

11/89

وزارة التعليم العالي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR.

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

## ÉCOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT Génie Électrique

# PROJET DE FIN D'ETUDES

### S U J E T

LOGICIEL D'AIDE A L'ETUDE

DES SYSTEMES

FREQUENTIELS CONTINUS

Proposé par :

Mr. MOUMEN

Etudié par :

AZZI A-E MALEK

AIT AMIRAT YOUCEF

Dirigé par :

M. GACI

PROMOTION : JUIN 1989

## REMERCEMENTS

*Nous remercions Mr GACI pour ses précieux conseils , Mr SARI pour son aide très précieuse , ainsi que tous le personnel de l'annexe du centre de calcul , pour leur disponibilité, et tous ceux qui ont contribué à la réalisation de ce travail .*

**D E D I C A C E S**

- A nos parents .
- A nos frères et soeurs .
- A tous nos amis .
- A nos familles .
- A tous nos enseignants .

On dedie ce modeste travail .

**YOUCEF and MALIK**

## SOMMAIRE

### INTRODUCTION

#### Chap I: Presentation de la conception assistée par ordinateur

- 1-1 Définition de la C.A.O .
- 1-2 Objectifs de la C.A.O .
- 1-3 Evolution des systèmes de C.A.O .
- 1-4 Moyens de réalisation .
- 1-5 Mise en oeuvre d'un système de C.A.O .
- 1-6 Choix d'un système de C.A.O
- 1-7 La C.A.O en automatique .
- 1-8 Exemples de système de C.A.O .

#### Chap II: Structure informatique du logiciel

- 2-1 Caractéristique du système .
- 2-2 Présentation du logiciel .
- 2-3 Etude détaillée de la structure du système .

#### Chap III: Développement de l'aspect automatique du logiciel

- 3-1 Analyse fréquentielle.
- 3-2 Simulation temporelle.
- 3-3 Synthèse d'un correcteur.
- 3-4 Détermination du retour d'état.

#### Chap IV: EXEMPLES D'APPLICATION

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

I N T R O D U C T I O N

De notre temps ,il n'est pas permis d'ignorer l'apport de la micro-informatique ,et ce dans divers domaines .Que ce soit en industrie ,ou dans l'enseignement ,l'ordinateur occupe une place de plus en plus importante ,car il intervient dans presque toutes les étapes ,partant de la modelisation ,ou de la definition du système jusqu'à la conception ,et même la fabrication des produits .L'automaticien ,ne peut pas se passer aujourd'hui d'un tel outil ,dans l'elaboration des divers schémas de commande ,car il lui permet un gain de temps appréciable ,et le libère des calculs ,souvent fastidieux .De plus ,il lui permet de manipuler certains modèles très complexes .La naissance des systemes dit de " C.A.O " <sup>(1)</sup> ,ou de " E.A.O " <sup>(2)</sup> en AUTOMATIQUE ,permettent à n'importe quel automaticien d'exploiter les capacités de l'ordinateur ,et ce sans avoir de connaissances approfondies en informatique .

C'est dans ce concept que nous avons élaboré un logiciel qui traite les systèmes continus mono-variable ,représentés par des fonctions de transfert .

Nous présenterons dans le chapitre I ,la " C.A.O " ,ainsi que quelques systemes interactifs développés dans les centres de recherche d'Europe et d'Amérique.Le chapitre II sera consacré à la structure informatique du logiciel .Le chapitre III sera consacré aux algorithmes d'automatisme et d'analyse numeriques utilisés dans la simulation ,l'analyse et la synthese des systèmes fréquentiels .Enfin ,le dernier chapitre sera consacré à l'étude de quelques exemples, et ce en vue de la mise en valeur du logiciel .

(1) :Conception Assisté par Ordinateur .

(2) :Enseignement Assisté par Ordinateur .

## CHAPITRE I

Presentation de la Conception Assistée par Ordinateur

1-1 Definition de la C.A.O :

La C.A.O est l'une des techniques les plus récentes , développée après l'avènement de la micro-informatique .elle a la particularité de rassembler le génie de l'homme et la capacité de l'ordinateur,et ce en vue de concevoir des systèmes répondant à des critères bien définies.

L'ordinateur assurera les tâches suivantes :

- Servir les besoins de mémorisation du concepteur .
- Amplifier le pouvoir d'analyse et de logique du concepteur .
- Libérer le concepteur des tâches répétitives,et des calculs souvent très complexes .

En parallèle, le concepteur doit:

- Contrôler le processus de conception .
- Appliquer sa créativité, son experience et son ingéniosité .
- Organiser l'information pendant et à la fin de la conception .

1-2 Objectifs de la C.A.O :

Les principaux objectifs sont:

- L'augmentation de la créativité de l'homme .
- Amélioration de la qualité des produits .
- Réduction des délais et des coûts de conception .
- Vaincre la complexité .
- Pallier le manque de main-d'oeuvre qualifiée .
- Facilitées dans l'archivage et la circulation de l'information .

1-3 Evolution des systèmes de C.A.O :

Historiquement le développement des systèmes de C.A.O. met à l'évidence trois générations :

- La première génération, où la conception se fait à l'aide des programmes distincts couplés manuellement par l'utilisateur (eventuellement à l'aide de programmes interfaces).
- La deuxième génération où un programme intégré est utilisé en mode conversationnel; on met alors à l'évidence trois fonctions

1-6 Choix d'un système de C.A.O.:

Le choix dépend des problèmes de conception à résoudre, et des moyens disponibles .Nous avons pensé mettre à la disposition de notre laboratoire un outil de travail très utile pouvant être exploité dans le cadre des travaux pratiques en systèmes asservis.

1-7 La C.A.O. en automatique :

En automatique,il ne s'agit pas de concevoir des objets physiques, mais d'élaborer des schémas de commande des processus physiques .Ainsi, on peut parler de conception de commandes assistée en automatique .

La tâche de l'automaticien se déroule en quatre phases:

1-Obtention de la représentation du système(modèle) souvent complexe et non linéaire .C'est l'étape de la modélisation obtenue par l'identification du système .

2-Obtention des propriétés du modèle et ce par son analyse et sa simulation .

3-Détermination de la structure de la loi de commande adéquate au processus, et ce d'après les résultats des étapes 1 et 2

4-La dernière étape du travail est la mise en oeuvre du schéma de commande,c'est-à-dire ,son implantation dans le processus physique.

-Il est à remarquer que toutes ces étapes demandent une grande quantité de calculs complexes, et que l'automaticien à l'instar des autres disciplines a donc besoin d'un outil informatique :

-qui le libère des tâches répétitives

-qui lui permette d'utiliser des algorithmes complexes sans avoir à les programmer .

En conclusion,l'élaboration d'un système de C.A.O. d'automatique nécessite des compétences en automatique, en informatique,et en analyse numérique .

18:Présentation de quelques systèmes de C.A.O.:

Afin de situer le travail réalisé,nous avons jugé nécessaire de présenter certains systèmes qui,ont été développés

d'un système de C.A.O., qui sont :

- \*fonction de traitement.
- \*fonction de structuration de données.
- \*fonction de communication.

elles sont étroitement liées dans le programme.

-Dans les systèmes de la troisième génération, les deux dernières fonctions sont réalisées indépendamment de l'application. Les systèmes sont intégrés, d'un emploi facile, et ne nécessitent pas une connaissance approfondie des logiciels complexes mis en oeuvre.

#### 1-4 Moyens de réalisation :

La réalisation d'un système de C.A.O. nécessite :

- Un ensemble modulaire d'équipements matériels informatiques (unité centrale, lecteurs disquettes, terminal alpha numérique et graphique, imprimante, table traçante)
- Un système de base de données permettant le stockage et la gestion des informations.
- Une banque d'algorithmes comprenant des bibliothèques de programmes (procédures de calcul), avec des moyens de recherche et d'enchaînement automatique des programmes.

#### 1-5 Mise en oeuvre du système de C.A.O.:

La mise en oeuvre d'un système de C.A.O. nécessite

l'élaboration d'un cahier de charges bien défini, contenant un projet de programmation, et doit traiter des questions suivantes:

- Définitions des interfaces (homme-machine)
- Définition du type de structure de données manipulables par l'ensemble du programme de traitement et utilisateurs.
- La communication des données entre les programmes
- La définition de la structure des données graphiques pour l'ensemble des primitives nécessaires au système
- Optimisation des programmes .

## CHAPITRE II

### Structure informatique du logiciel

dans divers centres de recherches dans le monde .

Parmi les plus anciens systèmes nous citerons le C.S.M.P (Ref 1), qui permet de résoudre des équations integro-différentielles . La structure modulaire de la définition du "problème", donnant lieu à toute modification de résolution, reste un des avantages principaux du système. La possibilité d'observation de l'évolution des entités en n'importe quel point du schéma de simulation et la structure parallèle du langage sont les autres caractéristiques du système C.S.M.P . Sur le plan pédagogique, la syntaxe du langage n'est pas très adaptée, le degré d'interactivité entre utilisateur et ordinateur reste assez limité. Au même niveau que le système C.S.M.P , nous pouvons mentionner des systèmes continus, ou le système T.A.C.L (Ref 1) de simulation analogique permettant l'analyse des systèmes dynamiques. Dans cette famille d'aide à l'enseignement, nous trouvons le COIGNARD (Ref 1) système de simulation numérique avec visualisation graphique.

Parmi les systèmes récents, nous citons le T.R.I.P (Ref 1), développé au laboratoire d'automatique à l'université de DELFT au PAYS- BAS . Il s'agit d'un système interactif manipulant les différentes représentations des systèmes linéaires monovariabiles . T.R.I.P est un système interactif assez complet, souple à utiliser mais se limitant au cas de systèmes monovariabiles. En France, le système SIRENA (Ref 2) est l'un des premiers systèmes interactifs d'aide à l'enseignement. C'est un système multi-utilisateurs, doté d'un langage de description, d'une structure de données (arbre binaire) performante et d'un logiciel graphique interactif. Il permet de simuler des systèmes linéaires, et non-linéaires représentés par des fonctions de transfert .

SIRENA est doté d'un programme de réduction numérique, permettant de calculer par la méthode de MASON une fonction de transfert globale entre 2 variables d'un système complexe. Notons que la procédure de conversation est totalement guidée (forme de questions-réponses), la représentation d'état, et l'équivalence des systèmes (changement de représentation) non prévue, la gestion des fichiers numériques et graphiques est non transparente à l'utilisateur .

2.1 caractéristiques du système

- Structure modulaire : elle permet des modifications ultérieures et des possibilités d'extension .
- Flexible : plusieurs modes d'utilisation sont offerts à l'utilisateur .
- Portable : Le logiciel est écrit en turbo Basic de borland - INC sous l'environnement MS - DOS et développé sur le micro-ordinateur HP-Vectra .
- Le produit est standardisé de telle sorte à fonctionner sur tout micro répondant à la norme IBM PC .
- Interactivité homme-machine : L'utilisateur est tout le temps guidé par un "Menu", ce qui rend l'utilisation très souple .
- Utilisation très simple ne nécessitant pas de connaissance en informatique , ni en automatique.
- Sorties graphiques: sur écran , imprimantes , table traçante .

2.2 Présentation du logiciel

La structure modulaire du programme donne à l'utilisateur deux possibilités d'utilisation :

- a - utilisation guidée par un menu . (voir Fig-1).
- b - utilisation libre : l'utilisateur doit exécuter des commandes d'automatique dans un ordre convenable (analyse,bode,black,nyquist,crank,...)

L'utilisateur dispose de cinq fonctions :

- fonction 1 : gestion de fichiers .
- fonction 2 : éditeur .
- fonction 3 : analyse fréquentielle
- fonction 4 : analyse temporelle
- fonction 5 : synthèse

fonction 1 : ( l'éditeur )

L'éditeur permet à l'utilisateur :

- D'introduire les paramètres de la fonction de transfert à partir du clavier.
- De travailler sur ces données(modifications;addition)
- De travailler sur des données saisies par fichiers

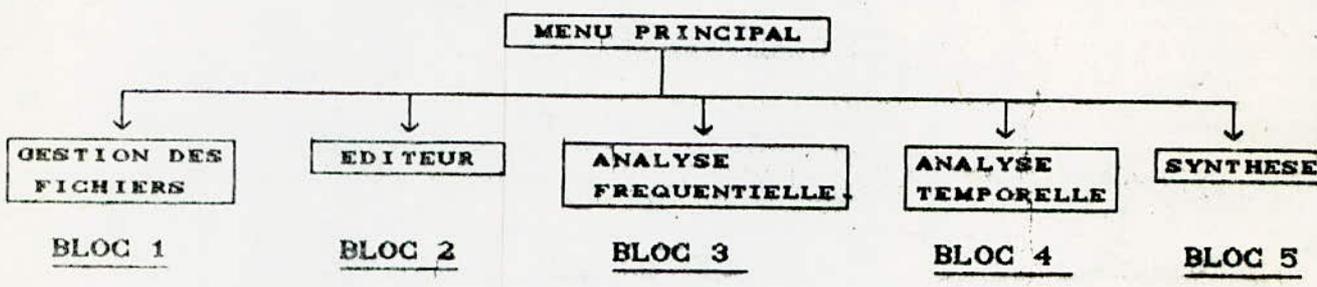
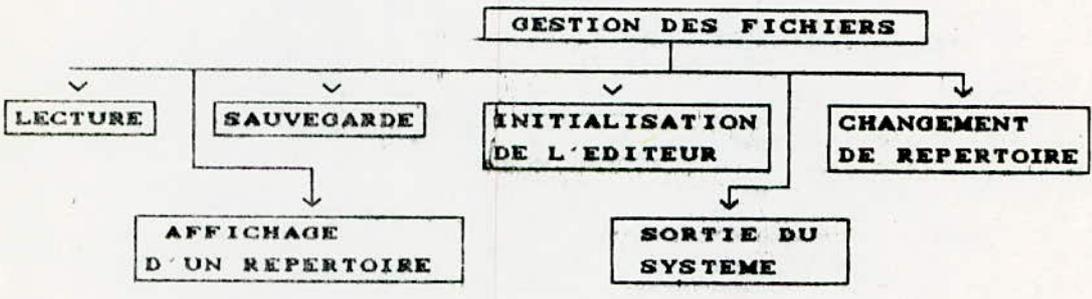


fig-1



BLOC 1

fonction 2 : (gestion des fichiers) (voir bloc 1)

Cette fonction permet :

- La lecture des fichiers .
- La sauvegarde .
- De visualiser les fichiers contenus dans le répertoire en cours .
- D'initialiser l'éditeur .
- De renommer un fichier .
- De changer de repertoire .

Il est aussi muni d'une procédure utilitaire :

- Valider la commande (touche "return")
- Annuler une commande (touche "esc").

fonction 3 : (analyse fréquentielle) (voir bloc 3)

L'utilisateur a deux modes d'exécution :

- 1-Calcul automatique de la bande de fréquence .
- 2-Introduire les bornes de l'intervalle des fréquences .

Une fois les calculs achevés un sous-menu apparait offrant les différentes possibilités d'édition des résultats :

-Edition graphique:

- 1-Courbes de Bode .
- 2-Courbe de Nyquist .
- 3-Courbe de Black .

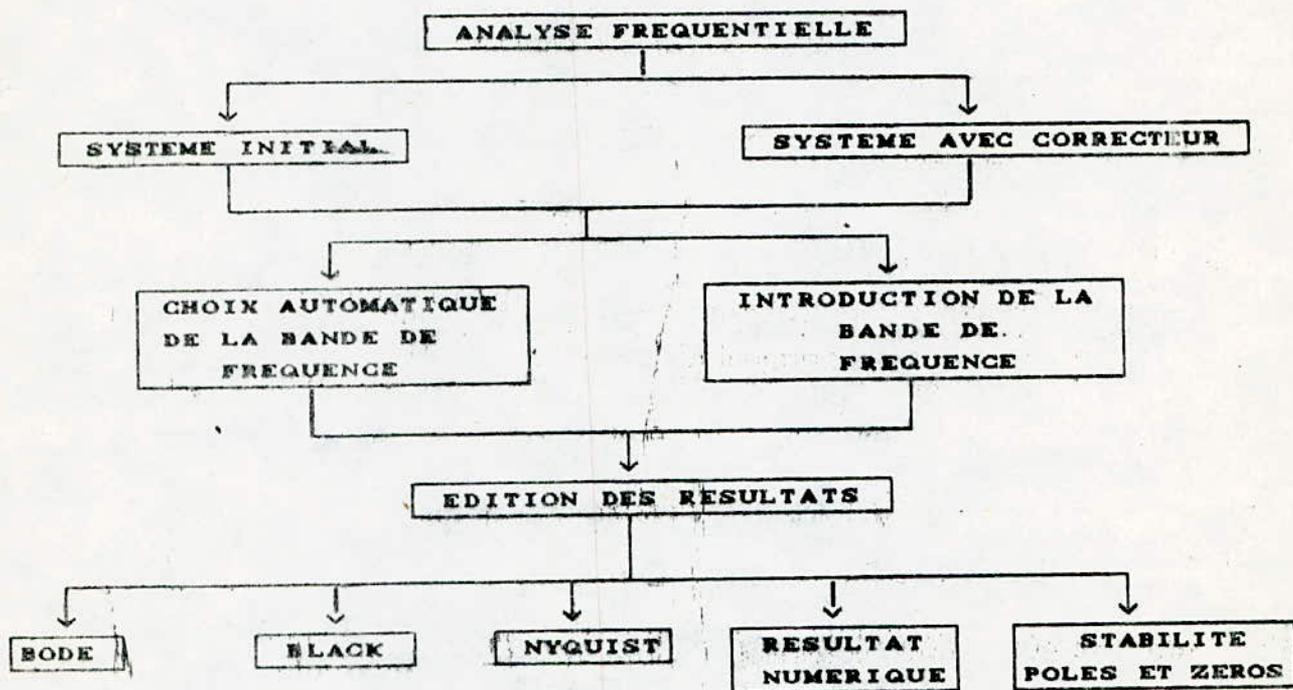
-Edition des résultats numériques :

- gain=f(w), phase=f(w), img=f(rel)
- Pôles et zéros du système (BO/BF)
- stabilité

fonction 4 : (analyse temporelle) (voir bloc 4)

Cette fonction se compose de 3 parties :

- Passage à la représentation d'état .
- Calculs préliminaires (choix automatique du pas d'intégration ) et résolution de l'équation d'état .
- Edition des résultats numériques et graphiques .



BLOC 3

fonction 5 : (synthèse) (voir bloc 5)

L'utilisateur dispose de deux méthodes :

- Placement des pôles (méthode de YOUNG) .
- Détermination des paramètres du correcteur choisi .

### 2.3 Etude détaillée de la structure du système :

#### 2.3.1 Editeur

Langage utilisé: Turbobasic

L'éditeur fait appel à deux procédures:

a):EDITEX : Grâce à cette procédure l'utilisateur peut se déplacer avec le curseur sur l'écran ,et imprimer des données .

b):SAUVT : Cette procédure permet de sauvegarder en mémoire les données écrites par l'utilisateur .

#### \* ) EDITEX:

Sous programmes utilisés : Edit1

#### Principe de fonctionnement

- Touche\$=INKEY\$:retourne un caractère (tapé sur le clavier) .
- ASC(touche\$)=retourne le code ASCII de touche\$ .
- CHR\$(ASC(touche\$))=touche\$ .
- Scrutation du clavier:

DO

LOOP UNTIL INSTAT

-Tester si la touche tapée est une touche de commande ou une touche alphanumérique .

Si ASC(touche\$) > 31 alors touche\$ est une touche alphanumérique : imprimer touche\$ .

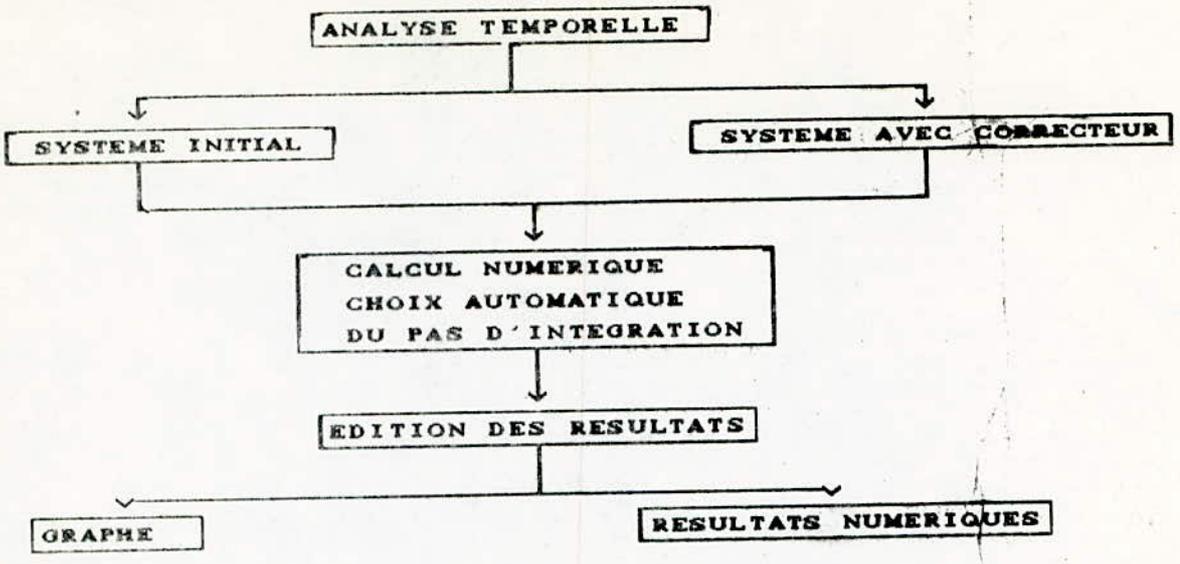
Sinon :touche\$ est une touche de commande : exécuter la commande (appel du sous programme Edit1 qui permet de tester la commande à exécuter ) .

Le déplacement du curseur est réalisé par l'instruction :

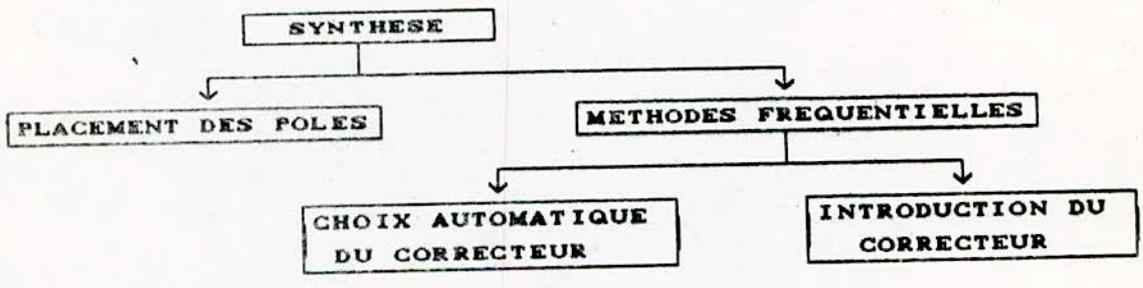
LOCATE Y,X: 1 < X < 24 1 < Y < 80

#### \* ) SAUVT.

Les données sont écrites dans un ordre bien défini .Cela nous permet de déterminer la position exacte de chaque donnée sur l'écran (N° de ligne et début de colonne et fin de colonne) .



BLOC 4



BLOC 5

- SCREEN (X,Y): retourne le code ASCII d'un caractère C\$ ayant pour coordonnées X et Y .

CHR\$(SCREEN(X,Y)): retourne le caractère cherché.

Les données sont donc saisies sous-forme d'une chaîne de caractères.

VAL\$(C\$)= donne la valeur numérique correspondante à C\$.

Ainsi toutes les données sont sauvegardées en mémoire .

Remarque :

Les procédures EDITEX et SAUVT sont aussi utilisées dans le utilitaire , pour la conversation (homme-machine) .

2.3.2 Calcul numérique

Cette partie est constituée de quatre procédures principales de calculs :

1-L'analyse fréquentielle .

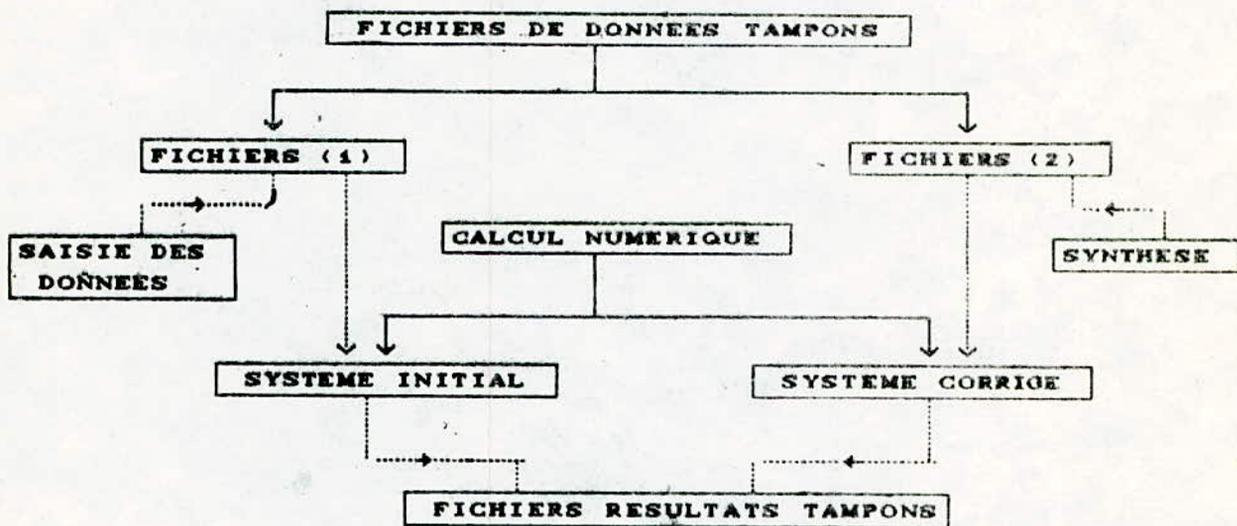
2-L'analyse temporelle .

3-Determination du retour d'état .

4-Determination du correcteur ,et calcul des coefficients du système corrigé .

Ces procédures sont élaborées sous formes de programmes exécutables ,qui communiquent avec la saisie des données ,et l'édition des résultats numériques et graphique ,et aussi entre -elles ,par des fichiers de données tampons (par exemple les procédures 4 et 1 ) . (voir Fig.2)

L'enchaînement des calculs se fait automatiquement .



TRANSMISSION DES DONNEES PAR FICHIERS TAMPONS

fig-2

2.3.3 Edition des resultats

a) Edition numérique:(sur écran ou sur imprimante)

Tous les resultats numériques sont donnés sous forme de tableaux avec plusieurs pages . L'utilisateur peut feuilleter ces pages en avant ou en arriere.

b) Edition graphique

En général les graphes sont plus riches en informations que les resultats numeriques , et sont plus faciles à retenir . Ces resultats sont destinés à des automaticiens ,ils doivent en tirer le maximum d'informations

\* ) Caractéristiques de la structure graphique

- Portable : Independante des cartes graphiques disponibles sur la machine .
- Utilisation avec le maximum d'interractivités .
- Bonne gestion de l'écran (multiaxes,multicourbes,choix automatique des axes,légendes,titres,).
- Zoom: Agrandissement des courbes.

\* ) Etude de la structure graphique

Langage utilisé: Turbobasic

La procédure graphique se déroule en quatre parties :

- Choix de l'origine et des axes
- Tracé de la courbe
- Tracé des axes et des graduations
- Légende

- Le choix de l'origine et des axes depend des valeurs maximales et minimales des abscisses X et des coordonnées Y.  $X_{max}$  , $X_{min}$ , $Y_{max}$ , $Y_{min}$  .

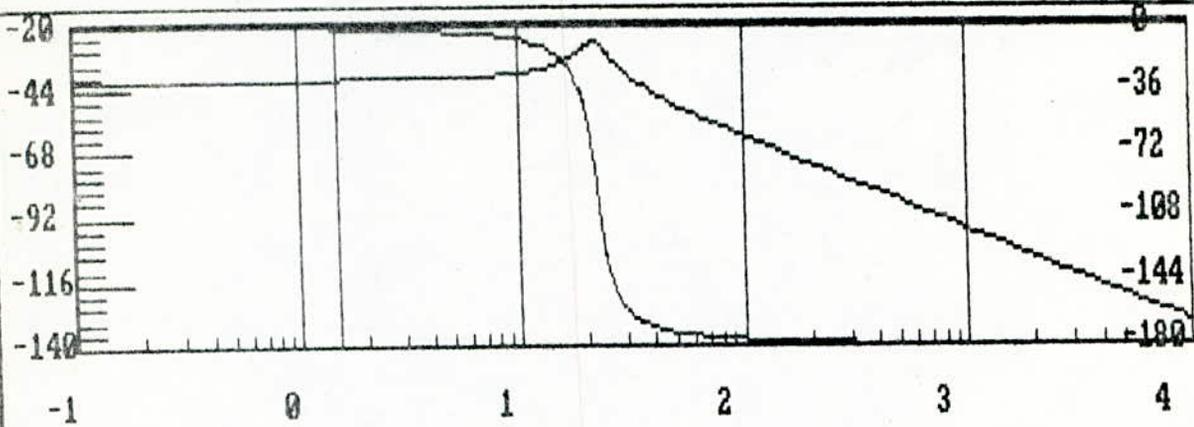
- La dimension des fenêtres est réglable ,et ne depend pas de la résolution de l'écran .



Diagramme De Bode

Gain(dB)=F(Freq(Hz))

Phase(°)=F(Freq(Hz))

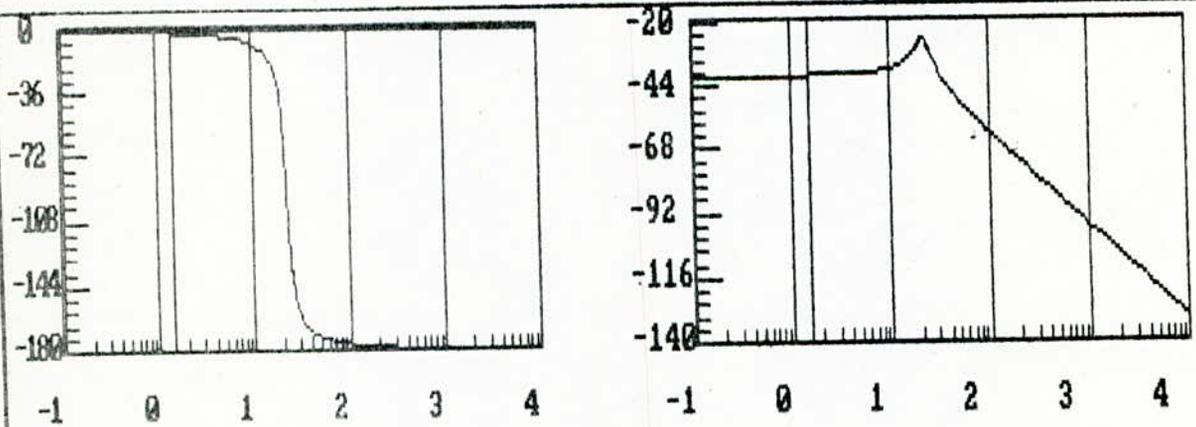


1 Q(Rd) 2 G(Db) 3 (G ET Q)(2) 4 (G ET Q)(1) 7 ZOOM ESC:QUIT

Diagramme De Bode

Phase(°)=F(Freq(Hz))

Gain(dB)=F(Freq(Hz))



1 Q(Rd) 2 G(Db) 3 (G ET Q)(2) 4 (G ET Q)(1) 7 ZOOM ESC:QUIT

## CHAPITRE III

Développement de l'aspect automatique du logiciel

3.1 Analyse fréquentielle :

3.1.1 Introduction:

Nous allons examiner un programme qui permet de résoudre un certain nombre de problèmes liés à la fonction de transfert . Nous faisons, ensuite, une description détaillée des procédures de calcul que nous avons élaborées. Le programme traite les méthodes d'analyse fréquentielles suivantes :

- a)- Lieux de transfert .
  - lieu de BODE
  - lieu de NYQUIST
  - lieu de BLACK
- b) technique des pôles et des zéros .

Concernant l'étude de ces méthodes du point de vue automatique le lecteur peut consulter (Ref 3) .

3.1.2 Description des procédures de calculs :

$$H(p) = K * \frac{N(p)}{D(p)}$$

$$N(p) = \sum_{l=0}^n a_l \cdot p^l$$

$$D(p) = \sum_{l=0}^m b_l \cdot p^l \quad \text{avec} \quad n \leq m$$

Notations utilisées :

- N : ordre du numérateur
- M : ordre du dénominateur
- K : gain
- $\omega_i$  : Fréquence [hz]
- $G_i$  : Gain correspondant a la Fréquence  $\omega_i$
- $Q_i$  : Phase correspondant a la fréquence  $\omega_i$
- $i=1, \dots, NB$
- REL<sub>j</sub> : Partie réelle de H(p)
- IMG<sub>j</sub> : partie imaginaire de H(p)
- $j=1, \dots, NBO$

$$NBO < NB$$

UP+j.VP :Pôle de H(p)

UZ+j.VZ :Zéro de H(p)

AF+j.VF :Pôle de  $1/(K.N(p) + D(p))$

#### a) Procédure PROOT

Cette procédure (Ref. 4) permet de décomposer un polynôme  $S(p)$  en un produit de facteurs  $P(p)$

$$S(p) = \sum_{l=0}^n a_l \cdot p^l$$

$$P(p) = a_n \cdot \prod_{l=1}^n (p - p_l) \quad \text{avec } p_l = U_l + j \cdot V_l$$

$p_l$  : racines du polynôme  $S(p)$

#### b) Procédure GAIN

Cette procédure calcule le gain  $G_i$  en fonction de la fréquence,  $\omega_i$ . Nous allons présenter deux méthodes de calculs que l'on comparera par la suite.

##### Méthode N°1

Cette méthode consiste à déterminer les pôles et les zéros de la fonction de transfert  $H(p)$  (la décomposition du numérateur et du dénominateur est assurée par la procédure PROOT).

La fonction de transfert s'écrit alors :

$$H(p) = \left( K \cdot \frac{a_n}{b_m} \right) \cdot \prod_{l=1}^n (p - z_l) / \prod_{l=1}^m (p - p_l)$$

Le gain  $G_j$  s'obtient comme suit :

$$G = 20 \cdot \text{LOG}_{10} (|H(p)|)$$

En exploitant la propriété suivante du logarithme :

$$\text{LOG} \prod_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n \text{LOG } x_i$$

Nous obtenons :

$$GS = 20 \cdot \text{LOG} \left[ K \cdot \frac{a_n}{b_n} \right]$$

$$WZ_j = \sqrt{(W_l - VZ_j^2) + UZ_j^2}$$

$$WP_j = \sqrt{(W_l - VP_j)^2 + UP_j^2}$$

$$G_l = GS + 20 \sum_{j=1}^n \text{LOG}(WZ_j) - 20 \sum_{j=1}^m \text{LOG}(WP_j)$$

### Methode N°2

Cette méthode consiste à calculer la partie réelle et la partie imaginaire en fonction de  $W_l$ . Nous obtenons directement la valeur du gain  $G_l$  par :

$$G_l = GS + 20 \cdot \text{LOG} \sqrt{\text{REL}_l^2 + \text{IMG}_l^2}$$

Montrons maintenant comment déterminer la partie réelle REL et la partie imaginaire IMG :

$$H(jW) = \text{REL} + j \cdot \text{IMG}$$

$$N(jW) = \text{NR} + j \cdot \text{NI} \quad ; \quad D(jW) = \text{DR} + j \cdot \text{DI}$$

$$\text{REL} = (\text{NR} \cdot \text{DR} + \text{NI} \cdot \text{DI}) / (\text{DR}^2 + \text{DI}^2)$$

$$\text{IMG} = (\text{NR} \cdot \text{NI} - \text{NR} \cdot \text{DI}) / (\text{DR}^2 + \text{DI}^2)$$

$$\text{NR} = \sum_{l=0}^n (-1)^{l/2} \cdot a_l \cdot W^l$$

$$\text{DR} = \sum_{l=0}^n (-1)^{l/2} \cdot a_{l+1} \cdot W^{l+1}$$

$$\text{NI} = \sum_{l=0}^m (-1)^{l/2} \cdot b_l \cdot W^l$$

$$\text{DI} = \sum_{l=0}^m (-1)^{l/2} \cdot b_{l+1} \cdot W^{l+1}$$

$i$  est un nombre pair .

### Comparaison

Le micro-ordinateur exécute normalement les calculs tant que ceux-ci ne dépassent pas sa capacité. Nous devons donc nous assurer que tous les calculs respectent cette condition.

En général les systèmes réels évoluent dans une bande de fréquence de  $[1E-15 \quad 1E+15]$  (en Hz) . Dans cette plage de fréquences , le gain  $G$  prend des valeurs largement acceptées par la machine . Verifions qu'il en est de même pour les calculs intermédiaires . Nous allons voir qu'ils dépendent des opérations effectuées et surtout de l'ordre dans lequel elles sont exécutées.

Pour la methode N°1 les operations effectuées sont :

$$G_i = \sum \text{LOG } x_i^i$$

verifions les calculs intermediaires :

$$10^{-15} < x_i^i < 10^{15}$$

$$-15 < \text{LOG } x_i^i < 15$$

$$-15.N < \text{LOG } X_i < 15.N$$

Comme  $15.N < 10^{98}$ , alors il n'y aura pas de depassement de capacités .

Pour la methode N°2 , les memes operations seront effectuées :

$$G_i = \text{LOG } \sum x_i^i$$

Calculs intermediaires :

$$10^{-15} < x_i^i < 10^{15}$$

$$10^{-15i} < x_i^i < 10^{15i} \quad i = 1, \dots, N$$

$$\text{et } i \geq 2 \text{ alors } x_i^i < 10^{45} \text{ (Nbre trop grand } \rightarrow 10^{98}$$

La condition n'est pas verifiée , nous avons un depassement de capacité . tous les autres calculs qui s'ensuivent seront érronés .

Il est clair qu'il faut choisir la methode N°1 .

### c) Procédure PHASE

Cette procédure calcule la phase  $Q_i$  en fonction de la fréquence  $W_i$ .

Méthode:

- déterminer les pôles et les zéros de  $H(p)$ , (voir 3.2.1)

$$- QS = K \cdot a_n / b_n$$

$$- i = 1, \dots, NB$$

$$QN_k = \text{Arg} [(W_i - VZ_k)^j + (-UZ_k)]$$

$$QD_k = \text{Arg} [(W_i - VP_k)^j + (-UP_k)]$$

$$Q_i = \text{Arg}(QS) + \sum_{k=1}^n QN_k + \sum_{k=1}^m QD_k$$

Les langages scientifiques utilisés en informatique sont munis d'une bibliothèque de fonctions mathématiques standards (log, tg, sin, cos, arctg, ...).

La fonction arctg permet de calculer

l'argument d'un complexe compris entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$  . or l'argument d'un complexe peut varier entre  $-\pi$  et  $\pi$  de la manière suivante:

CADRAN 1 PARTIE IMG > 0 PARTIE REL < 0	CADRAN 2 PARTIE REL > 0 PARTIE REL > 0
PARTIE IMG < 0 PARTIE REL < 0	PARTIE REL > 0 PARTIE IMG < 0
CADRAN 3	CADRAN 4

Lorsque la phase  $Q$  varie dans les cadrans 1 et 3 la machine retourne des valeurs éronnées. Nous devons introduire une procédure de "correction" pour palier à ce problème .

Soit à déterminer  $\text{Arg}(W_i - V_k) + (-U_i)$

$i=1, \dots, NB$

$V_k + J U_k$  : pôle ou zéro de la fonction de transfert

$$R_k = -U_i \quad I_k = W_i - V_k$$

Cadran 1  $Q_i = \text{Arctg}(I_k / R_k) + \pi$

Cadran 2-3  $Q_i = \text{Arctg}(I_k / R_k)$

Cadran 4  $Q_i = \text{Arctg}(I_k / R_k) - \pi$

d) procédure test :

- Tester le signe de  $R_k$

Nombre de tests =  $N + M$

a- Si  $R_k > 0$  alors cadran 2-3

b- Si  $R_k < 0$  alors cadran 1 OU cadran 4

= Tester : cadran 1 ou cadran 4 revient à tester le signe

de  $I_k$ .

$I_k = F(W_i, V_k)$  . donc le nombre de tests maximal est égal à :  
(N+M).NB

Pour optimiser le temps de calcul nous allons réduire les tests en passant des cadrans 1-4 aux cadrans 2-3 .Ainsi nous passons de (N+M).NB tests à (N+M) tests .

$W_i > 0$  (la fréquence est toujours positive)

$$\text{Arg}(QS) + \text{Arg}[(W_i - V_k).j + (-U_k)] = \text{Arg}[-(W_i - V_k) + (U_k)] + \text{Arg}(-QS)$$

$R_k = U_k > 0$  alors cadrans 2-3

Remarque :

Lorsque  $V_k$  est différent de zéro nous sommes en présence d'une paire de pôles conjuguées ( $U_k = U_{k+1}$  et  $V_k = -V_{k+1}$ ).

c- Si  $R_k = 0$  .

Nous ferons une approximation en prenant  $R_k = 10^{15}$

$R_k > 0$  alors cadran 2-3

e) Procédure Afix :

Cette procédure calcule la partie réelle et la partie imaginaire de la fonction de transfert  $H(p)$  en fonction de la phase et du gain .

debut:

i=0 ;j=0

Incr i

$$I = [(G_i / z_0) + \text{Log}(|\sin Q_i|)]$$

$$R = [(G_i / z_0) + \text{Log}(|\sin Q_i|)]$$

Si  $I < 38$  ET  $R < 38$  alors

$$\text{Re} I_j = \text{sgn}(\cos Q_i) \cdot 10^R$$

$$\text{Im} I_j = \text{sgn}(\sin Q_i) \cdot 10^I$$

Sinon : { si  $i \leq \text{NB}$  aller à debut  
sinon fin

Remarque:

Cette procédure prévoit l'ordre de grandeur des résultats finaux ; s'ils sont très grands (dépassement de capacité) alors ces calculs ne seront pas effectués .

f) Procédure Pas

Le fait qui domine l'étude des reponses en frequence de la plupart des systemes, est l'existence d'une resonance c.à.d, la presence d'un maximum de l'amplitude pour une certaine frequence  $\omega_R$ .

On observe au voisinage de  $\omega_R$  une brusque chute de la phase. A toute paire de poles conjuges  $(U_i + j.V_i)$  et  $(U_i - j.V_i)$  tel que  $|V_i| > |U_i|$  correspond une frequence de resonance:

$$\omega_R = \sqrt{U_i^2 + V_i^2}$$

Pour un systeme sans resonance nous observons une variation de la phase assers lente au voisinage de :

$$\omega_c = \sqrt{U_i^2 - V_i^2}$$

Nous allons decrire une methode pour deteminer les differentes bandes de frequences ou le systeme evolue .

Methode

- 1- determiner l'intervalle I ou le systeme evolue,
- 2- determiner les voisinages de  $\omega_c$  et  $\omega_R$ ,
- 3- calculer le pas de variation de la frequence dans chaque bande de frequence,
- 4- calculer les frequences  $\omega_i$ ,

$$1) - I = \left[ \begin{matrix} \omega_{min} & \omega_{max} \end{matrix} \right]$$

Soit:  $ZP_i = \sqrt{U_i^2 - V_i^2}$

$$\begin{matrix} i=1, \dots, N & U_i = UZ_i & V_i = VZ_i \\ i=N+1, \dots, N+M & U_i = UP_i & V_i = VP_i \end{matrix}$$

A partir du vecteur ZP construisons un nouveau vecteur ZP

tel que:

$$\begin{cases} ZP_i \neq ZP_j & \forall i \neq j \\ ZP_i \neq 0 & \forall i \end{cases}$$

$$W_{\min} = ZP / 10$$

$$W_{\max} = ZP \cdot 10$$

Remarque:

Les  $ZP_i$  ne sont autre que les frequences de resonance et frequences de coupure .

2)- Divison l'intervalle I en sous-intervalles I tel qu'on ait deux types de sous-intervalles :

\*Intervalles du type 1:(voir fig-3 - partie hachuree)

caracteristiques

- une brusque chute de la phase
- presence d'un maximum de l'amplitude

\*Intervalles du type 2:(voir fig. partie non hachuree)

caracteristiques

- la phase est constante :  $dQ/dW = 0$
- la variation du gain est constante :  $d^2G/dW^2 = 0$

Remarque):

Les valeurs du gain et de la phase dans les intervalles (2) se deduisent de celles calculees dans les intervalles (2).

Calcul des bornes des intervalles (1) [voir fig-4

$$I = \{ W_{\min} \quad W_{\max} \}$$

Voir fig.7 .

$$E = ZP_{i-1} \cdot W_{\max} \quad UV = | U_{i-1} / 50 \cdot V_{i-1} |$$

$$B = \sqrt{UV} \cdot | ZP_{i-1} |$$

$$\text{Si } E > B \text{ alors } W_{\min_{i-1}} = ZP_{i-1} + B$$

$$\text{Sinon } W_{\min_{i-1}} = ZP_{i-1} + .98 \cdot E \cdot ZP_{i-1}$$

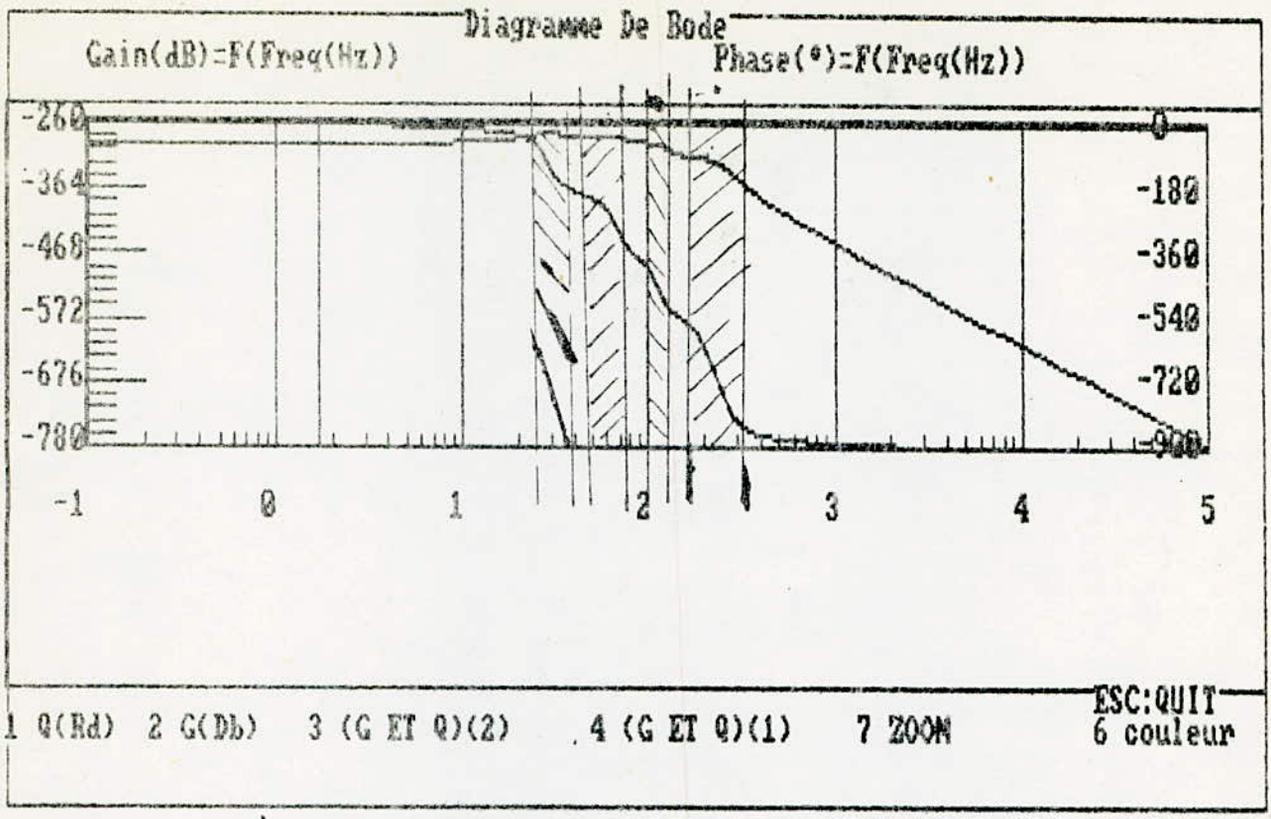


fig-3

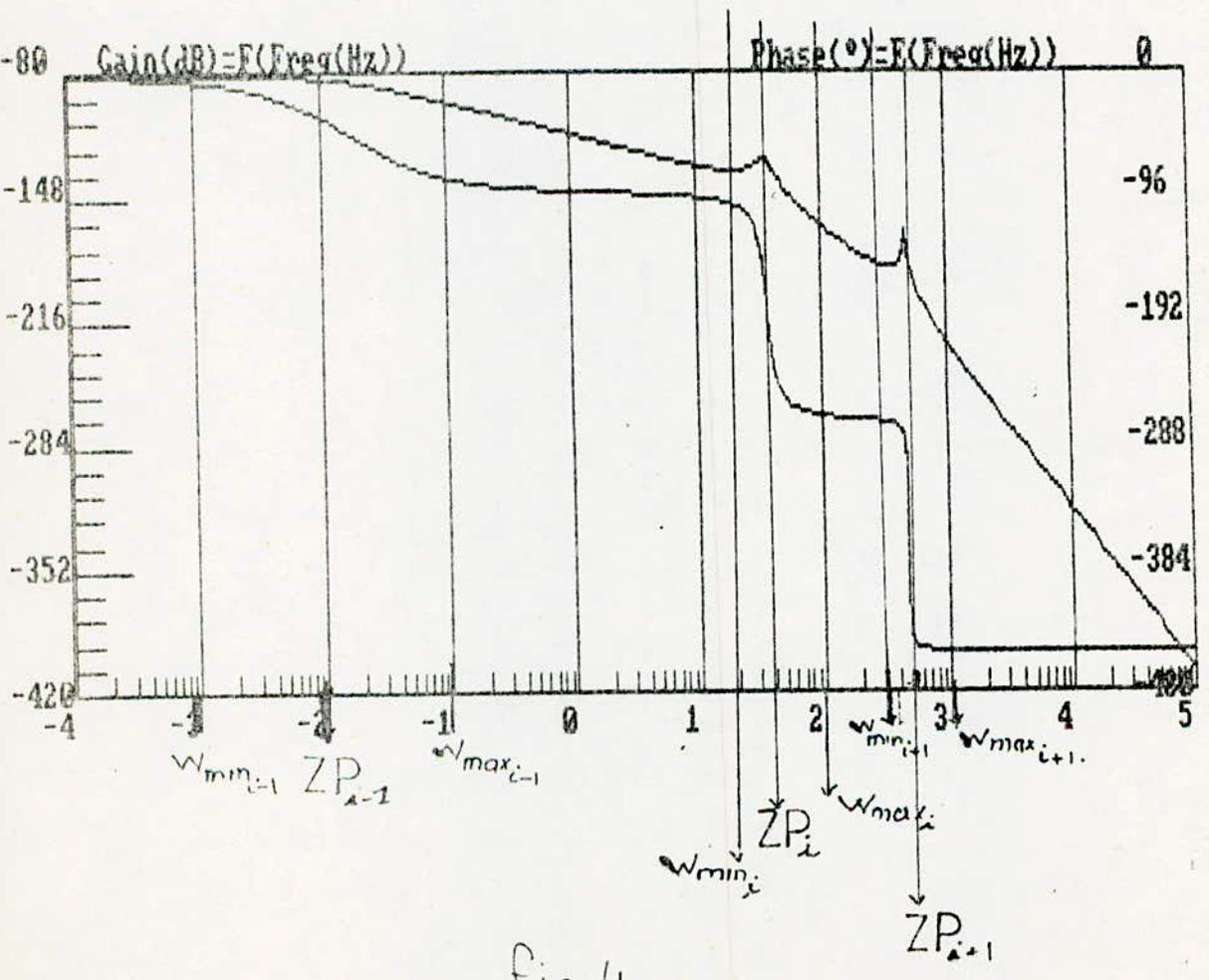


fig-4

$$E = ZP_{i+1} - ZP_i \quad UV = |U_i / 50 \cdot V_i|$$

$$B = \sqrt{UV} \cdot |ZP_i|$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{Si } E > B \text{ alors } W_{\text{MAX}_i} = ZP_i + B \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \text{Sinon} \quad W_{\text{MAX}_i} = ZP_i + .9 \cdot |ZP_i| \cdot E \end{array} \right.$$

3)- Dans chaque intervalle  $I_i$  nous déterminons le pas de variation de la fréquence  $\text{Pas}_i$ . Celui-ci dépend de l'écart :

$$NE = Q_{\text{max}_i} - Q_{\text{min}_i}$$

$$NB_i = NQ \cdot NE + 20 \cdot \text{LOG} |W_{\text{max}_i} - W_{\text{min}_i}|$$

$NQ$  = Nombre de points pour une variation de 1 Rd

$ND$  = Nombre de points pour une variation de 1 decade

$NQ$  et  $ND$  dépendent de  $NE$  et de la résolution de l'écran utilisé. Nous donnerons une valeur approximative qui va assurer de bons résultats :

$$NQ = 30$$

$$ND = 5$$

$$i = 1, \dots, (2 \cdot NSM + 1)$$

$$\text{Pas}_i = (W_{\text{max}_i} - W_{\text{min}_i}) / NB_i$$

4)- Calcul des fréquences  $W$

$$j = NB_{i-1} + 1, \dots, NB_i$$

$$T_j = T_{j-1} + \text{Pas}_i$$

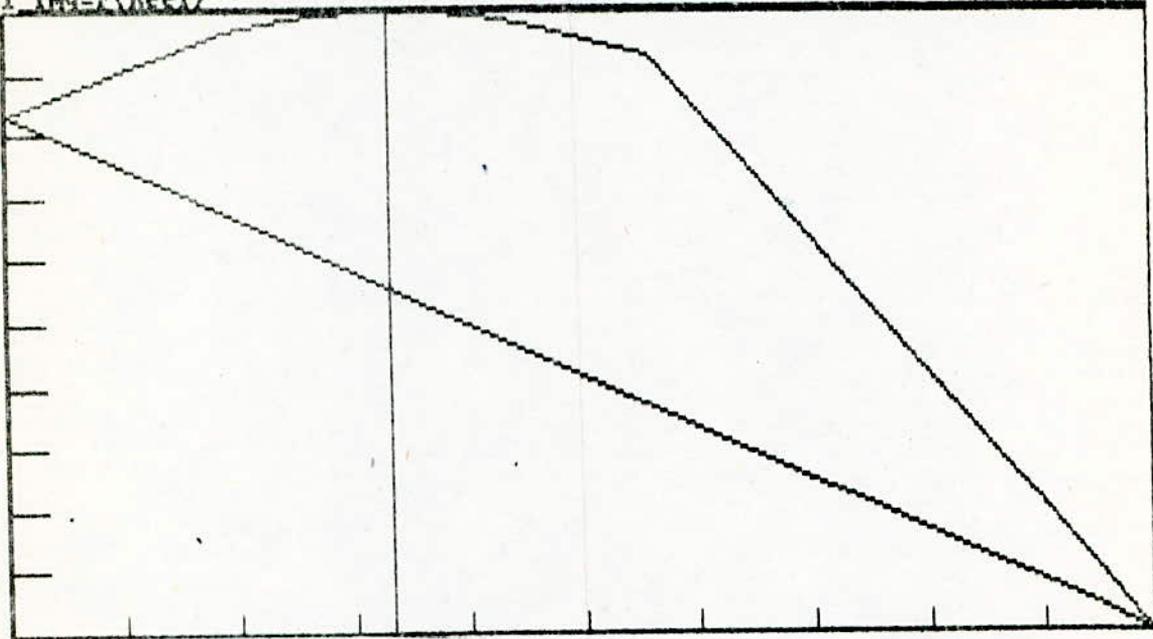
$$W_j = 10^{T_j}$$

Exemple d'application :

Diagramme de Nyquist

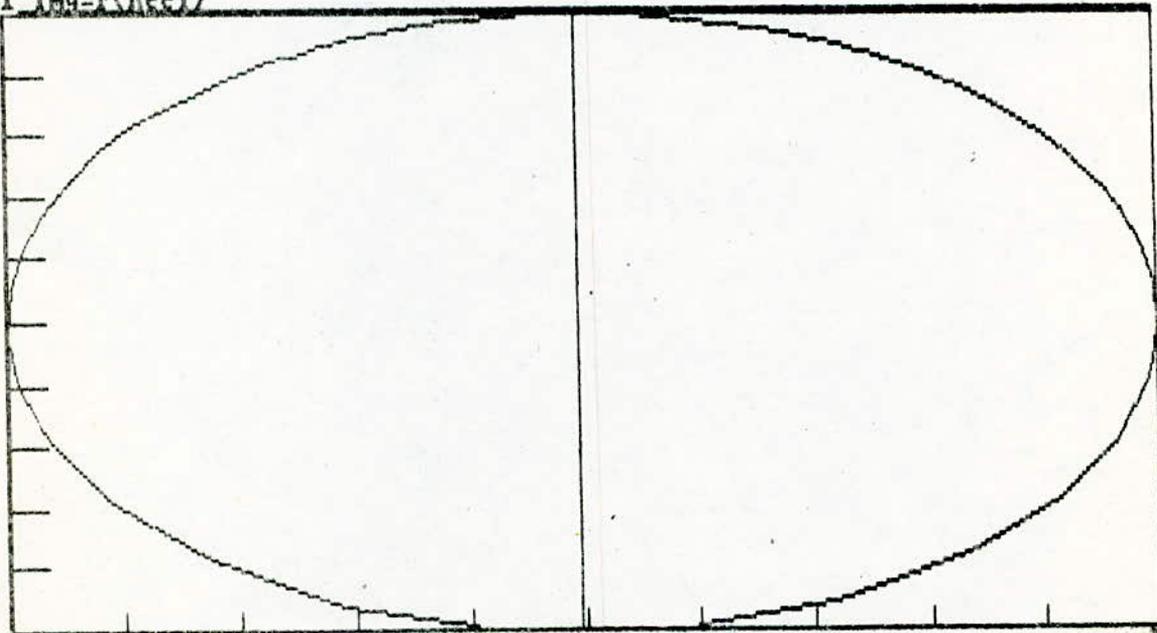
Courbe sans procedure "PAS" :

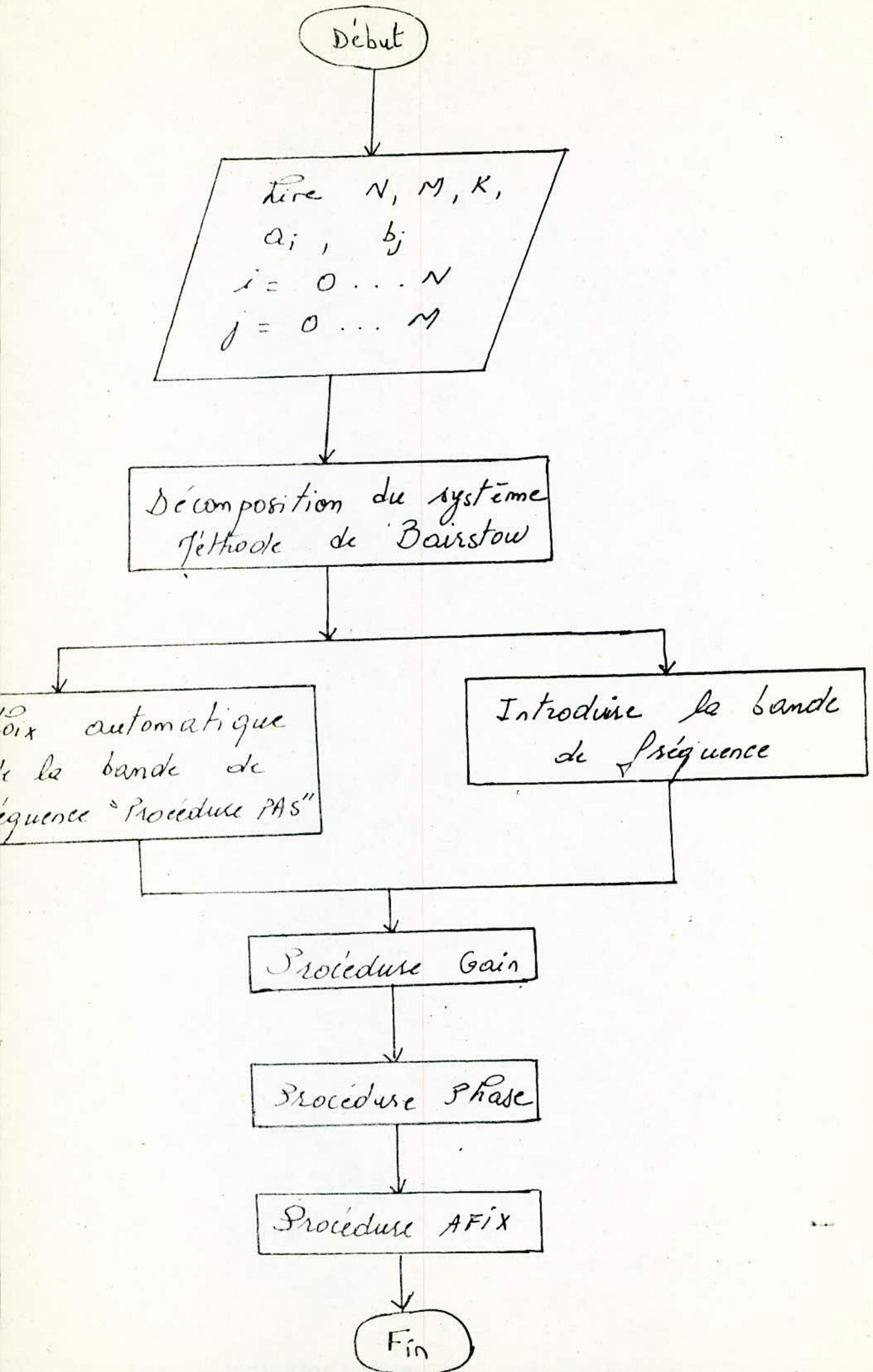
FORM1  $\text{Im}g=F(\text{Re}e)$



Courbe avec procedure "PAS" :

FORM1  $\text{Im}g=F(\text{Re}e)$





### 3.2 Simulation temporelle :

Dans notre cas , la simulation consiste en le tracé de la reponse temporelle  $y(t)$  du systeme lorsqu'il est soumis à une entrée de type echelon unitaire .

Pour obtenir cette reponse, il est necessaire de passer par 3 procedures essentielles qui sont :

#### 3-2-1 Passage de la fonction de transfert à la representation d'état:

Ce passage est necessaire, et ceci ,est dû au fait que l'algorithme utilisé (methode de Crank-Nicholson) traite des equations de la forme :

$$X = A * X + B * U \quad \text{ou}$$

X :est le vecteur d'état

U :est le vecteur entrée

A et B :Sont des matrices ,à coefficients constants , représentant le systeme .

A une fonction de transfert donnée peuvent être associées 2 formes compagnes particulieres ,l'une est dite forme compagne commandable ,et l'autre ,forme compagne observable (Ref 5).

Il est à noter que pour les fonctions de transfert presentant un retard pur ,le passage de la fonction de transfert à la representation d'état ne peut avoir lieu .De ce fait ,en utilisant l'approximation de padé d'ordre un on aura :

$$e^{-p * T} \approx \frac{1}{1 + p * T}$$

Soit la fonction de transfert suivante :

$$F(p) = \frac{a_0 + a_1 * p + a_2 * p^2 + a_3 * p^3 + \dots}{b_0 + b_1 * p + b_2 * p^2 + b_3 * p^3 + b_4 * p^4 + \dots}$$

Il existe 2 formes compagnes associées à cette F.T :

a) forme commandable :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -b_0 & b_1 & \dots & b_{n-2} & b_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -a_0 & a_1 & \dots & a_{n-2} & a_{n-1} \end{bmatrix}$$

b) forme observable :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & b_0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & b_{n-2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & b_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ a_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

3-2-2- Resolution de  $X = A * X + B * U$  :

La methode de Crank-Nicholson (Ref 6) est une technique utilisée pour la simulation des systemes de 1<sup>er</sup> ordre lineaire ,dont les coefficients sont invariants dans le temps . La methode est stable et donne des solutions correctes pour n'importe quel pas d'integration h, pour des entrées polynomiales . L'erreur de troncature est d'ordre (h<sup>5</sup>). Elle est recommandée pour des systemes d'ordre élevé . L'équation se presente comme suit :

$$X = A * X + B * U \quad ; \quad X(0) = X_0 \tag{1}$$

Si  $X_t$  est la solution de (1) à l'instant t .  
 $U_t$  est la valeur de l'entree à l'instant t .  
 h est le pas d'integration .

Le developpement en serie de Taylor donne pour  $X_{t+h}$  :

$$X_{t+h} = X_t + h * X'_t + \frac{h^2}{2} * X''_t + \frac{h^3}{6} * X'''_t + \frac{h^4}{24} * X^{(4)}_t \dots \tag{2}$$

et pour  $x_t$  à partir de  $x_{t+h}$  , avec le pas (-h)

$$X_t = X_{t+h} - h * X_t + h^2 / 2 * X_t - h^3 / 6 * X_t + h^4 / 24 * X_t \dots \quad (3)$$

En retranchant (3) de (2), on obtient :

$$\begin{aligned} X_{t+h} - X_t &= h/2 * (A * x_t + B * u_t) + h/2 * (A * x_{t+h} + B * u_{t+h}) + h^2/4 * (A^2 * x_t + \\ & A * B * u_t + B * u_t) - h^2/4 * (A^2 * x_{t+h} + A * B * u_{t+h} + B * u_{t+h}) + h^3/12 * \\ & (A^3 * x_t + A^2 * B * u_t + A * B * u_t + B * u_t) + h^3/12 * (A^3 * x_{t+h} + A^2 * B * u_{t+h} + \\ & A * B * u_{t+h} + B * u_{t+h}) + h^4/48 * (A^4 * x_t + A^3 * B * u_t + A^2 * B * u_t + A * B * u_t \\ & + B * u_t) - h^4/48 * (A^4 * x_{t+h} + A^3 * B * u_{t+h} + A^2 * B * u_{t+h} + A * B * u_{t+h} \\ & + B * u_{t+h}) \end{aligned}$$

Finalement, on obtient :

$$\begin{aligned} X_{t+h} &= (I - h/2 * A + h^2/4 * A^2 - h^3/12 * A^3 + h^4/48 * A^4) * (I + h/2 * A + h^2/4 * A^2 + h^3/12 * A^3 \\ & + h^4/48 * A^4) * X_t + (I - h/2 * A + h^2/4 * A^2 - h^3/12 * A^3 + h^4/48 * A^4)^{-1} * \left\{ (I + \right. \\ & h/2 * A + h^2/6 * A^2 + h^3/24 * A^3) * h/2 * B * u_t + (I - h/2 * A + h^2/6 * A^2 - h^3/24 * A^3) * \\ & h/2 * B * u_{t+h} + (I + h/3 * A + h^2/12 * A^2) * h^2/4 * B * u_t - (I - h/3 * A + h^2/12 * A^2) * h^2/4 \\ & * B * u_{t+h} + (I + h/4 * A) * h^3/12 * B * u_t - (I - h/4 * A) * h^3/12 * B * u_{t+h} + h^4/48 * B * \\ & \left. u_t - h^4/48 * B * u_{t+h} \right\} \end{aligned}$$

Le terme (h<sup>4</sup>/48) peut être négligé, de plus, si l'entrée est l'échelon unitaire, cette formule peut être simplifiée, et la procédure calculant les dérivées u, u, u est inutile.

On obtient donc :

$$X_{t+h} = (I - h/2 * A + h^2/4 * A^2 - h^3/12 * A^3) * \left\{ (I + h/2 * A + h^2/4 * A^2 + h^3/12 * A^3) * X_t + \right. \\ \left. (I + h^2/6 * A^2) * h * B * u \right\}$$

X<sub>0</sub> étant le vecteur d'état initiale.

NB: Pour les systèmes représentés par une fonction de transfert, X<sub>0</sub> est un vecteur nul (X<sub>0</sub>=0).

3-2-3 - Détermination du pas d'intégration :

Pour calculer le pas d'intégration, on procède comme suit :

- On détermine les pôles du système, c-à-d, les racines du dénominateur de sa fonction de transfert.
- Si  $p_i$  sont les pôles du système, alors le pas  $h$  est donné par la formule suivante :

$$h = \frac{\max_{i=1}^n |p_i|}{2} \quad , n \text{ étant l'ordre du système.}$$

NB: Si  $p_i$  est un pôle complexe, alors on considère son module

$$|p_i| = \sqrt{\operatorname{rel}(p_i)^2 + \operatorname{imag}(p_i)^2}$$

#### 3-2-4 - Calcul de la sortie :

Le vecteur d'état  $X_t$  étant déterminé sur un horizon défini  $[0, T]$ , la sortie  $y_t$  sera calculée par le produit scalaire des vecteurs  $C$  par  $X_t$ .

NB : -Le pas  $h$  étant déterminé automatiquement, l'horizon ne sera donc limité que par le nombre de points à calculer.

### 3-3: Synthèse de correcteur

L'étude des systèmes asservis en automatique a pour but essentiel la réalisation d'un régulateur (ou correcteur) qui permet au système de répondre à certains critères bien définis (Ref 7), notamment:

- la sûreté, et la stabilité (si c'est un moteur il ne doit pas s'emballer).
- la précision, surtout en régime établi.
- un bon amortissement en régime transitoire.
- la rapidité du système pour pouvoir suivre des entrées variant rapidement.

Tout ceci nous conduit à définir certains critères de performances que le système corrigé doit satisfaire, à savoir :

- une marge de phase de  $45^\circ$ .
- une marge de gain comprise entre 0.2 et 0.7.
- la fonction de transfert, en boucle ouverte doit posséder une action intégrale d'ordre un(1) au moins.

Ou en considérant la réponse indicielle, on peut définir d'autres critères, comme :

- le dépassement voulu.
- le temps de réponse du système.
- la valeur de l'amortissement.

A partir de l'analyse du système (fréquentielle ou temporelle), ainsi que de ces exigences, on est conduit à choisir le type de correcteur nécessaire, puis en second lieu, rechercher les meilleures valeurs à donner à l'ensemble de ces paramètres.

On présentera dans cette partie une méthode de calcul (Ref 8) préliminaire de ces paramètres, et ce pour divers type de correcteurs (P, PI, PID, AVANCE DE PHASE). Notons que les valeurs finales à adopter ne seront obtenues qu'après plusieurs itérations. Donc il appartient à l'utilisateur d'ajuster les valeurs calculées.

#### Détermination du correcteur

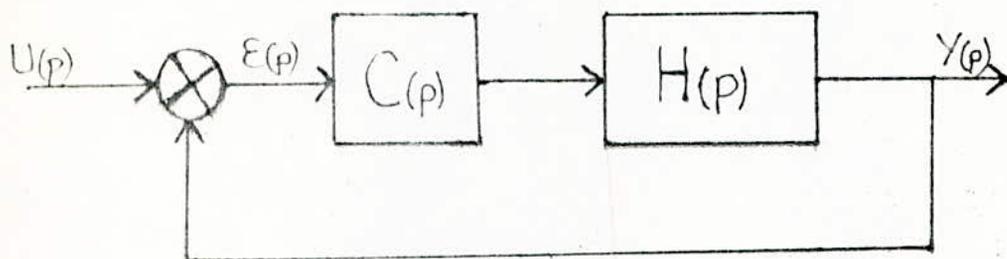
La synthèse du correcteur, en continu, se base essentiellement sur la méthode fréquentielle, les différentes spécifications et propriétés du système sont données par ses performances (marge de

gain, marge de phase, fréquence de résonance, facteur de résonance...).

C'est l'une des plus anciennes méthodes, et c'est la plus utilisée en industrie. Les correcteurs types sont:

- correcteur à action proportionnelle (P).
- correcteur à action proportionnelle intégrale (PI).
- correcteur à action proportionnelle intégrale dérivée (PID).
- correcteur à avance de phase.

Le schéma du système avec correcteur se présente comme suit:



La détermination des paramètres des différents correcteurs peut se faire à partir d'un calcul préliminaire, selon le type du correcteur choisi. Mais la validation nécessite la visualisation de la réponse fréquentielle ou temporelle, et d'étudier les performances réalisées par le système corrigé. Les coefficients des correcteurs peuvent être modifiés directement et ce en vue de l'obtention du système corrigé satisfaisant aux exigences du concepteur.

#### a) Correcteur proportionnel P:

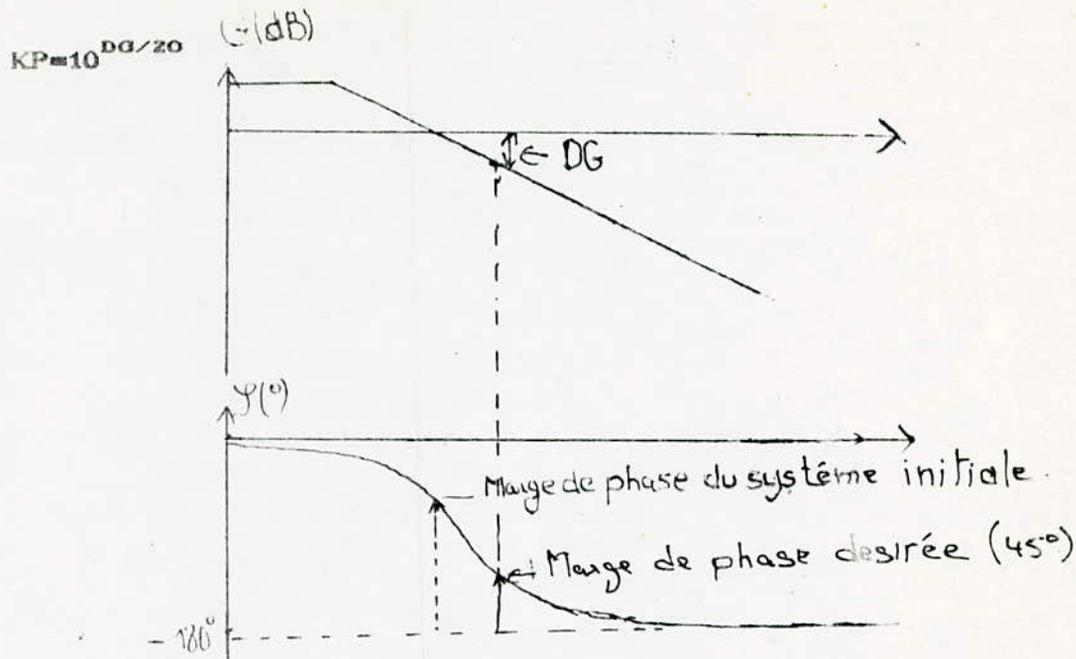
$$C(p) = K$$

Ce correcteur se résume en une action sur le gain  $K$  du système en boucle ouverte. Il améliore la précision statique, et diminue le temps de réponse.

En se référant aux courbes de Bode, le gain optimal  $K_p$  se détermine comme suit:

- On trace les courbes de gain et de phase du système.
- On détermine la marge de phase du système.
- Si celle-ci est supérieure à  $45^\circ$ , on déplace la courbe de gain verticalement, jusqu'à assurer une valeur avoisinant  $45^\circ$  à la marge de phase. Le déplacement  $DG$  ainsi effectué est égale à  $20 \log$

KP, d'où:



b) Correcteur proportionnel - intégrale (PI) :

$$G(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T \cdot p} \right) = \frac{1 + T \cdot p}{(T/K_p) \cdot p}$$

Ce correcteur a pour but d'ajouter un pôle à l'origine (pour annuler les éventuels écarts statiques qui seraient dus aux perturbations), et ce sans augmenter l'ordre du système.

La constante de temps  $T$  sera choisie de sorte à ce qu'elle se simplifie avec la constante dominante du système.

$K_p$  sera choisie de sorte à ce que le système réalise certaines performances, par exemple, augmenter le gain  $K$  du système corrigé (pour améliorer la précision statique), tout en lui assurant une marge de phase de  $45^{\circ}$ .

c) Correcteur proportionnel - intégrale - dérivée (PID) :

$$G(p) = K_p \left( 1 + \frac{1}{T_1 \cdot p} + T_2 \cdot p \right)$$

Ce correcteur a pour effet d'annuler l'écart statique qui serait dû aux éventuelles perturbations (et ce grâce au nouveau pôle introduit à l'origine), et de plus en choisissant convenablement les paramètres du correcteur, on peut réduire l'ordre du système, donc améliorer sa stabilité.

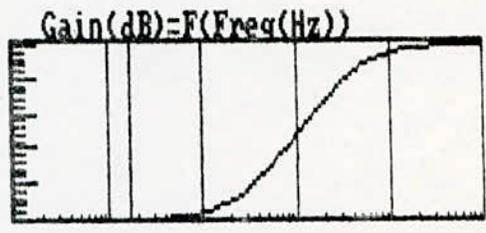
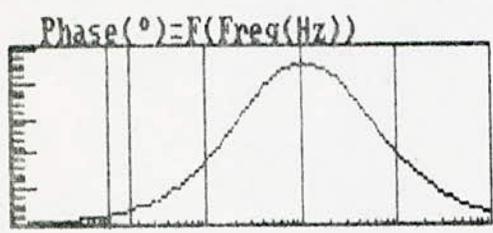
La valeur de  $K_p$  est déterminée comme pour les cas précédents (correcteur P et PI).

d) Correcteur à avance de phase :

Il est aussi appelé "compensateur de phase", et a pour F.T :

$$G(p) = \frac{1 + a \cdot T \cdot p}{1 + T \cdot p} \quad , a > 1$$

Les courbes de Bode de G(p) se présente comme suit :



Comme on le voit (fig. ), ce correcteur a pour effet d'augmenter la phase du système dans une bande de fréquence bien limitée  $\left[ \frac{1}{(a \cdot T)} , \frac{1}{T} \right]$ .

Ce correcteur est ajouté à un système afin de lui assurer une marge de phase de 45°, et ce pour qu'il soit relativement stable.

Les paramètres a et T sont déterminés comme suit :

- On détermine la marge de phase du système initiale.

- On calcule la valeur  $\phi_m$ , à ajouter afin que la marge de phase du système ait une valeur de 45°. ( $\phi_m$  doit être inférieur à 90°)

Cette valeur est en générale majorée de 20% .

$$\phi_d = 1.2 \cdot \phi_m$$

Les paramètres a et T seront calculés par :

$$a = \frac{1 + \sin \phi_d}{1 - \sin \phi_d} \quad , \quad T = \frac{1}{W_c \cdot \sqrt{a}}$$

$W_c$  étant la fréquence pour laquelle le gain ( en dB ) de la F.T du système est nul .

3-4 Détermination du retour d'état :

Lorsqu'un système est commandable, il est possible de trouver une matrice de réaction d'état K permettant de fixer

arbitrairement les pôles du système en boucle fermée.

On sait que le caractère physique et la structure d'un système, n'étant pas conservée dans une représentation d'état (laquelle n'est définie qu'à une transformation près).

Le système étant représenté par une fonction de transfert, nous devons faire un changement de représentation.

Nous obtenons la forme compagne commandable:

$$X = A \cdot X + B \cdot U$$

$$Y = C \cdot X$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & & & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & & & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & & 1 \\ -b_0 & -b_1 & \dots & \dots & \dots & & -b_{n-1} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \dots & \dots & \dots & & a_{n-1} \end{bmatrix}$$

Nous considérons le problème de la régulation par retour d'état, le cas où le retour d'état est  $-Kx$

La réponse en boucle fermée est donc commandée par les équations dynamiques suivantes:

$$X = (A - B \cdot K) \cdot X + B \cdot U \quad ; \quad Y = C \cdot X$$

La nouvelle représentation de cette réponse en boucle fermée du système est donnée par la position des pôles (c'est-à-dire les zéros du déterminant  $(pI - A + B \cdot K)$ ). Le problème est de déterminer la matrice de réaction :

Soit un polynôme donné arbitrairement :

$$R(p) = p^n + r_{n-1} p^{n-1} + \dots + r_1 p + r_0$$

POPOV a prouvé qu'il existe une matrice  $K$  tel que :

$$\text{Det} (pI - A + B \cdot K) = r(p)$$

Détermination de la matrice  $K$  par la méthode de YOUNG (Ref 9)

- Polynôme caractéristique du système en boucle ouverte

$$S(p) = P^n + s_{n-1} \cdot P^{n-1} + \dots + s_1 \cdot p + s_0$$

- Polynôme caractéristique désiré du système en boucle fermée

$$R(p) = P^n + r_{n-1} \cdot P^{n-1} + \dots + r_1 \cdot P + r_0$$

- Calcul de la matrice S :

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ s_{n-1} & 1 & & & & \\ & s_{n-1} & 1 & & & \\ & & & \ddots & & \\ s_1 & & s_{n-1} & & 1 & 0 \\ s_0 & & & s_{n-2} & & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice K est donnée par :

$$K = \begin{bmatrix} b' \\ b' \cdot A' \\ \vdots \\ b' \cdot (A')^{n-1} \end{bmatrix} \cdot S^{-1} \cdot \begin{bmatrix} r_{n-1} - p_{n-1} \\ r_{n-2} - p_{n-2} \\ \vdots \\ r_0 - p_0 \end{bmatrix}$$

Cette méthode peut-être entièrement automatisée grâce à un certain nombre de sous routines de calculs .

CHAPITRE IV

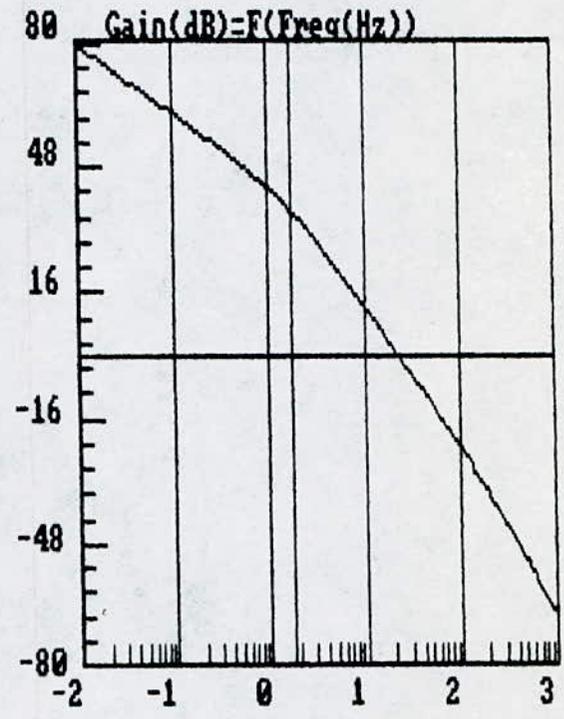
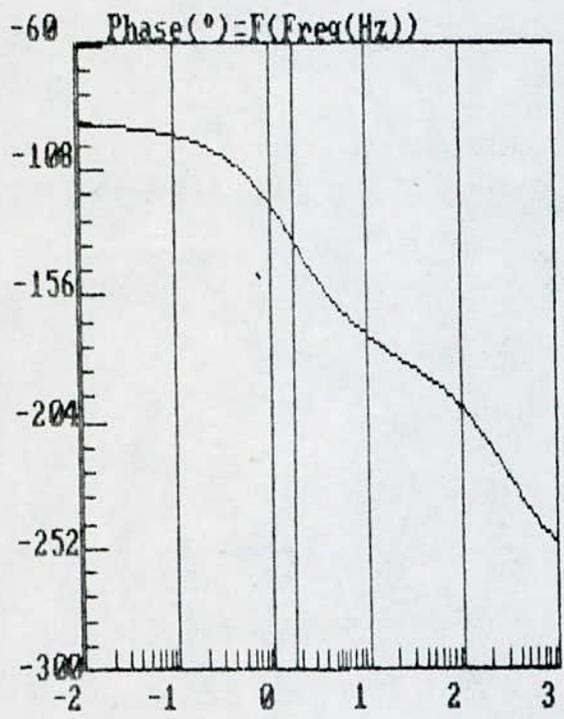
Exemples d'application

4-1 Analyse fréquentielle

Exemple 1

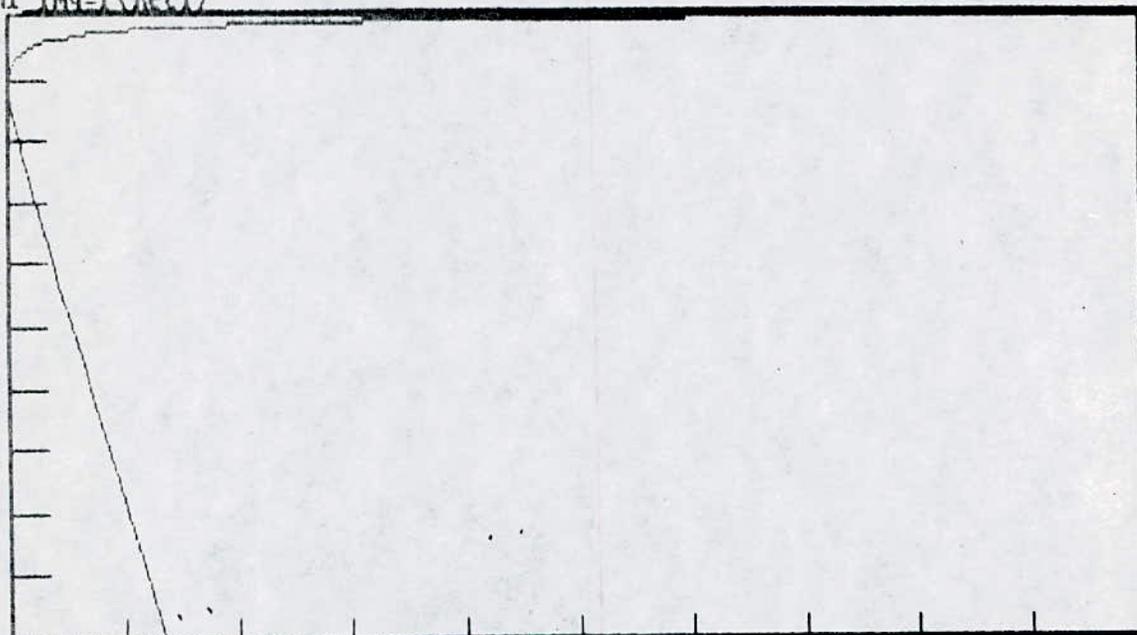
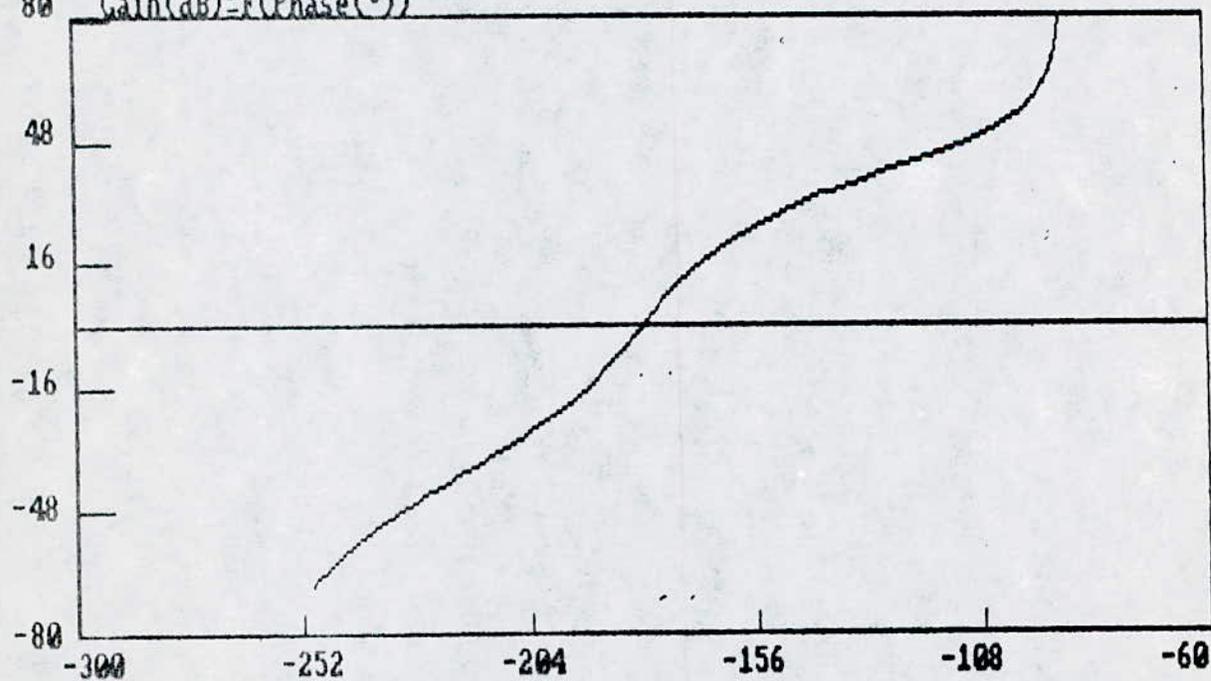
$$H(p) = \frac{100}{P + .1 P^2 + .001 P^3}$$

diagramme de bode



marge de phase = -0.001 le système est donc instable  
 pôles en B.O -100, et -1

pôles en B.F  $-100.99 ; -4.85 \times 10^{-9} + j 9.95$   
 $-4.85 \times 10^{-9} + j -9.95$

diagramme de nyquistFORM1  $\text{Im}G=F(\text{Re}G)$ Diagramme de BLACK80  $\text{Gain(dB)}=F(\text{Phase}(\circ))$ 

Exemple 2

$$H(p) = \frac{\sum_{i=0}^n a_i \cdot p^i}{\sum_{i=0}^m b_i \cdot p^i}$$

$$n = 6 : m = 10$$

$$a_i \quad i=0, \dots, 6:$$

5294276

465856

23754

4620

1165

6

1

$$b_i \quad i= 0, \dots, 10$$

340527253815296

14834851643392

5045318320128

133021696000

17332903936

281226336

19867280

183852

8003

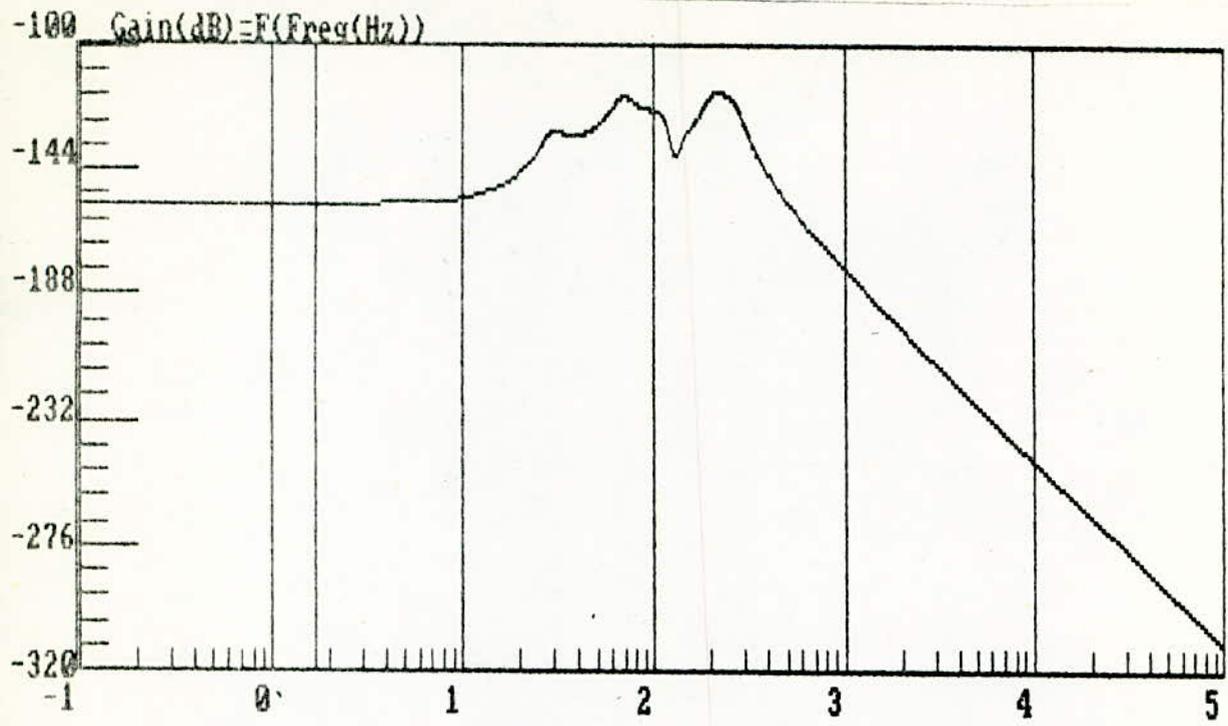
34

1

Nous donnons cette exemple pour illustrer la qualité des courbes fréquentilles et l'apport de la procédure "PAS"

diagramme de bode

courbe de gain



courbe de phase

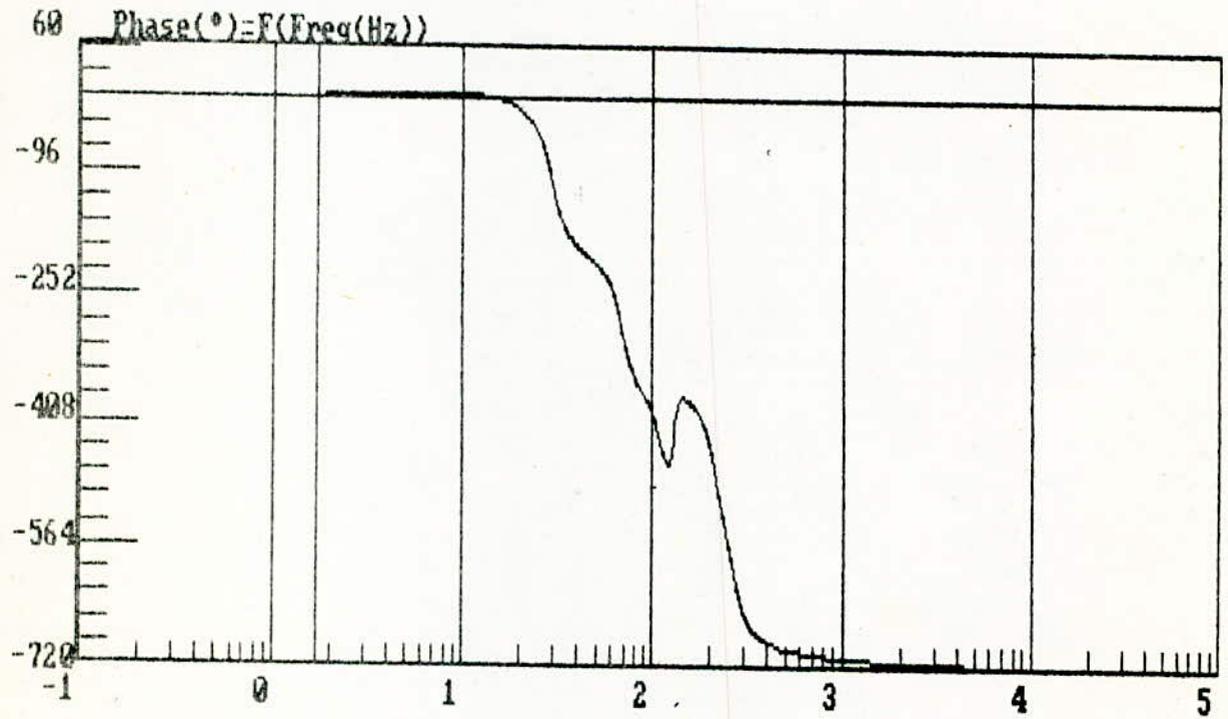


diagramme de nyquist

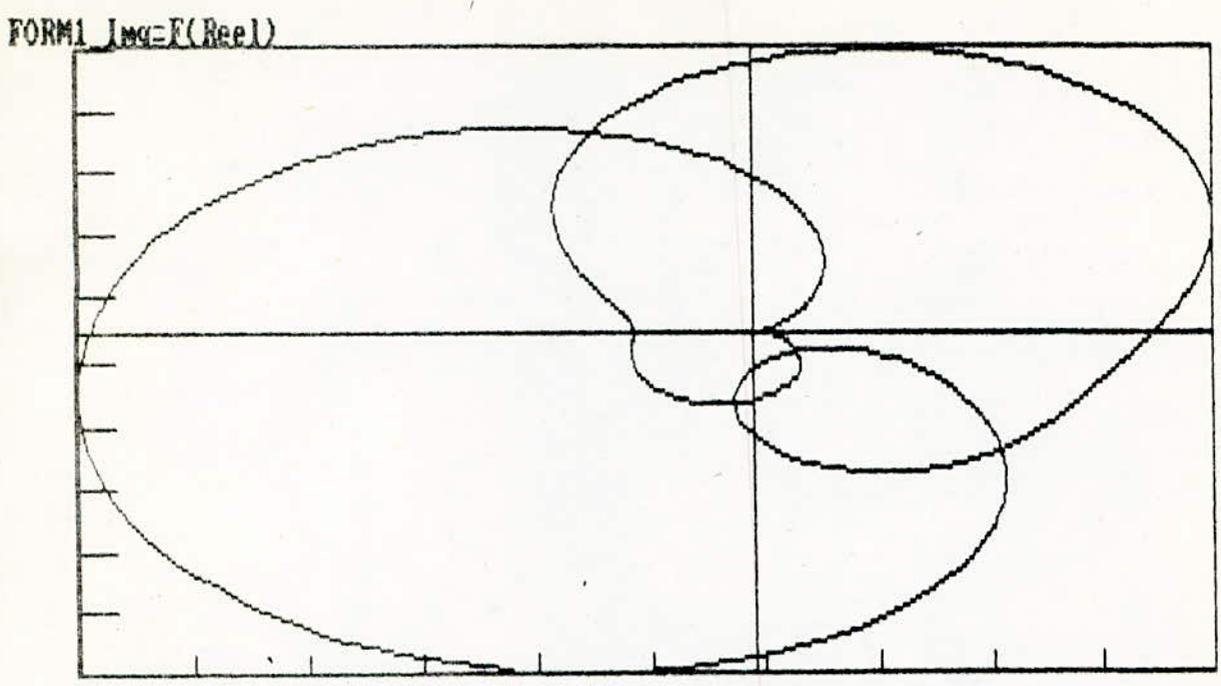
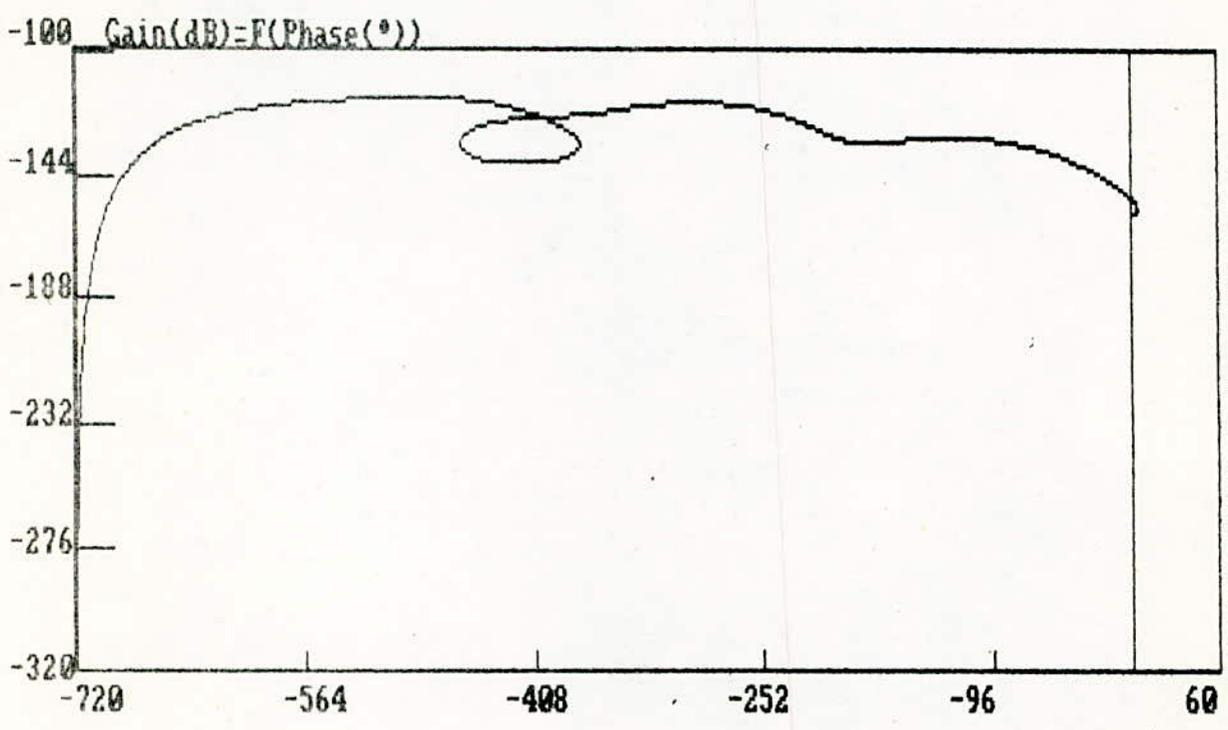


Diagramme de BLACK

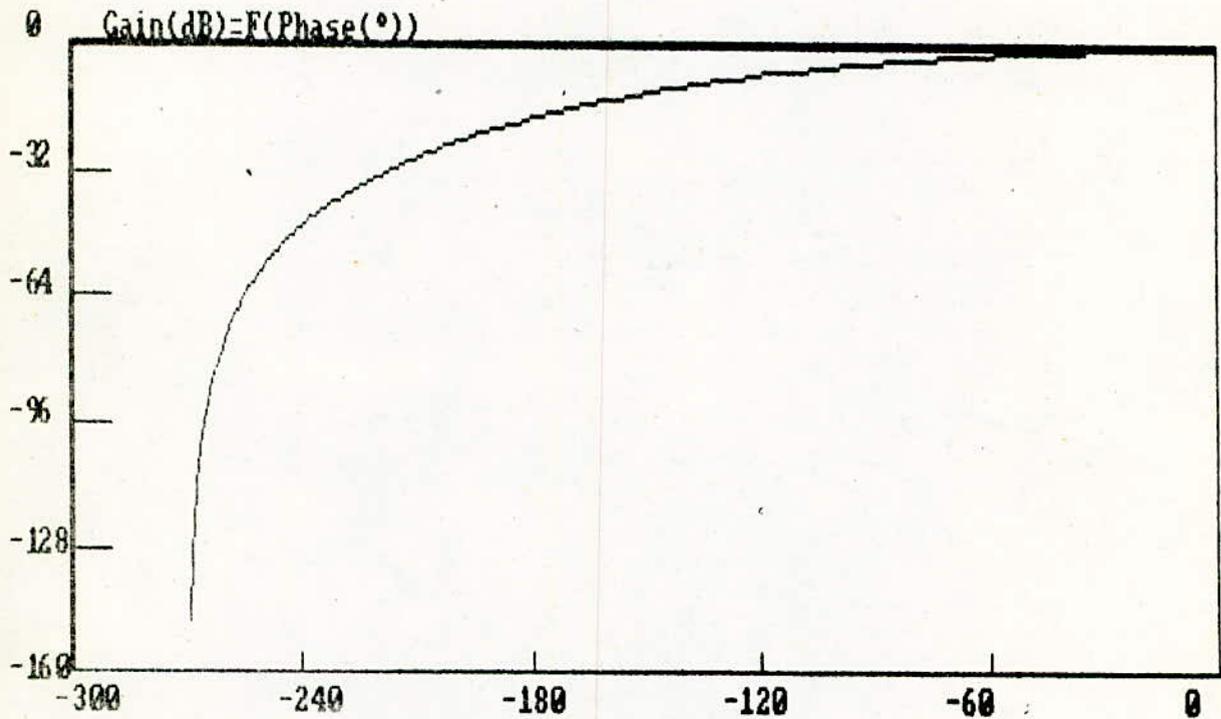


exemple 3

$$H(p) = \frac{1}{1 + 3p + 3p^2 + p^3}$$

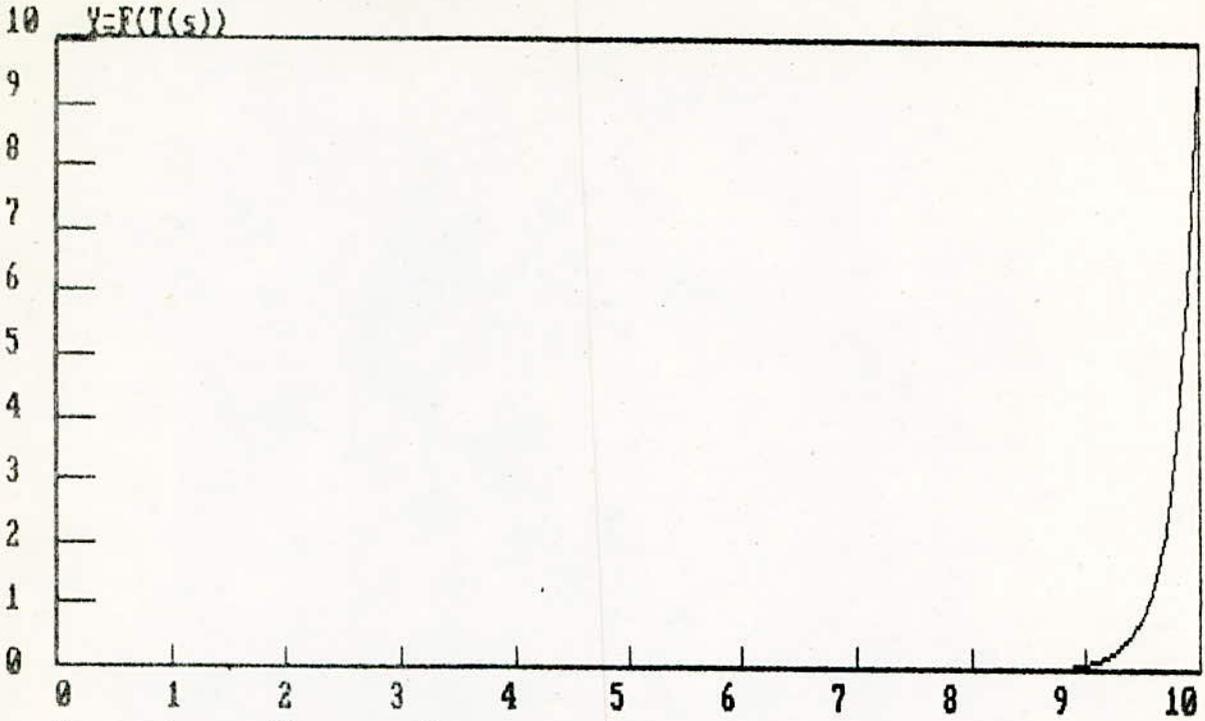
poles en boucle ouverte : -1, -1, et -1

poles en boucle fermée : -2 ; -5 + j (-.86)  
-5 + j (.86)

diagramme de BLACK

4-2 Simulation temporelle

exemple 1 (voir 4-1)

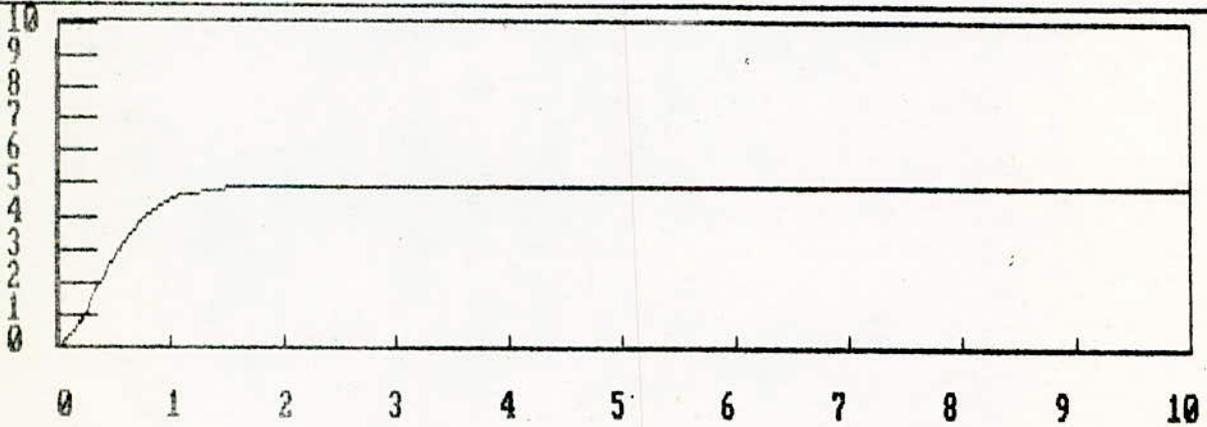


le systeme diverge :il est instable

exemple 3 (voir 4-2)

Réponse Temporelle

$Y((1/5))=F(T(s))$



le systeme est assez lentement amorti

4-3 - Synthèse

4-3-1- Retour d'état

exemple 3 (voir 4.1)

poles desirés en boucle fermée:

- 2 + j 5
- 2 + j -5
- 5 + j 0

Système initial

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 1 \\ .1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Après l'application du retour d'état:

La matrice gain de réaction K calculée est

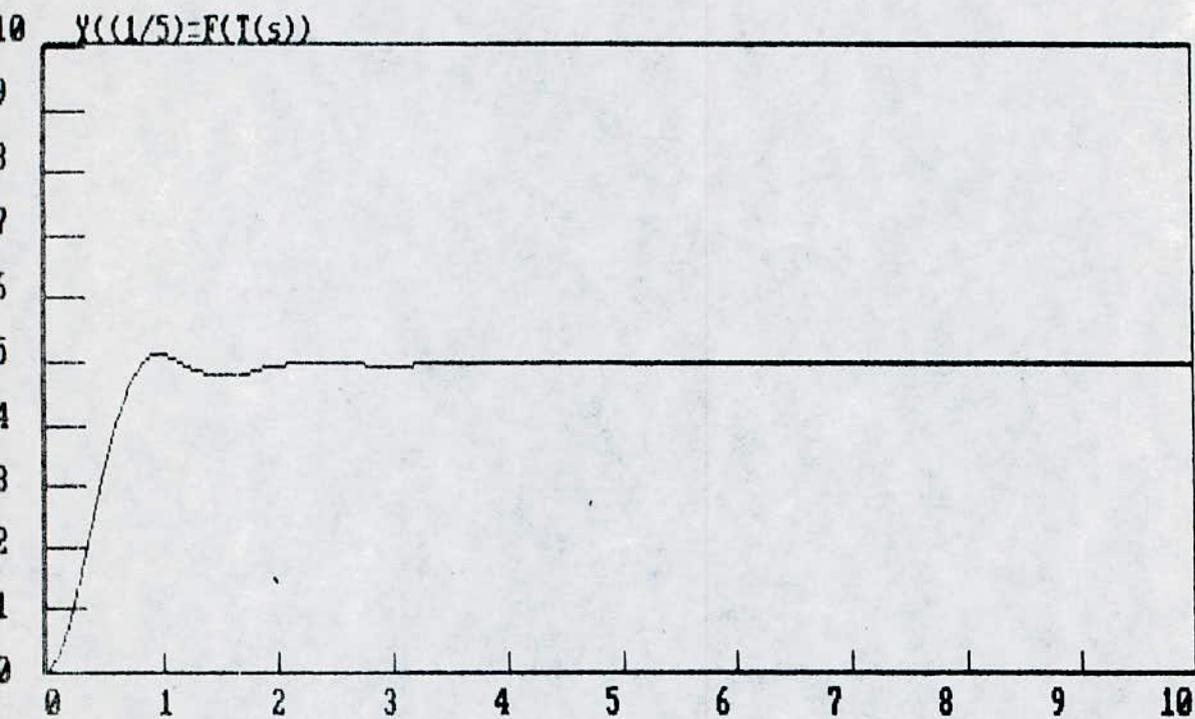
$$K = \begin{vmatrix} 86 & 38 & 4 \end{vmatrix}$$

le nouveau système devient :

$$AC = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -87 & -41 & -7 \end{vmatrix} \quad BC = B$$

$$CC = C$$

La réponse temporelle du système corrigé



4-3-2: compensation de phase

exemple 1 (voir 4-1)

compensateur par avance de phase

$$HC(p) = \frac{1 + a \cdot \tau \cdot p}{1 + \tau \cdot P}$$

$$a = 10.49$$

$$\tau = 0.0362$$

la nouvelle marge de phase est égale à :  $45^\circ$

réponses fréquentielles du système corrigé

Diagramme de bode

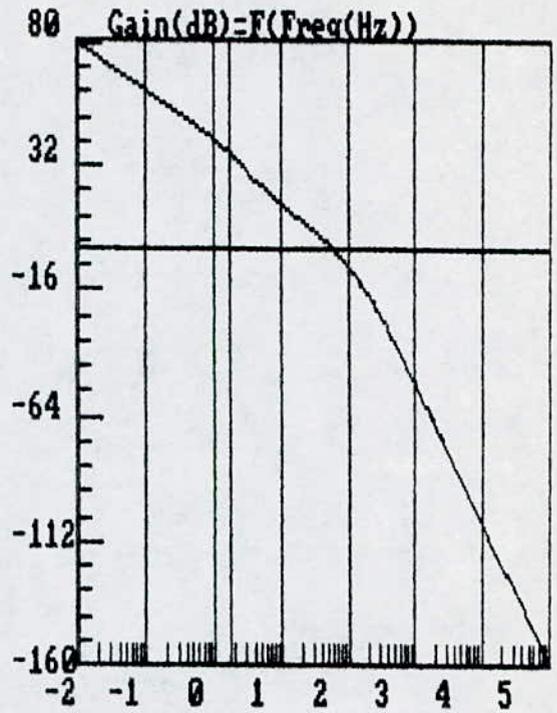
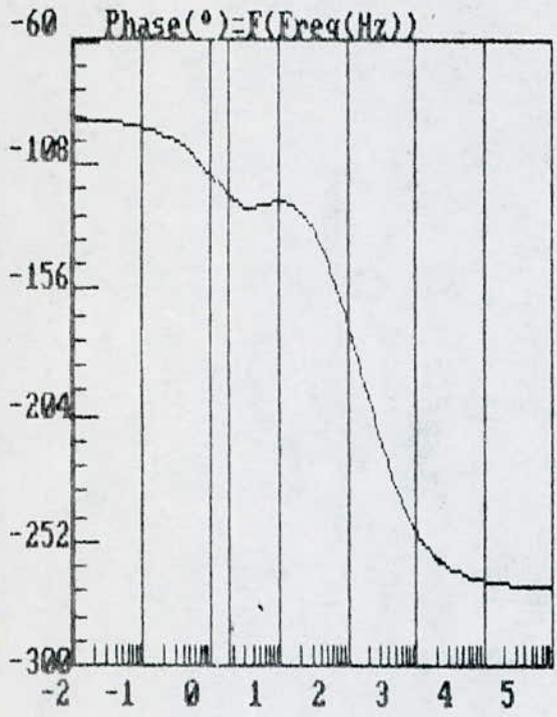
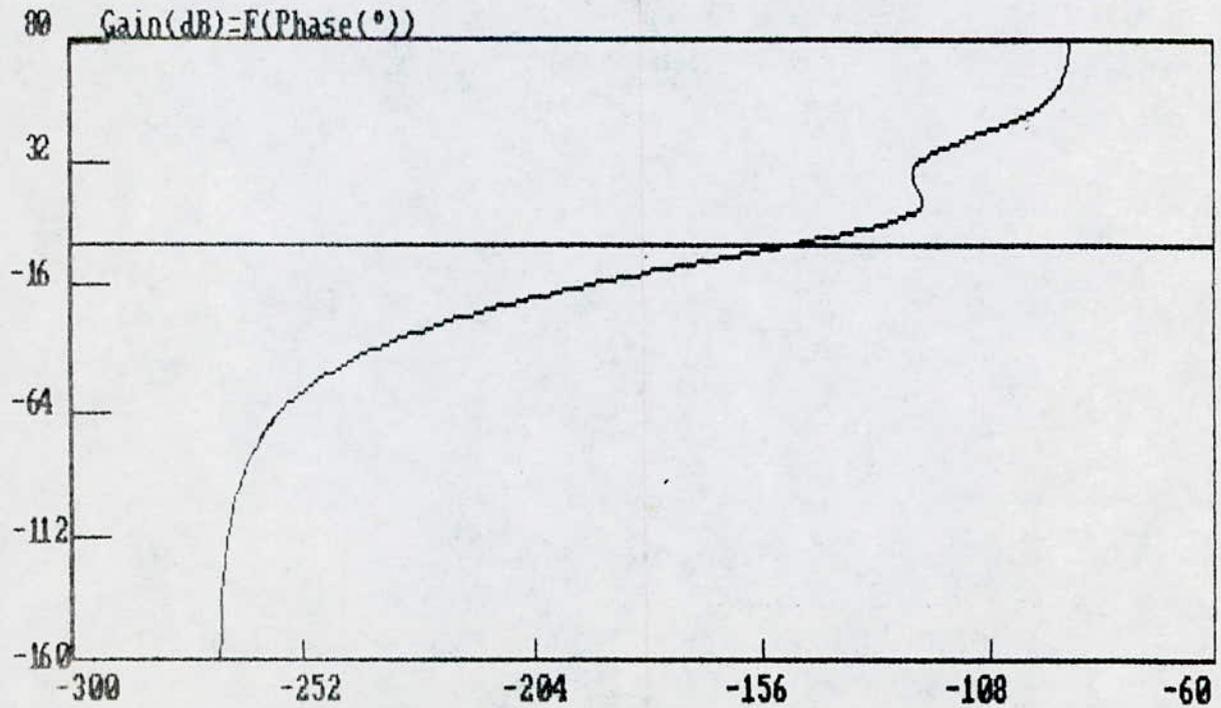


Diagramme de BLACK



CONCLUSION

Nous avons commencé notre étude sur les systèmes interactifs d'aide à l'enseignement et à la recherche en ayant la conviction qu'un système de ce type trouve une large application et utilisation au laboratoire d'Automatique de notre école .

Nous avons concentré nos efforts sur plusieurs points, qu'on a jugé essentiels, et qui sont :

- Mise à la disposition de l'utilisateur d'un éditeur qui lui permet d'introduire ses données, et d'effectuer aisément d'éventuels modifications .

- Recherche des meilleurs algorithmes d'analyses numériques ou d'automatique, et ce, afin d'avoir des réponses rapides et correctes .

- Elaboration d'un module graphique pour la représentation des courbes ,et qui permet une lecture et une interprétation aisée des courbes, et ce, grâce à l'automatisation des axes, et de leurs graduations .

- Disponibilité des résultats numériques sur l'écran et l'imprimante, et des différentes courbes sur l'écran, l'imprimante, et la table traçante .

- Possibilité de l'exploiter sur plusieurs micro-ordinateurs .

Enfin, notons que ce système est appelé à être amélioré, et ce, en considérant les diverses remarques, qu'auront faits les utilisateurs .De plus, il peut être partie intégrante d'un système interactif qui traiterait divers types de systèmes (continus, discret, et non-linéaire ) avec d'autres représentations ( représentation d'état, et transformée en Z ) .

## REFERENCES

- (1) Conception et réalisation d'un système d'aide à l'enseignement et la recherche en automatique .  
THESE de DOCTORAT 3<sup>ème</sup> Cycle  
étudié par CEVEDET SULEYMAN  
à l'INP de Grenoble .
- (2) Symposium CADIC .  
3<sup>rd</sup> IFAC /IPIC 1985
- (3) Théorie et calculs des asservissements linéaires .  
J.Ch.GILLE.
- (4) Analyse des systèmes multi-dimensionnels  
A-FOSSARD
- (5) Représentation d'état des systèmes linéaire.  
J.Ch.GILLE Ed 1987
- (6) Méthode de Crank-Nicholson.  
E.J DAVISON  
Dept. of electrical engineering .  
University of California, Berkley  
U.S.A
- (7) Asservissement linéaire  
F. MILSANT
- (9) IEEE -DECEMBER 1971

