

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

47/87

2 ex

وزارة التعليم و البحث العلمي  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
BIBLIOTHEQUE — المكتبة  
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

Etude d'un Reservoir

d'Eau

( 2x2000 )

4 PLANCHES

Proposé Par :

SETHYAL

Etudié par :

LEGRA M.

TABOUDJEMAT S.

Dirigé par :

M<sup>r</sup> HAMOUTENE

PROMOTION : Juin 87



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات  
المكتبية — BIBLIOTHEQUE  
Ecole Nationale Polytechnique

وَالصَّلَاةِ  
وَالسَّلَامِ  
وَالْحَمْدِ  
رَبِّ الْعَالَمِينَ

صِدْقِ الْبَيْتِ الْحَبَشِيِّ





Contenu: GENIE CIVIL  
Auteurs: M. HAMOUPENE  
M. LEGRA M  
M. TABOUDJEMAT

مصلحة الهندسة المدنية  
موجه السيد حموتان  
تلميذ مهندس - لقرع محمد السعيد  
طوبوغرافيا

دراسة خزان مائي:  $2 \times 2000 \text{ m}^3$

الموضوع  
المغص  
والمشكلة بالخرسانة المسلحة. سعة هذا الخزان  $2 \times 2000 \text{ m}^3$  مكون من حوضين إسطوانيين الشكل، قطر الواحد منهما 20,30 م وارتفاعه 6,75 م وسمكه 0,25 م. مغطى بقبة. يتم هذا الإنجاز في منطقة متوسطة الزلزال (بئر الخادم - الجزائر).

Sujet: ÉTUDE D'UN RESERVOIR D'EAU. (2x2000.) m<sup>3</sup>

Résumé: Notre projet consiste à étudier les éléments résistants d'un réservoir d'eau en béton armé de capacité (2x2000 m<sup>3</sup>) constitué de deux cuves cylindriques de diamètre 20,60 m et de hauteur 6,75 m, d'épaisseur 0,25 m. La couverture est constituée d'une coupole.

Le réservoir sera implanté dans une zone de moyenne sismicité (Bir-Khadem ALGER).

Subject: STUDY OF TANK (2x2000.) m<sup>3</sup>

Abstract: Our project consists in the study of the resistant components of a water tank in reinforced concrete of a capacity (2x2000 m<sup>3</sup>), constituted of two cylindrical tanks, the diameter of each tank is 20,60 m and a height of 6,75m. The thickness of the tank is 0,25 m, the tank is covered by a dome

This water tank will be implanted in a zone of average seismicity (Bir-Khadem ALGER).



# « Remerciements »

- Nous tenons à remercier vivement notre promoteur : M<sup>r</sup> HAMOUTENE pour son aide si précieuse et ses conseils éclairés tout le long de notre travail
- Nos remerciements vont également à Messieurs : G. H. Aissa, B. AEK et aux hauts responsables de la SETHYAL pour leurs aides.
- Nous exprimons notre gratitude à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation.

# « Dédicaces »

Je dedie ce modeste travail en signe de reconnaissance à ma mère, pour ses sacrifices consentis à mon égard à mon père, pour son soutien moral et matériel, et ses encouragements tout le long de mes études.

A mes frères, mes sœurs, mes neveux, à tous les membres de ma famille, et à tous mes amis et frères croyants

LEGRA Mohamed

Je dedie ce modeste travail à :

- à ma mère.
- à mon Père
- à mes frères et sœurs
- à mon oncle
- à toute ma famille
- à tous mes amis nadjib, Farid.

et à tous ceux qui auront l'occasion de lire cette thèse.

Taboudjemat Saïd

# Sommaire

<u>CHAPITRE</u>	<u>PAGE</u>
1- Présentation de l'ouvrage :-----	1
2- Caracteristiques des materiaux:-----	4
3- Calcul de la couverture:-----	10
. Etude de la coupole -----	10
. Calcul de la ceinture -----	16
4- Calcul de la paroi :-----	19
. Generalités -----	19
A . Theorie des membranes -----	22
B . Theorie des flexions -----	22
C . Application de la Theorie des -----	27
flexions aux reservoirs	
D . Application -----	30
E . Ferrailage de la paroi -----	38
F . Verifications des contraintes -----	42
G . Influence du retrait sur	
la paroi -----	45
5- Etude Hydrodynamique :-----	63
6- Calcul des fondations:-----	74



# Chapitre 1

**PRESENTATION**

**de**

**L'OUVRAGE**

# PRÉSENTATION de L'OUVRAGE

## a/ Caractéristiques du Réservoir :

- . Capacité : 2000 m<sup>3</sup>
- . Hauteur utile d'eau : 6,00 m
- . Diamètre : 20,60 m
- . Site : Birkhadem
- . Forme géométrique : Cuve cylindrique
- . Matériaux utilisés : Béton Armé
- . Taux de travail du sol : 1,6 bars

## b/ Description du réservoir :

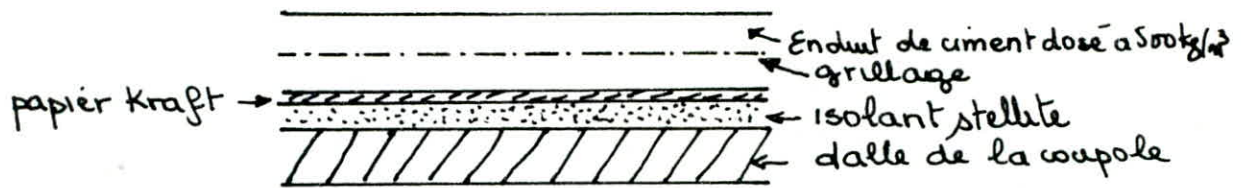
Le réservoir étudié est composé de 2 cuves cylindriques de capacité de 2000 m<sup>3</sup> chacune et de diamètre intérieur 20,60 m et l'épaisseur de la paroi est de 25 cm, séparées par une chambre de manœuvres. La couverture est assurée par une coupole d'épaisseur 8 cm et de flèche 2,80 m possédant deux petites cheminées d'aération et une ouverture pour d'éventuelles réparations.

## c/ Revêtement - Étanchéité - isolation :

Les règles d'hygiène imposées (éviter une contamination de l'eau) ainsi que l'influence des facteurs atmosphériques nous impose des revêtements extérieurs et intérieurs :

### - Pour la coupole :

Comme le réservoir sera implanté à Alger on bénéficiera de son climat tempéré doux qui ne comporte pas de grands écarts thermiques. Nous nous contenterions donc d'un revêtement d'étanchéité pour la coupole de couverture qui consistera en



### - Pour la paroi:

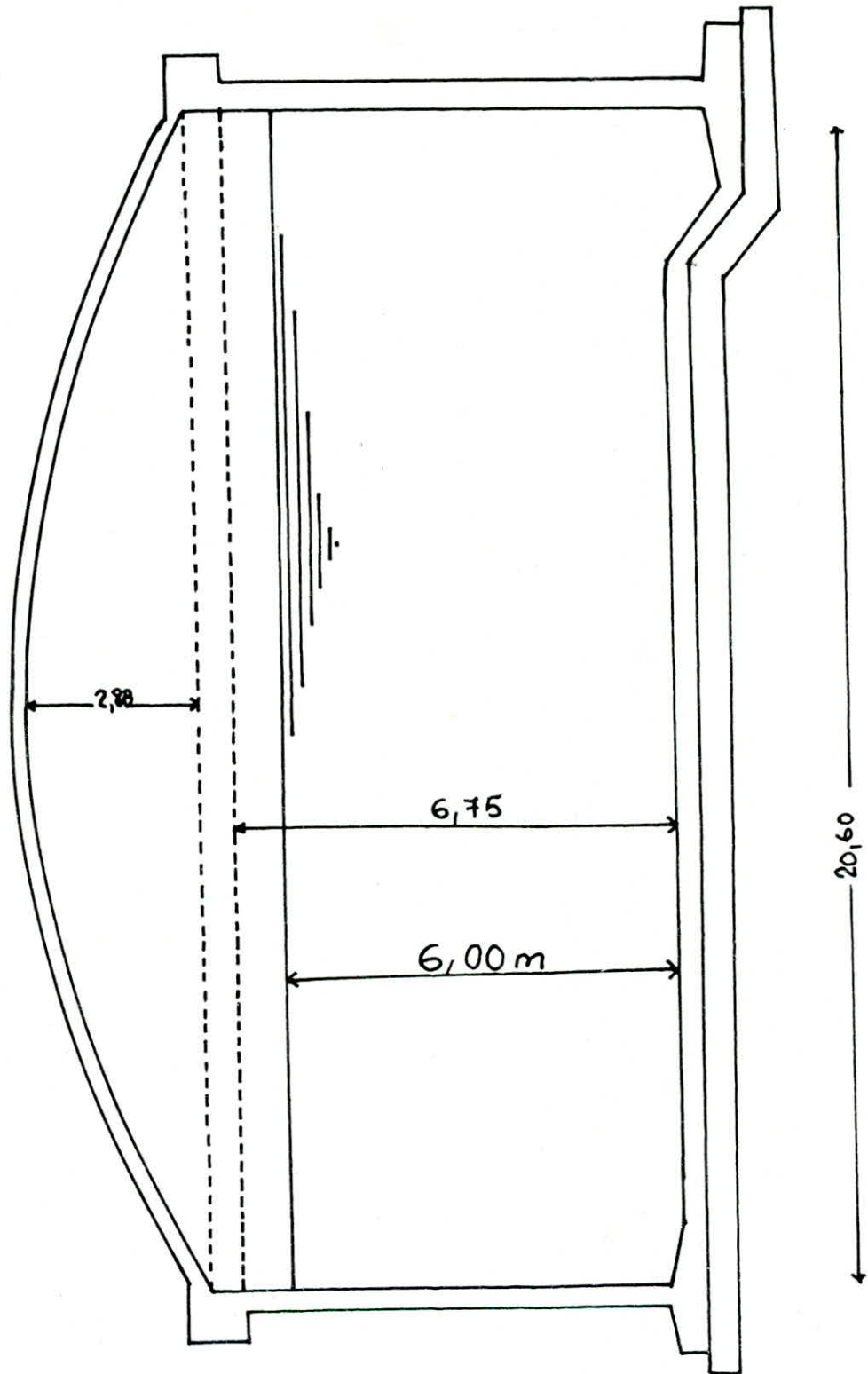
L'expérience montre que dans le cas des grands réservoirs (capacité au delà de 800 m<sup>3</sup>) l'inertie thermique de la masse d'eau, d'une part et de la masse du béton d'autre part, sont telles que les variations de T° de l'eau sont relativement faibles de l'été à l'hiver, il n'est pas nécessaire de prévoir un système d'isolation thermique. Par contre pour l'étanchéité de prévoir des enduits pour améliorer l'imperméabilité de la paroi et de la protéger. Les enduits sont exécutés en deux couches de ciment fortement dosé à 500 kg/m<sup>3</sup> de sable pec.

- La première couche forme le dégrossi.
- La deuxième couche forme l'enduit proprement dit

### d/ Recommandations:

- \* Le lissage de la 2<sup>ème</sup> couche avec un feutre est recommandé
- \* Il est conseillé d'éviter le ciment de fabrication récente (ciment chaud) dont le retrait serait préjudiciable à l'étanchéité
- \* La partie enterrée de l'ouvrage sera recouverte d'une peinture bitumineuse.





# **Chapitre 2**

## **CARACTERISTIQUES des MATERIAUX**

# CARACTERISTIQUES des MATERIAUX

## 1 - Beton:

Le réservoir d'eau est un ouvrage constamment en contact avec l'eau, cela exige un béton de grande résistance, très étanche et non gélif; donc dosé à  $400 \text{ kg/m}^3$  de CPA 325 avec un contrôle atténué.

\* contraintes admissibles:

a/ compression: selon CCBA 68 Art 9.4

$$\bar{\sigma}_b = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \varepsilon \cdot \sigma_{28}$$

$\alpha$ : dépend de la classe du ciment utilisé; de la vitesse de durcissement:  $\alpha = 1$  Ciment CPA 325

$\beta$ : dépend de l'efficacité du contrôle exercé sur la qualité du béton lors de la fabrication et de la mise en œuvre:

$$\begin{cases} \beta = \frac{5}{6} & \text{Béton peu contrôlé (contrôle atténué)} \\ \beta = 1 & \text{Béton strictement contrôlé} \end{cases}$$

dans notre cas  $\beta = \frac{5}{6}$ : contrôle atténué.

$\gamma$ : dépend des épaisseurs relatives ( $R_m$ ) des éléments de construction et des dimensions des granulats  $C_g$ :

$$\begin{cases} \gamma = 1 & \text{si } R_m \geq 4C_g \\ \gamma = \frac{R_m}{4C_g} & \text{si } R_m < 4C_g \end{cases}$$

dans notre cas  $\gamma = 1$  car  $R_m \geq 4C_g$ .

$\delta$ : dépend de la nature des sollicitations:

$$\text{sollicitation de 1}^{\text{er}} \text{ genre} \begin{cases} 0,3 \rightarrow \text{C.S. et dans le cas des sollicitations qui ne sont pas visées dans le règlement Art 9.46} \\ 0,6 \rightarrow \text{F.S. FC lorsque l'effort normal est une traction.} \\ 0,3 \left(1 + \frac{e_0}{3e_1}\right) \rightarrow \text{F.C. lorsque l'effort normal est une compression} \end{cases}$$



avec  $e_0$  : excentricité de la force extérieure dans le plan radial passant par le C.O.G de la pectim totale du béton seul.

$e_1$  : rayon vecteur de même pigne que  $e_0$  du noyau central de la pectim du béton seul situé dans le plan radial passant par le centre de pression.

Sollicitations de 2<sup>ème</sup> genre : Les valeurs  $\delta$  seront majorées de 50%.

$\varepsilon$  : dépend de la nature des sollicitations et de la forme de la pectim.

$\varepsilon = 1$ . C.S quelque soit la forme de la pectim ainsi que dans le cas d'une pectim rectangulaire sollicitée en F.S ou F.C avec traction.

Autre cas la valeur de  $\varepsilon$  est déterminée par la condition  $F'_b/B < \sigma_{b0}$  avec :

$F'_b$  : résultante des forces de compression

$B$  : pectim du béton comprimé

$$0,5 \leq \varepsilon \leq 1$$

dans notre cas  $\varepsilon = 1$ .

b/ Traction : selon CCBA 68 Art. 9.5

la contrainte de traction de ref<sup>ce</sup> est :

$$\bar{\sigma}_b = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \theta \cdot \sigma_{28}$$

Les valeurs  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  gardent les mêmes significations qu'auparavant.

$\theta$  : est lié à la résistance nominale du béton par.

$$\theta = 0,018 + \frac{2,1}{\sigma_{28}} \quad \sigma_{28} \text{ (bars)}$$

$$\sigma_{28} = 300 \text{ bars} \quad (400 \text{ kg/m}^3)$$

Pour les palibrations du 2<sup>eme</sup> genre la valeur de  $\theta$  est majorée de 50%

c/ Tableau des contraintes admissibles:

Dosage [kg/m <sup>3</sup> ]	$\sigma_{28}$ [bars]	solllicitations du 1 <sup>er</sup> genre		solllicitations du 2 <sup>eme</sup> genre		$\bar{\sigma}_b$ [bars]
		$\bar{\sigma}'_{b_0}$ (bars)	$\bar{\sigma}'_b$ (bars)	$\bar{\sigma}'_{b_0}$ (bars)	$\bar{\sigma}'_b$ (bars)	
400	300	75	150	112,5	225	6,25

Remarque:

Les annales n° 223 - 224 de l'IBTP (cahiers des charges applicables à la construction des reservoirs et des cuves en B. A) limite la valeur de  $\bar{\sigma}_b$  par la formule.

$$\bar{\sigma}_b = \theta \cdot \sigma_{28}$$

$$\sigma_{28} \leq 22 \text{ bars}$$

$\sigma_{28}$ : limite de rupture en traction à 28 jours d'âge.

$$\theta : \text{coefficient} \geq 1 \quad \begin{cases} 1 & \text{traction simple} \\ 1 + \frac{2e_0}{3h} & \text{en F.C } e: \text{excentricité} \\ 5/3 & \text{en F.S } h: \text{épaisseur} \end{cases}$$

Compte tenu de notre dosage de notre béton

$$\bar{\sigma}_b = 22 \text{ bars.}$$

d/ Contraintes de cisaillement admissibles:

Selon CCBA 68 Art 25.12

$$\bar{\sigma}_b = 3,5 \bar{\sigma}'_b \quad \text{pour } \bar{\sigma}'_b \leq \bar{\sigma}'_{b_0}$$

$$\bar{\sigma}_b = \left(4,5 - \frac{\bar{\sigma}'_b}{\bar{\sigma}'_{b_0}}\right) \bar{\sigma}'_b \quad \text{pour } \bar{\sigma}'_{b_0} \leq \bar{\sigma}'_b \leq 2\bar{\sigma}'_{b_0}$$

## 2. Aciers:

On utilise deux types d'aciers

a) Aciers doux (Ronds lisses) : - - - - Fe E 24

$$\bar{\sigma}_{en} = 2400 \text{ kg/cm}^2 \text{ quelque soit } \phi$$

b) Aciers à Haute adhérence : - - - Fe E 40

$$\bar{\sigma}_{en} = 4200 \text{ kg/cm}^2 \text{ pour } \phi \leq 20 \text{ mm}$$

$$\bar{\sigma}_{en} = 4200 \text{ kg/cm}^2 \text{ pour } \phi > 20 \text{ mm}$$

### 1. Contraintes admissibles:

1.1 Compression: Selon CCBA 68 Art. 10.4

- sollicitation du 1<sup>er</sup> genre:  $\bar{\sigma}'_a = \frac{2}{3} \bar{\sigma}'_{en}$  avec  $\bar{\sigma}'_{en} = \bar{\sigma}_{en}$

Il existe toutefois une exception à la valeur donnée ci-dessus, elle concerne le cas des pièces soumises à la C.S et dont les aciers ont une limite d'élasticité inférieure à  $3300 \text{ kg/cm}^2$

$$\bar{\sigma}'_a = \frac{2}{3} \bar{\sigma}'_{en} \frac{\bar{\sigma}_{en}}{3340}$$

$$\text{Aciers doux: } \bar{\sigma}'_a = 1130 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Acier H.A: } \bar{\sigma}'_a = \begin{cases} 2800 \text{ kg/cm}^2 & \text{pour } \phi \leq 20 \\ 2670 \text{ kg/cm}^2 & \text{pour } \phi > 20 \end{cases}$$

1.2 Traction: Selon CCBA 68 Art 49.22

$$\bar{\sigma}_a = \min [\bar{\sigma}_{a1}; \max(\sigma_1; \sigma_2)]$$

$$\bar{\sigma}_{a1} = \beta_a \bar{\sigma}_{en} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \beta_a = \frac{2}{3} & \text{sollicitation du 1<sup>er</sup> genre} \\ \beta_a = 1 & \text{sollicitation du 2<sup>nd</sup> genre} \end{cases}$$

L'article 49.23 du CCBA 68 répartit les éléments qui sont en contact avec l'eau avec ceux qui ne le sont pas

- Élément en contact avec l'eau:

$$\sigma_1 = \frac{K \eta}{\phi} \frac{\bar{\omega}_s}{1 + 10 \omega_s} + 300 \eta; \quad \sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{7K \bar{\sigma}_b}{\phi}} + 300 \eta$$

$\sigma_1$ : contrainte de fissuration systématique  
 $\sigma_2$ : contrainte de fissuration accidentelle.



- Élément non en contact avec l'eau :

$$\sigma_1 = \frac{K\eta}{\phi} \frac{w_f}{1+10w_f} ; \sigma_2 = 2,14 \sqrt{\frac{\eta K \bar{\sigma}_b}{\phi}}$$

$\phi$  : diamètre de la plus grosse barre tendue exprimée en mm

$\eta$  : Coefficient de fissuration :

$\eta = 1$  barre lisse

$\eta = 1,6$  barre à H.A

$K$  : Coefficient dépendant des conséquences de la fissuration

$K = 0,5 \cdot 10^6$  fissuration très préjudiciable .

$w_f$  : pourcentage de fissuration défini comme suit,  $w_f = \frac{A}{B_f}$

$A$  : Section totale des barres tendues

$B_f$  : Section du béton tendue ayant même CDG que les armatures tendues .

Dans les tableaux suivants, on donne les valeurs de  $\bar{\sigma}_b$  après comparaison .

. Élément non en contact avec l'eau :

	$\phi$ (mm)	5	6	8	10	12	14	16	20	25	32
$\bar{\sigma}_b$ [bars]	Adx	1897	1732	1500	1342	1225	1134	1061	949	849	750
	HA	2400	2141	1897	1697	1549	1434	1342	1200	1073	949

. Élément en contact avec l'eau :

	$\phi$ (mm)	5	6	8	10	12	14	16	20	25	32
$\bar{\sigma}_b$ [bars]	Adx	2197	2032	1800	1642	1525	1434	1361	1249	1149	1050
	HA	2881	2671	2377	2177	2029	1914	1822	1680	1553	1429

1.3. Contraintes admissibles d'adhérence :

Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant avec :

$\gamma_d$ : coefficient de scellement droit :

$\gamma_d = 1$  pour les barres ronds lisses

$\gamma_d = 1,5$  pour les barres à H.A

Nature des armatures	zone d'ancrage normal $\bar{\sigma}_d = 1,25 \gamma_d^2 \bar{\sigma}_b$ [bars]	zone d'ancrage en pleine masse $\bar{\sigma}_d = 2 \gamma_d^2 \bar{\sigma}_b$ [bars]
barres ronds lisses	$1,25 \bar{\sigma}_b = 7,81$	$2 \bar{\sigma}_b = 12,5$
barres H.A	$2,81 \bar{\sigma}_b = 17,56$	$4,5 \bar{\sigma}_b = 28,12$

#### 1-4. Recouvrement des barres droites, selon CBA 68 Art. 30.52

La jonction de deux barres parallèles identiques est assurée par le recouvrement lorsque leurs extrémités se chevauchent sur une longueur  $l_r$  qui vérifie :

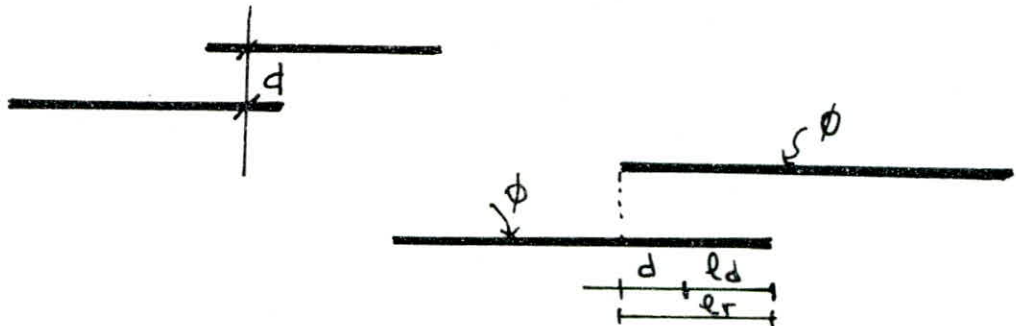
$$l_r = \begin{cases} l_d & \text{si } d \leq 5\phi \\ l_d + d & \text{si } d > 5\phi \end{cases}$$

avec :  $d$  : entre axe des barres

$l_d$  : longueur de scellement droit

$l_d$  : c'est la longueur minimale de la zone rectiligne sur laquelle son ancrage peut être totale lorsqu'elle est isolée.

$$l_d = \begin{cases} \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}_d} & \text{en traction} \\ \frac{\phi}{4} \cdot \frac{\bar{\sigma}'_a}{\bar{\sigma}_d} & \text{en compression} \end{cases}$$



# Chapitre : 3

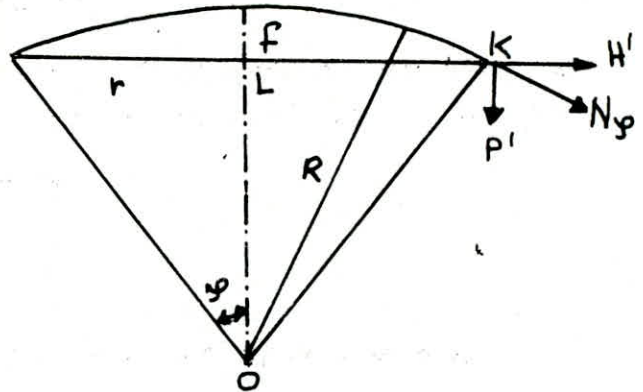
## **CALCUL DE LA COUVERTURE**

# ETUDE de la COUPOLE

$$D = 2r = 20,60 \text{ m}$$

$$f = 2,80 \text{ m}$$

$h$  = hauteur utile d'eau  
 $h = 6,00 \text{ m}$



La surface à couvrir étant circulaire, on adopte une calotte sphérique comme couverture de rayon:  $R = 19,18 \text{ m}$

Pour satisfaire l'équilibre de membrane on doit satisfaire la condition suivante:  $\frac{l}{10} \leq f \leq \frac{l}{6}$

$$\left. \begin{array}{l} l = D = 2r = 20,60 \text{ m} \\ f = 2,80 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ la condition est vérifiée}$$

Comme  $f < \frac{D}{2}$  la coupole est surbaissée

Pour l'étude de la coupole on utilise la méthode pratique exposée dans le "Traité de Béton Armé" de M<sup>r</sup> GUERRIN ou "Calcul des ouvrages en Béton Armé" de M<sup>r</sup> CHARON.

## a - Charges :

$p$  = est le poids de la coupole par unité de surface

$R$  = rayon de la sphère

$S$  = surface de la calotte sphérique :  $S = 2\pi \cdot R \cdot f$

$P$  : poids total :  $P = 2\pi \cdot R \cdot f \cdot p$

$P'_p$  : poids de la charge par mètre linéaire sur la circonférence du pourtour



$$P_p' = \frac{P}{2\pi r} = \frac{R f p}{r}$$

$$\text{où } R = \frac{r^2 + f^2}{2f}$$

$$\text{d'où } P_p' = p \frac{(r^2 + f^2)}{2r}$$

La similitude des deux triangles OLK et KH'N<sub>p</sub> nous permet d'écrire :

$$H' = (R - f) \frac{P_p'}{r} = \left( \frac{r^2 + f^2}{2f} - f \right) p \frac{(r^2 + f^2)}{2r} \cdot \frac{1}{r}$$

$$H' = p \frac{(r^4 - f^4)}{4fr^2}$$

$f^4$  est négligeable devant  $r^4$  alors :

$$H' = p \frac{r^2}{4f}$$

### b - Surcharges :

$q$  : surcharge par unité de surface

$P_q$  : projection horizontale :  $P_q = \pi r^2 q$

$P_q'$  : poids par mètre linéaire sur la circonférence du pourtour :

$$P_q' = \frac{P_q}{2\pi r} = q \frac{r}{2}$$

$$H'_q = q \frac{r}{2} \cdot \frac{R - f}{r} = q \frac{r}{2} \cdot \frac{r^2 - f^2}{2fr} = q \frac{(r^2 - f^2)}{4f}$$

$f^2$  est négligeable devant  $r^2$  alors :

$$H'_q = q \frac{r^2}{4f}$$

Il suffit de faire le calcul dans les deux cas de charge ou de surcharge avec la formule du poids propre

$$H = p \frac{(r^4 - f^4)}{4fr^2} = p \frac{(r^2 - f^2)(r^2 + f^2)}{4fr^2} = p \frac{(r^2 - f^2)}{4f} \left(1 + \frac{f^2}{r^2}\right)$$

Cela donne un résultat dans le sens de la sécurité, ce qui permet d'utiliser

$$H' = p \frac{r^2}{4f}$$

$$H'' = q \frac{r^2}{4f}$$

Avec l'effort  $H'$  ainsi on déterminera :  
l'effort de compression méridien :

$$N_{\varphi} = \sqrt{H'^2 + p^2}$$

La vérification de la contrainte de compression dans le sens d'un méridien :

$$\sigma_b = \frac{N_{\varphi}}{b \cdot e} = \frac{N_{\varphi}}{100 \cdot e} \leq \frac{\sigma_{b0}}{2}$$

$e$  : épaisseur de la coupole

$b$  : longueur d'unité = 100 cm

Pour tenir compte du fait que les formules précédentes ne sont pas rigoureuses, la limite admissible est prise égale à  $\frac{\sigma_{b0}}{2}$

L'effort de traction dans la ceinture est déterminé aussi à partir de l'effort  $H'$  calculé ci dessus :

Application :

$$f = 2,80 \text{ m}$$

$$R = 6,00 \text{ m}$$

$$r = 10,3 \text{ m}$$

$$R = \frac{r^2 + f^2}{2f} = 20,34 \text{ m}$$

$$S = 2\pi \cdot R \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 20,34 \cdot 2,80 = 357,84 \text{ m}^2$$

a) charges :  $P_p$  : Poids propre :  $P_p = 2500 \times 0,08 = 200 \text{ kg/m}^2$   
 $P_e$  : étanchéité, isolation :  $P_e = 40 \text{ kg/m}^2$

$$\text{d'où } p = P_p + P_{e1} = 240 \text{ kg/m}^2$$

b - surcharges d'exploitation :

$$q = 100 \text{ kg/m}^2$$

Ponderations des sollicitations :

$$S = p + 1,2q = 360 \text{ kg/m}^2$$

\* Charges et surcharges par mètre sur la surface de pourtour

$$\text{- charges : } P_p' = \frac{R \cdot f_p}{r} = \frac{20,34 \cdot 2,8 \cdot 240}{10,3} = 1327 \text{ kg/m}$$

$$\text{- surcharges : } P_q' = \frac{q \cdot r}{2} = 100 \cdot \frac{10,3}{2} = 515 \text{ kg/m}$$

$$P' = P_p' + 1,2 P_q' = 1945 \text{ kg/m}$$

$$H' = \frac{S(r^4 - f^4)}{4fr^2} = \frac{360(10,3^4 - 2,80^4)}{4 \cdot 2,80 \cdot 10,3^2} = 3391,41 \text{ kg/m}$$

$$N_3 = \sqrt{H'^2 + P'^2} = \sqrt{3391,41^2 + 1945^2} = 3909,57 \text{ kg/m}$$

\* Vérifications des contraintes :

- Vérification à la compression :

$$\bar{\sigma}'_b = \frac{N_3}{100 \cdot e} = \frac{3909,57}{100 \cdot 8} = 4,89 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{or } \frac{\bar{\sigma}'_{b0}}{2} = 75 \text{ kg/cm}^2 \Rightarrow \bar{\sigma}'_b < \frac{\bar{\sigma}'_{b0}}{2}$$

- Vérification au cisaillement :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{P'}{100 \cdot e} = \frac{1945}{100 \cdot 8} = 2,43 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b$$

\* Calcul des armatures :

La coupole étant une pièce comprimée faiblement chargée

(couverture), on prévoit pour les armatures placées suivant:

- les méridiens: par mètre de parallèle

$$A_M = 0,3 \cdot e = 0,3 \cdot 8 = 2,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{soit } A_M = 5 \text{ HA } 8 / \text{ml} = 2,513 \text{ cm}^2$$

- les parallèles qui sont des armatures de répartition

$$\frac{1}{3} A_M \leq A_P \leq \frac{1}{2} A_M$$

on prend:

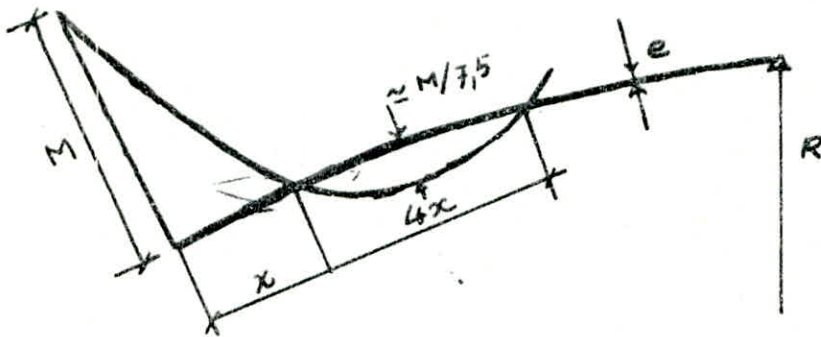
$$A_P = \frac{1}{2} A_M = \frac{1}{2} \cdot 2,513 = 1,257 \text{ cm}^2$$

$$\text{soit } A_P = 4 \text{ HA } 6 / \text{ml} = 1,13 \text{ cm}^2$$

- pour les ouvertures (ouvertures d'aération, ouverture d'entretien) qui sont soumises à la compression, nous adopterons donc un ferrailage de principe qui consiste à relever les armatures placées suivant les méridiens.

#### \* Effet de la flexion locale:

La tendance de la coupole à s'allonger est empêchée par la ceinture encastrée à celle-ci, alors on observe la naissance d'une flexion locale au bord inférieur de la coupole. Pour y remédier il est recommandé un épaississement progressive de la coupole sur une distance  $x$  donnée par "Design of thin shell structures", en plus de la disposition d'une nappe supérieure sur la même distance  $x$ .





$$x = 0,6 \sqrt{R \cdot e} = \sqrt{20,34 \times 908} \cdot 0,6 = 0,77 \text{ m}$$

$$\text{soit } x = 80 \text{ cm}$$

$$4x = 4 \cdot 0,80 = 3,20 \text{ m}$$

$$\text{d'où : } M = p' \frac{x^2}{2} = 1945 \cdot \frac{0,80^2}{2} = 622,4 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M = 0,62 \text{ tm}$$

$$M_1 = 0,08 \text{ tm}$$

Sur la distance  $x = 80 \text{ cm}$  on disposera une nappe d'armature suivant les méridiens et suivant les parallèles, on prendra aussi une épaisseur de la coupole  $e = 12 \text{ cm}$

## CALCUL de la CEINTURE

La composante horizontale  $H'$  exerce une pression interne qui se traduit par un effort de traction  $T$  sur la ceinture

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{\pi} H' \cdot r \cdot \sin \theta \, d\theta = H' \cdot r = 3391,41 \cdot 10,3$$

$$T = 34,93 \text{ t}$$

### \* Détermination de la section d'acier

la section d'acier sera

$$A = \frac{T}{\bar{\sigma}_a}$$

On choisissant des H.A 20  $\rightarrow \bar{\sigma}_a = 1224 \text{ kg/cm}^2$

$$A = \frac{34,93 \cdot 10^3}{1224} = 28,53 \text{ cm}^2$$

soit  $A = 10 \text{ H.A } 20 = 31,41 \text{ cm}^2$

### \* Vérification de la ceinture :

- Contrainte de traction du béton :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{T}{B + nA}$$

$$B = 40 \times 50 = 2000 \text{ cm}^2$$

$$A = 31,41 \text{ cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_b = 13,73 \text{ kg/cm}^2 \leq \bar{\sigma}_b$$

$\bar{\sigma}_b$  : limitée à 22 bars.

- Condition de non fragilité

Il faut vérifier l'inégalité suivante :

$$\tilde{\omega}_s = \frac{A}{B_s} > \frac{3\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_{en}} \quad \text{ou}$$

$$A_{\min} > \frac{3\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_{en}} B_s$$

$$\frac{3\bar{\sigma}_b}{\sigma_{en}} \cdot B_s = \frac{3 \cdot 6,25}{4200} \cdot 2000 = 8,93 \text{ cm}^2$$

$$A = 31,41 \text{ cm}^2 > 8,93 \text{ cm}^2$$

- Condition de non fissuration:

$$\bar{\sigma}_a = \min \begin{cases} \frac{2}{3} \sigma_{en} = 2800 \text{ kg/cm}^2 \\ \max(\sigma_1, \sigma_2) = \sigma_2 \end{cases}$$

$$\text{avec } \sigma_1 = K \frac{\eta}{\phi} \frac{\tilde{\omega}_s}{1 + 10\tilde{\omega}_s} \quad \text{et } \sigma_2 = 2,4 \sqrt{K \frac{\eta}{\phi} \bar{\sigma}_b}$$

$$K = 0,5 \cdot 10^6$$

$$\phi = 20$$

$$\eta = 1,6$$

$$\tilde{\omega}_s = \frac{A}{B_s} = \frac{31,41}{2000} = 0,016$$

$$\sigma_1 = 0,5 \cdot 10^6 \cdot \frac{1,6}{20} \cdot \frac{0,016}{1 + 10 \cdot 0,016} = 551,72 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{0,5 \cdot 10^6 \cdot \frac{1,6}{20} \cdot 6,25} = 1200 \text{ kg/cm}^2$$

$$\Rightarrow \bar{\sigma}_a = \sigma_2 = 1200 \text{ kg/cm}^2$$

La contrainte réel dans les aciers

$$\sigma_a = \frac{T}{A} = \frac{34,93 \cdot 10^3}{31,41} = 1112 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_a$$

- Vérification à la torsion:

L'existence d'un moment local dans la partie inférieure de la coupole provoque une torsion dans la ceinture engendrant des contraintes de cisaillement. Pour une section rectangulaire la contrainte de cisaillement est max au milieu des grands côtés et le cisaillement maximal a pour valeur:

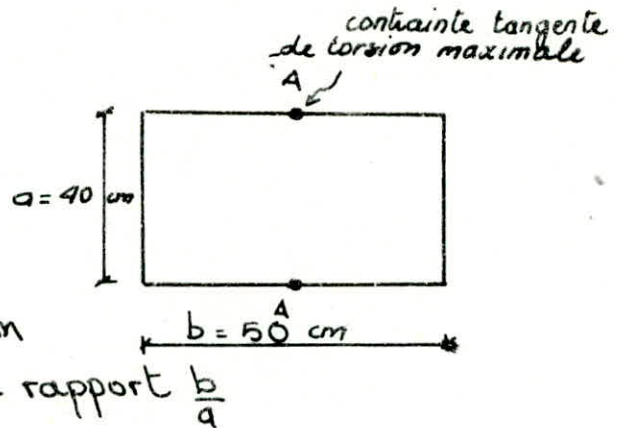
$$\bar{\sigma}_b = \frac{K \cdot M_t}{a^2 \cdot b}$$

b : grand côté de la section

a : petit côté de la section

$M_t$  : moment de torsion par la section

K : coefficient en fonction du rapport  $\frac{b}{a}$



$$a = 40 \text{ cm}$$

$$b = 50 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{a} = 1,25$$

$$\longrightarrow K = 4,58$$

$$M_t = 0,62 \text{ t.m}$$

$$\bar{\sigma}_b = \frac{4,58 \cdot 0,62 \cdot 10^5}{40^2 \cdot 50} = 3,55 \text{ kg/cm}^2$$

Comme  $b/a = 1,25 < 3,5$ , les règles CCBA 68 donnent le pourcentage d'armatures transversales par :

$$\tilde{w}_t = \frac{b+a}{3a} \cdot \frac{\bar{\sigma}_{bm}}{\bar{\sigma}_a} = \frac{50+40}{3 \times 50} \cdot \frac{3,55}{1530}$$

les aciers utilisés pour les armatures transversales sont des barres T8 ( $\bar{\sigma}_a = 1530 \text{ kg/cm}^2$ )

$$\tilde{w}_t = 0,0014$$

Le volume d'acier qui il faut pour reprendre la torsion est :

$$0,0014 \times 2000 = 2,78 \text{ cm}^3 \text{ (pour 1cm d'épaisseur de la ceinture la section d'un cadre } T_8 = 0,5 \text{ cm}^2)$$

Le volume d'acier transversal a pour valeur :

$$2 \cdot 0,5 [(36 + 46)] = 82 \text{ cm}^3$$

$$\text{d'où l'espacement des cadres : } t_0 = \frac{82}{2,78} = 29,50 \text{ cm}$$

On placera donc un cadre T8 tous les 30cm.



# Chapitre : 4

## CALCUL DE LA PAROI

# CALCUL de la PAROI

## Generalités

La paroi du réservoir peut être assimilée à une coque cylindrique soumise à l'action des forces réparties, symétriques par à l'axe du cylindre.

On distingue dans l'étude des coques cylindriques deux cas fondamentaux qui dépendent de l'épaisseur du voile:

- 1<sup>er</sup> cas: l'épaisseur du voile est négligeable, on considère que les tensions à l'intérieur et l'extérieur du voile sont les mêmes et que par conséquent la coque ne reprend aucune flexion, seuls les efforts agissant dans la surface moyenne sont à envisager, c'est la "théorie des membranes".

- 2<sup>ème</sup> cas: l'épaisseur n'est pas négligeable, la coque subit des flexions dont il faut tenir compte dans l'étude. On qualifie généralement telle structure une voûte cylindrique autoportante, c'est la "théorie des flexions".

Une coque est définie par une surface moyenne à partir de laquelle l'épaisseur  $t$  définit deux surfaces limites situées à une distance  $\pm t/2$ . On suppose que cette épaisseur est faible par rapport aux autres dimensions et au rayon de courbure de la surface moyenne.

Afin de rendre accessibles aux calculs les forces agissant dans les coques il est d'abord nécessaire de définir d'une façon assez précise ces forces intérieures.

Nous délimitons dans une section  $x = \text{cte}$  un élément de surface  $dF = dS_x \cdot dS_y$  (fig a). Soit:

- $\sigma_x$ : l'effort normal qu'il transmet
- $\tau_{xy}$ : l'effort tranchant parallèle à la surface médiane
- $\tau_{xz}$ : l'effort tranchant perpendiculaire à la surface médiane.

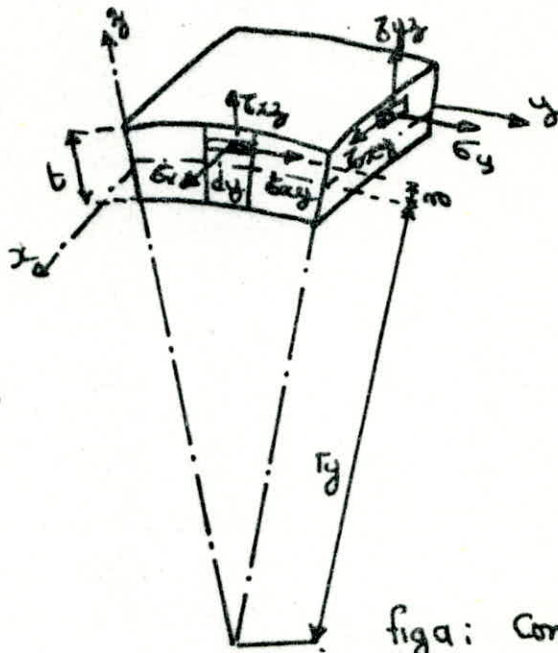


fig a: Contraintes dans la coque

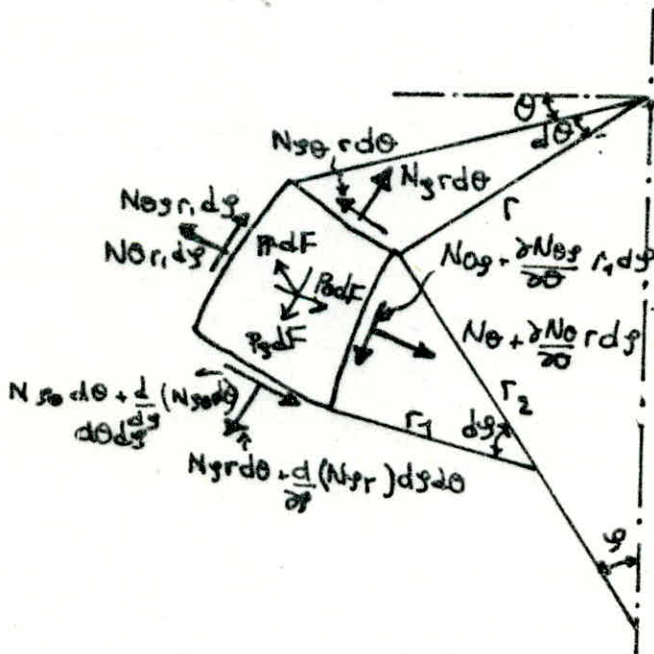


fig b: élément de coque de révolution avec forces élastiques par la membrane.

Les forces correspondantes dans une section  $y = \text{cte}$  s'appellent  $\sigma_y, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}$ .

• Selon un théorème connu de la RDM on a :

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$$

• Si  $\sigma_x$  est également répartie sur l'épaisseur  $t$  de la voque

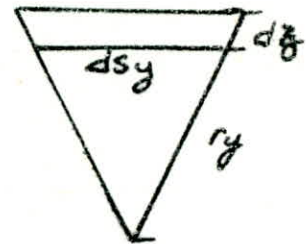
$$N_x = \sigma_x \cdot t$$

• Si  $\sigma_x$  varie le long de l'épaisseur  $t$  de la voque

$$N_x = \int \sigma_x dF$$

Appellons  $z$  l'écart d'un point par rapport à la surface médiane, l'élément de surface à une hauteur  $dz$  et l'élément de surface à une longueur (similitude)

$$dS_y = \frac{r_y + z}{r_y} dz$$



On obtient :

$$N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{r_y}\right) dz$$

de la même façon on obtient :

$$N_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \left(1 + \frac{z}{r_y}\right) dz$$

- Les efforts tranchants :

$$N_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xy} \left(1 + \frac{z}{r_y}\right) dz \quad ; \quad N_{yx} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{yx} \left(1 + \frac{z}{r_y}\right) dz$$

- Les efforts de cisaillements :

$$Q_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xz} \left(1 + \frac{z}{r_y}\right) dz \quad ; \quad Q_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{yz} \left(1 + \frac{z}{r_y}\right) dz$$

Quand les contraintes ne sont pas également réparties sur l'épaisseur  $t$ , la détermination de leur résultante ne suffit pas pour les calculer. On utilise les moments des contraintes par rapport à la surface médiane.



- Les moments flechissants:

$$M_x = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \cdot z \left(1 + \frac{z}{r_0}\right) dz ; \quad M_y = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \cdot z \left(1 + \frac{z}{r_0}\right) dz$$

- Les moments de torsion:

$$M_{xy} = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xy} \cdot z \left(1 + \frac{z}{r_0}\right) dz ; \quad M_{yx} = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{xy} \cdot z \left(1 + \frac{z}{r_0}\right) dz$$

### A - Théorie des membranes :

Dans beaucoup de cas non seulement on peut négliger, dans la définition des forces élastiques, l'influence de la courbure de la coque, mais on peut aussi admettre que les contraintes sont réparties uniformément sur toute l'épaisseur de la coque. Ceci signifie l'annulation des moments flechissants et de torsion, l'égalité des efforts tranchants:

$$N_{xy} = N_{yx}$$

et les efforts de cisaillement nuls ( $Q_y \cdot ds_y \cdot ds_x = 0$  / axe de référence)

$$Q_x = Q_y = 0$$

Écrivons les conditions d'équilibre suivant:

. la tangente au méridien ①

. la tangente au parallèle ②

. la normale à la coque ③

On obtient finalement 3 équations à 3 inconnus (fig 6)

$$\textcircled{1} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \varphi} (r N_\varphi) + \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + N_\theta \cos \varphi + p_\varphi \cdot r = 0$$

$$\textcircled{2} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \varphi} (r N_\theta) + \frac{\partial N_\varphi}{\partial \theta} + N_\varphi \cos \varphi + p_\theta \cdot r = 0$$

$$\textcircled{3} \rightarrow N_\theta \cdot r \cdot \sin \varphi + N_\varphi \cdot r - P_r \cdot r \cdot r_1$$

### B - Théorie des flexions de la coque cylindrique :

On peut utiliser l'hypothèse de base de la théorie de membrane: On n'étudiera que les coques qui n'opposent pas

de résistance élastique à la flexion, c'est à dire à une variation des conditions de courbure de la surface médiane; elles présentent seulement:

- . résistance à la dilatation
- . aucune résistance à la flexion

C'est la raison d'établir la théorie des flexions exposée dans les ouvrages de M<sup>r</sup> W. FLÜGEE "Statique et dynamique des coques" ou de M<sup>r</sup> TIMOSHENKO "Théorie des plaques et coques". Nous envisageons le cas des voiles cylindriques circulaires dont l'épaisseur  $e$  n'est pas négligeable. Dans ce cas le voile est flechi et des couples interviennent dans les équations d'équilibre.

Considérons un élément de volume:  $dx \cdot dy \cdot e$

$e$ : épaisseur

$dx dy$ : élément de surface compris entre deux génératrices et deux directrices (fig c)

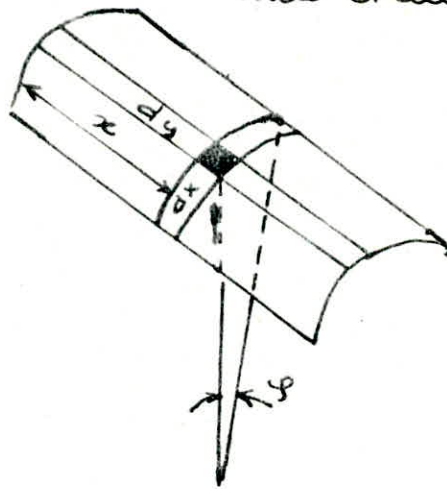


Fig c: élément de coque cylindrique hachuré

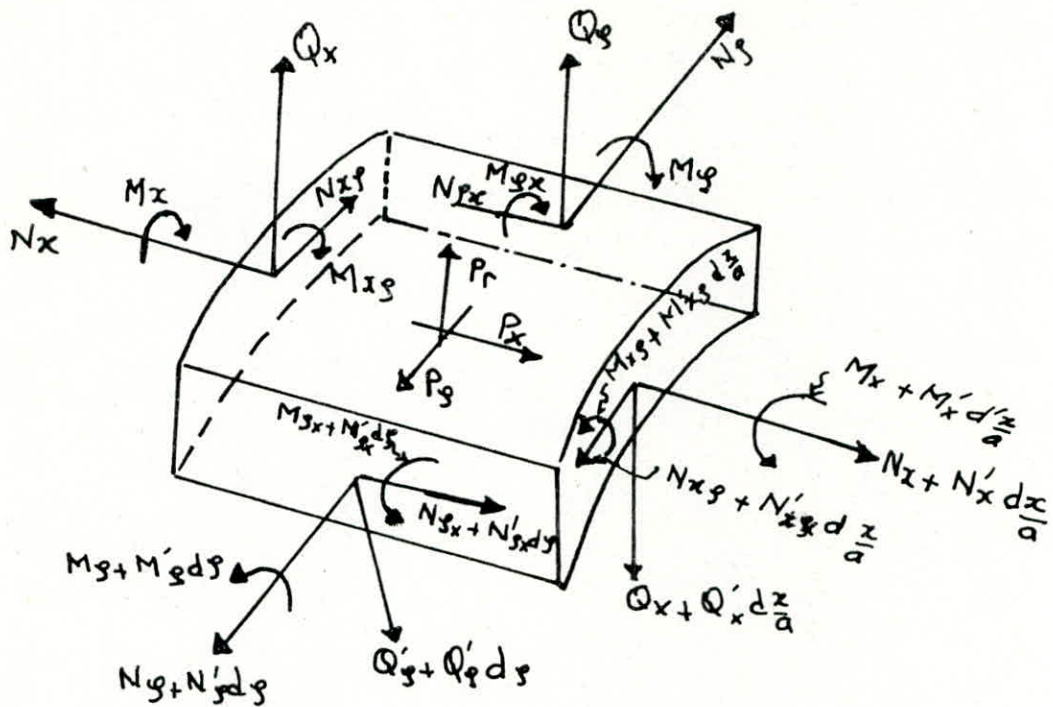
Nous appellerons:

$a$ : rayon de la surface médiane

$N'_x, N'_{xy}, M'_x, M'_{xy}$ : dérivées par rapport à  $\frac{x}{a}$

$N'_y, N'_{yx}, M'_y, M'_{yx}$ : dérivées par rapport à  $\frac{y}{a}$

$x, y$ : coordonnées



- Forces élastiques et moments pour les coques cylindriques -

Considérons l'équilibre de l'élément, la somme des forces suivant les 3 directions indiquées donnent :

$$A \begin{cases} N'_x + N'_{sx} + a p_x = 0 & (1) \\ N'_s + N'_{xs} - Q_s + a p_s = 0 & (2) \\ N_s + Q'_s + Q'_x - a p_x = 0 & (3) \end{cases}$$

et les équations exprimant l'équilibre des moments par rapport aux deux tangentes et à la normale :

$$B \begin{cases} M'_s + M'_{xs} - a Q_s = 0 & (4) \\ M'_x + M'_{sx} - a Q_x = 0 & (5) \\ a N_{xs} - a N_{sx} + M_{sx} = 0 & (6) \end{cases}$$



Les six équations d'équilibre ne suffisent naturellement pas à calculer les dix forces élastiques. Afin de concilier le nombre des inconnues et celui des équations, on exprime ces forces en fonctions des déformations élastiques par la loi d'élasticité de la coque.

Pour les coques cylindriques on utilise les indices  $\vartheta$  à la place de  $y$  et introduire pour les rayons de courbure les valeurs particulières:  $r_x = \infty$  et  $r_\vartheta = a$

$$\begin{aligned} N_\vartheta &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_\vartheta dz & ; & \quad N_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \\ N_{\vartheta x} &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\vartheta x} dz & ; & \quad N_{x\vartheta} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{x\vartheta} \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \\ M_\vartheta &= - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_\vartheta z dz & ; & \quad M_x = - \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x z \left(1 + \frac{z}{a}\right) dz \\ M_{\vartheta x} &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{\vartheta x} z dz & ; & \quad M_{x\vartheta} = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_{x\vartheta} \left(1 + \frac{z}{a}\right) z dz \end{aligned}$$

On exprime ces forces et ces moments au moyen des composantes du déplacement élastique.

$u_z$ : le déplacement dans la direction des  $x$  croissants

$v_z$ : le déplacement dans la direction des  $\vartheta$  croissants

$w_z$ : le déplacement normale à la coque compte positivement vers l'extérieur.

Les trois grandeurs décrivent la déformation à l'intérieur d'une surface cylindrique de rayon  $a+z$  avec:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u_z}{\partial x} = \frac{u'_z}{a}$$

$$\epsilon_\vartheta = \frac{1}{a+z} \left( \frac{\partial u_z}{\partial \vartheta} + w_z \right) = \frac{v'_z + w_z}{a+z}$$

$$\gamma_z = \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{1}{a+z} \cdot \frac{\partial u_z}{\partial \vartheta} = \frac{v'_z}{a} + \frac{u'_z}{a+z}$$



On exprime  $u_z$ ,  $v_z$  et  $w_z$  en fonction  $w$ ,  $u$  et  $v$   
(voir fig d)

$$\begin{aligned} u_x &= u - \frac{z}{a} w' \\ v_x &= v \frac{a+z}{a} - z \frac{w'}{a} \\ w_z &= w \end{aligned}$$

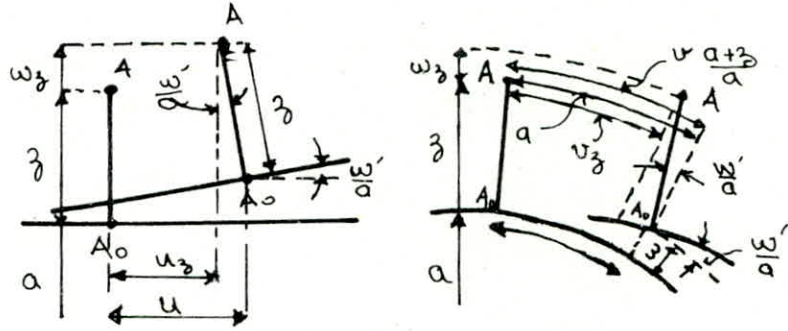


fig d: Composantes du déplacement élastique pour un point quelconque A de la voque et sa projection  $A_0$  sur la surface médiane.

On remplace dans les équations précédentes:

$$\epsilon_x = \frac{u'}{a} - \frac{z}{a^2} w''$$

$$\epsilon_\varphi = \frac{v'}{a} - \frac{z}{a(a+z)} w'' + \frac{w}{a+z}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{u'}{a+z} + \frac{a+z}{a^2} v' - \frac{w''}{a^2} \left( \frac{z}{a} + \frac{z}{a+z} \right)$$

La loi HOOKE fournit entre  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_\varphi$  et  $\gamma_{xz}$  et les contraintes  $\sigma_x$ ,  $\sigma_\varphi$  et  $\tau_{xz}$  les relations

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_\varphi)$$

$$\sigma_\varphi = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_\varphi + \nu \epsilon_x)$$

$$\tau_{xz} = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \gamma_{xz}$$

Cela permet de déterminer les forces élastiques en intégrant

par rapport à  $z$ .

Poseons :

$$D = \frac{Et}{1-\nu^2} \quad ; \text{résistance à la dilatation}$$

$$K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad ; \text{résistance à la flexion}$$

$$\text{d'où : } N_y = \frac{D}{a} (\nu' + w + \nu u') \quad ; \quad N_x = \frac{D}{a} (u' + \nu \nu' + \nu w)$$

$$N_{yx} = N_{xy} = \frac{D(1-\nu)}{2a} (u' + \nu')$$

$$M_y = \frac{K}{a^2} (w'' + \nu w'') \quad ; \quad M_x = \frac{K}{a^2} (w'' + \nu w'')$$

$$M_{yx} = M_{xy} = \frac{K(1-\nu^2)}{a^2} w''$$

### C- Application de la théorie des flexions aux réservoirs :

Par raison de symétrie on peut conclure :

• efforts tranchants sont nuls :  $N_{yx} = N_{xy} = 0$

• moments de torsion sont nuls :  $M_{yx} = M_{xy} = 0$

•  $N_y$  est constante le long de la circonférence.

•  $M_y$  est constant le long de la circonférence.

Puisque la pression du liquide est la seule charge qui nous intéresse, nous pouvons poser  $P_x = P_y = 0$

L'équation (1) fournit :  $N_x = 0$

$$N_x = \frac{D}{a} (\nu' + \nu \nu' + \nu w) = 0$$

avec  $\nu' = 0$  (raison de symétrie)

$$\text{donc } u' = -\nu w$$

remplaçons  $u'$  dans la relation de  $N_y$  :

$$N_y = \frac{D}{a} (1-\nu^2) w \quad (a)$$

$w''$  et  $\nu'$  sont nuls par raison de symétrie

$$M_x = \frac{K}{a^2} w'' \quad (b)$$

A partir des équations (2) et (5)

$$Q'_x + N_g = p_r \cdot a$$

$$M'_x - a Q_x = 0$$

on obtient

$$M''_x + a N'_g = p_r a^2$$

Portons les expressions (a) et (b) trouvées dans cette relation ;  
Après simplifications on obtient l'équation générale des réservoirs :

$$(Kw'')'' + Da^2(1-\nu^2)w = p_r a^4$$

\* Cas particulier du réservoir à épaisseur constante :

Ses  $x$  sont comptés positivement vers le haut en partant de la base du réservoir.

La poussée de l'eau est

$$p_r = \gamma (h - x)$$

L'équation générale des réservoirs s'écrit alors :

$$Kw''' + Da^2(1-\nu^2)w = \gamma (h - x)a^2$$

L'équation (3) de l'équilibre de membrane donne :

$$N_g = p_r a$$

$$N_g = \gamma (h - x)a$$

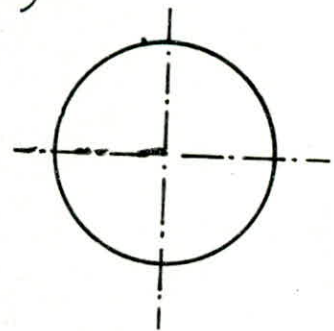
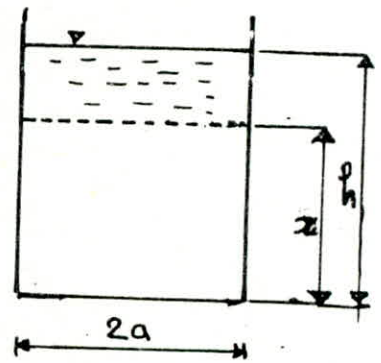
sachant que :

$$N_g = \frac{D(1-\nu^2)}{a} w$$

ceci donne immédiatement :

$$w = \frac{\gamma a^2 (h - x)}{D(1-\nu^2)}$$

C'est la solution particulière de l'équation différentielle



ci-dessus.

Pour calculer la solution générale nous utilisons l'équation homogène qui doit contenir quatre constantes avec l'hypothèse de la solution exponentielle.

$$w = C e^{\gamma \frac{x}{a}}$$

$$\text{posons } \frac{\gamma}{a} = \alpha \quad \Rightarrow \quad w = C e^{\alpha x}$$

remplaçons dans l'équation générale on obtient l'équation caractéristique :

$$\lambda^4 + 4\alpha^4 = 0$$

$$\text{avec } \alpha^4 = \frac{D a^2 (1 - \nu^2)}{4K} = \frac{3a^2}{L^2} (1 - \nu^2)$$

Si l'on porte dans l'hypothèse de solution de l'équation homogène la racine :

$$\lambda = \pm (1 \pm i) \alpha$$

On obtient :

$$w = e^{-\alpha \frac{x}{a}} \left[ C_1 \cos \alpha \frac{x}{a} + C_2 \sin \alpha \frac{x}{a} \right] + e^{-\alpha \frac{x}{a}} \left[ C_3 \cos \alpha \frac{x}{a} + C_4 \sin \alpha \frac{x}{a} \right]$$

Dans notre cas le réservoir est encastré dans la fondation, les fonctions exponentielles décroissent assez vite pour pouvoir être négligées d'un bord à l'autre de la voûte.

On pose :

$$C_3 = C_4 = 0$$

et on détermine  $C_1$  et  $C_2$

La solution générale est donnée par

$$w = e^{-\alpha \frac{x}{a}} \left[ C_1 \cos \alpha \frac{x}{a} + C_2 \sin \alpha \frac{x}{a} \right] + \frac{\gamma a^2}{D(1-\nu^2)} (h-x)$$

$$w' = \frac{-\gamma a^3}{D(1-\nu^2)} + x e^{-\alpha \frac{x}{a}} \left[ (C_2 - C_1) \cos \alpha \frac{x}{a} - (C_1 + C_2) \sin \alpha \frac{x}{a} \right]$$

En supposant que l'encastrement en bas est absolu les



conditions au bord encasté s'écrivent  $\left\| \begin{array}{l} w(x=0) = 0 \\ w'(x=0) = 0 \end{array} \right.$

Cela donne

$$C_1 = \frac{-\gamma a^2 h}{D(1-\nu^2)}$$

$$C_2 = \frac{\gamma a^2}{D(1-\nu^2)} \left( \frac{a}{x} - h \right)$$

D'où il résulte en donnant à D et K leurs valeurs

$$C_1 = -\frac{\gamma a^2}{Et} \cdot h \quad ; \quad C_2 = \frac{\gamma a}{Et} \left( \frac{a}{x} - h \right)$$

$$\text{et } w = \frac{\gamma a^2}{Et} \left[ (h-x) - h e^{-\alpha \frac{x}{a}} \cos \alpha \frac{x}{a} + \left( \frac{a}{x} - h \right) e^{-\alpha \frac{x}{a}} \sin \alpha \frac{x}{a} \right]$$

$$\text{Puisque: } N_y = -\frac{Et}{r} w, \quad M_x = -D \frac{d^2 w}{dx^2}, \quad \frac{dM_x}{dx} = T$$

On obtient finalement:

•  $N_y$  = effort normal dans la paroi:

$$N_y = \gamma a e^{-\alpha \frac{x}{a}} \left[ -h \cos \alpha \frac{x}{a} + \left( \frac{a}{x} - h \right) \sin \alpha \frac{x}{a} + \gamma a (h-x) \right]$$

•  $M_x$  : moment flechissant:

$$M_x = -\frac{\gamma a^2 t^2}{6(1-\nu^2)} e^{-\alpha \frac{x}{a}} \left[ \left( \frac{a}{x} - h \right) \cos \alpha \frac{x}{a} + h \sin \alpha \frac{x}{a} \right]$$

•  $T_x$  : effort tranchant:

$$T_x = Q_x = -\frac{\gamma a^3 t^2}{6(1-\nu^2) a} e^{-\alpha \frac{x}{a}} \left[ \left( 2h - \frac{a}{x} \right) \cos \alpha \frac{x}{a} - \frac{a}{x} \sin \alpha \frac{x}{a} \right]$$

D: Applications:

On étudiera la paroi soumise à 2 pousses

1° Poussée de l'eau:

L'effort engendré par celle-ci dans la paroi est alors une

traction.

## 2 - Poussée des terres:

L'effort engendré par cette poussée dans la paroi est une compression.

Les deux poussées étant de sens contraire, on étudiera (successivement (pour être dans la sécurité) les deux cas suivants:

1<sup>er</sup> Cas: Le réservoir est plein et non enterré, la paroi ne sera alors soumise qu'à la poussée de l'eau.

2<sup>em</sup> Cas: Le réservoir est vide et entièrement enterré (jusqu'à la base de la ceinture), la paroi ne sera soumise qu'à la poussée des terres.

### a - Cas du réservoir plein:

#### a-1. Détermination des éléments de réduction:

On utilise les résultats établis précédemment pour les valeurs de  $N_y$ ,  $M_x$  et  $T_x$

$$N_y = \gamma a e^{-\frac{\alpha}{a} x} \left[ -h \cos \frac{\alpha}{a} x + \left( \frac{a}{\alpha} - h \right) \sin \frac{\alpha}{a} x + \gamma a (h - x) \right]$$

$$M_x = -\frac{\gamma \alpha^2 t^2}{6(1-\nu^2)} e^{-\frac{\alpha}{a} x} \left[ \left( \frac{a}{\alpha} - h \right) \cos \frac{\alpha}{a} x + h \sin \frac{\alpha}{a} x \right]$$

$$T_x = \frac{-\gamma \alpha^3 t^2}{6(1-\nu^2)a} e^{-\frac{\alpha}{a} x} \left[ \left( 2h - \frac{a}{\alpha} \right) \cos \frac{\alpha}{a} x - \frac{a}{\alpha} \sin \frac{\alpha}{a} x \right]$$

avec:  $a$ : rayon du réservoir  
 $h$ : hauteur utile de l'eau  
 $\nu$ : coefficient de poisson.  
 $t$ : épaisseur de la paroi  
 $\alpha$ : paramètre dont la valeur a été donné dans le chapitre précédent  
 $\gamma$ : masse volumique de l'eau.

Le cahier de charge pour les constructions des réservoirs en béton armé fixe la masse volumique de l'eau à  $1200 \text{ kg/m}^3$

Application:

En prenant les valeurs suivantes

$$t = 0,25 \text{ m}$$

$$h = 6,00 \text{ m}$$

$$a = 10,3 \text{ m}$$

$$\gamma = 0,15$$

On obtient directement les valeurs des constantes

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{3a^2(1-\gamma^2)}{t^2}} = 8,40$$

$$\frac{\alpha}{a} = 0,816 \quad \text{et} \quad \frac{a}{\alpha} = 1,226$$

$$\gamma = 1200 \text{ kg/m}^3$$

$$\gamma a = 12360 \text{ kg/m}^2$$

$$\frac{a}{\alpha} - h = -4,774 \text{ m}$$

$$2h - \frac{a}{\alpha} = 10,774$$

$$\frac{\gamma \alpha^3 t^2}{6(1-\gamma^2)a} = 735,86$$

$$\frac{\gamma \alpha^2 t^2}{6(1-\gamma^2)} = 902,302$$

Les constantes connues on a:

$$N_x = 12360 e^{-0,816x} \left[ -6 \cos 0,816x - 4,774 \sin 0,816x \right]$$

$$M_x = -902,30 e^{-0,816x} \left[ -4,774 \cos 0,816x + 6 \sin 0,816x \right]$$

$$T_x = -735,86 e^{-0,816x} \left[ 10,774 \cos 0,816x + 1,226 \sin 0,816x \right]$$

Remarque: La paroi est calculée par tranches de 0,5 m de hauteur sous l'effet de la pression de l'eau.

Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant:



$x$ [m]	$N_g$ [t/ml]	$M_x$ [tm/ml]	$T_x$ [t/ml]
$x = 0,00$	0,00	4,31	-7,93
$x = 0,50$	7,14	1,20	-4,60
$x = 1,00$	20,34	-0,44	-2,11
$x = 1,50$	31,89	-1,07	-0,54
$x = 2,00$	38,81	-1,11	+0,27
$x = 2,50$	40,77	-0,88	+0,57
$x = 3,00$	38,75	-0,58	+0,58
$x = 3,50$	34,03	-0,32	+0,45
$x = 4,00$	27,81	-0,14	+0,30
$x = 4,50$	20,92	0,00	+0,16
$x = 5,00$	13,90	0,00	+0,00
$x = 5,50$	7,01	0,00	+0,00
$x = 6,00$	0,00	0,00	+0,00

### b - Cas du réservoir vide :

Quand le réservoir est vide la paroi est soumise qu'à la poussée des terres. On supposera que le réservoir est entièrement enterré jusqu'à la base de la ceinture.

En réalité le réservoir n'est enterré qu'à 2,5m de profondeur et cela pour atteindre le sol capable de supporter le radier, ce sol est un remblai argilo-graveleux dont les caractéristiques sont les suivantes :

- l'angle de frottement  $\varphi = 30^\circ$
- la densité sèche  $1,53 \leq \gamma_s = 1,75$  [t/m<sup>3</sup>]
- la cohésion  $c = 0$
- la masse volumique  $\gamma = 2000$  kg/m<sup>3</sup>

Nous calculerons les éléments de réduction de la même manière que dans le cas de la poussée de l'eau.



La seule différence réside dans la masse volumique de la terre qui il faudra multiplier par le coefficient  $K_a$  pour obtenir les valeurs des forces et des moments de poussée.

$K_a$ : coefficient de poussée horizontale.

On a d'après RESAL:  $K_a = f(\varphi, \theta)$

$\theta$ : inclinaison de la paroi

$$\text{pour : } \left. \begin{array}{l} \varphi = 30 \\ \theta = 0 \end{array} \right\} K_a = 0,270.$$

$$\text{d'où } K_a \gamma_t = 540 \text{ kg/m}^3$$

Application :

En prenant les valeurs suivantes.

$$t = 0,25 \text{ m}$$

$$H = 6,75 \quad (\text{hauteur total du reservoir.})$$

$$K_a \gamma_t = 540 \text{ kg/m}^3$$

$$r = \text{rayon du reservoir} = 10,55 \text{ m.}$$

On obtient les valeurs des constantes

$$\alpha = \sqrt[4]{\frac{3r^2(1-\nu^2)}{t^2}} = 8,507$$

$$\frac{\alpha}{r} = 0,806 \quad \text{et} \quad \frac{r}{\alpha} = 1,241$$

$$K_a \gamma_t \cdot r = 5697 \text{ kg/m}^2$$

$$\frac{r}{\alpha} - h = -5,509 \text{ m.}$$

$$2H - \frac{r}{\alpha} = 12,859 \text{ m}$$

$$\frac{K_a \gamma_t t^2 \alpha^2}{6(1-\nu^2)} = 415,859$$

$$\frac{K_a \gamma_t t^2 \alpha^3}{6(1-\nu^2)r} = 335,091$$

Les équations donnant  $N_g$  et  $M_x$  sont :

$$N_g = 5697 e^{-0,806x} [6,75 \cos 0,806x - 5,509 \sin 0,806x] + 5697(6,75-x)$$

$$M_x = 415,859 e^{-0,806x} [-5,509 \cos 0,806x + 6,75 \sin 0,806x]$$

Remarques :

- Les poussées de l'eau et des terres sont de part et d'autre de la paroi et de sens opposés.

- La paroi sera calculée par tranches de 0,5 m de hauteur pour l'effet de la pression des terres.

Les valeurs sont récapitulées dans le tableau suivant :

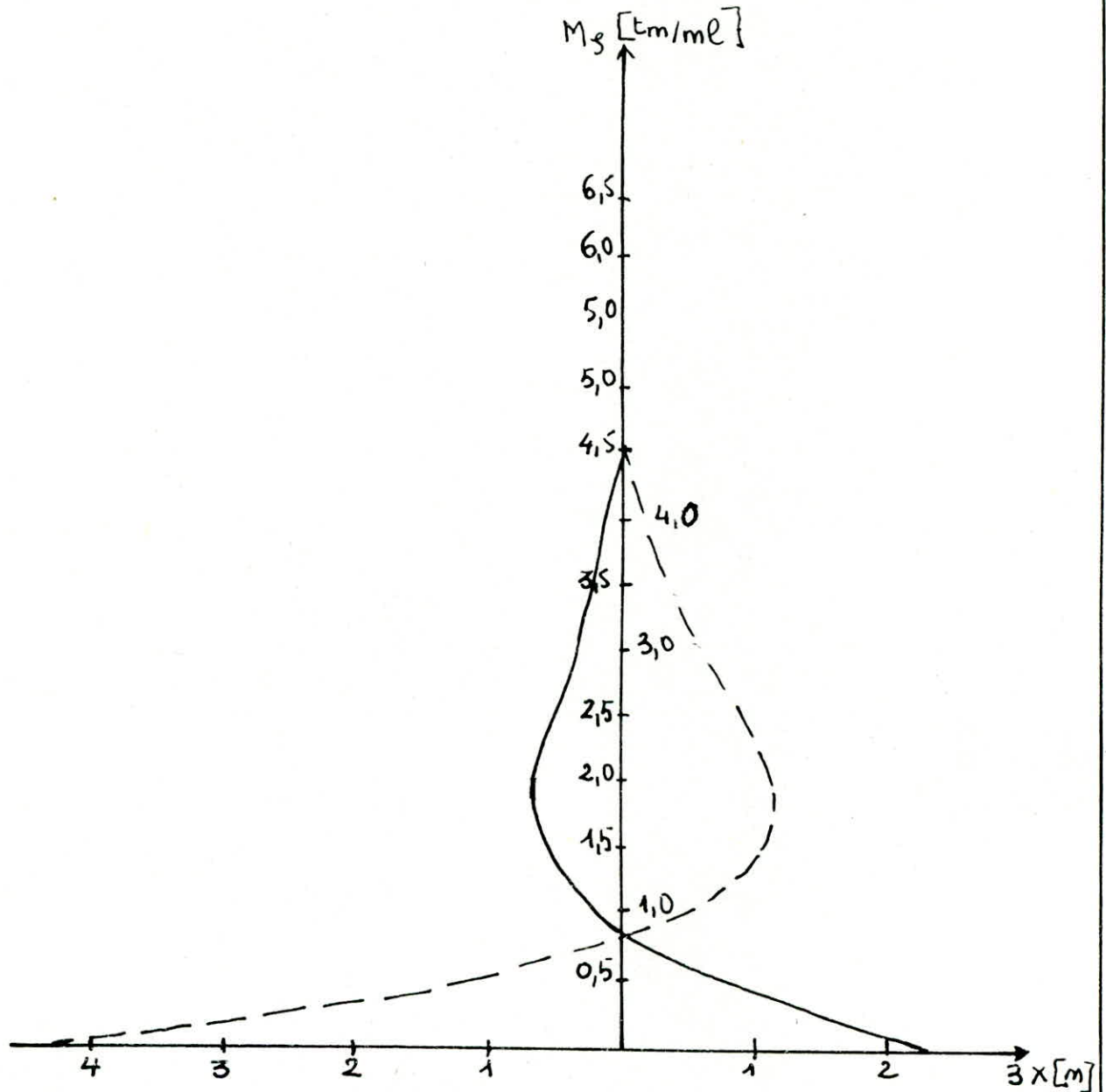
$x$ [m]	$N_g$ [t/m]	$M_x$ [tm/m]
$x = 0,00$	0,00	- 2,29
$x = 0,50$	- 3,74	- 0,67
$x = 1,00$	- 10,75	+ 0,20
$x = 1,50$	- 17,08	+ 0,54
$x = 2,00$	- 21,12	+ 0,58
$x = 2,50$	- 22,64	+ 0,47
$x = 3,00$	- 22,08	+ 0,32
$x = 3,50$	- 20,10	+ 0,18
$x = 4,00$	- 17,30	+ 0,08
$x = 4,5$	- 14,40	0,00
$x = 5,00$	- 10,83	0,00
$x = 5,50$	- 7,60	0,00
$x = 6,00$	- 4,48	0,00
$x = 6,50$	- 1,47	0,00
$x = 6,75$	0,00	0,00

On trace les diagrammes des éléments de réduction

## Diagrammes des Moments

—  $M_x$  ; de l'eau

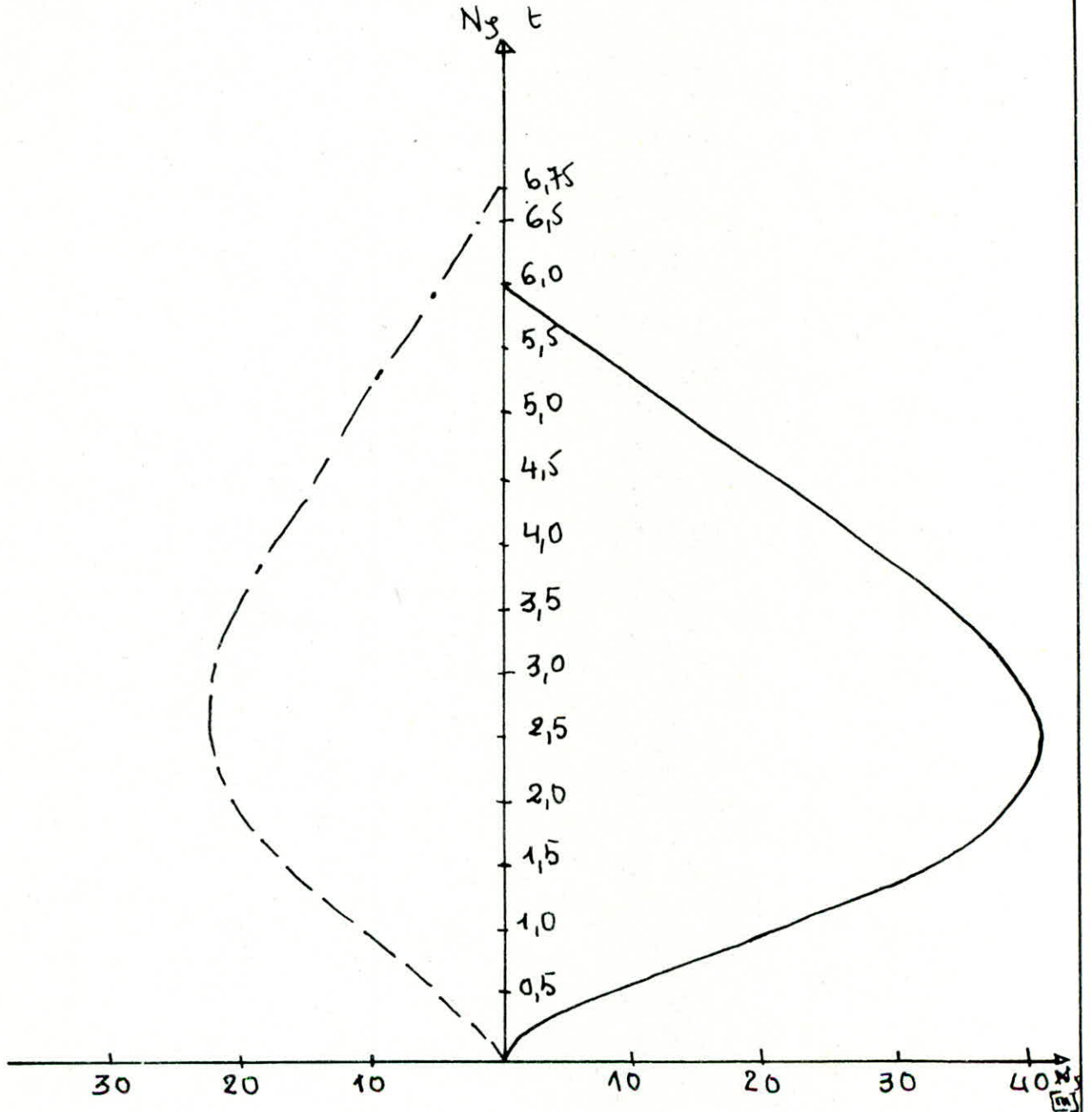
---  $M_x$  ; des terres



# Diagramme des efforts annulaires normaux $N_g$

—  $N_g$ : de l'eau

---  $N_g$ : des terres





## E - Ferrailage de la paroi :

### E-1 : Ferrailage horizontal :

Pour chaque virole on déterminera un <sup>ferrailage</sup> approprié, pour des facilités de réalisation nous prendrons un diamètre de barres identiques dans chacune d'elles

HA 16	$\bar{\sigma}_a = 1848 \text{ kg/cm}^2$
HA 14	$\bar{\sigma}_a = 1943 \text{ kg/cm}^2$
HA 12	$\bar{\sigma}_a = 2060 \text{ kg/cm}^2$
HA 10	$\bar{\sigma}_a = 2215 \text{ kg/cm}^2$

Le ferrailage horizontal servira à reprendre seulement les efforts de traction engendrés par  $N_g$

Les aires nécessaires à chaque virole sont dans le tableau. (Tab 1)

Les valeurs de  $N_g$  sont celles de la poussée de l'eau.

### E-2 : Ferrailage vertical :

L'existence des moments de part et d'autre de la paroi impose un ferrailage longitudinal.

Les moments maximaux sont

Moment max	Poussée de l'eau	Poussée des terres
Moment négatif	- 1,2 tm/ml	- 2,29 tm/ml
Moment positif	4,31 tm/ml	0,6 tm/ml

La section sera calculée à la flexion composée, car en plus du moment, il existe un effort normal dû au poids de la superstructure

#### a) Détermination de l'effort normal :

l'effort de compression  $N'$  est :

Tab:1 FERRAILLAGE HORIZONTAL

Viroles	h [m]	$F_t = \frac{N_{s_i} + N_{s_{i+1}}}{2}$ [t]	$A_t = \frac{F_t}{\sigma_a}$ [cm <sup>2</sup> ]	Acroisie [cm <sup>2</sup> ]	Espacement	$G'_{b_i} = \frac{F_t}{100e + 15A_t}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
1	$0 \leq h \leq 0,5$	3,57	1,78	4HA10 = 3,14	50	1,36
2	$0,5 \leq h \leq 1,0$	13,74	6,67	10HA12 = 11,31	20	5,15
3	$1,0 \leq h \leq 1,5$	26,11	13,44	10HA14 = 15,39	20	9,56
4	$1,5 \leq h \leq 2,0$	35,35	19,13	12HA16 = 24,12	16	12,35
5	$2,0 \leq h \leq 2,5$	39,79	21,53	12HA16 = 24,12	16	13,90
6	$2,5 \leq h \leq 3,0$	39,76	21,52	12HA16 = 24,12	16	13,90
7	$3,0 \leq h \leq 3,5$	36,39	19,69	12HA16 = 24,12	16	13,02
8	$3,5 \leq h \leq 4,0$	30,92	15,91	12HA14 = 18,48	16	11,13
9	$4,0 \leq h \leq 4,5$	24,37	12,54	10HA14 = 15,39	20	8,92
10	$4,5 \leq h \leq 5,0$	17,41	8,45	10HA12 = 11,31	20	6,52
11	$5,0 \leq h \leq 5,5$	10,46	4,72	8HA10 = 6,28	25	4,03
12	$5,5 \leq h \leq 6,0$	3,51	1,45	4HA10 = 3,14	50	1,37

39.

$$N' = \frac{w_c + w_p}{P_c}$$

avec :  $w_c$  : poids de la coupole et de la ceinture  
 $w_p$  : poids de la paroi  
 $P_c$  : perimetre de la m - epaisseur

- Détermination de  $w_c$

$$w_c = w_{c1} + w_{c2}$$

$w_{c1}$  : poids de la coupole

$w_{c2}$  : poids de la ceinture

$$w_{c1} = 2\pi R_{moy} \cdot f \cdot e \cdot \gamma_b = 67,63 \text{ t}$$

$$w_{c2} = \pi(r_2^2 - r_1^2) \cdot h_c \cdot \gamma_b = 33,14 \text{ t}$$

$$w_c = 100,77 \text{ t}$$

- Détermination de  $w_p$

$$w_{p_{x=0}} = \pi(R_1^2 - R_2^2) \cdot H_{x=0} \cdot 2,5 + 2\pi R_2 H_{x=0} \cdot 0,05 = 280,51 \text{ t}$$

$$w_{p_{x=1,75}} = \pi(R_1^2 - R_2^2) \cdot H_{x=1,75} \cdot 2,5 + 2\pi R_2 H_{x=1,75} \cdot 0,05 = 203,20 \text{ t}$$

- Détermination de  $P_c$  :

$$P_c = 2\pi R_{moy} = 65,50 \text{ m}$$

L'effort normal de compression par mètre linéaire

$$N_{x=0} = 5,86 \text{ t/m}$$

$$N_{x=1,75} = 4,67 \text{ t/m}$$

b/ Calcul des aciers :

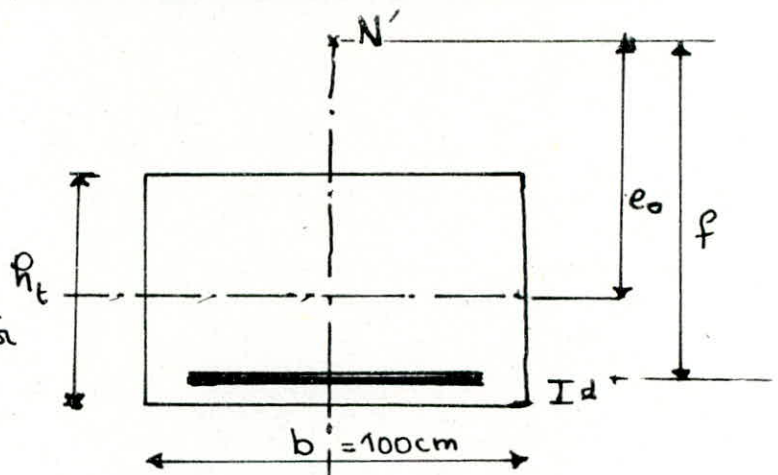
On considère une section de la paroi de forme rectangulaire (la section sera considérée comme si elle ne présentait pas de courbure) de largeur  $b = 1 \text{ m}$  et de hauteur  $h_t = 25 \text{ cm}$

L'étude se fera selon la méthode générale de M<sup>r</sup>

" Pierre Charon ".



$e_0$  : excentricité  
 $f$  : flèche  
 $h_t$  : épaisseur de la paroi



Nous traiterons un exemple de calcul : la section décentrée ( $x=0$ ) sollicitée par

$$M_x = 4,31 \text{ tm}$$

$$N' = 5,86 \text{ t}$$

• excentricité :

$$e_0 = \frac{M_x}{N} = 0,74 \text{ m} = 74 \text{ cm}$$

L'effort normal étant un effort de compression et  $e_0 > e_1$  : la section est partiellement comprimée

Calculons la section comme si elle était soumise à la flexion simple avec un moment fictif :

$$M_{Gf} = N \cdot f$$

$$\text{avec } f = e_0 + \frac{h_t}{2} - d = 74 + 12,5 - 4 = 82,5 \text{ cm}$$

$$M_{Gf} = 4,83 \text{ tm}$$

Comme  $e_0 > e_1$  ; on prend  $\bar{\sigma}'_b = 2\bar{\sigma}_{b0} = 150 \text{ kg/cm}^2$

On utilise les aciers HA 14 :  $\bar{\sigma}_a = 1943 \text{ kg/cm}^2$

• Calcul du moment résistant du béton :

$$\bar{\alpha} = \frac{n \bar{\sigma}'_b}{n \bar{\sigma}'_b + \bar{\sigma}_a} = 0,56$$

$$\bar{\delta} = 1 - \frac{\bar{\alpha}}{3} = 0,82$$

$$M_{rb} = \frac{1}{2} \bar{\sigma}'_b \cdot \bar{\alpha} \cdot \bar{\delta} \cdot b h^2 = 15,19 \text{ t.m}$$



Le moment résistant du béton est supérieur au moment fléchissant agissant sur la section, donc le béton à lui seul suffit :  $A' = 0$

• Calcul des aciers :

$A_s$  : section d'acier fictive (F.S)

$$A_s = \frac{M_s}{\bar{\sigma}_s \cdot R_s \cdot \bar{\epsilon}_a} = 14,44 \text{ cm}^2$$

$A$  : section d'acier réelle (F.C)

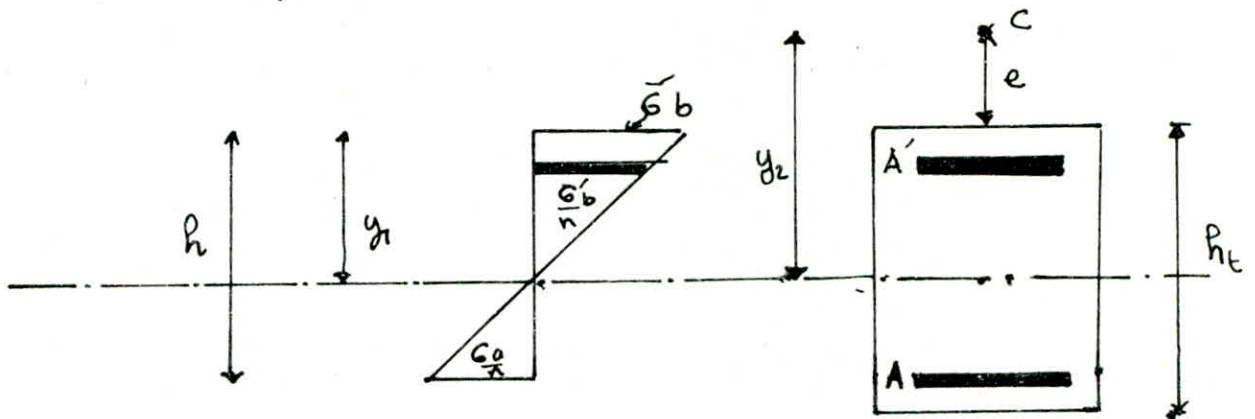
$$A = A_s - \frac{N'}{\bar{\epsilon}_a} = 11,42 \text{ cm}^2$$

Les résultats sont récapitulés dans le tableau suivant.

R [m]	M [tm]	N' [t]	$e_0$ [cm]	$\xi$ [cm]	$M_b$ [tm]	$M_{rb}$ [tm]	A [cm <sup>2</sup> ]	Achoisie [cm <sup>2</sup> ]	A'
0,0	4,31	5,86	74	82,5	4,83	15,19	11,42	8HA14 = 12,31	0
0,0	-2,29	5,86	39,08	47,58	2,81	15,19	5,38	6HA14 = 9,23	0
1,75	-1,2	4,67	25,70	34,20	1,20	15,19	3,63	6HA14 = 9,23	0
1,75	0,6	4,67	12,85	21,35	1,00	15,19	2,98	6HA14 = 9,23	0

## F. Vérification des contraintes :

### a) Ferraillage vertical :



On utilise pour cela la méthode exposée dans l'ouvrage de M<sup>r</sup> "Pierre Charon"

Soient :

$C$  : distance du point de passage  $c$  de l'effort  $N'$  à l'arête la plus comprimée

$y_2$  : distance de  $C$  à l'axe neutre

Par convention  $N'$  étant un effort de compression,  $c$  sera considéré comme négatif ( $c$  tombe à l'extérieur de la section),  $y_2$  sera considéré comme positif

Nous avons avec la convention de signe envisagée

$$y_1 = y_2 - c$$

On aura l'équation de 3<sup>ème</sup> degré en  $y_2$

$$y_2^3 + P y_2 + q = 0$$

avec :

$$P = -3c^2 - \frac{6nA'}{b}(c-d') + \frac{6nA}{b}(h-c)$$

$$q = -2c^3 - \frac{6nA'}{b}(c-d')^2 - \frac{6nA}{b}(h-c)^2$$

dont la solution est

$$y_2 = \sqrt{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3}} + \sqrt{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{P}{3}\right)^3}}$$

Le moment d'inertie sera :

$$I = \frac{b y_1^3}{3} + nA'(y_1 - d')^2 + nA(h - y_1)^2$$

Les contraintes seront :

$$\sigma'_b = \frac{N' y_2}{I} \cdot y_1$$

$$\sigma'_a = n \cdot \frac{N' y_2}{I} (y_1 - d')$$

$$\sigma_a = n \frac{N' y_2}{I} (h - y_1)$$

Ses résultats sont récapitulés dans le tableau suivant

$h$ [m]	$y_c$ [cm]	$y_r$ [cm]	$I$ [cm <sup>4</sup> ]	$K$	$G'_b$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$G'_a$ [kg/cm <sup>2</sup> ]	$G_u$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
0,0	69,39	7,89	4810848	8,45	66,69	493,2	1662
0,0	52,830	16,25	146157	2,12	34,42	390	451
1,75	27,540	14,34	104434	1,545	22,16	239,68	164,37
1,75	11,926	11,576	14003	0,870	10	100	123

b/ Ferraillage horizontal :

On vérifie que les aciers choisis vérifient la compression de la poussée des terres.

$x$ [cm]	$F'_a = \frac{N_{s1} + N_{s2}}{2}$ [kg]	$G'_b = \frac{F_a}{100 \times 15,4}$ [kg/cm <sup>2</sup> ]
$0 \leq x \leq 0,5$	1870	0,75
$0,5 \leq x \leq 1$	7245	2,90
$1 \leq x \leq 1,5$	13915	5,57
$1,5 \leq x \leq 2$	19100	7,64
$2 \leq x \leq 2,5$	21880	8,75
$2,5 \leq x \leq 3$	22360	8,94
$3 \leq x \leq 3,5$	21090	8,44
$3,5 \leq x \leq 4$	18700	7,48
$4 \leq x \leq 4,5$	15850	6,34
$4,5 \leq x \leq 5$	12615	5,05
$5 \leq x \leq 5,5$	9215	3,69
$5,5 \leq x \leq 6$	6040	2,42
$6 \leq x \leq 6,5$	2975	1,19
$6,5 \leq x \leq 6,75$	735	0,29

Les contraintes de compression dans le béton étant inférieures à la contrainte admissible. Le béton suffit à lui seul de reprendre les efforts.

Remarque :

Comme l'effort radial  $N_g$  se développe à mi-épaisseur de la paroi, le nombre d'armatures lioué sera divisé entre les cotés extérieur et intérieur.



## G - Influence du retrait sur la paroi :

Le milieu de conservation exerce sur le béton armé des influences très diverses et très importantes. Nous retiendrons les deux principales :

- La température
- L'hygrométrie

qui engendrent le retrait, propriété qu'on les pâtes pures, les mortiers et les bétons de se raccourcir pendant leur durcissement. Le retrait est dû à l'évaporation de l'eau imprégnant le béton. Dans certaines conditions de milieu (hygrométrie élevée ou conservation sous l'eau), le phénomène inverse se produit, il y a augmentation des dimensions, cependant le gonflement reste toujours très faible par rapport au retrait, il n'atteint que le tiers ou  $\frac{1}{3}$  de celui-ci.

Les phénomènes de retrait sont très complexes étant donné la diversité des variables en cause : nature du matériau,  $T^\circ$ , l'hygrométrie, armatures, ...

Les facteurs influençant le retrait sont :

a/ Dosage en ciment : Le retrait augmente avec le dosage en ciment. Toutefois, il semble se stabiliser au delà du dosage de  $600 \text{ kg/m}^3$  et augmente pour les faibles capacités, dosage plus petit que  $200 \text{ kg/m}^3$ .

b/ Le rapport E/C : L'excès d'eau de gâchage est une des causes principales du retrait. Il convient d'effectuer le gâchage avec le rapport E/C optimal.

c/ La finesse de mouture de ciment : retrait supérieur pour le supercément, retrait plus petit pour le ciment fondu.

d/ Les éléments étrangers dissouts dans l'eau : La présence des sels, des substances colloïdales ainsi que le  $\text{CO}_2$  peuvent doubler ou tripler le retrait.

e/ Les adjuvants : Augmentent généralement le retrait

f/ Les graviers : Un béton de graviers calcaires se rétracte d'avantage qu'un béton de silice. Le retrait est aussi plus

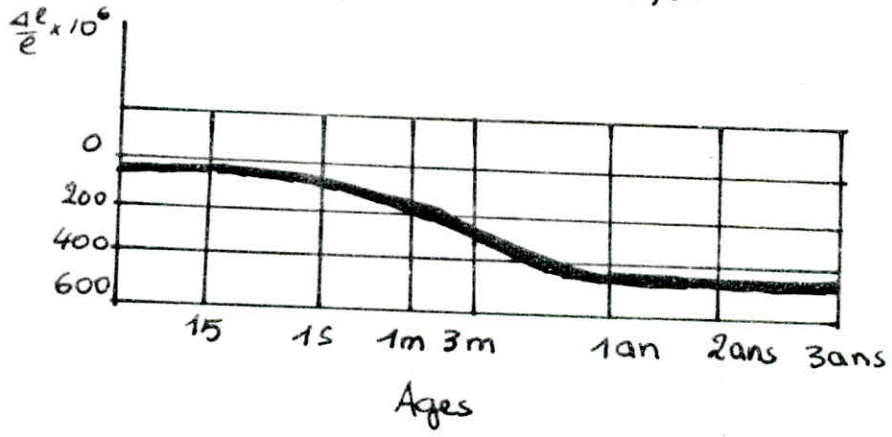


grand avec les matériaux concassés qu'avec les matériaux roulés

g/ Les dimensions de la pièce : L'ambiance n'agit que sur la périphérie de la pièce, une pièce de grande dimension et de forme ramassée aura donc un retrait relatif moindre. Par contre si la surface est grande par rapport au volume (dallages, planchers et parois de réservoirs) le retrait augmente.

h/ L'excès d'éléments fins dans la granulométrie : enter les excès de sables fins.

1/ L'âge du ciment : le retrait croît avec l'âge du ciment surtout jusqu'à 3 mois il y a ensuite stabilisation (intervient entre 3 à 5 ans). La variation du retrait entre 3 mois et 3 ans est de l'ordre de 5%.



Cas du Béton armé :

La présence d'éléments étrangers sans retrait ou de retraits différents dans une pâte fine de ciment, entrave le développement du retrait Thermo-Hydro-Elastique. Il en résulte une diminution du retrait de l'ensemble, ce qui fait que le retrait d'un B.A est nettement plus faible que le retrait d'un béton non armé lui même inférieur au retrait d'un ciment.

CAMPUS a étudié analytiquement les contraintes produites par le retrait dans une plaque circulaire noyée dans un milieu

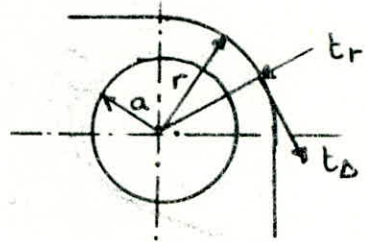
élastique.

Considérons un trou circulaire de rayon  $a$  dans le milieu et supposons ce trou soumis à une pression  $p$ .

on a :

suivant un rayon:  $t_r = p \frac{a^2}{r^2}$

suivant la tangente:  $t_s = -p \frac{a^2}{r^2}$



Admettons alors le trou rempli de matière de module d'élasticité et coefficient de poisson égaux à  $E_a$  et  $\eta_a$ . Le retrait du milieu extérieur de caractéristiques  $E_b$  et  $\eta_b$  va produire une pression  $p$  sur la périphérie du disque. Selon CAMPUS elle ci vaut :

$$p = \frac{\Delta}{\frac{1-\eta_a}{E_a} + \frac{1+\eta_b}{E_b}}$$

ou d'après M. A. ILANTZIS pour un cylindre de dimensions finies ( $2a$ : diamètre intérieur ;  $2b$ : diamètre extérieur) à donné l'expression:

$$p = \frac{\Delta}{\frac{1-\eta_a}{E_a} + \frac{1}{E_b} \left( \frac{b^2+a^2}{b^2-a^2} - \eta_b \right)}$$

pour  $b \rightarrow \infty$ , on retrouve la formule de CAMPUS

Compte tenu de la formule de CAMPUS :

$$t_r = p \frac{a^2}{r^2} = \frac{a^2}{r^2} \frac{\Delta}{\frac{1-\eta_a}{E_a} + \frac{1+\eta_b}{E_b}}$$

$$t_s = -p \frac{a^2}{r^2} = -\frac{a^2}{r^2} \frac{\Delta}{\frac{1-\eta_a}{E_a} + \frac{1+\eta_b}{E_b}}$$

### 1. Les contraintes de retrait dans le béton et l'acier (B.A)

LUCAS a étudié au laboratoire les contraintes de retrait, il a tiré les conclusions suivantes :



- Les contraintes s'exercent en tous sens dans le corps noyé en particulier dans le sens de la longueur. Un corps allongé noyé dans le béton (Armature) subit donc une contrainte longitudinale de compression diminuant le retrait dans le même sens.

- Ses bois sont les mêmes dans le sens transversal.

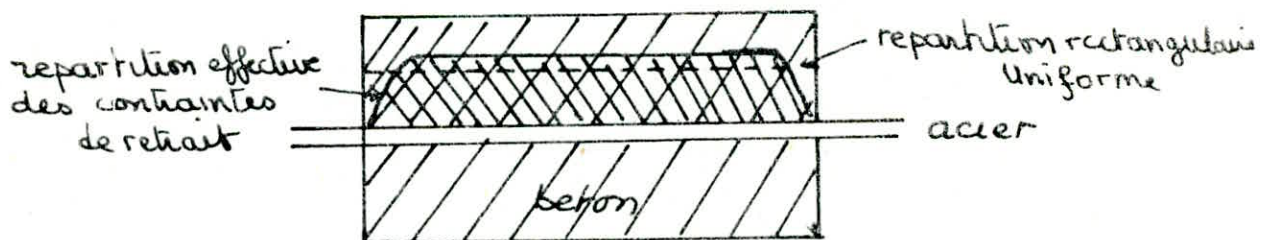
Pour les B.A peuls les contraintes longitudinales sont à retenir et l'influence de l'armature sera finalement celle-ci :

\* en milieu sec, le retrait est augmenté, le béton donc est tendu et en contre partie l'armature est comprimée

\* en milieu humide, le gonflement est augmenté, le béton est alors comprimé et l'acier est tendu

\* La diminution du retrait est d'autant plus grande que le pourcentage d'acier est plus élevé

\* La compression des aciers n'est pas régulière sur toute leurs longueurs : nulle aux extrémités, elle est maximale au centre, la courbe est d'autant plus proche du diagramme rectangulaire que la pièce est plus mince (cas du réservoir)



## 2. Conséquences du retrait :

On conçoit dans l'extrême importante des contraintes du retrait :

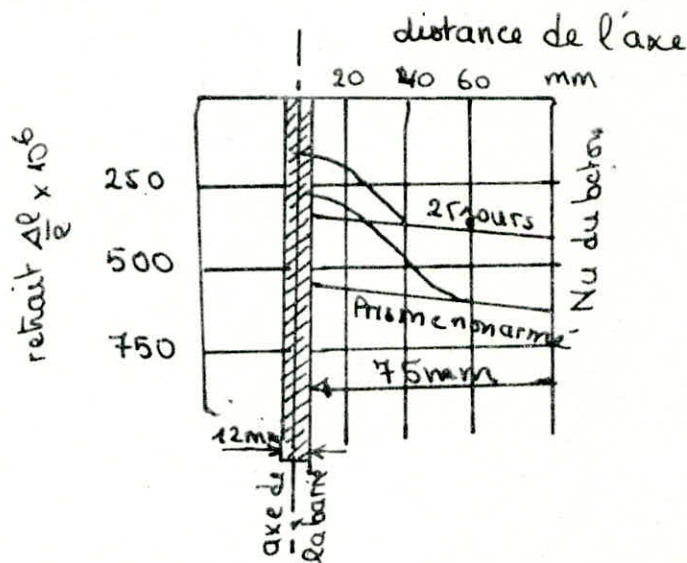
- Dans une pièce tendue l'effort de traction dû au retrait dans le béton s'ajoute à l'effort calculé et peut conduire à une fissuration précoce.

- Dans une pièce comprimée l'armature peut travailler

beaucoup plus que le calcul ne l'indique, quelque fois même de la limite élastique, le danger de flambement peut être perveux.

Des expériences concernant les tensions internes dues au retrait dans le béton et dans le béton armé conduites par M<sup>r</sup> L'HERMITE ont donné les résultats que nous résumons ci dessous :

- Déformations et contraintes à différentes distances d'une barre enrobée:

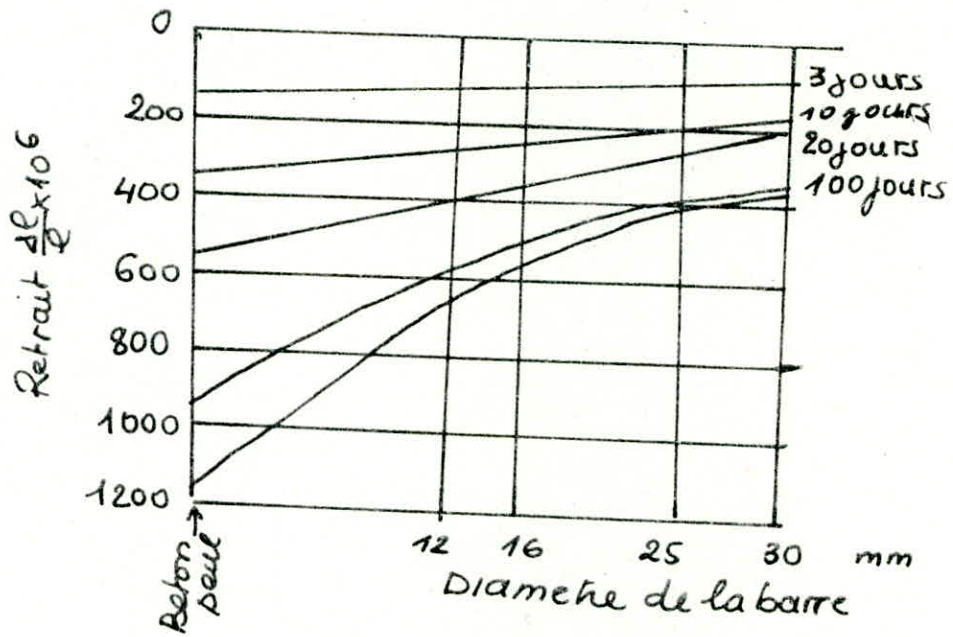


La figure montre que la déformation du béton due au retrait décroît à partir de la surface libre en se rapprochant de la barre. A partir d'une certaine distance de celle-ci, l'acier n'exerce plus aucune action sur le béton. Par exemple sur une distance de 25 mm à 25 jours d'âge le béton se déforme sous l'influence du retrait comme si la pièce n'était pas armée, à 100 jours, ce rayon atteint 60 mm.

- Influence du diamètre de la barre enrobée:

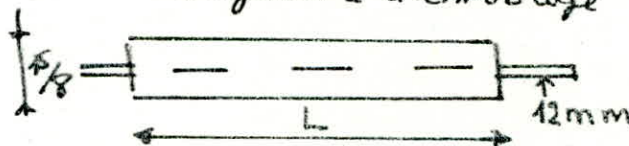
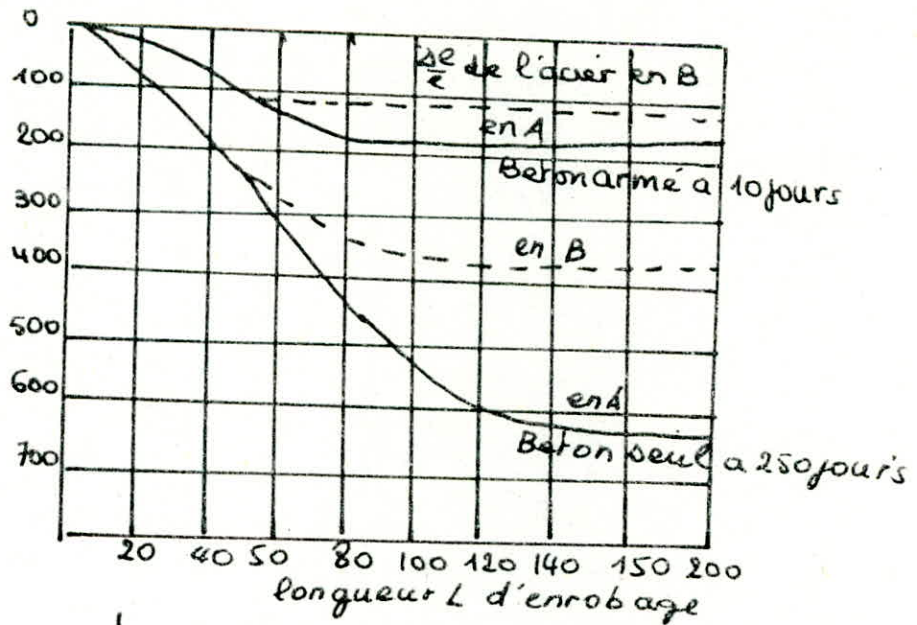
Le retrait du béton de même que la compression de la barre augmente proportionnellement au diamètre utilisé.





Influence de la longueur d'enrobage:

Quand la longueur d'enrobage augmente, le raccourcissement unitaire de l'acier  $\Delta \epsilon_e$  à mi-longueur tend vers une limite constante déterminée par la valeur du retrait du béton seul.



Le retrait peut être différent d'une face à l'autre d'une pièce ce qui engendre donc des différences de contraintes, d'autre part ce retrait varie dans le temps depuis la périphérie au centre de la pièce.

### 3 - Calcul des contraintes en présence d'armatures:

a - pièce comprimée:

L'HERMITE a étudié théoriquement les contraintes introduites par la présence d'armatures.

Soient:

$B$ : section de béton

$A'$ : section d'acier

$t$ : retrait du béton non armé

$\sigma_a$  et  $\sigma_b$ : contraintes respectivement d'acier et du béton

Nous avons:

$$B \sigma_b = A' \sigma_a$$

$$\frac{\sigma_a}{E_a} = t - \frac{\sigma_b}{E_b} \quad (\text{les armatures diminuent le retrait})$$

d'où la déformation de l'acier

$$\epsilon_a = \frac{\sigma_a}{E_a} = t - \frac{\sigma_b}{E_b} = t - \frac{A'}{B} \frac{\sigma_a}{E_b}$$

$$t = \frac{\sigma_a}{E_a} \left(1 + \frac{A'}{B} \frac{E_a}{E_b}\right) = \frac{\sigma_a}{E_a} (1 + n\tilde{w})$$

$$\text{car } \eta = \frac{E_a}{E_b} \quad \text{et } w = \frac{A'}{B};$$

$\eta$ : coefficient d'équivalence ;  $w$ : pourcentage d'acier

$$\text{donc } \sigma_a = \frac{t}{1 + n\tilde{w}} \Rightarrow \text{raourisent de l'acier}$$

On en déduit les contraintes:

$$\sigma_a = E_a \epsilon_a = \frac{E_a t}{1 + n\tilde{w}} \Rightarrow \text{compression de l'acier}$$

$$\sigma_b = \sigma_a \frac{A'}{B} = \epsilon_a w = \frac{t E a w}{1 + n w} \quad \text{traction du beton}$$

Par conséquent en tenant compte des résultats précédents, on peut écrire les contraintes internes du béton armé dues au retrait

- traction longitudinale dans le béton :

$$\sigma_{br} = \frac{t E a \tilde{w}}{1 + n w}$$

- compression longitudinale de l'acier

$$\sigma'_a = \frac{t E a}{1 + n \tilde{w}}$$

Étant donné les ordres de grandeurs des variables numériques ( $t = 4 \cdot 10^{-4}$ ) on peut dire que dans une pièce armée soumise au retrait, le béton qui entoure l'acier est en période d'adaptation plastique ce qui limite les contraintes, autrement dit la considération des contraintes  $\sigma_{br}$  et  $\sigma_{bt}$  n'a pas grand intérêt, il n'en est pas de même des contraintes  $\sigma'_a$  et  $\sigma_{br}$

#### Application au cas du réservoir :

Dans le cas où le réservoir est vide (avant remplissage)

la paroi est soumise à une compression due à la poussée des terres. Dès que le retrait intervient il va engendrer des contraintes

- de compression dans l'acier qui vont s'ajouter aux contraintes de calcul (solllicitations)

- de traction dans le béton qui vont se retrancher aux contraintes de calcul.

Calcul des contraintes dues au retrait :

beton :

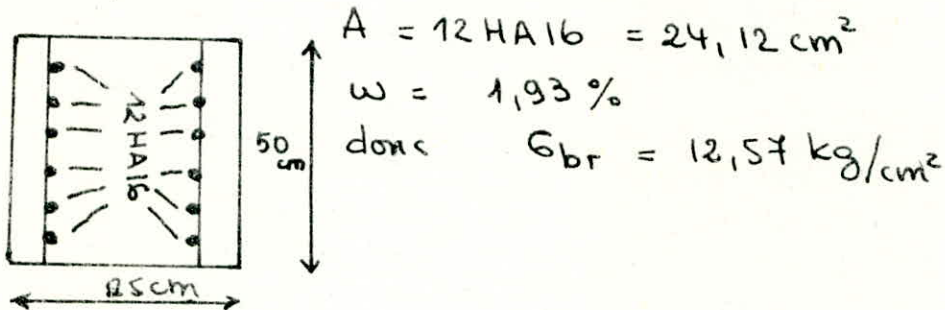
$$\sigma_{br} = \frac{t \cdot E a w}{1 + n w}$$



$E_a$ : module d'élasticité longitudinale de l'acier =  $2,1 \cdot 10^6$   
 $t$ : retrait du béton armé =  $4 \cdot 10^{-4}$  (Région Nord Africaine)  
 $n = 15$ .

$w =$  pourcentage d'acier =  $100 \frac{A'}{B}$  contenu dans une section de voile 0,5. e

On prendra la voile située à  $x = 2,5m$  (cas le plus défavorable)



acier :

$$\sigma'_{ar} = \frac{t \cdot E_a}{1 + nw} = 651,42 \text{ kg/cm}^2$$

contraintes totales

$$\text{béton: } \sigma_b = \sigma_b(\text{calcul}) - \sigma_{br} = 8,94 - 12,57 = -3,63 \text{ kg/cm}^2$$

donc le béton passe d'un état de compression à un état de traction avec  $\sigma_b = -3,63 < \bar{\sigma}_b$

$$\text{acier: } \sigma'_a = \sigma'_a(\text{calcul}) + \sigma_{ar} = 785,52 < \bar{\sigma}_a$$

La contrainte de l'acier calculée sans tenir compte des conditions de l'ambiance aura donc été sous estimée, elle se rapproche de la limite élastique de l'acier.

b - pièce tendue :

Le rôle des armatures dans le béton armé est de suppléer à la faible résistance du béton à la traction : l'allongement des aciers entraîne une traction dans le béton, mais, le béton ne peut supporter au delà d'un certain allongement sans se rompre.



Il a été constaté lors de plusieurs essais effectués par des chercheurs (CONSIDERE, Commission de ciment Armé 1906, CHALOS BAES ...) que la fissuration se produit pour un allongement

$$\varepsilon_0 = \frac{\Delta l}{l} = \frac{6}{10000}$$

Soit une contrainte à la fissuration  $\frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{6}{10000}$

$$\Rightarrow \sigma_a = 1260 \text{ bars}$$

Nous avons vu que l'hygrométrie introduisait des contraintes :

- de traction dans l'acier qui vont s'ajouter aux contraintes de calcul

$$\sigma_{ah} = \frac{t E_a}{1 + n \tilde{w}}$$

- de compression dans le béton qui vont se retrancher aux contraintes de calcul.

$$\sigma_{bh} = \frac{t E_a \tilde{w}}{1 + n \tilde{w}}$$

La contrainte  $\sigma_a$  de l'acier au moment de la fissuration sera telle que l'allongement qu'elle cause ajouté à l'allongement correspondant à la traction dû à l'hygrométrie donne un allongement total  $\varepsilon_0$  que l'on ne doit pas dépasser.

Soit

l'allongement élastique :  $\frac{\sigma_a}{E_a}$

l'allongement dû à l'hygrométrie :  $\frac{\sigma_{ah}}{E_a} = \frac{t E_a}{(1 + n \tilde{w}) E_a} = \frac{t}{1 + n \tilde{w}}$

On peut donc écrire :

$$\frac{\sigma_a}{E_a} + \frac{t}{1 + n \tilde{w}} = \varepsilon_0 < \frac{6}{10000}$$

d'où on tire

$$\sigma_a \leq \left[ \frac{6}{10000} - \frac{t}{1 + n \tilde{w}} \right] E_a$$

$$\text{donc } \frac{N_g}{A} \leq \left[ \frac{6}{10000} - \frac{t}{1+nw} \right] E_a$$

$$\Rightarrow N_g \leq E_a \cdot A \left[ \frac{6}{10000} - \frac{t}{1+nw} \right]$$

### Application:

Dans le cas où le réservoir est rempli d'eau la paroi est en contact permanent avec l'eau. Il se produira donc un phénomène d'hygrométrie qui va engendrer des contraintes supplémentaires en plus des tractions dues à la poussée de l'eau.

En prendra comme exemple de calcul la virole

$$2 \leq \alpha \leq 2,5$$

$$N_g = 39,79 \text{ t}$$

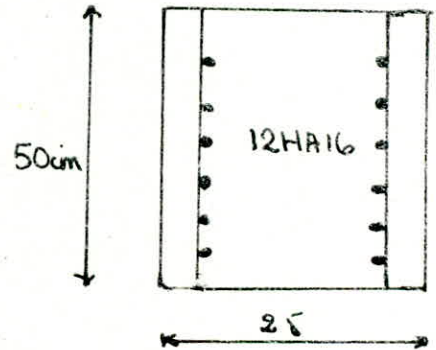
$$A = 12 \text{ HA } 16 = 24,12 \text{ cm}^2$$

$$w = 100 \frac{A}{B} = 1,93$$

$$E_a = 2,1 \cdot 10^6$$

$$N_g > 30,22 \text{ t}$$

On voit que l'effort dans cette section est trop élevé et peut provoquer la fissuration en cet endroit, pour parer à cela on doit jouer sur le pourcentage d'acier ou l'épaisseur de la paroi



$$\text{On prend : } A = 16 \text{ HA } 16 = 32,16$$

$$w = 2,57 \%$$

$$N_g = 39,79 < 40,35 \text{ Vérifié}$$

Les résultats sont récapitulés dans le tableau sur tous les nœuds de la paroi.

Virole N°	R [m]	N <sub>p</sub> (F)	A choisie cm <sup>2</sup>	Eff. à la fissur.	verif	Nouveau A [cm <sup>2</sup> ]
1	$0 \leq x \leq 0,5$	3,57	4HA10 = 3,14	3,81	OUI	4HA10 = 3,14
2	$0,5 \leq x \leq 1$	13,74	10HA12 = 11,31	14,09	OUI	10HA12 = 11,31
3	$1 \leq x \leq 1,5$	26,11	10HA14 = 15,39	19,22	NON	12HA16 = 24,16
4	$1,5 \leq x \leq 2$	35,35	12HA16 = 24,12	30,22	NON	16HA16 = 32,16
5	$2 \leq x \leq 2,5$	39,79	12HA16 = 24,12	30,22	NON	16HA16 = "
6	$2,5 \leq x \leq 3$	39,76	12HA16 = 24,12	30,22	NON	16HA16 = "
7	$3 \leq x \leq 3,5$	36,39	12HA16 = 24,12	30,22	NON	16HA16 = "
8	$3,5 \leq x \leq 4$	30,92	12HA14 = 18,48	23,11	NON	12HA16 = 24,16
9	$4 \leq x \leq 4,5$	24,37	10HA14 = 15,39	19,32	NON	12HA16 = 24,16
10	$4,5 \leq x \leq 5$	17,41	10HA12 = 11,31	14,08	NON	12HA16 = 24,16
12	$5 \leq x \leq 5,5$	10,48	8HA10 =	7,76	NON	12HA10 = 9,42
13	$5,5 \leq x \leq 6$	3,51	4HA10 = 3,14	3,81	OUI	4HA10 = 3,31

### C - Pièce fléchie :

Nous avons traité l'influence du retrait sur les contraintes des aciers et du béton des pièces tendues et comprimées. Il est évident que les contraintes des pièces fléchies vont, elle aussi, en dépendre.

Dans une pièce fléchie, il se trouve que dans la zone tendue, l'acier normalement tendu sous les charges peut être comprimé sous l'effet du retrait. Le béton tendu sous l'action des charges subit une contrainte complémentaire due au retrait, cette contrainte combinée avec la contrainte due aux charges peut entraîner de façon certaine une fissuration importante. L'acier peut passer d'un état de contrainte de traction à un état de contrainte de compression.

Remarque : La présence d'armature symétrique conduit à une diminution des contraintes dues au retrait.



Les formules que nous avons indiquées, donnent les contraintes de retrait pour le cas d'une armature centrée (symétrique)

Dans le cas d'armature dissymétrique ou concentrée sur une face de la pièce, les contraintes sont plus élevées. Pour une pièce rectangulaire, si nous appelons

-  $d$ : l'excentricité de l'acier par rapport à l'axe géométrique de la pièce de hauteur  $h$

-  $\alpha$  le rapport  $d/h$

Le calcul donne:

\* Compression dans l'acier

$$\sigma'_a = \frac{t E a}{1 + n w (1 + 12 \alpha^2)}$$

\* Traction dans le béton sur la face la plus proche de l'acier

$$\sigma_b = \frac{(1 + 6 \alpha) w E a t}{1 + n w (1 + 12 \alpha^2)}$$

\* Contrainte dans le béton sur la face de la pièce la plus éloignée de l'acier.

$$\sigma_b = \frac{(1 - 6 \alpha^2) \tilde{w} E a t}{1 + n w (1 + 12 \alpha^2)}$$

Cette contrainte est une traction tant que

$$1 - 6 \alpha > 0 \quad \text{ou} \quad \alpha < \frac{1}{6}$$

Si  $\alpha$  est plus grande ( $\alpha > \frac{1}{6}$ )  $\sigma_b$  est une compression.

A la limite pour  $\alpha = \frac{1}{2}$  (acier concentré sur une face)

on a :

$$\sigma'_a = \frac{t E a}{1 + 4 n w} \quad \text{compression}$$

$$\sigma_b = \frac{4 E a t w}{1 + 4 n w} \quad \text{traction}$$

$$\sigma'_b = \frac{2 E a t w}{1 + 4 n w} \quad \text{compression}$$

### Application :

Pour le calcul des contraintes dues au retrait hygrométrique nous considérons la poutre située à la base de la paroi (pièce flechie). Vu l'existence de deux nappes d'armatures disposées dissymétriquement (nappe intérieure ; nappe extérieure), nous calculerons séparément les contraintes pour une section armée avec une seule nappe et on fera une combinaison des résultats trouvés.

Nous traiterons un exemple de calcul de la poutre située à l'encastrement  $x = 0$

1/ Retrait (réservoir vide)

indice  $r$  : indique le retrait

\* nappe extérieure :

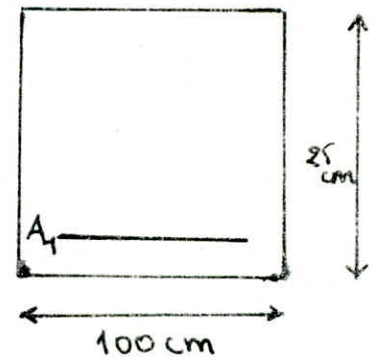
$$A_1 = 6 \text{ HA } 14 = 9,23 \text{ cm}^2$$

$$w = 100 \frac{A_1}{B} = 0,37\%$$

$$t = 4 \cdot 10^{-4}$$

- compression dans l'acier :

$$\sigma_{ar1} = \frac{t E a}{1 + 4 n w} = 36,20 \text{ kg/cm}^2$$



- traction dans le béton :

$$\sigma_{br1} = \frac{4 E a \cdot t \cdot w}{1 + 4 n w} = 53,58 \text{ kg/cm}^2$$

- compression dans le béton

$$\sigma'_{br1} = \frac{2 E a \cdot t \cdot w}{1 + 4 n w} = 26,79 \text{ kg/cm}^2$$

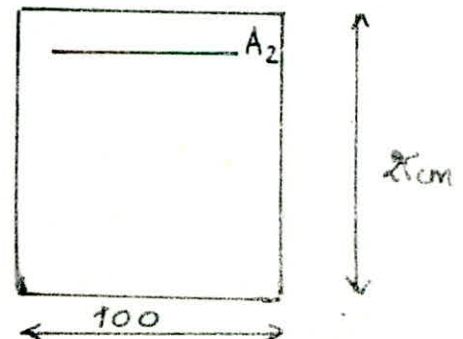
\* nappe intérieure :

$$A_2 = 8 \text{ HA } 14 = 12,31 \text{ cm}^2$$

$$w = 100 \frac{A_2}{B} = 0,49\%$$

$$t = 4 \cdot 10^{-4}$$

donc :

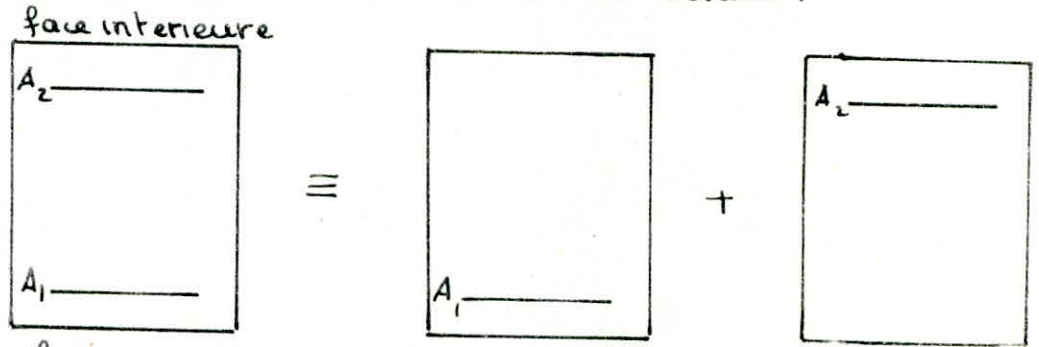


$$\sigma'_{ar2} = 27,63 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{br2} = 54,16 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma'_{br2} = 27,08 \text{ kg/cm}^2$$

D'où les contraintes totales dues au retrait :



face extérieure

$$\sigma'_{ar} = \sigma'_{ar1} + \sigma_{ar2} = 63,83 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{br} = \sigma'_{br2} - \sigma'_{br1} = 27,37 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{br} = \sigma_{br1} - \sigma'_{br2} = 26,5$$

compression dans les deux cas

$$\text{on prend } \sigma'_{br} = 27,37 \text{ kg/cm}^2$$

Vérifications des contraintes :

$$\sigma_a = \sigma_a(\text{calcul}) + \sigma'_{ar} = 390 + 63,83 = 484 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_a < \bar{\sigma}_a$$

$$\sigma_b = \sigma_b(\text{calcul}) - \sigma'_{br} = 34,42 - 27,37 = 7,05$$

$$\sigma_b < \bar{\sigma}_b$$

$$\sigma_a = \sigma_a(\text{calcul}) - \sigma'_{ar} = 151 - 63,83 = 87,17 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_a < \bar{\sigma}_a$$

On remarque qu'en tenant compte du retrait :

- les armatures déjà comprimées pour les charges se trouvent encore plus comprimées

- le béton comprimé pour l'effet des charges se trouve soulagé.



2- Hygrométrie (réservoir plein)  
indice,  $h$ : représente l'hygrométrie

\* nappe extérieure:

$$A = 6HA14 = 9,42 \text{ cm}^2$$

$$w = 0,37$$

$$t = -10^{-4}$$

d'où

- traction dans l'acier :  $\sigma_{ah_1} = 9,05 \text{ kg/cm}^2$

- traction dans le béton :  $\sigma_{bh_1} = 6,70 \text{ kg/cm}^2$

- compression dans le béton :  $\sigma'_{bh_1} = 13,40 \text{ kg/cm}^2$

\* nappe intérieure:

$$A = 8HA14 = 12,31 \text{ cm}^2$$

$$w = 0,49$$

$$t = -10^{-4}$$

- traction dans l'acier :  $\sigma_{ah_2} = 6,91 \text{ kg/cm}^2$

- traction dans le béton :  $\sigma_{bh_2} = 6,77 \text{ kg/cm}^2$

- compression dans le béton :  $\sigma'_{bh_2} = 13,54 \text{ kg/cm}^2$

Contraintes totales dues au retrait :

acier  $\sigma_{ar} = \sigma_{ar_1} + \sigma_{ar_2} = 15,96 \text{ kg/cm}^2$

béton nappe intérieure :  $\sigma'_b = 13,54 - 6,70 = 6,84 \text{ kg/cm}^2$

nappe extérieure :  $\sigma'_b = 13,40 - 6,77 = 6,63 \text{ kg/cm}^2$

c'est une compression, on prendra

$$\sigma'_b = 6,84 \text{ kg/cm}^2$$

Vérifications des contraintes

•  $\sigma_a = \sigma_a(\text{calcul}) + \sigma'_{ah} = 493,2 + 15,96 = 609,13 \text{ kg/cm}^2$   
 $\sigma_a < \bar{\sigma}_a$

•  $\bar{\sigma}_a = \bar{\sigma}_a(\text{acc}) - \sigma_{ar} = 1662 - 15,96 = 1646,04 \text{ kg/cm}^2$   
 $\sigma_a < \bar{\sigma}_a$

•  $\sigma'_b = \sigma'_b(\text{calcul}) + \sigma'_{bh} = 34,42 + 6,82 = 41,26 \text{ kg/cm}^2$   
 $\sigma'_b < \bar{\sigma}_b$

• 60 •

On remarque qu'en tenant compte de l'hygrométrie que:

- Les aciers comprimés sous l'effet des charges se trouvent encore plus comprimés.
- Les aciers tendus sont poulagés
- Le béton comprimé se trouve encore plus comprimé

En conclusion:

L'influence du retrait sur la pièce flechie se déduit simplement en combinant l'influence de ce retrait sur la pièce comprimée, d'une part, et sur la pièce tendue, d'autre part.

- La contrainte de traction des aciers tendus, diminue beaucoup et peut se transformer en compression. Cette seule considération ne suffit-elle pas à faire douter de la pertinence de la vérification classique  $\bar{\sigma}_a < \bar{\sigma}_a$

- La contrainte des aciers comprimés augmente et peut atteindre et dépasser la limite élastique.

- La contrainte du béton tendu, s'aggrave et conduit à une fissuration relativement importante.

- La contrainte du béton comprimé diminue beaucoup

En général l'influence du retrait hygrométrique est malheureuse car pouvant avancer l'époque de fissuration.

#### d/ Conclusions et recommandations:

L'existence de fissures dans une structure en B.A ne constitue pas a priori un indice de malfaçon, puisqu'elle résulte du fonctionnement normal des matériaux. Cependant, dans certains cas, des raisons d'ordre sécuritaires pourront intervenir pour limiter, ou même éviter complètement l'apparition et le développement des fissures.

Il est extrêmement difficile de réaliser un réservoir en B.A étanche, dont les parois sont simplement tendues (réservoir circulaire),

ou tendues et flechées.

• Pour réaliser un réservoir ou un cuvelage étanche en B.A., il faudra donc recourir à des précautions particulières afin de limiter les contraintes dues au retrait-hydrométrique :

- ne pas adopter des dosages trop élevés;
- éviter les superciments;
- limiter le rapport  $\frac{E}{\epsilon}$  à sa valeur strictement nécessaire pour obtenir une mise en œuvre correcte;
- éviter les dissymétries trop importantes d'armatures qui ont pour effet d'accroître fâcheusement les contraintes dues au retrait;
- Choisir une granulométrie rationnelle sans excès d'éléments fins;
- Préférer les gravillons roulés aux concassés
- Conserver aux pièces un taux thermo-hydrométrique convenable

• Une autre solution plus élégante qui consiste aux "précontraintes initiales". Ce procédé consiste :

puisque le retrait engendre des tractions dans le béton et des compressions dans l'acier, il suffit, pour annuler ces contraintes parasites de couler le béton autour d'armatures tendues à une contrainte supérieure à la contrainte de compression que le retrait est susceptible d'engendrer.

Après durcissement, la tension est relâchée, le béton absorbe la réaction, et après retrait, il n'y a plus de contraintes parasites ni dans l'acier ni dans le béton.



# ETUDE HYDRODYNAMIQUE

## A - Introduction:

Sous l'effet d'une excitation (séisme), la structure se met en mouvement. Lorsqu'un réservoir est entièrement plein, il n'y a pas éventuellement de mouvement relatif du liquide par rapport au réservoir, du point de vue dynamique, tout se passe comme si l'ensemble (liquide-réservoir) constituait une seule masse. Par contre dans les réservoirs partiellement remplis, le liquide ne se comporte plus comme une masse rigidement liée au réservoir, car une partie de celle-ci se met à osciller indépendamment des oscillations du réservoir, ce qui donne naissance à des vagues en surface.

Il suffit d'un défaut de remplissage de 2 % de la hauteur, pour que les réservoirs se comportent comme des réservoirs à surface libre du point de vue de la formation des vagues.

L'étude hydrodynamique a pour but de déterminer les moments créés par l'éclatement des vagues sur la paroi, on pourra aussi déterminer la hauteur maximale de la vague, si elle-ci risque d'endommager la coupole on augmentera la hauteur de sécurité.

La méthode utilisée dans le calcul est la méthode de HOUZNER. Celle-ci est préconisée lors du calcul hydrodynamique des réservoirs peu profonds :  $\left( \frac{h}{R} < 1,5 \right)$   $h$ : hauteur du liquide  
 $R$ : rayon du réservoir.

L'action du liquide est décomposée en deux actions.

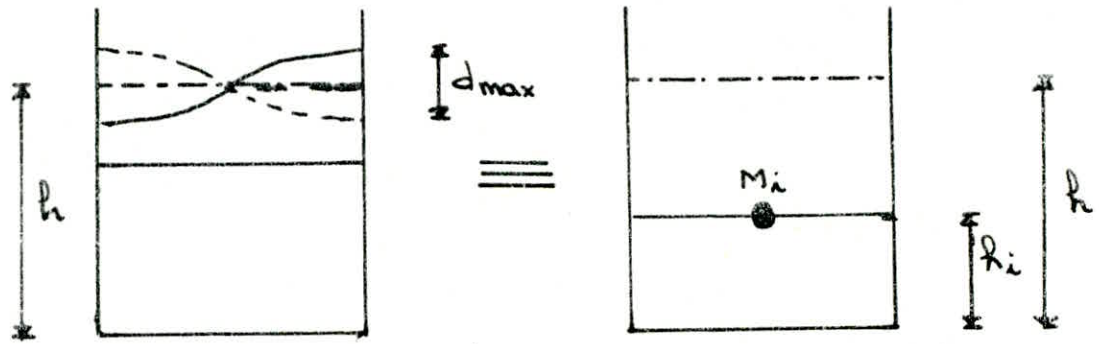
- une action passive : provoquant des efforts d'impulsion
- une action active : provoquant des efforts d'oscillation.

## B - Méthode de HOUZNER:

### 1) Les efforts d'impulsion:

Ils proviennent de ce qu'une partie de la masse du fluide dite masse passive réagit par inertie à la translation des parois

du réservoir. Son système mécanique équivalent est obtenu en considérant une masse  $M_i$  liée rigidement à la cuve à une hauteur  $h_i$ , telle qu'elle exerce sur la paroi les mêmes efforts horizontaux que la masse équivalente.

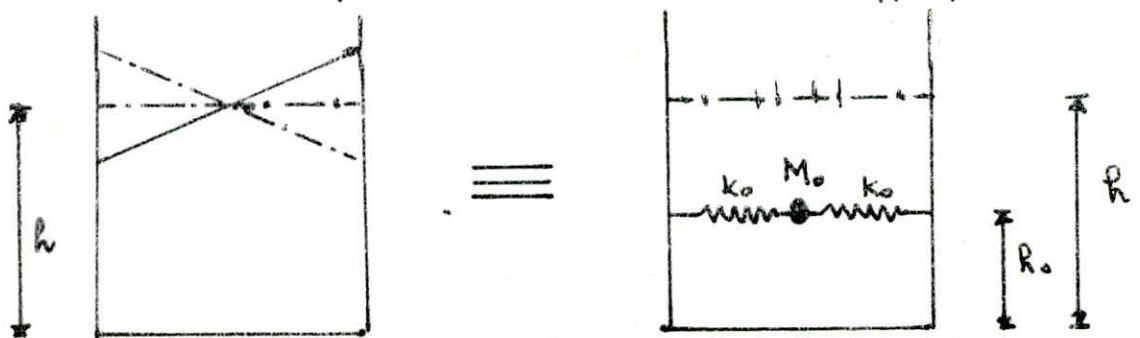


Équivalent mécanique des pressions d'impulsion

### 2/ Les efforts d'oscillations :

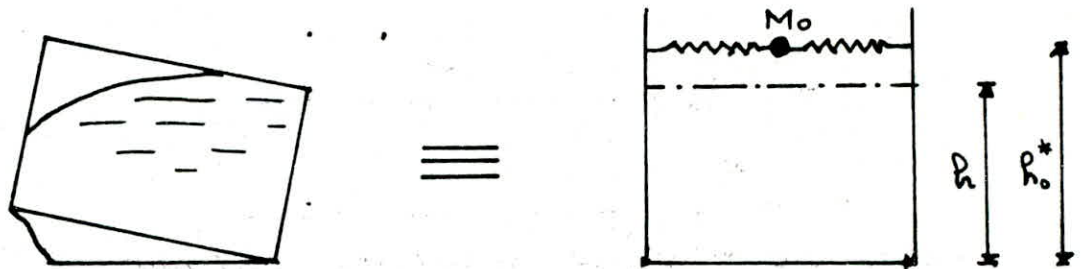
Ils proviennent de ce qu'une partie de la masse du fluide dite masse active, se met en mouvement d'oscillation sous l'action du péage, son équivalent mécanique s'obtient en considérant une masse  $M_0$  liée à la paroi par des ressorts de raideur  $k_0$  à un niveau  $h_0$  ou  $h_0^*$ , dont les oscillations horizontales exercent les mêmes efforts vibratoires que la masse active du fluide.

Pour le calcul de flexion, les seules actions prises en compte sont celles sur la paroi, dans ce cas  $M_0$  est appliquée à  $h_0$ .



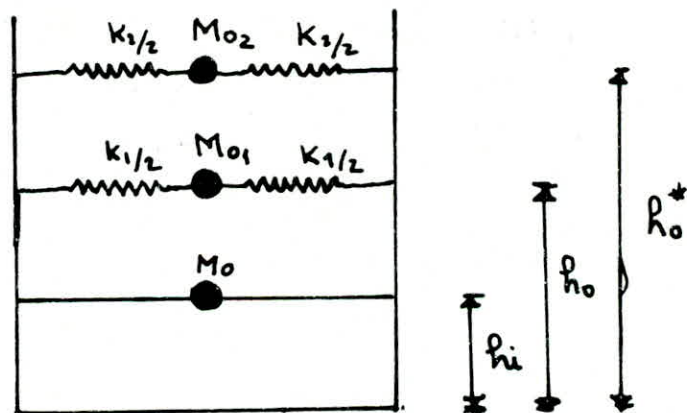
Équivalent mécanique des pressions d'oscillations :  
action sur la paroi.

• Pour le calcul du moment de renversement, on prend en compte l'action des surpressions sur le fond du réservoir, dans ce cas  $M_0$  est appliquée à un niveau  $h_0^*$ .



Équivalent mécanique des pressions d'oscillations :  
action sur la paroi et sur la base.

Ainsi le modèle qu'on retiendra pour l'ensemble des 2 types d'actions sera le suivant.



Équivalent mécanique de l'action du liquide.

### C - Application :

a) Calcul de la masse du réservoir :  $M_r$

• Coupole :

- charge :  $M_i^c = p \cdot S = 85,88 \text{ t}$

- surcharge :  $M_i^s = \pi r^2 \cdot q = 33,33 \text{ t}$

$$M_c = M_i^c + M_i^s = 119,21 \text{ t.}$$



• Ceinture :

$$M_2 = 2500 (2\pi R_{\text{moy}} \cdot 0,5 \cdot 0,4) = 33,14 \text{ t}$$

• Paroi :

$$\text{Enduits} : M_3^E = 2000 (2\pi \cdot 10,425 \cdot 0,08 \cdot 6,35) = 66,57 \text{ t}$$

$$\text{Béton} : M_3^B = 2500 (2\pi \cdot 10,425 \cdot 0,25 \cdot 6,35) = 259,96 \text{ t}$$

$$M_3 = M_3^E + M_3^B = 326,53 \text{ t}$$

• Gousset :

$$M_4 = 2500 \left( 2\pi \cdot 10,2 \times \frac{0,90 \times 0,2}{2} \right) = 14,42 \text{ t}$$

La masse du réservoir

$$M_r = 494 \text{ t}$$

b/ Calcul de la masse d'eau :  $M_e$

Comme l'indique le cahier des charges la masse volumique sera prise à  $1200 \text{ kg/m}^3$

$$M_e = \pi \cdot r^2 \cdot h \cdot \rho = 2400 \text{ t}$$

c/ Calcul de la masse totale du réservoir :  $M_T$

$$M_T = M_r + M_e = 2894 \text{ t}$$

d/ Calcul de la masse d'inertie : (masse inerte)

- masse d'inertie de l'eau  $M_i'$  : est donnée par la formule

$$M_i' = M_e \frac{eR \sqrt{3} R/R}{\sqrt{3} R/R} = 803 \text{ t}$$

- masse d'inertie totale :  $M_i$

$$M_i = M_i' + M_r = 1297 \text{ t}$$

e/ Calcul de la masse oscillante :  $M_o$

La masse oscillante de l'eau est donnée par la formule :

$$M_0 = M_e \cdot 0,318 \frac{R}{B} \text{tr} \left( 1,84 \frac{R}{R} \right) = 1036 \text{ t}$$

En résumé :

$M_r = 494$	$M_e = 2400 \text{ t}$	$M'_a = 803 \text{ t}$	$M_i = 1297 \text{ t}$
	$M_0 = 1036 \text{ t}$		

### I. Étude de l'action d'impulsion :

La résultante de pression hydrodynamique horizontale d'impulsion est donnée par :

$$P_a = a_m M_i$$

$a_m$  = accélération maximale du sol

$M_i$  = masse inerte totale.

Le RPA 81 définit  $a_m$  comme étant le produit de quatre coefficients :

$$a_m = A \cdot B \cdot D \cdot Q$$

#### I.1: Détermination des coefficients A, B, D et Q :

A: coefficient d'accélération de la zone donnée (Art. 3.3.1.1)  
groupe d'usage I, zone II (RPA, Tableau 1 p. 30)

$$A = 0,25 \text{ g}$$

B: facteur de la comportement de la structure (Art. 3.3.1.3)  
dépend de son type et de la nature de contreventements :

Catégorie B (RPA, Tableau 2 p. 35)

$$B = 0,5$$

D: facteur d'amplification dynamique moyen :  
vue la valeur du palier telle que il est indiqué dans les commentaires  
selon les recommandations sismiques en Algérie l'amortissement 0,5%  
(eau) ne figurant pas, on prendra

$$D = 1$$

Q: coefficient de facteur de qualité

$$Q = 1 + \sum_{i=1}^6 P_i q_i$$

$P_i q_i$ : pénalité qui dépend de l'observation du critère de qualité  $q_i$ . Le tableau 3 (p. 39. RPA 81) donne les valeurs de pénalité  $q_i$

	observé	non observé
. contrôle de la qualité de la construction	/	0,1
. contrôle de la qualité des matériaux	/	0,1
. régularité en élévation	0	/
. symétrie en plan	0	/
. surabondance en plan	0	/
. condition minimale de file porteuse	0	/

$$Q = 1 + 0,1 + 0,1$$

$$Q = 1,2$$

Calcul de  $a_m$ :

$$a_m = A \cdot B \cdot D \cdot Q = 1,47 \text{ m/s}^2$$

Calcul de la résultante des pressions hydrodynamiques d'impulsion

$$P_i = a_m \cdot M_i = 190,7 \text{ t/ml}$$

La pression par ml.

$$p_i = \frac{P_i}{2\pi R} = \frac{190,7}{2\pi \cdot 10,3} \Rightarrow p_i = 2,95 \text{ t/ml}$$

I. 2. Calcul du moment de flexion due à  $P_i$  (P.F.E):

Dans ce cas les seules actions prises en compte sont celles sur la paroi; La pression sur le fond est exclue (P.F.E)

$$M_{f_i} = P_i h_i$$



$h_i$ : est donnée en fonction de  $h$  dans l'ouvrage "Conception et calcul des ouvrages soumis au séisme" de M<sup>r</sup> RILLI

$$h_i = \frac{3}{8} h = 2,25 \text{ m}$$

donc  $M_{fi} = 562,67 \text{ t.m}$

### I-3. Calcul du moment de renversement dû à $P_i$ (P.F.I)

Dans ce cas on prend en compte l'action de surpression sur le fond du réservoir: la pression sur le fond incliné (P.F.I)

$$M_{ri} = P_i h_i^*$$

$h_i^*$ : est donnée dans l'ouvrage cité en haut.

$$h_i^* = \frac{R}{8} \left[ \frac{4\sqrt{3} R/R}{L R \sqrt{3} R/R} - 1 \right] = 8,22 \text{ m}$$

donc  $M_{ri} = 1566,95 \text{ t.m}$

### II Étude de l'action d'oscillation:

la résultante des pressions hydrodynamiques horizontales d'oscillation est:

$$P_0 = 1,2 M_0 g \Phi_0$$

\*  $\Phi_0$  = angle d'oscillation max de la surface libre:

$$\Phi_0 = 1,534 \frac{S_a}{R} \text{ th}(1,84 R/R)$$

avec:

-  $S_a$ : spectre d'oscillation

$$S_a = \alpha \frac{a_m}{\omega_0^2}$$

$$\omega_0: \text{ pulsation propre} = \frac{2\pi}{T}$$

$T$ : période d'oscillation du liquide

$$T = K_T \sqrt{\frac{R^3}{g}}$$

$K_T$ : coefficient dépendant de  $P/R$  donné par l'abaque de M'RILI  
 $h$ : hauteur utile d'eau.

$$\frac{h}{R} = 0,58 \quad \longrightarrow \quad K_T = 1,4$$

$$T = K_T \sqrt{R} = 3,43 \text{ s}$$

donc

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 1,83$$

$\alpha$ : réponse de l'accélération d'un oscillateur simple:  
 $\alpha$  est donné par le bureau securitas elle dépend de la fréquence  
d'oscillation  $f$ :  $f = \frac{1}{T} = 0,29 \text{ s} \longrightarrow \alpha = 0,23$

$$\text{donc } S_a = \alpha \frac{a_m}{\omega_0^2} = 0,10$$

$$\text{et } \Phi_0 = 1,534 \frac{S_a h}{R} f (1,84 P/R) = 0,012$$

La résultante des pressions hydrodynamiques horizontales.

$$P_0 = 1,2 M_0 \cdot g \cdot \Phi = 14,64 \text{ t}$$

La pression par ml

$$p_0 = \frac{P}{2\pi R} = 0,23 \text{ t/ml}$$

II. 1 Calcul du moment de flexion dû à  $P_0$  (P.F.E):

$$M_{f_0} = P_0 \cdot h_0$$

$$h_0 = h \left[ 1 - \frac{(\cosh 1,84 \frac{h}{R} - 1)}{(1,84 \frac{h}{R} \sinh 1,84 \frac{h}{R})} \right] = 3,25 \text{ m}$$

donc

$$M_{f_0} = 47,73 \text{ t.m.}$$

II. 2 Calcul du moment de renversement dû à  $P_0$  (P.F.I):

$$M_{r_0} = P_0 \cdot h_0^*$$

$$h_0^* = R \left[ 1 - \frac{(\cosh 1,84 \frac{R}{h} - 2)}{(1,84 \frac{R}{h} \sinh 1,84 \frac{R}{h})} \right] = 7,60 \text{ m}$$

$$\text{donc: } M_{r0} = P_0 R_0^* = 111,264 \text{ t.m}$$

II.3 Calcul de la hauteur maximale de la vague due à l'oscillation de l'eau:

$$d_{\max} = \frac{0,408}{\left[ \frac{g}{\omega_0^2 \cdot \phi_0 \cdot R} - 1 \right] \text{th } 1,84 \frac{h}{R}} = 0,24 \text{ m}$$

La hauteur laissée pour sécurité est de 35 cm, donc il n'y a pas de risque que les vagues endommagent la coupole.

III Conclusion:

. Moment flechissant résultant:

$$M_f = M_{g1} + M_{g0} = 610,4 \text{ t.m}$$

. Moment renversant résultant

$$M_r = M_{r1} + M_{r0} = 1678,21 \text{ t.m}$$

. Effort tranchant résultant

$$T = P_0 + P_1 = 205,34 \text{ t.m}$$

IV Vérification parasismique:

IV.1 Vérification à la stabilité:

$$M_r = 1678,21 \text{ t.m}$$

Moment stabilisant (réservoir vide)

$$M_s = M_{res} \cdot R_{ext}$$

$$M_{res}: \text{masse du réservoir vide} = 494 \text{ t}$$

$$R_{ext}: \text{rayon extérieur du réservoir} = 10,55 \text{ m}$$

$$M_s = M_{res} \cdot R_{ext} = 5211,7 \text{ t.m}$$

Le coefficient de sécurité F:

$$F = \frac{M_s}{M_r} = 3,11$$



$F > 1,5 \Rightarrow$  La stabilité est vérifiée

### IV.2 Vérification à l'encastrement:

La section la plus sollicitée sous l'effet sismique, est la liaison paroi-radier.

#### a/ Vérification au cisaillement:

Le contreventement de la structure est assuré par le voile circulaire (Paroi), celui-ci reprendra à lui seul l'effort tranchant.

(Art 43.22. RPA 81)

$$\bar{\sigma}_b = 1,4 \frac{T}{A}$$

A: aire d'appui paroi radier  $= \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)$

D: diamètre extérieur

d: diamètre intérieur

$$\bar{\sigma}_b = 1,4 \frac{T}{\frac{\pi}{4} (D^2 - d^2)} = 1,76 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_b < \bar{\bar{\sigma}}_b$$

Ce qui vérifie la résistance au cisaillement

L'encastrement est vérifié mais, il faudra prévoir comme même un gousset.

#### b/ Vérification à la flexion:

On considère un anneau circulaire situé au niveau du radier soumis à un effort normal N dû au poids propre du réservoir et aux surcharges, et à un moment de flexion dû au séisme. Donc la section est sollicitée en flexion composée.

La vérification des contraintes se fera comme suit

$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{B} \pm \frac{M}{I} v$$

$$M = 610,4 \text{ tm}$$

$$N = 494 \text{ t}$$

$$B: \text{section de l'anneau: } \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = 16,38 \text{ m}^2$$

$$v: 10,3 \text{ m}$$

$$I: \text{moment d'inertie: } I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = 889,98 \text{ m}^4$$

$$\sigma_1 = \frac{N}{B} + \frac{M}{I}v = 3,72 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b$$

$$\sigma_2 = \frac{N}{B} - \frac{M}{I}v = 2,31 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b$$

La flexion dans cette section est vérifiée.

# CALCUL des FONDATIONS

## Généralités :

Le radier d'un réservoir cylindrique est structurellement une plaque circulaire mince. L'étude de ce radier et de ses liaisons avec la paroi nécessite la prise en compte des caractéristiques du terrain, afin de permettre une formulation mathématique simple du problème.

Le radier permet d'avoir une surface maximale des répartitions des charges pour un espace donné, ce qui entraîne un contact minimal et dans la plus part des cas un coefficient de sécurité maximal à la rupture.

On considère le terrain d'appui du radier comme parfaitement élastique.

Le type de fondation dans divers cas permet :

- d'augmenter la surface de contact sur le sol.
- d'éliminer les effets de petite poche mou ou compressible.
- de résister aux sous pressions due à une remontée de la

nappe

Un radier est généralement défini comme étant un plancher renversé avec les mêmes règles de calcul que pour les planchers.

Pour notre étude on envisage deux cas de charges :

cas 1 : Réservoir vide : Le réservoir est soumis à la réaction du sol (diminué de son poids propre)

cas 2 : Réservoir plein : Le réservoir est soumis à la réaction du sol (diminué de son poids propre) ainsi que les surcharges de l'eau et de la structure du réservoir.

La logique nous conduit au cas le plus défavorable qui est le cas 1 car le cas 2, le radier est soumis à une compression du sol.



## I - Dimensionnement du radier :

L'épaisseur  $h_t$  du radier doit être choisie d'une manière à :

- 1 - éviter le poinçonnement.
- 2 - assurer la condition de non vérification du débord à l'effort tranchant.
- 3 - assurer la rigidité du radier

### 1<sup>er</sup> - Vérification au poinçonnement :

On doit vérifier :

$$\frac{1,5 Q}{P_c \cdot h_t} \leq 1,2 \bar{\sigma}_b$$

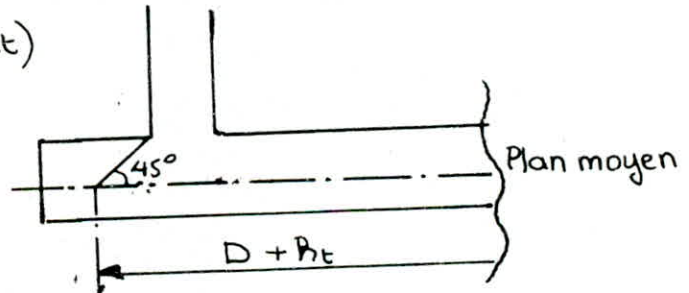
$Q$  : Poids du réservoir

$P_c$  : Périmètre de contour à considérer dans le plan moyen

$h_t$  : hauteur totale du radier

$$P_c = \pi(D + h_t) = \pi(21,1 + h_t)$$

$$\frac{1,5 Q}{\pi(21,1 + h_t) h_t} \leq 1,2 \bar{\sigma}_b = 1,2 \cdot 6,25$$



$$Q = 494 t = 494 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

$$\frac{1,5 \cdot 494 \cdot 10^3}{\pi(2110 + h_t) h_t} \leq 7,5$$

cela revient à résoudre l'équation :

$$\pi \cdot 7,5 h_t^2 + \pi \cdot 2110 \cdot 7,5 h_t - 1,5 \cdot 494 \cdot 10^3 = 0$$

$$23,56 h_t^2 + 49716 h_t - 741 \cdot 10^3 = 0$$

$$\text{donc } \underline{h_t \geq 14,7 \text{ cm}}$$

### 2<sup>em</sup> - Condition de non vérification du débord à l'effort tranchant :

Pour permettre l'ancrage des aciers verticaux dans le radier on laisse un débord de 40 cm

$$h \geq \frac{2(b-a) - e}{4}$$

b : rayon du radier = 10,95 m

a : rayon moyen de la paroi = 10,425 m

e : épaisseur de la paroi = 0,25 m

$$h \geq \frac{2(10,95 - 10,425) - 0,25}{4} = 0,2 \text{ m} = \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$$

### 3<sup>em</sup> - Rigidité du radier :

Pour assurer la rigidité du radier et permettre un bon encastrement de la paroi dans le radier on prend :

$$h_t = 40 \text{ cm}$$

$$\underline{\underline{R = 35 \text{ cm}}}$$

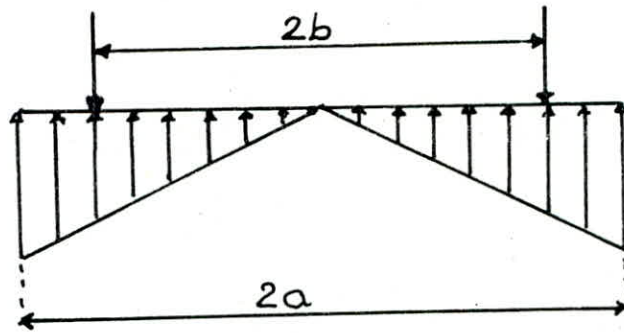
## II - Calcul du radier :

La détermination exacte du diagramme des réactions du sol est assez compliquée, car elle dépend de l'élasticité relative de la structure, du radier et du sol.

On préfère alors s'orienter vers un diagramme de réaction du sol, le plus souvent linéaire et uniforme, en s'assurant de l'équilibre sol - structure.

On doit s'assurer aussi que le diagramme ne conduit pas localement à des contraintes trop fortes sur le sol ou à des soulèvements.

Enfin on considèrera un diagramme de réaction du sol sur le radier de forme triangulaire, maximum au bord et nul au centre du radier.



- Schema statique -

Notations:

$Q$ : charge totale due au poids propre plus  $50\text{m}^3$  d'eau de fond

$$Q = 494 + 50 \cdot 1,2 = 554 \text{ t}$$

$a$ : rayon du radier =  $10,95 \text{ m}$

$b$ : rayon moyen de la paroi =  $10,55 \text{ m}$

$p$ : réaction du sol supposée uniforme:

$$p = \frac{Q}{S} = \frac{Q}{\pi a^2} = 1,47 \text{ t/m}^2$$

$$q = 1,5 p = 2,21 \text{ t/m}$$

$\mu$ : coefficient de poisson:  $\mu = 0,15$  pour le beton

$M_r$ : moment fléchissant radial par unité de longueur du cercle.

$M_\theta$ : moment fléchissant tangentiel par unité de longueur du diamètre.

$r, \vartheta$ : coordonnées polaire d'un point du radier (origine est le centre du radier)

$\rho = \frac{r}{a}$ : distance relative du point considéré.

Le type de liaison paroi radier n'étant pas déterminée de façon exacte, nous envisagerons séparément les deux limites suivantes:

- radier parfaitement encasté
- radier simplement appuyé

On considèrera ensuite les moments les plus défavorables dans les deux cas.

Nous appliquerons les résultats donnés par M<sup>F</sup> BARES dans son ouvrage "Tables pour le calcul des dalles et des parois". Étant donné que celle-ci (tables) ne donnent pas exactement les efforts



pour le schéma statique adopté, une combinaison des diagrammes s'impose.

	1	2
	RADIER SIMPLEMENT APPUYE	RADIER PARFAITEMENT ENCASTRE
	+	+
	III	III
cas 1		
	-	-
cas 2		
	+	+
cas 3		
	+	+
cas 4		

$$M_r = M_r^1 - M_r^2 + M_r^3 + M_r^4$$

$$M_s = M_s^1 - M_s^2 + M_s^3 + M_s^4$$

1- Radier simplement appuyé :

cas 1 : plaque circulaire chargée uniformément :

$$M_r^1 = q \frac{a^2}{16} (3 + \mu)(1 - \vartheta^2)$$

$$M_\vartheta^1 = q \frac{a^2}{16} [(3 + \mu) - (1 + 3\mu)\vartheta^2]$$

cas 2 : plaque circulaire chargée triangulairement :

$$M_r^2 = q \frac{a^2}{720} [71 + 29\mu - 45(3 + \mu)\vartheta^2 + 16(4 + \mu)\vartheta^3]$$

$$M_\vartheta^2 = q \frac{a^2}{720} [71 + 29\mu - 45(1 + 3\mu)\vartheta^2 + 16(4 + 4\mu)\vartheta^3]$$

cas 3 : plaque circulaire chargée concentriquement :

- partie où  $r \leq b$

$$M_r^3 = -q \frac{a}{4\beta} [(1 - \mu)(\beta^2 - 1) + 2(1 + \mu)\beta^2 \ln \beta]$$

$$M_\vartheta^3 = M_r^3$$

- partie où  $r > b$

$$M_r^3 = q \frac{a}{4\beta} \left\{ [(1 - \mu) - 2(1 + \mu)\beta^2 \ln \beta] - (1 - \mu) \frac{\beta^2}{\vartheta^2} + 2(1 + \mu)\beta^2 \ln \vartheta \right\}$$

$$M_\vartheta^3 = q \frac{a}{4\beta} \left\{ [(1 - \mu) - 2(1 - \mu)\beta^2 - 2(1 + \mu)\beta^2 \ln \beta] + (1 - \mu) \frac{\beta^2}{\vartheta^2} + 2(1 + \mu)\beta^2 \ln \vartheta \right\}$$

cas 4 : plaque soumise à un moment concentrique :

- partie où  $r \leq b$  :

$$M_r^4 = M_\vartheta^4 = -\frac{M}{2} \left[ (1 + \mu) + \frac{1}{\beta^2} (1 - \mu) \right]$$

- partie où  $r > b$

$$M_r^4 = M_\vartheta^4 = -\frac{M}{2\beta^2} \left[ (1 - \mu) \left( 1 - \frac{\beta^4}{\vartheta^2} \right) \right]$$

avec :  $\vartheta = \frac{r}{a}$  : distance relative du pt étudié

$\beta = \frac{b}{a}$  : grandeur relative de l'ouverture de la plaque

On récapitule les résultats dans le tableau suivant,

		cas 1	cas 2	cas 3	cas 4	Total
r=0	$M_r(t_m)$	52,17	27,88	0,88	-2,37	22,8
	(m) $M_\theta(t_m)$	52,17	27,88	0,88	-2,37	22,8
r=5	$M_r(t_m)$	41,29	19,28	0,88	-2,37	20,52
	(m) $M_\theta(t_m)$	47,16	23,81	0,88	-2,37	21,86
r=8	$M_r(t_m)$	24,32	9,47	0,88	-2,37	13,42
	(m) $M_\theta(t_m)$	39,35	18,88	0,88	-2,37	18,98
r=10,55	$M_r(t_m)$	3,74	1,01	0,88	-2,37	1,24
	(m) $M_\theta(t_m)$	29,88	14,33	0,88	-2,37	14,06
r=10,95	$M_r(t_m)$	0,00	0,00	0,88	-0,17	0,71
	(m) $M_\theta(t_m)$	28,15	13,64	0,88	-0,17	15,22

2- Radier parfaitement encasté :

cas 1 : plaque circulaire chargée uniformément : (en 2b)

$$M_r^1 = q \frac{a^2}{16} \left[ (1+\mu) - (3+\mu) \rho^2 \right]$$

$$M_\theta^1 = q \frac{a^2}{16} \left[ (1+\mu) - (1+3\mu) \rho^2 \right]$$

cas 2 : plaque circulaire chargée triangulairement : (en 2b)

$$M_r^2 = q \frac{a^2}{720} \left[ 29(1+\mu) - 45(3+\mu) \rho^2 + 16(4+\mu) \rho^5 \right]$$

$$M_\theta^2 = q \frac{a^2}{720} \left[ 29(1+\mu) - 45(1+3\mu) \rho^2 + 16(1+4\mu) \rho^5 \right]$$

cas 3 : plaque circulaire chargée en couronne sur son bord :

- partie ou  $r < b$  :

$$M_r^3 = M_\theta^3 = 0$$

- partie ou  $r > b$  :

$$M_r^3 = q \frac{a^2}{16} \left[ (1+\mu)(\beta^2 - k_{10}) + 4\mu - (3+\mu) \rho^2 - (1-\mu) k_{10} \frac{\beta^2}{\rho^2} + 4(1+\mu) \ln \frac{\rho}{\beta} \right]$$



$$M_g^3 = q \frac{q^2}{16} \left[ (1+\mu)(\beta^2 - K_{10}) + 4\mu - (1+3\mu)\beta^2 + (1-\mu)K_{10} \frac{\beta^2}{\beta^2} + 4(1+\mu) \ln \frac{\beta}{\beta} \right]$$

$$\text{avec } K_{10} = \frac{1 - \mu + (1 + \mu)(\beta^2 - 4 \ln \beta)}{1 + \mu + (1 - \mu)\beta^2}$$

cas 4: plaque circulaire soumise a un moment concentrique:

- partie ou  $r < b$

$$M_r^4 = M_g^4 = 0$$

- partie ou  $r > b$

$$M_r^4 = -M_t K_{12} \left[ 1 + \mu + (1 - \mu) \frac{\beta^2}{\beta^2} \right]$$

$$M_g^4 = -M_t K_{12} \left[ 1 + \mu - (1 - \mu) \frac{\beta^2}{\beta^2} \right]$$

$$\text{avec } K_{12} = \frac{1}{1 + \mu + (1 - \mu)\beta^2}$$

On récapitule les résultats dans le tableau suivant:

		cas 1	cas 2	cas 3	cas 4	Total
r=0 (m)	M <sub>r</sub> (tm)	19,05	12,33	/	/	6,72
	M <sub>g</sub> (tm)	19,05	12,33	/	/	6,72
r=5 (m)	M <sub>r</sub> (tm)	8,28	3,74	/	/	4,54
	M <sub>g</sub> (tm)	14,08	8,27	/	/	5,81
r=8 (m)	M <sub>r</sub> (tm)	-8,82	-6,13	/	/	-2,68
	M <sub>g</sub> (tm)	6,23	-3,34	/	/	9,54
r=10,55 (m)	M <sub>r</sub> (tm)	-28,88	-14,53	-0,57	-2,36	-17,28
	M <sub>g</sub> (tm)	-3,25	-1,21	-0,06	-0,35	-2,46
r=10,95 (m)	M <sub>r</sub> (tm)	0	0	-0,04	-2,29	-2,25
	M <sub>g</sub> (tm)	0	0	-0,01	-0,43	-0,42

En reprenant les 2 cas étudiés (radier simplement appuyé, et radier parfaitement encasté), les cas défavorables sont relevés dans le tableau suivant:

		$r=0\text{ m}$	$r=5\text{ m}$	$r=8\text{ m}$	$r=10,55\text{ m}$	$r=10,95\text{ m}$
$M_r$ [tm/ml]	+	+22,8	+20,52	+13,42	+1,24	+0,71
	-	/	/	2,68	17,28	2,25
$M_g$ [tm/ml]	+	+22,8	+21,86	+18,98	+14,06	+15,22
	-	/	/	/	2,46	0,42

Dans ce tableau, les valeurs des moments ont un signe opposé aux valeurs trouvés dans les deux tableaux précédents, car le radier a été calculé comme un plancher renversé (maintenant il est remis à la position initiale).

### 3. Calcul des aciers:

Nous calculerons les sections d'armatures suivant les moments les plus défavorables. Le radier sera ferrillé de la façon suivante en traitant un exemple, les autres résultats seront donnés dans les tableaux récapitulatifs:

Cas:  $r=0$  : centre du radier

Armatures supérieures: suivant deux directions (cerces, radial)

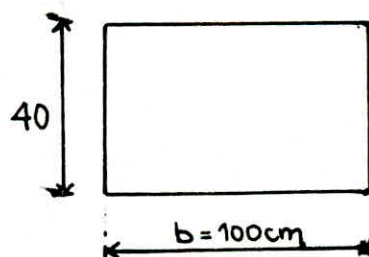
$$M_r = M_g = 22,8 \text{ tm/ml}$$

$$\bar{\sigma}_b = 150 \text{ kg/cm}^2$$

On prendra des aciers HA. 25

$$\bar{\sigma}_a = 1553 \text{ bars}$$

$$h = 35 \text{ cm}$$



Moment résistant du béton:

$$\bar{\alpha} = \frac{15 \bar{\sigma}_b}{15 \bar{\sigma}_b + \bar{\sigma}_a} = 0,59 \quad ; \quad \bar{\gamma} = 1 - \frac{\bar{\alpha}}{3} = 0,80$$

$$K = \frac{1}{2} \bar{\alpha} \bar{\gamma} \bar{\sigma}_b = 35,52$$

$$M_r = K b h^2 = 43,51 \text{ tm/ml} > M_r = 22,8 \text{ tm/ml} \Rightarrow A' = 0$$

$$A = \frac{M}{\bar{\gamma} h \bar{\sigma}_a} = 52,43 \text{ cm}^2$$

## FERRAILLAGE RADIAL

### nappe supérieure

	$M_r$ (tm)	$G_0$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha$	$\gamma$	$M_{rb}$ (tm)	A (cm <sup>2</sup> )	A choisie (cm <sup>2</sup> )	$y$ (cm)	I (cm <sup>4</sup> )	$G'_b$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$G_a$ (kg/cm <sup>2</sup> )
$r=0$	22,8	1553	0,59	0,8	43,51	52,53	11HA25	17,05	426103	91,23	1440
$r=5$	20,52	1553	0,59	0,8	43,51	47,19	10HA25	16,5	401702	84,29	1447
$r=8$	13,42	1553	0,59	0,8	43,51	30,86	7HA25	14,53	318153	61,29	1295
$r=10,55$	1,24	1914	0,54	0,82	40,68	2,12	2HA14	5,25	477013	14,19	1211
$r=10,95$	0,7	1914	0,54	0,82	40,68	1,29	2HA14	5,25	477013	14,19	1211

### nappe inférieure

	$M_r$ (tm)	$G_a$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha$	$\gamma$	$M_{rb}$ (tm)	A (cm <sup>2</sup> )	A choisie (cm <sup>2</sup> )	$y$ (cm)	I (cm <sup>4</sup> )	$G'_b$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$G_a$ (kg/cm <sup>2</sup> )
$r=0$	/	/	/	/	/	/	3HA14	/	/	/	/
$r=5$	/	/	/	/	/	/	3HA14	/	/	/	/
$r=8$	2,68	1914	0,54	0,82	40,68	4,88	4HA14	7,17	63851	22,91	1334
$r=10,55$	17,28	1553	0,59	0,8	43,51	39,74	9HA25	15,32	350726	75,53	1455
$r=10,95$	2,25	1914	0,54	0,82	40,68	4,09	3HA14	7,56	65001	26,17	1425



## FERRAILLAGE EN CERCES

### nappe supérieure

	$M_y$ (t.m)	$\bar{\sigma}_a$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha$	$\gamma$	$M_{rb}$ (t.m)	A (cm <sup>2</sup> )	A choisie (cm <sup>2</sup> )	$r_y$ (cm)	I (cm <sup>4</sup> )	$\sigma'_b$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_a$ (kg/cm <sup>2</sup> )
r=0	22,8	1553	0,59	0,8	43,53	52,23	11HA 25	17,05	426103	91,23	1440
r=5	21,86	1553	0,59	0,8	43,53	50,25	11HA 25	17,05	426103	91,23	1440
r=8	18,98	1553	0,59	0,8	43,53	43,64	9HA 25	15,9	315694	80,33	1447
r=10,55	14,06	1553	0,59	0,8	43,53	32,33	8HA 25	15,25	347897	61,63	1197
r=10,91	15,22	1553	0,59	0,8	43,53	35	8HA 25	15,25	347897	61,63	1197

### nappe inférieure

	$M_y$ (t.m)	$\bar{\sigma}_a$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\alpha$	$\gamma$	$M_{rb}$ (t.m)	A (cm <sup>2</sup> )	A choisie (cm <sup>2</sup> )	$r_y$ (cm)	I (cm <sup>4</sup> )	$\sigma'_b$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\sigma_a$ (kg/cm <sup>2</sup> )
r=0	/	/	/	/	/	/	2HA 14	/	/	/	/
r=5	/	/	/	/	/	/	2HA 14	/	/	/	/
r=8	/	/	/	/	/	/	2HA 14	/	/	/	/
r=10,55	2,46	1914	0,54	0,82	40,68	4,48	3HA 14	7,56	65001	28,61	1558
r=10,91	0,42	1914	0,54	0,82	40,68	0,76	2HA 14	2,94	12814,3	9,64	1576

$$\text{soit } A = 11 \text{ HA} \cdot 25 = 53,98 \text{ cm}^2$$

• Verifications des contraintes:

- Moment statique:

soit  $y$  la distance de l'axe neutre à la fibre la plus comprimée, le moment statique sera:

$$S(y) = \frac{by^2}{2} + nA'(y-d') - nA(h-y) = 0$$

$$S(y) = \frac{150y^2}{2} + 15 \times 53,98 (y - 35) = 0$$

$$S(y) = 50y^2 + 809,7y - 28339,5 = 0$$

Ceci revient à résoudre cette équation:

$$y = 17,05 \text{ cm}$$

- Moment d'inertie:

$$I = \frac{by^3}{3} + nA'(y-d')^2 + nA(h-y)^2$$

$$I = \frac{100 \cdot 17,05^3}{3} + 15 \times 53,98 (35 - 17,05)^2$$

$$I = 426103,29 \text{ cm}^4$$

- Contraintes:

$$K = \frac{M}{I} = \frac{22,8 \cdot 10^5}{426103} = 5,35$$

$$\sigma'_b = Ky = 91,23 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}'_b$$

$$\sigma_a = nK(h-y) = 1440 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_a$$

Les contraintes sont vérifiées.

• Verification de la stabilité du radier:

La contrainte admissible du sol a été estimée à:

$$\bar{\sigma}_s = 1,6 \text{ bars par SETHYAL}$$

a- Reservoir vide:

Les contraintes sont déjà calculées:  $p = 1,47 \text{ t/m}^2$   
 $q = 2,21 \text{ t/m}^2$

En tenant compte du poids du radier  $P_r$  y compris 10 cm de béton de propreté on aura :

$$P_r = 2,5 \cdot 0,5 \cdot \pi \cdot 10,95^2 + 2,2 \cdot \pi (11,2^2 \cdot 0,1) = 463,38 \text{ t}$$

$$\text{d'où } \bar{\sigma}_s = q + \frac{P_r}{\pi a^2} = 0,221 + \frac{463,38 \cdot 10^3}{\pi \cdot 1095^2}$$

$$\bar{\sigma}_s = 0,34 \text{ kg/cm}^2 \leq \bar{\sigma}_s$$

### b - Réservoir plein :

b1 - Sollicitation du 1<sup>er</sup> genre :

$$N = G + 1,2P$$

$$G = P_{res} + P_{rad} + P_{eau} = 494 + 463,38 + 1,2 \cdot 2000$$

$$G = 3357,38 \text{ t}$$

$$P = 33,33 \text{ : surcharge}$$

$$N = 3357,38 + 33,33 = 3397,38 \text{ t}$$

$$\text{d'où } \bar{\sigma}_s = \frac{N}{S} = \frac{3397,38 \times 10^3}{\pi \cdot 1095^2} = 0,90$$

$$\bar{\sigma}_s = 0,90 < \bar{\sigma}_s$$

b2 - sollicitation du 2<sup>ème</sup> genre :

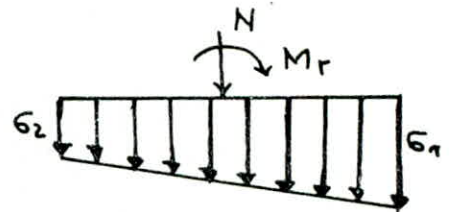
Le radier est sollicité par les effets du moment de renversement  $M_r$  et de l'effort normal  $N$  agissant à la base

$$N = G + P + P_r + P_e = 494 + 33,33 + 463,30 + 24000$$

$$N = 3390,33 \text{ t}$$

$$M_r = 1678,2 \text{ t.m}$$

$$\bar{\sigma}_{1,2} = \frac{N}{S} \mp \frac{M}{I} \cdot v$$



avec :

$$S = \pi a^2 = \pi \cdot 1095^2 = 3,77 \cdot 10^6 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi \cdot 2190^4}{64} = 1,13 \cdot 10^{12} \text{ cm}^4$$



$$v = \frac{D}{2} = 1095 \text{ cm}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{3390,33 \cdot 10^3}{3,77 \cdot 10^6} \mp \frac{1678,21 \cdot 10^5}{1,17 \cdot 10^{12}}$$

$$\sigma_1 = 1,06 \text{ kg/cm}^2 < 1,3 \bar{\sigma}_s$$

$$\sigma_2 = 0,74 \text{ kg/cm}^2 < 1,3 \bar{\sigma}_s$$

$$\sigma\left(\frac{D}{4}\right) = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{4} = 0,98 < \bar{\sigma}_s$$

• Vérification à la résistance :

$$M_{ex} = 22,8 \text{ t.m}$$

$$\bar{\sigma}_b = 150 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_a = 1553 \text{ kg/cm}^2$$

$$K = 35,4$$

$$M_{ex} \leq M_{rb} = K b h^2$$

$$h \geq \sqrt{\frac{M_{ex}}{K b}}$$

$$h_{\min} = \sqrt{\frac{22,8 \cdot 10^5}{35,4 \cdot 100}} = 25,38 \text{ cm}$$

or :

$$h = 35 \text{ cm}$$

$$h_t = 40 \text{ cm}$$

} ce qui vérifie la stabilité.

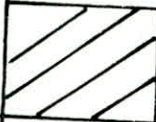
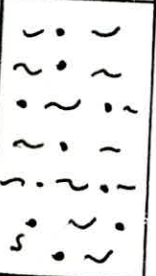


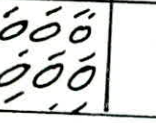
• Tassement :

D'après les coupes lithologiques des sondages carotés que retient le L.N.T.P on constate une homogénéité de la couche d'assise et des couches sous-jacentes, et comme notre ouvrage ne ramène pas des charges dissymétriques, on peut dire que le tassement différentiel ne pourra pas se produire.

La fondation étant ancrée à la profondeur 2,5 m et le sol étant essentiellement de phistès, le problème de tassement

ni est pas a craindre.

Les différents couches du sol sont données par l'un des deux sondages carottés effectués.

	Remblai argilo - caillouteux 1,70
	Argile limoneuse brune enrobant des débris de schistes cristallins de plus en plus gros et nombreux à la base 5,40
	Schistes cristallins plus ou moins altérés 10,10
	Schistes cristallins broyés en petits débris 19,80
	Schistes cristallins altérés

7,00 Refus

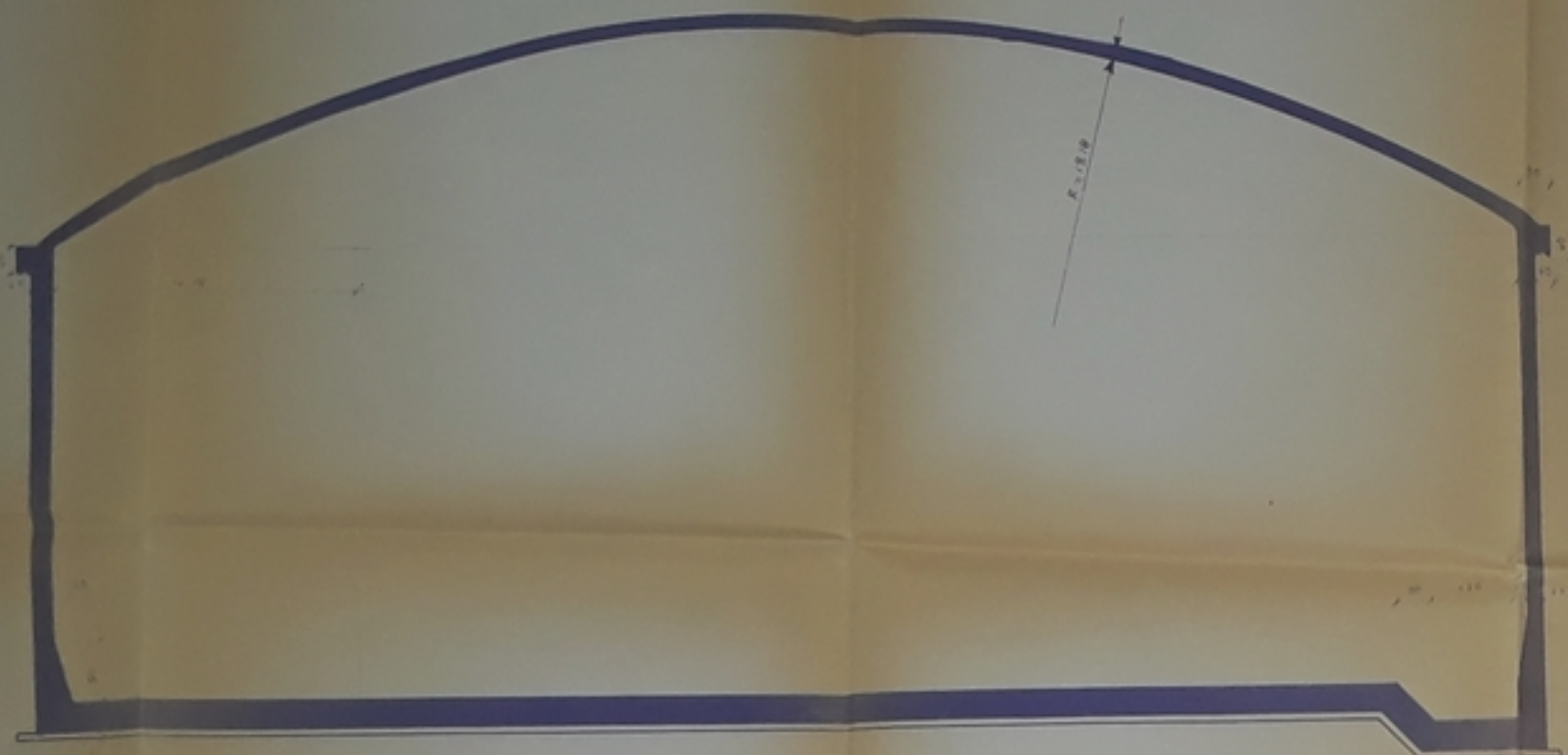
# Bibliographie

- . Introduction au calcul et à l'exécution des voiles minces en B.A  
A. PADUART
- . Cours des voiles minces  
A. COIN
- . Théorie des plaques et coques  
S. TIMOSHENKO
- . Résistance des matériaux théorique et expérimentale  
R. L'HERMITE
- . Statique et dynamique des coques  
W. FLÜGGUE
- . Calcul et vérification des ouvrages en B.A  
P. CHARON
- . Exercices de B.A avec leurs solutions  
P. CHARON
- . Cours de B.A  
M. BELAZOUGUI
- . Conception et calcul des structures poutres aux sections  
DAOUDI, RILI, SALHI
- . Design of thin shell structure
- . Traité de B.A (tome 1, 5, 6 et 7)  
A. GUERRIN
- . Calcul pratique des réservoirs en zone sismique  
A. HADDADI, DAVIDOVICI
- . Tables pour le calcul des dalles et des parois  
R. BARES
- . Cahier des charges applicables à la construction des réservoirs
- . Memento de B.A.  
DAVIDOVICI
- . Règles CCBA. 68
- . Règles parasismiques Algérien (RPA. 81)



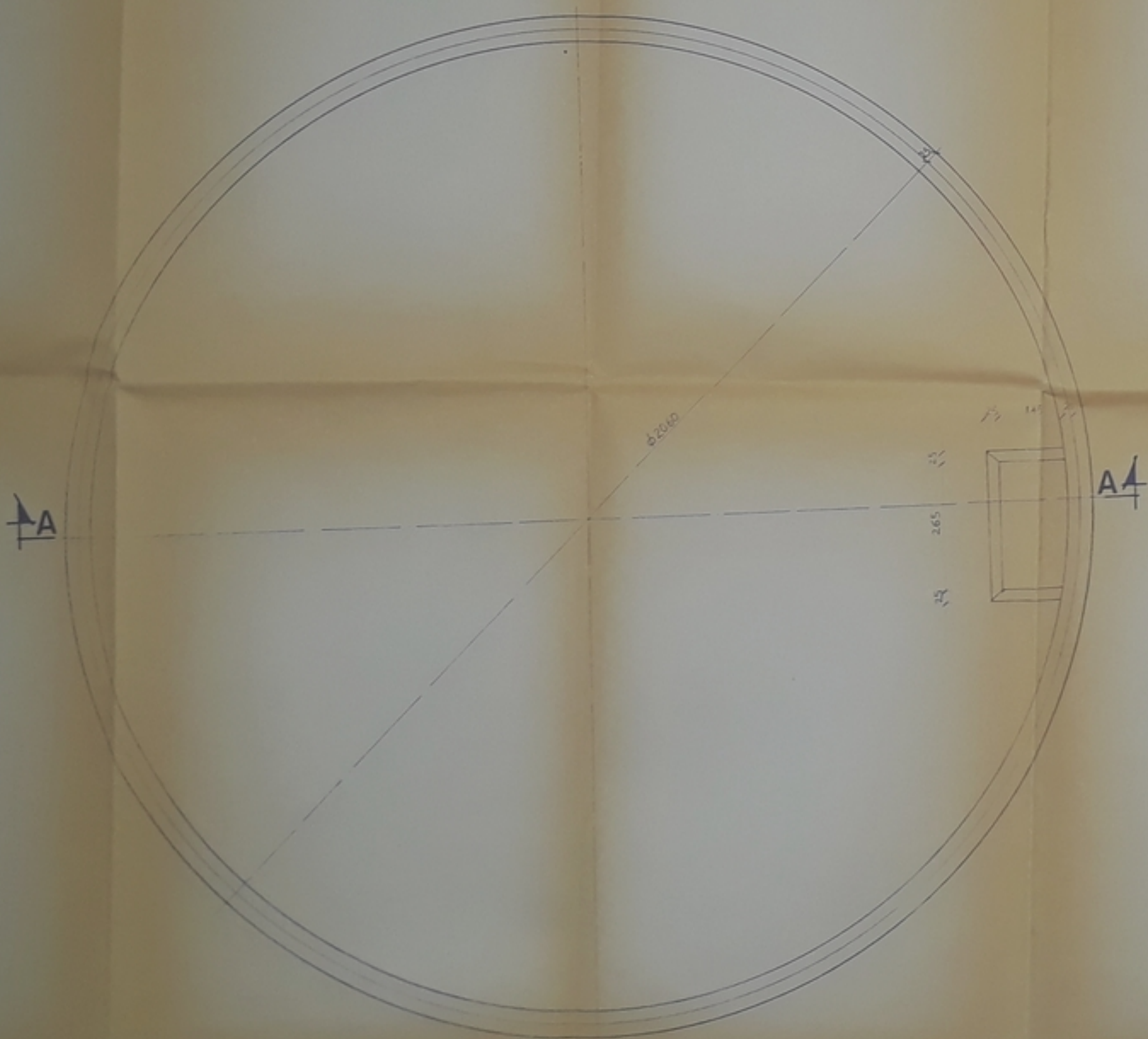
**COUPE A-A**

Ech 1/50



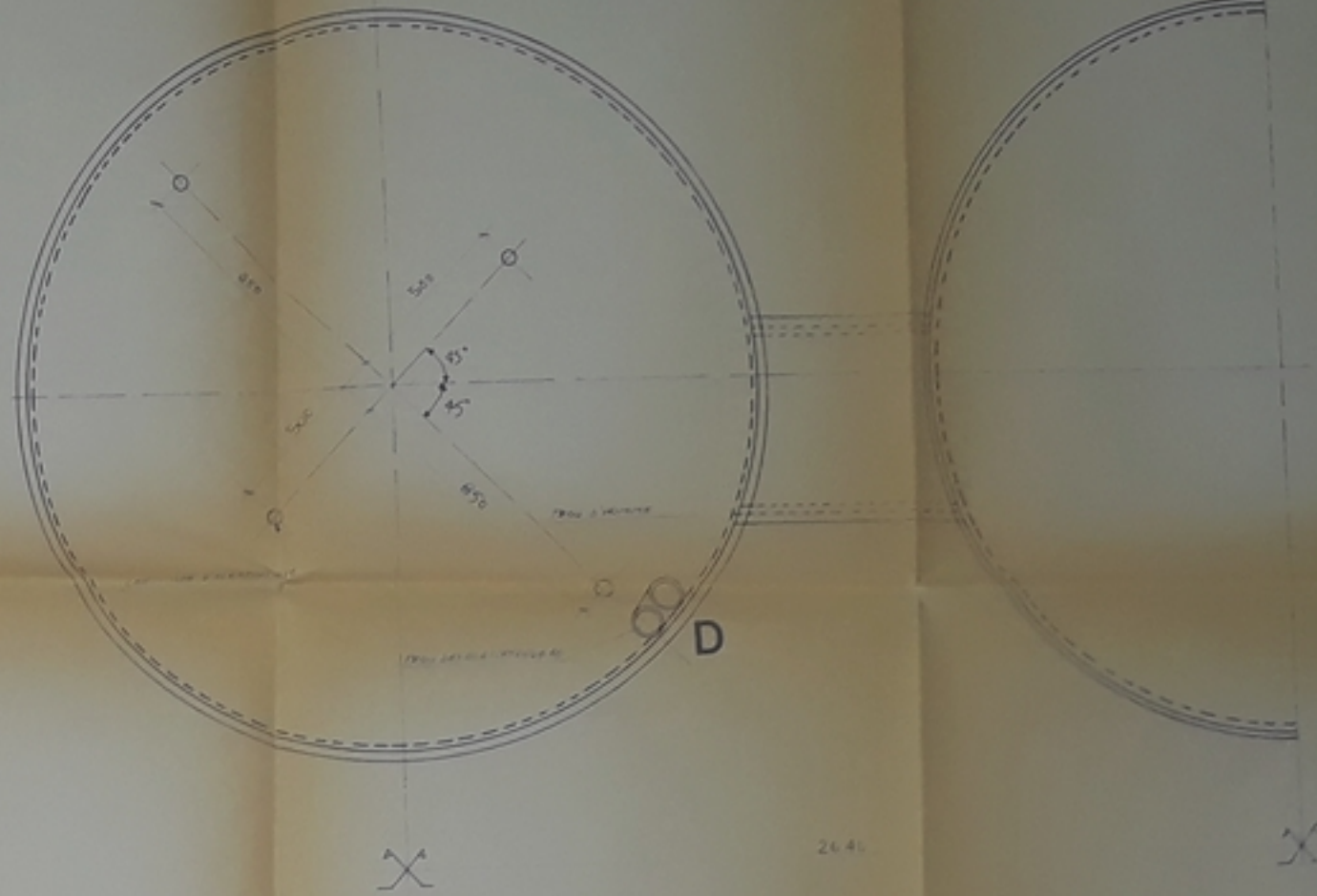
**VUE EN PLAN**

Ech 1/50



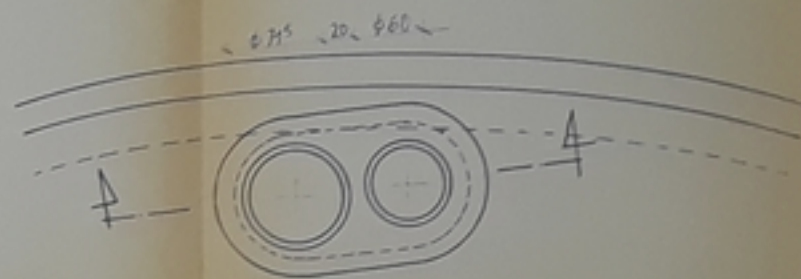
**COUPOLE . VUE . EN . PLAN**

Ech 1/100



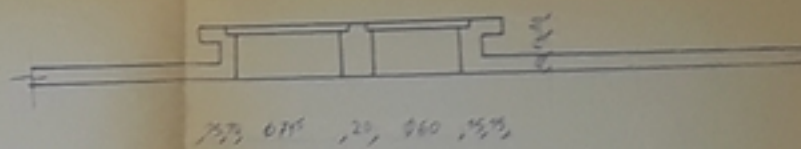
**DETAIL : D**

Ech 1/25



**COUPE B-B**

Ech 1/50



PB04721

- 1 -

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

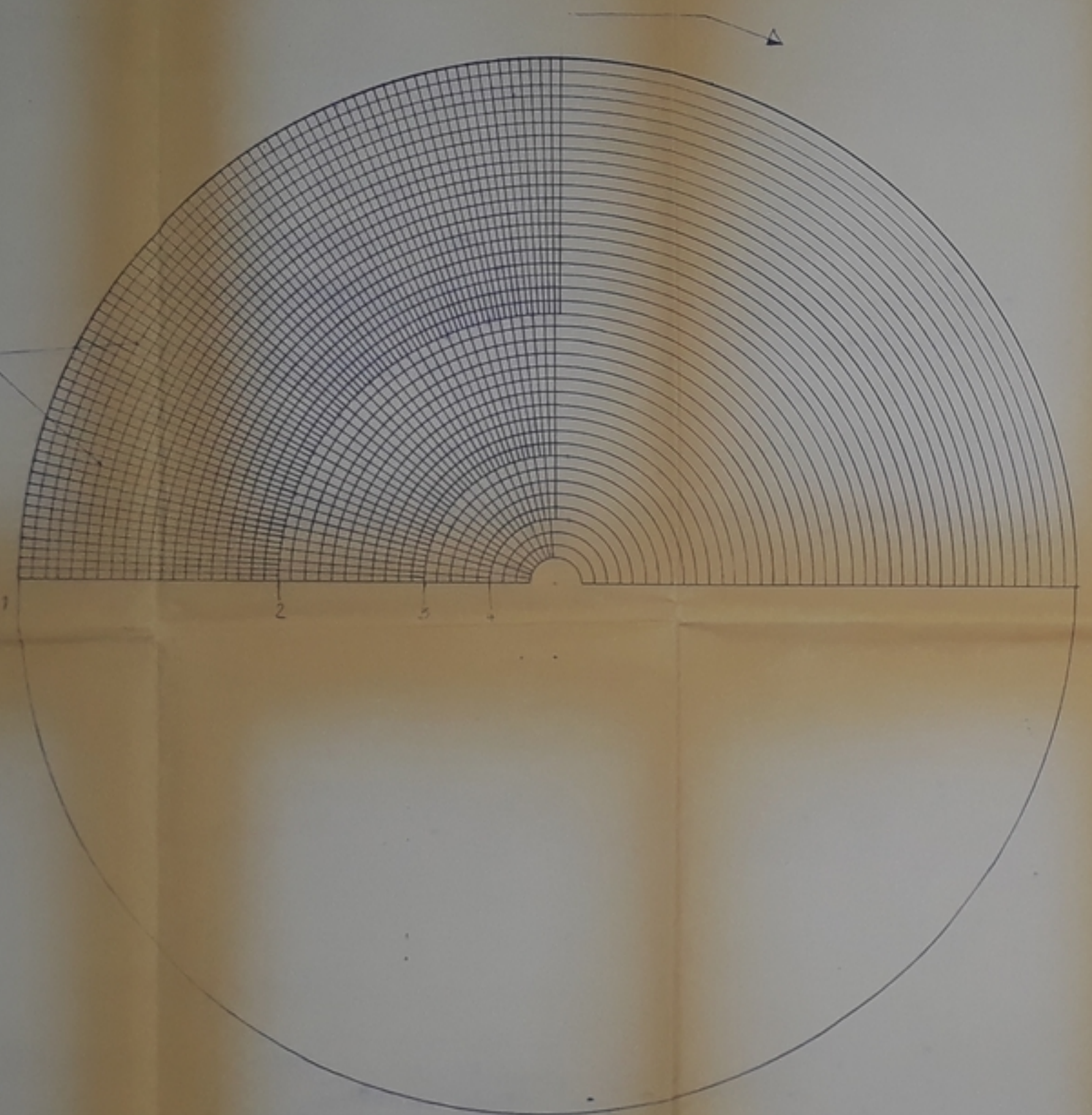
<b>E.N.P</b>	Promotion
الهندسة المدنية	Jun 87
<b>Dep-Genie Civil</b>	
<b>Etude</b>	Proposé par
du <b>Reservoir DEau</b>	SETHYAL
<b>(2x2000)m</b>	
<b>PLAN</b>	Dirige par
<b>DE</b>	M. HANOUSSA
<b>COFFRAGE</b>	<b>Etude par</b>
	M. ESSA MIA
	M. SAADOUNA
	SOU
Ech: 1/50	1/1



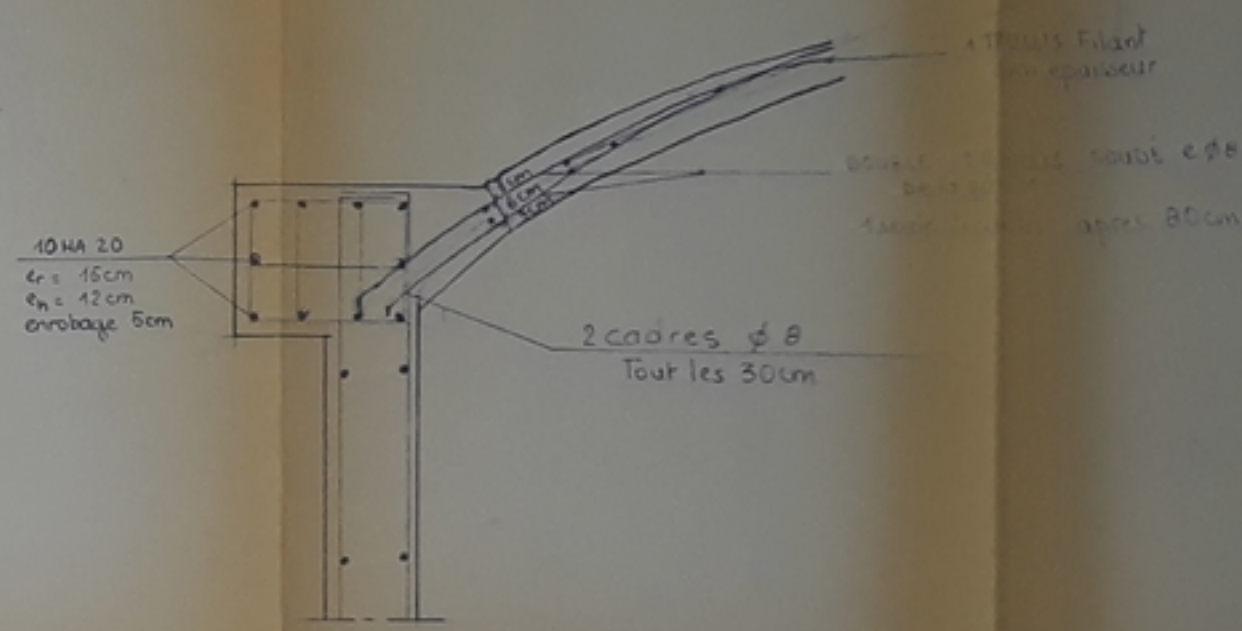
r	h	Volume (m³)	Nombre de bords
1	10,5	69,72	320 HAB
2	5,25	32,37	160 HAB
3	2,5	15,10	80 HAB
4	1,25	7,55	40 HAB

### COUPOLE

ARMATURES EN  
CERCE 4HA8/ml  
e = 25cm



### CEINTURE

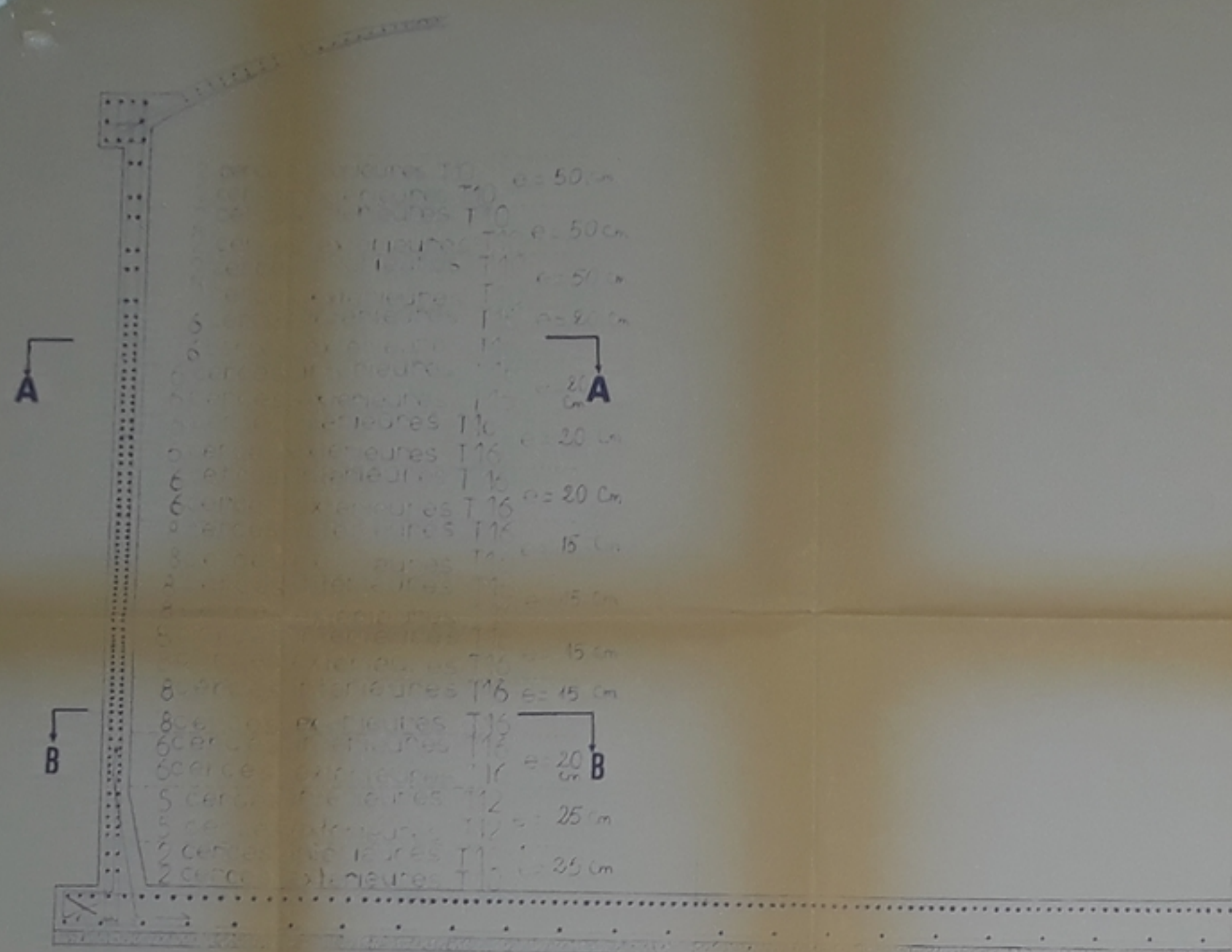


PB 04787

-2-

جمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	
E.N.P	Promoteur Jun 1987
Dept GENIE.CIVIL	
Etude d'un Reservoir d'eau (2 x 2000)m²	Dirige par M. Hamouche proposé par M. SETYAL
Ferrailage Coupole	etude par M. Taboudjmet & M. Legra
Echelleles, 1/10 - 1/50	n° 2



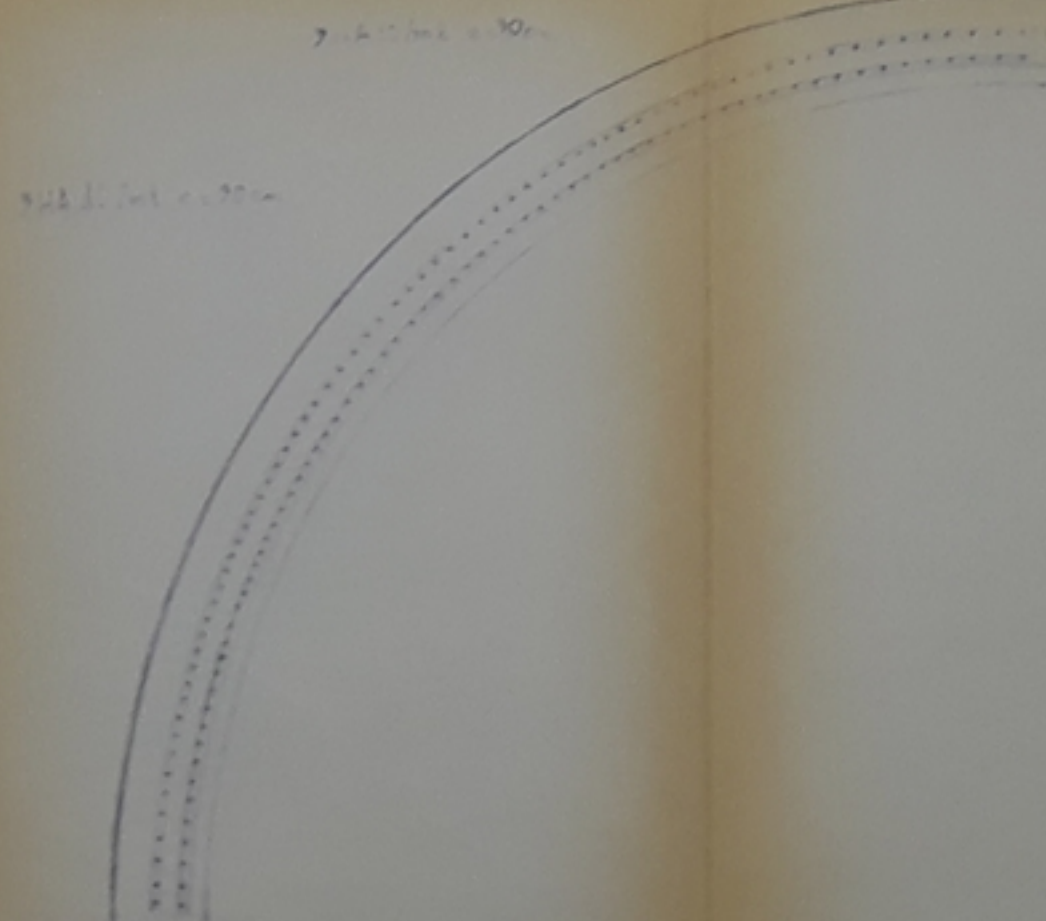
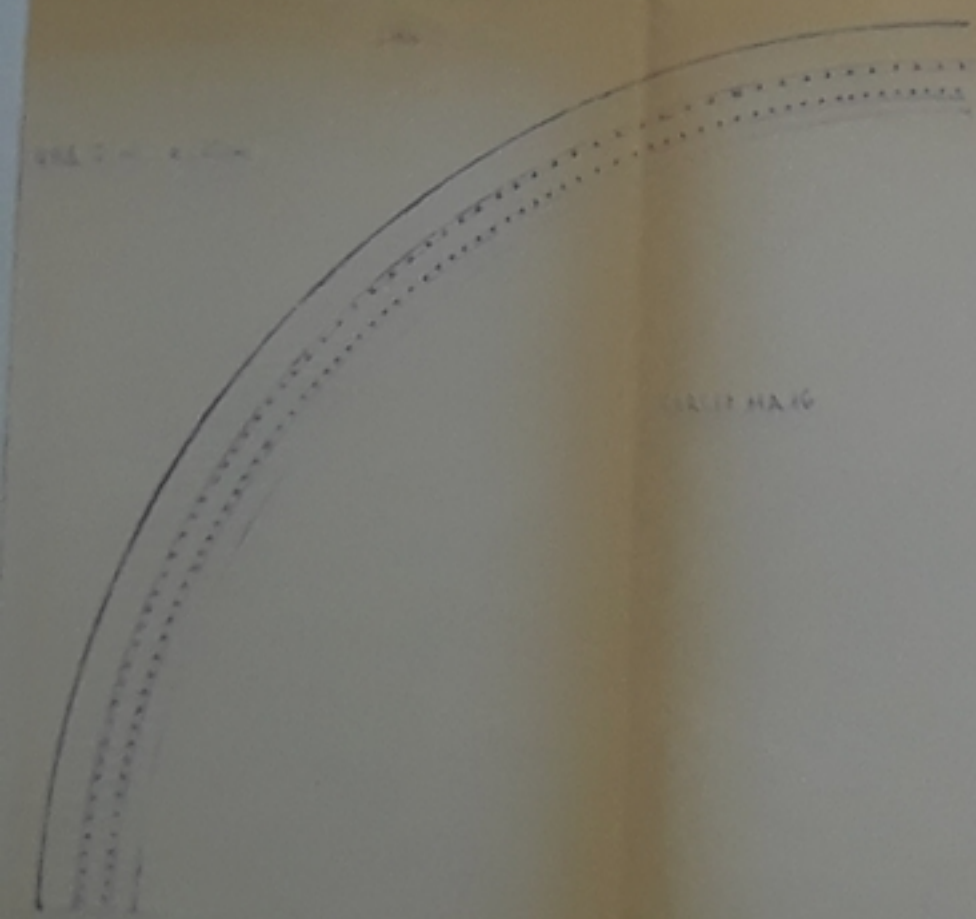


Coupe B-B

Coupe A-A

PB 04787

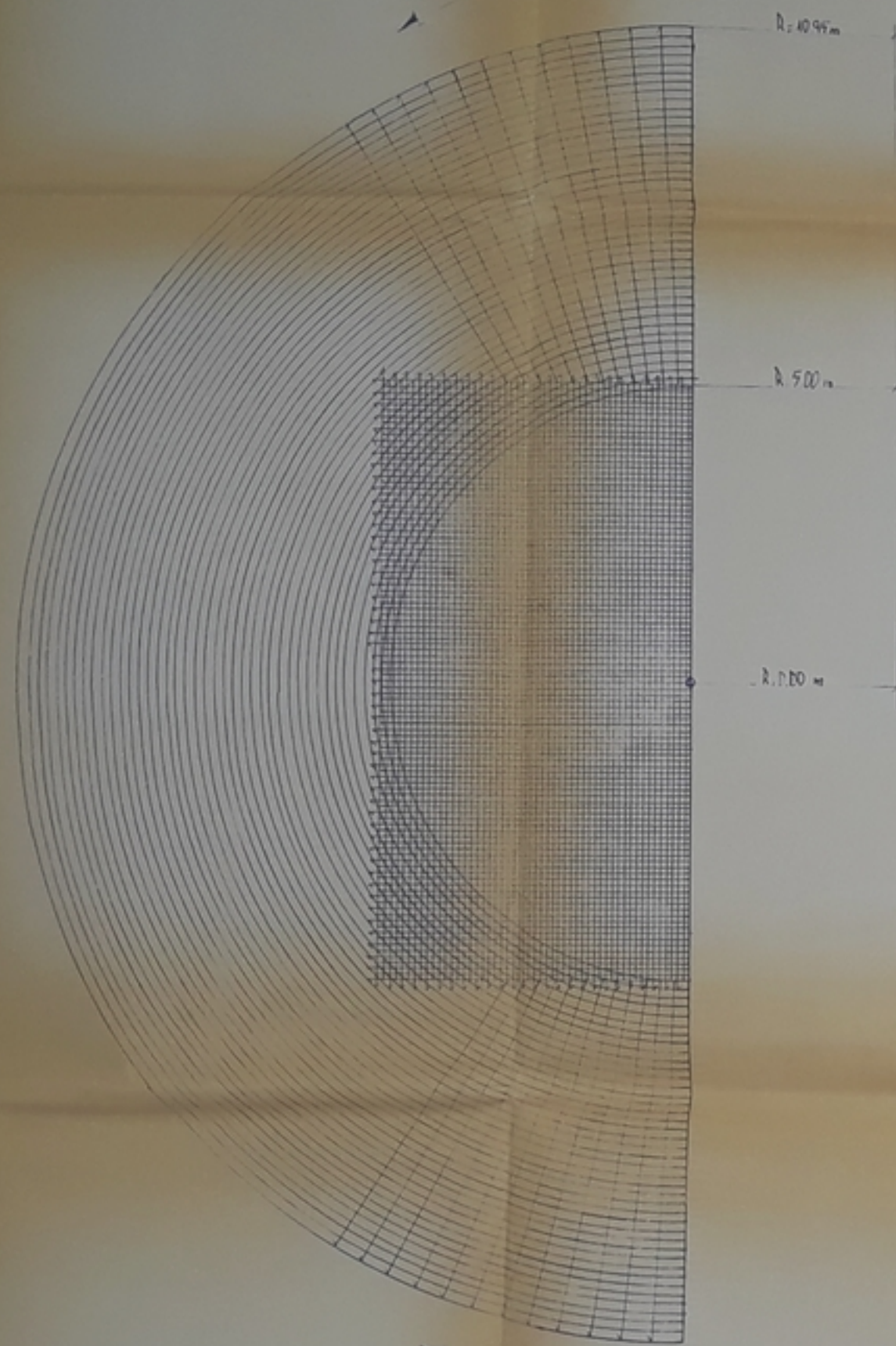
-3-



E.N.P	Fédération
Dep <sup>t</sup> Génie Civil	Jun 87
Etude	Projet de
du Reservoir d'Eau	SETVAL
(2x2000)m <sup>3</sup>	Dirige par
ferroviaire	ME AMOUTIN
de la Paris et	Etude par
du Radier	M <sup>r</sup> LESKA
ECII 1/50-1/25	M <sup>r</sup> TABOUSTIAT
	n 3



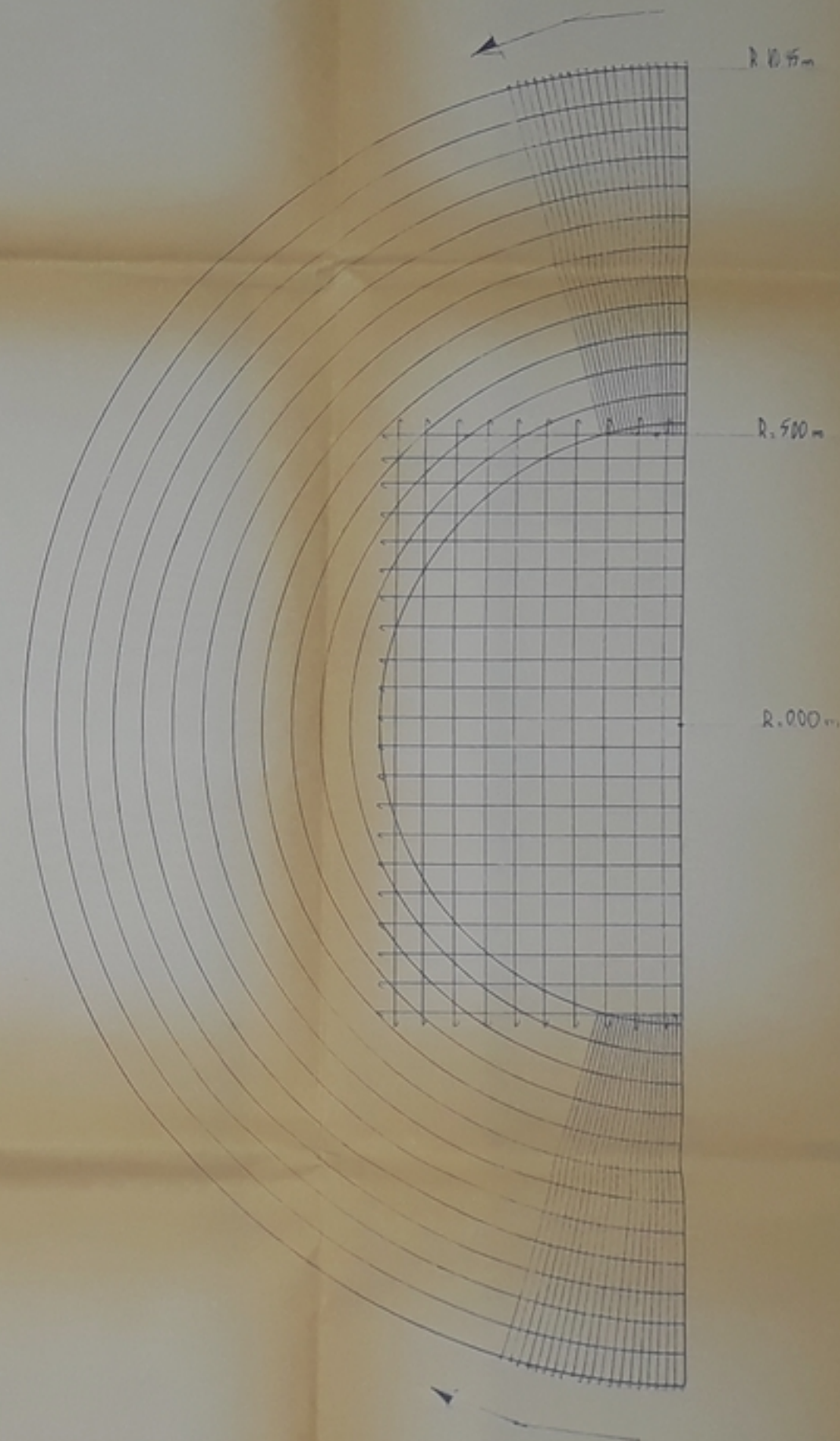
PARTIE SUPERIEURE DU RADIER



RADIAL: 2HA 14/ml e: 50cm  
 CERCE: 8HA 25/ml e: 15cm  
 ENROBAGE: RADIAL 5cm  
 CERCE 5cm

FERRAILLAGE EN QUADRILLAGE  
 1 MAILLON CARRE  
 10 x 10 cm

PARTIE INFERIEURE DU RADIER



RADIAL: 8HA 25/ml e: 15cm  
 CERCE: 3HA 14/ml e: 50cm  
 ENROBAGE: RADIAL 5cm  
 CERCE 5cm

D'FERRAILLAGE EN QUADRILLAGE  
 1 MAILLON CARRE  
 10 x 10 cm

PB 047 87

- 4 -

جمهورية الجزائر الديمقراطية الشعبية

E.N.P	Promotion
Dept: Genie Civil	Juin 87
Etude d'un Reservoir d'Eau (2 x 2000)m <sup>3</sup>	Dirige par M <sup>r</sup> HAMOUTENE
FERRAILLE DU RADIER	Propose par SETHYAL
Echelle: 1/50	Etudie par M <sup>r</sup> LEGRA M M <sup>r</sup> TABOUZEMAT S
	n° 4



