

وزارة الجامعات  
Ministère aux Universités

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE ELECTRIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE DU MOTEUR  
ASYNCHRONÉ MONOPHASEE

Proposé par :

M.E.ZAIM

Etudié par :

L. HADJOUT

L. HOCINE

Dirigé par :

M.E.ZAIM

PROMOTION

Juin 91

وزارة الجامعات  
Ministère aux Universités

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

# ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE ELECTRIQUE

## PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE DU MOTEUR  
ASYNCHRONE MONOPHASEE

Proposé par :

M.E.ZAIM

Etudié par :

L HADJOUT

L HOCINE

Dirigé par :

M.E.ZAIM

PROMOTION

Juin 91

**DEDICACES**

Je dedie ce modeste ouvrage en signe  
de respect et de reconnaissance

A mes parents

A mon frère et à mes soeurs

A tous mes amis(es)

" HOCINE Leila "

Je dedie ce travail

A mes parents

A mes frères et soeurs

A tous mes amis(es)

et " I wid Igtwawten "

" Hadjout Larbi "

### REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier et à exprimer notre gratitude à notre promoteur Mr. M.E. ZAIM pour ses conseils, ses remarques bienveillantes et sa disponibilité permanente .

Nous remercions également les enseignants qui ont contribué à notre formation et toutes les personnes qui nous ont aidés et orientés.

# SOMMAIRE

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبة — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION GENERALE .....	1
CHAPITRE I	
GENERALITES SUR LES MOTEURS ASYNCHRONE MONOPHASES .....	2
I-1/ MOTEUR A PHASE AUXILIAIRE	
I-2/ MOTEUR A SPIRE DE TRAGER	
I-3/ MOTEUR A REPULSION INDUCTION	
CHAPITRE II	
EVALUATION DES PARAMETRES DU MOTEUR ASYNCHRONE MONOPHASE .....	5
II-1/ INTRODUCTION	
II-2/ DETERMINATION DES PARAMETRES A VIDE ET A ROTOR BLOQUE	
II-2-1 essais à rotor bloqué	
II-2-2 essais à vide	
II-2-3 methode de BUSTMANTE	
II-2-4 methode directe	
II-3/ EVALUATION DES PARAMETRES EN CHARGE	
CHAPITRE III	
MODELISATION DU MOTEUR ASYNCHRONE MONOPHASE A CONDENSATEUR PERMANENT .....	19
III-1/ NOTATIONS	
III-2/ EQUATIONS ELECTRIQUES DE BASE	
III-3/ EXPRESSIONS DES EQUATIONS ELECTRIQUES DANS UN SYSTEME INVARIANT	
CHAPITRE IV	
ETUDE EXPERIMENTALE .....	28
IV-1/ ESSAIS EN REGIME PERMANENT	
IV-1-1 determination des resistances des différents enroulements	
IV-1-2 essais à vide et à rotor bloqué sous différentes tensions	
IV-1-3 essais en charge à tension constante (220V)	

IV-2/ DETERMINATION DES PARAMETRES ELECTRIQUES

IV 2 1 variation des parametres avec la tension

IV 2 2 variation des parametres avec le glissement

IV-3/ ESSAIS EN REGIME VARIABLE

IV 3 1 determination de la caracteristique couple-vitesse

IV 3 2 etude du demarrage à vide

CONCLUSION GENERALE .....46

ANNEXES

Annexe1:Harmoniques d'espace .

Annexe2:Organigrammes de calcul .

Annexe3:Matrices utilisées dans la modélisation .

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

*INTRODUCTION  
GENERALE*

## INTRODUCTION GENERALE

Dans de nombreuses applications industrielles, le moteur asynchrone s'impose par son prix de revient avantageux, sa robustesse et sa simplicité d'entretien .

Dans ce travail, nous nous intéressons à la configuration monophasée à cage, qui bien que moins utilisée que celle triphasée, représente cependant une part non négligeable du marché .

Après avoir rappelé les principaux types de moteurs asynchrones monophasés existants, nous présentons au second chapitre des méthodes de prédétermination des paramètres de la machine à partir des essais à vide, à rotor bloqué et en charge. En effet, l'identification du moteur est nécessaire au dimensionnement de son alimentation et constitue un des thèmes actuels de l'électrotechnique /5/ .

Nous abordons au troisième chapitre, la modélisation du moteur à phase auxiliaire avec condensateur permanent et nous nous intéressons particulièrement au démarrage .

Une étude expérimentale effectuée sur deux moteurs constitue le dernier chapitre; nous y présentons les essais nécessaires à la détermination des paramètres de la machine, ainsi que des essais en régime transitoire, permettant la vérification du modèle développé au chapitre III .

*CHAPITRE I*

---

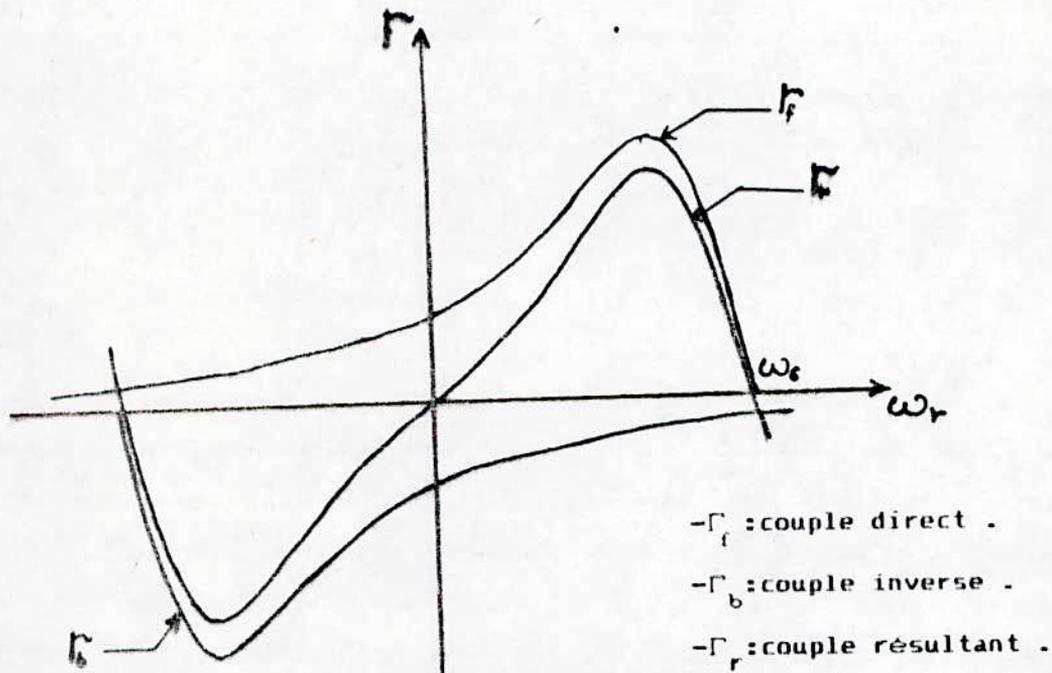
*GENERALITES  
SUR LES  
MOTEURS ASYNCHRONES  
MONPHASES*

## GENERALITES SUR LE MOTEUR ASYNCHRONE MONOPHASE

Le moteur monophasé possède un rotor généralement à cage d'écureuil et un bobinage statorique formé de  $p$  paires de pôles, décalées angulairement de  $(2\pi/p)$  géométrique et occupant le plus souvent les  $2/3$  du stator, le reste étant alors utilisé pour l'enroulement auxiliaire .

Le champ dans l'entrefer est fixe mais son fondamental peut être décomposé en deux champs glissants, de même amplitude et tournant en sens inverse avec la même vitesse  $/1,2/$  .

L'action de ces deux champs tournants peut être assimilée à celle de deux moteurs asynchrones triphasés identiques alimentés en série mais dont les rotors sont montés sur le même arbre  $/3/$ ; le couple résultant de ces deux champs tournants, donné par la figure (I-1) est nul à l'arrêt, empêchant ainsi le démarrage du moteur .



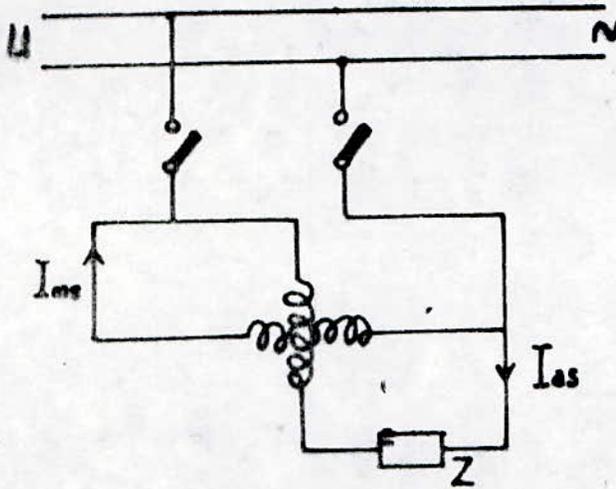
Fig(I-1):Caractéristique Couple Glissement .

Les moteurs monophasés se différencient principalement par le dispositif adopté pour créer le couple de démarrage, on peut les regrouper en trois types .

- Moteur à phase auxiliaire .
- Moteur à spire de Frager .
- Moteur à induction-répulsion .

I-1/Moteur à phase auxiliaire :

Le stator comprend deux enroulements décalés de  $(\pi/2)$  électrique et sont alimentés comme sur la figure (I-2) .



Fig(I-2):Schéma de principe du moteur à phase auxiliaire

L'impédance  $Z$  est généralement capacitive, elle permet le démarrage de la machine en créant un déphasage entre le courant principal  $I_{ms}$  et auxiliaire  $I_{as}$ , et l'amélioration du facteur de puissance.

Après le démarrage elle peut être mise hors service .

La valeur de cette capacité dépend essentiellement de la puissance du moteur et elle peut être approchée par /3/ :

$$C \approx \frac{I_{ms} \sin(\varphi_{ms})}{\omega U_{ms}}$$

$I_{ms}$  :courant dans la phase auxiliaire .

$U_{ms}$  :tension aux bornes de la phase auxiliaire .

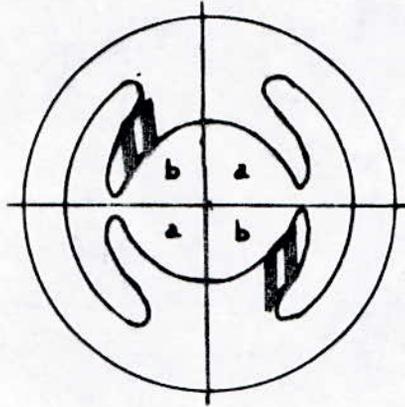
$\varphi_{ms}$  :déphasage entre  $I_{ms}$  et  $U_{ms}$  .

$\omega$  :Pulsation du réseau .

1-2/Moteur à spire de Frager ou à pôles fendus (shaded pôles) :

Le stator de ce moteur est à pôles saillants, et une partie de chaque pôle est entourée d'une spire court-circuitée (fig I-3) .

Les courants induits dans les spires retardent le champ dans les zones (b) par rapport au champ dans les zones (a), créant ainsi un couple de démarrage /2,3,4/ .

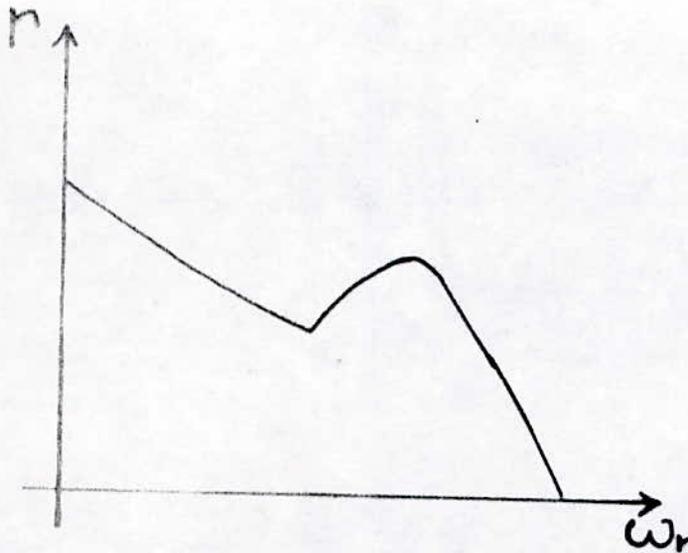


Fig(I-3):Schéma de principe du moteur à spire de Frager

1-3/Moteur à répulsion induction :

Il comporte un induit bobiné et un collecteur. Au démarrage les bobines rotoriques et statoriques sont mises en serie et un dispositif centrifuge court-circuité ensuite les lames du collecteur transformant ainsi le moteur universel en asynchrone /1/.

La caractéristique couple-vitesse est donnée par la figure(I-4) représentée ci dessous .



Fig(I-4):Caractéristique Couple-vitesse

CHAPITRE II

*EVALUATION DES  
PARAMETRES DU MOTEUR  
ASYNCHRONE MONOPHASE  
A CAGE*

# EVALUATION DES PARAMETRES DU MOTEUR ASYNCHRONE MONOPHASE

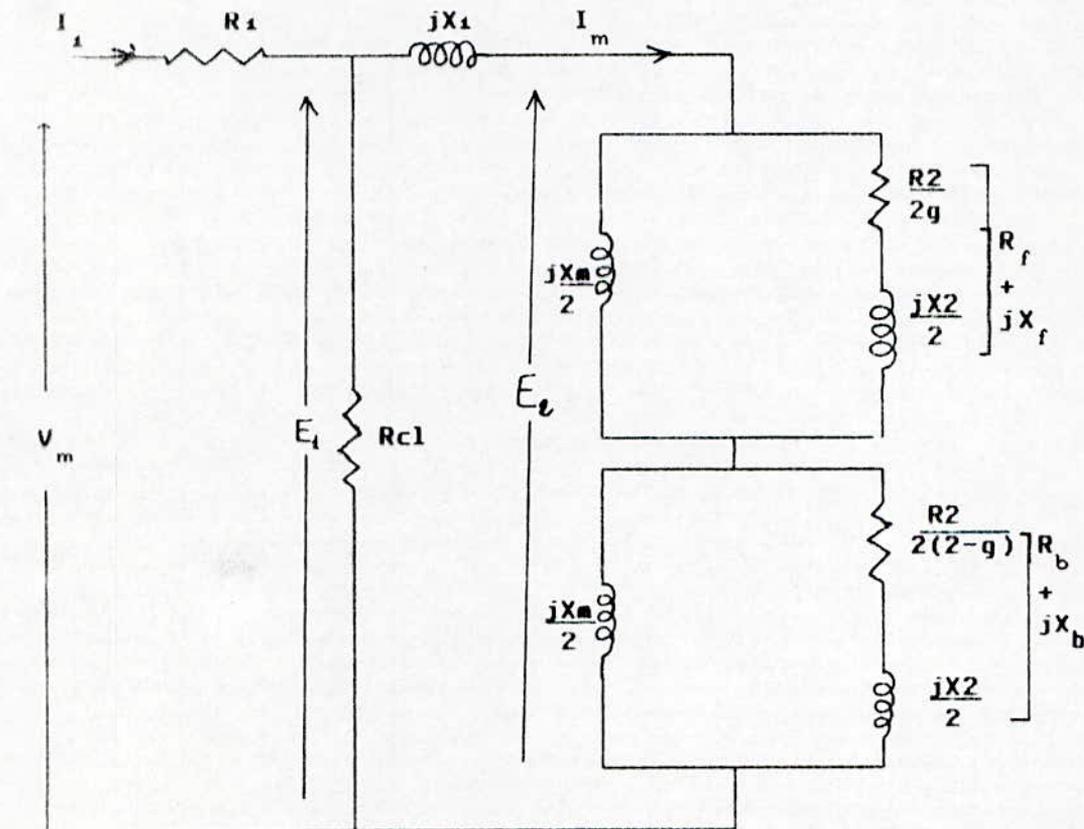
## II-1/Introduction:

La détermination des paramètres d'une machine électrique nécessite souvent des données internes à la machine (forme des encoches, épaisseur de l'entrefer, répartition de l'induction dans l'entrefer etc..) qui ne sont pas toujours disponibles.

On a alors recours à des méthodes se basant sur des schémas équivalents et des essais réalisables économiquement.

Nous nous intéressons à la détermination des paramètres de la machine asynchrone monophasée à cage par l'exploitation des essais à vide, à rotor bloqué et en charge.

Le schéma ci-dessous représente un modèle de la machine asynchrone monophasée, généralement admis.



Figure( II-1 ) :Circuit équivalent d'une machine asynchrone monophasée.

$R_1$  : résistance de l'enroulement statorique.

$X_1$  : réactance de fuite de l'enroulement statorique.

$R_2'$  : résistance rotorique ramenée au stator.

$X_2'$  : réactance rotorique de fuite ramenée au stator.

$X_m$  : réactance de magnétisation.

$R_{cl}$  : résistance équivalente aux pertes fer.

$Z_f = R_f + jX_f$  : impédance rotorique directe ramenée au stator.

$Z_b = R_b + jX_b$  : impédance rotorique inverse ramenée au stator.

On peut montrer que :

$$Z_f = \frac{g \cdot R_2' \cdot X_m^2}{2 \left[ R_2'^2 + g^2 (X_m + X_2')^2 \right]} + j \left[ \frac{X_m}{2} - \frac{g^2 \cdot X_m^2 (X_m + X_2')}{2 \left[ R_2'^2 + g^2 (X_m + X_2')^2 \right]} \right] \quad (\text{II-1})$$

$$Z_b = \frac{(2-g) \cdot R_2' \cdot X_m^2}{2 \left[ R_2'^2 + (2-g)^2 (X_m + X_2')^2 \right]} + j \left[ \frac{X_m}{2} - \frac{(2-g)^2 \cdot X_m^2 (X_m + X_2')}{2 \left[ R_2'^2 + (2-g)^2 (X_m + X_2')^2 \right]} \right] \quad (\text{II-2})$$

et que si on pose :  $Z_t = R_t + jX_t = Z_f + Z_b$

L'impédance d'entrée peut s'écrire alors :

$$Z = \frac{V_m}{I_1} = R_1 \frac{R_{cl} \left[ (X_t + X_1)^2 + (R_t^2 + R_{cl} R_t) \right]}{(X_t + X_1)^2 + (R_t + R_{cl})^2} + j \frac{R_{cl}^2 (X_t + X_1)}{(X_t + X_1)^2 + (R_t + R_{cl})^2} \quad (\text{II-3})$$

Les puissances active et réactive absorbées ainsi que les grandeurs  $I_m$ ,  $E_1$  et  $E_2$  définies par le schéma équivalent de la fig-II-1 peuvent s'exprimer par :

$$P_1 = V_m \cdot I_1 \cdot \cos(\varphi_1) \quad (\text{II-4})$$

$$Q_1 = V_m \cdot I_1 \cdot \sin(\varphi_1) = \sqrt{(V_m \cdot I_1)^2 - P_1^2} \quad (\text{II-5})$$

$$\text{où } \cos(\varphi_1) = \frac{R}{Z} \quad \text{et } \sin(\varphi_1) = \frac{X}{Z}$$

$$E_1 = \sqrt{V_m^2 + (R_1 \cdot I_1)^2 - 2 \cdot R_1 \cdot P_1} \quad (\text{II-6})$$

$$I_m = \sqrt{\frac{1}{4} \left(1 + \frac{R_1}{R_{cl}}\right)^2 + \left(\frac{V_m}{R_{cl}}\right)^2 - 2 \cdot P_1 \cdot \left(\frac{R_1 + R_{cl}}{R_{cl}^2}\right)} \quad (\text{II-7})$$

$$E_2 = \sqrt{V_m^2 + (R_1 \cdot I_1)^2 + (X_1 \cdot I_m)^2 - 2 \cdot R_1 \cdot P_1 - 2 \cdot X_1 \cdot Q_1} \quad (\text{II-8})$$

## II-2/ Détermination des paramètres à vide et à rotor bloqué:

### II-2-1/ Essai à rotor bloqué :

On relève:

$I_{1rb}$  - Courant d'entrée à rotor bloqué.

$P_{1rb}$  - Puissance active absorbée à rotor bloqué.

Le circuit de la fig(II-1) devient:

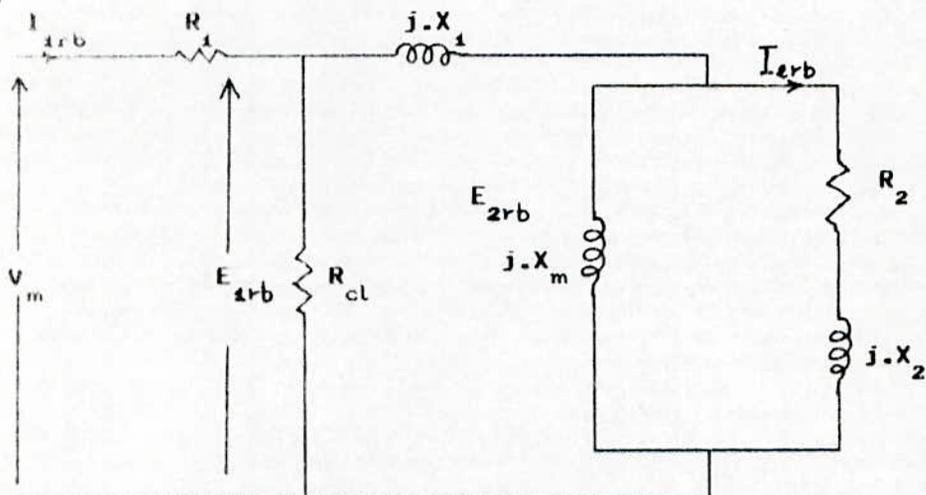


figure (II-2) : Circuit équivalent d'une machine asynchrone monophasée. (rotor-bloqué)

les puissances active et réactive consommées par le moteur sont absorbées respectivement par les résistances  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_{cl}$  et les réactances  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_m$ , ce qui se traduit par :

$$P_{1rb} = R_1 \cdot I_{1rb}^2 + \frac{E_{1rb}^2}{R_{cl}} + R_2 \cdot I_{2rb}^2 \quad (\text{II-9})$$

$$Q_{arb} = X_1 \cdot I_{mrb}^2 + \frac{E_{2rb}^2}{X_m} + X_2 \cdot I_{2rb}^2 \quad (\text{II-10})$$

où  $E_{1rb}$ ,  $E_{2rb}$  et  $I_{mrb}$  sont donnés par leurs expressions respectives (II-6), (II-8) et (II-7) .

$$\text{et} \quad I_{2rb}^2 = \frac{E_{2rb}^2}{R_2^2 + X_2^2}$$

#### II-2-1/ Essai à vide :

Le moteur tournant à vide, on relève:

Le courant statorique  $I_{10}$ .

La puissance active  $P_{10}$ .

Le glissement  $g_0$ .

La conservation de la puissance permet d'écrire :

$$P_{10} = R_1 \cdot I_{10}^2 + \frac{E_{10}^2}{R_{cl}} + (R_{f0} + R_{b0}) \cdot I_{m0}^2 \quad (\text{II-12})$$

$$Q_{10} = (X_1 + X_{f0} + X_{b0}) I_{m0}^2 \quad (\text{II-13})$$

La puissance mécanique développée correspond aux pertes mécaniques  $p_{mec}$ , qui sont données par:

$$p_{mec} = (1-g_0)(R_{f0} - R_{b0}) I_{m0}^2 \quad (\text{II-14})$$

En utilisant le circuit de la fig(II-1), on peut avoir:

$$E_{20}^2 = \left[ (R_{f0} + R_{b0})^2 + (X_{f0} + X_{b0})^2 \right] \cdot I_{m0}^2 \quad (\text{II-15})$$

A partir de (II-1) et (II-2), en prenant  $g = g_0$ , on obtient les expressions de  $(R_{f0}, X_{f0})$  et  $(R_{b0}, X_{b0})$  et à partir de (II-6), (II-7) et (II-8), en remplaçant  $P_1, Q_1, I_1$  par  $P_{10}, Q_{10}, I_{10}$ , on obtient celles de  $E_{10}, I_{m0}$  et  $E_{20}$ .

L'exploitation des fonctionnements à vide et à rotor bloqué nous permettent d'obtenir  $R_2(g=1) = R_{2rb}$ ,  $R_2(g=g_0) = R_{20}$ ,  $X_1$ ,  $X_2$ ,  $X_m$  et  $R_{cl}$ , en admettant que :

- $X_m(g=1) = X_m(g=g_0)$ .
- $X_1(g=1) = X_1(g=g_0) = X_2$
- $R_{cl}$  indépendante du glissement .

et que la résistance  $R_1$  est mesurée directement .

Deux méthodes itératives sont présentées . La première est proposée par Bustmante /5/, elle se base sur une évaluation progressive des paramètres qu'on réajuste après chaque itération jusqu'à l'obtention de la solution recherchée .

Nous proposons la deuxième méthode qui se base sur la résolution d'un système non linéaire formé par les équations (II-9), (II-10), (II-12), (II-14) et (II-15).

#### II-2-3/ Méthode de BUSTMANTE /5/ :

A partir de l'essai à rotor bloqué, il détermine  $R_{2rb}$  et  $X_1 = X_2$  alors que  $R_{20}$ ,  $R_{cl}$  et  $X_m$  sont obtenues de l'essai à vide.

##### -Évaluation de $R_{2rb}$ :

des relations (II-9) et (II-6) on a :

$$R_{2rb} = \frac{P_{1rb}}{I_{2rb}^2} \left(1 + 2 \frac{R_1}{R_{cl}}\right) - \frac{R_1 \left(1 + \frac{R_1}{R_{cl}}\right)}{R_{cl}} \left(\frac{I_{1rb}}{I_{2rb}}\right)^2 - \frac{(V_m / I_{2rb})^2}{R_{cl}} \quad (II-16)$$

##### -Évaluation de $X_1$ et $X_2$ :

En prenant  $X_1 = X_2$ , l'expression (II-10) devient:

$$X_1 = X_2 = \left[ Q_{1rb} - \frac{E_{2rb}^2}{X_m} \right] / (I_{mrb}^2 + I_{2rb}^2) \quad (II-17)$$

-Evaluation de  $R_{20}$  :

Pour les faibles glissements on a :

$$g_0 (X_m + X_2) \ll R_2 \ll (2-g_0)(X_m + X_2) \text{ et } X_2 \ll X_m \quad (\text{II-18})$$

ceci permet de simplifier  $R_{fo}$  et  $R_{bo}$  qui peuvent s'écrire alors:

$$R_{fo} \# g_0 \frac{X_m^2}{2.R_{20}} ; R_{bo} \# \frac{R_{20}}{2(2-g_0)}$$

la relation (II-14) conduit donc à l'équation :

$$R_{20}^2 + \frac{2.p_{mec}(2-g_0)}{(1-g_0).I_{m0}^2} R_{20} - g_0 X_m^2 (2-g_0) = 0 ,$$

dont la résolution donne :

$$R_{20} = \sqrt{\left( \frac{p_{mec}(2-g_0)(X_1 + X_{fo} + X_{bo})^2}{(1-g_0) Q_{10}} + g_0 (2-g_0) X_m^2 \right) - \frac{p_{mec}(2-g_0)(X_1 + X_{fo} + X_{bo})}{(1-g_0) Q_{10}}}$$

-Evaluation de  $R_{cl}$  :

L'équation (II-14) peut aussi s'écrire :

$$(R_{fo} + R_{bo}).I_{m0}^2 = \frac{p_{mec}}{(1-g_0)} + 2.R_{bo} I_{m0}^2$$

En introduisant cette expression ainsi que (II-6) et (II-13) dans (II-12) on obtient :

$$R_{cl} = \frac{v_m^2 + (R_1 - I_{10})^2 - 2.R_1.P_{10}}{P_{10} - R_1.I_{10}^2 - 2.R_{bo}Q_{10} / (X_1 + X_{fo} + X_{bo}) - p_{mec} / (1-g_0)} \quad (\text{II-20})$$

-Evaluation de  $X_m$  :

En tenant compte de (II-18), l'expression (II-15) devient :

$$\frac{E_{20}}{I_{m0}} = \frac{X_m + X_2}{2} \Rightarrow X_m = 2. \frac{E_{20}}{I_{m0}} - X_2 \quad (\text{II-21})$$

Les expressions (II-16), (II-17), (II-19), (II-20) et (II-21) ne peuvent être exploitées directement car elles contiennent des grandeurs de valeurs inconnues. Une première approximation des différents paramètres est nécessaire à l'initialisation du processus itératif, et elle peut être obtenue à l'aide des simplifications suivantes :

$$- I_{mrb} \# I_{2rb} \# I_{1rb} .$$

$$- I_{m0} \# I_{10} .$$

-  $X_m$  et  $R_{cl}$  sont suffisamment grands devant les autres paramètres

Les valeurs initiales sont alors :

$$R_{2rbi} = \frac{P_{1rb}}{I_{1rb}^2} - R_1 . \quad ; \quad X_{1i} = \frac{Q_{1rb}}{2 \cdot I_{1rb}^2} .$$

$$R_{cli} = \frac{V_m^2 + (R_1 \cdot I_{10})^2 - 2 \cdot R_1 \cdot P_{10}}{P_{10} - R_1 \cdot I_{10}^2 - R_{20i} \cdot I_{10}^2 / (2 \cdot g_0) - p_{mec} / (1 - g_0)}$$

$$X_{mi} = 2 \cdot \frac{E_{20i}}{I_{10}} \cdot X_{1i}$$

avec :

$$E_{20i} = \sqrt{V_m^2 + (R_1 \cdot I_{10})^2 + (X_{1i} \cdot I_{10})^2 - 2 \cdot R_1 \cdot P_{10} - 2 \cdot X_{1i} \cdot Q_{10}}$$

et on prend :  $R_{20i} = \frac{R_{2rbi}}{2} .$

Cette initialisation permet le déclenchement du processus itératif. Après chaque itération on calcule  $P_1, Q_1, I_1, I_m, E_1$  et  $E_2$ ; le processus s'arrête quand les puissances calculées sont suffisamment rapprochées de celles mesurées .

Pour assurer et accélérer la convergence, Bustamante effectue les réajustements suivants :

-Il multiplie  $I_{mrb}$  et  $I_{2rb}$  par le facteur de correction  $(I_{1rb}/I_{1rbc})$ , les expressions  $R_{2rb}$  et  $X_1=X_2$  deviennent alors :

$$R_{2rb} = \left( \frac{I_{1rbc}}{I_{2rbc}} \right)^2 \left[ \frac{P_{1rb}}{I_{1rb}^2} \left( 1 + 2 \frac{R_1}{R_{cl}} \right) - R_1 \left( 1 + \frac{R_1}{R_{cl}} \right) - \frac{(V_m / I_{1rb})^2}{R_{cl}} \right]$$

$$X_1 = X_2 = \left( \frac{I_{1rbc}}{I_{1rb}} \right)^2 \left[ Q_{1rb} - \frac{E_{2rbc}^2}{X_m} \right] / (I_{mrb}^2 + I_{2rbc}^2) \quad \text{avec}$$

$$E_{2rbc} = \sqrt{V_m^2 + (R_1 \cdot I_{1rb})^2 + (X_1 \cdot I_{1rb} \cdot I_{mrb} / I_{1rbc})^2 - 2 \cdot R_1 \cdot P_{1rb} - 2 \cdot X_1 \cdot Q_{1rb}}$$

où  $I_{1rbc}$ ,  $I_{mrb}$  et  $I_{2rbc}$  sont les valeurs calculées de  $I_1$ ,  $I_m$  et  $I_2$  à  $g = 1$ .

-Il remplace  $E_{20}$  et  $I_{m0}$  respectivement par :

$$\frac{E_{20i}}{E_{20c}} E_{20a} \quad \text{et} \quad \frac{I_{m0i}}{I_{10c}} I_{m0a}$$

on a alors :

$$X_m = (X_{ma} + X_2) \left( \frac{E_{20}}{E_{20c}} \right) \left( \frac{I_{m0i}}{I_{10c}} \right) - X_2$$

où  $E_{20c}$  et  $I_{10c}$  sont les valeurs calculées de  $E_2$  et  $I_1$  à  $g=g_0$ , alors que  $X_{ma}$ ,  $E_{20a}$  et  $I_{m0a}$  sont celles de  $X_m$ ,  $E_{20}$  et  $I_{m0}$  correspondant à l'itération précédente.

II-2-4/Methode directe :

En posant :

$$R_{1rb} = x_1 \quad ; \quad X_1 = X_2 = x_2 \quad ; \quad R_{cl} = x_3 \quad ; \quad X_m = x_4 \quad ; \quad R_{20} = x_5 .$$

le système formé par les équations (II-9), (II-10), (II-12), (II-14) et (II-15) peut s'écrire alors:

$$* F_1 = x_1 \left[ E_{1rb}^2 + x_2^2 I_{mrb}^2 - 2 \cdot x_2 Q_{1rb} \right] - (x_1^2 + x_2^2) \left[ P_{1rb} - R_{1rb} I_{1rb}^2 - \frac{E_{1rb}}{x_3} \right] = 0$$

$$* F_2 = x_2 I_{mrb}^2 + \left( \frac{1}{x_4} + \frac{x_2}{x_1^2 + x_2^2} \right) (E_{1rb}^2 + x_2^2 I_{mrb}^2 - 2 \cdot x_2 Q_{1rb}) - Q_{1rb} = 0$$

$$* F_3 = p_{mec} - (1 - g_0) I_{m0}^2 \left[ \frac{g_0 x_5 x_4^2}{2(x_5^2 + g_0^2(x_4 + x_2)^2)} - \frac{(2 - g_0) x_5 x_4^2}{2(x_5^2 + (2 - g_0)^2(x_4 + x_2)^2)} \right] = 0$$

$$* F_4 = P_{10} - R_{10} I_{10}^2 - \frac{E_{10}}{x_3} - I_{m0}^2 \left[ \frac{g_0 x_5 x_4^2}{2(x_5^2 + g_0^2(x_4 + x_2)^2)} + \frac{(2 - g_0) x_5 x_4^2}{2(x_5^2 + (2 - g_0)^2(x_4 + x_2)^2)} \right] = 0$$

$$* F_5 = \frac{E_{10}^2}{I_{m0}^2} + x_2^2 - 2 \cdot x_2 \frac{Q_{10}}{I_{m0}^2} - \left[ \frac{g_0 x_5 x_4^2}{2(x_5^2 + g_0^2(x_4 + x_2)^2)} + \frac{(2 - g_0) x_5 x_4^2}{2(x_5^2 + (2 - g_0)^2(x_4 + x_2)^2)} \right]^2 - \left[ x_4 - \frac{g_0^2 x_4^2 (x_4 + x_2)}{2(x_5^2 + g_0^2(x_4 + x_2)^2)} - \frac{(2 - g_0) x_4^2 (x_4 + x_2)}{2(x_5^2 + (2 - g_0)^2(x_4 + x_2)^2)} \right]^2 = 0$$

avec :  $E_{1rb}^2 = V_m^2 + (R_{10} - I_{1rb})^2 - 2 \cdot R_{10} \cdot P_{1rb} .$

$$I_{mrb}^2 = \left(1 + \frac{R_{10}}{x_3}\right)^2 \cdot I_{1rb}^2 + \left(\frac{V_m}{x_3}\right)^2 - 2 \cdot P_{1rb} \cdot \left(\frac{R_{10} + x_3}{x_3}\right) .$$

$$E_{10}^2 = V_m^2 + (R_{10} - I_{10})^2 - 2 \cdot R_{10} \cdot P_{10} .$$

$$I_{m0}^2 = \left(1 + \frac{R_{10}}{x_3}\right)^2 \cdot I_{10}^2 + \left(\frac{V_m}{x_3}\right)^2 - 2 \cdot P_{10} \cdot \left(\frac{R_{10} + x_3}{x_3}\right) .$$

C'est un système de 5 équations à 5 inconnues que nous pouvons résoudre par la méthode de Newton Raphson .

La formulation de celle-ci est :

$$J \cdot \Delta X^{(n)} = - F^{(n)}$$

ou 
$$\Delta X = X^{(n)} - X^{(n-1)}$$

avec :

X Vecteur des variables  $x_i$  .

$F^{(n)}$  Vecteur des fonctions  $F_i^{(n)}$  .

J Matrice Jacobienne .

La matrice J est donnée par :

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\delta F_1}{\delta x_1} & \dots & \frac{\delta F_1}{\delta x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\delta F_n}{\delta x_1} & & \frac{\delta F_n}{\delta x_n} \end{bmatrix}$$

A chaque itération, on résoud le système d'équation par inversion de la matrice Jacobienne .

La convergence de cette méthode dépend essentiellement du choix des valeurs initiales qui doivent être approchées au mieux de la solution ; nous les approchons comme précédemment (méthode de Bustmante) .

$$x_1^{(0)} = \frac{P_{1rb} - R_1}{I_{1rb}^2}$$

$$x_2^{(0)} = \frac{Q_{1rb}}{2 \cdot I_{1rb}^2}$$

$$x_3^{(0)} = \frac{V_m^2 + (R_1 \cdot I_{10})^2 - 2 \cdot R_1 \cdot P_{10}}{P_{10} - R_1 \cdot I_{10}^2 - x_5^{(0)} \cdot I_{10}^2 / (2 \cdot g_0) - p_{mec} / (1 - g_0)}$$

$$x_4^{(0)} = 2 \cdot \frac{E_{20}}{I_{10}} - x_2^{(0)}$$

avec :

$$E_{20} = \sqrt{V_m^2 + (R_1 \cdot I_{10})^2 + (x_2^{(0)} \cdot I_{10})^2 - 2 \cdot R_1 \cdot P_{10} - 2 \cdot x_2^{(0)} \cdot Q_{10}}$$

$$x_1^{(0)} = \frac{x_1^{(0)}}{2}$$

L'arrêt du processus itératif se fait lorsque les puissances calculées correspondent à celles mesurées .

### II-3/ Evaluation des paramètres à partir des essais en charge :

Des essais en charge sont nécessaires pour déterminer la variation des différents paramètres avec le glissement .

On mesure :

$P_1$  : puissance consommée .

$I_1$  : courant absorbé .

$\omega$  : vitesse de rotation du moteur .

$T_u$  : Couple mécanique développé par le moteur .

On suppose que la résistance  $R_{cl}$  est connue et indépendante du glissement (déterminée par exemple à partir des essais à vide et à rotor bloqué décrits précédemment) .

En utilisant le théorème de Thévenin, le circuit équivalent de la fig(II-1) peut être ramené à :

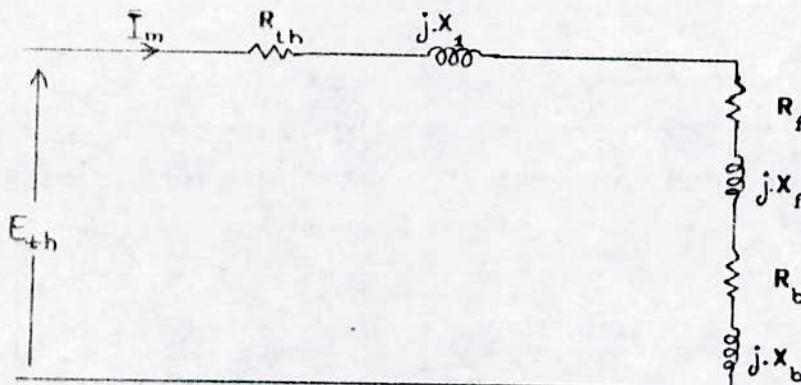


Fig (II-3): Schéma équivalent de Thévenin

avec :

$$E_{th} = \frac{R_{cl}}{R_1 + R_{cl}} V_m \quad \text{et} \quad R_{th} = \frac{R_1 \cdot R_{cl}}{R_1 + R_{cl}}$$

la représentation complexe du courant  $I_m$  est :

$$\begin{aligned} I_m &= \left(1 + \frac{R_1}{R_{cl}}\right) \frac{P_1}{V_m} - \frac{V_m}{R_{cl}} + j \left(1 + \frac{R_1}{R_{cl}}\right) \sqrt{I_1^2 - (P_1/V_m)} \\ &= I_{ma} + jI_{mr} \end{aligned} \quad (II-22)$$

$E_{th}$ ,  $R_{th}$  et  $I_m$  étant des grandeurs connues .

les puissances active et réactive s'expriment alors par :

$$P_i = E_{th} \cdot I_{ma} = (R_{th} + R_f + R_b) \cdot I_m^2$$

$$Q_i = E_{th} \cdot I_{mr} = (X_i + X_f + X_b) \cdot I_m^2$$

et on en déduit que :

$$R_f + R_b = E_{th} \cdot I_{ma} / I_m^2 - R_{th} \quad (II-23)$$

$$X_i + X_f + X_b = E_{th} \cdot I_{mr} / I_m^2 \quad (II-24)$$

La puissance mécanique que développe le moteur correspond à la somme de la puissance utile et des pertes mécaniques :

$$(1-g)(R_f - R_b) \cdot I_m^2 = \Gamma_u \cdot \omega_r + p_{mec} \quad (II-25)$$

On peut alors déterminer  $R_f$  et  $R_b$  ; en effet de (II-23) et (II-25) on peut avoir :

$$R_f = \frac{1}{2} \left[ \frac{I_{ma} \cdot E_{th}}{I_m^2} - R_{th} + \frac{1}{(1-g) \cdot I_m^2} (\Gamma_u \cdot \omega_r + p_{mec}) \right] \quad (II-26)$$

$$R_b = \frac{1}{2} \left[ \frac{I_{ma} \cdot E_{th}}{I_m^2} - R_{th} - \frac{1}{(1-g) \cdot I_m^2} (\Gamma_u \cdot \omega_r + p_{mec}) \right] \quad (II-27)$$

A partir de (II-1) et (II-2) on peut écrire :

A partir de (II-1) et (II-2) on peut écrire :

$$X_f = \frac{X_m}{2} - g \frac{(X_m + X_2)}{R_2} \cdot R_f \quad ; \quad X_b = \frac{X_m}{2} - (2-g) \frac{(X_m + X_2)}{R_2} \cdot R_b$$

En remplaçant ces deux expressions dans la relation (II-24) on a :

$$X_1 + X_m = \frac{E_{th} \cdot I_{mr}}{I_m^2} + \frac{X_m + X_2}{R_2} \left[ g \cdot R_f + (2-g) R_b \right] \quad (II-28)$$

Pour chaque glissement Bustante/5/ détermine  $X_m(g)$ ,  $X_1(g) = X_2(g)$  et  $R_2(g)$ , en résolvant le système formé par l'équation (II-28)

et les équations  $R_f = \frac{g \cdot R_2 \cdot X_m^2}{2(R_2^2 + g^2 (X_2 + X_m)^2)} \quad ; \quad R_b = \frac{(2-g) \cdot R_2 \cdot X_m^2}{2(R_2^2 + (2-g)^2 (X_2 + X_m)^2)}$

En posant :

$$\text{tg}(\alpha) = g \frac{(X_m + X_2)}{R_2} \quad \text{et} \quad \text{tg}(\beta) = (2-g) \frac{(X_m + X_2)}{R_2} \quad (II-29)$$

alors (II-28) devient :

$$X_1 + X_m = \frac{E_{th} \cdot I_{mr}}{I_m^2} + \left[ \text{tg}(\alpha) \cdot R_f + \text{tg}(\beta) R_b \right] \quad (II-30)$$

on peut écrire que :

$$R_f = \frac{X_m^2}{4(X_m + X_2)} \sin(2\alpha) \quad ; \quad R_b = \frac{X_m^2}{4(X_m + X_2)} \sin(2\beta)$$

$$X_f = \frac{X_m}{2} - R_f \text{tg}(\alpha) \quad ; \quad X_b = \frac{X_m}{2} - R_b \text{tg}(\beta)$$

$$\frac{R_f}{R_b} = \frac{\sin(2.\alpha)}{\sin(2.\beta)} = \frac{\frac{2.tg(\alpha)}{1+tg^2(\alpha)}}{\frac{2.tg(\beta)}{1+tg^2(\beta)}} \quad \text{et} \quad \frac{tg(\alpha)}{tg(\beta)} = \frac{g}{(2-g)}$$

On obtient alors :

$$tg(\alpha) = \frac{g}{\sqrt{\frac{4(1-g)(2-g)R_f - (2-g)^2}{(2-g)R_f - gR_b}}}; \quad tg(\beta) = \frac{(2-g)}{\sqrt{\frac{4(1-g)(2-g)R_f - (2-g)^2}{(2-g)R_f - gR_b}}}$$

Les valeurs de  $R_f$  et  $R_b$  étant déterminées à partir de (II-26) et (II-27), on peut donc en déduire celles de  $tg(\alpha)$  et  $tg(\beta)$  tant que le terme sous la racine est positif, soit :

$$R_f/R_b < (2-g)/g \quad \text{(ce qui est toujours vérifié pour } g < 1 \text{)}.$$

ainsi l'équation (II-50) donne la valeur de  $X_1 + X_m = A_1$ .  
 en remplaçant  $A_1$  dans les expressions de  $R_f$  ou  $R_b$  et en prenant  $X_1 = X_2$  on a :

$$X_m = 2 \cdot \sqrt{\frac{A_1 R_b}{\sin(2.\beta)}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{A_1 R_f}{\sin(2.\alpha)}}$$

d'où  $X_1 = X_2 = A_1 - X_m$

Ayant déterminé  $X_m$  et  $X_1 = X_2$  on peut avoir  $R_2$  par :

$$R_2 = g \frac{(X_m + X_2)}{tg(\alpha)} = (2-g) \frac{(X_m + X_2)}{tg(\beta)}$$

Nous possédons ainsi différentes méthodes permettant l'identification d'un moteur asynchrone monophasé, que nous exploitons dans les chapitres suivants .

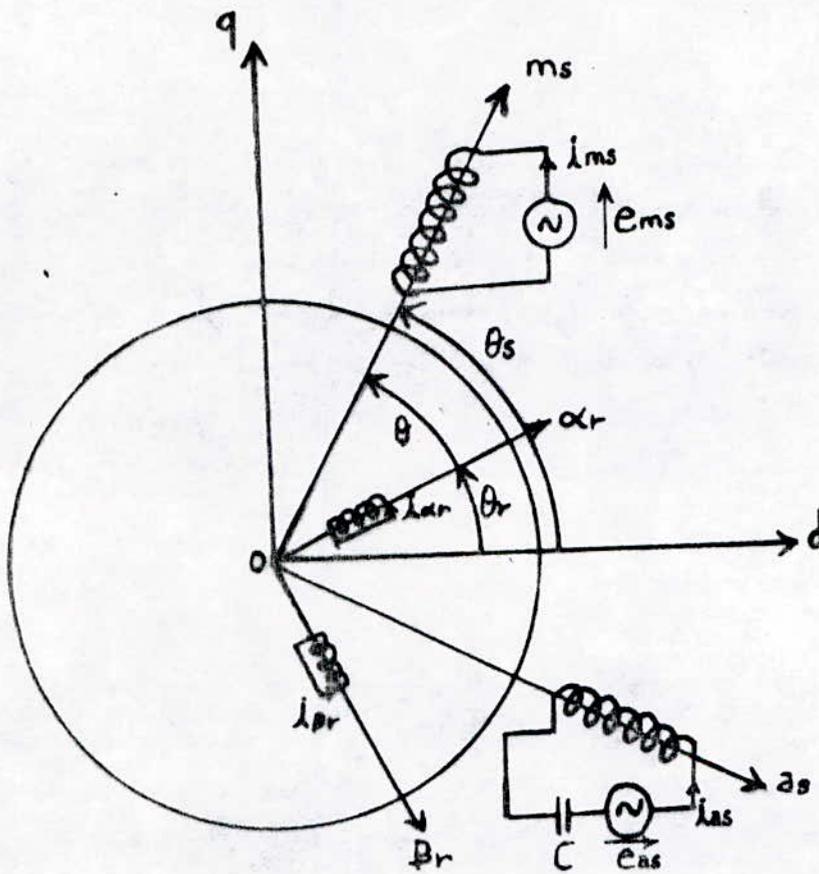
*CHAPITRE III*

*MODELISATION DU MOTEUR  
ASYNCHRONES MONOPHASE  
A  
CONDENSATEUR PERMANENT*

# MODELISATION DU MOTEUR ASYNCHRONE MONOPHASE AVEC CONDENSATEUR PERMANENT

La machine est constituée de deux enroulements en quadrature au stator et d'une cage rotorique assimilée à deux enroulements fictifs également en quadrature .

L'influence de la saturation et de l'hystérésis est négligée ce qui permet d'exprimer la linéarité du flux et des courants .  
nous supposons de plus que les paramètres électriques de la machine ne varient pas avec le glissement .



Fig(III 1): Représentation schématique de la machine diphasée

### III-1/ Notations :

$e_{ms}$ .....	Alimentation de la phase principale .
$e_{as}$ .....	Alimentation de la phase auxiliaire .
$v_{ca}$ .....	Tension aux bornes du condensateur .
$i_{ms}$ .....	Courant dans la phase principale .
$i_{as}$ .....	Courant dans la phase auxiliaire .
$i_{\alpha r}, i_{\beta r}$ .....	Courants rotoriques fictifs .
$q_{ca}$ .....	Charge du condensateur .
$R_{ms}, R_{as}$ .....	Résistances de l'enroulement principal et auxiliaire .
$R_r$ .....	Résistance d'un enroulement du rotor diphasé équivalent .
$L_{ms}$ .....	Inductance totale de l'enroulement principal .
$L_{as}$ .....	Inductance totale de l'enroulement auxiliaire .
$L_r$ .....	Inductance totale d'un enroulement du rotor diphasé équivalent .
$M_{ms}$ .....	Amplitude de la mutuelle entre l'enroulement principal et un enroulement rotorique .
$M_{as}$ .....	Amplitude de la mutuelle entre l'enroulement auxiliaire et un enroulement rotorique .
$C$ .....	Capacité du condensateur .
$\omega$ .....	Vitesse rotorique .
$J$ .....	Moment d'inertie de la partie tournante .

### III-2/ Equations électriques de base :

Les équations de fonctionnement de la machine peuvent s'écrire :

$$\begin{bmatrix} e_{ms} \\ e_{as} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{ms} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{as} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ms} \\ i_{as} \\ i_{\alpha r} \\ i_{\beta r} \\ v_{ca} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ms} \\ \phi_{as} \\ \phi_{\alpha r} \\ \phi_{\beta r} \\ q_{ca} \end{bmatrix}$$

que l'on notera 
$$\mathbf{E} = \mathbf{R} \mathbf{I} + \frac{d}{dt} \mathbf{\Phi} \quad (\text{III-1})$$

avec  $\begin{bmatrix} i \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{ms} & i_{as} & i_{\alpha r} & i_{\beta r} & v_{ca} \end{bmatrix}$  "vecteur d'état"

et  $\begin{bmatrix} \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \psi \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \psi \end{bmatrix}$  ou

$$\begin{bmatrix} \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ms} & 0 & M_{m\alpha} & M_{m\beta} & 0 \\ 0 & L_{as} & M_{a\alpha} & M_{a\beta} & 0 \\ M_{m\alpha} & M_{a\alpha} & L_r & 0 & 0 \\ M_{m\beta} & M_{a\beta} & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \quad \text{matrice "inductance" .}$$

Les inductances  $L_{ms}$ ,  $L_{as}$  et  $L_r$  sont indépendantes de la position relative du rotor, tandis que les mutuelles sont données par :

$$\begin{aligned} M_{m\alpha} &= M_{ms} \cdot \cos(\theta_r - \theta_s) \quad . \\ M_{m\beta} &= M_{ms} \cdot \sin(\theta_r - \theta_s) \quad . \\ M_{a\alpha} &= M_{as} \cdot \sin(\theta_r - \theta_s) \quad . \\ M_{a\beta} &= M_{as} \cdot \cos(\theta_r - \theta_s) \quad . \end{aligned}$$

Le système (III-1) devient :

$$\begin{aligned} e_{ms} &= [R_m + L_{ms} \frac{d}{dt}] i_{ms} + M_{ms} \cdot [\cos(\theta_r - \theta_s) \frac{d}{dt} - (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_s) \cdot \sin(\theta_r - \theta_s)] i_{\alpha r} \\ &\quad + M_{ms} \cdot [\sin(\theta_r - \theta_s) \frac{d}{dt} + (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_s) \cdot \cos(\theta_r - \theta_s)] i_{\beta r} \quad . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e_{as} &= [R_a + L_{as} \frac{d}{dt}] i_{as} + M_{as} \cdot [-\sin(\theta_r - \theta_s) \frac{d}{dt} - (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_s) \cdot \cos(\theta_r - \theta_s)] i_{\alpha r} \\ &\quad + M_{as} \cdot [\cos(\theta_r - \theta_s) \frac{d}{dt} - (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_s) \cdot \sin(\theta_r - \theta_s)] i_{\beta r} + v_{ca} \quad . \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= [R_r + L_{\alpha r} \frac{d}{dt}] i_{\alpha r} + M_{ms} \cdot [\cos(\theta_r - \theta_s) \frac{d}{dt} - (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_s) \cdot \sin(\theta_r - \theta_s)] \cdot i_{ms} \\ &\quad + M_{as} \cdot [-\sin(\theta_r - \theta_s) \frac{d}{dt} - (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_s) \cdot \cos(\theta_r - \theta_s)] i_{as} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0 &= [R_r + L_{\beta r} \frac{d}{dt}] i_{\beta r} + M_{ms} \cdot [\sin(\theta_r - \theta_s) \frac{d}{dt} + (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_s) \cdot \cos(\theta_r - \theta_s)] \cdot i_{ms} \\ &\quad + M_{as} \cdot [\cos(\theta_r - \theta_s) \frac{d}{dt} - (\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_s) \cdot \sin(\theta_r - \theta_s)] i_{as} \end{aligned}$$

$$0 = -i_{as} + C \frac{d}{dt} v_{ca}$$

Que l'on peut noter matriciellement par :

$$[ \dot{I} ] = [ R + \dot{L} ]. [ I ] + [ L ]. [ \dot{I} ] \quad (III-2)$$

où le point (.) désigne une dérivée par rapport au temps t .

### III-3/ Expression des équations électriques dans un système invariant :

On définit une matrice A qui nous permet d'avoir un nouveau vecteur d'état Idq tel que :

$$[ Idq ] = [ A ] . [ I ] \quad \text{ou} \quad [ Idq ] = [ Ids \quad iqs \quad idr \quad iqr \quad vca ]^t \quad \text{où}$$

$$[ A ] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \sin(\theta_s) & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\theta_s) & -\cos(\theta_s) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & \sin(\theta_r) & -\cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Dans le nouveau référentiel (d,q) (schéma III-1) le système (III-2) devient :

$$[ A ]^{-1} [ Edq ] = [ R + \dot{L} ]. [ A ]^{-1} . [ Idq ] + [ L ]. [ \dot{A}^{-1} . Idq ]$$

avec  $[ Edq ] = [ A ] . [ E ]$  .

$$[ Edq ] = [ A . (R + \dot{L}) . A^{-1} + A . L . \dot{A}^{-1} ] . Idq + [ A . L . A^{-1} ] . \dot{Idq} \quad (III-3) .$$

pour  $\theta_s = 0$  , les trois matrices  $[ A . L . A^{-1} ]$ ,  $[ A . L . A^{-1} + A . L . \dot{A}^{-1} ]$  et  $[ A . R . A^{-1} ]$  sont indépendantes du temps , elles s'expriment par /6/ :

$$[A.L.A^{-1}] = \begin{bmatrix} L_{ms} & 0 & M_{ms} & 0 & 0 \\ 0 & L_{as} & 0 & M_{as} & 0 \\ M_{ms} & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & M_{as} & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} ; [A.R.A^{-1}] = \begin{bmatrix} R_{ms} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{as} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[A.L.A^{-1} + A.R.A^{-1}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{as} \cdot \omega_r & 0 & L_r \cdot \omega_r & 0 \\ -M_{ms} \cdot \omega_r & 0 & -L_r \cdot \omega_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La forme développée du système (III-3) s'écrit alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot e_{ms} = R_{ms} \cdot i_{ds} + L_{ms} \frac{di_{ds}}{dt} + M_{ms} \frac{di_{dr}}{dt} \\ \cdot e_{as} = R_{as} \cdot i_{qs} + L_{as} \frac{di_{qs}}{dt} + M_{as} \frac{di_{qr}}{dt} - v_{ca} \\ \cdot 0 = R_r \cdot i_{dr} + M_{as} \cdot \omega_r \cdot i_{qs} + L_r \cdot \omega_r \cdot i_{qr} + M_{ms} \frac{di_{ds}}{dt} + L_r \frac{di_{dr}}{dt} \\ \cdot 0 = R_r \cdot i_{qr} - M_{ms} \cdot \omega_r \cdot i_{ds} - L_r \cdot \omega_r \cdot i_{dr} + M_{as} \frac{di_{qs}}{dt} + L_r \frac{di_{qr}}{dt} \\ \cdot 0 = i_{qs} + C \frac{dv_{ca}}{dt} \end{array} \right.$$

(III-4)

Cherchons à ramener les grandeurs rotoriques au stator, on définit alors les rapports de transformation :

$$k_1 = \frac{N_{ms}}{N_r} \quad ; \quad k_2 = \frac{N_{as}}{N_r}$$

où  $N_{ms}, N_{as}$  et  $N_r$ , sont respectivement les nombres de spires des enroulements principal, auxiliaire et d'un enroulement rotorique .

Le système (III-4) prend alors la forme :

$$\left. \begin{aligned} \cdot e_{ms} &= R_{ms} \cdot i_{ds} + L_{ms} \cdot \frac{di_{ds}}{dt} + \left[ \frac{N_{ms}}{N_r} \cdot M_{ms} \right] \cdot \frac{di_{dr}}{dt} \\ \cdot e_{as} &= R_{as} \cdot i_{qs} + L_{as} \cdot \frac{di_{qs}}{dt} + \left[ \frac{N_{as}}{N_r} \cdot M_{as} \right] \cdot \frac{di_{qr}}{dt} - v_{ca} \\ \cdot 0 &= \left( \frac{N_{ms}}{N_r} \right)^2 R_r \cdot i_{dr} + \left[ \frac{N_{as}}{N_r} \cdot M_{as} \right] \cdot \omega_r \cdot \frac{N_{ms}}{N_{as}} i_{qs} + \left( \frac{N_{ms}}{N_r} \right)^2 \cdot L_r \cdot \omega_r \cdot \frac{N_{as}}{N_{ms}} \cdot i_{qr} \\ &\quad \left[ M_{ms} \cdot \frac{N_{ms}}{N_r} \right] \frac{di_{ds}}{dt} + \left( \frac{N_{ms}}{N_r} \right)^2 \cdot L_r \cdot \frac{di_{dr}}{dt} \\ \cdot 0 &= \left( \frac{N_{as}}{N_r} \right)^2 R_r \cdot i_{qr} - \left[ \frac{N_{ms}}{N_r} \cdot M_{ms} \right] \cdot \omega_r \cdot \frac{N_{as}}{N_{ms}} i_{ds} - \left( \frac{N_{as}}{N_r} \right)^2 \cdot L_r \cdot \omega_r \cdot \frac{N_{ms}}{N_{as}} \cdot i_{qr} \\ &\quad \left[ M_{as} \cdot \frac{N_{as}}{N_r} \right] \frac{di_{qs}}{dt} + \left( \frac{N_{as}}{N_r} \right)^2 \cdot L_r \cdot \frac{di_{qr}}{dt} \\ \cdot 0 &= i_{qs} + C \cdot \frac{dv_{ca}}{dt} \end{aligned} \right\}$$

On peut s'écrire matriciellement

$$[ \dot{I}_{dq} ] = [ A_1 ] \cdot [ I_{dq} ] + [ A_2 ] \cdot [ \dot{I}_{dq} ] \quad (III-5) .$$

avec :

$$A_1 = \begin{bmatrix} R_{ms} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_{as} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & \omega_r \cdot M_a / n & R_{mr} & n \cdot \omega_r \cdot L_{mr} & 0 \\ -n \cdot \omega_r \cdot M_m & 0 & -\omega_r \cdot L_{ar} / n & R_{ar} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} L_{ms} & 0 & M_m & 0 & 0 \\ 0 & L_{as} & 0 & L_{pa} & 0 \\ M_m & 0 & L_{mr} & 0 & 0 \\ 0 & M_a & 0 & L_{ar} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix}$$

avec :

$M_m = M_{ms} \cdot (N_{ms} / N_r)$  : inductance de magnétisation de la phase principale.

$M_a = M_{as} \cdot (N_{as} / N_r)$  : inductance de magnétisation de la phase auxiliaire.

$R_{mr} = R_r (N_{ms} / N_r)^2$  ;  $L_{mr} = L_r (N_{ms} / N_r)^2$  : résistance et inductance rotoriques ramenées à la phase principale .

$R_{ar} = R_r (N_{as} / N_r)^2$  ;  $L_{ar} = L_r (N_{as} / N_r)^2$  : résistance et inductance rotoriques ramenées à la phase auxiliaire .

$n = (N_{as} / N_{ms})$  : rapport de transformation .

Pour la résolution du système (III-5), on l'écrit sous la forme suivante :

$$[ \dot{I}_{dq} ] = [ A_2 ]^{-1} \cdot [ E_{dq} ] - [ A_2 ]^{-1} \cdot [ A_1 ] \cdot [ I_{dq} ]$$

Les expressions de  $[ A_2 ]^{-1}$  et  $[ A_2 ]^{-1} \cdot [ A_1 ]$  sont données en annexe.

D'autre part l'équation mécanique est donnée par :

$$\Gamma_m = J \frac{d\omega_r}{dt} + \Gamma_r$$

ou:  $\Gamma_r$  : couple résistant

$J$  : moment d'inertie de l'organe tournant .

$\Gamma_m$  : couple mécanique donné par :

$$\Gamma_m = \frac{p}{2} \left[ M_a \cdot i_{qs} \cdot \dot{i}_{dr} \left( -\frac{N_{ms}}{N_{as}} \right) - M_m \cdot i_{ds} \cdot \dot{i}_{qr} \left( \frac{N_{as}}{N_{ms}} \right) \right]$$

Le système régissant la machine est en définitive :

$$\left. \begin{aligned} \cdot \frac{d\omega_r}{dt} &= \frac{1}{J} \cdot \left[ \frac{p}{2} \left[ M_a \cdot i_{qs} \cdot \dot{i}_{dr}/n - M_m \cdot i_{ds} \cdot \dot{i}_{qr} \cdot n \right] - \Gamma_r \right] \\ \cdot \frac{di_{ds}}{dt} &= \frac{1}{L_{ms} \cdot L_{ar} - M_m^2} \left[ -R_{ms} \cdot L_{ar} \cdot i_{ds} + M_m \cdot M_a \cdot \omega_r \cdot i_{qs}/n + R_{mr} \cdot M_m \cdot \dot{i}_{dr} \right. \\ &\quad \left. + M_m \cdot L_{mr} \cdot \omega_r \cdot n \cdot \dot{i}_{qr} + L_{mr} \cdot e_{ms} \right] . \\ \cdot \frac{di_{qs}}{dt} &= \frac{1}{L_{as} \cdot L_{ar} - M_a^2} \left[ -M_m \cdot M_a \cdot \omega_r \cdot n \cdot i_{ds} + R_{as} \cdot L_{mr} \cdot i_{qs} - L_{ar} \cdot M_a \cdot \omega_r \cdot \dot{i}_{dr}/n \right. \\ &\quad \left. + R_{ar} \cdot M_a \cdot \dot{i}_{qr} - L_{ar} \cdot e_{as} + L_{ar} \cdot v_{ca} \right] . \\ \cdot \frac{di_{dr}}{dt} &= \frac{1}{L_{ms} \cdot L_{mr} - M_m^2} \left[ R_{ms} \cdot M_m \cdot i_{ds} + L_{ms} \cdot M_a \cdot \omega_r \cdot i_{qs}/n - R_{mr} \cdot L_{ms} \cdot \dot{i}_{dr} \right. \\ &\quad \left. - L_{ms} \cdot L_{mr} \cdot \omega_r \cdot n \cdot \dot{i}_{qr} - M_m \cdot e_{ms} \right] . \\ \cdot \frac{di_{qr}}{dt} &= \frac{1}{L_{as} \cdot L_{ar} - M_a^2} \left[ M_a \cdot L_{as} \cdot \omega_r \cdot n \cdot i_{ds} + R_{as} \cdot M_a \cdot i_{qs} - L_{ar} \cdot L_{as} \cdot \omega_r \cdot \dot{i}_{dr}/n \right. \\ &\quad \left. - R_{ar} \cdot L_{as} \cdot \dot{i}_{qr} + M_a \cdot e_{as} - M_a \cdot v_{ca} \right] . \\ \cdot \frac{dv_{ca}}{dt} &= -i_{qs}/C \end{aligned} \right\} \quad (III-6)$$

Connaissant les paramètres électriques et mécaniques de la machine, le système peut être efficacement résolu par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 . Nous l'utiliserons pour simuler le démarrage de la machine; les grandeurs ainsi calculées seront ensuite comparées à celles obtenues expérimentalement dans le chapitre suivant .

*CHAPITRE IV*

*ETUDE  
EXPERIMENTALE*

## ETUDE EXPERIMENTALE

Les essais ont concerné 2 moteurs à cage, l'un triphasé (moteur 1) qu'on peut faire fonctionner en monophasé, et l'autre monophasé possédant une phase auxiliaire et un condensateur permanent (moteur 2)

Leurs caractéristiques sont :

		moteur 1 ( M <sub>1</sub> )	moteur 2 ( M <sub>2</sub> )
Type		UNELEC	ENEL
Puissance nominale	( kW )	3.7	2.2
Tension nominale	( V )	220/380	220
Courant nominale	( A )	13.9/8	13
Fréquence du réseau	( Hz )	50	50
Nombre d'encoches stator/rotor		36/32	24/31

La phase auxiliaire du moteur monophasé est munie de 2 condensateurs en parallèle de 160 et 50  $\mu\text{F}$ ; ce dernier est maintenu en permanence, alors que celui de 160  $\mu\text{F}$  est découplé après le démarrage par un interrupteur centrifuge .

### IV-17 Essais en régime permanent :

#### IV-1-17 Détermination des résistances des différents enroulements:

Un essai à chaud en continu sur chaque enroulement donne :

- moteur 1	enroulement statorique	1.62 ( $\Omega$ )
- moteur 2	enroulement principal	1.08 ( $\Omega$ )
	enroulement auxiliaire	2.58 ( $\Omega$ )

IV-1-2/ Essais à vide et à rotor bloqué sous différentes tensions :

Ils ont concerné le moteur 1 (2 phases en série et la 3<sup>e</sup> débranchée) et le moteur 2 ( nous débranchons la phase auxiliaire après le démarrage ). Nous avons en plus effectué des essais en triphasé (montage triangle et étoile ) sur le moteur 1 .

- Essais à vide :

On relève pour différentes tensions les courants et les puissances absorbés, ce qui nous permet de représenter les caractéristiques Puissance-tension et Courant-tension fig (IV-1) et fig(IV-2) .

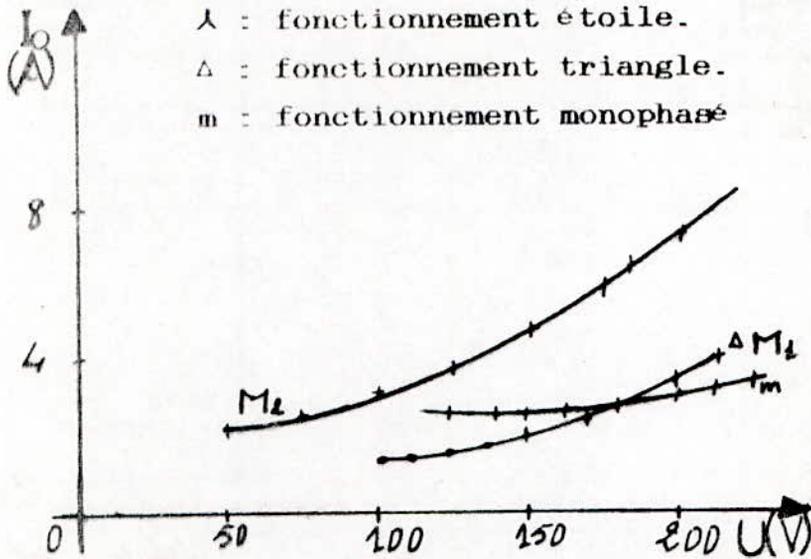


Fig (IV-1) : Caractéristique courant-Tension (Essais à vide)

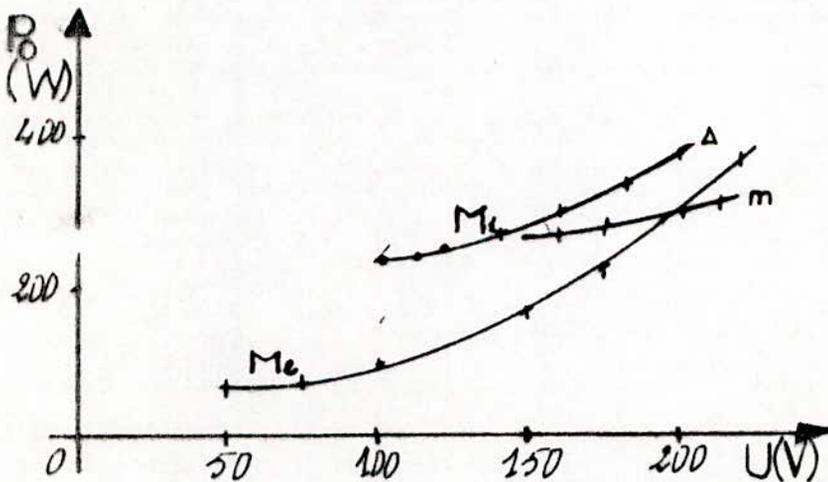


Fig (IV-2) : Cractéristique Puissance-Tension (Essais à vide)

La séparation des pertes joules statoriques de la puissance absorbée, permet par extrapolation la détermination des pertes mécaniques fig (IV-3).

A une vitesse proche du synchronisme on obtient :

- moteur 1 :  $P_{mec} \approx 210$  (W) (5.7 % de la puissance nominale).
- moteur 2 :  $P_{mec} \approx 75$  (W) (3.4 % de la puissance nominale).

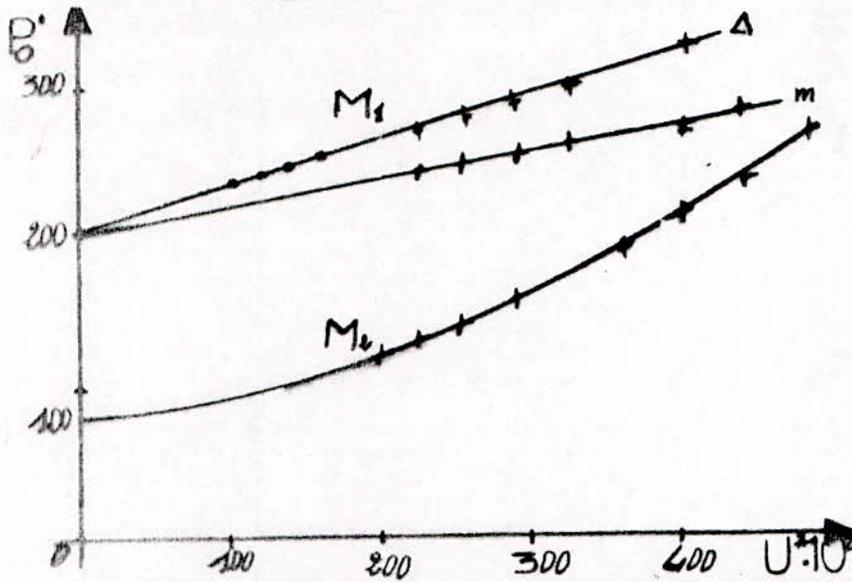


Fig (IV-3) : Caractéristique -  $P' = f(U^2)$  -

- Essais à rotor bloqué :

La mesure de la puissance  $P_{1rb}$  et du courant  $I_{1rb}$  pour différentes tensions nous permet d'obtenir les caractéristiques habituelles représentées sur les figures (IV-4) et (IV-5) .

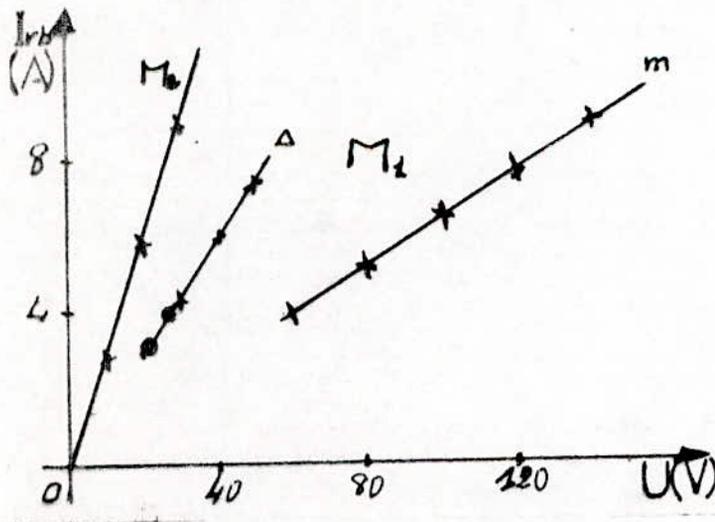


Fig (IV-4) : Caractéristique Courant-Tension (Essais à rotor-bloqué)

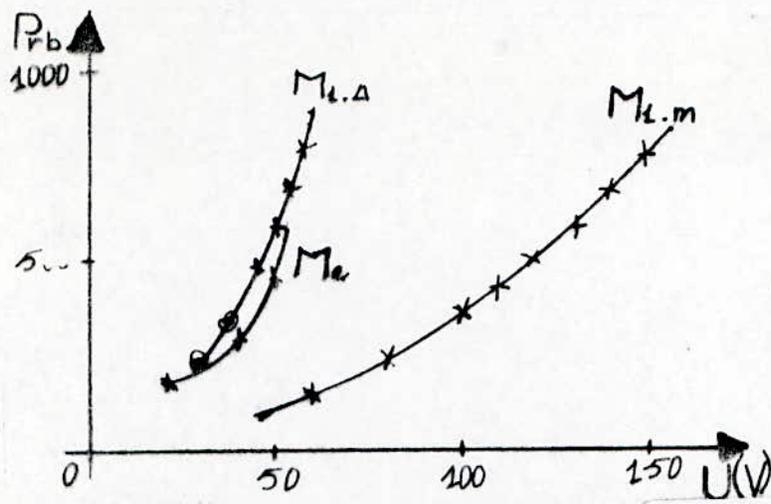


Fig (IV-5) : Caractéristique Puissance-Tension (Essais à rotor-bloqué)

IV-1-3/ Essais en charge à tension et fréquence constantes (220V/50Hz):

Ils ont été effectués sur le moteur 1 qui entraîne une dynamo balance débitant sur une charge passive. Les variations du couple, du courant et de la puissance absorbés en fonction du glissement sont représentés par les figures (IV-6), (IV-7) et (IV-8). Nous présentons en plus les caractéristiques en fonctionnement triphasé (couplage étoile et triangle), effectués sous 127/220 V.

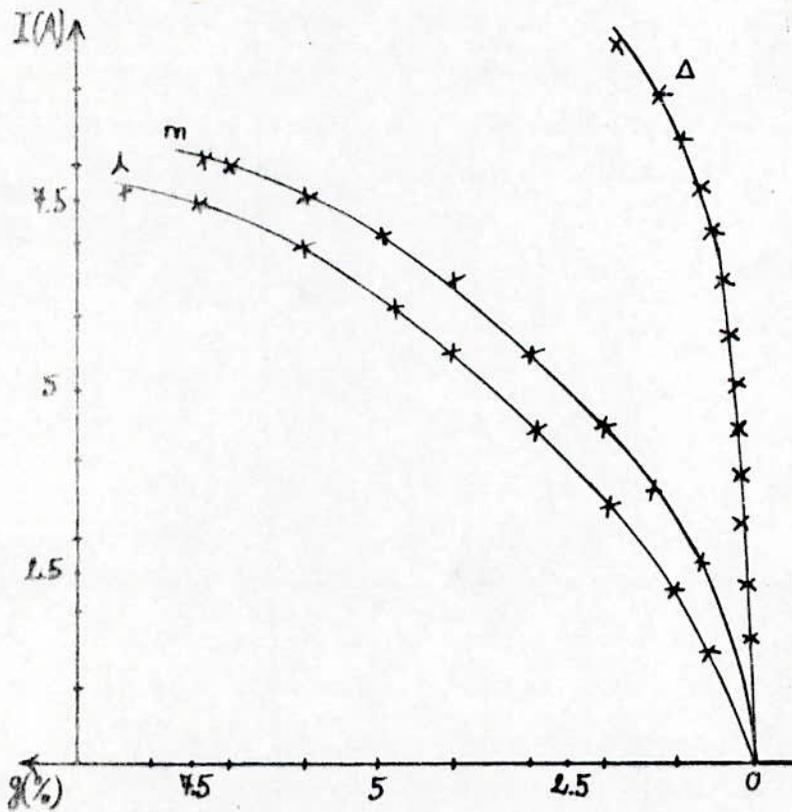


Fig (IV-6) : Caractéristique Courant-Glissemnet

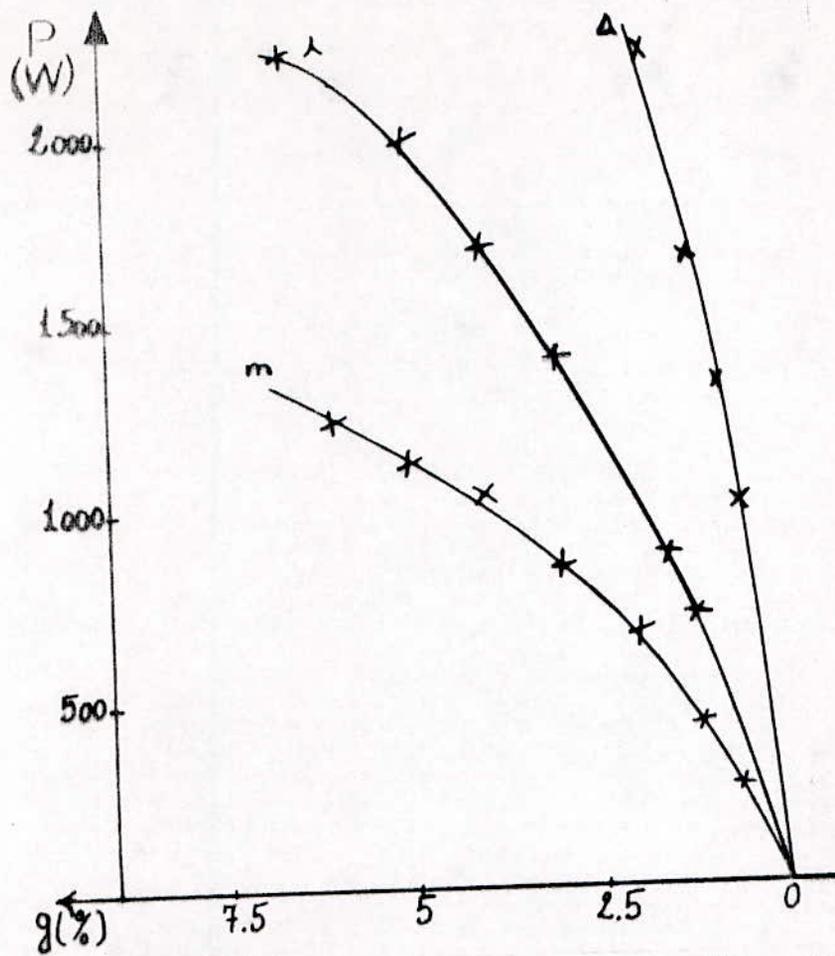


Fig (IV-7) : Caractéristique Puissance-Glissemnet

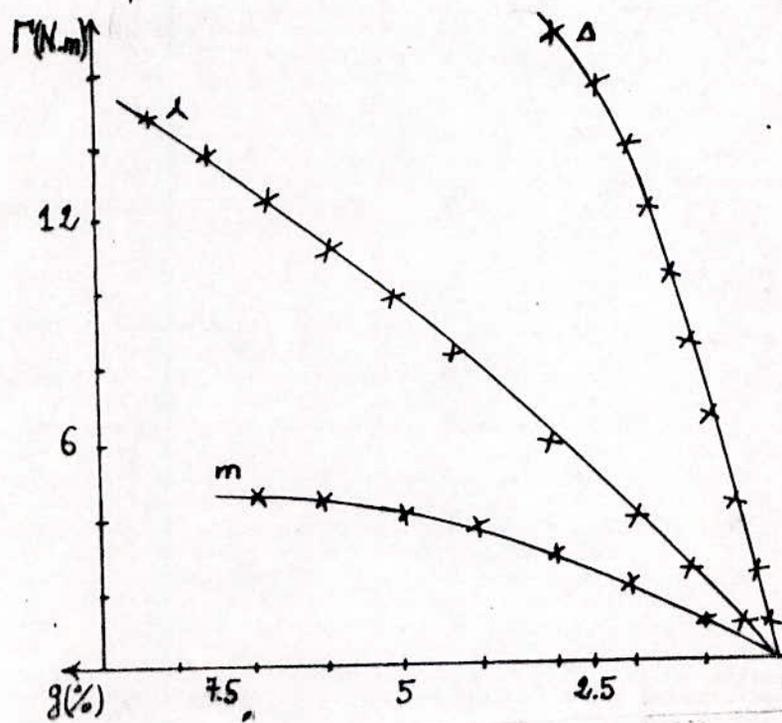


Fig (IV-8) : Caractéristique Couple-Glissemnet

Nous vérifions ainsi que la puissance volumique du moteur monophasé est plus faible que celle du moteur triphasé .

IV-2/ Détermination des paramètres électriques :

Nous allons exploiter les essais précédents pour déterminer les variations des paramètres en fonction de la tension d'alimentation et du glissement, en utilisant les méthodes décrites au chapitre II .

IV-2-1/ Variations des paramètres avec la tension :

Le calcul des paramètres des moteurs 1 et 2 nécessite l'approximation des valeurs de  $P_{1rb}$  et  $I_{1rb}$  que l'on mesurerait sous tensions élevées .

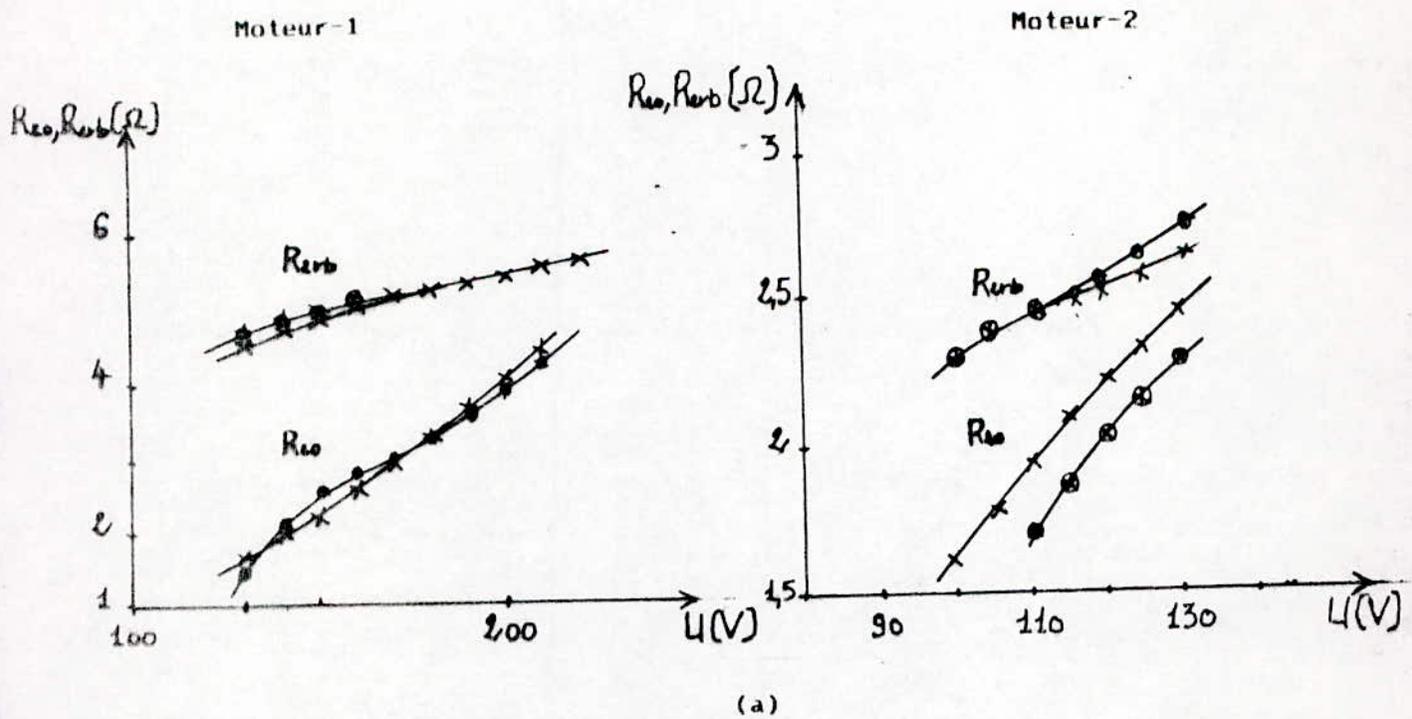
En admettant que :

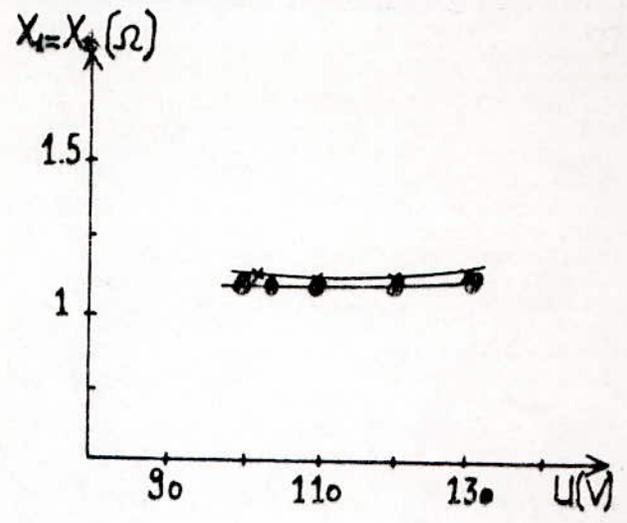
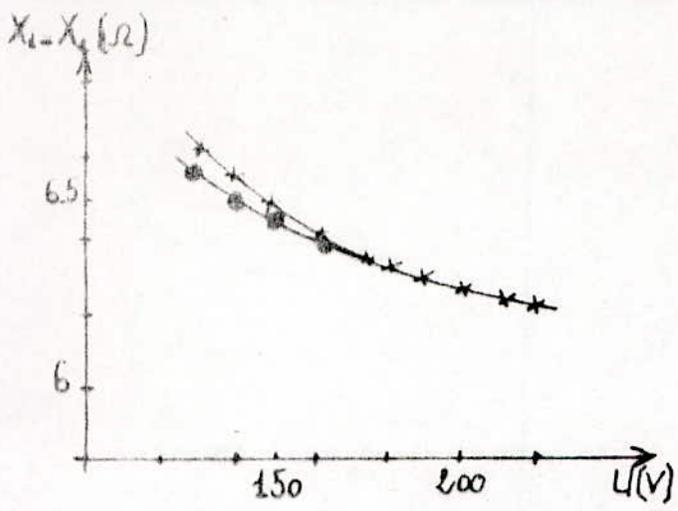
$$I_{1rb} = k_1 \cdot U_{1rb} \quad ; \quad P_{1rb} = k_2 \cdot U_{1rb}^2$$

où  $k_1$  et  $k_2$  sont des constantes déterminées des caractéristiques (IV 4) et (IV 5).

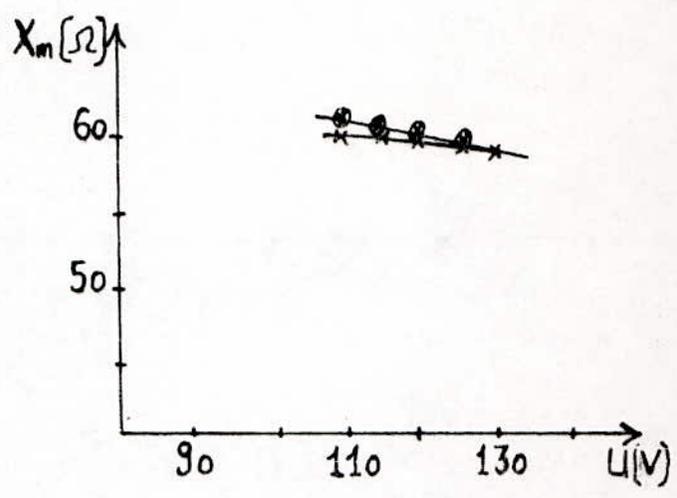
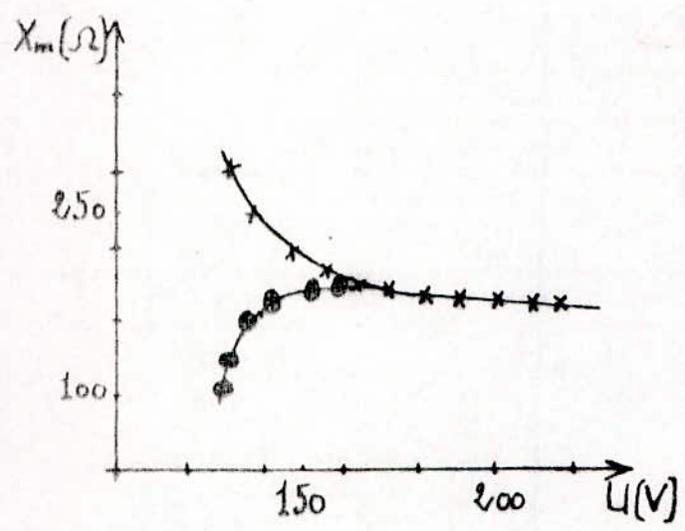
Les variations des paramètres sont représentées par les figures (IV 9:a,b,c,d) .

Fig (IV-9) : Variations des paramètres avec la tension

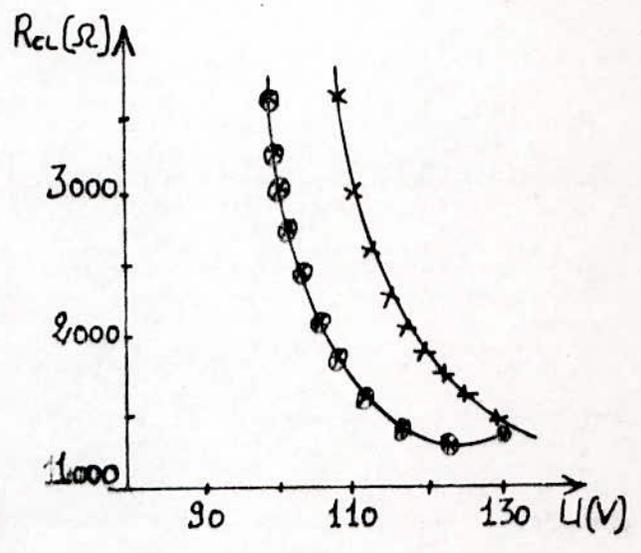
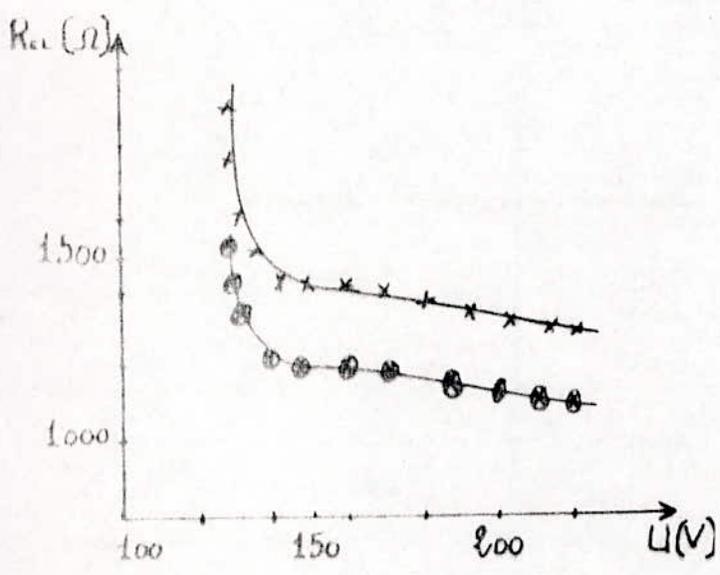




(b)



(c)



(d)

x Méthode directe

o Méthode de balancage

Les paramètres obtenus par les deux méthodes sont comparables sauf pour les faibles tensions où un écart relativement important est noté. En effet, pour les faibles tensions, la résistance  $R_2$  diminue sensiblement et l'hypothèse simplificatrice  $g_0(X_1 + X_m) \ll R_2$  (relation II-10) utilisée par Bustmante n'est plus assurée.

Sous l'effet de la saturation, la réactance magnétisante  $X_m$  diminue. Il en est de même pour  $X_1 = X_2$ . En effet, à glissement donné, les réactances de fuite calculées sous l'hypothèse d'un fer très perméable ( $\mu_0$ ) sont inversement proportionnelles à la largeur  $b$  de l'encoche /BZ/. Ce modèle ( $\mu_0$ ) peut toujours être utilisé pour des tensions élevées en majorant la largeur  $b$ , ce qui diminue ces réactances.

L'augmentation de  $R_{1rb}$ ,  $R_{20}$  avec la tension s'expliquerait par la présence des courants harmoniques dans le rotor engendrés par la saturation.

$R_{cl}$  décroît avec la tension, de telle sorte que les pertes fer à vide donné par :

$$P_{fer} = \frac{E_{10}^2}{R_{cl}}$$

varient comme le carré de la tension (fig IV-10).

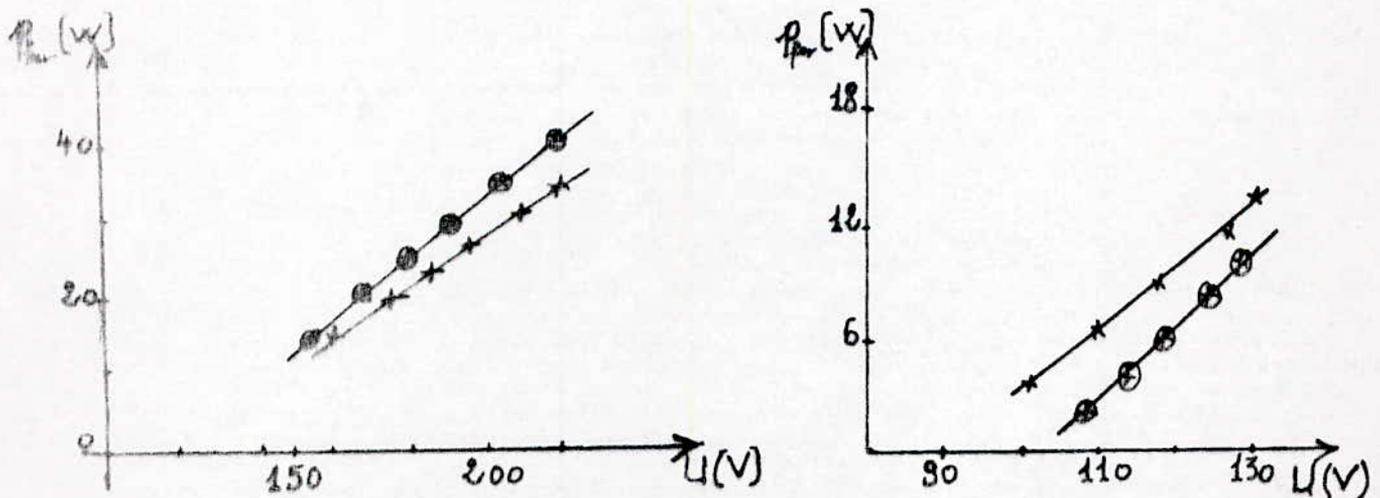


Fig (IV-10) : Caractéristique -  $P_f = f(U^2)$  -

IV-2-27 Variations des paramètres avec le glissement :

Les variations de  $X_1 = X_2$ ,  $R_2$  et  $X_m$ , obtenues sous 220 V, sont données par la figure (IV-11). La valeur de  $R_{cl}$  est obtenue par la méthode directe.

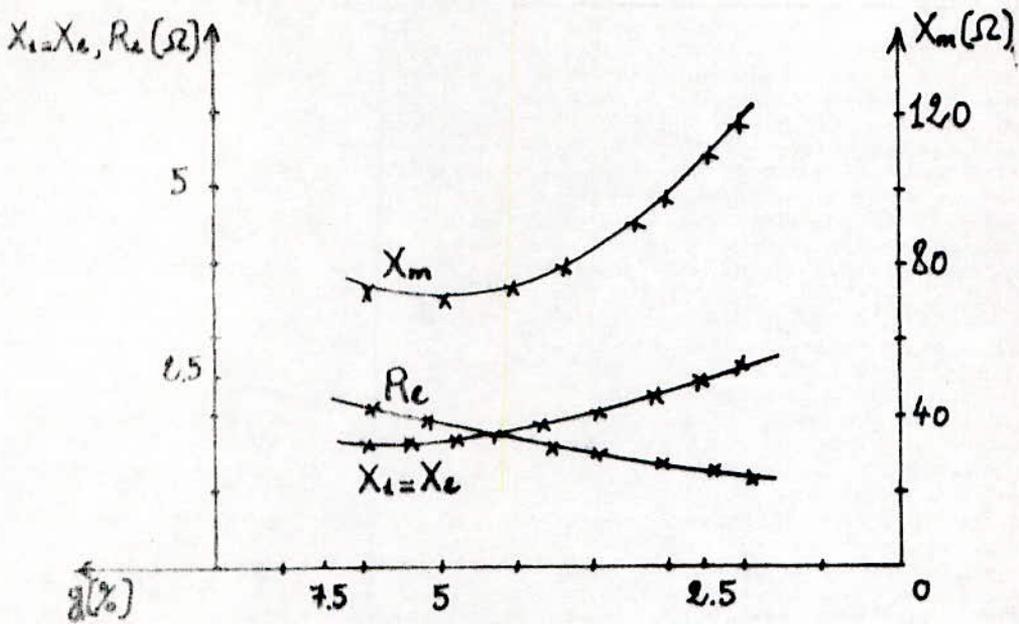


Fig (IV-11) : Variation des paramètres avec le glissement

La résistance est pratiquement proportionnelle à la racine carrée du glissement (effet de peau).

Les réactances de fuite  $X_1 = X_2$  étant proportionnelle à la profondeur de peau  $1/\delta$ , décroissent lorsque le glissement augmente.

### IV-3/ Essais en régime variable :

#### IV-3-1/ Détermination de la caractéristique Couple Vitesse $\Gamma(\Omega) / \Omega$

A tension constante, la détermination du couple dans la gamme de glissement de 0 à 1 nécessite l'enregistrement des caractéristiques de ralentissement fig(IV-12) et de démarrage fig (IV-13) .

L'équation mécanique de fonctionnement de la machine est choisie a priori de la forme :

$$\Gamma(\Omega)/J = \frac{d\Omega}{dt} + f_1 + f_2 \cdot \Omega + f_3 \cdot \Omega^2 \quad \text{où}$$

$J=0.002 \text{ (kg.m}^2\text{)}$  moment d'inertie (donné par le constructeur) .

$f_i$  : coefficients de frottements que nous déterminons par l'essai de ralentissement .

#### -Essai de ralentissement :

De l'interprétation de l'essai de ralentissement (sans phase auxiliaire) où  $\Gamma(\Omega)=0.0$ , on déduit les coefficients de frottements  $f_1$ ,  $f_2$  et  $f_3$ , par un programme d'identification des paramètres, basé sur le processus suivant :

On multiplie par un polynôme  $P(t)$  l'équation de ralentissement et on intègre sur l'intervalle  $[0, T]$  qui contient la durée de ralentissement, ce qui se traduit par :

$$\int_0^T P \frac{d\Omega}{dt} dt + f_1 \int_0^T P dt + f_2 \int_0^T P \cdot \Omega dt + f_3 \int_0^T P \cdot \Omega^2 dt = 0$$

Le premier terme peut aussi s'écrire :

$$\int_0^T P \frac{d\Omega}{dt} dt = \Omega \cdot P \Big|_{t=0}^{t=T} - \int_0^T \Omega \cdot \dot{P} dt$$

Pour former un système de trois équations à trois inconnues ( $f_1, f_2, f_3$ ), on choisit 3 polynômes qui s'annulent pour 0 et 1.

A cette effet, on prend :

$$P_1 = 1(t-1)$$

$$P_2 = 1(t-1)^2$$

$$P_3 = 1(t-1)(t-2)$$

Le système recherché s'écrit donc :

$$t_1 \int_0^T P_1 dt + t_2 \int_0^T P_2 dt + t_3 \int_0^T P_3 dt = \int_0^T \Omega \frac{dP}{dt} dt \quad i=1,2,3$$

La valeur de chaque intervalle est obtenue en divisant l'intervalle  $[0, T]$  en sous intervalles où on peut approximer  $\Omega(t)$  par des droites, et en intégrant numériquement sur chacun de ces intervalles par une méthode numérique; leurs somme donne la valeur de l'intégrale.

Les valeurs de la vitesse et des temps correspondants sont déterminées par l'échantillonnage de la caractéristique de ralentissement (fig-IV-12).

On obtient :

$$f_1 = 32.0 \text{ USI} \quad ; \quad f_2 = 0.52 \text{ USI} \quad ; \quad f_3 = 0.000012 \text{ USI}$$

On vérifie que même pour des vitesses proches du synchronisme  $f_3 \cdot \Omega \ll f_1$  ou  $f_2 \cdot \Omega$ . Alors, un couple de frottement de la forme

$$\Gamma = f_1 + f_2 \cdot \Omega \text{ peut être accepté.}$$

#### - Essai de mise en vitesse :

La caractéristique  $\Gamma(\Omega)$  correspondante à la mise en vitesse est :

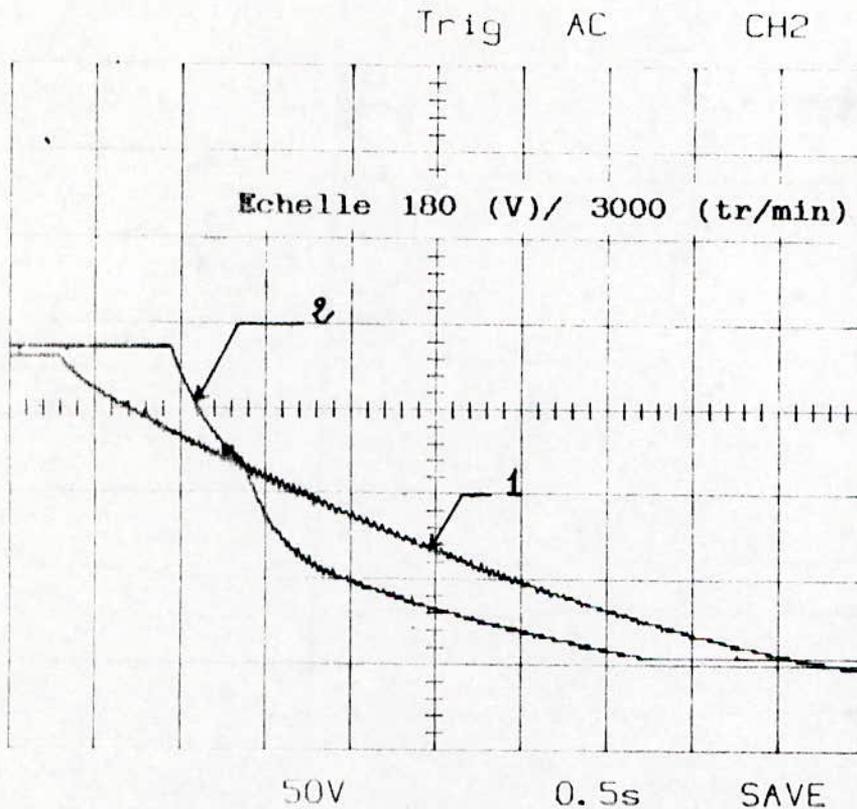
$$\Gamma(\Omega) = J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + \Gamma_f(\Omega)$$

Un lissage des points relevés de la caractéristique de mise en vitesse (fig IV-8) est nécessaire pour minimiser l'erreur dans le calcul du terme  $(d\Omega/dt)$ ; pour cela on détermine en chaque point  $t_i$ , le polynôme de degré 2 passant au mieux entre les points  $t_{i-2}$ ,  $t_{i-1}$ ,  $t_i$ ,  $t_{i+1}$ ,  $t_{i+2}$  par la méthode des moindres carrés.

Les valeurs lissées de la vitesse et de l'accélération sont définies au point  $t_1$  à l'aide du polynôme et de sa dérivée, tandis que celles des quatre points extrêmes sont déterminées par les deux droites passant par les points  $(t_1, t_2)$  et  $(t_{n-1}, t_n)$

Le programme de calcul donne la caractéristique couple-vitesse (fig IV-14) .

Cette caractéristique présente une zone stable au voisinage de  $g=1$ , due essentiellement à la présence des harmoniques d'espace de rang 5 et 7 qui engendrent des couples résistants à faibles provoquant ainsi une diminution du couple moteur .



- 1. Ralentissement sans phase auxiliaire
- 2. Ralentissement avec phase auxiliaire

Fig (IV-12) : Caractéristique de ralentissement

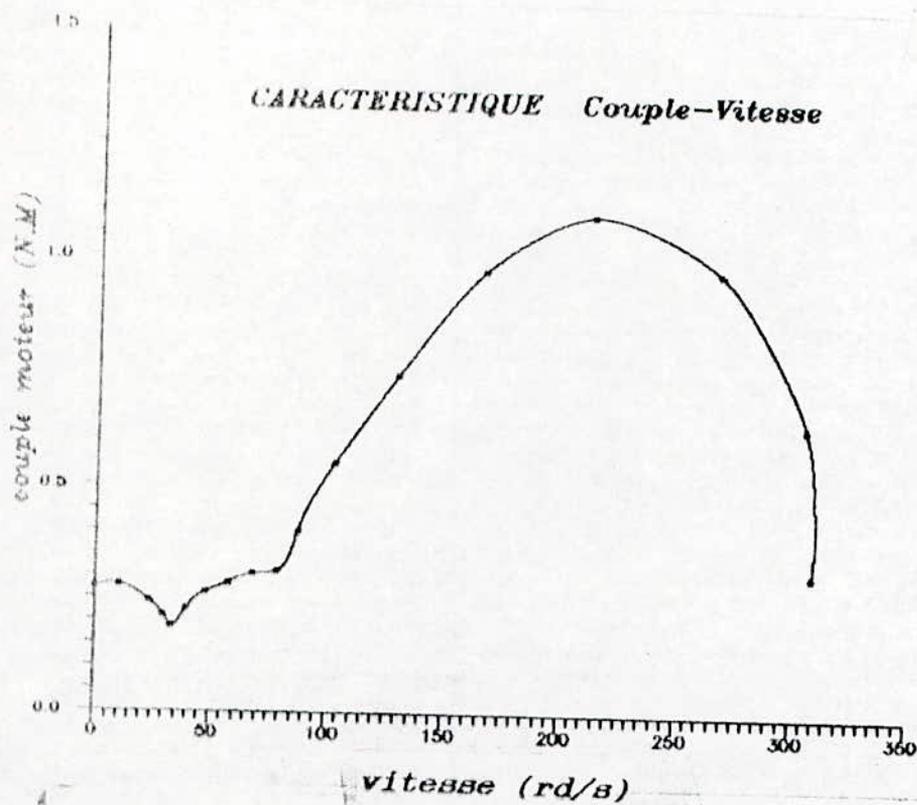
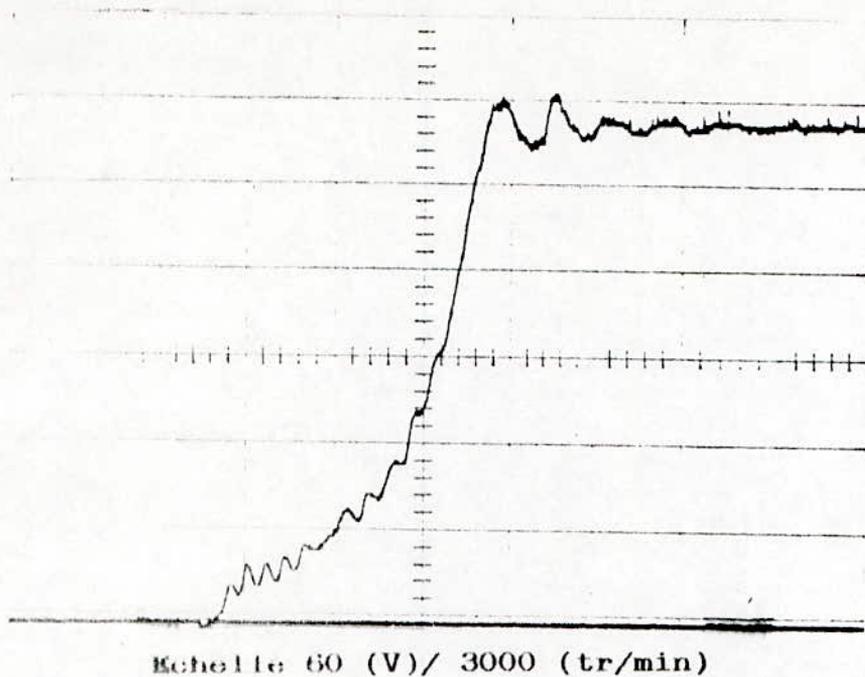


Fig (IV-14) : Caractéristique Couple - Vitesse

#### IV-3-2/ Etude du démarrage à vide :

Nous allons utiliser le modèle élaboré au chapitre III pour étudier le démarrage du moteur asynchrone monophasé 2, lorsqu'il est soumis à une tension d'alimentation de 132 V .

Rappelons que le modèle suppose que les paramètres électriques de la machine ne varient pas avec le glissement . Nous pouvons donc les déterminer à partir des essais à vide et à rotor bloqué décrits au chapitre II .

#### -Paramètres correspondants à l'enroulement principal seul alimenté :

Résistance statorique :  $R_{ms} = 1.08 (\Omega)$  .

Les grandeurs calculées sont:

La réactance de magnétisation :  $X_m = 58.9(\Omega)$

Les réactances de fuite :  $X_1 = X_2 = 1.16(\Omega)$

La résistance à vide et à rotor bloqué :  $R_2(g=0) = 2.42$  ,  $R_2(g=1) = 2.58$

On déduit alors :

$$M_m = 0.1874 \text{ (H)}$$

$$L_1 = L_2 = 0.0037 \text{ (H)}$$

ce qui donne :

$$L_{ms} = M_m + L_1 = 0.1911 \text{ (H)}$$

$$L_{ms} = M_m + L_2 = 0.1911 \text{ (H)}$$

$$\text{on prend } R_m = [R_2(g=0) + R_2(g=1)]/2 = 2.5 (\Omega)$$

#### -Paramètres correspondant à l'enroulement auxiliaire alimenté seul :

L'essai à vide (phase auxiliaire seule alimentée) n'ayant pu être réalisé (le moteur s'accroche à des vitesses relativement faibles) nous ne pouvons appliquer les méthodes d'identification développées au chapitre (II). Toutefois, nous approximations les paramètres correspondants à ce fonctionnement par/6/ :

$$L_{or} = n^2 \cdot L_{mr} = 0.0306 \text{ (H)}$$

$$R_{or} = n^2 \cdot R_{mr} = 0.4 \text{ (\Omega)}$$

$$\text{ou } n = \frac{N_{oa}}{N_{ma}} \approx 0.4 \text{ est déterminé en admettant que :}$$

$$N_{oa} \cdot I_{oa} \approx N_{ma} \cdot I_{ma}$$

Rappelons que nous avons mesuré  $R_{oa} = 2.58 \text{ (\Omega)}$

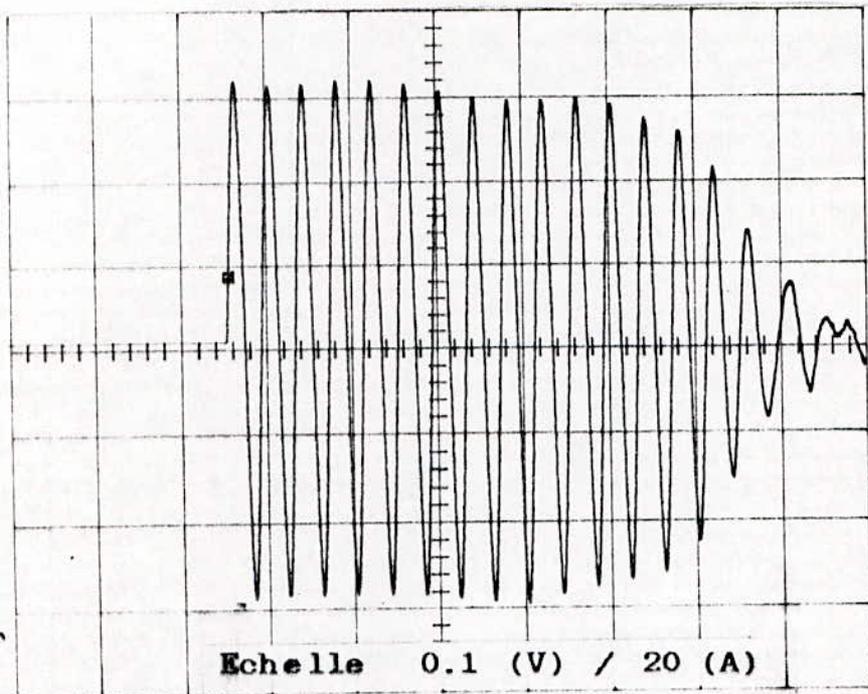
La simulation du démarrage nécessite en plus, la connaissance du moment d'inertie  $J = 2 \cdot 10^{-3} \text{ (kg.m}^2\text{)}$  (donné par le constructeur) ainsi que le couple de frottement  $\Gamma_f = 64 \cdot 10^{-9} + 52 \cdot 10^{-5} \Omega$  déterminé précédemment (IV-3-1) .

Les variations de la vitesse, des courants dans les phases ainsi que la tension aux bornes du condensateur , obtenues expérimentalement et par simulation, lors du démarrage de la machine fonctionnant à vide sont indiquées sur les figures(IV-6) .

Les caractéristiques calculées et mesurées ont pratiquement la même allure. Ainsi, les rapports des courants de démarrage sur les courants permanents dans les 2 phases, et le temps de montée en vitesse de la machine sont :

	Simulée	Experimentale
temps de montée en vitesse(S)	0.36	0.34
$I_{max}/I_{app}$	9	10
$I_{ra}/I_{app}$	3	2.7

Les courbes expérimentales des différentes grandeurs caractérisant la machine au démarrage

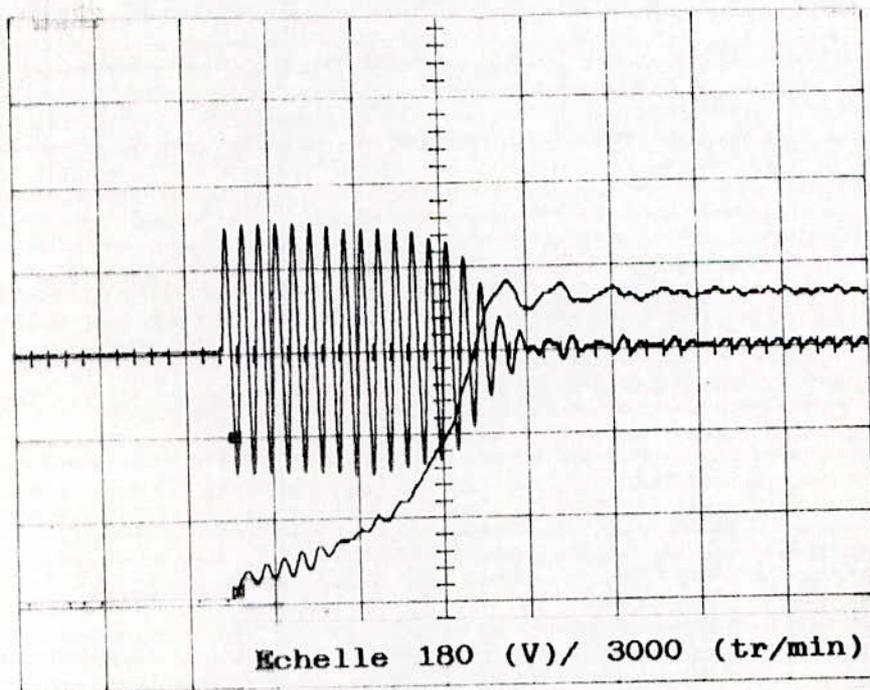


0.1V

50ms

SAVE

(.) Courant dans la phase principale



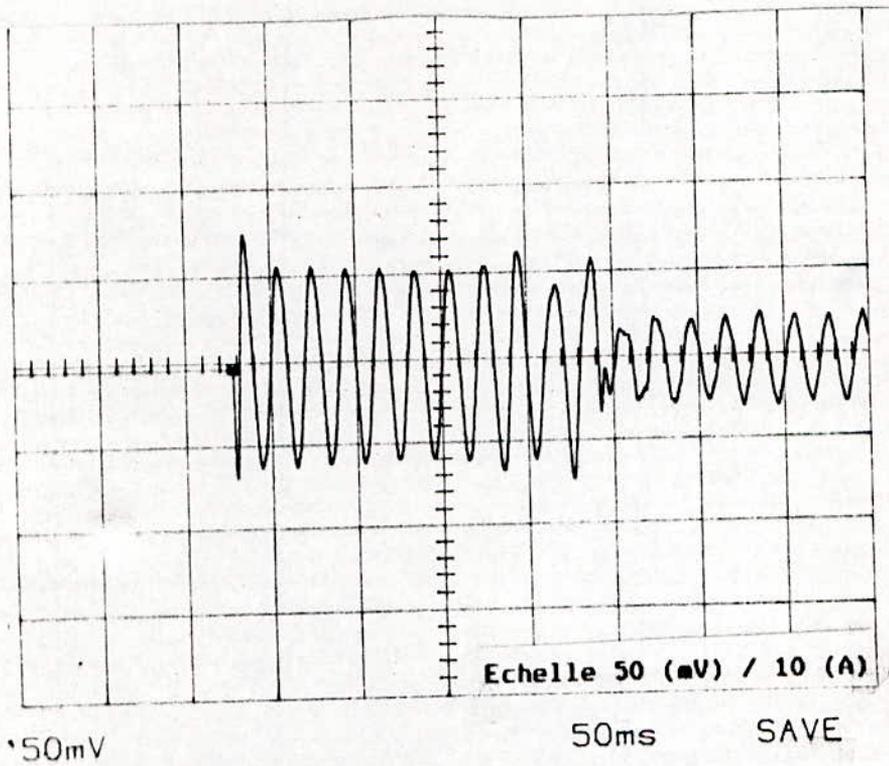
0.2V

50V↓

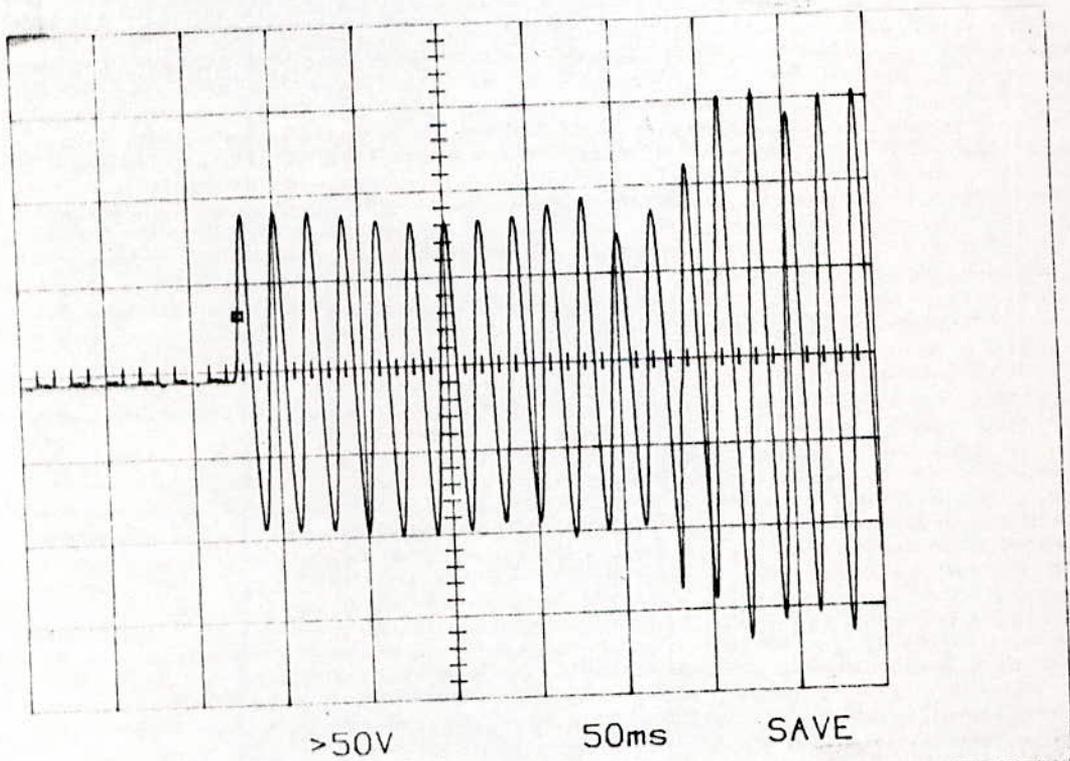
0.1s

SAVE

(b) Vitesse au démarrage



(c) Courant dans la phase auxiliaire



(d) Tension aux bornes du condensateur

*CONCLUSION  
GENERALE*

## CONCLUSION GENERALE

Nous avons présenté deux méthodes pouvant déterminer les paramètres électriques d'un moteur asynchrone monophasé à cage. La méthode de Bustamante et la méthode directe. Celles-ci donnent des résultats comparables, toutefois une différence est constatée pour les faibles tensions, et serait due aux hypothèses simplificatrices utilisées par Bustamante. Par ailleurs, la méthode directe converge plus rapidement.

Nous avons ensuite modélisé un moteur asynchrone monophasé à phase auxiliaire et condensateur permanent et nous nous sommes intéressés particulièrement à son démarrage.

L'étude expérimentale effectuées sur deux moteurs a permis d'une part, de montrer que les paramètres de la machine varient notablement avec le glissement ainsi qu'avec la tension d'alimentation, et d'autre part de valider le modèle de simulation.

Une étude complémentaire est souhaitable. Elle porterait sur :

- L'identification de la machine par d'autres méthodes se basant sur des procédés statistiques.
- La modélisation des différents régimes du moteur en tenant compte de la variation des paramètres de la machine avec le glissement et la tension.

*ANNEXE*

-HARMONIQUES D'ESPACE de la f.m.m d'entrefer :

Le bobinage du moteur 1 étant connu, nous pouvons représenter la forme de la f.m.m correspondantes aux fonctionnements triphasé et monophasé (figure A1-1).

Le developpement en serie de Fourier peut s'écrire :

-Monophasé :

$$F_m = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \cdot \sin(n \cdot \theta)$$

avec :

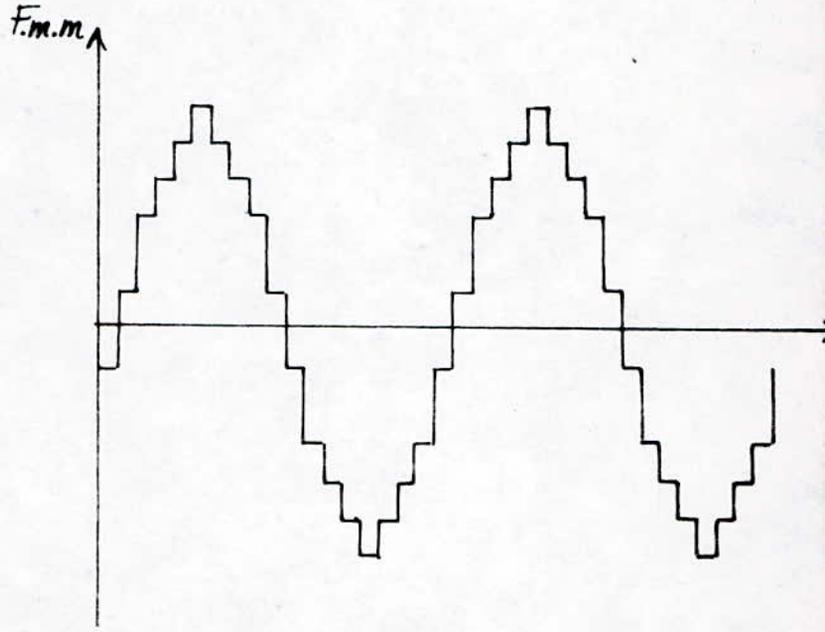
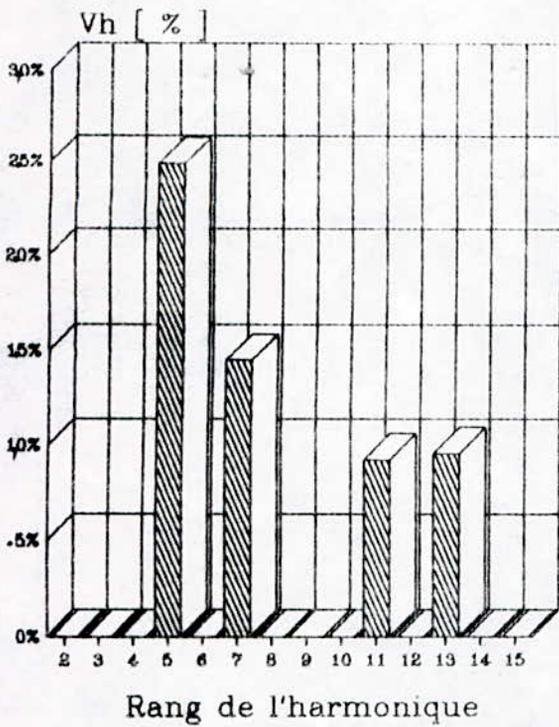
$$b_n = \frac{4}{n \cdot \pi} \left[ \cos(n \cdot \pi/18) + \cos(3 \cdot n \cdot \pi/18) + \cos(5 \cdot n \cdot \pi/18) - \cos(13 \cdot n \cdot \pi/18) - \cos(15 \cdot n \cdot \pi/18) - \cos(17 \cdot n \cdot \pi/18) \right]$$

-Triphasé :

$$F_t = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot \cos(n \cdot \theta)$$
$$a_n = \frac{2}{n \cdot \pi} \left[ \sin(n \cdot \pi/18) + \sin(3 \cdot n \cdot \pi/18) + \sin(5 \cdot n \cdot \pi/18) + 2 \cdot \sin(7 \cdot n \cdot \pi/18) + 2 \cdot \sin(9 \cdot n \cdot \pi/18) + 2 \cdot \sin(11 \cdot n \cdot \pi/18) + \sin(13 \cdot n \cdot \pi/18) + \sin(15 \cdot n \cdot \pi/18) + \sin(17 \cdot n \cdot \pi/18) \right]$$

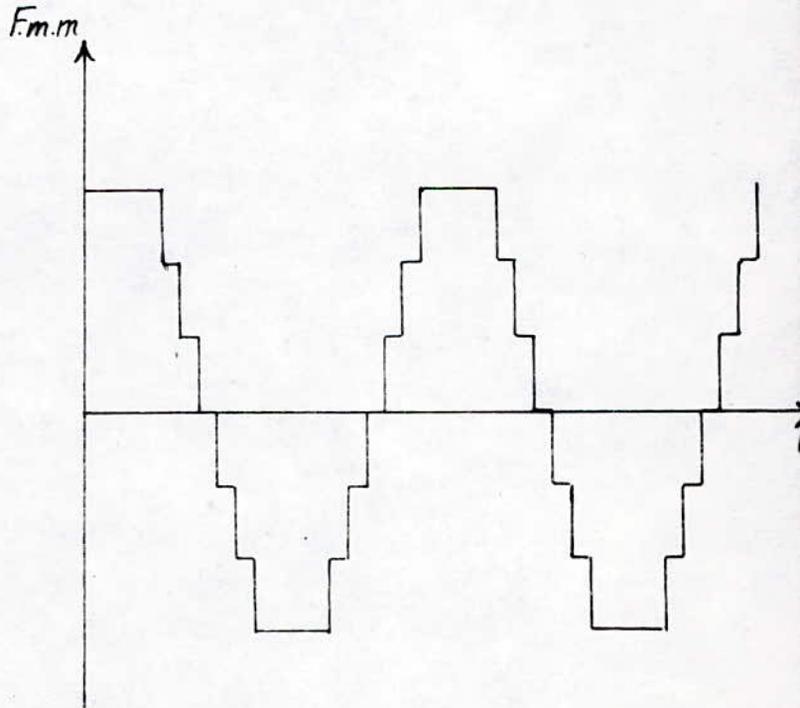
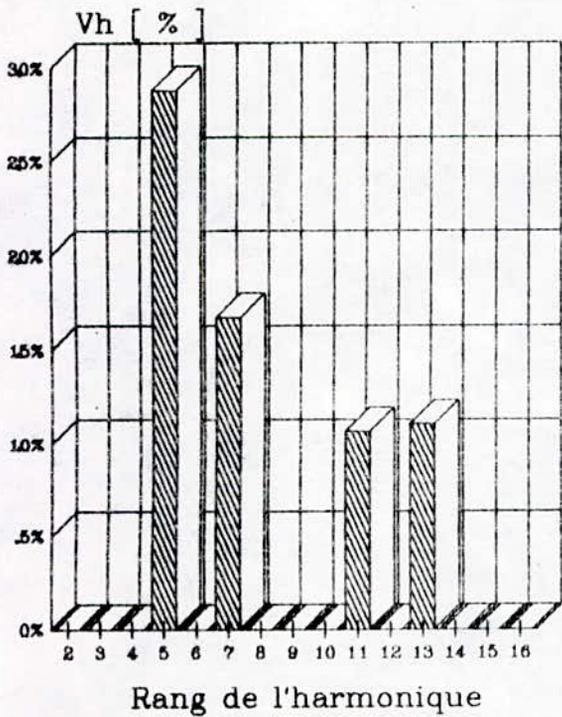
La représentation des spectres de fréquence correspondante aux 2 fonctionnements est indiquée sur la figure A1-2 .

### Triphase

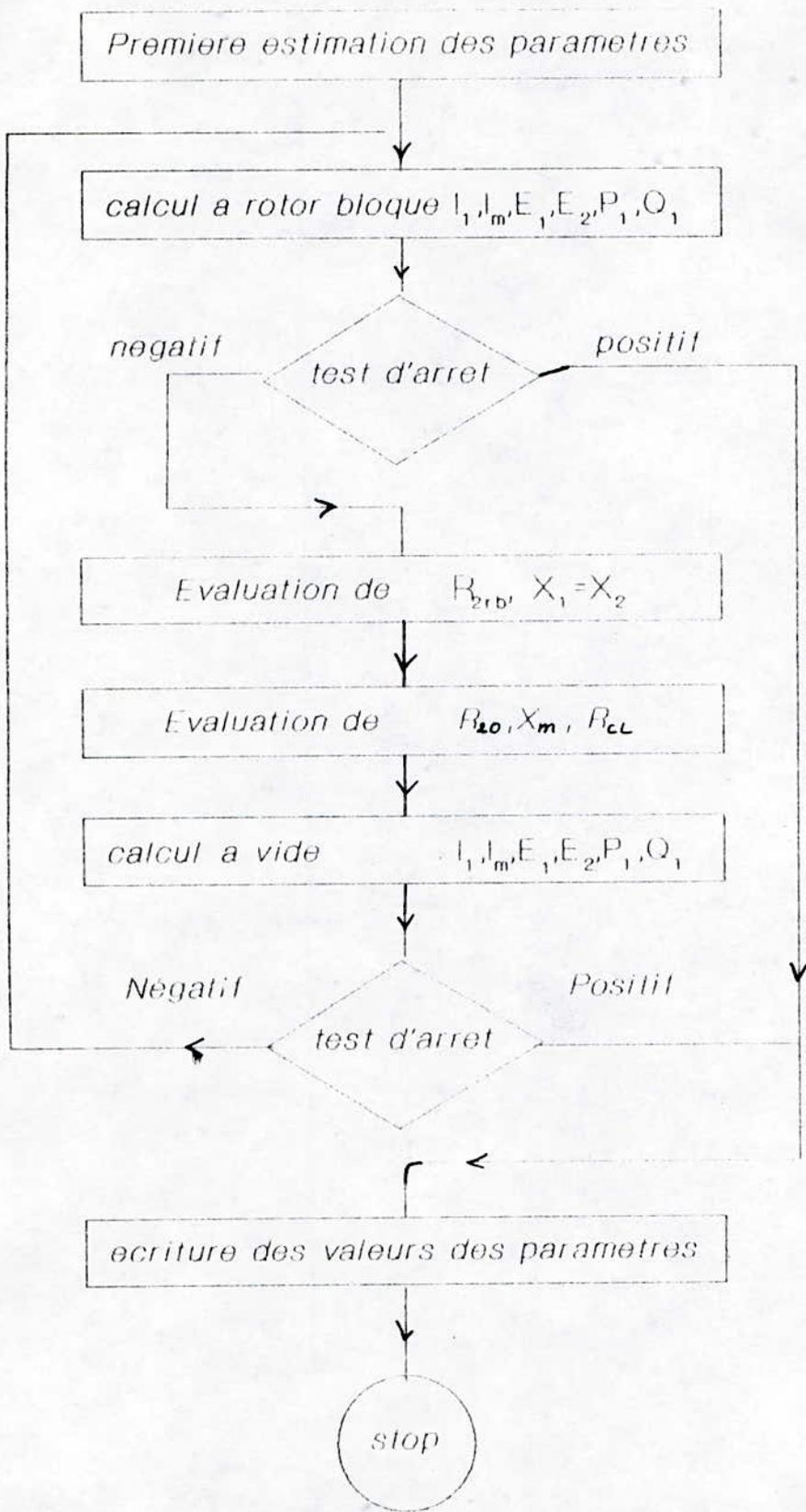


Forme de la F.m.m en triphasé

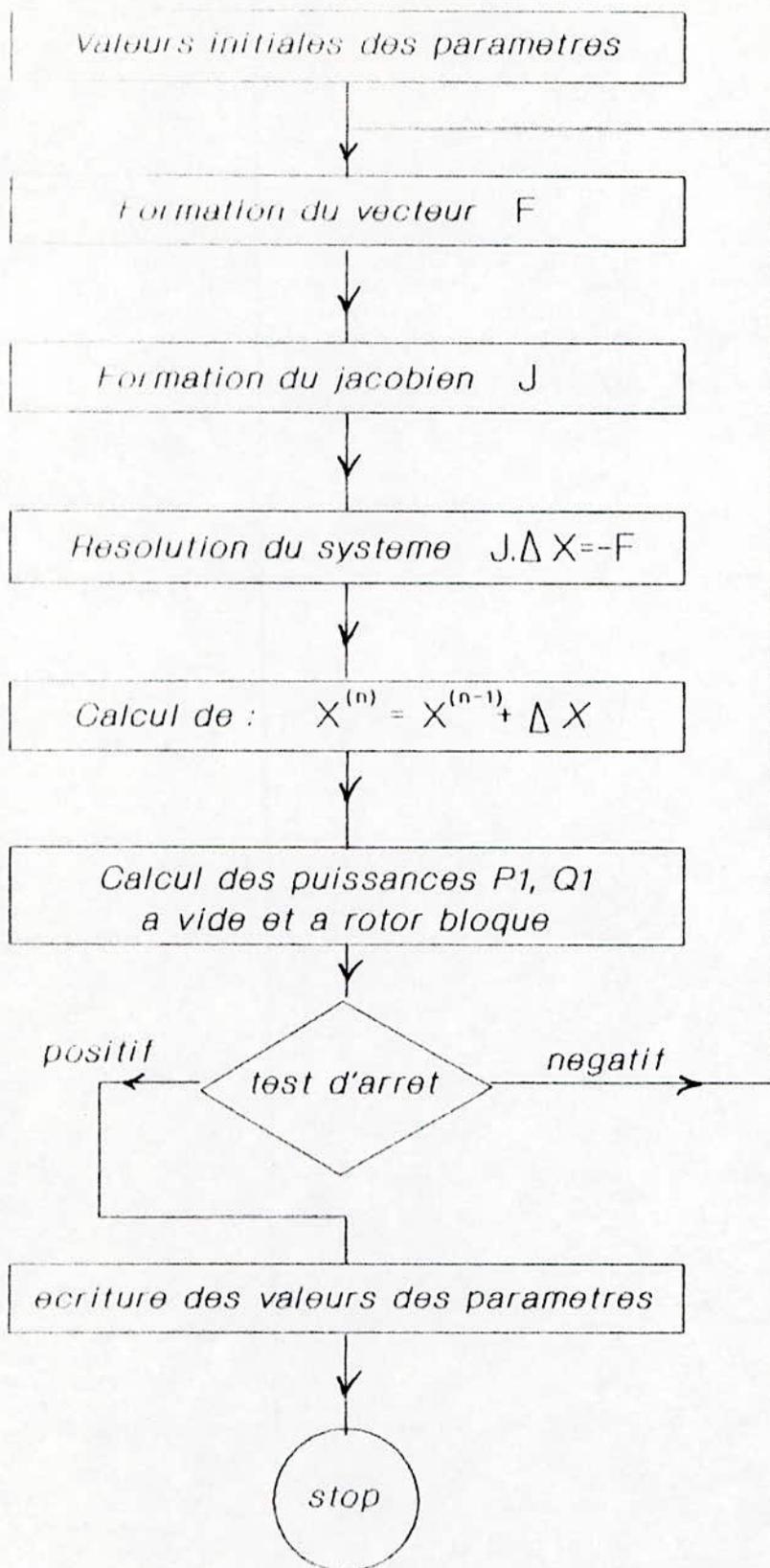
### Monophasé



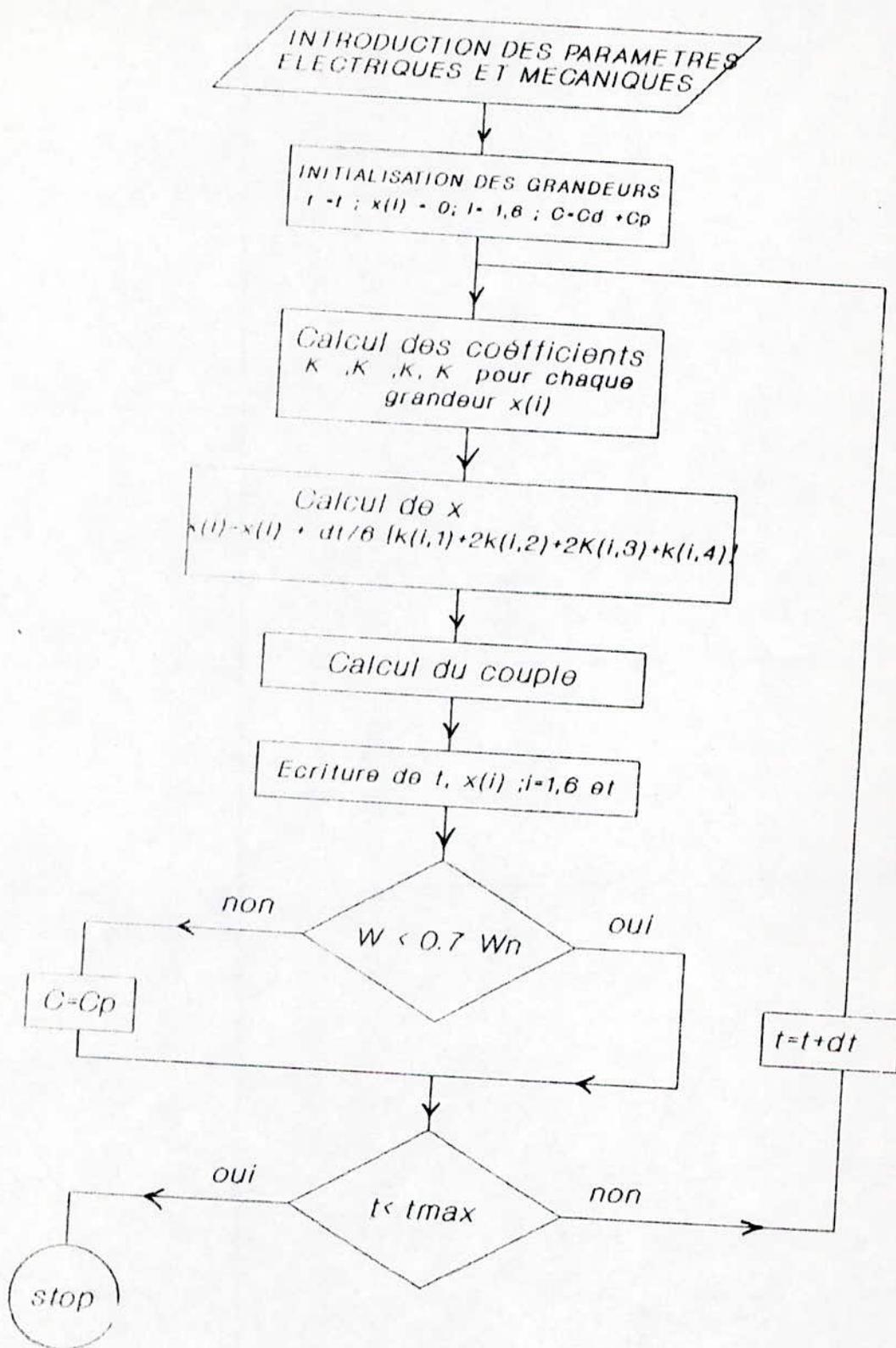
Forme de la F.m.m en monophasé



Organigramme de calcul par la methode de Bustmante



Organigramme de simulation du modèle direct



Organigramme de calcul par la méthode établie

Matrice utilisée dans la modélisation

$|A_2|^{-1} =$

$\frac{Lar}{M_1}$	0	$\frac{-Mm}{M_1}$	0	0
0	$\frac{Lar}{M_2}$	0	$\frac{-Ma}{M_2}$	0
$\frac{Mm}{M_1}$	0	$\frac{Lms}{M_1}$	0	0
0	$\frac{-Ma}{M_2}$	0	$\frac{Lms}{M_2}$	0
0	0	0	0	1/C

$|A_2|^{-1}A_1 =$

$\frac{Rms \cdot Lmr}{M_1}$	$\frac{-Mm \cdot Ma \cdot \omega r}{n \cdot M_1}$	$\frac{-Rmr \cdot Mm}{M_1}$	$\frac{-Mm \cdot Lmr \cdot \omega r \cdot n}{M_1}$	0
$\frac{Mm \cdot Ma \cdot \omega r \cdot n}{M_2}$	$\frac{Ras \cdot Lar}{M_2}$	$\frac{Lar \cdot Ma \cdot \omega r}{n \cdot M_2}$	$\frac{-Rar \cdot Ma}{M_2}$	$\frac{-Lar}{M_2}$
$\frac{Rms \cdot Lmr}{M_1}$	$\frac{-Ma \cdot Lms \cdot \omega r}{n \cdot M_1}$	$\frac{Rar \cdot Lms}{M_1}$	$\frac{Lms \cdot Lmr \cdot \omega r \cdot n}{M_1}$	0
$\frac{-Mm \cdot Ma \cdot \omega r \cdot n}{M_2}$	$\frac{-Ras \cdot Ma}{M_2}$	$\frac{-Lar \cdot Las \cdot \omega r}{n \cdot M_2}$	$\frac{Rar \cdot Las}{M_2}$	$\frac{Ma}{M_2}$
0	-1/C	0	0	0

Où

$$M_1 = Lms \cdot Lmr - Mm^2 \quad \text{et} \quad M_2 = Las \cdot Lar - Ma^2$$

## BIBLIOGRAPHIE

- /1/ - J.H. BAUDOT  
"Petits moteurs electriques"  
technique de l'ingenieur
- /2/ - G SEGUYER et F NOTELET  
"Electrotechnique Industrielle"  
technique et documentation - 1980 -
- /3/ - M KOSTENKO et L PIOTROVSKI  
"Machines Electriques"  
tome 2 Edition MIR - 1979 -
- /4/ - PHILIP L ALGER  
"Induction Machines"  
Gordan an Breach - 1970 -
- /5/ - ELEAZAR F BUSTMANTE  
"Evaluation the parameters of the equivalent circuit  
of single phase of induction motors"  
Electric machines and power systems - 1987 -
- /6/ - I ZOUITA  
"Etude d'un systeme onduleur-machine asynchrone  
monophasé avec regulation en courant "  
These de Doctorat ENSET - 1987 -
- /7/ - P KRAUSE  
"Analysis of electric machinery "  
Edition Graw-Hill - 1986 -
- /8/ - M.E. ZAIM  
" Cours de construction machines "  
ENP - 1991 -
- /9/ - B LAPORTE  
" Etude du comportement d'un materiau isotrope dans  
champ glissant "  
RGE - 1974 -