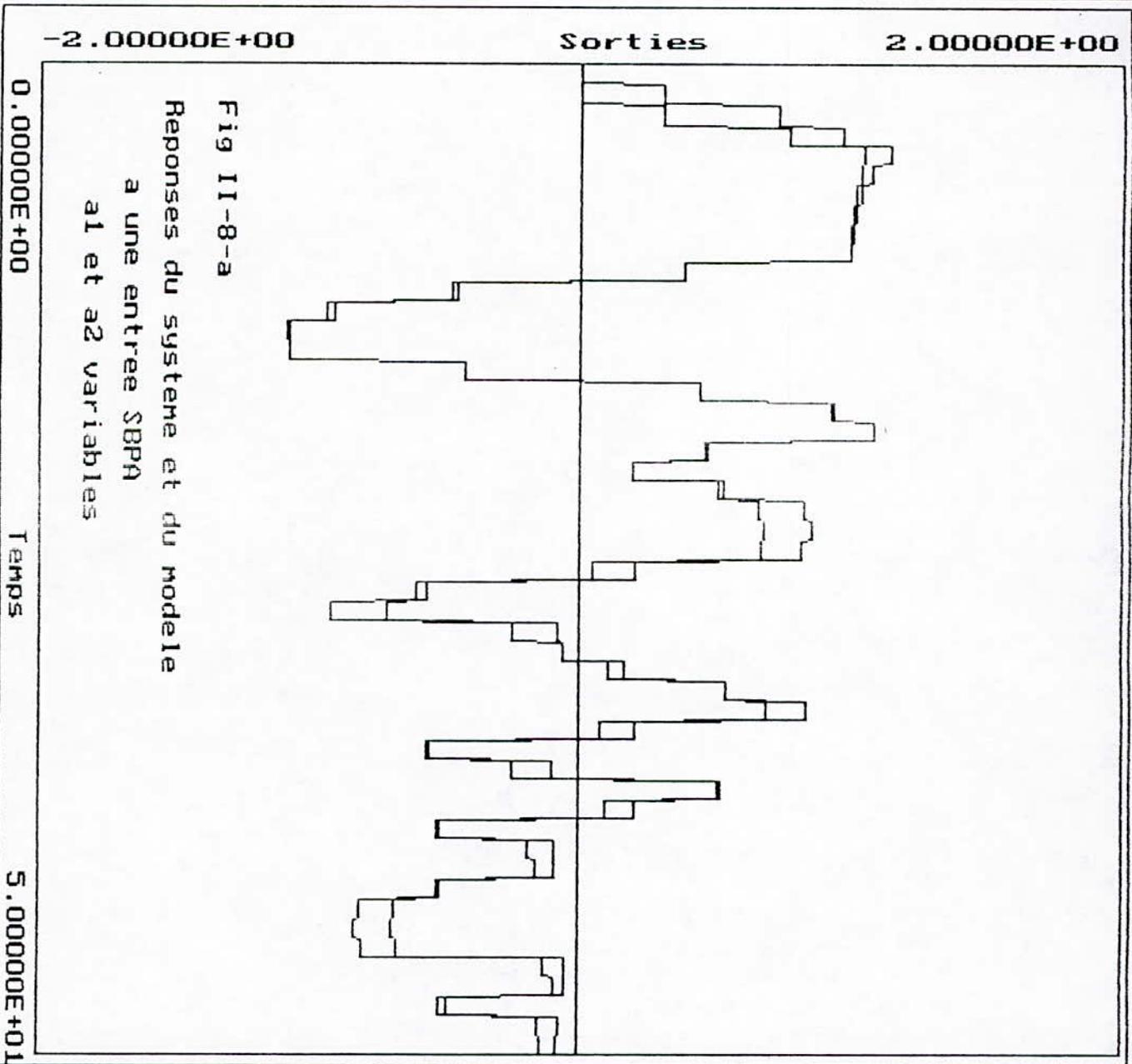
Fact oubli vari

Fact oubli fixe

Gain décroissant\*



Trace constante
Fact oubli vari
Fact oubli fixe
<b>Bain décroissant*</b>

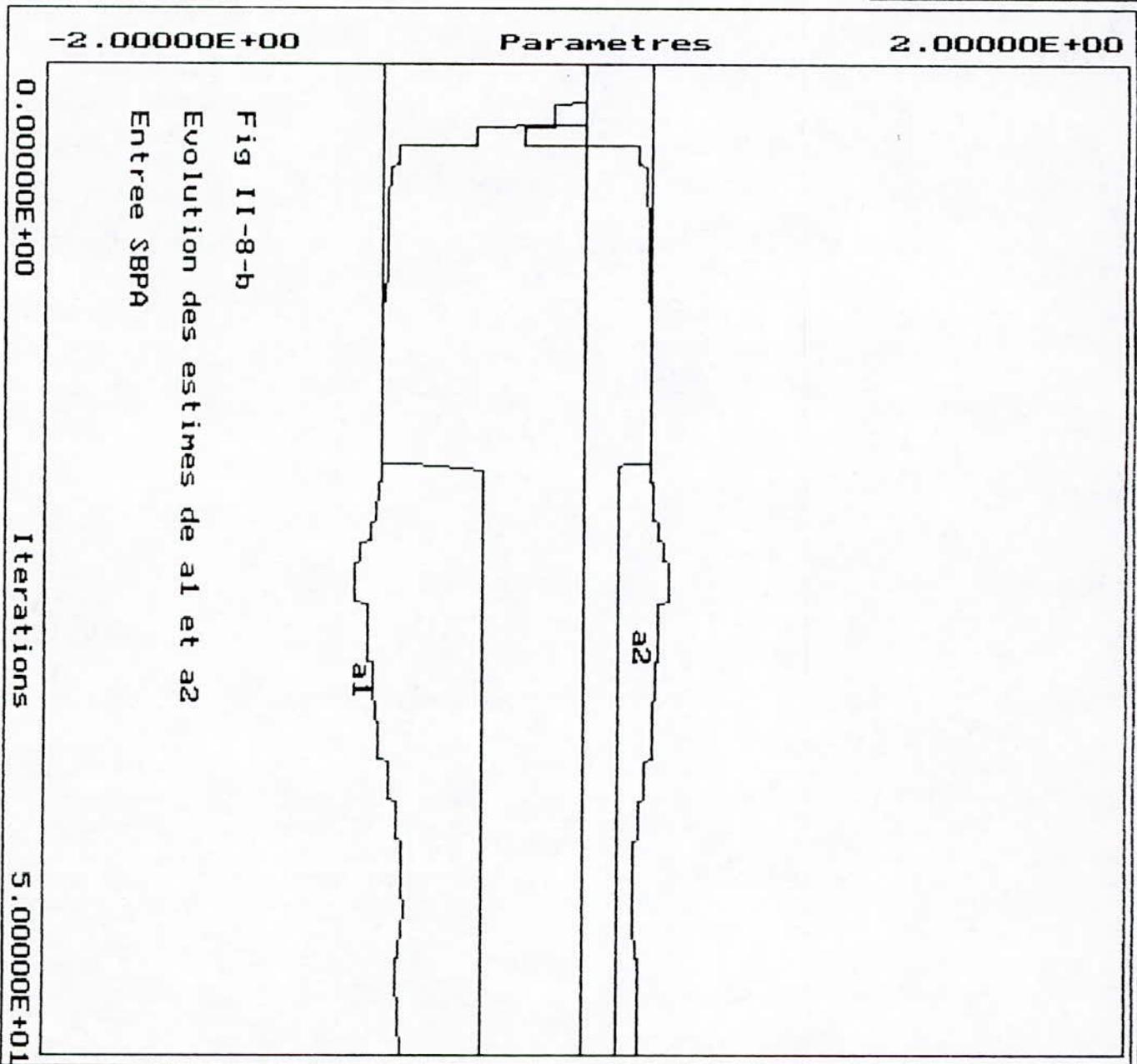


Trace constante

Fact oubli vari

Fact oubli fixe

Fact décroissant\*

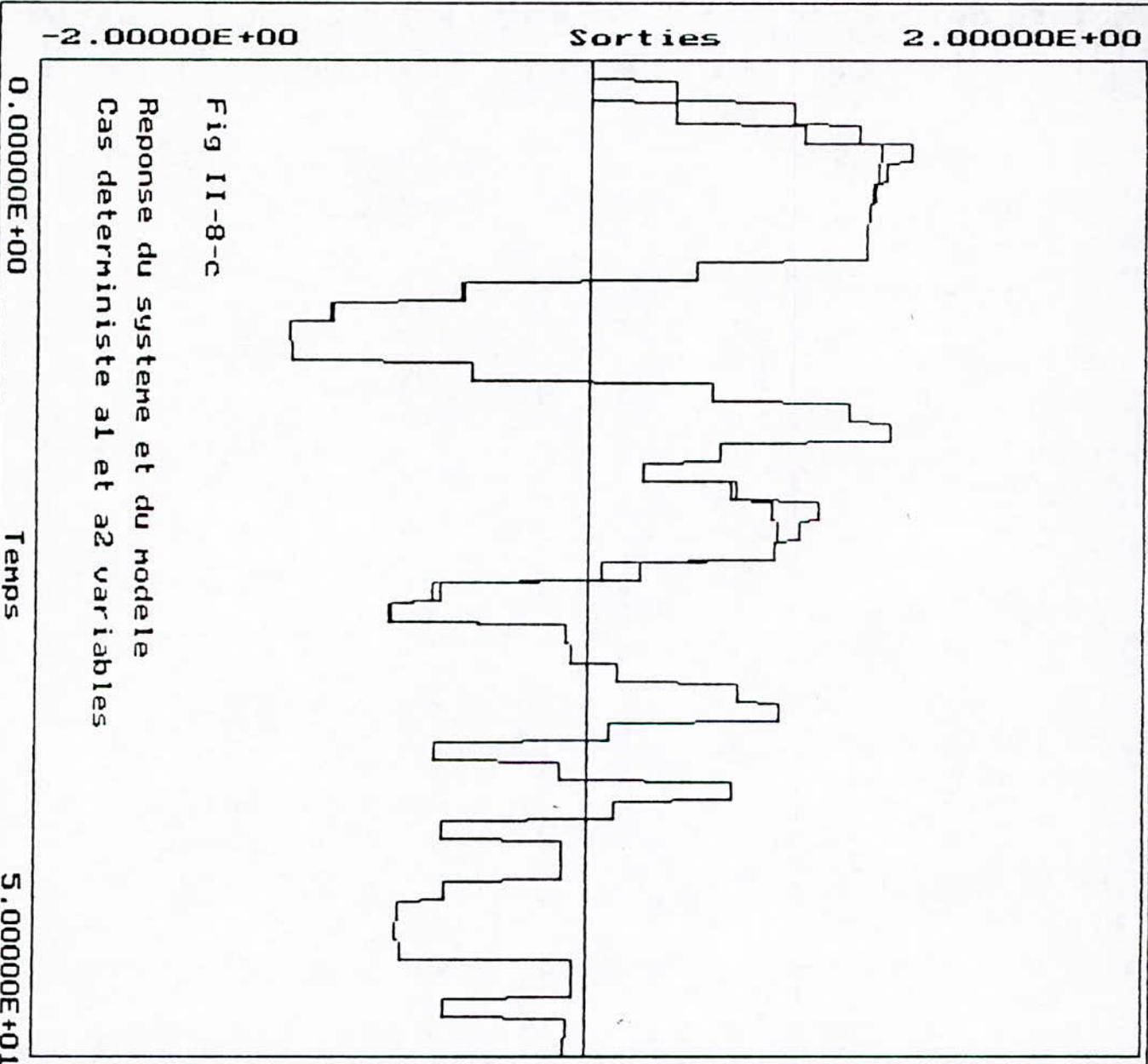


Trace constante

Fact oubli vari

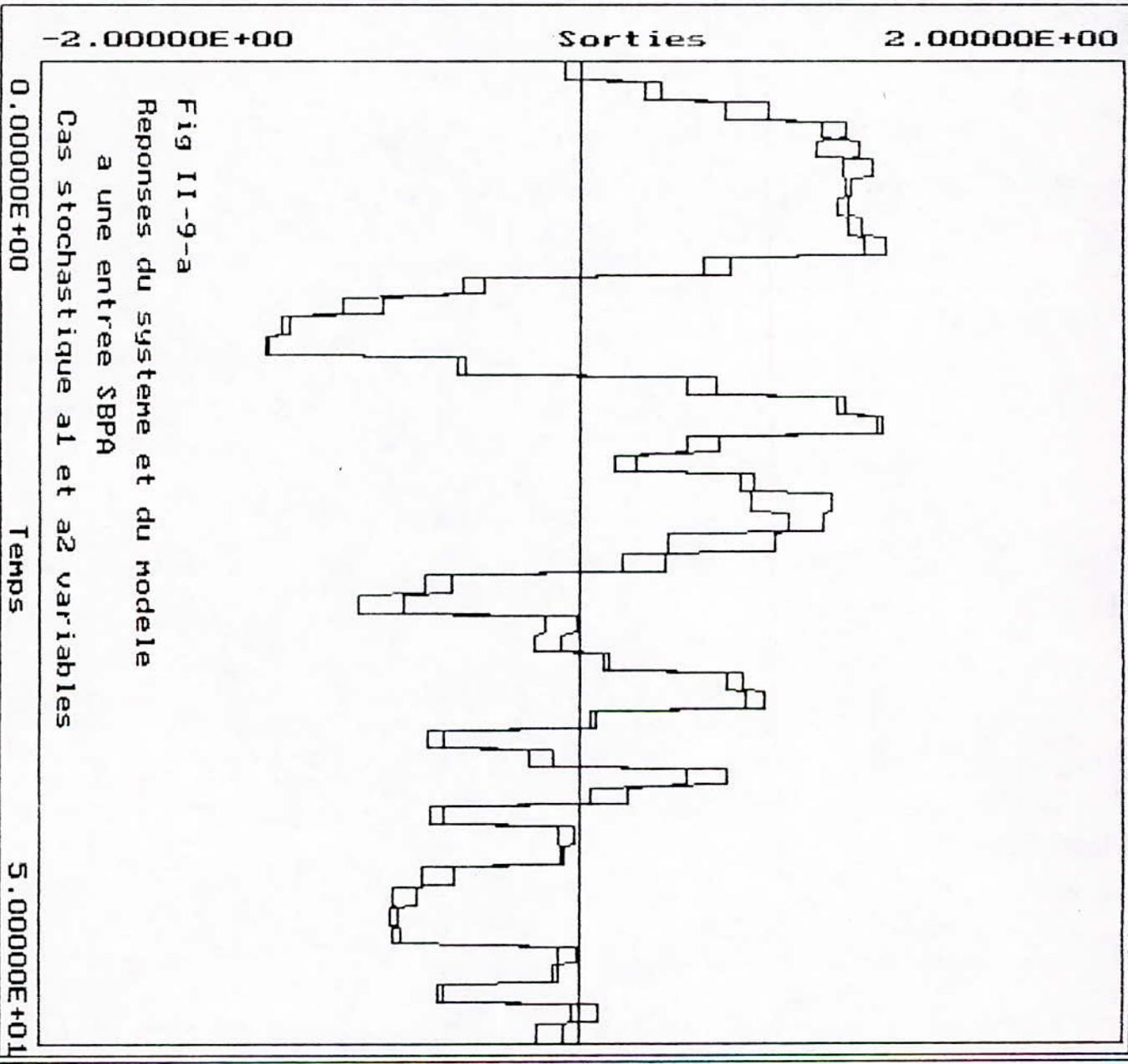
Fact oubli fixe

Gain décroissant





Trace constante *
Fact oubli vari
Fact oubli fixe
Gain décroissant







*CHAPITRE III*

***COMMANDE  
ADAPTATIVE***

### III-1) Introduction

#### III-1-1) Historique

Dans les années cinquante, la commande adaptative fit l'objet de recherches très actives dont le but était la conception de pilotes automatiques d'avions. A cause de l'absence de théories et de la mauvaise qualité de la technologie de l'époque, ces recherches furent un échec et l'intérêt pour la commande adaptative s'éteignit.

Des progrès furent réalisés au cours des années soixante dans la théorie de la commande (programmation dynamique, théorie de la stabilité, du contrôle stochastique, ...) qui permirent une meilleure maîtrise des algorithmes de commande adaptative développés ensuite dans les années soixante-dix.

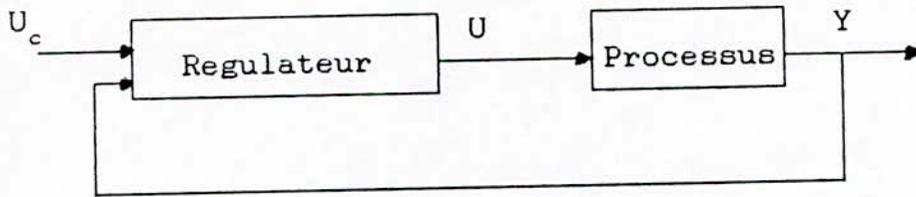
Depuis lors, les progrès de la micro-électronique ouvrirent les portes de l'industrie aux méthodes adaptatives qui n'ont cessé de s'améliorer tant du point de vue théorique que pratique.

#### III-1-2) Différentes approches.

Il existe plusieurs approches de commande adaptative:

- Commande adaptative à gain programmé (Gain scheduling).
- Commande adaptative à modèle de référence (MRAC ou MRAS Model Reference Adaptive Control or System).
- Regulateur auto-ajustable (STR Self Tuning Regulator)
- Commande duale (théorie de la commande stochastique).

Le point commun de toutes ces approches est la boucle classique de contre-réaction schématisée comme suit:



Mais le problème principal est la recherche d'un algorithme adéquat qui change les paramètres du régulateur en fonction de l'évolution de ceux du processus et des perturbations aléatoires; c'est là où réside la différence dans les schémas choisis.

a-Gain programmé

Lorsque les paramètres du système sont variables ou inconnus, une approche naturelle consiste à trouver des variables auxiliaires mesurables dont la variation est une image acceptable de l'évolution des paramètres du système.

On construit alors des lois de variations des paramètres du régulateur en fonction des variables auxiliaires mesurées.

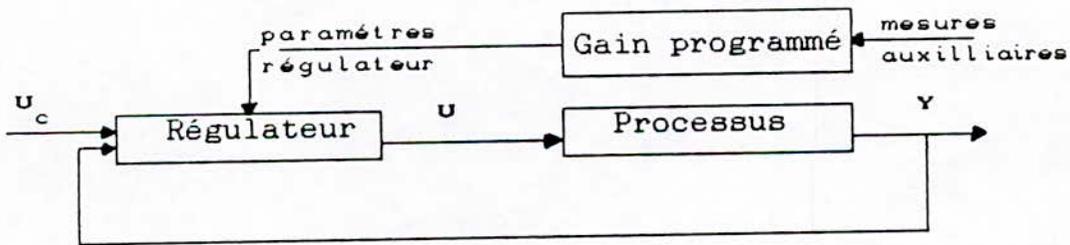


Fig III-1-1 : Boucle de réglage adaptatif à gain programmé

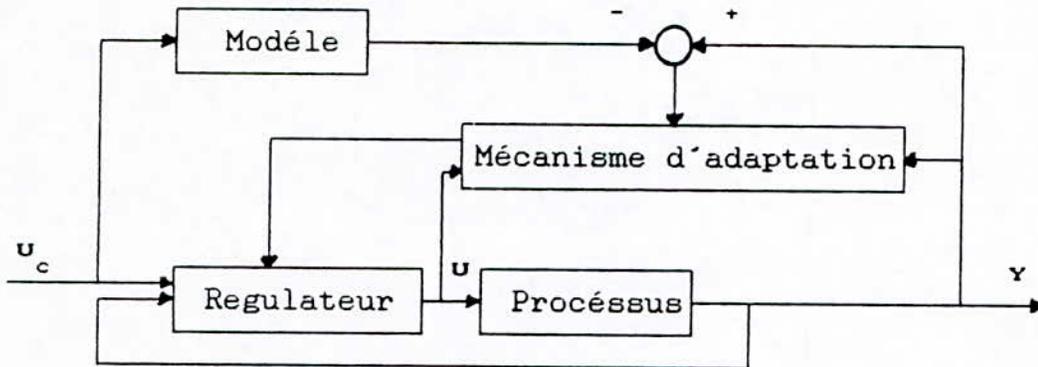
C'est le principe de la méthode du gain programmé dite aussi méthode d'adaptation en boucle ouverte car la variation des paramètres du régulateur ne dépend pas directement de la sortie du système.

b-Commande à modèle de référence (MRAC)

Dans cette approche, les performances désirées sont réalisées sous la forme d'un modèle à suivre.

L'écart entre la sortie du système et celle du modèle

est utilisé par un algorithme d'adaptation pour faire varier les paramètres du régulateur, dans le but de réaliser la meilleure poursuite possible (minimiser l'écart).



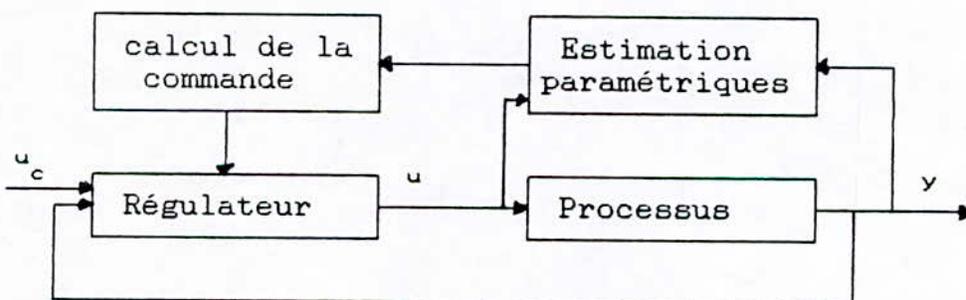
**Fig III-1-2 : Boucle de réglage adaptatif à modèle de référence**

c-Régulateur auto-ajustable

Le principe de cette approche est l'ajustement des paramètres du régulateur à l'aide d'une boucle externe.

Celle-ci est composée de deux blocs :

- un bloc d'estimation récursive.
- un bloc de calcul de la commande à partir des paramètres estimés



**Fig III-1-3 : Structure du régulateur auto-ajustable**

Le bloc d'estimation récursive est utilisé soit pour estimer les paramètres du système lui-même, c'est l'approche indirecte de la commande adaptative, soit pour estimer les paramètres du régulateur, on parle alors d'approche directe.

Plusieurs méthodes ont été utilisées pour cette estimation telles que les moindres carrés étendus ou généralisés, la variable instrumentale, le filtre de KALMAN et le maximum de vraisemblance.

Le bloc de calcul de la commande dépend de la méthode choisie : variance minimale, poursuite et régulation ou placement de pôles.

#### d-Commande duale

Dans le cas de la commande duale, introduite par FELDBAUM (1963), les paramètres inconnus sont traités comme des états additionnels du système, ce qui transforme même un très simple problème de commande linéaire en un problème de commande non linéaire stochastique.

Le régulateur est composé d'un estimateur non linéaire suivi par le régulateur proprement dit.

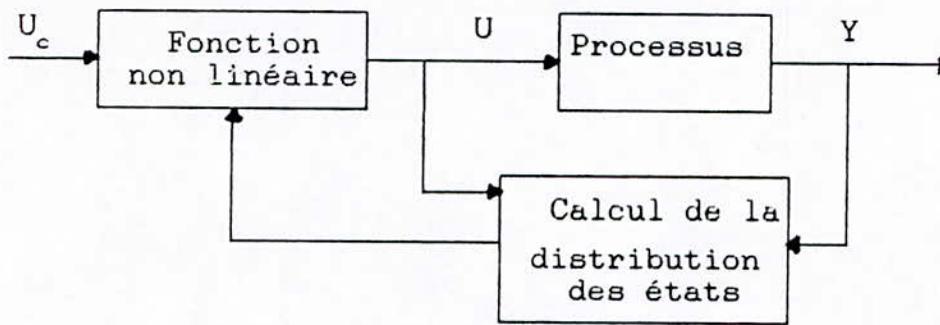


Fig III-1-4 : Schéma de la commande duale

#### III-1-3) Les stratégies de commande auto-adaptative

Après avoir présenté les différentes approches de la commande adaptative, nous nous sommes intéressés dans notre travail aux régulateurs auto-ajustables " *Indirects STR* " , pour lesquels nous présentons en détail les stratégies suivantes :

- Commande à variance minimale généralisée ( GMV ).
- Commande par poursuite et régulation avec pondération de l'entrée ( PRPE ).
- Commande par placement de pôles ( PP ).

Dans l'approche indirecte, on identifie les paramètres du système qui seront utilisés, à chaque instant, pour le calcul des paramètres du régulateur adaptatif.

Ceci est possible par utilisation du "principe de l'équivalence certaine" car on utilise les estimés comme s'il s'agissait des vrais paramètres.

III-2) Commande à Variance minimale généralisée

En automatique, pour un procédé soumis à des perturbations stochastiques, on cherche toujours à minimiser les fluctuations de la sortie du procédé et la consommation énergétique.

Pour ce faire, nous allons faire appel à la notion de variance qui représente l'écart quadratique d'une variable aléatoire par rapport à sa moyenne.

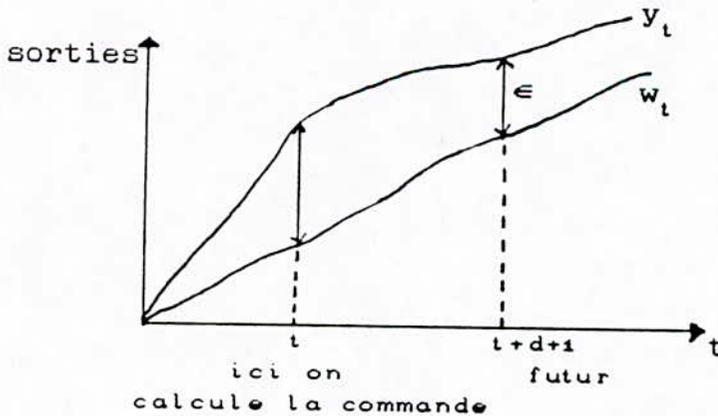
III-2-1) Calcul de la commande

Dans la commande des systèmes, on connaît étroitement le passé, mais on ne peut pas le contrôler ; par contre, on peut influencer le futur sans le connaître ; d'où le problème de la prédiction de la sortie future et du calcul de la commande adéquate pour qu'elle corresponde à la sortie désirée.

Le critere s'écrira donc:

$$J = E \left[ (y_{t+d+1} - w_{t+d+1})^2 + (Q(q^{-1})/C(q^{-1})u_t)^2 \right] \quad ( III-1 )$$

Schématisé comme suit :



E : Espérance mathématique conditionnelle car la loi de commande sera calculée à partir de l'information disponible (ensemble des mesures) .

$w_{t+d+1}$  : représente le signal de référence.

$y_{t+d+1}$  : sortie future du procédé.

$Q(q^{-1})/C(q^{-1})$  : pondération de la commande où

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda (1 - \beta q^{-1})}{(1 + \alpha q^{-1})} \quad \text{et} \quad C(q^{-1}) : \text{polynôme du bruit}$$

Le système considéré est décrit par le modèle ARMAX, défini au chapitre I.

$$\boxed{A(q^{-1}) \cdot y(t) = q^{-d} B(q^{-1}) \cdot u(t) + C(q^{-1}) \cdot e(t)} \quad (\text{III-2})$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_n q^{-n} \quad \text{noté A}$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_m q^{-m} \quad \text{noté B}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + c_2 q^{-2} + \dots + c_l q^{-l} \quad \text{noté C}$$

$e(t)$  : bruit blanc gaussien (stationnaire) de moyenne nulle et de variance  $\sigma^2$ .

$u(t)$  : l'entrée du procédé.

$y(t)$  : sortie du procédé.

$d$  : Retard du système (entier).

On remarque dans le critère que  $w(t+d+1)$  et  $u(t)$  sont des informations actuelles, mais  $y(t+d+1)$  ne l'est pas; c'est une information future, donc il faut la prédire.

De l'équation III-2 on tire :

$$\boxed{y(t+d+1) = \frac{B^*}{A} u(t) + \frac{C}{A} e(t+d+1)} \quad (\text{III-3})$$

$$\text{où } B^*(q^{-1}) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + a_m q^{-m+1}$$

Dans cette équation on remarque que  $y(t+d+1)$  est fonction de  $u(t)$  et  $e(t+d+1)$ . Le problème est alors d'exprimer  $y(t+d+1)$  en fonction des données futures de  $e(t)$ , ce qui s'exprime par une division de  $C$  par  $A$  jusqu'à l'ordre  $d$  (méthode

de la longue division ).

$$\frac{C}{A} = S' + q^{-(d+1)} \frac{R}{A} \quad (\text{III-4})$$

$$\text{où } S'(q^{-1}) = s_0' + s_1' q^{-1} + s_2' q^{-2} + \dots + s_d' q^{-d}$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + r_2 q^{-2} + \dots + r_{n-1} q^{-n+1}$$

d'où l'équation suivante :

$$\boxed{A.S' + q^{-(d+1)}.R = C} \quad (\text{III-5})$$

appelée équation Diophantine .

Le calcul de  $S'$  et de  $R$  se fait par résolution d'un système triangulaire inférieur  $M.x = b$  (voir Annexe D ).

En utilisant III-4 , III-3 s'écrit :

$$y(t+d+1) = \frac{B^*}{A} u(t) + S'e(t+d+1) + \frac{R}{A} e(t). \quad (\text{III-6})$$

Cherchons alors la meilleure prédiction de  $y(t+d+1)$  au sens des moindres carrés. Soit  $\hat{y}(t+d+1/t)$  cette prédiction (on prédit avec les informations disponibles à l'instant  $t, t-1, \dots$ ).

Il s'agit donc de minimiser le critère :

$$\begin{aligned}
 J_1 &= E \left[ (y(t+d+1) - \hat{y}(t+d+1/t))^2 \right] && \text{( III-7 )} \\
 J_1 &= E \left[ \left\{ \frac{B^*}{A} U(t) + \frac{R}{A} e(t) - \hat{y}(t+d+1/t) + S' e(t+d+1) \right\}^2 \right] \\
 J_1 &= E \left[ \left\{ \frac{B^*}{A} U(t) + \frac{R}{A} e(t) - \hat{y}(t+d+1/t) \right\}^2 \right] + E \left[ (S' e(t+d+1))^2 \right] + \\
 &+ 2 E \left[ \left\{ \frac{B^*}{A} U(t) + \frac{R}{A} e(t) - \hat{y}(t+d+1/t) \right\} (S' e(t+d+1)) \right] \\
 J_1 &= E \left[ \left\{ \frac{B^*}{A} U(t) + \frac{R}{A} e(t) - \hat{y}(t+d+1/t) \right\}^2 \right] + \left[ \sum_1^d S_i'^2 \right] \sigma^2 + \\
 &+ 2E \left[ \frac{S' B^*}{A} U(t) \cdot e(t+d+1) + \frac{R S'}{A} e(t) \cdot e(t+d+1) - \right. \\
 &\left. - S' e(t+d+1) \cdot \hat{y}(t+d+1/t) \right] && \text{( III-8 )}
 \end{aligned}$$

or  $e(t)$  est un bruit blanc dont les caractéristiques sont:

$$\phi_{xx}(0) = E [e^2(t)] = \sigma^2.$$

$$\phi_{xx}(\tau) = E [e(t)e(t+\tau)] = 0, \text{ pour } \tau \neq 0.$$

(autocorrelation).

$$\phi_{xy}(\tau) = E [e(t)y(t+\tau)] = 0, \quad \forall \tau \geq 0.$$

(intercorrelation).

donc :

$$\begin{aligned}
 E [u(t)e(t+d)] &= 0 ; E [e(t)e(t+d+1)] = 0 \\
 \text{et } E [e(t+d+1)\hat{y}(t+d+1/t)] &= 0.
 \end{aligned}$$

d'où :

$$J_1 = E \left[ \left\{ \frac{B^*}{A} U(t) + \frac{R}{A} e(t) - \hat{y}(t+d+1/t) \right\}^2 \right] + \left[ \sum_1^d S_i'^2 \right] \sigma^2 \quad \text{( III-9 )}$$

$J_1$  est minimal si le premier terme est nul donc

$$\boxed{\hat{y}(t+d+1/t) = \frac{B^*}{A} U(t) + \frac{R}{A} e(t)} \quad (\text{III-10})$$

C'est la meilleure prédiction au sens des moindres carrées.

Le critère à minimiser  $J$  devient :

$$J = E \left[ \left[ \hat{y}(t+d+1/t) + \xi(t+d+1) - w(t+d+1) \right]^2 + \left[ \frac{Q'}{C} u(t) \right]^2 \right] \quad (\text{III-11})$$

où  $\xi(t+d+1) = S' e(t+d+1)$ .

d'où

$$J = E \left[ \left[ \hat{y}(t+d+1/t) - w(t+d+1) \right]^2 \right] + E \left[ \xi^2(t+d+1) \right] + E \left[ \left[ \frac{Q'}{C} u(t) \right]^2 \right] + 2 \cdot E \left[ \left[ \hat{y}(t+d+1/t) - w(t+d+1) \right] \cdot \xi(t+d+1) \right]. \quad (\text{III-12})$$

Le quatrième terme étant nul ( $\xi(t)$  n'est corrélé qu'avec lui-même), on obtient :

$$J = E \left[ \left[ \hat{y}(t+d+1/t) - w(t+d+1) \right]^2 + \left[ \frac{Q'}{C} u(t) \right]^2 \right] + \left( \sum_1^d B_i'^2 \right) \sigma^2. \quad (\text{III-13})$$

Calculons  $u(t)$  qui minimise  $J$ :

$$\frac{\partial J}{\partial u_t} = 2E \left\{ \left[ \hat{y}(t+d+1/t) - w(t+d+1) \right] \frac{\partial \hat{y}(t+d+1/t)}{\partial u_t} + \left[ \frac{Q'}{C} u(t) \right] \frac{\partial}{\partial u_t} \left[ \frac{Q'}{C} u(t) \right] \right\}$$

De l'équation III-10 ,

$$\frac{\partial \hat{y}(t+d+1/t)}{\partial u_t} = b_1$$

Soit  $m(t) = \frac{Q'}{C} u(t) \rightarrow m(t) = \frac{\lambda(1-q^{-1})}{(1+\alpha q^{-1})C} u(t)$ .

$$m(t) = -\sum_1^l c_i m(t-i) - \sum_0^l \alpha \cdot c_i m(t-i-1) + \lambda \dot{u}(t) + \lambda \dot{u}(t-1). \text{ avec } c_0=1$$

d'où  $\frac{\partial m(t)}{\partial u_t} = \lambda$  .

et  $\frac{\partial J}{\partial u_t} = E \left\{ 2 \left[ \hat{y}(t+d+1/t) - w(t+d+1) \right] b_1 + 2 \frac{Q'}{C} u(t) \right\}$  ( III-14 )

$$\frac{\partial J}{\partial u_t} = 0 \text{ si :}$$

$$\hat{y}(t+d+1/t) - w(t+d+1) + \frac{Q}{C} u(t) = 0$$

( III-15 )

avec  $Q = \frac{\lambda(1-q^{-1})}{(1+\alpha q^{-1})}$  et  $\lambda = \lambda/b_1$

En exprimant  $e(t)$  en fonction de  $y(t)$  et  $u(t)$  ( équation III-2 ) , l'équation III-10 devient :

$$\hat{y}(t+d+1/t) = B^* \frac{C - q^{-(d+1)}R}{A.C} u(t) + \frac{R}{C} y(t) \quad (\text{III-16})$$

or  $C - q^{-(d+1)}R = A.S'$  (équation III-5)

d'où :

$$\hat{y}(t+d+1/t) = \frac{S}{C} u(t) + \frac{R}{C} y(t). \quad (\text{III-17})$$

avec  $S = B^*.S'$

L'expression de la commande appliquée au système à l'instant  $t$  peut alors être déduite des équations III-15 et III-17

$$u(t) = \frac{C.w(t+d+1) - R.y(t)}{S + Q} \quad (\text{III-18})$$

Remarque [10]

La commande optimale  $u(t)$  peut être obtenue en minimisant le critère  $J'$  donné par :

$$J' = E \left[ \left[ \phi(t+d+1) \right]^2 \right] \quad (\text{III-19})$$

avec  $\phi(t+d+1) = \hat{\phi}(t+d+1/t) + \xi(t+d+1)$

et  $\hat{\phi}(t+d+1/t) = \hat{y}(t+d+1/t) - w(t+d+1) + \frac{Q}{C} u(t)$

$\phi(t)$  étant définie comme une sortie auxiliaire et  $\hat{\phi}$  sa fonction prédite

$$J' = E \left[ \left[ \hat{\phi}(t+d+1/t) \right]^2 \right] + E \left[ \xi^2(t+d+1) \right] + 2.E \left[ \hat{\phi}(t+d+1/t) . \xi(t+d+1) \right]$$

le troisième terme est nul et  $E \left[ \xi^2(t+d+1) \right] = \left( \sum_1^d S_i'^2 \right) \sigma^2$

$J'$  est minimal par rapport à  $u(t)$  si :

$\hat{\phi}(t+d+1/t) = 0.$  qui correspond exactement à l'équation III-15 .

Alors la minimisation de  $J$  revient à minimiser  $J'$ .

Le critère imposé sera :

$$J' = E \left[ \left[ y(t+d+1) - w(t+d+1) + \frac{Q}{C} u(t) \right]^2 \right] \quad ( \text{III-20} )$$

La structure du régulateur est présentée en fig III-2-1

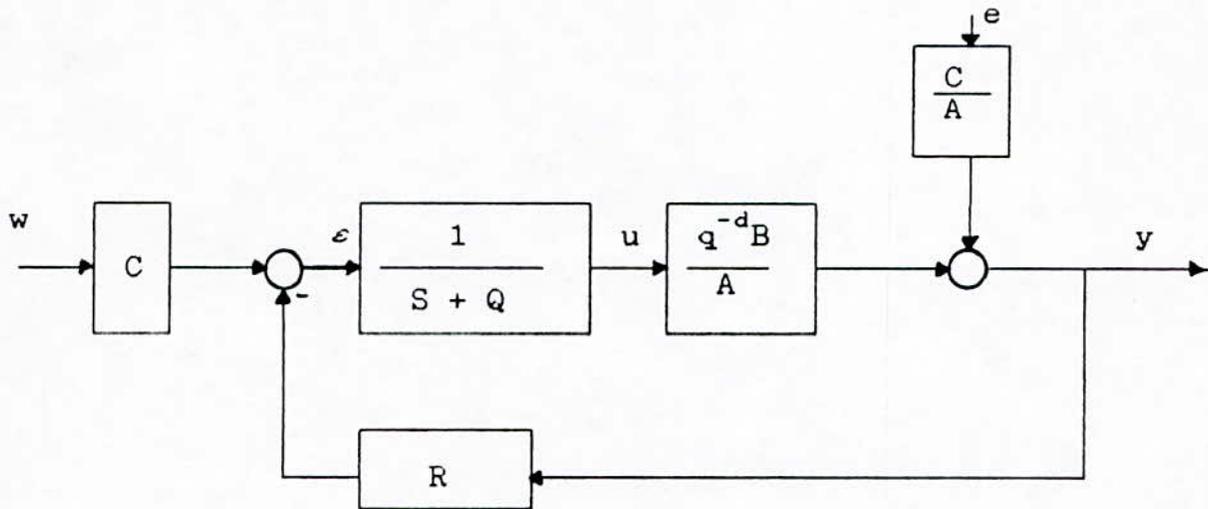


Fig III-2-1 : Boucle de réglage à variance minimale

$w(t+d+1)$  est généré à partir d'une fonction de transfert modèle, choisie sous la forme suivante :

$$w(t) = \frac{q^{-(d+1)} B_m}{A_m} r(t) \quad (r(t) \text{ est l'entrée de référence}).$$

et la fonction de transfert en boucle fermée s'obtient en utilisant les équations III-2 et III-18 ; on trouve

$$y(t) = \frac{q^{-(d+1)} B^* \cdot R}{A(S+Q) + q^{-(d+1)} B^* \cdot R} w(t+d+1) + \frac{C \cdot (S+Q)}{A(S+Q) + q^{-(d+1)} B^* \cdot R} e(t) \quad ( \text{III-21} )$$

En utilisant l'équation Diophantine

$$A \cdot S + q^{-(d+1)} R = C \implies A \cdot S \cdot B^* + q^{-(d+1)} R \cdot B^* = C \cdot B^*.$$

on trouve

$$y(t) = \frac{B^* \cdot C}{A \cdot Q + B^* \cdot C} w(t) + \frac{C \cdot (S + Q)}{A \cdot Q + C \cdot B^*} e(t). \quad (\text{III-22})$$

Si la pondération de la commande est nulle (Var-Min-Simple)

Alors

$$y(t) = w(t) + S \cdot e(t) \quad (\text{III-23})$$

Donc l'écart entre la sortie  $y(t)$  et la consigne  $w(t)$  est un processus MA d'ordre  $d$  (degré de  $S$ ), de variance :

$$(1 + s_1^2 + \dots + s_d^2) \cdot \sigma^2$$

Mais ce genre de commande ( $Q = 0$ ) ne convient que pour les systèmes à phase minimale (à ~~inverse~~ ~~instable~~), car le dénominateur de l'expression de la commande sera  $S$ , qui est un multiple de  $B^*$  ( $S = S \cdot B^*$ ); donc si  $B^*$  admet des zéros en dehors du cercle unité, la commande diverge.

C'est pour cette raison que le polynôme  $Q$  a été introduit, il va stabiliser la commande pour des systèmes à phase non minimale et ramener ses pôles à l'intérieur du cercle unité et ceci par le choix adéquat du coefficient  $\lambda$ .

### III-2-2) Structure du régulateur adaptatif:

Lorsque les paramètres du système sont inconnus, ou variables dans le temps, on les estime par l'algorithme des moindres carrés étendus.

La structure du régulateur est montrée en fig III-2-2

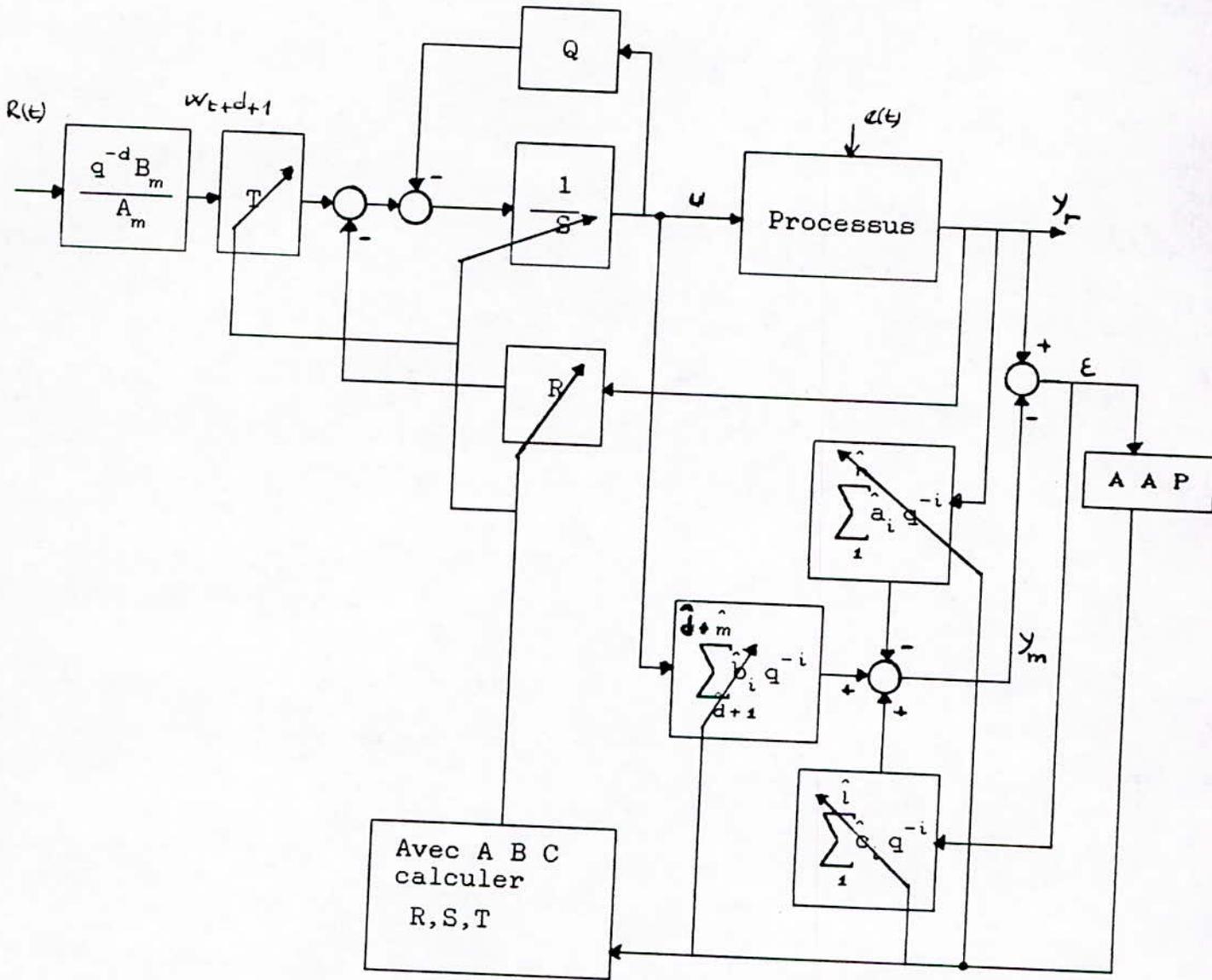


Fig III-2-2 :

R et S sont obtenus par résolution de l'équation Diophantine, à partir de  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$ . De même  $T = \hat{C}$

Reamrque :

Le polynôme Q est non ajustable, car il est choisi par l'utilisateur, sans intervention d'algorithme récursif de pondération.

Algorithme de réglage

La commande initiale  $u = 0$ . choisir  $u_{max}$   
 Simuler  $w(t)$  d fois.

1-Simuler système (processus).

Générer  $w(t+d+1)$ .

2-Identification.

3-Calcul R,S,T par résolution de l'équation Diophantine.

Calcul de la commande par III-18.

Limitation de la commande entre  $+u_{\max}$  et  $-u_{\max}$ .

Refaire étapes 1,2 et 3 à chaque pas.

Remarque:

Si on introduit une action intégrale dans la chaîne directe, alors au lieu de résoudre III-5, on résoud

$$A.(1 - q^{-1}).S' + q^{-(d+1)}.R = C \quad (\text{III-24})$$

avec  $\deg S' = d$  et  $\deg R = n$ .

et le résultat sera  $S'' = S'(1 - q^{-1})$  qui va être utilisé comme  $S'$  dans le calcul de la commande.

III-2-3) Résultats de simulation

Le système simulé est donné par

$$A = 1 - 1.2q^{-1} + 0.35q^{-2} = (1 - 0.7q^{-1})(1 - 0.5q^{-1})$$

$$B = q^{-1} - 0.6q^{-2}$$

$$C = 1 - 0.5q^{-1} - 0.36q^{-2} = (1 - 0.9q^{-1})(1 + 0.4q^{-1})$$

$$\sigma^2 = 0.025 \text{ et } \mu = 0.$$

A et B sont stables.

Le choix de  $C(q^{-1})$  stable est obligatoire, car ce sont les pôles en boucle fermée.

La référence  $R(t)$  est un signal carré d'amplitude 1 et de période 100.

\* Les figures III-2-3-a à e montrent respectivement la sortie, la commande et l'évolution des paramètres de A, B et C pour une trajectoire à suivre décrite par :

$$A_m = 1 - 0.78q^{-1} + 0.36q^{-2}.$$

$$B_m = 0.34q^{-1} + 0.24q^{-2}$$

L'algorithme d'identification étant à gain décroissant avec

$g(0)=1000$ , les paramètres initiaux sont choisis nuls sauf  $b_1$  ( $b_1=1$ )

Après un transitoire, dû à la méconnaissance des véritables paramètres, la sortie du système suit très bien le modèle imposé même si les paramètres convergent vers des valeurs biaisées.

\* Pour illustrer les capacités de poursuite de l'algorithme, nous avons imposé comme modèles un échelon (fig III-2-4-a) puis une rampe (fig III-2-4-b). Le système répond très bien.

\* Paramètres variables

Pour commencer, nous avons destabilisé le pôle  $-0.7$  qui passe à  $-1.4$  à l'instant 50 d'où :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.9q^{-1} + 0.7q^{-2}$$

Le modèle à suivre étant donné par :

$$A_m = 1 - 0.606q^{-1}$$

$$B_m = 0.393q^{-1}$$

On voit (fig III-2-5-a) que le régulateur réagit bien et maintient la poursuite du modèle après variation des paramètres. La fig III-2-5-b montre la commande. Les paramètres  $\hat{a}_1$  et  $\hat{a}_2$  convergent bien vers les valeurs réelles grâce à l'algorithme à trace constante ( $tr=600$ ,  $c=0.97$ ) (fig III-2-5-c).

Dans un autre essai, en gardant le modèle à suivre et l'algorithme d'identification précédents, on fait varier  $B$  de manière à rendre le système à phase non minimale, en prenant soin de choisir une pondération  $Q$ .

A  $t=50$   $B = 0.31q^{-1} + 0.58q^{-2}$ , il reprend sa valeur initiale à 150 et on choisit  $Q = 0.5(1 - q^{-1})$

La sortie et la commande du système ont plus de mal à se stabiliser par rapport au cas précédent (fig III-2-6-a et b)

Ce fait peut être expliqué par le choix de la pondération : un autre choix donnerait peut-être de meilleurs résultats. La figure III-2-6-c montre l'évolution des paramètres  $\hat{b}_1$  et  $\hat{b}_2$  qui convergent assez bien.

\* Variation du retard

A  $t=50$ , le retard augmente de 1 (il revient à l'état initial à  $t=150$ ); ayant surestimé le degré de B ( $\text{deg } \hat{B}=3$ ) et pris  $Q = (1-q^{-1})$ , on a représenté en fig III-2-7-a et b les réponses du système respectivement sans identification puis en l'introduisant.

La réponse dans le cas adaptatif est comme on le voit la meilleure. Les fig III-2-7-c et d montrent l'évolution des paramètres  $\hat{b}_1$ ,  $\hat{b}_2$  et  $\hat{b}_3$ .

Entre 50 et 150,  $\hat{b}_1$  oscille autour de zéro avec de faibles amplitudes, tandis que  $\hat{b}_2$  prend la valeur 1 et  $\hat{b}_3$  oscille avec de grandes amplitudes ce qui montre que le retard a été bien identifié. Au delà de 150, les paramètres reprennent leurs valeurs initiales avec un certain biais d'identification.

\* Cas d'une perturbation constante: (Régulation)

Pour simuler l'introduction d'un échelon de perturbation, on a pris  $\mu=1$ .

Dans le cas simple (sans identification) le régulateur à variance minimale ne peut éliminer l'écart permanent (fig III-2-8-a). Il faut donc utiliser une intégration; ce qui a été fait (fig III-2-8-b).

Dans le cas adaptatif, la régulation compense la composante constante de la perturbation, sans l'aide de l'intégration (fig III-2-8-c).

Les fig III-2-8-d et e montrent la convergence des paramètres du système vers des valeurs biaisées.

#### III-2-4) Conclusion

Le dénominateur de la fonction de transfert en BF étant égal  $B^*C$ , le modèle de perturbation doit être à phase minimale, pour assurer la stabilité en boucle fermée. Une cause importante de la divergence de la commande est la mauvaise estimation de  $C(q^{-1})$ ,  $\hat{C}$  pouvant être instable.

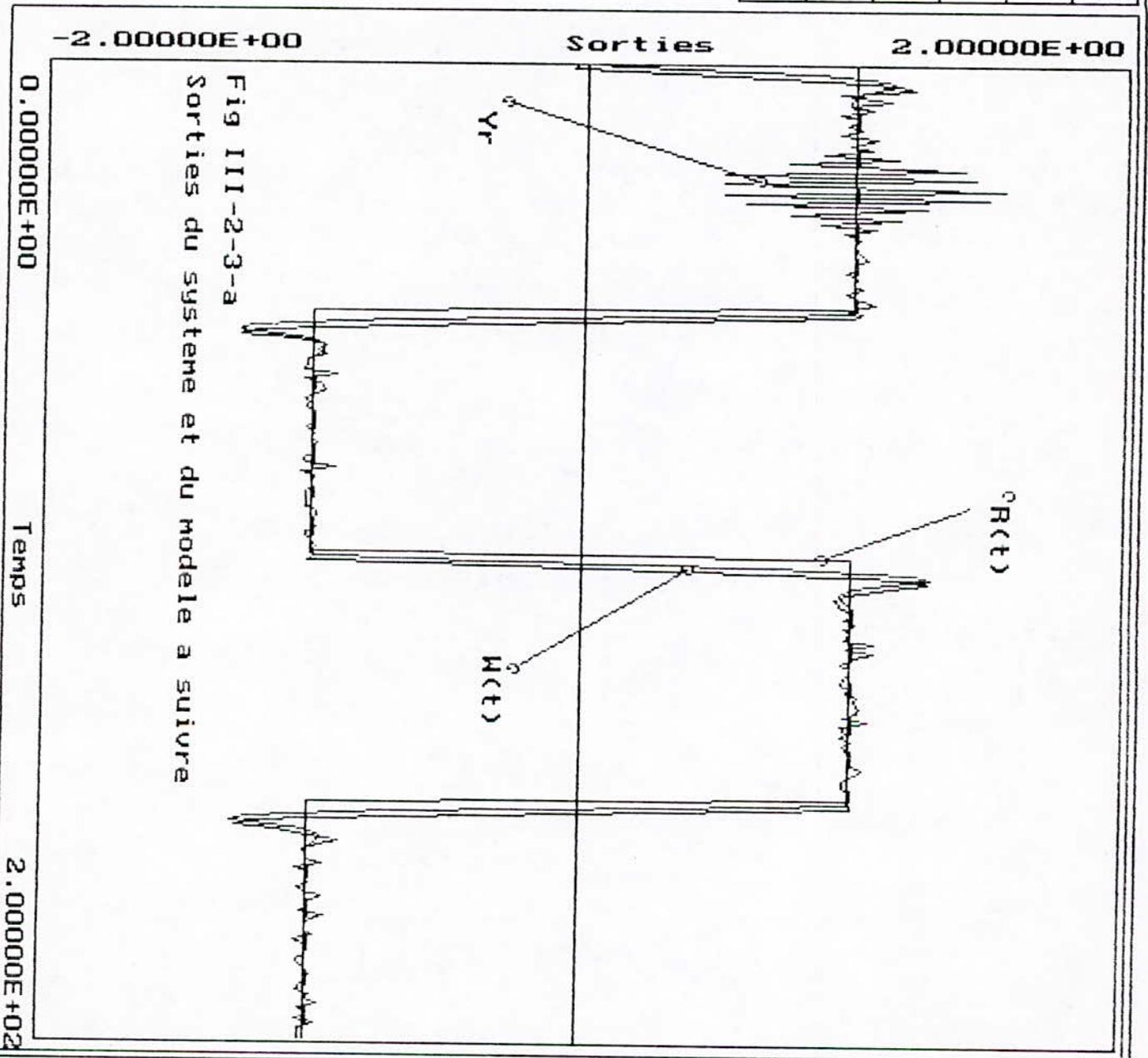
L'algorithme à variance minimale adaptatif est robuste par rapport aux variations des paramètres (même sévères) à condition que  $\hat{B}$  et  $\hat{C}$  restent dans la zone de stabilité.

La simulation faite en variant  $B$  (en le destabilisant) a besoin d'une pondération déjà prête dont la valeur reste constante sur l'horizon de simulation ; ce qui nous oblige à connaître à priori la zone de variation de  $B$ , le problème qui se pose étant de choisir une pondération  $Q$  valable pour toute la zone de variation.

Pour la variation du retard, les résultats de la simulation sont bons à condition de choisir un modèle d'identification surparamétré ( $\hat{m}=m+1$ ) et une pondération  $Q$  adéquate ( $\hat{b}_1$  devenant très faible lorsque le retard varie ce qui peut entraîner la divergence de l'algorithme, division par zéro).

L'algorithme peut dans certains cas compenser une perturbation constante sur la sortie, sans intégration, en introduisant un biais sur l'estimation des paramètres..

<b>Commande a VarMin</b>
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande a VarMin

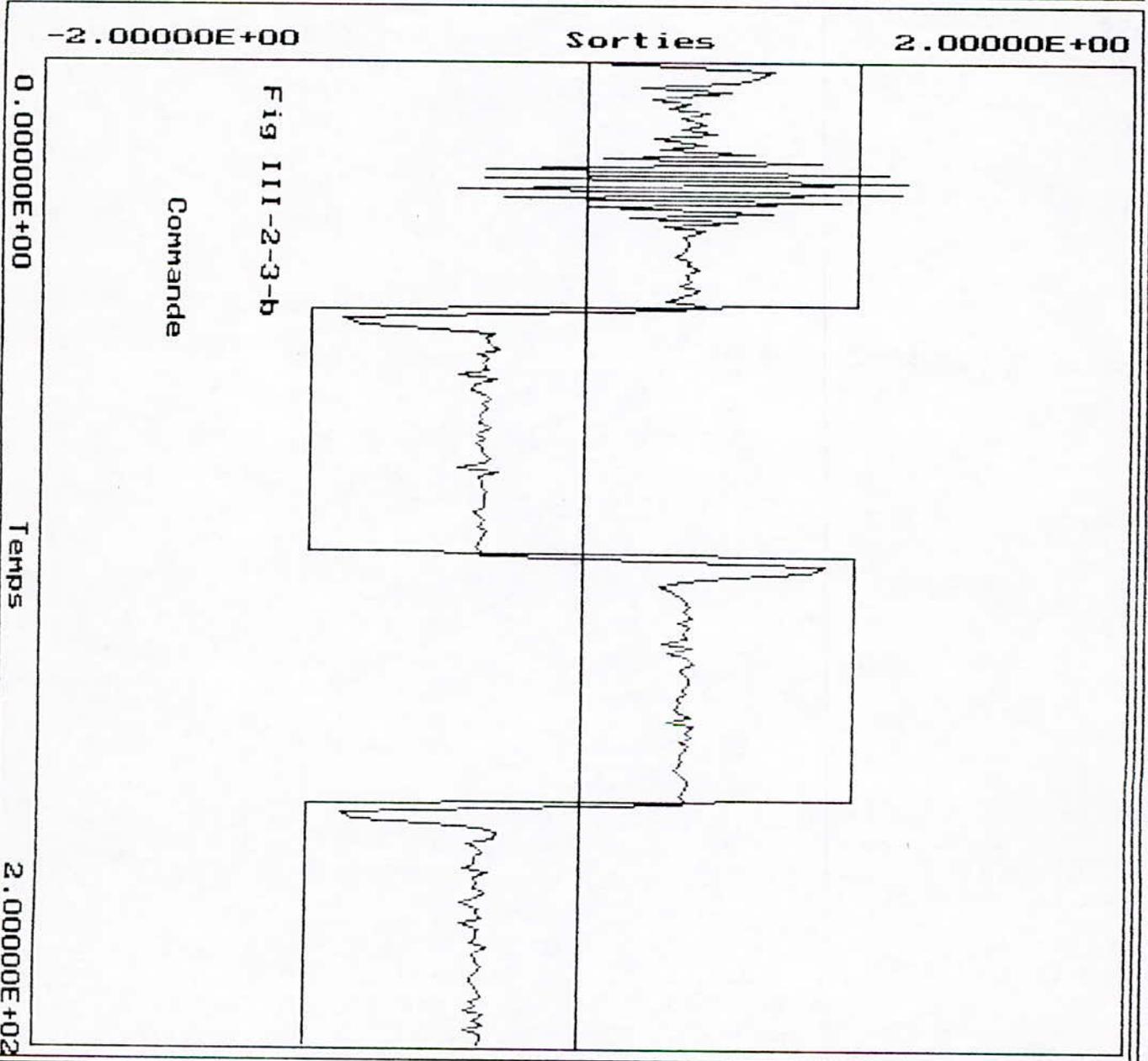
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a VarMin

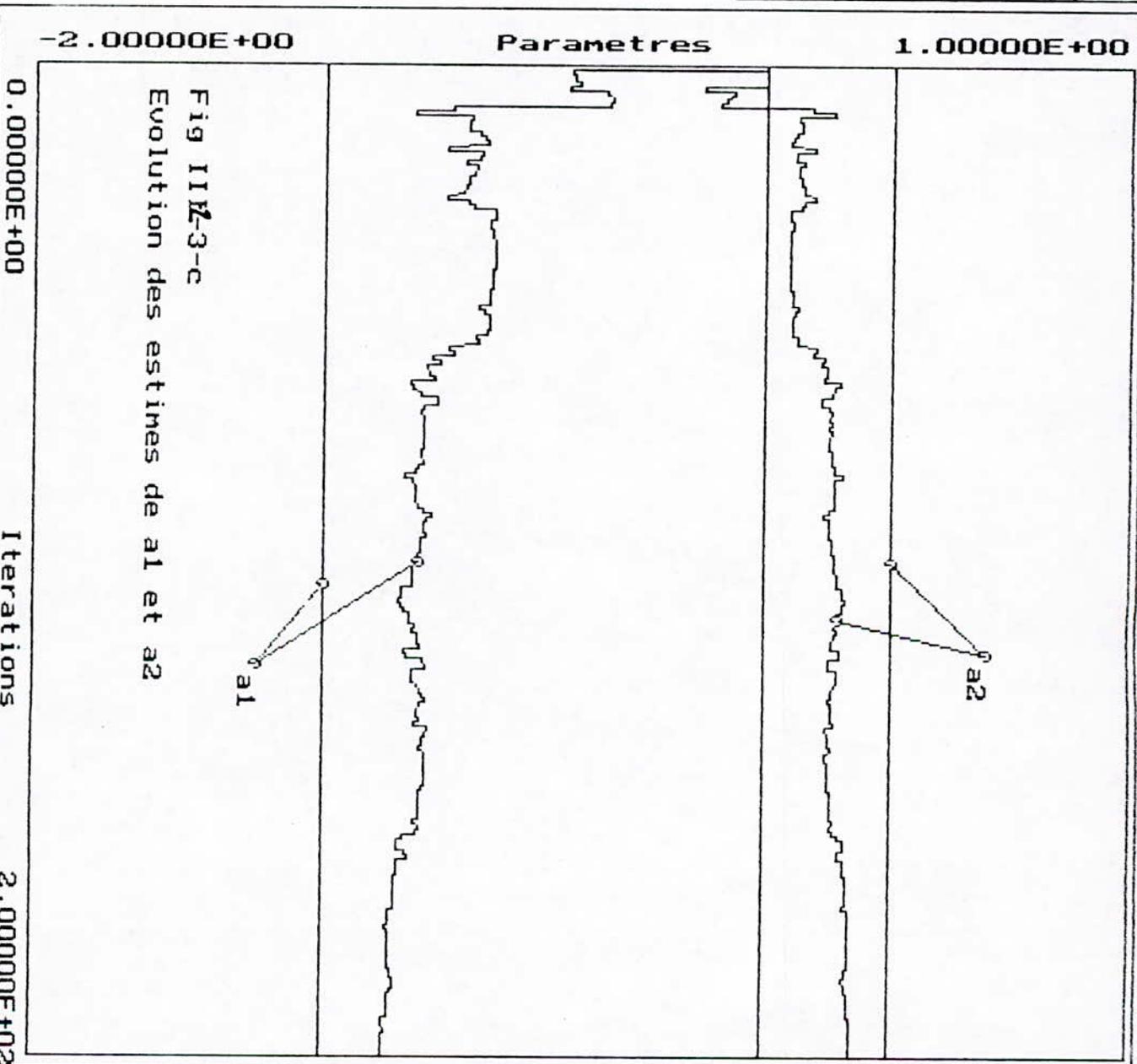
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a VarMin

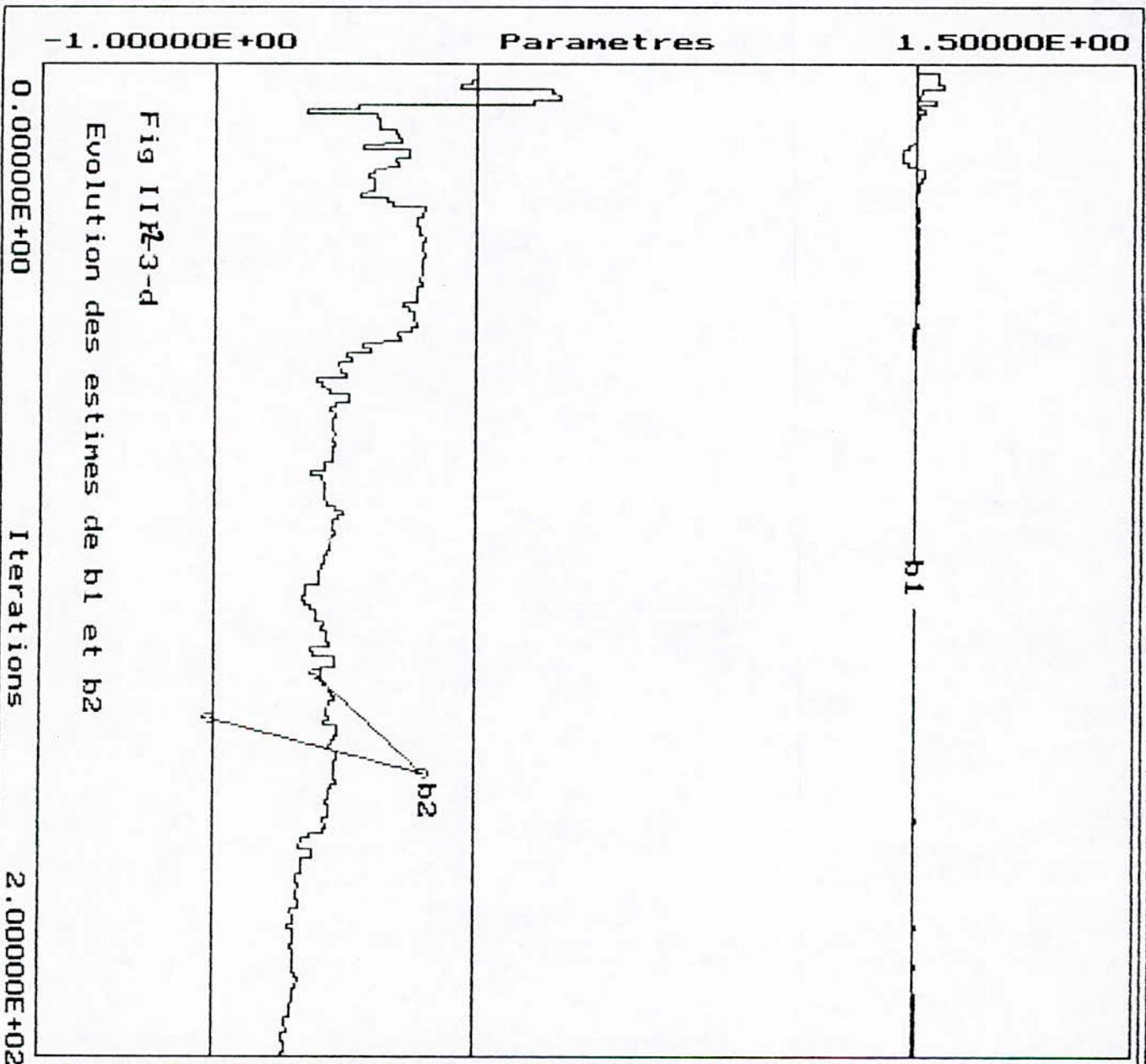
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a VarMin

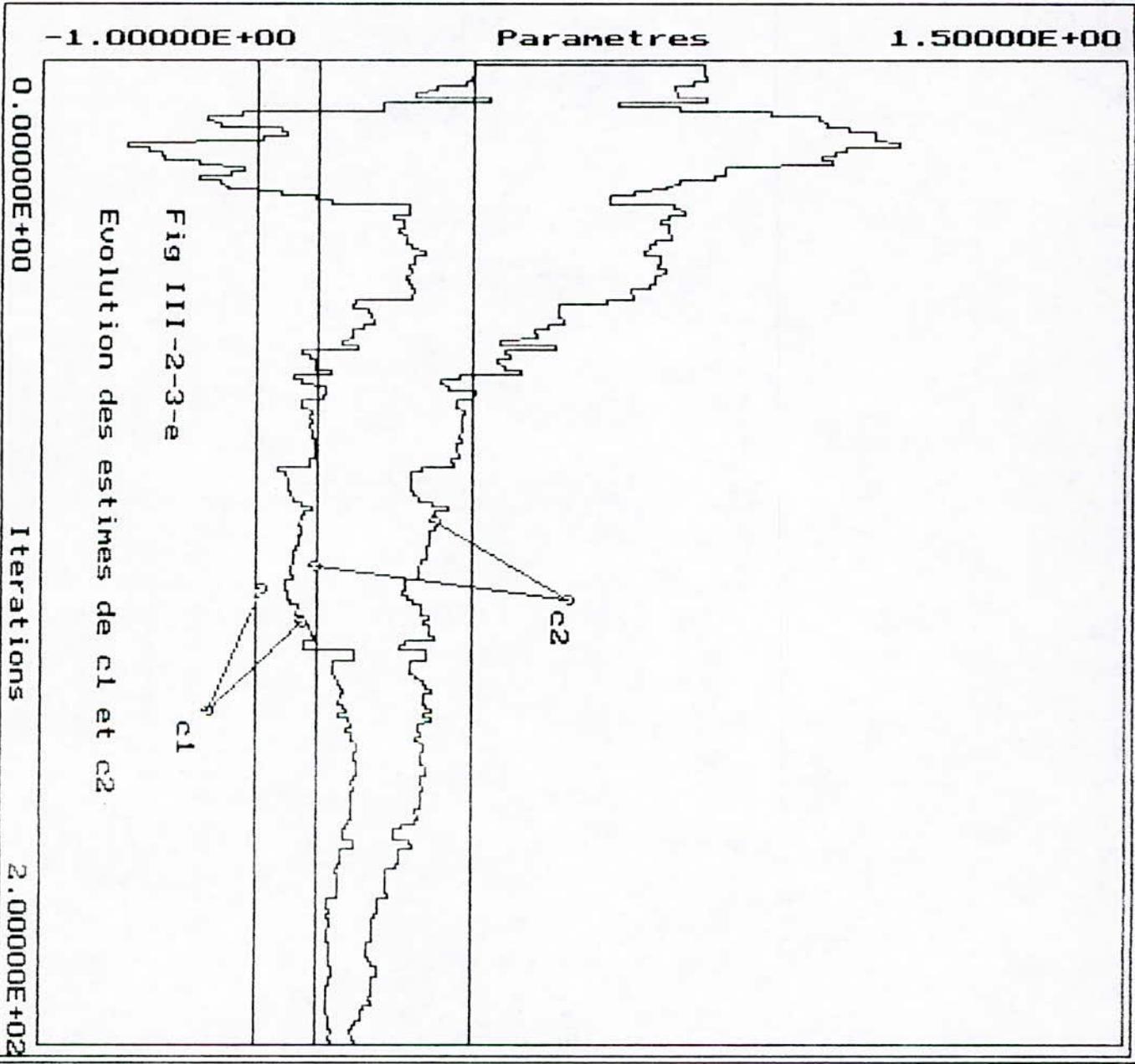
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a VarMin

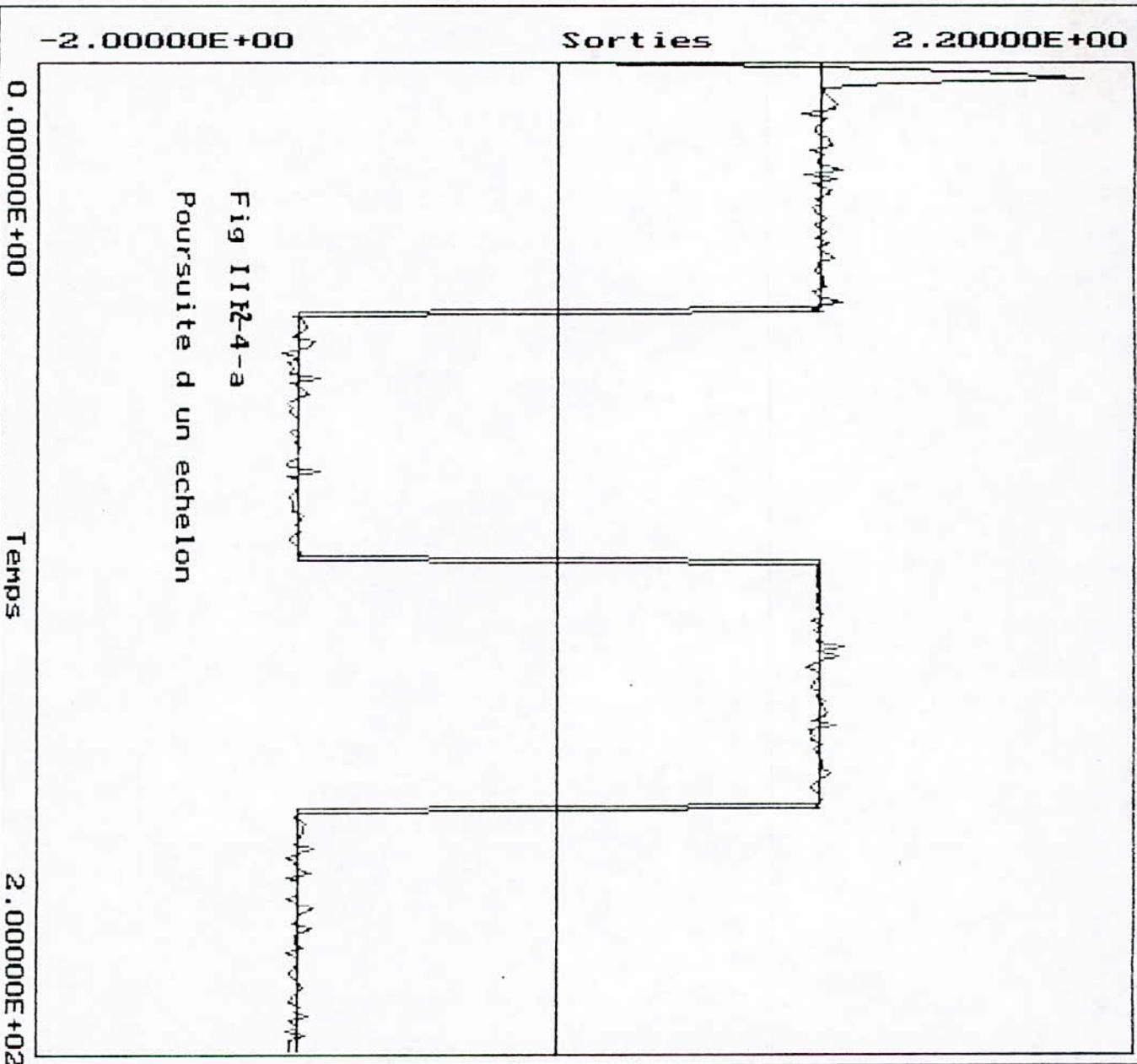
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a Varhin

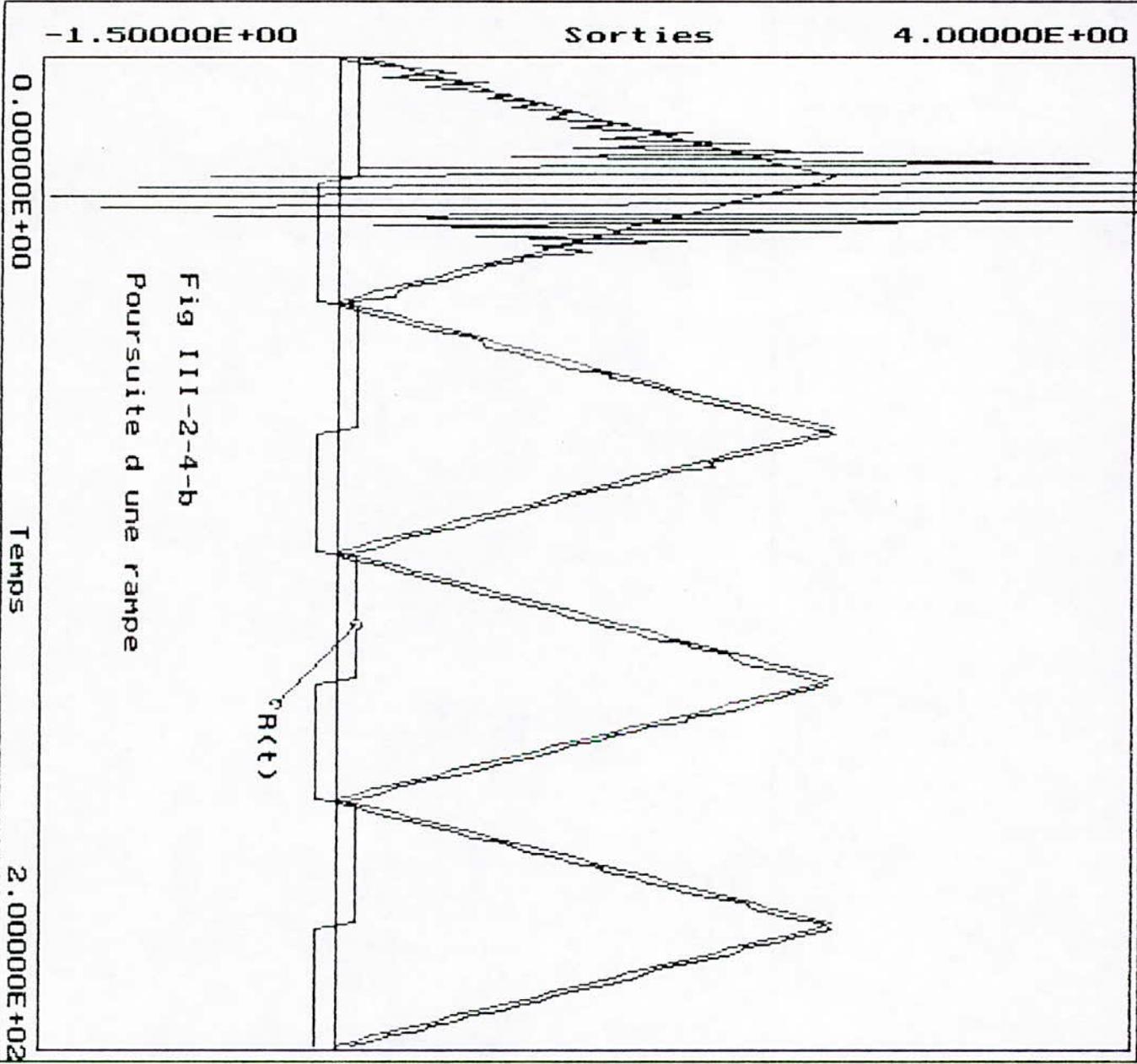
Poursuite, regulat

Placement poles

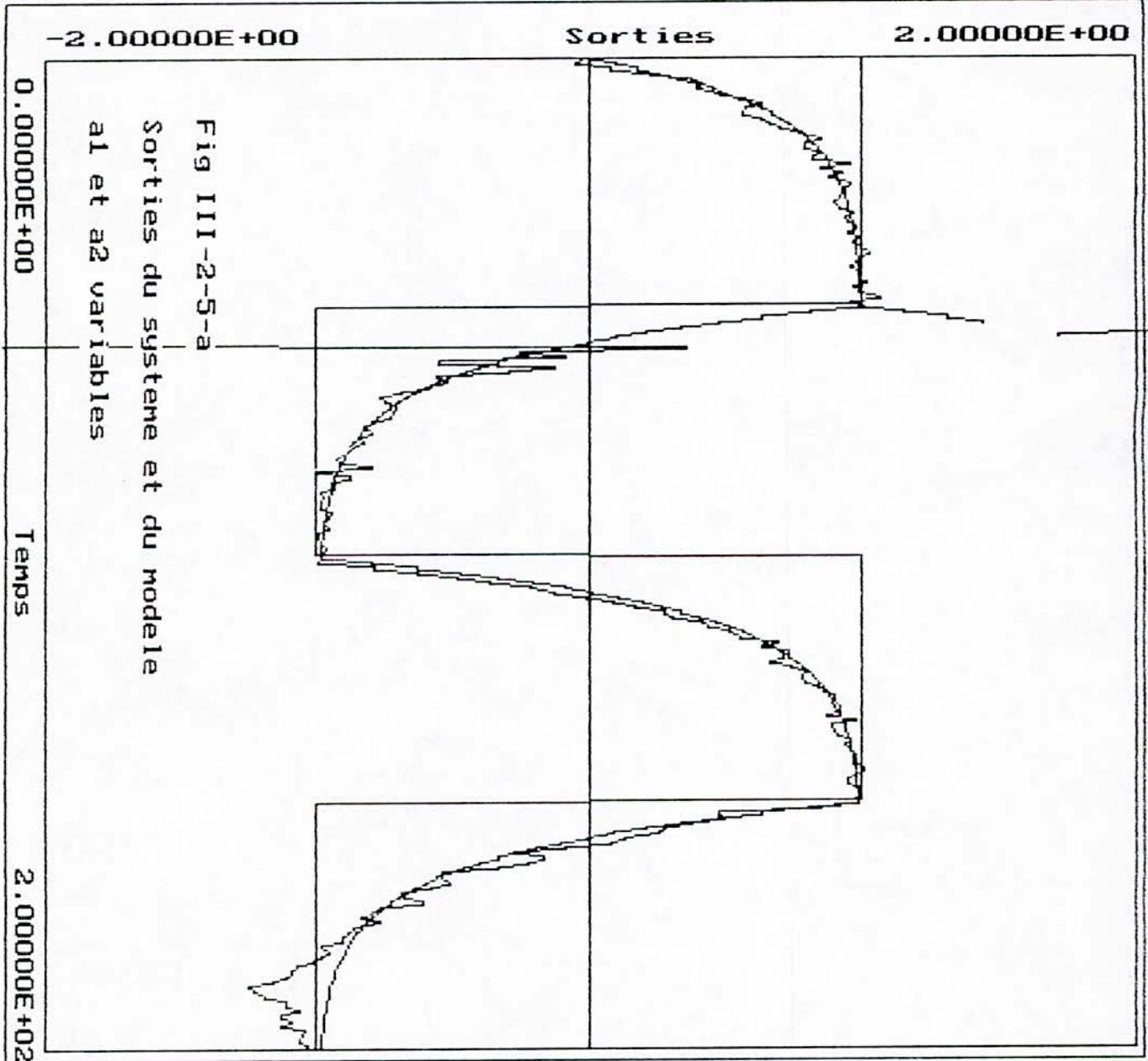
Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a VarMin
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande a VarMin

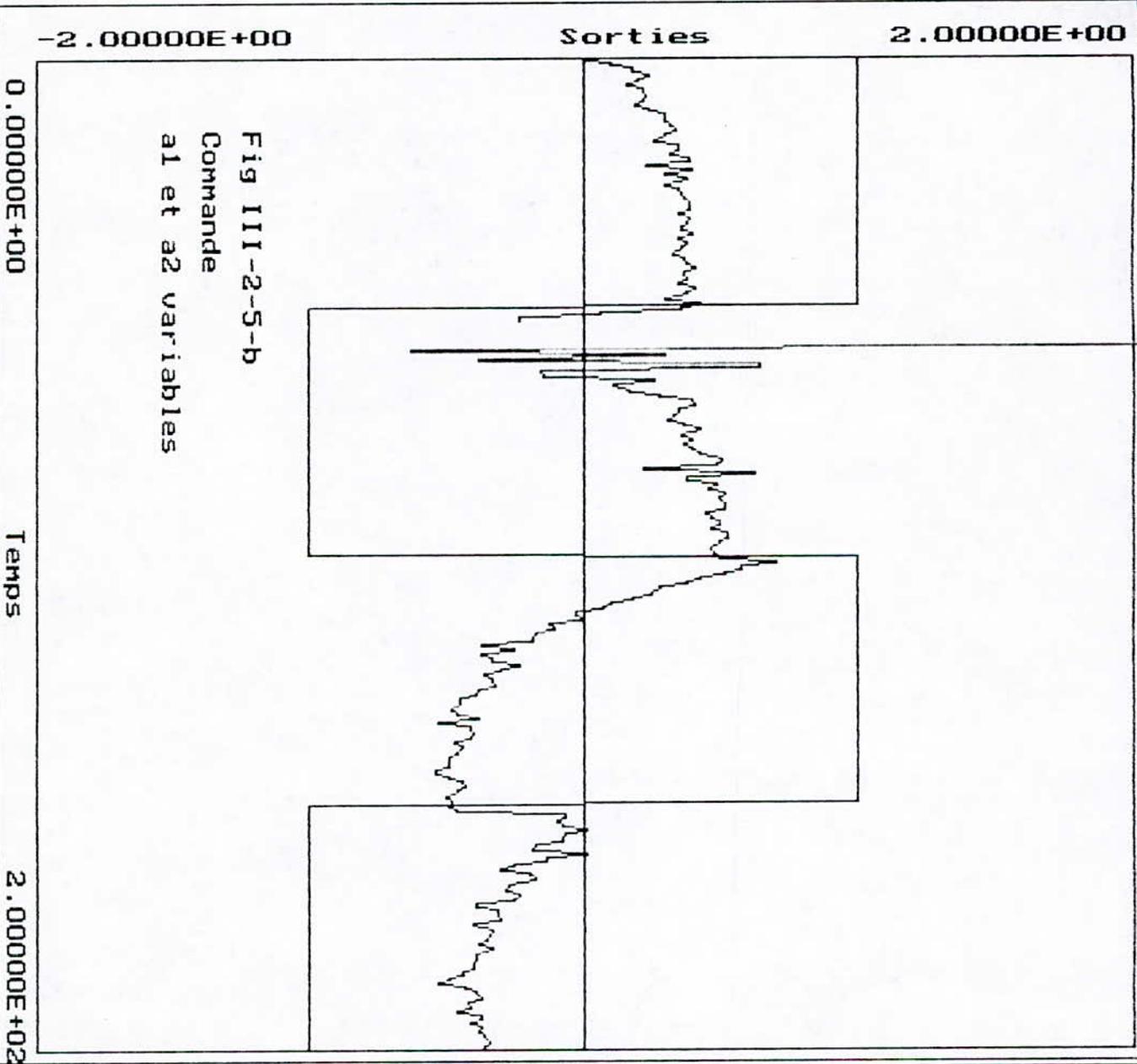
Poursuite, regulat

Placement poles

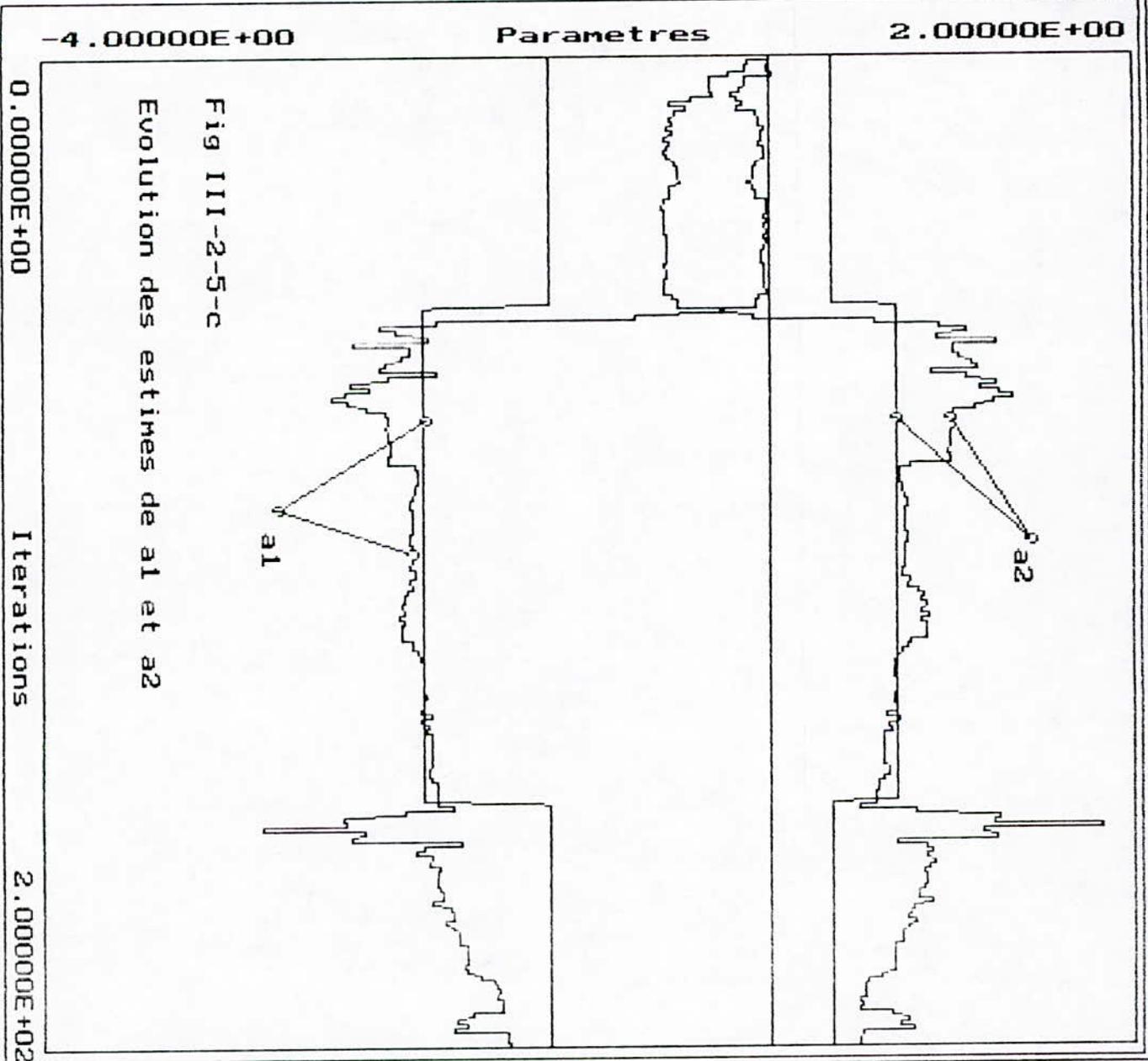
Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



<b>Commande a VarMin</b>
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande a VarMin

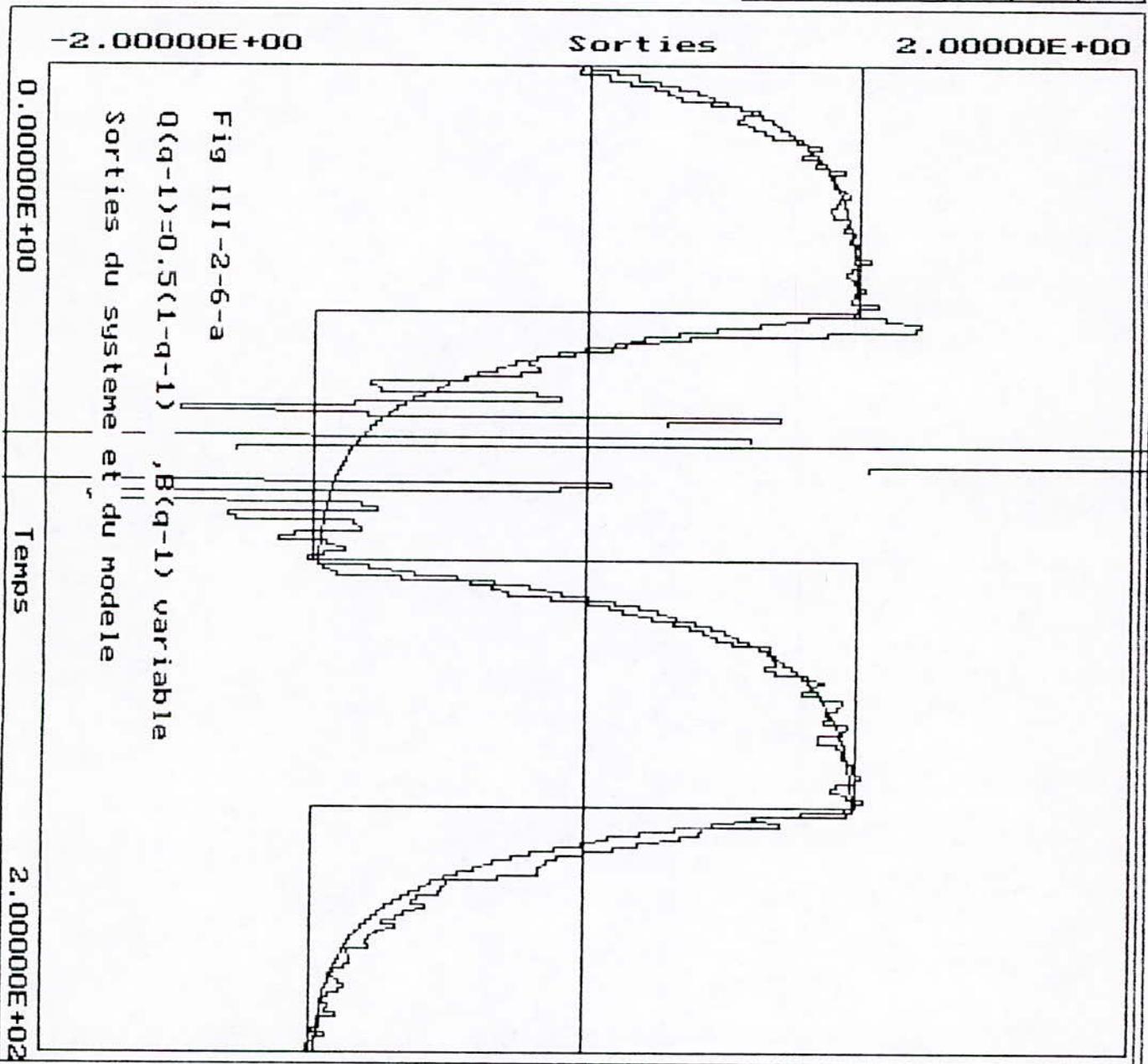
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a VarMin

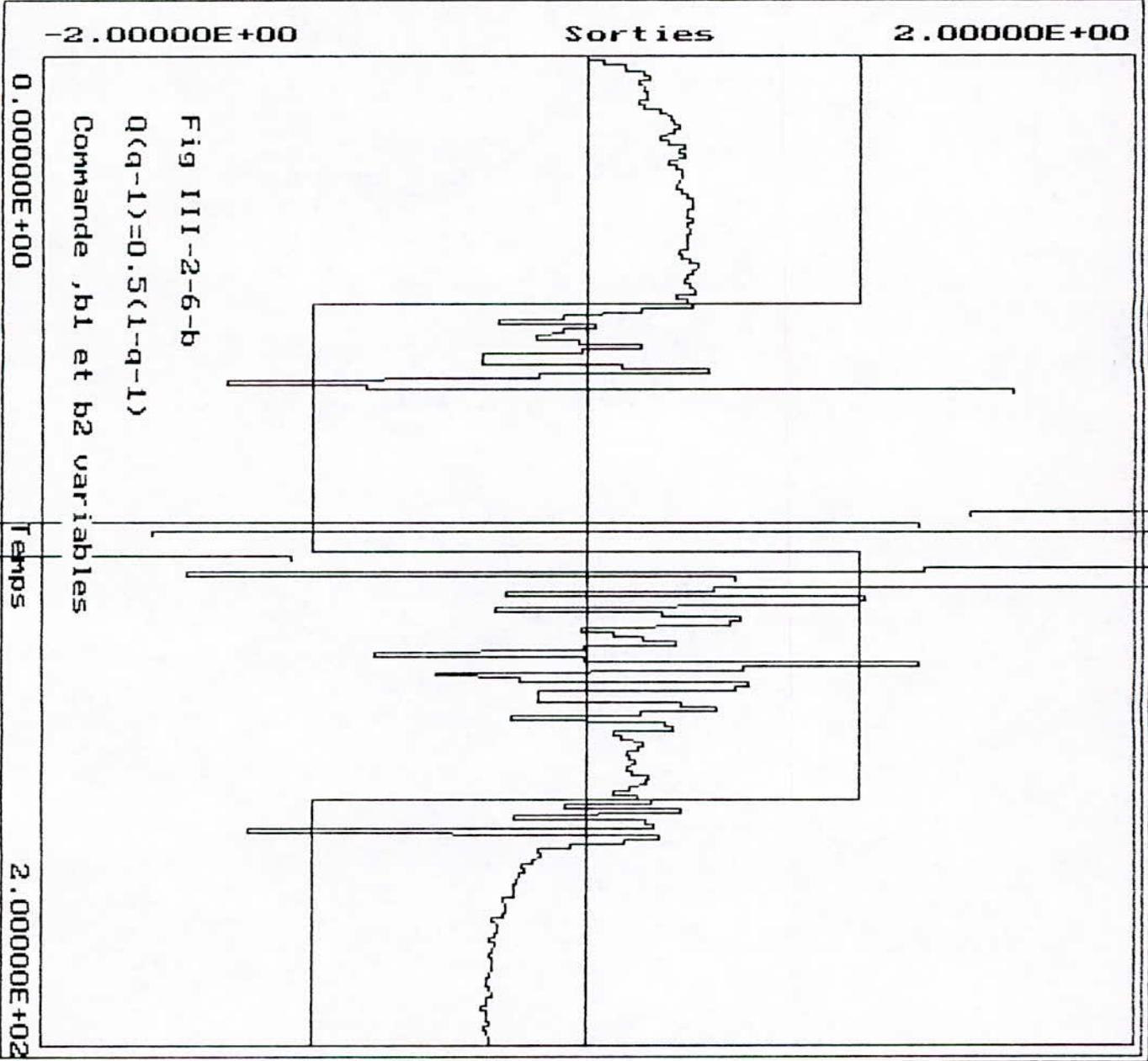
Poursuite, regulat

Placement poles

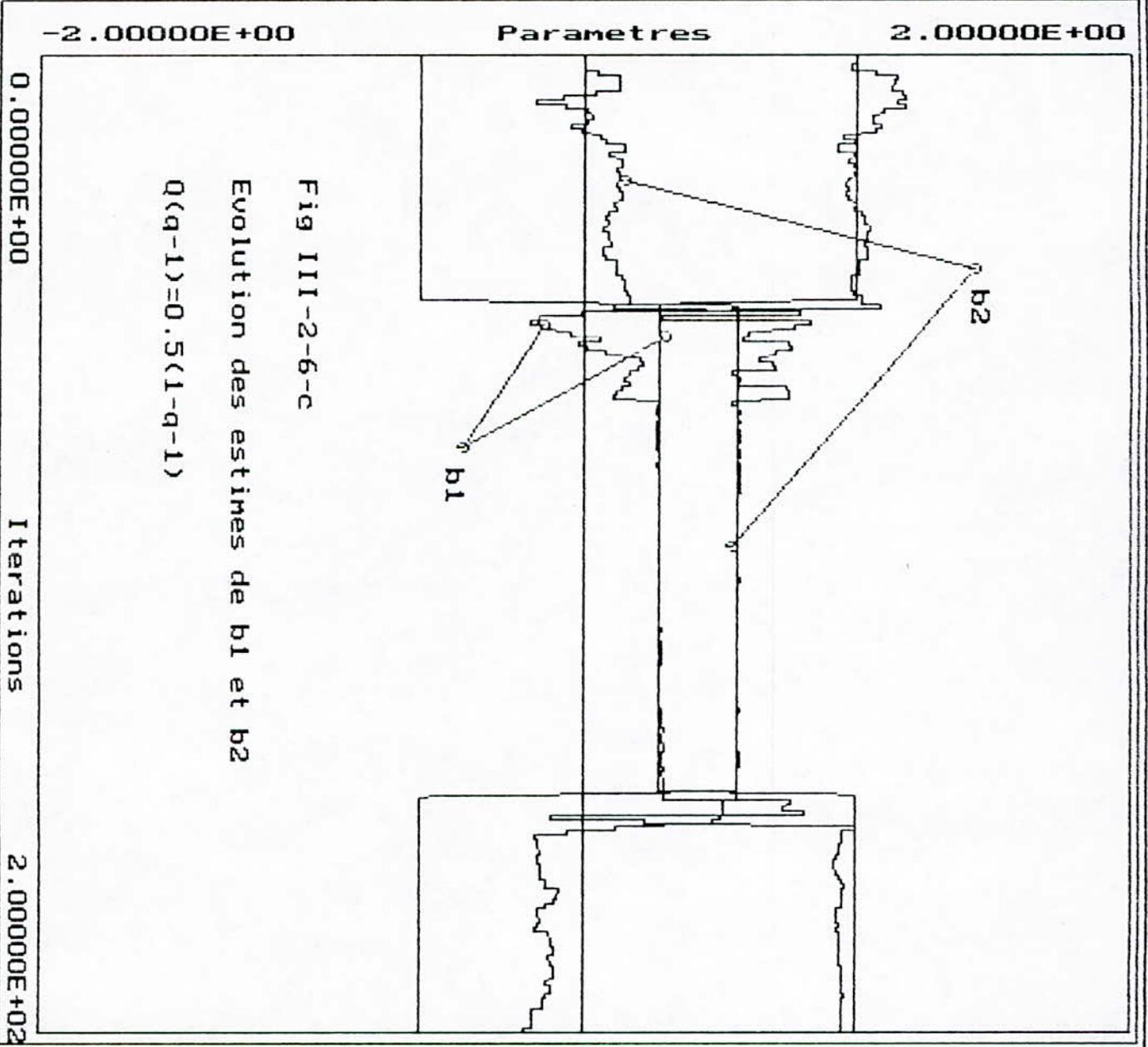
Identif MGE

Identif MGR

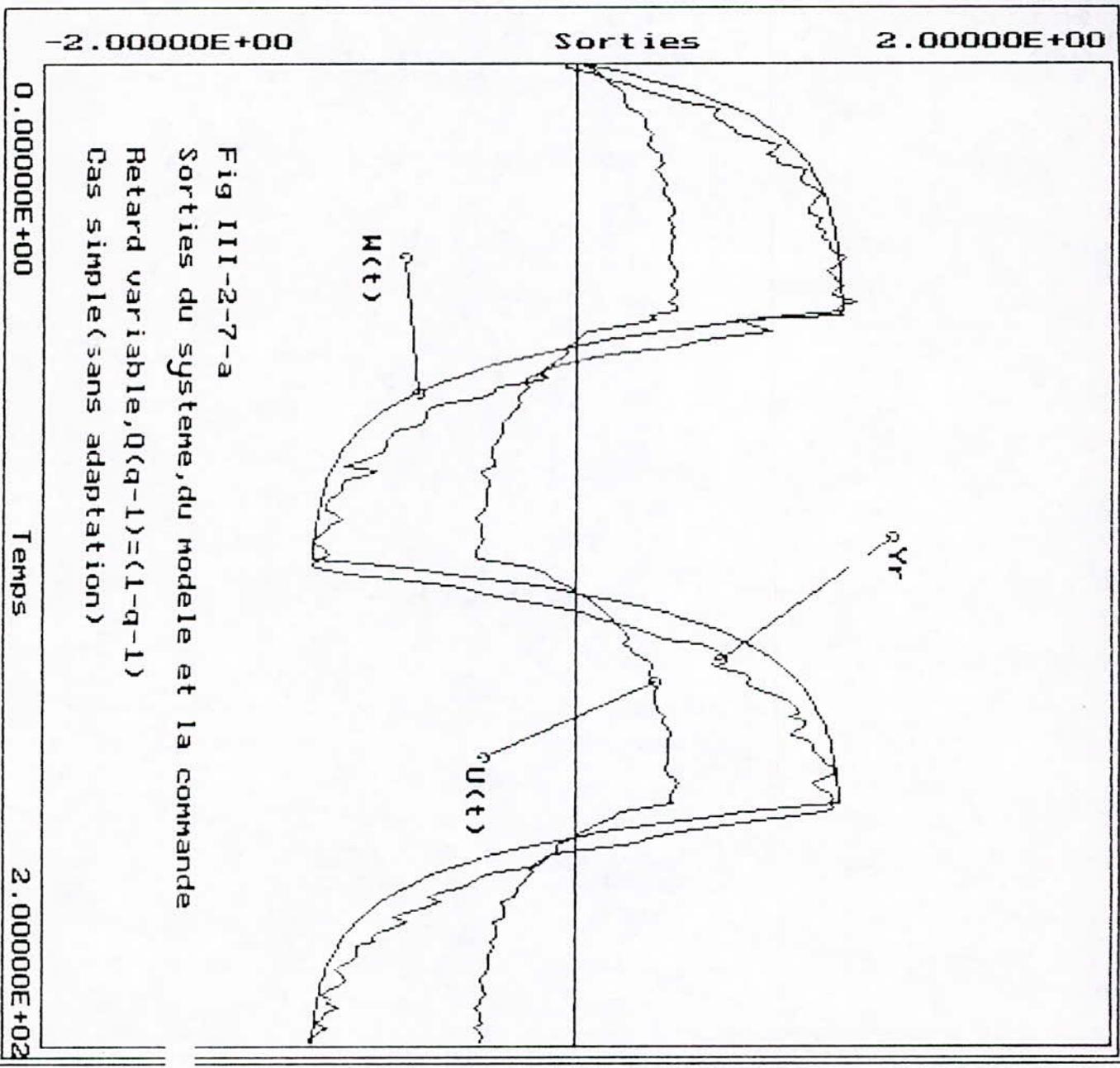
Commentaire



<b>Commande a VarMin</b>
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



<b>Commande a VarMin</b>
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande à Varthm

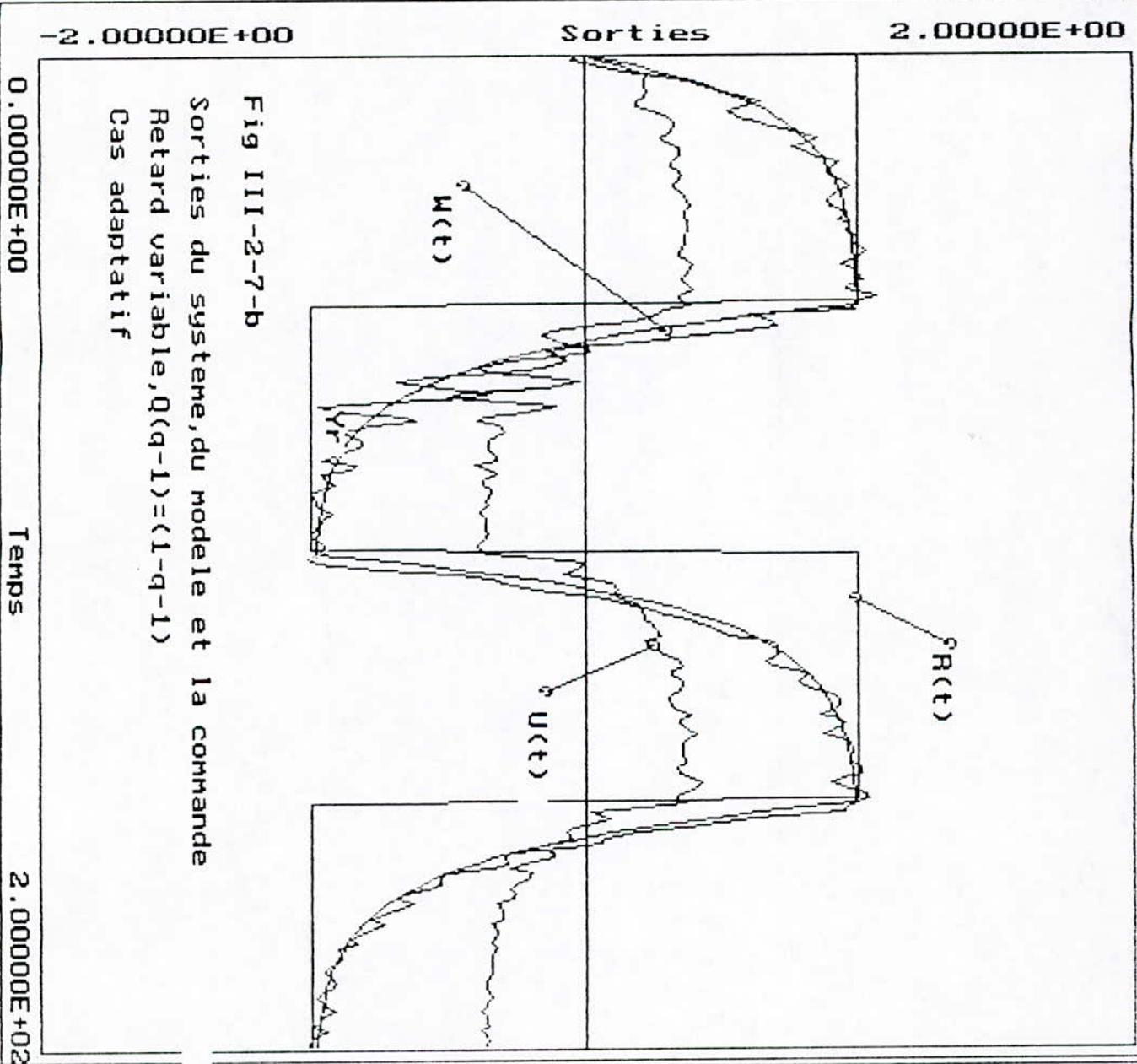
Poursuite, regulat

Placement poles

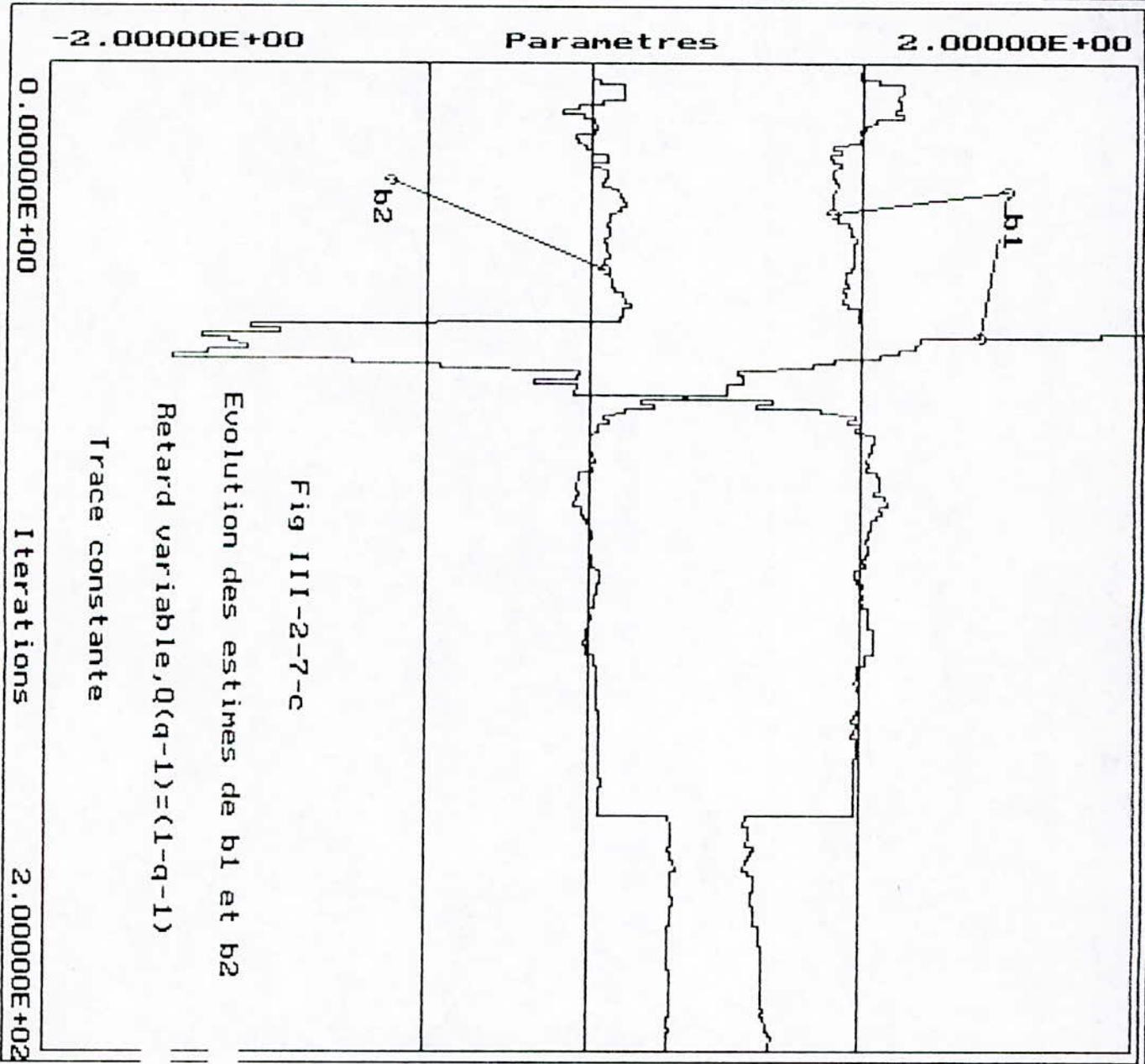
Identif MCE

Identif MCR

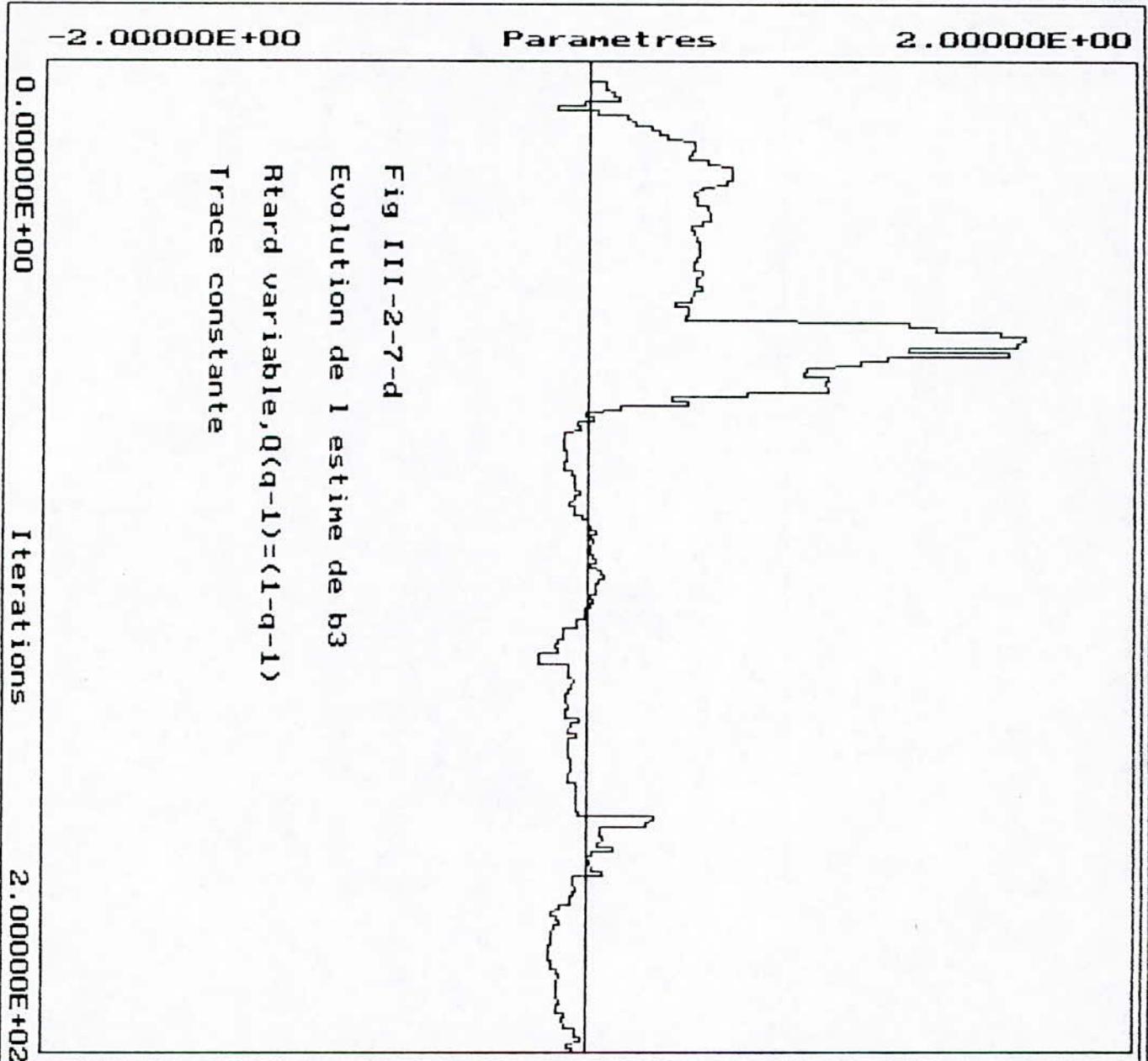
Commentaire



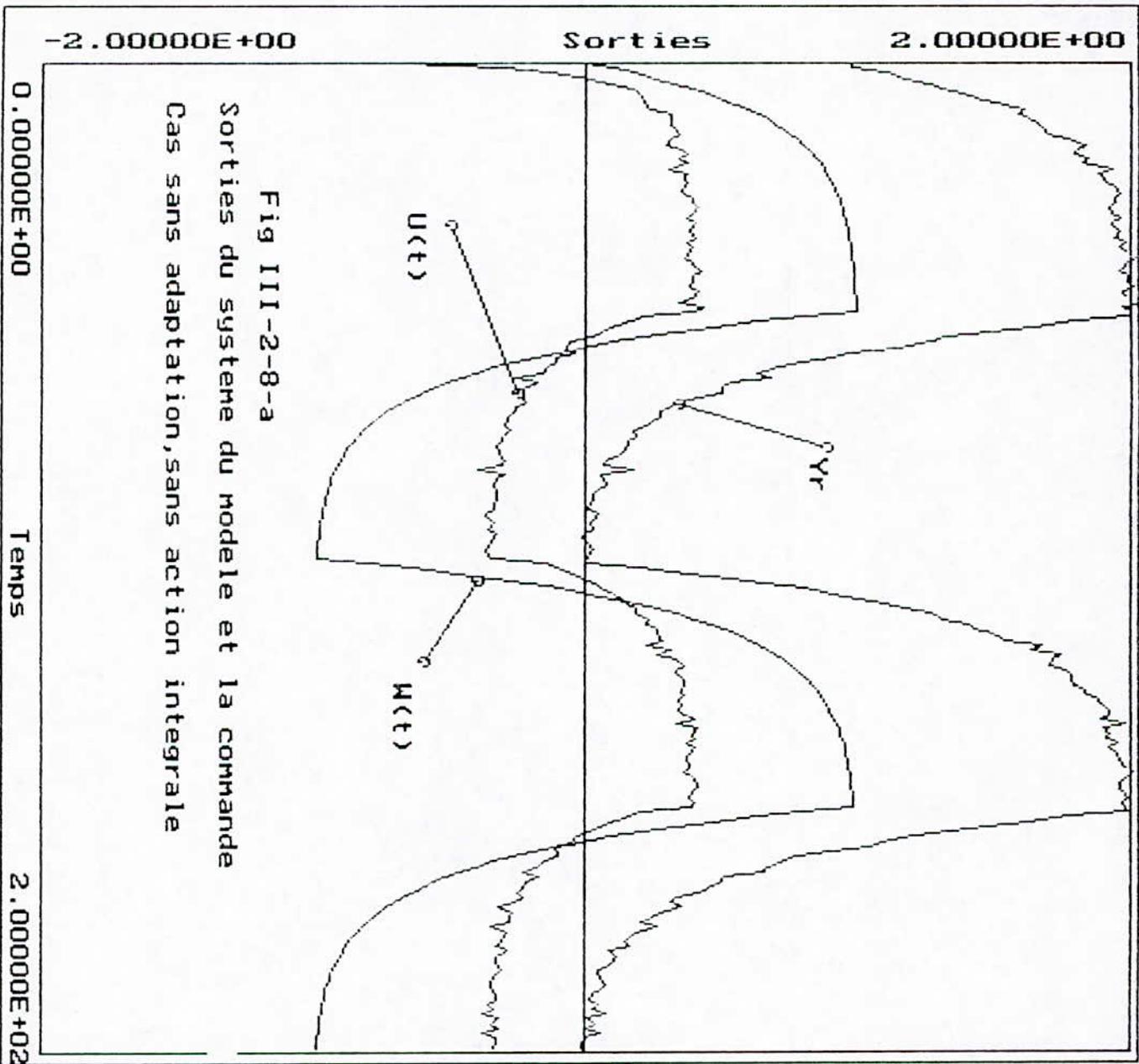
<b>Commande a VarMin</b>
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



<b>Commande a VarMin</b>
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



<b>Commande a VarMin</b>
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande a VarMin

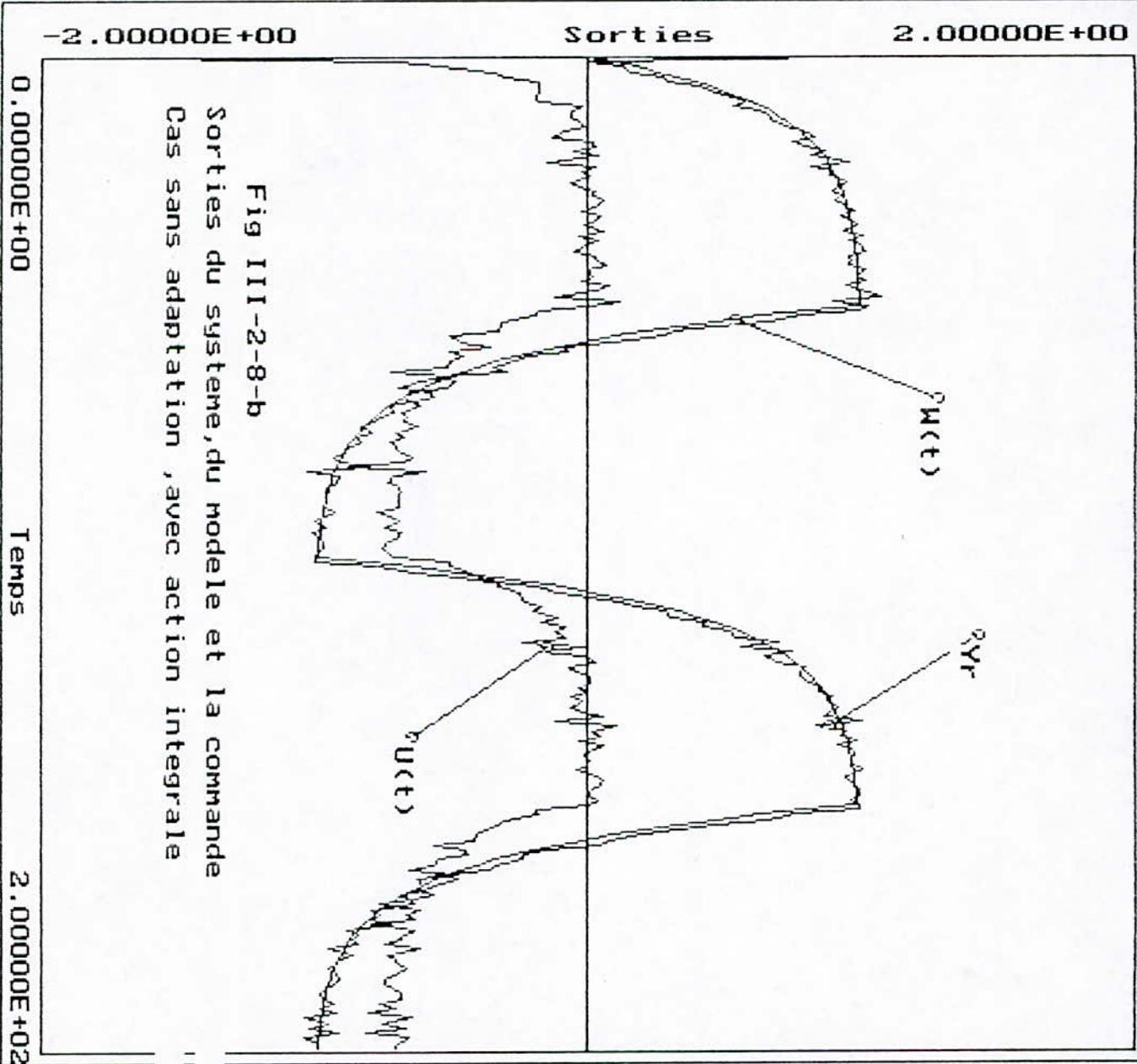
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a VarMin

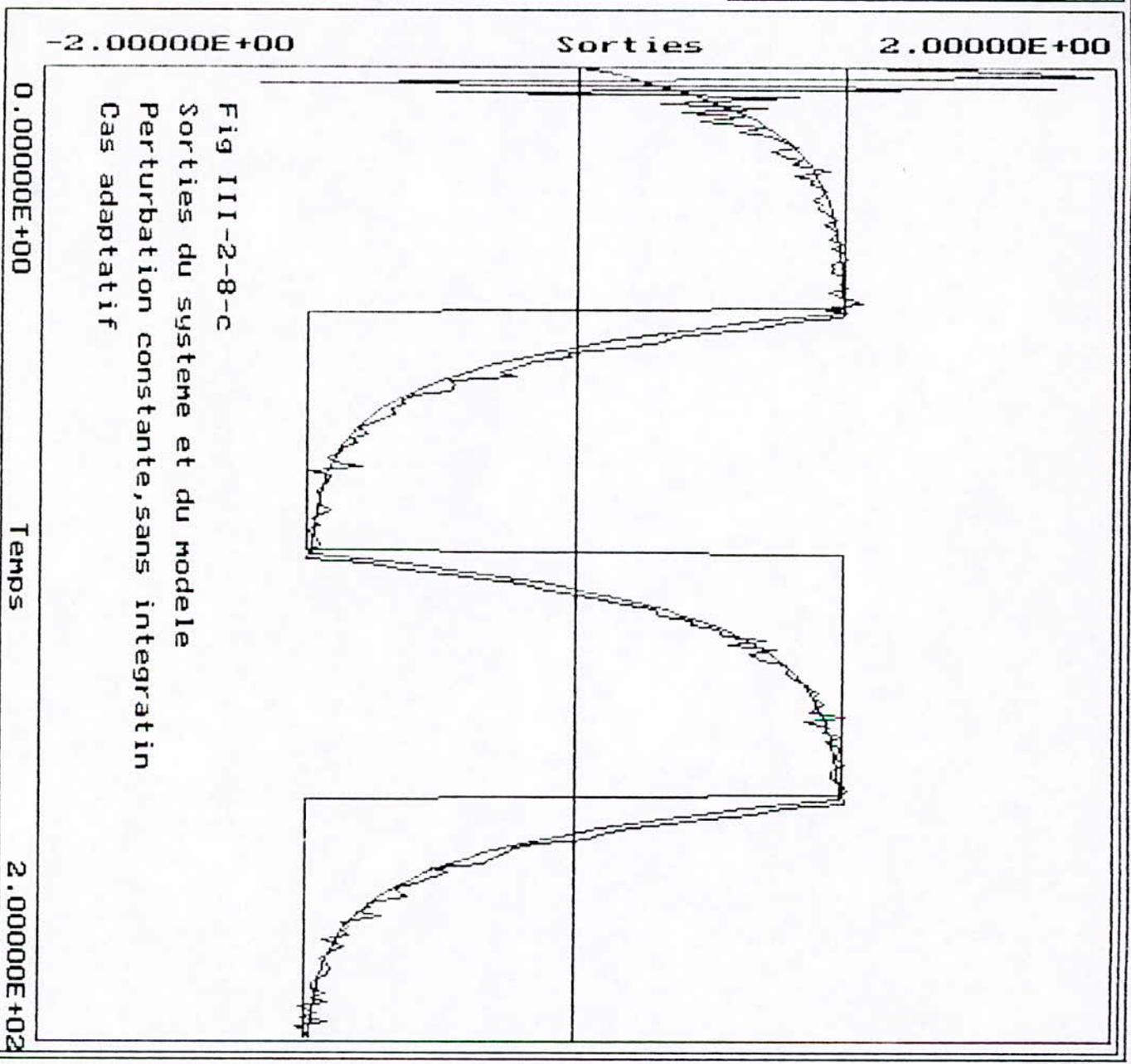
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



Commande a VarMin

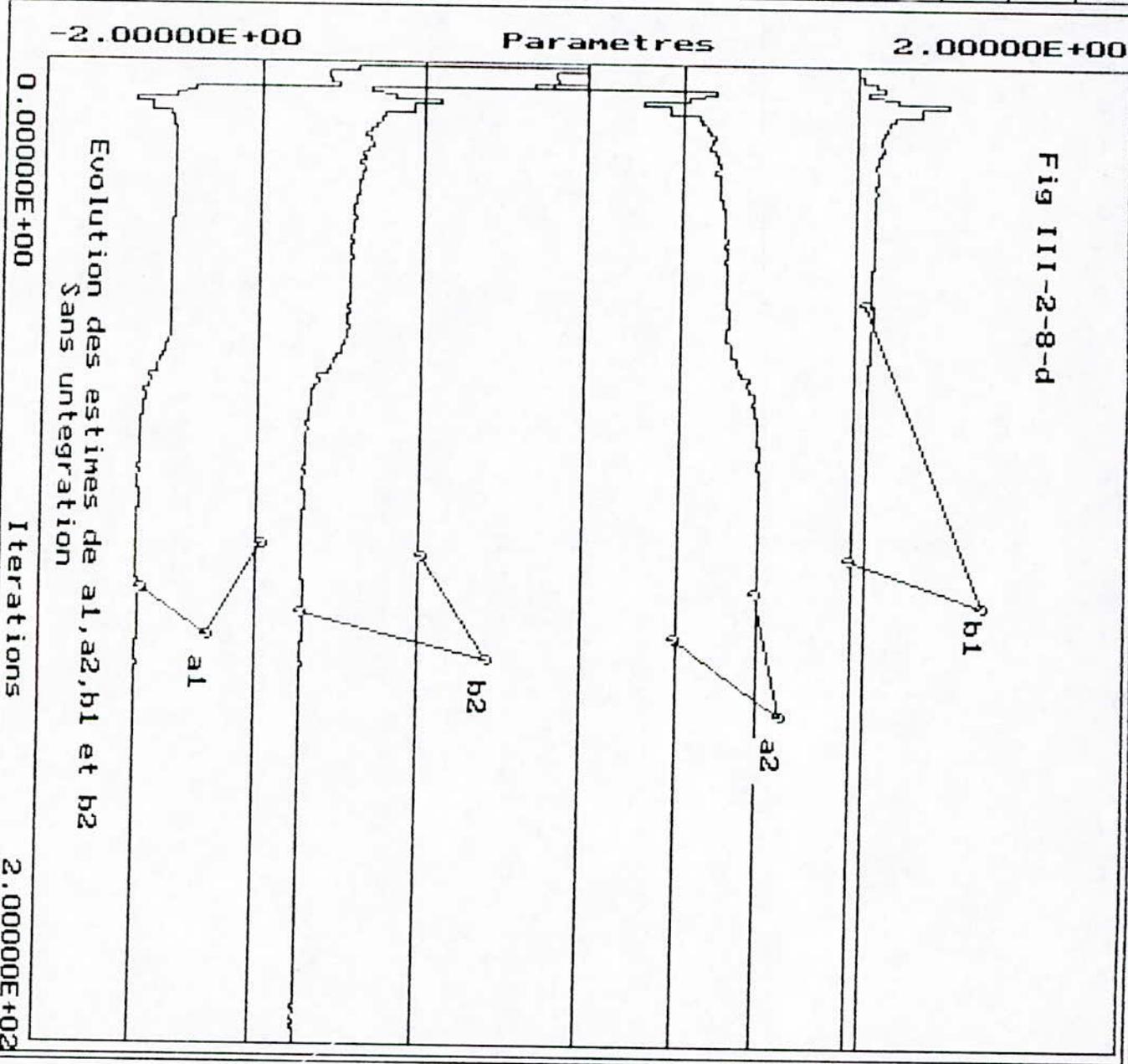
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



**Commande a VarMin**

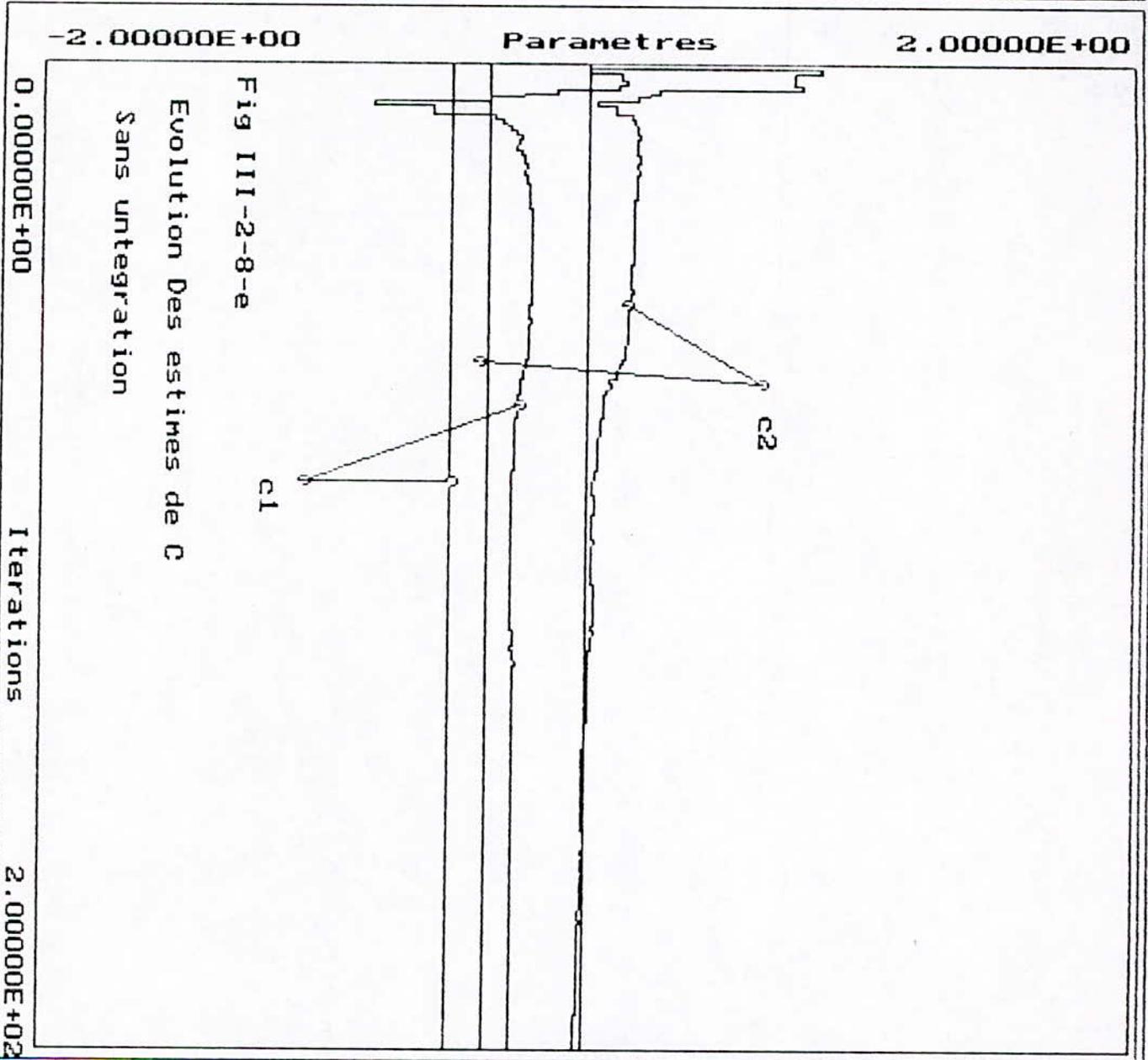
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



4

III-3) Poursuite et régulation avec pondération de l'entrée

III-2-1) Introduction

Le but de toute commande est d'obtenir un signal d'erreur nul. Cette condition n'est, en général, pas réalisée du fait d'au moins une des circonstances suivantes :

-La présence de perturbations qui affectent le processus ce qui nécessite le maintien de la grandeur de sortie à la valeur de consigne : c'est le problème de regulation.

-Les variations de la consigne, il s'agit alors d'un problème de poursuite.

Ces deux problèmes peuvent être résolus simultanément par le choix d'une stratégie de commande appropriée : c'est la commande de poursuite et régulation à objectifs indépendants.

III-3-2) Calcul de la commande

L'approche naturelle, dans la génération de la commande est que celle-ci soit une combinaison linéaire des composantes de la consigne (  $w(k), w(k-1), \dots$  ) et de la sortie (  $y(k), y(k-1), \dots$  ) ainsi que des commandes précédentes (  $u(k-1), u(k-2), \dots$  ).

Donc on a :

$$u(k) = \frac{1}{s_0} \left[ \sum_1^s s_i q^{-i} u(t) + \sum_0^t t_i q^{-i} w(t) + \sum_0^r r_i q^{-i} y(t) \right]$$

la nature du retour impose  $r_i' = -r_i$  et en posant  $-s_i' = s_i$

on a

$u(t) = \frac{T(q^{-1})w(t) - R(q^{-1})y(t)}{S(q^{-1})}$	( III-26 )
--	------------

avec  $T(q^{-1}) = t_0 + t_1 q^{-1} + \dots + t_t q^{-t}$ .

$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_r q^{-r}$ .

$S(q^{-1}) = s_0 + s_1 q^{-1} + \dots + s_s q^{-s}$ .

Ce qui conduit à la structure canonique du régulateur numérique représenté par :

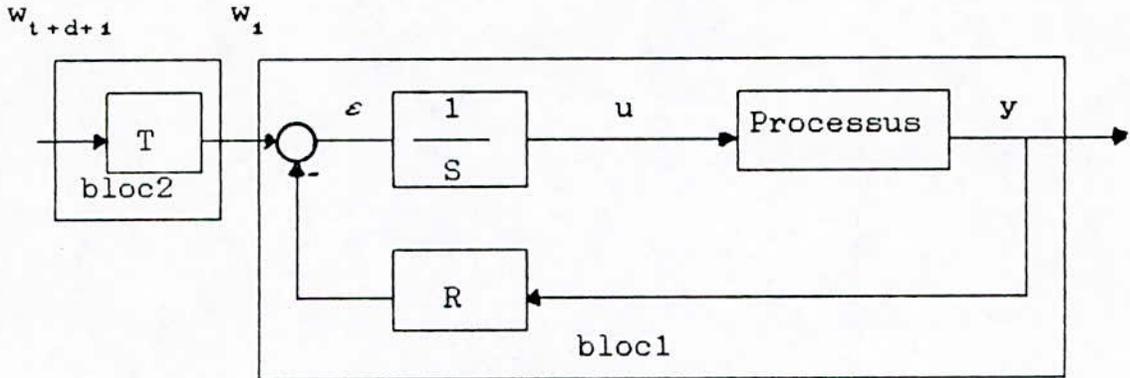


Fig III-3-1 : Structure canonique de réglage R-S-T

Les polynômes R et S caractérisent la régulation, car il sont dans le bloc de bouclage, tandis que T est un polynôme de poursuite (en relation directe avec la consigne).

Pour obtenir de bonnes performances, il suffit de bien choisir R, S et T, alors le problème qui se pose est la recherche d'une stratégie de commande pour la détermination de ces derniers.

Les équation (III-26) et (I-1) donnent la

fonction de transfert en boucle fermée :

$$y(t) = \frac{q^{-d}B.T}{A.S + q^{-d}B.R} w(t+d+1) + \frac{C.S}{A.S + q^{-d}B.R} e(t). \quad (III-27)$$

-Calcul de R(q<sup>-1</sup>) et S(q<sup>-1</sup>) (Régulation).

Le bloc 2 de la fig III-3-1, montre bien la structure de régulation, car il prend en compte l'évolution de la sortie pour calculer la commande adéquate.

La fonction de transfert (en q<sup>-1</sup>) de ce bloc est:

$$y(t) = \frac{q^{-d}B.}{A.S + q^{-d}B.R} w_1(t) + \frac{C.S}{A.S + q^{-d}B.R} e(t). \quad (III-27_1)$$

Les performances désirées sont un choix des pôles de la fonction de transfert en boucle fermée et une simplification des zéros du procédé ( B(q<sup>-1</sup>) , pour assurer la poursuite).

Elles s'expriment par :

$$H(q^{-1}) = \frac{y(t)}{w_1(t)} = \frac{q^{-(d+1)}}{P(q^{-1})} \quad (\text{III-28})$$

où P est un polynôme choisi qui définit les pôles en boucle fermée .

Alors on choisit  $S = B^* \cdot S'$

avec  $B^* = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m+1}$ .

L'équation III-27 devient :

$$y(t) = \frac{q^{-(d+1)} B^*}{B^* (A \cdot S' + q^{-(d+1)} R)} w_1(t) + \frac{C \cdot B^* S'}{B^* (A \cdot S' + q^{-(d+1)} R)} e(t).$$

( III-29 )

Une condition nécessaire surjtit :  $B^*$  doit être stable (dans le cas contraire , on introduit une pondération ).

$$\text{d'où } \boxed{A \cdot S' + q^{-(d+1)} R = P} \quad (\text{III-30})$$

Les polynômes R et  $S'$  sont solutions de l'équation diophantine III-30 ( Annexe D ) avec :

$$\boxed{\text{deg } S' = d \text{ et } \text{deg } R = n-1} \quad \text{d'où } \text{deg } P = n+d.$$

$$\text{où } P(q^{-1}) = p_0 + p_1 q^{-1} + \dots + p_{n+d} q^{-(n+d)}$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{n-1} q^{-(n-1)}$$

$$S'(q^{-1}) = s'_0 + s'_1 q^{-1} + \dots + s'_d q^{-d}.$$

-Calcul de  $T(q^{-1})$  (Poursuite).

Pour assurer une bonne poursuite, il faut que la

relation qui lie  $w(t)$  et  $y(t)$  soit l'unité c-à-d :

$$y(t) = w(t) + \text{bruit.}$$

Il faut donc choisir  $w_1(t) = P.w(t+d+1)$ .

d'où

$$T = P$$

Alors III-31 devient

$$y(t) = w(t) + \frac{C S'}{P} e(t) \quad (\text{III-32})$$

Interpretation.

On remarque de III-32 que l'erreur entre la consigne et la sortie est un ARMA d'ordre  $n+d$  :

$$\xi(t) = \frac{C S'}{P} e(t) \quad (\text{III-33})$$

Cet écart est issu du filtrage du bruit blanc de variance  $\sigma^2$  et de moyenne  $\mu=0$ , à travers un filtre défini par

$$F(q^{-1}) = \frac{C S'}{P}$$

De III-33 on a :

$$\xi(t) = -\sum_1^{n+d} p_i \xi(t-i) + \sum_1^{n+d} M_i e(t-i) + e(t)$$

avec  $M(q^{-1}) = 1 + M_1 q^{-1} + \dots + M_{n+d} q^{-(n+d)} = C.S'$

En utilisant les propriétés du bruit blanc (chap I) on a :

La variance de  $\xi(t)$  :

$$\Omega^2 = E[\xi^2(t)] = \sigma_1^2 + \left(1 + \sum_1^{n+d} M_i^2\right) \cdot \sigma^2.$$

où

$$\sigma_1^2 = E\left[\left(\sum_1^{n+d} p_i \xi(t-i)\right)^2\right].$$

Et la moyenne de  $\xi(t)$  :

$$\mu_1 = E[\xi(t)] = 0 \text{ car } \xi(t) \text{ est issu d'un filtrage d'un}$$

bruit blanc de  $\mu = 0$ .

Dans tout ce qui précède on a supposé que  $B(q^{-1})$  doit être stable, dans le cas contraire, la commande diverge, d'où divergence du système bouclé. Notons que des zéros instables peuvent apparaître suite à un échantillonnage trop rapide des systèmes continus ayant une différence de degrés supérieur à deux entre le numérateur et le dénominateur de la fonction de transfert (Astrom, Wittenmark 84) (même si celle-ci est à phase minimale).

Dans ce cas on introduit un retour sur le bloc  $1/S$  pour le stabiliser. La valeur de celui-ci est :

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda(1-\beta q^{-1})}{1+\alpha q^{-1}}$$

d'où le schéma de la commande

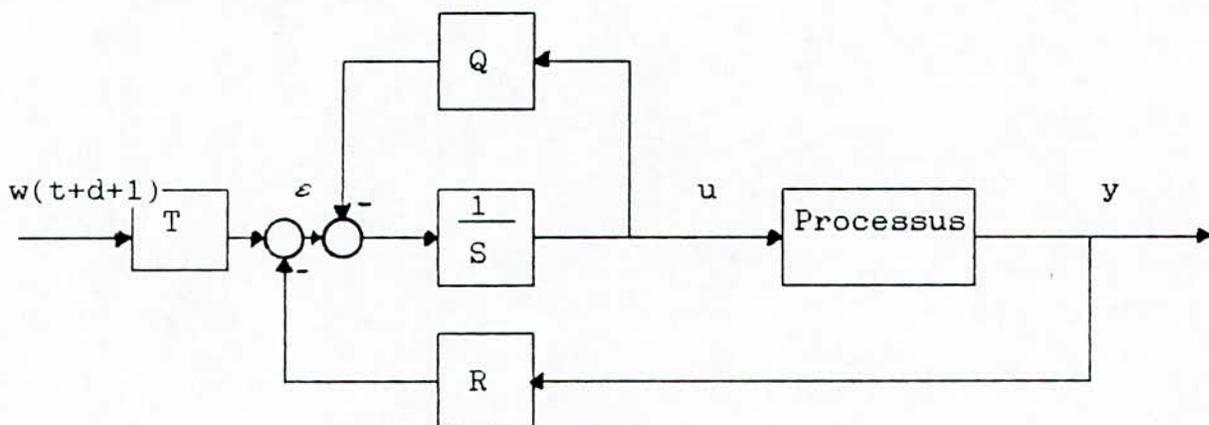


Fig III-3-2 : Structure du régulateur avec pondération de l'entrée

L'introduction de  $Q$  modifiera les pôles désirés en boucle fermée spécifiés par  $P(q^{-1})$ . Il faut donc pour chaque valeur de  $\lambda$ , s'assurer que le système en boucle fermée reste stable et suffisamment amorti.

Le terme  $1-\beta q^{-1}$  avec  $\beta=1$  assure une action intégrale (si  $S$  est un divisible par  $(1-q^{-1})$ ) et le terme  $1+\alpha q^{-1}$  l'action de filtrage.



m

avec des performances désirées (en posant par exemple un modèle continu bien choisi et en le discrétisant).

#### -Algorithme de réglage

L'algorithme est identique à celui de la variance minimale sauf pour l'équation diophantaine où C est remplacé par P.

#### III-3-4) Résultats de la simulation

Le système simulé est donné par :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.2q^{-1} + 0.35q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 1q^{-1} - 0.6q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - 0.5q^{-1} - 0.36q^{-2}$$

Le bruit est choisi de variance  $\sigma^2 = (0.025)^2$  et de moyenne nulle.

La référence  $r(t)$  est un signal carré d'amplitude 1 et de période 100

Le modèle choisi est issu de l'échantillonnage d'un système du premier ordre

#### \*Variation parametres.

Dans un premier lieu ,on déstabilise le système entre 50 et 150, par action sur les parametres  $a_1$  et  $a_2$  de telle sorte que :

$$\begin{aligned} A(q^{-1}) &= 1 - 1.9q^{-1} + 0.7q^{-2} \\ &= (1 - 1.2q^{-1}) \cdot (1 - 0.5q^{-2}). \end{aligned}$$

Les figures III-3-4-a à c montrent respectivement, la sortie, la commande et l'évolution des parametres  $a_1$  et  $a_2$ .

On remarque que les parametres convergent bien vers les valeurs réelles (entre 50 et 150) et la sortie suit bien la modèle imposé (l'algorithme d'identification utilisé est le M-C-E à trace constante : trace = 600, c=0.97).

En second lieu ,on déstabilise  $C(q^{-1})$  ,entre 50 et 150 en lui donnant la valeur

$$\begin{aligned} C(q^{-1}) &= 1 - 0.8q^{-1} - 0.48q^{-2} \\ &= (1 - 1.2q^{-1}) \cdot (1 + 0.4q^{-1}). \end{aligned}$$

Les figures III-3-5-a et b montrent la sortie, le modèle, la commande et les paramètres  $\hat{c}_1$  et  $\hat{c}_2$ ; la sortie suit bien le modèle imposé avec une commande acceptable, même dans la zone de variation de  $C(q^{-1})$ , tandis que l'identification de  $C$  est biaisée (l'algorithme d'identification est le même que le précédent).

\*Variation du retard:

A  $t=50$  le retard augmente à 1 (revient à l'état initial à  $t=150$ ), ayant surestimé le degré du polynôme  $B$  ( $\deg \hat{B}=3$ ), la fig III-3-6-a montre bien la poursuite du système au modèle imposé, même dans la zone où le retard varie, avec une commande acceptable.

Les figures III-3-6-c à e montrent l'évolution des paramètres  $\hat{b}_1$  ne tend pas vers zéro entre 50 et 150, il y a un biais d'identification (peut être dû à la pondération), tandis que  $\hat{b}_2$  converge bien vers la valeur de  $b_1$ , et  $\hat{b}_3$  évolue d'une façon aléatoire, mais tend vers zéro quand  $t > 150$ .

\* Choix de  $P(q^{-1})$ .

Le modèle choisi est :

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.7q^{-1} + 0.72q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = 0.8q^{-1} + 0.4q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - 0.7371q^{-1} + 0.1653q^{-2}$$

Le modèle à suivre est choisi comme le précédent (dans cette partie la simulation est faite sans identification).

Les figures III-3-7-a et b montrent respectivement la sortie, le modèle et la commande, pour un choix de  $P(q^{-1})=1$ , puis avec  $P(q^{-1})=C(q^{-1})$ .

On voit bien que la commande a diminué, pour un choix adéquat des pôles. (le choix est fait en utilisant l'équation III-33).

III-3-5) Conclusion

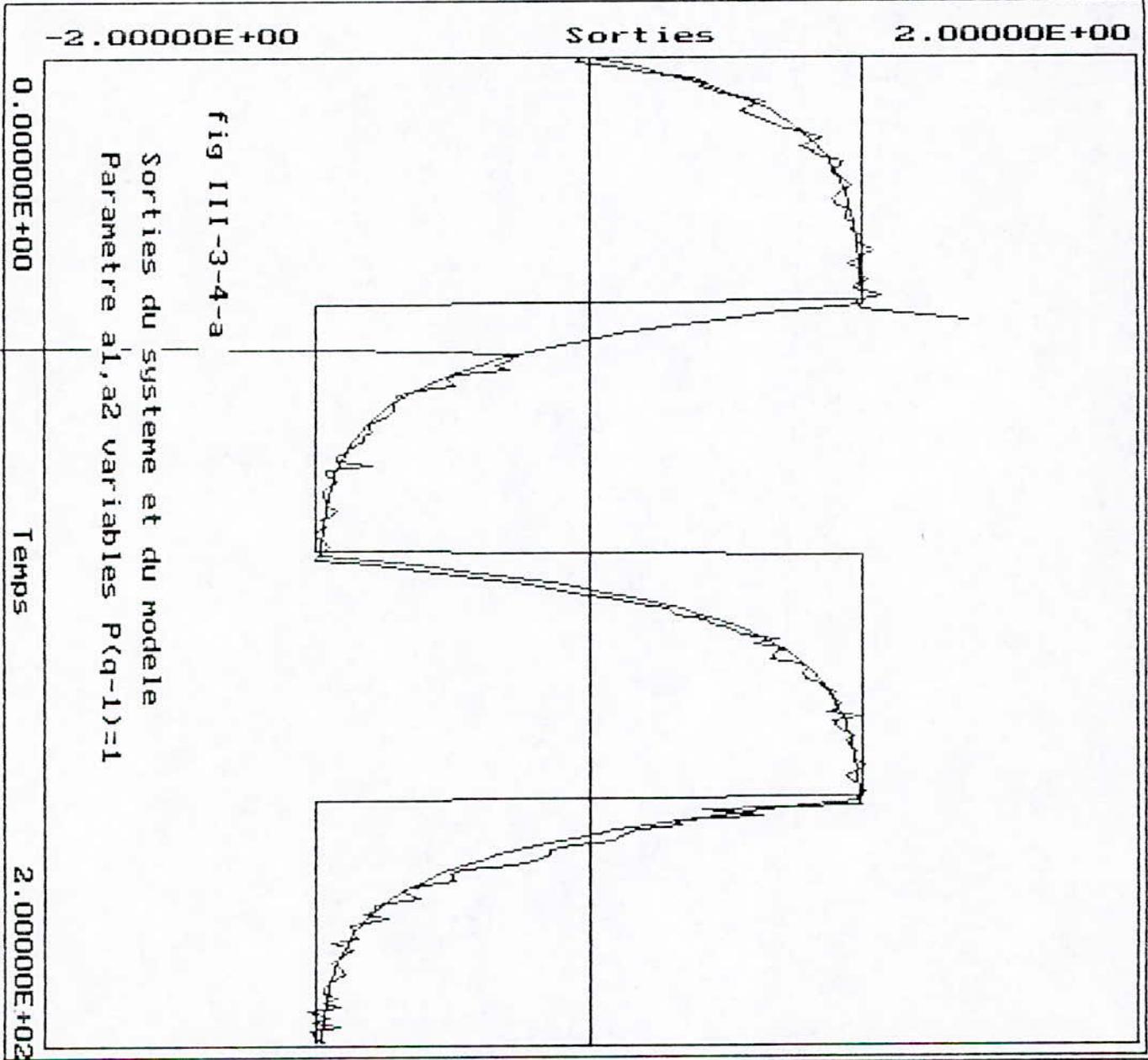
L'algorithme adaptatif à poursuite et Régulation est insensible à la nature de  $C(q^{-1})$  (stable ou non), ce qui montre sa supériorité par rapport à celui de la G-M-V. Mais la nature de  $B(q^{-1})$ , oblige l'introduction d'une pondération (si celui-ci est instable).

L'algorithme arrive à maintenir la sortie autour du

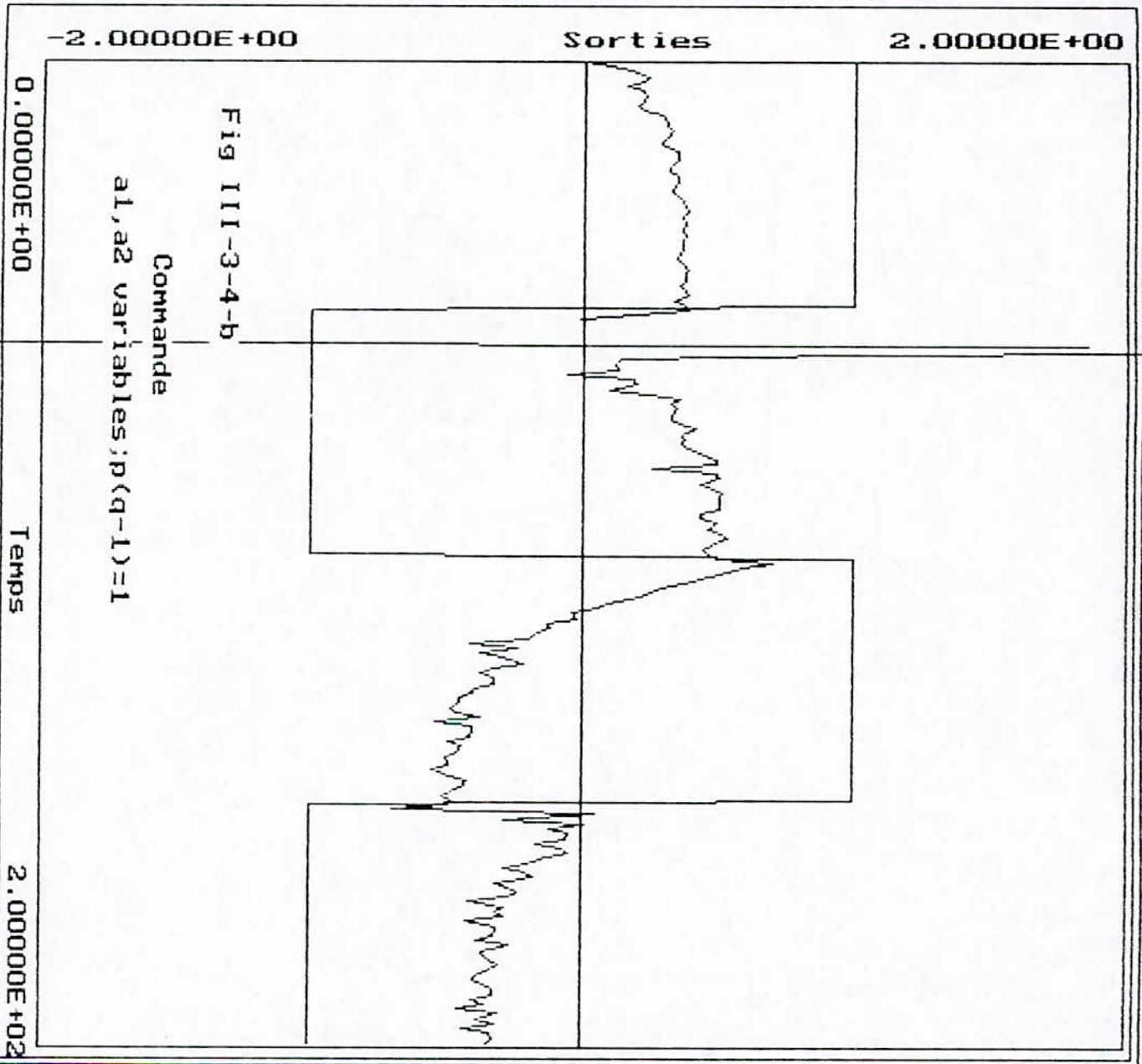
modèle  $w(t)$ , même si le système se déstabilise, ou son retard varie.

Le choix des pôles est arbitraire (performances désirées), ce qui demande une recherche des pôles qui donnent une commande optimale. Dans l'exemple choisi (sans identification), les pôles choisis sont les zéros du modèle de perturbation  $C(q^{-1})$ ; ils donnent de bons résultats (commande plus faible que dans le cas où  $P=1$ ). Mais ceci n'est rien d'autre que l'algorithme G-M-V, donc ce dernier est un algorithme optimal pour la choix des pôles en boucle fermée.

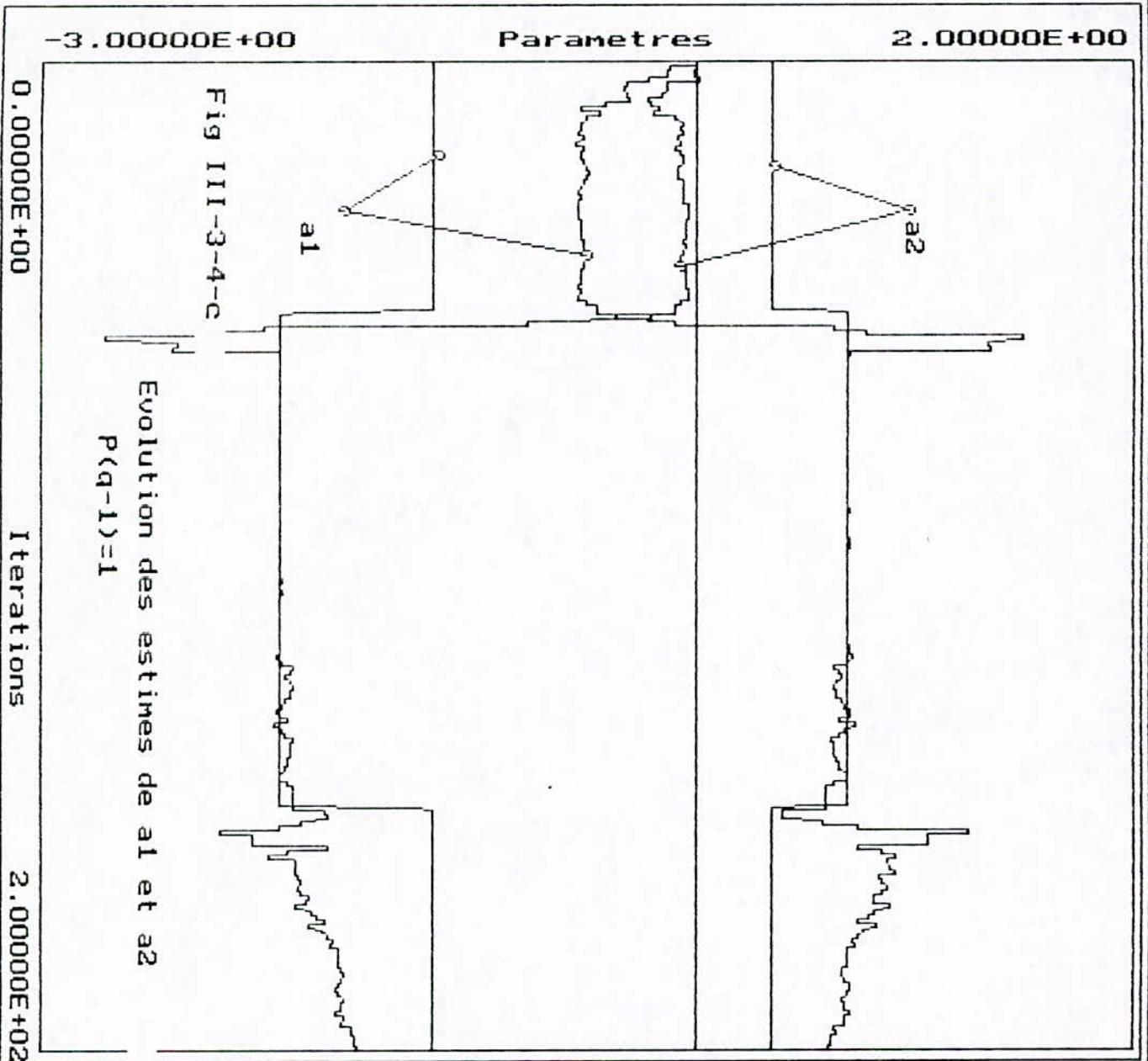
Commande a VarMin
<b>Poursuite,regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande a VarMin
<b>Poursuite,regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire

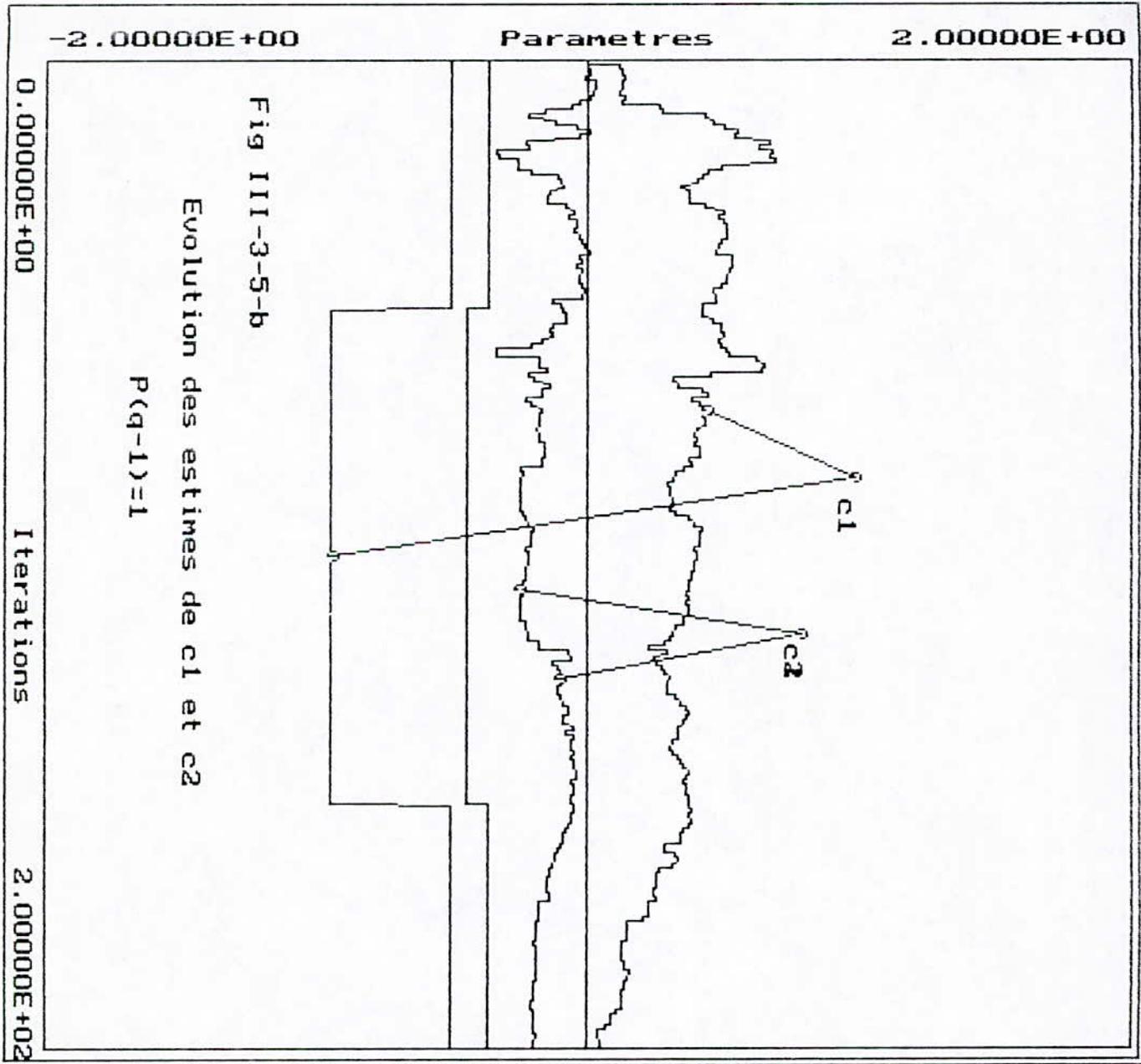


Commande a VarMin
<b>Poursuite, regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire

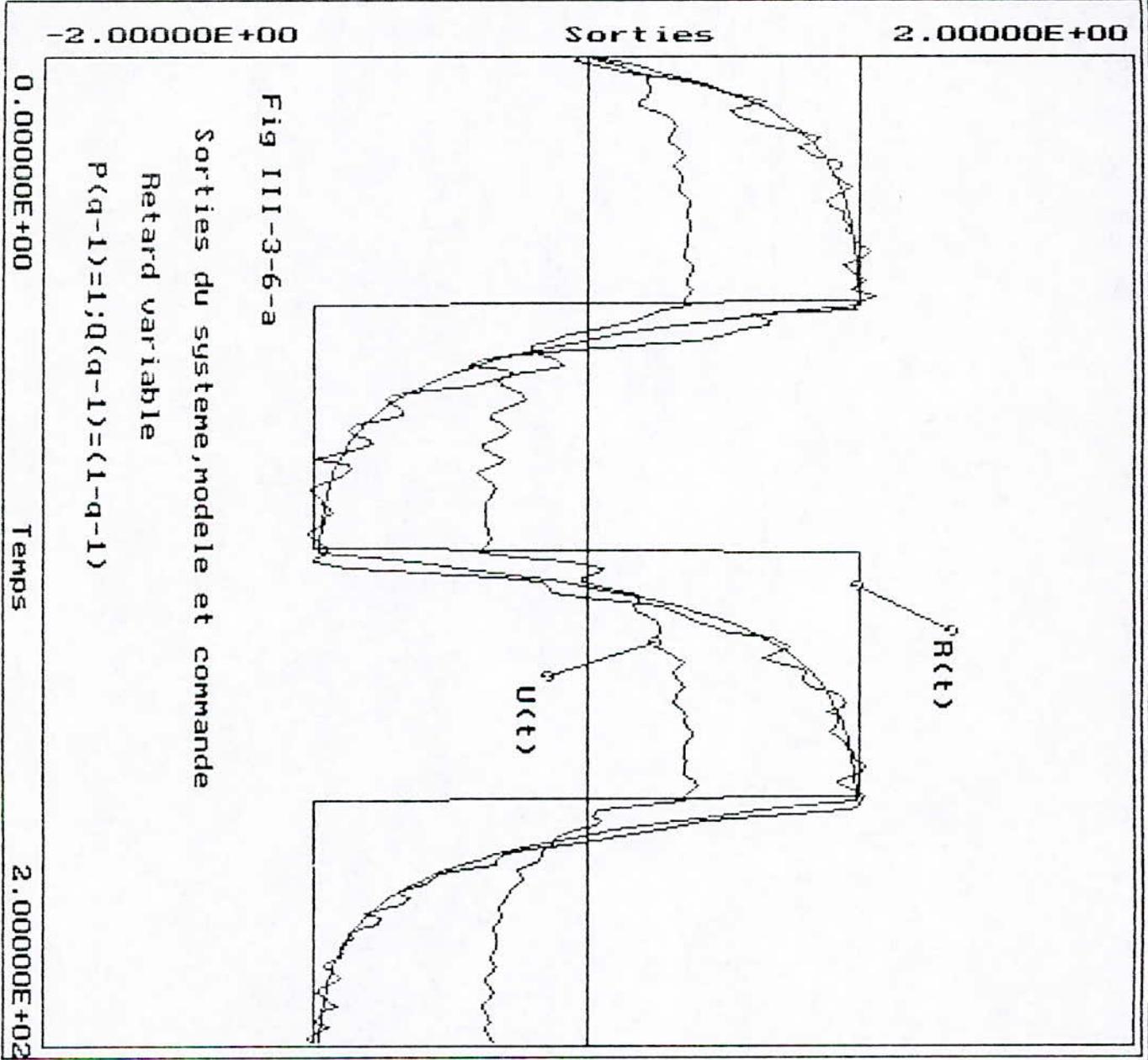




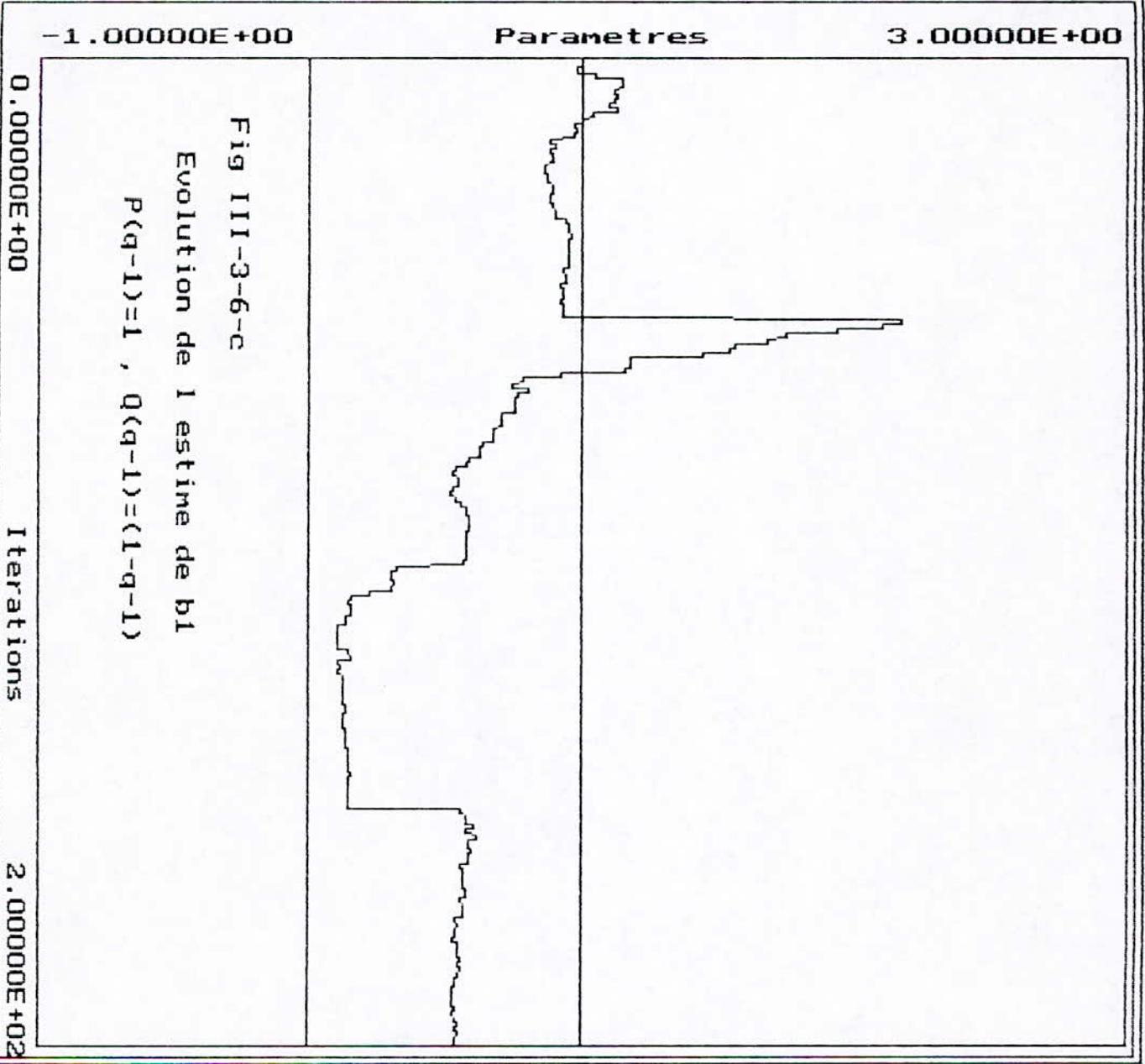
Commande a VarMin
<b>Poursuite, regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



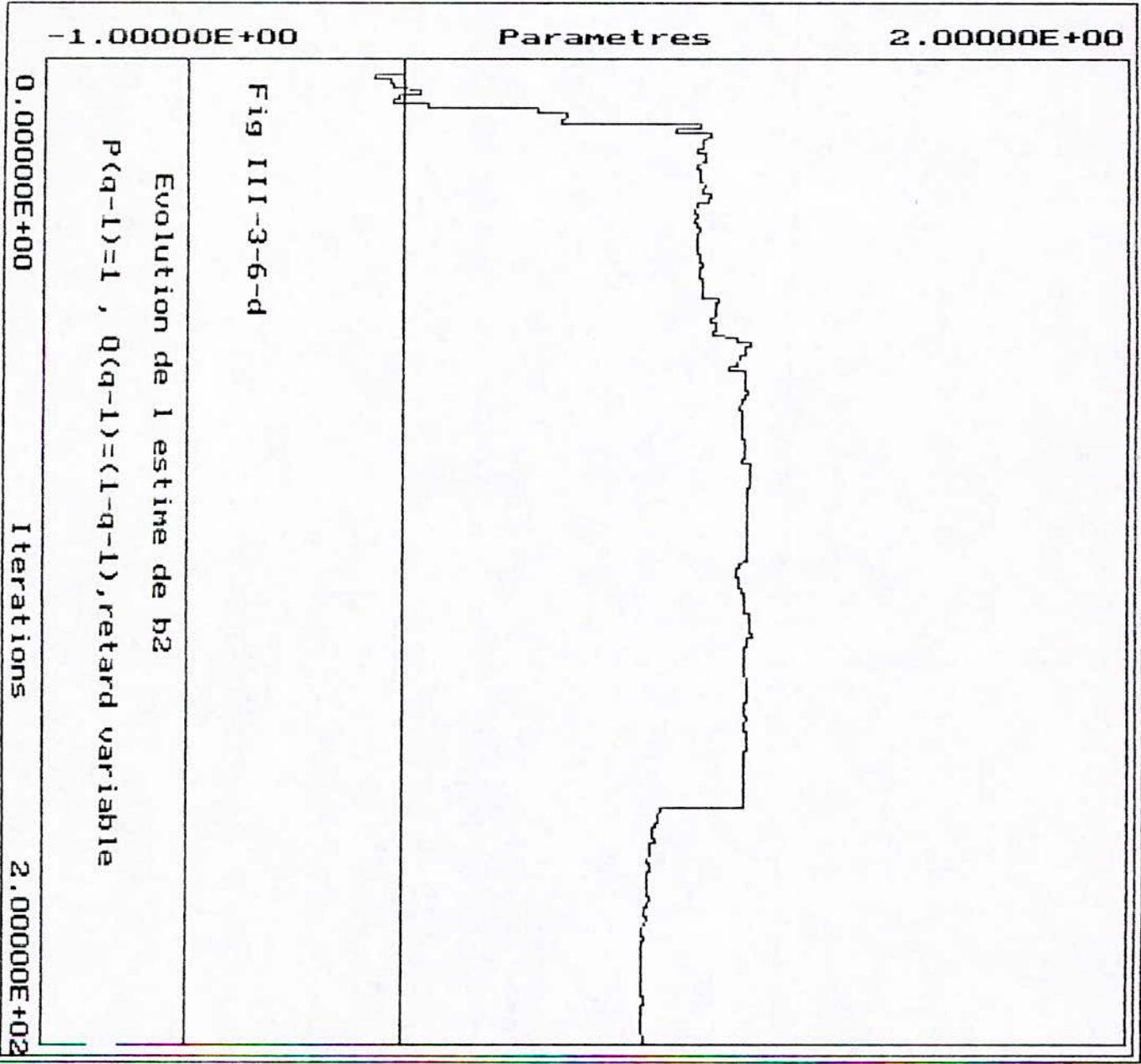
Commande a VarMin
<b>Poursuite, regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



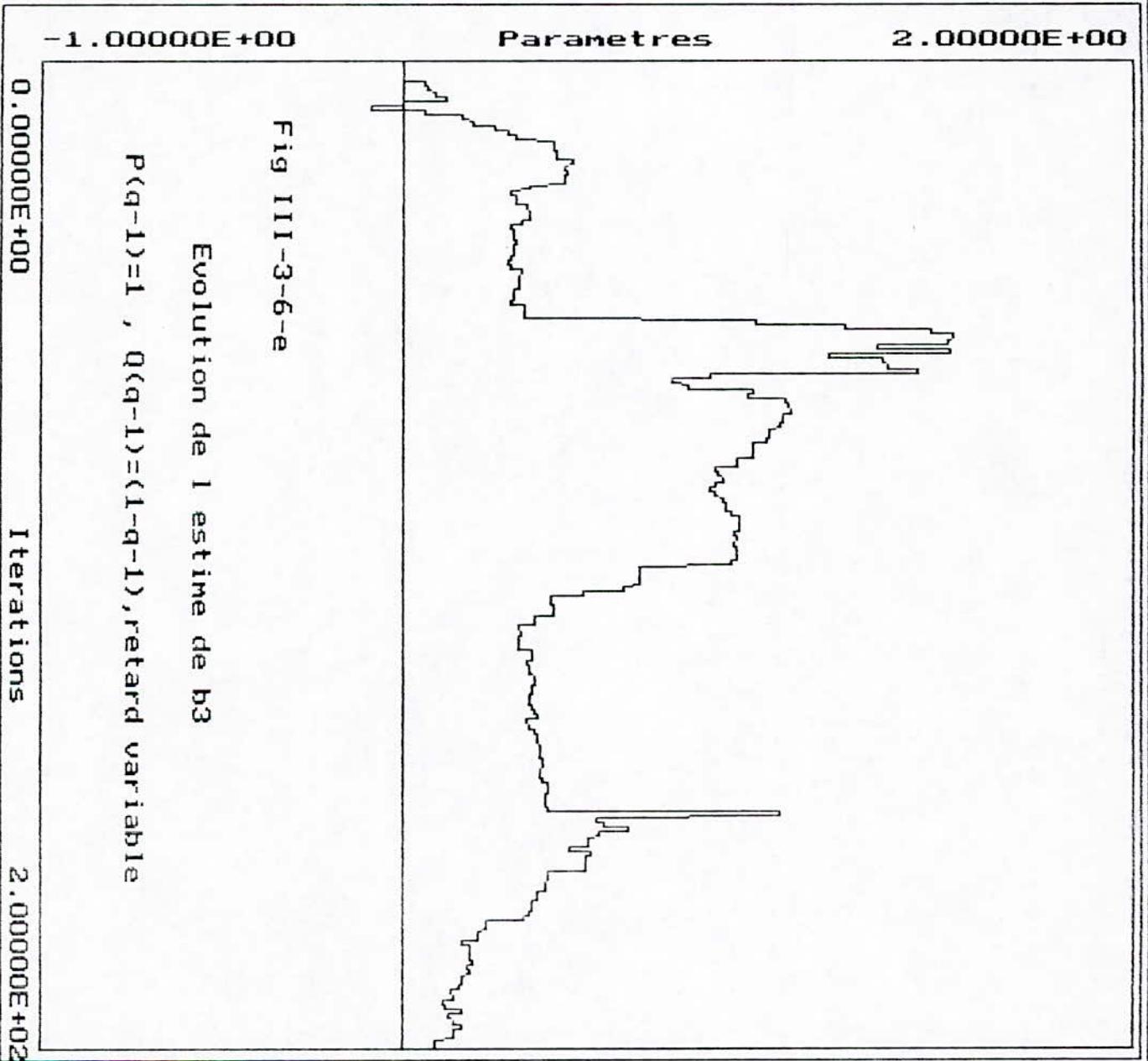
Commande a VarMin
<b>Poursuite, regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande a VarMin
<b>Poursuite,regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire

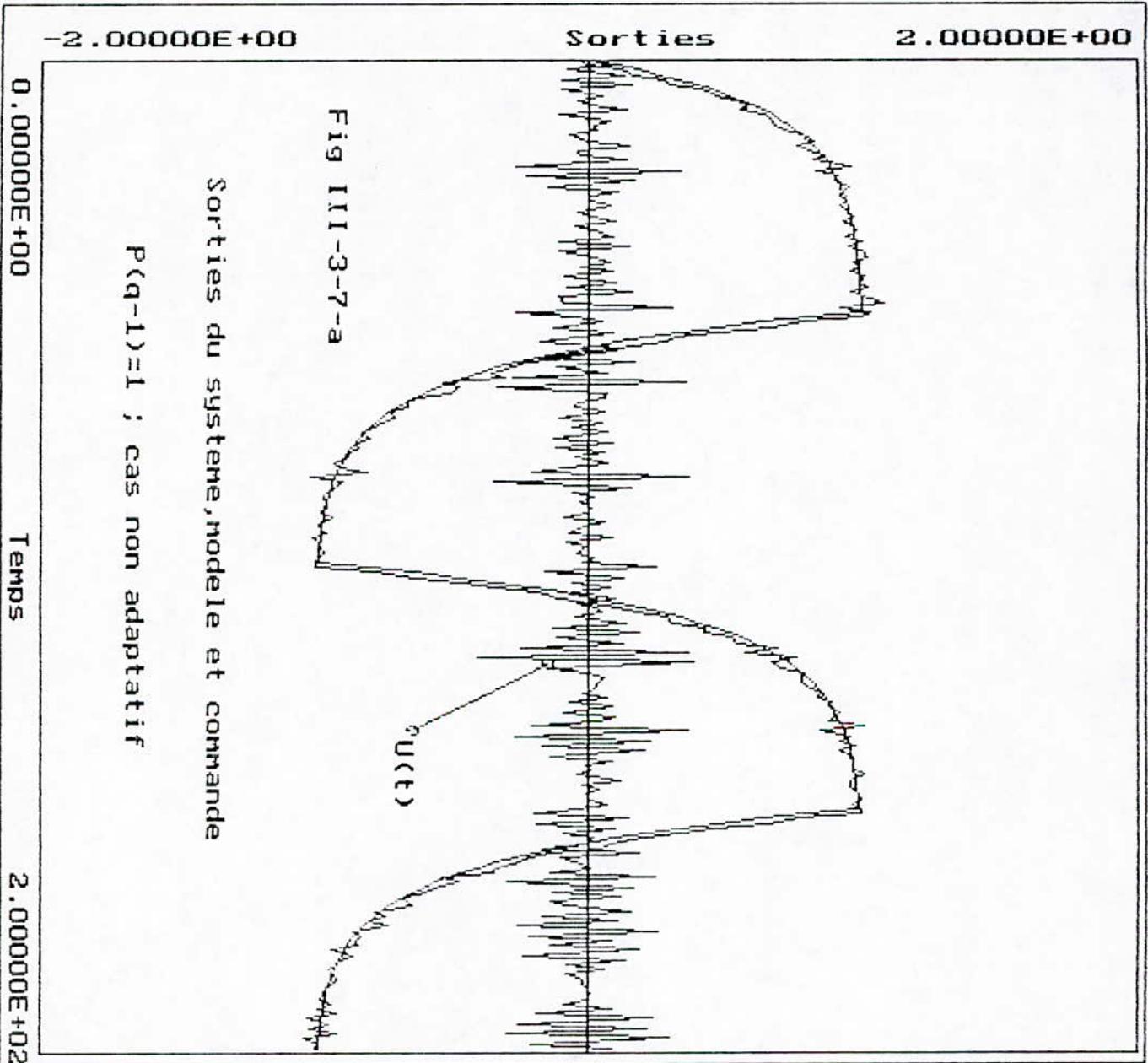


Commande a VarMin
<b>Poursuite,regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



P37

Commande a VarMin
<b>Poursuite, regulat</b>
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande a VarMin

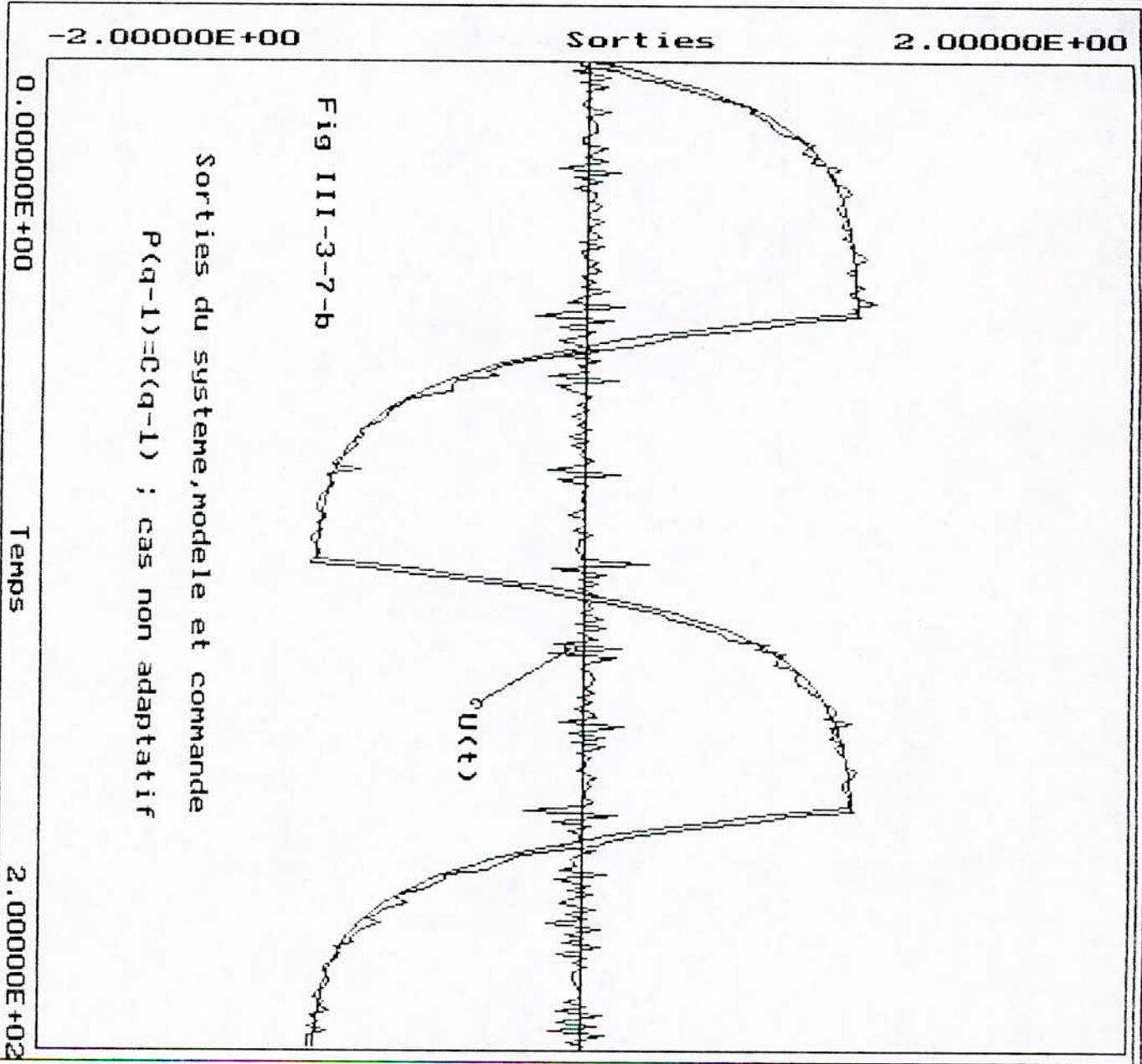
Poursuite, regulat

Placement poles

Identif MCE

Identif MCR

Commentaire



III-4) Placement de pôlesIII-4-1) Calcul de la commande

Dans cette approche , on impose les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée , en conservant les zéros du système.

Elle permet donc de contourner les restrictions liées à la nature de ce dernier (système à phase non minimale où non).

La structure générale ( canonique) du régulateur numérique étant la même que celle de la fig III-3-1, l'expression de la commande est donnée par l'équation III-26

La fonction de transfert en boucle fermée est alors donnée par l'équation III-27.

a) Régulation

Le choix des pôles en BF impose :

$$A(q^{-1}).S(q^{-1}) + q^{-d}B(q^{-1}).R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad ( \text{III-34} )$$

où :  $P(q^{-1})$  est le polynôme caractéristique désiré.

Cette équation est la forme générale de l'équation diophantine présentée en III-2 et III-30.

EN choisissant :

$$\text{deg } S = \text{deg } R = r_{\max} - 1 \quad \text{et} \quad \text{deg } P \leq 2r_{\max} - 1$$

$$\text{avec } r_{\max} = \text{Max}(n, m+d)$$

la résolution de III-34 ( Annexe E ) donne les polynômes du bloc de régulation R et S

b) Poursuite

L'équation III-27 peut se mettre sous la forme :

$$y(t) = q^{-(d+1)} \frac{B^*.T}{P} w(t+d+1) + \frac{C.S}{P} e(t) \quad ( \text{III-35} )$$

Pour avoir une bonne poursuite , il faut compenser les pôles en boucle fermée et l'écart en régime permanent entre  $y(t)$  et  $w(t)$

d'où le choix du polynôme de poursuite  $T(q^{-1})$

$$T(q^{-1}) = \begin{cases} \frac{P(q^{-1})}{B(1)} & \text{si } B(1) \neq 0 \\ P(q^{-1}) & \text{si } B(1) = 0 \end{cases} \quad (\text{III-36})$$

La fonction de transfert en BF s'écrit alors :

$$y(t) = \frac{B^*(q^{-1})}{B(1)} w(t) + \frac{C.S}{P} e(t) \quad (\text{III-37})$$

c) Interprétation

En absence de bruit ( $e(t) = 0$ ), la sortie est un MA de  $w(t)$ . La poursuite dépend donc de  $B(q^{-1})$ , mais l'écart permanent est éliminé.

Lorsque  $e(t)$  n'est pas nul, l'écart entre  $y(t)$  et  $w(t)$  est un ARMA d'ordre  $2r_{\max} - 1$ .

Soit  $\xi(t) = \frac{C.S}{P} e(t)$  (III-38)

$$\xi(t) = -\sum_1^{2g-1} p_i \xi(t-i) + \sum_1^{l+g-1} M_i e(t-i) + e(t) \quad \text{avec } g = r_{\max}$$

et  $M(q^{-1}) = 1 + M_1 q^{-1} + \dots + M_{l+g-1} q^{-(l+g-1)} = C.S$

La variance de  $\xi(t)$  :

$$\Omega^2 = E[\xi^2(t)] = \sigma_1^2 + \left[1 + \sum_1^{l+g-1} M_i^2\right] \cdot \sigma^2. \quad (\text{III-39})$$

où  $\sigma_1^2 = E\left[\left(\sum_1^{n+d} p_i \xi(t-i)\right)^2\right]$ .

Et la moyenne de  $\xi(t)$  :

$$\mu_1 = E[\xi(t)] = 0 \quad (\text{III-40}).$$

Remarques:

-Le modèle  $W(t+d+1)$  est généré par une fonction transfert choisie comme suit :

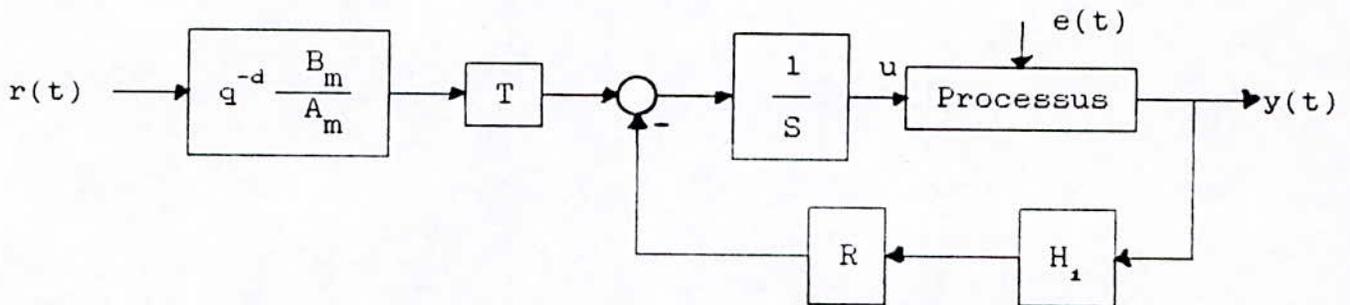
$$F_m(q^{-1}) = q^{-d} \frac{B_m}{A_m}$$

qui peut être déduite de l'échantillonnage d'un système continu.

-Introduction d'un filtre et d'un intégrateur, dans le système, avec:

$$H_1(q^{-1}) = \frac{1-\alpha q^{-1}}{1-\alpha} \quad 0 \leq \alpha \ll 1 \quad (\text{III-41})$$

La structure du régulateur est alors représentée par le schéma suivant :



L'équation Diophantine devient :

$$A.(1-q^{-1}).S + q^{-d}B. \frac{1-\alpha q^{-1}}{1-\alpha} .R = P \quad (\text{III-42})$$

Les polynômes du régulateur sont alors donnés par :

$S' = (1 - q^{-1})S$  et  $R' = R \frac{1 - \alpha q^{-1}}{1 - \alpha}$  avec R et S solutions de l'équation III-42.

-Le rôle de l'intégration est d'éliminer l'écart permanent dû aux perturbations constantes. le filtre est introduit pour des raisons de robustesse numérique.

d-) Algorithme de réglage

La commande initiale  $u = 0$

1-Simuler système

générer  $w_{t+d+1}$  (simulation de  $F_m$ )

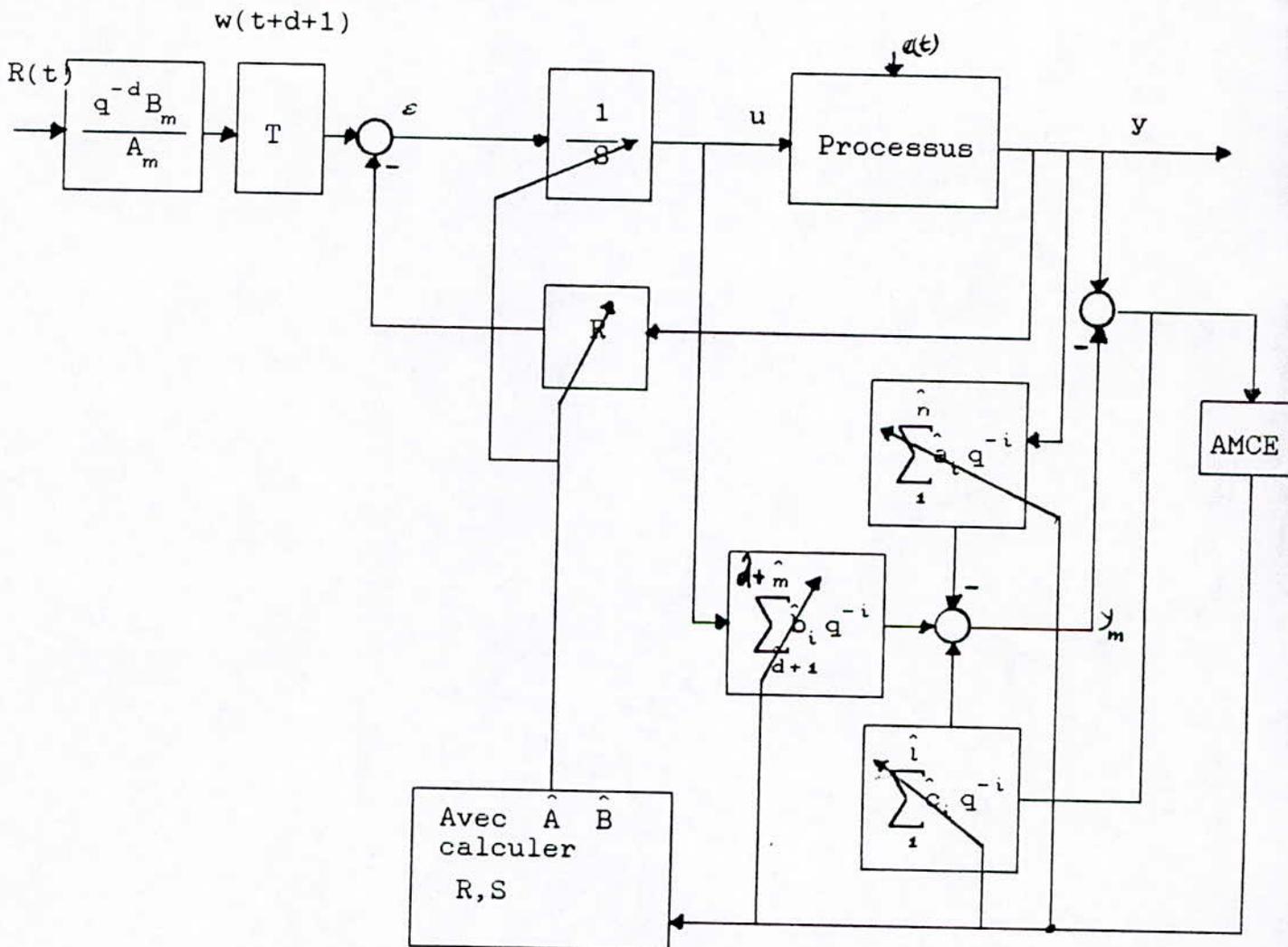
2-Identification

- 3-Résolution de l'équation diophantine ( Annexe E )
- 4-Calcul de la commande ( équation III-26 )
- Limitation de  $u$  entre  $+u_{\max}$  et  $-u_{\max}$
- Refaire 1,2,3 et 4 à chaque instant.

III-4-2) Structure du régulateur adaptatif

Lorsque les paramètres du système sont inconnus , on les estime par l'algorithme des moindres carrés étendus. Les degrés de A,B ,C et le retard d sont respectivement estimés par  $\hat{n}, \hat{m}, \hat{l}$  et  $\hat{d}$ .

La structure du régulateur adaptatif est la suivante :



R et S : obtenus par résolution de l'équation Diophantine.  
 T est donné par l'équation III-36.

Remarque

Cette structure ne comprend pas de pondération de l'entrée.

III-4-3) Résultats de simulation

Le système simulé et le modèle à suivre étant les mêmes que ceux des sections III-2-3 et III-3-4 , nous avons étudié le cas où les paramètres du système sont connus ( cas sans adaptation ) , en choisissant  $P(q^{-1}) = 1$ .

La figure III-4-1-a montre la commande et les sorties du système et du modèle lorsque le bruit est nul ( $\sigma = 0$ ).

L'effet du bruit ( $\sigma = 0.025$ ) est montré dans la figure III-4-1-b. Le système régulé est très sensible au bruit. En effet de l'équation III-39 on a, pour  $P = 1$  :

$$\Omega^2 = \left[ 1 + M_1^2 + M_2^2 + M_3^2 \right] \cdot \sigma^2 \quad ; (g=2, \sigma_1^2=0).$$

avec  $M(q^{-1}) = 1 + (c_1+s_1)q^{-1} + (c_2+s_1c_1)q^{-2} + s_1c_2q^{-2}$   
le régulateur est :

$$\begin{aligned} R &= 23.4 - 12.95q^{-1} \\ S &= 1 - 22.2q^{-1} \\ T &= 2.5 \end{aligned}$$

Donc

$$M = 1 - 22.7q^{-1} + 10.74q^{-2} + 7.992q^{-3}$$

et  $\Omega^2 = 0.43$ .

Le problème du mauvais choix de  $P$  s'est donc posé. Pour y remédier , nous nous sommes basés sur l'expérience acquise avec les méthodes précédentes pour un choix optimal :

$$P(q^{-1}) = C(q^{-1}) \cdot B^*(q^{-1}) = 1 - 1.1q^{-1} - 0.06q^{-2} + 0.216q^{-3}$$

La fig III-4-1-c montre la nette amélioration de la sortie. En effet l'équation III-38 devient :

$$\xi(t) = \frac{S}{B^*} e(t)$$

$S$  est un polynôme de degré 1, dans la GMV  $S = B^* \cdot S'$  (avec  $S' = 1$ ), en utilisant cette équation (qui n'est pas toujours valable dans le placement de pôles).

$$\text{on a } \xi(t) = e(t) \quad \text{et} \quad \Omega^2 = \sigma^2 .$$

Pour bien illustrer la méthode dans le cas adaptatif, nous avons choisi un système moins sensible aux perturbations et qui est donné par :

$$A = 1 - 1.7q^{-1} + 0.72q^{-2}$$

$$B = 0.8q^{-1} + 0.4q^{-1}$$

$$C = 1 - 0.7371q^{-1} + 0.1653q^{-2}$$

Pour ce système , nous avons fait varier les paramètres de la manière suivante :

A t = 50 ,  $a_1$  augmente de 50 % tandis que  $b_1$  diminue de 50 %

A t = 70 ,  $a_2$  diminue de 50 % tandis que  $b_2$  augmente de 100%

Le système devenant alors à phase non minimale . les paramètres reprennent leurs valeurs initiales à t = 150.

L'identification est faite à l'aide de l'algorithme des MCE à trace constante ( trace = 600 , c = 0.97 ) et le polynôme P est pris égal à 1.

La fig III-4-2-a montre la bonne poursuite du modèle par le système , même dans la zone de variation des paramètres de A et B .

Les estimés des paramètres variables convergent bien vers les valeurs réelles ( fig III-4-2-b à d ).

### Conclusion

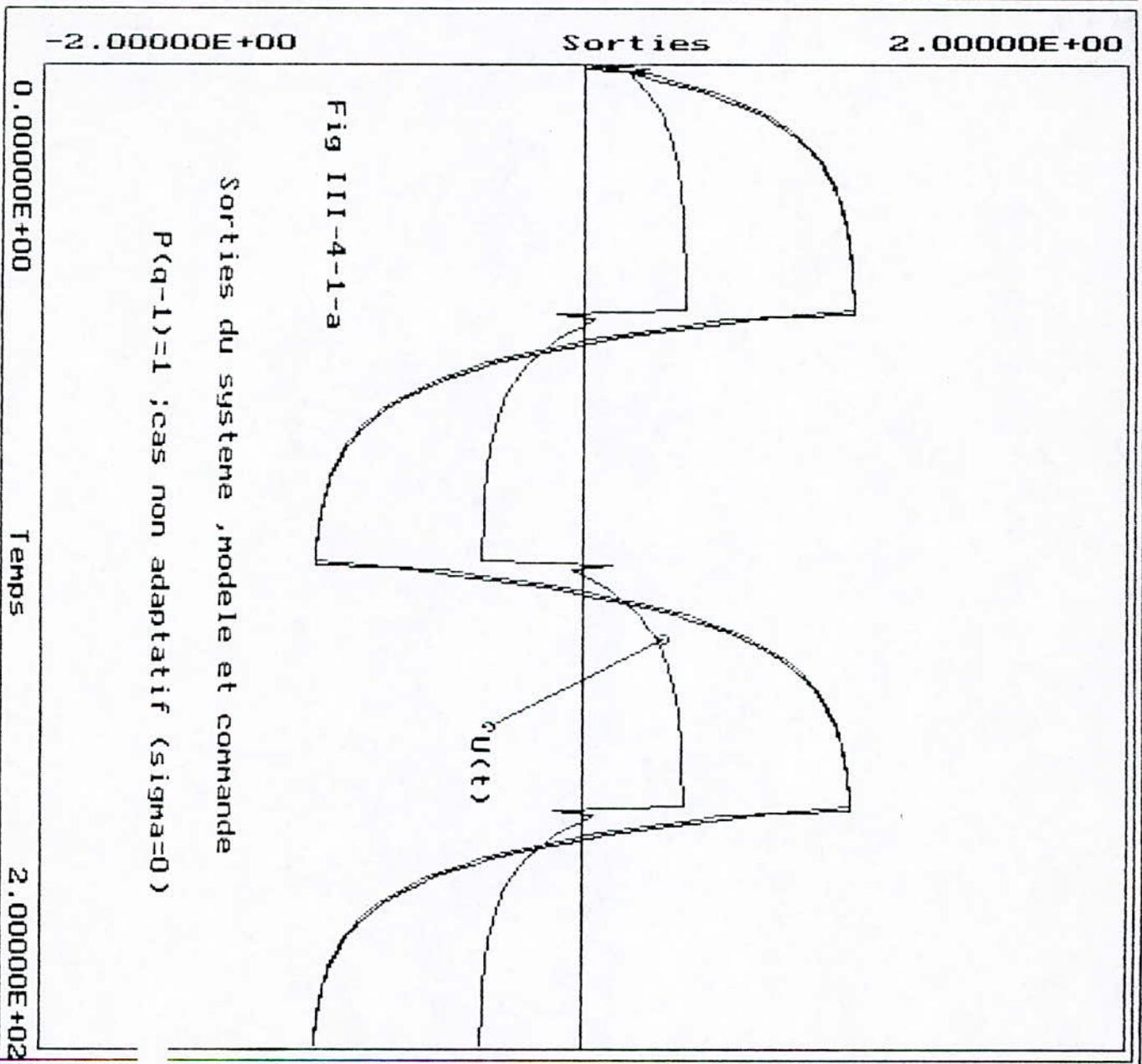
La commande par placement de pôles est robuste par rapport aux systèmes à phase non minimale et ne nécessite aucune pondération de l'entrée.

Le problème qui se pose pour cette stratégie est le choix des pôles pour les systèmes à paramètres variables en présence de bruit.

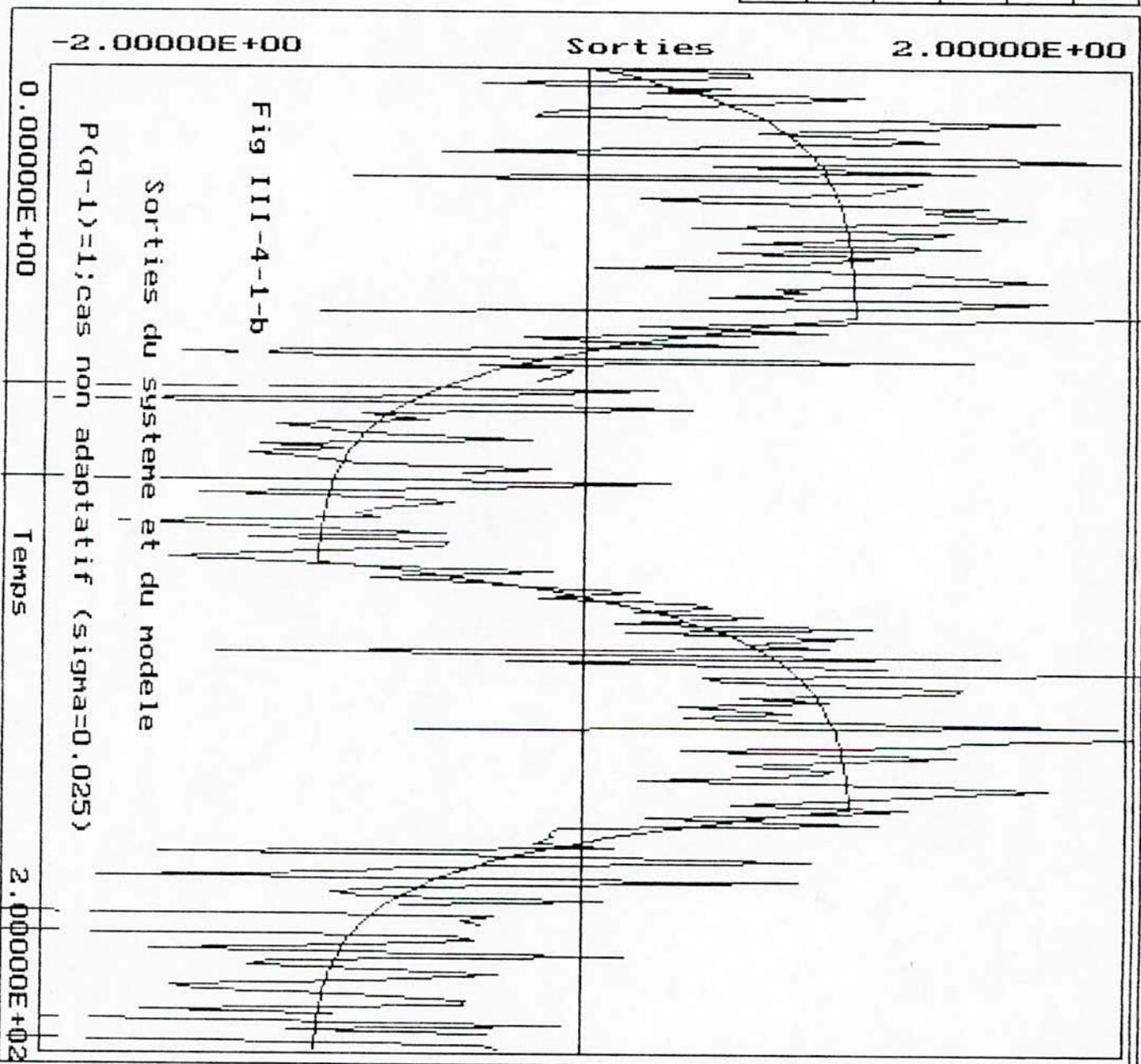
En effet , le choix  $P(q^{-1}) = 1$  n'est en général pas optimal .

Dans le cas déterministe , le choix précédent est le meilleur , à condition de ne pas tenir compte de l'allure de la commande qui peut avoir des pics assez importants.

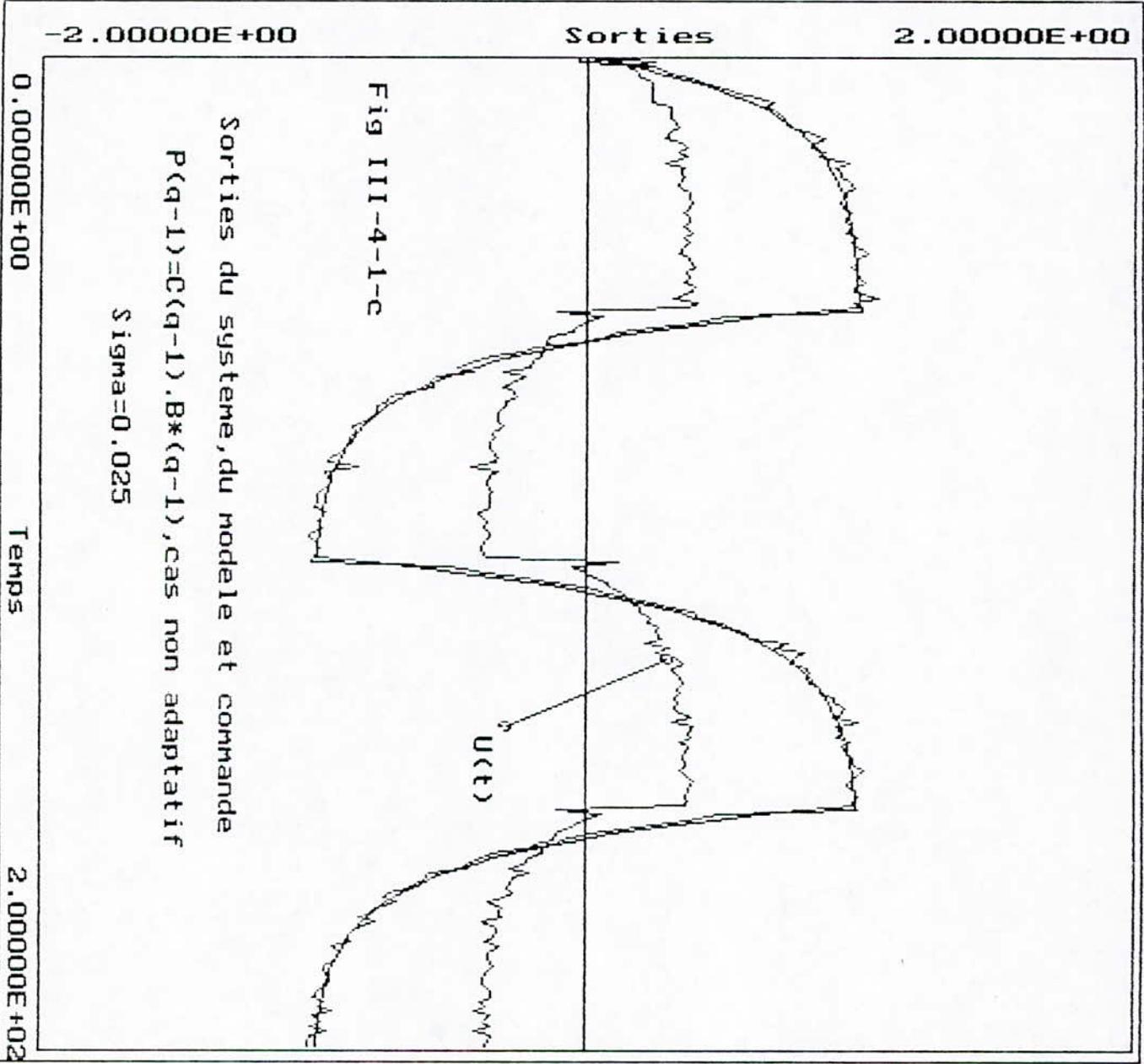
Commande a VarMin
Poursuite, regulat
<b>Placement poles</b>
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



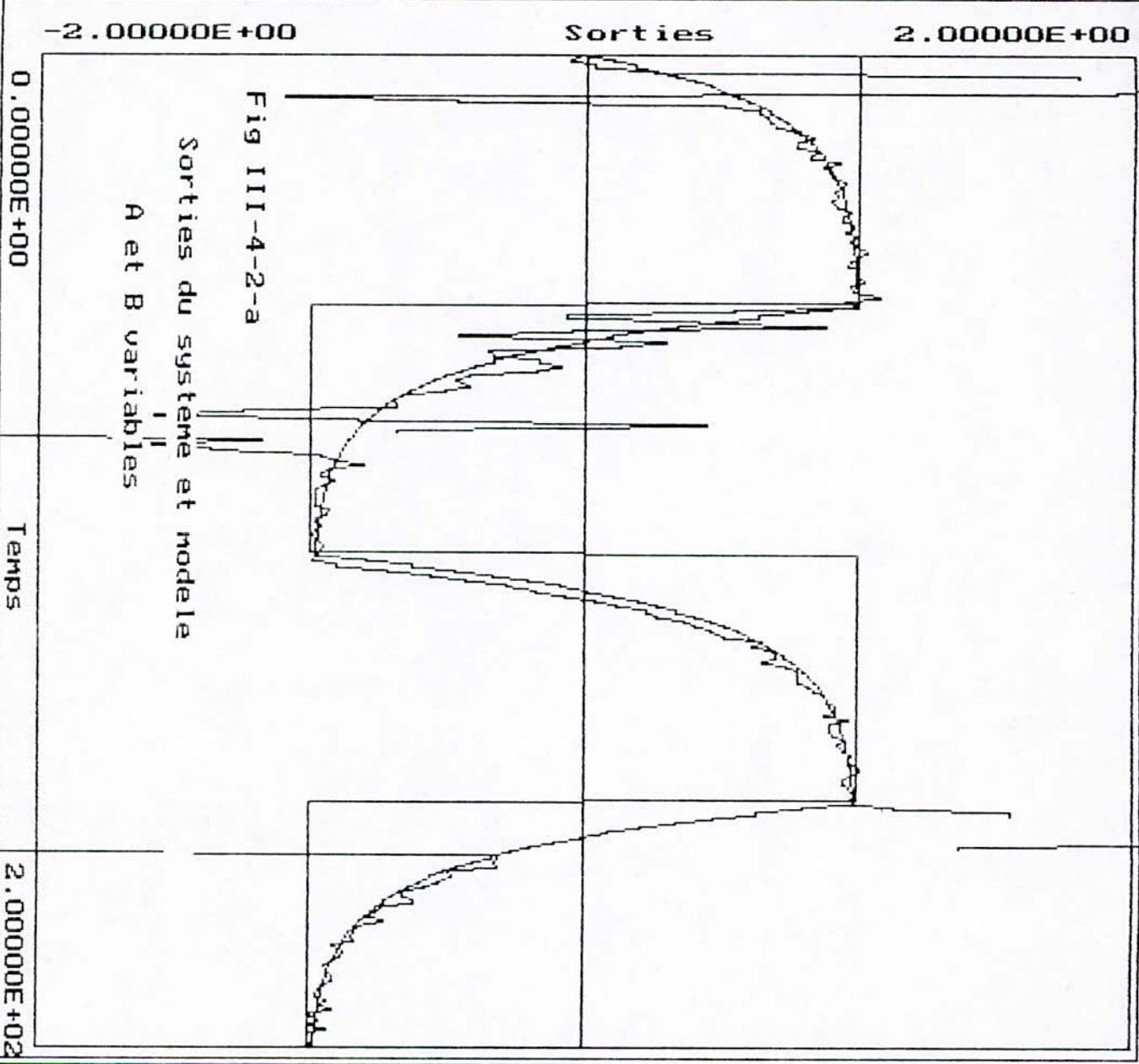
Commande a VarMin
Poursuite, regulat
<b>Placement poles</b>
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



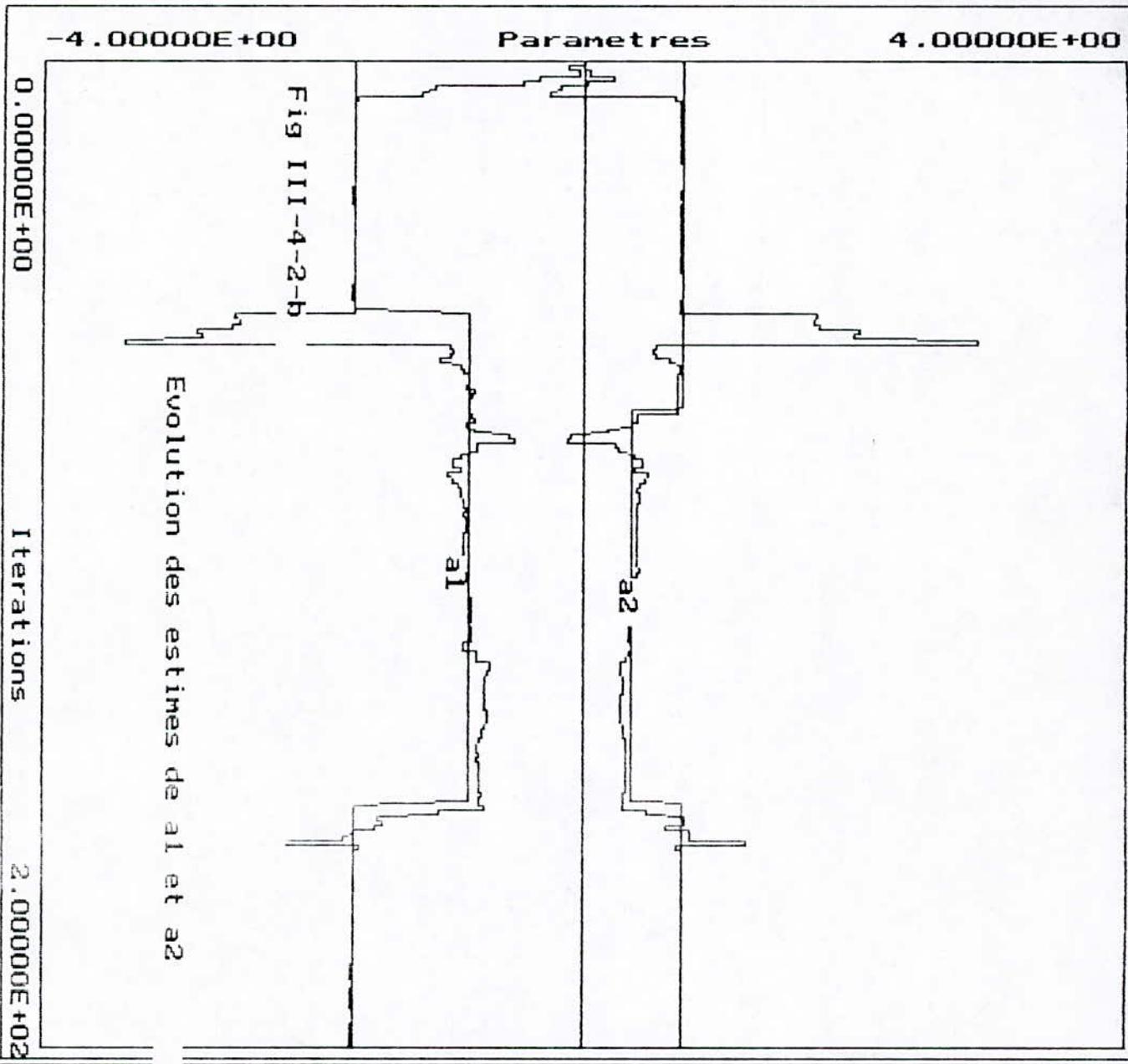
Commande a VarMin
Poursuite, regulat
<b>Placement poles</b>
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



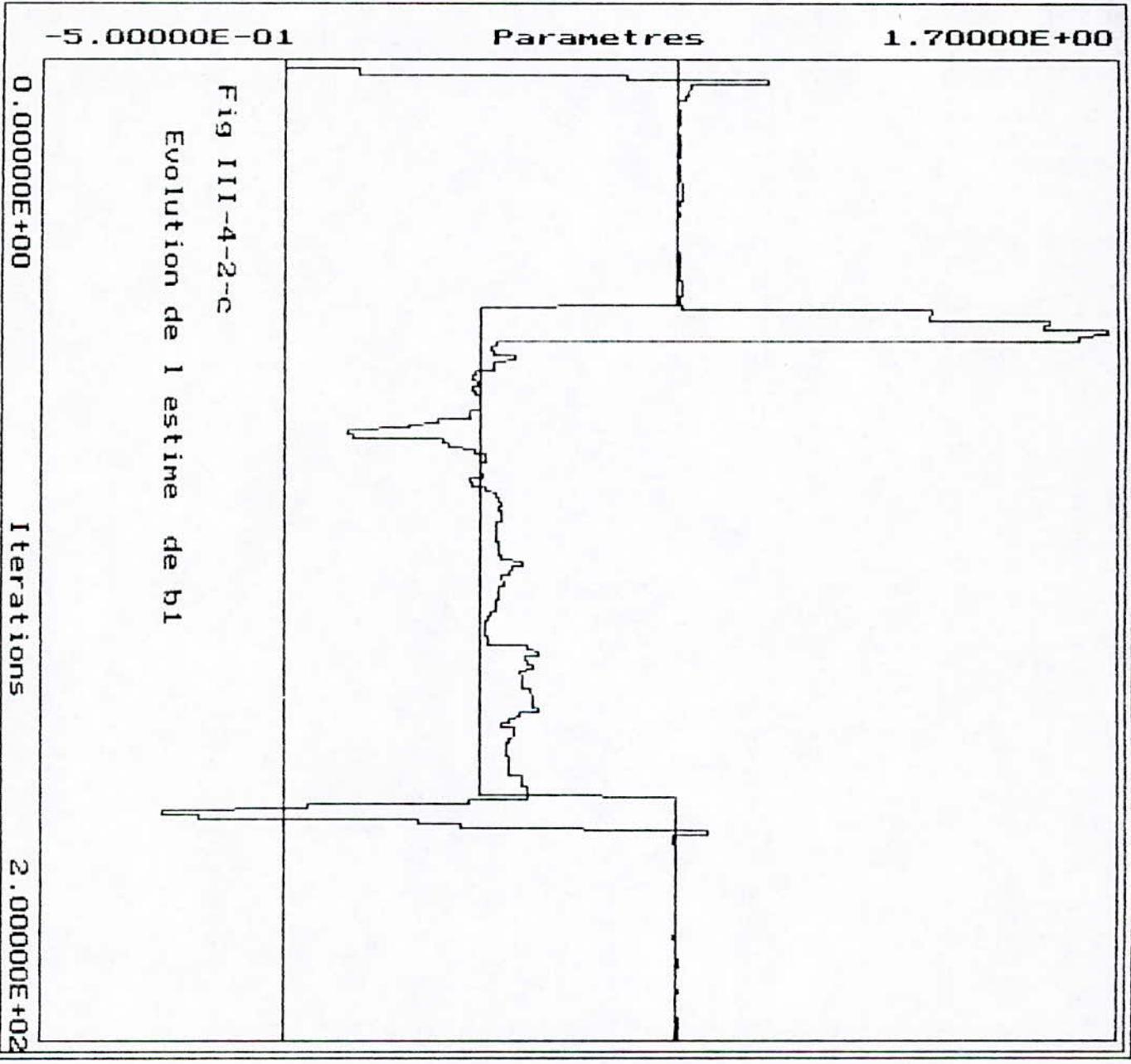
Commande a VarMin
Poursuite, regulat
<b>Placement poles</b>
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



Commande a VarMin
Poursuite, regulat
<b>Placement poles</b>
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire

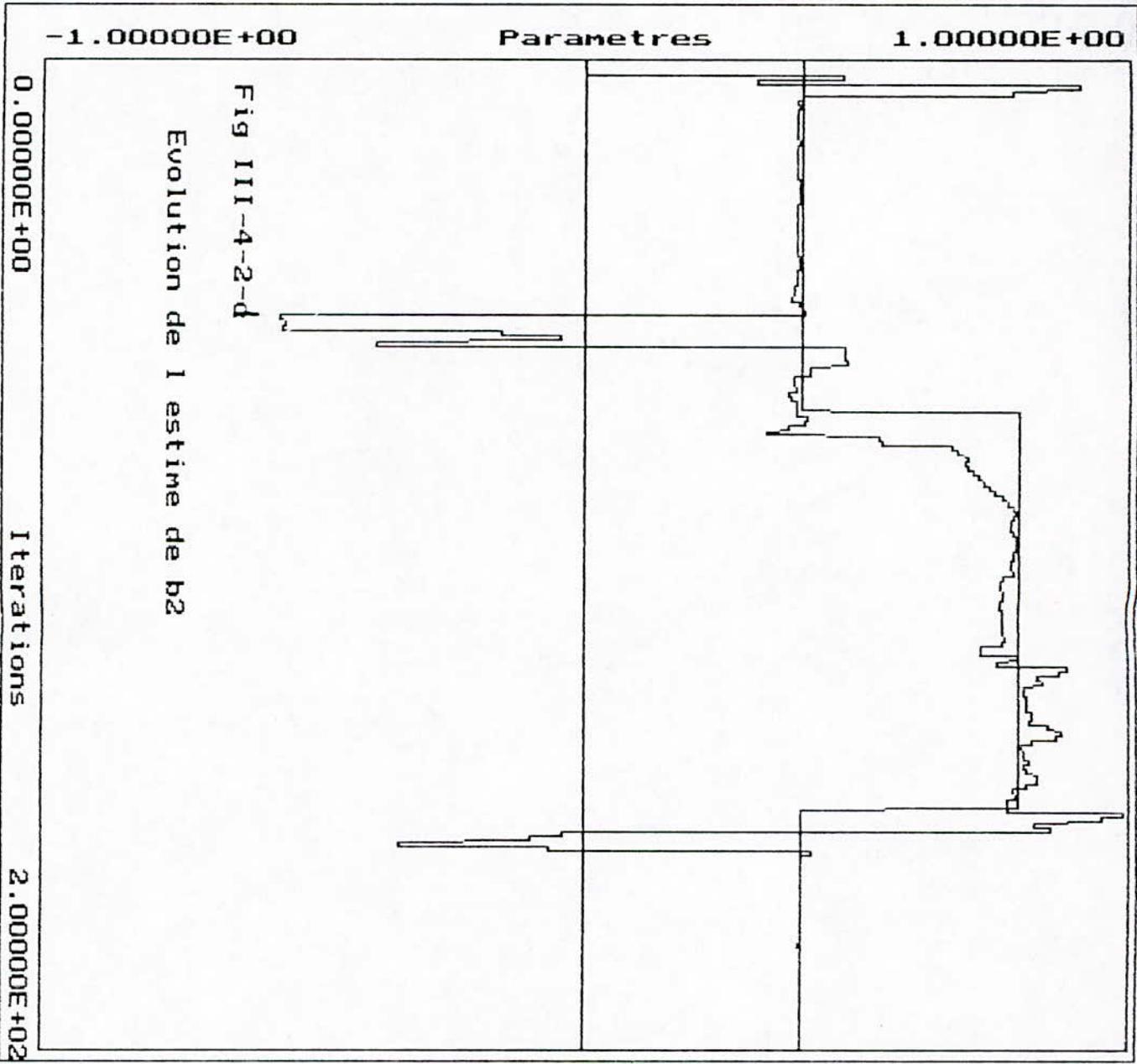


Commande a VarMin
Poursuite, regulat
Placement poles
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



105

Commande a VarMin
Poursuite, regulat
<b>Placement poles</b>
Identif MCE
Identif MCR
Commentaire



107

*CHAPITRE IV*

***PRESENTATION  
DU LOGICIEL  
AC-IM***

PRESENTATION  
DU LOGICIEL  
AC-IMIV-1) Introduction

L'objectif du logiciel AC-IM (Adaptive Control and Identification Methods) est de familiariser l'utilisateur avec les techniques numériques de l'identification et de la commande adaptative grâce à leur simulation . Sa convivialité permet d'autre part de l'utiliser dans un cadre purement pédagogique.

AC-IM a été développé sous l'environnement de programmation Turbo Pascal version 5.5 utilisant le système d'exploitation MS-DOS ; il est standardisé de telle sorte qu'il puisse fonctionner sur tout micro-ordinateur répondant à la norme IBM-PC et compatible et disposant d'un écran graphique .

Il comporte plusieurs modules appelés à partir d'un menu principal comme le présente la la fig IV-1 .

IV-2) Présentation des menus.IV-2-1) Systeme réel

Cette option permet d'introduire le modele ARMAX :

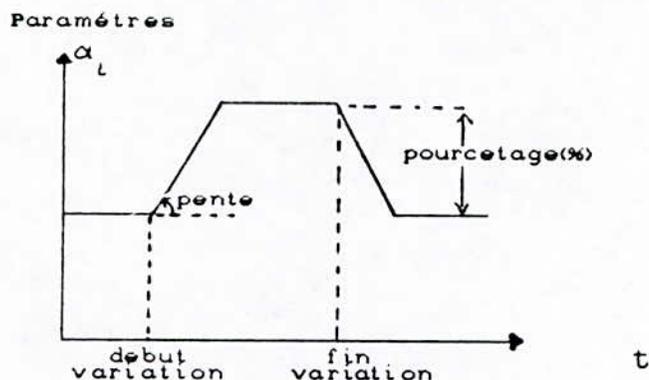
$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}.$$

$$B(q^{-1}) = 1 + b_1 q^{-1} + \dots + b_m q^{-m}.$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_l q^{-l}.$$

ainsi que le retard du système d.

La cinquième option sert pour l'introduction des variations eventuelles sur les paramètres , validées par Yes ou No ( tous les paramètres peuvent être variables ). La variation de ses derniers est décrite par le schéma suivant:



La sixième option permet de varier le retard , d'un saut choisi (max 3) , en précisant le début et la fin de la variation.

La dernière option sert à limiter la commande ainsi que la sortie (libre choix).

IV-2-2) Système estimé

Cette option est la même que la précédente , mais elle permet d'introduire le modèle estimé :

$$\begin{aligned} \hat{A}(q^{-1}) &= 1 + \hat{a}_1 q^{-1} + \dots + \hat{a}_n q^{-n} \\ \hat{B}(q^{-1}) &= 1 + \hat{b}_1 q^{-1} + \dots + \hat{b}_m q^{-m} \\ \hat{C}(q^{-1}) &= 1 + \hat{c}_1 q^{-1} + \dots + \hat{c}_l q^{-l} \end{aligned}$$

ainsi que le retard  $\hat{d}$ .

IV-2-3) Choix de la méthode

Permet de choisir la méthode d'identification parmi les suivantes :

- Trace constante
- Facteur d'oubli fixe
- Facteur d'oubli variable
- Gain décroissant

Le choix d'une méthode se fait en la validant par RETURN et en introduisant les paramètres correspondants.

IV-2-4) Choix de la SBPA

Permet de choisir la séquence binaire pseudo aléatoire en spécifiant K1 , K2 , n et son amplitude.

Remarque:

Pour une utilisation de AC-IM dans un but de commande,

il faut bien choisir cette amplitude ( nulle dans le cas simple , faible ou nulle dans le cas adaptative ).

#### IV-2-5) Choix du bruit

On choisit dans cette option , l'écart-type  $\sigma$  et la moyenne  $\mu$  du bruit ( voir annexe A ).

#### IV-2-6) Visualisation

Permet une visualisation soit des paramètres, soit des sorties.

##### IV-2-6-a) Paramètres

On sélectionne les paramètres à visualiser ( max 4 ) ainsi que le nombre d'itérations et les échelles , le quadrillage de la visualisation. Par l'option "lancement", on entre dans le coeur du logiciel.

##### IV-2-6-b) Fonctions

Cette option permet de choisir les sorties à visualiser :

Yr : Sortie réelle du système.

Ym : Sortie du modèle estimé.

Y\* a suivre : Sortie du modèle à suivre (W(t)).

U : Commande.

et ceci en validant par RETURN la sortie désirée.

Pour l'option "blocage" , si on choisit "1" la sortie sera bloquée , le choix 0 introduit une interpolation entre les instants d'échantillonnage ( fonction purement graphique ).

L'option "curseur" permet de manipuler un curseur sur la courbe Yr , et de visualiser les différentes sorties numériques en bas de l'écran.

L'option "simulation" permet d'entrer dans le coeur du logiciel.

#### IV-2-7) Coeur du logiciel

Il comprend les différentes méthodes d'identification et de commande adaptative :

- "Commande Var Min": c'est la commande à variance minimale généralisée.

- "Pour et Reg": c'est la commande par poursuite et régulation avec pondération de l'entrée.

- Placement de pôles.

- "Ident MCE": c'est l'identification par moindres carrés étendus.

- "Ident MCR": c'est l'identification par moindres carrés récursifs.

- L'option "Commentaire" permet d'écrire un texte sur l'écran et de tracer des lignes par "L".

Le choix de l'une des méthodes se fait en la validant par RETURN .

#### IV-2-7-a) Options de commande

Si l'une des stratégies de commande est choisie , un sous menu permet de choisir entre les deux options :

- Adaptative : la simulation sera alors faite avec les paramètres estimés .

- Simple : la simulation sera faite avec les paramètres réels .

Ce choix étant fait , un autre menu permet de choisir par :

- "A\* B\*" , le modèle échantillonné écrit sous la forme:

$$\begin{aligned} A^*(q^{-1}) &= 1 + a_1^* q^{-1} + \dots + a_n^* q^{-n} \\ B^*(q^{-1}) &= b_0 + b_1^* q^{-1} + \dots + b_m^* q^{-m} \end{aligned}$$

- "Système continu" , le modèle continu soit

du premier ordre:  $\frac{1}{1+Ts}$  en spécifiant T.

soit du deuxième ordre:  $\frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}$  spécifiant  $\zeta$  et  $\omega_0$ .

Si l'un des modèles est choisi , celui-ci sera échantillonné avec la période d'échantillonnage  $T_0$  et sera mis dans A\* et B\*.

- "Pôles P(q<sup>-1</sup>)", les pôles en boucle fermée ; le degré de P est choisi d'une façon automatique ( dans le cas de la GMV cette option n'est plus valide).

- "Pondération Q(q<sup>-1</sup>)" , la pondération de l'entrée ( inactive pour le placement de pôles ). Elle est sous la forme:

$$Q(q^{-1}) = \frac{\lambda(1-\beta q^{-1})}{(1+\alpha q^{-1})}$$

où  $\lambda$  ,  $\alpha$  et  $\beta$  seront choisis.

- "Intégration", la validation ou non de l'action intégrale sur le système .

- "Filtrage", l'introduction d'un filtre ( placement de pôles ) . Le filtre est de la forme :

$$H_1(q^{-1}) = \frac{1-\alpha q^{-1}}{1-\alpha}$$

où  $\alpha$  est choisi.

- "R,S,T( $q^{-1}$ )" , la visualisation des paramètres du régulateur ( en bas de l'écran ) .

- "Lancement" , le début de la simulation par le choix des caractéristiques de la référence  $r(t)$  ( amplitude et période)

#### IV-2-7-b) Options d'identification

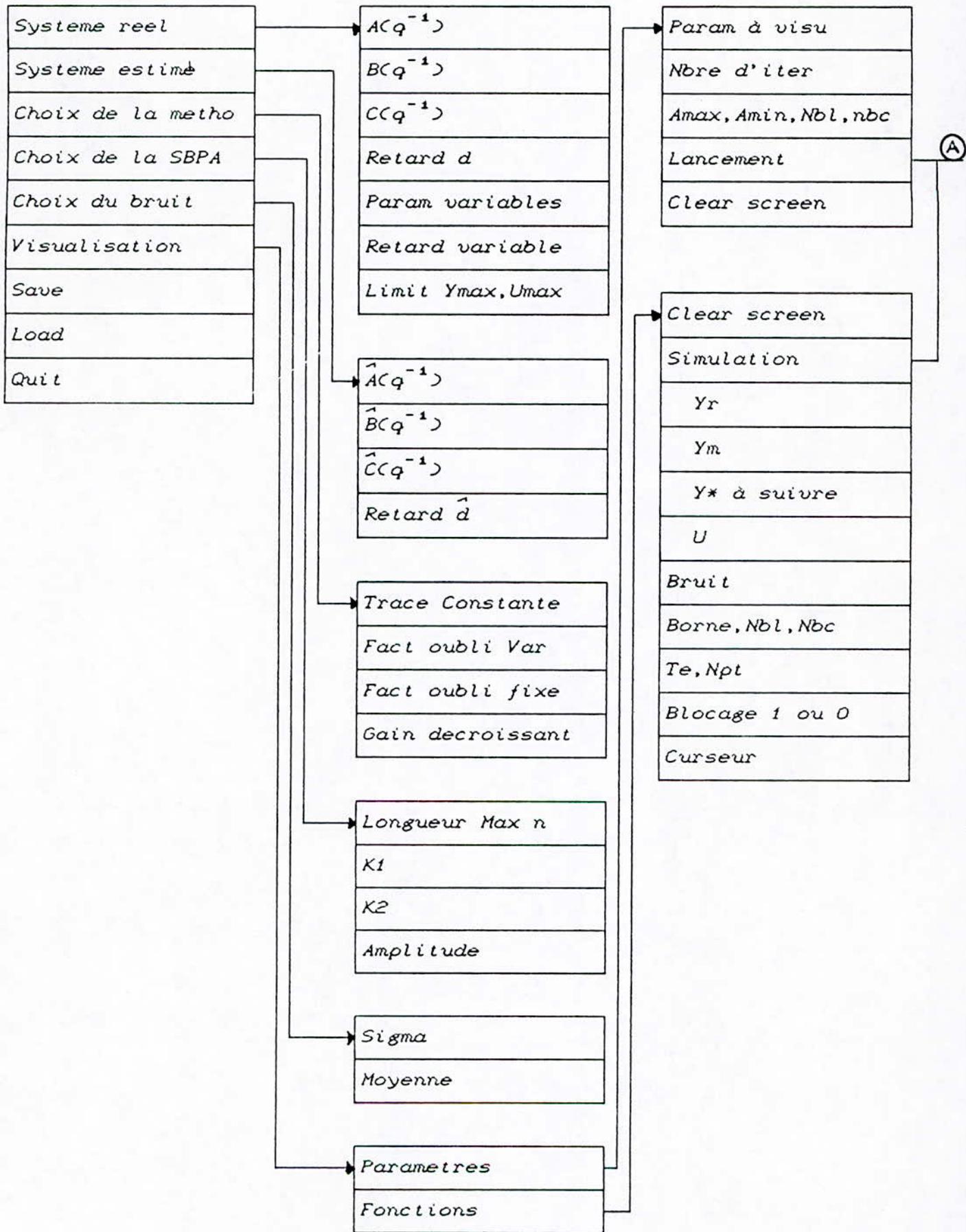
Pour chacune des deux options proposées , un menu permet de choisir la nature du signal d'entrée : SBPA ou Echelon.

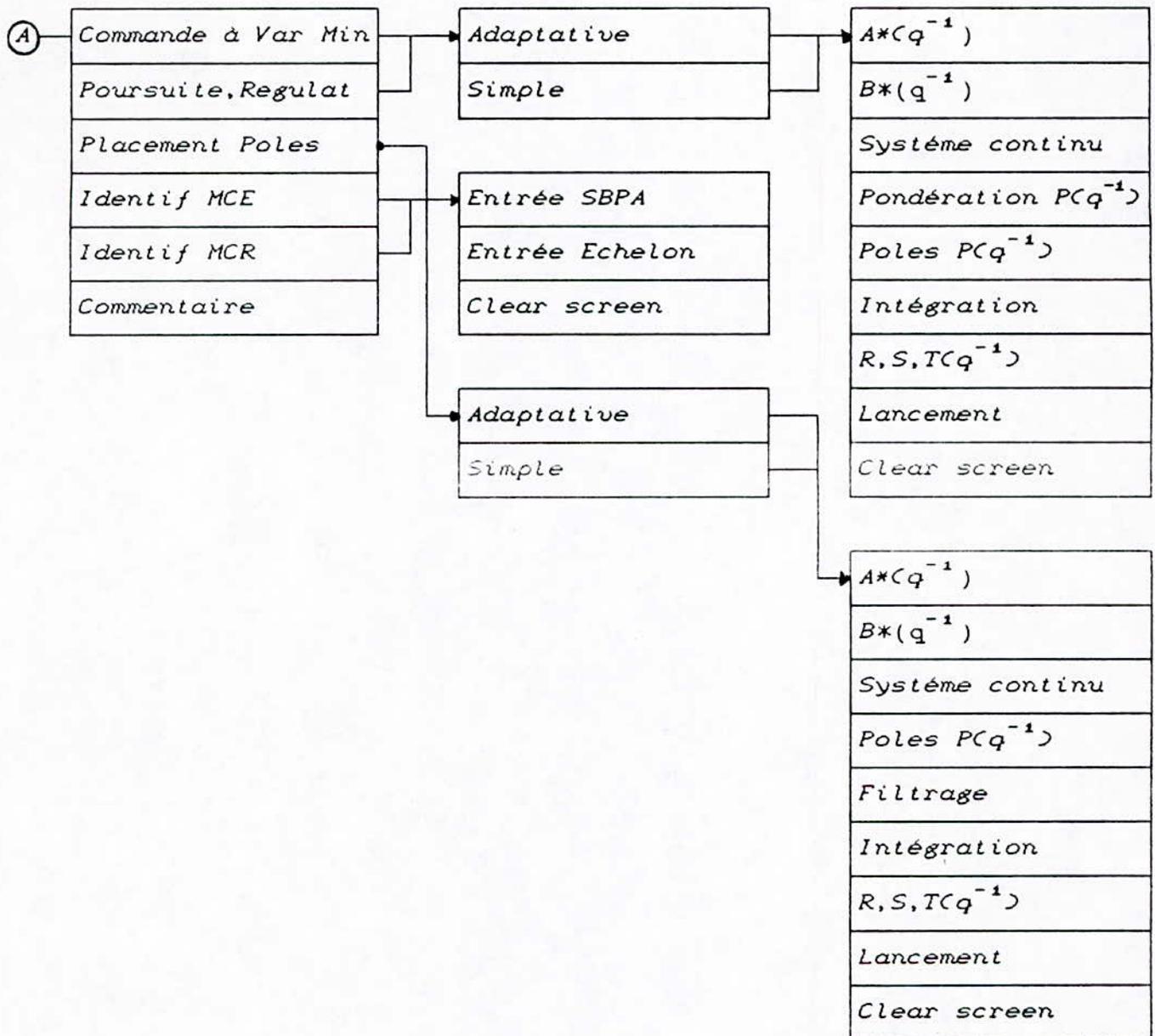
Pour l'entrée échelon , l'utilisateur devra introduire son amplitude.

#### IV-2-8) Sauvegarde et lecture de fichiers ( SAVE/LOAD )

L'option SAVE permet de sauvegarder tous les paramètres de la simulation dans un fichier .ADP dont le nom et le repertoire sont choisis par l'utilisateur ( le nom par défaut est SANSNOM.ADP ).

L'option LOAD permet de récupérer les paramètres d'une simulation précédente sauvegardés dans un fichier .ADP .Le choix est donné à l'utilisateur de charger le système avec son environnement graphique ( réponse Y ) ou sans lui ( réponse N ).





# **CONCLUSION**

## CONCLUSION

Dans ce travail , nous avons réalisé un logiciel de simulation (AC-IM) englobant quelques algorithmes d'identification et de commande qui ont connu un net développement ces vingt dernières années.

Nous avons ,pour ce faire ,étudié le comportement de l'algorithme d'identification des moindres carrés récursifs envers les variations de structure du système. L'étude en simulation a montré l'efficacité de l'algorithme à trace constante.

L'algorithme de commande à variance minimale généralisée adaptative est une solution optimale du problème de commande pour les processus soumis à des perturbations aléatoires , sous réserve du choix d'une bonne pondération dans le cas où le système est à phase non minimale.

Dans le cas déterministe ( sans perturbations ), l'algorithme précédent est un cas particulier de celui de poursuite et régulation avec pondération de l'entrée (  $P(q^{-1}) = C(q^{-1})$  ) , qui donne une plus grande liberté de choix des pôles en boucle fermée . Cette solution n'est néanmoins pas optimale dans le cas stochastique , le choix des pôles pouvant être inadéquat.

Le problème des systèmes à phase non minimale est résolu de manière très simple ( sans introduire la pondération ) par l'algorithme à placement de pôles qui , en faisant attention au choix des pôles dans le cas stochastique , donne de très bons résultats.

Les algorithmes de comande adaptative présentés ont montré leur robustesse vis-à-vis des variations structurelles du système.

Le logiciel AC-IM a été réalisé afin de faciliter la compréhension et la maîtrise des algorithmes de commande adaptative. Les nombreuses possibilités de simulation qu'il offre , lui donnent un intérêt particulier sur le plan pédagogique.

Les méthodes présentées dans ce travail ne sont qu'une introduction à tous les problèmes présentés dans la commande adaptative. Notre travail est susceptible d'extensions ultérieures , une première étant l'étude du cas multivariable ,ce qui serait très utile dans la commande des processus industriels.

# **ANNEXES**

GENERATION  
D'UN BRUIT  
BLANC

Nous présentons dans cette annexe une méthode de génération d'un bruit blanc gaussien de moyenne  $\mu$  et de variance  $\sigma^2$ .

Considérons d'abord le cas  $\mu=0$ .

Un signal  $z(t)$  suivant une loi normale  $N(0, \sigma^2)$  peut être décomposé en une série de Fourier; d'où:

$$z(t) = \sum_1^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t) \quad (\text{A-1})$$

où  $a_n, b_n$  sont des variables aléatoires.  
et  $\omega = 2\pi/T$  ( $T$  période du signal  $T \rightarrow \infty$ )

En écrivant A-1 sous la forme

$$z(t) = \sum_1^{\infty} a_n \cos(n\omega - \omega_c + \omega_c)t + b_n \sin(n\omega - \omega_c + \omega_c)t$$

avec  $\omega_c$  quelconque, on a :

$$z(t) = x(t) \cdot \cos(\omega_c t) - y(t) \cdot \sin(\omega_c t) \quad (\text{A-2})$$

$$\text{où} \quad x(t) = \sum_1^{\infty} a_n \cos(n\omega - \omega_c)t + b_n \sin(n\omega - \omega_c)t \quad (\text{A-3})$$

$$y(t) = \sum_1^{\infty} a_n \cos(n\omega - \omega_c)t - b_n \sin(n\omega - \omega_c)t \quad (\text{A-4})$$

Par application du théorème central limite,  $x$  et  $y$  suivent une loi normale  $N(0, \sigma^2)$ .

En posant  $x = R \cdot \cos(\theta)$  et  $y = R \cdot \sin(\theta)$

$$A-2 \iff \boxed{z(t) = R(t) \cdot \cos(\omega_c t + \theta(t))} \quad (A-5)$$

$R(t)$  et  $\theta(t)$  sont deux variables aléatoires qui suivent respectivement une loi de RAYLEIGH et une loi uniforme (Théorème de Rayleigh [8]) définies par :

$$\begin{cases} f(r) = \frac{r}{\sigma^2} e^{-\left(\frac{r^2}{2\sigma^2}\right)} & 0 \leq r \leq \infty \\ g(\theta) = \frac{1}{2\pi} & 0 \leq \theta \leq 2\pi \end{cases} \quad (A-6)$$

On démontre en plus que  $R$  et  $\theta$  sont liées par la relation [14]

$$\boxed{R(t) = \sqrt{2\sigma^2 \ln(2\pi/\theta(t))}} \quad (A-7)$$

En posant  $\omega_c = 0$ , on a enfin :

$$\boxed{z(t) \pm R(t) \cos(2\pi u(t))} \quad \text{avec } u(t) = \theta(t)/2\pi.$$

$u(t)$  suit une loi uniforme sur  $[0,1]$ .

On peut alors générer  $z(t)$  à chaque instant connaissant  $u(t)$ .

#### Génération de $u(t)$ [14]

La suite  $u_1(t)$  définie par :

$$u_1(t) = \frac{u(t)}{2^n - 1}$$

où  $u(t+1) = K \cdot u(t) \cdot [2^{n-1}]$ ;  $u(0) = u_0$ , impair  
suit une distribution uniforme sur  $[0,1]$  pour:

$$K = 8.m \pm 3 \text{ proche de } 2^{(n-1)/2}$$

En prenant  $n = 16$  (nombre de bits du  $\mu p$ ), on obtient :

$$m = 16 \text{ et } K = 131.$$

On choisit en outre  $u_0 = 12357$ .

L'algorithme de génération récursive de  $z(t)$  se présente alors comme suit:

$$t = 0, u_0 = 12357.$$

tant que  $t < t_{\max}$   
faire

$$u(t) = (131 \cdot u(t)) \bmod (2^{15}); u_1(t) = \frac{u(t)}{2^n - 1}$$

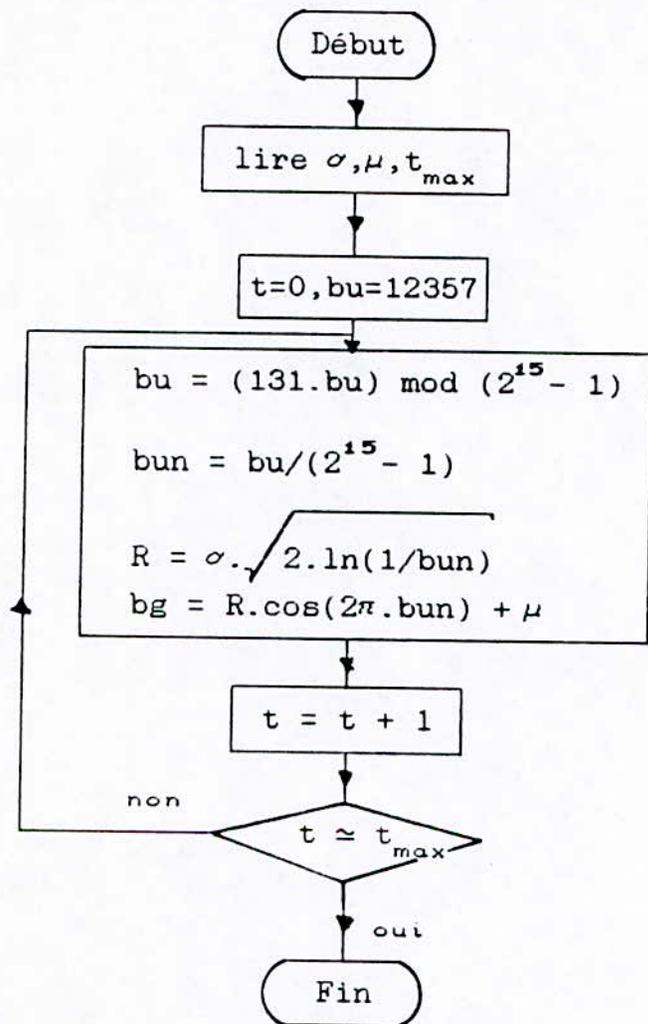
$$R(t) = \sigma \sqrt{2 \cdot \ln(1/u_1(t))}$$

$$z(t) = R(t) \cos(2\pi \cdot u_1(t))$$

$$t = t + 1$$

finfaire.

Dans le cas où  $\mu \neq 0$ , il suffit de l'ajouter à  $z(t)$ , d'où l'organigramme



La procédure Pascal correspondente est :

```

procedure bruitblanc(sigma,moyenne:real;var brtu,brtg:real);
var
  y,bu,bru;
begin
  bu:=frac(131*brtu/32768)*32768;
  brtu:=bu;
  bru:=bu/32767;
  y:=sigma*sqrt(2*ln(1/bru));
  brtg:=y*cos(2*pi*bru)+moyenne;
end;
  
```

#### Caracteristiques du bruit obtenu

Pour  $\sigma^2 = 1$  et  $\mu = 0$ , nous avons calculé les fonctions d'autocorrelation normalisées définies pas :

$$\phi_n(k) = \frac{\phi(k)}{\phi(0)}, \text{ avec } \phi(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^N z(t) \cdot z(t+k) \text{ et } N = 2^{15} - 1$$

D'où le tableau suivant :

k	$\phi_n(k)$
0	1
1	$7.73 \cdot 10^{-3}$
2	$2.87 \cdot 10^{-3}$
3	$4.83 \cdot 10^{-4}$

Nous avons aussi calculé la moyenne et l'écart-type pour N réalisations;

$$\mu = 0.056 \quad \text{et} \quad \sigma = 1.056.$$

#### Conclusion

Le bruit obtenu est une bonne approximation du bruit blanc.

LA SEQUENCE  
BINAIRE  
PSEUDO-ALEATOIRE

1/ Génération

La SBPA a d'abord été utilisée dans les systèmes digitaux de commande , puis , plus récemment , dans l'identification

C'est un signal de nature déterministe qui peut être simplement généré à l'aide d'un registre à décalage de  $n$  bits et une contre-réaction définie par une fonction booléenne  $F$  ( Fig B-1 ).

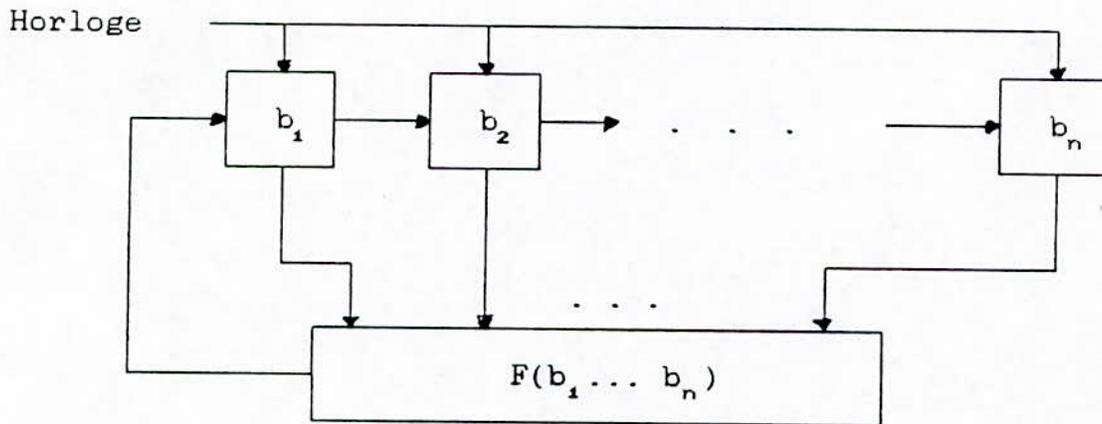


Fig B-1

On choisit  $F = \text{XOR}$  (ou exclusif) . Parmi toutes les combinaisons possibles des  $b_i$ , quelques unes seulement permettent de générer une séquence de longueur maximale  $L = 2^n - 1$ . Elles sont données pour différents  $n$  , dans le tableau suivant :

n	longueur	combinaison
2	3	$b_1 \oplus b_2$
3	7	$b_2 \oplus b_3$
4	15	$b_3 \oplus b_4$
5	31	$b_3 \oplus b_5$
6	63	$b_5 \oplus b_6$
7	127	$b_5 \oplus b_7$ ou $b_6 \oplus b_7$
8	255	$b_2 \oplus b_3 \oplus b_4 \oplus b_8$
9	511	$b_5 \oplus b_9$
10	1027	$b_7 \oplus b_{10}$

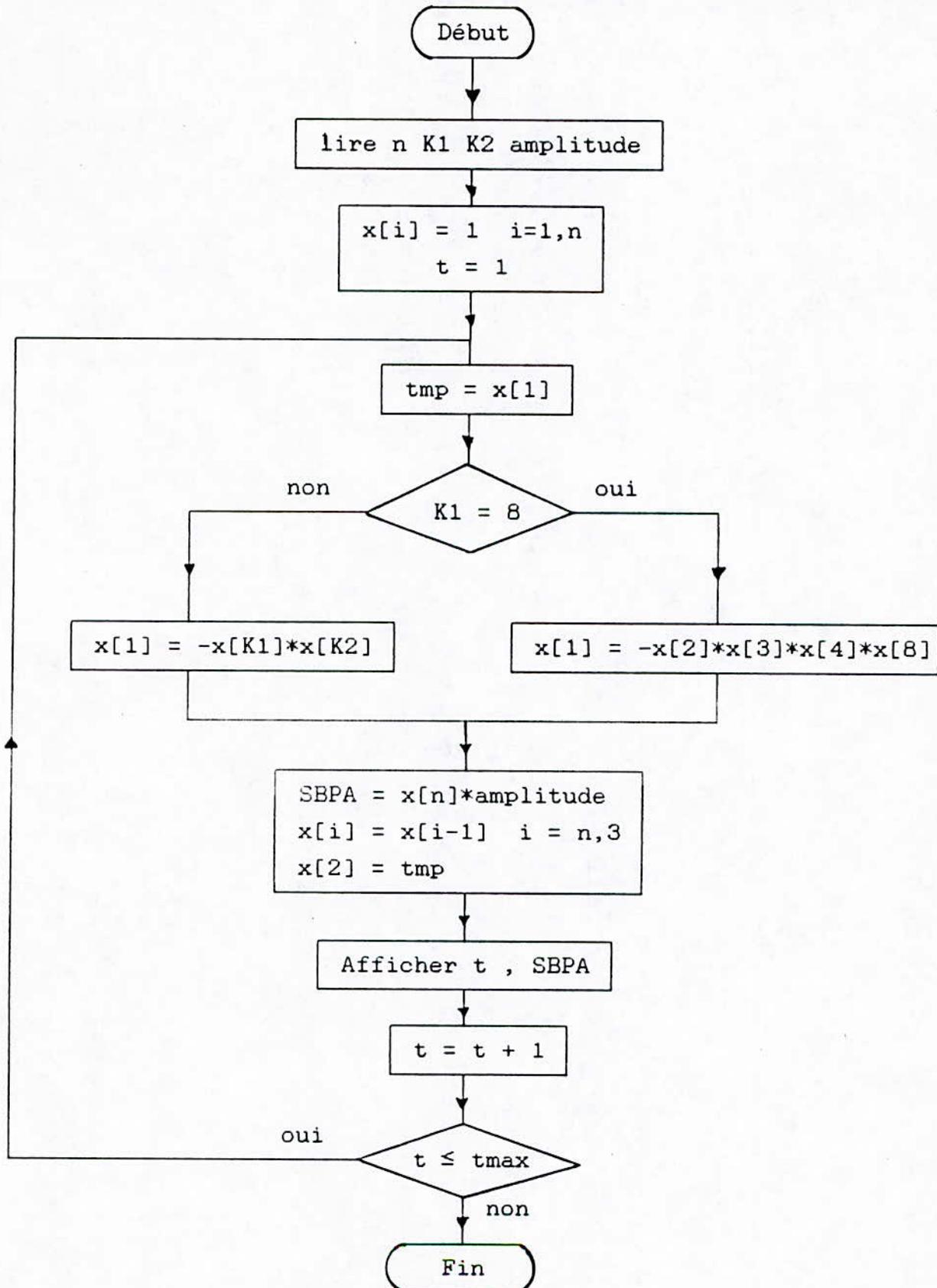
Dans notre logiciel , on peut choisir la nombre n ainsi que les deux bits à combiner K1 et K2. Pour n = 8 , le choix est automatique.

Pour simplifier la programmation , nous avons remplacé l'état 0 par -1 de telle sorte à réaliser la fonction XOR par une simple multiplication .Les tableaux suivants montrent l'équivalence

K1	K2	K1 + K2
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

K1	K2	- K1 * K2
-1	-1	-1
-1	1	1
1	-1	1
1	1	-1

L'organigramme de génération est le suivant :



```

program GENERATION_SBPA;
type
  vect=array[1..15]of real;
var tmax,t,k1,k2,n,i:integer;
    sortie,amplitude:real;
    x:vect;
PROCEDURE decaler(a:vect;x:real;debut,fin:integer;var b:vect);
  var
    i:integer;
  begin
    for i:=fin downto debut+1 do
      b[i]:=a[i-1];
    b[debut]:=x;
  end;

FUNCTION SBPA(n1,k1,k2:integer;amplisbpa:real;var a:vect):real;
  var
    i:integer;
    tmp:real;
  begin
    tmp:=a[1];
    if n1=8 then a[1]:=-a[2]*a[3]*a[4]*a[n1]
      else a[1]:=-a[k1]*a[k2];
    SBPA:=a[n1]*ampliSBPA;
    decaler(a,tmp,2,n1,a);
  end;
BEGIN
  readln(k1,k2,n,amplitude,tmax);
  for i:=1 to n do
    x[i]:=1;
    t:=0;
  repeat
    sortie:=SBPA(n,k1,k2,amplitude,x);
    writeln(t,' ',sortie);
    t:=t+1;
  until t>=tmax;
END.

```

a) La séquence générée, de période  $T = (2^n - 1)\Delta t$  possède  $(N+1)/2$  états 1 et  $(N-1)/2$  états -1. ( $N = 2^n - 1$ )

b) La moyenne sur une période est :

$$\mu = \sum_{i=1}^{2^n - 1} x[i] / (2^n - 1) = \frac{A}{L} \quad \text{A amplitude } L = 2^n - 1$$

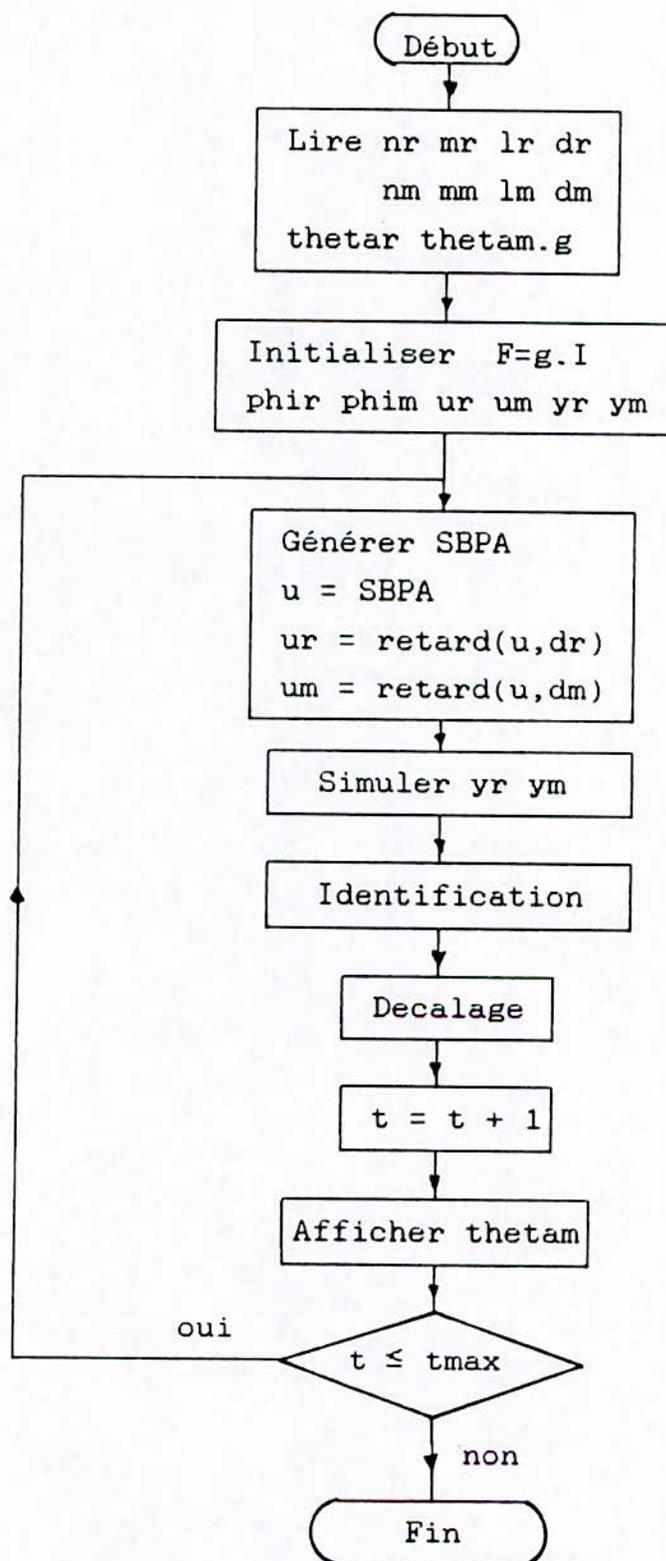
Si  $L$  est grand,  $\mu$  tend vers zéro.

c) La fonction d'auto-corrélation [2.1]

$$\phi_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{\tau/2}^{\tau/2} x(t) \cdot x(t-\tau) dt$$

est donnée par :

$$\begin{aligned} \phi_{xx}(\tau) &= A^2 && \text{si } \tau = 0 \\ \phi_{xx}(\tau) &= -\frac{A^2}{L} && \text{si } \tau > \Delta t \\ \phi_{xx}(\tau) &= A^2 \left(1 - \frac{L+1}{L} \frac{|\tau|}{\Delta t}\right) && \text{si } \tau < \Delta t \end{aligned}$$

ORGANIGRAMME  
DE L'ALGORITHME  
DES MCR

Identification

faire

```

eps = yr - ym
vectamp1 = phimT . F
deno = 1 + vectamp1.phim
eps = eps/deno
vectmp2 = phim.eps
vectamp2 = F.vectamp2
thetam = thetam + vectamp2
vectamp2 = F.phim
mattamp = vectmp2.vectamp1T
mattamp = (-1/deno).mattamp
F = F + mattamp

```

finfaire

simuleryrym

faire

```

yr = phirT.thetar
ym = phimT.thetam

```

finfaire

decalage

faire

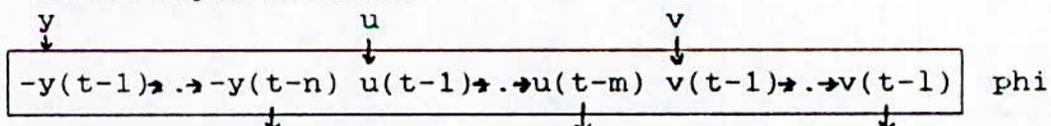
```

decaler -yr , ur , e dans phir (1)
        -yr , um , eps dans phim (2)

```

finfaire

de la façon suivante

pour (1)  $y=yr, u=ur, v=e, n=nr, m=mr, l=lr.$ (2)  $y=ym, u=um, v=\varepsilon, n=nm, m=mm, l=lm.$

RESOLUTION  
DE L'EQUATION  
DIOPHANTINE  
REDUITE

Soit l'équation polynomiale suivante :

$$A(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) + q^{-(d+1)} \cdot R(q^{-1}) = C(q^{-1}) \quad (D-1)$$

avec

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_n q^{-n}$$

$$R(q^{-1}) = r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{n-1} q^{-(n-1)}$$

$$S(q^{-1}) = 1 + s_1 q^{-1} + \dots + s_d q^{-d}$$

$$C(q^{-1}) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_n q^{-n} \quad (\text{si } \deg C = 1 \text{ alors les coefficients d'indices supérieurs sont nuls})$$

L'équation D-1 peut se mettre sous la forme matricielle suivante

$$M \cdot x = b \quad (D-2)$$

où  $x^T = (1 \ s_1 \ s_2 \ \dots \ s_d \ r_0 \ r_1 \ \dots \ r_{n-1})$

$$b = (1 \ c_1 \ \dots \ c_n \ 0_1 \ \dots \ 0_d)$$

et

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0_d & \dots & \dots & 0_{n+d} \\ a_1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_2 & a_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_n & a_{n-1} & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots \\ 0_1 & a_n & \dots & \dots & a_1 & 1 & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & a_2 & 0 & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0_d & \dots & \dots & \dots & 0 & a_n & 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec } 0_i = 0 \quad \forall i$$

après réduction le système devient :

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 a_1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 a_2 & \dots & \dots & 0 & \text{○} & \dots & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 a_n & \dots & \dots & 1 & \dots & \dots & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & a_1 & 1 & \dots & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & a_2 & 0 & 1 & \dots \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 \text{○} & 0 & a_n & 0 & \dots & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 s_1 \\
 s_2 \\
 \vdots \\
 s_d \\
 r_0 \\
 r_1 \\
 \vdots \\
 r_{n-1}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 c_1 - a_1 \\
 c_2 - a_2 \\
 \vdots \\
 c_n - a_n \\
 0 \\
 \vdots \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (D-3)$$

La procédure PASCAL de chargement de la matrice est la suivante :

```

for i = 1 to n+d do
  begin
    for j = 1 to n+d do
      begin
        if i = j then M(i,j) = 1 else M(i,j) = 0;
      end;
    end;
  for j = 1 to d do
    for i = j+1 to j+n do
      M(i,j) = a(i);
  Pour le vecteur b , on a :

  for i = 1 to n
    b(i) = c(i)-a(i);
  for i = n+1 to n+d do
    b(i) = 0;
  
```

La résolution du système est simple, M étant triangulaire inférieure.

RESOLUTION  
DE L'EQUATION  
DIOPHANTINE  
GENERALE

Soit l'équation polynômiale:

$$A(q^{-1}) \cdot S(q^{-1}) + B(q^{-1}) R(q^{-1}) = P(q^{-1}) \quad (E-1)$$

développée comme suit :

$$\begin{aligned} & (a_0 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{na} q^{-na}) (s_0 + s_1 q^{-1} + \dots + s_s q^{-s}) + \\ & + (b_0 + b_1 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb}) (r_0 + r_1 q^{-1} + \dots + r_r q^{-r}) = \\ & p_0 + p_1 q^{-1} + \dots + p_p q^{-p} \end{aligned} \quad (E-2)$$

L'écriture matricielle de cette équation donne :

$$\begin{bmatrix} a_0 & 0_1 & \dots & 0_s & b_0 & 0_1 & \dots & 0_r \\ a_1 & a_0 & \dots & & b_1 & b_0 & \dots & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots & \ddots & \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & \vdots & & \\ a_{na} & \vdots & & a_0 & b_{nb} & \vdots & & b_0 \\ 0_1 & a_{na} & & a_1 & b_{nb} & \vdots & & b_1 \\ & & & \vdots & \vdots & & & \vdots \\ & & & a_{na} & b_{nb} & & & \vdots \\ & & & & & & & b_{nb} \\ 0_s & & & & & & & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ \vdots \\ s_s \\ r_0 \\ r_1 \\ \vdots \\ r_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \\ \vdots \\ p_s \\ p_{s+1} \\ p_{s+2} \\ \vdots \\ p_p \end{bmatrix} \quad (E-3)$$

avec  $p \leq \max(na+s+1, nb+r+1)$ .

L'équation E-1 ( ou le système E-3 ) admet des solutions R et S si et seulement si le nombre d'inconnues  $r+s+2$  est égal au nombre d'équations  $\max(na+s+1, nb+r+1)$ .

D'où la condition

$$\boxed{\max(na+s+1, nb+r+1) = s+r+2.} \quad (E-4)$$

Cherchons les polynômes réalisant cette condition.

$$\begin{aligned} 1) \text{ Si } na+s+1 &\geq nb+r+1 \\ \text{alors } na+s+1 &= s+r+2 \implies \boxed{r = na-1} \quad (E-5) \end{aligned}$$

$$\text{or } na+s+1 \geq nb+r+1 \implies na+s+1 \geq nb+na-1+1.$$

$$\text{d'où } \boxed{s \geq nb-1.} \quad (E-6)$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ Si } na+s+1 &\leq nb+r+1 \\ \text{alors } nb+r+1 &= s+r+2 \implies \boxed{s = nb-1} \quad (E-7) \end{aligned}$$

$$\text{or } nb+r+1 \geq na+s+1 \implies nb+r+1 \geq na+nb-1+1.$$

$$\text{d'où } \boxed{r \geq na-1.} \quad (E-8)$$

Une condition suffisante pour que le système E-3 admette des solutions R et S est alors :

$$\boxed{\begin{aligned} r &\geq na-1 \\ s &\geq nb-1 \end{aligned}} \quad (E-9)$$

Une réalisation minimale des polynômes R et S est obtenue pour :

$$s = nb-1 \quad \text{et} \quad r = na-1$$

#### Remarques

- 1) Le choix des degrés de S et de R est arbitraire pourvu que la condition E-9 soit vérifiée.
- 2) La réalisation choisie dans la section III-4 pour la commande par placement de pôles est donnée par : [15]

$$\boxed{\begin{aligned} g &= \max(na, nb) \\ s &= g-1 \\ r &= g-1 \end{aligned}} \quad (E-10)$$

- 3) Si le système possède un retard d alors les d premiers termes de  $B(q^{-1})$  seront pris nuls.



# ***BIBLIOGRAPHIE***

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] K. J. ASTROM  
" Introduction to stochastic control theory "  
Academic Press New-Yok and London 1970
- [2] K. J. ASTROM  
" Robustness of a design method based on assignement of poles and zeros "
- [3] K. J. ASTROM  
" Theory and applications of adaptive control . A survey "  
Automatica , vol 19 , n°5 , pp 471-486 1983
- [4] K. J. ASTROM , B. WESTERBURG , B. WITTENMARK  
" Self tuning controllers based on pole placement design "  
Lund institute of technology Report May 1978
- [5] K. J. ASTROM , B. WITTENMARK  
" Adaptive control "  
Addison Wesley publishing company 1989
- [6] K. J. ASTROM , B. WITTENMARK  
" Computer controlled systems "  
Prentice Hall 1990
- [7] BELL  
" Electrical noise ,fundamentals and physical mechanisms "  
N.J. Princeton ,D.Van Nostrand Company LTD 1960
- [8] J.S. BENDAT  
" Principles and applications of random noise theory "  
John Willey and sons New-York 1958
- [9] C.Y. CHAN , H.K. SIRISEMA  
" Convergence of adaptive pole-zero placement controller for stable non minimum phase systems "  
Int. J. Control , vol 50 , n°3 , pp 743-754 1989
- [10] D.W. CLARCK , P.J. GAWTHROP and D. PHIL  
" Self tuning controller "  
IEE , vol 122 , n°9 , pp 929-934 1975
- [11] D.W. CLARCK , P.J. GAWTHROP and D. PHIL  
" Self tuning controller "  
IEE , vol 126 , n°6 , pp 633-640 1979
- [12] F. de COULON  
" Théorie et traitement des signaux "  
Traité d'électricité , Presses polytechniques romandes 1984
- [13] P.J. GAWTHROP and D. PHIL  
" Some interpretations of the self tuning controller "  
Proc IEE , vol 124 , n°10 , 1975

- [14] M. KUNT  
" Théorie et traitement de signal "  
Masson , Paris 1981
- [15] I.D. LANDAU  
" Idantification et commande des systèmes "  
Hermes , Paris 1988
- [16] I.D. LANDAU et L. DUGARD  
" Commande adaptative . Aspects pratiques et théoriques "  
Masson , Paris 1986
- [17] M. M'SAAD , R. ORTEGA and I.D. LANDAU  
" Adaptive controllers for discrete time systems with  
arbitrary zeros . An overview "  
Automatica , vol 21 , n°4 , pp 413-423 1985
- [18] K. NAJIM  
" Commande adaptative des processus industriels "  
Masson , Paris 1982
- [19] M. NAJIM  
" Modélisation et identification en traitement de signal "  
Masson , Paris 1988
- [20] K. NAJIM et MURATET  
" Optimisation et commande en génie des procédés "  
Masson , Paris 1987
- [21] M. RIVOIRE , J.L. FERRIER  
" Cours d'automatique de base "  
Eyrolles 3 tomes 1989/1990
- [22] S.C. RUTHENPURA and J.F. MACGREGOR  
" Pole-zero placement controllers and self tuning  
regulators with better setpoint tracking "  
Proc IEE , vol 134 , n°1 1987
- [23] P. STARRY  
" Automatique de base "  
Ellipses 1989
- [24] P.E. WELLSTEAD , D. PRAGER , P. ZANKER  
" Pole assignment self tuning regulator "  
Proc IEE , vol 126 , n°8 1979
- [25] L. XIA and J.B. MOORE  
" Recursive identification of overparametrised systems "  
Proc IEE , vol 34 , n°3 1989
- [26] X. XIANYA and R.J. EVANS  
" Adaptive control of discret time varying systems with  
unknown deterministic disturbances "  
Proc IEE , vol 131 , n°3 1984