

3/90

وزارة التعليم العالي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : Genie Electrique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

ETUDE COMPARATIVE ENTRE
LE REGLAGE ECHANTILLONNE
CLASSIQUE (P, PI, PID) ET LE
REGLAGE PAR RETOUR D'ETAT

Proposé par : Mrs
M-S. Bouchrit
H. Chekireb

Etudié par : Mrs
M. Bouyahiaoui
R. Mansouri

Dirigé par : Mrs
M-S. Bouchrit
H. Chekireb

PROMOTION : Juin 1990

Rachid

à mes parents et tous les herbères .

Krimo

A mes parents et mes amis, surtout a MALIK, AEK
et NOURDINE ALIANE

Qu'il nous soit permis, à travers ce document, d'exprimer notre profonde reconnaissance à Mrs Boukrit N.S et Chekireb H qui nous ont permis de réaliser cette étude et surtout pour les conseils et les orientations qu'ils nous ont prodigué tout le long de notre travail.

Nos remerciements vont aussi à Mr Harouni F pour le micro qu'il a mis à notre disposition.

N'oublions pas celui, qui, de près ou de loin, par sa présence ou en pensée, moralement ou matériellement a contribué à cet aboutissement.

Sommaire :

Introduction.

1 :	Réglage par calculateur numérique	1
1-1 :	Structure à calculateur de processus	1
1-2 :	Traitement de réglage par la transformation en Z	3
1-3 :	Réglage par retour d'état	8
2 :	Réglage d'un système à deux constantes de temps	
2-1 :	Description du système	13
2-2 :	Réglage par des régulateurs standards	14
2-3 :	Réglage par retour d'état	24
2-4 :	Conclusions	30
3 :	Réglage d'un système avec comportement intégral	
3-1 :	Description du système	33
3-2 :	Réglage par régulateur P	34
3-3 :	Réglage par régulateur PI	36
3-4 :	Réglage par régulateur PID	37
3-5 :	Réglage d'état sans intégrateur	40
3-6 :	Réglage d'état avec intégrateur	42
3-7 :	Conclusions	46

4 :	Réglage d'un système à trois constantes de temps	
4-1 :	Description du système	47
4-2 :	Réglage par régulateur PID	48
4-3 :	Réglage par contre-réaction d'état	50
4-4 :	Conclusions	54
5 :	Conclusions	
5-1 :	Influence de variations des paramètres du système .	56
5-2 :	Conclusions générales	56

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

INTRODUCTION

L'utilisation du calculateur dans le domaine de l'automatique entraîne la discrétisation de la commande.

Pour l'analyse et la synthèse de la commande échantillonnée il est nécessaire d'utiliser des méthodes particulières qui tiennent compte du caractère discret de l'information. Ainsi cette étude peut-être faite par :

- Un traitement par la transformation en z .
- Un traitement dans l'espace d'état.

Apartir des travaux fait par P-J-Riedo en 1985, concernant une comparaison des réglages continus, classiques (P, PI, PID) et par contre-réaction d'état [1]. Nous avons fait une comparaison des réglages échantillonnés, classique (P, PI, PID) et par contre-réaction d'état.

Le premier chapitre décrit quelques bases générales des systèmes de réglage échantillonnés. Après la présentation de la structure d'un réglage par calculateur de processus, on introduira quelques notions indispensables pour le traitement, par les méthodes citées ci-dessus, des systèmes de réglages.

La comparaison est présentée pour un système à deux constantes de temps (chapitre 2), pour un système possédant un comportement intégral (chapitre 3) puis pour un système à trois constantes de temps (chapitre 4)

Finalement, au chapitre 5 nous avons dégagé les principaux enseignements que comporte une telle étude.

CHAPITRE

1

1-1 : Structure à calculateur de processus

1-2 : Traitement de réglage par la transformation en Z

1-2-1 : Structure de réglage échantillonné

1-2-2 : Fonctions de transfert échantillonnées d'un système.

1-2-3 : Analyse des circuits de réglage.

1-2-4 : Choix du régulateur.

1-3 : Réglage par retour d'état

1-3-1 : Equations d'état continues du système.

1-3-2 : Equations d'état échantillonnées du système.

1-3-3 : Structure optimale de réglage.

1-3-4 : Equations globales de réglage.

1-3-5 : Détermination des coefficients de réglage.

1- Réglage par ordinateur numérique

L'utilisation d'un ordinateur dans le réglage des systèmes nécessite la réalisation d'un environnement qui permet de relier celui-ci au système à régler. Dans ce chapitre il sera présenté la structure de réglage avant d'aborder les différentes méthodes de traitement.

1-1 structure à ordinateur de processus

Pour arriver à la structure du réglage échantillonné, il est présenté d'abord la structure donnant le principe d'une commande d'un processus par un ordinateur. (fig. 1-1)

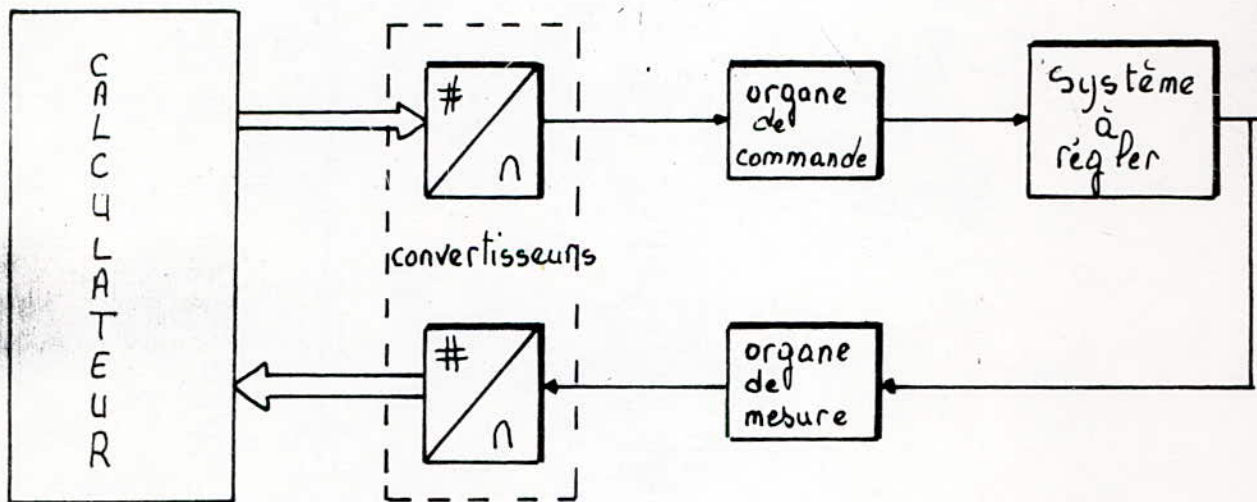


Fig 11: Schéma de principe de la commande

Les organes de commande et de mesure restent les mêmes que dans le cas du réglage analogique, par contre les dispositifs de réglage sont remplacés par un ordinateur de processus.

Un ordinateur de processus est un système digital travaillant avec des grandeurs discrètes, tandis que le système à régler est soumis à des grandeurs analogiques continues, il est alors nécessaire d'introduire des convertisseurs analogique/numérique et numérique/analogique.

La structure d'un tel système est représentée dans la figure 1-2.

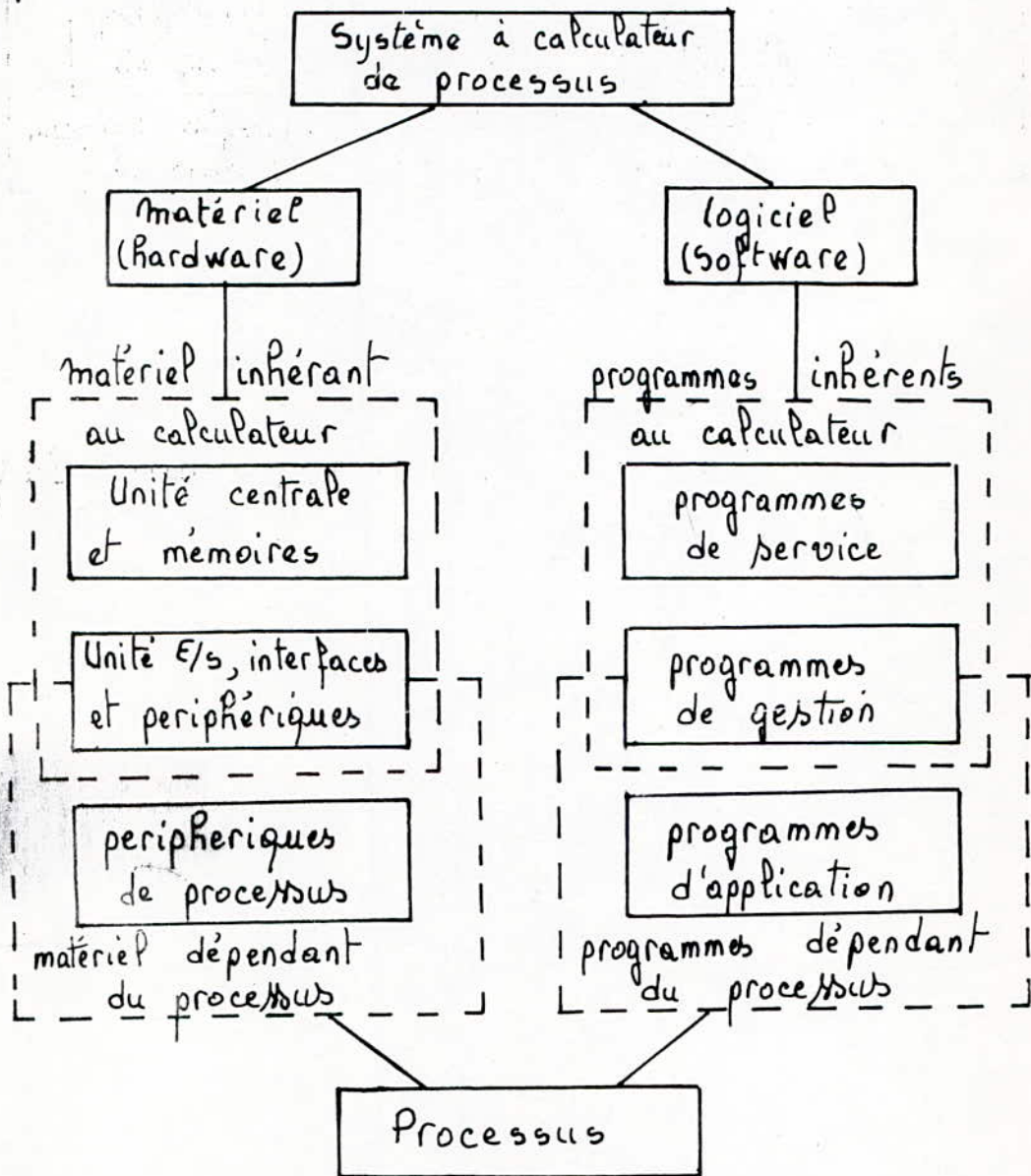


fig 1-2 structure générale d'un système à ordinateur de processus.

Il est composé d'un système matériel et d'un système logiciel.

Le système matériel est composé du calculateur de processus, des interfaces et des périphériques.

Le système logiciel est composé du programme de service, du programme de gestion ainsi que du programme d'application.

Le processus est lié au calculateur à l'aide des périphériques de processus qui transmettent les signaux correspondants par l'intermédiaire des interfaces [4]

1-2. Traitement de réglage par la transformée en Z

L'utilisation d'un ~~calculateur~~ introduit des signaux discrets, il faut donc tenir compte de ce caractère discontinu du signal. Ceci nécessite une méthode particulière de traitement.

1-2-1 : Structure de réglage échantillonné.

A partir du schéma de principe de la commande par calculateur (fig 1-1) on représente la structure de réglage d'un système échantillonné (fig 1-3).

La discontinuité du signal dans ce réglage est représentée par les interrupteurs et l'échantillonneur à pulsation. La commande étant appliquée au système pendant toute la période d'échantillonnage, il est introduit un élément de maintien dans notre structure.

$D(z)$ étant la fonction discrète du régulateur.

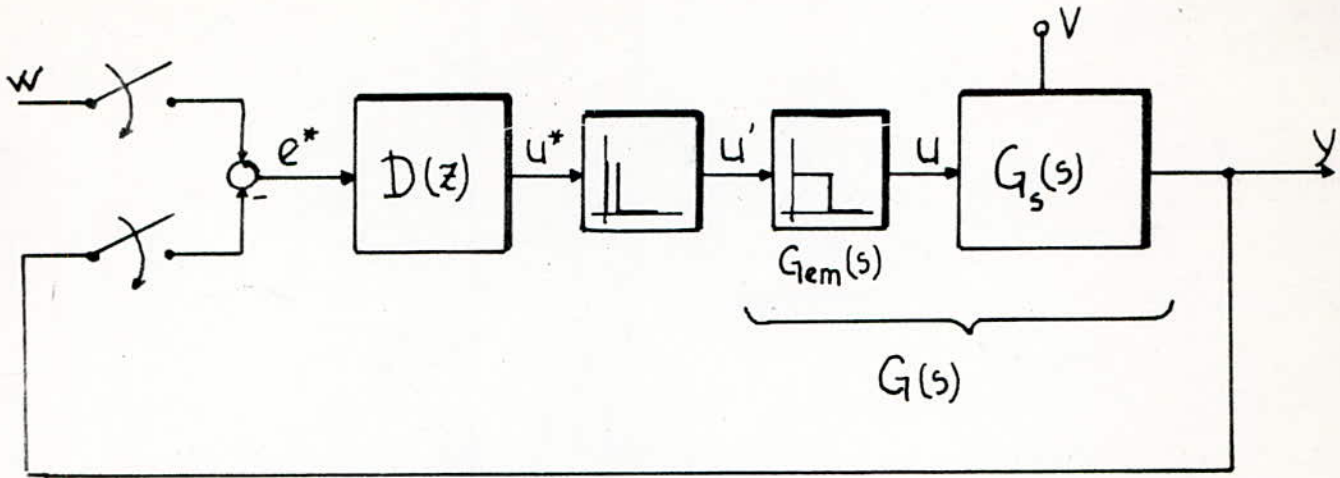


fig 1-3: Structure de réglage par la transformée en Z.

1-2-2 Fonctions de transfert échantillonnées d'un système

Soit un système d'entrée $U(s)$ de sortie $Y(s)$ et de fonction de transfert de la forme générale.

$$G_s(s) = \frac{b_n s^n + b_{n-1} s^{n-1} + \dots + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0} \quad (1-1)$$

On passe à la fonction de transfert échantillonnée en utilisant:

- soit le tableau de correspondance.
- soit la décomposition en fractions simples.

Il faut aussi tenir compte de la fonction de transfert de l'élément de maintien d'ordre zéro $G_{em}(s)$.

On obtient la fonction de transfert échantillonnée $G(z)$ de forme générale.

$$G(z, \varepsilon) = \frac{d_n z^n + d_{n-1} z^{n-1} + \dots + d_0}{z^n + c_{n-1} z^{n-1} + \dots + c_0} \quad (1-2)$$

La fonction de transfert en boucle ouverte est définie par :

$$G_0(z, \varepsilon) = D(z) \cdot G(z, \varepsilon) \quad (1-3)$$

1-2-3 : Analyse des circuits de réglages

On utilise la structure de réglage réduite représentée par la figure 1-4 :

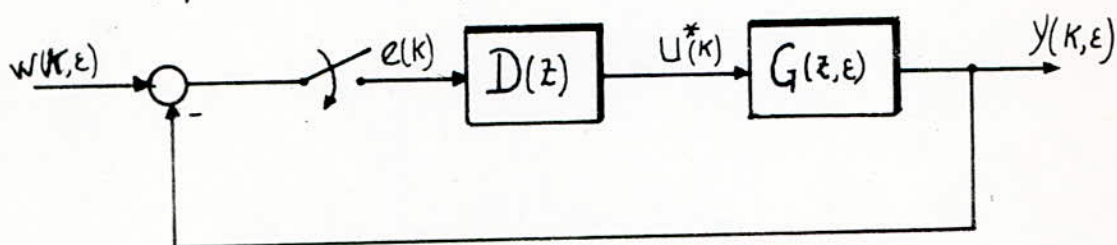


Fig 1-4 : Structure de réglage réduite .

La fonction de transfert échantillonnée du système en boucle fermée par rapport à la consigne sera donc :

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{G(z, \varepsilon) D(z)}{1 + G(z, \varepsilon) \cdot D(z)} \quad (1-4)$$

Les pôles et les zéros dépendent donc des coefficients du régulateur, dans ce type de réglage il faut choisir un type de régulateur et déterminer ses coefficients afin que le système ainsi réglé soit stable et bien amorti .

1-2-4 : Choix du régulateur

Le choix du régulateur dépend du système .

La méthode utilisée dépend de la présence ou non du comportement intégral dans la fonction de transfert du système à régler.

a/ système sans comportement intégral.

Dans ce cas on peut écrire la fonction de transfert $G(z, \varepsilon)$ sous la forme.

$$G(z, \varepsilon) = \frac{Q(z, \varepsilon)}{P(z)} \quad (1-5)$$

Le degré de $P(z)$ est l'ordre du système n_s celui de $Q(z, \varepsilon)$ est $m_s \leq n_s$.
et $D(z)$ sous la forme.

$$D(z) = \frac{S(z)}{R(z)} \quad (1-6)$$

Le degré n_R de $R(z)$ est égal au degré de $S(z)$.
Le choix du régulateur sera fait de manière à ce que les zéros du régulateur compensent les pôles du système à régler, c'est à dire.

$$S(z) = K_R \cdot P(z) \quad (1-7)$$

où K est un coefficient qui devra être déterminé afin que le circuit de réglage soit stable et bien amorti.
on peut utiliser par exemple la méthode de la marge de phase [2]

Dans ce cas la fonction de transfert en boucle fermée s'écrit.

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{K_R Q(z, \varepsilon)}{R(z) + K_R Q(z, 0)} \quad (1-8)$$

b/ système contenant un comportement intégral.

Dans ce cas on utilise ce comportement intégral pour améliorer la qualité des réglage. La fonction de transfert peut s'écrire alors sous la forme.

$$G(z, \varepsilon) = \frac{Q(z, \varepsilon)}{(z-1) P'(z)} \quad (1-9)$$

on choisit ainsi un régulateur qui compense seulement $P'(z)$ qui est de degré $n_s - 1$.

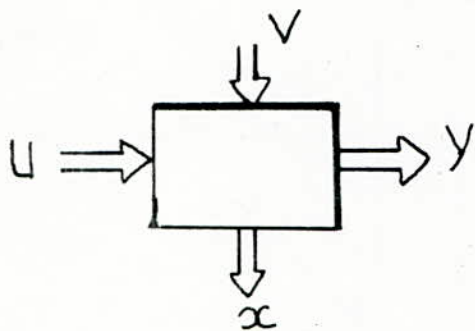
On obtient pour la fonction de transfert du système en boucle fermée.

$$G_w(z, \varepsilon) = \frac{K Q(z, \varepsilon)}{(z-1) R(z) + K_R Q(z, \varepsilon)} \quad (1-10)$$

1-3 Réglage par retour d'état

La théorie des variables d'état fournit, moyennant l'usage généralisé du calcul matriciel, une description totale des systèmes multidimensionnels.

1-3-1 Equations d'état continues du système



Les équations d'état continues du système sont de la forme.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B_u u(t) + B_v v(t) \quad (1-11)$$

$$y(t) = C^T x(t) \quad (1-12)$$

où A est la matrice système de dimension $n \times n$.

B_u La matrice de commande de dimension $n \times m$

B_v La matrice de perturbation de dimension $n \times m$

C^T La matrice de sortie de dimension $r \times n$.

1-3-2 Equations d'état échantillonnées du système

Pour passer aux équations d'état échantillonnées du système on doit d'abord déterminer la matrice de transition d'état $\phi(t)$ [6].

La transformation aboutit aux équations de la forme.

$$x(k+1) = F_s x(k) + H_{su} u(k) + H_{sv} v(k) \quad (1-13)$$

$$y(k) = C_s^T x(k) \quad (1-14)$$

1-3-3 structure optimale de réglage :

Cette structure de réglage est déterminée de sorte qu'un certain critère intégral soit minimisé. Pour cela on applique le principe d'optimisation de Bellman [6], [7]. On obtient la commande optimale.

$$u(k) = -u_c(k) + u_w(k) - u_v(k) \quad (1-15)$$

où
$$u_c(k) = [K_R, K_S^T] x(k) \quad (1-16)$$

$$u_w(k) = K_w \cdot w(k) \quad (1-17)$$

$$u_v(k) = K_v \cdot v(k) \quad (1-18)$$

K_R, K_S, K_v et K_w sont des matrices à déterminer.

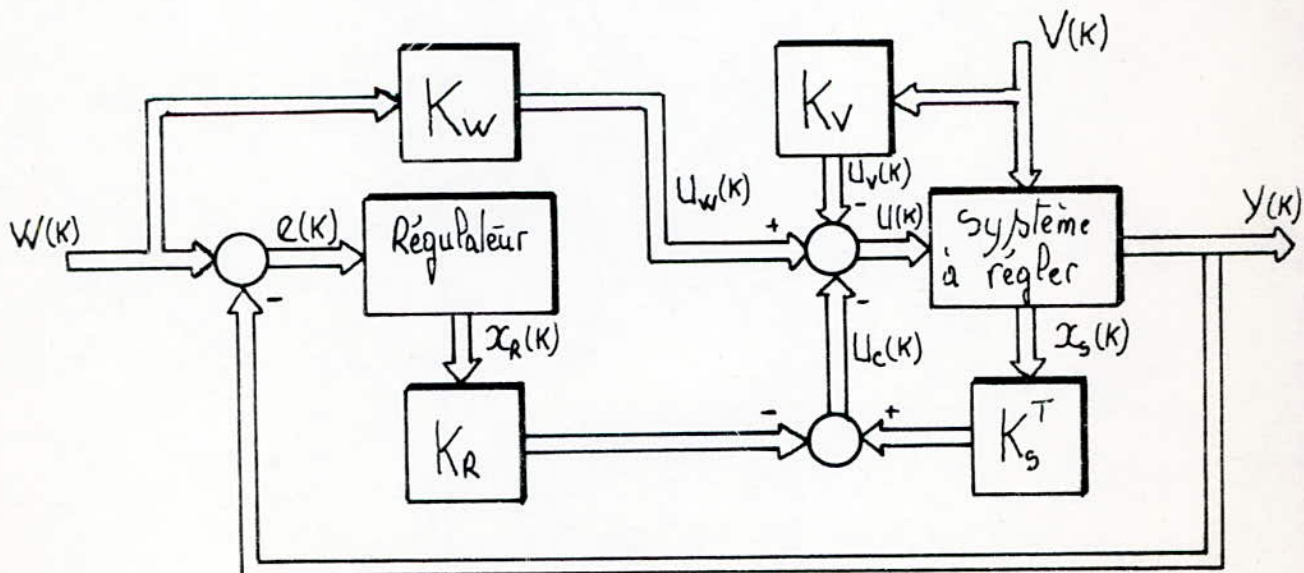


fig 1-5: Représentation schématique de la structure optimale du réglage d'état.

1-3-4: Equations globales de réglage

L'équation aux différences du régulateur peut s'écrire sous la forme.

$$x_R(k+1) = x_R(k) + W(k) \cdot C_3^T x_s(k) \quad (1-19)$$

Compte tenu de cette équation et des équations du système (1-13) et (1-14), et en rassemblant toutes les variables d'état on obtient les équations d'état du système global.

$$x(k+1) = F x(k) + H u(k) + H_w W(k) + H_v V(k) \quad (1-20)$$

$$y(k) = C^T x(k) \quad (1-21)$$

$$\text{où } F = \begin{bmatrix} F_s & 0 \\ -C_s^T & I_d \end{bmatrix}; \quad H = \begin{bmatrix} H_s \\ 0 \end{bmatrix}; \quad H_w = \begin{bmatrix} 0 \\ I_d \end{bmatrix} \quad \text{et } H_v = \begin{bmatrix} H_{sv} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1-22)$$

$$C^T = \begin{bmatrix} C_s^T & 0 \end{bmatrix}$$

Les équations décrivent le comportement dynamique du système en boucle ouverte.

En introduisant (1-15) dans (1-20) on obtient les équations d'état du système en boucle fermée.

$$x(k+1) = F_G x(k) + H_{Gw} W(k) + H_{Gv} V(k) \quad (1-23)$$

$$\text{où } F_G = F - H K^T \quad (1-24)$$

$$H_{Gw} = H_w + H K_w \quad (1-25)$$

$$H_{Gv} = H_v - H K_v \quad (1-26)$$

1-35 Détermination des coefficients de réglage.

Dans ce qui suit on suppose un système monovariable. Les pôles du système global fermé sont donnés par les valeurs propres de la matrice F_G , comme celles-ci dépendent du vecteur ligne de la contre-réaction d'état K^T on peut assigner des valeurs particulières à ces valeurs propres et déterminer les éléments du vecteur de contre-réaction.

Par contre, cette assignation des pôles ne donne aucune indication pour la détermination des coefficients d'intervention directe de la consigne et de la perturbation. On doit donc choisir d'autres critères pour la détermination de ces coefficients.

Nous adoptons, pour la détermination de K^T la méthode qui fait appel à la forme canonique de réglage. On effectue pour cela la transformation linéaire $x_r = T \cdot x$ [3]

Si $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_{n-1}$ sont les coefficients de l'équation caractéristique désirée et a_0, a_1, \dots, a_{n-1} ceux de l'équation du système.

Les éléments du vecteur de contre réaction d'état s'écrivent alors.

$$K_{r_i} = \alpha_{i-1} - a_{i-1} \quad (1-27)$$

Enfin grâce à la transformation linéaire inverse on détermine le vecteur de contre-réaction d'état du système initial.

Les coefficients de l'intervention directe de la consigne et de la perturbation seront déterminés de façon à améliorer les performances du réglage.

On peut par exemple annuler l'influence du régulateur intégrateur en régime établi, on trouve.

$$K_v = \frac{C_s(1 - F_s + H_s K_s^T)^{-1} H_{sv}}{C_s(1 - F_s + H_s K_s^T)^{-1} H_s} \quad (1-28)$$

Pour le coefficient ~~K_w~~ on peut compenser un pôle réel.

$$K_w = \frac{K_R}{1 - z_i} \quad (1-29)$$

Le pôle doit donc être positif et de module inférieur à 1.

CHAPITRE

2

2-1 : Description du système .

2-2 : Réglage par des régulateurs standards .

2-2-1 : Réglage par régulateur P .

2-2-2 : Réglage par régulateur PI .

2-2-3 : Réglage par régulateur PID .

2-3 : Réglage par retour d'état

2-3-1 : Equations d'état continues du système .

2-3-2 : Réglage d'état sans régulateur intégrateur .

2-3-3 : Réglage d'état avec régulateur intégrateur .

2-4 : Conclusions sur le réglage du système .

2- Réglage d'un système à deux constantes de temps.

Lors d'une identification de systèmes, les systèmes à entraînement réglé en particulier, on obtient le plus souvent un modèle à deux constantes de temps. Nous commençons donc l'étude d'un tel système.

2-1: Description du système:

La figure 2-1 montre le schéma bloc du système.

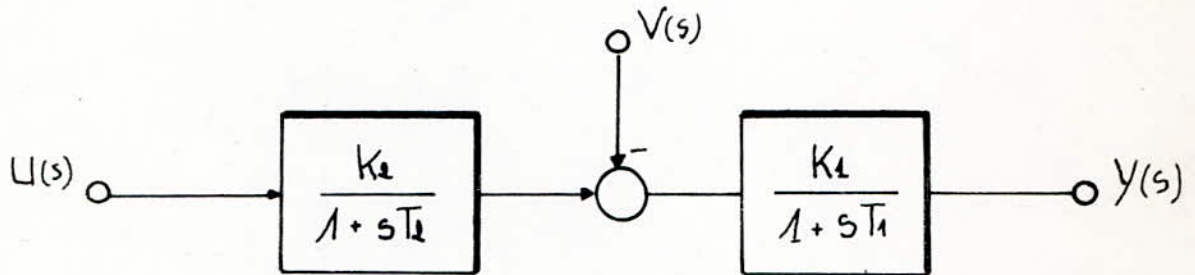


Fig 2-1: Schéma bloc d'un système à deux constantes de temps.

C'est un système constitué de deux dispositifs de retard du premier ordre. La sortie $Y(s)$ est donnée par.

$$Y(s) = \frac{K_1 \cdot K_2}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} U(s) - \frac{K_1}{1 + sT_1} V(s) \quad (2-1)$$

Pour l'étude échantillonnée, il est judicieux d'écrire cette équation sous la forme.

$$Y(z,0) = Y_u(z,0) + Y_v(z,0) \quad (2-2)$$

$$\text{ou } Y_u(z,0) = K \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0} U(z). \quad (2-3)$$

avec

$$b_1 = 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} \exp(-T/T_1) + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \exp(-T/T_2)$$

$$b_0 = \frac{T_2}{T_1 - T_2} (1 - \exp(-T/T_2)) \exp(-T/T_1) - \frac{T_1}{T_1 - T_2} (1 - \exp(-T/T_1)) \exp(-T/T_2)$$

$$a_1 = -(\exp(-T/T_1) + \exp(-T/T_2))$$

$$a_0 = \exp(-T/T_1) \cdot \exp(-T/T_2)$$

$$\text{et } K = K_1 \cdot K_2$$

$Y_V(z, 0)$ est la transformée en Z de $-\frac{K_2}{1 + sT_1} V(s)$

2-2: Réglage par des régulateurs standards :

Nous étudierons le réglage par les régulateurs P, PI, PID.

2-2-1: Réglage par régulateur proportionnel :

Nous appliquons la structure de réglage de la fig 1-4, ou nous soumettrons à la grandeur de commande U le circuit de réglage de la figure 2-2.

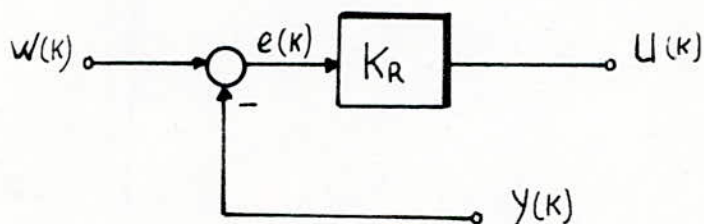


fig 2-2: diagramme structurel d'un régulateur P.

la commande $u(k)$ s'écrit donc sous la forme.

$$u(k) = K_R (w(k) - y(k)) \quad (2-4)$$

En introduisant (2-4) dans (2-2) on obtient les fonctions de transfert

échantillonnées en boucle fermée par rapport à la consigne $G_w(z,0)$ et à la perturbation $G_v(z,0)$.

$$G_w(z,0) = K_R K \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + (a_1 + K_R K b_1) z + a_0 + K_R K b_0} \quad (2-5)$$

$$G_v(z,0) = \frac{z^2 + \alpha_1 z + \alpha_0}{z^2 + (a_1 + K_R K b_1) z + a_0 + K_R K b_0} Y_v(z,0) \quad (2-6)$$

En raison du choix du régulateur proportionnel, on constate qu'il existe une erreur statique lors d'un saut de la consigne ainsi que lors d'un saut de la perturbation, comme le montrent les équations (2-7) et (2-8).

$$E_w = \frac{1}{1 + K_R K} W_0 \quad (2-7)$$

$$E_v = \frac{K_e}{1 + K_R K} V_0 \quad (2-8)$$

Comme on peut le déduire de ces équations, pour annuler l'erreur statique, il faut que $K_R \rightarrow \infty$. Pratiquement, cette valeur de K_R ne peut être retenue.

Dimensionnement du régulateur :

La valeur optimale de K_R obtenue à partir des conditions statiques étant connue, analysons les conditions dynamiques.

En utilisant la réponse harmonique du système en boucle ouverte, on obtient la valeur de K_R qui donne un système stable et bien amorti.

On a représenté sur la figure 2-3, les réponses indicielles obtenues pour différentes valeurs du coefficient K_R du régulateur, ce qui revient à choisir d'autres pôles pour le système bouclé. Les paramètres du système retenus sont $T_1 = 1$ [s], $T_2 = 0,1$ [s], $K_1 = K_2 = 1$ et la période d'échantillonnage $T = 0,05$ [s].

Cette figure confirme qu'en augmentant K_R l'erreur statique diminue, mais l'amortissement est également moins bon.

2-2-2-Réglage par régulateur PI :

Considérons le circuit de réglage de la figure 2-4.

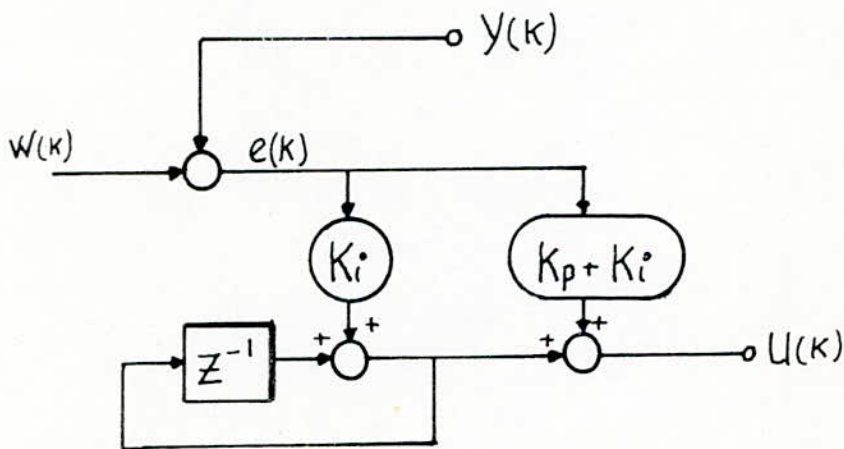


Fig 2-4: diagramme structurel d'un régulateur PI.

De cette figure, et connaissant la fonction de transfert discrète du régulateur PI, on tire [2]

$$U(k) = \left(K_p + K_i \frac{z}{z-1} \right) \cdot (w(k) - y(k)) \quad (2-9)$$

où K_p est le facteur de proportionnalité et K_i le coefficient d'intégration.

Pour trouver la fonction de transfert en boucle ouverte du système global, transformons la relation (2-9) selon.

$$U(K) = \frac{d_1 Z + d_0}{Z - 1} (W(X) - Y(K)) \quad (2-10)$$

$$\text{avec } d_1 = K_p + K_i \quad \text{et} \quad d_0 = -K_p \quad (2-11)$$

Selon (1-3) la fonction de transfert en boucle ouverte par rapport à la consigne peut s'écrire alors.

$$G_0(Z, 0) = \frac{d_1 Z + d_0}{Z - 1} K \frac{b_1 Z + b_0}{Z^2 + a_1 Z + a_0} \quad (2-12)$$

Dimensionnement du régulateur :

Puisque le système à régler possède deux pôles, avec ce régulateur on ne peut compenser qu'un seul; il faut donc compenser le pôle dominant. Soit Z_1 ce pôle.

Selon la relation (1-7) on doit avoir.

$$d_1 Z + d_0 = K_R (Z - Z_1) \quad (2-13)$$

$$\text{ou encore:} \quad d_1 = K_R$$

$$\text{et } d_0 = -K_R Z_1$$

En remplaçant ces valeurs de d_1 et d_0 dans (2-11) on définit les coefficients du régulateur.

$$K_p = K_R Z_1 \quad ; \quad K_i = K_R (1 - Z_1) \quad (2-14)$$

Le coefficient K_R est déterminé par la réponse harmonique

Pour la fonction de transfert en boucle fermée on aura.
- par rapport à la consigne :

$$G_w(z,0) = \frac{K_R K (b_1 z + b_0)}{z^2 + (K_R K b_1 - 1 - z_2) z + K_R K b_0 z_2} \quad (2-15)$$

- perturbation :

$$G_v(z,0) = \frac{z^2 - (1 + z_2) z + z_2}{z^2 + (K_R K b_1 - 1 - z_2) z + K_R K b_0 z_2} Y_v/V \quad (2-16)$$

z_2 étant le pôle du système non compensé.

Contrairement au cas du régulateur proportionnel les erreurs statiques sont nulles, aussi bien par rapport à la consigne que par rapport à la perturbation.

La figure 2-5 montre les réponses indicielles correspondantes à quelques valeurs de K_R . Ces réponses confirment que le régulateur PI n'est pas adopté lorsque on désire obtenir simultanément un bon comportement dynamique pour une variation de la consigne et de la perturbation.

2-23: Réglage par un régulateur PID :

Pour compenser les deux pôles du système, on soumet à la grandeur de commande le circuit de réglage de la figure 2-6.

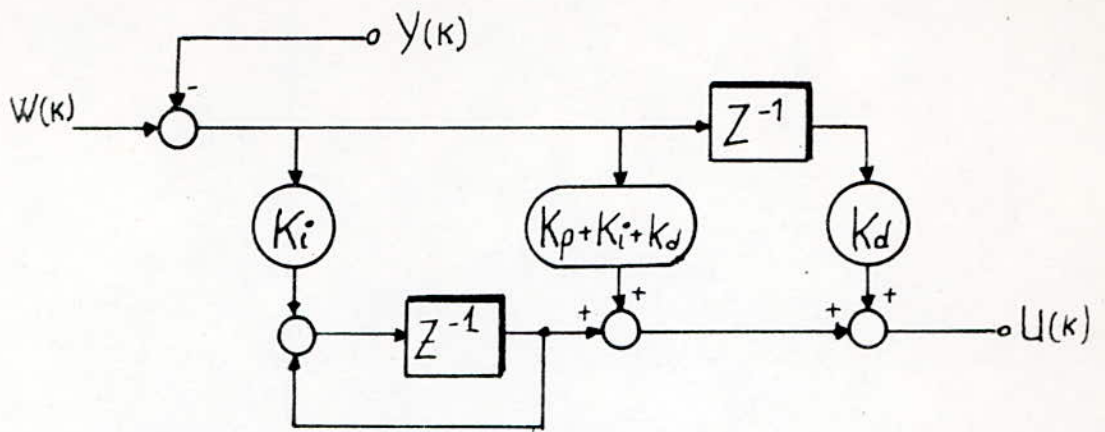


Fig 2-6: Diagramme structurel d'un régulateur PID.

Sa fonction de transfert s'écrit :

$$D(z) = \frac{d_2 z^2 + d_1 z + d_0}{z(z-1)} \quad (2-17)$$

avec : $d_2 = K_i + K_p + K_d$; $d_1 = -(K_p + 2K_d)$; $d_0 = K_d$. (2-18)

Dimensionnement du régulateur :

D'après la relation (1-7) on aura :

$$d_2 z^2 + d_1 z + d_0 = K_R (z^2 - (z_1 + z_2)z + z_1 z_2) \quad (2-19)$$

Les coefficients du régulateur seront alors

$$\left. \begin{aligned} K_i &= K_R (1 - z_1 - z_2 + z_1 z_2) \\ K_p &= K_R (z_1 + z_2 - 2z_1 z_2) \\ K_d &= K_R z_1 z_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

En boucle fermée on aura :
- par rapport à la consigne .

$$G_W(z,0) = \frac{K_R K b_1 z + K_R K b_0}{z^2 + (K_R K b_1 - 1)z + K_R K b_0} \quad (2-21)$$

- par rapport à la perturbation .

$$G_V(z) = \frac{z(z-1)}{z^2 + (K_R K_b - 1)z + K_R K_b} \quad Y_V/V \quad (2-22)$$

Dans la figure 2-7, on a représenté les réponses indicielles pour une variation de la consigne et de la perturbation. Nous avons d'abord déterminé la valeur de K_R qui donne de bonnes performances dynamiques (courbe b) puis on a fait varier celui-ci pour montrer son influence sur le régime transitoire.

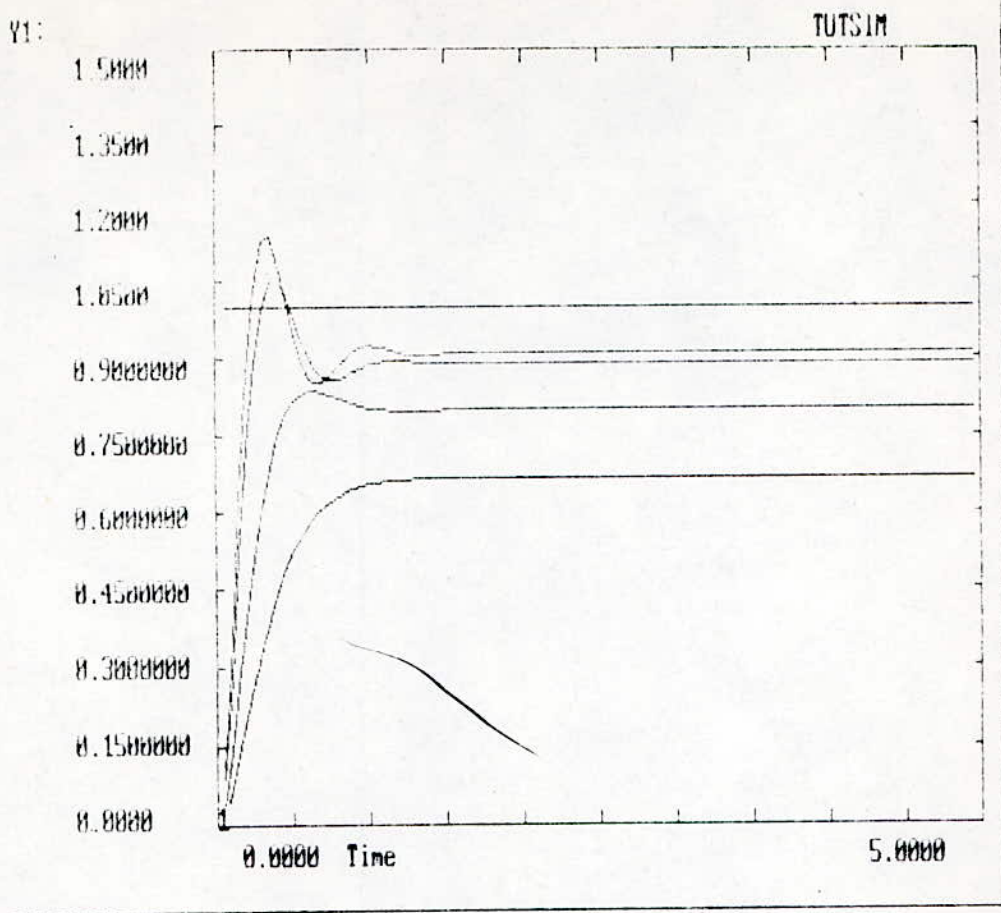


fig 2.3 : Réponses indicielles pour un saut de consigne (P)/

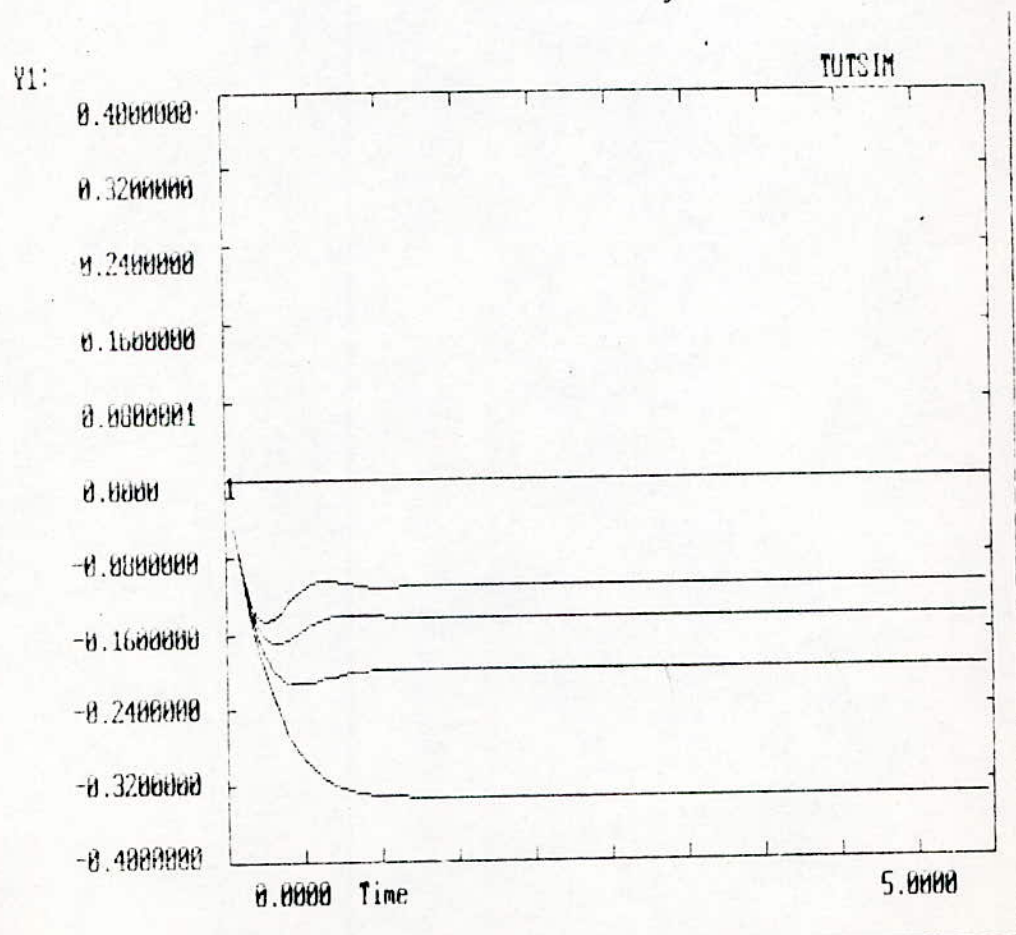


fig 2.3 : Réponses indicielles pour un saut de perturbation (P).

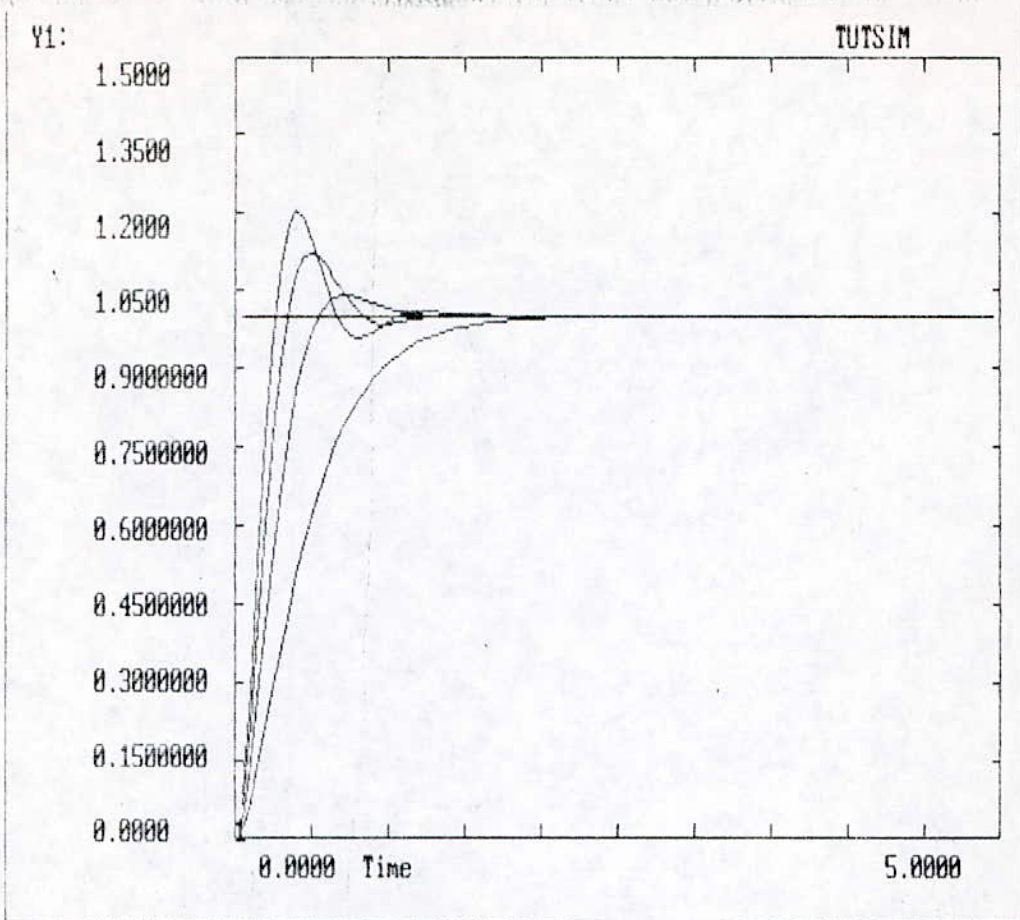


fig 2.5 : Réponses indicielles pour un saut de consigne (PI).

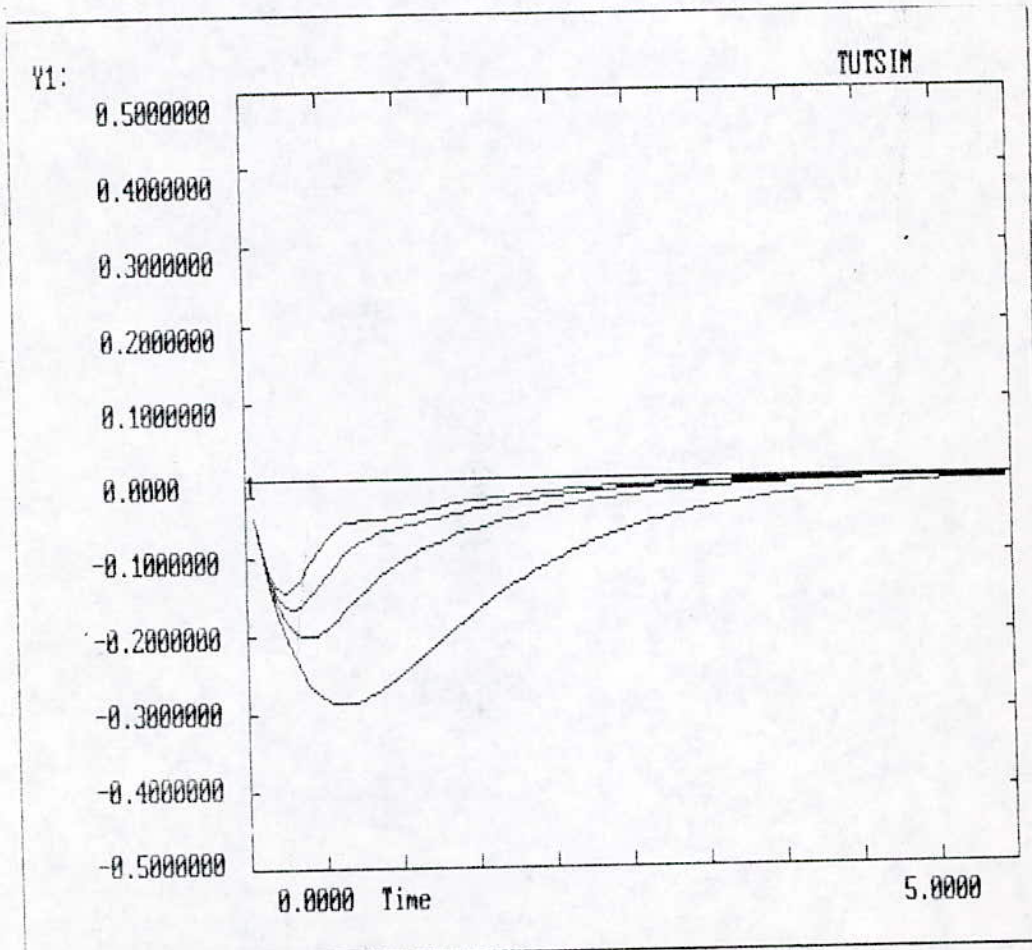


fig 2.5 : Réponses indicielles pour un saut de perturbation (PI)

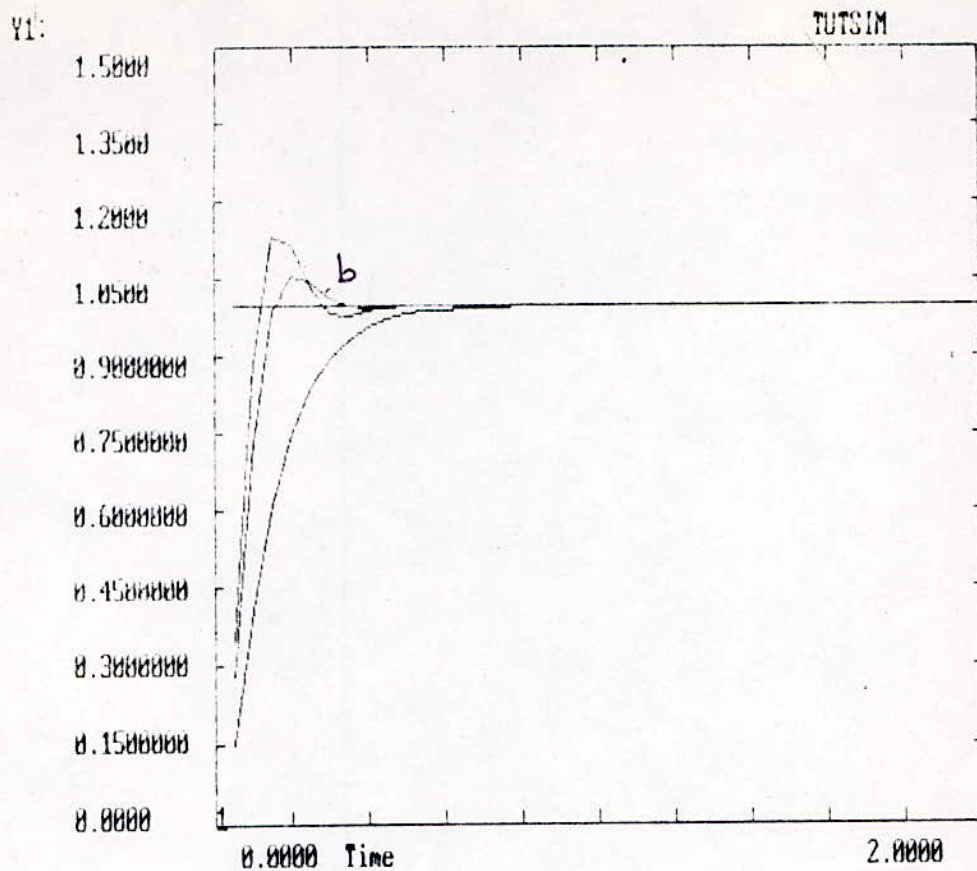


fig 2-7: réponses indicielles pour un saut de consigne (PID)

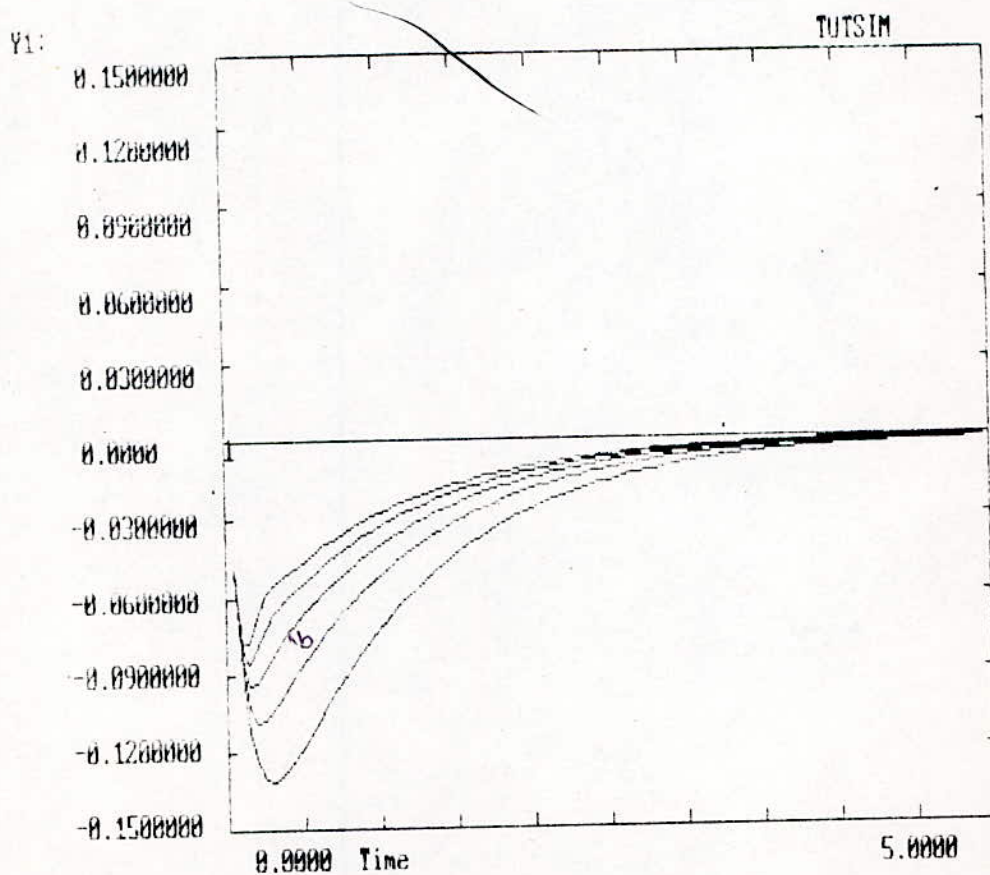


fig 2-7: réponse indicielles pour un saut de perturbation (PID).

2-3: Réglage par retour d'état:

On distinguera le réglage d'état avec et sans régulateur intégrateur.

2-3-1: Equations d'état continues du système:

En posant comme variables d'état, la grandeur à régler et la sortie du premier élément de retard, on obtient les équations d'état du système.

$$\dot{x}(t) = A x(t) + b_s u(t) + b_{sv} v(t) \quad (2-23)$$

$$y(t) = C^T x(t) \quad (2-24)$$

$$\text{où } A = \begin{bmatrix} -1/T_1 & K_1/T_1 \\ 0 & -1/T_2 \end{bmatrix}; \quad b_s = \begin{bmatrix} 0 \\ K_2/T_2 \end{bmatrix}; \quad b_{sv} = \begin{bmatrix} -K_1/T_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-25)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Pour passer aux équations d'état échantillonnées du système nous utilisons la matrice de transition d'état $\phi(t)$.

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} \exp(-t/T_1) & \frac{K_1 T_2}{T_1 - T_2} [\exp(-t/T_1) - \exp(-t/T_2)] \\ 0 & \exp(-t/T_2) \end{bmatrix} \quad (2-26)$$

selon (1-13) et (1-14) on obtient:

$$F_s = \begin{bmatrix} \exp(-T/T_1) & \frac{K_1 T_2}{T_1 - T_2} [\exp(-T/T_1) - \exp(-T/T_2)] \\ 0 & \exp(-T/T_2) \end{bmatrix} \quad (2-27)$$

$$h_s = \begin{bmatrix} K_1 K_2 - K_1 K_2 \frac{T_1}{T_1 - T_2} \exp(-T/T_1) + K_1 K_2 \frac{T_2}{T_1 - T_2} \exp(-T/T_2) \\ K_2 (1 - \exp(-T/T_2)) \end{bmatrix} \quad (2-28)$$

$$h_{sv} = \begin{bmatrix} K_1 (1 - \exp(-T/T_1)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

Les vecteurs h_s et h_{sv} sont calculés par les relations :

$$h_s = \Psi(T) b_s \quad h_{sv} = \Psi(T) \cdot b_{sv} \quad (2-30)$$

où $\Psi(T)$ est la matrice obtenue en intégrant la matrice de transition d'état $\phi(t)$ et en remplaçant t par T .

A noter que les relations (2-27) et (2-30) sont réalisables uniquement pour un système muni d'un élément de maintien.

2-3-2: Réglage d'état sans régulateur intégrateur :

Dans ce cas le circuit de réglage de la figure 1-5 devient :

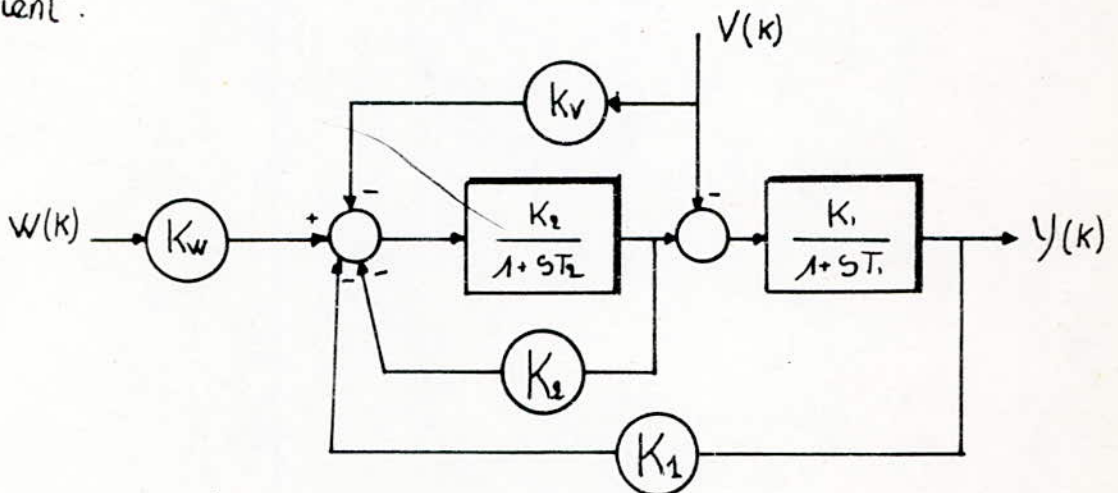


Fig 2-8: Structure de réglage sans régulateur intégrateur.

Dans le but de comparer les performances données par les différents types de réglage nous reprendrons les mêmes paramètres du système.

Le système à régler sera donc défini par.

$$\left. \begin{aligned} F &= \begin{bmatrix} 0,951 & 0,038 \\ 0 & 0,607 \end{bmatrix} ; & h_s &= \begin{bmatrix} 99 \\ 0,049 \end{bmatrix} ; & h_{sv} &= \begin{bmatrix} 0,393 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2-31)$$

Détermination des coefficients de la contre-réaction d'état :

Pour trouver la matrice F_G du système réglé en boucle fermée on a besoin, d'après le chapitre 1, de connaître les coefficients du vecteur de la contre réaction d'état K_1 et K_2 . Ceci nécessite une imposition des pôles.

Choix des pôles :

Afin d'obtenir un comportement dynamique satisfaisant il est indispensable de faire un choix adéquat des pôles à imposer et comme il n'y a que deux coefficients à déterminer il faut choisir deux pôles complexes conjugués correspondant à un amortissement relatif optimal.

Pour montrer l'influence de la position des pôles sur la qualité de réglage nous avons choisi 3 paires de pôles différentes (figure 2-9).

Le tableau (2-1) résume les résultats obtenus.

	$0,513 \pm j 0,296$	$0,324 \pm j 0,324$	$0,695 \pm j 0,226$
K_1	$7,85 \cdot 10^{-3}$	$1,46 \cdot 10^{-2}$	$3,42 \cdot 10^{-2}$
K_2	$-0,79$	$-1,36$	$-0,43$
K_v	$1,05 \cdot 10^{-4}$	$-1,77 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$
K_w	$7,96 \cdot 10^{-3}$	$1,45 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-3}$

Tableau 2-1.

Comme il n'y a pas de régulateur intégrateur et aucun pôle n'est réel, les coefficients d'intervention directe de la consigne et de la perturbation sont calculés de manière à annuler l'erreur statique.

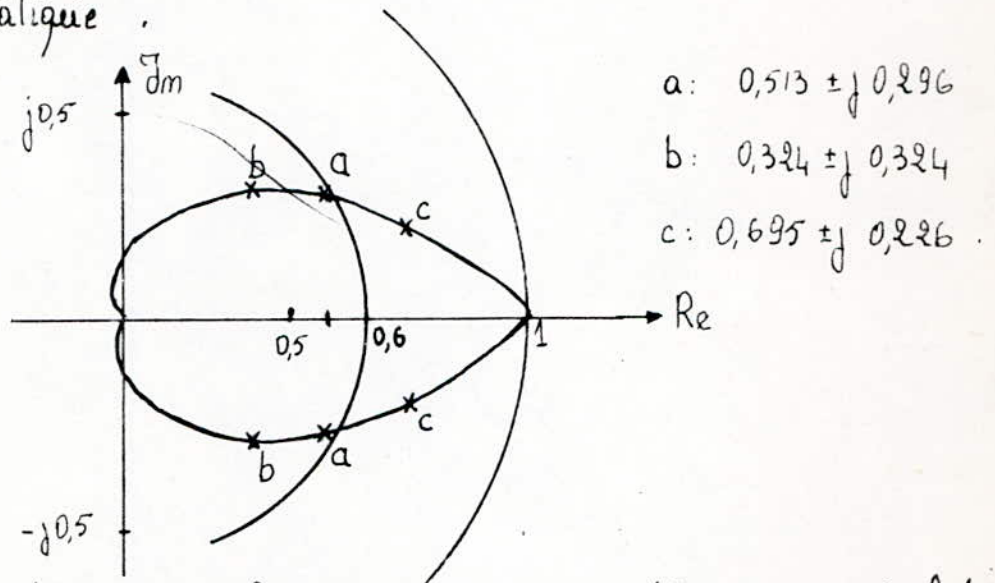


Fig 2-9 : position des pôles imposés au système sans régulateur.

La figure 2-10 montre les réponses indicielles obtenues pour les différents pôles choisis, on voit que plus les pôles sont voisins de zéro plus le temps de montée diminue, mais la réponse par rapport à la perturbation se détériore et le dépassement

devient plus important. Comparées à celles obtenues par le réglage classique (PID) on voit que les résultats sont proches par rapport à la consigne, mais par rapport à la perturbation le réglage par retour d'état donne de meilleurs résultats.

2-3-3: Réglage par retour d'état avec régulateur intégrateur:

En introduisant un régulateur intégrateur dans la structure de réglage de la figure 2-8 on obtient la structure de réglage avec régulateur intégrateur de la figure 2-11

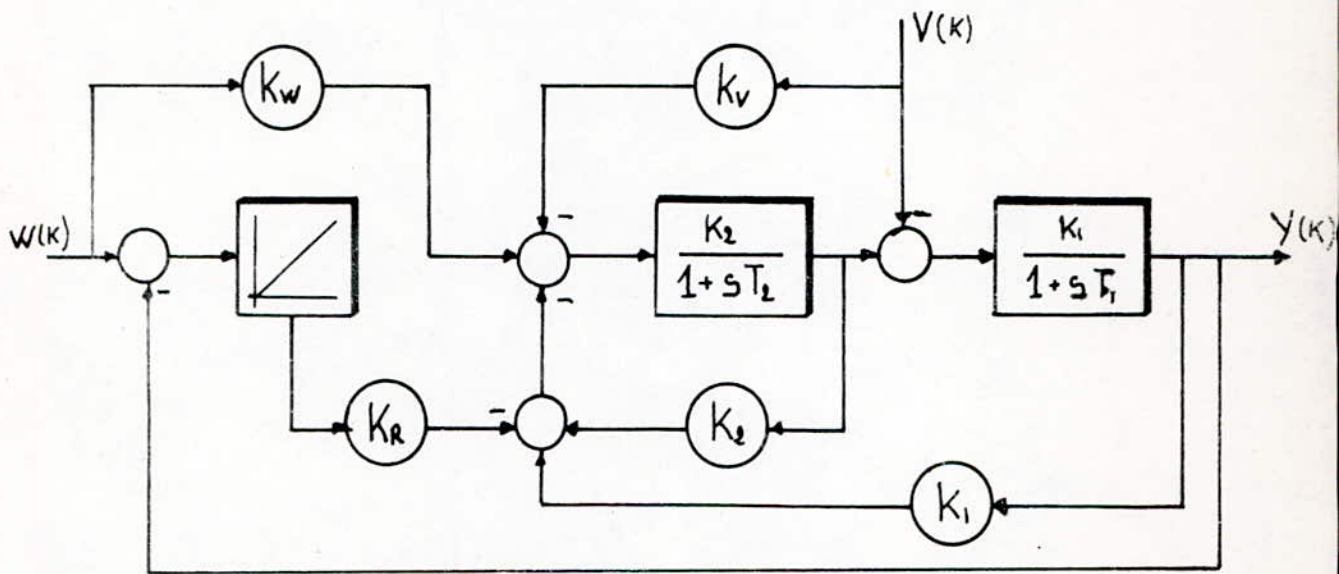


Fig 2-11: Structure de réglage avec régulateur intégrateur.

En tenant compte des équations du système (2-31) et du régulateur intégrateur, le système global est défini - d'après les équations 1-22

$$F = \begin{bmatrix} 0,951 & 0,039 & 0 \\ 0 & 0,607 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad h = \begin{bmatrix} 99 \\ 0,049 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad h_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} ; \quad h_v = \begin{bmatrix} 0,393 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Détermination de la contre réaction d'état :

Dans ce cas on imposera trois pôles, puisqu'il y a le coefficient K_R de l'intervention du régulateur à déterminer.

Pour comparer avec les résultats précédents nous gardons les mêmes pôles complexes (figure 2-12).

Les coefficients K_V et K_W seront déterminés de façon à éliminer l'intervention du régulateur en régime permanent et compenser le pôle réel imposé.

Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 2-2.

	$Z_{re} = 0,593$ $0,513 \pm j 0,296$	$Z_{re} = 0,456$ $0,323 \pm j 0,323$	$Z_{re} = 0,731$ $0,695 \pm j 0,226$
K_R	$-3,37 \cdot 10^{-3}$	$-7,87 \cdot 10^{-3}$	$-9,96 \cdot 10^{-4}$
K_1	$9,43 \cdot 10^{-3}$	$1,26 \cdot 10^{-2}$	$4,97 \cdot 10^{-3}$
K_2	$1,37 \cdot 10^{-2}$	0,52	-0,137
K_V	$5 \cdot 10^{-4}$	$7,5 \cdot 10^{-4}$	$4,25 \cdot 10^{-4}$
K_W	$8,3 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-2}$	$3,7 \cdot 10^{-3}$

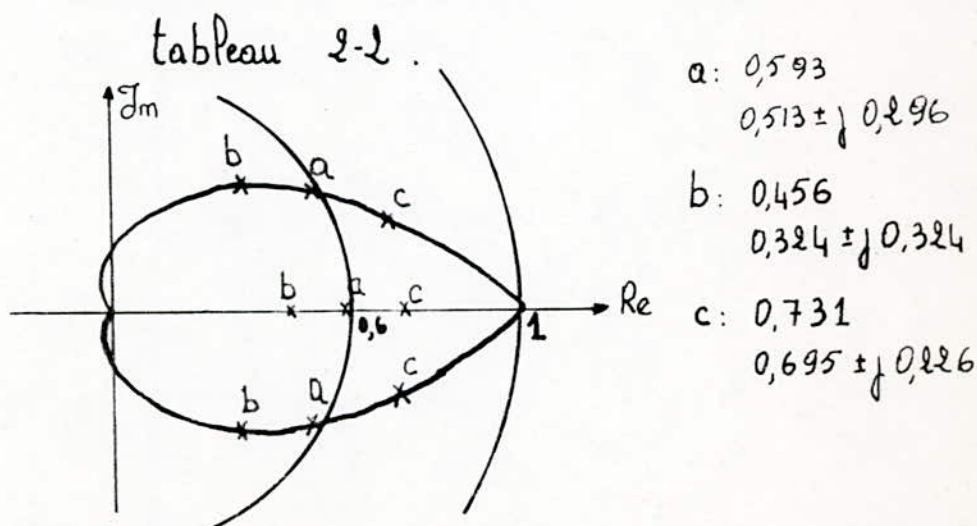


fig 2-12: position des pôles imposés au système avec intégrateur

Les réponses indicielles sont représentées par la figure 2-13. On voit que la position des pôles influe sur le temps de montée pour les réponses par rapport à la consigne, de plus l'influence des perturbations est moins importante.

24 : Conclusions sur le réglage d'un système à deux constantes de temps :

La première conclusion générale que l'on peut tirer de ce chapitre est de relever, qu'à partir de la structure du réglage d'état avec intégrateur on peut obtenir la structure du réglage d'état sans régulateur intégrateur (en imposant un pôle à l'origine).

Ensuite relevons le grand avantage du réglage d'état qui comporte des coefficients d'intervention directe soit de la consigne, soit de la perturbation qui sont indépendants des coefficients de contre-réaction d'état, ces derniers étant exclusivement mis à contribution pour ajuster les pôles du système bouclé.

Pour les performances de réglage, il en ressort que le réglage par retour d'état donne les meilleurs résultats.

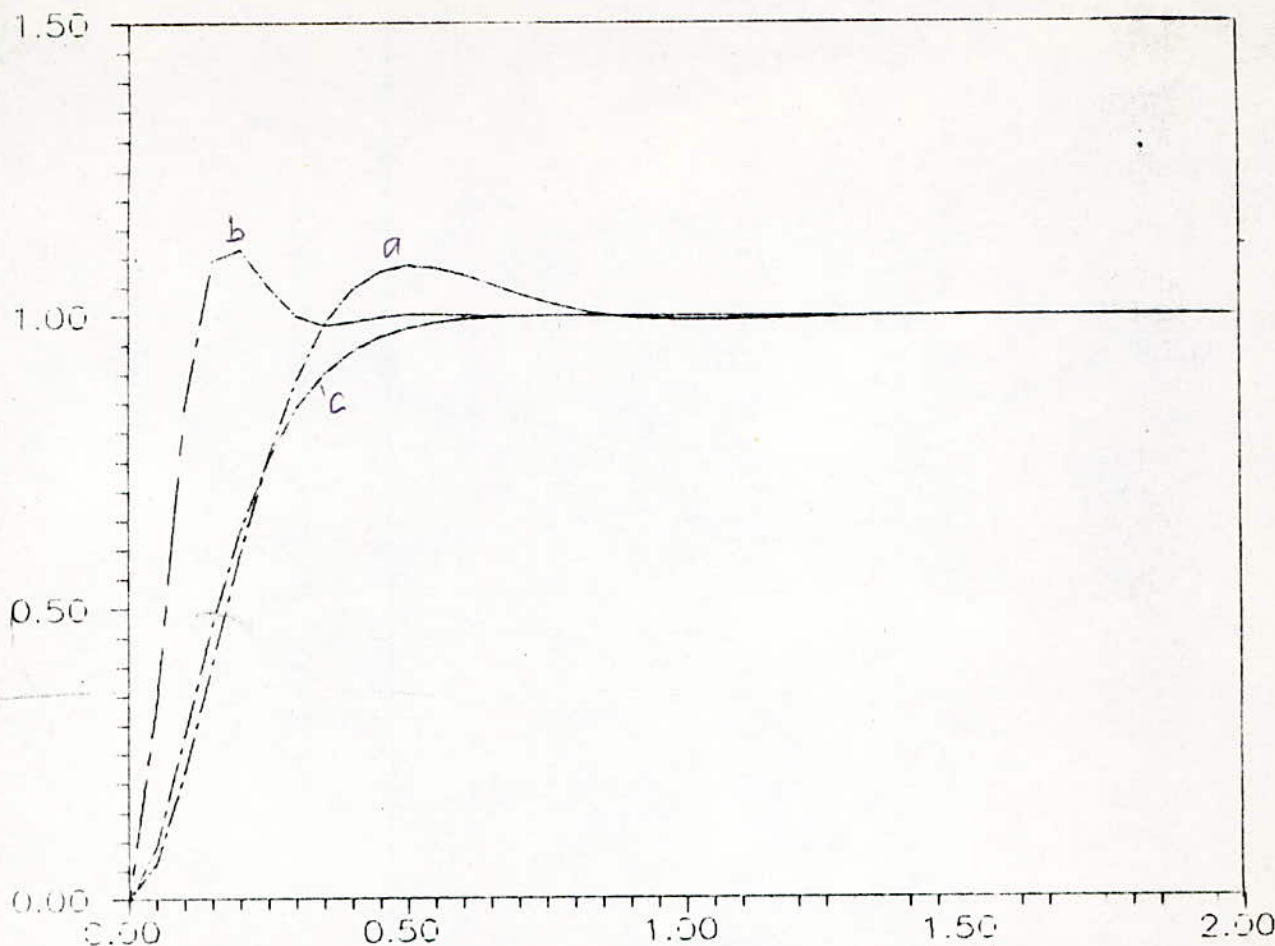


fig 2-10 : Réponses indicielles pour un saut de consigne
(réglage d'état sans intégrateur).

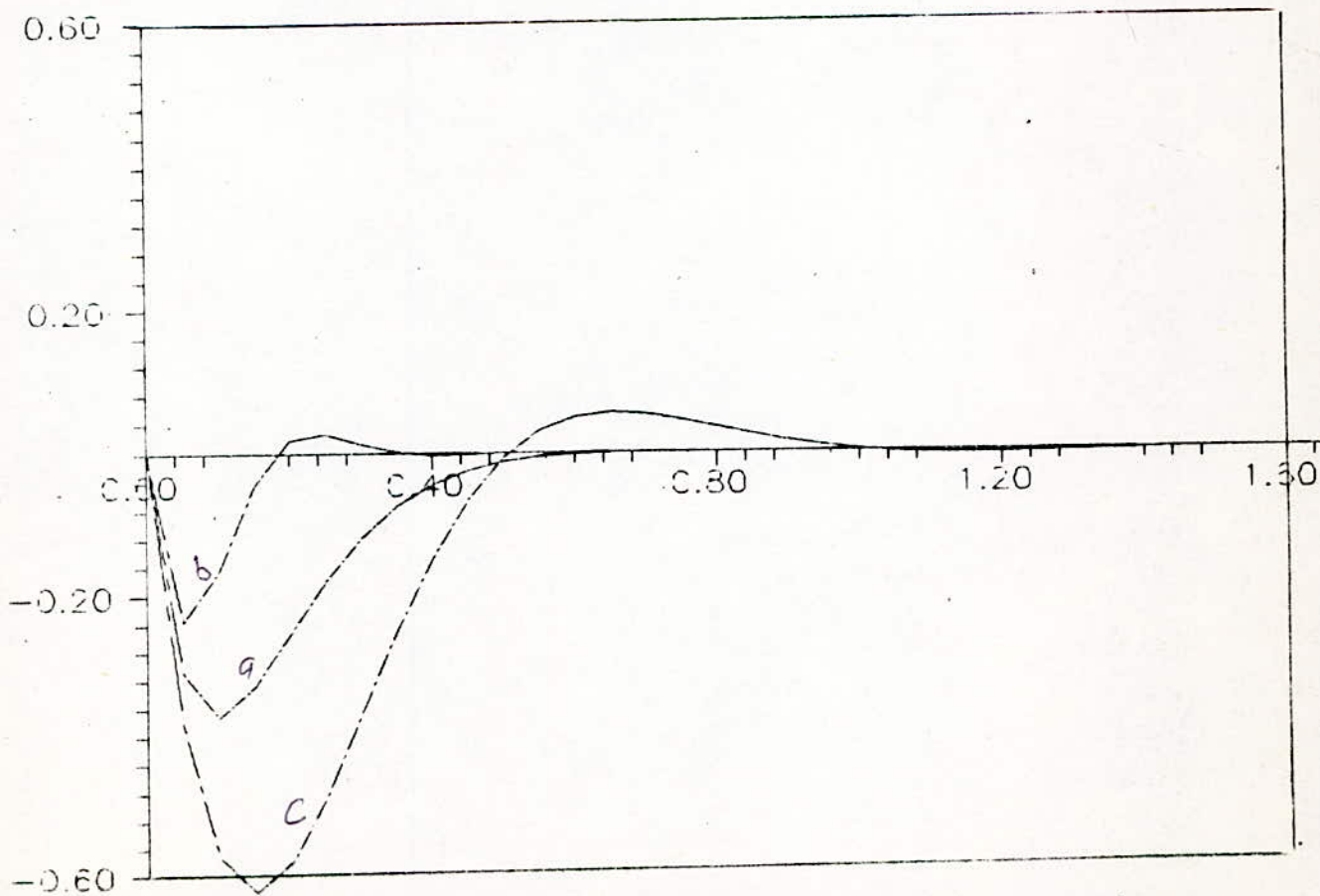


fig 2-10 : Réponses indicielles pour un saut de perturbation
(réglage d'état sans intégrateur).

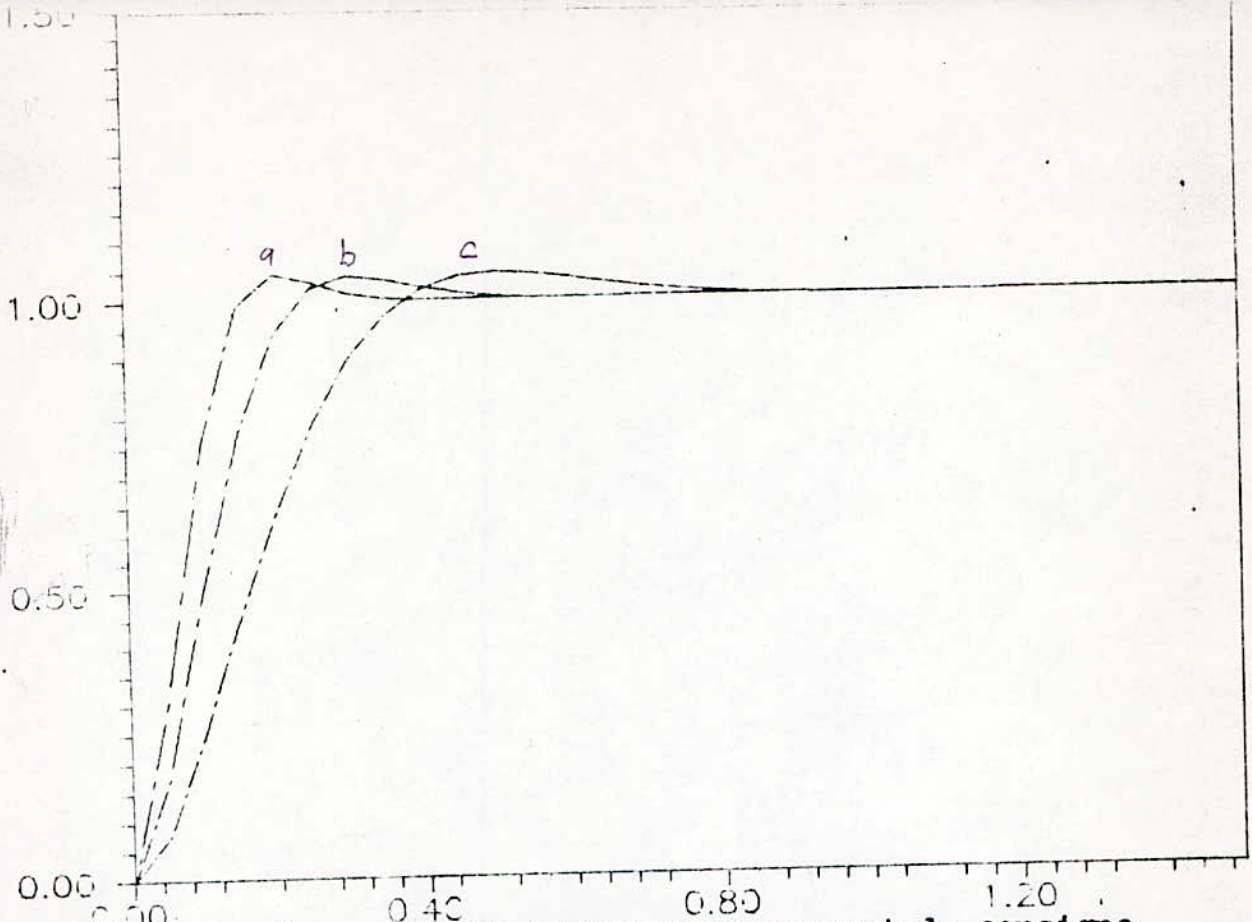


fig 2-13 : Réponses indicielles pour un saut de consigne (réglage d'état avec integrateur).

32

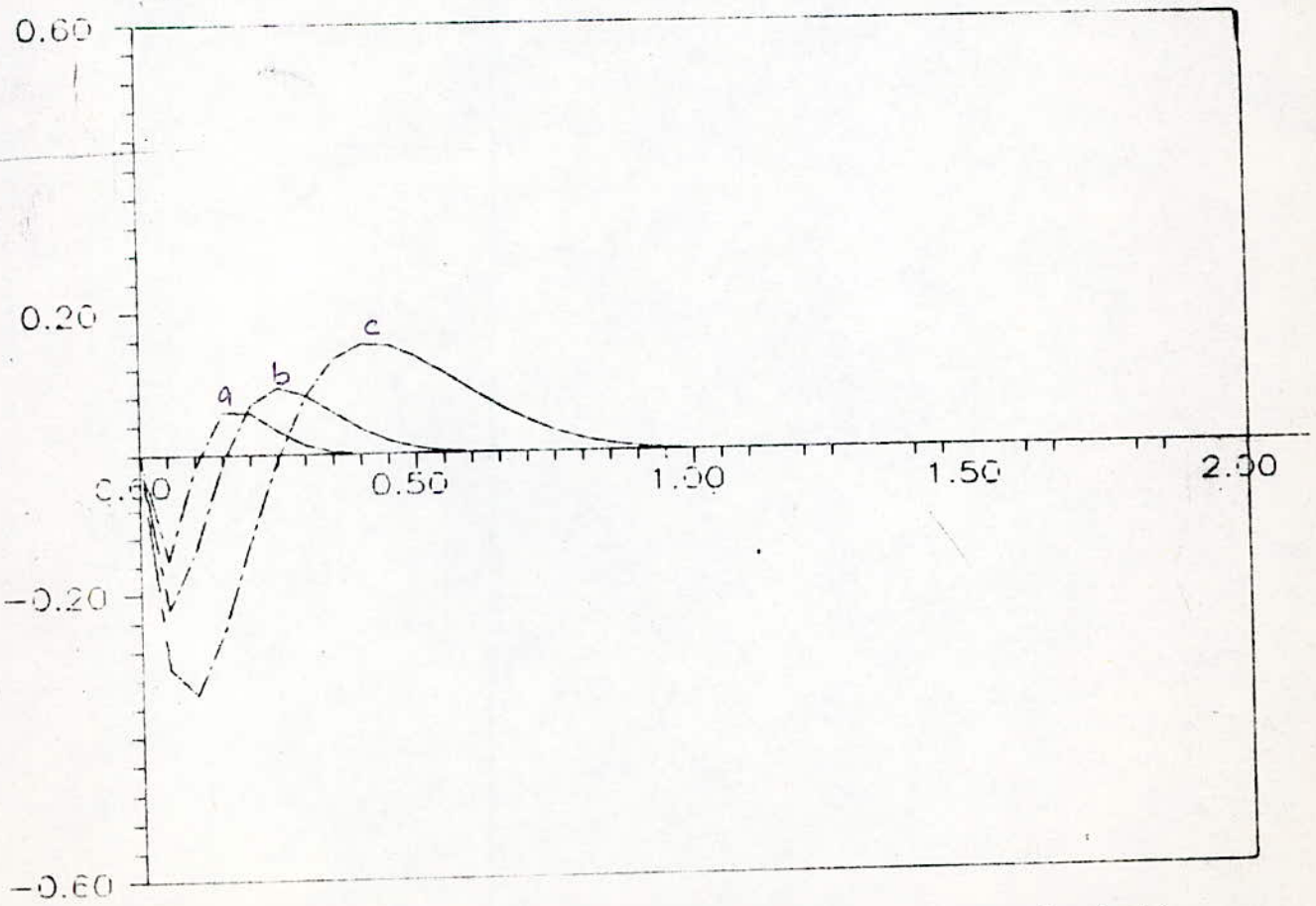


fig 2-13 : Réponses indicielles pour un saut de perturbation (réglage d'état avec integrateur).

32

CHAPITRE

3

3-1 : Description du système .

3-2 : Réglage par régulateur P

3-2-1 : Dimensionnement du régulateur .

3-3 : Réglage par régulateur ~~P~~ PI

3-4 : Réglage par régulateur PID .

3-5 : Réglage d'état sans intégrateur .

3-5-1 : Dimensionnement des coefficients de réglage .

3-6 : Réglage d'état avec intégrateur .

3-6-1 : Dimensionnement des coefficients de réglage .

3-7 : Conclusions sur le réglage .

3 Réglage d'un système avec comportement intégral :

Lors du réglage du système à deux constantes de temps, nous avons vu que la fonction intégrale dans la structure de réglage était nécessaire pour annuler l'erreur statique.

Mais souvent cette fonction est contenue dans la fonction de transfert du système à régler lui-même (présence d'un servomoteur).

Dans ce chapitre, nous étudierons un tel système pour montrer l'influence de cette fonction dans les différentes structures de réglage.

3-1: Description du système :

La figure 3-1 montre le schéma bloc d'un tel système. Il est composé d'un élément de retard du premier ordre de constante de temps T_1 et d'un élément intégral de constante d'intégration T_i .

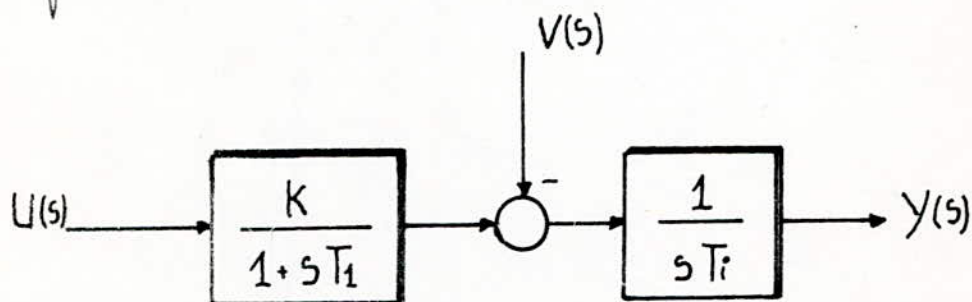


Fig 3-1 : Schéma bloc d'un système possédant un comportement intégral.

L'équation de la sortie $Y(s)$ du système :

$$Y(s) = \frac{K}{T_i s(1+sT_1)} U(s) - \frac{1}{sT_i} V(s) \quad (3-1)$$

Comme pour le système à deux constantes de temps, on peut écrire l'équation 3-1 sous la forme.

$$Y(z,0) = Y_u(z,0) + Y_v(z,0) \quad (3-2)$$

avec :

$$Y_u(z,0) = K \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0} U(z) \quad (3-3)$$

où

$$b_1 = T - T_i + T_i \exp(-T/T_1)$$

$$b_0 = T_1 - (T_i + T) \exp(-T/T_1)$$

$$a_1 = -(1 + \exp(-T/T_1))$$

$$a_0 = \exp(-T/T_1).$$

$Y_v(z,0)$ étant la transformée en z de $-\frac{1}{sT_i} V(s)$.

Or cette perturbation intervient continuellement sur le système, il faut donc en tenir compte aux instants d'échantillonnage.

Si $V(s)$ est un échelon d'amplitude V_0 :

$$Y_v(z,0) = \frac{T z}{T_i (z-1)^2} \cdot V_0 \quad (3-4)$$

3-2: Réglage par un régulateur P :

La structure du réglage avec régulateur proportionnel est représentée à la figure 2-2.

En introduisant l'expression de la commande (2-4) dans l'équation (3-2), on obtient les fonctions de transfert échantillonnées en boucle fermée par rapport à la consigne $G_w(z,0)$ et à la perturbation $G_v(z,0)$.

$$G_w(z,0) = K K_R \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + (a_1 + K_R K b_1) z + a_0 + K K_R b_0} \quad (3-5)$$

$$G_v(z,0) = \frac{z^2 + a_1 z + a_0}{z^2 + (a_1 + K K_R b_1) z + a_0 + K K_R b_0} Y_v(z,0) \quad (3-6)$$

On constate que pour le système bouclé et grâce à l'intégrateur du système à régler, l'erreur statique lors d'une variation de la consigne est annulée. Par contre, pour une variation de la perturbation cette erreur persiste

$$E_v = \frac{V_0}{K_R K}$$

si V_0 est l'amplitude de l'échelon.

Dimensionnement du régulateur :

La réponse harmonique du système en boucle ouverte donne la valeur de K_R qui donne un système stable et bien amorti.

Sur la figure 3-2, on a représenté les réponses indicielles obtenues pour différentes valeurs du coefficient K_R du régulateur.

Les paramètres du système sont : $K=1$; $T_1=0,1s$; $T_2=1s$ et $T=0,05s$.

La courbe (a) représente la réponse indicielle obtenue pour la valeur optimale de K_R ; On voit que le réglage par le régulateur P suffit si on ne considère que l'intervention de la consigne. Cependant l'influence de la perturbation est très importante. Pour diminuer l'effet de celle-ci on doit augmenter la valeur de K_R (courbe b), mais dans ce cas le dépassement de la réponse par rapport à la consigne augmente.

3-3: Réglage par un régulateur PI :

Pour améliorer le réglage obtenu par le régulateur P, on introduit dans la structure de réglage un intégrateur. En utilisant la même technique de synthèse du régulateur - compensation du pôle du système par le zéro du régulateur - on obtient un système purement intégrateur, donc instable.

Pour remédier à cela, nous proposons de maintenir le pôle du système et utiliser le zéro du régulateur pour améliorer la dynamique du système.

Sur la figure 3-3, on a représenté les réponses indicielles du système. On voit que l'erreur par rapport à la perturbation s'annule mais le système devient très lent (b). Pour montrer l'influence du zéro nous avons représenté les courbes pour d'autres valeurs du zéro du régulateur. On voit que si on augmente $K_R(a)$ pour améliorer le temps de montée le dépassement devient plus important et si

on diminue $K_R(s)$ on a le contraire, et dans les deux cas le temps d'établissement reste très grand.

Ces résultats étaient prévisibles, puisque au lieu de régler un système d'ordre 2 nous avons obtenu un système d'ordre trois.

3-4: Réglage par un régulateur PID:

En compensant le pôle du système par un des zéros du régulateur on obtient un système d'ordre trois avec un pôle en zéro, deux pôles en 1 et un zéro qu'on peut déplacer, on se ramène ainsi au cas du réglage par un régulateur PI sans compensation de pôle.

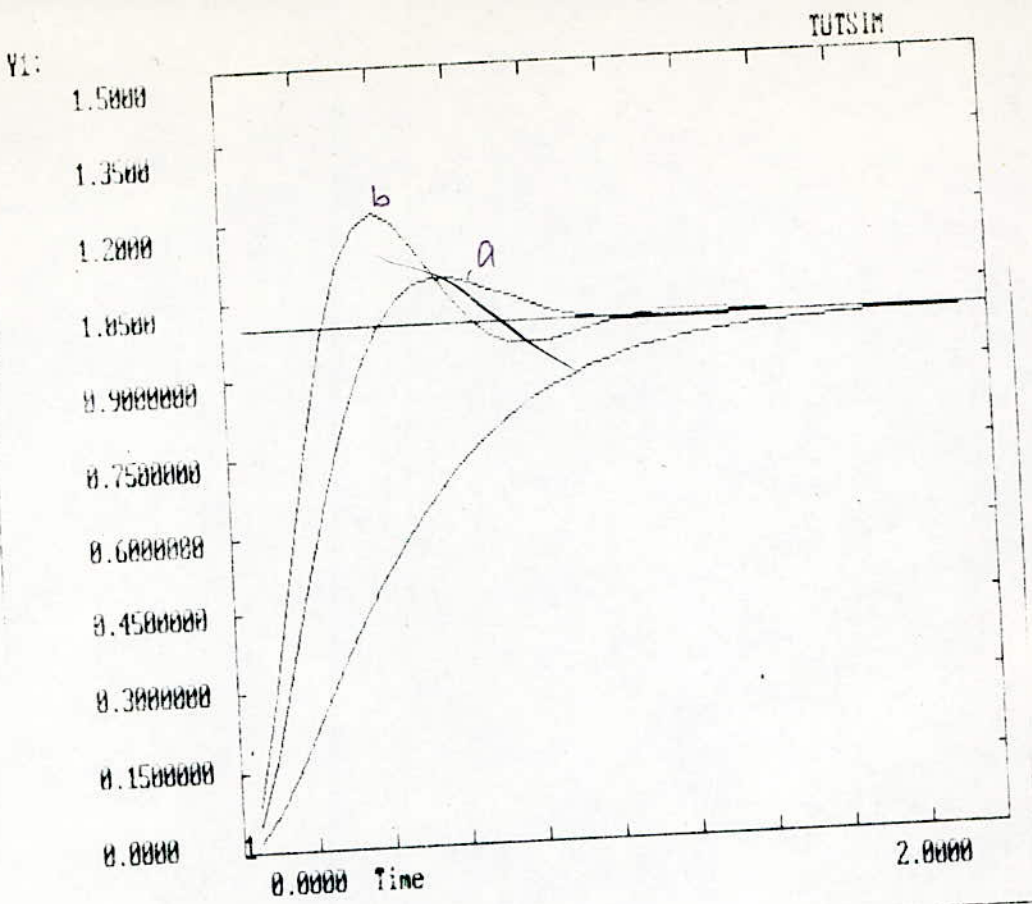


fig 3.1 : Réponses indicielles pour un saut de consigne (P).

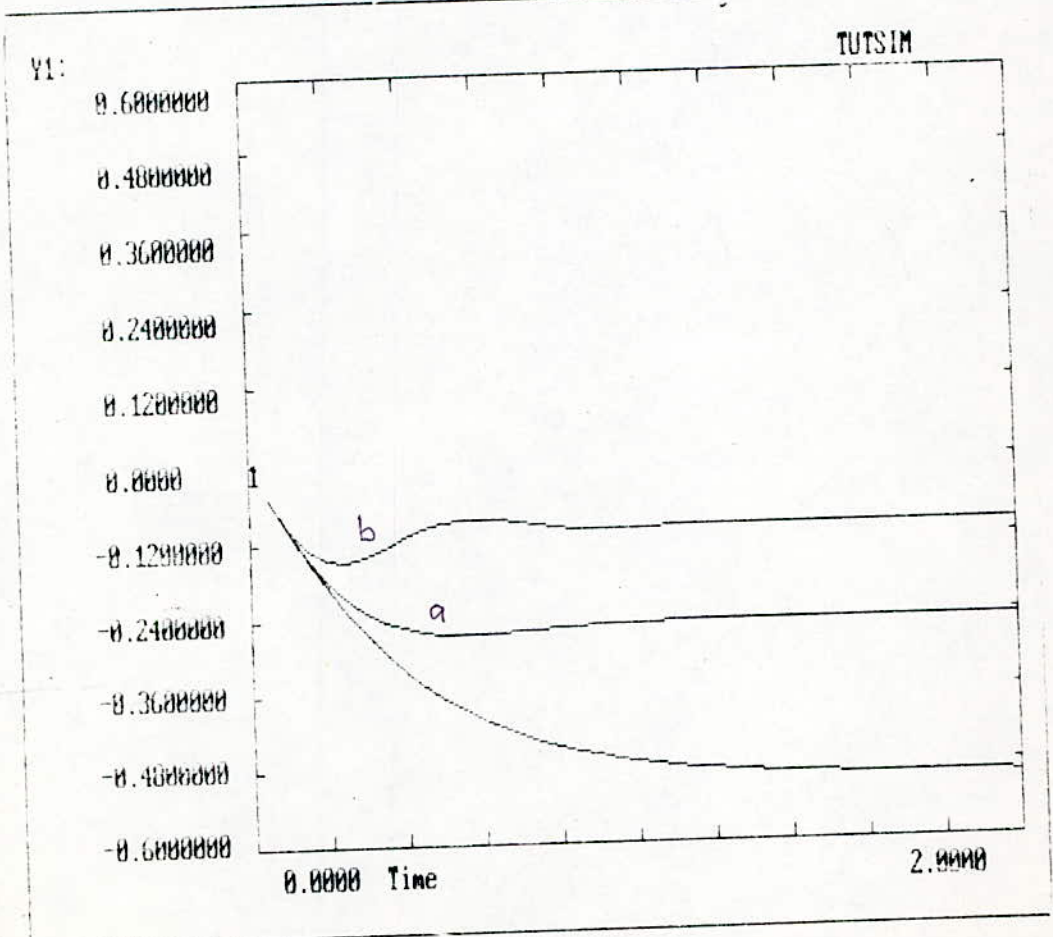


fig 3.2 : Réponses indicielles pour un saut de perturbation (P).

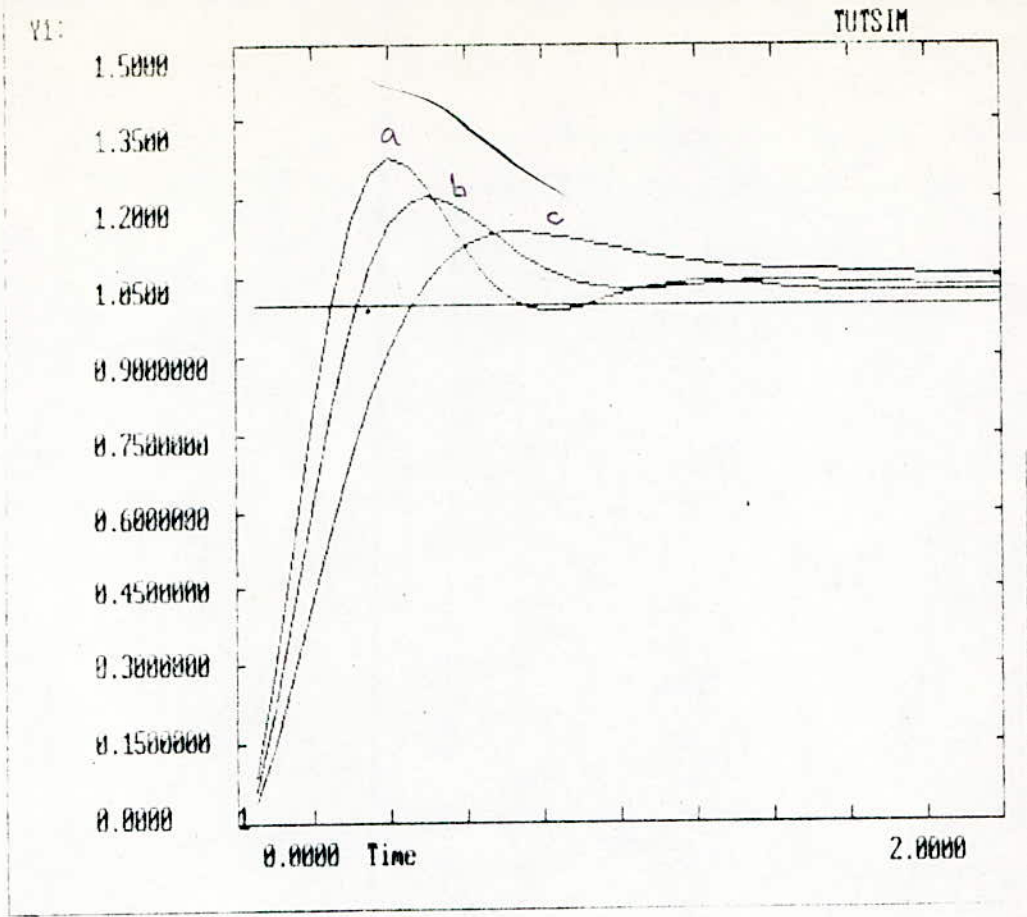


fig 3.3 : Réponses indicielles pour un saut de consigne (PI).

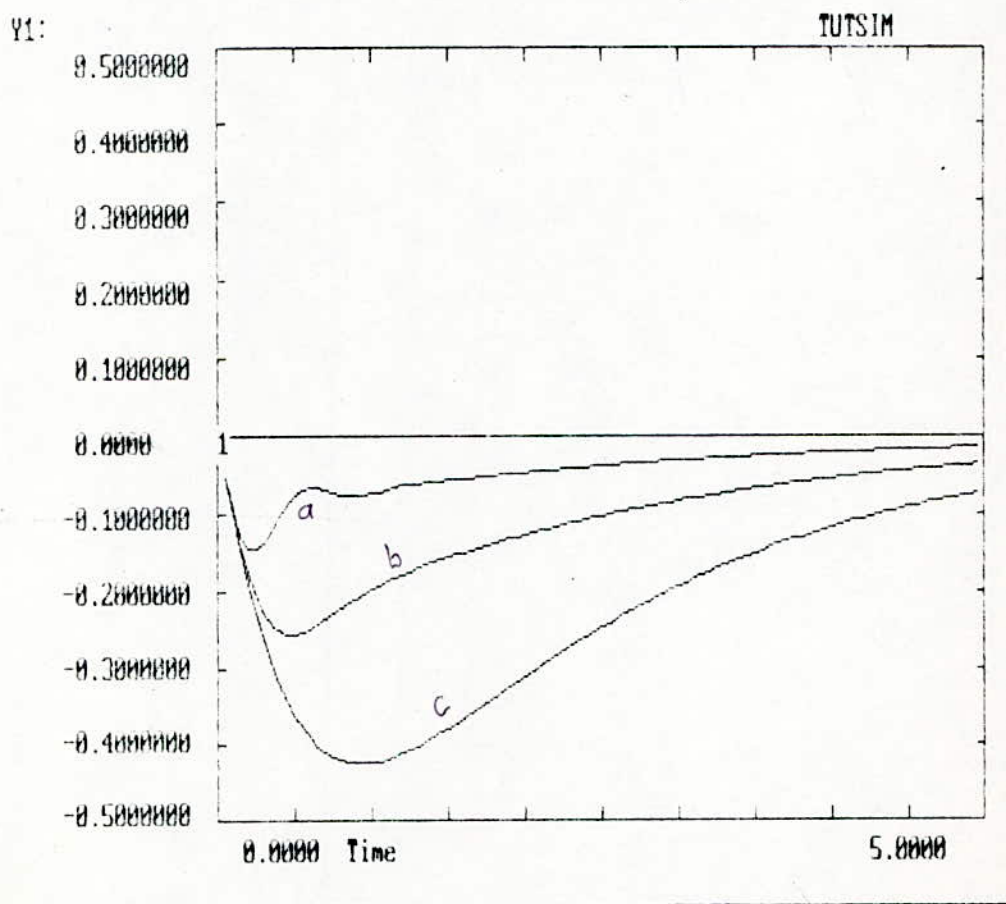


fig 3.3 : Réponses indicielles pour un saut de perturbation (PI).

3.5: Réglage d'état sans intégrateur :

Les équations continue du système sont données par les relations (3-7), (3-8) et (3-9).

$$\dot{x}(t) = A x(t) + b_s u(t) + b_{sv} v(t) \quad (3-7)$$

$$y(t) = C^T x(t) \quad (3-8)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1/T_i \\ 0 & -1/T_1 \end{bmatrix}, \quad b_s = \begin{bmatrix} 0 \\ K/T_1 \end{bmatrix}, \quad b_{sv} = \begin{bmatrix} 1/T_i \\ 0 \end{bmatrix} \\ C &= [1 \quad 0] \end{aligned} \right\} \quad (3-9)$$

La matrice de transition d'état $\phi(t)$ permet de passer aux équations échantillonnées (3-10) et (3-11).

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} 1 & T_i/T_1 (1 - \exp(-t/T_1)) \\ 0 & \exp(-t/T_1) \end{bmatrix}$$

$$x(k+1) = F_s x(k) + h_s u(k) + h_{sv} v(k) \quad (3-10)$$

$$y(k) = c_s^T x(k) \quad (3-11)$$

où :

$$F_s = \begin{bmatrix} 1 & T_i/T_1 (1 - \exp(-T_1/T_1)) \\ 0 & \exp(-T_1/T_1) \end{bmatrix}$$

$$h_s = \begin{bmatrix} \frac{KT}{T_i} - \frac{KT_i}{T_i} (1 - \exp(-T_1/T_1)) \\ K (1 - \exp(-T_1/T_1)) \end{bmatrix}; \quad h_{sv} = \begin{bmatrix} T_i/T_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Si on garde les mêmes paramètres du système, on définit celui-ci par :

$$\left. \begin{aligned} F_s &= \begin{bmatrix} 1 & 0,039 \\ 0 & 0,607 \end{bmatrix} ; H_s = \begin{bmatrix} 0,011 \\ 0,394 \end{bmatrix} ; R_{sv} = \begin{bmatrix} 0,05 \\ 0 \end{bmatrix} \\ C_s^T &= [1 \quad 0] \end{aligned} \right\} (3-12)$$

Dimensionnement des coefficients de réglage :

Les coefficients de la contre réaction d'état sont déterminés comme pour le système à deux constantes de temps - à partir des pôles imposés.

Les coefficients d'intervention directe de la consigne et de la perturbation seront calculés pour annuler l'erreur statique. Le tableau 3-1, résume les résultats obtenus.

	$0,513 \pm j 0,296$	$0,324 \pm j 0,324$	$0,695 \pm j 0,226$
K_1	16,5	28,62	7,33
K_2	1,03	1,67	0,353
K_v	2,03	2,67	1,35
K_w	16,5	28,62	7,33

Tableau 3-1.

On a gardé les mêmes pôles imposés au système à deux constantes de temps parce qu'ils donnaient de bonnes performances.

Les réponses indicielles obtenues pour différents cas de pôles sont représentées à la figure 3-4. Comme indiqué précédemment il n'y a plus d'erreur statique lors d'un saut de la perturbation grâce au coefficient K_v .

Notons aussi que la position des pôles n'a pas beaucoup d'influence sur le dépassement lors d'une réponse à un échelon de consigne.

3-6. Réglage d'état avec intégrateur :

Le réglage d'état sans régulateur intégrateur d'un système possédant un comportement intégral permet d'atteindre de très bons résultats dynamiques. Cependant pour que l'erreur statique lors d'une variation de la perturbation soit nulle il est indispensable que le coefficient K_v soit bien calculé.

Pour éviter cet inconvénient, on adopte la structure générale du réglage par retour d'état avec intégrateur. Pour trouver les équations du système globale on utilise les relations 1-22. On obtient alors pour les mêmes paramètres :

$$F = \begin{bmatrix} 1 & 0,039 & 0 \\ 0 & 0,607 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 0,011 \\ 0,394 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad R_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad R_v = \begin{bmatrix} 0,05 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dimensionnement des coefficients de réglage :

On adoptera la même technique que pour le système à deux constantes de temps, c'est à dire compensation d'un pôle et annulation de l'intervention du régulateur intégrateur

Pour le même choix des pôles on obtient les résultats du tableau 3-2 :

	0,593 $0,513 \pm j 0,296$	0,456 $0,323 \pm j 0,323$	0,731 $0,695 \pm j 0,226$
K_1	33,02	57,68	14,63
K_2	1,62	2,27	0,841
K_R	-6,68	-15,58	-1,97
K_V	2,62	3,26	1,84
K_W	16,4	28,62	7,31

Tableau 3-2 .

Les réponses indicielles obtenues pour le système en boucle fermée sont tracées dans la figure 3-5

Pour les réponses à un saut de consigne on obtient les mêmes graphes, mais pour un saut de perturbation le réglage avec intégrateur donne des résultats légèrement meilleurs que ceux obtenus pour le même réglage mais sans intégrateur.

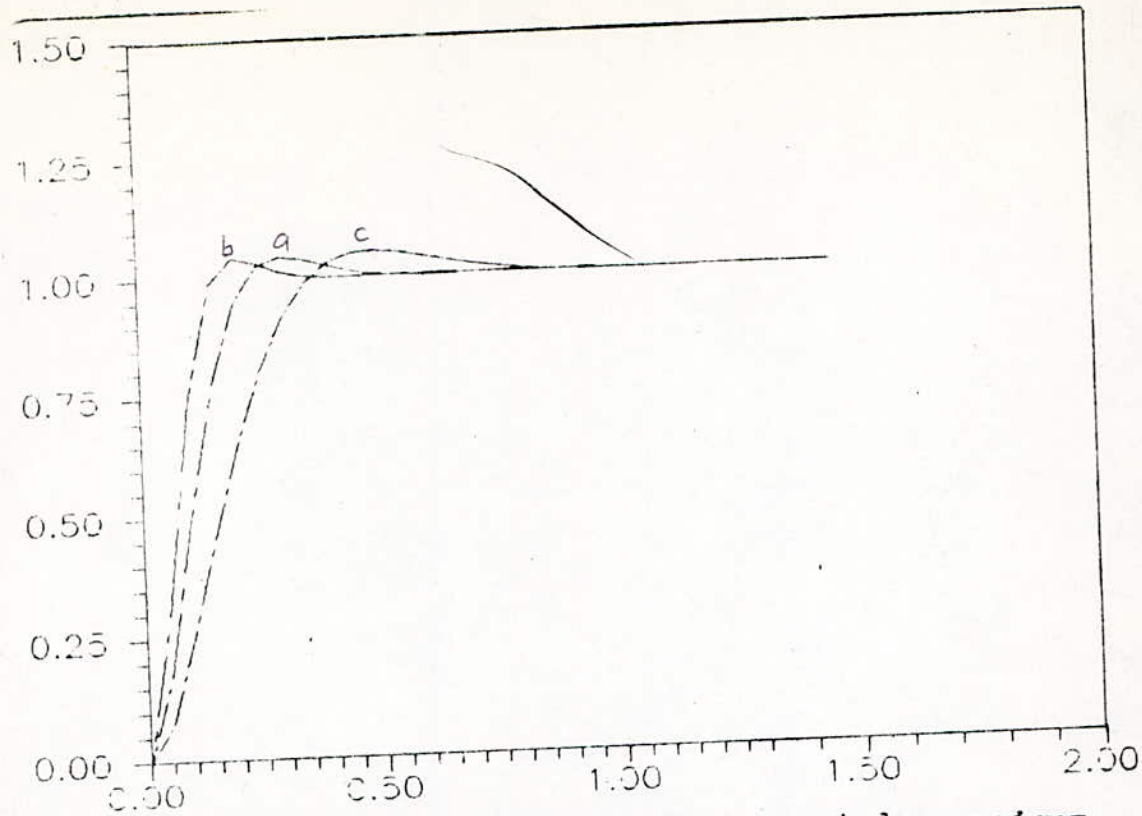


fig3.4 : Réponses indicielles pour un saut de consigne (réglage d'état sans intégrateur).

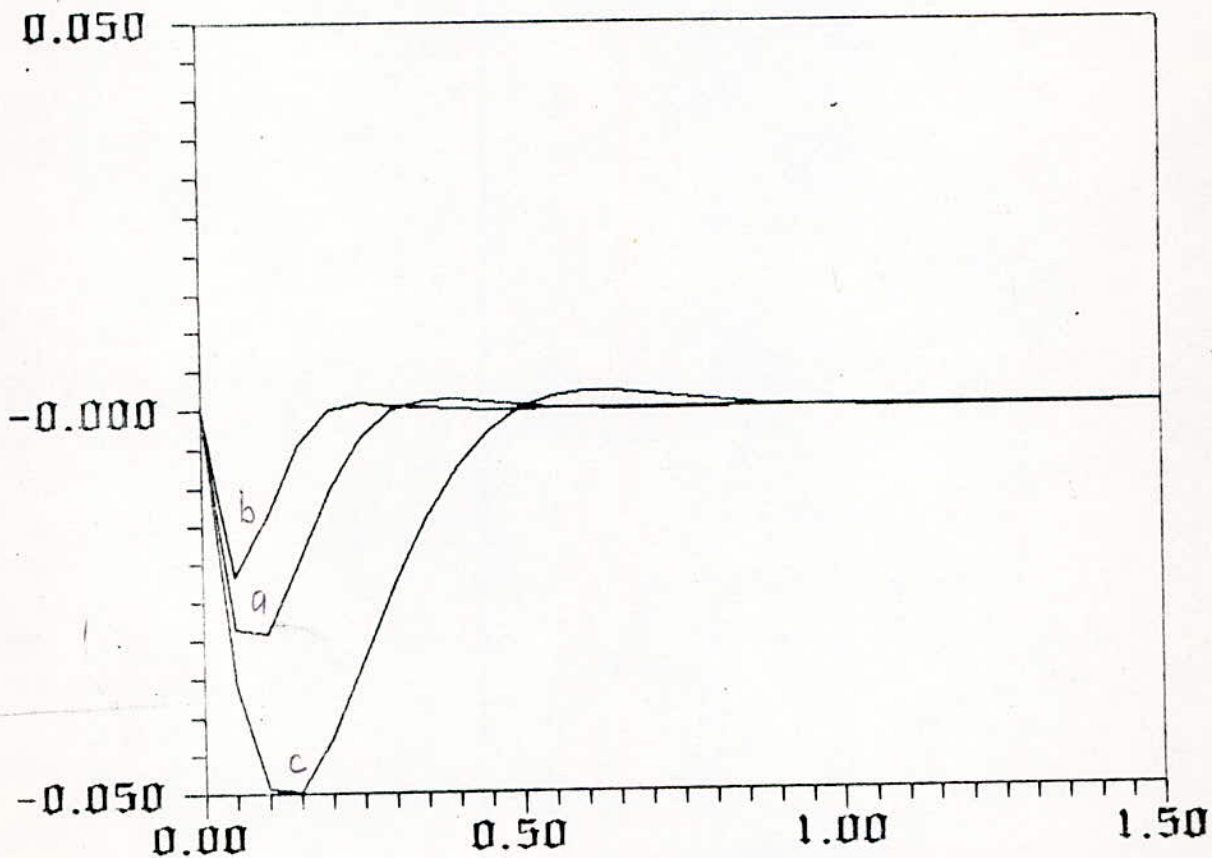


fig3.4 : Réponses indicielles pour un saut de perturbation (réglage d'état sans intégrateur).

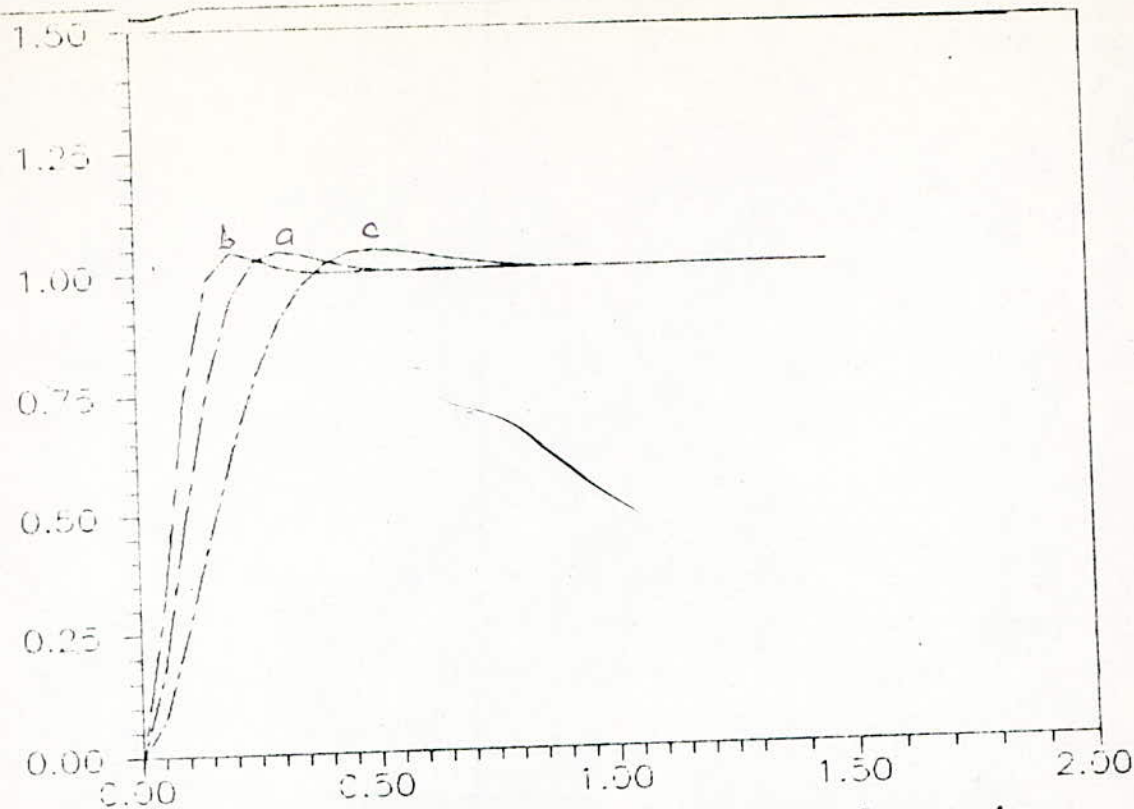


fig 3.5 : Réponses indicielles pour un saut de consigne (réglage d'état avec intégrateur).

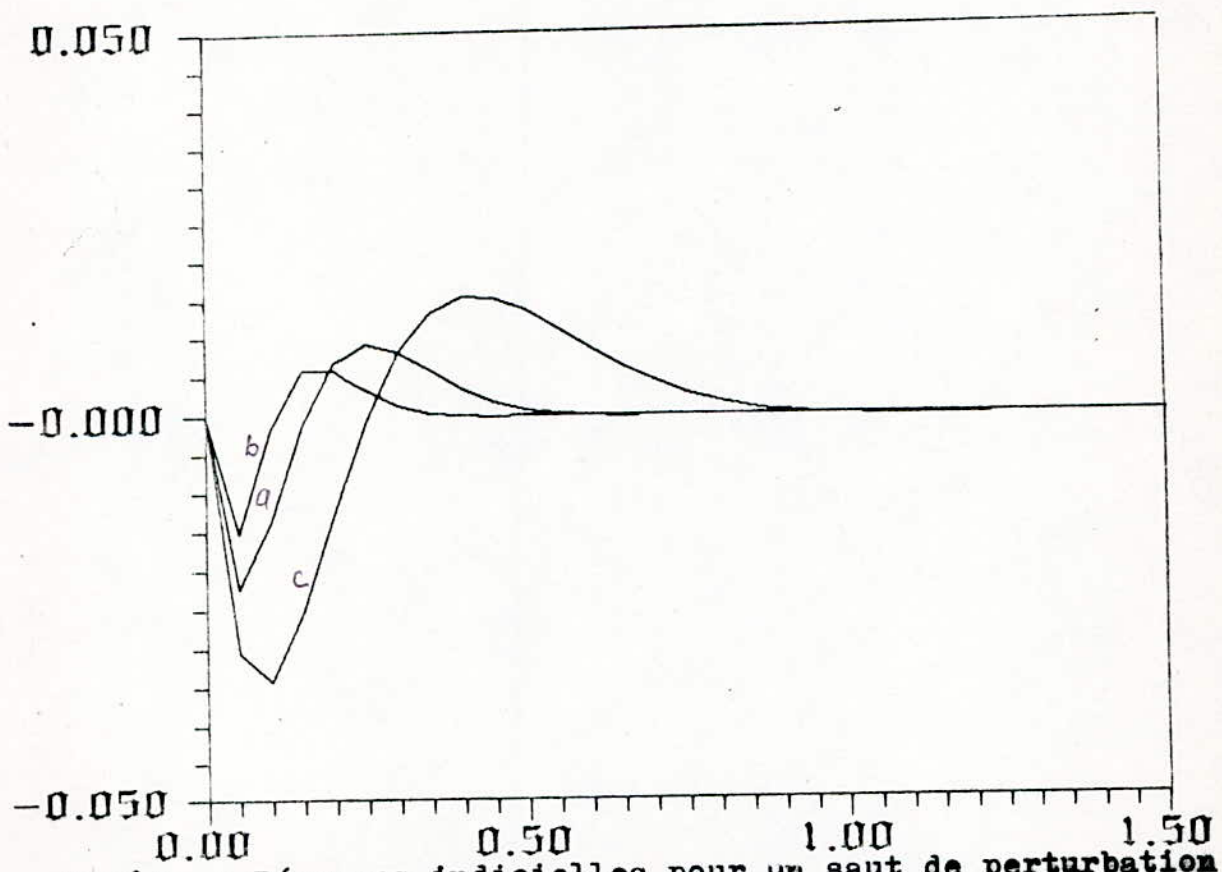


fig 3.5 : Réponses indicielles pour un saut de perturbation (réglage d'état avec intégrateur).

3-7: Conclusions sur le réglage d'un système possédant un comportement intégral.

Le premier résultat immédiat qu'on peut tirer de ce chapitre, est que l'intégrateur dans la structure de réglage ne permet pas d'obtenir un bon comportement dynamique du système.

Le second résultat, est que le réglage d'état avec intégrateur et compensation d'un pôle donne les mêmes performances que le réglage d'état sans intégrateur, à condition que les pôles restants du système global fermé soient les mêmes que dans le cas sans régulateur intégrateur.

Notons que le réglage par régulateur P ne permet pas d'obtenir des réponses indicielles optimales pour la consigne et pour la perturbation simultanément.

CHAPITRE

4

4-1 : Description du système

4-2 : Réglage par régulateur PID

4-2-1 : Fonction de transfert échantillonnée du système .

4-2-2 : Dimensionnement du régulateur .

4-3 : Réglage par contre-réaction d'état .

4-3-1 : Détermination des coefficients de réglage .

4-4 : Conclusions sur le réglage du système .

4: Réglage d'un système à trois constantes de temps :

Dans les Chapitres précédents nous avons étudié des systèmes relativement simples, soumis néanmoins à une perturbation. On a pu conclure que dans ces cas, le réglage par contre-réaction des grandeurs d'état est une structure plus générale que les régulateurs classiques. De plus contrairement à ces derniers le réglage d'état permet d'obtenir de bons comportements dynamiques aussi bien lors de variations de consigne que de variations de perturbations.

Dans ce chapitre nous étudierons les avantages de réglage d'état pour le réglage de systèmes d'ordre supérieur. On se limitera néanmoins à un système d'ordre trois et pour une variation de la consigne seulement.

4-1: Description du système :

La structure choisie du système à trois constantes est tel qu'il possède trois éléments de retard du premier ordre.

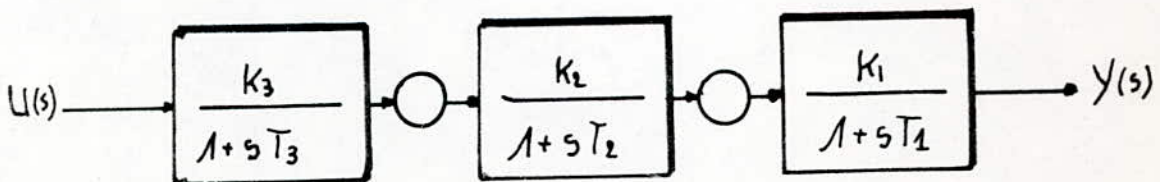


Fig 4-1: Schéma bloc d'un système à trois constantes de temps.

La fonction de transfert de ce système est donnée par :

$$Y(s) = \frac{K}{(1+sT_3)(1+sT_2)(1+sT_1)} U(s) \quad (4-1)$$

avec $K = K_1 \cdot K_2 \cdot K_3$ et par hypothèse $T_1 > T_2 > T_3$

L'étude du réglage d'un système à trois constantes de temps soumis à aucune perturbation nous permettra de comparer les performances dynamiques qu'il est possible d'atteindre avec un régulateur PID et avec le réglage d'état.

4.2. Réglage par régulateur PID :

Le régulateur PID représenté schématiquement à la figure 2-6 est particulièrement bien adapté pour le réglage de systèmes possédant deux constantes de temps dominantes T_1 et T_2 et une petite constante de temps.

Fonction de transfert échantillonnée du système :

Cette fonction sera de la forme :

$$G(z,0) = K \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^3 + a_2 z^2 + a_1 z + a_0} \quad (4-2)$$

avec : $a_2 = -(z_1 + z_2 + z_3)$

$$a_1 = z_1 z_2 + z_3 (z_1 + z_2)$$

$$a_0 = -z_1 z_2 z_3$$

$$b_2 = -[(z_1 + z_2 + z_3) + A(1 + z_1 + z_2) + B(1 + z_1 + z_3) + C(1 + z_2 + z_3)]$$

$$b_1 = [(z_1 + z_3 + z_2 z_3) + A(z_1 + z_2 + z_1 z_2) + B(z_1 + z_3 + z_1 z_3) + C(z_2 + z_3 + z_2 z_3)]$$

$$b_0 = -[z_2 z_3 + A z_1 z_2 + B z_1 z_3 + C z_2 z_3]$$

où

$$A = \frac{T_3}{(T_3 - T_2)(T_3 - T_1)} ; \quad B = \frac{T_2}{(T_2 - T_1)(T_2 - T_3)} ; \quad C = \frac{T_1}{(T_1 - T_2)(T_1 - T_3)}$$

$$z_1 = \exp(-T/T_1) ; \quad z_2 = \exp(-T/T_2) ; \quad z_3 = \exp(-T/T_3) ; \quad K = K_1 K_2 K_3$$

Dimensionnement du régulateur :

Les coefficients du régulateur seront choisis de sorte qu'en boucle ouverte les zéros de celui-ci compensent deux pôles du système. Nous compenserons les deux pôles dominant z_1 et z_2 .

d'après la relation (1-7), on doit avoir.

$$d_2 z^2 + d_1 z + d_0 = K_R (z^2 - (z_1 + z_2)z + z_1 z_2) \quad (4-3)$$

après quelques calculs on obtient les coefficients du régulateur

$$\left. \begin{aligned} K_p &= K_R (z_1 + z_2 - 2z_1 z_2) \\ K_i &= K_R (1 - z_1 - z_2 + z_1 z_2) \\ K_d &= K_R z_1 z_2 \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

En introduisant l'expression de la commande, dans la relation 4-2, et en tenant compte de cette compensation de pôles on obtient la fonction de transfert du système en boucle fermée (4-5).

$$G_w(z, D) = K K_R \frac{b_2 z^2 + b_1 z + b_0}{z^3 + (K K_R b_2 - z_3 - 1) z^2 + (K K_R b_1 + z_3) z + K K_R b_0} \quad (4-5)$$

Pour définir complètement le régulateur, il nous reste à déterminer le coefficient K_R , qui influence directement sur les pôles du système en boucle fermée.

A la figure 4-2, on a dessiné les réponses indicielles obtenues pour trois valeurs particulières de K_R . La courbe (a) correspondant à la valeur optimale de K_R trouvée à partir de la réponse harmonique. Comme on peut se constater on obtient des systèmes relativement lents.

Les courbes sont obtenus pour: $T_1 = 1s$; $T_2 = 0,5s$; $T_3 = 0,1s$
 $K_1 = K_2 = K_3 = 1$ et $T = 0,05s$.

4-3: Réglage par contre-réaction d'état :

En l'absence des perturbations la relation (1-11) devient

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A x(t) + b_u u(t) \\ y(t) &= C^T x(t) \end{aligned} \quad (4-6)$$

avec :

$$A = \begin{bmatrix} -1/T_1 & K_1/T_1 & 0 \\ 0 & -1/T_2 & K_2/T_2 \\ 0 & 0 & -1/T_3 \end{bmatrix} ; \quad b_u = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ K_3/T_3 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

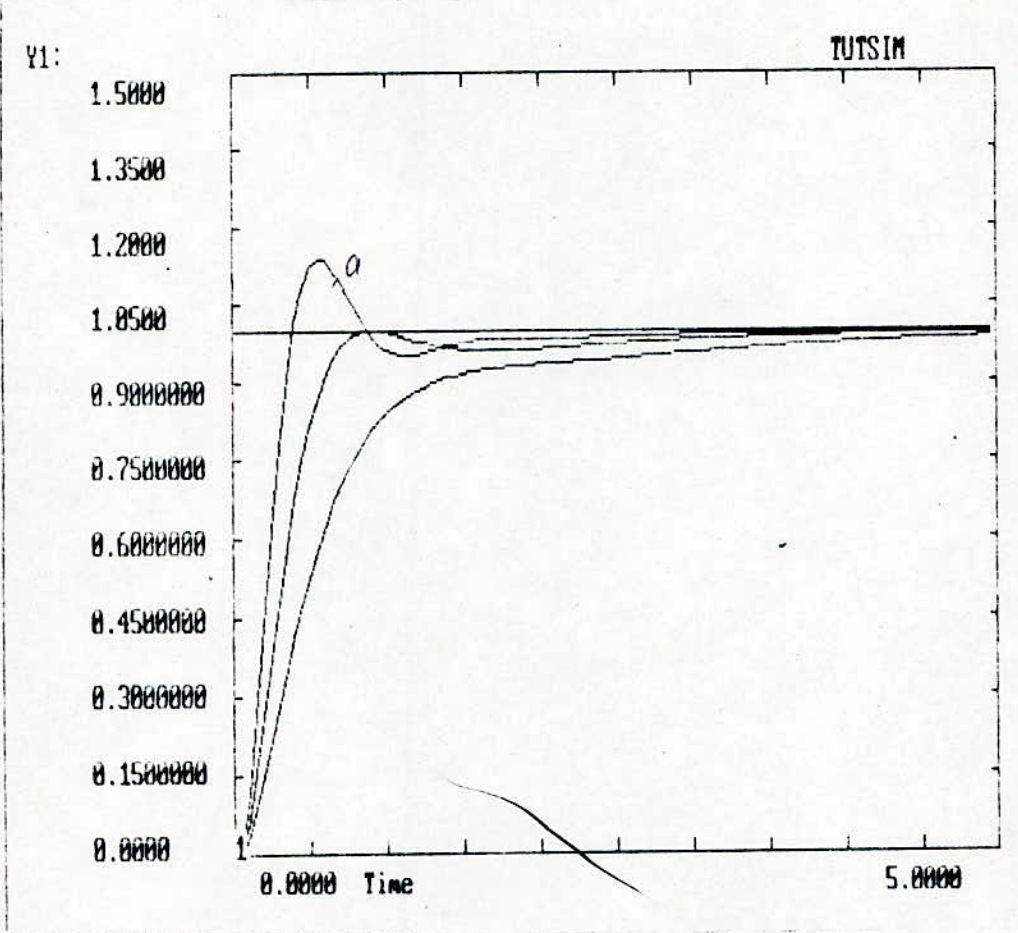


fig 4-2: Réponses indicielles pour un saut de consigne (PID).

Les équations d'état échantillonnées du système obtenues après le calcul de matrice de transition d'état sont données par les relations (4-7), (4-8)

$$F_3(1,1) = \exp(-\beta_1 T)$$

$$F_3(1,2) = \frac{\alpha_1}{\beta_2 - \beta_1} (\exp(-\beta_1 T) - \exp(-\beta_2 T))$$

$$F_3(1,3) = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\beta_1 - \beta_2)(\beta_3 - \beta_1)} \exp(-\beta_1 T) + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\beta_1 - \beta_2)(\beta_3 - \beta_2)} \exp(-\beta_2 T) + \frac{\alpha_1 \alpha_2}{(\beta_1 - \beta_3)(\beta_2 - \beta_3)} \exp(-\beta_3 T)$$

$$F_3(2,1) = 0$$

$$F_3(2,2) = \exp(-\beta_2 T)$$

$$F_3(2,3) = \frac{\alpha_2}{\beta_3 - \beta_2} (\exp(-\beta_2 T) - \exp(-\beta_3 T))$$

(4-7)

$$F_3(3,1) = 0$$

$$F_3(3,2) = 0$$

$$F_3(3,3) = \exp(-\beta_3 T)$$

$$\left. \begin{aligned} h_3(1) &= A/\beta_1 (1 - \exp(-\beta_1 T)) + B/\beta_2 (1 - \exp(-\beta_2 T)) + C/\beta_3 (1 - \exp(-\beta_3 T)) \\ h_3(2) &= \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\beta_2 \beta_3} - \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\beta_2 (\beta_3 - \beta_1)} \exp(-\beta_2 T) + \frac{\alpha_2 \alpha_3}{\beta_3 (\beta_3 - \beta_2)} \exp(-\beta_3 T) \\ h_3(3) &= \frac{\alpha_3}{\beta_3} (1 - \exp(-\beta_3 T)) \end{aligned} \right\} (4-8)$$

avec:

$$\alpha_1 = K_1/T_1 \quad ; \quad \alpha_2 = K_2/T_2 \quad ; \quad \alpha_3 = K_3/T_3$$

$$\beta_1 = 1/T_1 \quad ; \quad \beta_2 = 1/T_2 \quad ; \quad \beta_3 = 1/T_3$$

Détermination des coefficients de réglage :

En adoptant la structure générale du réglage d'état

avec régulateur intégrateur, on doit choisir quatre pôles pour dimensionner les coefficients de contre-réaction d'état.

La figure 4-3 montre les différentes positions des pôles choisis.

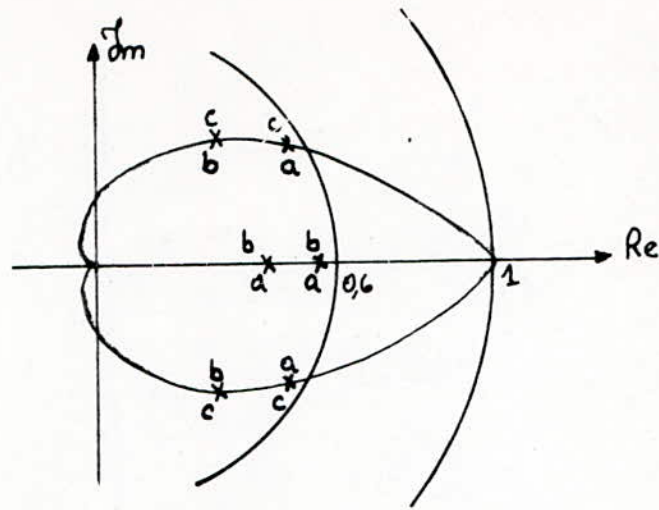
Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 4-1. à noter que pour les mêmes paramètres du système, celui-ci est défini par:

$$F_s = \begin{bmatrix} 0,951 & 0,046 & 0,020 \\ 0 & 0,905 & 0,037 \\ 0 & 0 & 0,607 \end{bmatrix} ; h_s = \begin{bmatrix} 3,6 \cdot 10^{-5} \\ 37,32 \\ 0,394 \end{bmatrix}$$

	$z_1 = 0,593, z_2 = 0,456$ $z_{3,4} = 0,513 \pm j0,296$	$z_1 = 0,593, z_2 = 0,456$ $z_{3,4} = 0,324 \pm j0,324$	$z_{1,2} = 0,513 \pm j0,296$ $z_{3,4} = 0,324 \pm j0,324$
K_1	0,386	0,807	0,459
K_2	$3,35 \cdot 10^{-2}$	$5,38 \cdot 10^{-2}$	$3,73 \cdot 10^{-2}$
K_3	$4,45 \cdot 10^{-3}$	-0,257	$-1,13 \cdot 10^{-2}$
K_R	$-7,6 \cdot 10^{-2}$	-0,244	-0,106
K_W	0,194	0,449	0,259

Tableau 4-1

La détermination du coefficient d'intervention directe de la consigne est faite de façon à compenser un pôle réel, ou à annuler l'intervention du régulateur intégrateur en régime établi quand il n'y a pas de pôle à compenser.



$$\begin{aligned}
 a: & 0,593 ; 0,456 \\
 & 0,513 \pm j 0,296 \\
 b: & 0,593 ; 0,456 \\
 & 0,324 \pm j 0,324 \\
 c: & 0,513 \pm j 0,296 \\
 & 0,324 \pm j 0,324
 \end{aligned}$$

Fig 4-3 : Position des pôles imposés en boucle fermée .

La figure 4-4 montre les réponses indicielles du système pour le choix des pôles .

Comparées à celles obtenues par le régulateur PID, on voit que le réglage par retour d'état donne de meilleurs résultats .

4-4: Conclusions sur le réglage du système .

Le réglage par un régulateur PID d'un système d'ordre plus grand que 2 ne peut être que moins bon que le réglage par retour d'état car dans ce cas le régulateur ne peut compenser que deux pôles du système à régler, le réglage par contre-réaction d'état tient compte de tous les états du système, il est donc plus général .

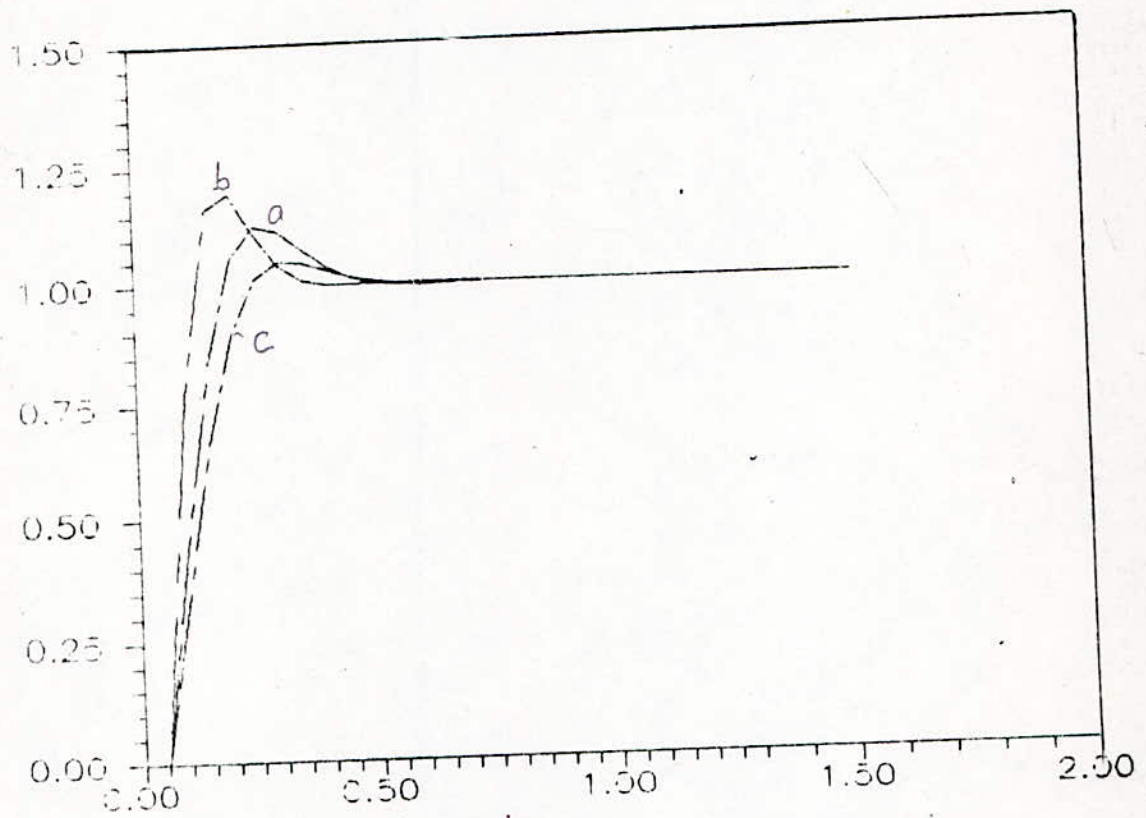


fig 4-4 : Réponses indicielles pour un saut de consigne (réglage d'état avec integrateur).

'CONCLUSIONS'

5-1: Influence des variations des paramètres du système :

Nous avons également étudié l'influence des variations des paramètres du système à régler avec un ajustement fixe des coefficients de réglage, et plus précisément nous avons calculé les réponses indicielles de la sortie.

Les résultats obtenus sont représentés à la fig 5-1

On voit que le phénomène transitoire est ralenti dans les deux cas de réglage, cependant le réglage d'état est encore meilleur que le réglage classique.

5-2: Conclusions générales :

Dans cette étude nous avons comparé les performances obtenues pour des systèmes réglés par des régulateurs discrets classiques P, PI, PID et par contre-réaction d'état.

Les résultats obtenus permettent de conclure que la structure de réglage échantillonnée par retour d'état est plus générale que les structures de réglage par des régulateurs standards.

De plus, le réglage par retour d'état permet d'optimiser séparément les réponses du système par rapport à une variation de la consigne et de la perturbation.

Pour des systèmes à paramètres variables, les deux structures de réglage ne sont pas adaptées à la commande de ce type de système, nous proposons dans ce cas le réglage adaptatif.

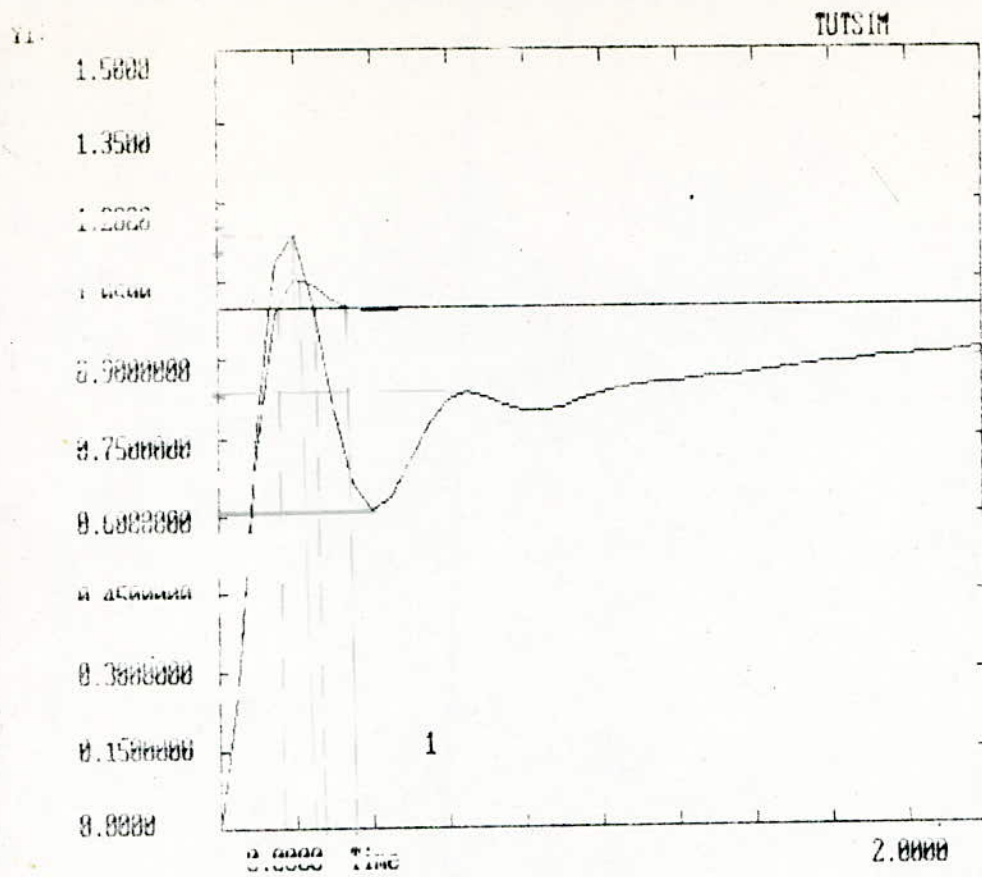
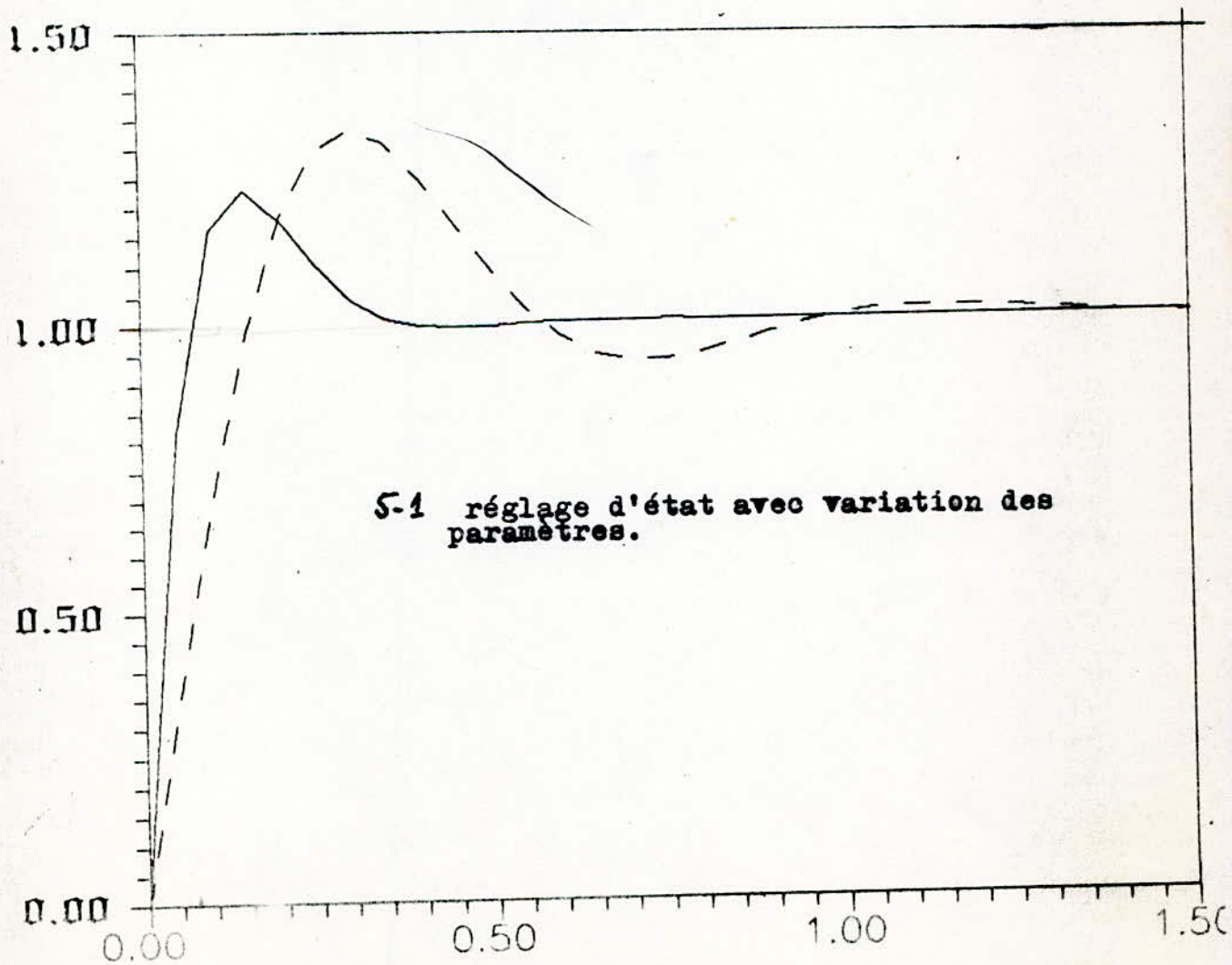
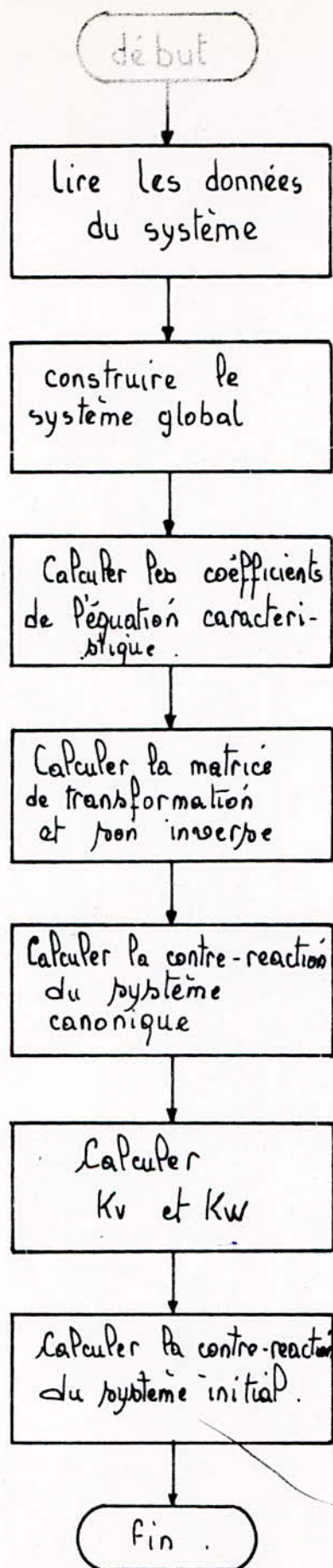


fig 5-1 : réponses indicielles pour un saut de consigne (PID) avec variation des paramètres.



5-1 réglage d'état avec variation des paramètres.



Organigramme du réglage par retour d'état.

Bibliographie :

- [1] P-J Riedo Rapport interne de l'EPFL n° 85/05 .
- [2] H Bühler Réglages échantillonnés Volume 1.
traitement par la transformation en z
Presses Polytechniques Romande 1982 .
- [3] H Bühler Réglages échantillonnés Volume 2 .
traitement dans l'espace d'état
Presses Polytechniques Romande 1986 .
- [4] H Bühler Conception de systèmes automatiques
Presses Polytechniques Romande 1988 .
- [5] Y Sevely Systèmes et asservissements linéaires
échantillonnés .
Dunod 1969 .
- [6] P Naslin Théorie de la commande et conduite
optimale .
Dunod 1970
- [7] C Foulard Commande et régulation par
calculateurs numériques .
Eyrolles 1986