

وزارة التعليم العالي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GÉNIE ÉLECTRIQUE

# PROJET DE FIN D'ETUDES

### SUJET

IMPLANTATION D'UN ALGORITHME  
DE STABILISATION SIMULTANÉE  
AVEC IMPOSITION DU DOMAINE DES POLES

Proposé par :

R. ILLOUL

Etudié par :

A. BOUGHARI  
M. NIBOUCHE

Dirigé par :

R. ILLOUL

PROMOTION :

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

**IMPLANTATION D'UN ALGORITHME  
DE STABILISATION SIMULTANEE  
AVEC IMPOSITION DU DOMAINE  
DES POLES**

**DEPARTEMENT GENIE ELECTRIQUE  
OPTION AUTOMATIQUE**

**DIRIGE PAR MR ILLOUL**

**ETUDIE PAR**

**A BOUGHARI**

**M NIBOUCHE**

**ENP**

**PROMOTION 1990**

## Remerciements

---

Nous tenons à remercier Mr ILLOUL qui a été à l'origine de ce projet , pour l'aide qu'il nous a apporté .

Nous tenons à remercier également :

- \* Mr W FEKNOUS de l'entreprise SERSID pour les conseils qu'il nous a prodigué .
- \* L'équipe du centre de calcul , en particulier Mr BENMESSAOUD , Melle NADIA , et Hamid .
- \* Mme A.LADJALI pour l'aide qu'elle nous a apporté .

Enfin , nous remercions parents et amis pour leur disponibilité , leur aide et leur soutien .

# Dedicaces



- A mes parents
- A mes frères et soeurs
- A tous mes amis

**Abdelkrim BOUGHARI**

- A mes parents
- A mes frères et soeurs
- A mon oncle Aissa et ma tante Fouzia
- A mes frères de croyance
- A toute ma famille

**Mokhtar NIBOUCHE**

TABLE DES MATIERES

	<b>PREFACE</b>	1
<b>CHAPITRE I :</b>	<b>ROBUSTESSE ET REGLAGE ADAPTATIVE</b>	3
I.1	GENERALITES	3
I.2	DEFINITION DE LA SENSIBILITE ET DE LA ROBUSTESSE	3
	I.2.1 SENSIBILITE	3
	I.2.2 ROBUSTESSE	3
I.3	PRINCIPES DE LA COMMANDE ROBUSTE	4
I.4	APERÇU SUR LA COMMANDE ADAPTATIVE	4
	I.4.1 ADAPTATION PAR IDENTIFICATION DU SYSTEME A REGLER	5
	I.4.2 ADAPTATION PAR POURSUITE D'UN MODELE DE REFERENCE	6
	I.4.3 ADAPTATION COMMANDEE (PROGRAMMEE)	7
I.5	POSITION DU PROBLEME DE STABILISATION SIMULTANEE	7
I.6	CONCLUSION.	8
<b>CHAPITRE II :</b>	<b>CONSTRUCTION DU COMPENSATEUR STABILISANT</b>	9
II.1	GENERALITES	9
II.2	NOTION DE POLYNOME INCERTAINS	9
II.3	NOTION D'INVARIANCE DE HURWITZ	10
II.4	CONDITIONS DE STABILISATION SIMULTANEE	11
II.5	ENONCE DU THEOREME FONDAMENTAL	11
	II.5.1 THEOREME	11
	II.5.2 LEMME FONDAMENTAL	11
	II.5.3 ILLUSTRATION GRAPHIQUE	12
II.6	PRESENTATION ET DISCUSSION DES RESULTATS DE KHARITONOV	14
	II.6.1 GENERALITES	14
	II.6.2 RESULTATS PRINCIPAUX	14
II.7	PRESENTATION THEORIQUE DE L'ALGORITHME DE STABILISATION SIMULTANEE	15
	II.7.1 DEFINITION	15
	II.7.2 DESCRIPTION DE L'ALGORITHME DE CONSTRUCTION DU COMPENSATEUR	16
	II.7.3 CONSTRUCTION DU COMPENSATEUR	17
II.8	ANNULATION DE L'ERREUR DE STATISME	21
II.9	CONCLUSION.	22
<b>CHAPITRE III :</b>	<b>IMPOSITION DU DOMAINE DES POLES</b>	24
III.1	GENERALITES	24
III.2	IMPOSITION DU DOMAINE DES POLES	24
III.3	RESULTAT FONDAMENTAL	26
	III.3.1 LEMME 2	26
	III.3.2 ILLUSTRATION GRAPHIQUE DANS LE LIEU DES RACINES DU LEMME FONDAMENTAL	27
III.4	PRESENTATION THEORIQUE DE L'ALGORITHME D'IMPOSITION DU DOMAINE DES POLES	30
III.5	CONCLUSION.	34

CHAPITRE IV : EXEMPLE PRATIQUE	35
IV.1 GENERALITES	35
IV.2 DESCRIPTION DU SYSTEME PHYSIQUE	35
IV.3 STABILISATION SIMULTANEE	36
IV.3.a STABILISATION SIMULTANEE AVEC IMPOSITION DU DOMAINE DES POLES	36
IV.3.b SIMULATION.	38
CHAPITRE V : CONCLUSION	41
ANNEXES :	44
ANNEXE A : PROCEDURES	45
ANNEXE B : ORGANIGRAMMES	50
ANNEXE C : SOFTWARE.	56

\*\*\*

## P R E F A C E

Les algorithmes de type proportionnel, intégral, dérivé (PID) commandent de nombreux processus industriels. Leur simplicité, leurs bonnes performances dans de nombreux cas, expliquent leur succès. Le choix souvent aisé des paramètres de ces régulateurs s'appuie sur une connaissance grossière du processus lui-même.

Dans de nombreux domaines, ces méthodes classiques montrent rapidement leurs limites. Aucun régulateur classique ne peut, en effet, prendre en charge les évolutions temporelles lentes ou rapides du système à commander.

Parallèlement à ces exigences, les développements récents de la mini et de la micro informatique rendent possibles l'implantation de lois de commande complexes qui demandent un traitement substantiel. Ces développements technologiques joints aux exigences de certains cahiers des charges justifient l'intérêt actuel de la commande robuste.

On entend par commande robuste la conception de régulateurs qui permettent une faible détérioration des performances du système lorsque les paramètres du processus sont mal connus et/ou évoluent dans le temps.

C'est dans cette optique que se situe notre étude dont l'objectif principal est l'implantation d'un algorithme de stabilisation simultanée.

Le logiciel "STABILIS" que nous avons développé est destiné au calcul d'un compensateur qui stabilise simultanément une famille de fonctions de transfert.

Le programme comporte deux modules (voir annexe C) :

- \*stabilisation simultanée simple.
- \*stabilisation simultanée avec imposition du domaine des pôles.

La partie théorique de ce mémoire constituée de trois chapitres concerne la synthèse du compensateur stabilisant.

Après une introduction qui présente clairement l'ensemble des problèmes rencontrés dans la commande des processus industriels, le chapitre 1 sera consacré à la présentation des principes de la commande robuste, nous donnerons par la suite des définitions générales relatives aux notions de sensibilité et de robustesse. A la fin du chapitre nous formulerons le problème de stabilisation simultanée.

Le chapitre 2 décrit le premier algorithme de stabilisation (S.S.SIMPLE). La première partie clarifie par des exemples les concepts fondamentaux essentiels à la compréhension de la méthode, la seconde partie décrit avec simplicité l'algorithme récursif via lequel sont déterminés les coefficients du compensateur.

Le chapitre 3 décrit le deuxième module du programme stabilis qui s'appuie sur l'imposition du domaine des pôles. Nous montrerons distinctement que cette méthode est robuste et puissante, les performances du système réglé sont nettement améliorées ; l'utilisateur peut, en effet, imposer la dynamique du système.

Le chapitre 4 est consacré à la mise en oeuvre des algorithmes présentés dans les chapitres 2 et 3 pour la stabilisation des modes de vibrations longitudinales à courte durée d'un chasseur F4 avec des ailerons additionnels.

Enfin, le chapitre V sera consacré à la conclusion générale.

Le lecteur trouvera en annexes une brève description du programme STABILIS.

\*\*\*



# Chapitre 1

**Robustesse et réglage adaptatif**

## I.1 GENERALITES :

Dans les réglages industriels, les paramètres du système à régler ne sont en général pas connus exactement. Des erreurs de + 10 ... 20 % sont tout à fait normales.

De plus ces paramètres peuvent varier, par exemple à cause de l'échauffement ou à cause de la variation du point de fonctionnement. Pour ce dernier cas on mentionne comme exemple les caractéristiques magnétiques non linéaires des machines électriques qui peuvent avoir une influence sur les facteurs de transfert et les constantes de temps.

Ce chapitre sera consacré à la présentation des commandes robuste et adaptative.

Comme introduction on donnera des définitions générales relatives aux notions de sensibilité et de robustesse. Par la suite, on donnera les principes de la commande robuste.

Lorsque les paramètres varient dans un large domaine, il n'est pas toujours possible d'obtenir un comportement satisfaisant avec un dimensionnement robuste; il faut alors faire appel à des réglages adaptatifs ; on se limitera à une description brève des principes les plus utilisés dans la commande adaptative. A la fin du chapitre on définira la notion de stabilisation simultanée.

## I.2 DEFINITION DE LA SENSIBILITE ET DE LA ROBUSTESSE.

Le trait important d'une régulation ou d'un asservissement est de permettre une faible détérioration des performances du système lorsque les paramètres du processus sont mal connus et/ou évoluent dans le temps.

### I.2.1 SENSIBILITE :

Un système est dit sensible, si pour de petites variations de ses paramètres, le comportement du système diffère du comportement désiré.

### I.2.2. ROBUSTESSE :

Un système est dit robuste si le point de fonctionnement reste dans un domaine limité, lorsque les paramètres varient dans des domaines admissibles.

A partir de ces deux définitions, on peut dire que dimensionner un réglage robuste, revient à rendre le système insensible aux variations des paramètres.

### I.3 PRINCIPES DE LA COMMANDE ROBUSTE :

La théorie de la commande robuste a été développée récemment, comme une nouvelle approche pour la commande des systèmes dont les paramètres ne sont pas bien connus.

Contrairement à la commande stochastique, la théorie de la commande robuste ne nécessite pas une description statistique des paramètres inconnus. Contrairement aussi à la commande adaptative, la commande robuste ne nécessite pas une identification on line des paramètres du système à régler. La commande robuste traite des problèmes réels rencontrés par l'automaticien, tels que :

erreurs d'identification (imperfection du modèle mathématique),

tolérances de fonctionnement (problème d'échauffement),

petites non linéarités,

variation des paramètres du système au cours de son fonctionnement.

#### Remarque :

Les méthodes de commande robuste ont des caractéristiques performance robustesse généralement meilleurs que les méthodes dites classiques.

### I.4 APERÇU SUR LA COMMANDE ADAPTATIVE.

#### GENERALITES :

Lorsque les paramètres du système à régler varient dans un large domaine, il est possible que le dimensionnement robuste ne donne pas des résultats satisfaisants. Il faut alors faire appel à un réglage adaptatif.

Il existe un grand nombre de principes d'adaptation, parmi les procédés les plus utilisés, on mentionne trois méthodes différentes :

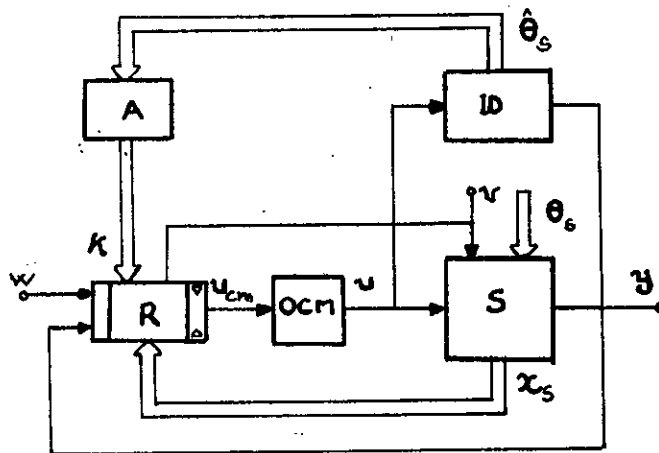
- adaptation par identification du système à régler,
- adaptation par poursuite d'un modèle de référence,
- adaptation commandée (programmée).

Dans notre étude nous ne pouvons donner une introduction exhaustive dans ce vaste domaine, on se limitera à une brève description des principes mentionnés précédemment.

On présentera pour chaque cas un schéma de principe et on mentionnera les principales propriétés.

#### I.4.1 Adaptation par identification du système à régler.

Le principe de l'adaptation par identification du système à régler est représenté schématiquement dans la figure 1.a.

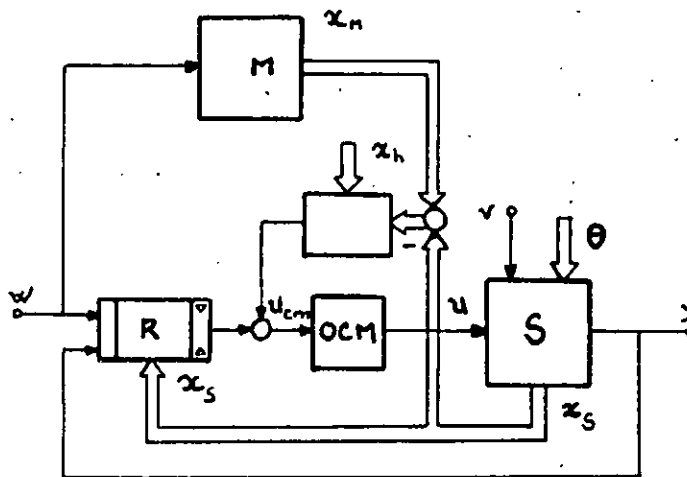


( Fig. 1.a )

La grandeur de commande  $u$  qui intervient sur le système à régler  $s$  et la grandeur de sortie  $y$  sont amenées à un identificateur  $ID$ , celui-ci fournit des valeurs estimées pour les paramètres du système à régler. Ces paramètres sont réunis dans le vecteur  $\hat{\theta}_s$ , l'estimation donne une approximation plus ou moins bonne des paramètres inconnus du système, réunis dans le vecteur  $\theta_s$ .

#### I.4.2 Adaptation par poursuite d'un modèle de référence.

Une autre méthode de réglage adaptatif est celle de l'adaptation par poursuite d'un modèle de référence.

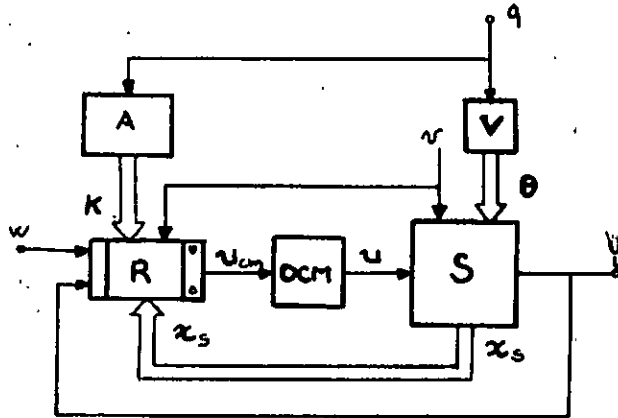


(Fig.2.a)

Le système à régler  $S$  est soumis à un réglage par le régulateur  $R$ . Le vecteur d'état  $x_s$  du système est comparé à celui du modèle de référence  $x_n$ ; ce dernier impose un certain comportement dynamique désiré pour le système global réglé par rapport à la grandeur de consigne  $w$ , la différence entre  $x_n$  et  $x_s$  est appliquée à un dispositif d'adaptation  $A$  qui intervient sur le signal de commande  $U_{cm}$  de sorte que l'état du système réglé suive celui du modèle de référence.

### I.4.3 Adaptation commandée (programmée).

Une autre méthode de réglage très répandue dans le domaine des réglages industriels est celle de l'adaptation commandée, dont le schéma de principe est donné ci dessous.



(Fig. 3.a)

Les paramètres du système à régler varient en fonction d'une certaine grandeur d'influence  $q$  caractérisant le point de fonctionnement.

Les coefficients du régulateur sont adaptés dans le dispositif d'adaptation  $A$  en fonction de la grandeur d'influence  $q$ . La loi d'adaptation doit être déterminée préliminairement, de façon à garantir un comportement dynamique du système global à régler indépendamment des variations de la grandeur d'influence  $q$ .

### I.5 POSITION DU PROBLEME DE STABILISATION SIMULTANEE :

Dans la commande robuste, le problème de la stabilisation simultanée revêt une grande importance, il peut être présenté de la manière suivante :

Etant donné une famille de fonctions de transfert (  $P_1(S)$  ,  $P_2(S)$ , ...,  $P_n(S)$  ), le problème est alors de trouver un compensateur linéaire qui stabilise simultanément toutes les fonctions de transfert de cette famille.

En pratique le problème se pose d'une manière différente, on connaît les variations admissibles des paramètres du système à régler (i.e les différents modes du processus) et on désire dimensionner un réglage via un compensateur linéaire afin d'obtenir un comportement robuste du système.

Ce qui revient donc à réaliser une stabilisation simultanée via un compensateur, lui-même stable.

Ce problème se pose souvent lors de la construction d'un compensateur basé sur un modèle fixe. A noter que la stabilité en boucle fermée, n'est pas préservée lorsque le système diffère de son modèle.

#### Remarque :

Il faut noter que le problème de stabilisation de système non linéaires basé sur les techniques de linéarisation peut être vu comme un problème de stabilisation simultanée pour les différents points de fonctionnement du système.

#### I.6 Conclusion :

Nous avons développé dans cette section les trois méthodes les plus utilisées dans le domaine des réglages adaptatifs afin de compléter notre étude, en effet on a mentionné plus haut que lorsque les paramètres du circuit de réglage jouent dans un large domaine nous devons faire appel à un réglage adaptatif.

Notons aussi que les lois de commande adaptatives nécessitent une identification on line des paramètres et une envergure de calcul en temps réel élevée, ainsi que des connaissances préliminaires sur le système à régler assez détaillées.

Lorsque les paramètres du système à régler jouent dans des domaines limités, la commande robuste est à recommander.

L'automaticien devra donc disposer de méthodes variées qu'il devra savoir sélectionner suivant la complexité des problèmes, les performances visées et les moyens disponibles.

\*\*\*

# Chapitre 2

**Construction du compensateur stabilisant**



## II.1 GENERALITES :

Lors de la conception d'un système de réglage, nous devons tenir compte des variations des paramètres parfois inévitables, qui sont principalement dues :

aux erreurs d'identification (mauvaise estimation des paramètres du modèle) ;

aux non linéarités de certains composants ;

aux imperfections de fabrication ;

aux problèmes d'échauffement.

Ce chapitre sera consacré à la présentation théorique de l'algorithme de stabilisation simultanée.

Comme introduction nous donnerons des définitions relatives aux polynômes incertains et à la notion d'invariance de HURWITZ, par la suite nous présenterons les différentes étapes de synthèse du compensateur stabilisant.

Enfin, pour illustrer la méthode nous traiterons deux exemples simples: cas continu (respectivement cas discret).

## II.2 NOTION DE POLYNOMES INCERTAINS :

Ce sont des polynômes dont les coefficients ne sont pas bien connus et/ou évoluent dans le temps.

On distingue deux cas, selon que les coefficients varient d'une manière continue dans un domaine admissible (**cas continu**), ou que les coefficients des polynômes varient d'une manière discontinue (**cas discret**).

### Illustration sur un exemple :

- a Cas discret : Dans le cas discret le polynôme incertain  $P(s)$  peut avoir différentes expressions, caractérisant l'évolution des coefficients.

Exemple :

$$P(S) = \begin{cases} 2 S^2 - S + 4 & (1) \\ 2.1 S^2 - 2 S + 1 & (2) \\ S^3 - 4.7 S & (3) \end{cases}$$

b Cas continu : Dans ce cas les coefficients varient continuellement dans des domaines limités.

Exemple :

$$P(S) = q_1 S^2 - q_2 S + q_3 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} q_1 \in [0, 1] \\ q_2 \in [0.5, 2] \\ q_3 \in [2.5, 3.5] \end{cases}$$

### II.3 Notion d'invariance de HURWITZ :

Etant donné un polynôme incertain  $P(S)$ , dont les coefficients varient de façon continue dans des intervalles limités.

$$P(S) = \sum_{j=0}^n \alpha_j S^{n-j} \quad \alpha_j \in [\alpha_j^-, \alpha_j^+]$$

Nous dirons par définition que ce polynôme vérifie la condition d'invariance de HURWITZ si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- 1  $\alpha_0 > 0$
- 2 tous les zéros de  $P(S)$ , ont une partie réelle négative.

Illustration sur un exemple :

$$P(S) = \begin{cases} q_1 S + 2 \\ (q_2 + 1) S^3 + (q_2 + 2) S^2 + 3 S + 4 \end{cases} \quad \begin{cases} q_1 \in [0, 2] \\ q_2 \in [0, 1] \end{cases}$$

En utilisant la table de ROUTH, on vérifie aisément que tous les zéros de  $P(S)$  sont situés dans la partie gauche du plan complexe, de plus le coefficient de plus haut degré est positif.

Le polynôme  $P(S)$  vérifie donc la condition d'invariance de HURWITZ.

#### II.4 CONDITIONS DE STABILISATION SIMULTANEE :

Nous pouvons étendre la notion de polynômes incertains, aux modèles incertains, qui nous permettent de suivre les systèmes évolutifs dans leurs différents régimes de fonctionnement.

Si pour chaque point de fonctionnement  $j$ , le système est décrit par une fonction de transfert  $P_j(S)$ , nous pouvons associer à ce système une famille de fonctions de transfert, telle que :

$$\{ P_1(S), P_2(S), \dots, P_k(S) \}$$

Afin de garantir l'existence d'un compensateur qui stabilise toutes les fonctions de transfert, les conditions suivantes doivent être satisfaites :

- 1 chaque fonction de transfert  $P_j(S)$  est propre.
- 2 Chaque fonction de transfert : est à phase minimale i.e tous les zéros du numérateur de  $P_j(S)$  ont une partie réelle négative.
- 3 Le signe du gain à hautes fréquences doit être le même pour toutes les fonctions de transfert  $P_j(S)$ .

NB : Gain à hautes fréquences : coefficient de plus haut degré du numérateur de  $P_j(S)$ .

#### II.5 ENONCE DU THEOREME FONDAMENTAL :

Un résultat important a été établi par R. BARMISH et K. WEI dans leurs travaux.

##### II.5.1 Théorème :

Si les conditions de la section II.4 sont satisfaites pour une famille donnée  $\{ P_1(S), P_2(S), \dots, P_k(S) \}$  cette famille est dite simultanément stabilisable, par ailleurs un compensateur  $C(S)$ , propre et stable peut être construit.

##### II.5.2 Lemme fondamental :

Etant donné une famille de polynômes incertains satisfaisant les conditions de stabilisation simultanée, telle que :

$$\{ P_1(S), P_2(S), \dots, P_k(S) \}$$

$$P_j(S) = \sum_{i=0}^{m_j} \alpha_{ij} S^{m_j-i} \quad j = 1, 2, \dots, k$$

$$\alpha_{0j} > 0 \quad \text{et} \quad \alpha_{ij} \in [ \alpha_{ij}^-, \alpha_{ij}^+ ]$$

Soit P' une seconde famille de polynômes incertains telle que :

$$\{ P_1'(S), P_2'(S), \dots, P_k'(S) \}$$

$$P_j(S) = \sum_{l=0}^{m_j'} \alpha_{jl} S^{m_j-l} \quad j = 1, 2, \dots, k$$

$$\alpha_{jl} \in [\alpha_{jl}^-, \alpha_{jl}^+] \text{ et } m_j \leq m_j + 1$$

Les conditions de la section précédente satisfaites, nous pouvons énoncer le lemme suivant :

Lemme 1 :

Etant donné deux familles de polynômes incertains P et P' vérifiant les conditions de la section ci dessus, il existe un  $\xi_{\max} > 0$  satisfaisant les conditions suivantes :

pour  $0 \leq \xi \leq \xi_{\max}$   
le polynôme incertain

$$P_{j,\xi} = P_j(S) + \xi P_j'(S)$$

vérifie la condition d'invariance de HURWITZ.

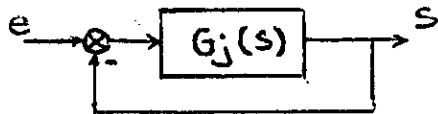
II.5.3 Illustration graphique :

L'interprétation graphique sera faite en utilisant le lieu des racines, en premier pour le cas où P et P' sont des familles finies, chacune étant constituée de K polynômes; dans le cas le plus général où P et P' ne sont pas finies, on utilisera alors les résultats de KHARITONOV pour retrouver le 1er cas.

On notera que  $P_{j,\xi} = P_j(S) + \xi P_j'(S)$

est le dénominateur d'une fonction de transfert en boucle

fermée  $G_j(S) = \frac{P_j(S)}{\xi P_j'(S)}$  à retour unitaire.



Le tracé du lieu des racines de cette fonction de transfert nécessite de notre part l'étude de son dénominateur en l'occurrence

$$1 + \frac{P_j(S)}{\xi P_j'(S)} = 0 \equiv P(S) + \frac{1}{\xi} P_j(S) = 0$$

La représentation dans le lieu des racines dans ce cas est identique à celle trouvée dans le 1er cas avec un pôle stable en boucle fermée qui tend vers  $-\infty$ , d'ici on peut dire qu'il existe un  $\epsilon_{kj, \min}$  tel que tous les pôles en boucle fermée de la fonction de transfert considérée se trouvent dans la partie gauche du plan complexe.

## II.6 Présentation et discussion des résultats de KHARITONOV :

### II.6.1 Généralités :

Dans le cas de variations continues des paramètres, le nombre de fonctions de transfert devient infini, les calculs deviennent alors laborieux et très complexes.

KHARITONOV a établi des règles qui permettent de réduire considérablement les calculs en ramenant le cas continu au cas discret en utilisant des transformations simples.

### II.6.2 Résultats principaux :

Etant donné un polynôme incertain à variation continue des paramètres

$$P(S) = \sum_{j=0}^n \alpha_j S^{n-j} \quad \alpha_j \in [\alpha_j^-, \alpha_j^+]$$

On dira que le polynôme  $P(S)$  vérifie la condition d'invariance de HURWITZ si et seulement si les quatre polynômes à coefficients fixes appelés polynômes de KHARITONOV vérifient le critère d'invariance de HURWITZ.

$$P_1(S) = \alpha_0 S^r + \alpha_1 S^{r-1} + \alpha_2 S^{r-2} + \alpha_3 S^{r-3} + \alpha_4 S^{r-4} + \alpha_5 S^{r-5} + \alpha_6 S^{r-6} + \dots + \alpha_{r-1} S + \alpha_r \text{ terme}$$

$$P_2(S) = \alpha_0 S^{r-1} + \alpha_1 S^{r-2} + \alpha_2 S^{r-3} + \alpha_3 S^{r-4} + \alpha_4 S^{r-5} + \alpha_5 S^{r-6} + \dots + \alpha_{r-1} S + \alpha_r \text{ terme ;}$$

$$P_3(S) = \alpha_0 S^{r-2} + \alpha_1 S^{r-3} + \alpha_2 S^{r-4} + \alpha_3 S^{r-5} + \alpha_4 S^{r-6} + \dots + \alpha_{r-1} S + \alpha_r \text{ terme ;}$$

$$P_4(S) = \alpha_0 S^{r-3} + \alpha_1 S^{r-4} + \alpha_2 S^{r-5} + \alpha_3 S^{r-6} + \dots + \alpha_{r-1} S + \alpha_r \text{ terme ;}$$

Polynômes de Kharitonov

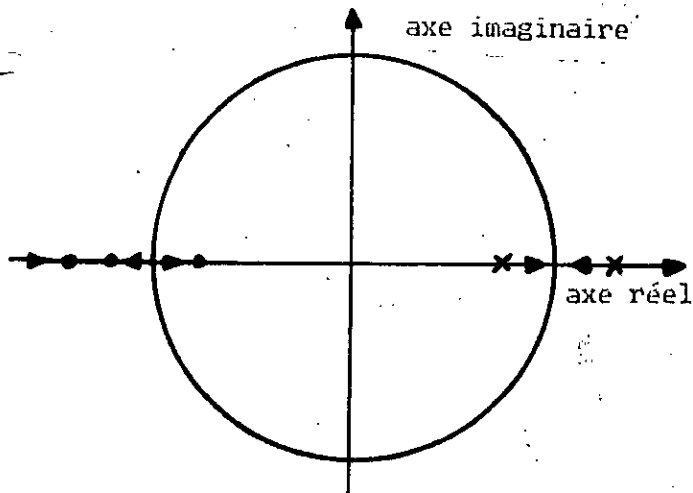
Le gain en boucle ouverte est  $K = \frac{1}{\xi}$  ;

les points de départ du lieu sont les racines de  $P_j(S)$  ;

les points d'arrivée sont les racines de  $P_j(S)$ .

Deux cas sont alors possible :

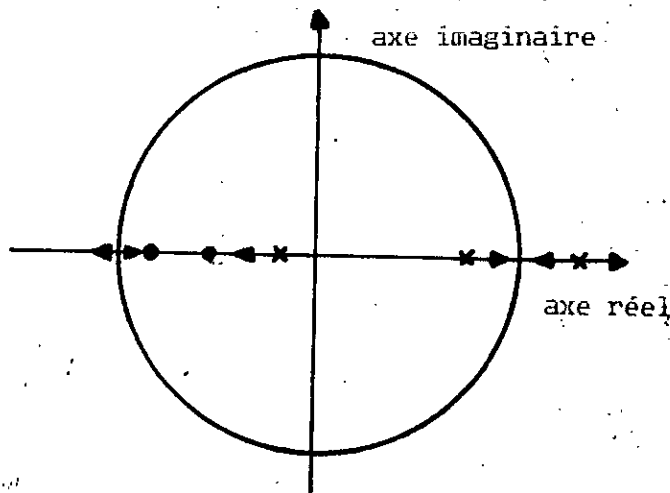
1  $G_j(S)$  n'est pas strictement propre  $m_j \geq n_j$



A partir du graphe on peut remarque que lorsque les pôles en boucle ouverte tendent vers les zéros en boucle ouverte avec le gain  $K$  qui augmente infiniment, on est sûr de trouver  $K_{j,min}$ , tel que pour tout  $K > K_{j,min}$ , tous les pôles de la fonction de transfert considérée se trouvent dans le demi plan gauche du lieu.

$\xi_{max}$  sera alors égale à  $\xi_{max} = \frac{1}{K_{min}}$

2  $G_j(S)$  est stictement propre  $m_j = n_j + 1$



Par analogie au cas discret, le lemme 1 reste applicable aux polynômes incertains à variation continue des paramètres  $P_j(s)$  et  $P'_j(s)$  éléments respectifs des familles  $P$  et  $P'$  vérifiant les conditions de la section II.5 c'est à dire qu'on peut trouver un  $\xi_{\max} > 0$  tel que pour  $0 \leq \xi \leq \xi_{\max}$  le polynôme incertain

$$P_{j,\xi} = P_j(s) + \xi P'_j(s)$$

vérifie la condition d'invariance de HURWITZ.

Pour aboutir à ce résultat il suffit de montrer qu'il existe un  $\xi_{\max} > 0$  tel que chaque polynôme de KHARITONOV associé à  $P_{j,\xi}$  vérifie le critère d'invariance de HURWITZ.

Remarque :

Dans les travaux de KHARITONOV les paramètres sont supposés varier indépendamment ce qui est en pratique difficile à réaliser.

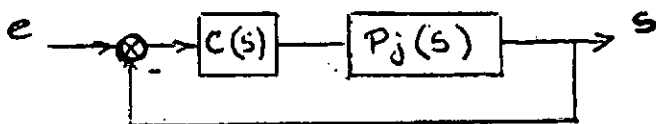
II.7 PRESENTATION THEORIQUE DE L'ALGORITHME DE STABILISATION SIMULTANEE:

Dans les sections précédentes nous avons décrit les propriétés fondamentales des polynômes incertains, nous avons aussi décrit la classe de système admettant la stabilisation simultanée. Cette partie sera consacrée à la construction du compensateur stabilisant.

II.7.1 Définition :

Une famille de fonctions de transfert ( $P_1(s), P_2(s), \dots, P_n(s)$ ) est dite simultanément stabilisable, s'il existe un compensateur rationnel  $C(s)$ , qui place les pôles du système bouclé  $F_j(s)$  dans la partie gauche du plan complexe.

$$P_j(s) = \frac{\sum_{i=0}^{m_j} b_{ij} s^{m_j-i}}{s^{n_j} + \sum_{i=0}^{n_j} a_{ij} s^{n_j-i}} = \frac{N_j(s)}{D_j(s)}$$



$$F_j(s) = \frac{C(s) P_j(s)}{1 + C(s) P_j(s)}$$

$$C(s) = \frac{N_c(s)}{D_c(s)}$$

ce qui donne

$$F_j(s) = \frac{N_j(s) N_c(s)}{N_j(s) N_c(s) + D_j(s) D_c(s)}$$

## II.7.2 Description de l'algorithme de construction du compensateur.

### Cas discret :

La famille P est formée d'un nombre fini de fonctions de transfert.

### Etape 1 (structure du compensateur).

Le compensateur C(S) possède la structure suivante :

$$C(S) = \frac{\delta_k S^k + \delta_{k-1} S^{k-1} + \dots + \delta_1 S + \delta_0}{\xi_l S^l + \xi_{l-1} S^{l-1} + \dots + \xi_1 S + \xi_0} \quad l > k$$

Le numérateur de C(S) est un polynôme qui vérifie la condition d'invariance de HURWITZ (donné par l'utilisateur).

Pour chaque fonction de transfert  $P_j(S)$  élément de P, on définit la différence  $n_j - m_j$  entre les degrés du dénominateur et du numérateur.

Le degré K du numérateur du compensateur est alors donné par :

$$k \geq \max\{n_j - m_j\} - 1 \quad j = 1, 2, \dots, k$$

### Etape 2 (Initialisation).

$$\begin{cases} \Delta_0(S, j) = N_c(S) \cdot N_j(S) \\ D_{c,0} = 0 \end{cases}$$

### Etape 3 (Calcul des coefficients du dénominateur).

Pour calculer les  $\xi_i$ , on génère les polynômes incertains :

$$\Delta_{i+1}(S, j) = \Delta_i(S, j) + \xi_i S^i D_j(S)$$

on cherche alors  $\xi_i > 0$  tels que les deux polynômes

$$\Delta_{i+1}(S, j) \quad , \quad D_{c,i+1}(S) = D_{c,i}(S) + \xi_i S^i$$

vérifient la condition d'invariance de HURWITZ.

Remarque : Les  $\xi_i$  sont réduits par rapport à la valeur trouvée afin d'assurer une bonne stabilité au compensateur.

### Etape 4 (résultats).

Le dénominateur de C(S) est donné par :  $D_c(S) = D_{c,l+1}(S)$

### Cas continu :

L'algorithme de construction du compensateur explicité dans le cas discret reste toujours applicable dans le cas continu.



A noter que pour vérifier la condition d'invariance des polynômes :  $\Delta_{i+1}(S, j) = \overline{\Delta_i(S, j)} + \xi_i S^l D_j(S)$

$$D_{c,i+1}(S) = D_{c,i}(S) + \xi_i S^l$$

il faut se référer aux résultats établis par KHARITONOV.

### II.7.3 Construction du compensateur :

#### Exemples :

##### a Cas discret :

Considérons la famille de fonction de transfert

$$P_1(S) = \frac{1}{S-0.5}$$

$$P_2(S) = \frac{2S+1}{S^2+S+1}$$

$$P_3(S) = \frac{S^2+S+1}{S^3}$$

On constate que les trois conditions nécessaires à la stabilisation simultanée sont vérifiées.

On procède alors étape par étape à la construction de notre compensateur.

#### Etape 1 (structure du compensateur).

$$C(S) = \frac{\delta_k S^k + \dots + \delta_1 S + \delta_0}{\xi_l S^l + \dots + \xi_1 S + \xi_0}$$

$$k > l$$

$$k = \max\{n_j - m_j\} - 1 = \max\{1, 1, 1\} - 1 = 0$$

$$l = k + 1 = 1$$

La structure de notre compensateur est alors

$$C(S) = \frac{\delta_0}{\xi_1 S + \xi_0}$$

$$\delta_0 = 1$$

Etape 2 (Initialisation).

On forme

$$\Delta_0(S, 1) = 1$$
$$\Delta_0(S, 2) = 2S + 1$$
$$\Delta_0(S, 3) = S^2 + S + 1$$

Etape 3 (Choix des  $\xi_0$ ).

$$\Delta_1(S, 1) = 1 + \xi_0(S - 0.5) \quad (1)$$

$$\Delta_1(S, 2) = 2S + 1 + \xi_0(S^2 - S + 2) \quad (2)$$

$$\Delta_1(S, 3) = S^2 + S + 1 + \xi_0 S^3 \quad (3)$$

(1) ----->  $\Delta_1(S, 1) = 1 + \xi_0(S - 0.5)$  est HURWITZ si

$$\xi_0 > 0 \quad (1 - 0.5\xi_0) > 0 \implies \xi_0 < 2$$

(2) ----->  $\Delta_1(S, 2) = \xi_0 S^2 + (2 - \xi_0)S + 1 + 2\xi_0$  est HURWITZ si  
 $\xi_0 < 2$  (critère de ROUTH)

(3) ----->  $\Delta_1(S, 3) = \xi_0 S^3 + S^2 + S + 1$   
 $\xi_0 < 1$  (critère de ROUTH)

Afin d'assurer l'invariance de ces trois polynômes on choisit

$$0 < \xi_0 < 1 \implies \xi_0 = 0.8 \quad D_{c,1} = \xi_0 = 0.8$$

$$\Delta_2(S, 1) = \xi_1 S^2 + (0.8 - 0.5\xi_1)S + 0.6 \quad (1')$$

$$\Delta_2(S, 2) = \xi_1 S^3 + (0.8 - \xi_1)S^2 + (1.2 + 2\xi_1)S + 2.6 \quad (2')$$

$$\Delta_2(S, 3) = \xi_1 S^4 + 0.8 S^3 + S^2 + S + 1 \quad (3')$$

(1') est HURWITZ si  $0 < \xi_1 < 1.6$

(2') est HURWITZ si  $0 < \xi_1 < 0.33$

(3') est HURWITZ si  $0 < \xi_1 < 0.16$

donc afin d'assurer l'invariance de ces trois polynômes on choisit  
 $0 < \xi_1 < 0.16$ , soit par exemple :  $\xi_1 = 0.10$

d'ou  $D_{c,2} = 0.8 + 0.1 S$

notre compensateur est

$$C(S) = \frac{1}{0.8 + 0.1S} = \frac{10}{S + 8}$$

b Cas continu :

Soit la famille P qui satisfait les conditions (1.3)

$$P(S) = \frac{3 + q_1}{S^2 + q_2 S} \quad \begin{array}{l} |q_1| \leq 0.5 \\ |q_2| \leq 0.5 \end{array}$$

La recherche du compensateur se fera alors selon l'algorithme déjà décrit.

Etape 1 :

$$k \geq \max\{n_j - m_j\} - 1 \implies k \geq 1$$

$$\text{prenons } k = 1 \implies l = 2$$

Le compensateur est alors sous la forme suivante :

$$C(S) = \frac{\delta_1 S + \delta_0}{\xi_2 S^2 + \xi_1 S + \xi_0} \quad \delta_i > 0$$

choisissons  $\delta_1 = \delta_0 = 1$  de tel façon que le numérateur soit HURWITZ :

$$N_c(S) = S + 1$$

Etape 2 :

$$\begin{aligned} \text{On définit : } \Delta_0(S) &= N_c(S) N_s(S) \\ &= (S + 1)(3 + q_1) \end{aligned}$$

$$D_c, o = 0$$

Etape 3 :

$$\begin{aligned} \text{On définit alors } \Delta_1(S) &= \Delta_0(S) + \xi_0 D_s(S) \\ &= \xi_0 S^2 + (\xi_0 q_2 + 3 + q_1)S + q_1 \end{aligned}$$

Avec les bornes données sur les  $q_i$  ; et en utilisant la table de ROUTH on a :  $\xi_0 < 5$

avec  $q_1 = q_2 = -0.5$  on choisira alors  $\xi_0 = 4$

$$\Delta_2(S) = \xi_1 S^3 + (4 + \xi_1 q_2) S^2 + (4q_2 + 3 + q_1) S + 3 + q_1$$

Pour la détermination de  $\xi_1$ , on utilise la table de ROUTH

$\xi_1$	$4q_2 + 3 + q_1$	0	$A = \frac{1}{4 + \xi_1 q_2} [(4 + \xi_1 q_2)(4q_2 + 3 + q_1) - \xi_1(3 + q_1)]$
$4 + \xi_1 q_2$	$3 + q_1$	0	
A	0	0	
$3 + q_1$	0	0	

on tire  $\xi_1 < 8$  avec  $q_2 = -0.5$

$$\xi_1 < 0.73 \quad q_1 = q_2 = -0.5$$

prenons par exemple  $\xi_1 = 0.5$

$$\Delta_3(S) = \xi_2 S^4 + (0.5 + \xi_2 q_2) S^3 + (4 + 0.5 q_2) S^2 + (4q_2 + 3 + q_1) S + 3 + q_1$$

La détermination de  $\xi_2$  étant très délicate par l'utilisation de la table de ROUTH, il est préférable dans ce cas de recourir aux polynômes de KHARITONOV.

$$\Delta_{3.1}(S) = \xi_2 S^4 + (0.5 + 0.5 \xi_2) S^3 + (4.25) S^2 + (0.5) S + 2.5$$

$$\Delta_{3.2}(S) = \xi_2 S^4 + (0.5 + 0.5 \xi_2) S^3 + (3.75) S^2 + (0.5) S + 3.5$$

$$\Delta_{3.3}(S) = \xi_2 S^4 + (0.5 - 0.5 \xi_2) S^3 + (4.25) S^2 + (5.5) S + 2.5$$

$$\Delta_{3.4}(S) = \xi_2 S^4 + (0.5 - 0.5 \xi_2) S^3 + (3.75) S^2 + (5.5) S + 3.5$$

En utilisant le critère de ROUTH on détermine  $\xi_2$  pour chaque polynôme de KHARITONOV ;  
 pour  $\xi_2 < 0,2$  les quatres polynômes sont HURWITZ, on choisit  $\xi_2 = 0.05$

Le compensateur est alors

$$C(S) = \frac{S + 1}{0.05 S^2 + 0.5 S + 4} = \frac{20 (S+1)}{S^2 + 10 S + 80}$$

## II.8 ANNULATION DE L'ERREUR DE STATISME; (PROBLEME DE POURSUITE DES PARAMETRES).

L'analyse des systèmes asservis a montré que l'un des problèmes les plus important qui se posent lors d'une compensation est celui de l'annulation de l'écart de réglage en régime établi.

Pour remédier à ce problème, les études ont montré que le compensateur devait posséder un pôle à l'origine avec un ordre de multiplicité qui dépend de la fonction de transfert du système à compenser.

En général un régulateur possédant un pôle à l'origine permet d'annuler cet écart.

### Dimensionnement du compensateur avec poursuite des paramètres.

Tenant compte des qualités de réglage qu'il faut satisfaire (écart de réglage en régime établi entre autre), quelques modifications sur l'algorithme décrit dans la section II.7 doivent être alors apportées.

Soit  $P_j(S)$  une fonction de transfert, élément de la famille P, tel que :

$$P_j(S) = \frac{N_j(S)}{D_j(S)}$$

Introduisons alors un pôle à l'origine de multiplicité  $m$  dans la structure du compensateur, ce qui donnera :

$$C(S) = \frac{N_c(S)}{S^m D_c(S)} \quad (1)$$

En tenant compte de ce changement, la fonction de transfert en boucle fermée du système compensé sera alors :

$$C(S) P_j(S) = \frac{N_c(S) N_j(S)}{S^m D_c(S) D_j(S)} \quad (2)$$

ou encore

$$C(S) P_j(S) = \frac{N_j(S)}{S^m D_j(S)} \cdot \frac{N_c(S)}{D_c(S)}$$

On peut remarquer à partir de (2), que la qualité du réglage peut être améliorée sans pour autant changer la structure du compensateur, en effet il nous suffira de considérer une nouvelle fonction de transfert tel que

$$P_j'(S) = \frac{P_j(S)}{S^m} = \frac{N_j(S)}{S^m D_j(S)}$$

Notons enfin que les conditions nécessaires à la stabilisation simultanée ne sont pas concernées par cette modification, seule l'étape une (1) de notre algorithme se voit modifiée de la manière suivante :

Le degré du numérateur de  $C(s)$  est choisi selon cette nouvelle condition

$$k \geq \max\{n_j - m_j - 1\} + m$$

Les autres étapes de l'algorithme restant inchangées.

## II.9 Conclusion :

Après avoir mentionné les conditions sous lesquelles une famille de fonctions de transfert est simultanément stabilisable, nous avons expliqué étape par étape la marche à suivre pour la construction du compensateur stabilisant, à la fois stable et propre. Le numérateur du compensateur est un polynôme stable quelconque choisi par l'utilisateur de degré  $K$  ; les coefficients  $\xi_i$  de son dénominateur sont déterminés à partir de l'algorithme récursif décrit dans la section II.7.

Avant de clore ce chapitre, il est utile de noter que le lemme 1 ne peut être étendu au cas discret, i.e si nous considérons un polynôme incertain  $g(z)$  de degré  $n$ , a coefficient associé au plus haut degré positif et dont les racines sont situées à l'intérieur du cercle unité, et un deuxième polynôme incertain  $g'(z)$  de degré  $n + 1$  au plus et dont le coefficient associé au plus haut degré est positif. on ne peut affirmer qu'il existe un  $\xi_{\max}$  approprié, tel que pour tout  $\xi > \xi_{\max}$  tous les zéros  $g(z) + \xi g'(z)$  se situent à l'intérieur du cercle unité.

\*\*\*

# Chapitre 3

**Imposition du domaine des poles**





### III.1 GENERALITES :

Dans le chapitre précédent nous avons développé un algorithme de construction d'un compensateur qui assure la stabilisation simultanée d'une famille de fonctions de transfert ; dans ce contexte on a montré que les pôles du système compensé bouclé sont situés dans la partie gauche du plan complexe.

Toutefois, si cette condition assure la stabilité, elle ne garantit pas que la forme du régime libre sera satisfaisante. On est donc amené à limiter la zone du plan complexe à l'intérieur de laquelle doivent se situer les pôles du système compensé, afin de garantir de meilleures performances au système ; on assure à cet effet des marges de stabilité.

Dans cette optique nous allons développer dans ce chapitre un algorithme de stabilisation simultanée avec imposition du domaine des pôles.

### III.2 IMPOSITION DU DOMAINE DES POLES :

Pour assurer au système une stabilité convenable, on est amené à interdire aux pôles de la fonction de transfert compensée en boucle fermée non seulement le demi plan de droite, mais une zone du plan complexe plus vaste, cela se fait généralement de deux façons.

1. Pour empêcher que la réponse ne soit trop lente, on interdit une région du plan complexe limitée par une parallèle à l'axe des imaginaires situé à une distance  $-\sigma_{\min}$  de cette manière on est sûr que toutes les exponentielles décroîtront plus vite que  $\exp(-\sigma_{\min} t)$  ; on prescrit à cet effet une marge de stabilité absolue (fig. III.a).

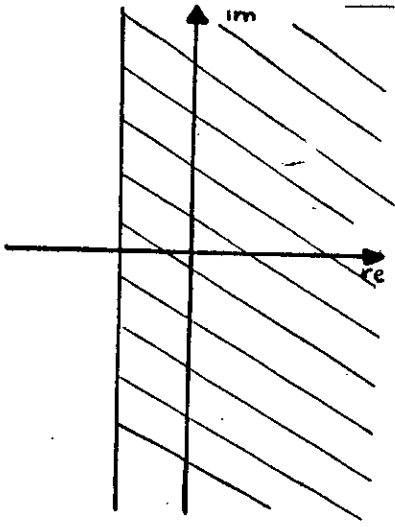


Fig. III.a

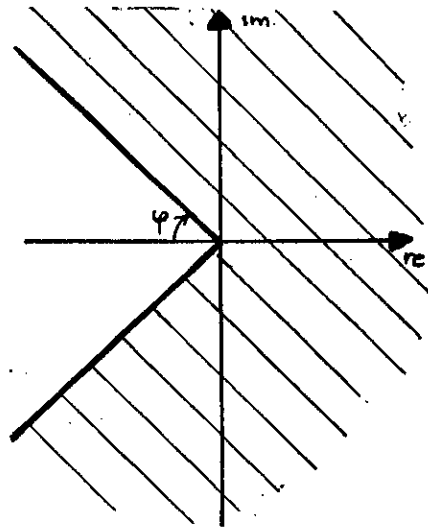


Fig. III.b

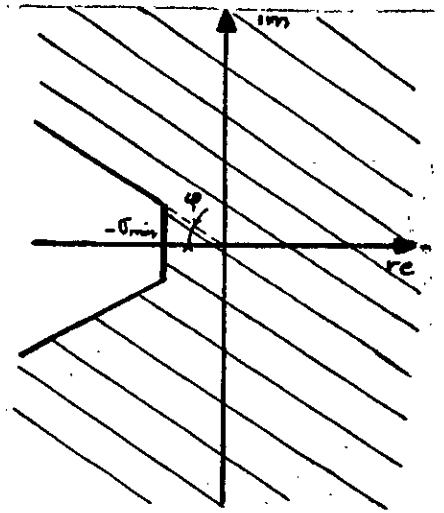


Fig. III.c

2. Pour assurer une réponse transitoire bien amortie on interdit la zone du plan complexe située entre l'axe des imaginaires et deux droites passant par l'origine comme l'indique (Fig. III.b). On prescrit à cet effet une marge de stabilité relative.

Pour s'assurer que notre réponse ne soit trop lente d'une part et bien amortie d'autre part on choisit des domaines admissibles comme l'indique (fig. III.c).

Remarque :

Une région du plan complexe est dite admissible si :

1. elle est un domaine ouvert de ce plan
  2. elle contient le segment  $(-\infty, N)$ .
- $N$  étant un nombre réel quelconque.

Exemple : fig III.c

### III.3 RESULTAT FONDAMENTAL :

D'après les résultats du chapitre précédent, on peut affirmer que si chaque fonction de transfert  $P_j(S)$  élément de la famille  $P$  est propre, à phase minimale i.e tous ces zéros se situent dans la partie gauche du plan complexe, et a signe de gain en haute fréquence positif, il existerait alors un compensateur stable  $c(s)$  qui place tous les pôles de cette fonction de transfert compensée en boucle fermée dans la partie gauche du plan complexe.

Par analogie, et sous des conditions similaires, ce résultat peut être étendu à une région admissible  $\Gamma$  de la partie gauche du plan complexe ; on dira alors qu'une famille  $P$  de fonctions de transfert est stabilisable simultanément relativement à une région admissible  $\Gamma$  de la partie gauche du plan complexe, s'il existe un compensateur  $c(s)$  qui place les pôles de chaque fonction de transfert  $P_j(s)$  compensée en boucle fermée.

$$C_j(s) = \frac{C(s) P_j(s)}{1 + C(s) P_j(s)} \quad ; \text{ avec } j=1 \dots k$$

dans la région admissible  $\Gamma$  définie au préalable.

Ces conditions sont les suivantes :

1. Les zéros de toutes les sous famille se situent dans la région admissible  $\Gamma$ .
2. Le signe du gain en haute fréquence est le même pour toutes les fonctions de transfert.

Ces conditions satisfaites, on peut alors énoncer le lemme suivant :

#### III.3.1 Lemme 2

Soit  $\Gamma$  une région admissible, et soit  $P(s)$  un polynôme réel tel, que :

$$P(S) = \sum_{j=0}^n \alpha_j S^{n-j} \quad \alpha_0 \neq 0$$

Supposons alors que  $P(s)$  est un polynôme  $\Gamma$ -stable, et considérons un deuxième polynôme réel ;

$$P'(S) = \sum_{j=0}^n \alpha_j S^{n-j}$$

avec  $n \leq n+1$  et  $\alpha_0 \alpha_n > 0$

On peut alors affirmer qu'il existe un  $\xi_{\max}$  tel que pour tout  $0 \leq \xi < \xi_{\max}$

$$P_{j,\varepsilon} = P_j(S) + \xi P'_j(S)$$

est alors un polynôme  $\Gamma$ -stable.

Notons que ce lemme peut être étendu aux polynômes incertains.

### III.3.2 Illustration graphique dans le lieu des racines du lemme fondamental :

Considérons une région  $\Gamma$  de la partie gauche du plan complexe bornée par une droite parallèle à l'axe des imaginaires et deux droites symétriques par rapport à l'axe des réels ayant respectivement comme pente  $\cos \varphi$  et  $\cos(-\varphi)$  (voir Fig.3.4) ; soit alors  $P$  et  $P'$  deux familles finies constituées chacune de  $k$  polynômes, et  $P_j(S)$  et  $P'_j(S)$  deux polynômes éléments de ces deux familles tel que :

$$P_j(S) = \sum_{i=0}^{n_j} \alpha_{ij} S^{n_j-i}$$

et

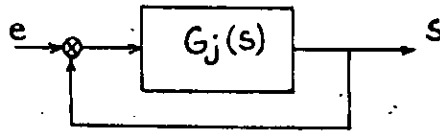
$$P'_j(S) = \sum_{i=0}^{n'_j} \alpha'_{ij} S^{n'_j-i} \quad j = 1, \dots, k$$

comme indiqué dans le lemme 2, on supposera que le polynôme  $P_j(S)$  est  $\Gamma$ -stable avec  $\alpha_0 \alpha_{n_j} > 0$  et  $n'_j \leq n_j + 1$

on peut remarquer que le polynôme  $P_{j,\varepsilon} = P_j(S) + \xi P'_j(S)$

est le dénominateur d'une fonction de transfert en boucle fermée à retour unitaire :

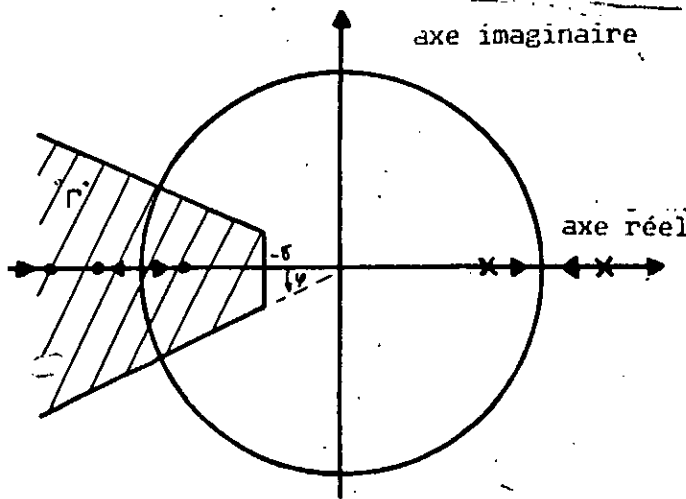
$$G_j(s) = \frac{P_j(s)}{\xi P_j(s)}$$



Le gain en boucle ouverte de cette fonction de transfert est  $K = \frac{1}{\xi}$

Pour le tracé de cette fonction de transfert dans le lieu des racines on considèrera deux cas :

1er Cas :  $G_j(s)$  n'est pas strictement propre i.e que  $n_j \geq n_j'$



Lorsque les pôles en boucle ouverte tendent vers les zéros en boucle ouverte avec le gain  $k$  qui augmente infiniment, on est sur de trouver un  $K_{j,min}$  tel que pour tout  $K > K_{j,min}$ , tous les pôles en boucle fermée se trouvent dans le demi plan gauche du lieu (Chap. II).

De la même manière, on est sûr de trouver un gain en boucle ouverte  $K_{j,\min} \leq K'_{j,\min} < K$  qui nous permet de placer tous les pôles dans la région  $\Gamma$  du plan complexe.

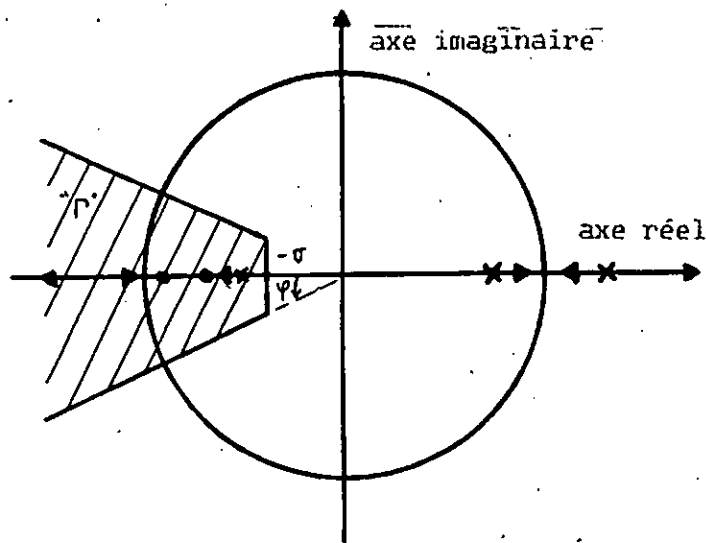
Sachant que  $k = \frac{1}{\xi}$  on aura alors  $\xi_{\max} = \frac{1}{k_{\min}}$

Ceci nous permet d'affirmer qu'il existe un  $\xi'_{\max}$  tel que :

$$0 \leq \xi < \xi'_{\max} \leq \xi_{\max}$$

Ce résultat prouve que tous les polynômes  $P_{j,\varepsilon}(s)$  sont  $\Gamma$ -stables.

2ème Cas :  $G_j(s)$  est strictement propre i.e.  $n_j' = n_j + 1$



Le lieu des racines dans ce cas est identique à celui du premier cas, la seule différence est l'existence d'un pôle stable en boucle fermée à l'infini, d'ici on peut affirmer qu'il existe un  $K > K'_{j,\min} > K_{j,\min}$  qui nous permet de placer tous les pôles de la fonction de transfert en boucle fermée dans la région  $\Gamma$  du lieu des racines (plan complexe), autrement dit tous les polynômes sont  $\Gamma$ -stables.

### III.4 PRÉSENTATION THÉORIQUE DE L'ALGORITHME D'IMPOSITION DU DOMAINE DES POLES.

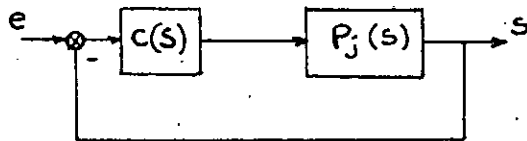
Dans le chapitre II a été présenté l'algorithme de construction d'un compensateur stable de stabilisation simultanée, par analogie, il est possible de développer un algorithme similaire au premier qui nous permet de construire un compensateur stable permettant d'imposer les pôles d'un système dans un domaine admissible de la partie gauche du plan complexe définie au préalable.

Globalement cet algorithme est identique au premier, la seule différence réside dans le fait qu'au lieu de vérifier à chaque itération que le système compensé est stable (son dénominateur vérifie le critère d'HURWITZ) on vérifie que ce système est  $\Gamma$ -stable, où  $\Gamma$  est une région admissible du demi plan gauche définie au préalable.

Soit  $P_j(S)$  une fonction de transfert appartenant à la famille P vérifiant les conditions 1 et 2 ;

$$P_j(S) = \frac{\sum_{i=0}^{m_j} b_{ij} S^{m_j-i}}{S^{n_j} + \sum_{i=0}^{n_j} a_{ij} S^{n_j-i}} = \frac{N_j(S)}{D_j(S)}$$

La boucle fermée de cette F.T compensée est :



$$F_j(S) = \frac{C(S) P_j(S)}{1 + C(S) P_j(S)}$$

$$C(S) = \frac{N_c(S)}{D_c(S)}$$

ce qui donne

$$F_j(S) = \frac{N_j(S) N_c(S)}{N_j(S) N_c(S) + D_j(S) D_c(S)}$$

L'algorithme de construction du compensateur est alors

Etape 1 : définition du domaine admissible

- . donner la valeur du coefficient d'amortissement
- . donner la valeur de la constante assurant la marge de stabilité absolue.

Etape 2 : (structure du compensateur)

soit  $m_c$  et  $n_c$  les degrés de  $N_c(S)$  et  $D_c(S)$   
l'expression du compensateur est

$$C(S) = \frac{N_c(S)}{D_c(S)} = \frac{\delta_m S^{m_c} + \delta_{m-1} S^{m_c-1} + \dots + \delta_1 S + \delta_0}{\xi_{n_c} S^{n_c} + \xi_{n_c-1} S^{n_c-1} + \dots + \xi_1 S + \xi_0}$$

Nous choisirons le numérateur  $N_c(S)$  tel que toutes ces racines soient dans la région admissible désirée.

Le degré  $m_c$  satisfait la condition

$$m_c \geq \max_1 \{ n_l - m_l \} - 1 \quad 1 \leq k$$

Etape 3 : (initialisation)

$$\text{Ou définit } \left\{ \begin{array}{l} \Delta_0(S, j) = N_c(S) \cdot N_j(S) \\ D_{c,0} = 0 \end{array} \right.$$

Etape 4 : (calcul des coefficients)

Pour calculer les  $\xi_i$ , on génère les polynômes incertains

$$\Delta_{i+1}(S, j) = \Delta_i(S, j) + \xi_i S^i \overline{D_j(S)}$$

on détermine alors les  $\xi_i \lim_{j \rightarrow \infty} > 0$  tel que les deux polynômes incertains

$$D_{c,i+1}(S) = D_{c,i}(S) + \xi_i S^i \quad \text{et} \quad \Delta_{i+1}(S, j)$$

aient toutes leurs racines dans la région admissible défini dans l'étape 1 de l'algorithme.



Etape 5 :

Le dénominateur de notre compensateur est finalement donné par

$$D_c(S) = D_{c,1+i}(S)$$

Remarques :

1. En l'absence d'un critère qui nous permet de déterminer comme dans le 1er algorithme les  $\xi_i$  lim, les calculs se feront par ordinateur. A cette fin on calculera pour chaque fonction de transfert  $P_j(S)$  les pôles en boucle fermée, et on vérifiera s'ils se trouvent à l'intérieur du domaine.
2. Les  $\xi_i$  sont réduits par rapport à la valeur trouvée afin d'assurer une bonne stabilité du compensateur.

Exemple :

Appliquons le problème de stabilisation simultanée avec imposition du domaine des pôles à la famille de fonctions donnée par :

$$P_1(S) = \frac{S + 2}{S^2 - S + 2}$$

$$P_2(S) = \frac{S^2 + 5S + 6}{S^3 + S^2 + S + 1}$$

$$P_3(S) = \frac{1}{S-1}$$

Etape 1 : (définition du domaine admissible)

- . La valeur du coefficient d'amortissement est  $\zeta = 0.7070$
- . La valeur de la constante assurant la marge de stabilité absolue est  $\sigma_{ni} = -1$ .

Etape 2 : (structure du compensateur)

Le degré  $m_c$  du numérateur  $N_c(S)$  du compensateur satisfait la condition :

$$m_c \geq \max(n_j - m_j) - 1 \quad j = 1, 2, 3$$

$$m_c \geq \max(1, 1, 1) - 1 = 0$$

Prenons par exemple  $m_c = 0$  d'où  $n_c = m_c + 1 = 1$  le compensateur possède la forme suivante :

$$C(S) = \frac{\delta_0}{\xi_0 + \xi_1 S} \quad \delta_0 = 1$$

Etape 3 : (initialisation)

on définit

$$\begin{aligned} \Delta_0(S, 1) &= \delta_0(S + 2) \\ \Delta_0(S, 2) &= \delta_0(S^2 + 5S + 6) \\ \Delta_0(S, 3) &= \delta_0 \\ \Delta_{c,0} &= 0 \end{aligned}$$

avec  $\delta_0 = 1$

Etape 4 : (calcul des coefficients)

1 Pour calculer  $\xi_0$  on génère les polynômes incertains

$$\Delta_1(S, 1) = \xi_0 S^2 + (\xi_0 + 1) S + 2(\xi_0 + 1)$$

$$\Delta_2(S, 2) = \xi_0 S^3 + (\xi_0 + 1) S^2 + (5 + \xi_0) S + \xi_0 + 6$$

$$\Delta_3(S, 3) = \xi_0 S + 1 - \xi_0$$

Pour que les racines de ces trois polynômes incertains soient situées dans la région définie dans l'étape 1, il faut que :

$$\xi_0 < 0.2 \quad \text{prenons par exemple } \xi_0 = 0.1$$

2 / Pour calculer  $\xi_1$  on génère les polynôme incertains.

$$\Delta_2(S, 1) = \xi_1 S^3 + (-\xi_1 + 0.1) S^2 + (-2\xi_1 + 0.9) S + 2.2$$

$$\Delta_2(S, 2) = \xi_1 S^4 + (\xi_1 + 0.1) S^3 + (1.1 + \xi_1) S^2 + (\xi_1 + 5.1) S + 6.1$$

$$\Delta_2(S, 3) = \xi_1 S^2 + (0.1 - \xi_1) S + 0.9$$

Pour que les racines de ces trois polynômes incertains soient situés dans la région définie dans l'étape 1, il faut que :

$$\xi_1 < 6.06 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \xi_1 = 0.002$$

Etape 5 : Le dénominateur de notre compensateur est alors

$$\Delta_c(S) = 0.1 + 0.002 S$$

d'ou la F.T. du compensateur est

$$C(S) = \frac{500}{S + 50}$$

### III.5 Conclusion :

Par analogie au chapitre II, nous avons développé dans cette partie un algorithme de stabilisation simultanée avec imposition du domaine des pôles. Cet algorithme nous permet de calculer un compensateur qui assure en plus de la stabilité du système en boucle fermée, certaines performances qui sont primordiales lors d'un réglage.

Contrairement au premier algorithme, le principe d'imposition du domaine des pôles n'est applicable qu'au cas discret. Ceci est dû essentiellement à l'absence d'un théorème ou d'un résultat similaire à celui établi par KHARITONOV, qui nous permettait moyennant certaines transformations d'affirmer si un polynôme dont les coefficients varient continuellement dans un domaine admissible vérifiait le critère de HURWITZ.

Il est intéressant de souligner que le deuxième algorithme confère de meilleures performances au système, en effet, l'utilisateur peut imposer la dynamique du système.

# Chapitre 4

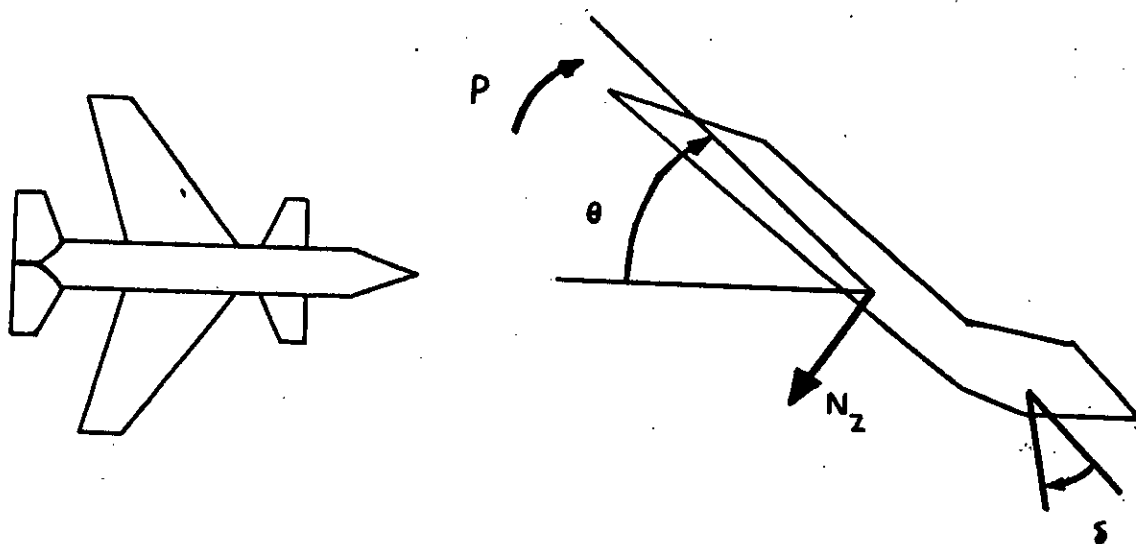
**EXEMPLE PRATIQUE**

---

#### IV.1 GENERALITES :

Pour illustrer pratiquement les idées développées dans les chapitres II et III, ce chapitre d'application sera consacré à la mise en oeuvre des algorithmes de stabilisation simultanée pour la stabilisation des modes de vibrations longitudinales à courte durée d'un chasseur F4 avec des ailerons additionnels. Il faut noter que le système devra rester stable et bien amorti lorsque ces paramètres varient.

#### IV.2 DESCRIPTION DU SYSTEME PHYSIQUE :



- $\delta$ : deflexion de la gouverne
- $\theta$ : angle que fait le chasseur avec l'horizontal
- $N_z$ : accélération normale
- $P$ : variation de l'angle  $\theta$  dans le temps.

L'entrée  $U$  est la commande qui contrôle la deflexion de la gouverne et des ailerons. Les sorties du système sont  $P$  et  $N_z$ .

	$F_{c1}$	$F_{c2}$	$F_{c3}$	$F_{c4}$
$\omega_0$	2.02	3.50	2.19	3.29

Les spécifications pour le contrôle du système sont les suivantes :

pour les modes de courte durée de la boucle fermée donnés par

$$S^2 + 2 z \omega S + \omega^2 = 0$$

La valeur du coefficient d'amortissement doit être :

$$z = 0.35$$

$$\omega \geq \omega_d$$

#### IV.3 STABILISATION SIMULTANÉE :

##### 3.a Stabilisation simultanée avec imposition du domaine des pôles:

Nous avons montré dans le chapitre III que le lemme 1 énoncé dans la section II.3.2 reste toujours applicable lorsqu'on réduit la région où se trouvent les pôles du système compensé et cela sous des conditions similaires à celles décrites dans la section II.4. Dans ce contexte, nous allons appliquer l'algorithme de stabilisation simultanée avec imposition du domaine des pôles pour la stabilisation des modes de vibrations longitudinales à courte durée d'un chasseur F4 avec des ailerons additionnels .

Pour cela donnons les expressions des fonctions de transfert  $P(S)$  décrivant le système pour quatre conditions de vol différentes.

$$FC1 : P_1(s) = \frac{-183.5 S - 163.5}{S^3 + 15.8 S^2 + 22 S - 52.7}$$

$$FC2 : P_2(s) = \frac{-57.8 S - 797}{S^3 + 17.1 S^2 + 34.9 S - 12.2}$$

$$FC3 : P_3(s) = \frac{-158.3 S - 100.8}{S^3 + 15.3 S^2 + 12.3 S - 14.7}$$

$$FC4 : P_4(s) = \frac{-304.2 - 251.4 S}{S^3 + 15.7 S^2 + 43.6 S + 269.1}$$

Remarque :

On a choisi P comme grandeur de sortie car les zéros des fonctions de transfert correspondantes sont à l'intérieur du domaine choisi ( $z=0,35$ ).

Nous rappelons que la structure du compensateur stabilisant est:

$$C(S) = \frac{\delta_m S^{m_c} + \delta_{m-1} S^{m_c-1} + \dots + \delta_1 S + \delta_0}{\xi_{n_c} S^{n_c} + \xi_{n_c-1} S^{n_c-1} + \dots + \xi_1 S + \xi_0}$$

pour la jème sous famille, nous avons

$$P_j(S) = \frac{N_j(S)}{D_j(S)}$$

et

$$\Delta_{i,j}(S) = N_c(S) N_j(S) + D_j(S) \sum \xi_l S^l$$

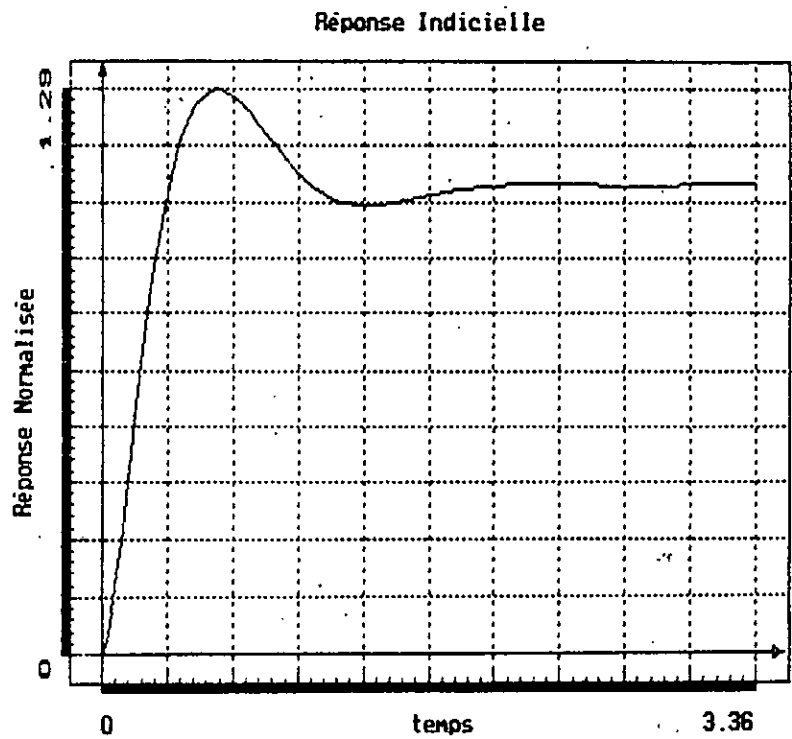
Il nous faut alors trouver et choisir les  $\xi_l$ , tel que tous les zéros de  $\Delta_{i,j}(S)$  soient situés dans le domaine choisi.

Par tâtonnement, on obtient le compensateur qui nous permet de vérifier les spécifications données dans la section IV.2.

$$C(s) = -0.6 \frac{s^2 + 14s + 50}{s^2 + 17s + 16}$$

3.b : Simulation :

Nous vous présentons dans cette section les différents graphes obtenus par simulation pour les quatres fonctions de transfert compensées obtenues pour différentes conditions de vol.



**Fig v1.1**

FC1 : Première condition de vol



Réponse Indicielle

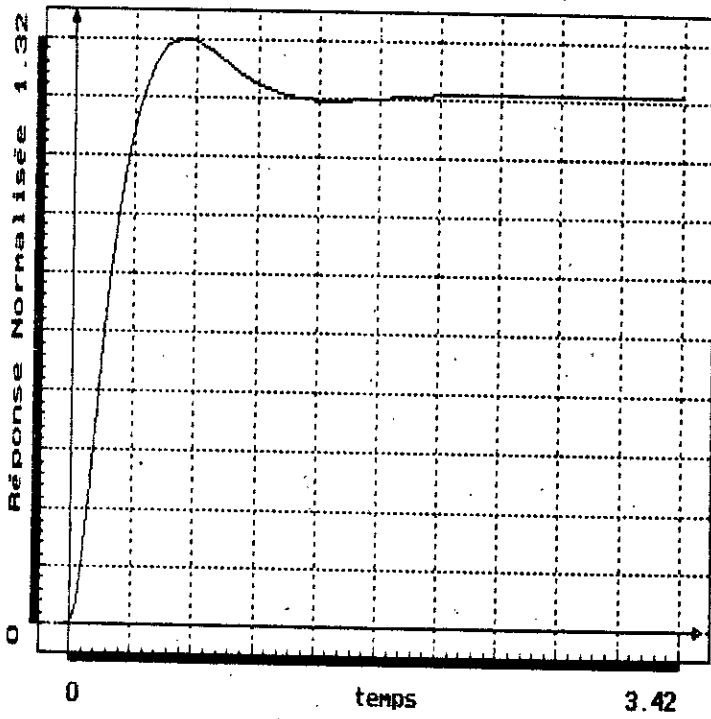


Fig v1.3

FC3 :Troisième condition de vol

Réponse Indicielle

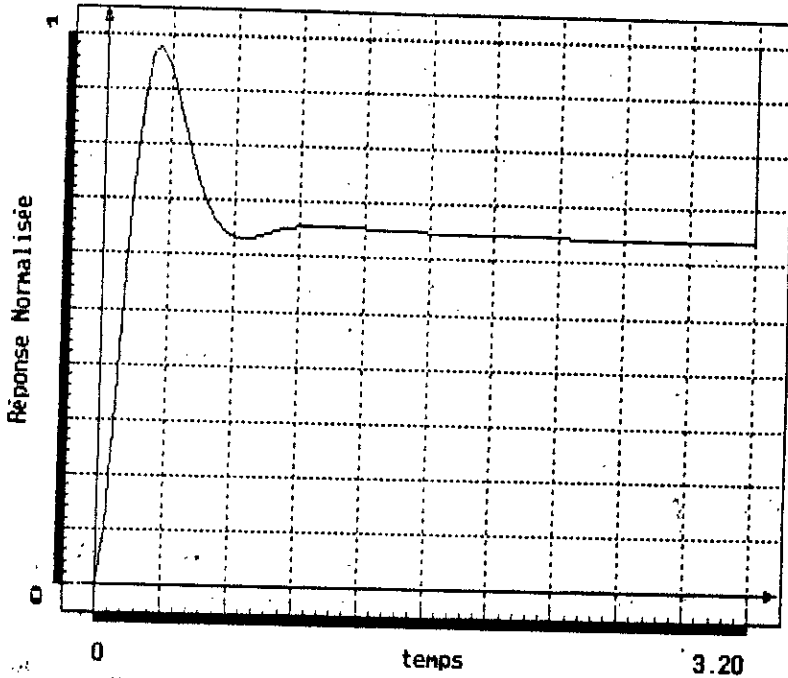


Fig v1.2

FC2 :Deuxième condition de vol

Réponse Indicielle

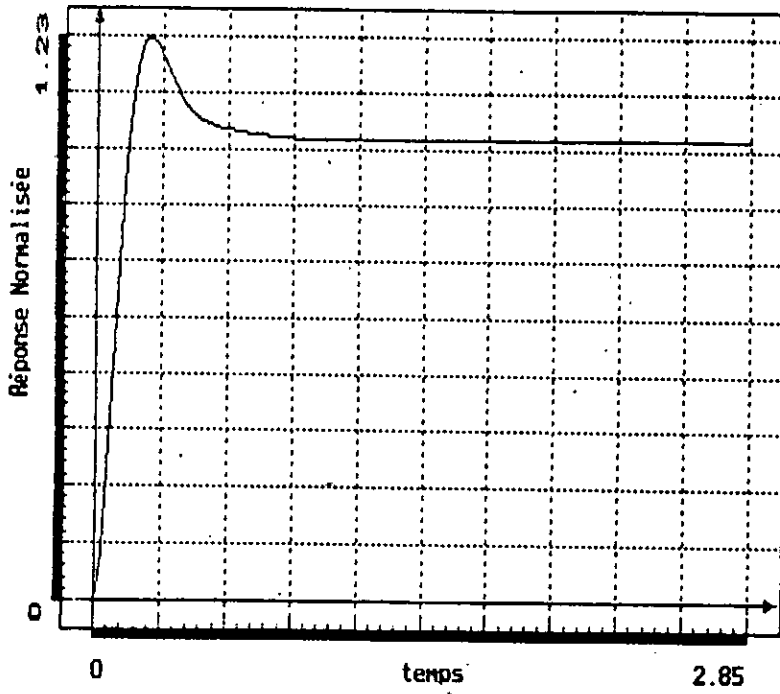


Fig V1.4

FC4 : Quatrième condition de vol

# Conclusion

## CONCLUSION ET SUGGESTIONS

L'objectif principal de notre étude est de concrétiser les résultats récents développés dans le domaine de la commande robuste des systèmes. A cette fin nous avons développé un logiciel, permettant à l'utilisateur la construction d'un compensateur qui simultanément stabilise une famille de fonction de transfert .

Notre étude a été menée sur trois fronts :

Dans la phase préliminaire nous avons exposé le problème de stabilisation simultanée . Dans une deuxième phase deux algorithmes de stabilisation ont été développés :

- 1 - un algorithme de stabilisation simple
- 2 - un algorithme de stabilisation reposant sur le principe de l'imposition du domaine des pôles .

La phase finale est consacrée à la mise en oeuvre des algorithmes cités pour un exemple pratique .

Les méthodes que nous avons développées permettent une approche systématique , du problème de la conduite du processus , conforme à une démarche de conception assistée .

### Limites de l'approche:

La méthode que nous avons développée présente certaines lacunes .  
Nous nous devons par conséquent, de souligner les points qui, à notre  
sens mériteraient une attention particulière :

- (i) Lorsque le compensateur utilisé est d'ordre élevé , les  $\xi_i$   
ont des valeurs très faibles , ce qui correspond à des gains  
très élevés en boucle fermée , le compensateur devient alors  
difficile à réaliser pratiquement .
- (ii) Le système corrigé devient sensible aux bruits lorsque le  
compensateur stabilisant est d'ordre élevé .
- (iii) Lorsque les paramètres du système varient dans un large domaine,  
il est possible qu'un dimensionnement robuste ne donne pas  
des résultats satisfaisants , il faut donc faire appel à un  
réglage adaptatif .

### Suggestions :

Finalement nous faisons mention de certaines constatations d'ordre général qui pourraient par la suite faire l'objet de développements plus approfondis :

- \* Le théorème de Kharitonov présenté au chapitre 2 , suppose que les coefficients des polynômes incertains varient indépendamment, il serait intéressant d'établir un résultats analogue pour des polynômes incertains dont les coefficients ne sont pas nécessairement indépendants .
- \* Extension du programme : le développement d'un module de stabilisation reposant sur l'un des principes d'adaptation décrit au chapitre 1 , complètera notre travail , L'utilisateur disposera de plusieurs méthodes qu'il devra savoir sélectionner selon la complexité du problème et les moyens disponibles .
- \* Le dimensionnement d'un réglage robuste reposant sur le principe de placement des pôles (retour d'état) peut aussi faire l'objet d'un programme en vue d'une étude comparative .

Nous espérons qu'au fil des années , méthodes et outils d'analyse des systèmes de commande vont se multiplier et s'affiner grâce au fruit d'applications diverses, afin de permettre une meilleur compréhension et une meilleur maîtrise de ces systèmes .

# Annexes

**ANNEXE A : PROCEDURES**  
**ANNEXE B : ORGANIGRAMMES**  
**ANNEXE C : SOFTWARE**

A N N E X A

P R O C E D U R E S



## PROGRAMME PRINCIPAL.

Le programme principal nous permet d'une part la lecture des caractéristiques des fonctions de transfert à stabiliser, d'autre part il nous permet de voir si toutes ses fonctions de transfert vérifient les conditions nécessaires à la stabilisation simultanée.

Pour le calcul du compensateur stabilisant, le programme principal fera appel à différentes procédures de calcul rapide.

A noter que ce programme nous permet à la fin de tracer la réponse temporelle du système compensé et cela via l'algorithme de simulation temporelle.

## PROCEDURE STRUCTURE :

La procédure structure permet à l'utilisateur d'introduire la structure du compensateur désiré

$$C(S) = \frac{\delta_m S^{m_c} + \delta_{m-1} S^{m_c-1} + \dots + \delta_1 S + \delta_0}{\xi_{n_c} S^{n_c} + \xi_{n_c-1} S^{n_c-1} + \dots + \xi_1 S + \xi_0}$$

La procédure doit vérifier si :

- 1) le compensateur est propre ;
- 2) le signe du gain en hautes fréquences est le même pour la famille de fonctions de transfert et pour le compensateur ;
- 3) le numérateur vérifie le critère de HURWITZ.

L'utilisateur introduit le type du compensateur et les coefficients du numérateur, le degré du dénominateur est choisi tel que :

$$m_c \geq \max\{n_l - m_l\} - 1$$

## PROCEDURE ALGORITHME :

La procédure algorithme permet le calcul à chaque itération de la valeur maximale de EPSILON admissible via l'algorithme récursif décrit dans les chapitres (2) et (3). La procédure calcule  $\xi_{max}$  tel que pour

$$0 \leq \xi \leq \xi_{max}$$

tous les polynomes

$$\Delta_{i,j} = N_j(S) N_c(S) + D(S) S^m \left( \sum_{l=0}^{i-1} \xi_l S^l \right)$$

vérifient le critère d'invariance de HURWITZ (1er ALGORITHME) ;  
ont leurs racines dans le Domaine  $\Gamma$  (2ème ALGORITHME) :

Le dénominateur du compensateur aura la forme

$$D_c(S) = \xi_0 S^l + \dots + \xi_1 S + \xi_0$$

PROCEDURE HURWITZ :

Cette procédure permet à l'utilisateur de vérifier si un polynôme P(S) vérifie le critère d'invariance de HURWITZ.

$$P(S) = \sum_{i=0}^n a_i S^{n-i}$$

Cette vérification se fait en deux étapes :

- Vérifier que  $a_0$  est positif ;
- vérifier que toutes les racines de P(S) se trouvent dans la partie gauche du plan complexe.

Pour cela il faut que tous les mineurs (jusqu'à l'ordre  $n-1$ ) du déterminant  $\Delta_n$  formé à partir des coefficients de l'équation caractéristique soient positifs.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & \dots & \dots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_1 & a_3 & \dots & \dots & \dots \\ 0 & a_0 & a_2 & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} > 0$$

PROCEDURE KHARITONOV :

Etant donné un polynôme incertain à coefficients non constants :

$$P_j(s) = \sum_{i=0}^{m_j} a_{ij} s^{m_j-i} \quad \text{avec} \quad a_{ij} = |a_{ij}^-, a_{ij}^+|$$

La procédure génère les quatre polynômes de KHARITONOV qui lui sont associés, et teste s'ils vérifient tout le critère de HURWITZ.

PROCEDURE BAIRSTOW :

En général, la procédure BAIRSTOW permet le calcul des racines d'un polynôme d'ordre  $n$  à coefficients fixes.

$$P_n(S) = a_n X^n + a_{n-1} X^{n-1} + \dots$$

- les racines réelles stockées dans UCI)
- les racines complexes stockées dans VCI)

Dans notre cas, cette procédure permet le calcul à chaque itération des racines du polynôme

$$\Delta_{i+1}(j, S) = \Delta_i(j, S) + \xi_i S^i D_j(S)$$

afin de vérifier si ces racines sont situées dans le Domaine imposé par l'utilisateur.

#### PROCEDURE TESTGAMMA :

Le domaine admissible  $\Gamma$  est défini par :

le coefficient d'amortissement  
la marge de sécurité

La procédure testgamma vérifie si les racines trouvées par la procédure BAIRSTOW sont à l'intérieur du domaine  $\Gamma$ .

Deux tests sont suffisants à cette vérification :

- (1) Test pour la partie réelle des racines
- (2) Test sur l'amortissement

#### Simulation temporelle :

Dans notre étude, la simulation consiste à tracer la réponse temporelle  $y(t)$  du système lorsqu'il est soumis à une entrée de type échelon unitaire.

Pour obtenir cette réponse, il est nécessaire de passer par trois procédures essentielles.

#### Procédure NO 1 :

#### Passage de la fonction de transfert à la représentation d'état:

L'algorithme utilisé (méthode de CRANCK - NICHOLSON) traite les équations de la forme  $\dot{x} = A * x + B * u$  d'où la nécessité de ce passage.

Cette procédure nous permet de passer d'une fonction de transfert à une représentation d'état.

A noter que pour une fonction de transfert donnée peuvent correspondre 2 formes particulières, l'une est dite forme commande, l'autre forme observable.

Remarque :

Lorsque la fonction de transfert considérée présente un retard pur, il est alors utile d'utiliser l'approximation

$$e^{-s T} = \frac{1}{1 + s T}$$

Procédure NO 2 :

Résolution de  $x = A * x + B * U$ .

La méthode de CRANK NICHOLSON est une technique utilisée pour la simulation des systèmes linéaires du 1er ordre dont les coefficients sont invariants dans le temps.

La méthode est stable et donne des solutions correctes pour n'importe quel pas d'intégration h, pour des entrées polynômiales, l'erreur de troncature est de l'ordre de h<sup>5</sup>.

Dans cette optique cette procédure nous permet de déterminer la solution xt de l'équation d'état  $x = A * x + B * U$ .

Détermination du pas d'intégration :

En plus de la détermination de xt, cette procédure nous permet de calculer le pas d'intégration h, pour cela on procède comme suit :

on détermine les pôles du système, i.e les racines du dénominateur de sa fonction de transfert (utilisation de la procédure BAIRSTOW) ;

si Pi sont les pôles du système, le pas h est alors donné par la formule :

$$h = \frac{1}{\text{Max}_{i=1}^n |P_i|/2} \quad \text{ou } n \text{ est l'ordre du système.}$$

Remarque :

Si Pi est un pôle complexe, on prend alors son module.

Procédure NO 3 :

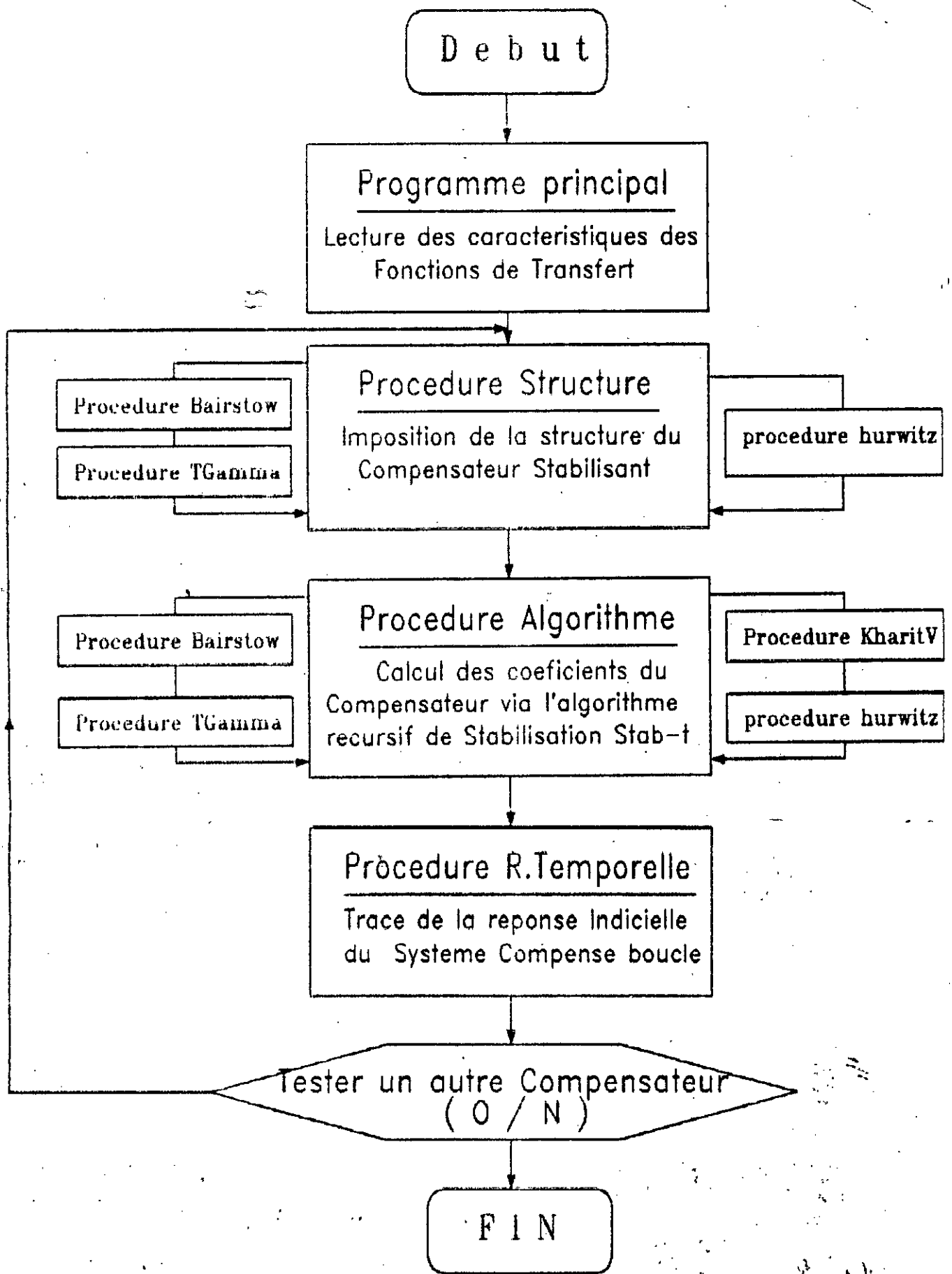
Le vecteur d'état  $x_t$  étant déterminé sur un horizon fini  $(0, T)$ , la sortie  $y_t$  sera calculée par le produit scalaire des vecteurs  $c$  et  $x_t$ .

Remarque :

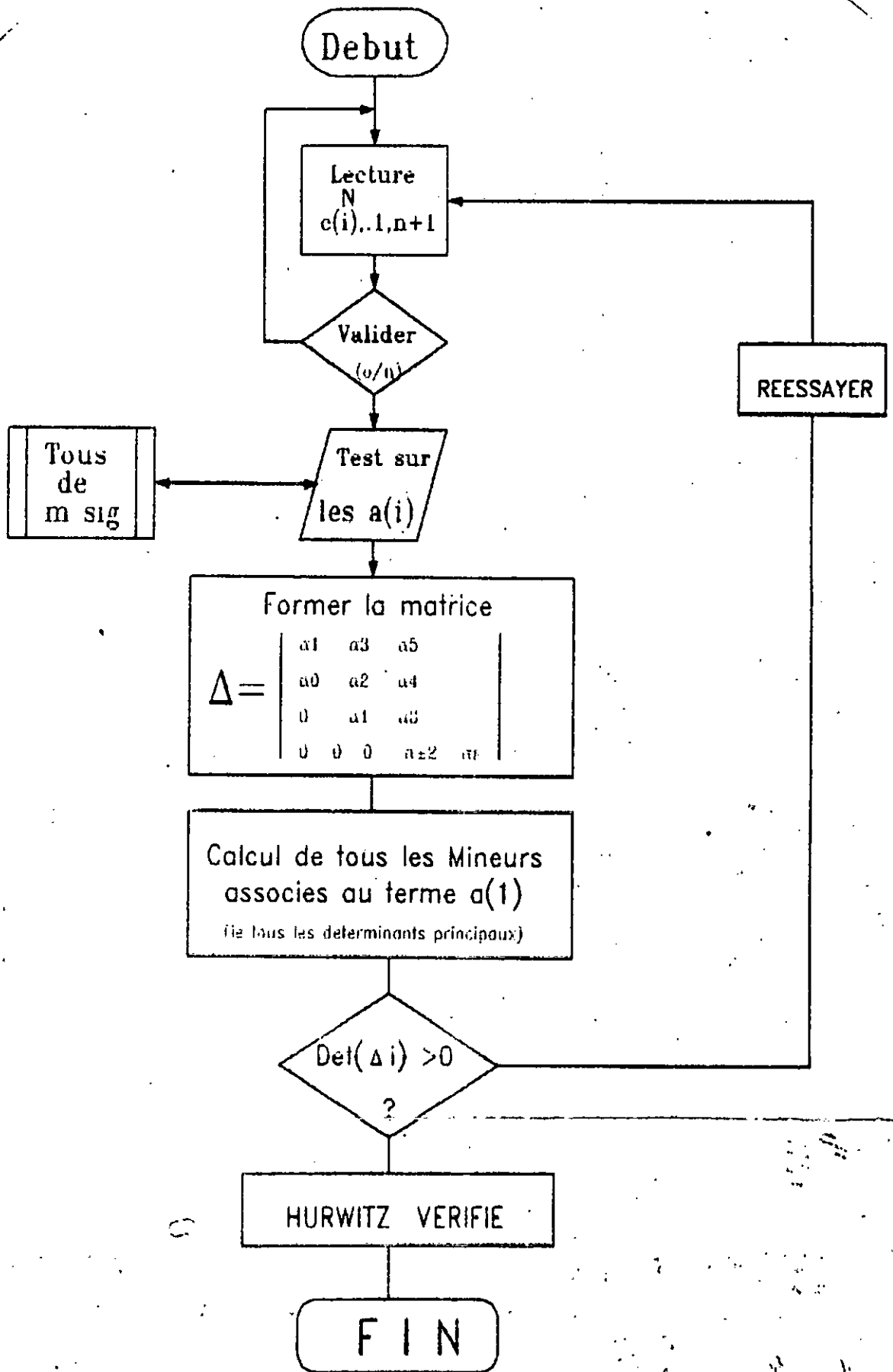
Le pas  $h$  étant déterminé automatiquement l'horizon ne sera donc limité que par le nombre de points calculé.

A N N E X E B

ORGANIGRAMMES



Organigramme Programme-Principal



Organigramme P-Hurwitz (org2)



Debut

Lecture : N degre du  
polynome incertain P(s)  
i:=1..n+1 Rlb(i),Ub(i)

NON OUI  
RLB(n+1) > 0

I:=1 .. N+1

RLBT(i)=UB(i)/UB(n+1)  
UBT(i)=RLB(i)/UB(n+1)

I:=1 .. N+1

RLBT(i)=RLB(i)/RLB(n+1)  
UBT(i)=UB(i)/RLB(n+1)

I:=1 .. 4

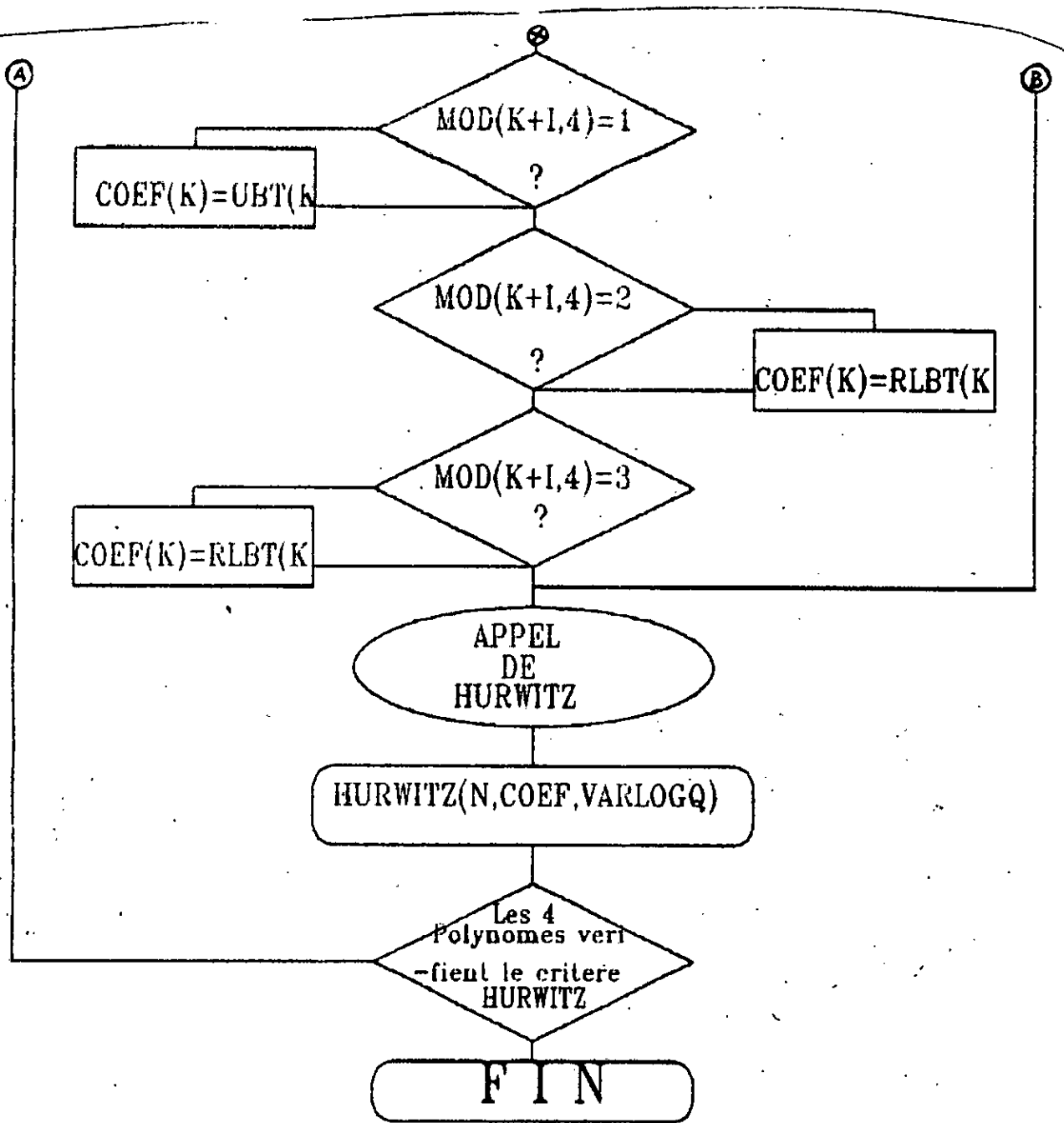
K:=1 .. N+1

MOD(K+I, 4) = 0

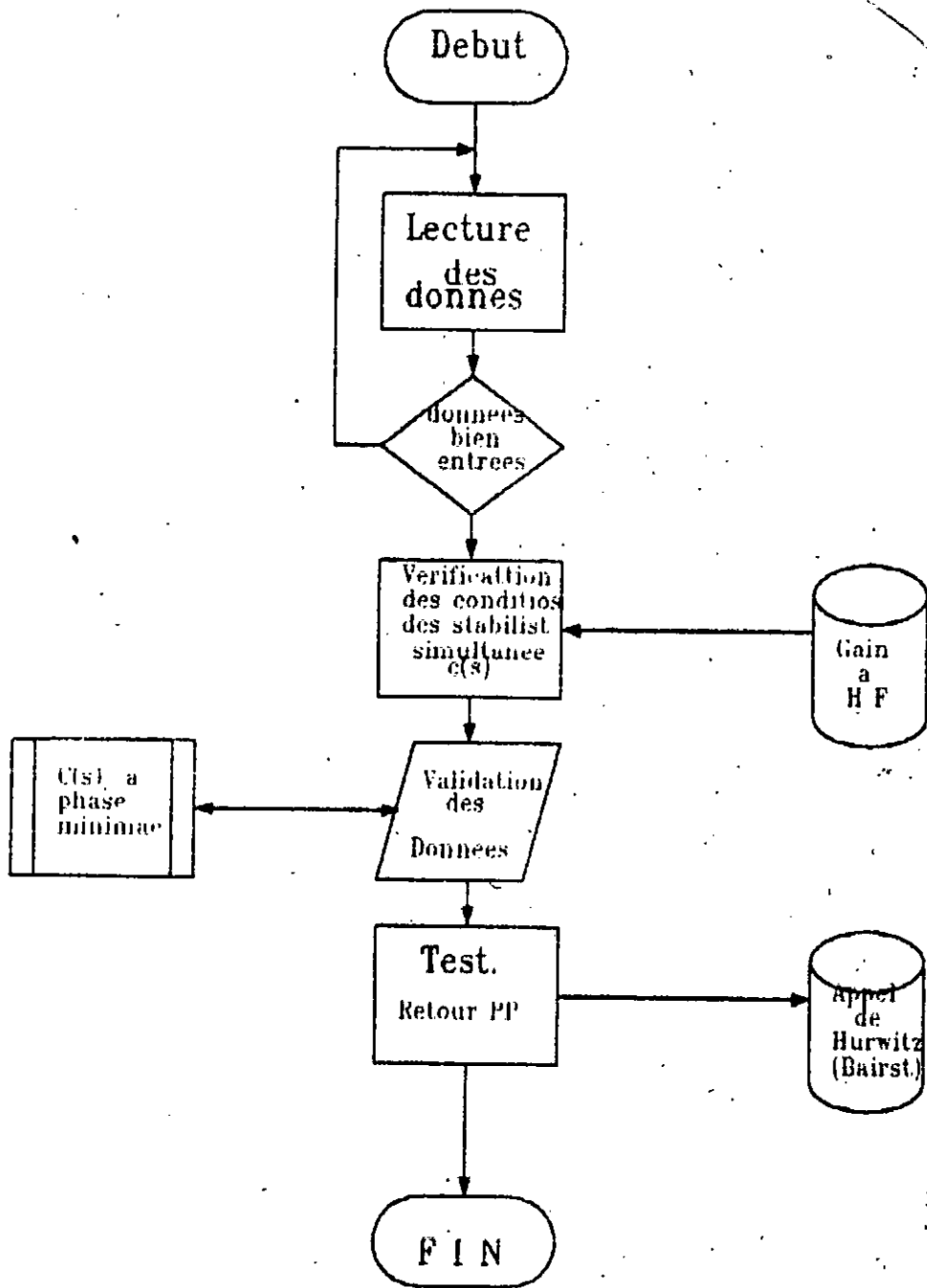
COEF(K)=UBT(K)

A

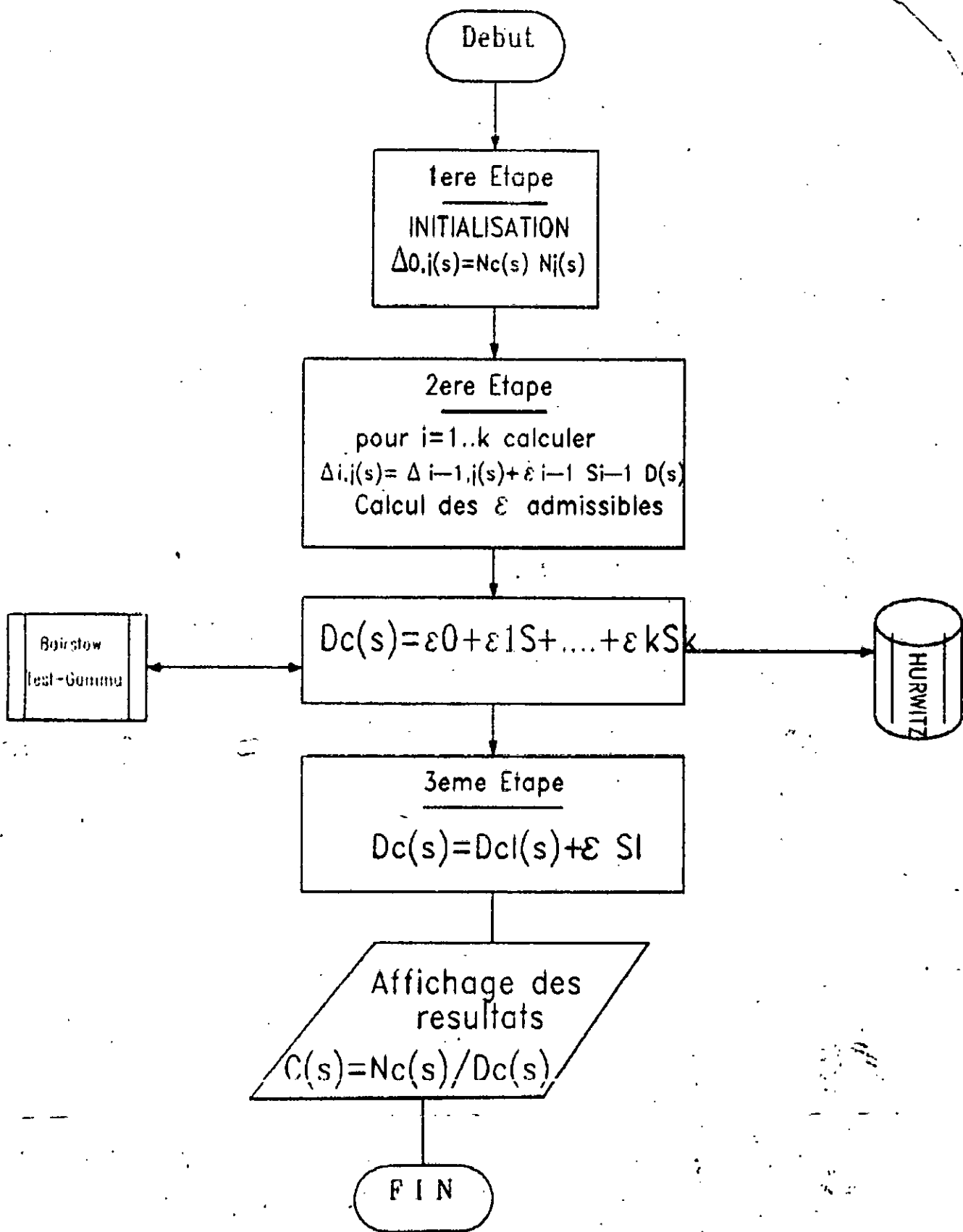
B



Procedure Kharitonov ( Org3 )



Procedure Structure (orig4)



Procedure Algorithme (org5)

A N N E X E C

S O F T W A R E

## PRESENTATION DU PROGRAMME STABILIS

### Objectifs du programme STABILIS :

STABILIS est un logiciel destiné à la conception assistée des systèmes automatisés.

STABILIS permet de construire un compensateur qui stabilise une famille de fonctions de transfert, et ceci en s'appuyant sur deux algorithmes simples et rapides.

Deux modes de variations paramétriques sont possibles :

- \* variation paramétrique discrète ;
- \* variation paramétrique continue.

### Nota :

Pour des problèmes de convergence la variation continue des paramètres n'est disponible que pour le premier algorithme.

### Les atouts du programme STABILIS :

STABILIS est un programme souple et facile à utiliser qui offre les avantages suivants :

#### des menus déroulants :

La saisie des caractéristiques du procédé à régler est facilitée par un éditeur de type conversationnel.

#### deux méthodes de stabilisation :

L'utilisateur dispose de deux algorithmes récursifs :

- \* un algorithme de stabilisation simple.
- \* un algorithme de stabilisation avec imposition du domaine des pôles.

#### possibilité de visualiser la réponse indicielle du système corrigé :

Afin d'accélérer la recherche d'un compensateur à hautes performances, l'utilisateur peut visualiser la réponse à un échelon unitaire du système compensé, par ailleurs un fichier résultat est automatiquement généré (Res dat : t, s (t) ), l'utilisateur pourra à cet effet tracer la réponse indicielle avec un logiciel spécialisé tel que "GRAPHER".

. Les modules du programme STABILIS :

Le programme comporte deux modules :

Module 1 :

" Stabilisation simultanée simple ".

Ce module permet la construction du compensateur via l'algorithme récursif de stabilisation simultanée simple.

Module 2 :

" Stabilisation simultanée avec imposition du domaine des pôles".

Ce module constitue une méthode puissante de synthèse de correcteur, permettant à l'utilisateur d'améliorer les performances du système en assurant des marges de stabilité relative et absolue.

\*\*\*

## REFERENCES

- [1] B. R. Barmish and K. H. Wei, "Simultaneous Stabilizability of Single-Input Single-Output Systems," Proceedings of the 7th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, Stockholm, 1985.
- [2] C. A. Desoer and C. A. Lin, "Simultaneous Stabilization of Nonlinear Systems," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-28, pp. 103-104, 1983.
- [3] V. L. Kharitonov, "Asymptotic Stability of an Equilibrium Position of a Family of Systems of Linear Differential Equations," Differential'nye Uravnenia Vol. 14, pp. 2086-1978
- [4] C. T. Chen, Linear System Theory and Design, Holt, Rinehart & Winston, New York, N.Y., 1984.
- [5] J. Ackerman, "Robustness Against Sensor Failures," Automatica, Vol. 20, pp. 211-215, 1985.
- [6] K. H. Wei, "Robust Stabilization of Uncertain Linear Systems" (Thèse de Phd) Department of Electrical and Computer Engineering, University of Wisconsin-Madison 1986.
- [7] R. Saeks and J. Murray, "Fractional Representations, Algebraic Geometry and the Simultaneous Stabilization Problem," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-27, pp. 895-903.
- [8] H. Kimura, "Robust Stabilizability for a Class of Transfer Functions," IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-29, pp. 788-793, 1984.
- [9] D. C. Youla and J. J. Bongiorno and C. N. Lu, "Single-Loop Feedback-stabilization of Linear Multivariable Dynamical Plants," Automatica Vol. 10, pp 159-173, 1974.
- [10] M. Widyasagar and N. Viswanadham, "Algebraic Design Techniques for Reliable Stabilization," IEEE Transactions on Automatic Control Vol. AC-27, pp 1085-1095, 1982.
- [11] V. J. Owens, "Simultaneous Pole assignment," IEEE Proceedings Vol. AC-26, pp 1008-1012, 1988.
- [12] L. Maret, "Conception des Systèmes Automatiques", EPFL Presse Polytechnique Romande, 1988.
- [13] K. J. Astrom and B. Wittenmark, "Problems of Identification and Control," Automatica Vol 34, pp 90-113, 1976.



- [14] D. W. Clarke ,P.J.Gawthrop,"Implementation and Application of Microprocessors Based Self-Tuners",Proceedings 5th IFAC Symposium on Identification and Systems Parameters Estimation "Darmstadt ,pp 197-208,Sept 1979.
- [15] J. D'azzo ," Linear Control Design and Synthesis ", Mc Graw Hill ,New York .Edition 1985.
- [16] C. Fargeon "Commande Numérique des Systèmes Automatiques", "Application aux Engins Mobiles et aux Robots", Masson ,Paris. 1986.
- [17] R. Illoul (Thèse Msc),"Newly Developed Algorithm for Simultaneous Stabilizability",Wisconsin-Madison,1986.
- [18] J. Raven "Automatic Control Engineering and Design", Mc Graw Hill, New York ,1985.
- [19] I. D. Landau , L. Dugard ,"Commande Adaptative .Aspects Pratiques et Théoriques ",Eyrols 1987.
- [20] M.Bernheim"Automatisation par Modélisation de Processus" Masson Paris ,1984.
- [21] R. Lozano "Independent Tracking and Regulation Adaptative with Forgetting Factor ",Automatica Vol AC-18,pp 455-459.
- [22] G. N. Saridis ,"Comments on :Implementation of Self Tuning Regulators with variable forgetting factors",Automatica Vol 19,pp 345-346,1983.
- [23] J. Ackermann ,O.Willey," Panorama sur la Commande Robuste", "IEEE Transactions on Automatic Control " Vol AC-23 pp91-97.