

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

42/84

Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

1 esc

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT DE GENIE - CIVIL

THESE DE FIN D'ETUDES

THÈME

المسألة الوطنية
المكتبة

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE
BIBLIOTHEQUE

CALCUL DYNAMIQUE D'UN PONT
DE LONGUE PORTÉE
PAR LA METHODE ENERGÉTIQUE

Proposé et suivi par :

A. ZERZOUR

Etudié par :

M. MELLAS

S. SAFER

Promotion Janvier 1984

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement et de la Recherche Scientifique

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE D'ALGER

DEPARTEMENT DE GENIE - CIVIL

THESE DE FIN D'ETUDES

THÈME

CALCUL DYNAMIQUE D'UN PONT
DE LONGUE PORTÉE
PAR LA METHODE ENERGETIQUE

Proposé et suivi par :

A. ZERZOUR

Etudié par :

M. MELLAS

S. SAFER

Promotion Janvier 1984

Dedication

Je dédie ce livre à
mon père, ma mère
ma famille et
à tous (es)

Maman

à mes parents
à mes frères et sœurs
à mes amis et à tous ceux
qui m'ont soutenu
et encouragé tout au long de
ce chemin.

Amour

Remerciements

Nous tenons à remercier les professeurs et les assistants de l'école qui ont contribué à notre formation, à tous nous exprimons notre profonde gratitude.

A monsieur A.ZERZOUR, notre promoteur, nous sommes profondément reconnaissants pour l'aide apportée et les conseils qu'il n'a cessé de nous prodiguer, nous tenons aussi à remercier monsieur CRAINIC pour l'intérêt qu'il porte à notre travail.

Des remerciements sont adressés aux auteurs des divers rapports, dont sont tirées certaines théories et données.



Sommaire

I. Introduction	1
1. Description de l'ouvrage	3
2. Matériaux utilisés; Contraintes admissibles	6
3. Evaluation des charges permanentes	9
II. Assurance antisismique vu les règles en vigueur	13
1. Introduction	13
2. Méthode de Rayleigh	15
III. Détermination des caractéristiques dynamiques	24
1. Structure longue en plan	24
2. Equation de la ligne élastique	26
3. Mode de vibrations propres fondamentales	28
4. Mode supérieur	36
IV. Evaluation de la charge sismique	43
1. Comparaison entre les différentes méthodes d'évaluation de la charge sismique	43
2. Détermination du coefficient de répartition η_{ik}	50
3. Evaluation de la charge sismique S_{ik}	57
V. Ferrailage	90
1. Calcul de la culée	91
2. Calcul de la pile	97
Bibliographie	106

I - Introduction

Bien que l'homme soit parvenu à maîtriser de nombreux phénomènes, la connaissance scientifique des séismes reste un sujet d'actualité. Il est reconnu qu'au cours de chaque siècle un million environ sont victimes des séismes et que les dégâts matériels considérables sont à déplorer.

Suite aux dommages dus aux séismes, essentiellement celui d'El Asnam les problèmes de constructions dans les régions sismiques en Algérie reviennent au premier plan. Ces problèmes sont bien connus mais leurs solutions sont souvent un sujet de discussion.

Parmi ces problèmes, il existe des points bien particuliers concernant les structures longues en plan ou élancées tels que les ponts, halls industriels, hangars et tout autre ouvrage dont la longueur (portée) est commensurable à la longueur d'onde sismique. Pour sauvegarder l'économie du pays reposant essentiellement

sur les constructions industrielles et les ouvrages d'art ; il est d'une grande nécessité de donner quelques précisions sur l'étude de ces structures aux séismes.

La révolution technologique a rendu nécessaire la révision et l'adaptation des méthodes de conception et de calcul. L'ingénierie parasismique a beaucoup évolué depuis l'époque où l'ingénieur anglais J. Milne proposait la méthode statique.

A compter de cette date, des écoles traditionnelles apparaissent, une proposait des structures basses et rigides, l'autre préconisait des constructions hautes et flexibles ; mais avec la découverte de la méthode dynamique et l'enregistrement rigoureux du séisme de 1938 à El. centro, une véritable révolution dans la conception et la pratique de l'ingénierie parasismique s'est produite.

Pour éviter la répétition de tragédies comme celle du 10 octobre 1980 à El. asnam, il est souhaitable de profiter de l'expérience des pays qui ont eu les mêmes problèmes et qui les ont déjà résolus efficacement.

Notre thèse a pour but la détermination de la charge sismique de calcul d'un pont de longue portée et d'en tirer des recommandations dans le domaine pratique d'un tel type de construction.

1. Description de l'ouvrage

Pont de 82 m de long : constitué de 2 traverses de 41 m chacune. La largeur est de 81 m comportant une chaussée de 2 parties (9,50 m ; 6,50 m) , 3 trottoirs (4,50 ; 8,00 ; 4,50 m) munis à leurs extrémités de garde-corps et protégés par des glissières de sécurité .

Structure du pont :

tablier : il s'agit du platelage et la poutraison

- le platelage : il est formé par une dalle de 80 cm d'épaisseur recouverte par une chape d'étoncheite de 3 cm et un revêtement de 7 cm d'épaisseur .

- la poutraison : elle constitue le support du

platelage, elle se compose des poutres principales en

précontrainte (9 poutres pour chaque travée) de

8,346 m d'entre-axes et des entretoises d'about de 40 cm d'épaisseur .

l'épaisseur de l'âme des poutres principales est de 18 cm en travée et de 60 cm dans les zones d'appuis .

opuis : se sont les caïées, les piles et les appareils

d'appuis .

- Caïée : formée par un seul contre-fort de

20,8 m de large .

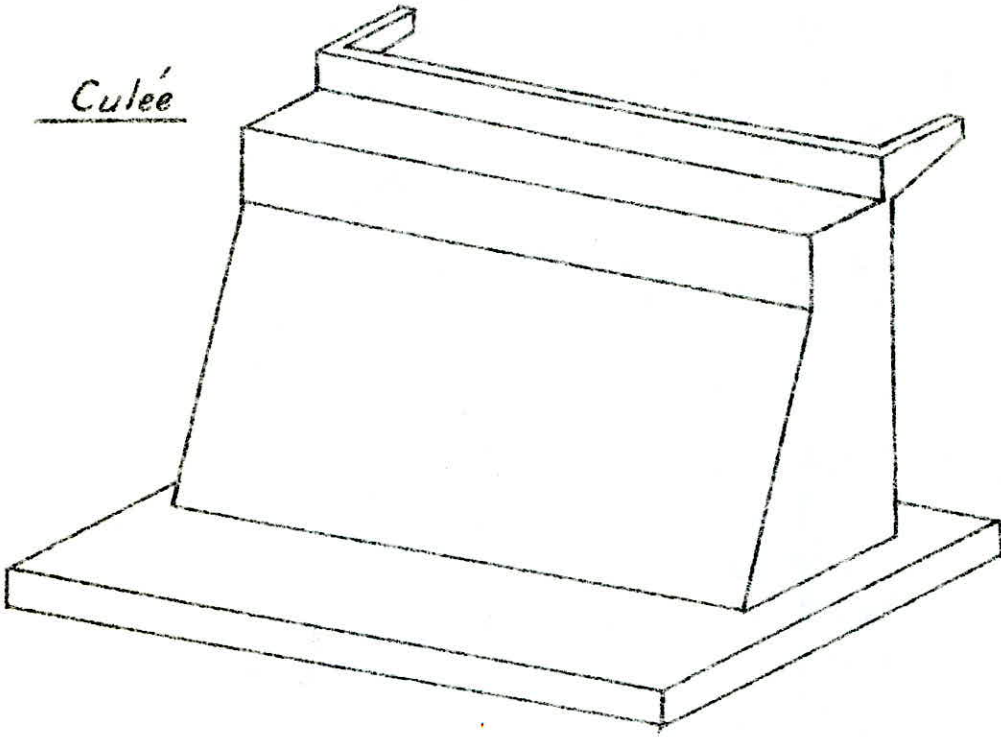
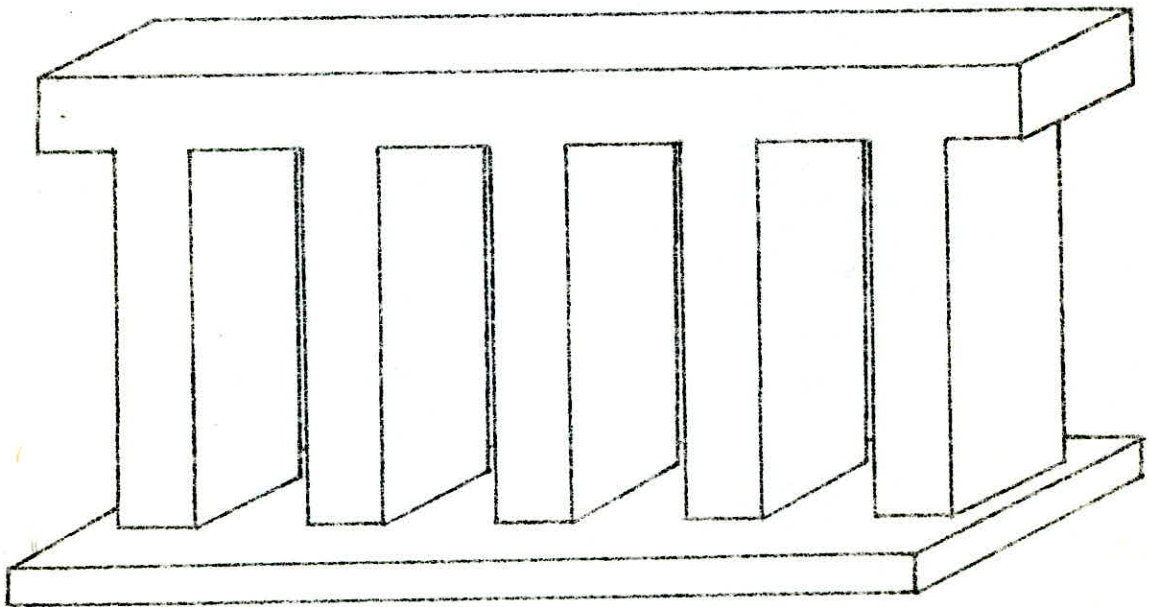
- Pile : elle est formée de 5 poteaux de section

rectangulaire, sur lesquels repose un chevêtre recevant les réactions des appuis des poutres.

- Appareils d'appuis : se sont des plaques de néoprènes

Fondations :

Les appuis sont parfaitement encastrés à une infrastructure importante.

Schemas descriptifs:CuléePile

2. Matériaux utilisés, Contraintes admissibles.

1. Béton :

le béton, qu'on utilise, est dosé à 350 kg/m³ de ciment C.P.A de classe 325, contrôlé strictement, la dimension maximale des granulats est $\max C_g = 25 \text{ mm}$

$$\sigma'_{28} = 275 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{en compression})$$

$$\sigma_{28} = 23,7 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{en traction})$$

Contrainte admissible de compression :

$$\bar{\sigma}'_b = \alpha \cdot \beta \cdot \gamma \cdot \delta \cdot \epsilon \cdot \sigma'_{28} \quad \left(\begin{array}{l} \text{BA. 68} \\ \text{p. 12-16} \end{array} \right)$$

$$\alpha = 1 \quad \text{ciment de classe 325}$$

$$\beta = 1 \quad \text{béton strictement contrôlé}$$

$$\gamma = 1 \quad h_m > 4 \cdot C_g$$

$$\delta = 0,6 \quad \text{en flexion simple et composée avec effort normal de traction}$$

$$= 0,3 \quad \text{en compression simple}$$

$$= 0,3 \cdot \left(1 + \frac{e_0}{3e_1} \right) \quad \text{en flexion composée avec effort normal de compression.}$$

$$\epsilon = 1 \quad \text{en compression simple.}$$

$$0,5 \leq \epsilon \leq 1 \quad \text{dans le cas où } \bar{\sigma}'_m \leq \sigma'_{b_0}$$

$\bar{\sigma}'_m$: étant la contrainte moyenne du béton de la section homogène si elle est entièrement comprimée, et de la partie comprimée de la section si cette dernière est partiellement comprimée.

$$\bar{\sigma}'_{b_0} = 82,5 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{compression simple})$$

$$\bar{\sigma}'_b = 165 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{flexion simple ou composée avec traction en section rectangulaire})$$

$$\bar{\sigma}'_b = 82,5 \cdot \left(1 + \frac{2e_0}{h_0}\right) \leq 2\bar{\sigma}'_{b_0} \quad (\text{en flexion composée avec compression en section rectangulaire})$$

Contrainte de référence de traction :

$$\bar{\sigma}_b = 7,1 \text{ kg/cm}^2$$

Contrainte de cisaillement :

$$\bar{\sigma}_b = 1,15 \bar{\sigma}'_b = 8,2 \text{ kg/cm}^2$$

Module de déformation longitudinale :

A défaut d'essai de résistance pour les grandes valeurs de j ,

on prend $\bar{\sigma}'_j = 1,2 \cdot \bar{\sigma}'_{28}$ (BA.68)
p. 15)

$$E_i = 21000 \sqrt{\bar{\sigma}'_j} = 4,3 \cdot 10^5$$

2. Acier

On utilise l'acier Torr $F_k E40$

$$\bar{\sigma}_{en} = 4200 \text{ kg/cm}^2 \quad (\phi \leq 20 \text{ mm})$$

$$\bar{\sigma}_{en} = 4000 \text{ kg/cm}^2 \quad (\phi > 20 \text{ mm})$$

l'utilisation de ces barres doit être compatible avec les caractéristiques du béton utilisé.

$$\bar{\sigma}_a = 2800 \text{ kg/cm}^2 \quad (\phi \leq 20 \text{ mm})$$

$$\bar{\sigma}_a = 2670 \text{ kg/cm}^2 \quad (\phi > 20 \text{ mm})$$

Conditions à respecter :

(BA.68)
p. 23-45)

$$\bar{\sigma}'_{b_0} > 20 \cdot (1 + 1,25 \Psi_d) \quad \text{avec} \quad \Psi_d = \frac{1,5}{\sqrt{2}} \eta_d$$

$$\eta_d = \sqrt{2}$$

Ψ_d : coefficient de scellement = 1,5

Ces valeurs forfaitaires ne peuvent être utilisées que si elles sont compatibles avec l'ouverture minimale des fissures.

Si des ouvertures inacceptables ont eu lieu pour une raison quelconque des déformations imposées à la pièce et non prises en compte dans les calculs (retrait, tassement...) la valeur maximale de la contrainte de traction des armatures à prendre en compte sera le minimum entre $\frac{2}{3} \bar{\sigma}_{en}$ et la plus grande de 2 valeurs :

$$\bar{\sigma}_1 = k \cdot \frac{\bar{\sigma}_b}{\Phi} \cdot \frac{\bar{\omega}_f}{1 + 10 \bar{\omega}_f}$$

$$\bar{\sigma}_2 = 2,4 \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_b}{\Phi} \cdot k \cdot \bar{\sigma}_b}$$

BA.68
p. 48

BA.68
p. 89

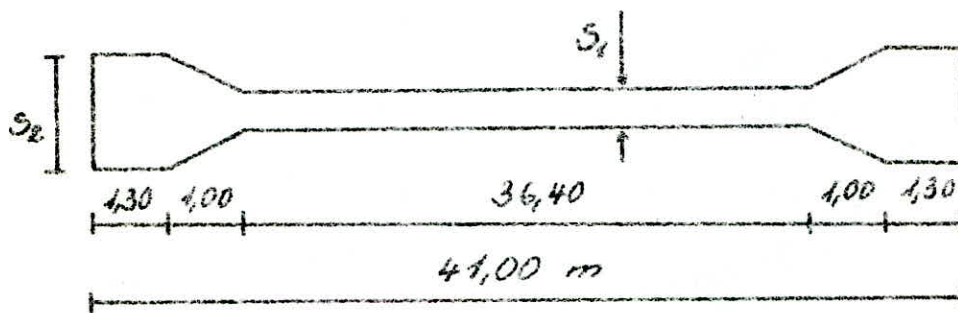
3. Evaluation des charges permanentes.

Les charges permanentes designent les efforts qui sont nés de la pesanteur (les poids propres des différents éléments).

1. l'ossature résistante :

elle est formée par les poutres, la dalle et les entretoises.

- Poutres : la section transversale n'est pas constante on définit alors une section constante équivalente.



$$S_2 = 13630,2 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 7069 \text{ cm}^2$$

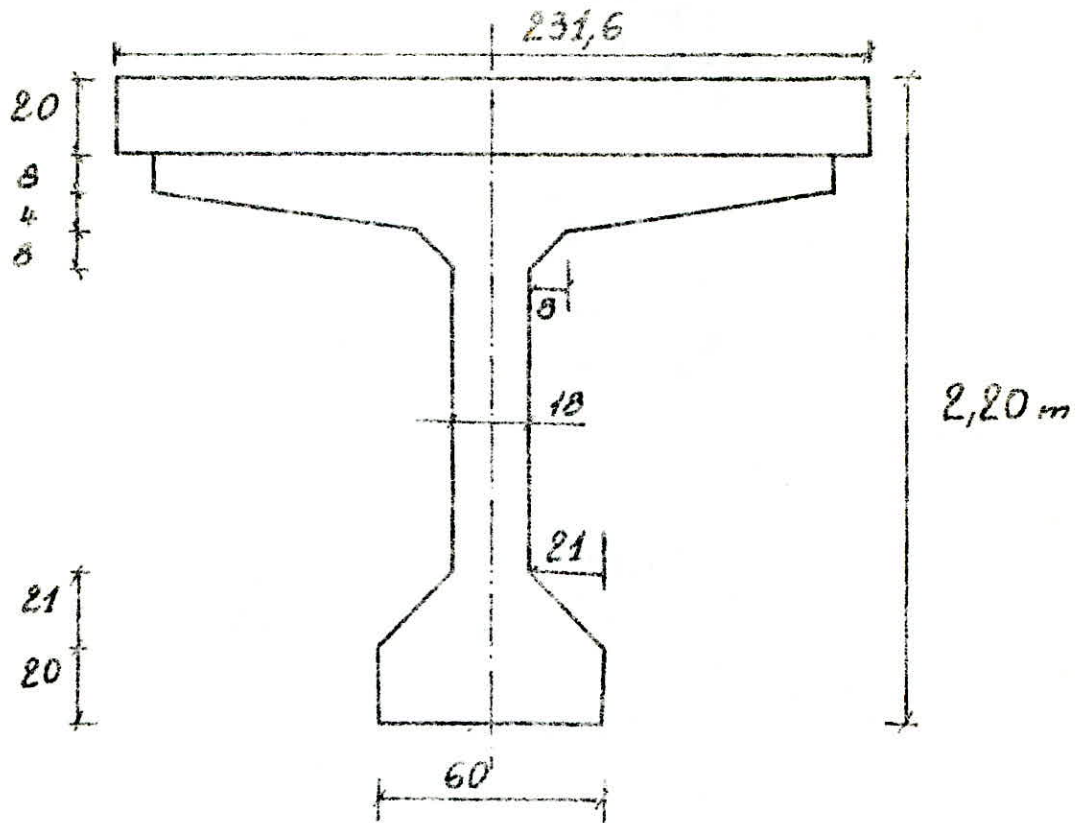
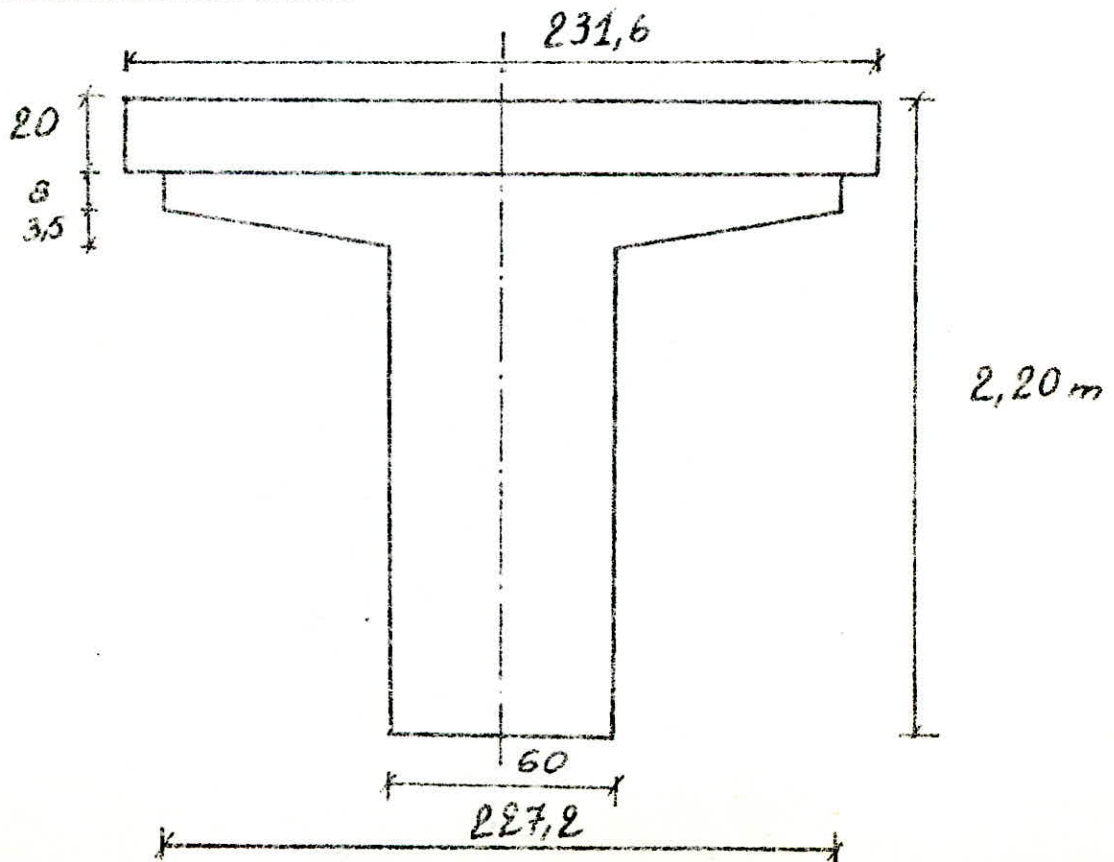
la section équivalente se traduit par :

$$41,0 \cdot S = 2 \left[1,3 \cdot S_2 + \frac{S_1 + S_2}{2} \cdot 1,0 \right] + 36,4 \cdot S_1$$

$$\text{d'où } S = 7645,1054 \text{ cm}^2$$

Poids des poutres par ml :

$$9 \cdot 2,5 \cdot 1,00 \cdot S = 17,2 \text{ t/ml}$$

Section médiane de la poutre avec dalleSection d'about

$$\underline{\underline{G = 36,53 \text{ t/ml}}}$$

Donc le poids propre du tablier par ml est :

Poids de l'ossature résistante : $28,772 \text{ t/ml}$

Poids de la superstructure par ml :

$$7,754 \text{ t/ml}$$

corniche : $2,5 \cdot 2 \cdot 0,35 \cdot 0,6 = 4,05 \text{ t/ml}$

glissière : $4 \cdot 0,05 = 0,2 \text{ t/ml}$

garde corps : $2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ t/ml}$

travaux : $2,5 [2(0,2 \cdot 1,6) + 0,22] = 2,46 \text{ t/ml}$

chape : $0,03 \cdot 20,844 \cdot 2,2 = 4,38 \text{ t/ml}$

revêtement : $0,07 \cdot 16 \cdot 2,2 = 2,464 \text{ t/ml}$

2. Superstructure:

$$\text{Poids des entretoises par ml : } 23,61 \times 2 \times \frac{1}{4} = 4,95 \text{ t/ml}$$

$$2,5 \cdot 0,14 \cdot 4,72 [8(2,316 - 0,6)] = 23,61 \text{ t}$$

Entretoises: Poids propre d'une entretoise :

$$20,844 \cdot 0,2 \cdot 4,00 \cdot 2,5 = 10,422 \text{ t/ml}$$

Dalle: Poids propre de la dalle par ml :

4. Caractéristiques géométriques.

1. Culée:

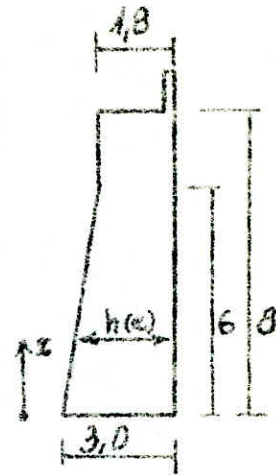
le moment d'inertie

$$I = \frac{bh^3}{12} \text{ or } h \text{ dépend de } x$$

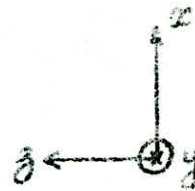
$$h(x) = ax + b$$

$$h(x) = -\frac{1}{5}x + 3$$

$$I_c = \frac{bh(x)^3}{12} \text{ avec } \begin{cases} h(x) = -\frac{1}{5}x + 3 \\ h(x) = 1,80 \text{ m} \end{cases}$$

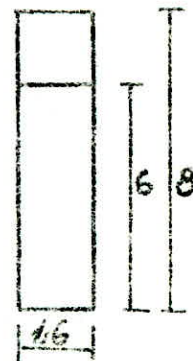


$$\begin{cases} m_c(x) = 2,5 \cdot 20,8 \cdot (-0,2x + 3) & 0 \leq x \leq 6 \text{ m} \\ m_c(x) = 93,6 \text{ t/ml} & 6 < x \leq 8 \text{ m} \end{cases}$$

2. Pile:

$$\begin{cases} I_1^p = \frac{b_1 h^3}{12} = 1,024 \text{ m}^4 & 0 \leq x \leq 6 \text{ m} \\ I_2^p = \frac{b_2 h^3}{12} = 7,0997 \text{ m}^4 & 6 < x \leq 8 \text{ m} \end{cases}$$

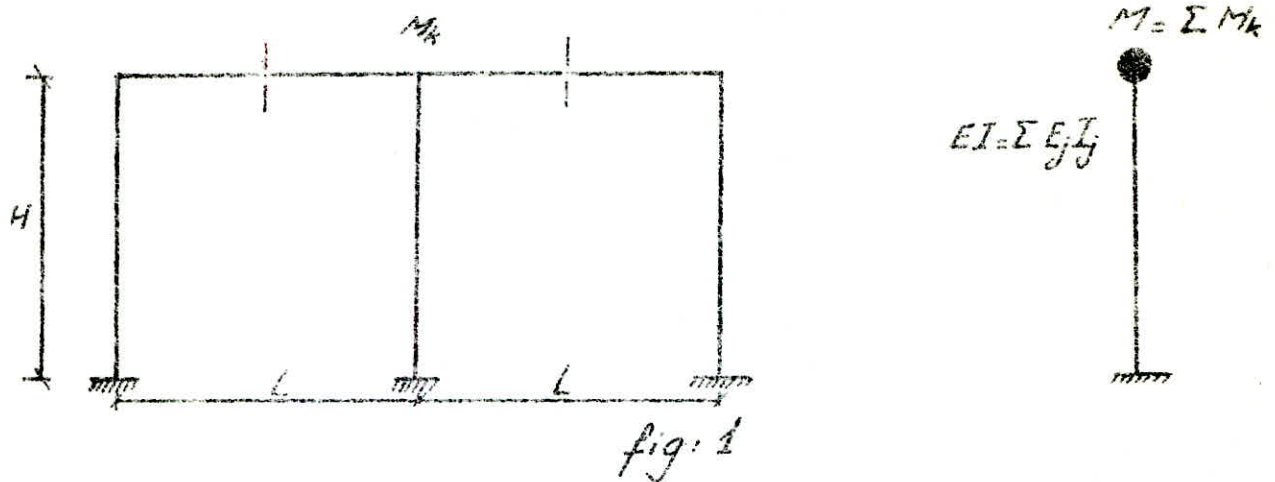
$$\begin{cases} m_p(x) = 12 \text{ t/ml} & 0 \leq x \leq 6 \\ m_p(x) = 83,2 \text{ t/ml} & 6 \leq x \leq 8 \end{cases}$$



II- Assurance anti-sismique vu les règles en vigueur

1. Introduction

Dans les règles parasismiques algériennes (R.P.A. 81) et les règles parasismiques françaises (R.S. 69), on ne trouve pas de recommandations spéciales pour des portiques à un seul niveau, tandis que les règles russes (SNIP) et bulgares préconisent un modèle mathématique (schémas de calcul) représentant une console avec une masse concentrée au sommet (fig. 1)



Ce modèle peut être recommandé surtout dans le cas où la masse du poteau est négligeable par rapport à la masse de la poutre.

Entre autre les règles parasismiques françaises (P.S.69) nous permettent de calculer la période propre fondamentale en tenant compte de la masse du poteau par la formule "article 5,23" :

$$P' = P + \frac{33}{140} p l \quad (\text{II.1})$$

Mais aucune de ces règles ne donne la possibilité d'étudier plusieurs modes de vibrations propres de la structure considérée.

De plus la formule (II.1) ne permet que de perfectionner un peu le calcul de la période fondamentale et le coefficient dynamique respectif, et encore l'utilisation de la masse équivalente pour l'évaluation de la charge sismique et sa répartition donne une erreur plus au moins

acceptable de 4% sur la période, mais une erreur qui, en aucun cas, sera négligeable sur les valeurs des contraintes (T, M) allant jusqu'à 40%.

Donc on a vu nécessaire d'utiliser un schéma de calcul représentant un système de plusieurs degrés de liberté pour pouvoir étudier plusieurs modes de vibrations propres, et en tenant compte de la répartition réelle des masses pour la détermination de la charge sismique de calcul selon la théorie développée par A. ZERZOUR.

Mais est-il nécessaire de tenir compte de l'influence des modes supérieurs de la construction considérée ?

2. Méthode de Rayleigh

L'analyse dynamique exacte des systèmes ayant plusieurs degrés de liberté est très complexe, car elle est régie par de nombreux paramètres qui sont généralement en dépendance comme l'indique :

- l'effet de la force axiale sur la valeur des périodes propres.
- les oscillations couplées.

Pour les calculs de l'ingénieur de structures, l'utilisation de la méthode exacte n'est pas absolument nécessaire et constitue dans la plupart des cas une complication et des efforts inutiles.

Les difficultés rencontrées peuvent être évitées en faisant appel

aux méthodes approximatives numériques, qui permettent de trouver rapidement et avec une précision satisfaisante, les caractéristiques dynamiques de vibrations, telles que :

- Méthode de Rayleigh.
- Méthode de Vianello - Stodola.
- Méthode de Holzer.

Ces méthodes se proposent en principe de calculer les pulsations propres à partir d'une déformée choisie arbitrairement, et la majorité de ces méthodes est basée sur la même idée fondamentale exposée pour la première fois par le physicien L. RAYLEIGH.

La méthode de Rayleigh a pour but d'apporter des recommandations dans le domaine pratique concernant l'assurance antisismique d'un tel type de construction; pour cela il faut utiliser un modèle mathématique (schéma de calcul) de plusieurs degrés de liberté pour pouvoir étudier plusieurs modes de vibrations propres.

Dans notre thèse on présentera le pont par un modèle mathématique (schéma de calcul = portique) reflétant toutes les vibrations propres éventuelles afin de déterminer la charge sismique la plus défavorable.

Cette méthode est basée sur le principe de la conservation d'énergie. Pour cette raison elle n'est applicable qu'aux systèmes

conservatifs. Mais compte tenu de l'influence négligeable de l'amortissement sur les valeurs des formes et pulsations propres, elle peut être utilisée pour le calcul des caractéristiques dynamiques des structures réelles.

Conformément au principe de la conservation d'énergie pour un système élastique en mouvement, l'énergie totale est constante :

$$E = E_p + E_c = \text{constante}$$

$E_p(t)$: énergie potentielle du système.

$E_c(t)$: énergie cinétique.

quand $E_p = \min E_p = 0 \rightarrow E = E_c = \max E_c = \text{cste}$

et quand $E_c = \min E_c = 0 \rightarrow E = E_p = \max E_p = \text{cste}$

donc $\min E_c = \min E_p = 0$

$\max E_c = \max E_p = \text{cste.} \quad (\text{II}, 2)$

Le "principe de Rayleigh" montre que la pulsation propre calculée en utilisant une forme approximative de la déformée, représente une approximation stable de la valeur réelle de cette pulsation, c'est à dire que de petites variations dans la forme du mode entraînent de petites variations de la valeur de la pulsation ω (une erreur de +4%).

Supposons que la déformée réelle est donnée par l'expression suivante :

$$y(x, t) = X(x) \cdot T(t) \quad (\text{II}, 3)$$

$X(x)$: la déformée correspondant au mode considéré

$T(t)$: la loi de mouvement

alors les forces d'inertie seront :

$$-m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -m X(x) \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \quad (\text{II}, 4)$$

et les pulsations sont :

$$\varphi = \frac{2\pi}{T} \quad \text{avec } T : \text{periode} \quad (\text{II}, 5)$$

Soit une déformée correspondant à une pulsation φ donnée

$$y(x, t) = X(x) \cdot \sin(\varphi t + \lambda) \quad (\text{II}, 3')$$

l'énergie cinétique E_c sera alors :

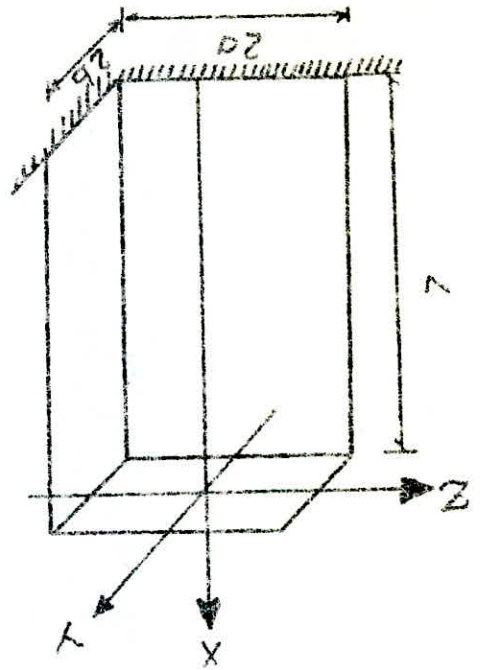
$$E_c = \int_L \frac{m v^2}{2} dx = \int_L \frac{m}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 dx \quad (\text{II}, 6)$$

où $v = \frac{\partial y}{\partial t}$: vitesse de la particule.

$m = m(x)$: masse de la particule.

$$v = \frac{\partial y}{\partial t} = \varphi \cdot \cos(\varphi t + \lambda) \cdot X(x) = \varphi \cdot \cos(\varphi t + \lambda) \cdot y(x)$$

Donc l'énergie cinétique sous la forme générale est :



pour les barres longues on a :

$$G_x = \frac{I}{M(x) \cdot z} \quad ; \quad G_z = 0 \quad ; \quad G_y = 0$$

$$E_n = \frac{E I(x)}{M(x) \cdot z}$$

d'où l'énergie

$$E_p = \frac{1}{2} \int_0^L \int_a^b \int_a^b \frac{M(x) \cdot z^2}{E I(x)} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$E_p = \frac{1}{2} \int_0^L \frac{M(x)}{E I(x)} \cdot dx$$

$$E_p = \frac{1}{2} \iiint \frac{E}{1+\nu} (e_x^2 + e_y^2) + \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} (e_z + e_x^2) + G \delta^2 \int dx dy dz$$

peut être écrite :

Dans le cas plan de sollicitation, l'énergie de déformation

est :

l'énergie potentielle de déformation d'un système élastique peut être calculée en fonction de l'état de contraintes comme

L'énergie potentielle E_p :

d'où

$$\max E_c = \frac{Pz}{2} \int_0^L m(x) \cdot y^2(x) \cdot dx \quad (II, 6')$$

l'énergie cinétique est maximale pour $\cos(\rho t + \lambda) = 1$

$$E_c = \frac{Pz}{2} \cdot \cos^2(\rho t + \lambda) \cdot \int_0^L m(x) \cdot y^2(x) \cdot dx \quad (II, 6'')$$

la relation entre la déformée et le moment est :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI(x)}$$

d'où
$$E_p = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 \cdot EI(x) \cdot dx \quad (\text{II}, 7)$$

soit
$$E_p = \frac{1}{2} \cdot \sin^2(\rho t + \lambda) \int_0^L \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 \cdot EI(x) \cdot dx \quad (\text{II}, 7')$$

l'énergie potentielle est maximale lorsque $\sin(\rho t + \lambda) = 1$

d'où
$$\max E_p = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 \cdot EI(x) \cdot dx \quad (\text{II}, 7'')$$

Après avoir calculé les énergies maximales, le principe de conservation nous permet d'écrire la formule (II, 2)

$$\max E_c = \max E_p$$

alors il en vient :

$$\frac{\rho^2}{2} \int_0^L m(x) \cdot y^2(x) \cdot dx = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 \cdot EI(x) \cdot dx \quad (\text{II}, 8)$$

Donc on a vu comment L. RAYLEIGH a exploité le principe de la conservation d'énergie qui a permis d'établir l'une des théories les plus appréciées dans le domaine parasismique.

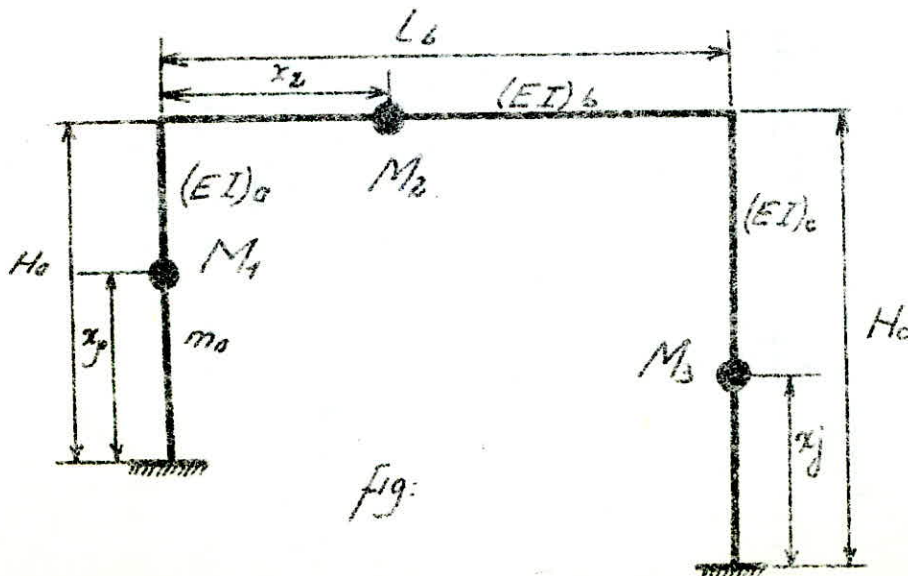
De l'égalité (II, 8), la pulsation prend enfin l'expression générale suivante :

$$\rho^2 = \frac{\int_0^L \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right)^2 EI(x) \cdot dx}{\int_0^L m(x) \cdot y^2(x) \cdot dx} \quad (\text{II}, 9)$$

De telle façon on a la méthode énergétique de Rayleigh. L'approximation consiste uniquement dans le fait qu'on ignore la déformée réelle qui doit répondre aux conditions aux limites au moins cinématiques.

Cas général :

Soit le modèle mathématique généralisé suivant :



où EI : rigidité de flexion de l'élément considéré

X_i : déformée de l'élément considéré correspondant au i ème mode de vibrations

m : masse répartie de l'élément considéré

M_j : masse concentrée au niveau j

x_j, x_l, x_j : abscisses des points P_j, l_j, j .

D'après la formule (II, 9) on aura au numérateur la somme des intégrales correspondant à chaque élément de la structure, au dénominateur la somme des intégrales correspondant aux masses des différents éléments et la somme des masses concentrées dans une structure donnée.

Donc la formule (II, 9) s'écrit, pour le modèle considéré, comme suit pour le i ème mode de vibrations propres :

$$\omega_i^2 = \frac{\int_0^{l_a} (EI)_a \cdot (X_i'')^2 \cdot dx + \int_0^{l_b} (EI)_b \cdot (X_i'')^2 \cdot dx}{\int_0^{l_a} m_a (X_i^2)_a \cdot dx + \int_0^{l_b} m_b (X_i^2)_b \cdot dx + \int_0^{l_c} m_c (X_i^2)_c \cdot dx} \\ + \frac{\int_0^{l_c} (EI)_c \cdot (X_i'')^2 \cdot dx}{+ M_1 (X_i^2(x_p))_a + M_2 (X_i^2(x_l))_b + M_3 (X_i^2(x_j))_c} \quad (\text{II, 9}')$$

Enfin la pulsation propre \mathcal{C}_i , pour n'importe quel mode de vibrations propres d'un système quelconque, est donnée par la formule générale de Rayleigh :

$$\mathcal{C}_i^2 = \frac{\sum \int_L EI(x) \cdot X_i''^2 \cdot dx}{\sum \int_L m(x) \cdot X_i^2 \cdot dx + \sum M_j \cdot X_i^2(x_j)} \quad (\text{II}, 9'')$$

III - Détermination des caractéristiques dynamiques

Notre but est de rechercher la charge sismique la plus défavorable, pour cela on procède tout d'abord à la détermination des caractéristiques dynamiques à savoir les déformées et les pulsations.

1. Structure longue en plan

une structure est dite longue en plan si sa longueur L est commensurable avec sa longueur d'onde sismique λ dont la pulsation (periode) coincide avec une des pulsations (periodes) propres de la construction considérée.

D'après les recherches faites par L. TZENOV et H. BONCHEVA, une structure peut être pratiquement

considérée longue en plan; en tenant compte de ces propriétés et celles du sol sur lequel elle sera fondée; si sa longueur L est supérieure à (30 - 40m).

Pour la détermination des caractéristiques dynamiques $X_i(\omega)$ et φ_i correspondant au $i^{\text{ème}}$ mode de vibrations propres, on présentera le pont par un schéma de calcul (portique) en supposant :

1. l'encastrement est parfait au niveau des fondations
2. le tablier (poutres et dalle) est absolument rigide
3. la liaison poutre-poteau (tablier - pile ou culée) est en rotule.

schematisation du pont :

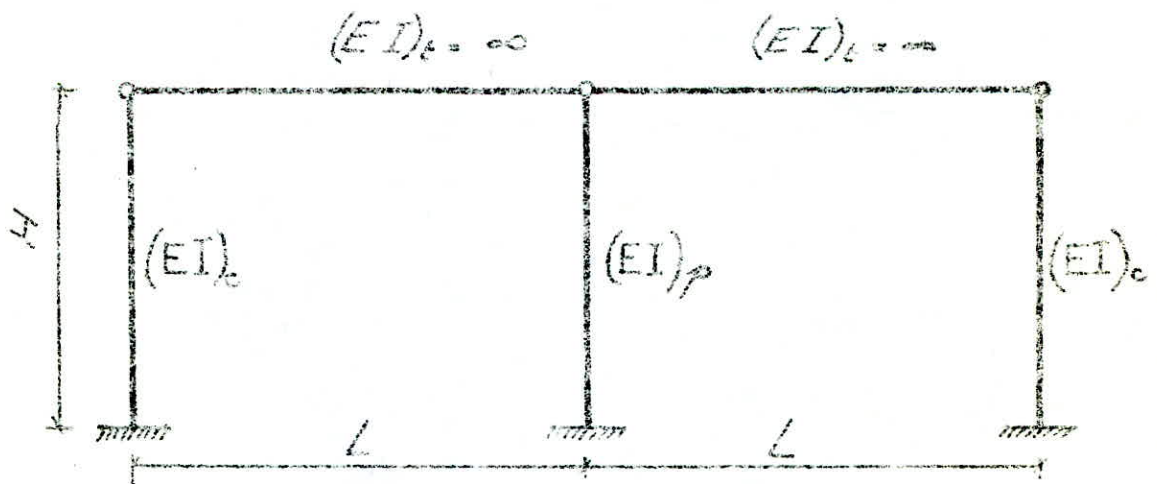
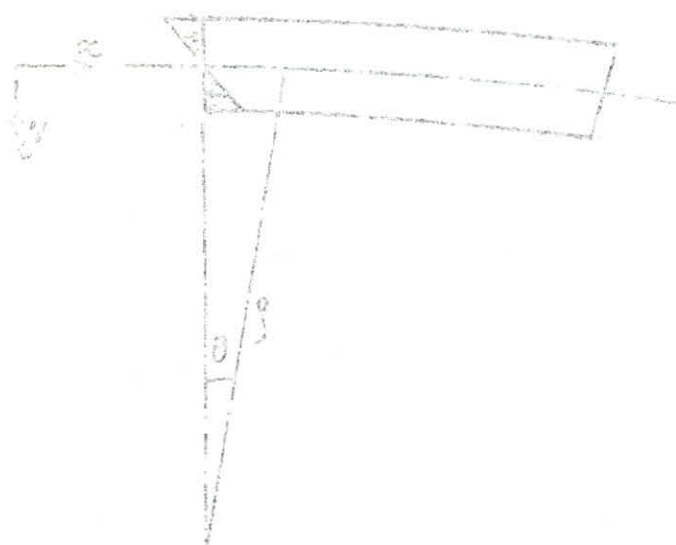


fig. 2

2. Etablissement de l'équation générale de la ligne élastique



O : intersection de la fibre neutre avec la section S

ρ : rayon de courbure

θ : angle de la déformée

fibres allongées : si l est la longueur initiale on aura

$$\text{donc } l = \rho \cdot \theta$$

$$\text{et } l + dl = (-y + \rho) \theta$$

$$\text{d'où } \frac{dl}{l} = \frac{-y}{\rho}$$

La loi de Hooke donne en fonction du module de Young l'effort à exercer sur l'air élémentaire $hd y$ pour remplacer les forces élastiques qui ont disparu du fait de la courbure :

Cet effort vaut :

$$dF = hd y \cdot \frac{E dl}{l} = - E \frac{h y d y}{\rho}$$

La partie libre est en équilibre donc : $\int y dF = M$

M : moment de forces extérieures.

$$M = - \int y \cdot \frac{E h y dy}{\rho} = - \frac{E h}{\rho} \int y^2 dy = \frac{E}{\rho} \int y^2 h dy$$

$$= \frac{E}{\rho} \int y^2 ds = - \frac{EI}{\rho}$$

D'autre part le rayon de courbure est donné par l'expression mathématique :

$$\frac{1}{\rho} = \pm \frac{y''}{(1 + y'^2)^{3/2}}$$

$\frac{1}{\rho}$: courbure.

En faisant l'hypothèse supplémentaire que pour un élément rigide les déformations restent faibles (y par rapport x) $y \ll x$, donc on pourra négliger le terme y'^2 devant 1

$$\frac{1}{\rho} = \pm y''$$

d'où $M = - \frac{EI}{\rho} = EI \cdot y''$

On aboutit ainsi à l'équation bien connue de la ligne élastique

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M}{EI}$$

si on dérive on obtient :

$$\frac{dM}{dx} = T \quad \text{et une deuxième fois} \quad \frac{d^2 M}{dx^2} = q$$

donc $q = EI \cdot \frac{d^4 y}{dx^4}$

d'où l'équation générale :

$$\boxed{EI \cdot y^{IV} = q} \quad (\text{III}, 1)$$

3. Mode de vibrations propres fondamental

Selon le principe de Rayleigh, il faut choisir une déformée approximative qui reflète la réalité:

Les poteaux du portique auront un déplacement de même sens, ce mode de vibrations peut être engendré par l'onde sismique qui en réalité provoque un mouvement de translation à la base des poteaux du portique.

Donc la déformée de l'ensemble de la structure dans son plan correspondant à ce mode de vibrations propres est représentée ci-dessous (fig. 3)

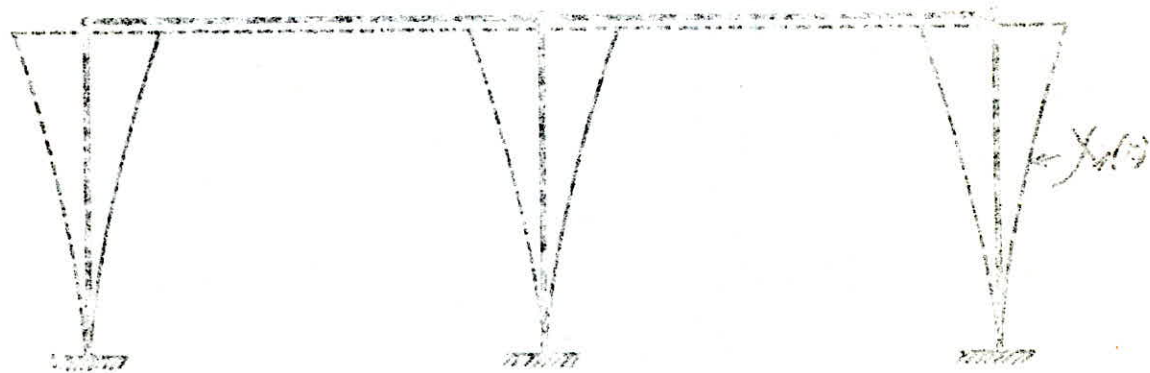


fig. 3

vu le fait que la poutre est infiniment rigide et la liaison poutre-poteau est en rotule, on peut simplifier le calcul en assimilant le système au modèle mathématique suivant:

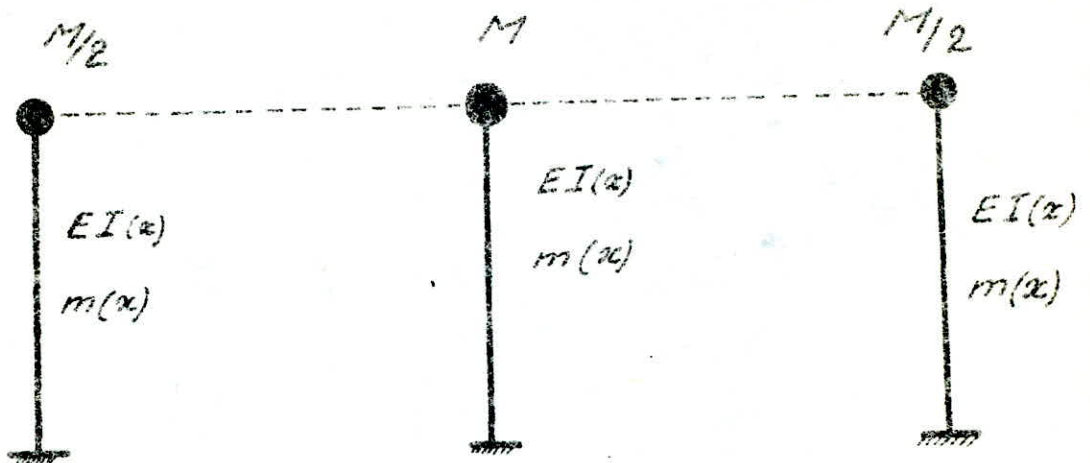


fig. 4

M : la masse du tablier pour une travée
 $EI(x)$: rigidité de l'élément
 $m(x)$: masse répartie de l'élément

On peut simplifier le calcul en étudiant le modèle mathématique d'ensemble, qui est le suivant :

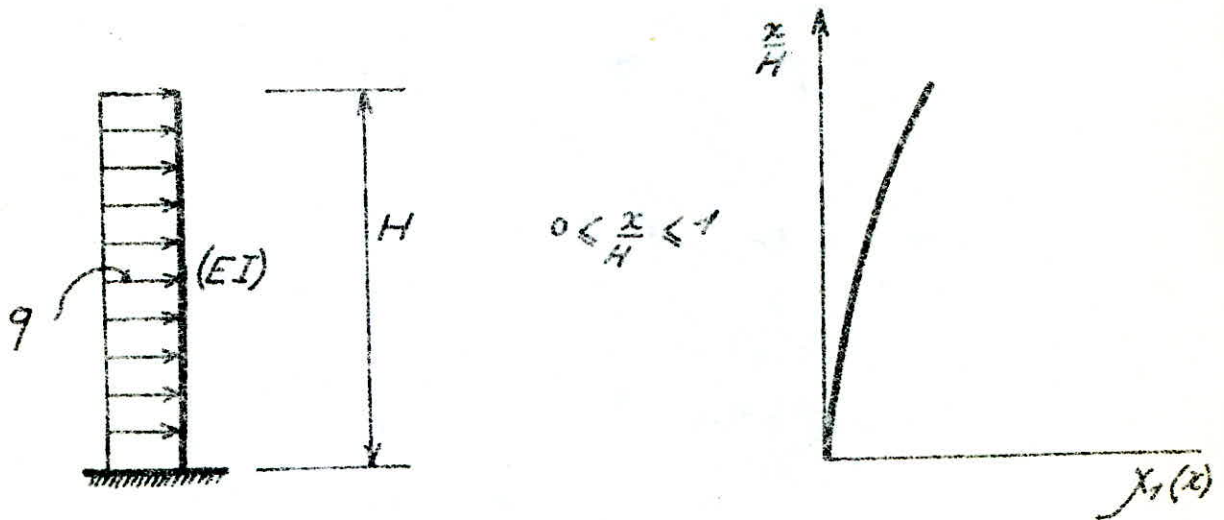


fig. 5

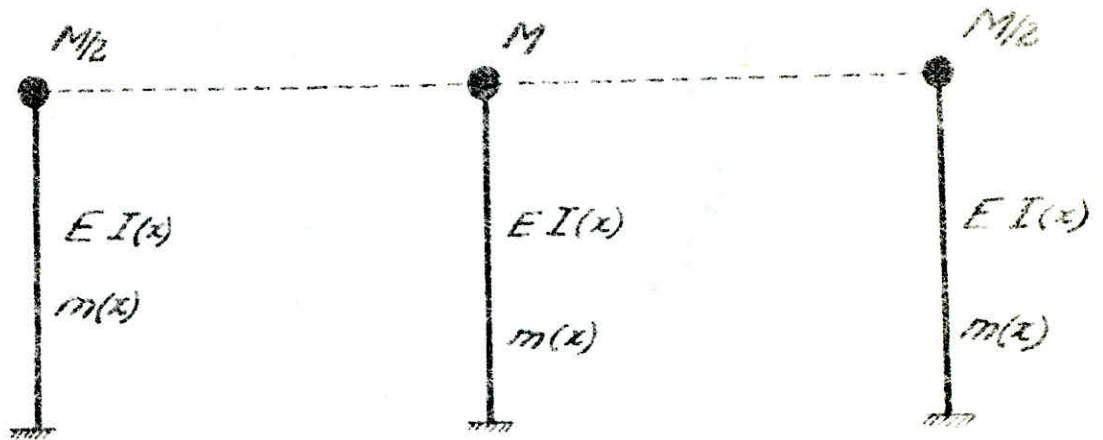


fig. 4

La pulsation du système, d'après la formule de Rayleigh, est donnée par l'expression suivante :

$$\omega_1^2 = \frac{\sum \int_0^H EI(x) \cdot \dot{X}_1^2(x) \cdot \frac{dx}{H}}{\sum \int_0^H m(x) \cdot X_1^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \sum M_i X_1^2(x=H)} \quad (\text{III}, 2)$$

3.1. Détermination de la déformée $X_1(x)$

on a vu que l'équation de la ligne élastique est donnée par l'expression (III, 1)

$$EI \cdot y^{IV} = q$$

la résolution de cette équation nous permet d'obtenir en tout point x de la console :

- l'effort tranchant $T_1(x)$
- le moment flechissant $M_1(x)$
- la rotation $\theta_1(x)$
- la déformée $X_1(x)$

Compte tenu de la faible pente de la culée et la simplification
des calculs le terme suivant :

$$\frac{q}{EI} = \text{cte}$$

a) effort tranchant $T_1(x)$

l'effort tranchant s'obtient par la première intégration
de la ligne élastique

$$T_1(x) = \int y_1'''' dy$$

en posant $y = \frac{x}{H} \rightarrow dy = \frac{dx}{H}$

$$T_1(x) = \int \frac{q}{EI} \cdot \frac{dx}{H} = \frac{q}{EI} \cdot \frac{1}{H} \int dx$$

$$T_1(x) = \frac{q}{EI} \cdot \frac{x}{H} + C_1 \quad (\text{III}, 3)$$

b) moment flechissant $M_1(x)$

la deuxième intégration on obtient $M_1(x)$

$$M_1(x) = \int T_1(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

$$M_1(x) = \frac{q}{2EI} \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C_1 \left(\frac{x}{H}\right) + C_2 \quad (\text{III}, 4)$$

c) rotation $\theta_1(x)$

$$\theta_1(x) = \int M_1(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

$$\theta_1(x) = \frac{q}{6EI} \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \frac{C_1}{2} \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C_2 \left(\frac{x}{H}\right) + C_3 \quad (\text{III}, 5)$$

d) déformée $X_1(x)$

déformée sera donnée par l'intégration de l'équation de la rotation

$$y_1(x) = \int \theta_1(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

$$y_1(x) = \frac{q}{24EI} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 + \frac{C_1}{6} \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \left(\frac{x}{H}\right)^2 \cdot \frac{C_2}{2} + C_3 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_4 \quad (\text{III}, 6)$$

Détermination des constantes d'intégration C_1, C_2, C_3, C_4 .

d'après les conditions aux limites on aura :

- à l'encastrement ($x=0$)

la déformée et la rotation sont nulles

$$y_1(x=0) = 0 \rightarrow C_4 = 0$$

$$\theta_1(x=0) = 0 \rightarrow C_3 = 0$$

- à l'extrémité libre ($x=H$)

l'effort tranchant et le moment flechissant sont nuls

$$M_1(x=H) = \frac{q}{2 \cdot EI} \left(\frac{H}{H}\right)^2 + C_1 \left(\frac{H}{H}\right) + C_2 = 0$$

$$T_1(x=H) = \frac{q}{EI} \cdot \left(\frac{H}{H}\right) + C_1 = 0$$

$$\text{d'où} \quad C_1 = -\frac{q}{EI}$$

$$C_2 = \frac{q}{2EI}$$

Donc la déformée peut être écrite sous la forme :

$$y_1(x) = \frac{q}{24EI} \cdot \left[\left(\frac{x}{H}\right)^4 - 4 \left(\frac{x}{H}\right)^3 + 6 \left(\frac{x}{H}\right)^2 \right] \quad (\text{III}, 6')$$

$y_1(x)$ est la déformée réelle.

Cette déformée peut s'écrire sous une autre forme, étant donné que $\frac{q}{24EI}$ est une constante par hypothèse, alors il vient :

$$y_1(x) = K_1 X_1(x)$$

$$K_1 = \frac{q}{24EI}$$

$$X_1(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 4\left(\frac{x}{H}\right)^3 + 6\left(\frac{x}{H}\right)^2$$

$X_1(x)$: c'est la déformée fictive correspondante au 1^{er} mode de vibrations antisymétriques propres de la structure considérée ; qui fera l'objet dans la suite de nos calculs conformément à la méthode de Rayleigh.

$$X_1(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 4\left(\frac{x}{H}\right)^3 + 6\left(\frac{x}{H}\right)^2 \quad (\text{III}, 6'')$$

C'est la déformée proposée (exacte) selon Rayleigh.

3.2. Détermination de la pulsation φ_1

De la formule (III, 2), la pulsation φ_1 peut s'exprimer

$$\text{par : } \varphi_1^2 = \frac{2 \int_0^H EI_c(x) X_1''(x) \frac{dx}{H} + \int_0^H EI_p(x) X_1''(x) \frac{dx}{H}}{2 \int_0^H m_c(x) X_1^2(x) \frac{dx}{H} + \int_0^H m_p(x) X_1^2(x) \frac{dx}{H} + \left(M + 2 \cdot \frac{M}{2}\right) X_1^2(x=H)} \quad (\text{III}, 2')$$

Les indices c et p désignent respectivement les culées et pile.

donc on peut écrire :

$$\varphi_1^2 = \frac{A_1 + B_1}{C_1 + D_1 + E_1}$$

avec

$$A_1 = 2 \int_0^H EI_c(x) X_1''^2 \cdot \frac{dx}{H}$$

$$B_1 = \int_0^H EI_p(x) X_1''^2 \cdot \frac{dx}{H}$$

$$C_1 = 2 \int_0^H m_c(x) X_1^2 \cdot \frac{dx}{H}$$

$$D_1 = \int_0^H m_p(x) X_1^2 \cdot \frac{dx}{H}$$

$$E_1 = 2 M \cdot X_1^2(x=H)$$

et tels que :

$$I_{1c}(x) = \frac{20,8}{12} (-0,2x+3)^3; \quad m_{1c}(x) = 52 \cdot (0,2x+0,3) \quad 0 < x \leq 6$$

$$I_{2c}(x) = \frac{20,8 \cdot (4,60)^3}{12}; \quad m_{2c}(x) = 93,6 \text{ t/ml} \quad 6 < x \leq 8$$

$$I_{1p}(x) = \frac{5 \cdot 0,60 \cdot (4,60)^3}{12}; \quad m_{1p}(x) = 12 \text{ t/ml} \quad 0 < x \leq 6$$

$$I_{2p}(x) = \frac{20,8 \cdot (4,60)^3}{12}; \quad m_{2p}(x) = 83,2 \text{ t/ml} \quad 6 < x \leq 8$$

$$X_1(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 4\left(\frac{x}{H}\right)^3 + 6\left(\frac{x}{H}\right)^2$$

$$X_1'(x) = \frac{4}{H} \left(\frac{x}{H}\right)^3 - \frac{12}{H} \left(\frac{x}{H}\right)^2 + \frac{12}{H} \left(\frac{x}{H}\right)$$

$$X_1''(x) = \frac{12}{H^2} \left[\left(\frac{x}{H}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{H}\right) + 1 \right]$$

$$X_1^2(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^4 \cdot \left[\left(\frac{x}{H}\right)^4 - 3\left(\frac{x}{H}\right)^3 + 28\left(\frac{x}{H}\right)^2 - 48\left(\frac{x}{H}\right) + 36 \right]$$

$$X_1''^2 = \frac{144}{H^4} \left[\left(\frac{x}{H}\right)^4 - 4\left(\frac{x}{H}\right)^3 + 6\left(\frac{x}{H}\right)^2 - 4\left(\frac{x}{H}\right) + 1 \right]$$

$$E = 4,3 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2 = 4,3 \cdot 10^6 \text{ t/m}^2$$

La hauteur des culées et pile est de 3,00 m.

Après intégration des différentes expressions on obtient

$$A_1 = 2 \left[\int_0^6 EI_{1c}(x) \cdot X_1''^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_6^8 EI_{2c}(x) \cdot X_1''^2(x) \cdot \frac{dx}{H} \right]$$

$$A_1 = 0,5075379 \cdot E$$

$$B_1 = \int_0^6 EI_{1p}(x) \cdot X_1''^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_6^8 EI_{2p}(x) \cdot X_1''^2(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

$$B_1 = 0,0072417 \cdot E$$

$$C_1 = 2 \left[\int_0^6 m_{1c}(x) \cdot X_1^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_6^8 m_{2c}(x) \cdot X_1^2(x) \cdot \frac{dx}{H} \right]$$

$$C_1 = 1338,7822 \text{ t}$$

$$D_1 = \int_0^6 m_{1p}(x) \cdot X_1^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_6^8 m_{2p}(x) \cdot X_1^2(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

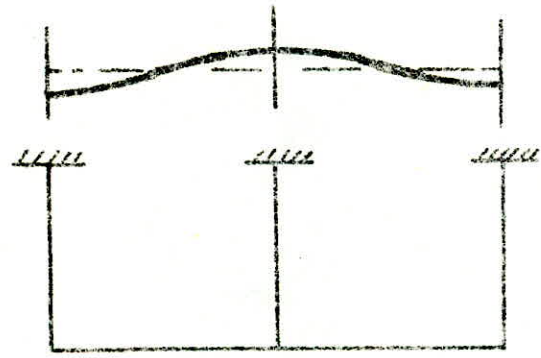
$$D_1 = 140,52697 \text{ t}$$

$$E_1 = 2M \cdot X_1^2(x=8)$$

$$E_1 = 26959,14 \text{ t}$$

par le schéma (fig. 6)

La déformée de l'ensemble de la structure dans son plan correspondant à ce mode de vibrations est représentée



mutuel des poteaux.

Il est souvent nécessaire d'inclure plus d'un mode de vibrations si on veut obtenir des résultats précis. La méthode de Rayleigh est toujours applicable si l'on exprime le déplacement de la structure en fonction d'une déformée supposée reflétant le comportement réel de la structure. Soit l'onde sismique qui, de longueur comparable à celle de la travée du pont, provoque l'éloignement ou le rapprochement mutuel des poteaux.

4. Mode supérieur

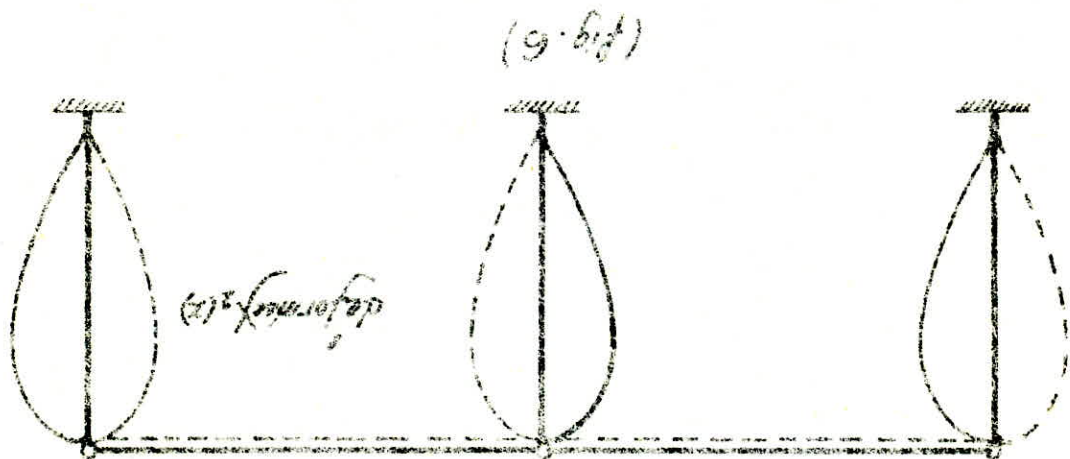
$$T_1 = \frac{L}{2\pi} = 0,748 \text{ s}$$

de la formule (II, 5) on peut écrire :

$$L_1 = 8,8925 \text{ m/l}$$

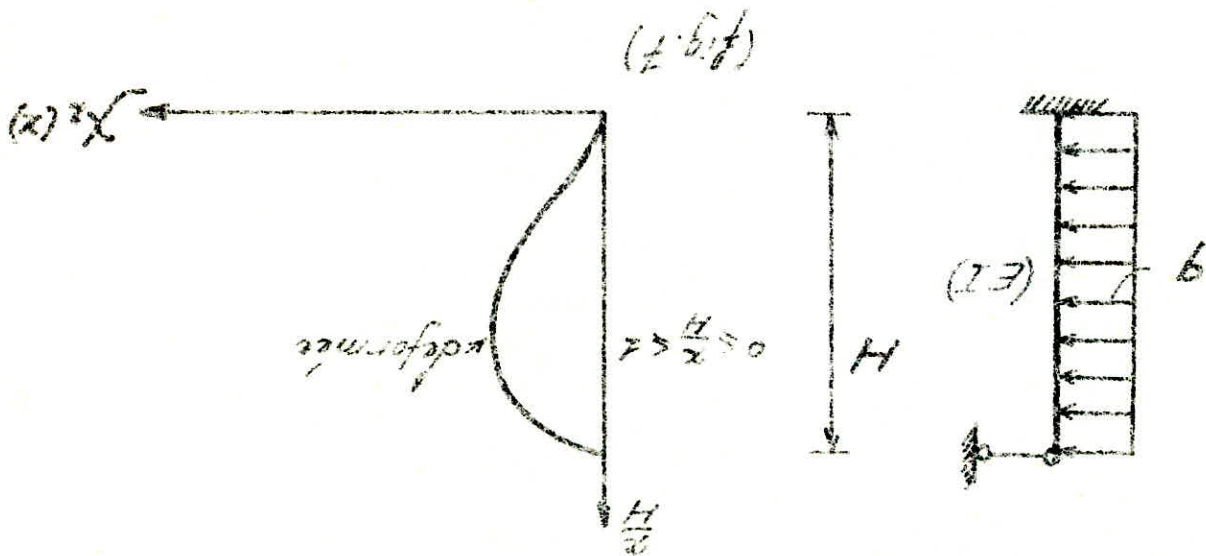
$$L_2 = 77,831$$

donc



(fig. 6)

La poutre est infiniment rigide et la liaison poutre-poteau est en rotule donc on peut simplifier le calcul en étudiant le modèle mathématique de calcul correspondant à la fig. 7, soit une poutre chargée uniformément, encastree à une de ses extrémités et simplement appuyée à l'autre.



(fig. 7)

La pulsation du système, d'après la formule de Rayleigh est donnée par l'expression suivante :

$$\rho_2^2 = \frac{\sum \int_0^H EI_i(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H}}{\sum \int_0^H m_i(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \sum M_i X_2^2(x=H)}$$

Puisque la masse de la poutre n'est pas prise en considération dans le modèle mathématique donc :

$$\sum M_i X_2^2(x) = 0$$

$$\text{d'où } \rho_2^2 = \frac{\sum \int_0^H EI_i(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H}}{\sum \int_0^H m_i(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H}} \quad (\text{III, 7})$$

4.1. Détermination de la déformée $X_2(x)$

La résolution de l'équation de la ligne élastique $EI y'' = q$ nous donne en tout point x de la poutre :

a/ l'effort tranchant $T_2(x)$

$$\text{posons } y = \frac{x}{H} \quad \text{donc } dy = \frac{dx}{H}$$

$$T_2(x) = \int y_2''' dy = \int \frac{q}{EI} \cdot \frac{dx}{H} = \frac{q}{EI} \cdot \frac{1}{H} \int dx$$

$$T_2(x) = \frac{q}{EI} \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_1 \quad (\text{III, 8})$$

b/ Moment flechissant $M_2(x)$

$$M_2(x) = \int T_2(x) \cdot \frac{dx}{H} = \int \left[\frac{q}{EI} \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_1 \right] \cdot \frac{dx}{H}$$

$$M_2(x) = \frac{q}{2EI} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C_1 \left(\frac{x}{H}\right) + C_2 \quad (\text{III, 9})$$

c/ Rotation $\theta_2(x)$

L'intégration du moment flechissant fait apparaître la rotation.

$$\theta_2(x) = \int M_2(x) \cdot \frac{dx}{H} = \int \left[\frac{q}{2EI} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C_1 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_2 \right] \frac{dx}{H}$$

$$\theta_2(x) = \frac{q}{6EI} \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \frac{C_1}{2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C_2 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_3 \quad (\text{III}, 10)$$

d/ Déformée $y_2(x)$

Enfin la déformée sera donnée par intégration de l'équation régissant la rotation.

$$y_2(x) = \int \theta_2(x) \cdot \frac{dx}{H} = \int \int \left[\frac{q}{6EI} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \frac{C_1}{2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C_2 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_3 \right] \frac{dx}{H}$$

$$y_2(x) = \frac{q}{24EI} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 + \frac{C_1}{6} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \frac{C_2}{2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C_3 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_4 \quad (\text{III}, 11)$$

Détermination des constantes d'intégrations C_1, C_2, C_3, C_4

Pour déterminer ces constantes d'intégration, on aura recours aux conditions aux limites.

- à l'encastrement ($x=0$): la déformée et la rotation sont nulles:

$$y_2(x=0) = 0 \quad \rightarrow \quad C_4 = 0$$

$$\theta_2(x=0) = 0 \quad \rightarrow \quad C_3 = 0$$

- à l'appui simple ($x=H$): le moment flechissant et la déformée sont nuls.

$$M_2(x=H) = 0$$

$$y_2(x=H) = 0$$

alors il vient :

$$\frac{9}{8EI} \left(\frac{H}{H}\right)^2 + C_1 \cdot \left(\frac{H}{H}\right) + C_2 = 0$$

$$\frac{9}{24EI} \cdot \left(\frac{H}{H}\right)^4 + \frac{C_1}{6} \cdot \left(\frac{H}{H}\right)^3 + \frac{C_2}{2} \cdot \left(\frac{H}{H}\right)^2 = 0$$

$$\text{d'où} \quad C_1 = -\frac{5 \cdot 9}{8EI}$$

$$C_2 = \frac{9}{8EI}$$

Donc la déformée sera :

$$y_2(x) = \frac{9}{48EI} \left[2 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 5 \left(\frac{x}{H}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 \right] \quad (\text{III}, 11')$$

Etant donné que $\frac{9}{48EI} = \text{cte}$; posons $K_2 = \frac{9}{48EI}$

$$\text{donc} \quad y_2(x) = K_2 \cdot X_2(x)$$

$$X_2(x) = 2 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 5 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 \quad (\text{III}, 11'')$$

C'est la déformée proposée (exacte) selon la méthode Rayleigh, correspondant au deuxième mode de vibrations propres de la structure considérée.

4.2. Détermination de la pulsation \mathcal{P}_2

De la formule (III, 7), la pulsation \mathcal{P}_2 peut être exprimée

par :

$$\mathcal{P}_2^2 = \frac{2 \int_0^H EI_c(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_0^H EI_p(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H}}{2 \int_0^H m_c(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_0^H m_p(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H}} \quad (\text{III}, 7')$$

les caractéristiques géométriques sont données à la page 34.

et tels que :

$$X_2(x) = 2 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 5 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 + 3 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2$$

$$X_2'(x) = \frac{8}{H} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 - \frac{15}{H} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + \frac{6}{H} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)$$

$$X_2''(x) = \frac{24}{H^2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 - \frac{30}{H^2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + \frac{6}{H^2}$$

$$X_2^2(x) = \left(\frac{x}{H}\right)^4 \cdot \left[4 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 20 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 + 37 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 - 30 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + 9 \right]$$

$$X_2''^2(x) = \frac{36}{H^4} \cdot \left[16 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 40 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 + 33 \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 - 10 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + 1 \right]$$

$$\text{On pose } \varphi_2^2 = \frac{A_2 + B_2}{C_2 + D_2}$$

$$\text{avec: } A_1 = 2 \int_0^H EI_c(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H} = 2 \left[\int_0^6 EI_{1c}(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_6^8 EI_{2c}(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H} \right]$$

$$A_2 = 0,08894 \cdot E$$

$$B_2 = \int_0^H EI_p(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H} = \int_0^6 EI_{1p}(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_6^8 EI_{2p}(x) \cdot X_2''(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

$$B_2 = 0,0032181 \cdot E$$

$$C_2 = 2 \int_0^H m_c(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H} = 2 \left[\int_0^6 m_{1c}(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_6^8 m_{2c}(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H} \right]$$

$$C_2 = 224,92032 \quad t.$$

$$D_2 = \int_0^H m_p(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H} = \int_0^6 m_{1p}(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H} + \int_6^8 m_{2p}(x) \cdot X_2^2(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

$$D_2 = 140,52648 \quad t.$$

donc $\mathcal{L}_2^2 = 1084,4$

$$\mathcal{L}_2 = 32,93$$

d'après la formule (II, 5)

$$T_2 = \frac{2\pi}{\mathcal{L}_2} = 0,191 \text{ s}$$

Les périodes des vibrations propres du premier et deuxième mode sont respectivement :

$$T_1 = 0,712 \text{ s}$$

$$T_2 = 0,191 \text{ s}$$

IV - Evaluation de la charge sismique

1. Comparaison entre les différentes méthodes d'évaluation de la charge sismique

La totalité des méthodes d'évaluation de la charge sismique est basée sur la théorie de la dynamique du génie sismique d'où l'analogie qui doit en résulter tant pour la définition de cette charge que pour les facteurs qui la conditionnent et cela pour les différentes règles parasismiques, comme l'indiquent les deux expressions suivantes :

$$S_{ik} = K_s \cdot \beta_i \cdot \eta_{ik} \cdot P_k \quad (\text{IV}, 1)$$

$$V = A \cdot D \cdot B \cdot Q \cdot W \quad (\text{IV}, 2)$$

La formule (IV, 1) est tirée de la méthode dynamique du professeur russe J. KORTCHINSKY, elle est admise dans les règles de l'URSS et sous forme similaire dans la plupart des pays d'Europe. Cette formule définit la force sismique de calcul S_{ik} correspondant au $i^{\text{ème}}$ mode de vibrations propres d'une structure et appliquée au $k^{\text{ème}}$ point.

La formule (II, 2) est tirée des "Règles parasismiques algériennes (RPA 81)", qui, comme l'indique leurs auteurs H. SHAH et T. ZSULTY, sont basées sur les conceptions parasismiques les plus récentes aux USA. Cette formule définit la charge sismique V ou l'effort tranchant à la base de la construction considérée.

Interpretation des différents facteurs

K_s : coefficient sismique de calcul représentant le rapport entre l'accélération du sol et celle de la pesanteur et caractérise ainsi l'intensité du séisme.

β_i : coefficient dynamique en raison directe du spectre de réponse de la structure et représente l'effet dynamique de la sollicitation sismique.

η_{ik} : coefficient de forme du $i^{\text{ème}}$ mode de vibrations propres du système donné, considéré comme un coefficient de répartition de la charge sismique sur la construction

$$\eta_{ik} = \frac{\sum_j \phi_j \cdot X_{ij}}{\sum_j \phi_j \cdot X_{ij}^2} \cdot X_{ik} \quad (\text{IV}, 16)$$

X_{ik}, X_{ij} : déplacements de la structure oscillant à sa

fréquence propre au point k considéré et aux

points de concentration de la masse j au modèle.

ϕ_k : fraction du poids total de la structure considérée concentrée en son kème point.

A : coefficient d'accélération du sol dans une zone donnée et pour une classe de construction donnée, il caractérise l'intensité du séisme.

D : facteur d'amplification dynamique moyen, il tient compte de l'effet dynamique de la sollicitation sismique sur la construction.

B : facteur de comportement de la structure, il dépend du type de contreventement.

ϕ : facteur de qualité, il est en fonction de l'hyperstaticité de la structure, de ses symétries en plan, de sa régularité en élévation, et du contrôle en cours d'exécution.

W : charge permanente totale et une fraction des autres charges à considérer.

Pour comparer les deux formules types, on va rapprocher le plus possible l'une de l'autre.

On peut écrire :

$$S_{ib} = \sum_k \frac{K_{k1}}{K_2} S_{ik} = K_2 \cdot \beta_2 \cdot \sum_k \eta_{ik} \cdot \phi_k$$

S_{ib} : effort tranchant à la base correspondant au

une mode de vibrations propres du système sol-structure et il est

comparable à la force sismique totale V .

$$S_{1k} = K_s \cdot \beta_i \cdot \frac{\sum_{k=1}^{k-1} Q_k}{\sum_{k=1}^{k-1} M_{1k} \cdot Q_k} \quad (IV, 3)$$

$$S_{1k} = K_s \cdot \beta_i \cdot \alpha_i \cdot Q \quad \text{avec } Q = \sum_{k=1}^{k-1} Q_k \quad \text{et} \quad \alpha_i = \frac{\sum_{k=1}^{k-1} Q_k}{\sum_{k=1}^{k-1} M_{1k} \cdot Q_k}$$

finalemment on aboutit au rapprochement le plus fiable:

$$S_{1k} = K_s \cdot \beta_i \cdot \alpha_i \cdot Q \quad (IV, 4)$$

$$V = A \cdot D \cdot B \cdot Q \cdot W$$

On remarque que pour cette nouvelle forme de l'expression générale du type (IV, 4), la distribution des charges à chaque niveau peut s'exprimer facilement en fonction de la charge

sismique totale S_{1k} .

D'après (IV, 4) et (IV, 3) on peut écrire

$$S_{1k} = S_{1k} \cdot \frac{\sum_{k=1}^{k-1} M_{1k} \cdot Q_k}{\sum_{k=1}^{k-1} M_{1k} \cdot Q_k} = S_{1k} \cdot \alpha_k \quad (IV, 5)$$

$$\text{avec } \alpha_k = \frac{\sum_{k=1}^{k-1} M_{1k} \cdot Q_k}{\sum_{k=1}^{k-1} M_{1k} \cdot Q_k} : \text{ coefficient de distribution.}$$

Dans le R.P.A. 81, le coefficient de distribution correspondant

à α_k a pour expression:

$$\alpha_k = \frac{\sum_{j=1}^j h_j \cdot W_j}{h_k \cdot W_k}$$

ou h_k : hauteur au niveau k

W_k : poids de la masse concentrée au niveau k

$$\text{et } F_k = V \cdot \alpha_k \quad (IV, 6)$$

Cette formulation néglige la déformation de la structure ou les déplacements relatifs des niveaux, cette simplification n'est valable que pour les structures rigides, voire infiniment rigides.

De plus, dans le RPA.81, pour tenir compte des modes supérieurs, on introduit une force au sommet de la structure

$$F_t = 0,07.T.V \quad \text{si } T > 0,7 \text{ s}$$

$$F_t = 0 \quad \text{si } T \leq 0,7 \text{ s} \quad \text{où } T \text{ est la période fondamentale de la construction.}$$

Il est certain que les formules empiriques facilitent la tâche du calculateur, mais et surtout quand leurs origines sont ignorées, peuvent entraîner de graves erreurs donc il est souhaitable que ces formules doivent être revues avec plus d'objectivité.

On reprend les formules (IV,5); (IV,6) pour montrer la correspondance entre différents facteurs.

$$S_{ik} = S_{ib} \cdot \alpha_{ik} = K_s \cdot \beta_i \cdot \alpha_i \cdot \alpha_{ik} \cdot Q \quad (\text{IV}, 5')$$

$$F_k = V \cdot \bar{\alpha}_{ik} = A \cdot D \cdot B \cdot Q \cdot \bar{\alpha}_{ik} \cdot W \quad (\text{IV}, 6')$$

tel que :

S_{ib}	correspond à	V
S_{ik}	" "	F_k
K_s	" "	A
β_i	" "	D
α_{ik}	" "	$\bar{\alpha}_{ik}$
Q	" "	W

Les facteurs B et Q peuvent être considérés comme des facteurs correctifs aux facteurs principaux A et, ou D . Le facteur α_i qui n'apparaît pas dans la formule (IV, 6') est vraisemblablement inclus implicitement et empiriquement dans B . Les deux formules sont ainsi comparables.

posons $A_s = A \cdot [B \cdot Q]$: coefficient sismique.

avec $[B \cdot Q]$: terme correctif de A

Donc la formule, adaptée aux conditions algériennes et tenant compte des déplacements relatifs des niveaux correspondants aux différents modes ; se traduit par :

$$S_{ik} = A_s \cdot D_i \cdot \eta_{ik} \cdot Q_k \quad (\text{IV}, 7)$$

où A_s : coefficient sismique

$D_i = D$: coefficient dynamique du i ème mode de vibrations propres.

η_{ik} : coefficient de répartition de la charge sismique au point k

Q_k : poids de la masse m_k considérée comme concentrée au niveau k de la construction

S_{ik} : charge sismique de calcul correspondant au i ème mode de vibrations propres agissant au point k

Une étude faite par des professeurs de l'ENP montre que l'amélioration des principaux facteurs s'avère efficace dans l'évaluation précise de la

charge sismique, tels que :

- La cartographie microsismique.
- La géologie du site et la nature du sol.
- Le schéma de calcul dynamique.
- L'influence des forces verticales et de la plasticité.

Il est certain que la complexité, l'étendue, la pluridisciplinarité des problèmes posés exigera une concertation nationale et éventuellement une coopération internationale.

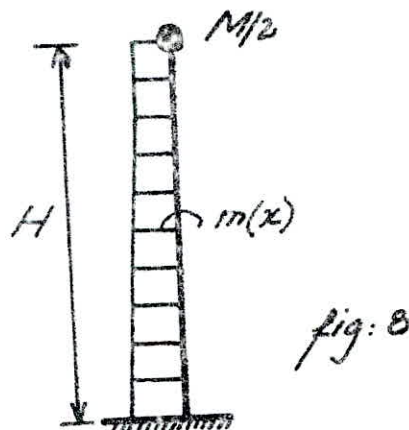
2. Détermination du coefficient de répartition η_{ik}

4. Culée

4.1. Cas du 1^{er} mode de vibrations propres.

Dans le modèle mathématique correspondant au 1^{er} mode nous envisageons deux cas concernant la répartition de la masse de la culée

1^{er} Cas: la masse du tablier, qui revient à la culée, est concentrée au sommet de cette dernière, la masse de la culée est linéairement répartie le long de la hauteur H (fig. 8)



La masse $m(x)$ est linéairement répartie d'où l'expression de η_{ik} , est donnée sous forme d'intégrales et de sommes.

$$\eta_{11}^{(1)} = \frac{\int_0^H m(x) \cdot J_1(x) \cdot dx + \frac{M}{2} \cdot J_1(x=H)}{\int_0^H m(x) \cdot J_1^2(x) \cdot dx + \frac{M}{2} \cdot J_1^2(x=H)}$$

les caractéristiques de la culée sont données aux chapitres I et III.
après intégration on obtient:

$$\eta_{11}^{(1)}(x) = 0,3774404 \cdot J_1(x)$$

2^{ème} Cas: la masse du tablier, qui revient à la culée est concentrée au sommet de cette dernière, la masse de la culée est concentrée en B niveaux. (fig. 9)

Dans ce cas là le coefficient de répartition est donné par la formule générale suivante:

$$M_{ik} = X_{ik} \frac{\sum_{j=1}^n X_{ij} \cdot P_j}{\sum_{j=1}^n X_{ij}^2 \cdot P_j} \quad (\text{IV}, 1b)$$

On divise la hauteur H en B parties égales, dans lesquelles on concentre les masses correspondantes à chaque partie y compris la moitié de la masse du tablier au sommet.

$$X_{ij} = X_i \left(z = j \cdot \frac{H}{B} \right) \quad \text{avec } j = 0, 1, 2, \dots, B$$

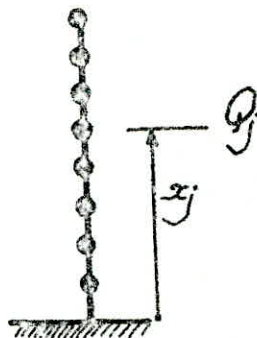
$$m_c(z) = \begin{cases} 52(-0,2z + 3) & 0 \leq z \leq 6m \\ 93,6 & 6 < z \leq 8m. \end{cases}$$

$$M_j = \int_j^{j+1} m_c(z) \cdot dz$$

$$\text{avec } M_B = \int_{7,5}^8 m_c(z) \cdot dz + \frac{M}{2} = 795,7 \text{ kg}$$

$$P_j = M_j \cdot g$$

fig. 9



Pour déterminer η_{1k} on dresse le tableau suivant :

Niveau j	1	2	3	4	5	6	7	8
x_j (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
M_j (t)	222,3	135,2	124	114,4	104	94,9	93,6	795,665
X_{1j} 10^{-4}	861,817	3164,063	6525,878	10625,0	15197,74	20039,06	25002,44	30000
X_{1j}^2 10^{-8}	742728,54	1001295	42587084	11289.108	2,3097.108	4,0156.108	6,2512.108	9.108

$$\sum_{j=1}^n M_j \cdot X_{1j} = 3233,6522$$

$$\sum_{j=1}^n M_j X_{1j}^2 = 8564,5$$

$$\text{d'où } \eta_{1k} = 0,3775646 \cdot X_1(x)$$

$$\text{avec } X_1(x) = f(x = x_k)$$

On remarque que l'erreur η_i

$$\eta = \frac{\eta_{1k} - \eta'_{1k}}{\eta_{1k}} = 0,4 \% ;$$

est acceptable au point de vue pratique.

1.2. Cas du 2^{ème} mode de vibrations propres.

En application de la formule de η_{ik} (IV, 1b) et vu que la masse de la culée est répartie et la masse du tablier n'est pas prise en compte (fig. 10); le coefficient de répartition prendra la forme d'une intégrale.

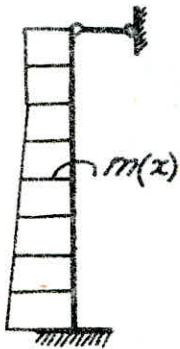


fig: 10

$$\eta_2(x) = \chi_2(x) \cdot \frac{\int_0^H m_c(x) \cdot \chi_2(x) \cdot dx}{\int_0^H m_c(x) \cdot \chi_2^2(x) \cdot dx}$$

$\eta_2(x)$: coefficient de répartition du 2^{ème} mode
 $\chi_2(x)$: déformée correspondant au 2^{ème} mode

$$\eta_2(x) = 5,0385057 \cdot \chi_2(x)$$

2. Pile

2.1. Cas du 1^{er} mode de vibrations propres

De même pour la pile, on envisage deux cas :

1^{er} Cas : masse du tablier est concentrée au sommet, la masse de la pile est répartie sur sa hauteur, comme le modèle mathématique (fig. 11) :

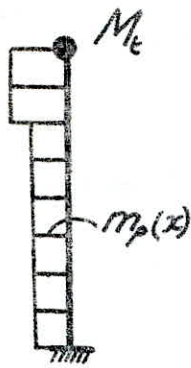


fig: 11

$$\eta_1(x) = X_1(x) \frac{\int_0^H m_p(x) \cdot X_1(x) dx + M \cdot X_1(x=H)}{\int_0^H m_p(x) \cdot X_1^2(x) dx + M X_1^2(x=H)}$$

$$\eta_1'(x) = 0,3399463 \cdot X_1(x)$$

2eme Cas : la masse du tablier, qui revient à la pile, est concentrée au sommet de celle-ci ; la masse de la pile est concentrée en B niveaux (fig. 12)

$$X_{ij} = X_i(x = j \cdot \frac{H}{8}) \quad - j = 0, 1, 2, \dots, 8$$

$$Q_j = M_j \cdot g \quad - M_j : \text{étant la masse correspondant au niveau } j$$

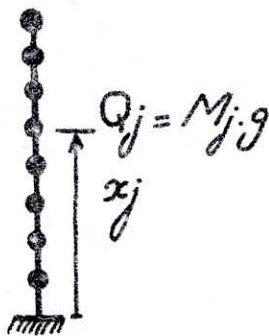


fig: 12

- Les valeurs respectives apparaitront dans le tableau suivant :

Niveau j	1	2	3	4	5	6	7	8
z_j (m)	1	2	3	4	5	6	7	8
M_j (t)	18	12	12	12	12	47,6	83,2	1539,33
X_{1j}								
10^4	861,811	3164,063	6525,978	10625,0	15197,74	20039,06	25002,44	30000
X_{2j}^2								
10^8	742728,54	1007485	42587084	1,1889.10 ⁸	2,3087.10 ⁸	4,0106.10 ⁸	6,2512.10 ⁸	9,0.10 ⁸

$$\sum_{j=1}^n M_j \cdot X_{1j} = 4965,56275$$

$$\sum_{j=1}^n M_j X_{1j}^2 = 14613,145$$

$$\text{d'où } \eta_{1k} = 0,3398011 \cdot X_1(x)$$

l'erreur η_{0p} a pour valeur :

$$\eta_{0p} = \frac{\eta_{1k} - \eta'_{1k}}{\eta_{1k}} = 0,4\%$$

2.2. Cas du 2^{ème} mode de vibrations propres

D'après le modèle mathématique suivant (fig. 13) le coefficient η_{1k} prendra la forme d'une intégrale

$$\eta_2(x) = X_2(x) \cdot \frac{\int_0^H m_p(x) \cdot X_2(x) \cdot dx}{\int_0^H m_p(x) \cdot X_2^2(x) \cdot dx}$$

donc la valeur du coefficient de répartition est donnée par :

$$\eta_{2k} = 5,7832063 \cdot X_2(x)$$

Récapitulatif des valeurs de η_{ik}

En comparant la valeurs des coefficients de répartition $\eta_{ik}^c(x)$ et η_{ik}^p , On remarque que l'erreur ne dépasse pas les 0,4% ; Donc il est acceptable au point de vue pratique de procéder à la concentration des masses en plusieurs niveaux équidistants. Pour l'évaluation de la charge sismique de calcul correspondant au 1^{er} mode de vibrations propres, nous utiliserons comme coefficient de répartition, le coefficient η_{1k} obtenu sur la base du modèle des masses concentrées.

$$\eta_{1k}^c = 0,3775646 \cdot X_1(x_k)$$

$$\eta_{2k}^c = 5,0385057 \cdot X_2(x_k)$$

$$\eta_{1k}^p = 0,3398011 \cdot X_1(x_k)$$

$$\eta_{2k}^p = 5,7832063 \cdot X_2(x_k)$$

Les indices c et p désignent respectivement culée et pile.

3. Evaluation de la charge sismique "S_{ik}"

Pour la suite de nos calcul, à savoir l'évaluation de la charge sismique de calcul, nous nous pencherons surtout sur la comparaison des résultats donnés par la formule russe (IV, 1) et la formule tenant compte des conditions algériennes (IV, 7)

$$S_{ik} = K_s \cdot \beta_i \cdot \eta_{ik} \cdot \varphi_k \quad (\text{IV}, 1)$$

$$S_{ik} = A_s \cdot D_i \cdot \eta_{ik} \cdot \varphi_k \quad (\text{IV}, 7)$$

Remarque : On négligera dans nos calculs la poussée des terres qui est due à la charge sismique

Pour une région sismique donnée et le type de structure considéré, les paramètres K_s et β_i ou A_s et D_i correspondant à un mode de vibrations donné sont constants.

posons donc :

$$K_i = K_s \cdot \beta_i \cdot g \quad \text{ou} \quad K_i = A_s \cdot D_i \cdot g \quad (\text{IV}, 8)$$

$$\varphi_k = m_k \cdot g \quad \text{avec } g : \text{accélération de la pesanteur}$$

$$\eta_{ik} = f(X_{ik}) \quad X_{ik} : \text{déplacement du niveau } k. \text{ correspondant au } i\text{ème mode}$$

Donc la charge sismique devient :

$$S_{ik} = K_i \cdot \eta_{ik} \cdot m_k \quad (\text{IV}, 9)$$

avec m_k : masse concentrée revenant au k^{ème} point de la construction.

et désignons par \bar{S}_{ik} la charge sismique "fictive" de calcul correspondant au i^{ème} mode :

$$\bar{S}_{ik} = \frac{S_{ik}}{K_i} \quad (\text{IV}, 10)$$

1. Culée

1.1. cas du mode fondamental

La charge sismique de calcul, correspondant à ce mode de vibrations propres, est donnée par la formule

$$S_{ik} = K_1 \cdot \eta_{ik}^c \cdot m_k$$

donc $\bar{S}_{ik} = \eta_{ik}^c \cdot m_k$

avec $K_1 = K_s \cdot \beta_1 \cdot g$ ou $K_1 = A_s \cdot D_i \cdot g$

$$\eta_{ik}^c = 0,33775646 \cdot \chi_1(x_k)$$

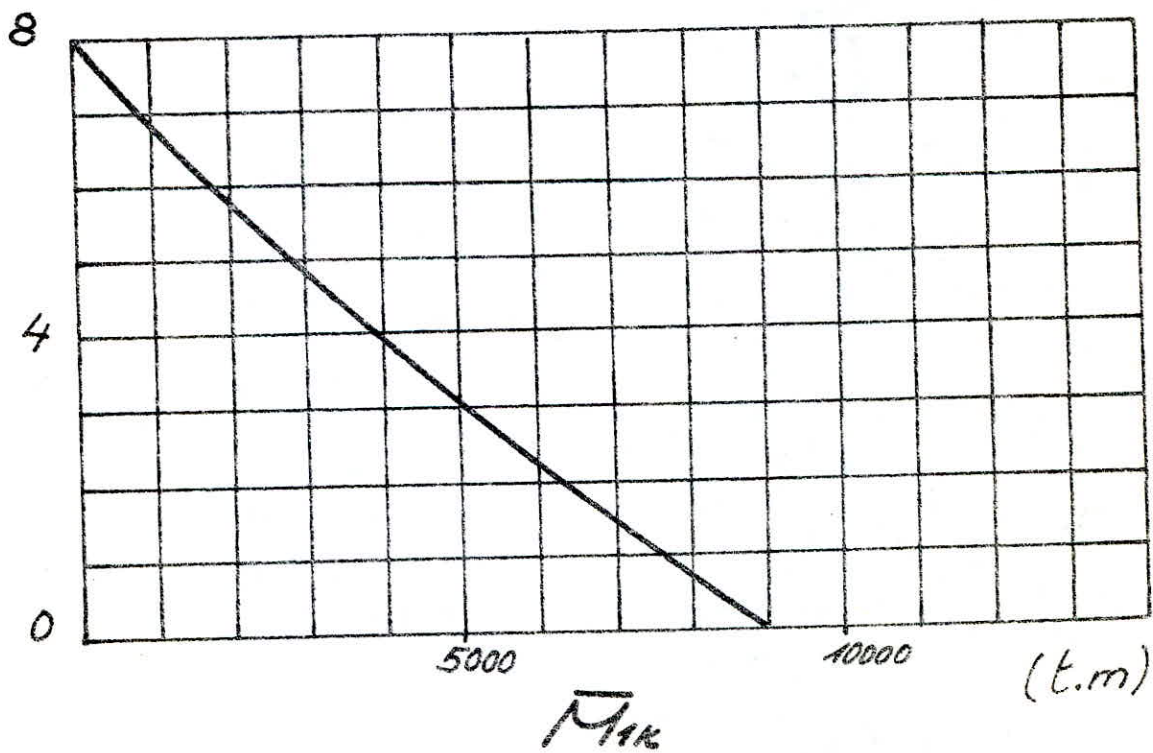
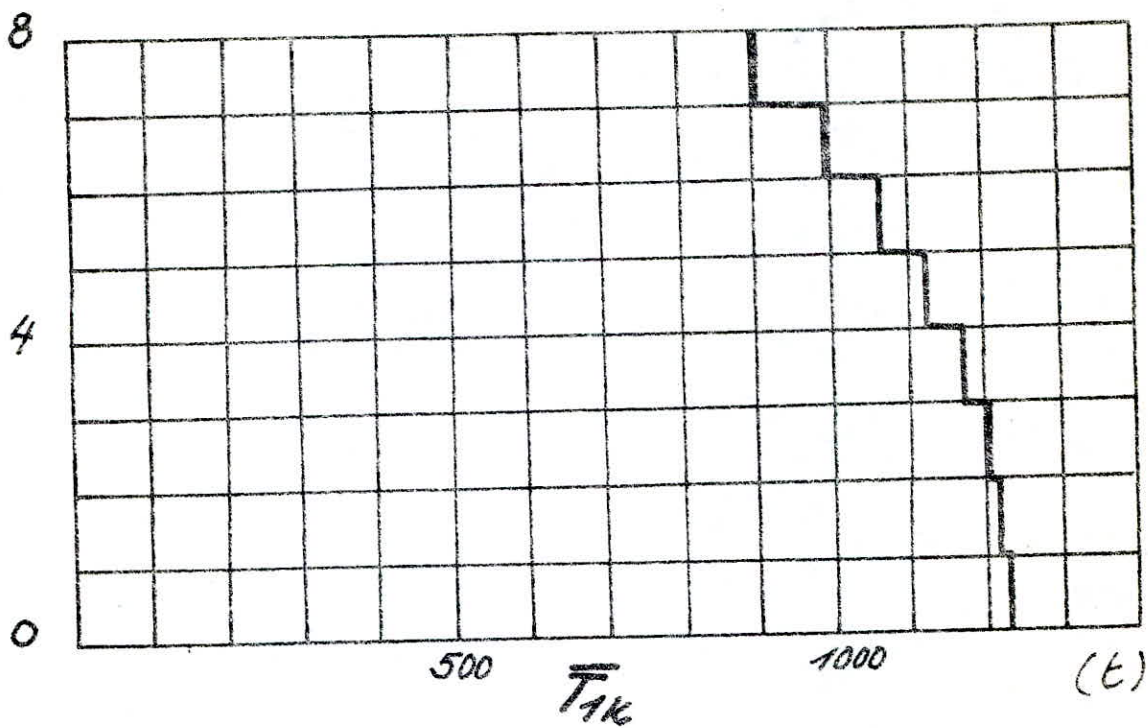
Les contraintes fictives \bar{T}_{ik} et \bar{M}_{ik} sont données par les formules suivantes :

$$\bar{T}_{ik} = \sum_{j=k}^n \bar{S}_{ij} \quad (\text{IV}, 11) \quad \text{tel que } k \text{ est fixe}$$

$$\bar{M}_{ik} = \sum_{j=k}^n \bar{S}_{ij} \cdot (x_j - x_k) \quad (\text{IV}, 12)$$

Pour le calcul des contraintes fictives, on dressera le tableau suivant.

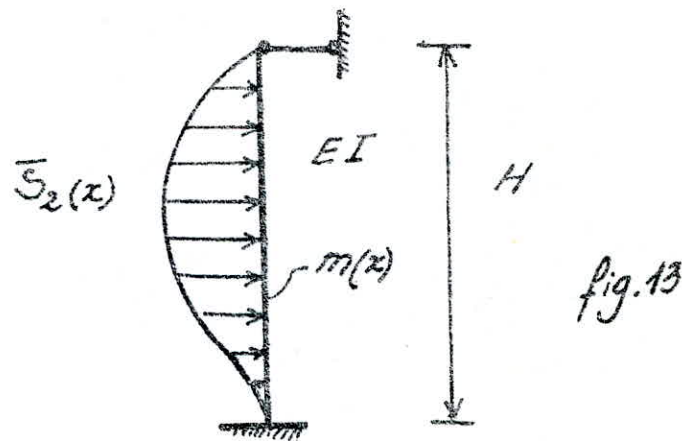
Niveau	X_1 (%)	η^c LAK	m_{ck}	S_{AK}	\bar{T}_{AK}	\bar{M}_{AK}
0	0	0	0	0	12 24, 3931	8872, 1419
1	0,0861817	0,03475	222,3	7,72 492	12 24, 3931	7651, 4483
2	0,3164063	0,11946	135,2	16, 15099	12 13, 6682	6437, 7806
3	0,6525878	0,24639	124,0	30, 55 236	1197, 5172	5240, 2635
4	1,0625	0,40116	114,4	45, 89270	1166, 9648	4073, 2986
5	1,519174	0,57381	104,0	59, 67634	1121, 0721	2952, 2265
6	2,003906	0,75660	94,9	71, 80734	1061, 3959	1890, 8307
7	2,500244	0,94400	93,6	88, 35840	989, 59453	901, 23613
8	3,000000	1,13269	795,66	901, 23613	901, 23613	0



1.2 - Cas du 2^{ème} mode de vibrations

Ce mode de vibrations propres peut être engendré par une sollicitation sismique imposant à la base (fondations) des vibrations de phase opposée (différence de phase = π).

Ce mode de vibrations propres des portiques (long en plan) n'est pas prévu dans les règles en vigueur, dans ce cas là on va étudier le modèle mathématique suivant, vu la symétrie que présentent les éléments du portiques.



La répartition de la charge sismique $S_2(x)$ suit la forme de la déformée.

$$S_2(x) = K_2 \cdot \eta_2^c(x) \cdot m_c(x)$$

avec $\eta_2^c(x) = 5,0385057 \cdot X_2(x)$

$$K_2 = K_s \cdot \beta_2 \cdot g \quad \text{ou} \quad K_2 = A_s \cdot D_2 \cdot g$$

$$\bar{S}_2(x) = \eta_2^c(x) \cdot m_c(x)$$

D'après la figure 13 les contraintes fictives \bar{T}_{2k} et \bar{M}_{2k} peuvent être déterminées à l'aide des intégrations successives de l'équation de la ligne élastique (III, 1). On peut écrire donc:

$$EI(x) y^{IV} = \frac{S_2(x)}{K_2} = \bar{S}_2(x) = \eta_2^c(x) \cdot m^c(x)$$

en posant $y = \frac{x}{H} \rightarrow dy = \frac{dx}{H}$

la résolution de cette équation différentielle du 4^{ème} ordre nous donne :

a/ l'effort tranchant "fictive" $\bar{T}_2(x)$

$$\bar{T}_2(x) = \int EI y^{IV} dy = \int \eta_2^c(x) \cdot m^c(x) \frac{dx}{H}$$

$$\bar{T}_2(x) = 262,0023 \left[-\frac{3,2}{6} \left(\frac{x}{H}\right)^6 + \frac{14}{5} \left(\frac{x}{H}\right)^5 - \frac{19,8}{4} \left(\frac{x}{H}\right)^4 + 3 \left(\frac{x}{H}\right)^3 + C_1 \right] \rightarrow x \in [0,6]$$

$$\bar{T}_2'(x) = 471,60413 \left[\frac{2}{5} \left(\frac{x}{H}\right)^5 - \frac{5}{4} \left(\frac{x}{H}\right)^4 + \left(\frac{x}{H}\right)^3 + C_1' \right] \rightarrow x \in]6,8]$$

b/ le moment fléchissant "fictif" $\bar{M}_2(x)$

le moment fléchissant fictif s'obtient par intégration de l'expression de l'effort tranchant fictif.

$$\bar{M}_2(x) = \int \bar{T}_2(x) \frac{dx}{H}$$

$$\bar{M}_2(x) = 262,0023 \left[-\frac{3,2}{42} \left(\frac{x}{H}\right)^7 + \frac{14}{30} \left(\frac{x}{H}\right)^6 - \frac{19,8}{20} \left(\frac{x}{H}\right)^5 + \frac{3}{4} \left(\frac{x}{H}\right)^4 + C_1 \left(\frac{x}{H}\right) + C_2 \right]$$

$x \in [0,6]$

$$\overline{M}'_2(x) = 471,60413 \cdot \left[\frac{2}{30} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^6 - \frac{5}{20} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^5 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 + C'_1 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C'_2 \right]$$

$x \in]6,8]$

c/ la rotation "fictive" $\overline{\Theta}_2(x)$

$$\overline{\Theta}_2(x) = \int \overline{M}_2(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

$$\overline{\Theta}_2(x) = 262,0023 \cdot \left[-\frac{3,2}{336} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^8 + \frac{14}{210} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^7 + \frac{198}{120} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^6 + \frac{3}{20} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^5 + \frac{C_1}{2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C_2 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_3 \right]$$

$x \in [0,6]$

$$\overline{\Theta}'_2(x) = 471,60413 \cdot \left[\frac{2}{210} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^7 - \frac{5}{120} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^6 + \frac{1}{20} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^5 + \frac{C'_1}{2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C'_2 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C'_3 \right]$$

$x \in]6,8]$

d/ la déformée "fictive" $\overline{X}_2(x)$

$$\overline{X}_2(x) = \int \overline{\Theta}_2(x) \cdot \frac{dx}{H}$$

$$\overline{X}_2(x) = 262,0023 \cdot \left[-\frac{3,2}{3024} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^9 + \frac{14}{1680} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^8 - \frac{198}{840} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^7 + \frac{3}{120} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^6 + \frac{C_1}{6} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \frac{C_2}{2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_3 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C_4 \right]$$

$x \in [0,6]$

$$\overline{X}'_2(x) = 471,60413 \cdot \left[\frac{2}{1680} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^8 - \frac{5}{840} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^7 + \frac{1}{120} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^6 + \frac{C'_1}{6} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^3 + \frac{C'_2}{2} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^2 + C'_3 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + C'_4 \right]$$

$x \in]6,8]$

Détermination des constantes d'intégrations.

Pour déterminer ces constantes on fera appel aux conditions limites et aux équations de continuité.

- conditions aux limites d'après la figure 13

$$\bar{X}_2(x=0) = 0 \quad \rightarrow \quad C_4 = 0$$

$$\bar{\theta}_2(x=0) = 0 \quad \rightarrow \quad C_3 = 0$$

$$\bar{X}'_2(x=8) = 0 \quad (1)$$

$$\bar{M}'_2(x=8) = 0 \quad (2)$$

- équations de continuité.

$$\bar{T}_2(x=6) = \bar{T}'_2(x=6) \quad (3)$$

$$\bar{M}_2(x=6) = \bar{M}'_2(x=6) \quad (4)$$

$$\bar{\theta}_2(x=6) = \bar{\theta}'_2(x=6) \quad (5)$$

$$\bar{X}_2(x=6) = \bar{X}'_2(x=6) \quad (6)$$

C_3 et C_4 étant déterminées, donc on aura un système de 6 équations à 6 inconnues.

On va résoudre ce système sous forme matricielle.

$$A.C = B$$

où les matrices

$$C = \begin{bmatrix} C'_1 \\ C'_2 \\ C'_3 \\ C'_4 \\ C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}$$

$$; B = \begin{bmatrix} 0,00083 \\ 0,01392 \\ -0,01831 \\ -0,05063 \\ -0,06667 \\ -0,00258 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -0,12656 & -0,50625 & -1,35 & -1,8 & +0,07031 & +0,28125 \\ -0,50625 & -1,35 & -1,8 & 0 & +0,28125 & +0,75 \\ -1,35 & -1,8 & 0 & 0 & +0,75 & 1 \\ -1,8 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/6 & 1/2 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

La résolution du système nous donne :

$$\det(A) = 1,0800036$$

$$C = \begin{bmatrix} -0,095953 \\ 0,029283 \\ -0,007452 \\ 0,006222 \\ -0,223345 \\ 0,072372 \end{bmatrix}$$

Donc les valeurs des contraintes fictives \bar{T}_{2k} et \bar{M}_{2k} sont données par :

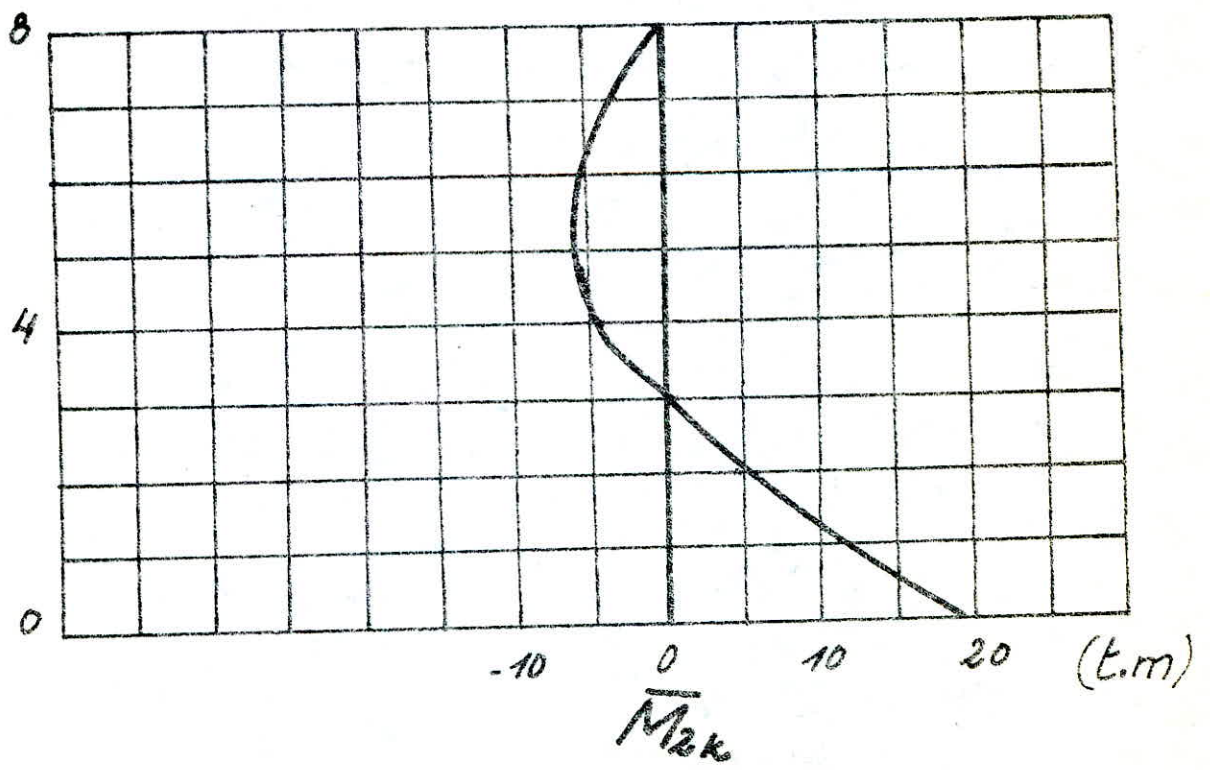
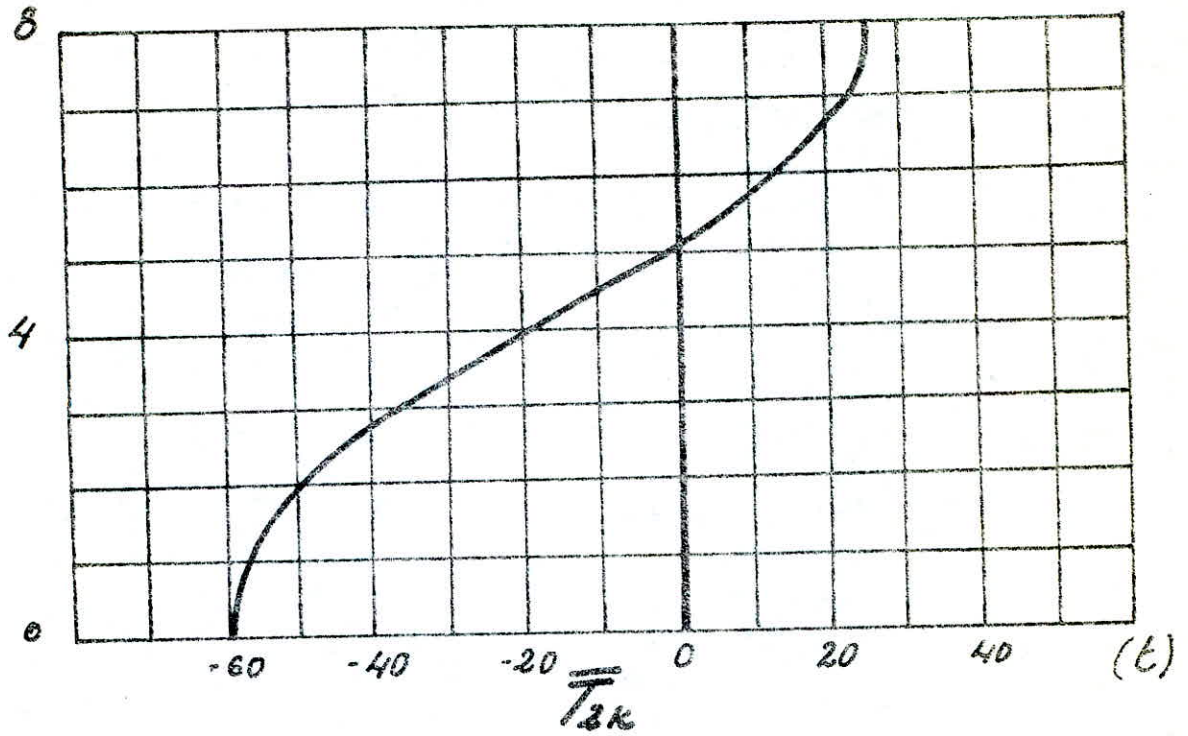
$$\bar{T}_2(x) = \begin{cases} 262,0023 \cdot \left[-\frac{3,2}{6} \left(\frac{x}{H}\right)^6 + \frac{14}{5} \left(\frac{x}{H}\right)^5 - \frac{19,8}{4} \left(\frac{x}{H}\right)^4 + 3 \left(\frac{x}{H}\right)^3 - 0,223345 \right] & \text{pour } x \in [0, 6] \\ 471,60413 \cdot \left[\frac{2}{5} \left(\frac{x}{H}\right)^5 - \frac{5}{4} \left(\frac{x}{H}\right)^4 + \left(\frac{x}{H}\right)^3 - 0,095953 \right] & \text{pour } x \in [6, 8] \end{cases}$$

$$\bar{M}_2(x) = \begin{cases} 262,0023 \cdot \left[-\frac{3,2}{42} \left(\frac{x}{H}\right)^7 + \frac{14}{30} \left(\frac{x}{H}\right)^6 - \frac{19,8}{20} \left(\frac{x}{H}\right)^5 + \frac{3}{4} \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 0,223345 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + 0,072372 \right] & x \in [0, 6] \\ 471,60413 \cdot \left[\frac{2}{30} \left(\frac{x}{H}\right)^6 - \frac{5}{20} \left(\frac{x}{H}\right)^5 + \frac{1}{4} \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 0,095953 \left(\frac{x}{H}\right) + 0,029283 \right] & x \in [6, 8] \end{cases}$$

Notons que :

$$\bar{T}_{2k} = \bar{T}_2(x = x_k) \quad \text{et} \quad \bar{M}_{2k} = \bar{M}_2(x = x_k)$$

Niveau K	Z/H	T_{2k}	M_{2k}
0	0	-58,1690	18,9616
1	0,125	-57,2765	11,6875
2	0,250	-50,6193	4,87
3	0,375	-37,6626	-0,7006
4	0,500	-20,5812	-4,3667
5	0,625	-2,8802	-5,8202
6	0,750	11,9487	-5,2081
7	0,875	21,8848	-3,0323
8	1,000	25,4888	0



2. Pile2.1. cas du mode fondamental

On procédera de la même façon que pour la culée, et cela pour les deux modes de vibrations propres.

$$S_{1k} = K_1 \eta_{1k}^p \cdot m_{pk}$$

$$\bar{S}_{1k} = \eta_{1k}^p \cdot m_{pk}$$

$$\eta_{1k}^p = 0,3390011 \cdot X_1(x_k)$$

Les contraintes fictives sont données par les formules (IV, 11) et (IV, 12).

2.2. cas du 2^{ème} mode

$$S_{2k} = K_2 \cdot \eta_{2k}^p \cdot m_{pk}$$

$$\bar{S}_{2k} = \eta_{2k}^p \cdot m_{pk}$$

$$\eta_{2k}^p = 5,7032063 \cdot X_2(x_k)$$

de la même manière que dans (1.2); l'intégration de l'équation de la ligne élastique :

$$EI y^{IV} = \bar{S}_2(x) = \eta_{2k}^p(x) \cdot m_p(x)$$

nous permet d'obtenir les expressions des contraintes fictives, et après la résolution de l'équation matricielle :

$$A \cdot C = B \quad ; \quad \text{qui donne les résultats suivants}$$

$$\begin{aligned}
 C_1 &= -0,0839862 & ; & & C'_2 &= 0,0492983 \\
 C_2 &= -0,0106582 & ; & & C'_3 &= -0,0138206 \\
 C'_1 &= -0,1159650 & ; & & C'_4 &= 0,0049276
 \end{aligned}$$

Donc les expressions des contraintes fictives sont :

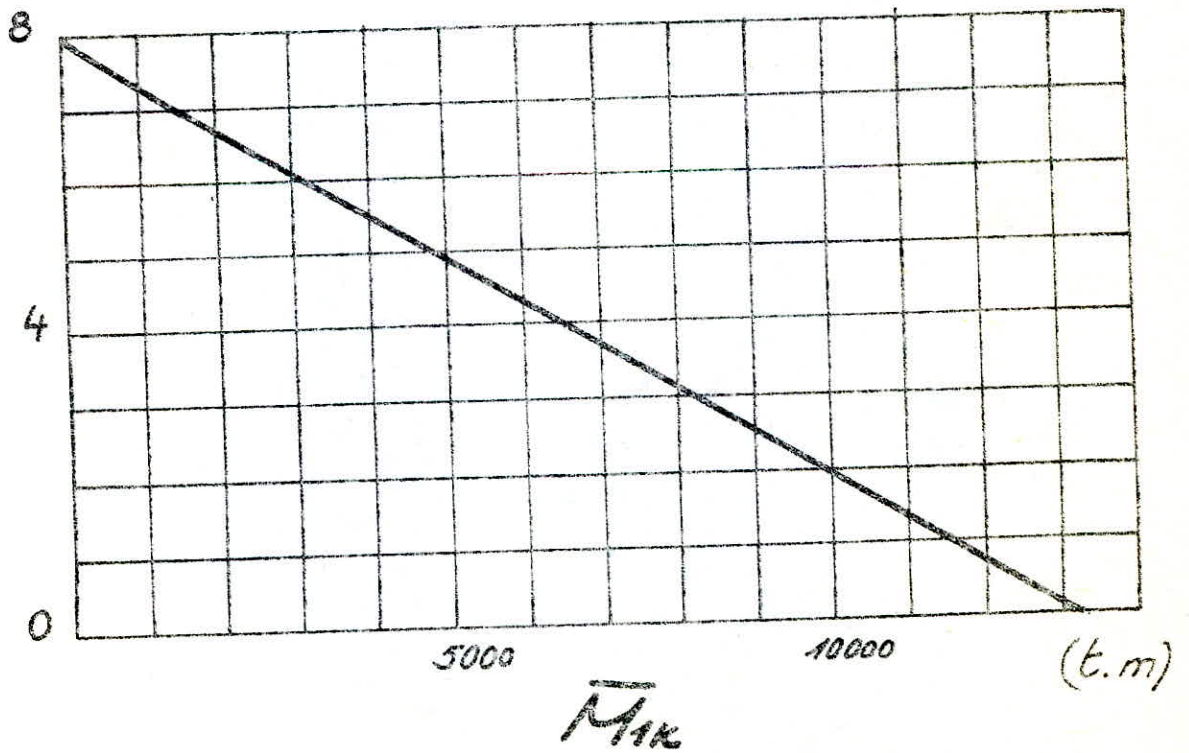
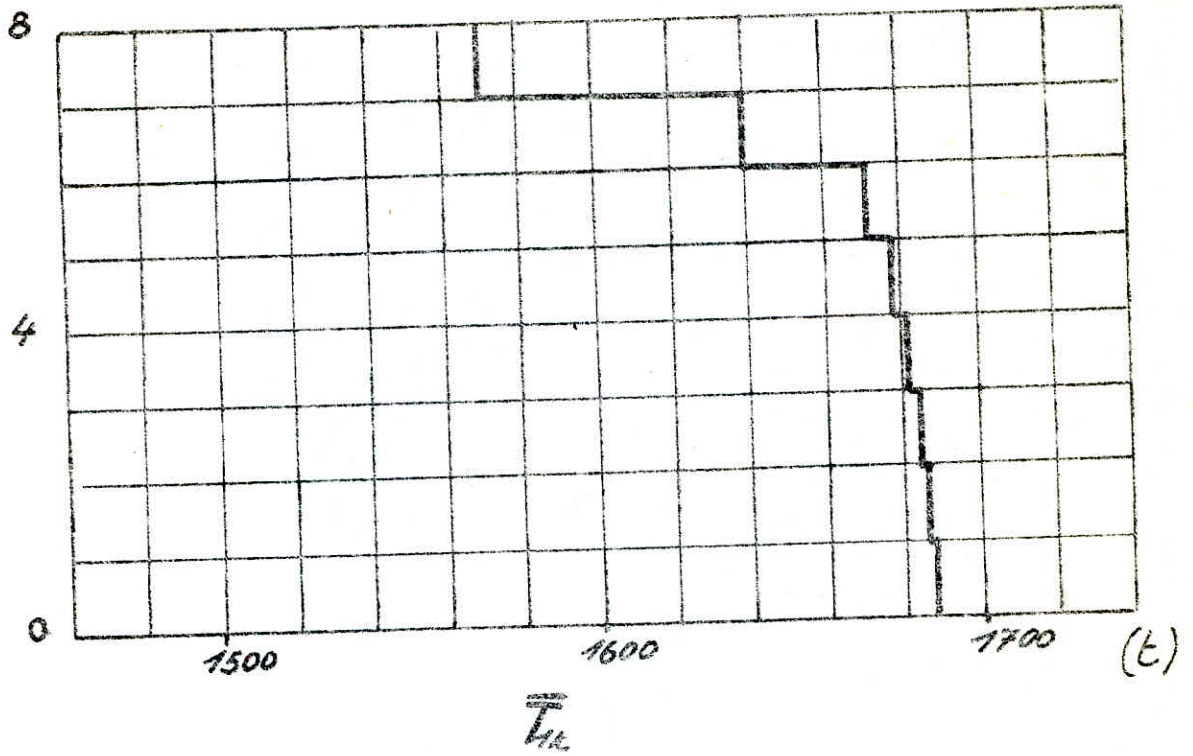
$$\overline{T}_2(x) = \begin{cases} 69,3985 \left[\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^5 - \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 + \left(\frac{x}{H}\right)^3 - 0,0839862 \right] & x \in [0,6] \\ 481,1627 \left[\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^5 - \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 + \left(\frac{x}{H}\right)^3 - 0,1159650 \right] & x \in [6,8] \end{cases}$$

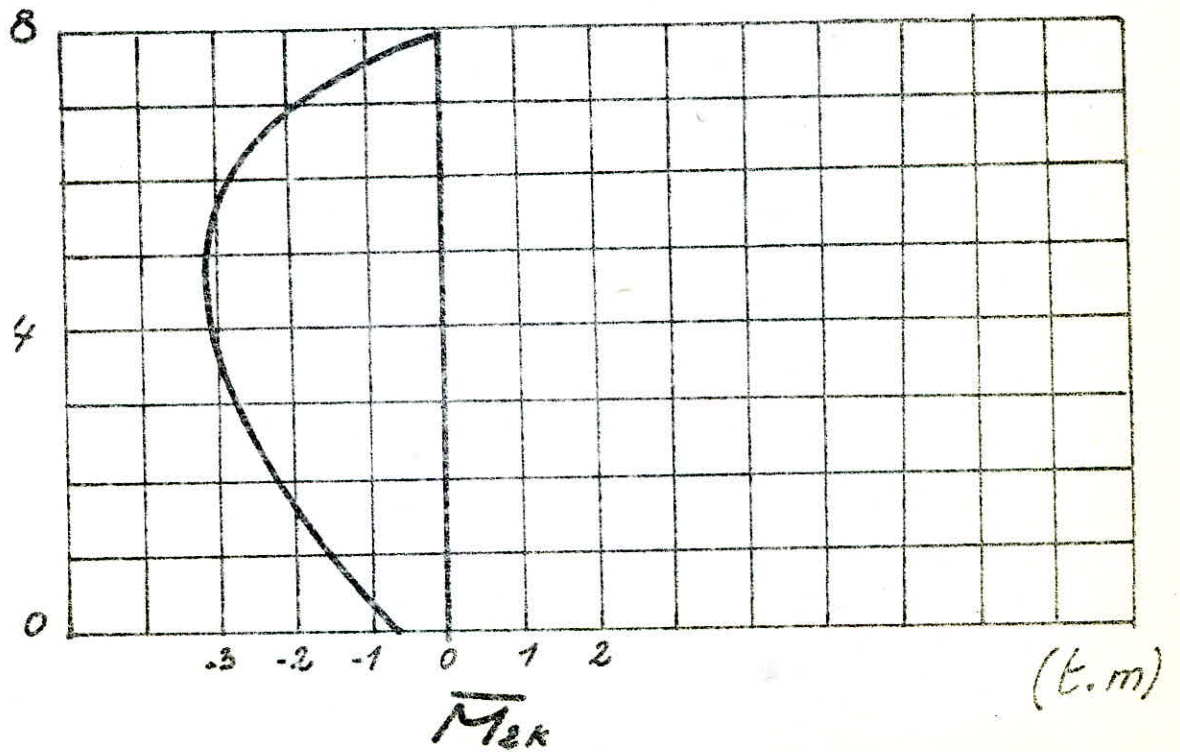
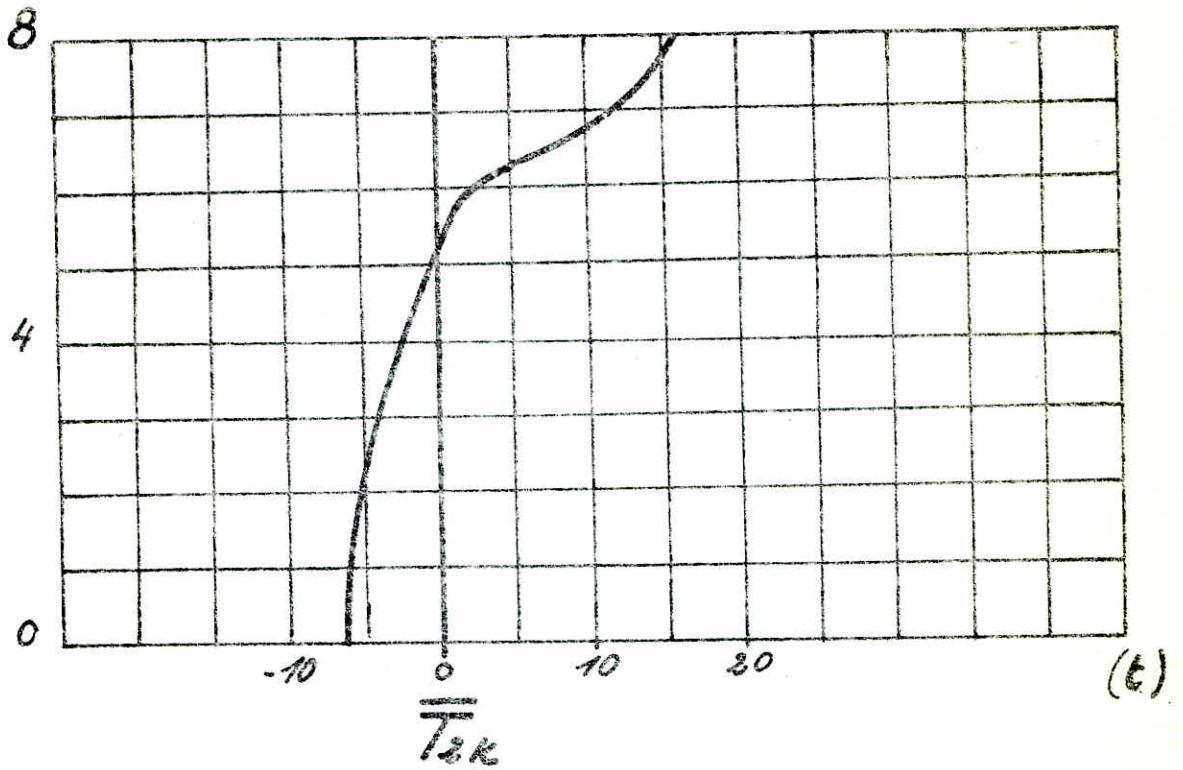
$$\overline{M}_2(x) = \begin{cases} 69,3985 \cdot \left[\frac{2}{30} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^6 - \frac{5}{20} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^5 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 0,0839862 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) - 0,0106582 \right] & x \in [0,6] \\ 481,3985 \cdot \left[\frac{2}{30} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^6 - \frac{5}{20} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^5 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{x}{H}\right)^4 - 0,115965 \cdot \left(\frac{x}{H}\right) + 0,0492983 \right] & x \in [6,8] \end{cases}$$

Les valeurs des contraintes fictives, à savoir celles du 1^{er} ou 2^{ème} modes de vibrations propres, sont données dans les tableaux qui suivent.

Niveau	$X_1(x)$	η_{1k}^p	τ_{1k}	S_{1k}	\bar{T}_{1k}	\bar{M}_{1k}
0	0	0	0	0	1687,3075	13302,279
1	0,086187	0,0232846	18	0,5271228	1687,3075	11614,971
2	0,3164063	0,1075152	12	1,2901824	1686,7808	9928,191
3	0,6525876	0,2217501	12	2,6610012	1685,4906	8242,700
4	1,065	0,3610387	12	4,336644	1682,8296	6559,871
5	1,519774	0,5164209	47,6	6,1970508	1678,4930	4881,377
6	2,003906	0,6809235	83,	32,412244	1672,2959	3209,082
7	2,500244	0,8495857	83,2	70,68553	1639,8836	1569,198
8	3,00000	1,0194033	1539,33	1569,1981	1569,1981	0

Niveau	x/H	\bar{T}_{2k}	\bar{M}_{2k}
0	0	-5,828516	-0,739663
1	0,125	-5,713304	-1,464503
2	0,250	-5,055915	-2,144837
3	0,375	-3,678449	-2,698054
4	0,500	-1,707980	-3,039455
5	0,625	+0,525121	-3,113965
6	0,750	2,588793	-2,903817
7	0,875	12,699375	-1,892489
8	1,000	16,376372	0





Une fois, les charges sismiques fictives correspondant aux 1^{er} et 2^{ème} mode et les contraintes fictives respectives sont calculées, rappelons que la relation entre les charges sismiques "réelles" de calcul et les charges sismiques "fictives" correspondantes est la suivante:

$$\frac{S_{ik}}{\bar{S}_{ik}} = K_i$$

Il est bien évident que pour les contraintes (T, M) on aura les mêmes relations

$$\frac{T_{1k}}{\bar{T}_{1k}} = K_1 \quad ; \quad \frac{M_{1k}}{\bar{M}_{1k}} = K_1$$

$$\frac{T_{2k}}{\bar{T}_{2k}} = K_2 \quad ; \quad \frac{M_{2k}}{\bar{M}_{2k}} = K_2$$

avec

$$K_1 = K_s \cdot \beta_1 \cdot g \quad \text{ou} \quad K_1 = A_s \cdot D_1 \cdot g$$

$$K_2 = K_s \cdot \beta_2 \cdot g \quad \text{ou} \quad K_2 = A_s \cdot D_2 \cdot g$$

On voit bien que les coefficients K_1 et K_2 ne diffèrent que par les facteurs dynamiques β_1 et β_2 (D_1 et D_2); tandis que les coefficients K_s et A_s , chacun tient compte de conditions bien spécifiques aux deux formules respectives (IV,1) et (IV,7).

Détermination des coefficients K_1 et K_2

Comme il a été mentionné au début de ce chapitre, les deux types de formules sont comparables pour la presque totalité des facteurs et variables physiques qui les conditionnent, on doit donc se référer en premier lieu au R.P.A. 81 :

La structure du pont est assimilée à la structure de type 1 du R.P.A. ($B = 1/4$) ; l'importance de l'ouvrage et la région (zone III) où il est supposé être implanté font que le coefficient d'intensité soit égal : $A = 0,35$; et on prendra pour Q la valeur maximale $Q_{max} = 1,6$.

$$\text{donc } A_s = A \cdot B \cdot Q = 0,14$$

La valeur du facteur d'amplification dynamique "D" sera déterminé d'après le type de sol, en fonction de la période propre du système :

le sol de fondation est supposé meuble

$$T_1 = 0,712 \text{ s} \quad \text{et} \quad T_2 = 0,2 \text{ s}$$

$$\text{d'où } D_1 = 1,68$$

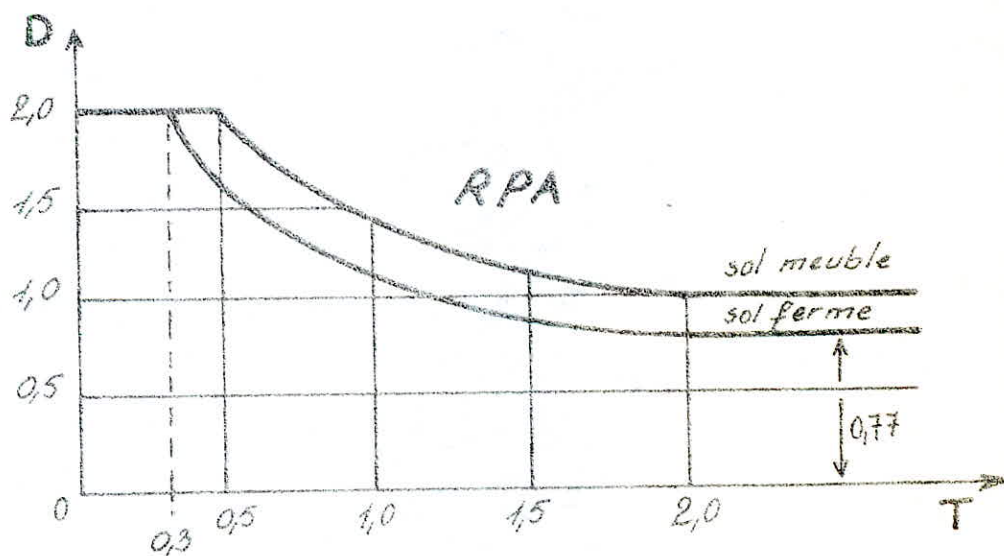
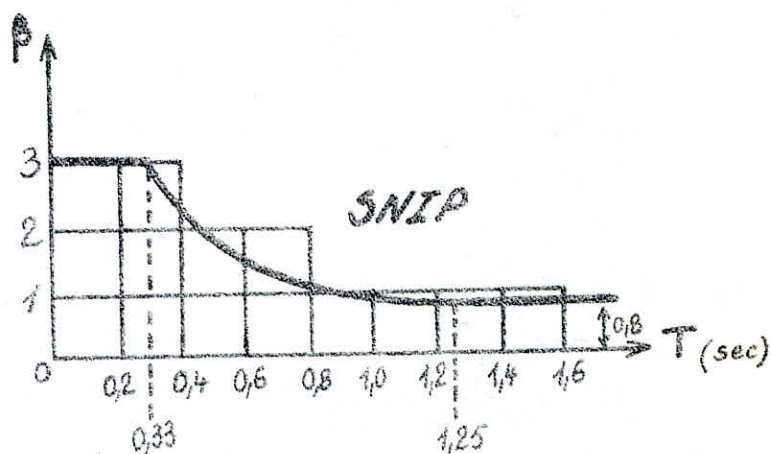
$$D_2 = 2$$

(se référer aux graphes de la page suivante)

en second, au SNIP. 77 :

Le règlement russe préconise un coefficient sismique $K_s = 0,1$ pour une intensité nominale de 9° qui correspond à la zone III du R.P.A. 81 et des coefficients dynamiques $\beta_1 = 1,25$ et $\beta_2 = 3$ pour les périodes correspondantes.

Graphes donnant les valeurs des facteurs d'amplification dynamique β et D respectifs aux SNIP.77 et RPA.81.



D'après les valeurs des contraintes fictives, qui sont très petites, et les rapports entre β_2 et β_1 (D_2 et D_1), l'influence du 2^{ème} mode est négligeable, et cela pour les différentes variantes de la pratique du génie sismique :

1^{ère} variante :
$$S_k = \sum_{i=1}^n S_{ik}$$

Cette superposition ne peut avoir lieu qu'en cas de coïncidence des différents modes (peu probable)

2^{ème} variante : vérification des sections critiques et les renforcer autant de fois qu'il y ait de modes prévus

3^{ème} variante :
$$\Phi = \sqrt{\sum_{i=1}^n \Phi_i^2}$$

où $\Phi_i = N, T$ ou M

Donc on ne prendra en compte dans le ferrailage que le mode prépondérant qui est le premier mode. Les contraintes réelles sont données par les tableaux qui suivent, les coefficients K_1 et K_2 ont pour valeurs :

tenant compte des conditions
algeriennes :

$$K_1 = A_3 \cdot D_1 \cdot g = 2,31$$

$$K_2 = A_3 \cdot D_2 \cdot g = 2,75$$

valeurs données par le
SNIP.77 :

$$K_1 = K_3 \cdot \beta_1 \cdot g = 1,83$$

$$K_2 = K_3 \cdot \beta_2 \cdot g = 2,94$$

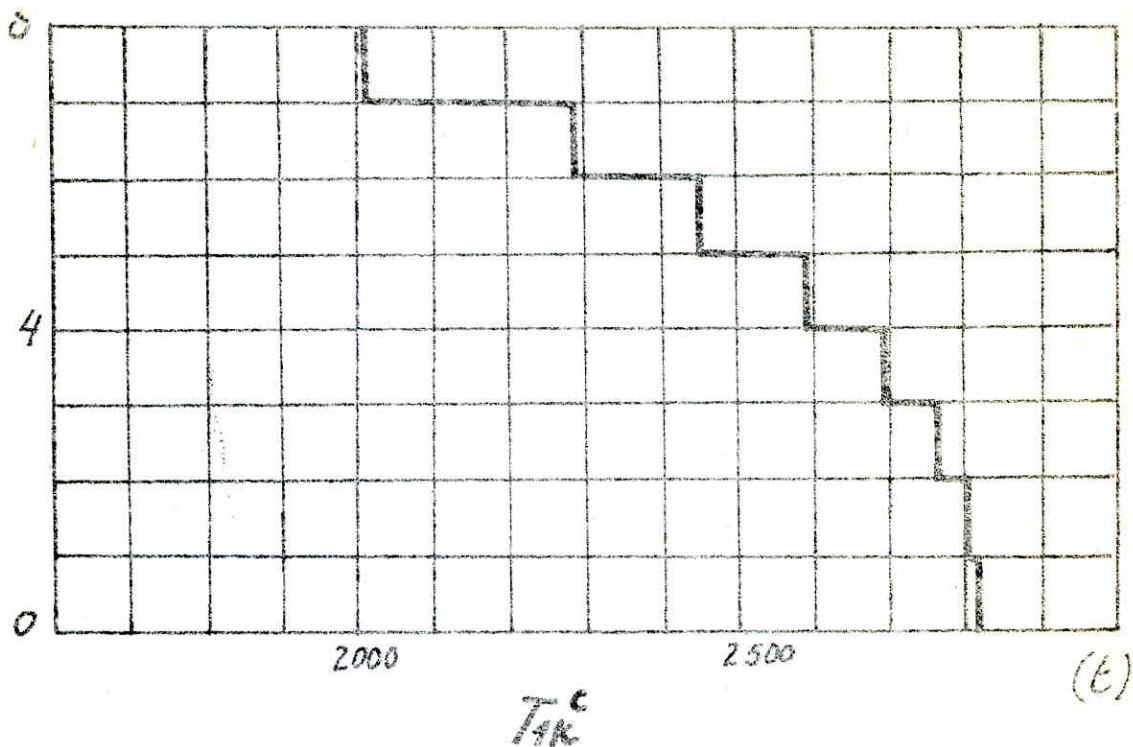
Contraintes réelles agissant sur la Culée :

1^{er} mode de vibrations propres.

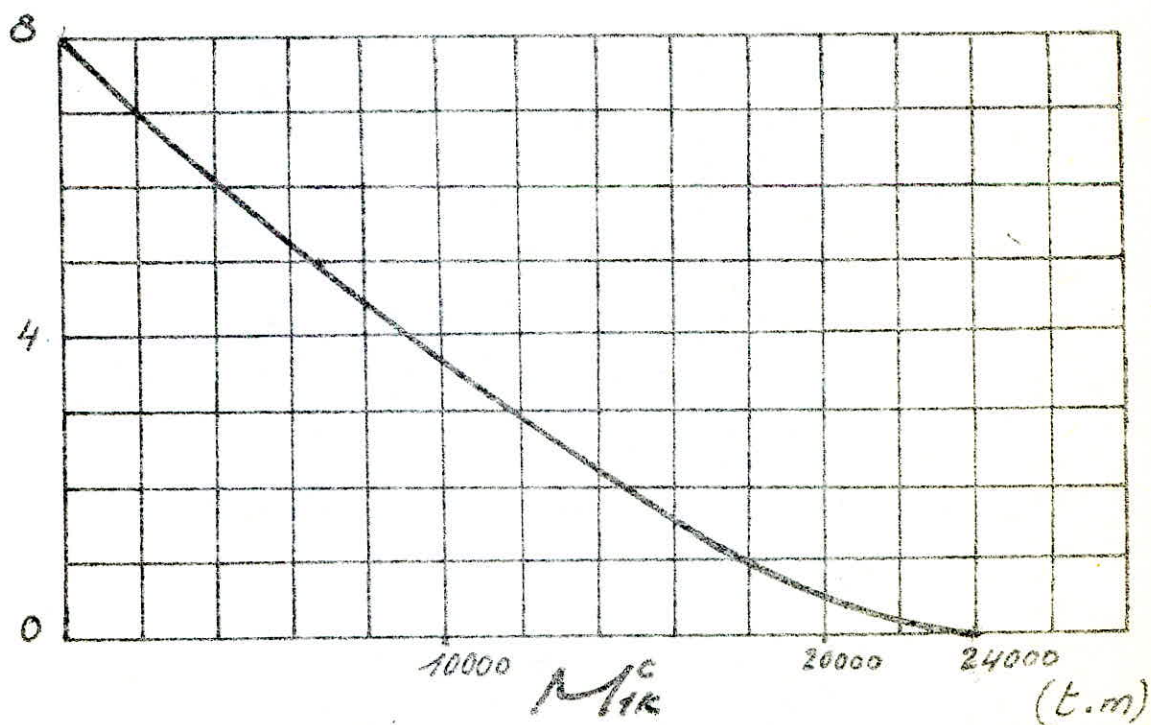
Niveau	aux conditions algériennes		ou SNIP 77	
	T_{1k}	M_{1k}	T_{1k}	M_{1k}
0	2821,42	24096,26	1502,31	10913,60
1	2821,42	17674,85	1502,31	9411,28
2	2803,57	14871,27	1492,81	7918,47
3	2766,26	12105,01	1472,95	6445,52
4	2695,69	9409,32	1435,37	5010,16
5	2589,67	6819,64	1378,92	3631,24
6	2451,82	4367,82	1305,52	2325,72
7	2285,96	2081,85	1217,20	1108,52
8	2081,85	0	1108,52	0

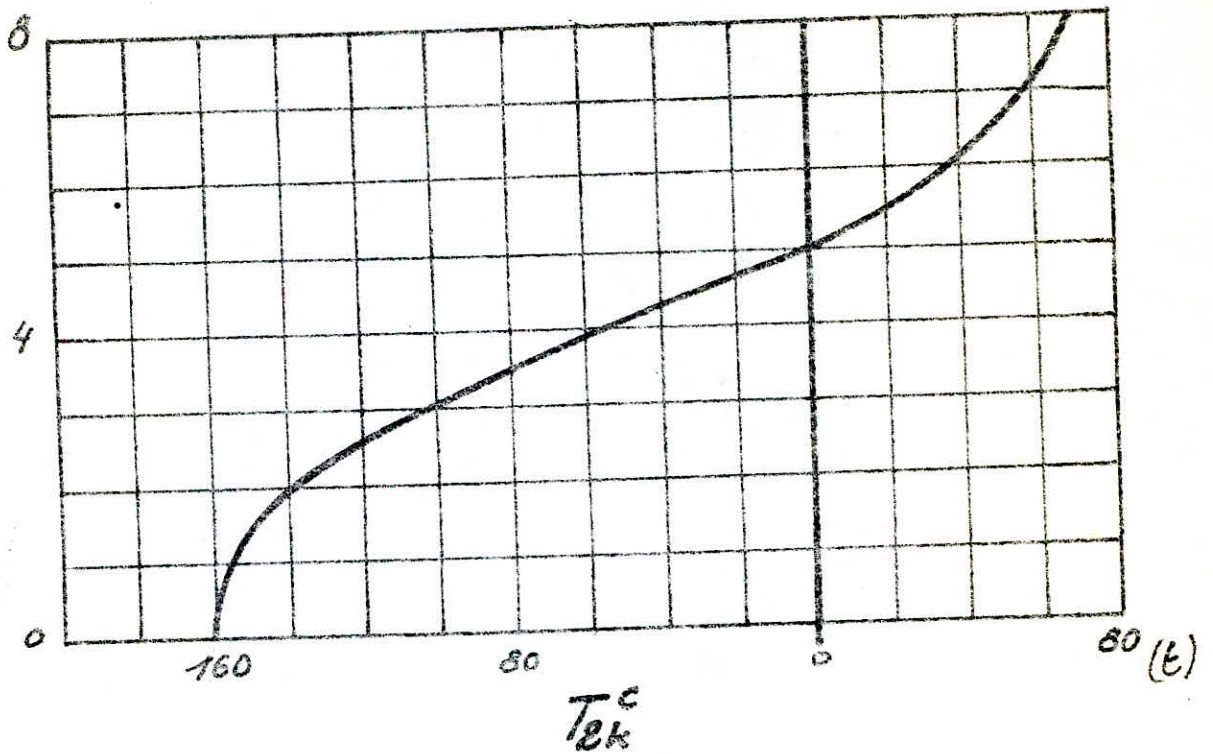
2^{ème} mode de vibrations propres.

0	-159,96	52,14	-171,02	55,75
1	-157,51	32,14	-168,39	34,36
2	-139,20	13,39	-148,82	14,32
3	-103,57	-1,92	-110,73	-2,06
4	-56,59	-12,01	-60,51	-12,84
5	-7,92	-16,00	-8,47	-17,11
6	32,86	-14,32	35,13	-15,31
7	60,1832	-8,34	64,34	-8,92
8	70,09	0	74,94	0

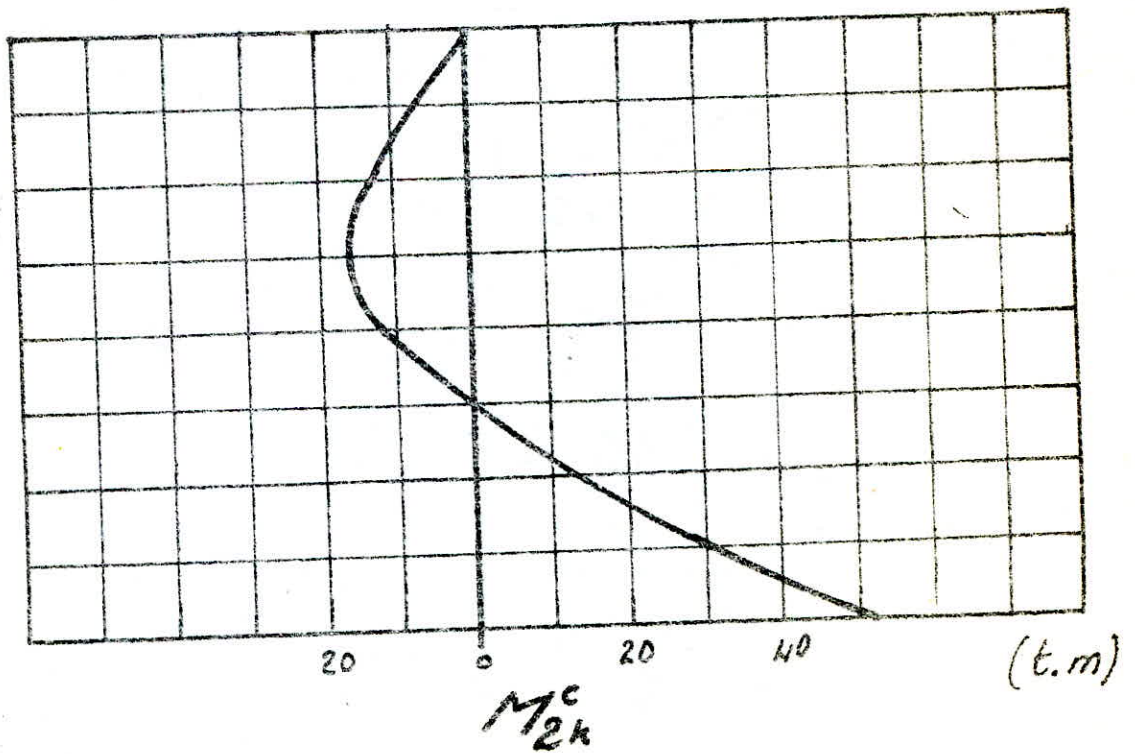


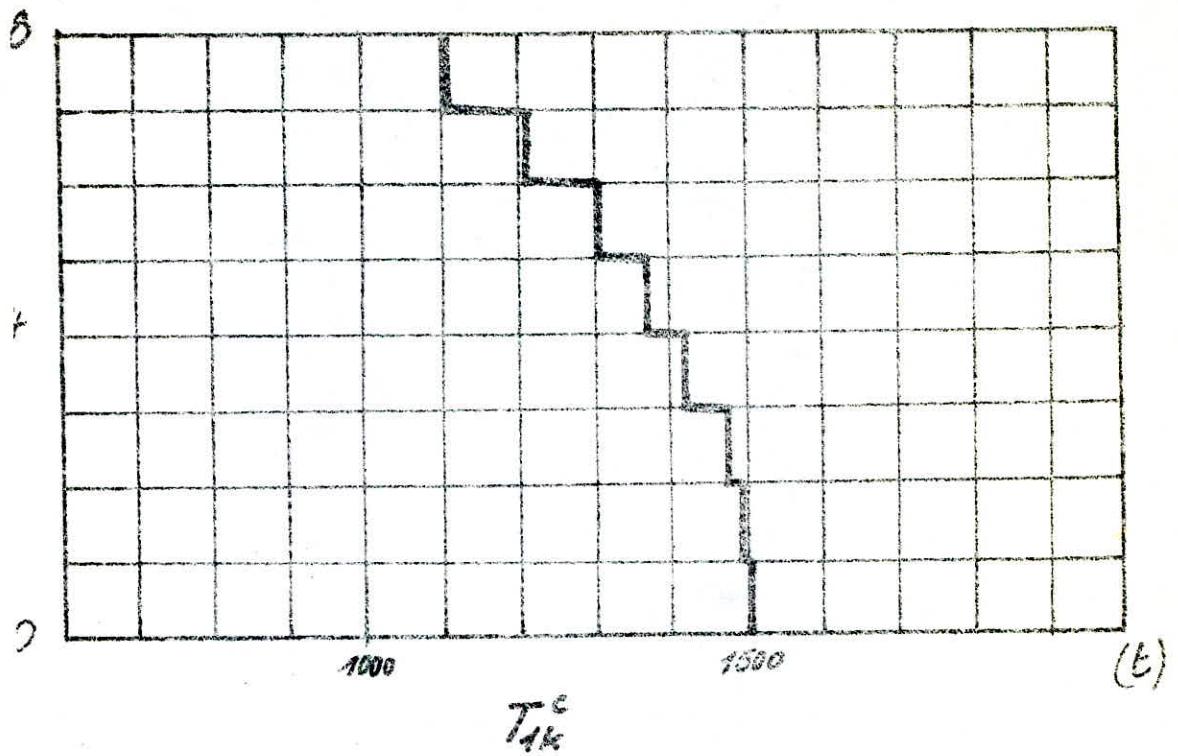
- Contraintes réelles du 1^{er} mode
tenant compte des conditions algériennes.



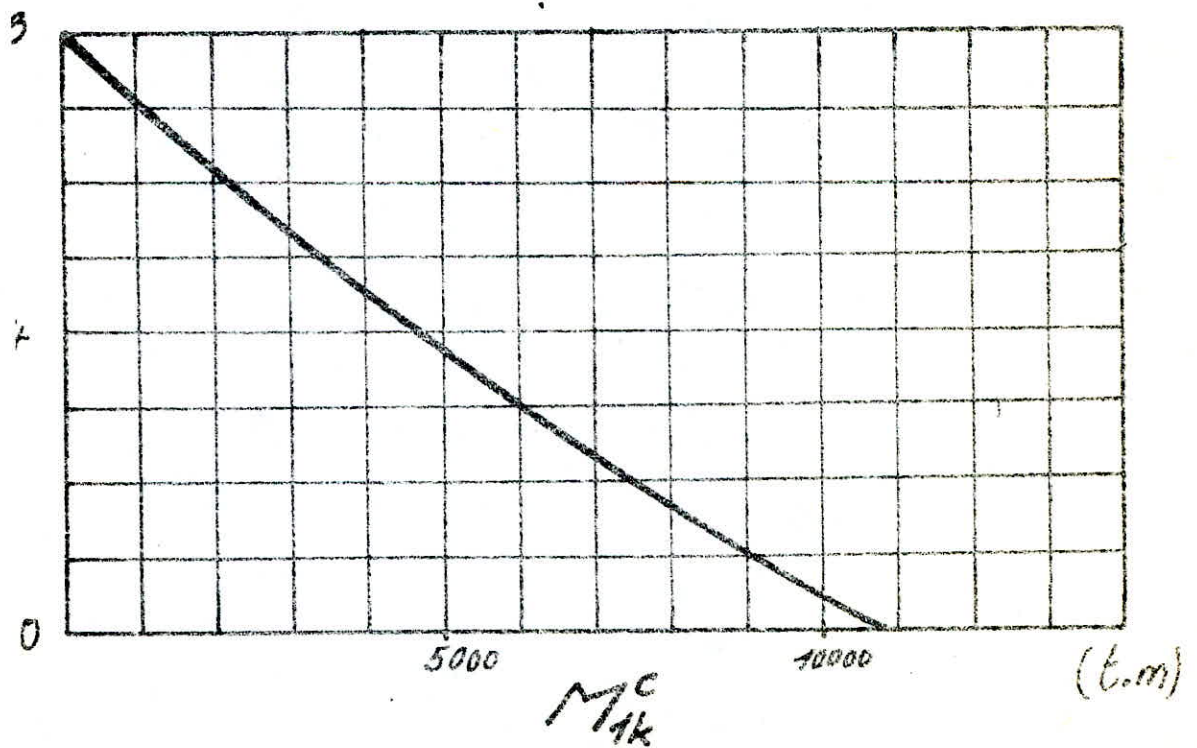


- Contraintes réelles du 2^{ème} mode
tenant compte des conditions algériennes

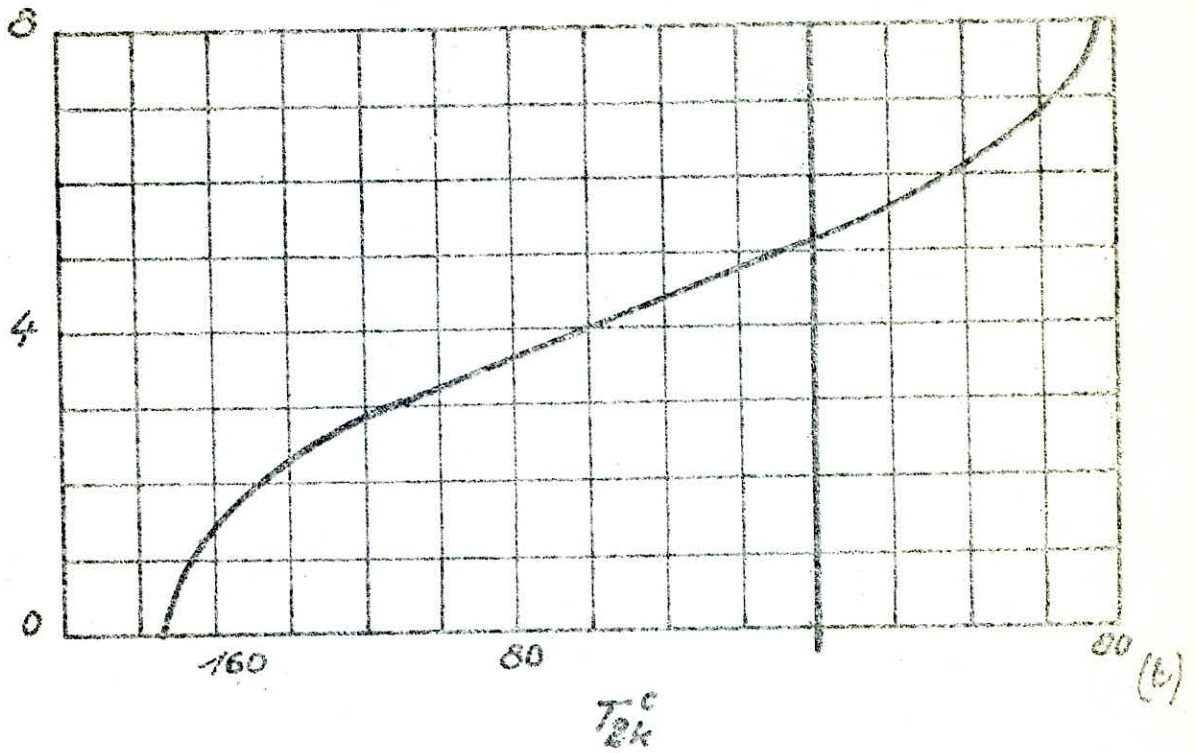




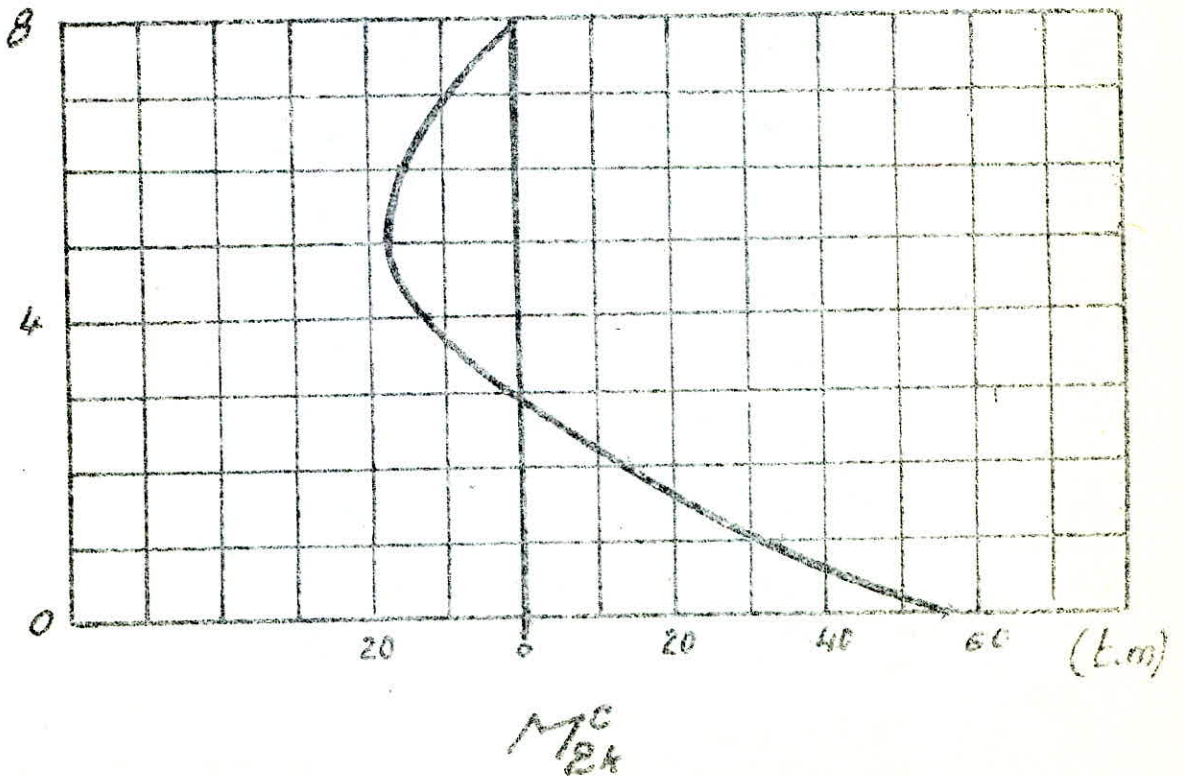
- Contraintes réelles du 1^{er} mode
d'après les règles russes



(t.m)



- Contraintes réelles du 2^{ème} mode
d'après les règles russes.



contraintes réelles agissant sur la pile :

1^{er} mode de vibrations propres

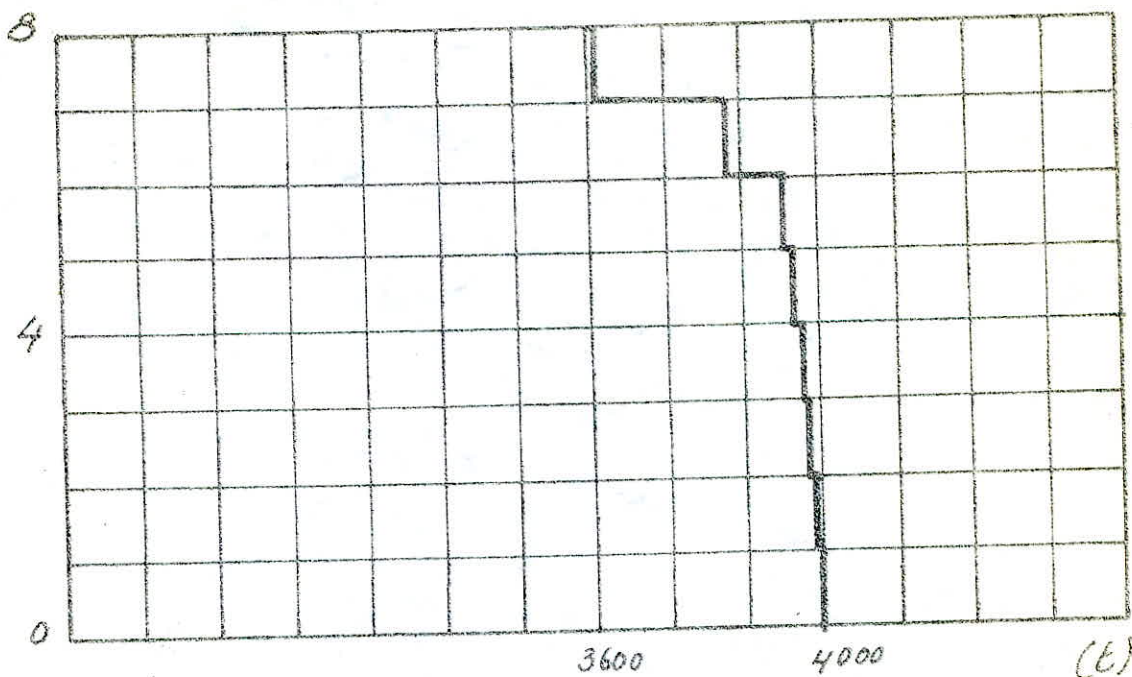
Niveau	aux conditions algériennes	
	T_{1k}	M_{1k}
0	3897,68	30728,26
1	3897,68	26830,58
2	3896,46	22934,12
3	3893,48	19040,64
4	3887,34	15153,30
5	3877,32	11275,98
6	3863,00	7412,98
7	3788,13	3624,77
8	3624,77	0

ou SNIP 77	
T_{1k}	M_{1k}
2075,39	16367,80
2075,39	14286,41
2074,74	12211,675
2073,15	10138,52
2069,88	8068,64
2064,55	6004,09
2056,92	3947,17
2017,06	1930,11
1930,11	0

2^{ème} mode de vibrations propres

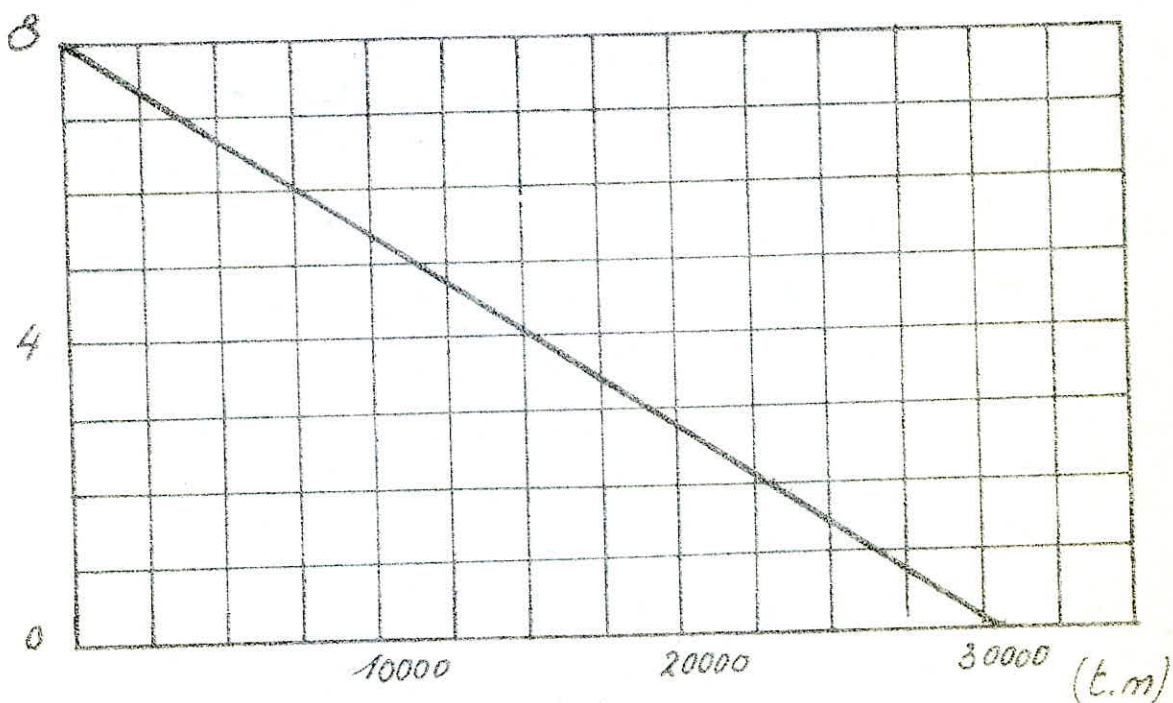
0	-16,03	-2,03
1	-15,71	-4,03
2	-13,90	-5,89
3	-10,11	-7,42
4	-4,70	-8,36
5	+1,44	-8,56
6	7,12	-7,98
7	34,92	-5,20
8	45,03	0

-17,14	-2,17
-16,79	-4,30
-14,86	-6,31
-10,81	-7,93
-5,02	-8,94
+1,54	-9,16
7,61	-8,54
37,34	-5,56
48,15	0

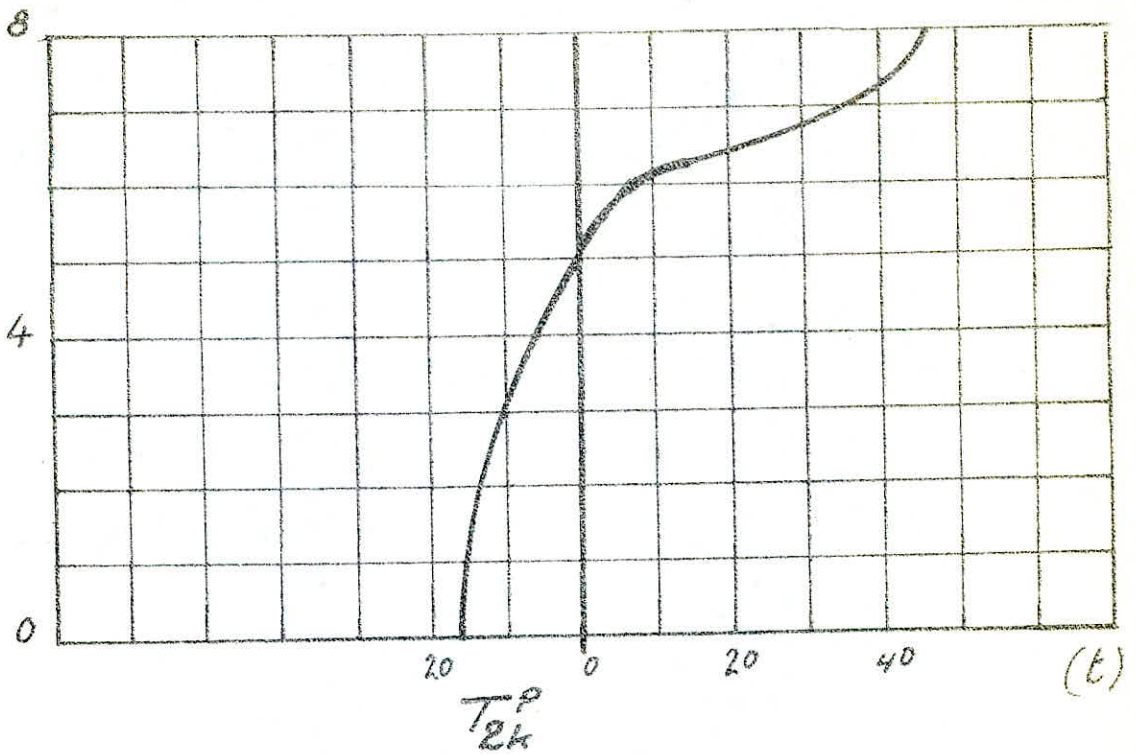


$$T_{1k}^P$$

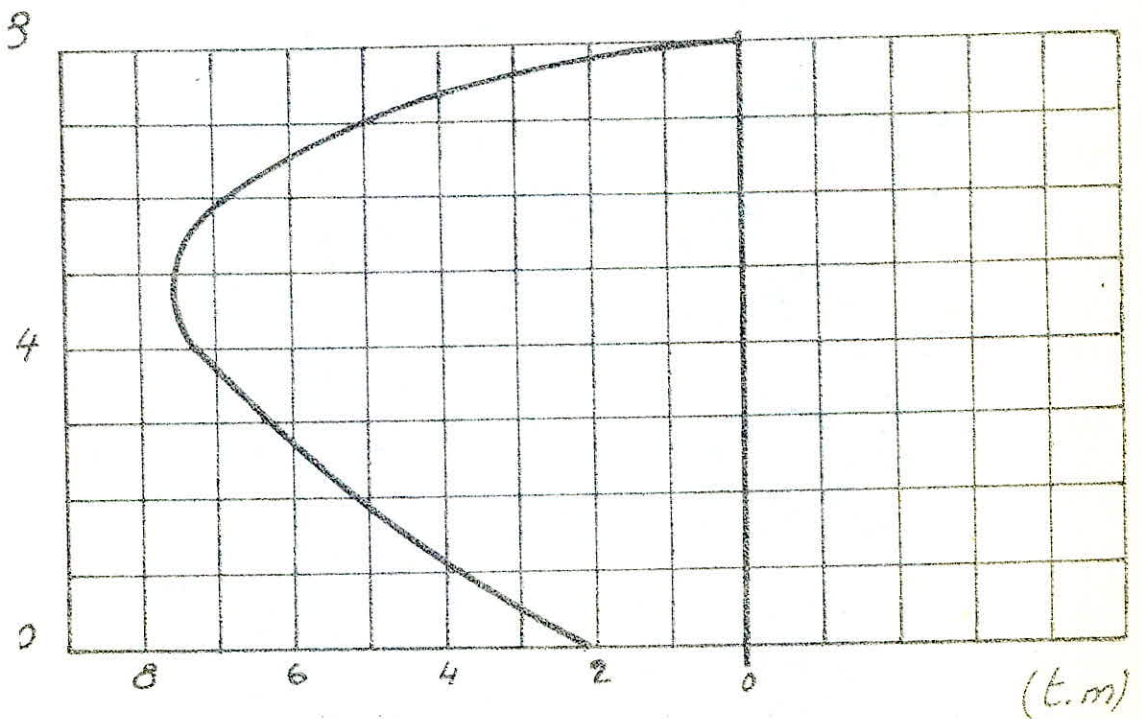
- Contraintes réelles du 1^{er} mode
tenant compte de conditions algériennes

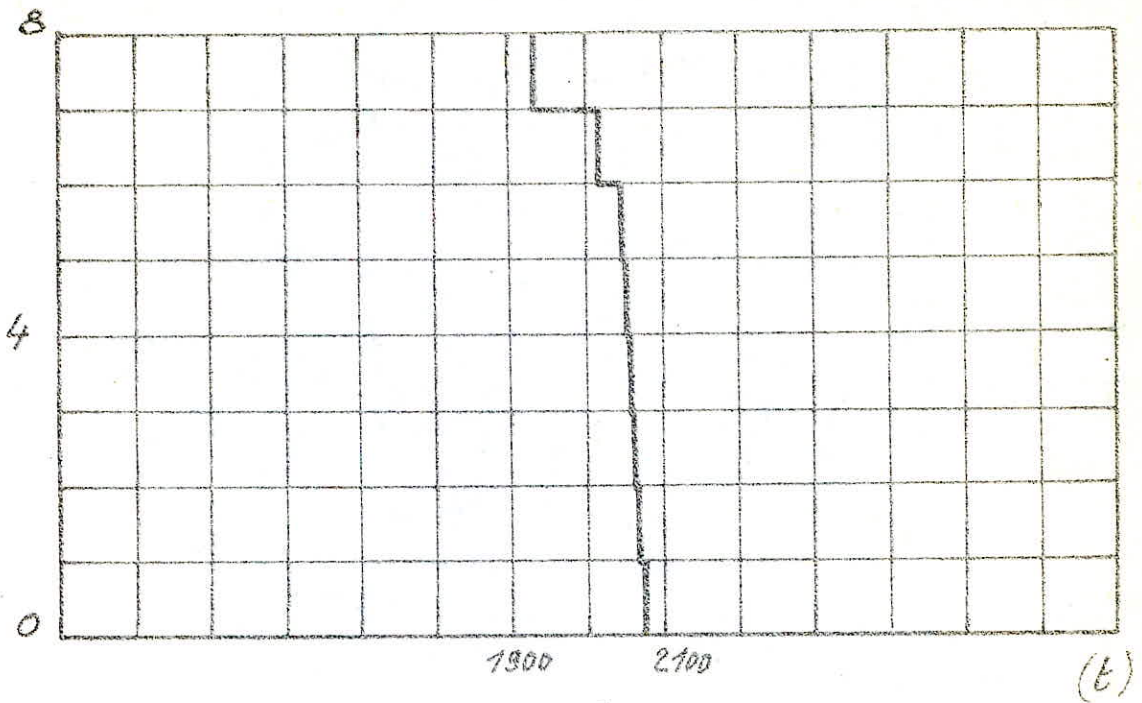


$$M_{1k}^P$$



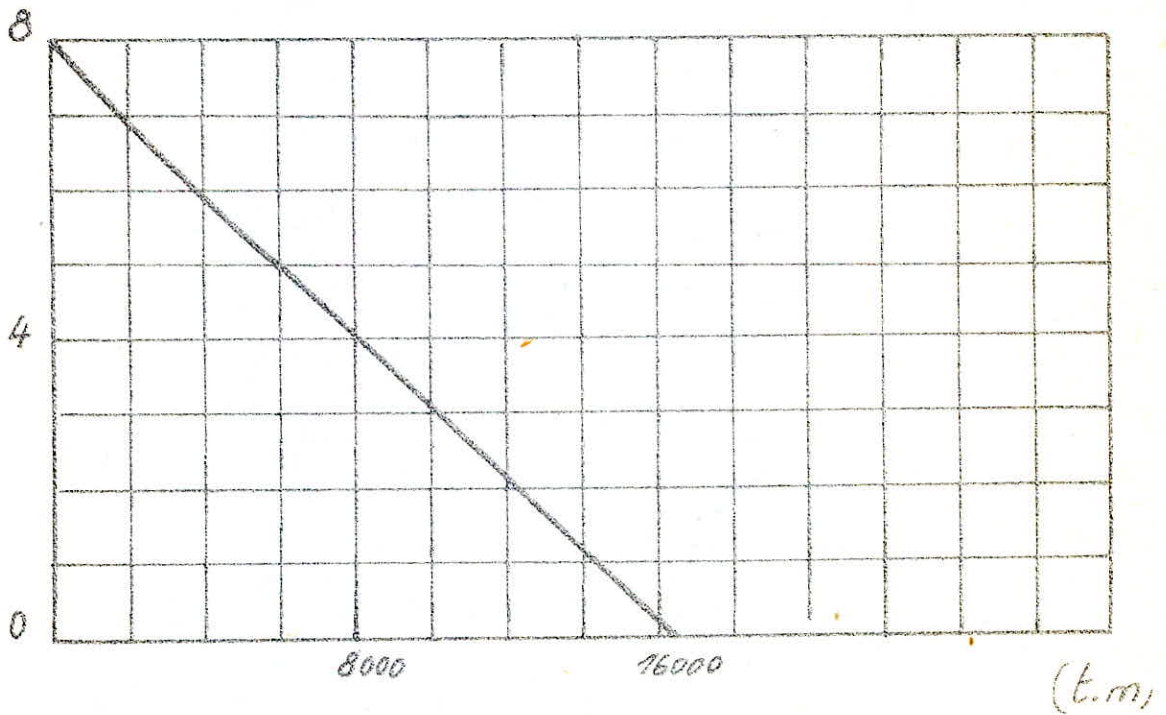
- Contraintes réelles du 2^{eme} mode
tenant compte des conditions algériennes

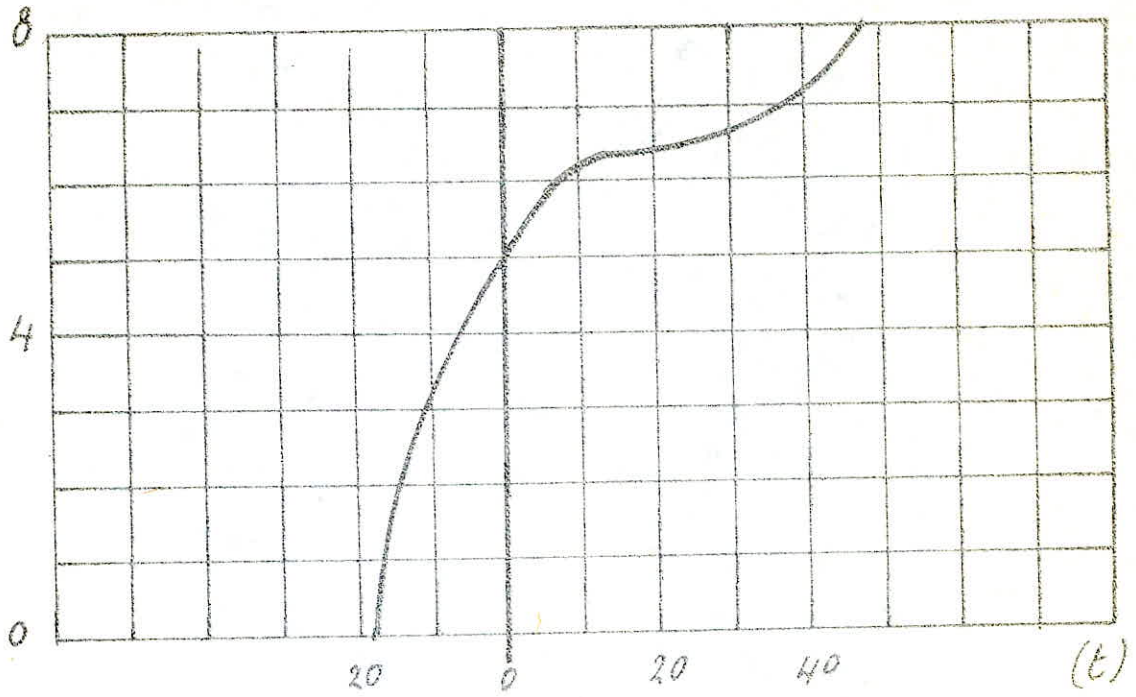




$$\frac{T^P}{T_k}$$

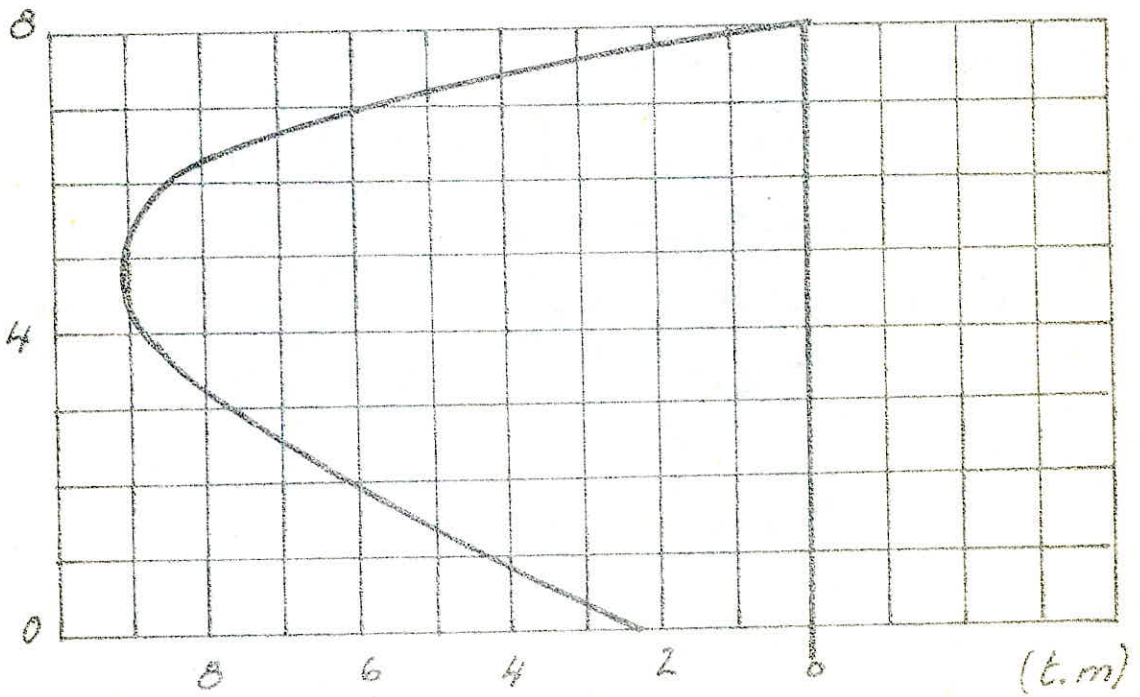
- contraintes réelles du 1^{er} mode
d'après les règles russes.





$$T_{2k}^P$$

- Contraintes réelles du 2^{ème} mode
d'après les règles russes.



Commentaire : L'influence du 2^{ème} mode de vibrations sur la pile et les culées de ce pont aurait pu être très important si la masse du tablier au sommet aurait été moins pesante (1497 tonnes pour chaque travée du tablier).

L'action de la masse du tablier (force de contact) sur la pile et la culée a énormément limité les déplacements au sommet des éléments porteurs du tablier sous l'effet des actions sismiques.

Donc, on peut conclure que si la masse au sommet (tablier) diminue, l'influence du 2^{ème} mode sur la structure augmente (cas des structures légères ou flexibles).

Dans notre cas, cet ouvrage d'art présente une rigidité très importante (pratiquement la pile et les culées paraissent indéformables vu leur dimensionnement on est dans un cas de structures très rigides.

Tout de même, l'influence du mode supérieur reste remarquable, et cela dépend des normes propres à chaque pays.

Dans les normes algériennes, nous avons remarqué que le mode supérieur était pratiquement négligeable

tandis que le mode fondamental paraissait deux fois plus grand que le mode fondamental des règles russes ($D_1 = 1,68$; $\beta_1 = 1,25$). Le mode supérieur des règles russes est influent en quelque sorte sur la structure (voir graphes des facteurs d'amplification dynamique ; $D_2 = 2$; $\beta_2 = 3$), et nous conduit à l'inclure dans la détermination des charges sismiques sous la 3^{ème} variante du génie sismique, à savoir

$$\Phi = \sqrt{\sum \Phi_i^2} \text{ donc } M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \text{ et}$$

$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2}$; permettant ainsi le dimensionnement définitif et le ferrailage de notre ouvrage.

Cependant, il existe d'autres règles qui peuvent nous amener à avoir une grande importance des modes supérieurs sur la structure telles que les règles bulgares qu'il faut en tenir compte.

Dans le cas des structures longues en plan, l'influence des modes supérieurs déterminés par la méthode énergétique de Rayleigh est fonction directe avec les règles et les recommandations locales du pays concerné (consultation des cartes macrosismiques et microsismiques de la région où l'ouvrage sera implanté).

Malgré que le mode fondamental paraît le plus prépondérant (d'après les règles russes qui seront prises en considération dans les calculs qui suivent), il est souhaitable dans tous les cas de prendre en considération l'influence du 2^{ème} mode (modes supérieurs éventuellement) sur le comportement de la structure même si cette dernière est pratiquement rigide.

Les structures flexibles seront dimensionner absolument aux modes supérieurs, tels que les hangars de construction mixte (béton - charpente métallique). Dans ce cas de structures flexibles (où la masse est moins pesante) les charges sismiques du 2^{ème} mode seraient considérables, surtout au sommet, donc il est recommandé de limiter les déplacements au sommet par un renforcement de la structure en cet endroit.

Les recherches dans ce domaine doivent être suivies de près pour élargir le champ d'application du R.P.A. 81 aux structures importantes et apporter plus de précision et d'efficacité dans la détermination de la charge sismique.

V Ferrailage

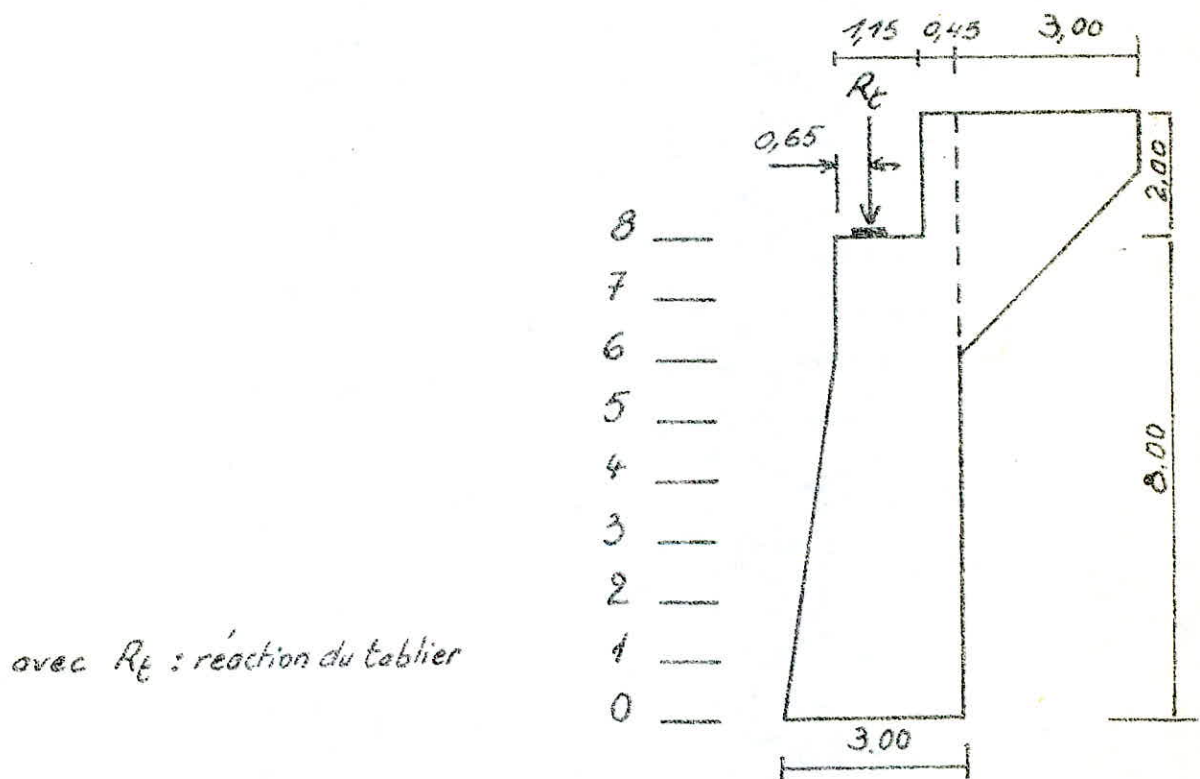
Le ferrailage des appuis sera défini symboliquement par la combinaison : « G + S »

La poussée des terres, le freinage et les surcharges ne seront pas pris en considération dans le calcul. Nous déterminerons le ferrailage en chaque niveau compte tenu de l'économie d'acier que nous pouvons faire sur toute la hauteur (8 m) de la culée et pile; et ce par la méthode de P. CHARON.

La culée et les poteaux composant la pile seront considérés comme des consoles encastrees aux semelles, tandis que le chevêtre de la pile sera considéré comme une poutre continue semi-encastree aux cinq poteaux.

1. Calcul de la culée

Les efforts appliqués sur la culée sont le poids propre à chaque niveau, la réaction du tablier et les charges sismiques. Les efforts seront donnés au mètre-linéaire (ml), ainsi que le ferrailage. La culée considérée comme une console sera soumise donc à un effort normal de compression produit par le poids propre et la réaction du tablier, et à un moment dû au seisme (N, M) donc calculée en flexion composée.



Comme le calcul se fait à chaque niveau, on définit les paramètres suivant:

$N_j = \sum_{i=0}^j m_i$: effort normal au niveau j

e_j : excentricité de l'effort normal au niveau j

$M_{ej} = N_j \cdot e_j$: moment de flexion dû à N_j

M_{sj} : moment sismique au niveau j

$M_j = M_{sj} + M_{ej}$: moment de flexion rapporté au cdg de la section du béton seul.

$e_{0j} = \frac{M_j}{N_j}$: excentricité de la charge au niveau j

h_{tj} : hauteur totale de la section au niveau j

$d = 7 \text{ cm}$: distance d'enrobage

$M_{Gj} = M_j + N_j \cdot \left(\frac{h_{tj}}{2} - d \right)$: moment de flexion par rapport au cdg des armatures tendues.

* Calcul de la section d'acier à l'encastrement ($j=0$)

Les efforts appliqués :

$$N = \sum_0^2 m_j = 80,962 \text{ t/ml}$$

le moment sismiques M_s est donné par la 3^{ème} variante qui fait intervenir le 2^{ème} mode de vibrations propres :

$$M_s = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = 524,69 \text{ t.m/ml}$$

$e = 0,35 \text{ m}$: excentrement de N

$$M = M_s + N \cdot e = 553,026 \text{ t.m}$$

$$e_0 = \frac{M}{N} = 6,83 > \frac{h_t}{6} = 0,5 \text{ m}$$

On majore de 50% les contraintes admissibles lorsque la combinaison tient compte du seisme (G+S). Le calcul est fait par la méthode de P. CHARON.

$e_0 > \frac{h_t}{6} \rightarrow$ section partiellement comprimée

$$e_0 > \frac{h_t}{2} \rightarrow \bar{\sigma}_b' = 1,5 \times 165 \text{ kg/cm}^2 = 1,5 \times 2 \cdot \bar{\sigma}_{b_0}'$$

$$M_0 = M + N \cdot \left(\frac{h_t}{2} - d \right) = 668,80 \text{ t.m}$$

$$\text{d'où } \nu = 0,029214 \rightarrow k = 52,75 ; \epsilon = 0,9262$$

$$\bar{\sigma}_b' = \frac{\bar{\sigma}_a}{k} = 75,83 < 1,5 \bar{\sigma}_b' \quad \text{avec } \bar{\sigma}_a = 1,5 \cdot 2670 = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

$$A_1 = \frac{M_0}{\bar{\sigma}_a \cdot \epsilon \cdot h} = 61,61 \text{ cm}^2 ; A = A_1 - \frac{N}{\bar{\sigma}_a} = 41,4 \text{ cm}^2$$

Comme la culée doit être armée symétriquement on aura donc :

$$A = A' = 41,4 \text{ cm}^2$$

$$\text{on choisit alors } 6T32 \rightarrow A = A' = 48,25 \text{ cm}^2$$

* Verification des contraintes

calcul à la fissuration.

$$\eta = 1,6; K = 10^6$$

$$w_f = \frac{A}{2b.d} = 3,45\% \quad \text{fissuration préjudiciable}$$

$$\text{d'où} \quad \sigma_1 = \frac{k \eta \cdot w_f}{\phi \cdot (1 + 10 w_f)} = 8015,8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 2,4 \cdot \sqrt{\frac{\eta \cdot K \cdot \bar{\sigma}_b}{\phi}} = 3575 \text{ kg/cm}^2$$

$$\max(\sigma_1; \sigma_2) > \bar{\sigma}_a = 2670 \times 1,5 = 4000 \text{ kg/cm}^2$$

verification des contraintes

$$B = 100 \cdot 300 + 15 \cdot 2 \cdot (48,25) = 31447,5 \text{ cm}^2$$

$$v_1 = v_2 = \frac{300}{2} \cdot 5 = 145 \text{ cm}$$

$$I = 100 \cdot \frac{300^3}{12} + 2 \cdot 15 \cdot 48,25 \cdot 145^2 = 2,5543 \cdot 10^8 \text{ cm}^4$$

contraintes dans le béton:

$$\sigma_1' = \frac{N}{B} + \frac{M_{x1}}{I} = \frac{80,96 \cdot 10^3}{31447,5} + \frac{553,03 \cdot 10^5 \cdot 145}{2,5543 \cdot 10^8} = 33,98 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2' = \frac{N}{B} - \frac{M_{x2}}{I} = \frac{80,96 \cdot 10^3}{31447,5} - \frac{553,03 \cdot 10^5 \cdot 145}{2,5543 \cdot 10^8} = -28,83 \text{ kg/cm}^2$$

contraintes dans l'acier:

$$\sigma_{a1}' = 15 \sigma_1' = 509,76 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{a2}' = 15 \sigma_2' = 432,02 \text{ kg/cm}^2$$

les contraintes sont inférieures aux contraintes admissibles.

* Calcul à l'effort tranchant

$$\bar{\tau}_{\max} = \frac{T}{b \cdot z}, \quad T = 72,69 \text{ t}, \quad z = \frac{7}{8} \cdot h, \quad h = 293 \text{ cm} \rightarrow z = 256 \text{ cm}.$$

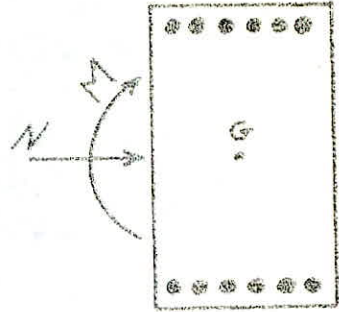
$$\text{on a } \bar{\tau}_b' < \bar{\tau}_{b0}' \text{ (pour tous les niveaux } j)$$

$$\text{donc } \bar{\tau}_b \leq 3,5 \bar{\tau}_{b0}' \rightarrow \bar{\tau}_b = 37,27 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\tau}_{\max} = \frac{72,69 \cdot 10^3}{100 \cdot 256} = 2,82 \text{ kg/cm}^2$$

dans le cas d'étriers d'espacement t on aura:

$$w_t = \frac{\bar{\tau}_b}{\bar{\sigma}_{at}} \text{ avec } w = \frac{A_t}{b \cdot t}, \quad \bar{\sigma}_{at} = f_{at} \cdot \bar{\sigma}_{en}, \quad \bar{\sigma}_{en} = 2400 \text{ kg/cm}^2$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma}_b' = 247,5 \text{ kg/cm}^2 \\ \bar{\sigma}_a = 4000 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right.$$

soit $t \leq \frac{A_t \cdot \bar{\sigma}_b \cdot 3}{T}$, $f_{ct} = 1 - \frac{\bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_b} = 0,956 > \frac{2}{3} \rightarrow \bar{\sigma}_{ct} = 2294,2 \text{ kg/cm}^2$

si on choisit des étriers de $\Phi 6 \rightarrow A_t = 3,36 \text{ cm}^2$

d'où $t \leq \frac{3,36 \cdot 2294,2 \cdot 256}{72,69 \cdot 10^3} = 27 \text{ cm}$

l'espacement admissible \bar{t} doit être égal au maximum de

* $h \cdot \left(1 - \frac{0,3 \bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_b}\right) = 263,7 \text{ cm}$

* $0,2 \cdot h = 58,6 \text{ cm}$

* adhérence d'entraînement des armatures de traction :

la contrainte d'adhérence des armatures vaut : $\bar{\sigma}_d = \frac{T}{P \cdot \bar{s}}$

$p = 6 \cdot \Phi \cdot \pi = 60,32 \text{ cm}$

$\bar{\sigma}_d = 2,4 \cdot \bar{\sigma}_b$ $\gamma_s = 1,5$ (H.A)

$\bar{\sigma}_d = 2 \cdot 1,5 \cdot 10,65 = 31,95 \text{ kg/cm}^2$

$\bar{\sigma}_d = \frac{T}{P \cdot \bar{s}} = \frac{72,69 \cdot 10^3}{60,32 \cdot 256} = 4,67 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_d = 31,95 \text{ kg/cm}^2$

Le calcul du ferrailage sera résumé dans les tableaux qui suivent.

Niveau	0	1	2	3	4	5	6	7
m_j (t)	0	10,68	6,50	5,96	5,5	5,0	4,56	4,5
N_j (t)	89,96	70,27	63,77	57,81	52,31	47,31	42,75	38,25
e_j (m)	0,35	0,25	0,15	0,05	0,05	0,15	0,25	0,25
M_{ej} (t.m)	28,33	17,56	9,56	2,89	2,61	7,09	10,68	9,56
M_{sj} (t.m)	524,69	452,47	380,70	309,88	240,87	174,58	111,81	53,3
M_j (t.m)	553,03	470,04	390,26	312,77	243,48	181,67	122,5	62,86
$h_{ej}/6$ (m)	0,5	0,466	0,433	0,4	0,36	0,33	0,3	0,3
e_{oj} (m)	6,83	6,68	10,82	5,41	4,65	3,84	2,86	1,64
Etat de la section	P.C	P.C	P.C	P.C	P.C	P.C	P.C	P.C
M_{Gj} (t.m)	668,8	563,50	468,71	378,1	297,37	225,7	157,98	94,61
ν	0,0292	0,0283	0,0274	0,0261	0,0246	0,0227	0,0197	0,0118
k	52,75	53,5	54,5	56,25	58	61	66	88
ϵ	0,9262	0,9270	0,9281	0,9304	0,9317	0,9342	0,9383	0,9515
σ'_b (kg/cm ²)	75,83	74,76	73,39	71,1	68,97	65,57	61,61	45,45
A_1 (cm ²)	61,61	55,67	49,90	43,60	37,46	31,29	24,33	14,37
A (cm ²)	41,4	38,10	33,96	29,15	24,38	19,46	13,89	4,81
$A = A'$	6732	5732	5732	4732	3732	3732	3732	3732
(cm ²)	48,25	40,21	40,21	32,97	24,12	24,12	24,12	24,12
ω_f (%)	3,45	2,87	2,3	1,73	1,73	1,73	1,73	1,73
σ_1 (kg/cm ²)	8015	6968	5084	4609	4609	4609	4609	4609

σ_2	3574,9								
verification des contraintes	$\max(\sigma_1, \sigma_2) > \bar{\sigma}_a$								
	$B(\text{cm}^2)$	31447	31206	27206	24989	24723	22723	18723	18723
	$v_1 = v_2$	145	175	125	115	105	95	85	85
	$I(\text{cm}^4)(10^8)$	2,58	2,05	2,65	1,29	0,97	0,73	0,54	0,54
	$\sigma_{b1}'(\text{kg/cm}^2)$	33,98	33,20	31,9	31,9	28,47	25,72	21,57	11,94
	$\sigma_{b2}'(\text{kg/cm}^2)$	28,83	28,70	27,22	25,57	24,24	21,56	16,70	7,85
	$\sigma_{b1}' < \bar{\sigma}_b' \quad ; \quad \sigma_{b2}' < \bar{\sigma}_b'$								
	$\bar{\sigma}_{b1}'(\text{kg/cm}^2)$	509,7	498	478,5	478,5	427,1	3858	3233	179,1
	$\bar{\sigma}_{b2}'(\text{kg/cm}^2)$	472,0	430,5	408,3	383,5	363,5	3234	250,5	117
	$\sigma_{a1} < \bar{\sigma}_a \quad \sigma_{a2} < \bar{\sigma}_a$								
verification à T	$\bar{\sigma}_b(\text{kg/cm}^2)$	2,82	3,01	3,19	3,38	3,55	3,72	3,86	3,52
	$\bar{\sigma}_{at}(\text{kg/cm}^2)$	2294	2287	2280	2267	2266	2260	2254	2268
	$A_t(\text{cm}^2)$	3,36	2,8		2,24	1,68			
	$\bar{E}(\text{cm})$	269	250	230	210	191	173	154	155
	$t(\text{cm})$	27	13,5	19,1	14,7	10,4	9,77	9,24	9,95
adhérence dent	$\bar{\sigma}_d$	4,67	6,01	6,43	8,59	12,17	12,88	13,59	12,68
	$T(\text{F})$	72,69	72,68	72,12	71,01	69,07	66,3	62,78	58,6

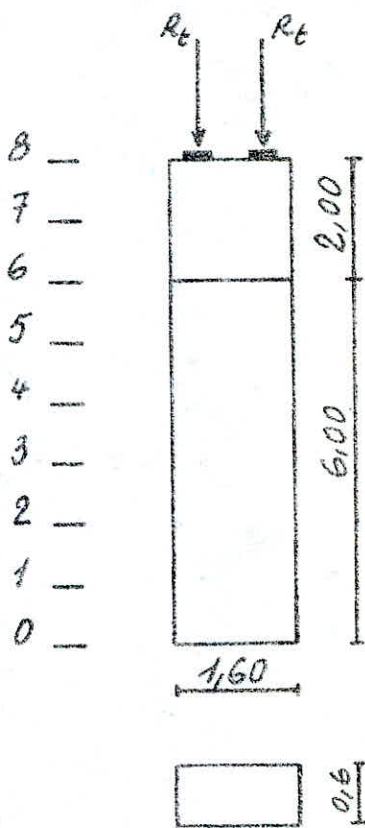
2. Calcul de la pile

2 poteaux

Les poteaux composant la pile sont soumis à leurs poids propres
la réaction du tablier, le poids du chevêtre et l'action sismique ;
d'où le calcul du ferrailage en flexion composée (N, M)

R_t : réaction du tablier

la pile est l'appui
intermédiaire des deux
travées égales du tablier,
donc l'excentrement de
cette charge est nul
($e = 0$)



Poids du tablier revenant à la pile:

$$2 \times \frac{1497,7}{2} = 1497,7 \text{ t}$$

Poids du chevêtre : $2 \times 1,60 \times 20,8 \times 2,5 = 166,4 \text{ t}$

Poids du tablier et du chevêtre revenant à chaque poteau

$$\frac{1497,7 + 166,4}{2} = 332,02 \text{ t}$$

Poids du poteau : $1,60 \times 0,6 \times 6 \times 2,5 = 14,4 \text{ t}$

donc l'effort normal de compression à l'encastrement

Poteau-serrelle est : $N = 332,02 + 14,4 = 347,22 \text{ t}$

le moment à l'encastrement: $M_s = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} = \frac{16361,8}{5} \text{ t.m}$

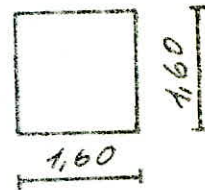
$$N = 347,22 \text{ t} \quad \text{et} \quad M_s = 3272,36 \text{ t.m}$$

Après avoir calculé la section des armatures longitudinales à l'encastrement on trouve un pourcentage d'acier de 17% qui est considérablement supérieur au pourcentage maximale d'acier dans une section donnée. Donc on est amené à augmenter la section du poteau.

On prendra une section carrée : $B = 1,60 \times 1,60 \text{ m}^2$

Poids entre-niveaux du poteau .

$$1,6 \cdot 1,6 \cdot 1 \cdot 2,5 = 6,4 \text{ t}$$



Calcul des armatures à l'encastrement

$$N = 332,82 + 6 \times 6,4 = 371,22 \text{ t}$$

$$M_e = 3272,36 \text{ t.m}$$

$$b = 160 \text{ cm} ; h_t = 1,60 \text{ cm} , d = 13 \text{ cm} \rightarrow h = 147 \text{ cm}$$

$$e_0 = \frac{M}{N} = 9,23 \text{ m} > \frac{h_t}{6} \quad \text{d'où la section est partiellement comprimée.}$$

$$M_0 = M + N \left(\frac{h_t}{2} - d \right) = 3521,08 \text{ t.m.}$$

$$\mu = \frac{15 M_0}{\bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h^2} = 0,38 \rightarrow K = 9,55 \quad \text{d'où} \quad \bar{\sigma}_b' = 448 \text{ kg/cm}^2 > \bar{\sigma}_b'$$

donc $\left\| \begin{array}{l} \bar{K} = \frac{\bar{\sigma}_a}{\bar{\sigma}_b'} = 16,18 \rightarrow \mu' = 0,2018 ; \alpha = 0,4808 ; \omega = 1,484 \end{array} \right.$

$$M_0 = \mu' b h^2 \bar{\sigma}_b' = 1726,8 \text{ t.m}$$

$$\text{d'où} \quad \Delta M = M_0 - M_e = 1798,28 \text{ t.m}$$

$$A_1 = \frac{\omega \cdot b \cdot h}{100} + \frac{\Delta M}{(h-d) \cdot \bar{\sigma}_a} = 683,79 \text{ cm}^2$$

$$A = A_1 - \frac{N}{\bar{\sigma}_a} = 590,98 \text{ cm}^2 \quad \text{comme la section doit être armée symétriquement donc} \quad \underline{A = A' = 590,98 \text{ cm}^2}$$

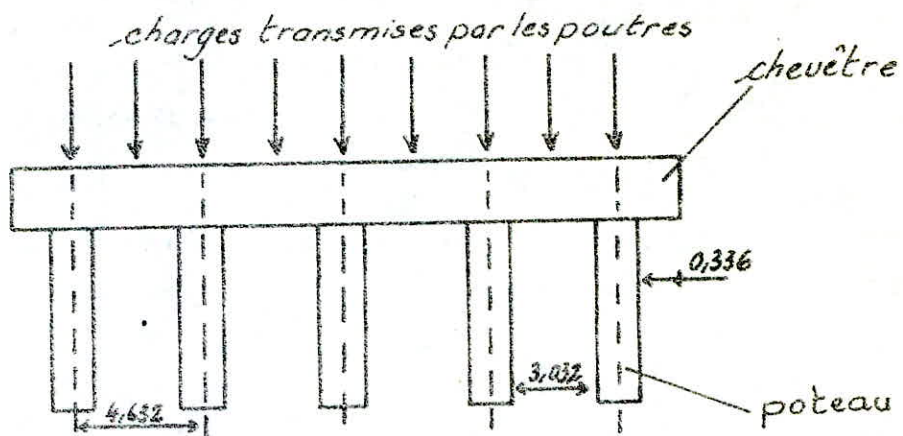
Comme pour la culée, on dressera un tableau récapitulatif de calcul des armatures longitudinales de la pile, ainsi que les transversales.

	Niveau	0	1	2	3	4	5	6	
calcul des armatures	N_j (t)	371,2	364,8	358,4	352	345,6	339,2	332,8	
	M_{sj} (t.m)	3272,4	2877,3	2442,3	2027,7	1613,7	1200,8	789,4	
	e_{sj} (m)	9,23	8,21	7,15	6,05	4,91	3,72	2,49	
	état de la section	P.C	P.C	P.C	P.C	P.C	P.C	P.C	
	M_{ij} (t.m)	3521,1	3101,7	2682,4	2358	2319,5	1427,9	1012,4	
	μ	0,3807	0,3352	0,2899	0,2443	0,1989	0,1537	0,1086	
	k	9,55	10,55	11,8	13,4	15,5	18,57	23,45	
	ϵ	0,7963	0,804	0,8134	0,8239	0,8361	0,851	0,8699	
	σ_b' (kg/cm ²)	418,9	379,2	339	298,5	258,1	215,4	170,6	
	ΔM_b (t.m)	1784,5	1372,9	953,6	629,2	586,7	/	/	
	A_1 (cm ²)	683,8	603,5	525,2	447,1	369,1	283,2	195,7	
	A (cm ²)	591	516,4	440,1	363,3	286,8	202,5	116,7	
	$A = A'$ (cm ²)	604,2	524,7	445,2	365,2	302,7	206,7	127,2	
	T_{45}	38	33	28	23	19	13	8	
	vérification de la fissuration	w_f (%)	14,5	12,6	10,7	8,8	7,4	9,22	7,97
		σ_1 (kg/cm ²)	21043	19823	18379	16633	20361	17056	15763
		σ_2 (kg/cm ²)	4670,2						
$\max(\sigma_1, \sigma_2) > \bar{\sigma}_a$									
vérification des contraintes	B (cm ²)	43726	41341	38356	36556	34681	31801	29416	
	$v_1 = v_2$ (cm)	67	67	67,5	68	68,5	69	69,5	
	I (cm ⁴) 10^7	13,59	12,53	11,55	10,53	9,72	8,41	7,50	
	σ_{a1}'	182,1	174,7	165,9	140,6	123,7	109,2	86,46	
	σ_{a2}'	163,4	157,1	147,6	121,31	103,76	89,87	63,84	

	σ_1 (kg/cm ²)	2731	2620	2488	2109	1855	1638	1297	
	σ_2 (kg/cm ²)	2511	2356	2214	1820	1556	1288	957	
	$(\sigma_{s1}; \sigma_{s2}) < \bar{\sigma}_b = 247,5 ; (\sigma_{os}; \sigma_{os}) < \bar{\sigma}_o = 400$								
vérification à l'effort tranchant.	T (t)	415,1	415,1	414,9	414,6	413,9	412,9	411,2	
	τ_b (kg/cm ²)	20,17	20,17	20,03	20,01	19,45	19,40	19,33	
	F_{ot} (kg/cm ²)	1895	1895	1898,6	1899	1913	1914,2	1915,9	
	A_c (cm ²)	5,48							4,76
	\bar{e} (cm)	63,5	63,5	65,37	65,45	68,72	68,71	69,7	
	t (cm)	32	32	32,5	32,5	33,68	33,8	27	
adhérence d'ent.	τ_d (kg/cm ²)	10,33	12,02	12,83	12,9	13,99	17,2	27,1	
	$\tau_d < \bar{\tau}_d = 31,95$ (kg/cm ²)								

* chevêtre.

le chevêtre est considéré comme une poutre continue encastrée aux cinq poteaux et soumise à son poids propre et aux réactions du tablier, ainsi qu'aux charges sismiques le chevêtre doit être calculé en flexion déviée, dans le plan vertical soumis à son poids propre et les réactions du tablier, dans le plan horizontal aux charges sismiques (T_s), tandis que le moment sismique (moment de torsion sur le chevêtre) sera repris par les armatures qui sortent des poteaux (niveau 6) et un renforcement des armatures transversales.



On calculera le moment isostatique d'une travée entre-nus.

- poids propre : $2 \times 1,6 \times 2,5 = 8 \text{ t/m}$

- réaction du tablier : $\frac{14947}{9} = 166,41 \text{ t}$

efforts dus au poids propre.

$$M = \frac{q l^2}{2} = \frac{8 \cdot 3,032^2}{2} = 37,193 \text{ t.m}$$

$$T = \frac{q l}{2} = \frac{8 \cdot 3,032}{2} = 12,13 \text{ t}$$

efforts dus à la réaction du tablier.

$$M = \frac{R_t \cdot l}{4} = \frac{166,41 \cdot 3,032}{4} = 126,14 \text{ t.m}$$

$$T = \frac{R_t}{2} = 83,205 \text{ t}$$

efforts résultants:

$$M_0 = 135,33 \text{ t.m}$$

$$T = 95,33 \text{ t}$$

Pour tenir compte du semi-encastrement nous prendrons

- en travée : $M_t = 0,8 M_0 = 108,3 \text{ t.m}$

- sur appui : $M_a = -0,5 M_0 = -67,5 \text{ t.m}$

$$T = 95,33 \text{ t}$$

* Calcul des armatures

- en travée: $h = 200 - 10 = 190 \text{ cm}$, $b = 160 \text{ cm}$

$$M = 108,3 \text{ t.m}; \quad \bar{\sigma}_a = 4200 \text{ kg/cm}^2; \quad \bar{\sigma}_b' = 247,5 \text{ kg/cm}^2$$

$$\mu = \frac{15 \cdot M}{\bar{\sigma}_a \cdot b \cdot h^2} = 0,0067 \rightarrow k = 120; \quad \epsilon = 0,9630$$

$$\sigma_b' = \frac{\bar{\sigma}_a}{k} = 35 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b'$$

$$A = \frac{M}{\bar{\sigma}_a \cdot \epsilon \cdot h} = 14,056 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{FT16} \rightarrow A = 14,07 \text{ cm}^2$$

- sur appui: $M = -67,5 \text{ t.m}$

$$\mu = 0,00417 \rightarrow k = 154; \quad \epsilon = 0,9704$$

$$\sigma_b' = \frac{\bar{\sigma}_a}{k} = 27,27 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b'$$

$$A = \frac{M}{\bar{\sigma}_a \cdot \epsilon \cdot h} = 8,716 \text{ cm}^2 \rightarrow \text{FT14} \rightarrow A = 10,78 \text{ cm}^2$$

verification des contraintes

- en travée:

Calcul des contraintes de fissuration.

$$w_f = \frac{A}{2bd} = \frac{14,07}{2 \cdot 160 \cdot 5} = 0,87\%$$

$$\sigma_1 = k \cdot \frac{M}{\Phi} \cdot \frac{w_f}{1 + 10w_f} = 800,37 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 2,4 \sqrt{\frac{M}{\Phi} \cdot k \cdot \bar{\sigma}_b} = 7832,2 \text{ kg/cm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = 800,37 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_2 = 7832,2 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right\} \bar{\sigma}_a < \max(\sigma_1; \sigma_2)$$

- sur appui:

$$w_f = \frac{A}{2b \cdot d} = 0,000674$$

$$\sigma_1 = 765,13 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_2 = 8373 \text{ kg/cm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 = 765,13 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_2 = 8373 \text{ kg/cm}^2 \end{array} \right\} \bar{\sigma}_a < \max(\sigma_1; \sigma_2)$$

* Calcul à l'effort tranchant

$$T = 95,3 \text{ t}$$

$$\bar{\sigma}_{\max} = \frac{T}{b \cdot z} \leq \bar{\sigma}_b \quad z = \frac{7}{8} \cdot h = 170 \text{ cm}$$

$$\max \bar{\sigma}_b' = 35 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_{b_0}' \text{ donc } \bar{\sigma}_b = 3,5 \bar{\sigma}_b = 37,7 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_{\max} = \frac{T}{b \cdot z} = \frac{95,3 \cdot 10^3}{160 \cdot 170} = 3,5 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_b$$

$$t \leq \frac{A_t \cdot \bar{\sigma}_a \cdot z}{T} \quad ; \quad \bar{\sigma}_a = f_a \cdot \bar{\sigma}_{en}$$

$$f_a = 1 - \frac{\bar{\sigma}_b}{9 \bar{\sigma}_b} = 0,9634, \quad \bar{\sigma}_{en} = 2400 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_a = f_a \cdot \bar{\sigma}_{en} = 2312,4 \text{ kg/cm}^2$$

on prendra 2 cadres $\phi 8$ et 3 étriers $\phi 6$

$$A_t = 4 \times 0,5 + 6 \times 0,28 = 3,68 \text{ cm}^2$$

$$t = \frac{3,68 \cdot 2312,4 \cdot 170}{95,3 \cdot 10^3} = 15,17 \text{ cm}$$

$$\bar{t} = \begin{cases} 0,2h = 34 \text{ cm} \\ h \cdot \left(1 - \frac{0,3 \bar{\sigma}_b}{\bar{\sigma}_b}\right) = 175,77 \text{ cm} \end{cases}$$

donc on prendra $t = 15 \text{ cm}$

* adhérence d'entraînement des armatures de traction

$$\bar{\sigma}_d = 24d \cdot \bar{\sigma}_b = 31,95 \text{ kg/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_d = \frac{T}{p \cdot z} \rightarrow T = 95,3 \text{ t} \quad z = \frac{7}{8} \cdot h = 170 \text{ cm}$$

$$p = 7 \cdot 1,6 \cdot \pi = 35,19 \text{ cm}$$

$$\bar{\sigma}_d = \frac{95,3 \cdot 10^3}{35,19 \cdot 170} = 10,03 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_d = 31,95 \text{ kg/cm}^2$$

Dans le plan horizontal, le chevêtre est soumis qu'aux charges sismiques (T_s), donc le calcul est le même, on donnera dans ce qui vient les résultats du calcul.

Les charges sismiques horizontales agissant sur le chevêtre sont celles déterminées pour le niveau 7.

$$T_1 = 2017,06 \text{ t} \quad \text{et} \quad T_2 = 37,34 \text{ t}$$

$$\Rightarrow T_s = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 2017,4 \text{ t}$$

$$\text{donc} \quad T_s = \frac{2017,4}{20,8} = 97 \text{ t/ml}$$

$$M_0 = \frac{q \cdot l^2}{8} = 111,5 \text{ t.m}$$

$$T = \frac{q l}{2} = 147 \text{ t.}$$

$$\text{donc} \quad A = 18,5 \text{ cm}^2 \quad (\text{en travée})$$

$$\text{on prendra } 6T20 \rightarrow A = 18,84 \text{ cm}^2$$

$$A = 9,05 \text{ cm}^2 \quad (\text{sur appui})$$

$$\text{on prendra } 6T14 \rightarrow A = 9,23 \text{ cm}^2$$

on remarque que dans le plan horizontal, la section doit être armée symétriquement compte tenu de l'effet du seisme donc on prendra des T20 à l'appui.

$$3T20 \rightarrow A = 9,42 \text{ cm}^2$$

$$\omega_f = 0,94\%$$

$$\bar{\sigma}_a < \max(\sigma_1, \sigma_2)$$

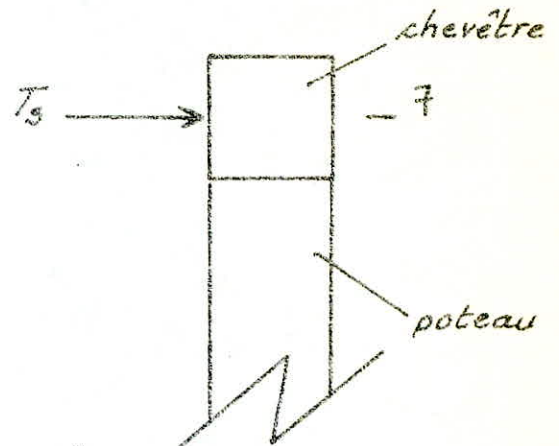
en plus des cadres du plan vertical, on ajoutera

$$2 \text{ cadres } \phi 8 \text{ et } 3 \text{ étriers } \phi 6 \rightarrow A_e = 8 \times 0,5 + 6 \times 0,28 = 5,68$$

$$\rightarrow t = 12,28 \text{ cm.}$$

donc on prendra l'espacement minimum des deux valeurs

$$\text{d'où} \quad \underline{t = 12 \text{ cm}}$$



• adhérence d'entraînement des armatures de traction

$$\bar{\sigma}_d = 24d \cdot \bar{\sigma}_b = 31,95 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_d = \frac{T}{p \cdot z} \rightarrow T = 147 \text{ t} \quad z = \frac{7}{8} h = 140$$

$$p = 6 \times 2 \times \pi = 37,7 \text{ cm}$$

$$\tau_d = \frac{147 \cdot 10^3}{37,7 \cdot 140} = 29,53 \text{ kg/cm}^2 < \bar{\sigma}_d = 31,95 \text{ kg/cm}^2$$

Les contraintes sont vérifiées.



Bibliographie

- These de magister A. ZERZOUR
- Calcul dynamique des structures. R. PETROVICI
- Calcul dynamique en zones sismiques. A. CAPRA
- Dynamique des structures. R.W. CLOUGH
- Règles parasismiques algériennes. C.T.C
- Règles parasismiques françaises (P.S. 69)
- Build International (Revue. février 1972)
- ELHINDIS (Revue. 7/8, 1981)
- Architecture et Urbanisme (Revue. janvier 81)
- Règles de calcul et de conception
des ouvrages en B.A. (C.C.B.A. 68)
- Calcul et vérification des ouvrages
en béton armé. P. CHARON
- Calcul pratique de sections de B.A. P. CHARON

