

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

49/87

105

وزارة التعليم و البحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
BIBLIOTHEQUE — المكتبة
Ecole Nationale Polytechnique

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

*Mise au point d'un programme de
calcul des structures
hyperstatiques (Cadre)*

Proposé Par :
Mr. BELARBI

Etudié par :
MAGRAMANE
Boualem

Dirigé par :
A. BELARBI

PROMOTION : Juin 1987

* REMERCIEMENTS *

Mes remerciements vont tout d'abord à Monsieur AMAR BELARBI qui durant tout un semestre m'a prodigué ses conseils et n'a épargné ni son temps ni sa peine pour me venir en aide.

Je remercie par ailleurs monsieur DEMIDEM qui m'a fortement aidé par ses critiques constructives et ses conseils éclairés.

Que tous les professeurs qui ont contribué à ma formation trouvent ici l'expression de ma gratitude

Magramane
Boualem.

* DEDICACES *



Je dédie ce travail à toute ma famille, en particulier à :

- * ma mère
- * mon père
- * mes frères et soeurs
(en particulier "Amine")

Signé:
Boualem
MAGRAMANE.

* TABLE DES MATIÈRES *

I - NOTIONS DE BASE POUR LE CALCUL DES STRUCTURES.

I-1/ Notions physiques et géométriques sur les barres.

I-2/ Définition des structures Noeud, Barre, Appuis et charges.

I-3/ Repère local et Repère global.

II - PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS:

II-1 / Introduction

II-2/ Methode matricielle des déplacements.

II-2-1/ Methode générale des déplacements

II-2-2/ Matrices de rigidite locales.

- Barres de treillis

- Barres en torsion

- Poutre dans le plan.

- Poutre dans l'espace.

II-2-3/ Matrice de rotation plane.

II-2-4/ Matrice de rigidite dans des axes globaux.

II-2-5/ Transformation des chargements en forces nodales.

III - EXEMPLE D'APPLICATION.

IV - QUELQUES NOTIONS SUR L'UTILISATION DU MINI- ORDINATEUR VAX 11/750.

IV-1/ Introduction

IV-2/ Quelques touches utiles du clavier (VT102).

IV-3/ Procédure de connection.

IV-4/ Introduction des Deux premiers fichiers.

IV-5/ Introduction de programmes ou de données.

IV-6/-Sauvegarde d'un fichier.

7/- EXECUTION D'UN PROGRAMME

*-Compilation, liaison entre les programmes (LINK) execution.

V/ APPLICATION A L'INFORMATIQUE (PROGRAMMATION)

المدرسة الوطنية المتعددة التقنيات
المكتبة - BIBLIOTHEQUE
Ecole Nationale Polytechnique

V-1/ Introduction.

V-2/ Analyse hyperstatique d'ossatures cadre en deux dimensions.

V-3/ PARTICULARITES.

V-3-1/ Résolution du système d'équations lineaires.

-2/ Degre de liberte

-3/ Simulation des supports par des ressorts.

-4/ Joints.

V-4/ Principe d'utilisation et presentation du programme.

V-4-1/ presentation du programme.

V-4-2/ definition des variables.

-3/ Algorithmes.

-4/ Creation du fichier de donnees.

V-4-5/ Description des sousroutines.

- 1 * Subroutine LECCAD
- 2 * Subroutine VARIAB
- 3 * —" — ECRIT
- 4 * —" — ELECAD (XJ, XI, YJ, YI, E, A, XIZ, ICODE).
- 5 * —" — ASSEMV (J1, J2)
- 6 * —" — RIGMAX
- 7 * —" — SUPCAD
- 8 * —" — DBANDE
- 9 * —" — CHARGE (NOC).
- 10 * —" — MEMCHA.
 - UNIFIC (KWC)
 - SOMPP (TETA, XLONG, K).
 - PONFIC (KPC)
 - MOMFIC (KMC).
- 11 * Subroutine SBANDE
- 12 * —" — DEPLAC
- 13 * —" — FORCAD
- 14 * —" — REACAD

V-5/ Organigramme du programme principal.

VI/ EXEMPLES D'APPLICATIONS :

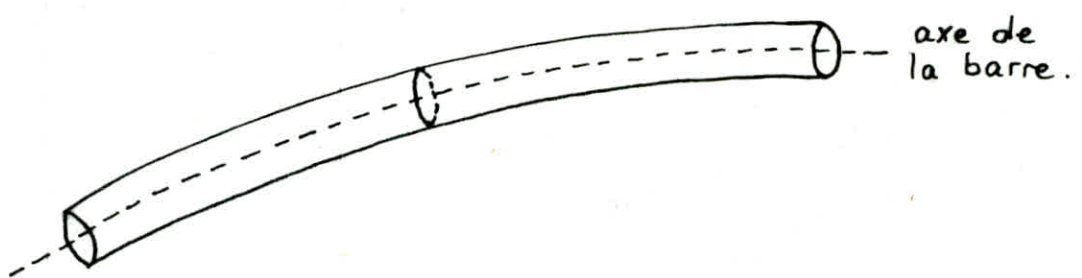
VII / QUELQUES NOTIONS SUR LE CALCUL DYNAMIQUE .

I/ NOTIONS DE BASE POUR LE CALCUL DES STRUCTURES.

I-1/ NOTIONS PHYSIQUES ET GEOMETRIQUES SUR LES BARRES:

Une barre ou une poutre est un solide dont l'une des dimensions est bien plus grande que les deux autres d'au moins 5 fois. cette direction privilégiée sera prise comme l'axe de la barre.

Cet axe appelé également fibre neutre est défini à partir de la ligne des Centres de gravité pris en chaque section droite de la barre.



nous avons également besoin de connaître en tout point de l'axe de la barre la section et les inerties, c'est-à-dire la géométrie de notre poutre.

Si la section est simple à connaître, le calcul des inerties est souvent plus compliqué. il est de plus nécessaire de se placer dans les axes principaux d'inertie ce qui pour des sections complexes n'est pas toujours facile.

dans notre cas on se limite à des barres à sections constantes et inertie constante le long de la barre donc

dans la suite du problème nous considérons toujours que nous sommes placés dans les axes principaux d'inertie, ces axes étant les directions privilégiées de déformation, car une force appliquée dans cette direction entraîne une flèche dans cette même direction. Comme nous nous plaçons dans le plan, nous ne ferons référence qu'à une inertie notée I . Néanmoins il est nécessaire de savoir quelle inertie est utilisée, ce qui dépend de la position de la poutre dans l'espace.

- Nous devons connaître aussi le matériau constitutif de la poutre :
- Béton
 - Acier
 - Bois

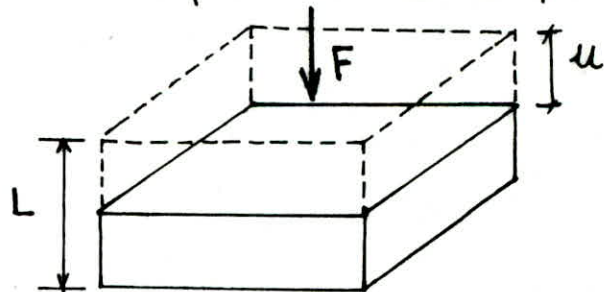
c'est-à-dire le matériau de notre barre.

le matériau est caractérisé par son module d'élasticité ou module d'YOUNG. il est noté E et défini de la façon suivante

MODULE D'YOUNG :

Si on applique une force F sur une poutre de longueur L et de section S on obtient un déplacement u tel que :

$$u = \frac{F \cdot L}{E \cdot S}$$



On remarque que le déplacement u est inversement proportionnel à E c.à dire que plus E est grand, u est faible.

Exemple:

$E(\text{caoutchouc}) \ll E(\text{acier})$ car le déplacement du caoutchouc sous une force F est très grand par rapport au déplacement de l'acier sous la même force F .

E est donc une caractéristique du matériau et est indépendante de la géométrie de la poutre. il s'exprime en Unité de force par Unité de surface, ce qui est analogue à une pression.

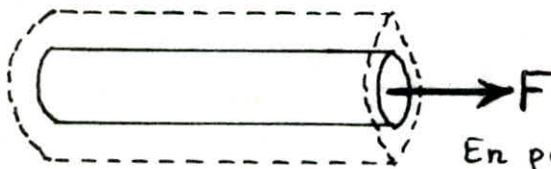
$$E(\text{acier}) = 210 \times 10^3 \text{ MPa} = 21 \times 10^3 \text{ KN/cm}^2.$$

D'autres quantités sont également associées au matériau par exemple le coefficient de POISSON noté ν .

COEFFICIENT DE POISSON:

il caractérise la faculté de Compressibilité d'un matériau.

Soit un cylindre soumis à une force F . la variation de volume de l'élément sera :



$$\frac{\Delta V}{V} = (1 - 2\nu) \frac{F}{ES}$$

En pointillé le cylindre à l'état initial.

Pour un liquide incompressible (variation de volume nulle $\frac{\Delta V}{V} = 0$) alors : $\nu = 0,5$

pour l'acier on trouve : $\nu = 0,3$

ν est donc un coefficient sans dimensions compris entre 0 et 0,5.

I-2 / DEFINITION DES STRUCTURES

NOEUD ~ BARRE ~ APPUIS ~ CHARGES.

* Comment schématiser un système de poutres afin de le calculer ?

Une structure plane se compose d'un ensemble de barres (ou poutres). Pour repérer le début et la fin de ces barres on est amené à définir DES NOEUDS. La structure est liée avec le milieu extérieur, sol, fondations, infrastructure etc... ; il est donc nécessaire de définir ces liaisons, c'est le rôle DES APPUIS. De même nous aurons à préciser les liaisons internes, encastrement ou articulation de barre l'une par rapport à l'autre. Enfin nous préciserons les différentes CHARGES qui sont appliquées à la structure pour calculer les efforts dans les barres, les réactions des appuis et les déplacements des Noeuds.

* LE NOEUD :

c'est un point particulier du plan, en lequel concourent deux ou plusieurs barres : ce sera au noeud que nous calculerons les déplacements de la structure. Les liaisons avec le milieu extérieur se feront par l'intermédiaire des noeuds. Enfin ces noeuds seront définis par leur coordonnées X et Y dans le plan.

* LA BARRE :

la barre représente la matière de la structure ; elle est

délimitée par deux Noeuds : l'origine (ou début) et l'extrémité (ou fin), qui représentent la position du début et de la fin de la fibre neutre de notre barre.

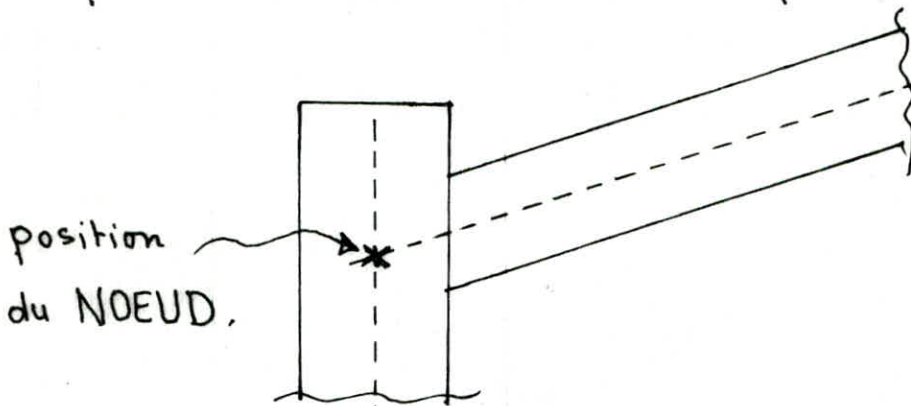
Nous considérerons par la suite que notre poutre est droite et de dimensions constantes (ainsi section et inertie sont constantes et la fibre neutre est droite).

les différents efforts calculés seront exprimés au point de la fibre neutre, c'est-à-dire au centre de gravité de la section. Enfin nous considérerons que l'un des axes principaux est dans le plan de la structure.

* Nous aurons donc besoin de connaître pour chaque barre son noeud début, son noeud fin, sa section et son inertie ainsi que le matériau utilisé.

Remarque:

Si dans un système de barres on a cherché - ment des extrémités comme l'indique la figure, alors la position du Noeud est celle indiquée sur le schéma.



* la description géométrique de la structure se fait donc en donnant les coordonnées des noeuds et en définissant

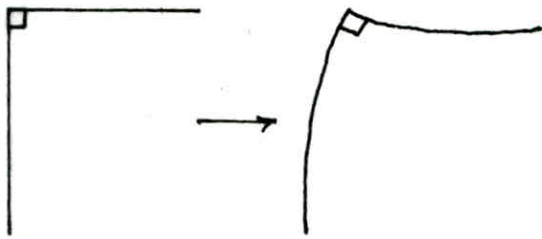
les différentes barres reliant ces noeuds.

LES LIAISONS :

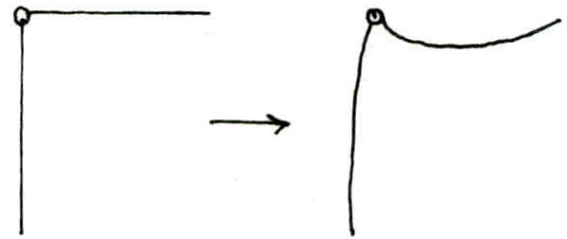
il est nécessaire de préciser les conditions de liaisons soit intérieures soit extérieures.

Pour les liaisons intérieures nous considèrerons par défaut que entre deux barres, il existe un encastrement, ce qui entraîne une transmission intégrale des efforts et des déplacements. Ainsi l'angle entre les barres est conservé pendant la déformation.

* LIAISONS INTERIEURES *



déformation d'un encastrement.



déformation d'une articulation.

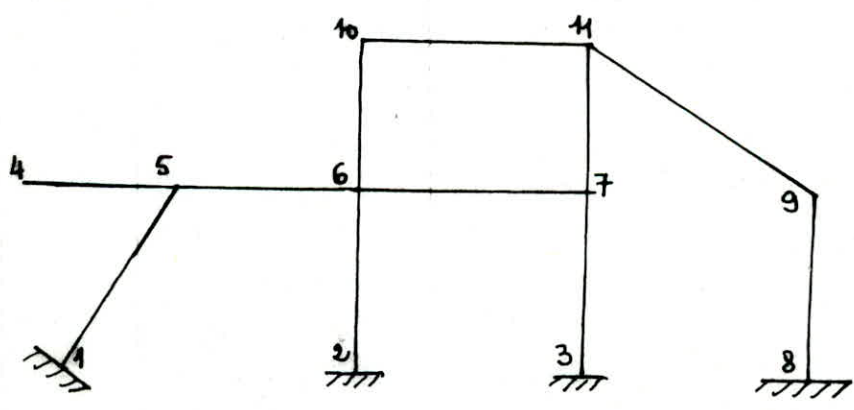
les encastrement ne représentent pas toujours la réalité et il arrive souvent que nous ayons des articulations entre deux ou plusieurs barres. Dans ce cas, au niveau de l'articulation, le moment est nul et il n'y a pas de transmission du moment. De plus l'angle entre les barres est modifié par la déformation pas comme pour les encastrements où l'angle est conservé après déformation.

* les liaisons Extérieures :

les liaisons avec l'extérieur intéressent les noeuds.

- On considère que le noeud est LIBRE s'il est non lié à l'extérieur ou non appui.
- Une liaison avec l'extérieur entraîne une Transmission d'efforts au niveau du noeud repris par un élément extérieur à la structure : par exemple le sol, un massif béton, une infrastructure etc... Ces noeuds Transmettent des efforts au milieu extérieur sont appelés noeuds APPUIS (Noeuds SUPPORTS)

Si le noeud Support transmet intégralement les efforts au milieu extérieur alors c'est un encastrement. Si par contre il ne Transmet pas de moment, ce sera une articulation.



* Noeuds Appuis : 1, 2, 3, 8 (Supports)

* Noeuds Libres : 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11.

Si le déplacement du noeud est possible alors la force Transmise au milieu extérieur est nulle et si le déplacement du noeud est impossible (cas d'appuis) alors il ya Transmission d'efforts.

* LES CHARGES :

il est nécessaire à l'utilisateur de décrire les différentes forces qui s'appliquent à la structure, ces forces pouvant provenir de diverses origines : poids propre de l'ouvrage, charges climatiques (Vent, Neige), charges d'exploitations, etc...

Une superposition des différents cas de charges (ou combinaison) pouvant ensuite être faite pour trouver les efforts sous un cas complexe. Ces charges pourront être de divers types :

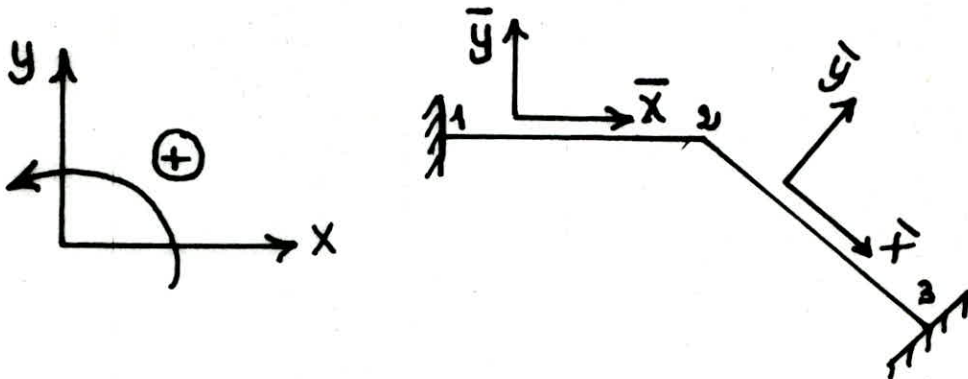
Soit des charges ponctuelles sur les noeuds, ou sur les membrures. Soit réparties sur les barres.

le programme peut faire toutes les combinaisons qu'on veut et cela en introduisant dans le fichier de données tout les cas de chargement possibles avec les différentes combinaisons possibles (on verra par la suite un exemple concret).

I-3/ REPÈRE LOCAL ~ REPÈRE GLOBAL

la définition de la structure, et celle des efforts dans les barres, nous a conduit à utiliser implicitement deux repères différents :

* le repère global, ou repère de la structure noté x, y sert à définir les coordonnées des noeuds. Dans ce repère seront fournies les réactions des appuis et les déplacements des noeuds selon la convention suivante :



le repère local, ou repère lié à la barre noté \bar{x}, \bar{y} est un repère propre à chaque barre.

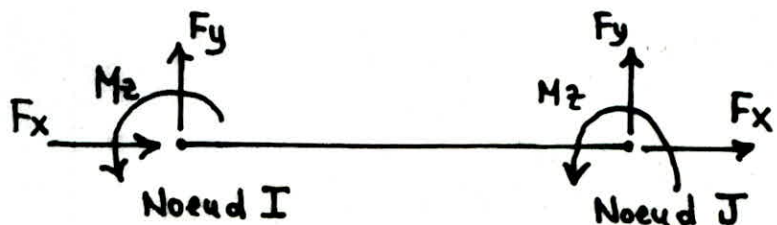
l'axe \bar{x} orienté du noeud début au noeud fin et l'axe \bar{y} directement perpendiculaire à l'axe \bar{x} .

dans le repère local propre à chaque barre seront exprimés les efforts F_x, F_y, M_z selon la convention suivante :

F_x : force axiale

F_y : effort tranchant.

M_z : Moment de flexion.



REMARQUE:

nous verrons plus loin comment relier ces différents repères par une simple rotation.

II - PRESENTATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS.

II-1/

la methode des éléments finis permet de résoudre des problèmes de mécanique des milieux continus en discrétisant le milieu à étudier, c'est-à-dire en le considérant composé d'un grand nombre de petites parties dites éléments finis possédant chacune ses propres fonctions pour décrire contraintes et déformations et dont l'assemblage représente au mieux le milieu réel.

TYPE D'ELEMENTS :

- 1) élément barre: sert à décrire les poutres en treillis et les ossatures à 2 ou 3 dimensions.
- 2) éléments plaques minces chargés dans leur plan.
(éléments triangulaire et quadrilatère)
- 3) éléments volumiques.

ANALYSE GLOBALE :

il existe plusieurs formulations pour construire les équations algébriques de représentation globale par élément finis.

- * methode des Déplacements
- * methode des forces.
- * methodes mixtes.

Dans notre Travail on a utilisé la methode des déplacements

qui présente une plus grande souplesse et une grande simplicité pour l'application des déplacements admissibles.

II-2/ * METHODE MATRICIELLE DES * DEPLACEMENTS .

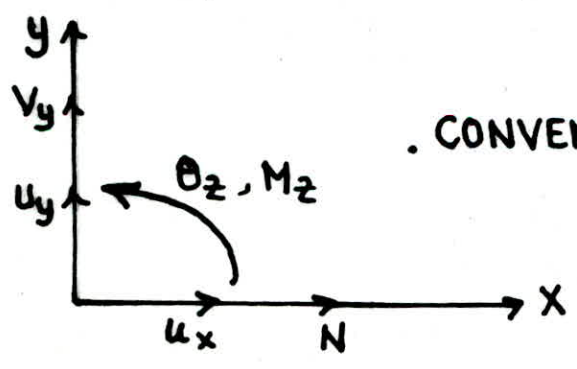
METHODE GENERALE DES DEPLACEMENTS:

Dans la methode des déplacements ou methode de rigidité les déplacements des noeuds sont pris comme inconnus. Pour une structure quelconque, la relation entre les forces aux noeuds et les déplacements des noeuds est telle que:

$$\{P\} = [K] \cdot \{D\} \text{ avec } \{P\} : \text{Vecteur force}$$
$$\{D\} : \text{Vecteur déplacement.}$$

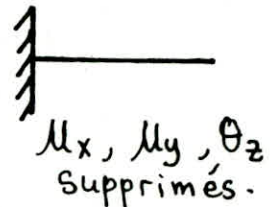
[K] est la matrice de rigidité de la structure.

Les déplacements des Noeuds sont fonctions des degrés de liberté du Noeud considéré. en général, dans l'espace Un Noeud a 6 degrés de liberté selon les 6 efforts qui peuvent exister à chaque noeud (N, Vy, Vz, T, My, Mz). Dans le plan, chaque noeud a 3 degrés de liberté (ux, uy, θz) selon les 3 efforts N, Vy et Mz.



. CONVENTION DE SIGNE .

Dans le cas des appuis, les degrés de liberté sont supprimés dans certaines directions. Ainsi dans le plan, on a les Trois (03) cas Suivants :



En general, une structure comprend des noeuds libres de se déplacer et des noeuds appuis ; ces derniers pouvant garder certains degrés de liberté. Il convient alors de différencier les noeuds libres et les noeuds où les déplacements sont bloqués.

les déplacements peuvent alors se dissocier en deux vecteurs tels que :

$\{D_L\}$ est le vecteur des déplacements libres inconnus.

$\{D_R\}$ est le vecteur des déplacements bloqués ou imposés.

par suite le vecteur force se décompose en :

$\{P_L\}$: vecteur des forces aux noeuds libres.

$\{P_R\}$: vecteur des forces aux noeuds bloqués.

On a alors les relations suivantes :

$$\begin{Bmatrix} P_L \\ P_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LR} \\ K_{RL} & K_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_L \\ D_R \end{Bmatrix}$$

où K_{LL} , K_{LR} , K_{RL} et K_{RR} sont des Sous-matrices.

$\{D_R\}$ connu et des fois nuls  ou 

$$\text{Soit : } \{P_L\} = [K_{LL}]\{D_L\} + [K_{LR}]\{D_R\} \dots \dots \textcircled{1}$$

$$\{P_R\} = [K_{RL}]\{D_L\} + [K_{RR}]\{D_R\} \dots \dots \textcircled{2}$$

Ordinairement les déplacements $\{D_R\}$ sont nuls ou connus et les déplacements $\{D_L\}$ sont inconnus.

On peut écrire :

$$[K_{LL}]\{D_L\} = \{P_L\} - [K_{LR}]\{D_R\}$$

on inverse $[K_{LL}]$ et on aura :

$$\underbrace{[K_{LL}]^{-1}[K_{LL}]}_{\text{I}}$$

||
I (matrice identité)

$$\text{Soit : } \{D_L\} = [K_{LL}]^{-1} [\{P_L\} - [K_{LR}]\{D_R\}].$$

Si les forces nodales sont connues, on trouve alors la valeur des déplacements libres.

On obtient ensuite les valeurs des réactions en portant les valeurs de $\{D_L\}$ dans l'équation $\textcircled{2}$.

Les matrices de rigidité de structures complexes ayant de grandes dimensions, il y a intérêt dans le calcul par ordinateur à réduire la dimension de ces matrices.

Une procédure souvent utilisée est d'essayer de former des matrices BANDES avec une largeur de bande la plus étroite possible.

On emploie alors la procédure suivante :

- On utilise l'équation générale : $\{P\} = [K] \cdot \{D\}$.
- On écrit que tous les déplacements sont libres et on affecte une rigidité très grande lorsque les déplacements sont bloqués. D'une manière exacte, tous les appuis deviennent des appuis élastiques ayant une très grande rigidité.
- On numérote les noeuds et les membrures de la structure de façon à obtenir une matrice bande la plus étroite possible.
- On inverse la matrice bande pour obtenir les déplacements : $\{D\} = [K]^{-1} \{P\}$.

L'inversion d'une matrice bande demande beaucoup moins d'espace mémoire dans l'ordinateur qu'une matrice quelconque.

Cette procédure ne fait pas de distinction entre noeuds libres et noeuds aux appuis, ni entre forces aux noeuds et forces aux appuis.

La méthode des déplacements nécessite la connaissance de la matrice de rigidité globale de la structure. Nous allons montrer dans les paragraphes suivants comment on calcule cette matrice.

* MATRICES DE RIGIDITE LOCALES *

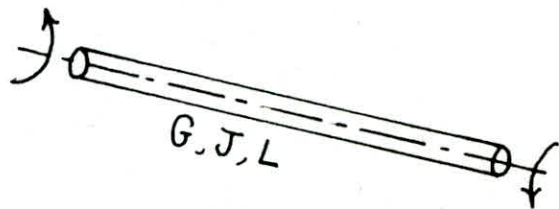
les matrices de rigidité locales de membrures en tension torsion, cisaillement et flexion ont été calculées avec le théorème du Travail virtuel.

BARRES DE TREILLIS: $\{F\} = [K] \{D\}$.

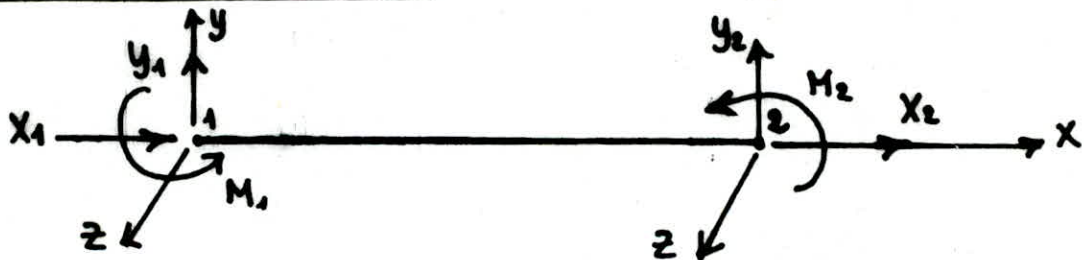
$$[K] = \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \leftarrow N \xrightarrow{A, E, L} N \rightarrow$$

BARRES EN TORSION:

$$[K] = \frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

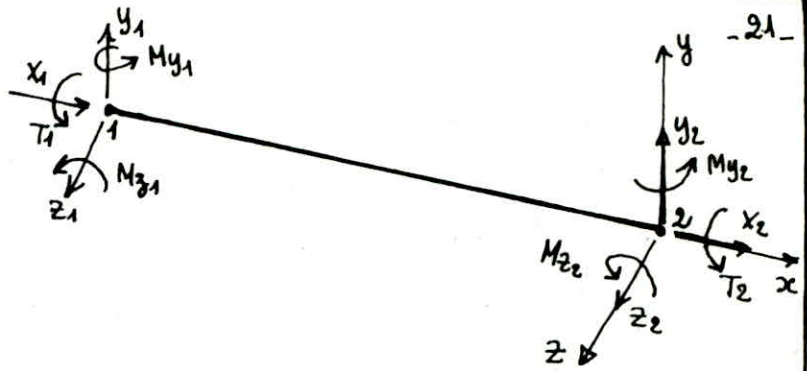


POUTRE DANS LE PLAN:



$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ y_1 \\ M_1 \\ X_2 \\ y_2 \\ M_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} AE/L & 0 & 0 & -AE/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -AE/L & 0 & 0 & AE/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \theta_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix}$$

Poutre dans l'espace :

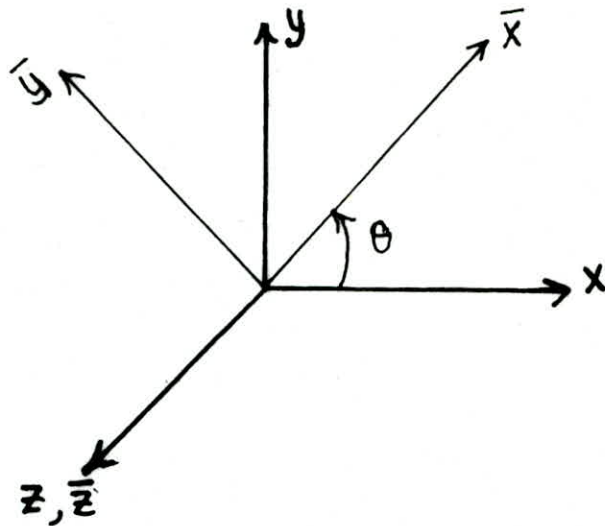


$$\begin{bmatrix}
 x_1 \\
 y_1 \\
 z_1 \\
 T_1 \\
 M_{y_1} \\
 M_{z_1} \\
 x_2 \\
 y_2 \\
 z_2 \\
 T_2 \\
 M_{y_2} \\
 M_{z_2}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 u_1 \\
 v_1 \\
 w_1 \\
 \phi_1 \\
 \theta_y^1 \\
 \theta_z^1 \\
 u_2 \\
 v_2 \\
 w_2 \\
 \phi_2 \\
 \theta_y^2 \\
 \theta_z^2
 \end{bmatrix}$$

SYMETRIQUE

Lorsque ces éléments font partie d'une structure, le système de coordonnées global de la structure n'est pas nécessairement le même que les systèmes de coordonnées locaux. Pour obtenir la matrice de rigidité globale, il faut alors combiner les matrices de rigidité locales en tenant compte des orientations des membrures.

MATRICE DE ROTATION PLANE :



Pour un vecteur ayant les coordonnées \bar{x} , \bar{y} et \bar{z} dans le système d'axes local x , y et z dans le système d'axe global, on a les relations suivantes:

$$\begin{cases} \bar{x} = x \cos \theta + y \sin \theta \\ \bar{y} = -x \sin \theta + y \cos \theta \\ \bar{z} = z \end{cases}$$

$$\text{Soit } \begin{Bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ \bar{z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

On pose : $\lambda = \cos \theta$ et $\mu = \sin \theta$.

on a la matrice de rotation plane:

$$[R] = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

MATRICE DE RIGIDITE DANS DES AXES GLOBAUX *

Connaissant la matrice de rigidité d'une membrure dans des axes locaux reliés à la membrure ($[\bar{K}]$), il s'agit de déterminer la matrice de rigidité de la membrure dans les axes globaux reliés à la structure ($[K]$).

$$\text{écrivons : } \{\bar{P}\} = [\bar{K}] \{\bar{D}\}.$$

$$\text{avec } \{\bar{P}\} = [R] \{P\} \text{ et } \{\bar{D}\} = [R] \{D\}.$$

$$\text{il vient : } [R] \{P\} = [\bar{K}] [R] \{D\}$$

$$\text{Soit : } \{P\} = \underbrace{[R]^{-1} [\bar{K}] [R]} \{D\}$$

$$\text{Donc : } [K] = [R]^{-1} [\bar{K}] [R]$$

* MATRICE DE RIGIDITE GLOBALE D'UNE POUTRE :

La matrice de rigidité locale $[\bar{K}]$ a été vu précédemment la matrice de rotation obtenue en projetant les efforts $\bar{x}, \bar{y}, \bar{M}_1, \bar{x}_2, \bar{y}_2$ et \bar{M}_2 sur les axes globaux est $[R]$ telle que:

$$\begin{Bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{y}_1 \\ \bar{M}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \bar{y}_2 \\ \bar{M}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ M_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ M_2 \end{Bmatrix}$$

la matrice de rigidité globale est obtenue avec :

$$[K] = [R]^{-1} [\bar{K}] [R].$$

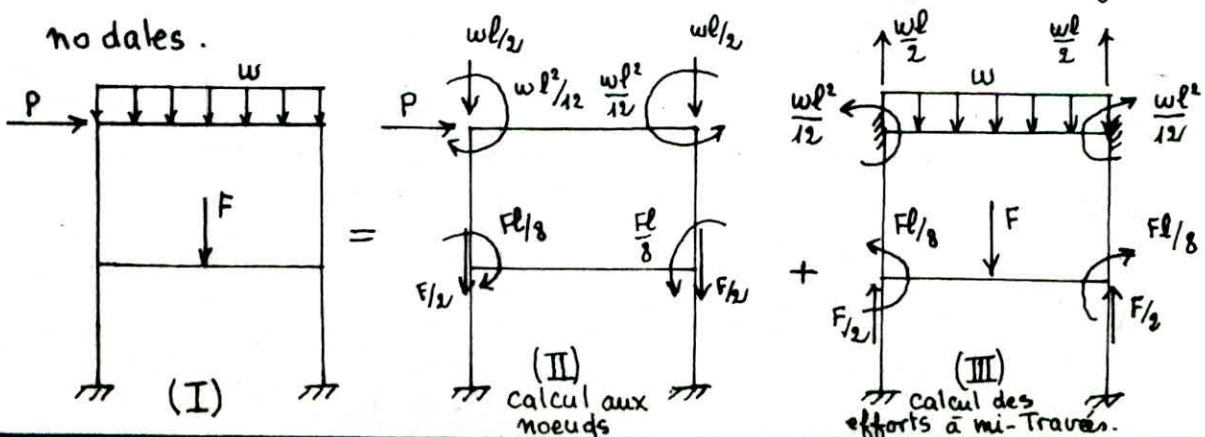
avec $a = \frac{AE}{L}$; $b = \frac{12EI}{L^3}$; $c = \frac{6EI}{L^2}$ et $d = \frac{2EI}{L}$.

On obtient la matrice suivante :

$$[K] = \begin{bmatrix} \lambda^2 a + \mu^2 b & \lambda \mu a - \lambda \mu b & -\mu c & -\lambda^2 a - \mu^2 b & -\lambda \mu a + \lambda \mu b & -\mu c \\ \lambda \mu a - \lambda \mu b & \mu^2 a + \lambda^2 b & \lambda c & -\lambda \mu a + \lambda \mu b & -\mu^2 a - \lambda^2 b & \lambda c \\ -\mu c & \lambda c & 2d & \mu c & -\lambda c & d \\ -\lambda^2 a - \mu^2 b & -\lambda \mu a + \lambda \mu b & \mu c & \lambda^2 a + \mu^2 b & \lambda \mu a - \lambda \mu b & \mu c \\ -\lambda \mu a + \lambda \mu b & -\mu^2 a - \lambda^2 b & -\lambda c & \lambda \mu a - \lambda \mu b & \mu^2 a + \lambda^2 b & -\lambda c \\ -\mu c & \lambda c & d & \mu c & -\lambda c & 2d \end{bmatrix}$$

TRANSFORMATION DES CHARGEMENTS EN FORCES NODALES :

La relation $\{P\} = [K] \{D\}$ n'est valable que pour des forces aux noeuds, une charge répartie ou une charge concentrée en dehors des noeuds doit donc être décomposée en forces nodales.



la structure (I) est la superposition des cas (II) et (III).

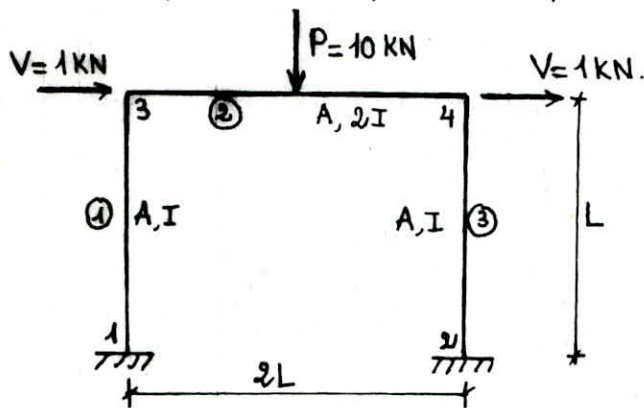
pour la structure (II), toutes les forces sont aux noeuds avec des valeurs opposées à celle des réactions et moment d'encastrement. les moments sont positifs lorsqu'ils tournent dans le sens trigonométrique et les réactions sont positives dans le sens positif des axes de coordonnées.

Dans la structure (III), l'analyse revient à considérer des poutres chargées encastrees à leur deux extrémités. cette analyse n'est nécessaire que si l'on veut calculer les efforts et les contraintes en dehors des noeuds.

III * EXEMPLE D'APPLICATION :

Avant d'étudier le programme informatique illustrant cette méthode de calcul des structures par les matrices de rigidité, nous allons réaliser manuellement un calcul par cette méthode sur une structure simple.

Nous prendrons pour exemple le portique suivant :



* LES DONNEES *

moment d'inertie :

$$I = 8 \times 10^3 \text{ cm}^4 = 8 \times 10^7 \text{ mm}^4$$

Section des barres :

$$A = 100 \text{ cm}^2 = 10^4 \text{ mm}^2$$

module d'élasticité :

$$E = 20 \times 10^3 \frac{\text{KN}}{\text{cm}^2} = 200 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$L = 4 \text{ m} = 400 \text{ cm}$$

Remarque :

ce même portique sera calculé en utilisant le programme et on fera une comparaison.

Calcul des termes de la matrice de rigidité :

$$AL^2 = 100 \times 400^2 = 16 \times 10^6 \text{ cm}^4.$$

$$a = \frac{EA}{L} = \frac{20 \times 10^3 \times 100}{400} = 5 \times 10^3 \text{ KN/cm}.$$

$$\frac{EA}{2L} = 2,5 \times 10^3 \text{ KN/cm}.$$

$$b = \frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 20 \times 10^3 \times 8000}{(400)^3} = 30 \text{ KN/cm}.$$

$$\frac{3EI}{L^3} = \frac{1}{4} \left(\frac{12EI}{L^3} \right) = 7,5 \text{ KN/cm}.$$

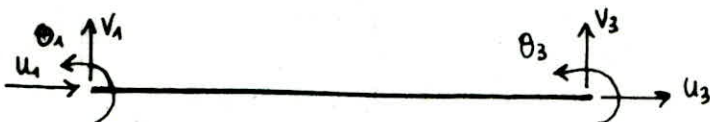
$$c = \frac{6EI}{L^2} = \frac{6 \times 20 \times 10^3 \times 8000}{(400)^2} = 6 \times 10^3 \text{ KN}.$$

$$\frac{3EI}{L^2} = 3 \times 10^3 \text{ KN}.$$

$$d = \frac{2EI}{L} = \frac{2 \times 20 \times 10^3 \times 8000}{400} = 0,8 \times 10^6 \text{ KN.cm}.$$

MATRICES DE RIGIDITE DES BARRES :

$$[K_{\text{O}}] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} u_1 & v_1 & \theta_1 & u_3 & v_3 & \theta_3 \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccc} 30 & 0 & -6000 & -30 & 0 & -6000 \\ 0 & 5000 & 0 & 0 & -5000 & 0 \\ -6000 & 0 & 1600000 & 6000 & 0 & 800000 \\ \hline -30 & 0 & 6000 & 30 & 0 & 6000 \\ 0 & -5000 & 0 & 0 & 5000 & 0 \\ -6000 & 0 & 800000 & 6000 & 0 & 1600000 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} K_{11} & K_{13} \\ \hline K_{31} & K_{33} \end{array} \right]$$



$$[K_{\text{②}}] = \begin{bmatrix} u_3 & v_3 & \theta_3 & u_4 & v_4 & \theta_4 \\ 2500 & 0 & 0 & -2500 & 0 & 0 \\ 0 & 7,5 & 3000 & 0 & -7,5 & 3000 \\ 0 & 3000 & 1600000 & 0 & -3000 & 800000 \\ \hline -2500 & 0 & 0 & 2500 & 0 & 0 \\ 0 & -7,5 & -3000 & 0 & 7,5 & -3000 \\ 0 & 3000 & 800000 & 0 & -3000 & 1600000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{33} & K_{34} \\ K_{43} & K_{44} \end{bmatrix}$$

$$[K_{\text{③}}] = [K_{\text{①}}] = \begin{bmatrix} K_{22} & K_{24} \\ K_{42} & K_{44} \end{bmatrix}$$

la matrice de rigidité globale de la structure est :

$$[K] = \begin{matrix} & \text{noeud 1} & & \text{2} & & \text{3} & & \text{4} & & & & \\ & u_1 & v_1 & \theta_1 & u_2 & v_2 & \theta_2 & u_3 & v_3 & \theta_3 & u_4 & v_4 & \theta_4 \\ \text{①} & 30 & 0 & -6000 & . & . & . & -30 & 0 & -6000 & . & . & . \\ & 0 & 5000 & 0 & . & . & . & 0 & -5000 & 0 & . & . & . \\ & -6000 & 0 & 1600000 & . & . & . & 6000 & 0 & 800000 & . & . & . \\ \text{②} & . & . & . & 30 & 0 & -6000 & . & . & . & -30 & 0 & -6000 \\ & . & . & . & 0 & 5000 & 0 & . & . & . & 0 & -5000 & 0 \\ & . & . & . & -6000 & 0 & 1600000 & . & . & . & 6000 & 0 & 800000 \\ \text{portique} & -30 & 0 & 6000 & . & . & . & 2530 & 0 & 6000 & -2500 & 0 & 0 \\ \text{③} & 0 & -5000 & 0 & . & . & . & 0 & 5007,5 & 3000 & 0 & -7,5 & 3000 \\ & -6000 & 0 & 800000 & . & . & . & 6000 & 3000 & 3200000 & 0 & -3000 & 800000 \\ \text{④} & . & . & . & -30 & 0 & 6000 & -2500 & 0 & 0 & 2530 & 0 & 6000 \\ & . & . & . & 0 & -5000 & 0 & 0 & -7,5 & -3000 & 0 & 5007,5 & -3000 \\ & . & . & . & -6000 & 0 & 800000 & 0 & 3000 & 800000 & 6000 & -3000 & 3200000 \end{matrix}$$

il faut noter que pour les membrures ① et ③ :

$$\lambda = \cos \theta = 0 \quad ; \quad \mu = \sin \theta = 1 \quad \text{car } \theta = 90^\circ$$

et pour la membrure ② :

$$\lambda = 1 \quad ; \quad \mu = 0 \quad \text{car } \theta = 0.$$

la matrice de rigidité pour le portique est obtenue par l'addition des sous-matrices :

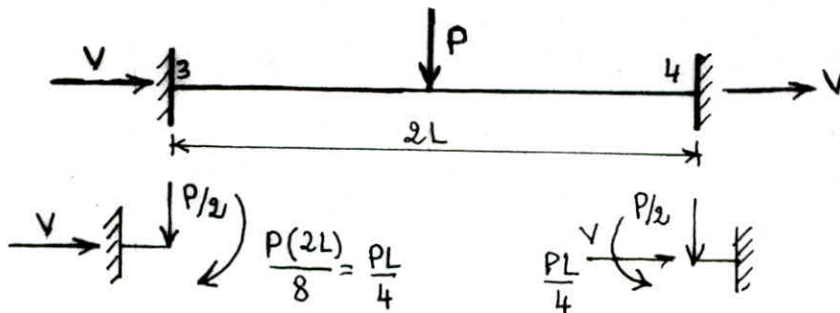
$$[K]_{\text{portique}} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} \\ & & K_{33} & K_{34} \\ & & & K_{44} \end{bmatrix}$$

Symétrique.

N.B / Quand il n'y a pas de membrure entre les noeuds, la sous matrice correspondante est nulle.

par exemple : $K_{12} = K_{14} = K_{23} = 0.$

* TRANSFORMATION DU CHARGEMENT DE LA MEMBRURE ②.



le programme ne calcule que les forces nodales donc il transforme les forces sur les membrures en forces nodales.

la convention de signe est :

* Vecteur des forces de la membrure (2) :

$$\{F_{34}\} = \begin{Bmatrix} V \\ -P/2 \\ -Pl/4 \\ V \\ -P/2 \\ Pl/4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -5 \\ -1000 \\ 1 \\ -5 \\ 1000 \end{Bmatrix}$$

* Vecteur des forces de la structure :

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ M_1 \\ X_2 \\ Y_2 \\ M_2 \\ \hline 1 \\ -5 \\ -1000 \\ +1 \\ -5 \\ 1000 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{12} \\ \hline F_{34} \end{Bmatrix}$$

* Vecteur des déplacements :

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \left. \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} 1 \\ \left. \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} 2 \\ \dots \\ u_3 \\ v_3 \\ \theta_3 \\ u_4 \\ v_4 \\ \theta_4 \end{Bmatrix}$$

et si on pose :

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{LL} & K_{LR} \\ \dots & \dots \\ K_{RL} & K_{RR} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{Bmatrix} F_{12} \\ \dots \\ F_{34} \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} 0 \\ \dots \\ u_{34} \end{Bmatrix}$$

on a donc :

$$\{F_{34}\} = [K_{RR}] \cdot \{u_{34}\} \quad \text{d'où le système :}$$

$$1 = 2530 u_3 + 0 + 6000 \theta_3 - 2500 u_4 + 0 + 0$$

$$-5 = 0 + 5007,5 v_3 + 3000 \theta_3 + 0 - 7,5 v_4 + 3000 \theta_4$$

$$-1000 = 6000 u_3 + 3000 v_3 + 3200000 \theta_3 + 0 - 3000 v_4 + 800000 \theta_4$$

$$1 = -2500 u_3 + 0 + 0 + 2530 u_4 + 0 + 6000 \theta_4$$

$$-5 = 0 - 7,5 v_3 - 3000 \theta_3 + 0 + 5007,5 v_4 - 3000 \theta_4$$

$$1000 = 0 + 3000 v_3 + 800000 \theta_3 + 6000 u_4 - 3000 v_4 + 3200000 \theta_4.$$

La solution de ce système d'équations est :

$$u_3 = 4,815 \times 10^{-2} \text{ cm} = 0,48 \text{ mm.}$$

$$v_3 = -9,143 \times 10^{-4} \text{ cm} = -0,009 \text{ mm.}$$

$$\theta_3 = -4,895 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

$$u_4 = 4,716 \times 10^{-2} \text{ cm} = 0,47 \text{ mm.}$$

$$v_4 = -1,086 \times 10^{-3} \text{ cm} = -0,01 \text{ mm.}$$

$$\theta_4 = 3,463 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

D'autre part, on a : $\{F_{12}\} = [K_{LR}] \{u_{34}\}$

soit :

$$X_1 = -30 u_3 - 6000 \theta_3$$

$$Y_1 = -5000 v_3$$

$$M_1 = 6000 u_3 + 800000 \theta_3$$

$$X_2 = -30 u_4 - 6000 \theta_4$$

$$Y_2 = -5000 v_4$$

$$M_2 = 6000 u_4 + 800000 \theta_4$$

ou :

$$X_1 = 1,493 \text{ KN}$$

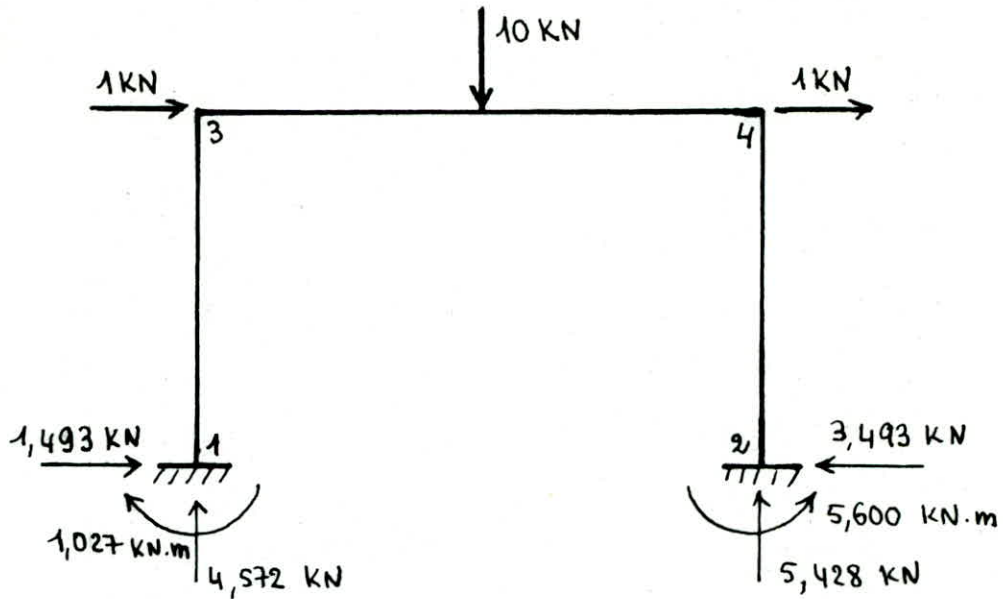
$$Y_1 = 4,572 \text{ KN}$$

$$M_1 = -102,724 \text{ KN.cm} = -1,027 \text{ KN.m}$$

$$X_2 = -3,493 \text{ KN}$$

$$Y_2 = 5,428 \text{ KN}$$

$$M_2 = 559,98 \text{ KN.cm} = 5,600 \text{ KN.m.}$$



Verification:

$$\sum F_x = 1,493 + 1 + 1 - 3,493 = 0,00$$

$$\sum F_y = 4,572 - 10 + 5,428 = 0,00$$

$$\sum M/2 = 1,027 + 4,572 \cdot 8 + 2 \times 1 \times 4 - 10 \times 4 - 5,600 = 0,00$$

IV/ QUELQUES NOTIONS SUR L'UTILISATION DU MINI-ORDINATEUR VAX 11 / 750 *

IV-1/

* pour pouvoir travailler sur le mini-ordinateur VAX, il faut disposer au préalable d'un numéro de compte. Celui-ci est créé par l'homme système à la demande de l'utilisateur.

Ainsi chaque utilisateur sera défini par :

- Son nom : (USERNAME)
- le mot de passe : (PASSWORD).

* pour exécuter des opérations sur le système VAX-VMS, il faut utiliser les instructions du langage DCL. Comme tout langage, il consiste en un vocabulaire et des règles de grammaire.

le vocabulaire est composé de :

- Commande (VERBE)
- paramètre (COMPLEMENT)
- qualificatifs (ADJECTIF QUALIFICATIF)

L'INSTRUCTION NE PEUT ETRE EXECUTEE QUE SOUS LE PROMPT DU DCL. CELUI-CI EST REPRESENTÉ PAR LE SYMBOLE \$.

la syntaxe est la suivante :

\$ commande paramètre / qualificatif.

QUELQUES TOUCHES UTILES DU CLAVIER (VT 102)

RETURN : retour du chariot.

CTRL / Z : permet de sortir de l'éditeur.

TAB : permet de déplacer le curseur d'un certain nombre de colonnes (suivant la tabulation faite par SET-UP)

DELETE : efface le caractère à gauche du curseur.

NO SCROLL : permet d'arrêter ou de faire redémarrer le défilement sur l'écran.

CAPS LOCK : écriture en majuscule ou minuscule.

SHIFT : permet l'utilisation des caractères de dessus des touches.

CTRL / Y : annule l'exécution d'une commande ou du processus.

Remarque :

Quand deux touches sont séparées par / cela signifie qu'il faut appuyer simultanément sur les deux touches.

Exemple : CTRL / Z

PROCEDURE DE CONNEXION :

Quand le terminal est mis en sous tension le voyant "on line" sur la partie supérieure du clavier s'allume.

- taper sur la touche RETURN (plusieurs fois).
USERNAME : (apparait sur l'écran)
- Taper votre nom ensuite appuyer sur RETURN.
PASSWORD : (apparait sur l'écran)
- Taper votre mot de passe ensuite RETURN
le mot de passe est invisible sur l'écran.

Si le USERNAME et le PASSWORD sont corrects , un message d'informations apparait sur l'écran et le Système vous affiche en debut de ligne le prompt du DCL \$ indiquant à l'utilisateur qu'il peut commencer à travailler.

Si non un message d'erreur apparait et l'accès au Système est refusé (user authorization failure).
refaire la procedure de connection en introduisant correctement le NOM et le PASSWORD.

Remarque:

Si vous ne repondez pas tout de suite vous aurez le message suivant :
error reading Command input
time out period expired.

ça veut dire que vous avez dépasser le temps programmé pour introduire le USERNAME et le PASSWORD.

INTRODUCTION DES 2 PREMIERS FICHIERS

après avoir eu le signe \$ en debut de ligne taper la commande :

\$ SET TERM / VT 100 taper RETURN

l'utilisateur doit ensuite introduire 2 fichiers :

- le fichier EDTINI.EDT

\$ ED EDTINI.EDT return ... : le système repond par
Input file does not exist

EOB EOB et * sont donnés par le système.

* C taper C et RETURN

EOB EOB est donné par le système en haut et à gauche de l'écran.
taper alors la ligne suivante:

SET MODE CHANGE → taper CTRL/Z le système
Répond par *

* EXIT return → taper EXIT et appuyer sur RETURN
Vous avez de nouveau la main.

Remarque:

Vous devez creer ces deux fichiers seulement la première fois que vous commencez à travailler ou bien s'ils sont détruits.

- le fichier LOGIN.COM:

\$ ED LOGIN.COM return

EOB EOB apparait en haut de l'écran

taper alors la ligne suivante :

SET TERM / VT100

tapez CTRL/Z le système
vous donne *
tapez EXIT vous avez de
nouveau la main.

* EXIT

\$

INTRODUCTION DE PROGRAMMES OU DE DONNEES .

\$ EDIT nom du fichier . type ; numero de la version

cette commande permet d'afficher le fichier s'il existe ou de le créer dans le cas contraire.

nom - du - fichier : le nom d'un fichier est défini par trois (03) paramètres.

- nom : une chaîne de caractères alphanumériques
(9 au maximum)

- type : (ou Extension) : un mot clé de 03 caractères alphanumériques.

FOR : pour un programme FORTRAN

BAS : pour un programme BASIC

TXT : pour un fichier TEXTE .

DAT : pour un fichier de données .

OBJ : pour un module objet fourni par un compilateur .

EXE : pour un module exécutable , produit par LINK (édition des Liens).

... etc .

- Version : numero generé par le système permettant de differencier deux fichiers de même nom et de même type. ce nombre est incrementé à chaque fois que l'on sort de l'editeur avec CTRL/Z.

Remarque : si la version n'est pas spécifiée, le système prend en compte la version la plus recente.

SAUVEGARDE D'UN FICHIER.

pour sortir de l'editeur de texte on appuye sur CTRL/Z et on aura *.

* EXIT RETURN → permet de sauvegarder le contenu du fichier.

* QUIT RETURN → permet de sortir de l'editeur de texte sans sauvegarder le fichier.

EXECUTION D'UN PROGRAMME :

- COMPILATION DU PROGRAMME (FOR, BAS, ...)

Selon le langage utilise' pour l'écriture du programme on fait appel au compilateur correspondant. Autrement dit :

\$ FOR nom-du-fichier : pour les programmes écrits en FORTRAN.

\$ BAS nom-du-fichier : pour les programmes en BASIC.

le compilateur créé dans le cas favorable (PAS D'ERREURS)

Un fichier de même nom mais de type .OBJ destiné à l'editeur de liens (LINK).

- LIAISON ENTRE LES PROGRAMMES (LINK) :

il assure la mise en forme exécutable d'un programme.

l'appel à l'editeur de liens créé un fichier de type .EXE

qui, lui seul, est exécutable. la commande est:
\$ LINK nom-du-fichier

Exemple: Soit le programme AHSCO.FOR

\$ FOR AHSCO.FOR → crée un module AHSCO.OBJ

\$ LINK AHSCO.OBJ → crée le module AHSCO.EXE

\$ RUN AHSCO.EXE → exécute le programme.

REMARQUE :

si vous voulez faire sortir les résultats sur listing il faut suivre la démarche suivante:

\$ FOR nom-du-programme

\$ LINK nom-du-programme

\$ ASSIGN SORTIE.DAT SYS\$OUTPUT

\$ RUN nom-du-programme

\$ DEASSIGN SYS\$OUTPUT

\$ ED SORTIE.DAT

\$ PRINT SORTIE.DAT

dans notre programme, il y a une instruction qui ouvre un fichier de résultats et vous demande pendant l'exécution du programme de donner un nom pour votre fichier de résultats.

si vous voulez imprimer les résultats nous n'avez qu'à lancer le "PRINT-nom du fichier" et vous aurez vos résultats sur imprimante.

APPLICATION A L'INFORMATIQUE (PROGRAMMATION)

* INTRODUCTION *

le développement, la mise au point et l'application sur Ordinateur de la méthode matricielle des déplacements est l'aboutissement d'un long ^{cheminement} dans l'élaboration des méthodes d'analyse de structures.

On déterminera d'abord les réactions et les efforts dans les membrures des structures isostatiques. Seules, les trois équations d'équilibre dans le plan étaient nécessaires. Des méthodes furent développées par la suite pour l'analyse de structure hyperstatiques simples telle la méthode de

Superposition qui est la méthode la plus générale pour analyser les structures hyperstatiques. elle fait partie des méthodes de forces et s'applique à toute structure (poutre cadre ou treillis), aussi bien pour les effets de charge que pour les effets de variation de température, les tassements des supports et les défauts de fabrication.

Cette méthode peut être résumée comme suit :

- Trouver le degré d'hyperstaticité de la structure.
- Sélectionner une structure isostatique de base (primaire) qui est obtenue à partir de la structure donnée en supprimant les éléments surabondants (appuis ou barres)

et en les remplaçant par des efforts inconnus.

- Dédire les équations de déplacement en exprimant que les déplacements des points d'application des forces inconnus sur la structure primaire sont égaux à ceux des points correspondant de la structure donnée.

L'étude des structures comportant plus d'une dizaine de membrures demeurera très fastidieuse. d'autres méthodes apparurent telle la méthode des trois moments ou la méthode de répartition des moments. leur application ne peut simplifier de façon notable l'analyse des structures de grandes dimensions.

la venue et l'utilisation de l'ordinateur comme outil de Travail révolutionnera ce domaine en apportant deux améliorations très significatives : une précision et une rapidité de l'exécution des calculs. l'analyse hyperstatique des structures de grandes envergures devenait dès lors possibles.

* ANALYSE HYPERSTATIQUE D'OSSATURES CADRE EN DEUX DIMENSIONS :

L'analyse que nous allons faire est Traditionnelle.

- On Calcule la matrice de rigidité locale de chaque élément
- On assemble la matrice de rigidité globale.
- On Calcule les déplacements de chaque noeud pour un vecteur de forces données en tenant compte des supports

- On calcul les efforts axiaux de chaque membrures et les réactions des supports.

* PARTICULARITES:

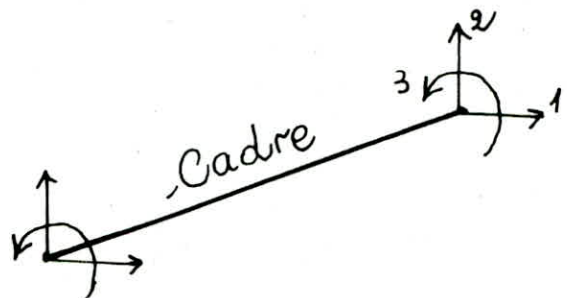
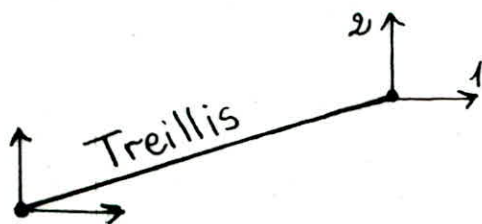
il existe plusieurs façons de construire un programme d'analyse matricielle dont les variantes sont souvent la façon de résoudre les équations linéaires et la manière de simuler les supports.

RESOLUTION DU SYSTEME D'EQUATIONS LINEAIRES:

On adoptera la méthode de résolution de CHOLESKI modifiée pour les matrices bandes. la méthode est plus lente que l'élimination de GAUSS, mais elle présente un avantage certain du point de vue espace mémoire. En effet, la méthode de GAUSS oblige la mise en mémoire de tous les vecteurs de forces à analyser, tandis que la méthode de CHOLESKI analyse un vecteur à la fois et ne requiert que l'espace nécessaire d'un seul vecteur de forces.

DEGRE DE LIBERTE:

Un treillis à deux degré de liberté par noeud, tandis qu'un cadre a Trois degrés de liberté par noeud. Un de plus pour la rotation du noeud.



ce qui implique une matrice de rigidité locale de six degrés de liberté par barre au lieu de quatre comme c'est le cas pour une barre de treillis.

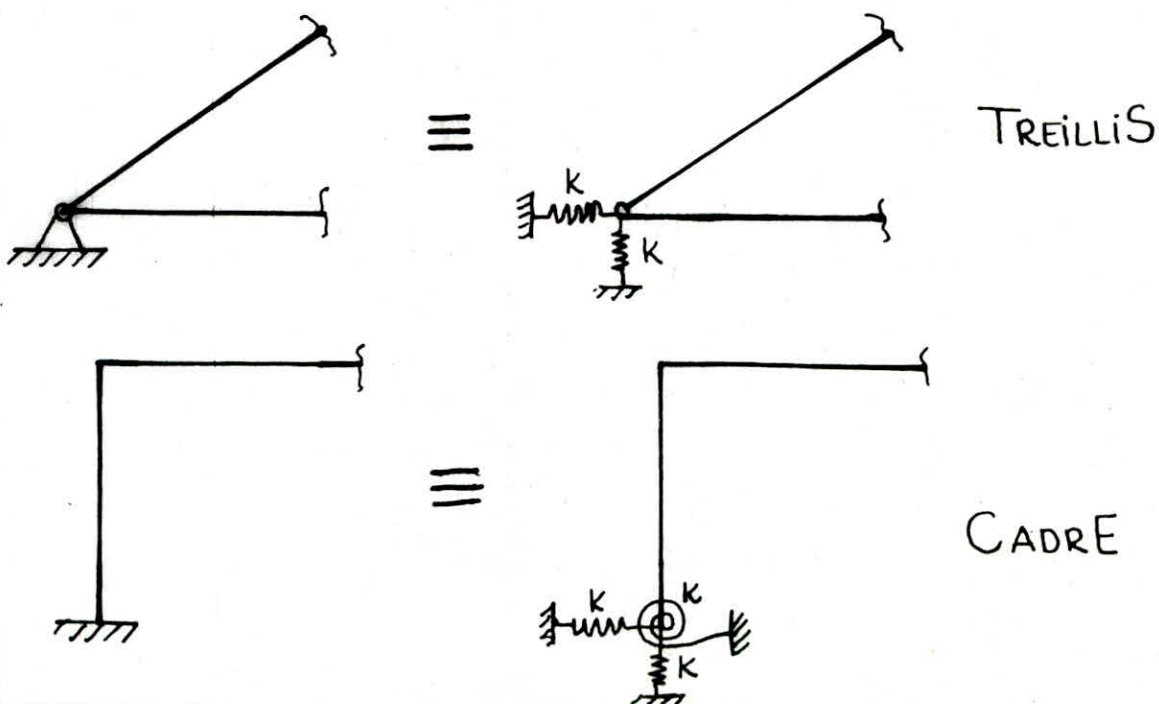
SIMULATION DES SUPPORTS (APPUIS):

la manière choisie pour simuler les appuis rigides est de remplacer l'appui par un ressort très rigide.

Cette technique permet de:

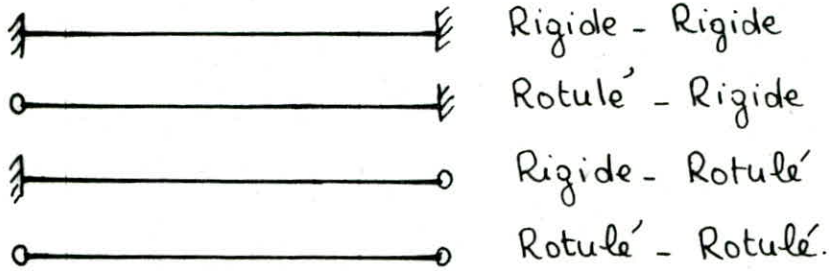
- Calculer les réactions aux appuis.
- Simuler un appui élastique.
- Simuler un appui incliné.
- Simuler les tassements et supports.
- ~~Optimiser la largeur de bande.~~

On tient compte de la possibilité d'un encastrement (degré rotationnel), comme illustré à la figure.

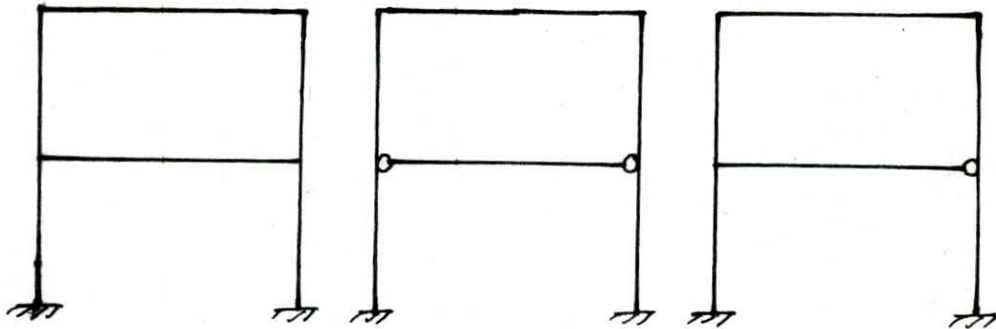


JOINTS :

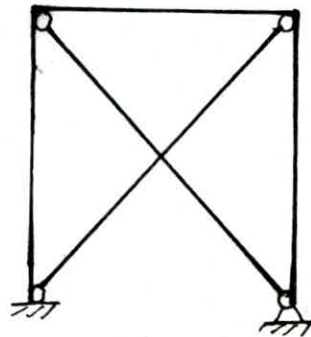
les structures n'ont pas toujours des joints rigide . il faut donc prévoir les différentes situations qui pourraient Survenir , entre autres , les situations suivantes :



EXEMPLES DE STRUCTURES SOUVENT RENCONTREES DANS LES ETUDES.



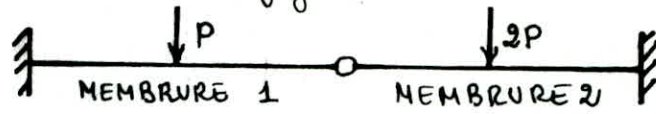
ceci nous amène à construire des Subroutines de telle sorte qu'on puisse avoir les quatres cas de membrures montres à la figure . ce qui fait quatre matrice de rigidité locale différentes .



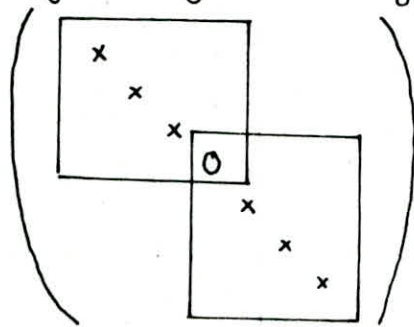
IMPORTANT :

Une des erreurs que l'on fait souvent est de trop relacher certains degrés , ce qui donne une matrice SINGULIERE.

Pour illustrer ce problème courant, nous prendrons l'exemple suivant montré dans la figure suivante.



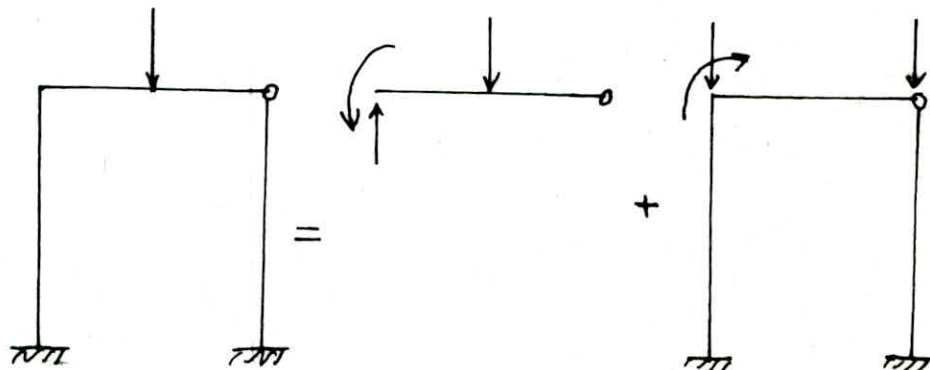
Lors de l'analyse de ce centre de structure, la tentation est forte de spécifier la membrure 1 comme Rigide - Rotulé et la membrure 2 de Rotulé - Rigide. Ceci nous donnera une matrice de rigidité globale singulière à pivot nul.



Une bonne façon d'éviter ce genre d'obstacles est de spécifier la membrure 1 comme rigide - rotulé et la membrure 2 comme rigide - rigide ou vice-versa.

* les membrures pouvant être chargées, le programme Transforme les charges sur les membrures, d'une façon systématique en forces nodales.

exemple:



PRINCIPE D'UTILISATION ET PRESENTATION DU PROGRAMME.

lors de l'exécution du programme, interactivement, celui ci demande à l'utilisateur de lui fournir le nom du fichier de données contenant, dans un ordre bien précis la description géométrique et l'énumération des propriétés physiques de la structure à analyser ainsi que les cas de chargement à étudier. l'exécution du programme se poursuit et les résultats apparaissent dans un ordre prédéterminé. l'OUTPUT (sortie) du programme nous fournit :

- la description et les propriétés de la structure, pour des fins de vérification.
- les résultats proprement dit:
 - le chargement des noeuds.
 - les membrures affectées par la température.
 - les supports affectés par un tassement ou rotation.
 - les charges Uniformes sur les membrures.
 - les charges Concentrées sur les membrures.
 - les moments Concentrés sur les membrures.
 - les déplacements des Noeuds.
 - les efforts dans les membrures (N, T, M)
 - les réactions aux appuis.

DEFINITION DES VARIABLES.

NN : nombre de noeuds

NBR : nombre de membrures.

NMAT: nombre de matériaux différents.

NDL : nombre de degrés de liberté.

$E(i)$: Vecteur contenant les modules d'élasticité.

$CT(i)$: Vecteur contenant les coefficients d'expansion thermique

$SX(i)$: rigidité du support en X.

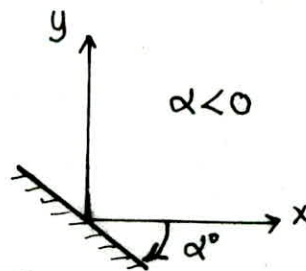
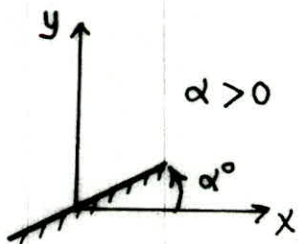
$SY(i)$: rigidité du support en Y.

$SZ(i)$: rigidité du support en Z.

$X(i)$: Coordonnée du i^{eme} noeud en X.

$Y(i)$: Coordonnée du i^{eme} noeud en Y.

$RS(i)$: angle du support par rapport à l'axe des X.



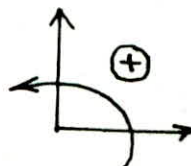
* CONVENTION DE SIGNE *

$DSX(i)$: déplacement du i^{eme} support en X.

$DSY(i)$: déplacement du i^{eme} support en Y.

$DSZ(i)$: Rotation du i^{eme} support en Z.

* CONVENTION DE SIGNE *



IDEBUT (i) : numero du noeud début de la i^{eme} membrure.

JFIN (i) : numero du noeud Fin de la i^{eme} membrure.

IMAT (i) : type de materiau de la i^{eme} membrure.

IMEM (i) : code de la i^{eme} membrure. (Code = 0, 1, 2, 3)

A(i) : aire de la section de la i^{eme} membrure.

DT(i) : difference de Temperature que subit la i^{eme} membrure.

XZ(i) : moment d'inertie de la membrure.

RGK (14500) : Espace reserve' pour la matrice de rigidite' globale.

NCHAR : Nombre de cas de chargement.

NB/ on aura besoin des variables suivantes pour notre programme

NBR, IDEBUT, JFIN, X, Y, E, A, XI, IMEM, NCHAR.

* ALGORITHME :

- 1- lire les donnees decrivant la geometrie, la rigidite' et les Conditions d'appuis.
- 2- Calculer quelques variables utiles a la poursuite du programme.
- 3- Ecrire la description de la structure.
- 4- Calculer la matrice de rigidite' locale de chaque element et faire l'assemblage de la matrice de rigidite' globale.
- 5- Recherche de la rigidite' maximum sur la diagonale pour savoir quelle valeur donner au support rigide.

6. assembler la rigidité des supports.
7. Faire la décomposition de CHOLESKI : $[A] \rightarrow [U]$.
8. Faire lire et écrire les données concernant le i^{eme} cas de chargement.
9. lire et écrire les chargements sur les membrures.
10. Calculer les déplacements pour le i^{eme} cas de chargement.
11. Imprimer les résultats des déplacements des noeuds.
12. Calculer les forces axiales, les efforts Tranchants et les moments d'extrémités. Imprimer les résultats.
13. Calculer les réactions et Imprimer les résultats.
14. Retourner à l'étape (8) pour un autre cas de chargement
15. le programme s'arrête lorsque tous les cas de chargement ont été faits.

* CREATION DU FICHIER DE DONNEES:

pour créer un fichier de données il faut faire la commande suivante:

§ EDIT nom-du-fichier.DAT

avec : nom-du-fichier = chaîne de caractères alphanumérique ne dépassant pas 9 caractères.

Le système répond par :

Input file does not exist

EOB : sera affiché en haut de l'écran à gauche et vous pouvez commencer à introduire les données comme suit :

LECTURE DE DONNEES

X_1, X_2, X_3

X_4, X_5

X_4, X_5

X_1 : nombre de noeuds

X_2 : nombre de membrures

X_3 : nombre de matériaux différents

X_4 : module d'élasticité E .

X_5 : Coefficient d'expansion Thermique

COORDONNEES DES NOEUDS

X_1, X_2, X_3, X_4

X_1, X_2, X_3, X_4

X_1 : Numéro du noeud

X_2 : coordonnées en X

X_3 : coordonnées en Y

X_4 : Code 1 \rightarrow Support (appuis)
Code 0 \rightarrow Libre.

INCIDENCES DES MEMBRURES

X_1, X_2, X_3, X_4

X_1, X_2, X_3, X_4

X_1 : numero de la membrure.

X_2 : numero du début.

X_3 : Noeud de la fin

X_4 : Code de la membrure.

incidence:



$X_4 = 0$ (Rigide - Rigide)



$X_4 = 1$ (Rotule' - Rigide)



$X_4 = 2$ (Rigide - Rotule')



$X_4 = 3$ (Rotule' - Rotule').

ROTATION DES SUPPORTS

X_1

X_2, X_3

X_2, X_3

X_1 : nombre de supports subissant une rotation.

X_2 : Numéro du support.

X_3 : Angle de rotation du support en degré par rapport à l'axe des X.

DEBLOCAGE DES SUPPORTS

 X_1 X_1 : nombre de déblocage X_2 X_3 X_2 : numero du support. X_3 : Code 1 \rightarrow Deblocage en X
Code 2 \rightarrow Deblocage en YCode 3 \rightarrow Deblocage de la rotation X_2 X_3

SUPPORTS ELASTIQUES

 X_1 X_1 : n^{bre} de supports élastiques X_2 : numero du support. X_2 X_3 X_4 X_3 : Code 1 \rightarrow Support élastique en X
Code 2 \rightarrow Support élastique en Y
Code 3 \rightarrow Support élastique en
Rotation. X_2 X_3 X_4 X_4 : Rigidité du ressort.

PROPRIETES DES MEMBRURES

 X_1 X_2 X_3 X_4 X_1 : numero de la membrure X_2 : Aire de la section. X_3 : moment d'inertie X_4 : Code du matériau

(1, 2, 3, 4 ou 5).

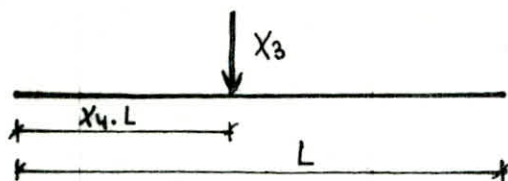
 X_1 X_2 X_3 X_4

NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT

 X_1 X_1 = n^{bre} de cas de chargement.

CHARGEMENT NUMERO 1, 2, 3, ...

 X_1 X_2 X_3 X_4 X_1 : numero du noeud chargé X_2 : Force appliquée au noeud
 X_1 dans la direction X. X_3 : Force appliquée au noeud
dans la direction Y. X_1 X_2 X_3 X_4 X_4 : moment appliqué au
noeud.noter que l'on doit terminer
par quatre zéro.



$$0 < X_4 \leq 1$$

MOMENTS CONCENTRES

X_1

X_1 : nb^{re} de moments concentrés

X_2

X_3

X_4

X_2 : Numero de la membrure.

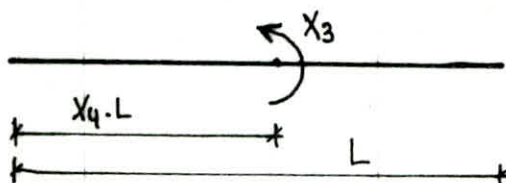
X_3 : Intensité du moment.

X_2

X_3

X_4

X_4 : Position du moment en fraction de "L"



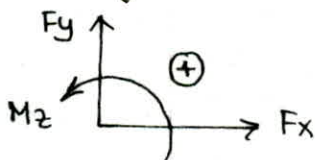
$$0 < X_4 \leq 1$$

REMARQUES:

- On peut utiliser n'importe quelles unités tout en étant consistant.

exple : KN , KN.M , M , KN/M² ; etc...

- le système de référence doit être le suivant:



les forces appliqués vers le haut et vers la droite et les moments appliqués dans le sens trigonométrique seront positifs, et négatifs inversement.

- la numérotation des nœuds de la structure s'effectuera de façon à minimiser la largeur de Bande. Pour cela la différence des numéros des deux nœuds adjacents doit être minimum. On citera à titre d'exemple le cas suivant:

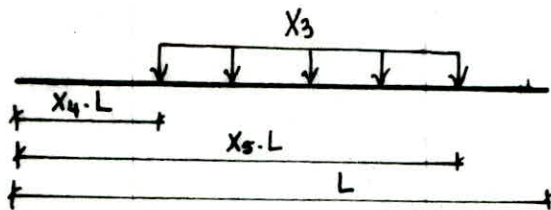
EFFETS DE LA TEMPERATURE

 X_1 X_1 : n^{bre} de membrures affectées par la temperature ΔT . X_2 X_3 X_2 : Numero de la membrure affectée. X_3 : variation de la temperature ΔT en degré °C. X_2 X_3

TASSEMENT DES SUPPORTS

 X_1 X_1 : n^{bre} de supports affectés par un tassement. X_2 X_3 X_4 X_2 : Numero du support (noeud) X_3 : Code 1 \rightarrow tassement en XCode 2 \rightarrow tassement en YCode 3 \rightarrow tassement en Z X_2 X_3 X_4 X_4 : Valeur du tassement.

MEMBRURES CHARGÉES UNIFORMEMENT

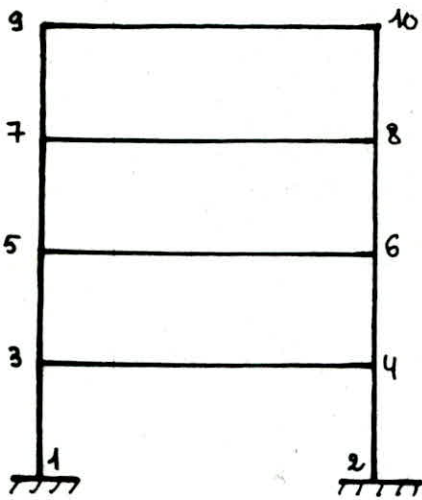
 X_1 X_1 : n^{bre} de membrures chargées Uniformement. X_2 X_3 X_4 X_5 X_2 : Numero de la membrure. X_3 : Intensité de la charge répartie X_4 : Debut de la charge répartie exprimé en fraction de "L" X_5 : Fin de la charge répartie exprimé en fraction de "L".

$$0 \leq X_4 < 1$$

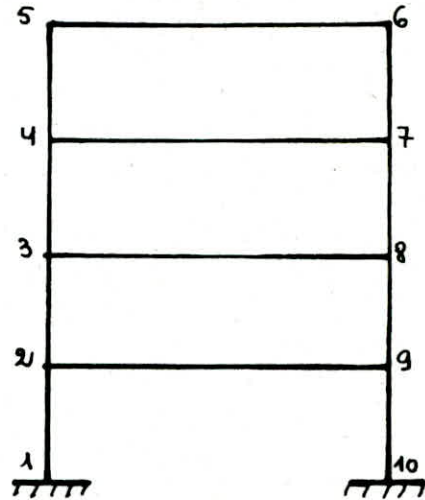
$$0 < X_5 \leq 1$$

CHARGES PONCTUELLES

 X_1 X_1 : n^{bre} de charges ponctuelles X_2 X_3 X_4 X_2 : Numero de la membrure. X_3 : Intensité de la charge ponctuelle X_4 : position de la charge ponctuelle en fraction de "L". X_2 X_3 X_4



Bonne numerotation
(largeur de Bande = 9)



Mauvaise numerotation
(largeur de Bande = 24)

DESCRIPTION DES SUBROUTINES

1) SUBROUTINE LECCAD:

c'est la Subroutine qui fait la lecture des données décrivant la géométrie, la rigidité et les conditions d'appuis de la structure à partir du fichier de données défini précédemment.

le nombre de degré de liberté par noeud est initialisé dans la subroutine "LECCAD" et il est égal à 3. NDL=3

les étapes de lecture sont :

* lecture du nombre de... Noeuds, Membrures et matériaux

elle lit le nombre de noeuds (NN), le nombre de matériaux (NMAT) et le nombre de membrures (NBR) en attribuant à chaque matériaux son module d'élasticité E et son coefficient d'expansion Thermique CT qui sont donnés dans le fichier de données

ensuite elle initialise à 0 les rigidités des supports en X, y et Z.

* Lecture des coordonnées des Noeuds:

elle lit le numero du noeud avec ses coordonnées X et Y et le code attribué au Noeud :

{	Code 1	→ Support (appuis)
	Code 0	→ Libre.

si le code est égal à zero elle passe au noeud suivant mais si le code est égal à 1 elle affecte la valeur -1 aux rigidités suivant X, y et Z.

* Lecture des incidences des membrures:

elle lit le numero de la membrure et celui du noeud de début et du noeud de la fin et ainsi que le code attribué à la membrure.

* Rotation des supports:

elle initialise à 0 la rotation des noeuds ensuite lit à partir du fichier de données le numero de l'appui subissant une rotation et la valeur de l'angle de rotation en degrés par rapport à X.

* Déblocage des appuis:

elle lit le nombre de déblocage ensuite le numero de l'appui subissant le déblocage et le code du déblocage.

Code 1 : déblocage en X

2 : déblocage en Y

3 : déblocage de la rotation.

Si le code = 1 elle affecte à la rigidité du noeud suivant X la valeur 0.0 et si le code = 2 elle affecte à la rigidité du noeud suivant Y la valeur 0.0

si le code=3 alors elle affecte la valeur 0,0 à la rigidité du Support suivant Z.

* SUPPORTS ELASTIQUES :

elle lit le nombre d'appuis élastiques ensuite pour chaque appui élastique elle note son numéro, son code et la valeur de la rigidité du ressort.

- Code 1 → Support élastique en X.
- 2 → Support élastique en Y.
- 3 → Support élastique en Rotation.

si le code=1 elle affecte à la rigidité du support suivant X la valeur de la rigidité du ressort (RK).

Si le code= 2 elle affecte (RK) à la SY (rigidité du noeud suivant Y)

si le code=3 elle affecte (RK) à la SZ (rigidité du noeud en Z)

* Propriétés des membrures :

elle lit le numero de la membrure, l'aire de sa section, son moment d'inertie et le type de materiau constitutif de cette membrure.

* nombre de cas de chargement :

Enfin elle lit le nombre de cas de chargement à étudier.

2) SUBROUTINE VARIAB:

elle initialise à zero la matrice de rigidité R_{GK} et fait le Calcul des constantes utilisés dans le programme telles que :

* la largeur de Bande : NBW

elle calcul pour chaque membrure la valeur absolue de la différence entre le numero du noeud de début et celui du noeud de la fin

$$IMAX = | IDEBUT(I) - JFIN(I) |.$$

Soit IMAXS la valeur maximale des IMAX calculés.

la largeur de Bande NBW est calculée par la formule

Suivante : $NBW = (IMAXS + 1) * NDL$ avec $NDL = 3$.

la notion de largeur de Bande maximale est facilement interprétable au niveau du Calcul des structures. En effet la valeur de NBW est directement liée au maximum de la différence entre les numeros de deux noeuds reliés par une Barre, puisque ceci est lié à la présence d'une matrice extradiagonale non nulle. La numérotation des noeuds de la structure est donc très importante, celle des barres étant elle sans intérêt, importante pour la place en mémoire centrale du problème, pour le temps de calcul et bien sûr pour la précision. pour les très grandes structures il y a des algorithmes qui permettent une numérotation automatique de la structure afin de minimiser la largeur de Bande de la matrice de rigidité.

* le nombre d'équations : N

le nombre d'équations est calculé par la relation :

$$N = NDL * NN \text{ avec } NN = \text{nombre de noeuds.}$$

* Dimension du vecteur Contenant la partie Supérieure de la matrice de rigidité : (ISPACE)

en chaque ligne i et à tout moment de la résolution le terme $(i+NBW)$ sera nul. On peut donc conserver la matrice RKG sous forme d'un tableau de dimension :

$$\text{ISPACE} = N * NBW$$

* Valeur de π : (3,1415...)

$PI = \text{DACOS}(-1.0000)$ avec une double précision.

DACOS : c'est la fonction inverse du Cosinus c'est à dire ArcCos.

3) SUBROUTINE ECRIT :

elle décrit la structure selon les données d'entrées et elle présente les informations sous forme de tableaux afin de pouvoir vérifier les données facilement.

* Informations générales :

Nombre de Noeuds : ...

Nombre de membrures : ...

Nombre de matériaux : ...

Nombre d'équations : ...

Largeur de Bande : ...

* Coordonnées des noeuds :

elle imprime le numéro du noeud, son coordonnée en X , coordonnée en Y , type de noeud (Support ou Libre).

au début elle affecte à tout les noeuds le type "Libre" ensuite elle fait un test sur les rigidités suivant X, Y et Z .

si la rigidite suivant X ou la rigidite suivant Y ou la rigidite en Z est nulle alors elle affecte au noeud le type "support".

Si la rigidite $SX=0.0$, elle imprime Depl.X "PERMIS" et si la rigidite $SX \neq 0.0$ elle imprime Depl.X "BLOQUE".

si la rigidite $SY=0.0$, elle imprime Depl.Y "PERMIS" et si $SY \neq 0.0$ alors elle imprime Depl.Y "BLOQUE".

Si la rigidite du noeud suivant Z: $SZ=0.0$, alors elle imprime ROTAZ "PERMIS" mais si $SZ \neq 0.0$ elle imprime que ROTAZ "BLOQUE" et sur la dernière colonne elle imprime la valeur de l'inclinaison du Support.

* Incidences des membrures:

donne le numero de la membrure, le Noeud de depart avec sa nature (RIGIDE ou ROTULE) et le Noeud de la fin avec sa nature aussi.

au debut elle affecte à toutes les membrures la nature (RIGIDE-RIGIDE) ensuite elle teste le code attribue à la membrure. (IMEM(I)):

Si $IMEM(I) = 1$ elle affecte au Noeud debut la nature "ROTULE" et si $IMEM(I) = 2$ elle affecte au Noeud fin "ROTULE"

si $IMEM(I) = 3$ elle affecte au noeud debut "ROTULE" et

si $IMEM(I) = 3$ elle affecte au noeud fin "ROTULE".

* Caractéristiques des supports élastiques:

elle donne le N° du noeud, Sa rigidite en X, Sa rigidite en Y et Sa rigidite en Z.

avant d'imprimer les renseignements sur les rigidités des supports elle fait une série de tests sur les rigidités SX , SY et SZ . Si la rigidité suivant X (SX), la rigidité SY et la rigidité SZ sont inférieures ou égales à zéro (\emptyset) alors elle n'imprime rien sur ce noeud et elle passe au noeud suivant.

Si $SX(I)$, $SY(I)$ et $SZ(I)$ sont supérieures à zéro (\emptyset) alors elle imprime I (numero du noeud), $SX(I)$ rigidité en X du noeud (I), $SY(I)$ rigidité en Y et $SZ(I)$ rigidité en Z du noeud (I).

si $SX(I) > 0$, $SY(I) \leq 0$ et $SZ(I) \leq 0$ alors elle n'imprime que I (numero du noeud) et $SX(I)$ rigidité en X du noeud (I).

Si $SX(I) \leq 0$, $SY(I) > 0$ et $SZ(I) \leq 0$ alors elle n'imprime que la valeur (I) et $SY(I)$.

si $SX(I) \leq 0$, $SY(I) \leq 0$ et $SZ(I) > 0$ alors elle imprime (I) et $SZ(I)$

si $SX(I) > 0$, $SY > 0$ et $SZ(I) \leq 0$, elle imprime I , $SX(I)$ et $SY(I)$

si $SX(I) \leq 0$, $SY(I) > 0$ et $SZ(I) > 0$, elle imprime I , $SY(I)$ et $SZ(I)$.

si $SX(I) > 0$, $SY(I) \leq 0$ et $SZ(I) > 0$, elle imprime I , $SX(I)$ et $SZ(I)$.

elle fait ces tests pour tout les noeuds.

* PROPRIÉTÉS DES MEMBRURES:

elle imprime le numero de la membrure, l'aire de sa section son moment d'inertie, son module d'élasticité et son coefficient d'expansion thermique. ces valeurs sont lûs à partir du fichier de données.

4) SUBROUTINE ELECAD (XJ, XI, YJ, YI, E, A, XIZ, ICODE):

elle construit la matrice de rigidité locale projetée selon les axes globaux :

$$[RLK]_g = [R]^T [RLK] [R]$$

$[RLK]_g$ = matrice de rigidité locale selon les axes globaux.

$[RLK]$ = matrice de rigidité locale.

$[R]$ = matrice de rotation plane.

$$[R] = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec : $\lambda = \cos \theta$

$\mu = \sin \theta$

et $\theta = \text{Arctg} \left(\frac{YJYI}{XJXI} \right)$.

$YJYI = YJ - YI$

$XJXI = XJ - XI$.

XJ : coordonnée en X du noeud de fin J.

XI : coordonnée en X du noeud de début I.

YJ : coordonnée en Y du noeud de la fin J.

YI : coordonnée en Y du noeud de début I.

E : module d'élasticité de l'élément.

A : Aire de la section de l'élément.

XIZ : moment d'inertie de l'élément.

ICODE : Code de l'élément du Cadre spécifiant les conditions aux frontières.

ELECAD Calcul les termes de la matrice $[RLK]_g$ pour chaque barre.

$$[k] = \begin{bmatrix} \lambda^2 a + \mu^2 b & \lambda \mu a - \lambda \mu b & -\mu c & -\lambda^2 a - \mu^2 b & -\lambda \mu a + \lambda \mu b & -\mu c \\ \lambda \mu a - \lambda \mu b & \mu^2 a + \lambda^2 b & \lambda c & -\lambda \mu a + \lambda \mu b & -\mu^2 a - \lambda^2 b & \lambda c \\ -\mu c & \lambda c & 2d & \mu c & -\lambda c & d \\ -\lambda^2 a - \mu^2 b & -\lambda \mu a + \lambda \mu b & \mu c & \lambda^2 a + \mu^2 b & \lambda \mu a - \lambda \mu b & \mu c \\ -\lambda \mu a + \lambda \mu b & -\mu^2 a - \lambda^2 b & -\lambda c & \lambda \mu a - \lambda \mu b & \mu^2 a + \lambda^2 b & -\lambda c \\ -\mu c & \lambda c & d & \mu c & -\lambda c & 2d \end{bmatrix}$$

avec : $a = \frac{AE}{XLONG}$; $b = \frac{12 \cdot E \cdot XI^2 Z}{(XLONG)^3}$; $c = \frac{6E \cdot XI^2 Z}{(XLONG)^2}$ et $d = \frac{2E \cdot XI^2 Z}{XLONG}$.

on définit au début une matrice $KL(6,6)$ qui va contenir les termes de la matrice de rigidité locale $[RLK]_g$.

les étapes de construction de la matrice $[RLK]_g$ sont les

Suivantes :

Calcul de : $XJXI = XJ - XI$

$YJYI = YJ - YI$

$\theta = \text{Arctg}(YJYI / XJXI)$.

$XLONG = \sqrt{XJXI * XJXI + YJYI * YJYI}$

Remarque : * : multiplication!

$EL = E / XLONG$

$a = EL * A$

$XI^2 ZL = XI^2 Z / XLONG$

$b = 12 * EL * XI^2 ZL / XLONG$

$c = 6 * EL * XI^2 ZL$

$d = 2 * E * XI^2 ZL$.

Calcul de $\sin \theta$ et $\cos \theta$ ensuite on pose :

$$T_1 = a * \cos^2 \theta$$

$$T_2 = b * \sin^2 \theta$$

$$T_3 = a * \sin \theta * \cos \theta$$

$$T_4 = b * \sin \theta * \cos \theta$$

$$T_5 = c * \sin \theta$$


$$T_6 = c * \cos \theta$$

$$T_7 = a * \sin^2 \theta$$

$$T_8 = b * \cos^2 \theta$$

Remarque $\cos \theta = \lambda$
et $\sin \theta = \mu$

après ces calculs préliminaires, on fait des tests sur les conditions d'appuis de la barre qui sont exprimés par un code (ICODE = 0, 1, 2 ou 3)

- Si ICODE = 0 c'est à dire on a :  (Rigide - Rigide)

dans ce cas on pose :

$$X_{11} = T_1 + T_2$$

$$X_{22} = T_7 + T_8$$

$$X_{33} = 2 * d$$

$$X_{44} = X_{11}$$

$$X_{55} = X_{22}$$

$$X_{66} = X_{33}$$

$$X_{12} = T_3 - T_4$$

$$X_{13} = -T_5$$

$$X_{14} = -X_{11}$$

$$X_{15} = -X_{12}$$

$$X_{16} = -T_5$$

$$X_{23} = T_6$$

$$X_{24} = -X_{12}$$

$$X_{25} = -X_{22}$$

$$X_{26} = T_6$$

$$X_{34} = T_5$$

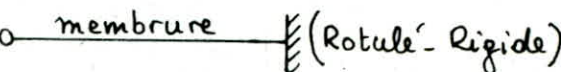
$$X_{45} = X_{12}$$

$$X_{56} = -T_6$$

$$X_{35} = -T_6$$

$$X_{46} = T_5$$

$$X_{36} = d$$

- Si ICODE = 1 c'est à dire on a :  (Rotule - Rigide)

dans ce cas on pose que :

$$X_{11} = T_1 + T_2 / 4$$

$$X_{22} = T_7 + T_8 / 4$$

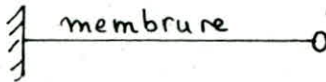
$$X_{33} = 0$$

$$X_{44} = X_{11}$$

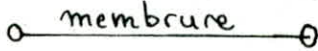
$$X_{55} = X_{22}$$

$$X_{66} = 1.5 * d$$

$X_{12} = T_3 - T_4/4$	$X_{23} = 0$	$X_{34} = 0$	$X_{45} = X_{12}$	$X_{56} = -X_{26}$
$X_{13} = 0$	$X_{24} = -X_{12}$	$X_{35} = 0$		
$X_{14} = -X_{11}$	$X_{25} = -X_{22}$	$X_{36} = 0$	$X_{46} = -X_{16}$	
$X_{15} = -X_{12}$	$X_{26} = T_6/2$			
$X_{16} = -T_5/2$				

- Si $\boxed{\text{ICODE} = 2}$ c.à-dire on a :  (Rigide - Rotulé)
dans ce cas on pose que :

$X_{11} = T_1 + T_2/4$	$X_{14} = -X_{11}$	$X_{34} = -X_{13}$
$X_{22} = T_8 + T_9/4$	$X_{15} = -X_{12}$	$X_{35} = -X_{23}$
$X_{33} = 1.5 * d$	$X_{16} = 0$	$X_{36} = 0$
$X_{44} = X_{11}$	$X_{23} = T_6/2$	$X_{45} = X_{12}$
$X_{55} = X_{22}$	$X_{24} = -X_{12}$	$X_{46} = 0$
$X_{66} = 0$	$X_{25} = -X_{22}$	$X_{56} = 0$
$X_{12} = T_3 - T_4/4$	$X_{26} = 0$	
$X_{13} = -T_5/2$		

- Si $\boxed{\text{ICODE} = 3}$ c.à-dire on a :  (Rotulé - Rotulé)

dans ce cas on pose que :

$X_{11} = T_1$	$X_{14} = -T_1$	$X_{34} = 0$
$X_{22} = T_8$	$X_{15} = -T_3$	$X_{35} = 0$
$X_{33} = 0$	$X_{16} = 0$	$X_{36} = 0$
$X_{44} = T_1$	$X_{23} = 0$	$X_{45} = T_3$
$X_{55} = T_8$	$X_{24} = -T_3$	$X_{46} = 0$
$X_{66} = 0$	$X_{25} = -T_8$	$X_{56} = 0$
$X_{12} = T_3$	$X_{26} = 0$	
$X_{13} = 0$		

Après avoir fait ces calculs on pose :

$KL(1,1) = X_{11}$	$KL(1,4) = X_{14}$	$KL(2,2) = X_{22}$
$KL(1,2) = X_{12}$	$KL(1,5) = X_{15}$	$KL(2,3) = X_{23}$
$KL(1,3) = X_{13}$	$KL(1,6) = X_{16}$	$KL(2,4) = X_{24}$

$$KL(2,5) = X_{25}$$

$$KL(2,6) = X_{26}$$

$$KL(3,3) = X_{33}$$

$$KL(3,4) = X_{34}$$

$$KL(3,5) = X_{35}$$

$$KL(3,6) = X_{36}$$

$$KL(4,4) = X_{44}$$

$$KL(4,5) = X_{45}$$

$$KL(4,6) = X_{46}$$

$$KL(5,5) = X_{55}$$

$$KL(5,6) = X_{56}$$

$$KL(6,6) = X_{66}$$

$$KL(6,6) = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & X_{14} & X_{15} & X_{16} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} & X_{24} & X_{25} & X_{26} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} & X_{34} & X_{35} & X_{36} \\ X_{41} & X_{42} & X_{43} & X_{44} & X_{45} & X_{46} \\ X_{51} & X_{52} & X_{53} & X_{54} & X_{55} & X_{56} \\ X_{61} & X_{62} & X_{63} & X_{64} & X_{65} & X_{66} \end{bmatrix}$$

on a calculé seulement la moitié supérieure et pour la moitié inférieure on a :

$$KL(J, I) = KL(I, J)$$

Cette construction de la matrice de rigidité locale projetée dans les axes globaux se fait pour chaque barre.

5) SUBROUTINE ASSEMV(J1, J2)

"Assemv" fait l'assemblage des différentes matrices de rigidité locales de façon à construire la matrice de rigidité complète de la structure.

J1 = numero du noeud de début de l'élément.

J2 = numero du noeud de fin de l'élément.

RLK(6,6) : matrice de rigidité locale projetée dans le système d'axes globaux.

RGK(14500) : matrice de rigidité globale. on notera que la matrice de rigidité globale est emmagasinée sous forme d'un vecteur dans RGK(14500).

$NK = NDL \times 2 = 3 \times 2 = 6$: nombre de degrés de liberté par membrure
la matrice globale RGK est initialisée à zéro (\emptyset), donc il suffit à chaque fois d'ajouter les termes calculés $RLK(I, J)$ à ceux déjà existant dans la matrice globale RGK et comme on a des matrices bandes on localise les termes non nuls dans les matrices et on fait leur somme.

On définit au début un vecteur de dimension 6 noté IAD(6).

on calcul les termes du vecteur IAD de la manière suivante:

on fait varier I de 1 jusqu'à $NDL=3$ et pour chaque valeur

$$\text{de I on a : } \begin{cases} IAD(I) = NDL \times (J_1 - 1) + I \\ IAD(I+NDL) = NDL \times (J_2 - 1) + I \end{cases}$$

après avoir calculer tout les termes (6 termes) on pose:

$$II = IAD(I) \text{ avec I varie de 1 jusqu'à } NK=6.$$

pour chaque valeur de I, on fait varier $J=1, NK$ avec

$$JJ = IAD(J) - IAD(I) + 1.$$

Si $JJ \leq 0$ on passe à la valeur suivante de J mais si

$$JJ > 0 \text{ alors on pose : } \boxed{K = NBW \times (II - 1) + JJ}.$$

pour chaque valeur de K calculée on a :

$$\boxed{RGK(K) = RGK(K) + RLK(I, J)}$$

matrice finale

matrice initiale

matrice locale d'une barre

6) SUBROUTINE RIGMAX:

"RIGMAX" Calcul le terme de rigidité maximum sur la diagonale. On détermine l'indice de l'élément de la diagonale de la matrice de rigidité globale RGK par la formule:

$$ii = NBW * (i-1) + 1$$

on test la valeur $RGK(ii)$ si elle est plus grande que la valeur AMAX qui est initialisée à zéro (ϕ):

si $|RGK(ii)| > AMAX$ alors on affecte à AMAX la valeur $RGK(ii)$ c'est-à-dire on pose à nouveau: $AMAX = RGK(ii)$.

On refait le même test pour tout les termes de la diagonale jusqu'à avoir la valeur maximale des $RGK(ii)$. à partir de cette valeur on peut avoir une idée sur l'ordre de grandeur de la rigidité de la structure car il y a des cas où les supports rigides sont simulés par des ressorts très rigides et si on ignore l'ordre de grandeur de $(\max RGK(ii))$ et qu'on donne une valeur très grande à la rigidité du ressort on pourrait rendre numériquement la matrice SINGULIERE!.

7) SUBROUTINE SUPCAD:

"Simulation des supports par une rigidité très grande"

"Supcad" Calcul les termes de rigidité des supports en coordonnées globales.

on prend la rigidité du support suivant la direction voulue égale à la valeur maximale des termes $RGK(iii)$

multiplié par 1000: c'est à dire:

$$K_{\text{ressort}} = \max \text{RGK}(ii) * 1000$$

ensuite on test les rigidités SX , SY et SZ pour chaque noeud:

Rigidité en X: (SX)

si $SX(I) = 0$ on test la rigidité en X (SX), mais si $SX(I) = -1.0$ alors on affecte à $SX(I)$ la valeur $K_{\text{ressort}} = \max \text{RGK}(ii) * 1000$.

Remarque: $SX(I) = -1.0$. la valeur -1.0 est affectée à la rigidité suivant X, y ou z dans le cas où le noeud est un Support (appui) [voir subroutine LECCAD].

on pose ensuite: $\Theta = RS(I) * \pi / 180$ avec $RS(I)$: angle de rotation de l'appui I en degrés
 Θ en [radians].

après avoir calculer Θ et $SX(I)$ on fait appel à la Subroutine $SUPPOR(TETA, SX(I), I)$.

SUPPOR(TETA, SK, I):

« Calcul des termes de rigidité des supports et assemblage des termes dans la matrice de rigidité ».

SK $\begin{cases} \rightarrow SX : \text{rigidité en X} \\ \rightarrow SY : \text{---} \text{---} \text{ en y} \\ \rightarrow SZ : \text{---} \text{---} \text{ en z} \end{cases}$

on pose $T_1 = SK * \cos^2 \Theta$
 $T_2 = SK * \sin^2 \Theta$
 $T_3 = SK * \sin \Theta * \cos \Theta$

Soit $I1 = \text{NDL} * (I-1) + 1$ avec $\text{NDL} = 3$

et $K1 = \text{NBW} * (I1 - 1) + 1$

$K2 = \text{NBW} * I1 + 1$

$K3 = K1 + 1$

après avoir calculer les indices $K1$, $K2$ et $K3$ on calcul les nouvelles valeurs des Termes $\text{RGK}(K1)$, $\text{RGK}(K2)$ et $\text{RGK}(K3)$

nouvelles valeurs	anciennes valeurs
↓	↓
$RGK(K_1) =$	$RGK(K_1) + T_1$
$RGK(K_2) =$	$RGK(K_2) + T_2$
$RGK(K_3) =$	$RGK(K_3) + T_3$

On revient maintenant à SUPCAD :

Rigidité en y : (SY)

Si la $S_Y(I) = 0$ il va tester la rigidité en z c.à dire $S_Z(I)$ mais si $S_Y(I) = -1.0$ alors on affecte à $S_Y(I)$ la valeur :

$$S_Y(I) = K_{\text{ressort}}, \text{ avec } K_{\text{ressort}} = \max RGK(ii) * 1000.$$

ensuite on calcul θ en radians :

$$\theta = RS(I) * \frac{\pi}{180} + \frac{\pi}{2} \quad ; \quad RS(I) = \text{angle de rotation du Support en degrés.}$$

après détermination de $S_Y(I)$ et θ on fait appel à :

$$\text{SUPPOR}(\text{TETA}, S_Y(I), I).$$

Rigidité en z : (SZ)

Si $S_Z(I) = 0.0$ on passe au noeud suivant, mais si $S_Z(I) = -1.0$ alors on affecte à $S_Z(I)$ la valeur K_{ressort} et on calcul

l'indice K :
$$K = \text{NBW} * (\text{NDL} * (I-1) + 2) + 1$$

on ajoute la valeur $S_Z(I)$ au terme $RGK(K)$:

$RGK(K) =$	$RGK(K) + S_Z(I)$
↑	↑
nouvelle valeur	ancienne valeur

on fait ces calculs de $I=1$, NN c'est à dire pour tout les noeuds.

8) SUBROUTINE DBANDE: « SOLUTION DE CHOLESKI ».

décompose la matrice bande en deux matrices triangulaire bandes.

Comme la matrice de rigidité est toujours symétrique (voir TH. de Betti - Maxwell) alors on utilise la méthode de Choleski qui est plus efficace que la méthode de GAUSS et qui s'applique parfaitement aux matrices symétriques. Le principe général de cette méthode est de décomposer une matrice (A) en un produit d'une matrice triangulaire inférieure [U_i], une matrice diagonale (D) et une matrice supérieure [U_s] soit donc : $[A] = [U_i][D][U_s]$.

De plus on a : $[U_i] = [U_s]^T$ et les matrices triangulaires sont prises avec des 1 sur la diagonale.

L'algorithme de cette méthode est donné à titre indicatif :

on a donc à calculer :

$$a_{ii} = a_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} (a_{ki})^2$$

$$a_{ij} = \frac{1}{a_{ii}} \left[a_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} a_{ki} a_{kj} \right]$$

$$\underbrace{[U_s]^T [D] [U_s]}_{[K]} [X] = [F].$$

et puisque [U_s] est une matrice triangulaire avec des 1 sur sa diagonale alors : $[U_s][U_s] = [I]$ (matrice identité).

d'où on obtient : $[D][U_s][X] = [U_s]^T [F]$

$[X]$: vecteur Déplacement ; $[F]$: vecteur force.

On calcule donc : $[U_s]^T [F]$ avec $[U_s]$ = matrice Transposée de $[U_s]$.

On est ramené à résoudre un système triangulaire identique à celui de GAUSS.

L'avantage de cette méthode est double :

tout d'abord on montre que le nombre de calculs effectués par cette méthode est sensiblement plus faible que par une résolution de GAUSS, et que la précision est meilleure. D'autre part on peut procéder à la résolution en deux étapes :

- * Décomposition de la matrice de rigidité.
- * résolution du système, et la première étape ne fait jamais intervenir le second membre de l'équation. Ainsi la décomposition peut-elle être faite une fois pour toute et la résolution appliquée successivement aux différents cas de charges.

Ceci concerne la méthode de Choleski dans le cas général mais dans notre cas on a des matrices bandes et on a utilisé la méthode de Choleski modifiée.

On définit au début deux variables entières P et Q.

On pose $P = N - I + 1$ avec N : nombre d'équations et I varie de 1 jusqu'à N.

NBW : largeur de Bande de la matrice de rigidité globale.

si $NBW < P$ alors on affecte à P la valeur NBW .

on pose $Q = NBW - J$ et on fait varier J de 1 à P pour chaque valeur de I .

si $I-1 < Q$ alors on affecte à Q la valeur $(I-1)$

on pose : $KK = I * NBW - NBW + J$ et $SUM = A(KK)$.

si $Q \leq 0$ et $J=1$ on vérifie si $SUM \leq 0.0$.

si $SUM \leq 0.0$ la subroutine imprime le message suivant :

« LA MATRICE EST SINGULIERE ... LIGNE NO. : "numero de la ligne"
et l'exécution est stopée.

dans le cas où $K > 0.0$ on fait varier K de 1 à Q et on calcule à chaque fois :

$$\begin{aligned} KKK &= (I - K - 1) * NBW + K \\ KI &= KKK + 1 \\ KJ &= KKK + J \\ SUM &= SUM - A(KI) * A(KJ) \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} \text{on fait varier } K \text{ de } 1 \text{ à } Q \\ \text{pour chaque valeur de} \\ I \text{ qui varie de } 1 \text{ à } N. \end{array} \right)$$

si $Q \leq 0.0$ et que $J \neq 1$ alors on pose :

$$KK = I * NBW - NBW + J \text{ et } A(KK) = SUM * TEMP$$

avec $TEMP = 1.0 / \sqrt{SUM}$. et on refait le calcul pour les autres valeurs de I .

si $Q \leq 0.0$ et $J=1$ mais $SUM > 0.0$ alors on a :

$$TEMP = 1.0 / \sqrt{SUM}, \quad KK = I * NBW - NBW + J \text{ et } A(KK) = TEMP.$$

et on incrémente I jusqu'à ce que I prend toutes les valeurs de 1 à N ensuite on retourne au programme principal.

9) SUBROUTINE CHARGE (NOC)

"lecture et écriture du chargement (force et effet de température sur les membrures".

"charge" lit et écrit le $n^{\text{ième}}$ cas de chargement et en plus construire le vecteur de force.

$I =$ numero du $n^{\text{ième}}$ chargement. on notera que le programme permet une infinité de cas de chargement.

"charge" ne lit que les forces appliquées aux noeuds et les variations de température ainsi que les tassements des supports. pour les charges appliquées sur les membrures, on utilise la subroutine "MEMCHA".

la lecture et l'impression se fait de la manière suivante:

* Lecture des forces agissant sur les noeuds.

"charge" imprime au début le numero de chargement ensuite elle initialise à zero les forces et les déplacements de chaque noeuds cādire :

$$\left. \begin{array}{l} F(I) = 0.0 \\ \text{et } UV(I) = 0.0 \end{array} \right\} \text{ pour } I \text{ variant de } 1 \text{ à } N.$$

elle lit à partir du fichier de données le numero du noeud, la force agissante sur ce noeud dans la direction X et celle dans la direction Y et le moment appliqué à ce noeud.

c'est-à-dire : Noeud, P_x , P_y , P_z .

Si Noeud $\neq 0.0$ alors on pose :

$$III = \text{Noeud} * 3 \quad \text{et} \quad F(III) = P_z$$

ensuite on fait $III = III - 1$ et on pose : $F(III) = P_y$

\uparrow nouvelle valeur \uparrow ancienne valeur

de nouveau on pose : $III = III - 1$ (c.à dire à chaque fois on diminue la valeur de III de 1)

et on pose que : $F(III) = PX$

on fait ces affectations pour chaque noeud chargée.

* Effet de la température ... Transformation en forces sur les Noeuds.

initialisation à zero de la variation de température DT pour chaque membrane c'est à dire : $DT(I) = 0.0$ pour $I = 1, NBR$.
ensuite lit à partir du fichier de données le nombre de membranes affectées par une variation de température (NET)
Si $NET \neq 0$ elle imprime pour chaque membrane affectée son numero (NM) et la variation de température qu'elle subit (DT).
Soit FT : force au noeud qui est due à l'effet de la température.

$$FT = CT * DT * A * E$$

avec : CT : Coefficient d'expansion thermique du matériau Constituant la membrane.

DT : Variation de température pour la membrane considérée

A : Aire de la section de la membrane.

E : module d'élasticité du matériau constituant la membrane.

on calcul ensuite les Composantes de FT selon X et Y :

$$\text{Soit } XJXI = X(JFIN) - X(IDEUT)$$

$$YJYI = Y(JFIN) - Y(IDEUT)$$

$$\theta = \text{Arctg} \left(\frac{YJYI}{XJXI} \right).$$

P_X et P_Y sont les composantes suivant X et Y respectivement.

$$P_X = FT * \cos \theta \quad \text{et} \quad P_Y = FT * \sin \theta.$$

$$\text{Soit } \begin{cases} J_2 = J_{FIN} * 3 - 1 \\ J_1 = J_2 - 1 \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{se calcul est fait pour chaque} \\ \text{membrane affectée par la température} \end{array} \right)$$

$$F(J_1) = P_X + F(J_1)$$

$$F(J_2) = P_Y + F(J_2)$$

Remarque: En Informatique, quand on écrit par exemple:

$A = A + B$ cela veut dire que la nouvelle valeur de A (à gauche de $=$) est égale à l'ancienne valeur de A (à droite de $=$) + la quantité B . On appelle cette opération "une affectation".

Soit : $J_2 = IDEBUT * 3 - 1$ et $J_1 = J_2 - 1$ alors:

$$F(J_1) = -P_X + F(J_1) \quad \text{et} \quad F(J_2) = -P_Y + F(J_2)$$

* Tassement des supports:

initialisation à zéro des déplacements en X , Y et Z de tout les noeuds c'est à dire:

$$\left. \begin{array}{l} DSX(I) = 0.0 \\ DSY(I) = 0.0 \\ DSZ(I) = 0.0 \end{array} \right\} \text{ pour } I \text{ variant de } 1 \text{ à } NN.$$

lecture à partir du fichier de données : NET, NS, IC et DS
avec NET : nombre de supports affectés par un tassement.

NS : Numero du support.

IC : Code du tassement

DS : Valeur du tassement.

Impression : N° Noeud, Direction, Tass. ou Rota.

si $IC=1$, elle imprime que le tassement est dans la direction X
 si $IC=2$, on a la direction Y.

si $IC=3$, on a la direction Z.

si $IC=1$ on affecte à $DSX(NS)$ la valeur DS

si $IC=2$ on pose $DSY(NS)=DS$

si $IC=3$ on pose $DSZ(NS)=DS$.

initialisation des efforts PX, PY, PZ à zéro pour les supports.

c-à-dire: $PX=0.0$; $PY=0.0$ et $PZ=0.0$

si $IC=1$ alors: $PX=DSX(NS) * SX(NS)$ avec:

$DSX(NS)$: déplacement en X du nœud (Support) numero NS

$SX(NS)$: rigidité en X du Support NS.

si $IC=2$ alors: $PY=DSY(NS) * SY(NS)$

si $IC=3$ alors: $PZ=DSZ(NS) * SZ(NS)$.

Calcul de θ : angle de rotation du supports en radians:

$$\theta = RS(NS) * \frac{\pi}{180}$$

projection des efforts PX et PY selon les axes globaux X et Y.

$$P_{XX} = PX * \cos \theta - PY * \sin \theta \quad \text{et} \quad P_{YY} = PX * \sin \theta + PY * \cos \theta.$$

Soit $J3 = NS * 3$, $J2 = J3 - 1$ et $J1 = J2 - 1$

$$F(J1) = F(J1) + P_{XX}$$

$$F(J2) = F(J2) + P_{YY}$$

$$F(J3) = F(J3) + PZ$$

après le calcul des nouvelles composantes des efforts aux supports affectés par un tassement ou Rotation on retourne au programme principale pour faire l'étape suivante.

10) SUBROUTINE MEMCHA :

"Transformation des charges sur les membrures en forces nodales".

initialisation à zéro des charges sur toutes les membrures

$RF(I,J) = 0.0$ avec $J = 1 \text{ à } 4$ pour chaque valeur de I et I varie de $1 \text{ à } NBR$.

* Charges Uniformes sur les membrures :

lecture à partir du fichier de données la valeur de KWC :

KWC : nombre de membrures chargées uniformément.

Si $KWC \neq 0$ on fait appel à la subroutine $UNIFIC(KWC)$:

~ subroutine UNIFIC(KWC) :

"Transformation des charges Uniformes sur les membrures en forces nodales"

lecture et écriture pour chaque membrure chargée Uniformément, le numéro de la membrure (K), l'intensité de la charge répartie (WC), Début de la charge répartie exprimé en fraction de la longueur de la membrure ($AC1$) et la fin de la charge répartie exprimé en fraction de "L" (BC).

$IDEBUT(K)$: numéro du noeud début de la membrure K

$JFIN(K)$: " — " — " — " — " — " — " — " — " — " — " — "

Soit : $XJXI = X(JFIN(K)) - X(IDEBUT(K))$

et $YJYI = Y(JFIN(K)) - Y(IDEBUT(K))$.

Donc : $\theta = \text{Arctg} \left(\frac{YJYI}{XJXI} \right)$.

et $XLONG = \sqrt{XJXI * XJXI + YJYI * YJYI}$

$XLONG = \text{longueur de la membrure ("L")}$.

MEM(K) = Code de la membrure K.

il est égal à :

0	si	1	—————	1	rigide - rigide
1	si	0	—————	1	rotule - rigide
2	si	1	—————	0	rigide - rotule
3	si	0	—————	0	rotule - rotule

* Si MEM(K) = 0.0 alors on pose:

$$A = AC1, B = BC, AA = 1 - BC \text{ et } BB = 1 - AC1.$$

d'où on tire que:

$$T1 = (B^3 - A^3) / 3$$

$$T2 = (B^4 - A^4) / 4$$

$$T4 = WC * XLONG^2$$

$$R6 = T4 * (T1 - T2)$$

$$T1 = (BB^3 - AA^3) / 3$$

$$T2 = (BB^4 - AA^4) / 4$$

$$R3 = T4 * (-T1 + T2)$$

$$R5 = -(R3 + R6) / XLONG - WC * XLONG * (B^2 - A^2) / 2$$

$$R2 = -WC * XLONG * (B - A) - R5.$$

* Si MEM(K) = 1 alors on pose que:

$$A = XLONG * AC1$$

$$B = XLONG * BC$$

$$T1 = (XLONG - A)^3 * (3 * XLONG + A)$$

$$T2 = (XLONG - B)^3 * (3 * XLONG + B)$$

$$T3 = -WC / 8 / XLONG^3$$

$$R2 = T3 * (T1 - T2)$$

$$R5 = -R2 - WC * (B - A)$$

$$R6 = -R5 * XLONG - WC * (B^2 - A^2) / 2$$

$$R3 = 0.0$$

Si $IMEM(K) = 2$ alors on pose que:

$$A = XLONG * AC1$$

$$B = XLONG * BC$$

et on a que: $T1 = B^3 * (4 * XLONG - B)$

$$T2 = A^3 * (4 * XLONG - A)$$

$$T3 = -WC / 8 / XLONG^3.$$

$$R5 = T3 * (T1 - T2)$$

$$R2 = -R5 - WC * (B - A)$$

$$R3 = -R5 * XLONG - WC * (B^2 - A^2) / 2.$$

$$R6 = 0.0$$

* Si $IMEM(K) = 3$ alors on pose que:

$$A = AC1 * XLONG$$

$$B = BC * XLONG$$

$$R3 = 0.0$$

$$R6 = 0.0$$

$$R5 = -WC * (B^2 - A^2) / 2 / XLONG.$$

$$R2 = -R5 - WC * (B - A).$$

on fait ce travail pour chaque membrures chargée uniformément.

* Calcul de la somme des forces fictives dans le vecteur de chargement:

pour cela, on fait appel à la subroutine SOMPP(TETA, XLONG, K)

Subroutine SOMPP(TETA, XLONG, K):

elle affecte à θ la valeur: $\theta = \theta + \pi/2$.

on pose: $I3 = IDEBUT(K) * 3$ $I6 = JFIN(K) * 3$

$I2 = I3 - 1$ et $I5 = I6 - 1$

$I1 = I2 - 1$ $I4 = I5 - 1$

on calcul ensuite les forces selon les relations suivantes:

$$F(I1) = F(I1) - R2 * \cos \theta$$

$$F(I2) = F(I2) - R2 * \sin \theta.$$

$$F(I3) = F(I3) - R3.$$

$$F(I4) = F(I4) - R5 * \cos \theta.$$

$$F(I5) = F(I5) - R5 * \sin \theta.$$

$$F(I6) = F(I6) - R6$$

après ces calcul, on revient à la subroutine UNIFIC (KWC).

on affecte à $RF(I,J)$ qui étaient initialisés à zéro ce qui

$$\begin{array}{l} \text{Soit: } RF(K,1) = RF(K,1) + R2 \\ RF(K,2) = RF(K,2) + R3 \\ RF(K,3) = RF(K,3) + R5 \\ RF(K,4) = RF(K,4) + R6. \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{Soit: } RF(K,1) = RF(K,1) + R2 \\ RF(K,2) = RF(K,2) + R3 \\ RF(K,3) = RF(K,3) + R5 \\ RF(K,4) = RF(K,4) + R6. \end{array}} \right\} \text{ avec } K \text{ varie de } 1 \text{ à } KWC.$$

* Charges ponctuelles sur les membrures:

lire à partir du fichier de données le nombre de charges ponctuelles KPC.

Si $KPC \neq 0$, on fait appel à la subroutine PONFIC (KPC)

subroutine PONFIC (KPC):

« transformation des charges concentrées sur les membrures en forces nodales ».

lecture et écriture de K , $PCON$, et $AC2$ avec:

K : numero de la membrure.

$PCON$: intensité de la charge ponctuelle.

$AC2$: Position de la charge ponctuelle en fraction de "L".

ensuite on fait les calcul suivants pour $K=1$ à KPC .

$$XJXI = X(JFIN(K)) - X(IDEBUT(K)).$$

$$YJYI = Y(JFIN(K)) - Y(IDEBUT(K))$$

d'où on tire que:

$$\theta = \text{Arctg} (YJYI / XJXI) \quad \text{et} \quad XLONG = \sqrt{XJXI^2 + YJYI^2}$$

* Si $\boxed{IMEM(K) = 0}$ alors on pose que: $A = AC2 * XLONG$
 $B = XLONG - A$.

$$R2 = -PCON * B^2 / XLONG^3 * (3 * A + B)$$

$$R5 = -PCON - R2$$

$$T1 = PCON * A * B / XLONG^2$$

$$R3 = -T1 * B \quad \text{et} \quad R6 = T1 * A.$$

* Si $\boxed{IMEM(K) = 1}$ alors on a: $A = AC2 * XLONG$
 $T1 = 1.0 - AC2$.
 $R2 = -PCON / 2 * T1^2 * (3 - T1)$.
 et $R5 = -R2 - PCON$
 $R3 = R6 = 0.0$.

ensuite on affecte à $R6$: $R6 = -PCON * A - R5 * XLONG$.

* Si $\boxed{IMEM(K) = 2}$ on a que:

$$A = AC2 * XLONG$$

$$T1 = AC2$$

$$R5 = -PCON / 2 * T1^2 * (3 - T1)$$

$$R3 = -R5 * XLONG - PCON * A$$

$$R2 = -R5 - PCON$$

$$R6 = 0.0$$

* Si $\boxed{IMEM(K) = 3}$ dans ce cas on a: $R3 = R6 = 0.0$
 $R5 = -AC2 * PCON$
 $R2 = -R5 - PCON$.

* somme des forces fictives dans le vecteur de chargement:

on fait appel à la subroutine SOMPP (TETA, XLONG, K).

ensuite on a:

$$RF(K,1) = RF(K,1) + R2$$

$$RF(K,2) = RF(K,2) + R3$$

$$RF(K,3) = RF(K,3) + R5$$

$$RF(K,4) = RF(K,4) + R6.$$

on retourne à la sousroutine MEMCHA pour voir s'il y a des moments Concentrés sur les membrures.

* Moments Concentrés sur les membrures:

lecture du nombre de moments concentrés (KMC) à partir du fichier de données.

Si KMC ≠ 0, on fait appel à la sousroutine MOMFIC (KMC)

subroutine MOMFIC (KMC):

« transformation des charges sur les membrures en forces nodales ... moments concentrés »

lecture et écriture de K, CONM et AC3 avec:

K: Numero de la membrure.

CONM: Intensité du moment.

AC3: position du moment en fraction de "XLONG".

pour toutes les membrures chargées par un moment on fait les calcul suivants:

Soit : $XJXI = X(JFIN(K)) - X(IDEBUT(K))$

$$YJYI = Y(JFIN(K)) - Y(IDEBUT(K)).$$

$$\theta = \text{Arctg} \left(\frac{YJYI}{XJXI} \right).$$

$$XLONG = \sqrt{XJXI^2 + YJYI^2}. \quad (\text{longueur de la membrure}).$$

* Si $IMEM(K) = 0$ on pose: $A = AC3$

$$R3 = CONM * (-1 + 4*A - 3*A^2)$$

$$R6 = CONM * A * (2 - 3*A)$$

$$R2 = 6 * CONM * A / XLONG * (1 - A).$$

$$R5 = -R2.$$

* Si $\boxed{\text{IMEM}(K) = 1}$, alors on pose: $A = AC3 * XLONG$.

$$R2 = 1,5 / XLONG^3 * (XLONG^2 - A^2) * CONM.$$

$$R5 = -R2$$

$$R6 = -R5 * XLONG - CONM.$$

$$R3 = 0.0$$

* Si $\boxed{\text{IMEM}(K) = 2}$ alors on a: $A = AC3 * XLONG$

$$R5 = -1,5 / XLONG^3 * (2 * XLONG - A) * A * CONM$$

$$R2 = -R5$$

$$R3 = -R5 * XLONG - CONM$$

$$R6 = 0.0$$

* Si $\boxed{\text{IMEM}(K) = 3}$ alors on a:

$$R3 = 0.0$$

$$R6 = 0.0$$

$$R2 = CONM / XLONG$$

$$R5 = -R2$$

* somme des forces fictives dans le vecteur de chargement:

on fait appel à la subroutine SOMPP(TETA, XLONG, K)

$$\text{et on a : } RF(K, 1) = RF(K, 1) + R2$$

$$RF(K, 2) = RF(K, 2) + R3$$

$$RF(K, 3) = RF(K, 3) + R5$$

$$RF(K, 4) = RF(K, 4) + R6.$$

après ces calculs, on revient à la subroutine MEMCHA

puis au programme principal.

d'une manière générale, la subroutine MEMCHA fait la lecture des charges appliquées sur les membrures (charges uniformément réparties, charges ponctuelles et moments concentrés) et transforme ces charges en forces nodales.

* dans le cas des charges uniformes sur les membrures "MEMCHA" fait appel à la subroutine UNIFIC(KWC) qui transforme ces charges uniformes en forces nodales.

* Si les charges sur les membrures sont ponctuelles alors

"MEMCHA" fait appel à la subroutine PONFIC(KPC) qui transforme les charges ponctuelles sur les membrures en forces nodales.

x s'il y a des moments concentrés sur les membrures alors "MEMCHA" fait appel à la subroutine MOMFIC(KMC) qui transforme ces moments en forces nodales.

M) SUBROUTINE SBANDE :

"Solution pour chaque vecteur de chargement"

"SBANDE" donne la solution pour chaque vecteur de chargement c'est-à-dire elle calcule les déplacements des noeuds à partir de la décomposition (U) de Choleski et du vecteur de forces.

A = Vecteur Contenant la décomposition (U) de Choleski.

B = Vecteur Contenant les forces appliqués à la structure.

X = Vecteur de déplacement des noeuds.

$$X(I) = B(I) * A(KK)$$

les étapes de calcul sont :

on pose : $J = I - NBW + 1$ avec I variant de 1 à N (nombre d'équations)

si $I + 1 \leq NBW$ on affecte à J la valeur 1 : $J = 1$.

et on pose : $SUM = B(I)$.

Soit $IM1 = I - 1$.

si $IM1 \leq 0$ alors on pose $KK = I * NBW - NBW + 1$

et $X(I) = SUM * A(KK)$ mais si $IM1 > 0$, on fait

varier K de J à IM1 pour chaque valeur de I et

on a : $KK = K * NBW - NBW + I - K + 1$ et :

$$\text{SUM} = \text{SUM} - A(KK) * X(K)$$

pour chaque valeur de I qui varie de 1 à N on fait varier K de J à IM1.

pour II = 1 à N on a: $I = N - II + 1$ et $J = I + NBW - 1$

si $J > N$ alors on affecte à J la valeur N et on a:

$$\text{SUM} = X(I).$$

soit $IP1 = I + 1$. si $IP1 > J$ alors: $KK = I * NBW - NBW + 1$

et
$$X(I) = \text{SUM} * A(KK)$$

mais si $IP1 \leq J$ alors on fait varier K de IP1 à J et à

chaque fois on a: $KK = I * NBW - NBW + K - I + 1$ et

$$\text{SUM} = \text{SUM} - A(KK) * X(K)$$

après avoir calculer tout les termes on retourne au programme principal pour passer à l'étape suivante.

12) SUBROUTINE DEPLAC:

"Imprime les déplacements des noeuds dans le système globale"

"DEPLAC" écrit les déplacements en coordonnées x et y ainsi que la rotation de chacun des noeuds de la structure en coordonnées globales.

on fait varier I de 1 à NN et pour chaque valeur de I on fait varier J de 1 à NDL=3 en posant:

$$II = (I-1) * NDL + J \quad \text{et} \quad U(J) = UV(II)$$

UV: vecteur contenant les déplacements et rotation des noeuds.

elle imprime pour chaque noeuds I, $(U(J), J=1 \text{ à } NDL)$ avec I= numero du noeud.

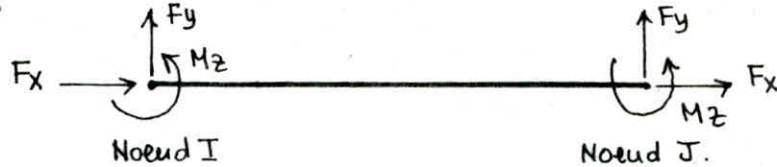
$U(J)$: déplacement en X, déplacement en Y et Rota. Z.

on retourne au programme principal pour poursuivre l'exécution.

13) SUBROUTINE FORCAD :

« Calcul des efforts internes d'une structure cadre »

« FORCAD » calcule les forces axiales, les efforts tranchants, et les moments d'extrémités et imprime les résultats selon la convention suivante :



on fait varier K de 1 à NBR et pour chaque valeur de K on fait varier I de 1 à 6 et on initialise à zéro les efforts en chaque barre : $EC(I) = 0.0$

On initialise à zéro la matrice de rigidité de chaque barre :

$KL(I, J) = 0.0$ et on calcul ce qui suit pour chaque

membre :

$$XJXI = X(JFIN(K)) - X(IDEBUT(K))$$

$$YJYI = Y(JFIN(K)) - Y(IDEBUT(K))$$

$$\theta = \text{Arctg}(YJYI / XJXI)$$

$$XLONG = \sqrt{XJXI^2 + YJYI^2}$$

on pose :

$$JO = JFIN(K) * 3 - 3$$

$$IO = IDEBUT(K) * 3 - 3$$

$$EL = E(IMAT(K)) / XLONG$$

$$AA = EL * A(K)$$

$$XI2L = XI(K) / XLONG$$

$$BB = 12 * EL * XI2L / XLONG$$

$$CC = 6.0 * EL * XI2L$$

$$DD = 2.0 * E(IMAT(K)) * XI2L$$

Soit :

$$T1 = AA * \cos \theta$$

$$T2 = AA * \sin \theta$$

$$T3 = BB * \cos \theta$$

Ces termes serviront à calculer les termes de la matrice de rigidité de chaque barre.

$$T_4 = BB * \sin \theta$$

$$T_5 = CC * \cos \theta$$

$$T_6 = CC * \sin \theta$$

* Si $IMEM(K) = 0$ alors on a :

$$KL(I,J) = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & . & -T_1 & -T_2 & . \\ -T_4 & T_3 & CC & T_4 & -T_3 & CC \\ -T_6 & T_5 & 2*DD & T_6 & -T_5 & DD \\ -T_1 & -T_2 & . & T_1 & T_2 & . \\ T_4 & -T_3 & -CC & -T_4 & T_3 & -CC \\ -T_6 & T_5 & DD & T_6 & -T_5 & 2*DD \end{bmatrix}$$

* Si $IMEM(K) = 1$ alors on a :

$$KL(I,J) = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & . & -T_1 & -T_2 & . \\ -\frac{T_4}{4} & \frac{T_3}{4} & . & +\frac{T_4}{4} & -\frac{T_3}{4} & \frac{CC}{2} \\ . & . & . & . & . & . \\ -T_1 & -T_2 & . & T_1 & T_2 & . \\ \frac{T_4}{4} & -\frac{T_3}{4} & . & -\frac{T_4}{4} & \frac{T_3}{4} & -\frac{CC}{2} \\ -\frac{T_6}{2} & \frac{T_5}{2} & . & \frac{T_6}{2} & -\frac{T_5}{2} & 1,5*DD \end{bmatrix}$$

* Si $IMEM(K) = 2$ alors on a :

$$KL(I,J) = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & . & -T_1 & -T_2 & . \\ -\frac{T_4}{4} & \frac{T_3}{4} & \frac{CC}{2} & \frac{T_4}{4} & -\frac{T_3}{4} & . \\ -\frac{T_6}{2} & \frac{T_5}{2} & 1,5*DD & \frac{T_6}{2} & -\frac{T_5}{2} & . \\ -T_1 & -T_2 & . & T_1 & T_2 & . \\ \frac{T_4}{4} & -\frac{T_3}{4} & -\frac{CC}{2} & -\frac{T_4}{4} & \frac{T_3}{4} & . \end{bmatrix}$$

* Si $\boxed{IMEM(K)=3}$ alors on a:

$$KL(I,J) = \begin{bmatrix} T1 & T2 & . & -T1 & -T2 & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \\ -T1 & -T2 & . & T1 & T2 & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \end{bmatrix}$$

on fait varier I de 1 à 6 en posant que: $IIO = IO$
et $JJO = JO$

et pour chaque valeur de I, on fait varier J=1,3 en posant:

$$IIO = IIO + 1 \text{ et on a : } EC(I) = EC(I) + KL(I,J) * UV(IIO)$$

pour J variant de 4 à 6 on pose: $JJO = JJO + 1$ et on a:

$$EC(I) = EC(I) + KL(I,J) * UV(JJO).$$

Les efforts dus à la variation de températures sont calculés par:

$$FTT = E(IMAT(K)) * A(K) * DT(K) * CT(IMAT(K))$$

et on les ajoute aux efforts $EC(I)$ calculés:

$$EC(1) = EC(1) + FTT$$

$$EC(2) = EC(2) + RF(K,1)$$

$$EC(3) = EC(3) + RF(K,2)$$

$$EC(4) = EC(4) - FTT.$$

$$EC(5) = EC(5) + RF(K,3)$$

$$EC(6) = EC(6) + RF(K,4)$$

à la fin on imprime K, $(EC(I), I=1,6)$ avec:

K: numero de la membre.

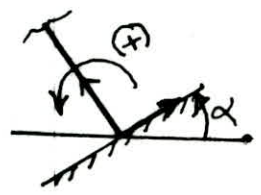
$EC(1), EC(2), EC(3)$ sont: force axiale, effort Tranchant, Moment d'extrémité I
et $EC(4), EC(5), EC(6)$: force axiale, effort Tranchant et moment d'extrémité J

14) SUBROUTINE REACAD: "calcul des réactions du cadre"

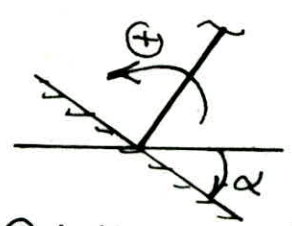
"REACAD" calcule les réactions de tous les Supports (Rigides inclinés, élastique) et écrit les résultats.

Remarque:

si Un Support est incliné, les réactions sont données selon l'angle de rotation.



(Rotation $\alpha > 0$)



(Rotation $\alpha < 0$)

on fait varier I de 1 jusqu'à NN et on teste pour chaque noeud I :
SX(I) : rigidité en X
SY(I) : rigidité en Y
et SZ(I) : rigidité en Z.

si SX(I)=0, SY(I)=0 et SZ(I)=0 alors les réactions sont nuls

si non (c'est à dire si il ya des rigidités qui ne sont pas nulles)

on pose: I3 = NDL * I, I2 = I3 - 1 et I1 = I2 - 1

et on a: $\theta = RS(I) * \frac{\pi}{180}$ avec RS(I) angle de rotation de l'appui I en degrés.

soit XP : déplacement suivant X de l'appui I
YP : " " " " Y " "
ZP : Rotation de l'appui.

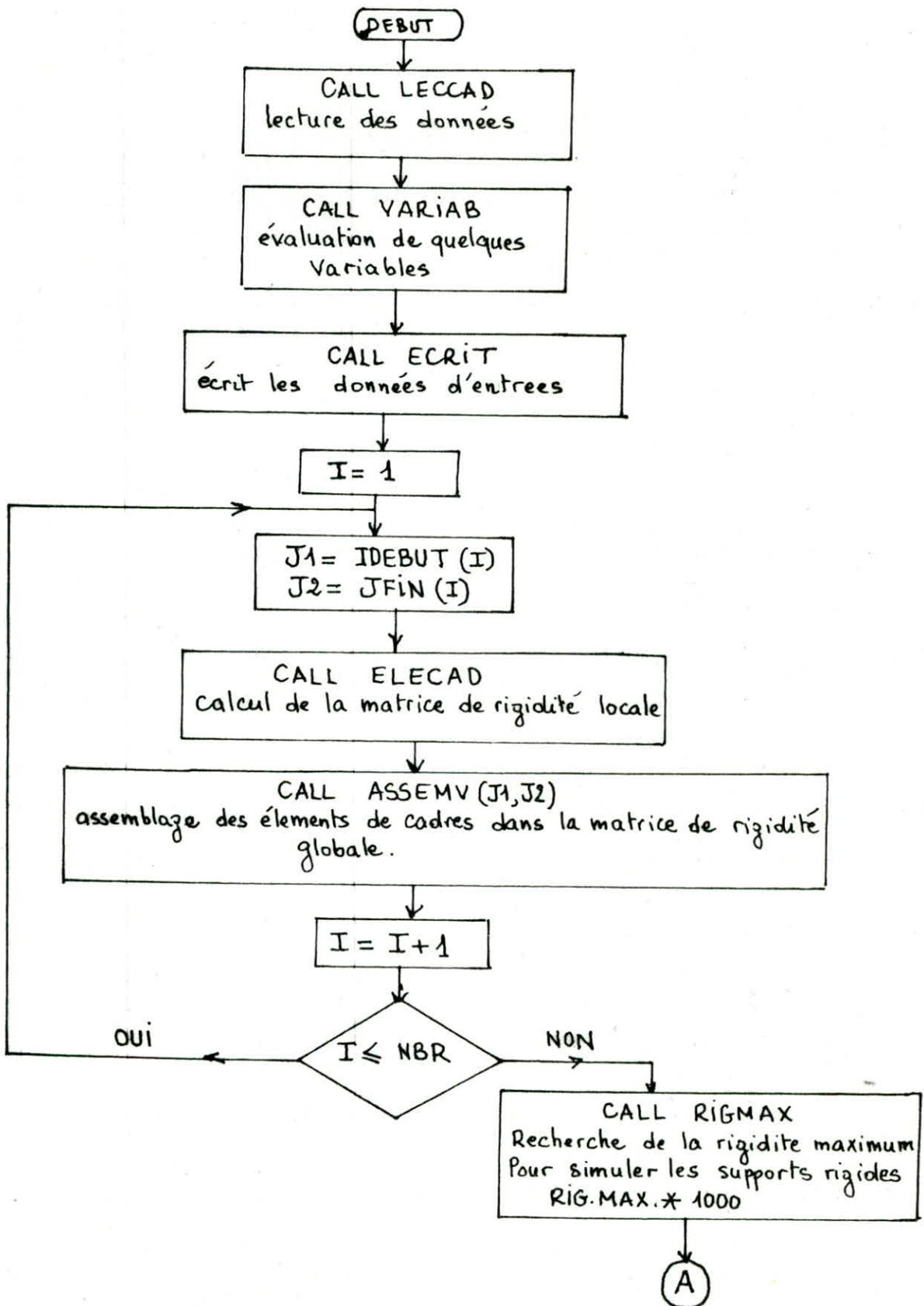
$XP = UV(I1) * \cos \theta + UV(I2) * \sin \theta$
 $YP = -UV(I1) * \sin \theta + UV(I2) * \cos \theta$
 $ZP = UV(I3)$

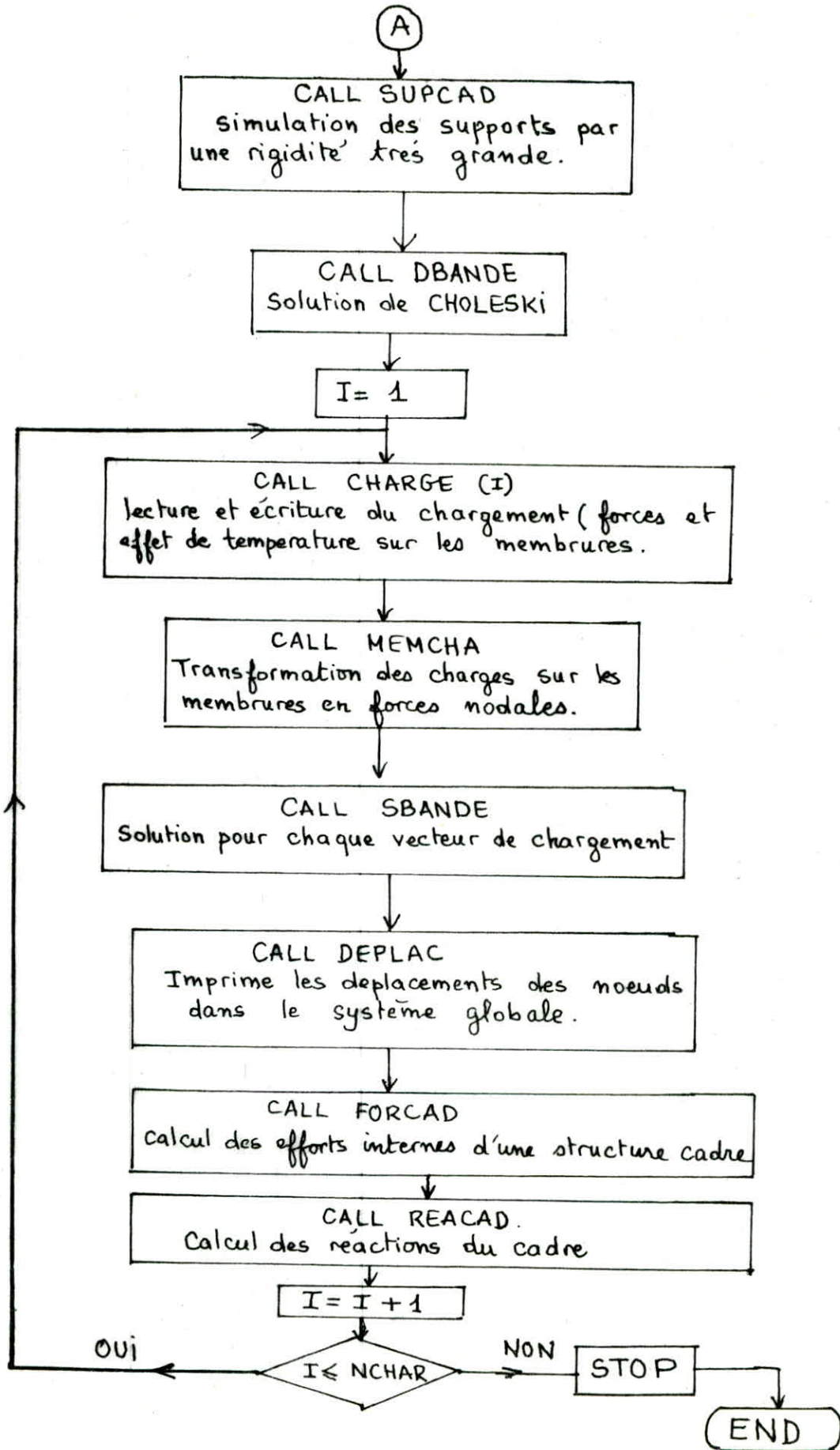
soit RXX : réaction de l'appui suivant X.
RYY : réaction de l'appui suivant Y.
RZZ : Moment d'encastrement de l'appui.

$RXX = -(XP - DSX(I)) * SX(I)$
 $RYY = -(YP - DSY(I)) * SY(I)$
 $RZZ = -(ZP - DSZ(I)) * SZ(I)$

l'impression de : I, RXX, RYY, RZZ, XP, YP, ZP.

V-5/ * ORGANIGRAMME DU PROGRAMME
PRINCIPAL *





Exemple 1 (Exple complet)
 déjà calculé à la main.

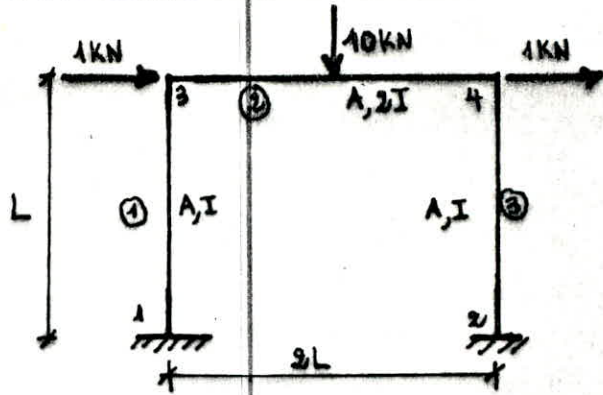
LES DONNEES.

$I = 8 \times 10^3 \text{ cm}^4$

$A = 100 \text{ cm}^2$

$E = 20 \times 10^3 \text{ KN/cm}^2$

$L = 400 \text{ cm}$



* FICHER DE
 DONNEES. *

EX01.DAT

LECTURE DES DONNEES

4 3 1
 2.E08 0
 COORDONNEES DES NOEUDS
 1 +0.0000 +0.0000 1
 2 +0.8000D1 +0.0000 1
 3 +0.0000 +0.4000D1 1
 4 +0.8000D1 +0.4000D1 0

INCIDENCES DES MEMBRURES

1 1 3 0
 2 3 4 0
 3 2 4 0

ROTATION DES SUPPORTS

0

DEBLOCAGE DES SUPPORTS

0

SUPPORTS ELASTIQUES

0

PROPRIETES DES MEMBRURES

1 +0.1000D-2 +0.3000D-4 1
 2 +0.1000D-2 +0.1600D-3 1
 3 +0.1000D-2 +0.8000D-4 1

NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT

1

CHARGEMENT NUMERO 1

3 +0.1000D1 +0.00000 +0.00000
 4 +0.1000D1 +0.000000 +0.00000
 0 +0.00000 +0.00000 +0.00000

EFFETS DE LA TEMPERATURE

0

TASSEMENT DES SUPPORTS

0

MEMBRURES CHARGEES UNIFORMEMENT

0

CHARGES PONCTUELLES

1

2 -0.1000D2 +0.500000

MOMENTS CONCENTRES

0

INFORMATIONS GENERALES

NOMBRE DE NOEUDS-----: 4
 NOMBRE DE MEMBRURES-----: 3
 NOMBRE DE MATERIAUX-----: 1
 NOMBRE D'EQUATIONS-----: 12
 LARGEUR DE BANDE-----: 0

COORDONNEES DES NOEUDS

NOEUD	COORD.X	COORD.Y	TYPE	DEPL.X	DEPL.Y	ROTA.Z	INCLINAISON DU SUPPORT
1	0.000	0.000	SUPPORT	BLOQUE	BLOQUE	BLOQUE	0.000
2	8.000	0.000	SUPPORT	BLOQUE	BLOQUE	BLOQUE	0.000
3	0.000	4.000	LIBRE	PERMIS	PERMIS	PERMIS	0.000
4	8.000	4.000	LIBRE	PERMIS	PERMIS	PERMIS	0.000

INCIDENCES DES MEMBRURES

NO. MEMBRURE	NOEUD DE DEPART	NOEUD DE LA FIN
1	1	3
2	3	4
3	2	4

PROPRIETES DES MEMBRURES

MEMBRURE	AIRE DE SECTION	MOM.C'INERTIE	MODULE D'ELAST.	COEFFICIENT THERM
1	0.100000-02	0.800000-04	0.200000+09	0.000000+00
2	0.100000-02	0.160000-03	0.200000+09	0.000000+00
3	0.100000-02	0.800000-04	0.200000+09	0.000000+00

DONNEES D'ENTREES DU CHARGEMENT NO.: 1

FORCES APPLIQUEES SUR LES NOEUDS

NO. NOEUD	FORCE.X	FORCE.Y	MOMENT.Z
3	1.000	0.000	0.000
4	1.000	0.000	0.000

CHARGES CONCENTREES SUR LES MEMBRURES

NO. MEMBRURE	FORCES	POSITION
2	-10.000	0.500

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL.X	DEPL.Y	ROTA.Z
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.000529	-0.000092	-0.000502
4	0.000431	-0.000109	0.000356

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

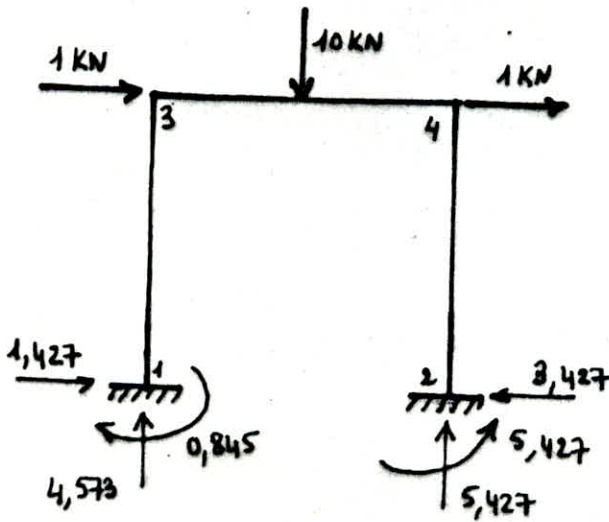
FX : FORCE AXIALE
 FY : EFFORT TRANCHANT
 MZ : MOMENT D'EXTREMITE

O. MEMB	EXTREMITE I			EXTREMITE J		
	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	4.573	-1.427	-0.845	-4.573	1.427	-4.862
2	2.427	4.573	4.862	-2.427	5.427	-8.276
3	5.427	3.427	5.431	-5.427	-3.427	8.276

REACTIONS AUX SUPPORTS

NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	1.427	4.573	-0.845	0.000000	0.000000	0.000000
2	-3.427	5.427	5.431	0.000000	0.000000	0.000000

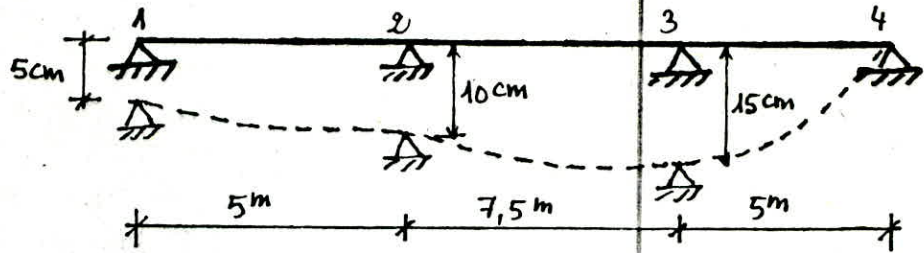
* VERIFICATIONS.



$$\sum F_x = 1 + 1 + 1,427 - 3,427 = 0,0$$

$$\sum F_y = -10 + 4,573 + 5,427 = 0,0$$

$$\sum M_{/2} = 5,427 - 2 \times 1 \times 4 + 10 \times 4 - 0,845 - 4,573 \times 8 = 0,0.$$



$I = 0,6 \times 10^{-4} \text{ m}^4$; $E = 0,21 \times 10^9 \text{ KN/m}^2$; $A = 0,18 \times 10^{-1} \text{ m}^2$

```

LECTURE DES DONNEES
4,3,1
.21000E+09 .000000+00
COORDONNEES DES NOEUDS
1 .000000+00 .000000+00 1
2 .50000E+01 .000000+00 1
3 .12500E+02 .000000+00 1
4 .17500E+02 .000000+00 1
INCIDENCES DES MEMBRURES
1 1 2 1
2 2 3 0
3 3 4 2
ROTATION DES SUPPORTS
0
DEBLOCAGE DES SUPPORTS
0
SUPPORTS ELASTIQUES
0
PROPRIETES DES MEMBRURES
1 .18000E-01 .60000E-04 1
2 .18000E-01 .60000E-04 1
3 .18000E-01 .60000E-04 1
NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT
1
CHARGEMENT NUMERO 1
0 0 0
EFFET DE LA TEMPERATURE
0
TASSEMENT DES SUPPORTS
3
1 2 -0.050000+00
2 2 -0.100000+00
3 2 -0.150000+00
MEMBRURES CHARGES UNIFORMEMENT
0
CHARGES PONCTUELLES
0
MOMENTS CONCENTRES
0
    
```

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	-0.050000	0.000000
2	0.000000	-0.100000	0.000000
3	0.000000	-0.150000	0.000000
4	0.000000	0.000000	0.000000

SOL4.DAT;1

18-MAY-1987 13:54

PAGE 3

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

FX : FORCE AXIALE
 FY : EFFORT TRANCHANT
 MZ : MOMENT D'EXTREMITE

EXTREMITE I

EXTREMITE J

NO. MEMB	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	0.000	15.120	0.000	0.000	-15.120	75.599
2	0.000	17.920	67.200	0.000	-17.920	67.200
3	0.000	-45.360	-226.799	0.000	45.360	0.000

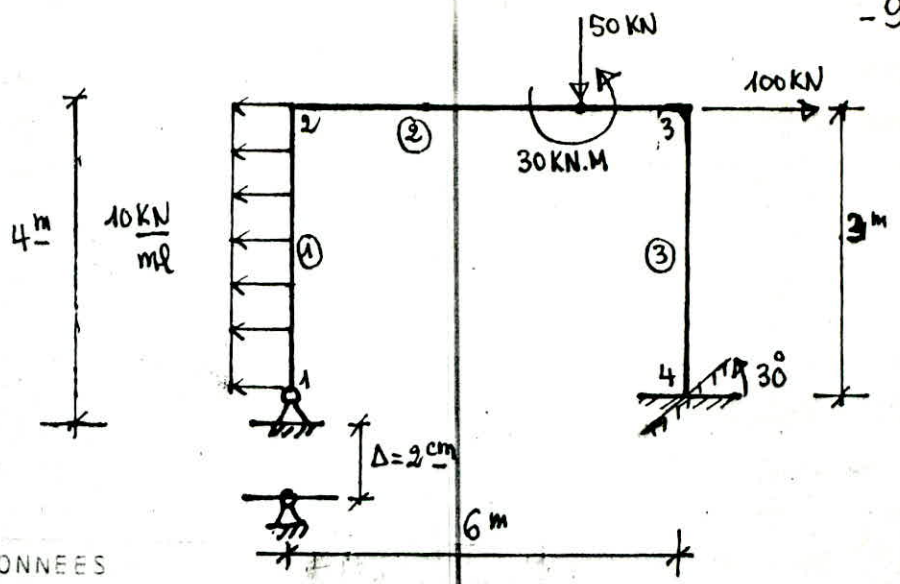
REACTIONS AUX SUPPORTS

NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000	15.120	0.000	0.000000	-0.050000	0.000000
2	0.000	2.800	142.799	0.000000	-0.100000	0.000000
3	0.000	-63.280	-154.799	0.000000	-0.150000	0.000000
4	0.000	45.360	0.000	0.000000	0.000000	0.000000

EXO N° 3

$E = 0,2 \times 10^9 \text{ KN/m}^2$

$CT = 0,117 \times 10^{-4}$



LECTURE DES DONNEES

4 3 1
 .20000D+09 .11700D-04

COORDONNEES DES NOEUDS

1	.00000D+00	.00000D+00	1
2	.00000D+00	.40000D+01	0
3	.60000D+01	.40000D+01	0
4	.60000D+01	.10000D+01	1

INCIDENCE DES MEMBRURES

1	1	2	0
2	2	3	0
3	3	4	0

ROTATION DES SUPPORTS

1
 4 .30000D+02

DEBLOCAGE DES APPUIS :

1 3

SUPPORTS ELASTIQUES

0

PROPRIETES DES MEMBRURES

1	.22800D-01	.44500D-03	1
2	.22800D-01	.44500D-03	1
3	.22800D-01	.44500D-03	1

NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT

1

CHARGEMENT NO.: 1

3	.10000D+03	.00000D+00	.00000D+01
0	.00000D+00	.00000D+00	.00000D+00

EFFET DE LA TEMPERATURE

1

3 .40000D+02

TASSEMENT DES SUPPORTS

1

1 2 -.20000D-01

MEMBRURES CHARGES UNIFORMEMENT

1

1 -.10000D+02 .00000D+00 .10000D+01

CHARGES PONCTUELLES

1

2 -.50000D+02 .75000D+00

MOMENT CONCENTRE

1

2 .30000D+02 .75000D+00

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	-0.020000	-0.001033
2	-0.000455	-0.019971	0.002108
3	-0.000444	0.001349	0.001842
4	0.000000	0.000000	0.000000

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

FX : FORCE AXIALE
 FY : EFFORT TRANCHANT

SOL2.DAT;1

18-MAY-1987 13:50

PAGE 4

MZ : MOMENT D'EXTREMITE

NO. MEMB	EXTREMITE I			EXTREMITE J		
	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	-33.389	48.275	0.000	33.389	-8.275	113.101
2	-8.275	-33.389	-113.101	8.275	83.389	-192.235
3	83.389	91.725	192.235	-83.389	-91.725	82.940

REACTIONS AUX SUPPORTS

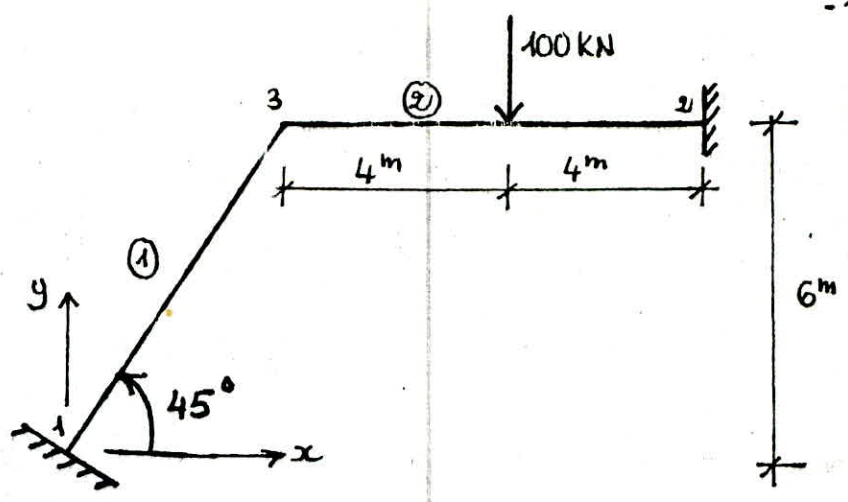
NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	-48.275	-33.389	0.000	0.000000	-0.020000	-0.001033
4	-37.741	118.080	82.940	0.000000	0.000000	0.000000

EXO N° 4

$A = 40 \times 10^3 \text{ mm}^2$

$I = 400 \times 10^6 \text{ mm}^4$

$E = 200 \times 10^3 \text{ MPa}$



LECTURE DES DONNEES

3,2,1

.200000D+09 .000000D+00

COORDONNEES DES NOEUDS

1 .000000D+00 .000000D+00 1

2 .600000D+01 .600000D+01 0

3 .140000D+02 .600000D+01 1

INCIDENCES DES MEMBRURES

1 1 2 0

2 2 3 0

ROTATION DES SUPPORTS

1

1 .0.450000D+02 ;

DEBLOCCAGE DES SUPPORTS

0

SUPPORTS ELASTIQUES

0

PROPRIETES DES MEMBRURES

1 .400000D-01 .400000D-03 1

2 .400000D-01 .400000D-03 1

NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT

1

CHARGEMENT NUMERO 1

0 0 0 0

EFFET DE LA TEMPERATURE

0

TASSEMENT DES SUPPORTS

0

MEMBRURES CHARGES UNIFORMEMENT

0

CHARGES PONCTUELLES

1

2 -0.100000D+03 .500000D+00

MOMENTS CONCENTRES

0

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000052	-0.000150	-0.001285
3	0.000000	0.000000	0.000000

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

SOL. DAT: 1

18-MAY-1987 14:01

PAGE 3

FX : FORCE AXIALE
 FY : EFFORT TRANCHANT
 MZ : MOMENT D'EXTREMITE

EXTREMITE I

EXTREMITE J

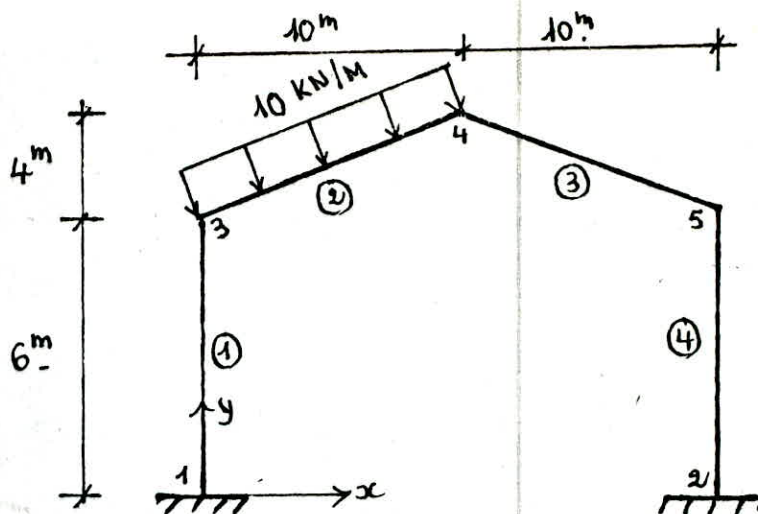
NO. MEMB	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	65.030	-8.340	-23.273	-65.030	8.340	-47.496
2	51.881	40.086	47.496	-51.881	59.914	-126.810

REACTIONS AUX SUPPORTS

NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	8.340	65.030	-23.273	0.000000	0.000000	0.000000
3	-51.881	59.914	-126.810	0.000000	0.000000	0.000000

EXO N° 5

$A = 16 \times 10^4 \text{ mm}^2$
 $I = 21 \times 10^8 \text{ mm}^4$
 $E = 200 \times 10^3 \text{ MPa.}$



FICHIER DE DONNEES:

```

LECTURE DES DONNEES
5 4 1
.200000+09 .0
COORDONNEES DES NOEUDS
1 .000000+00 .000000+00 1
2 .200000+02 .000000+00 1
3 .000000+00 .600000+01 0
4 .100000+02 .700000+02 0
5 .200000+02 .600000+01 0
INCIDENCES DES MEMBRURES
1 1 3 0
2 3 4 0
3 4 5 0
4 2 5 0
ROTATION DES SUPPORTS
0
DEBLOCAGE DES SUPPORTS
0
SUPPORTS ELASTIQUES
0
PROPRIETES DES MEMBRURES
1 .160000+00 .210000-02 1
2 .160000+00 .210000-02 1
3 .160000+00 .210000-02 1
4 .160000+00 .210000-02 1
NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT
1
CHARGEMENT NUMERO 1
0 0 0 0
EFFET DE LA TEMPERATURE
0
TASSEMENT DES SUPPORTS
0
MEMBRURES CHARGES UNIFORMEMENT
1
2 -0.100000+02 .000000+00 .100000-01
CHARGES PONCTUELLES
0
MOMENTS CONCENTRES
0
    
```

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.002011	-0.000013	-0.000796
4	0.002985	-0.002479	0.000664
5	0.003954	-0.000006	-0.000621

SOL7.DAT;1

18-MAY-1987 14:02

PAGE 3

EFFORTS DANS LES MEMBRES

FX : FORCE AXIALE
 FY : EFFORT TRANCHANT
 MZ : MOMENT. D'EXTREMITE

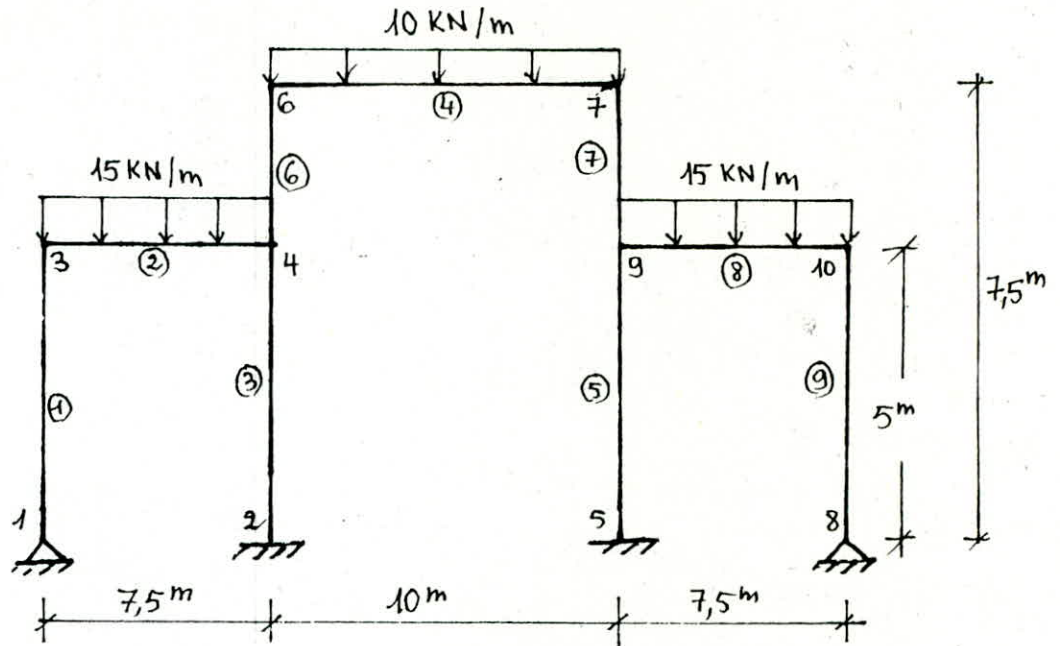
EXTREMITE I

EXTREMITE J

NO. MEMB	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	69.959	-8.767	29.389	-69.959	8.767	-81.992
2	34.122	61.699	81.992	-34.122	46.004	2.530
3	56.436	-9.781	-2.530	-56.436	9.781	-102.810
4	30.041	48.767	189.793	-30.041	-48.767	102.810

REACTIONS AUX SUPPORTS

NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	8.767	69.959	29.389	0.000000	0.000000	0.000000
2	-48.767	30.041	189.793	0.000000	0.000000	0.000000



Calcul des déplacements des noeuds et les réactions aux appuis.

$$E = 200 \times 10^6 \text{ KN/m}^2.$$

N° de membrure	Aire de la section	moment d'inertie
1, 2, 8, 9.	$8 \times 10^4 \text{ mm}^2$	$10,5 \times 10^8 \text{ mm}^4$
3, 4, 5, 6, 7.	$16 \times 10^4 \text{ mm}^2$	$21 \times 10^8 \text{ mm}^4$

LECTURE DES DONNEES

10,9,1

.200000+09 .000000+00

COORDONNEES DES NOEUDS

1	.000000+00	.000000+00	00	1
2	.750000+01	.000000+00	00	1
3	.000000+00	.500000+01	01	0
4	.750000+01	.500000+01	01	0
5	.175000+02	.000000+00	00	1
6	.750000+01	.750000+01	01	0
7	.175000+02	.750000+01	01	0
8	.250000+02	.000000+00	00	1
9	.175000+02	.500000+01	01	0
10	.250000+02	.500000+01	01	0

INCIDENCES DES MEMBRURES

1	1	3	2
2	3	4	0
3	2	4	0
4	6	7	0
5	5	9	0
6	4	8	0
7	9	7	0
8	9	10	0
9	8	10	2

ROTATION DES SUPPORTS

0

DEBLOCCAGE DES SUPPORTS

0

SUPPORTS ELASTIQUES

0

PROPRIETES DES MEMBRURES

1	.800000-01	.105000-02	02	1
2	.800000-01	.105000-02	02	1
3	.160000+00	.210000-02	02	1
4	.160000+00	.210000-02	02	1
5	.160000+00	.210000-02	02	1
6	.160000+00	.210000-02	02	1
7	.160000+00	.210000-02	02	1
8	.800000-01	.105000-02	02	1
9	.800000-01	.105000-02	02	1

NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT

1

CHARGEMENT NUMERO 1

0 0 0 0

EFFET DE LA TEMPERATURE

0

TASSEMENT DES SUPPORTS

0

MEMBRURES CHARGES UNIFORMEMENT

3				
2	-0.150000+02	.000000+00	.100000+01	
4	-0.100000+02	.000000+00	.100000+01	
8	-0.150000+02	.000000+00	.100000+01	

CHARGES PONCTUELLES

0

MOMENTS CONCENTRES

0

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000000	0.000000	0.000000
3	-0.000189	-0.000014	-0.000692
4	-0.000189	-0.000019	0.000127
5	0.000000	0.000000	0.000000
6	-0.000001	-0.000022	-0.000267
7	0.000001	-0.000022	0.000267
8	0.000000	0.000000	0.000000
9	0.000189	-0.000019	-0.000127
10	0.000189	-0.000014	0.000692

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

FX : FORCE AXIALE
 FY : EFFORT TRANCHANT
 MZ : MOMENT D'EXTREMITÉ

NO. MEMB.	EXTREMITÉ I			EXTREMITÉ J		
	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	43.612	-0.951	-4.757	-43.612	0.951	0.000
2	0.951	43.612	0.000	-0.951	8.888	-94.784
3	118.888	5.126	2.186	-118.888	-5.126	23.445
4	-4.175	50.000	60.902	4.175	50.000	-60.902
5	118.888	-5.126	-2.186	-118.888	5.126	-23.445
6	50.000	4.175	71.339	-50.000	-4.175	-60.902
7	50.000	-4.175	-71.339	-50.000	4.175	60.902
8	0.951	68.888	94.784	-0.951	43.612	0.000
9	43.612	0.951	4.757	-43.612	-0.951	0.000

REACTIONS AUX SUPPORTS

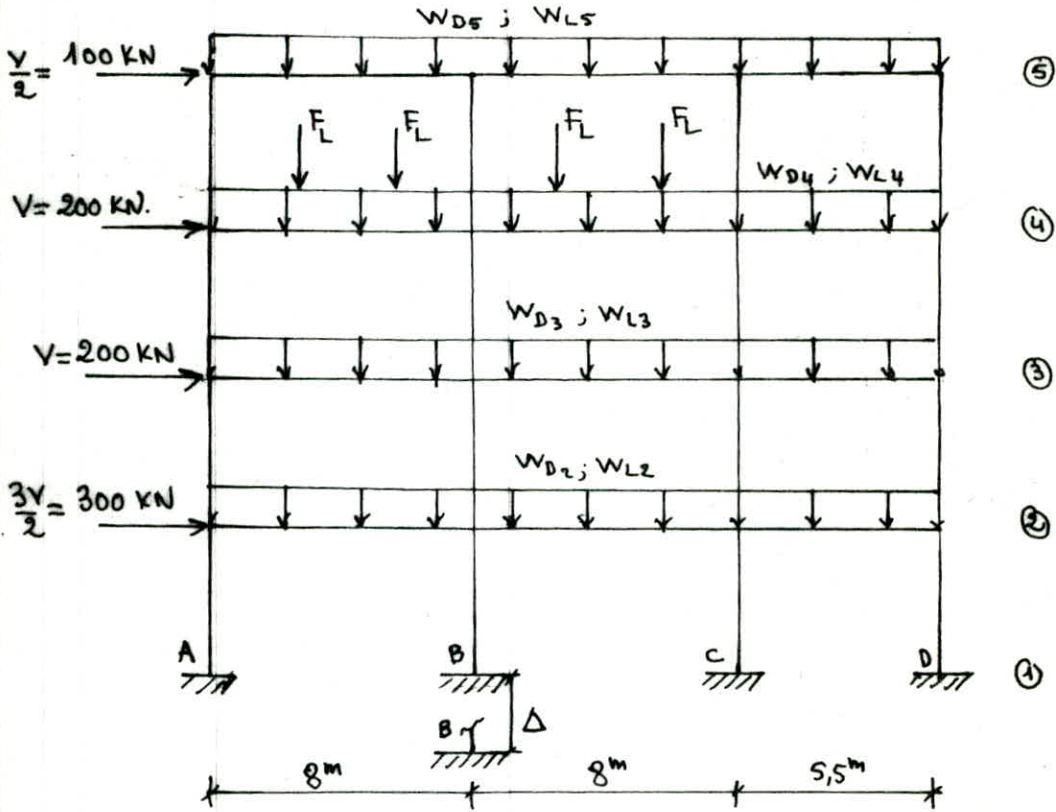
NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.951	43.612	-4.757	0.000000	0.000000	0.000000
2	-5.126	118.888	2.186	0.000000	0.000000	0.000000

SOLS.DAT:1

18-MAY-1987 13:55

PAGE 4

5	5.126	118.888	-2.186	0.000000	0.000000	0.000000
8	-0.951	43.612	4.757	0.000000	0.000000	0.000000



W_D : poids propre ; W_L : surcharge.

Determiner les efforts max. aux noeuds et les déplacements max. des noeuds en considerant differentes combinaisons des quatre chargements suivants :

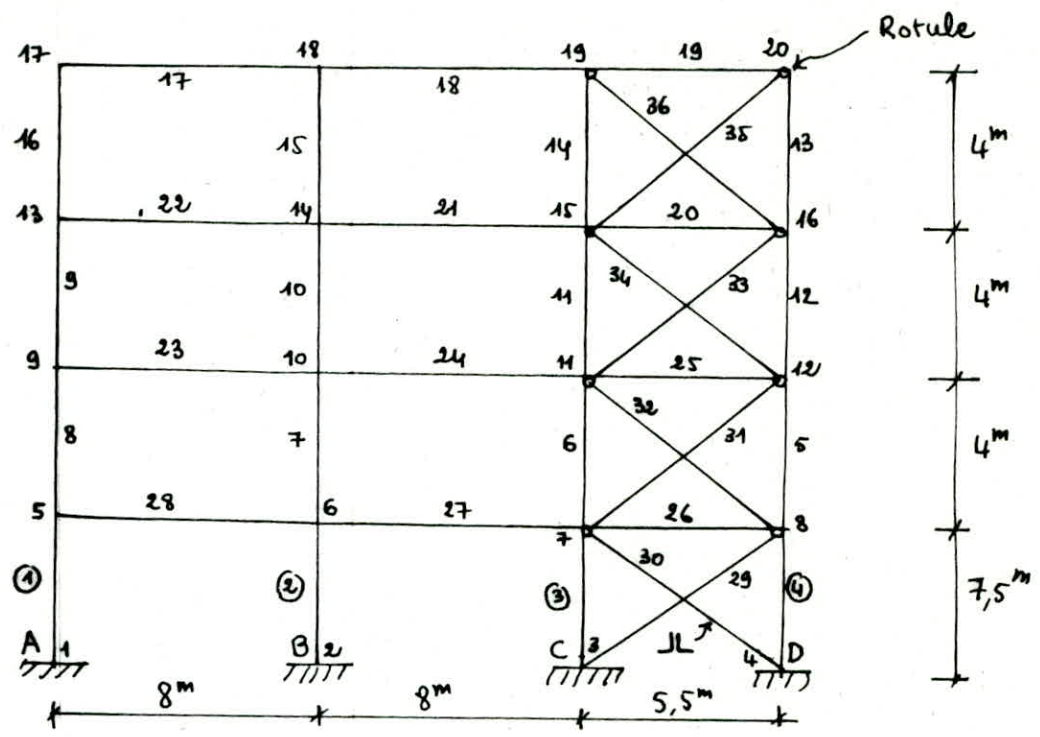
- * charge morte (p. propre)
- * charge vive (surcharges)
- * charge laterale de vent
- * déplacement Δ du point B.

Combinaisons $\left\{ \begin{array}{l} ① D+L \\ ② D+L+V \\ ③ D+L+V+\Delta \end{array} \right.$

Avec :

- $V = 200 \text{ kN}$
- $F_L = 75 \text{ kN}$ (charge vive)
- $W_{D2} = W_{D3} = W_{D5} = 30 \text{ kN/m}$
- $W_{D4} = 35 \text{ kN/m}$
- $W_{L2} = W_{L3} = 20 \text{ kN/m}$
- $W_{L4} = W_{L5} = 40 \text{ kN/m}$
- $\Delta = 50 \text{ mm}$.

W_D : charge morte ; W_L : charge vive ; V : vent lateral.
 ↳ p. propre du bâtiment.



* PROPRIETES DES MEMBRURES *

	Aire (mm ²)	I (x10 ⁶ mm ⁴)	N°-Barres.
W360 x 57	7220	161	17 à 19
W 610 x 125	15900	985	20 à 22
W 530 x 92	11800	552	23 à 28
W 310 x 97	12300	72,9	13 à 16
W 310 x 129	16500	100	5 à 12
W 310 x 158	20100	125	1 à 4
L 150 x 150 x 10	5800 (2 cornières)	12,7 (2 cornières)	31 à 36
L 150 x 150 x 16	9090	19,3	29 à 30

$[E] = \text{KN/m}^2$; $[\text{Force}] = \text{KN}$; $[\text{Aire}] = \text{m}^2$; $[\text{Inertie}] = \text{m}^4$,
 $[\text{Déplacement}] = \text{m}$.

***** CHARGEMENT N° 1 *****

-109-

Sous : D+L

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO.NOEUD	DEPL.X	DEPL.Y	ROTA.Z
1	0.000000	-0.000001	0.000000
2	0.000000	-0.000001	0.000000
3	0.000000	-0.000001	0.000000
4	0.000000	-0.000000	0.000000
5	-0.001895	-0.001783	-0.002992
6	-0.001774	-0.004226	0.000429
7	-0.001651	-0.002861	0.000865
8	-0.001141	-0.000752	0.001246
9	-0.003406	-0.002723	-0.002254
10	-0.003373	-0.006450	0.000259
11	-0.003328	-0.004510	0.000998
12	-0.003102	-0.001300	0.001371
13	-0.005929	-0.003434	-0.003760
14	-0.005839	-0.008166	0.000348
15	-0.005771	-0.005760	0.001600
16	-0.005608	-0.001687	0.001245
17	-0.007638	-0.003845	-0.011897
18	-0.008138	-0.009140	0.001545
19	-0.008615	-0.006506	0.003165
20	-0.008663	-0.001923	0.004640

18-MAY-1987 13:50

PAGE 5

 REACTIONS AUX SUPPORTS

SOL3.DAT;1

18-MAY-1987 13:50

PAGE 6

NO.NOEUD	REACT.X	REACT.Y	MOMEN.Z	DEPL.X	DEPL.Y	ROTA.Z
1	9.326	955.373	-24.999	0.000000	-0.000001	0.000000
2	0.118	2204.586	-1.872	0.000000	-0.000001	0.000000
3	146.802	1735.001	1.303	0.000000	-0.000001	0.000000
4	-156.305	612.540	4.856	0.000000	0.000000	0.000000

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

FX : FORCE AXIALE
FY : EFFORT TRANCHANT
MZ : MOMENT D'EXTREMITE

NO. MEMB	EXTREMITE I			EXTREMITE J		
	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	955.373	-9.326	-24.999	-955.373	9.326	-44.944
2	2264.586	-0.118	-1.872	-2264.586	0.118	0.988
3	1533.201	1.134	1.367	-1533.201	-1.134	7.136
4	402.746	2.510	5.261	-402.746	-2.510	13.565
5	452.103	12.271	23.917	-452.103	-12.271	25.168
6	1360.393	7.685	14.708	-1360.393	-7.685	16.031
7	1834.517	-0.839	-0.825	-1834.517	0.839	-2.529
8	775.575	-45.010	-93.706	-775.575	45.010	-86.332
9	586.588	-54.565	-101.605	-586.588	54.565	-116.657
10	1445.521	-4.696	-9.839	-1445.521	4.696	-8.945
11	1030.533	10.324	17.634	-1030.533	-10.324	23.662
12	319.870	10.222	21.071	-319.870	-10.222	19.818
13	145.045	23.824	35.277	-145.045	-23.824	60.020
14	459.142	18.279	30.856	-459.142	-18.279	42.261
15	599.484	4.068	3.771	-599.484	-4.068	12.501
16	252.747	-90.275	-150.889	-252.747	90.275	-210.213
17	90.275	252.747	210.213	-90.275	307.253	-428.240
18	86.207	292.231	415.739	-86.207	267.769	-317.891
19	12.476	231.702	275.630	-12.476	153.298	-60.020
20	-94.373	259.591	348.468	94.373	152.909	-55.095
21	-26.946	399.877	601.998	26.946	350.123	-402.986
22	-35.710	333.841	267.546	35.710	416.159	-596.824
23	-9.556	188.988	187.937	9.556	211.012	-276.037
24	-13.413	207.984	288.405	13.413	192.016	-224.532
25	-97.103	163.796	190.867	97.103	111.204	-46.239
26	-218.767	166.928	199.337	218.767	108.072	-37.482
27	-36.405	209.866	300.107	36.405	190.134	-221.181
28	-35.684	179.798	138.651	35.684	220.202	-300.270
29	250.252	-0.007	-0.064	-250.252	0.007	0.000
30	260.128	-0.044	-0.405	-260.128	0.044	0.000
31	43.423	0.000	0.000	-43.423	0.000	0.000
32	75.439	0.000	0.000	-75.439	0.000	0.000
33	31.306	0.000	0.000	-31.306	0.000	0.000
34	79.178	0.000	0.000	-79.178	0.000	0.000
35	14.033	0.000	0.000	-14.033	0.000	0.000
36	68.567	0.000	0.000	-68.567	0.000	0.000

*****CHARGEMENT N° 02*****

Sous: D+L+V

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	-0.000001	0.000000
2	0.000000	-0.000001	0.000000
3	0.000000	0.000000	0.000000
4	0.000000	-0.000001	0.000000
5	0.008778	-0.001743	-0.003609
6	0.007875	-0.004181	0.000353
7	0.006939	-0.000863	0.000392
8	0.007160	-0.002778	0.000189
9	0.011806	-0.002666	-0.002826
10	0.011156	-0.006379	0.000153
11	0.010515	-0.002047	0.000425
12	0.010595	-0.003791	0.000205
13	0.013761	-0.003369	-0.004160
14	0.013357	-0.008077	0.000496
15	0.012947	-0.003140	0.001129
16	0.012993	-0.004336	0.000052
17	0.016260	-0.003776	-0.012514
18	0.015239	-0.009049	0.001409
19	0.014304	-0.003836	0.002573
20	0.014155	-0.004602	0.003545

***** REACTIONS AUX SUPPORTS *****

NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	3.382	934.092	-0.651	0.000000	-0.000001	0.000000
2	-6.541	2240.111	23.353	0.000000	-0.000001	0.000000
3	-236.515	148.544	22.107	0.000000	0.000000	0.000000
4	-560.325	2244.752	21.033	0.000000	-0.000001	0.000000

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

FX : FORCE AXIALE
FY : EFFORT TRANCHANT
MZ : MOMENT D'EXTREMITE

EXTREMITE I

EXTREMITE J

NO. MEMB	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	934.092	-3.382	-0.651	-934.092	3.382	-24.710
2	2240.111	6.541	23.353	-2240.111	-6.541	25.707

SOL3.DAT:1

18-MAY-1987 13:50

PAGE 8

3	462.732	5.978	21.114	-462.732	-5.978	23.725
4	1488.426	5.595	20.352	-1488.426	-5.595	21.613
5	835.568	15.837	31.596	-835.568	-15.837	31.753
6	976.625	19.536	38.905	-976.625	-19.536	39.237
7	1813.596	16.103	33.205	-1813.596	-16.103	31.206
8	761.482	-36.904	-77.724	-761.482	36.904	-69.894
9	579.535	-45.058	-83.446	-579.535	45.058	-96.784
10	1400.767	13.127	24.539	-1400.767	-13.127	27.967
11	901.355	20.768	33.018	-901.355	-20.768	45.055
12	449.471	10.919	22.602	-449.471	-10.919	21.074
13	163.456	22.844	32.956	-163.456	-22.844	58.420
14	423.368	23.952	42.638	-423.368	-23.952	53.170
15	-597.633	15.564	27.799	-597.633	-15.564	34.457
16	250.457	-84.332	-138.213	-250.457	84.332	-199.117
17	184.332	250.457	199.117	-184.332	309.543	-435.464
18	168.768	288.090	401.007	-168.768	271.910	-336.290
19	39.084	233.355	283.120	-39.084	151.645	-58.420
20	-26.916	269.375	401.220	26.916	143.125	-54.029
21	163.163	382.213	546.607	-163.163	367.787	-488.912
22	160.725	329.079	234.997	-160.725	420.921	-602.373
23	191.847	181.946	153.340	-191.847	218.054	-297.769
24	188.871	194.776	242.024	-188.871	205.224	-283.816
25	-34.214	165.174	206.561	34.214	109.826	-54.355
26	-94.764	165.463	207.005	94.764	109.537	-53.209
27	276.039	199.125	262.637	-276.039	200.875	-269.635
28	266.477	172.611	102.434	-266.477	227.389	-321.549
29	-389.694	0.107	0.993	389.694	-0.107	0.000
30	937.952	0.073	0.681	-937.952	-0.073	0.000
31	-210.662	0.000	0.000	210.662	0.000	0.000
32	389.570	0.000	0.000	-389.570	0.000	0.000
33	-112.202	0.000	0.000	112.202	0.000	0.000
34	259.049	0.000	0.000	-259.049	0.000	0.000
35	-20.081	0.000	0.000	20.081	0.000	0.000
36	130.738	0.000	0.000	-130.738	0.000	0.000

***** CHARGEMENT N° 03 *****

Sous: D+L+V+ Δ

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	-0.000001	0.000000
2	0.000000	-0.050001	0.000000
3	0.000000	0.000000	0.000000
4	0.000000	-0.000001	0.000000
5	0.007802	-0.002300	-0.008384
6	0.007086	-0.052973	0.000791
7	0.006331	-0.001597	0.003457
8	0.006630	-0.002582	-0.000620
9	0.010498	-0.003494	-0.006747
10	0.009876	-0.054585	0.000350
11	0.009263	-0.003155	0.003138
12	0.009377	-0.003525	-0.000211
13	0.011747	-0.004365	-0.010360
14	0.011276	-0.055909	0.001110
15	0.010804	-0.004501	0.004472
16	0.010858	-0.004011	-0.000822
17	0.013597	-0.004815	-0.015542
18	0.012286	-0.056794	0.001488
19	0.011070	-0.005239	0.005042
20	0.010903	-0.004275	0.003403

REACTIONS AUX SUPPORTS

NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	18.143	1232.318	-38.422	0.000000	-0.000001	0.000000
2	-7.150	1593.288	24.173	0.000000	-0.050001	0.000000
3	-226.406	565.837	40.348	0.000000	0.000000	0.000000

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

FX : FORCE AXIALE
FY : EFFORT TRANCHANT
MZ : MOMENT D'EXTREMITE

NO. MEMB	EXTREMITE I			EXTREMITE J		
	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	1232.318	-18.143	-38.422	-1232.318	18.143	-97.650
2	1593.288	7.150	24.173	-1593.288	-7.150	29.449
3	855.696	13.720	39.927	-855.696	-13.720	62.973
4	1383.167	3.061	13.545	-1383.167	-3.061	9.410
5	778.330	4.067	6.086	-778.330	-4.067	10.182
6	1285.503	60.462	122.515	-1285.503	-60.462	119.331
7	1329.614	19.021	40.248	-1329.614	-19.021	35.835
8	984.960	-107.120	-224.928	-984.960	107.120	-203.553

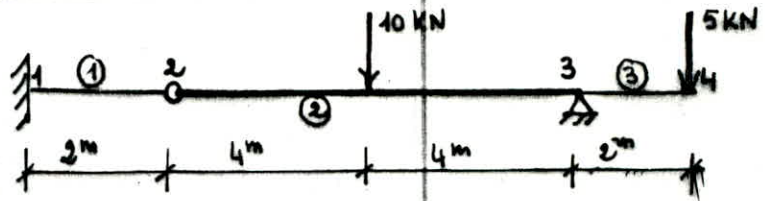
SOL3.DAT;1

18-MAY-1987 13:50

PAGE 11

9	718.965	-123.614	-229.161	-718.965	123.614	-265.294
10	1092.579	16.203	28.607	-1092.579	-16.203	36.207
11	1110.245	62.858	119.047	-1110.245	-62.858	132.385
12	401.204	-2.194	-1.329	-401.204	2.194	-7.446
13	162.188	14.236	13.069	-162.188	-14.236	43.874
14	453.798	52.747	103.417	-453.798	-52.747	107.572
15	544.001	16.968	32.558	-544.001	-16.968	35.316
16	-276.805	-136.559	-254.230	-276.805	136.559	-292.006
17	236.559	276.805	292.006	-236.559	283.195	-317.569
18	219.591	260.806	282.254	-219.591	299.194	-435.805
19	43.646	244.202	328.233	-43.646	140.798	-43.874
20	-31.228	341.917	751.792	31.228	70.583	-5.623
21	187.820	240.737	-86.515	-187.820	509.263	-987.595
22	187.055	442.160	519.524	-187.055	307.840	17.750
23	183.506	265.995	432.714	-183.506	134.005	95.248
24	180.689	103.031	-159.689	-180.689	296.969	-616.062
25	-48.740	204.560	377.684	48.740	70.440	-8.853
26	-128.545	207.458	400.265	128.545	67.542	-15.496
27	222.894	111.032	-125.987	-222.894	288.968	-585.753
28	211.023	247.358	322.578	-211.023	152.642	56.289
29	-359.519	0.099	0.920	359.519	-0.099	0.000
30	983.284	0.060	0.557	-983.284	-0.060	0.000
31	-226.708	0.000	0.000	226.708	0.000	0.000
32	420.686	0.000	0.000	-420.686	0.000	0.000
33	-134.035	0.000	0.000	134.035	0.000	0.000
34	294.716	0.000	0.000	-294.716	0.000	0.000
35	-36.366	0.000	0.000	36.366	0.000	0.000
36	152.333	0.000	0.000	-152.333	0.000	0.000

EX08:



FICHIER DE DONNEES.

EX08.DAT;7

18-MAY-1987 13:49

LECTURE DES DONNEES

4 3 1

.200000+09 .0

COORDONNEES DES NOEUDS

1 .C .0 1

2 .200000+01 .C 0

3 .100000+02 .0 1

4 .120000+02 .0 0

INCIDENCES DES MEMBRURES

1 1 2 0

2 2 3 1

3 3 4 0

ROTATION DES SUPPORTS

0

DEBLOCCAGE DES SUPPORTS

0

SUPPORTS ELASTIQUES

0

PROPRIETES DES MEMBRURES

1 .800000-01 .630000-05 1

2 .160000+00 .126000-04 1

3 .800000-01 .630000-05 1

NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT

1

CHARGEMENT NUMERO 1

4 .0 -0.500000+01 .0

0 0 0 0

EFFETS DE LA TEMPERATURE

0

TASSEMENT DES SUPPORTS

0

MEMBRURES CHARGES UNIFORMEMENT

0

CHARGES PONCTUELLES

1

2 -0.100000+02 .050000+01

MOMENT CONCENTRES

0

dans cet EXO, on a spécifié la
membrure:

1 comme Rigide - Rigide

2 comme Rotule' - Rigide

3 comme Rigide - Rigide . pour

ne pas avoir une matrice

SINGULIERE .

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000000	-0.006413	-0.004810
3	0.000000	0.000000	0.000000
4	0.000000	-0.010582	-0.007937

SOL8.DAT;1

18-MAY-1987 14:02

PAGE 3

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

FX : FORCE AXIALE
 FY : EFFORT TRANCHANT
 MZ : MOMENT D'EXTREMITE

NO. MEMB	EXTREMITE I			EXTREMITE J		
	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	0.000	3.030	6.061	0.000	-3.030	0.000
2	0.000	3.030	0.000	0.000	6.970	-15.758
3	0.000	5.000	10.000	0.000	-5.000	0.000

REACTIONS AUX SUPPORTS

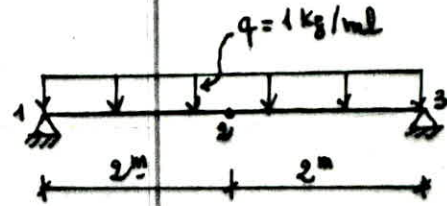
NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000	3.030	6.061	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.000	11.970	-5.758	0.000000	0.000000	0.000000

EX 9: si on veut connaître les efforts en travée, on considère qu'il ya un noeud rigide à l'endroit où on veut connaître les efforts.

On prend comme exemple simple, une poutre simplement appuyée et chargée uniformément.

$q = 1 \text{ kg/ml}$; $L = 4 \text{ m}$.

* On veut connaître les efforts à mi-travée (à $l/2$)



on sait qu'à mi-travée $M = q l^2 / 8 = \frac{1 \cdot 4^2}{8} = 2 \text{ kg.m}$.

```

LECTURE DES DONNEES
3 2 1
.200000+09 .000000+00
COORDONNEES DES NOEUDS
1 .000000+00 .000000+00 1
2 .200000+01 .000000+00 0
3 .400000+01 .000000+00 1
INCIDENCES DES MEMBRURES
1 1 2 1
2 2 3 2
ROTATION DES SUPPORTS
0
DEBLOCCAGE DES SUPPORTS
0
SUPPORTS ELASTIQUES
0
PROPRIETES DES MEMBRURES
1 .400000-01 .400000-03 1
2 .400000-01 .400000-03 1
NOMBRE DE CAS DE CHARGEMENT
1
CHARGEMENT NUMERO 1
0 0 0 0
EFFET DE LA TEMPERATURE
0
TASSEMENT DES SUPPORTS
0
MEMBRURES CHARGES UNIFORMEMENT
2
1 -0.100000+01 .000000+00 .100000+01
2 -0.100000+01 .000000+00 .100000+01
CHARGES PONCTUELLES
0
MOMENTS CONCENTRES
0

```

DEPLACEMENT DES NOEUDS

NO. NOEUD	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000000	0.000000	0.000000
2	0.000000	-0.000042	0.000000
3	0.000000	0.000000	0.000000

EFFORTS DANS LES MEMBRURES

JOL9.DAT;1

18-MAY-1987 15:14

PAGE 3

FX : FORCE AXIALE
 FY : EFFORT TRANCHANT
 MZ : MOMENT D'EXTREMITE

•EXTREMITE I

EXTREMITE J

NO. MEMB	FX	FY	MZ	FX	FY	MZ
1	0.000	2.000	0.000	0.000	0.000	2.000
2	0.000	0.000	-2.000	0.000	2.000	0.000

REACTIONS AUX SUPPORTS

NO. NOEUD	REACT. X	REACT. Y	MOMEN. Z	DEPL. X	DEPL. Y	ROTA. Z
1	0.000	2.000	0.000	0.000000	0.000000	0.000000
3	0.000	2.000	0.000	0.000000	0.000000	0.000000

* INTRODUCTION AU CALCUL * DYNAMIQUE

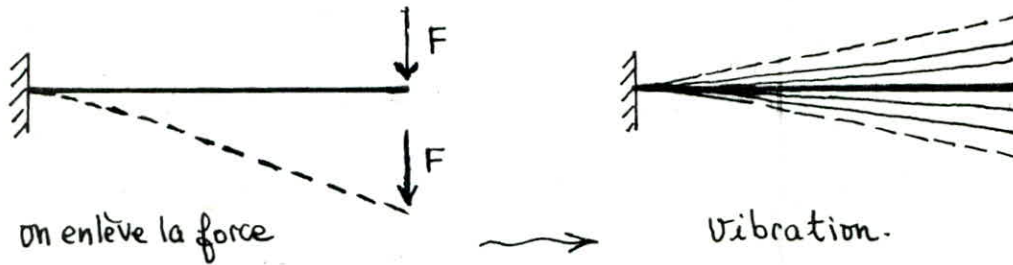
la méthode matricielle des déplacements permet de trouver la solution aux problèmes d'équilibre des structures soumises à un ensemble de forces extérieures. Nous avons donc étudié les comportements statiques des structures. Néanmoins dans la réalité certains phénomènes sont difficilement assimilables à des forces statiques, par exemple **LES SEISMES**, **LE VENT**, les efforts des machines tournantes etc... D'autre part les sollicitations engendrées par ces phénomènes dynamiques, ne sont pas constantes dans le temps :

PHASE TRANSITOIRE, PHASE STATIONNAIRE, et celles-ci sont très difficiles à évaluer par un calcul statique. Enfin des phénomènes de fatigue peuvent entraîner également des ruptures sous l'effet répété du chargement.

Le calcul dynamique des structures se propose non plus de trouver un état d'équilibre de la structure, mais de trouver un ou plusieurs modes de vibration ou de réponse à une excitation.

Un exemple simple de phénomène dynamique peut être étudié en prenant une règle en plexiglas sur le bord d'une table. On applique une force à une extrémité, et en un instant on enlève cette force. la règle se met à vibrer alors qu'aucune

force extérieure n'est appliquée, et cette vibration engendre naturellement des contraintes puisqu'il y a déformation.



(Vibration d'une console)

Le but du calcul dynamique est donc de trouver ce mode de vibration, ainsi que la fréquence (ou période) associée. Celle-ci est également très importante, car des excitations cycliques proches de ces fréquences peuvent provoquer des efforts importants dans la structure (phénomènes de résonance).

Sur le plan théorique, les équations de la dynamique nous donnent pour un cas simple:

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

qui donne comme solution:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \text{ avec } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

A et φ étant des constantes données par les conditions aux limites. De façon identique, nous allons pouvoir écrire pour une structure à n degrés de liberté:

$$[M][\ddot{X}] + [K][X] = 0$$

dont la solution sera donnée en fonction des ω^2 déterminés par:

$$\{[K] - \omega^2[M]\} = 0 \text{ soit } [X] = [X_0] A \cos(\omega t + \varphi).$$

$[X_0]$ est appelé mode propre de vibration, A et φ sont toujours des constantes.

Ce problème se résout par une recherche mathématique de valeurs propres, dont l'exposé théorique dépasse le cadre de cette thèse: citons à titre de référence la méthode de JACOBI ou celle de Householder.

La matrice $[K]$ de rigidité est celle obtenue après prise en compte des conditions aux limites. On voit donc que si la structure a n degrés de liberté, il y aura alors n valeurs propres ω^2 .

D'autre part la matrice de masse $[M]$ est constituée comme la matrice de rigidité $[K]$ par assemblage des matrices élémentaires des barres. Pour simplifier les choses nous prendrons

une matrice de masse diagonale, et en chaque noeud nous associerons la masse d'une demi-barre. ainsi nous obtenons:

$$[m] = \begin{bmatrix} \rho \frac{AL}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho AL}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\rho AL^3}{24} \end{bmatrix}$$

où ρ est la masse volumique du matériau. le terme $\frac{\rho AL^3}{24}$ correspond au moment d'inertie de la Demi-barre ramené au noeud.

On constate donc que cette matrice est indépendante du repère local de la barre, ce qui évitera les problèmes de rotation.

Enfin nous nous devons de signaler que les problèmes de dynamique, par le fait même qu'ils se ramènent à des recherches de valeurs propres sont beaucoup plus gourmands en temps et en taille mémoire que les problèmes statiques. le développement continu des ordinateurs qui va aplanir peu à peu ces difficultés, devrait rendre le calcul dynamique accessible à tous, d'ici quelques années, comme l'est devenu le calcul statique.

