

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

35/87

وزارة التعليم و البحث العلمي

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE - CIVIL

المنارة الوطنية المتعددة التخصصات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

S U J E T

ELABORATION D'UN LOGICIEL D'ETUDE

DE BATIMENTS EN PORTIQUES

Proposé Par :

M. A. ABED

Mr. A. CHARIF

Etudié par :

FARID AHDAD

NABIL LEGHMIZI

Dirigé par :

A. ABED

A. CHARIF

PROMOTION :

JUIN 1987

DEPARTEMENT: GENIE-CIVIL
PROMOTEURS: MM ABED & CHARIF
ELEVES INGENIEURS: MM AHDAD & LEGHMIZI

العنوان: برنامج آلي للدراسات الأتوماتيكية الكاملة لمشاريع بنايات
الجدعية.

المخلص: هي انجاز برنامج آلي للدراسات الأتوماتيكية لكل مراحل مشروع بنايات
جدعية. البرنامج يدرس كل أنواع العمارات الجدعية. البرنامج يبدأ بدراسة ديناميكية
للبنائيات ويحسب القوى الثابتة والزلزالية الطنونية ويستنتج القوى الداخلية
في العتب و الأعمدة لكل جذع البنايات.

SUJET: ELABORATION D'UN LOGICIEL D'ETUDE DE BATIMENTS
EN PORTIQUES.

RESUME:

L'objectif est l'élaboration d'un logiciel d'étude auto-
matique des différentes étapes d'un projet de structures en
portiques. Le logiciel traite tous les batiments en portiques
avec la présence eventuelle de décrochements plans ou en éle-
vation ou de dalles vides. Le logiciel traite les données
introduites en langage conversationnel, fait une analyse pseudo-
dynamique de la structure, calcule les charges statiques et
sismiques reglementaires et déduit les efforts internes induits
sur les poutres et poteaux de tous les portiques de la structure.

SUBJECT: ELABORATION OF SOFTWARE OF FRAMED BUILDINGS ANALYSIS
ABSTRACT:

The aim is the design of a computer software for an auto-
matic study of the different stages of a framed structure pro-
ject. The software treats all framed buildings with the possible
existence of plane or elevation setbacks. The programme processes
the data introduced in an interactive language, carries a
pseudo-dynamic analysis of the structure, calculates the code static
and seismic forces and deduces the internal loads in the
beams and columns for any frame of the structure.

***** DEDICACES *****



JE DEDIE CE TRAVAIL

A MON PERE
A MA MERE
POUR LEURS SACRIFICES ET EN TEMOIGNAGE DE MON
AFFECTION, MON RESPECT ET MON DEVOUEMENT.

A MES SOEURS
FAIZA, NADIA, LEILA, HIBA ET AMEL
EN LEUR SOUHAITANT TOUT LE BONHEUR.

A MON GRAND-PERE MOHAMED TAHAR

A LA MEMOIRE DE MES GRANDS-PARENTS
RAVIS A L'AFFECTION DES LEURS.

A TOUTE MA FAMILLE

A TOUS CEUX QUI M'ONT TRANSMIS LE
SAVOIR.

A FARID

A MES PROMOTEURS

A TOUS MES AMIS (ES)

NABIL

*****DEDICACES*****

JE DEDIE CET HUMBLE TRAVAIL

#A MA MERE

#A MON PERE

#A MES GRANDS PARENTS

#A LA MEMOIRE DE MES ONCLES ET MA TANTE

#A MES ONCLES

#A MES TANTES "OURIDA , YASMINA ,MALIKA"

#A MON FRERE WAHAB

#A MES SOEURS NADIA ,NABILA ,KARIMA

#A MES COUSINS

#A MES COUSINES

#A TOUTE MA FAMILLE

#A NABIL

#MM. ABED & CHARIF

#A MES AMIS (ES)



***** REMERCIEMENTS *****

***Que Messieurs ABED & CHARIF

Trouvent ici l'expression de notre gratitude pour l'aide et l'intérêt constant qu'ils ont accordés à notre travail.

***Nos vifs remerciements s'adressent à Mr CHOUAKI,

Directeur de l'office national de signalisation maritime pour avoir mis à notre disposition tous les moyens matériels pour la réussite de notre travail.

***A tous les enseignants qui ont contribué à notre formation.

***Nous tenons à remercier l'ensemble du personnel du centre de calcul de l'E.N.P.

***Nous ne saurions terminer sans remercier

Mr NECHNECH
et Mr TAÏBI,

***pour leur aide et leur disponibilité

ainsi que Mr AÏT-YAHIA

SOMMAIRE



- CHAP I- INTRODUCTION
I-1:INTRODUCTION
I-2:METHODOLOGIE DE L'ELABORATION DU LOGICIEL
- CHAP II- DONNEES ARCHITECTURALES ET MECANQUES DU BATIMENT
ET VISUALISATION GRAPHIQUE DES VUES EN PLAN
DU BATIMENT
II-1:INTRODUCTION
II-2:DONNEES PRELIMINAIRES
II-3:POSITIONS DES FILES
II-4:CARACTERISTIQUES DES ELEMENTS DU BATIMENT
II-4-1:CARACTERISTIQUES DES POTEAUX
II-4-2:CARACTERISTIQUES DES POUTRES
II-4-3:CARACTERISTIQUES DES PLANCHERS
II-5:MATERIAUX UTILISES
II-6:IMPRESSIONS DES DONNEES ET CONTROLE
II-7:DONNEES RELATIVES A L'ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE
II-8:VISUALISATION GRAPHIQUE
II-9:ORGANIGRAMME
- CHAP III- CALCUL DES CENTRES DE MASSE ET DE TORSION
III-1:CENTRE DE MASSE
III-2:CENTRE DE TORSION
III-3:EXCENTRICITE
- CHAP VI- ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE
IV-1:INTRODUCTION
IV-2:CHOIX DU MODELE MATHEMATIQUE
IV-3:DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES DU MODELE
IV-3-1:MASSES CONCENTREES
IV-3-2:MATRICE MASSE DU MODELE
IV-3-3:RIGIDITE LATERALE K_{hi} DE LA COLONNE I
IV-3-4:MATRICE DE RIGIDITE LATERALE KH DU MODELE
IV-4:CALCUL DES VALEURS ET VECTEURS PROPRES DE LA
STRUCTURE
IV-5:CALCUL DES FORCES SISMIQUES
IV-5-1:FORCES SISMIQUES DANS CHAQUE MODE
DE VIBRATION DE LA STRUCTURE
IV-5-2:RESULTANTE DES FORCES SISMIQUES MODALES.

CHAP V- REPARTITION DES CHARGES STATIQUES ET SISMIQUES
SUR LES DIFFERENTS PORTIQUES DU BATIMENT
VISUALISATION GRAPHIQUE DU PORTIQUE ETUDIE

V-1:DESCENTE DE CHARGE

V-2:CHARGE REVENANT AU PORTIQUE

V-3:CHARGE D'EXPLOITATION REVENANT AU PORTIQUE

V-5:REPARTITION DES FORCES SISMIQUES SELON LES
DIFFERENTS PLANS DE CONTREVENTEMENT

V-6:VISUALISATION DU PORTIQUE

CHAP VI- CALCUL DES EFFORTS INTERNES DANS LE PORTIQUE

VI-1:INTRODUCTION

VI-2:RAPPELS DE RESISTANCE DES MATERIAUX

VI-3:PRINCIPE DE LA METHODE DES DEPLACEMENTS

VI-4:MATRICE DE RIGIDITE D'UNE STRUCTURE PLANE

VI-4-1:INTRODUCTION

VI-4-2:DISCRETISATION DES STRUCTURES

VI-4-3:FORMATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE D'UNE
BARRE BI-ENCASTREE DANS LE REPERE LOCAL

VI-4-4:FORMATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE D'UNE
POUTRE BI-ENCASTREE DANS LE REPERE GLOBAL

VI-4-5:FORMATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE
DE LA STRUCTURE

- INFLUENCE DE LA NUMEROTATION DES NOEUDS

- PROPRIETES DE LA MATRICE DE RIGIDITE
GLOBALE

VI-5:VECTEUR FORCE DE LA STRUCTURE

VI-6:CONDITIONS AUX APPUIS

VI-7:RESOLUTION DU SYSTEME $[F]=[K][U]$

VI-7-1:METHODES DIRECTES

VI-7-2:METHODE ITERATIVE

VI-8:CALCUL DES EFFORTS INTERNES DANS LES BARRES

VI-9:CALCUL DES REACTIONS D'APPUIS

VI-10:ORGANIGRAMME

CHAP VII- CONCLUSIONS

الدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة — BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

CHAP-I - INTRODUCTION

I-1: INTRODUCTION

Lorsque l'homme se trouve confronté à un problème difficile, son premier souci est d'éliminer les pistes inutiles, en d'autres termes, restreindre l'éventail de la recherche aléatoire des solutions. C'est en ceci que réside l'essence de l'intelligence.

A ce propos Descartes disait: "Bien qu'il nous soit impossible de faire la démonstration de toute chose avec certitude, nous devons néanmoins prendre et embrasser les opinions qui nous paraissent les plus raisonnables".

Une discipline nouvelle de l'informatique est apparue depuis une trentaine d'années: La construction de logiciels. Son but est de constituer, à l'aide d'ordinateurs, des raisonnements et des calculs fastidieux pour l'homme.

Le calcul automatique des structures, a eu un essor particulier dans les dernières décennies, et qui est au confluent de la Résistance Des Matériaux, de l'Analyse numérique et de l'Informatique.

Le développement de la micro-informatique a rendu possible la solution de problèmes qui nécessitaient auparavant des moyens puissants, et ainsi permettra de vulgariser le calcul des structures.

Ainsi parmi les nombreux logiciels de calcul des structures planes, l'inexistence de programmes s'intéressant à une introduction de la structure spatiale, nous a incité à la préparation d'un logiciel, où toute la structure est donnée, l'étude sera faite en extrayant de la structure mère toutes les structures planes.

Les avantages d'un tel logiciel par rapport aux programmes d'étude des structures planes, sont considérables et évidents.

Le programme informatique de calcul faisant l'objet de notre travail est élaboré en langage BASIC, sur un micro-ordinateur du type OLLIVETI-M24, de capacité mémoire 64 KO.

L'élaboration d'un logiciel de calcul de structures doit faire l'objet de rigueur et de logique afin de permettre à l'utilisateur une exécution facile sur ordinateur.

L'utilisation d'un langage de programmation orienté tel que le BASIC, nous permet de réduire les difficultés rencontrées dans un pareil calcul.

Une des premières difficultés rencontrées dans notre travail est le grand nombre de données à introduire.

Dans le souci de rendre plus souple cette étape de départ du programme, nous avons opté pour une entrée de données sous forme conversationnelle interactive.

Celle-ci trouve son intérêt dans le cas où la configuration des différents niveaux du bâtiment est identique.

Les modifications de données, lors d'une correction éventuelle doivent être faites de manière aussi simple que possible. Une autre difficulté réside dans la normalisation des données. Cette normalisation concerne aussi bien les conventions de signes que la forme de présentation des données. Dans certains cas, même le choix des unités de calcul n'est pas arbitraire.

D'autres contraintes résultent du grand nombre de calculs effectués, il s'agit de la saisie des données qui, même en calcul scientifique, devienne rapidement volumineuse.

Tout résultat de calcul, ne peut être utilisé sans une vérification préalable de données, qui peuvent apparaître clairement sur l'écran de la machine lors de l'exécution du programme .

Vues, les différentes formes et types de structures autostables, le programme fait l'objet d'un ensemble de tests facilitant la recherche automatique des consoles, tremies (vides dans le plancher) et décrochements éventuels.

Ainsi le plus grand nombre d'options possibles nécessite le dimensionnement des variables indicées, lesquelles seront rangées les unes après les autres dans la mémoire de la machine. Cette affectation de zone de mémoire est dynamique et est effectuée pendant tout le déroulement du programme. Dans le cas des structures relativement grandes, on assiste souvent à un dépassement de la capacité mémoire de l'ordinateur et par suite un arrêt immédiat (de l'exécution) du programme. Afin de pouvoir traiter toutes les structures, une utilisation rationnelle de la mémoire de la machine est indispensable.

Nous citerons quelques possibilités ayant trait à ce sujet:

- Utilisation de mémoire périphérique (disquette) pour une création de fichiers.
- Effacement des variables indicées, une fois leur utilisation devenue inutile.
- Division du programme en sous programmes en respectant leur enchainement.
- Utilisation de programmes de calculs simples et rapides tout en respectant les réglemets en vigueur.

! DEBUT !

!
V

! ENTREE DES DONNEES !

!
V

! CALCUL DU C.D.M. ET C.D.T. !

!
V

! REPARTITION DES CHARGES ET SURCHARGES !

!
V

! ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE !

!
V

! VISUALISATION DES DIFFERENTES VUES EN PLAN !

!
V

! CHOIX DU PORTIQUE A ETUDIER !

!
V

! VISUALISATION DU PORTIQUE !

!
V

! DETERMINATION DES CHARGES APPLIQUEES AU PORTIQUE !

!
V

! VISUALISATION DU PORTIQUE !

!
V

! NUMEROTATION AUTOMATIQUE DU PORTIQUE !

!
V
!A!

!A!

!

V

! CALCUL DES EFFORTS DANS LE PORTIQUE SOUS G, SU, SI !

!

V

! COMBINAISON DES EFFORTS !

!

V

! IMPRESSION DES RESULTATS !

!

V

! CHOIX D'UN AUTRE PORTIQUE A ETUDIER !

!

V

! FIN !

**CHAP-II-DONNEES ARCHITECTURALES
ET
MECANIQUES DU BATIMENT**

II-1: INTRODUCTION

Ainsi qu'il a été spécifié dans le paragraphe I-2, la lecture des données est prévue de manière toute formelle, en mode conversationnel et avec possibilité de correction .

Il n'est pas laborieux d'introduire ainsi les données de structures importantes.

Nous avons cherché une présentation aussi claire que possible étayée par de nombreux commentaires. Il en résulte donc en contre partie des programmes volumineux. Cette façon de procéder est peu rationnelle quand à la bonne utilisation de l'espace mémoire de l'ordinateur: un problème de structure dépend de plusieurs paramètres (nombre d'étages, nombres de travées dans les deux sens, nombres de poteaux, poutres, etc..).

Nous avons réalisé un gain appréciable de mémoire en diminuant l'entrée des données pour les cas identiques (mêmes étages, mêmes dimensions des poteaux, etc..), et aussi en créant une mémoire auxiliaire et ce en mémorisant les tableaux dans une unité périphérique qui pour nous est une disquette magnétique.

IL existe de bonnes raisons de penser que le coût de la mémoire disponible va en diminuant et la vitesse d'exécution en augmentant. Nous nous sommes alors livrés à des astuces de programmation permettant, pour une poignée d'octets supplémentaires et quelques secondes de plus, d'obtenir un programme plus lisible et plus facilement utilisable, ce qui se traduit par une économie finale.

Comme il a été dit, la conviviabilité d'un programme, en particulier la facilité d'introduction des données, conduit à doubler ou à tripler le volume des instructions strictement nécessaires.

II-2: DONNEES PRELEMINAIRES:

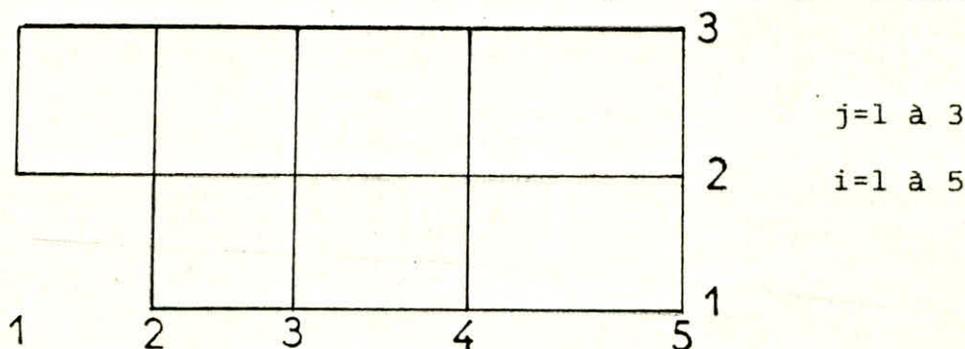
Dans cette première partie, nous introduisons les paramètres permettant le dimensionnement de la majorité des tableaux indicés, permettant la suite des calculs. le paramètre prépondérant à introduire en premier lieu, est le nombre d'étages du bâtiment à étudier, nous prendrons le rez-de-chaussée comme étage afin qu'il n'y est pas de confusion dans le programme. Nous noterons la variable indicée associée à ce paramètre par Z, on parlera alors d'un étage Z.

Un autre paramètre, influençant le déroulement du programme et surtout le dimensionnement des tableaux est le nombre de portiques ou plus précisément le nombre de files. Nous avons fait cette distinction à cause des files formées par les bords extérieurs des consoles éventuelles et afin d'éviter de faire une entrée de données auxiliaire où l'on doit introduire la position de toutes les consoles. Il suffit alors de la prendre (le bord de la console) comme une file et de dire en temps apportum (ex:données des poteaux) qu'il n'y a pas de poteaux sur cette file.

Nous procédons pour cette entrée de la façon suivante: nous fixons un sens au bâtiment à étudier (ce sens devra être tout le temps respecté), et nous donnons le nombre de files par sens dans l'ordre suivant:

-Nombre de files parallèles à XX
la file est représentée par l'indice j

-Nombre de files parallèles à YY
la file est représentée par l'indice i



Ainsi, nous pouvons créer les tableaux correspondant aux poteaux, poutres, longueurs de travées, etc... Dans une étape suivante, nous donnons les dimensions du bâtiment, c'est à dire la longueur et la largeur maximale. Ceci nous permet d'adopter une échelle pour la partie graphique.

Un menu apparait sur l'écran demandant l'entrée des distances entre les files, dans les deux sens. Dans le cas où deux files adjacentes sont des portiques, cette distance représentera l'entre-axe. Nous notons:

- LX(i): distance entre les files adjacentes parallèles à YY
- LY(j): distance entre les files adjacentes parallèles à XX

Nous passons ensuite aux dimensions en élévation du bâtiment et à cet effet nous prévoyons deux cas possibles:

- 1- cas où tous les étages ont même hauteur: il suffit alors d'introduire une hauteur H. Le programme se chargeant d'égaliser les autres hauteurs.
- 2- cas où les hauteurs d'étages sont différentes: le programme demande alors la hauteur de chaque étage, le numéro de l'étage étant visualisé afin qu'il n'y est pas de confusion.

Nous notons ce paramètre H(Z). Un petit programme calcule la hauteur totale du bâtiment par simple sommation.

$$HT = \sum_z H(Z) \quad \text{avec} \quad \begin{array}{l} HT: \text{hauteur totale} \\ H(Z): \text{hauteur de l'étage} \\ \quad \text{(de plancher à plancher)} \end{array}$$

II-3: POSITION DES FILES:

Nous avons déjà précisé qu'une file ne représente pas forcément un portique, néanmoins sa position doit être introduite comme celle des portiques.

Dans ce chapitre, nous expliquons la façon d'introduire les positions de toutes les files. Ainsi, après avoir fixé un sens puis donné le nombre de files dans les deux sens, nous numérotions les files parallèles à XX de 1 à NX (nombre de files parallèles à XX), puis les files parallèles à YY de 1 à NY (nombre de files parallèles à YY).

Nous aurons donc pour chaque file sa position initiale et sa position finale. Cette méthode nous permet d'introduire des bâtiments avec des décrochements en plan et en élévation.

Cette entrée est répétée pour chaque étage mais toutefois avant de passer à un autre étage, un menu apparait apportant les options suivantes:

- 1- MEMES POSITIONS DES FILES QUE L'ETAGE Z-1
- 2- POSITIONS DES FILES DIFFERENTES QUE L'ETAGE Z-1

On évite ainsi de faire une entrée monotone et longue.

Il existe néanmoins des bâtiments avec deux ou plusieurs portiques indépendants par file. A cet effet avant d'introduire les positions, il est demandé de donner le nombre de portiques dans la file considérée, puis d'introduire les positions initiales et finales pour chacun d'eux.

Nous rencontrons ce cas pour les bâtiments en U, O, W,,etc.

Nous notons par:

- NPX(J,Z):le nombre de files secondaires sur la file principale J à l'étage Z.
- NPY(I,Z):le nombre de files secondaires sur la file principale I à l'étage Z.
- XI(J,Z,K):position initiale de la file secondaire K, de la file principale J à l'étage Z.
- XF(J,Z,K):position finale de la file secondaire K, de la file principale J à l'étage Z.
- YI(I,Z,K):position initiale de la file secondaire K, de la file principale I à l'étage Z.
- YF(I,Z,K):position finale de la file secondaire K, de la file principale I à l'étage Z.

II-4: CARACTERISTIQUES DES ELEMENTS DU BATIMENT:

II-4-1: CARACTERISTIQUES DES POTEAUX:

Les poteaux représentent les éléments porteurs d'une structure. Ils transmettent les efforts revenant des autres éléments à l'infrastructure.

Les conditions d'extrémités des poteaux d'ossatures peuvent être variées, ils sont la plupart du temps encastres sur les poutres horizontales. Un poteau a une forme en plan carrée ou rectangulaire généralement, et est caractérisé par ses deux dimensions PX et PY. Ces dimensions doivent être en rapport avec les charges à supporter.

Vu le grand nombre de poteaux dans une structure, il est important d'accorder une grande attention à l'injection de leurs caractéristiques.

Nous avons prévu une série de cas possibles (très fréquents) pour permettre une entrée de données simple.

Nous présenterons ces cas pour un étage Z donné comme ceci :

- 1-TOUS LES POTEAUX ONT MEMES DIMENSIONS
- 2-LES POTEAUX ONT MEMES DIMENSIONS PAR FILES // à YY
- 3-LES POTEAUX ONT MEMES DIMENSIONS PAR FILES // à XX
- 4-LES POTEAUX ONT MEME DIMENSIONS QUE L'ETAGE Z-1
- 5-TOUS LES CAS NE SONT PAS VERIFIES

Exemple :

Si tous les poteaux d'un étage ont mêmes dimensions, on ne donnera alors que deux dimensions "PX" et "PY".

II-4-2:CARACTERISTIQUES DES POUTRES:

Les poutres sont des éléments horizontaux qui transmettent les charges revenant des planchers aux poteaux. Elles forment un quadrillage de la structure, et sont disposées dans les deux sens afin de parfaire le contreventement.

Une poutre est caractérisée par ses trois dimensions sa longueur, sa largeur et sa hauteur, et est supportée par un poteau à chaque extrémité ou suspendue comme console.

Vu le grand nombre de poutres dans un bâtiment, et le risque d'erreur lors de l'entrée des données, nous avons simplifié l'introduction à l'ordinateur en créant les options suivantes :

- 1-POUTRES ONT MEMES DIMENSIONS DANS LES DEUX SENS
- 2-LES POUTRES // à XX ONT LES MEMES DIMENSIONS
- 3-LES POUTRES // à YY ONT LES MEMES DIMENSIONS
- 4-LES DIMENSIONS DES POUTRES SONT DIFFERENTES PAR FILES ET PAR SENS.
- 5-LES POUTRES ONT MEMES DIMENSIONS QUE CEUX DE L'ETAGE Z-1

Nous notons les dimensions des poteaux comme suit

-Pour les files // à XX:

BY:largeur de la poutre

HY:hauteur de la poutre

-Pour les files // à YY:

BX:largeur de la poutre

HX:hauteur de la poutre

Un graphique tridimensionnel apparaît sur l'écran facilitant à l'utilisateur le repérage des poutres et leurs dimensions selon les conventions précédentes.

II-4-3: CARACTERISTIQUES DES PLANCHERS:

Un plancher est une aire plane limitant les étages et supportant les revêtements de sol. Deux fonctions principales lui sont attribués:

FONCTION DE RESISTANCE: supporte les charges et les surcharges

FONCTION D'ISOLATION: isolation thermique et acoustique

Nous distinguons deux types de planchers:

1-PLANCHER DALLE

2-PLANCHER CORPS CREUX

PLANCHER DALLE:

C'est un plancher dalle en béton armé s'appuyant sur des poutres transversales et longitudinales très espacées. L'épaisseur de la dalle peut atteindre 25 et 30 cm pour le cas des planchers lourdement chargés.

Ce type de plancher est caractérisé par:

-L'épaisseur de sa dalle.

-Poids propre du plancher (kg/cm²)

-Surcharge sur le plancher (cloisons comprises)
(kg/cm²)

PLANCHER CORPS CREUX:

Il est formé de corps creux (hourdis), une dalle de compression et des poutrelles. Les hourdis ont des différentes épaisseurs, 12,15,18,20,25 cm étant les dimensions les plus courantes. L'espacement des poutrelles coulées soit sur place soit sur chantier est très variable également de 25 à 75 cm environ. La table coulée monolithique avec les poutrelles présente une épaisseur de 4 à 6 cm.

Ce type de plancher est caractérisé par:

-La hauteur de l'hourdis (corps creux)

-L'épaisseur de la table

-Surcharge sur le plancher (cloisons comprises)
(kg/cm²)

-Sens porteur XX ou YY

L'espacement entre les poutrelles est pris égal à 0,65m

Pour un étage Z, nous sélectionnons donc le type de plancher avant d'introduire les caractéristiques géométriques et mécaniques correspondantes.

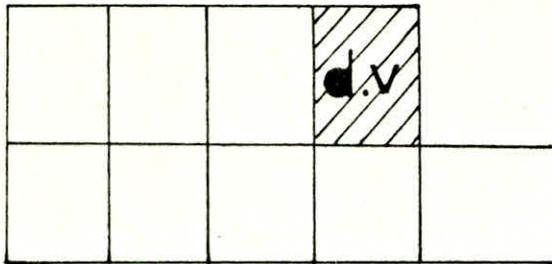
Pour une simplicité et une souplesse de travail, nous avons diminué le nombre de valeurs à introduire. Ainsi dans le cas où deux planchers consécutifs ont les mêmes caractéristiques il suffit de dire que le plancher (Z+1) est identique au plancher (Z).

CAS D'EXISTENCE DES DALLES VIDES DANS UN PLANCHER:

Nous considérons comme dalles vides ou tremies les parties du plancher réservées au passage d'une cage d'escalier, d'ascenseur ou autre. Pour chaque étage, on demandera donc leurs nombres et leurs positions.

Exemple:

↑
Soit le plancher suivant (dalle D1 vide)
Nous donnerons alors:



Nbre de dalles vides :1
Position initiale XX :4
Position finale XX :5
Position initiale YY :2
Position finale XX :3

POSSIBILITES DU LOGICIEL:

Nous pouvons donc énumérer à partir de l'entrée des données les cas particuliers qui peuvent être introduits et étudiés:

- DECROCHEMENT HORIZONTAL ET/OU VERTICAL
- VARIATION DES DIMENSIONS DES POUTRES ET/OU POTEAUX /ETAGE
- DIFFERENTS TYPES DE PLANCHERS DANS UN MEME BATIMENT
- EXISTENCE DE DALLES VIDES ET /OU DE CONSOLES
- VARIATION DES CHARGES PERMANENTES D'UN ETAGE A UN AUTRE
- VARIATION DES SURCHARGES D'UN ETAGE A UN AUTRE

II-5: MATERIAUX UTILISES

Nous avons besoin aussi de savoir de quel matériau est constituée notre structure (poutres, poteaux, dalles). Celui-ci est caractérisé par son module d'élasticité(module de YOUNG).

Ce module noté "E" est défini de la façon suivante:
Si on applique une force axiale F sur une poutre de longueur L et de section S ,on obtient un déplacement U tel que:

$$U=FL/ES$$

E est une caractéristique du matériau et est indépendant de la géométrie des barres; il est exprimé en unité de force par unité de surface.

Les règles donnent, au module de YOUNG du béton les valeurs suivantes:

$$E_v = 7000 \sqrt{f'_j}$$

dans le cas des contraintes permanentes ou de longue durée d'application.

$$E_i = 21000 \sqrt{f'_j}$$

dans le cas des contraintes de courte durée d'application.

Avec

f'_j : contrainte du béton à la rupture par compression à l'âge de j jour (bars).

II-6: IMPRESSION DES DONNEES ET CONTROLE:

Avant de passer à l'étude de la structure, un contrôle des données est souhaitable afin de permettre des vérifications et corrections éventuelles.

Nous présentons toutes les données sous forme de tableaux permettant le repérage facile des erreurs:

Nous présentons alors les données en 3 tableaux relatifs aux:

-DIMENSIONS DES POTEAUX

-DIMENSIONS DES POUTRES

-CARACTERISTIQUES DES PLANCHERS POUR CHAQUE ETAGE

Une vérification devient alors facile, il suffit de donner les indices correspondants à la valeur à corriger, et introduire ensuite la nouvelle valeur exacte.

II-7: DONNEES RELATIVES A L'ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE:

Une analyse pseudo-dynamique est obligatoire si la structure présente une dissymétrie dans son plan ou des irrégularités dans son élévation, dépassant les tolérances fixées par le Règlement Parasismique Algérien.

Ainsi, tout le bâtiment sera conçu et construit pour résister aux forces sismiques horizontales totales agissantes dans ses deux sens. Nous définissons alors des coefficients per mettant l'évaluation de ces forces sismiques horizontales.

1:COEFFICIENT D'ACCELERATION DES ZONES -A-:

IL dépend du groupe d'usage de la structure et de la zone sismique où l'implantation sera faite. Les valeurs de ce coefficient A sont données dans le Règlement Parasismique Algérien (art 3.3.1.1).

2:FACTEUR DE COMPORTEMENT DE STRUCTURE -B-:

Il dépend du type de structure et de ses contreventements. Nous nous intéressons aux structures autostables en béton armé, dont la valeur B est donnée égale à 1/4. Les valeurs de B sont données par le RPA (art 3.3.1.3).

3:FACTEUR DE QUALITE -Q-:

IL est fonction de l'hyperstaticité et de la surabondance du système, de ses symétries en plan, de sa régularité en élévation et de la qualité du contrôle pendant la construction.

$$Q=1+ \sum_{i=1,6} pq(i)$$

Avec:

pq: Est la pénalité qui dépend de l'observation ou non du critère de qualité q. Les critères, ainsi que les valeurs correspondantes sont donnés dans un tableau du RPA (art 3.3.1.4).

4-FACTEUR D'AMPLIFICATION -D-:

Il est fonction de la période et de la nature du sol. Une reconnaissance du sol est donc indispensable.

Deux cas peuvent se présenter:

-SOL MEUBLE : 0,5-----On utilise $D=2\sqrt{0,5/T}$

-SOL FERME : 0,3-----On utilise $D=2\sqrt{0,3/T}$

La période T est déterminée par une méthode pseudo-dynamique exposée au chapitre 3. L'utilisateur n'aura à donner que la nature du sol.

II-8:VISUALISATION GRAPHIQUE:

Ayant vérifié et contrôlé les valeurs numériques, nous avons jugé utile de générer sur écran les graphiques donnant les différentes vues en plan du bâtiment.

Ce graphisme peut servir pour des vérifications, ou pour des reproductions éventuelles sur table traçante.

Ainsi le programme peut représenter la vue en plan de chaque étage. Celle-ci est représentative de la forme du bâtiment. Elle donne la disposition des poutres et des poteaux, en présentant les décrochements plans et les consoles éventuels.

Une cotation dans les deux sens du bâtiment, donne les entres axes des files de portiques, en respectant l'échelle relative. Nous avons aussi prévu une numérotation des portiques apparaissant devant chaque file selon la convention suivante:

-PORTIQUES PARALLELES à XX:de 1 à NX.

-PORTIQUES PARALLELES à YY:de 1 à NY.

Cette numérotation permet à l'utilisateur d'appeler le portique de son choix. A côté de chaque vue en plan, nous faisons apparaître un tableau donnant les caractéristiques géométriques de l'étage et qui sont:

-CENTRE DE MASSE

-CENTRE DE TORSION

-EXCENTRICITES (dans les deux sens)

Ces données géométriques sont repérées par rapport à une origine (visualisée sur la vue en plan).

Le calcul de ces caractéristiques est décrit dans le chapitre suivant.

ORGANIGRAMME: ENTREE DES DONNEES ARCHITECTURALES ET MECANIQUES

! NOMBRE D'ETAGES !

!
V

! NOMBRE DE FILES DANS LES DEUX SENS DU BATIMENTS !

!
V

! DIMENTION DU BATIMENT !

!
V

! HAUTEUR D'ETAGES !

!
V

! POSITION INITIALES ET FINALES DES FILES !

!
V

! CARACTERISTIQUES DES POTEAUX !

!
V

! CARACTERISTIQUES DES POUTRES !

!
V

! CARACTERISTIQUES DES VIDES !

!
V

! CARACTERISTIQUE DU MATERIAU !

!
V

! IMPRESSION DES DONNEES ET CORRECTION !

!
V

! PARAMETRES POUR L'ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE !

CHAP-III-CALCUL DES CENTRES

DE MASSE ET DE TORSION

III-1: CENTRE DE MASSE:

On entend par centre de masse, la position du centre de gravité des masses.

On définit alors le centre de masse du plancher d'un étage Z par:

$$XG(Z) = \frac{\sum m(i) * x(i)}{\sum m(i)}$$

$$YG(z) = \frac{\sum m(i) * y(i)}{\sum m(i)}$$

Avec:

m_i : Masse de la dalle i appartenant au plancher de l'étage Z.

x_i : l'abscisse du centre de gravité de la dalle i.

y_i : l'ordonnée du centre de gravité de la dalle i.

Nous avons pris pour le calcul du centre de masse les hypothèses suivantes:

- Charge et surcharge constantes pour un même étage Z.

- Un seul type de dalle par étage.

- Epaisseur du plancher constante par étage.

La masse du plancher est ainsi proportionnelle à sa surface et les coordonnées du centre de masse deviennent:

$$XG(Z) = \frac{\sum x(i) * s(i)}{\sum s(i)}$$

$$YG(Z) = \frac{\sum y(i) * s(i)}{\sum s(i)}$$

3.1

Avec:

$s(i)$: Surface de la dalle i appartenant au plancher de l'étage Z.

Le problème réside maintenant dans le calcul des surfaces des différents panneaux de dalles.

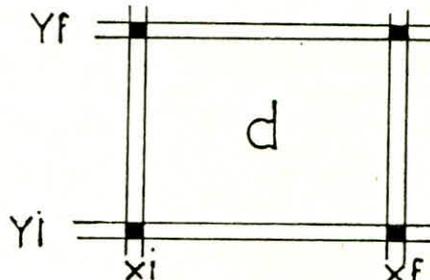
La surface peut changer d'un panneau à un autre, il est donc difficile de trouver une formule directe qui calcule le centre de masse.

Nous avons donc élaboré un programme qui reconnaît la surface de chaque panneau et sa position.

PRINCIPE:

Un panneau de dalle est défini par ses noeuds débuts fins suivant les deux sens XX et YY

$D(x_i, x_f, y_i, y_f)$



Un panneau de dalle est rectangulaire, ce qui est généralement le cas des bâtiments courants.

Le programme calcul alors les longueurs et largeurs de chaque panneau de dalle élémentaire en parcourant les noeuds suivant un sens trigonométrique imposé jusqu'à ce que le contour soit fermé.

En démarrant d'un noeud x_i , il s'agit de trouver les noeuds x_f, y_i et y_f afin de fermer le contour. Nous déterminons donc les dimensions de chaque panneau et la surface aura pour expression:

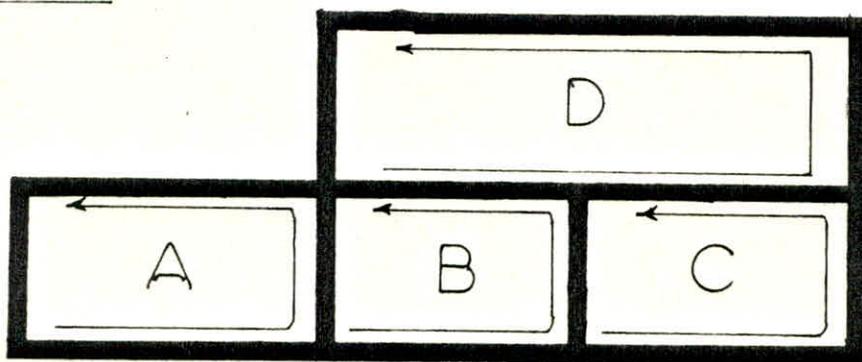
$$s_i = (L_{xf} - L_{xi}) * (L_{yf} - L_{yi})$$

La position du centre de gravité du panneau sera déterminée:

$$x_i = L_{xf} + L_{xi} / 2 \quad \& \quad y_i = L_{yf} + L_{yi} / 2$$

(le calcul se fait automatiquement à partir des données précédentes).

EXEMPLE:



On aura dans ce cas 4 panneaux de dalles élémentaires:

$$A(1,2,1,2); \quad B(2,3,1,2); \quad C(3,4,1,2); \quad D(2,4,2,3)$$

Surface de la dalle D: $S_D = (L_{x4} - L_{x2}) * (L_{y3} - L_{y2})$

Position du centre de gravité du panneau de dalle D:

$$x_D = L_{x4} + L_{x2} / 2 \quad \& \quad y_D = L_{y3} + L_{y2} / 2$$

Un test juste avant le calcul de la surface du panneau permet d'annuler la surface si le panneau correspond à une dalle vide. La reconnaissance des panneaux de dalles élémentaires sera exploitée plus loin pour la répartition des charges et surcharges sur chaque travée du portique.

Ayant les surfaces et les coordonnées du centre de masse des panneaux, on calcule le centre de masse du plancher par simple sommation (formule 3.1)

III-2: CENTRE DE TORSION:

Il définit le centre de gravité des rigidités des portiques. La rigidité d'un portique J à L'étage Z est définie comme la somme des rigidités brutes des poteaux appartenant à ce portique de l'étage Z.

La rigidité d'un poteau à la translation se définit par

$$12 \cdot E \cdot I / H^3$$

Avec:

E: Module de YOUNG

I: Moment d'inertie du poteau

H: Hauteur du poteau

Donc la rigidité d'un portique à l'étage Z considéré est

$$R = \sum 12 \cdot E \cdot I / H^3$$

Le centre de torsion d'un plancher de l'étage Z est exprimé par les coordonnées XT et YT:

$$X_T = \frac{\sum x_j \cdot r_{xj}}{\sum r_{xj}} \quad \& \quad Y_T = \frac{\sum y_i \cdot r_{yi}}{\sum r_{yi}}$$

x_j : Position du portique j // à XX

y_i : Position du portique i // à YY

r_{xj} et r_{yj} : Rigidité des portiques j et i respectivement parallèles à XX et YY.

Pour une file, nous calculons la rigidité des poteaux et leurs positions par rapport à l'origine des axes. Ce calcul est répété pour chaque file et chaque sens et on détermine les coordonnées du centre de torsion pour chaque étage.

III-3: EXCENTRICITES:

Les forces horizontales agissant au centre de masse d'un plancher provoquent une translation. Cependant si le centre de masse du plancher ne coïncide pas avec le centre de torsion, cette translation est accompagnée d'une rotation. Des efforts de torsion sont alors induits dans la structure et dépendent de la distance (excentricité) entre le C-D-M & C-D-T

Le Règlement Parasismique Algérien prévoit une excentricité "e" définie comme suit:

$$e = \max \left\{ \begin{array}{l} e: \text{théorique} \\ 5\% \text{ de la plus grande dimension en plan} \end{array} \right.$$

On calcule donc l'excentricité théorique (qui définit les positions relatives des centres de masse et de torsion), et on la compare au 5% de la plus grande dimension en plan.

CHAP-IV-ETUDE PSEUDO-DYNAMIQUE

IV-1: INTRODUCTION:

La réponse dynamique d'une structure soumise à un mouvement de tremblement de terre constitue pour l'ingénieur, une information dont l'importance n'est plus à démontrer. Celle-ci est d'un intérêt majeur dans les régions de forte sismicité où, pour la majorité des constructions, les charges prédominantes de calcul sont les charges sismiques. celles ci sont à considérer au même titre que les actions classiques: charges permanentes, neige, vent et gradient de température.

Toutefois, une première difficulté rencontrée dans un pareil calcul réside dans la détermination des efforts internes induits dans la structure, et dus au chargement dynamique engendré par le seisme.

La détermination de ces efforts de manière exacte nécessite alors un calcul dynamique direct basé sur l'utilisation d'accélérogrammes ou de spectres de réponse adaptés au site de la construction et des moyens de calcul (ORDINATEUR).

Une deuxième difficulté réside dans la détermination des forces sismiques appliquées à la structure qui ne peuvent être évaluées que de manière probabiliste, ce qui a d'ailleurs nécessité l'élaboration des textes réglementaires (codes parasismiques).

Dans le cadre de notre travail, il s'agit des forces sismiques horizontales; elles sont déterminées en utilisant une méthode PSEUDO-DYNAMIQUE basée sur la décomposition modale.

A cet effet, il a été procédé à une modélisation mathématique du bâtiment en entier, permettant la détermination de ces forces dans chacun de ses modes propres de vibration les plus significatifs.

- Une combinaison de ces forces modales donnerait alors les forces sismiques résultantes agissant sur tout le bâtiment selon ses différents niveaux.
- Nous avons utilisé à ce sujet, le spectre de réponse élastique réglementaire du R.P.A.81, donné par le produit "A*D" et qui représente le spectre des accélérations.

Où:

A: est un coefficient dépendant de la zone sismique ,
en fonction de l'importance vitale de la construction

D: est le facteur d'amplification dynamique moyen ,
dépendant de la nature du sol, donné en fonction
de la période propre de la structure.

IV-2: CHOIX DU MODELE MATHEMATIQUE:

Une des difficultés rencontrées dans l'analyse dynamique d'une structure est celle liée à sa modélisation mathématique . Les structures ne peuvent pas toutes faire d'une même modélisation.

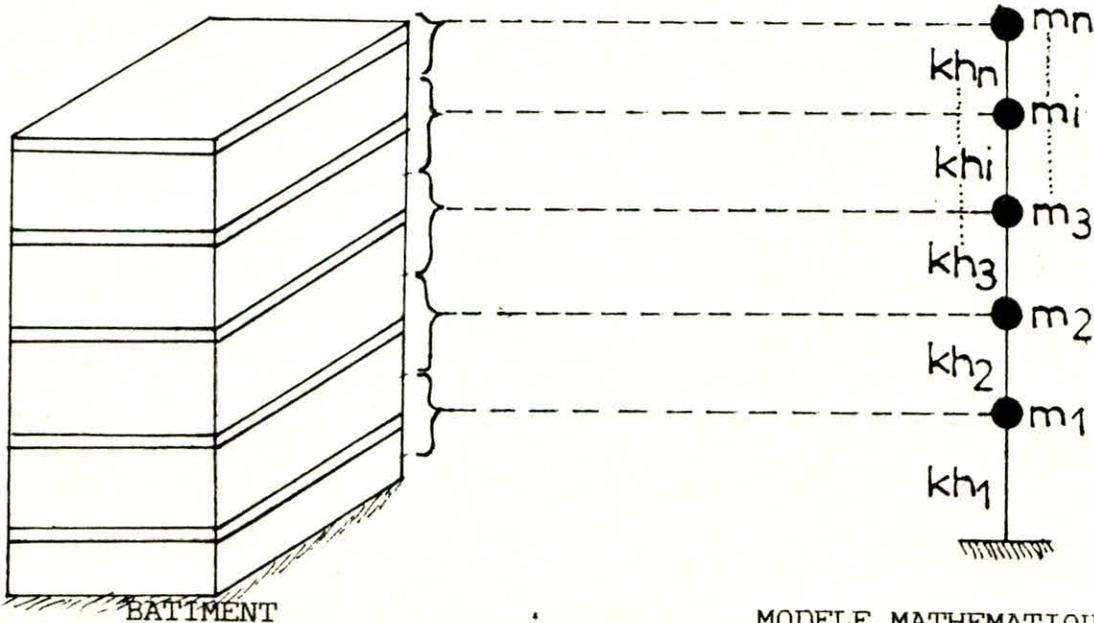
Le modèle mathématique d'une structure dépend principalement de sa nature, ses caractéristiques , mécaniques (rigidité) et physique (masse), leurs répartitions et de son comportement réel vis à vis des chargements dynamiques, notamment le seisme.

En admettant les hypothèses suivantes:

- 1- Les masses du bâtiment le long de sa hauteur sont supposées concentrées au niveau de ses différents planchers.
- 2- Ces derniers sont supposés infiniment rigides dans leur plan horizontal.
- 3- Les déformations axiales des poteaux sous l'effet d'un déplacement latéral du bâtiment par rapport à sa base sont négligées.

Nous avons alors adopté un modèle en consoles à masses concentrées, reliées par des colonnes de masses négligable et de rigidités latérales "Khi".

L'indice "i" représente la colonne i.



En raison des hypothèses établies pour le choix du modèle, les poteaux d'un même niveau auront tous en tête le même déplacement horizontal. Par conséquent, la rigidité latérale "K_{hi}" de la colonne i au niveau i est la somme des rigidités des poteaux en ce niveau:

$$K_{hi} = \sum_{j=1}^m \frac{12 \cdot E \cdot I_j}{h_i^3}$$

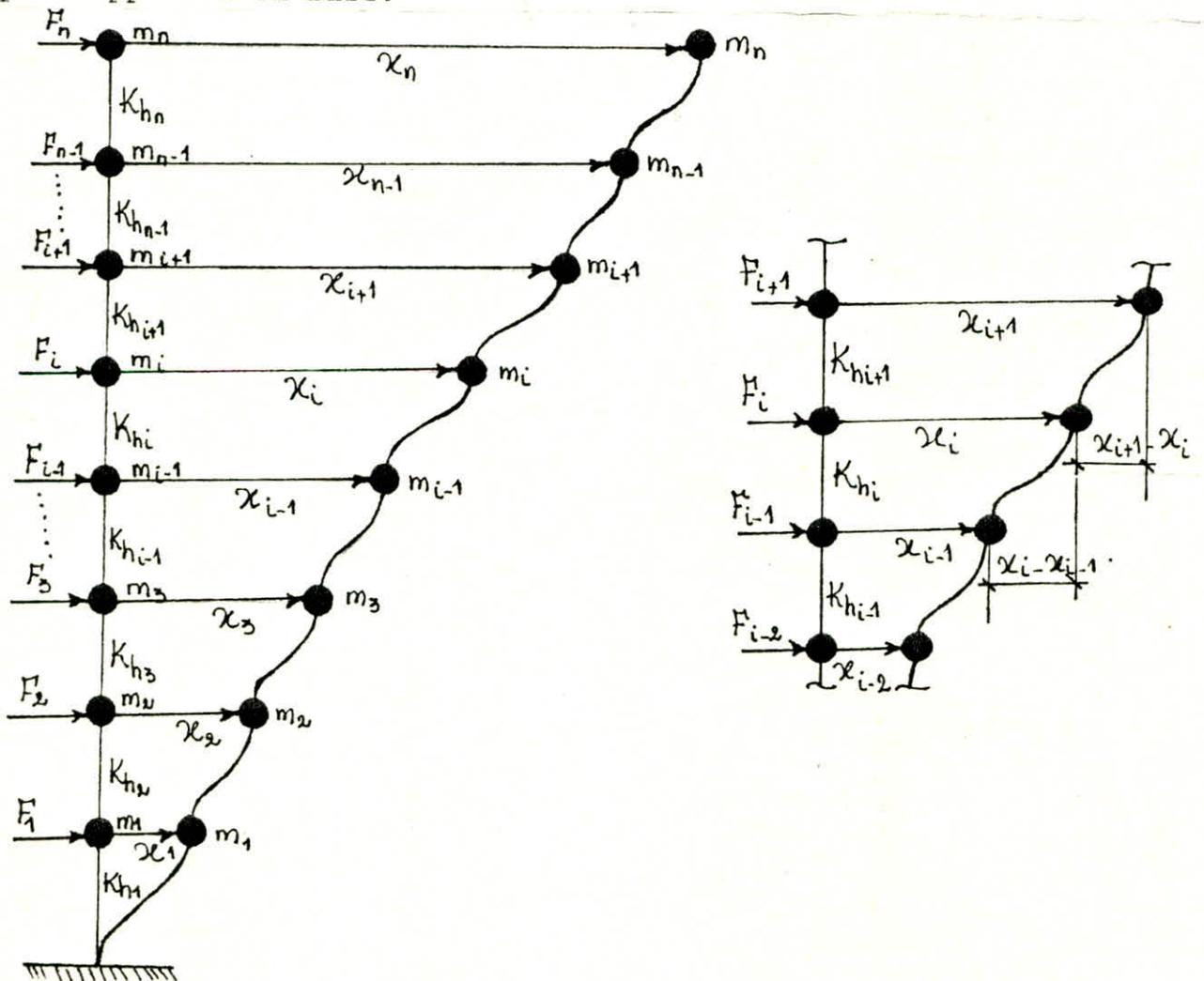
Avec

m: Nombre de poteaux au niveau i.

h_i: Leur hauteur en ce niveau.

IV-3-4: MATRICE DE RIGIDITE LATERALE [K_h] DU MODELE

La matrice de rigidité "[K_h]" correspondant aux degrés de liberté horizontaux du modèle sera obtenue en considérant l'équilibre de ce dernier vis à vis des déplacements horizontaux des masses par rapport à sa base.

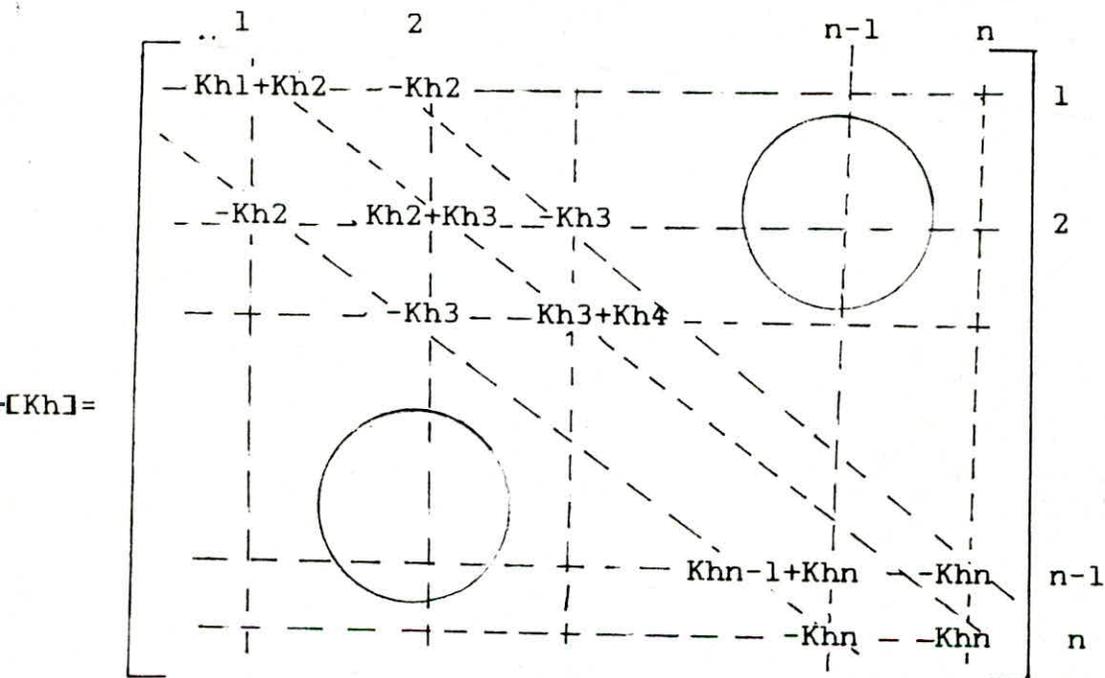


La force élastique (de rappel) F_i appliquée à la masse i est:

$$F_i = K_{hi}(X_i - X_{i-1}) - K_{hi+1}(X_{i+1} - X_i)$$

La relation liant alors le vecteur des forces de rappel $[F]$ en fonction du vecteur déplacement $[X]$ de la structure par rapport à sa base s'écrit comme suit:

$$[F] = [Kh][X], \text{ où } [F] = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix}, \text{ et } [X] = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix}$$



Nous remarquons que la matrice $[Kh]$ est:

- Symétrique.
- Bande.

IV-4: CALCUL DES VALEURS ET VECTEURS PROPRES
DE LA STRUCTURE

Comme il a été vu précédemment, les matrices masses [M] et de rigidité [Kh] du modèle mathématique de la structure (batiment) ont des dimensions (n*n) où , n est le nombre de degrés de liberté et qui correspond au nombre de masses du modèle

La structure possède alors n pulsations propres wk qui sont déterminées par l'équation caractéristique du déterminant (CLOUGH et PENZIEN 1975):

$$| [Kh] - w^2 [M] | = 0$$

En développant le déterminant, nous aurons une equation polynomiale de degré n en w². Nous obtenons donc un vecteur des pulsations

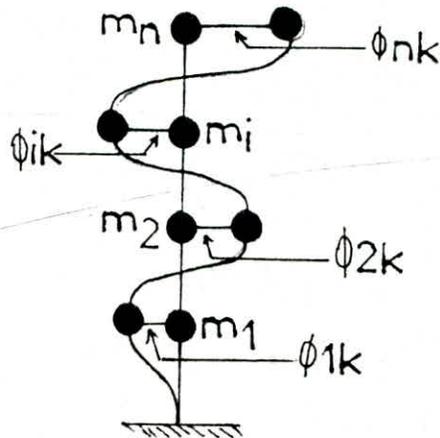
$$[W] = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ w_k \\ \cdot \\ \cdot \\ w_n \end{bmatrix}$$

A chacune des pulsations propres wk est associé un mode propre de vibration [φk] défini par:

$$| [Kh] - w_k^2 [M] | [\phi_k] = [0]$$

Pour un mode propre k , de pulsation wk , nous aurons donc un vecteur propre [φk] tel que:

$$[\phi_k] = \begin{bmatrix} \phi_{1k} \\ \phi_{2k} \\ \cdot \\ \phi_{ik} \\ \cdot \\ \phi_{nk} \end{bmatrix}$$



Mode K : Pulsation Wk

Plusieurs méthodes de calcul des valeurs et vecteurs propres d'un système existent dans la littérature, nous en citerons:

METHODE DE RAYLEIGH:

Elle est basée sur le principe de la conservation de l'énergie totale du système libre non amorti.

Elle ne détermine que la fréquence du mode fondamental.

METHODE DE VIANELLO-STODOLA:

Elle est basée sur l'équation :

$$\frac{1}{W^3} \phi = [D][M]\phi$$

Avec

[D]: la matrice de souplesse (ou de flexibilité).

Pour calculer la fréquence du mode fondamental, on se donne un vecteur initial correspondant à ce mode.

En remplaçant le vecteur dans le second membre de l'équation ([D][M]φ) on aura directement la valeur de la fréquence. Cette valeur est comprise entre deux bornes (max et min)

METHODE DE HOLZER:

Elle est basée sur la notion de rigidité relative de niveau, et se prête très bien pour les bâtiments contreventés par des portiques.

Elle consiste en la détermination des fréquences (w1, w2, ..., wn) et des formes propres correspondantes à ces valeurs en résolvant l'équation de récurrence:

$$X(j-1) = X(j) - \frac{W^2 \sum m(k)X(k)}{R(j)}$$

Avec

R(j): Rigidité du niveau j.

X(j): déplacement relatif du niveau j.

Cette résolution se fait par approximation successives sur (w) dont la bonne valeur satisfait la condition de base:

$$X(0) = 0 \Rightarrow \frac{W}{R(1)} \sum m(k)X(k) = X(2) - \frac{W}{R(2)} \sum m(k)x(k)$$

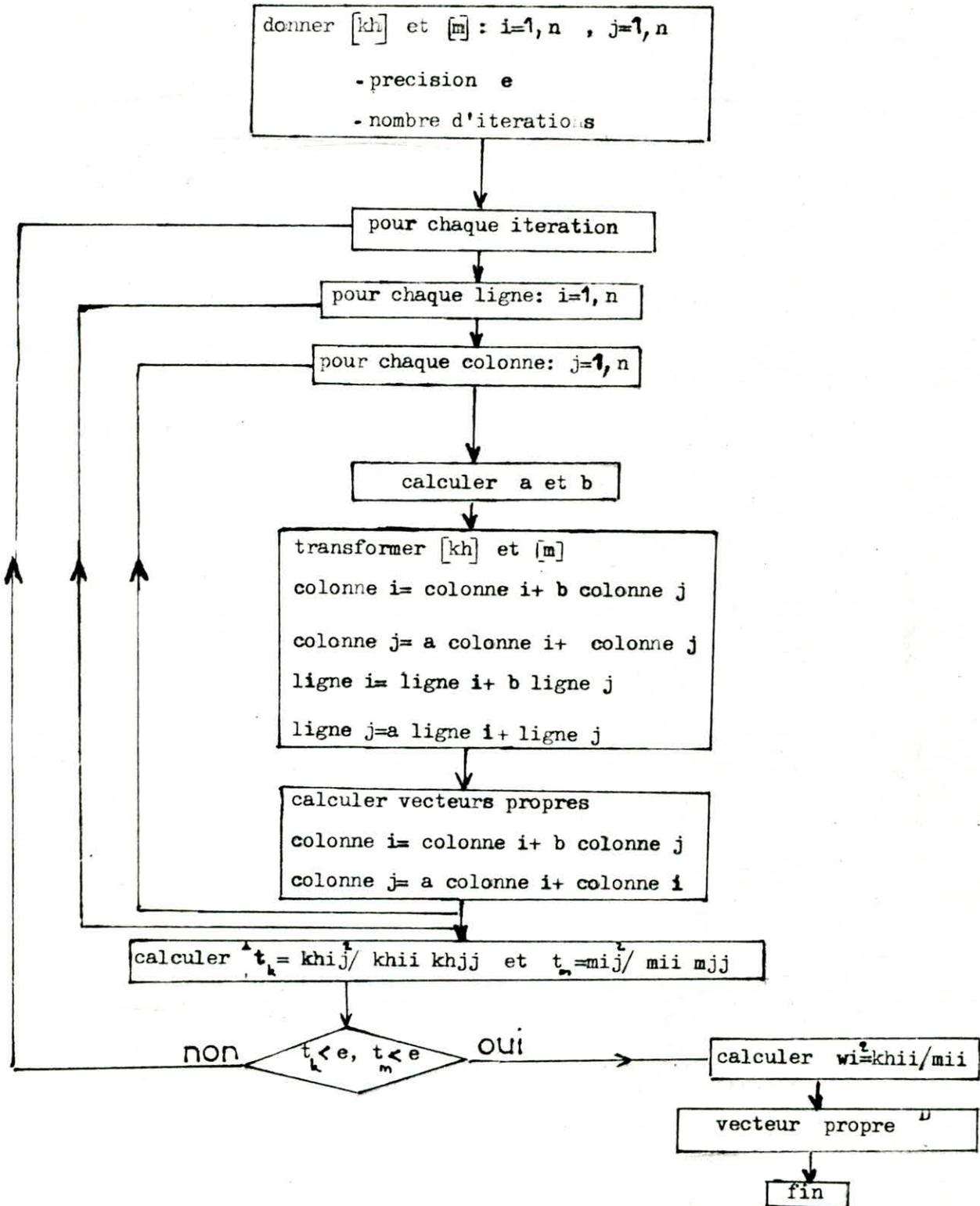
METHODE DE JACOBI:

C'est la méthode choisie dans le cadre de notre travail. Elle permet le calcul des N valeurs propres d'un système et leurs vecteurs propres associés (N < 100). dont les matrices [KH] et [M] sont symétriques et définies positives.

Cette méthode consiste à appliquer aux matrices [Kh] et [M] une série de transformations Pk telles que:

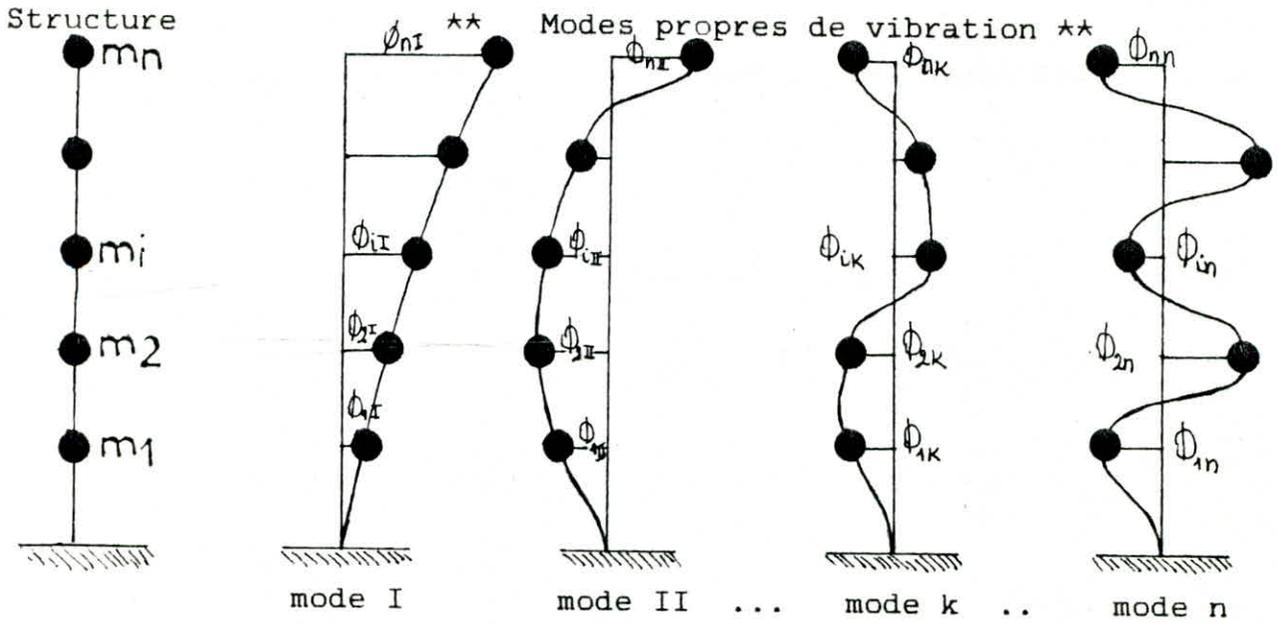
en posant [K1] = [KH] et [M1] = [M] ,

$$[K_{k+1}] = [P_k]^T [K_k] [P_k] \quad [M_{k+1}] = [P_k]^T [M_k] [P_k]$$

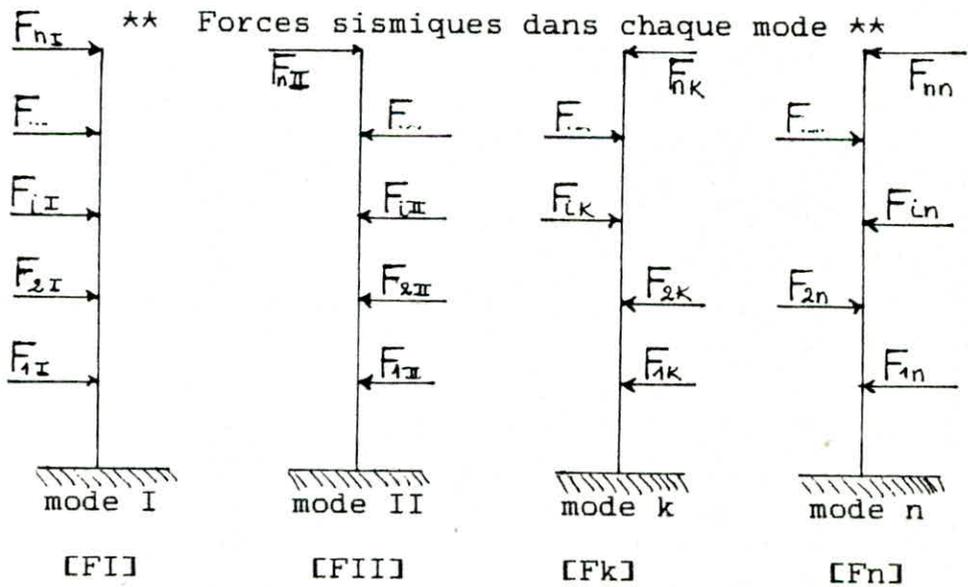


IV-5: CALCUL DES FORCES SISMIQUES

IV-5-1: FORCES SISMIQUES DANS CHAQUE MODE DE VIBRATION DE LA STRUCTURE



Isations propres:	WI	<	WII	<	Wk	<	Wn
riodes propres:	TI	>	TII	>	Tk	>	Tn
cteurs propres:	[ØI]		[ØII]		[Øk]		[Øn]



En utilisant le spèctre de calcul du R.P.A 81, la force sismique F_{ik} , au niveau i de la structure dans le mode k est donnée par:

$$F_{ik} = A \cdot D_k \cdot B \cdot Q \cdot \gamma_k \cdot \phi_{ik} \cdot W_i$$

où

A, B, Q : sont les coefficients définis précédemment et liés respectivement à la zone sismique, au comportement de la structure et à sa qualité, définis dans le R.P.A.81 (art.3.1.1.1, 3.1.1.4, 3.1.1.3)

D_k : facteur d'amplification dynamique moyen de la structure dans le mode k : (R.P.A, art. 3.3.1.2)

ϕ_{ik} : composante du vecteur O_k du mode k au niveau i .

W_i : poids de la masse m_i ($W_i = m_i \cdot g$)

γ_k : Facteur de contribution du mode k .

$$\gamma_k = \frac{\sum_1^n m_i \phi_{ik}}{\sum_1^n m_i \phi_{ik}^2}$$

Nous rappelons que:

A partir d'une certaine fréquence propre w , la contribution des modes supérieurs dans la réponse totale de la structure devient insignifiante par rapport aux modes précédents. Il est alors inutile de calculer la réponse de la structure dans chacun de tous ses modes propres de vibration; un calcul limité aux modes prépondérants approcherait de manière satisfaisante la réponse totale réelle de la structure.

Dans notre cas, nous limiterons le calcul au mode m ($m < n$) tel que la condition suivante:

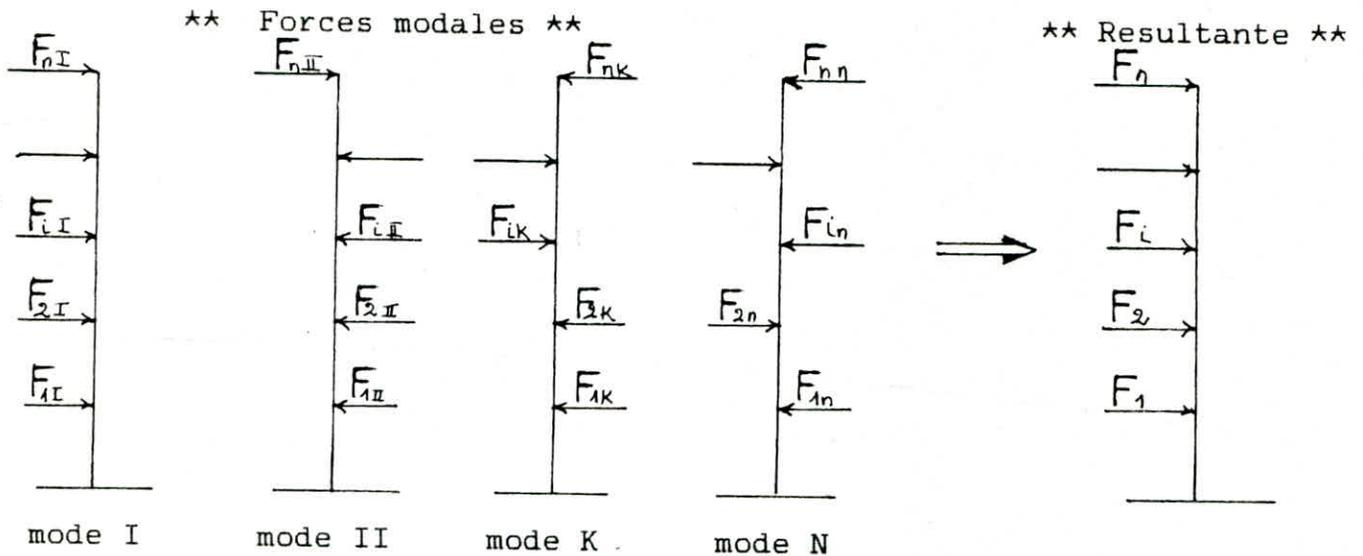
$$\sum_1^m \epsilon_k > 0,9 \quad \text{soit vérifiée}$$

où

ϵ_k : représente le coefficient d'équivalence du mode k et est donné par:

$$\epsilon_k = \frac{\left[\sum_1^n W_i \phi_{ik} \right]^2}{\left(\sum_1^n W_i \phi_{ik}^2 \right) \left(\sum_1^n W_i \right)}$$

IV-5-2: RESULTANTE DES FORCES SISMIQUES MODALES



Comme les réponses maximales des différents modes propres se manifestent, en général, à différents moments ($t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_n$) et qu'il n'existe pas de théorie exacte pour associer ces valeurs maximales tirées des spectres, la réponse maximale totale de la structure ne peut être calculée que par des méthodes approximatives.

Les deux méthodes les plus connues sont les suivantes:

-Une première possibilité consiste à calculer la somme des valeurs absolues des forces sismiques correspondant aux différents modes propres:

$$F_i = \sum_{k=1}^n F_{ik} = |F_{i1}| + |F_{i2}| + \dots + |F_{ik}| + \dots + |F_{in}|$$

Il est clair que cette combinaison conduit toujours à une estimation par excès de la force réelle F_i au niveau i de la structure parce que les réponses maximales des différents modes ne se manifestent pas en même temps et avec le même signe.

Néanmoins, d'un point de vue dimensionnement de la structure, cette méthode a l'avantage de se placer toujours en sécurité.

-Une deuxième approche possible, basée sur un concept probabiliste, consiste à calculer la moyenne quadratique des carrés des forces des différents modes propres:

$$F_i = \sqrt{\sum_{k=1}^n F_{ik}^2} = \sqrt{F_{i1}^2 + F_{i2}^2 + \dots + F_{ik}^2 + \dots + F_{in}^2}$$

Cette estimation est plus proche de la réalité physique et est recommandée par plusieurs codes parasismiques. Nous l'avons donc appliquée dans le cadre de notre travail

ORGANIGRAMME: FORCES SISMIQUES REGLEMENTAIRES

! DEBUT !

!
V

! LIRE A, B, Q, ET LE TYPE DE SOL !

!
V

! MODE PROPRE K; K=1, M !
! CALCUL DE LA PERIODE PROPRE !
! $T_k = 2\pi / W_k$!

!
V

! CALCUL DE D_k !

!
V

! CALCUL DE k !

!
V

! CALCUL DE F_{ik} !

!
V

TEST
 $E_k > 0.9$ ----- ! CALCUL DE F_i !

!
V

! IMPRESSION DU VECTEUR !
! DE FORCES SISMIQUES !
! RESULTANTES [F] !

!
V

! FIN !

CHAP-V

V-1: DESCENTE DE CHARGE:

Cette opération consiste à calculer pour tous les éléments de la construction (poutres, poteaux), les charges qu'ils supportent au niveau de chaque étage jusqu'aux fondations.

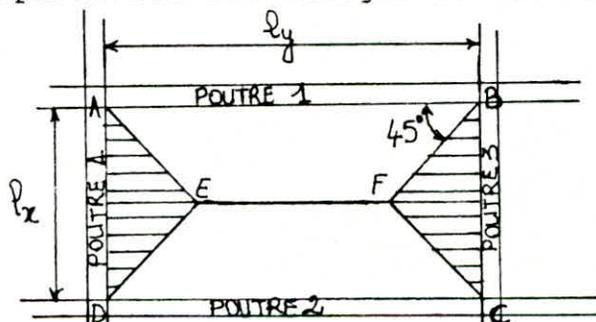
Il faut d'abord considérer la nature et l'importance des forces agissantes sur le bâtiment:

- Charges permanentes ou poids mort.
- surcharges d'exploitation.

Comme il a été précisé précédemment, la reconnaissance de chaque panneau de dalle et sa surface va nous permettre de répartir les charges appliquées à chaque élément de la structure. Une fois un panneau est déterminé avec sa surface, nous distinguons deux cas possibles suivant le type de plancher.

a) PLANCHER DALLE:

Pour ce cas de plancher, chaque panneau élémentaire transmet aux poutres qui le supportent, une charge répartie déduite à partir des lignes de ruptures du panneau. Nous montrons dans ce qui suit la répartition des charges et surcharges sur les poutres:

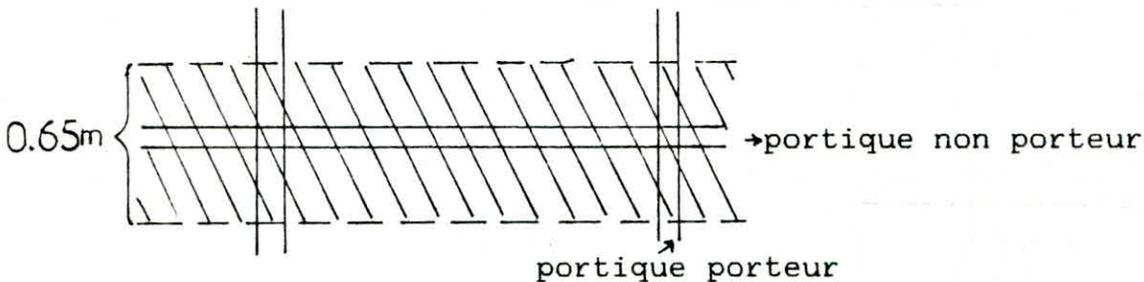


Pour un panneau rectangulaire, les lignes de ruptures sont dirigées selon des angles de 45° . Ces charges triangulaires et trapézoïdales sont par la suite supposées uniformes sur le long de la poutre.

Les charges transmises par le panneau ABCD se subdivisent ici en 2 charges trapézoïdales (AEFB et DEFC) prises par les poutres "1" et "2", et 2 charges triangulaires (AED et DFC) prises par les poutres "3" et "4".

b) PLANCHER CORPS CREUX:

Dans ce cas on doit donner le sens porteur du plancher. La bande qui revient au portique porteur est la moitié de la surface de la dalle adjacente, par contre le portique non porteur supporte $0.65/2m$ de chaque côté (0.65m étant l'espacement entre les poutrelles).



Ayant déterminé la bande de la dalle reprise par chaque portique, suivant le type de plancher, nous passons au calcul des charges et surcharges.

V-2: CHARGES PERMANANTES REVENANT AU PORTIQUE:

La charge permanente (G) est le poids propre de la structure. Son calcul résulte d'un métré et de la connaissance des poids volumiques des matériaux et des éléments de la construction.

La charge permanente revenant à chaque portique est formée donc du: poids des poutres et poteaux du portique, poids qui revient du plancher, et si c'est un portique de rive on ajoute le poids des cloisons extérieurs.

V-3: CHARGES D'EXPLOITATIONS REVENANT AU PORTIQUE:

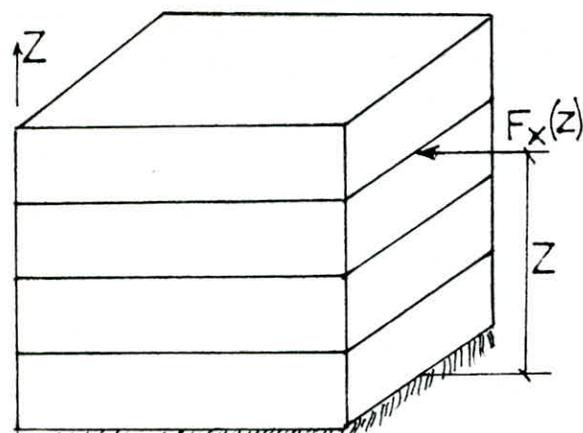
La surcharge d'exploitation (SU) est donnée en fonction du type d'utilisation du bâtiment. Cette surcharge est uniformément répartie sur le portique, elle est calculée en fonction de la bande revenant au portique considéré.

V-4: REPARTITION DES FORCES SISMIQUES SELON LES DIFFERENTS PLANS DE CONTREVENTEMENT

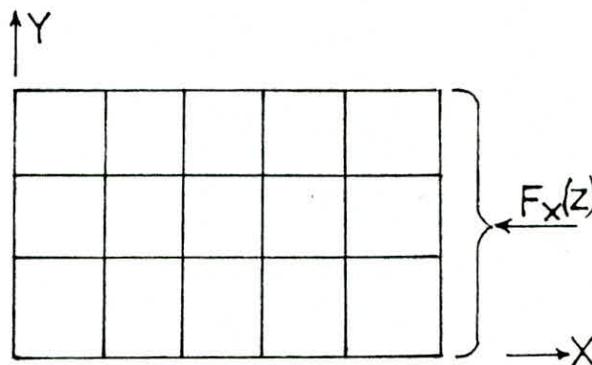
La structure sera décomposée en portiques élémentaires parallèles entre eux, la répartition se fait suivant la direction de l'effort horizontal considéré .

En admettant l'hypothèse de l'indéformabilité des planchers dans leur plan horizontal, chaque portique élémentaire subit le même déplacement.

De ce fait chaque portique ou plan de contreventement reprend un effort proportionnel à sa rigidité latérale.



Vue en élévation



Vue en plan

Avec $F_X(Z)$: Force horizontale appliquée à l'étage Z suivant la direction X-X

La rigidité latérale du portique j au niveau Z est:

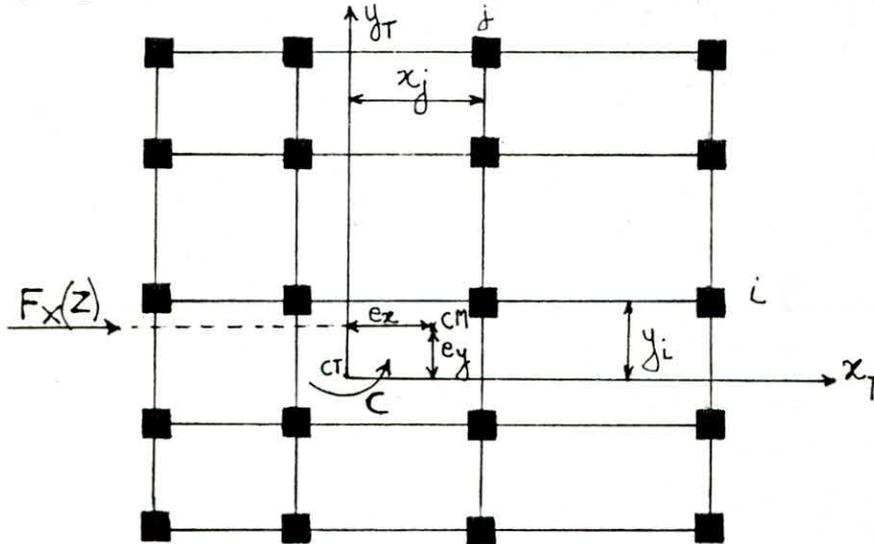
$$R_X(Z, I) = \sum_1^n \frac{12 EI_j}{h^3(Z)}$$

n: Nombre de poteaux au niveau i.

La force appliquée pour chaque portique i à l'étage (Z) suivant le sens xx:

$$F_X(Z, i) = \frac{F_X(Z) * R_X(Z, I)}{\sum_1^n R_X(Z, I)}$$

Lorsque la structure présente en plan une certaine dissymétrie de masse ou de rigidité, autrement dit lorsque la résultante générale des forces horizontales ne passe pas par le centre de torsion alors la déformation relative due à un couple de torsion entre les planchers est une rotation autour du C-D-T et les déplacements subis par chaque portique sont proportionnels à sa distance du centre de torsion.



La rigidité à la torsion à l'étage Z est:

$$RT(Z) = \sum_1^n RY(Z, j) * (x_j)^2 + \sum_1^m RX(Z, i) * (y_i)^2$$

- RX(Z, i): rigidité du portique i parallèle à XX
- RY(Z, j): rigidité du portique j parallèle à YY
- xj: distance du portique j par rapport à l'axe yt
- yi: distance du portique i par rapport à l'axe xt

La force due à la torsion reprise par chaque portique est:

$$FX(Z, i) = FX(Z) * e_y * RX(Z, i) * y_i / RT(Z)$$

La force résultante totale est la somme des forces dues à la translation et à la rotation.

$$FX(Z, i) = \frac{FX(Z) * RX(Z, i)}{\sum RX(Z, i)} + \frac{FX(Z) * e_y * RX(Z, i) * y_i}{RT(Z)}$$

NB: le procédé de calcul est analogue dans la direction YY

V-4: VISUALISATION DU PORTIQUE ETUDIE

Une fois toutes les charges et surcharges calculées, l'utilisateur peut demander le portique de son choix pour une étude plus détaillée.

Un premier choix consiste à choisir le sens du portique à étudier, c'est à dire portique longitudinal ou transversal. Puis on demandera le numéro du portique à visualiser, celui-ci apparait sur l'écran avec sa cotation.

Le portique étant visualisé une confirmation est nécessaire pour lancer son étude. Ceci permet de visualiser plusieurs portiques avant de faire un choix définitif.

Après confirmation de l'étude d'un portique, il apparait sur l'écran un tableau donnant le nombre de noeuds et de barres (la recherche est faite par l'ordinateur, par une serie de tests).

Juste après, un menu apparait permettant d'appeler la valeur des charges et surcharges et les forces sismiques, ainsi que leurs point d'application: numéro du noeud cas de charge concentrée, numéro de la barre pour une charge répartie, le code des charges, position des noeuds dans le repère global, les noeuds début et fin de chaque barre, section et inertie de chaque barre).

CHAP-VI-CALCUL DES EFFORTS INTERNES

VI-1: INTRODUCTION :

Sous l'action des charges, toute structure subit des déformations qui sont la conséquence de la déformabilité des matériaux utilisés. L'analyse de ces déformations permet la détermination des forces de liaison et les efforts dans n'importe quelle section d'une structure hyperstatique (continuité de la déformée). Parceque entre les efforts et les déformations des structures hyperstatiques existe une interdépendance, il en résulte deux méthodes de résolution du problème de calcul des structures:

- Méthode des forces
- Méthode des déformations(déplacements)

Nous exposerons la méthode des déformations qui est à la base des grands programmes actuels et qui se prête bien à la programmation.

METHODE DES DEPLACEMENTS :

Cette méthode a été conçue pour le calcul de structures hyperstatiques formées de barres généralement droites encastées aux noeuds et que l'on désigne habituellement du nom de portique ou cadre. Cette méthode prend comme inconnues les déplacements subis par les noeuds de la structure, c'est à dire translations et rotations, qui permettent d'arriver à la position finale déformée. Le nombre d'inconnues est donc égal au nombre de déplacement des noeuds. Avant d'aborder le calcul des efforts nous jugeons nécessaire, un bref rappel de quelques notions de résistance des matériaux.

VI-2: RAPPELS DE RESISTANCE DES MATERIAUX:

VII-2-1: TRAVAIL MECANIQUE DES FORCES EXTERIEURES:

Le travail mécanique d'une force est définie comme étant le produit du module de la force et du déplacement élémentaire de son point d'application suivant la direction de son support.

$$dW = F \cdot dS$$

où

F : force extérieure

dS : déplacement élémentaire

dW : Travail élémentaire

Si la force agit statiquement sur un corps élastique en le déformant il existe une relation entre le déplacement du point d'application de la force et son intensité, elle est donnée par la loi de HOOKE

$$dS = K \cdot dF$$

ou $S = K \cdot F$

Avec dF: Force élémentaire

dS: Déplacement du point d'application

K: Constante

Le travail mécanique élémentaire s'exprime alors:

$$dW = F \cdot dS = F \cdot K \cdot dF$$

Le travail mécanique total est:

$$W = \int F \cdot K \cdot dF = (1/2) \cdot K \cdot F^2$$

$$W = 1/2 \cdot K \cdot F^2 = (1/2) \cdot F \cdot S$$

d'où

$$W = (1/2) \cdot F \cdot S$$

VI-2-2: TRAVAIL MECANIQUE DES FORCES INTERIEURES:
(efforts internes)

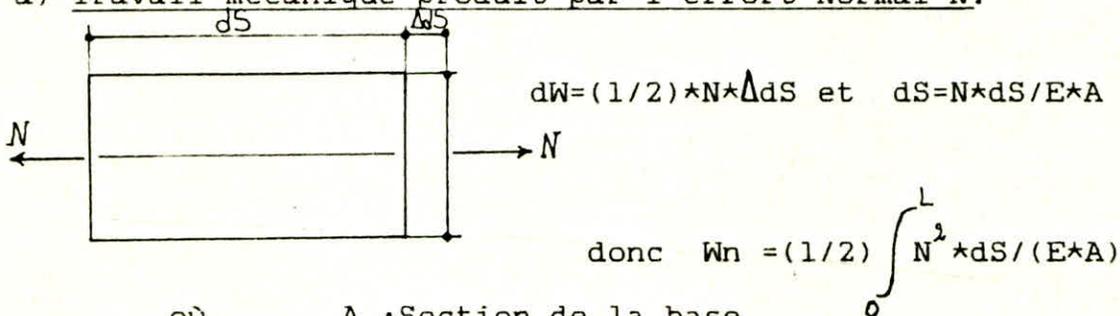
L'action des charges produit dans les sections de la structure une sollicitation caractérisée par l'apparition d'efforts et de déformations dans tous les points du matériau. Ces efforts s'opposent toujours aux déplacements, et représentent la réaction du matériau aux actions des forces extérieures.

Ainsi le travail mécanique des forces extérieures est égal au travail mécanique des forces intérieures
(théorème de MAXWELL-BETTI).

Autrement dit tant que les déformations restent dans le domaine élastique, le travail mécanique des forces extérieures s'accumule pratiquement en totalité comme énergie potentielle dans la structure déformée.

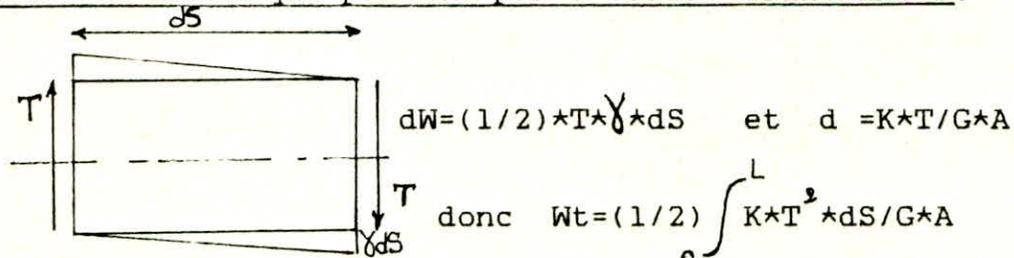
VI-2-3 ENERGIE DE DEFORMATION

a) - Travail mécanique produit par l'effort Normal N:



où A : Section de la base
E : Module de YOUNG du Matériau de construction ou module d'élasticité longitudinal

b) - Travail mécanique produit par l'effort tranchant T:

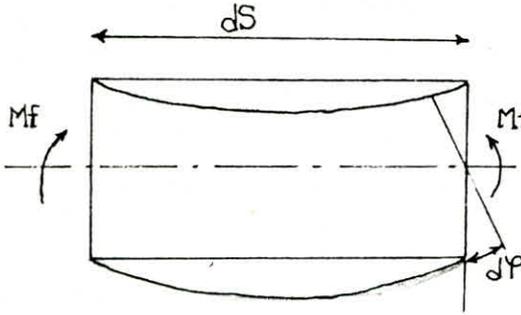


où γ : Déformation relative de rotation de la section droite de la barre

G: Module d'élasticité transversal du matériau

K: Constante

c) Travail mécanique produit par le moment fléchissant M_f :



$$dW = (1/2) * M_f * dP \quad \text{et } dP = \theta * dS$$

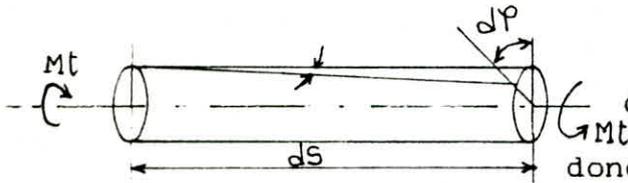
$$\theta = M_f / E * I_z$$

donc

$$WM_f = (1/2) \int_0^L M_f^2 * dS / E * I_z$$

où I_z : Moment d'inertie de la section droite de la barre

d) Travail mécanique produit par le moment de torsion



$$dW = (1/2) * M_t * dP \quad \text{et } dP = M_t * dS / G * I_p$$

donc

$$WM_t = (1/2) \int_0^L M_t^2 * dS / G * I_p$$

où I_p : Moment d'inertie polaire de la section droite de la barre

Lorsque toutes les sollicitations simples sont appliquées simultanément le travail mécanique intérieur (énergie potentielle) pour une barre est donné par l'intégration DE MOHR.

$$W = (1/2) \left[\int_0^L N^2 * dS / E * A + \int_0^L K * T^2 * dS / G * A + \int_0^L M_f^2 * dS / E * I_z + \int_0^L M_t^2 * dS / G * I_p \right]$$

L'application pratique de cette formule en sa totalité, conduit à des calculs laborieux et souvent superflus alors que l'influence de certains termes peut être insignifiante par rapport aux autres.

VI-2-4: CALCUL DES DEPLACEMENTS :THEOREME DE CASTIGLIANO

Soit une structure élastique chargée par un système de forces indépendantes. Nous formulons le théorème de CASTIGLIANO permettant de calculer les déplacements à partir de l'énergie de déformations (énergie potentielle).

Le déplacement du point d'application d'une force quelconque faisant partie d'un système de forces indépendantes agissant statiquement sur une structure élastique est égale à la dérivée partielle, par rapport à cette force, de l'énergie potentielle de déformation de la structure:

$$D_i = dW/dF$$

W: Energie potentielle élastique totale due à toutes les forces participant à la déformation

Nous désignons par u, v, θ , les déformations engendrées respectivement par les efforts internes N, T, M et seront exprimés comme suit:

$$u = dW/dN \quad \text{-Translation axiale}$$

$$v = dW/dT \quad \text{-Translation perpendiculaire à la ligne moyenne de la barre}$$

$$\theta = dw/dM \quad \text{-Rotation}$$

VI -3: PRINCIPE DE LA METHODE DES DEPLACEMENTS:

Pour des structures élastiques, la position déformée est une position d'équilibre. Cette position déformée est définie à partir des déplacements (rotation et translation.) de chaque noeud, nous pouvons ainsi trouver les efforts dans chaque barre.

Une étape préliminaire de la méthode des déplacements consiste à remplacer la structure initiale par une autre appelée système statique de base (provenant de la première) où sont introduites les liaisons supplémentaires pour empêcher toute possibilité de déplacement des noeuds.

Le système de base est donc formé par un ensemble de barres parfaitement encastrées aux extrémités.

La méthode des déplacements prend comme inconnues les déformations . En écrivant les conditions d'équilibre pour chaque noeud vis à vis de la translation et de la rotation, on obtient les équations de conditions nécessaires pour déterminer les valeurs inconnues des déplacements.

Nous rappelons que le système statique de base présente des liaisons supplémentaires par rapport à la structure réelle, il en découle alors que les résultantes des réactions ayant été engendrées dans ces liaisons par les forces extérieures et par l'empêchement des déplacements doivent être nulles dans la structure réelle.

En appliquant le principe de superposition des effets (valable uniquement dans le domaine élastique) sur la liaison supplémentaire si, nous pouvons écrire:

$$S1*Kil+S2*Ki2+.....+Si*Kii+.... +Sn*kin+Fi=0$$

avec: n:Nombre de noeuds dans la structure réelle
S1.....Sn:Représentent les valeurs des déplacements inconnus.

Kil.....Kin:Réaction (force ou moment) qui apparait dans la liaison "i" quand un déplacement unitaire se produit suivant la direction du déplacement j.

En écrivant l'équation d'équilibre pour chaque noeud, on obtient un système de "n" équations à "n" inconnues.

$$\sum_{j=1}^n Kij*Sj=-Fi \quad i=1,2,.....,n$$

Kij:est définie comme étant le coefficient de rigidité
Ce système d'équation peut être écrit sous forme matricielle comme suit:

$$[K][U]=[F]$$

- [K] : Matrice de rigidité de la structure.
- [U] : Vecteur déplacement des noeuds de la structure.
- [F] : Vecteur force extérieur agissant sur la structure.

VI-4: MATRICE DE RIGIDITE D'UNE STRUCTURE PLANE:

VI-4-1: INTRODUCTION:

On appelle matrice de rigidité [K] d'une structure, la matrice formée par les vecteurs charges appliqués aux différents noeuds en fonction des vecteurs déplacements de ces derniers. Elle est donc définie par la relation :

$$[F]=[K][U]$$

Cette matrice [K] résulte directement des équations d'équilibre et de continuité.

VI-4-2: DISCRETISATION DES STRUCTURES:

Une structure possède un nombre infini de points. En chacun de ceux-ci peuvent être définis les forces extérieures, les contraintes, les déformations et les déplacements.

La mécanique des milieux continus fournit des équations permettant de définir ces différentes grandeurs en tout point de la structure.

Il est clair que le calcul des structures par ces méthodes reste complexe et difficile à la programmation. Il est apparu alors nécessaire de créer des modèles de calcul en discrétisant la structure tout en gardant valable certaines hypothèses sur la théorie des poutres et la distribution des contraintes.

Notre structure n'est plus considérée comme étant un corps continu mais comme un assemblage d'éléments plus simples qui peuvent être étudiés séparément.

COORDONNEES GEOMETRIQUES D'UNE STRUCTURE - NOTION DE REPERES

La définition de notre structure, et celle des efforts dans les barres, nous a amené à utiliser implicitement deux repères différents:

repère global:

c'est le repère de la structure et que l'on désigne par X,Y. Il sert à définir les coordonnées des noeuds. Seront fournies dans ce repère, les réactions des appuis et les déplacements des noeuds.

repère local:

c'est le repère de la barre x,y, défini par la fibre neutre de la barre (axe x) orientée du noeud début au noeud fin, et l'axe y directement perpendiculaire à l'axe x. Seront exprimés dans ce repère les efforts N,T,M.

VI-4-3:FORMATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE D'UNE BARRE BIENCASTRE DANS LE REPERE LOCAL:

Soit une barre biencastrée à ses deux extrémités. Cette barre est soumise à des déplacements imposés à ses extrémités:



Les équations d'équilibre pour ce système hyperstatique donnent:

$$\begin{aligned} N_a + N_b &= 0 \\ T_a + T_b &= 0 \\ M_a + M_b + T_a * L &= 0 \end{aligned}$$

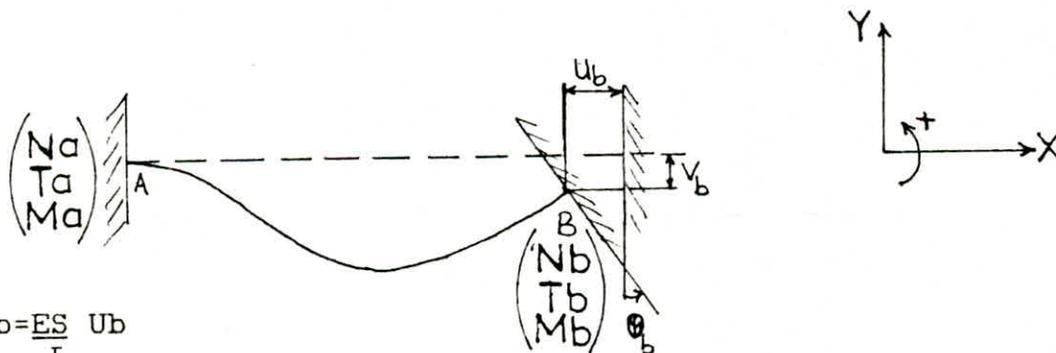
Les efforts dans la barre dans une section l de l'extrémité :

$$\begin{aligned} N &= N_a \\ T &= T_a * (L-l) + M_a \\ M &= M_a \end{aligned}$$

En négligeant l'effet du cisaillement et de la torsion dans l'expression de l'énergie potentielle totale, nous aurons:

$$W = \frac{1}{2} \left[\int_0^L \frac{N_a}{EA} dl + \int_0^L \frac{(T_a(L-l) + M_a^2)}{EI} dl \right]$$

Compte tenu des bases théoriques du §VI, et après intégration de l'expression du travail W, nous pouvons exprimer les déplacements imposés en fonction des efforts internes. Réciproquement, les efforts peuvent être exprimés aussi en fonction des déplacements:



$$\begin{aligned} N_b &= \frac{ES}{L} U_b \\ T_b &= \frac{12EI}{L^3} V_b - \frac{6EI}{L^2} \theta_b \\ M_b &= -\frac{6EI}{L^2} V_b + \frac{4EI}{L} \theta_b \end{aligned}$$

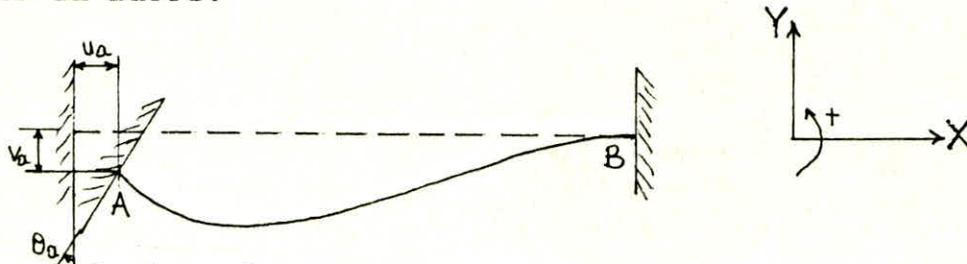
Sous la forme matricielle, nous aurons:

$$\begin{vmatrix} N_b \\ T_b \\ M_b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ES/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_b \\ V_b \\ \theta_b \end{vmatrix}$$

D'après les équations d'équilibre, nous pouvons calculer les efforts N_a, T_a et M_a à partir de N_b, T_b et M_b

$$\begin{vmatrix} N_a \\ T_a \\ M_a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -ES/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_b \\ V_b \\ \theta_b \end{vmatrix}$$

Un calcul similaire permet de donner les efforts provoqués par des déplacements (U_a, V_a, θ_a) de l'extrémité gauche de la barre:



Par un calcul analogue au précédent, nous obtenons:
-les efforts à l'extrémité A dûes aux déformations de A:

$$\begin{vmatrix} N_a \\ T_a \\ M_a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ES/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_a \\ V_a \\ \theta_a \end{vmatrix}$$

-Les efforts à l'extrémité B dûes aux déformations de B:

$$\begin{vmatrix} N_b \\ T_b \\ M_b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -ES/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_a \\ V_a \\ \theta_a \end{vmatrix}$$

Nous pouvons ainsi reconstituer toujours par une formulation matricielle une relation liant efforts aux déplacements pour la barre AB:

$$\begin{vmatrix} N_a \\ T_a \\ M_a \\ N_b \\ T_b \\ M_b \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ES/L & 0 & 0 & -ES/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -ES/L & 0 & 0 & ES/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_a \\ V_a \\ \theta_a \\ U_b \\ V_b \\ \theta_b \end{vmatrix}$$

Nous remarquons que la matrice $[K]$ ainsi obtenue est symétrique.

Afin de simplifier les écritures, la matrice $[K]$ peut s'écrire sous la forme:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_a & L_b \\ L_a & K_b \end{bmatrix}$$

où:

K_a, K_b, L_a, L_b : Sont des sous matrices de dimensions 3×3
 Pour déterminer cette matrice complètement il suffit de connaître une des 4 sous-matrices précédentes, les 3 autres s'obtiennent ensuite à l'aide de transformations matricielles simples.

Un choix judicieux, nous conduirait à choisir la sous-matrice K_b comme sous-matrice de base, c'est à dire la matrice de rigidité inférieure droite. Pour obtenir les autres nous utiliserons deux matrices de transformations que nous noterons

$[T1]$ et $[T2]$

avec:

$$[T1] = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & L \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} \quad \& \quad [T2] = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & -L & -1 \end{vmatrix}$$

Nous avons alors:

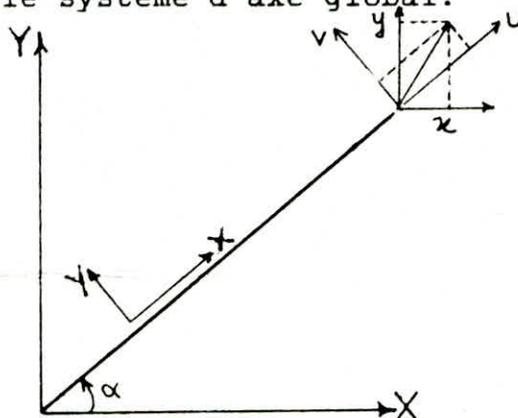
$$\begin{aligned} [L_b] &= [T2][K_b] \\ [L_a] &= [K_b][T1] \\ [K_a] &= [L_b][T1] \end{aligned}$$

Il est à remarquer que des problèmes de résistance de matériaux sont ramenés à des simples multiplications de matrices, ce qui sur le plan informatique, présente des avantages.

VI-4-4: FORMATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE D'UNE POUTRE BI-ENCASTREE DANS LE REPERE GLOBAL

Pour obtenir la matrice de rigidité de la structure entière, il est nécessaire d'avoir celle de chaque élément dans le repère global de la structure. Il sera procédé pour chaque barre, à un passage du repère local (lié à la barre) au repère global. Les relations trouvées jusque là, ne supposaient qu'un seul système d'axes qui était celui de la barre

Les réactions d'appuis et les déplacements des noeuds seront donnés dans le système d'axe global.



La relation liant les déplacements dans le repère local (u,v,φ) à ceux dans le repère (x,y,0) s'exprime comme suit:

$$\begin{aligned} u &= x \cdot \cos\alpha + y \cdot \sin\alpha \\ v &= -x \cdot \sin\alpha + y \cdot \cos\alpha \\ \varphi &= \theta \end{aligned}$$

Soit sous la forme matricielle:

$$\begin{pmatrix} U \\ V \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ \varphi \end{pmatrix}$$

Ainsi les efforts (M,N,T) exprimés dans le repère local se déduisent des efforts (H,V,C) liés au repère global par:

$$\begin{pmatrix} N \\ T \\ M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H \\ V \\ C \end{pmatrix}$$

$$\text{soit } [R] = \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

[R]:matrice rotation de la barre (matrice de passage)
Les termes de cette matrice sont les cosinus directeurs des axes oxy dans les axes OXY.
En vertu des propriétés des cosinus directeurs, on peut montrer que:

$$[R][R]^T = [I] \quad \text{donc } [R]^{-1} = [R]^T \quad (\text{orthogonalité de la matrice } [R])$$

Soit:

$[\bar{F}]$:vecteur force dans le repère global.

$[\bar{U}]$:vecteur déplacement dans le repère global.

$$[F] = [R][\bar{F}] \quad \& \quad [U] = [R][\bar{U}]$$

$$[F] = [K][U] \Rightarrow [R][\bar{F}] = [K][R][\bar{U}] \Rightarrow [\bar{F}] = [R]^{-1}[K][R][\bar{U}]$$

$$\Rightarrow [\bar{F}] = [R]^T [K] [R] [\bar{U}]$$

$$\text{d'où } [K] = [R]^T [K] [R]$$

Avec

[K]: Matrice de rigidité de la barre dans le repère global.

Ainsi pour former la matrice de rigidité d'une barre dans le repère global, il suffit de transformer les sous matrices K_a, L_a, L_b, K_b dans le repère global,

Avec:

$$[K_a] = [R]^T [K_a] [R] \quad \& \quad [L_a] = [R]^T [L_a] [R]$$

$$[L_b] = [R]^T [L_b] [R] \quad \& \quad [K_b] = [R]^T [K_b] [R]$$

Sur le plan informatique, cela se traduit par l'introduction des matrices $[R]$ et $[R]^T$, le programme se charge des différentes multiplications matricielles citées ci-dessus.

VI-4-5:FORMATION DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE DE LA STRUCTURE

La matrice de rigidité d'une structure est composée des matrices de rigidités constructives de chaque barre .

Soit une structure plane à n noeuds donc 3n degrés de liberté, la matrice de rigidité globale aura pour dimension (3n*3n). Nous avons à résoudre donc un système de 3n équations à 3n inconnues.

Pour construire et assembler la matrice de rigidité complète de notre structure, nous procédons de la façon suivante: Il faut connaître les différents noeuds j associés aux noeuds i dans les différentes barres; Soit la barre "a" appartenant à la structure:

Connaissant les sous matrices [Kaj],[Kai],[Laj] et [Lai], elles sont placées l'une après l'autre dans la matrice [K] en fonction de leurs rôles (lien entre efforts-déplacements).

[Kai]:matrice liant les efforts du noeud i dûes au déplacement du noeud i.

[Kaj]:matrice liant les efforts du noeud j dûes au déplacement du noeud j.

[Lai]:matrice liant les efforts du noeud i dûes au déplacement du noeud j.

[Laj]:matrice liant les efforts du noeud j dûes au déplacement du noeud i.

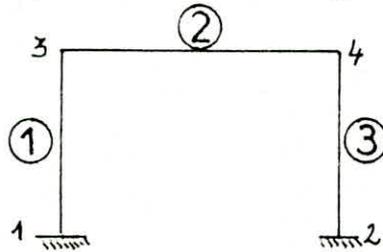
	1	2	3	4		i		j		n
1										
2										
3										
4										
i							K_a		L_a	
j							L_a		K_a	
n										

□matrice 3*3

Nous procédons de la même manière pour les autres barres de la structure.

Exemple:

Soit le portique plan suivant composé de 3 barres et 4 noeuds.



matrice élémentaire

matrice globale

Barre 1

K_1^1	L_1^3
L_1^1	K_1^3

	1	2	3	4
1	K_1^1		L_1^3	
2				
3	L_1^1		K_1^3	
4				

Barre 2

K_2^3	L_2^4
L_2^3	K_2^4

barre 3

K_3^2	L_3^4
L_3^2	K_3^4

MATRICE DE RIGIDITE [K] GLOBALE

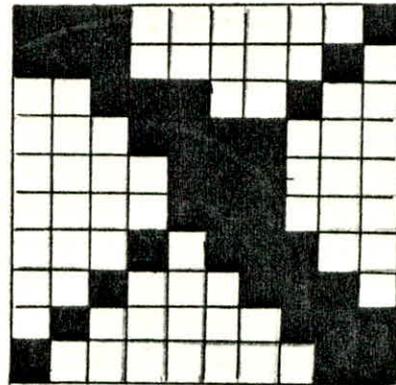
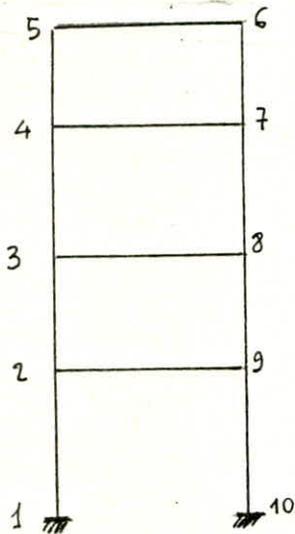
	1	2	3	4
1	K_1^1		L_1^3	
2				
3	L_1^1		$K_1^3 + K_2^3$	L_2^4
4			L_2^3	K_2^4

	1	2	3	4
1	K_1^1		L_1^3	
2		K_3^2		L_3^4
3	L_1^1		$K_1^3 + K_2^3$	L_2^4
4		L_3^2	L_2^3	$K_2^4 + K_3^4$

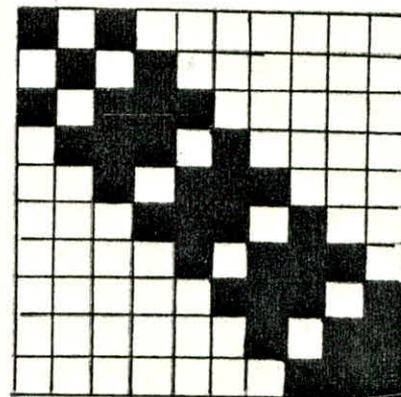
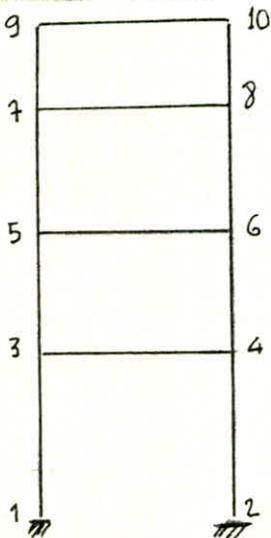
VII-4-5-1: INFLUENCE DE LA NUMEROTATION DES NOEUDS:

IL apparait de ce qui précède que la numérotation des noeuds et des barres est arbitraire pour la formation de la matrice de rigidité. Toutefois, cette numérotation conditionne la forme de cette matrice comme l'illustre les deux exemples suivants:

EXEMPLE 1:



EXEMPLE 2:



Nous remarquons que la numérotation de l'exemple 2 conduit à une matrice bande alors que la matrice de l'exemple 1 est moins avantageuse. Dans la pratique il est particulièrement intéressant d'avoir un grand nombre de zéros dans la matrice afin de réduire le nombre de termes à stocker.

IL est donc avantageux de procéder à une numérotation telle que le maximum de la différence en valeur absolue $|i-j|$ entre l'indice du noeud origine i et celui du noeud extrémité j , pour l'ensemble des barres de la structure soit la plus petite possible.

VI-4-5-2: PROPRIETES DE LA MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE:

La matrice de rigidité présente quelques particularités, dont certaines sont très intéressantes (surtout du point de vue économie de mémoire):

a) [K] est une matrice symétrique:

Soit une structure soumise à un deux cas de chargements, sous le premier chargement nous avons:

$$[F1] = [K][U1]$$

sous le second chargement nous avons :

$$[F2] = [K][U2]$$

Le théorème de Maxwell-BETTI peut s'écrire:

$$[F1]^T [U2] = [F2]^T [U1] \quad (\text{conservation du travail}):$$

soit

$$\begin{aligned} [F1]^T [U2] &= [U1]^T [F2] \\ [F1]^T [U2] &= [KU1]^T [U2] = [U1]^T [K]^T [U2] \\ [U1]^T [F2] &= [U1]^T [K] [U2] \end{aligned}$$

$$\text{Nous aurons:} \quad [U1]^T [K] [U2] = [U1]^T [K]^T [U2]$$

Soit:

$$[K] = [K]^T$$

La matrice de rigidité globale est donc symétrique.

b) [K] est une matrice bande:

La largeur de la bande dépend de la différence de numérotation maximale ND des noeuds d'un élément de la structure et vaut:

$$LD = 3(ND + 1)$$

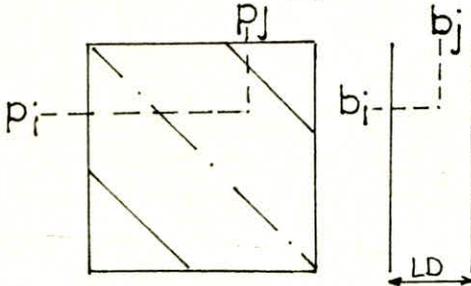
c) stockage de la matrice demi-bande:

Vu l'aspect bande et la symétrie de la matrice de rigidité [K], il sera possible de ne stocker que la moitié de la bande, cela nous permet un gain de mémoire et un temps de résolution plus court.

Nous allons donc stocker uniquement la demi-bande supérieure, le problème qui se pose alors est de déterminer la position d'un élément de la demi-bande en fonction de sa position dans le repère global.

Soit un élément de coordonnées P_i et P_j dans la matrice de rigidité globale de la structure, nous donnons la formule de récurrence permettant de trouver ces coordonnées dans la matrice demi-bande.

Soient b_i et p_j ses coordonnées:



Avec

$$\begin{aligned} b_i &= p_i \\ b_j &= p_j - p_i + 1 \\ p_j &\geq p_i \end{aligned}$$

d) [K] est définie positive:

L'énergie de déformation s'écrit:

$$W = (1/2) * [U]^T [K] [U] \quad \text{avec} \quad [U]^T [K] [U] > 0$$

Soient VAL: les valeurs propres associées à [K]
VEC: les vecteurs propres associés

On a: $[VEC]^T [K] [VEC] > 0$ ou $[VEC]^T [VAL] [VEC] > 0$

donc $[VAL] > 0$

Tous les déterminants réduits sont positifs, par conséquent la matrice est définie positive.

Cette propriété nous laisse un large choix de méthodes de résolutions: méthodes itératives (GAUSS-SEIDEL), méthode de CHOLESKY, etc....

VII-5: VECTEUR FORCE DE LA STRUCTURE:

Nous avons vu jusqu'ici comment déterminer la matrice de rigidité [K] du système d'équation $[F] = [K][U]$. Nous allons alors voir dans ce paragraphe comment déterminer le vecteur force [F] représentant l'ensemble des forces, ou plus exactement le vecteur des forces nodales équivalentes produisant les mêmes déplacements nodaux que les charges en travée agissant sur les éléments.

Le vecteur force de la structure est formé à partir des charges extérieures, qui sont de deux types:

-CHARGES APPLIQUEES AUX NOEUDS:

Pour un noeud i , la charge est donnée par ses 3 composantes dans le système d'axes définissant la structure (repère global). Dans notre cas, ces charges sont de trois types:

- # Suivant la direction X: force horizontale (de nature sismique)
- # Suivant la direction Y: force Verticale (poids du poteau)
- # Couple : moment concentré au noeud (dû aux consoles eventuelles)

-CHARGES APPLIQUEES AUX BARRES:

Les réactions nodales doivent être exprimées dans le repère global. Nous avons un seul type de charges appliquées à la barre, c'est à dire la charge uniformément répartie perpendiculaire à la l'axe de la barre (elle est dûes aux charges et surcharges).

L'équilibre du noeud i s'écrit:

$$[Foi] = \sum_a [Fai]$$

[Foi]: force extérieure appliquée en ce noeud.

[Fai]: force provenant de la barre "a" au noeud "i"

On peut écrire $[Fai] = [Ra]^T [fai]$

En décomposant $[fi]$ suivant le principe de superposition des états d'équilibre en:

-[f'] dû aux déplacements seuls.

-[f"] dû aux charges seules.

Nous aurons:

$$[fai] = [f'ai] + [f"ai]$$

et:

$$[Foi] = \sum_a [Ra]^T [f'ai] + \sum_a [Ra]^T [f"ai]$$

donc avec $\sum_a [Ra]^T [f'ai] = [Foi] - \sum_a [Ra]^T [f"ai] = [Fi]$

$$[Fi] = \sum_a [Ra]^T [f'ai]: \text{vecteur force au noeud } i.$$

Le calcul du vecteur $[Fi]$ pour un noeud i revient à:

-Déterminer le terme $[Foi]$ représentant les forces appliquées au noeud i .

-Déterminer le terme $[f"ai] = [Ra]^T [f"ai]$ qui correspond aux forces résultantes des charges appliquées sur la barre en considérant celle-ci sans déplacement.

Notre vecteur $[Fi]$ sera parfaitement déterminé pour les noeuds non appuis (dont on cherche les déplacements). Les réactions d'appuis seront calculées à partir des déplacements des autres noeuds.

Le calcul des forces aux extrémités des barres sera donc classique car nous aurons donc toujours affaire à un système simple: barre bi-encastées, hyperstatiques de degré 3, et charges uniformément réparties.

Les formules seront pré-établies, pour éviter un nouveau calcul à chaque fois.

VI-6: CONDITIONS AUX APPUIS:

La matrice de rigidité de la structure est l'assemblage des matrices de rigidité des barres. La méthode des déplacements conduit, à calculer les déplacements en chaque noeud il importe donc de connaître dans la matrice de rigidité, les termes relatifs aux appuis.

Les déplacements fixes de la structure sont connus, pour la résolution du système, une modification de la matrice de rigidité [K] et du vecteur [F] sont indispensables, il existe différentes méthodes de mener à bien cette modification:

1 ère Méthode:

Terme diagonal dominant: consiste à multiplier les termes diagonaux de la matrice [K] correspondant aux noeuds fixés (noeuds appuis) par un grand nombre, par exemple $10^{*}20$, cela permet de rapprocher les déplacements des appuis à la valeur ZERO "0".

2 ème Méthode:

Éliminer les lignes et les colonnes correspondantes aux déplacements fixés cela revient à résoudre les deux systèmes d'équations suivants :

$$\begin{aligned} [K_r][U] &= [F] \\ [K_R][U] &= [F_R] \end{aligned}$$

-Avec

[K_r]: Matrice de rigidité de la structure réduite en supprimant de [K] les colonnes relatives aux déplacements imposés nuls.
 [K_R]: Matrice formée des colonnes extraites de [K].
 [F_R]: Vecteur groupant les réactions d'appuis.

3 ème Méthode:

Réarrangement de [K] afin de diviser notre système d'équations en deux sous-systèmes: l'un correspondant aux noeuds non appuis et l'autre aux noeuds appuis, ce qui se traduit, au niveau de la matrice, par une permutation de lignes et de colonnes:

Nous avons alors:

$$\begin{bmatrix} K1 & K12 \\ K21 & K2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U1 \\ U2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F1 \\ F2 \end{bmatrix}$$

Avec:

- [U1]: Vecteur déplacement de tous les noeuds non appuis (inconnu).
- [U2]: Vecteur déplacement des noeuds appuis (connu, [U2]=0).
- [F1]: Vecteur force des noeuds non appuis partiellement déterminé.
- [F2]: Vecteur force des noeuds appuis (partiellement connu).

La résolution se fait donc en deux étapes:

- Détermination de [U1] à partir de [K1][U1]=[F1]
- Détermination de [F2] à partir de [K21][U1]=[F2]

L'utilisation des méthodes précédentes demande un calcul laborieux, ce qui nous amène à une autre méthode différente mais conduisant au même résultat.

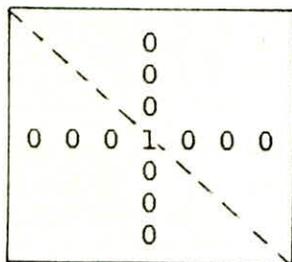
4 ème Méthode:

Celle-ci consiste à conserver la disposition de la matrice [K], tout en remplaçant les lignes et les colonnes correspondant aux noeuds appuis par des zéros "0", en mettant toutefois la valeur un "1" pour le terme diagonal (afin d'éviter que la matrice ne soit singulière).

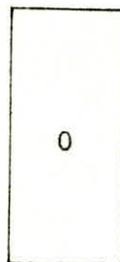
Et de même, on placera un zéro sur la ligne correspondante du vecteur force. Ainsi, si "d0" est le déplacement inconnu, nous aurons à résoudre:

$$1 \cdot d_0 = 0 \quad \text{d'où} \quad d_0 = 0$$

Ce qui représente le résultat escompté pour un noeud appui, et compte tenu de la colonne zéro le terme n'interviendra dans aucune autre équation. Par analogie, ceci se traduira pour la matrice de rigidité demi-bande comme suit:

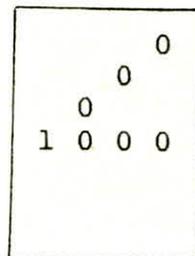


[K] Complète



[F]

≡



[K] Demi-bande

Ce procédé de programmation a l'avantage, outre sa simplicité de ne pas bouleverser l'ordre de la matrice.

VII-7: RESOLUTION DU SYSTEME [F]=[K][U]:

[K] et [F] ayant été déterminé définitivement après introduction des conditions d'appuis, nous sommes alors en mesure de résoudre le système d'équations linéaires

$$[K][U]=[F]$$

où [U]:est le vecteur déplacement inconnu.

Nous avons donc à traiter un système de n équations à n inconnues et [K] est une matrice n*n où n est le nombre de noeuds de la structure. Par ailleurs il serait intéressant de connaître directement la matrice inverse de la matrice [K], cette résolution permettrait une fois [K] connue de déterminer directement [U] connaissant [F] à partir de:

$$[U]=[K]^{-1} [F]$$

Toutefois les algorithmes développés montrent qu'il est plus simple et plus rapide de résoudre un système plutôt que de calculer une matrice inverse.

Plusieurs méthodes de résolution existent dans la littérature , nous en citerons les plus importantes

VII-7-1: METHODES DIRECTES:

* METHODE DE GAUSS:ou de substitution

Elle consiste à exprimer chacune des inconnues en fonction des autres, et de la substituer dans les autres équations, afin de rendre la matrice [K] triangulaire inférieure ou supérieure. La résolution sera donc simple car ayant déterminé un déplacement on trouvera le second en fonction du premier et ainsi de suite.

Cette méthode est très rapide (d'où son nom méthode directe), mais s'avère moins avantageuse pour la mémoire car elle prend toute la matrice de rigidité, du moins la matrice symétrique (symétrie de [K]) et necessit un grand nombre de calculs à faire.

* METHODE DE CHOLESKY:

Grâce à la symétrie de la matrice [K], cette méthode s'applique parfaitement, elle consiste à décomposer la matrice [K] en un produit d'une matrice triangulaire inférieure, une matrice diagonale et une matrice triangulaire supérieure.

Utilisons la symétrie de [K] nous aurons:

$$[K]=[Ls]^T [D] [Ls]$$

Avec:

[Ls]: Matrice triangulaire supérieure avec des uns sur la diagonale.

[D]: Matrice diagonale.

L'avantage de cette méthode est double: tout d'abord le nombre de calculs effectués par cette méthode est relativement plus faible que par une résolution de GAUSS, et que la précision est meilleure

On procèdera à la résolution en deux étapes
-Décomposition de la matrice de rigidité [K] en [Ls]^T, [D] et [Ls].

-Résolution du système: [Ls]^T[D][Ls][U]=[F]
d'où [D][Ls][U]=[Ls]^T[F]

Nous remarquons que la décomposition ne se fait qu'une seule fois, et la résolution sera appliquée successivement aux différents cas de charge-ments (G, SU, SI).

VII-7-2: METHODE ITERATIVE:*METHODE DE GAUSS-SEIDEL:

Nous avons démontré que la matrice de rigidité est définie positive, donc converge. La méthode itérative est donc applicable. Elle consiste à décomposer la matrice [K] en somme de trois matrices

$$[K]=-[Li]+[D]-[Li]^T$$

Avec

[Li]: Matrice triangulaire inférieure ayant des zéros sur la diagonale.

[D]: Matrice diagonale.

VI-8: CALCUL DES EFFORTS INTERNES DANS LES BARRES:

Le calcul par la méthode de la matrice de rigidité se base sur le principe de superposition des états d'équilibre qui sont:

- Chargement sans déformation (1)
- Déformation sans chargement (2)

Nous avons exprimé cette égalité sous la forme:

$$[fa] = [f'a] + [f''a]$$



Avec:

$-N_0'', T_0'', M_0'', N_0', T_0', M_0'$ étant les efforts à appliquer à la barre sans chargement afin que ses extrémités restent fixes (1).

$-N_1', T_1', M_1', N_1'', T_1'', M_1''$ efforts dus à des déplacements imposés des extrémités de la barre (2).

A ce stade de calcul sont connus les déplacements des noeuds i et j d'une barre a, qui peuvent être exprimés dans son repère local comme suit:

$$[Ua^i] = [Ra][U^i]$$

$$[Ua^j] = [Ra][U^j]$$

Le terme $[f'a]$ est donné par la relation:

$$[f'a]^i = [ka]^i [Ra][U^i] + [la^j] [Ra][U^j] \quad \text{au noeud } i$$

et de façon similaire pour l'autre extrémité.

Nous pouvons alors calculer complètement les efforts dans les barres aux deux extrémités

Pour le noeud i:

$$[fa]^i = [ka]^i [Ra][U^i] + [la^j] [Ra][U^j] + [f''a]^i$$

Le calcul des efforts dans les barres est donc relativement simple une fois les déplacements des noeuds connus.

Il est à remarquer que pour déterminer ces efforts, il est indispensable de conserver intact le terme $[f''a]$ dû aux charges sur les barres (calculé en VI-5), nous tiendrons compte lors de l'élaboration du programme informatique.

VI-9: CALCUL DES REACTIONS D'APPUIS:

Une fois que les efforts dans toutes les barres sont complètement déterminés, les réactions d'appuis s'obtiennent par application du principe de l'action et de la réaction. L'équilibre du noeud donne donc:

$$[F_0^i] = \sum_a [Ra][EFa]$$

Avec:

$[F_0^i]$: Vecteur réaction du noeud i.
 $[Ra]$: Matrice de passage pour la barre a.
 $[EFa]$: Vecteur des efforts internes aux deux extrémités de la barre (a).

En écrivant cette égalité pour chaque noeud, nous trouverons les réactions d'appuis. Pour les noeuds non appuis, nous retrouvons comme réactions d'appuis, les forces qui leurs étaient directement appliquées, ceci nous permet de vérifier l'équilibre des noeuds.

EXEMPLE:

Pour un noeud non appui, où aucune force n'est appliquée, le vecteur $[F]$ doit être nul, ce qui est difficile à obtenir de façon exacte car il reste toujours des petits résidus dus aux erreurs d'arrondis inévitables et cela permet de juger l'importance de l'erreur et la précision de calcul.

Ainsi cette méthode nous permet d'apporter une bonne vérification à tous les calculs menés depuis l'assemblage de la matrice de rigidité, jusqu'au calcul des déplacements.

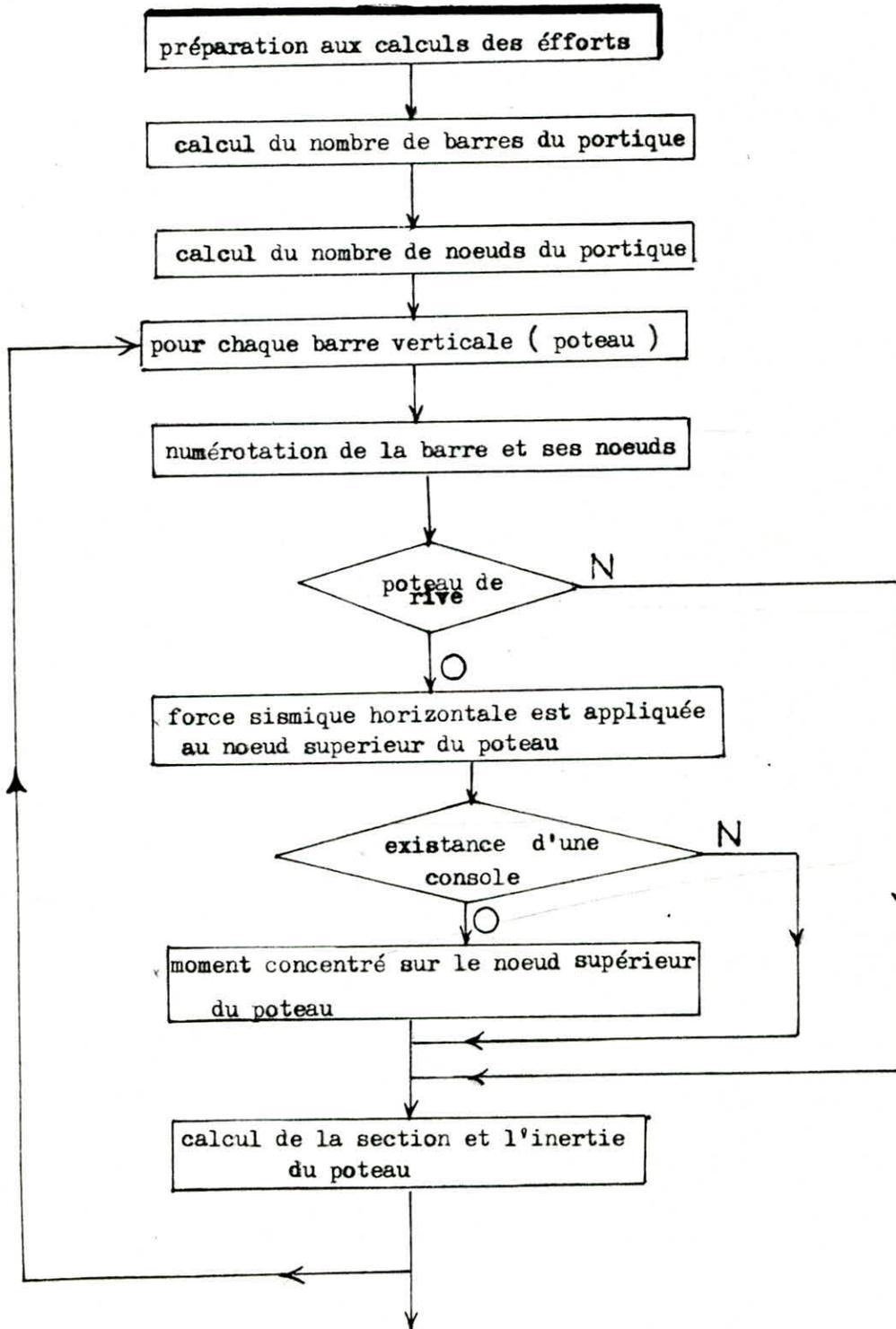
COMBINAISON DES CHARGES:

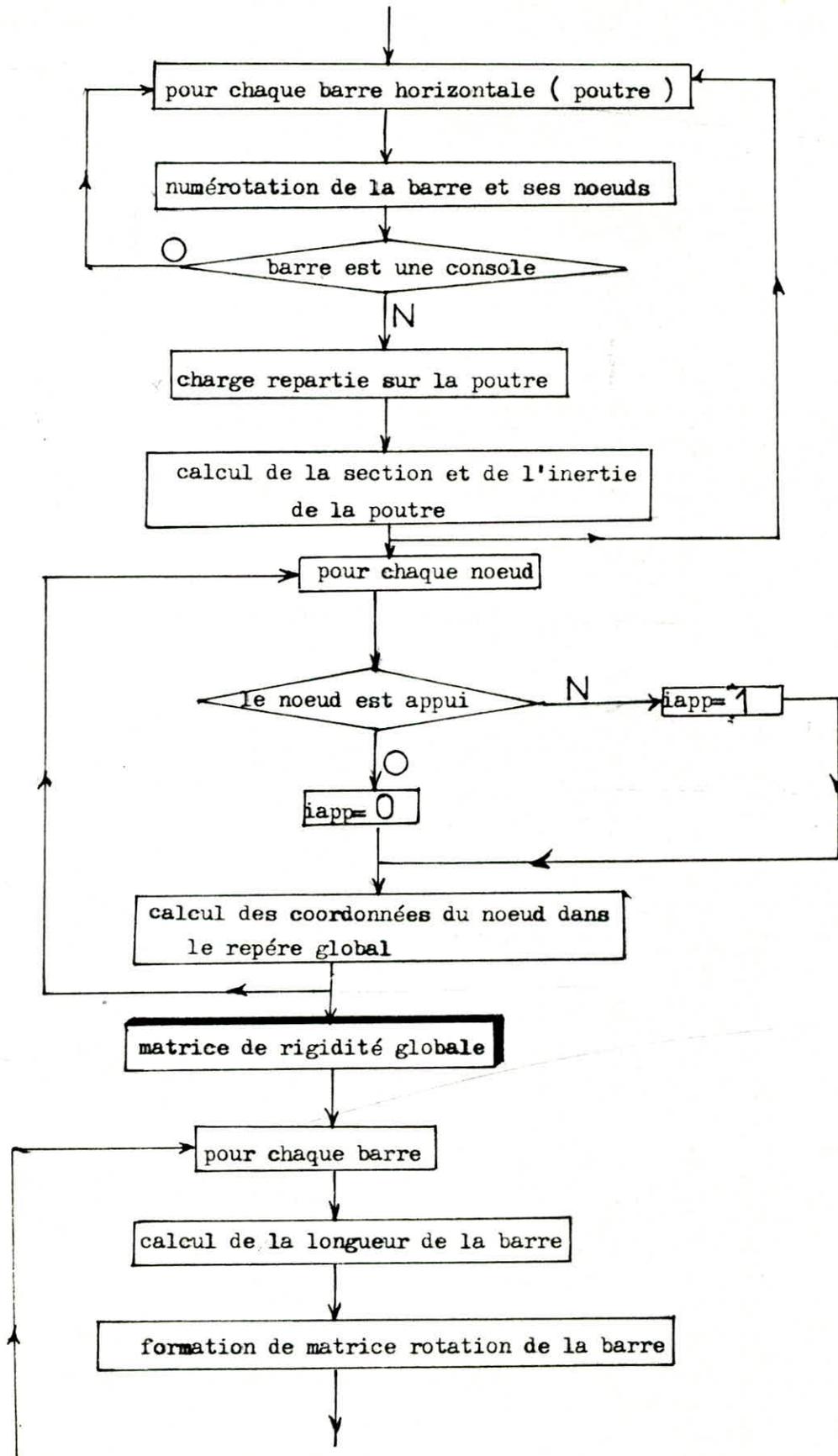
Les efforts sous une combinaison quelconque de 3 charges (G, SU, SI), peuvent être obtenus par simple entrée des coefficients $C1, C2, C3$ correspondant à G(charges), SU(surcharges) et SI(charges sismiques).

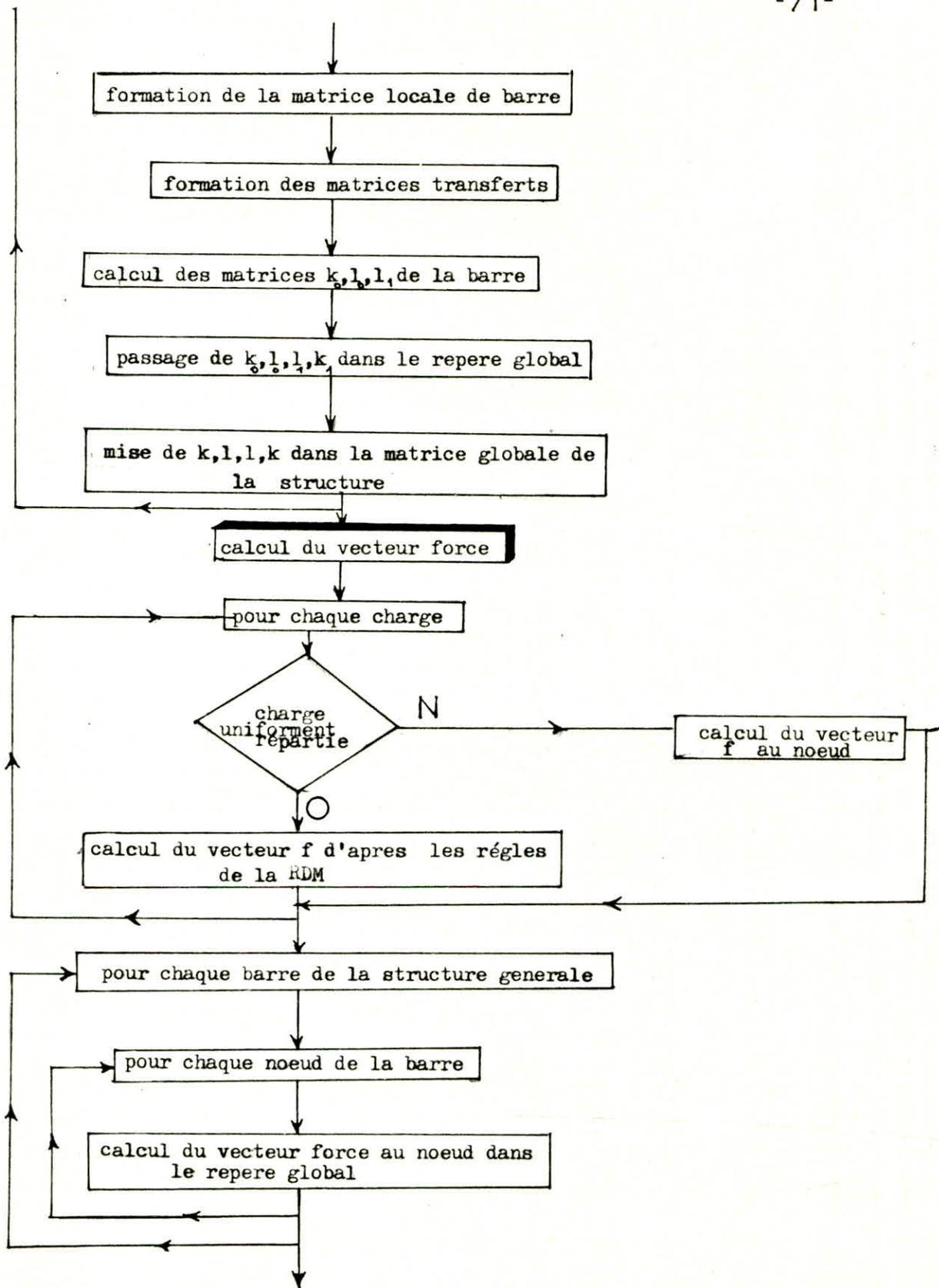
$$\text{EFFORTS COMBINES} = C1 * G + C2 * SU + C3 * SI$$

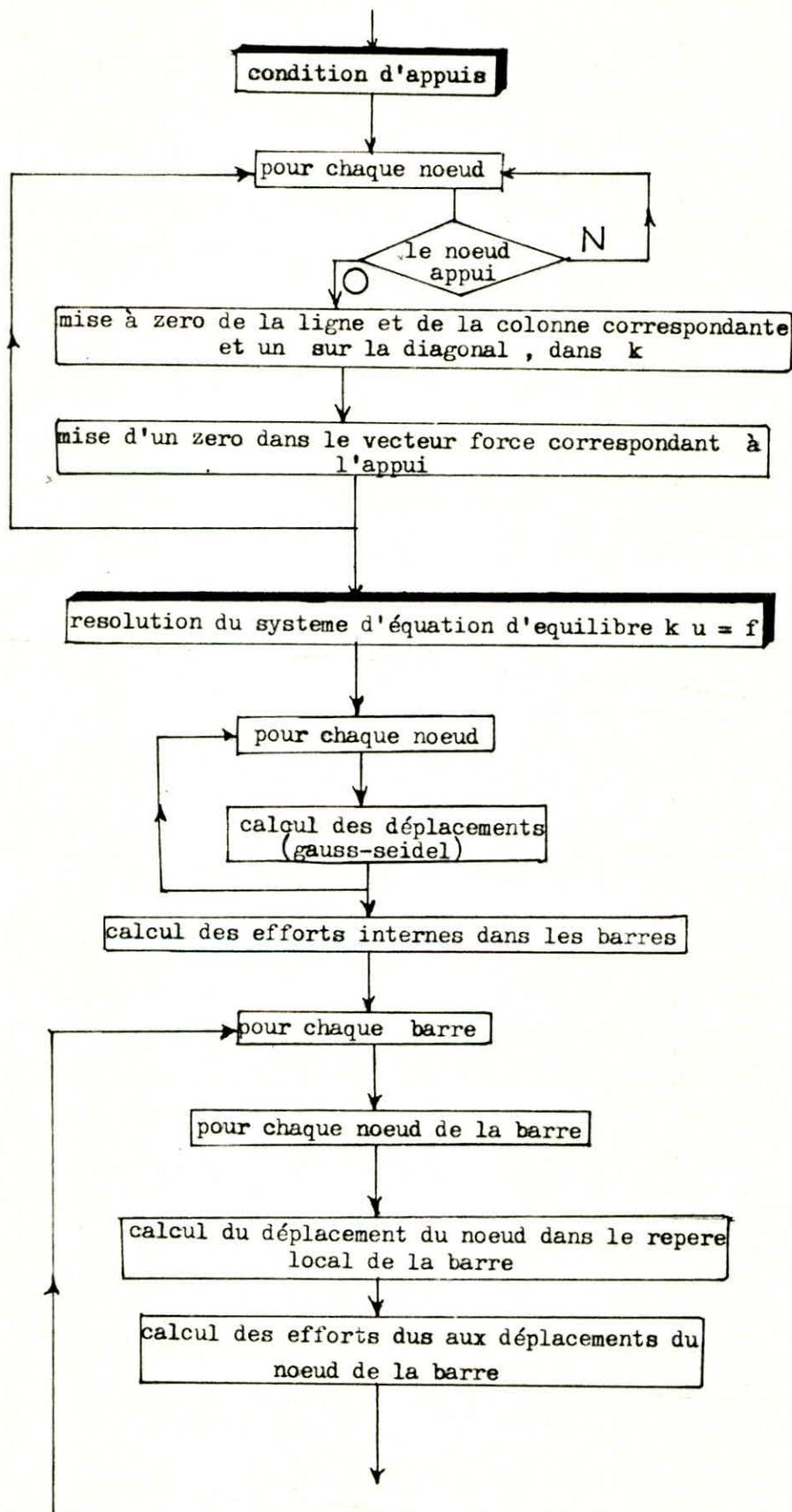
ORGANIGRAMME :

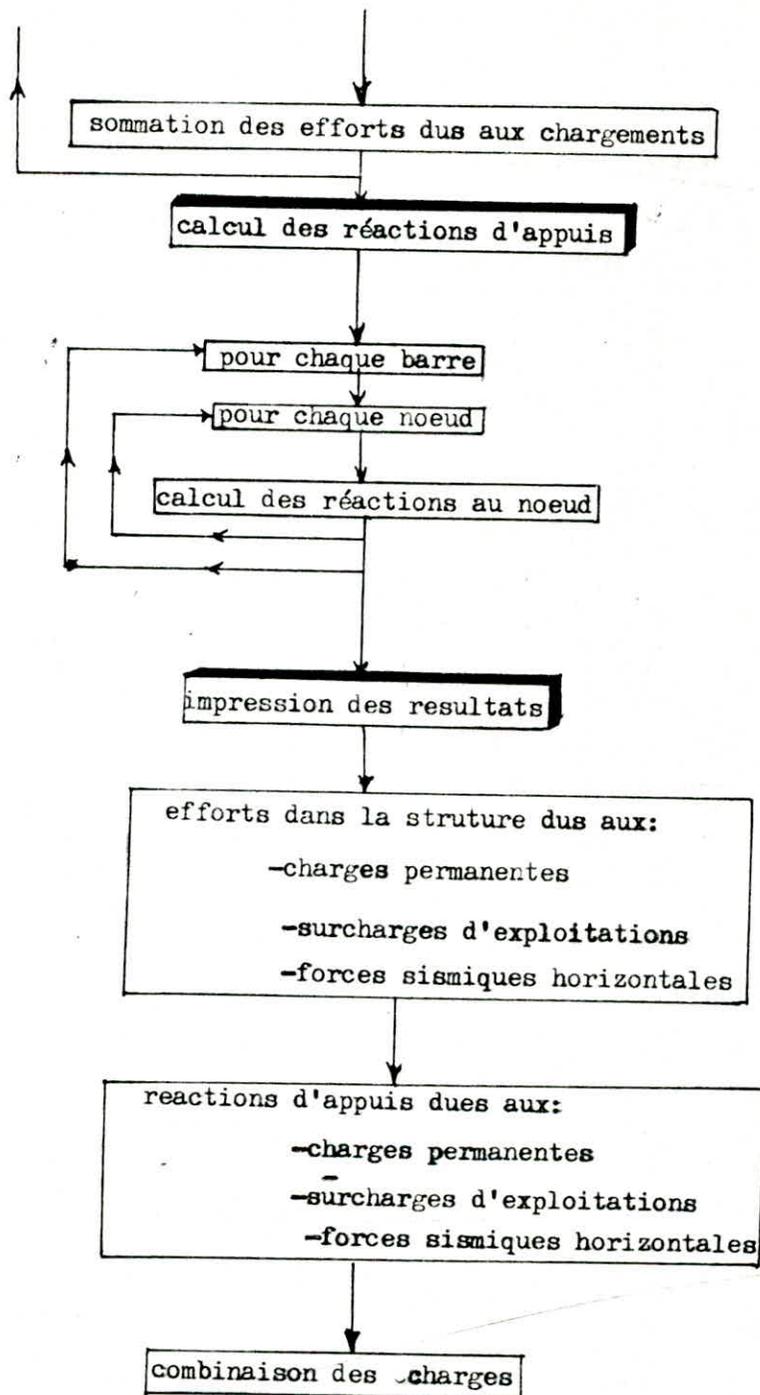
CALCUL DES EFFORTS











CHAP-VII-CONCLUSIONS

L'objectif de notre logiciel est l'étude complète d'un projet de bâtiment en portiques droits en béton armé avec ou sans décrochements plans ou en élévation .

Le logiciel peut traiter tous les bâtiments de ce genre qu'on peut rencontrer en pratique. La présence éventuelle d'un vide au niveau d'un ou plusieurs planchers est également prévue. Toutefois par souci d'économie de mémoire, nous sommes limités aux cas courants où les charges (ou surcharges) sont uniformes et constantes pour chaque plancher.

La prévision des options pour des surcharges concentrées ou variables dans un même plancher est très simple à faire mais risque de surcharger et d'alourdir le logiciel sans gain appréciable .

Les avantages d'un tel logiciel par rapport aux anciens programmes de calcul de portiques sont considérables.

-Le logiciel peut calculer les efforts sous n'importe quelle combinaison de charges permanentes, surcharges d'exploitation et forces sismiques pour chaque portique longitudinal ou transversal du bâtiment.

-Les données à introduire sont les caractéristiques architecturales et mécaniques du bâtiment.

-Les caractéristiques classiques des portiques relatives aux anciens programmes (nombre , numérotation et position des noeuds et des barres, section, inertie et module d'élasticité des barres, charges appliquées) sont déduites automatiquement.

-L'étude pseudo-dynamique est faite pour tout le bâtiment avant de répartir les forces sismiques sur les différents portiques. Ceci évite les erreurs induites par une étude pseudo-dynamique par portique et dues aux différences des poids repris par les portiques de rive et les portiques centraux.

L'élaboration de ce logiciel nous a permis une initiation et une amélioration de nos connaissances dans les domaines théoriques de l'analyse matricielle et de comportement dynamique des structures et dans le domaine de programmation et de software.

Les principales difficultés rencontrées résident dans l'élaboration et l'enchaînement compatibles et judicieux des différents programmes du logiciel, en tenant compte de la limitation de mémoire de la machine utilisée (OLIVETTI M24).

Le M24 utilise un langage BASIC interprété compatible avec l'IBM-PC et offre des avantages en graphisme mais est limité du point de vue mémoire et vitesse d'exécution . La mémoire active du M24 est de 62K et le chargement des six programmes du logiciel occupe une place de 60K.

Afin de surmonter tous ces obstacles, nous étions contraints de faire une allocation dynamique de la mémoire de la machine:

- Optimiser les mémoires des différentes variables en réservant les dimensions minimales nécessaires.
- Utiliser des méthodes de résolutions judicieuses (ex:matrices bandes et largeurs de bandes minimales).
- Effacer les matrices et les programmes exécutés.
- Charger et décharger les sous-programmes .

Signalons que les différents programmes du logiciel ont été testés plusieurs fois avec des résultats manuels ou donnés par d'autres programmes.

RECOMMANDATIONS:

Plusieurs extensions et améliorations du logiciel peuvent être envisagées tant dans la prévision d'options supplémentaires que dans la réduction de la mémoire et du temps d'exécution .

Les options pouvant être ajoutées sont:

- Ferrailage des éléments (planchers, poutres, poteaux,..)
- Dimensionnement et ferrailage des fondations.
- Graphisme d'exécution (plans de ferrailage)
- Métré des quantités (coffrage, béton, acier)
- Etude au vent
- Effet de la température, du retrait et du fluage.
- Déplacement et relaxation des appuis ou des noeuds.
- Charges ou surcharges variables dans un même plancher.

Nous estimons cependant que ces options affecteraient considérablement l'efficacité du logiciel et qu'il est préférable de les prévoir, dans des programmes séparés.

Notre logiciel ouvre également des voies de recherches dans les domaines suivants:

- Dimensionnement des éléments (Optimisation des dimensions et élaboration des formules de prédimensionnement)
- Etude tridimensionnelle du bâtiment. Les données architecturales étant spatiales, il serait intéressant de faire une étude comparative des résolutions bidimensionnelle et tridimensionnelle.

***** BIBLIOGRAPHIE *****

- 1/ J.F.AUBOIN : "Calcul des structures et informatique",
edition Eyrolles , PARIS 1983.
- 2/ PING CHUNG WANG : "Calcul des structures par les méthodes
numériques et matricielles ",
edition dunod ,PARIS 1969.
- 3/ A.CAPRA , M.HAUTCOEUR : "Modelisation des stuctures pour
pour calcul sur ordinateur",
edition eyrolles ,PARIS 1983.
- 4/ M.LAREDO : "Resistance des materiaux ",
edition Dunod , PARIS 1970
- 5/ Regles Parasismiques Algeriennes (R.P.A. 83)
- 6/ Regles Techniques de Conception et de Calcul des Ouvrages
en Beton Armé (C.C.B.A. 68)
- 7/ CH.MASSONNET , G.DEPREZ : "Calcul des structures sur ordinateur",
Tomes I & II,
Edition Eyrolles, 1972.
- 8/ M.DAOUDI, M.RILI, A.SALHI : "Conception et calcul des structures
soumises aux séismes ",
O.P.U (84).
- 9/ GOURI DHATT , GILBERT TOUZOT : "Une presentation de la methode
des elements finis",
(collection de l'université de COMPIEGNE)
- 10/ R.W.CLOUGH , J.PENZIEN : "Dynamics of structures",
Edition Mc-GRAW-HILL, NEW-YORK ,1975

