

ECOLE NATIONALE POLYTECHNIQUE

DEPARTEMENT : GENIE CIVIL

PROJET DE FIN D'ETUDES

SUJET

INFORMATIQUE APPLIQUE AU  
Genie Civil

Calcul des elements en Béton Armé  
Selon le B.A.E.L.

Proposé par :

C.N.E.R.I.B.

Etudié par :

Salhi Sana  
Djelal Chafika

Dirigé par :

M. Bensliman  
M. Baraka



PROMOTION :

JUIN 84

à ma famille, à mes amis, à Omar.....

Sana,

à ma famille, à tous mes amis, à Sana.....

Chafika,

à Mr BENSLIMANE

Sana, chafika,

## REMERCIEMENTS

Nos remerciements vont à :

MM. BENSLIMANE et BARRAKA, nos promoteurs

Mr. GUESSOUM,

Mr. Le Directeur Général du C.N.E.R.I.B

Mr. BENNOUNICHE

MM. AYOUB et MEROUANT,

pour leur aide et leur disponibilité

et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation  
de ce mémoire.

## TABLE DES MATIERES

CHAPITRE 0 : Introduction

CHAPITRE I : Généralités

- Historique
- Lois de comportements des matériaux :
  - acier
  - béton

CHAPITRE II : Etude des poteaux et colonnes

- en flexion composé :
  - à l' E . L . U
  - à l' E . L . S
- à E . L . U de stabilité de forme

CHAPITRE III : Courbes d'interaction

CHAPITRE IV : Etude des dalles par la méthode des différences finies.

De nombreuses sociétés nationales ont acquies ces dernières années des microordinateurs. Notre école, elle même possède des HP 9836 ainsi que des Rainbow depuis quelques mois. L'application de la micro-informatique au génie civil a de nombreux avantages car les calculs sont souvent longs et laborieux.

De plus, une bonne précision, un risque d'erreur faible et un important gain de temps permettent aux ingénieurs de se pencher sur des problèmes nouveaux.

Dans ce cadre, le C.N.E.R.T.B établi des programmes de génie civil qui seront mis à la disposition des bureaux d'étude de l'habitat.

Les microordinateurs que nous avons utilisés sont :

pour la première partie de notre projet le : HONEY WELL Bull-W.

Cette machine est plutôt destinée à la gestion.

Une fois le système chargé en basic, il ne reste à l'utilisateur qu'un espace libre de 16,6 Koctets (capacité assez faible pour un calcul scientifique).

Dans un second temps, nous avons travaillé sur le HP 9836.S bien plus adapté au calcul scientifique avec une capacité une fois chargée de 851 Koctets

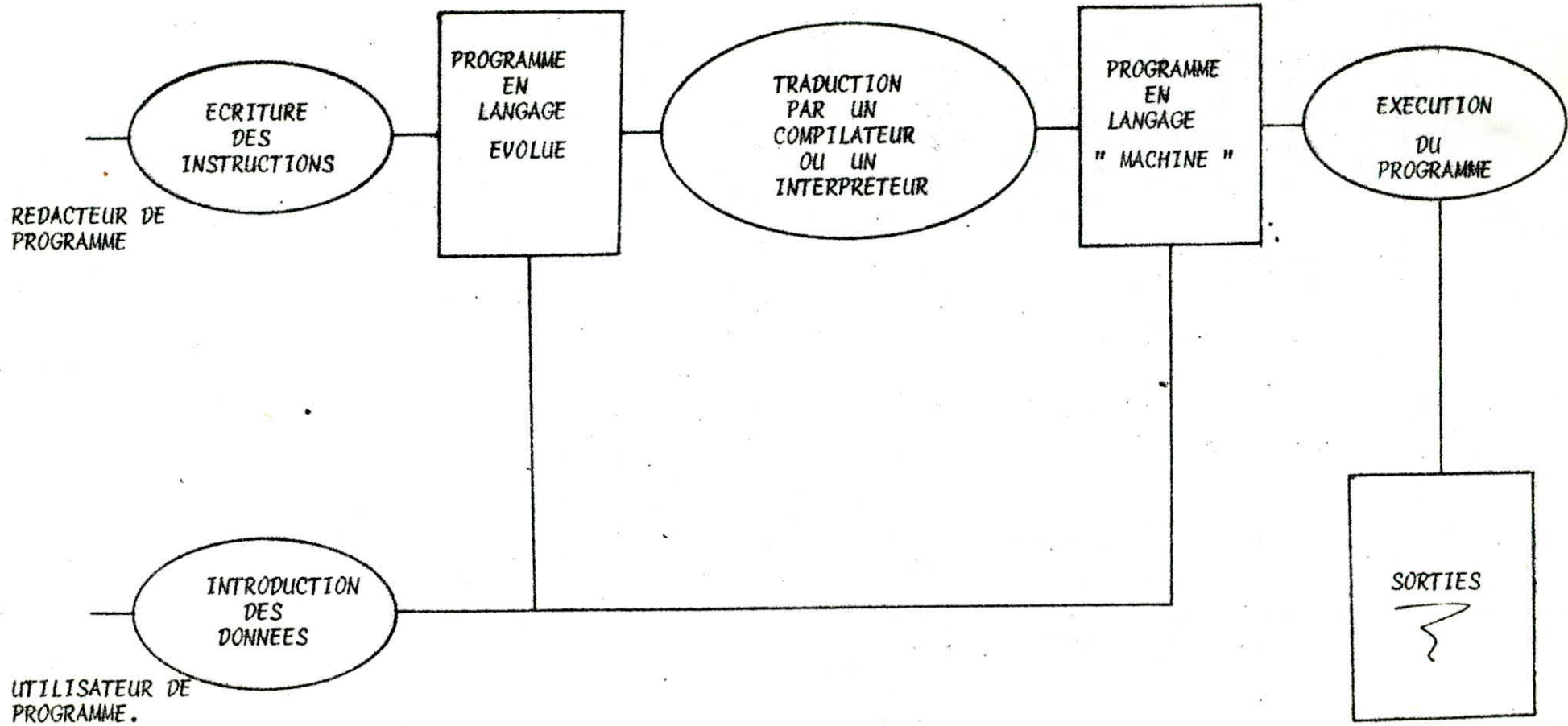
L'un des plus grand avantage de ces deux microordinateurs est l'utilisation facile que peut en faire un utilisateur non initié au BASIC.

De plus, la forme conversationnelle que nous avons adoptée permet à l'utilisateur de répondre aux questions posées par la machine. Celle-ci après un calcul rapide affiche le résultat demandé.

Notre travail à consisté à mettre au point des programmes de béton armé se caractérisant par un calcul long et itératif. dans la plus part des cas un utilisateur ne serait parvenu au résultat qu'après de fastidieux calcul pas toujours justes, il faut l'admettre.

Notre projet présente 4 grandes parties :

- calcul de poteaux et colonnes soumis à la flexion composée suivant les règles B.A.E.L
- Recherche de la stabilité et de l'effort ultime d'une pièce élançée dans le cas de risque de flambement des poteaux et colonnes.
- Etablissement des courbes d'interaction pour diverses sections de poteau.
- Calcul des dalles rectangulaires isotropes par la méthode des différences finies.



---

**GENERALITES**

I. 1.  
La méthode de calcul aux états limites a été adoptée par de nombreux pays. Elle constitue en France la base des règles de calcul du béton armé aux états limites (BAEL). Un "état limite" est défini comme un état particulier dans lequel une condition requise de la structure pour remplir son objet est strictement satisfaite, et cesserait de l'être en cas de modification défavorable d'une action.

Ce qui différencie la manière de conduire les calculs vis à vis des règlements antérieurs, c'est seulement :

- la multiplication des coefficients des pondérations affectant les actions, les sollicitations, et les résistances des matériaux.
- la prise en compte des lois réelles contraintes - déformations des matériaux au lieu de la loi élastique (Hooke).

Un ouvrage doit être conçu et calculé de manière à présenter durant toute sa durée d'exploitation des sécurités vis à vis :

- de sa ruine ou de celles de l'un quelconque de ses éléments.
- d'un comportement en service susceptible d'affecter gravement sa durabilité, son aspect ou encore le confort des usagers.

C'est pour répondre à ces deux conditions de sécurité que les ingénieurs pendant près d'un siècle, ont adapté le principe de règlements classiques aux méthodes dites déterministes. Ces méthodes consistent à calculer les contraintes qui s'exercent dans les éléments, à partir de charges ou d'actions maximales qui sont susceptibles de leurs être appliquées. Puis à l'aide des hypothèses de la résistance des matériaux de vérifier que les contraintes soient inférieures à une contrainte admissible  $\bar{\sigma}$  où  $\bar{\sigma} = \frac{f}{K}$ ,  $f$  étant la contrainte de ruine du matériau et  $K$ , un coefficient de sécurité.

L'application de la théorie déterministe présente plusieurs difficultés car les actions maximales et la grandeur de  $f$  y sont mal définies. C'est pourquoi, les ingénieurs ont essayé d'abord le problème sous un angle tout à fait différent.

Ils ont défini la sécurité par un seuil de probabilité. Par suite, un ouvrage sera acceptable si sa probabilité de ruine est inférieure à ce seuil. Mais cette méthode présente également des difficultés telles que :

- se définir d'avance la probabilité de ruine d'un ouvrage et son évolution dans le temps.
- recenser des facteurs aléatoires tel que les incertitudes sur :
  - la résistance des matériaux
  - les dimensions des structures,



- Pres. combinaisons l'actions
- le calcul et le risque d'erreur

La combinaison de ces variables rend le calcul impossible et sans issu. C'est ainsi que les ingénieurs sous l'impulsion du C.E.B (Comité euro-international du béton), ont établi une nouvelle méthode dite "semi probabiliste". Les principes de base de cette méthode consiste :

- à définir une loi de probabilité pour les actions
- à prendre en compte les lois réelles contraintes - déformations des matériaux
- à définir une loi de probabilité pour les résistance mécaniques les matériaux.
- à majorer les actions et à minorer les résistances pour couvrir les autres facteurs aléatoires non pris en compte ci-dessus.
- à calculer les sollicitations des différentes sections, à les majorer pour tenir compte de l'approximation du calcul.
- à vérifier que les sollicitations de calcul sont inférieures à celles correspondant à l'état limite considéré.

La considération des états limites conduit à envisager deux types de calcul :

- a) les états limites ultimes auxquels correspondent :
  - la vérification de la stabilité de forme
  - la vérification de la ruine de la structure ou de l'un de ses éléments
- b) les états limites de service auxquels correspondent les vérifications
  - de déformations
  - de fissuration
  - de compression du béton

Nous distinguerons des hypothèses pour les deux états :

Hypothèses propres aux calculs aux états limites de service

1. Au cours de la déformation d'une poutre sous l'action d'un système quelconque de forces extérieures, les sections droites restent planes et conservent leurs dimensions.
2. La résistance du béton tendu est considérée comme nulle
3. Par suite de l'adhérence, chaque armature subit la même variation linéaire que la gaine de béton qui l'entoure.

4. A toute déformation relative  $\epsilon$  d'un élément de fibre compris entre deux sections droites infiniment voisines, correspond une contrainte normale.

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$E$ , module de déformation longitudinal du matériau constitutif.

$$\epsilon_s = \epsilon_b ; \quad \sigma_s = \frac{E_s}{E_b} \sigma_b$$

5. Etat limite de compression du Béton

6. Etat limite d'ouverture des fissures

Hypothèses propres aux calculs d'état limite ultime :

On suppose ici que les effets du second ordre (influence des déformation sur les sollicitations) sont négligés.

Aux hypothèses 1, 2, 3, du calcul élastique, pré-citées s'ajoutent

4 - Déformations relatives limites :

- de l'acier le plus tendu : 10 %

- du béton comprimé par flexion = 3,5 %

- " " " par compression simple = 2 %

5 - Règle "des trois pivots" pour dimensionner à l'état limite ultime, on admet que le diagramme des déformations passe par l'un des trois pivots A, B, et C Fig. 1.1.

Pivot A, région 1.

L'allongement de l'acier le plus tendu est 10 %, la section est soumise à la traction simple ou à la flexion simple ou composée.

Pivot B, région 2.

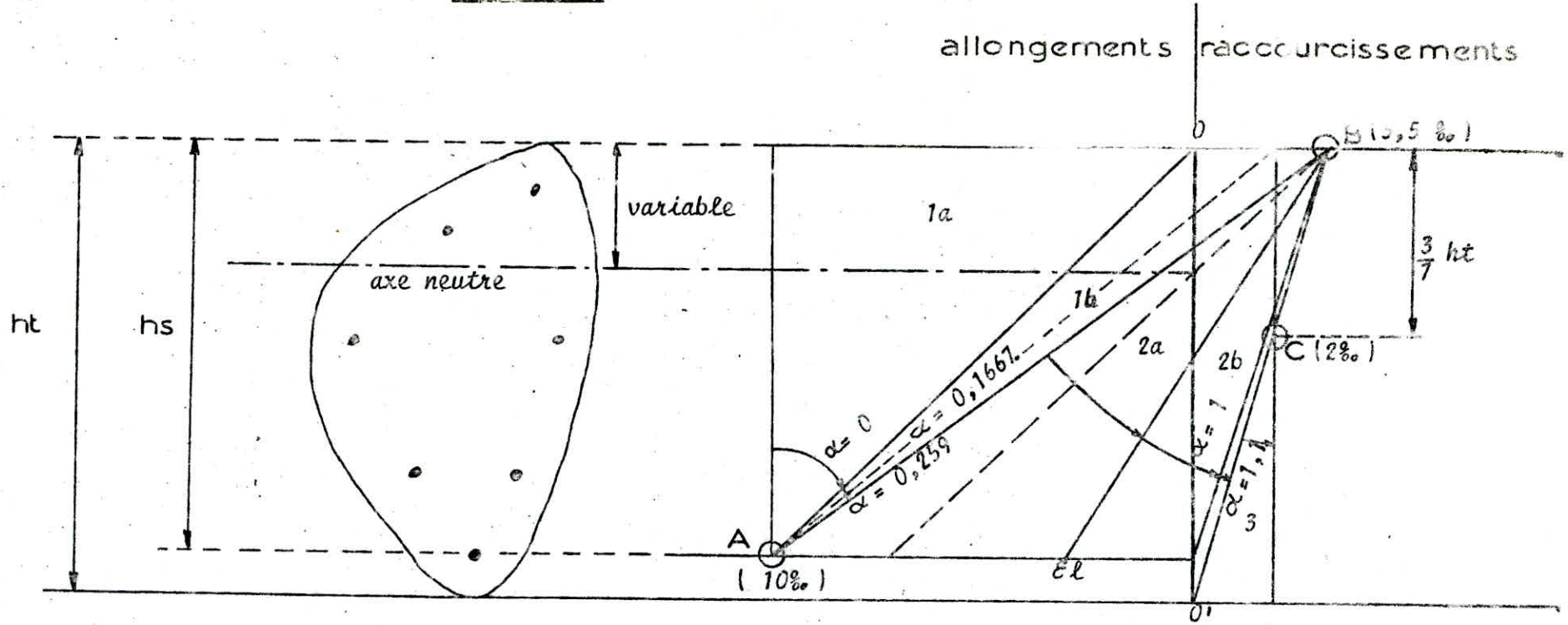
raccourcissement du béton est de 3,5 %, la section est soumise à la flexion simple ou composée

Pivot C, régions 3.

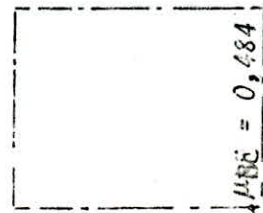
Raccourcissement du béton au niveau de C est de 2 %, la section est soumise à la flexion composée ou à la compression simple.

Règle des 3 Pivots

figure 1.1.



$$\begin{aligned} \mu &= 0 \\ \mu &= 0,104 \\ \mu_{a0} &= 0,1573 \end{aligned}$$



Zone suspecte  
des armatures comp-  
rimées sont peut-être  
nécessaires dans l'ELS.

Caractéristiques des matériaux :

1. Acier

Pour les calculs de vérification de la résistance à l'état limite ultime sous sollicitations normales ; les armatures sont classées en 4 types :

- Type 1 : armature à haute adhérence obtenues par laminage à chaud d'un acier naturel.
- Type 2 : armature à H.A. obtenues par laminage à chaud suivi d'un écrouissage sans réduction de section (par torsion ou traction).
- Type 3 : armature à H.A. obtenues par laminage à chaud suivi d'un écrouissage tréfilage.
- Type 4 : treillis soudés.

Les aciers utilisés sont du type naturels ou écrouis. Ils sont caractérisés par la forme de leur diagramme contraint.

Diagrammes contraints - déformations (BAEL, Art. 4,2) :

Pour les besoins du calcul, on substitue aux diagrammes expérimentaux des diagrammes idéalisés comme suit :

a) acier naturel (types 1, 3, 4)

Conventionnellement le diagramme se compose : (BAEL, art. 4,21) :

- de la droite de Hooke, de pente  $E_s \approx 200\ 000$  MPA, indépendante de la nuance d'acier,
- d'un palier horizontal d'ordonnée  $f_e$  (fig. a1)  
( $f_e$  étant la limite d'élasticité de l'acier).

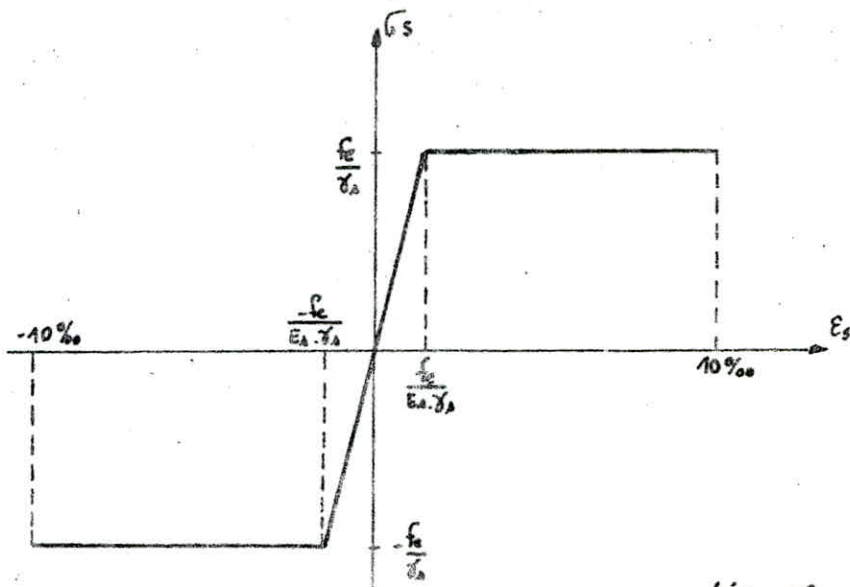


fig. a1

$\gamma_s$  étant le coefficient de sécurité égal à 1 dans le cas de combinaisons accidentelles, et à 1,15 dans les autres cas.

Expressions des contraintes :

$$\sigma_s < f_e / \gamma_s \quad \sigma = \epsilon_s E_s$$

$$\sigma_s \geq f_e / \gamma_s \quad \sigma = f_e / \gamma_s$$

b) Acier écroui (type 2)

Conventionnement le diagramme se compose : (BAEL, art. 4,221)

- de la droite de hooke, de pente  $E_s = 200\ 000$  MPA

- d'une partie courbe définie par :

$$\epsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} + 0,823 \cdot \left[ \frac{\sigma_s}{f_e} + 0,7 \right]^5$$

- pour  $\sigma_s \geq 0,7 f_e$

+ pour  $\sigma_s \leq 0,7 f_e$

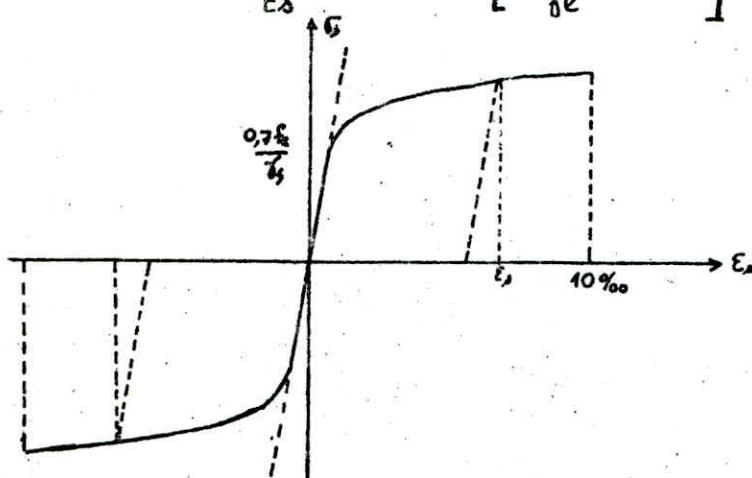


fig. b1

Dans un souci d'économie de mémoire, nous avons préféré adopter, pour les aciers écrouis le diagramme bilinéaires autorisé par le BAEL (art. 4,222).

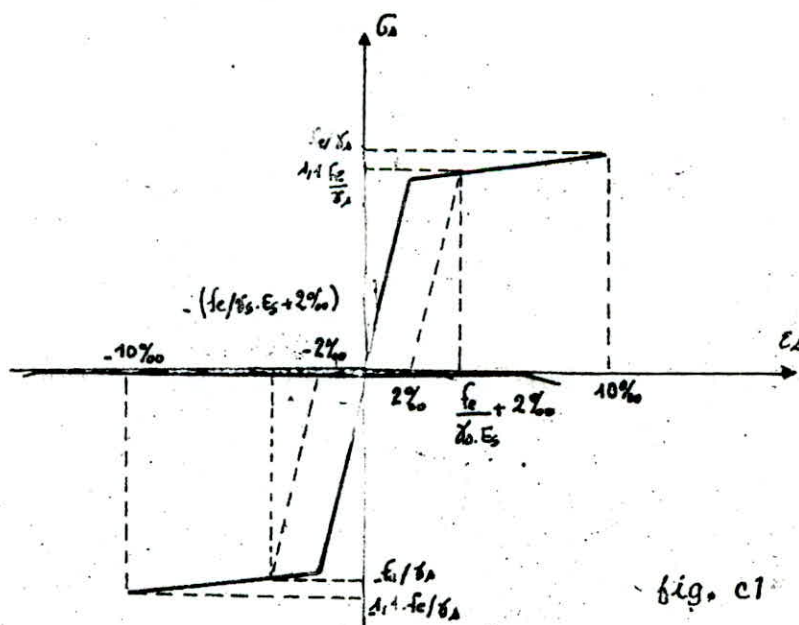


fig. c1

L'abscisse du point d'intersection des deux droites est :

$$\varepsilon_e = f_e / \sigma_s \cdot E_s \left( 1 - \frac{0,0002}{0,008 - 1,1 f_e / \sigma_s} \right)$$

Les expressions des contraintes sont :

$$\begin{array}{l} \text{pour } \varepsilon_s < \varepsilon_e \\ \varepsilon_s > \varepsilon_e \end{array} \quad \begin{array}{l} \sigma = \varepsilon_s \cdot E_s \\ \sigma = (0,1 \varepsilon_s + 0,0078 - 1,1 f_e / \sigma_s) \cdot f_e / (0,008 - f_e / E) \end{array}$$

Le béton est défini au point de vue mécanique par sa résistance à la compression à 28 jours ( $f_c.28$ ).

La résistance à la traction se mesure généralement par flexion d'une éprouvette prismatique de section carrée.

On déduit sa résistance par la relation :  $f_{tj} = 0,6 + 0,06 f_{cj}$

La résistance à la traction du béton est très inférieure à la résistance de la compression. Leur rapport étant de 1/12 à 1/13 pour un béton courant.

#### Diagramme contrainte-déformation

Nous étudions 3 lois de béton qui se rapprochent le plus des lois réelles contraintes-déformations.

\* Parabole rectangle (adopté par le BAEL)

- La parabole de MADRID

- La loi de Desayi-Kriehnan.

#### a- Diagramme Parabole - rectangle

Les essais d'une éprouvette en compression simple, ont donné la courbe de la fig. 1a. Mais le BAEL (art. 10, 41) a substitué au diagramme expérimental du béton, un diagramme de calcul constitué par un arc de parabole du second degré prolongé par un segment de droite. Fig. 2

Les expressions analytiques de ces deux parties sont :

$$0 \leq \epsilon_{bc} \leq 2\% \quad \sigma_{bc} = 0,85 f_{cj} / \gamma_b \cdot \left( 1 - \frac{12 \cdot 10^{-3} - \epsilon_{bc}}{2 \cdot 10^{-3}} \right)^2$$

$$2\% \leq \epsilon_{bc} \leq 3,5\% \quad \sigma_{bc} = 0,85 f_{cj} / \gamma_b$$

Le coefficient  $\gamma_b$  est un coefficient de sécurité qui tient compte de la dispersion de la résistance du béton, ainsi que d'éventuels défauts localisés. Il vaut :

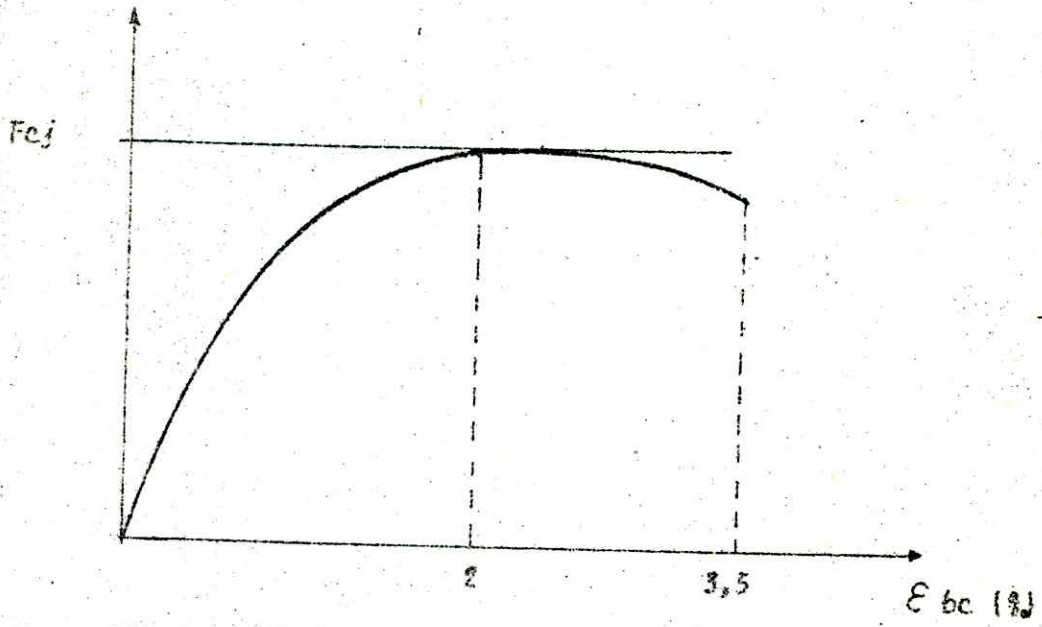
$$\gamma_b = 1,5 \text{ cas général}$$

$$\gamma_b = 1,15 \text{ cas accidentels}$$

Le coefficient de minoration 0,85 de la résistance du béton tient compte de l'influence défavorable :

- de la durée d'application de la charge
- des conditions de bétonnage

Ce coefficient vaut 0,8 dans le cas d'une section dont la largeur est décroissante vers la fibre la comprimée.



COUSE CONTRAINTE-DEFORMATION DU BETON

Fig. 01

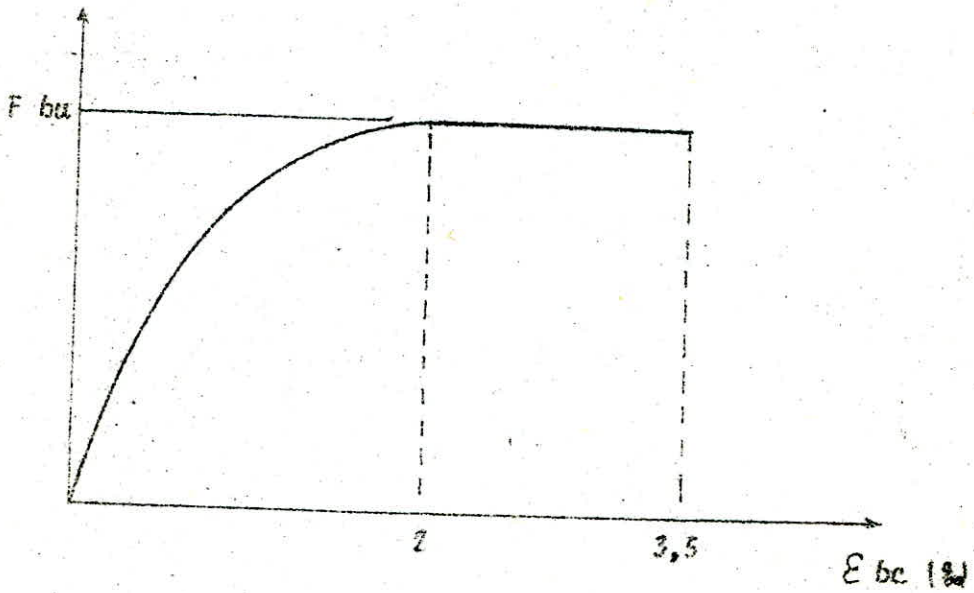


DIAGRAMME BARBOLE - RECTANGLE

Fig. 2



pour certains calculs telle que la vérification de la stabilité de forme, on peut avoir besoin d'une représentation analytique se rapprochant le plus possible du diagramme déformation-contrainte de béton en compression simple.

Si l'on n'a pas besoin de la branche descendante du diagramme, la représentation la plus simple est la Parabole de MADRID.

Si l'on en a besoin, c'est la représentation de MM. DESAYI et KRISHNAN.

### b. Parabole de MADRID

ainsi nommé du lieu de sa session où le comité européen du béton l'a prise en considération.

Nous remarquerons que l'abscisse de son sommet  $\epsilon'$  est égale à  $2 \cdot 10^{-3}$  et l'ordonnée de ce sommet à  $\sigma_j'$ .  $\sigma_j'$  étant la résistance à la compression simple (fig. 12.b).

Son équation peut se mettre sous la forme :

$$\sigma_{bc} = \sigma_j' \left( 1 - \left( 1 - \epsilon_{bc} / 2 \cdot 10^{-3} \right)^2 \right)$$

On remarque que cette expression n'est autre que l'expression définie par la loi parabole rectangle lorsque  $0 < \epsilon_{bc} < 2\text{‰}$  à un terme près. Dans cette loi,  $\sigma_j'$  est "l'équivalent" de  $0,85 f_{cj} / \gamma_b$ .

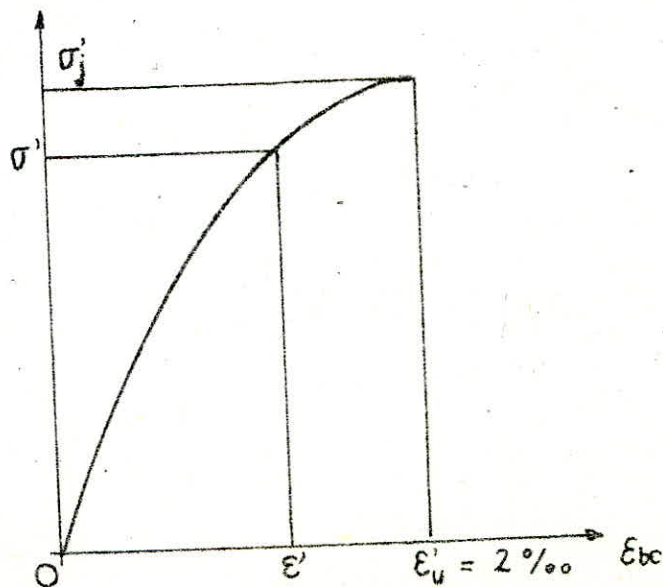
Il nous faut préciser que la valeur de  $f_{cj}$  pour un même béton n'a pas la même valeur que  $\sigma_j'$ . Elle lui est inférieure de 10 % environ.

### c. Courbe de DESAYI et KRISHNAN

L'équation de cette courbe est la suivante :

$$\sigma_{bc} = \sigma_j' \cdot \epsilon_{bc} / 2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2}{1 + (\epsilon_{bc} / 2 \cdot 10^{-3})^2}$$

La branche ascendante de la Parabole de MADRID et de Desayi-Krishnan diffère peu. Fig. 12c). C'est pourquoi la détermination des efforts internes, nous avons adopté la loi de MM. DESAYI-KRISHNAN.



PARABOLE DE MADRID

Fig. 2.b

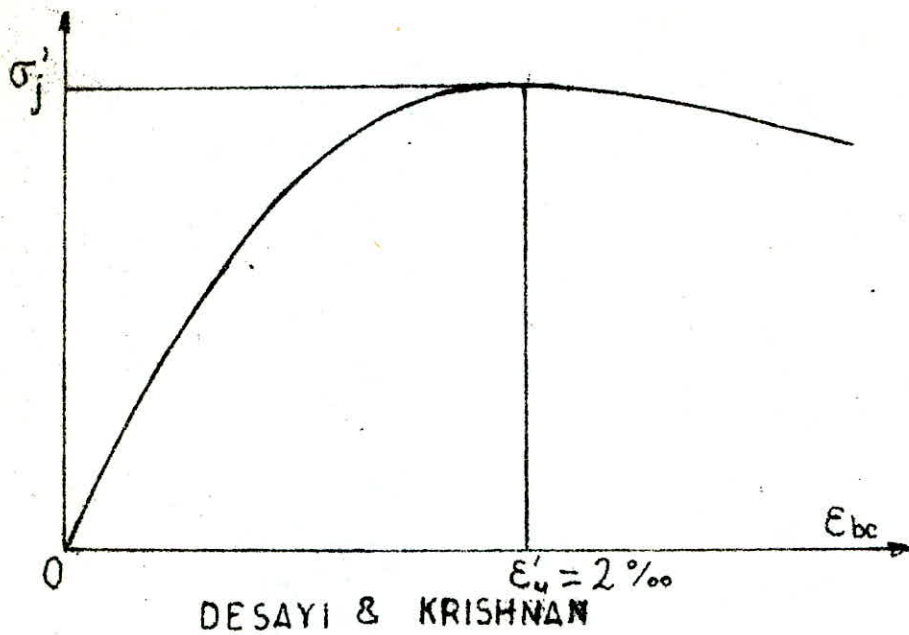
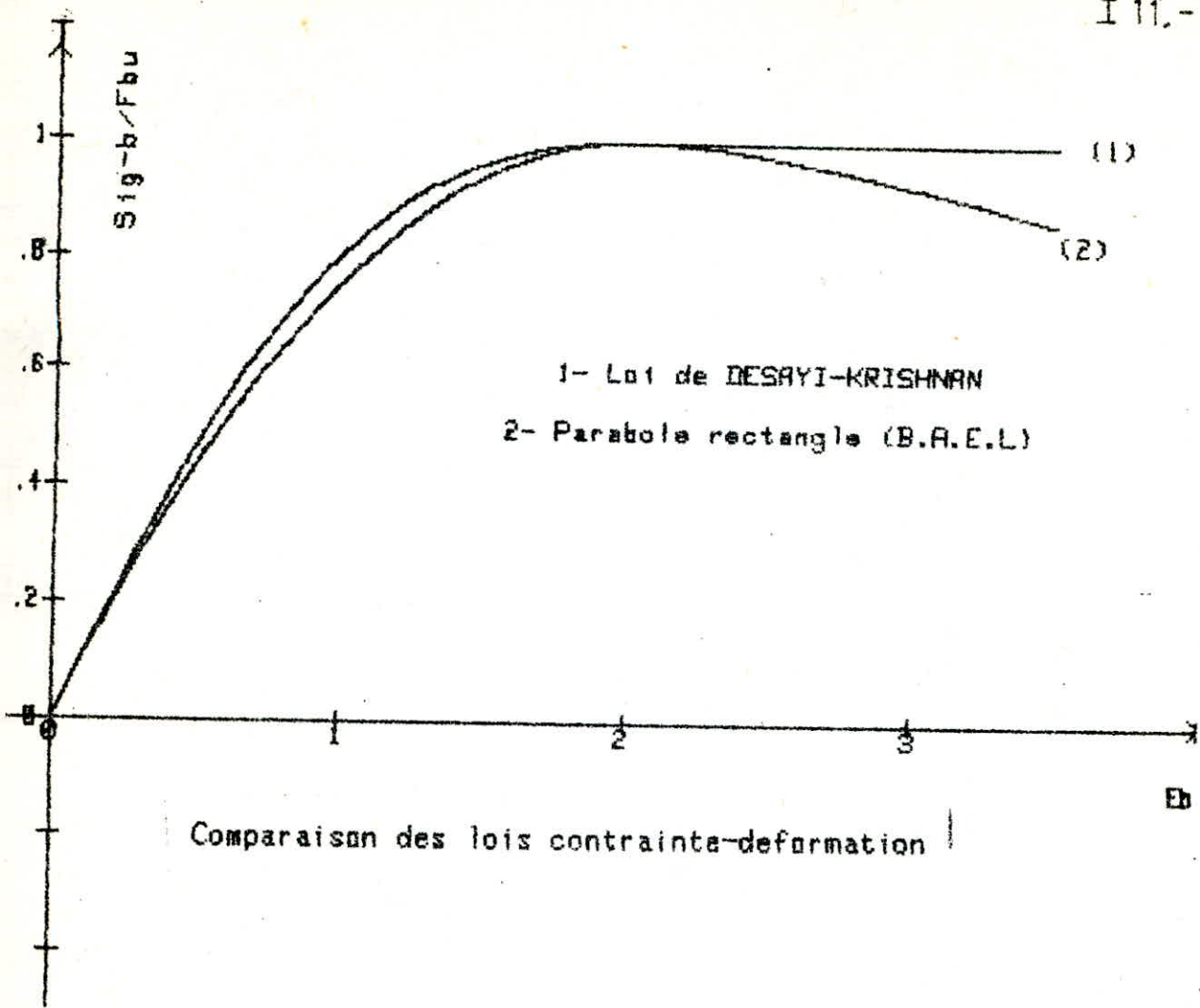


Fig. 2 C

Nous avons établi un programme qui fait la comparaison entre les lois de DESAYI-KRISHNAN et Parabole rectangle.  
 Il calcule pour une déformation donnée, la contrainte correspondante.  
 Les résultats sont conciliés dans le tableau ci-après :



Sig/fbu			
Eb. 10-3	Parabole rectan	DESAYI-KRISHNA	erreur relative %
0	0	0	0
.5	.4375	.47058823529	7.0
1	.75	.8	6.2
1.5	.9375	.96	2.3
2	1	1	0
2.5	1	.97560975609	2.5
3	1	.92307692307	8.3
3.5	1	.86153846153	16.

Influence du fluage sur ces lois :

Le fluage est un phénomène complexe qui intervient sous les différents modes de sollicitations et qui n'a pas encore pu être analysé correctement.

Dans un essai de compression simple, si on maintient l'effort constant à un palier de charge donnée, l'éprouvette de béton continue à se raccourcir progressivement. Cette déformation s'appelle le Fluage.

Le fluage augmente ou diminue suivant les facteurs qui l'influencent :

Il augmente avec :

- la quantité d'eau de gâchage
- la sécheresse de l'air.

Il diminue lorsque croit :

- le dosage en ciment,
- l'âge du béton, à la mise en charge.

Pour la justification vis à vis de l'état limite de stabilité de forme, on adopte un diagramme déduit du diagramme utilisé en état limite de résistance par une affinité parallèle à l'axe des déformations de rapport  $(1 + 2\alpha)$ .

Etant le rapport du moment du premier ordre, dû à l'ensemble des actions sur le moment du 1er ordre dû aux actions de longue durée.

Et  $\alpha$  le coefficient de fluage que l'on prend égal à 2.

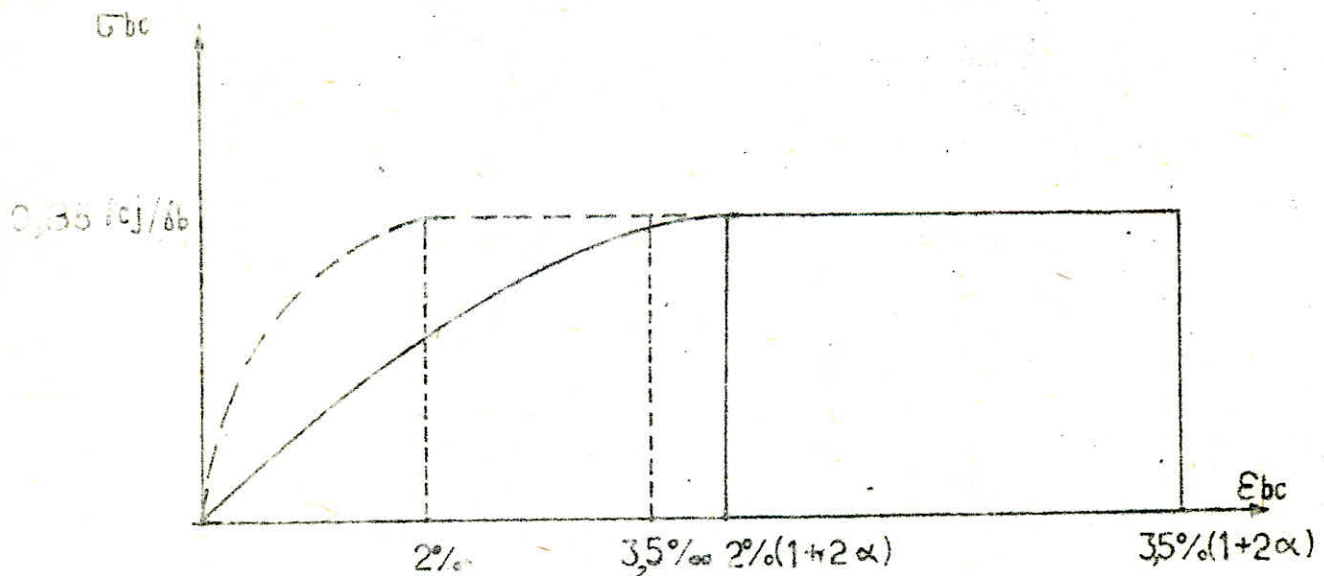


Fig. 3

---

**CALCUL DES POTEAUX ET COLONNES**  
**sollicites en flexion composee**  
**( B.A.E.L.80 )**

---

ETAT LIMITE ULTIME DE STABILITE  
DE FORME

## NOTATIONS UTILISEES LES DEUX CHAPITRES SUIVANTS

- $\epsilon_s$  = Allongement ou raccourcissement des aciers tendus en comprimés.
- $f_e$  = Limite élastique de l'acier longitudinal (MPa)
- $f_{et}$  = Limite élastique de l'acier transversal (MPa)
- $\gamma_s$  = Coefficient de sécurité de l'acier
- $\bar{\sigma}_s$  = Contrainte admissible de l'acier en E.L.S
- $E_s$  = Module de YOUNG de l'acier = 200.000 MPa (MPa)
- $A_1$  = Section d'acier tendue ou la moins comprimée (cm<sup>2</sup>)
- $A_2$  = Section d'acier comprimée ou la moins tendue (cm<sup>2</sup>)
- $f_{c,28}$  = Contrainte caractéristique du béton comprimé à 28 Jours (MPa)
- $\bar{\sigma}_b$  = Contrainte de compression du béton à E.L.S
- $f_{bu}$  = Contrainte de calcul du béton à E.L.U correspondant à un raccourcissement supérieur à 2 ‰. (MPa)
- $\gamma_b$  = Coefficient de sécurité du béton
- $\epsilon_b$  = Raccourcissement du béton
- $h_{o1}, h_{o2}$  : Hauteurs des tables supérieures et inférieures (m)
- $b_1, b_2$  : largeurs des tables supérieures et inférieures (m)
- $b_0$  : largeur de la nervure (m)
- $h_t$  : hauteur totale de la section (m)
- $d_1, d_2$  : Enrobages des sections d'aciers  $A_1$  et  $A_2$  (m)
- $x$  : Distance de l'axe neutre à la fibre la plus comprimée (m)
- $n$  : Coefficient d'équivalence acier - béton ( $n = 15$ )
- $M_u$  = Moment extérieur appliqué en état limite ultime (MNm)
- $N_u$  = effort normal extérieur appliqué en état limite ultime (MN)
- $M_s$  = moment extérieur appliqué en états limites de service (MNm)
- $N_s$  = effort normal extérieur appliqué en états limites de services (MN)
- MBC, Mc, MAB = moments reprérés en état limite ultime (MNm)
- .../...

$NBC, NC, NAB =$  Efforts normaux repérés à E.L.U (MN)

$Mb =$  moment interne du béton par rapport au C.D.G de la section du

$Nb =$  effort normal interne du béton (MN)

$Ma1, Ma2 =$  moments internes des aciers A1, A2 par rapport au C.D.G de la section du béton (MNm)

$Na1, Na2 =$  efforts normaux aux internes des aciers A1, A2 (Mn)

$Vu =$  effort tranchant extérieur

$Tu =$  contrainte tangente de calcul. (MPa)



Notations utilisées pour l'E.L.U. de stabilité de forme:

$l_f$ : longueur de flambement (m)

$l$ : longueur du poteau (m)

$\lambda$ : slancement ou rapport de la longueur de flambement au rayon de giration de la section transversale du béton seul dans le plan de flambement.

$f$ : flèche

AA1, AA2: Position du CGS du béton seul (m).

$Y_T$ : hauteur totale du noyau central (m)

$h_0, b_0$ : hauteurs et largeurs du poteau (m)

$b_r$ : Aire de la section transversale du poteau à laquelle, on a retranché 1 cm sur tout le périmètre.

$e_a$ : excentricité accidentelle (m).

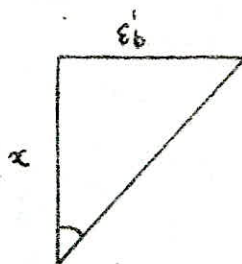
$e_0$ : excentricité structurale (m)

$e_i$ : excentricité interne totale (m)

$e_e$ : excentricité externe (m).

$\epsilon'_b$ : raccourcissement du béton de la fibre la plus comprimée.

$\epsilon'_{bmax}$ : déformation ou raccourcissement maximal de la fibre la plus comprimée ( $= 3,5\text{‰} (1+d/4)$ )



$$\frac{1}{r} = \frac{\epsilon'_b}{x}$$

- $x$ : position de l'axe neutre par rapport à  $E_0$   
 $\gamma$ : courbure du poteau dans la section la plus sollicitée avec  $\frac{1}{r} = \frac{E_b}{x}$ .  
 $N_b$ : effort normal interne du béton seul. (MN).  
 $N'_1$ : effort normal de l'acier (tendu ou comprimé) (MN)  
 $N_2$ : effort normal interne de l'acier + comprimé. (MN)  
 $N_i$ : Effort normal interne total dans la section considérée. (MN)  
 $M_b$ : moment interne du béton par rapport au CDS de la section du béton seul.  
 $M'_1, M'_2$ : " " des aciers " " de la section du béton seul.  
 $M_i$ : moment interne total dans le poteau.  
 $A$ : Sections d'aciers supérieures et inférieures. (cm<sup>2</sup>).  
 $P$ : effort appliqué au poteau.  
 $N_{ULL}$ : effort normal interne correspondant à un équilibre tel que:  $e_0 = e_i$ .  
 $N_{ext}$ : effort normal extérieur.  
 $N_{ult}; N_{cr}$ : effort normal ultime ou critique calculé par la méthode de  
 P. FAESSEL.

### Calcul des sections en flexion composée

Les sections soumises à la flexion composée doivent être vérifiées vis à vis de l'état limite ultime et de l'état limite de service. Les combinaisons de calcul sont alors différentes.

Notre programme calcule le ferrailage longitudinal et transversal d'un poteau soumis à la flexion composée conformément aux règles B.A.E.L 80.

#### 1. Données de base concernant les matériaux :

La distribution des contraintes dans la zone comprimée résulte du diagramme Contrainte-Déformation du béton.

D'après la première hypothèse, les déformations sont proportionnelles à la distance de la fibre considérée à l'axe neutre. Dans le programme, l'utilisation introduit :

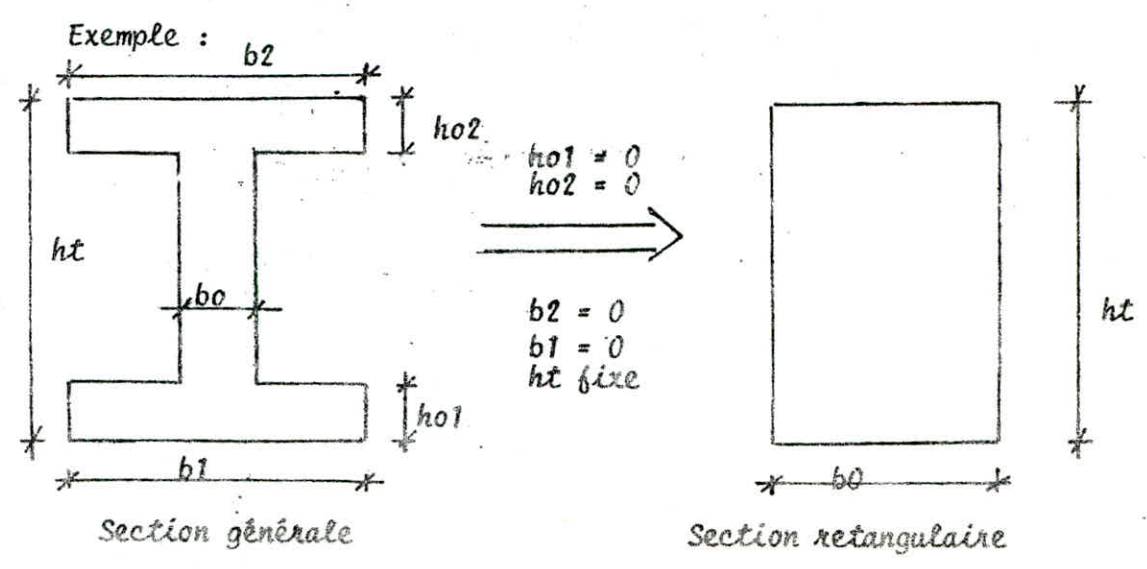
- La contrainte du béton  $F_c$  28 (MPa)
- La contrainte des aciers longitudinaux et transversaux  $f_e, f_{et}$  (MPa)
- Le coefficient de sécurité du béton  $\gamma_b$
- Le coefficient de sécurité de l'acier :  $\gamma_s$
- La nature de l'acier : acroûlé ou naturel

#### 2. Choix des sections du poteau :

Le programme établi est valable pour des sections de poteau composée de plusieurs sections rectangulaires telles que :

- Section rectangulaires
- Les sections en T
- Les sections en caisson
- Les sections en I

Pour avoir une méthode de calcul générale qui englobe toutes les autres sections, on a établi une section en I, en jouant avec les hauteurs et les largeurs des tables supérieures et inférieures, on aboutit à la section choisie



### 3. Dimensionnement des armatures :

Le dimensionnement peut découler :

- Soit d'un calcul à l'état limite ultime de résistance
- Soit d'un calcul aux états limites de service.

On utilise dans chacun des cas, les hypothèses de calcul correspondantes. En premier lieu, indépendamment du contrôle ultérieur de la contrainte maximale de compression du béton à l'état limite de service, on aboutit pour l'un des deux états limites que ce soit en flexion simple ou en flexion composée aux conclusions suivantes :

- Fissuration peu nuisible implique état limite ultime dominant
  - Fissuration préjudiciable implique état limite de service dominant
- sauf dans le cas des armatures rondes lisses FE 22 ou des armatures à haute adhérence FE 40 où les deux calculs sont nécessaires.
- Fissuration très préjudiciable implique état limite de service dominant.

Dans ce qui suit, on essayera de donner une idée sur la méthode utilisée dans le programme.

### 4. Dimensionnement par l'état limite ultime

On désigne par moments repères, les moments "résistants" MAB et MBC (évalués par rapport au centre de gravité des armatures les plus tendues ou les moins comprimées) s'obtiennent à partir de la distribution des contraintes du béton et armatures correspondant à ces positions frontières.

#### 4.1. Recherche du Pivot :

Soit MUA le moment de calcul évalué au centre de gravité des armatures les plus tendues (ou les moins comprimées) qui sollicite la section.

- |                                     |                         |
|-------------------------------------|-------------------------|
| Si $M_{UA} \leq M_{AB}$             | le pivot est le pivot A |
| Si $M_{AB} \leq M_{UA} \leq M_{BC}$ | " est le pivot B        |
| Si $M_{UA} \geq M_{BC}$             | " est pivot C.          |

#### 4.2. Equations d'équilibres et résolution du problème :

Pour trouver les quantités d'acier nécessaire pour équilibrer l'effort normal ( $N_u$ ) et le moment extérieur ( $M_u$ ) appliqué à la section, on dispose de 3 systèmes d'équations :

1- Les équations de comptabilité exprimant que les sections restent planes et qui se traduisent mathématiquement par des formules déterminant les déformations du béton et de l'acier

2- Une équation d'équilibre générale des forces, qui se traduit par :

$$N_u = N_b + N_{a1} + N_{a2} = A_1 \sigma_1 + A_2 \sigma_2 + N_b$$

3- Une équation d'équilibre générale des moments :

$$M_u = M_b + M_{a1} + M_{a2}$$

4.3. Convention de signes :

Les forces contraintes et déformations sont prises en compte avec leurs signes :

- La traction est comptée négativement
- La compression est comptée positivement
- Les allongements des aciers négativement
- Les raccourcissements des aciers positivement

Pour les coordonnées, le sens positif des axes est indiqué sur les figures par le signe (+)

4.4. Détermination des armatures :

La position de l'axe neutre, se détermine au moyen de l'équation d'équilibre des moments. La section d'armatures inconnue se déduit de l'équation d'équilibre des forces.

a) détermination de la position de l'axe neutre (x) par un processus itératif :

On se fixe arbitrairement une première valeur de  $x_1$  :

si  $M_u(x_1) - M_u < 0$  , on reprend avec  $x_2 > x_1$

si  $M_u(x_1) - M_u > 0$  , on reprend avec  $x_2 < x_1$

et ainsi de suite jusqu'à avoir  $M_u(x_n) = M_u = N_u \times e_u$

b) Détermination de la section d'armature tendue ou comprimées.

La position de l'axe neutre étant trouvée, on connaît immédiatement le Pivot, ainsi que :

- La valeur exacte de  $N_b$

- Les valeurs exactes de  $\epsilon_{a1}$  ,  $\epsilon_{a2}$  et ainsi  $\sigma_{a1}$  et  $\sigma_{a2}$

on peut calculer les sections d'aciers tendues ou bien comprimées, selon le pivot où l'on se trouve :

- Section d'acier tendue :  $A_1 \geq \frac{N_u - N_b - N_{a2}}{\sigma_{a1}}$

- Section d'acier comprimée :

$$A_2 \geq \frac{M_{uB} - M_{uA}}{\sigma_{a2}(h_s - d_2)}$$

### 5. Dimensionnement par l'état limite de service :

On peut être amené à faire 3 types de calcul, suivant les conditions de fissuration.

De plus, le dimensionnement se fait en deux étapes :

1- On déterminera la section d'acier pour une section de béton et des sollicitations déterminées. Il conviendra également de vérifier la contrainte du béton

2- On vérifiera que les contraintes de l'acier et du béton ne dépassent pas les contraintes admissibles en état limite ultime.

#### 5.1. Détermination des armatures nécessaires

Le calcul se fait à l'aide d'un processus itératif. Dans le cas d'une section partiellement ou entièrement comprimée, on se fixe un pourcentage d'acier de départ. On calcule alors, les forces de compressions dans le béton et les moments correspondants. On compare ces valeurs avec le moment et l'effort normale extérieurs appliqués à la section. On arrêtera les itérations, lorsque l'on obtiendra une erreur relative de  $10^{-2}$ .

Il est nécessaire de vérifier que la nouvelle valeur de la contrainte calculée est inférieure ou au plus égale à la contrainte limite de l'écrasement du béton.

$$b = 0,6 f_c z$$

Si ce n'est pas le cas, le calcul des armatures comprimées est indispensable

Les équations d'équilibre

$$N_s = N_b + N_{a1} + N_{a2}$$

$$M_s = M_b + M_{a1} + M_{a2}$$

Nous permettent d'écrire :

$$A_2 = (M_s - M_b) / (h - d_2) \sigma_s \quad \text{et} \quad A_1 = M_b / \sigma_s z_b + A_2 \sigma_s z_2 / \sigma_s$$

Or, les quantités d'acier trouvées doivent être :

- réduite si l'effort normal est une compression

- augmentée si l'effort normal est une traction d'où :  $A_1 = A_1 \pm \frac{N_s}{\sigma_s}$

### 6. Vérification des contraintes :

Les contraintes sont vérifiées suivant : deux états limites :

#### a) état limite d'ouverture des fissures :

Les contraintes maximales de traction des armatures sont données en fonction des conditions de fissurations :

- Fissuration peu nuisible : pas d'autre limite que celle imposée par l'état limite ultime de résistance.

Fissuration préjudiciable : La limite de la contrainte de traction de l'acier est  $\sigma_s \leq \inf. (2/3 f_e, 150n)$

- Fissuration très préjudiciable : la limite de la contrainte de traction est fixée à  $\sigma_s \leq \inf. (0,5 f_e, 110n)$

avec

$n$  : coefficient de fissuration =  $\begin{cases} 1 & \text{pour ronds lisses} \\ 1,6 & \text{pour H.A} \end{cases}$

b) Etat limite de compression :

La contrainte dans fibre la plus comprimée de la section du béton doit être limitée à  $\bar{\sigma}_b = 0,6 f_{c28}$ . Pour calculer les contraintes, il suffit d'appliquer la relation classique de la R.D.M. avec  $\sigma = Ns/S + M_{so} \ v/I$   
 $M_{so}$  = moment évalué au CDG. de la section homogénéisée.

$S$  : l'aire totale de la section homogénéisée

7. Effort tranchant :

Dans le cas de la flexion composée, la justification vis à vis des sollicitations tangentes doivent porter successivement sur :

La contrainte tangente du béton

les armatures transversales d'âmes

Cette justification est faite uniquement vis à vis de l'état limite ultime car les conditions relatives aux états limites de service sont éventuellement couvertes par une réduction de certaines valeurs limites de l'état limite ultime.

7.1. Justification de la contrainte tangente due au béton

Afin de simplifier les calculs, les règles BAEL, se réfèrent à une contrainte tangente conventionnelle notée  $T_u$  t.q.

$$T_u = V_u / b_0 h_s$$

Avec :  $V_u$  : valeur de calcul de l'effort tranchant déterminée à partir des différentes combinaisons d'action à l'état limite ultime.

$h_s$  : hauteur utile de la section

$b_0$  : la largeur minimale de la section

Dans le cas de pièces où toutes les sections droites sont entièrement comprimées et pour lesquelles  $T_u \leq \inf (0,04 f_{c28}, 1,5 \text{ MPA})$ , on se reportera aux règles des poteaux soumis à une compression centrée.

Pour les autres cas, la valeur de la contrainte admissible ( $T_u$ ) à ne pas dépasser est donnée en fonction des conditions de fissuration et des diverses possibilités de disposition des armatures transversales.

### 7.2. Justification des armatures transversales d'âme :

Dans le cas de la flexion composée avec compression, les fissures obliques sont plus inclinées qu'en flexion simple.

Ce qui conduit à une réduction de la quantité d'armatures d'âme. Par contre, dans le cas de la traction, les fissures obliques se redressent et la résistance à l'effort tranchant devient médiocre. Ce qui conduit à une augmentation de la quantité d'armatures d'âme.

Cette augmentation ou diminution selon que l'on soit en compression ou en traction, se traduit par un coefficient K tel que :

$$K = 1 + 3 |Nu|/B f_c 28 \quad \text{en flexion composée avec compression}$$

$$K = 1 - 10|Nu|/B f_c 28 \quad \text{en flexion composée avec traction}$$

où B est la section totale du béton seul.

- dans le cas où il y aurait reprise de bétonnage, la section d'armatures d'âme par unité de longueur est donnée par la condition suivante :

$$At/St \geq (Tu - 0,5) b_0 / 0,8 f_{ct}$$

- dans le cas où il n'y aurait pas reprise de bétonnage, cette relation devient

$$At / St \geq 1,25 (Tu - 0,5 K) / f_{ct}$$

avec une condition supplémentaire :

$$At/St \geq \max. (b_0 Tu / 2 f_{ct} , 0,4 b_0 / f_{ct})$$



Etat limite de stabilité de forme

1. Présentation du programme :

Le programme consiste à rechercher l'état d'équilibre par itération successive. Il détermine la charge ultime que peut supporter le poteau puis la compare aux efforts extérieurs.

Si, les forces externes sont supérieures à celles qui correspondent à la capacité portante du poteau, l'équilibre est impossible. si la stabilité est établie, la flèche correspond à la charge appliquée est calculée.

Ce programme est valable pour un poteau :  
- rectangulaire  
- en t $\bar{e}$   
- en I  
- en caisson

2. Le flambement :

Le flambement est un phénomène d'instabilité de forme. Il peut survenir dans les éléments comprimés des structures lorsque ces éléments sont élançés sous l'influence défavorable de déformations dues aux sollicitations.

3. Paramètres influant sur l'état limite de flambement :

a) l'élançement du béton :

Le flambement s'effectue dans le plan <sup>pour</sup> lequel l'élançement est le plus grand, qui n'est pas toujours celui dans le sens duquel le moment d'inertie de la section est le plus faible.

b) l'excentricité de la force extérieure :

ce qui oblige à tenir compte des imperfections géométriques et des incertitudes sur les points d'application des charges en affectant la charge extérieure d'une excentricité additionnelle  $e_a$

c) la durée d'application des charges :

- quand la charge augmente lors d'un chargement de courte durée, les flèches croissent avec lui.

- sous charge soutenue (effort normal constant), les flèches croissent avec le temps sous l'effet du fluage et même sous l'effet du retrait si une face de la pièce est tendue et fissurée. Elles s'atténuent en suite pour se stabiliser.

On peut en conclure que la sollicitation dans une section déterminée de la pièce n'est non seulement pas une fonction linéaire de la charge mais une fonction du temps.

Tout ceci se traduit par :

- une réduction des résistances (coefficient 0,85)
- une augmentation des déformations.

#### 4. Excentricité :

Dans une section donnée d'un poteau l'excentricité de la force extérieure par rapport au centre de gravité du béton seul est la somme de 3 termes :

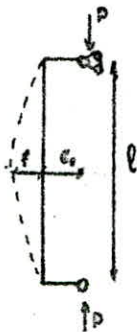
a) une excentricité inévitable inconnue  $e_a$ , provenant des défauts d'exécution et dont l'évaluation est :

$$e_a = \max (2 \text{ cm}, l/250) \quad (l : \text{longueur du poteau})$$

b) une excentricité structurale connue  $e_0$  due aux dispositions de la construction.

c) une flèche  $f$  due à la flexion

d) cas d'un poteau <sup>articulé</sup> à ses deux extrémités soumis à un effort de compression :



moment du 1er ordre :

$$M1 = P \cdot e_0$$

moment du 2e ordre :

$$M2 \text{ max} = p \cdot f$$

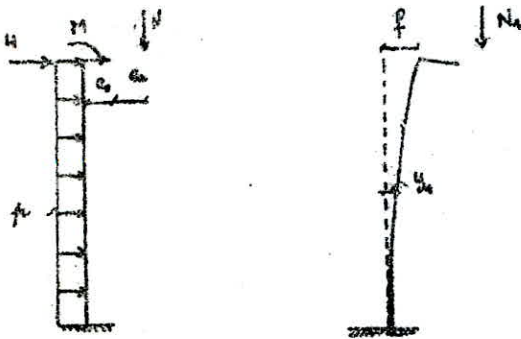
Le poteau est soumis à :

- Un effort de compression  $N = P$
- Un moment  $M = p (e_0 + f)$

b) Cas d'un poteau soumis à :

- Une charge verticale excentrée
- Une charge horizontale en tête

- Une charge horizontale répartie sur sa hauteur
- Un couple de moment  $M$  (en tête).



$$e1 = e0 + ea + \frac{N}{N} + \frac{Hh}{2N} + \frac{plh^2}{8N}$$

Moment du 1er ordre :

$$M1 = M + N(e0 + ea) + Hx + \frac{px^2}{2}$$

Ce moment donne lieu à une flèche latérale  $y1$  dans la section considérée.

L'excentricité augmente de  $y1$ , ce qui accroît le moment  $M1$  de  $\Delta M1$

$$\Delta M1 = N \cdot y1$$

D'où un nouvel accroissement de flèche et ainsi de suite.

Le moment du second ordre est :

$$M2 = \Sigma \Delta M1 = N(y1 + \Sigma \Delta y1)$$

Finalement la section de base ( $x = l/2$ ), est soumise à :

- Un effort de compression  $N$
  - A un moment total  $M = M1 + M2$
- avec
- $$\begin{cases} M1 = M + N(e0 + ea) + \frac{Hh}{2} + \frac{Plh^2}{8} \\ M2 = N \cdot f \end{cases}$$

$f$  : étant la flèche au pied du poteau

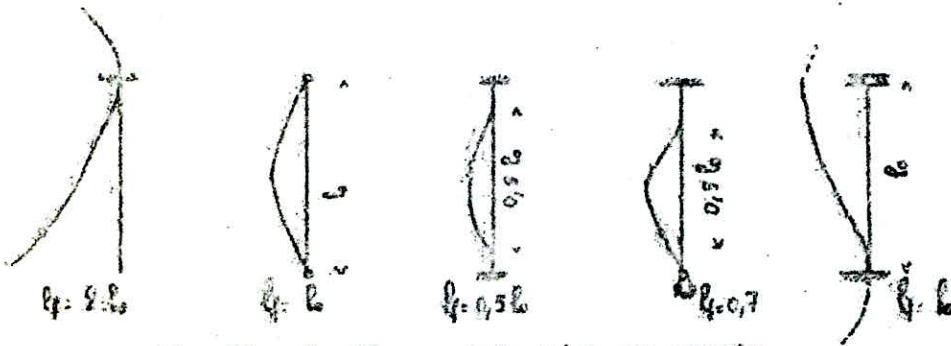
### 5. Méthode de calcul des poteaux isolés :

La méthode de calcul adoptée est la méthode simplifiée de MR. P. FAESSEL, exposé dans le cours de J.R. ROBINSON.

a - les hypothèses sont les suivantes :

- Les longueurs de flambement  $l_f$  déterminées dans le domaine élastique peuvent être utilisées dans le calcul aux états limites.

La longueur de flambement dépend du degré de liberté de déformation de la pièce. C'est également la plus grande distance séparant deux points d'inflexion de la déformée. Ces points peuvent être fictifs, l'encastrement étant considéré comme un miroir.



- l'action du fluage est prise en compte.

b - Domaine d'application de la méthode :

Poteaux d'élanement > 750 :

- de section constante (béton et armatures)

- ayant une ligne moyenne symétrique par rapport à la section médiane

- articulés à leurs extrémités (longueur  $l_0 = l_f$ )

ou encastré en pied et libre en tête (longueur  $l_0 = l_f/2$ )

- Soumis à un effort normal constant le long du poteau

- Soumis à un moment du premier ordre de signe, constant dont la valeur est maximale dans la section médiane (cas du poteau encastré).

c - hypothèses complémentaires :

a) hypothèses mécaniques :

ceux sont les hypothèses adoptées par le BAEL (données en introduction).

β) hypothèse "géométrique" sur la déformée du poteau :

L'hypothèse simplificatrice essentielle consiste à se fixer la déformée du poteau et à n'étudier l'équilibre que dans la section la plus sollicitée du poteau. Si celle-ci est en équilibre, tout le poteau est en équilibre.

L'approximation la plus courante consiste à assimiler la déformée

- dans le cas d'un poteau articulé à une demi onde de sinusoïde.

- dans le cas d'un poteau encastré en pied et libre en tête :

à un quart d'onde de sinusoïde.

Cette hypothèse corroborée par les essais, est communément admise à titre de bonne approximation.

Cette hypothèse corroborée par les essais, et communément admise à titre de bonne approximation :

d) Equations du problème :

L'hypothèse précédente implique en outre une relation entre la flèche et la courbure de déformation au droit de la section la plus sollicitée. Elle s'exprime par l'équation :

$$y - y_0 = f \sin \frac{\pi x}{l} \quad (1)$$

$y$  étant l'ordonnée de la déformée et  $y_0$ , l'ordonnée de la fibre moyenne avant la déformation. L'équation (1) devient pour la section la plus sollicitée :

$$e = e_1 + f \quad (2) \quad \text{avec} \quad e_1 = e_0 + e_n$$

$e_1$  étant l'excentricité initiale avant la déformation de la flèche extérieure.

$f$  : la flèche

$e$  : l'excentricité de la force extérieure à l'état d'équilibre ou excentricité externe

La courbure de déformation est la dérivée seconde de  $y - y_0$  par rapport à  $x$  soit :  $1/x = f \cdot \pi^2 / l^2$  (3)

$$\text{Des équations (2) et (3), on peut écrire} \quad e = e_0 + \frac{P^2}{N} \cdot \frac{1}{r} \quad (4)$$

e) exposé de la méthode

Il existe une relation d'équilibre interne d'ordre mécanique entre l'intensité  $N$  de la force extérieure,  $e$ , et  $1/x$  telle que :

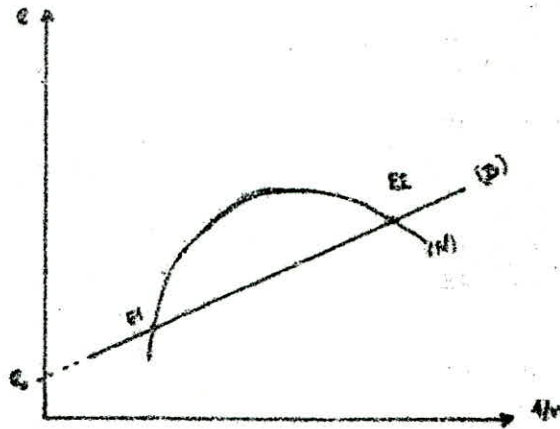
$$\theta(N, e, 1/x) = 0 \quad (5)$$

$\theta$  est une fonction qui dépend des caractéristiques du poteau. Les 2 équations (4) et (5) résolvent le problème de l'équilibre du poteau.

Pour en faciliter la discussion, représentons géométriquement ces relations par rapport à 3 axes rectangulaires en prenant comme coordonnées cartésiennes  $N$ ,  $1/x$ ,  $e$ . Projetons la figure obtenue sur le plan  $O1/x, oe$ . Le plan de l'équation (4), se projette suivant une droite  $D$ . La surface (5), dite surface mécanique du poteau peut être définie par des lignes de niveau  $N = cte$ , et représentée en projection sur le plan en cause par le réseau de ces courbes.

La condition nécessaire et suffisante pour qu'un groupe de 3 valeurs  $N$ ,  $1/r$  et  $e$  satisfasse aux équations d'équilibre est que. Ces valeurs soient les coordonnées d'une intersection de la droite  $D$  et de la courbe de niveau  $N$ .

Certains points d'intersections peuvent conduire à des états d'équilibres instables.



#### 6. Détermination de l'effort normal critique ( $N_{cr}$ ); description du programme :

L'effort normal critique caractérise l'état limite ultime atteint par le flambement.

La représentation de P. FAESSEL peut offrir un moyen de calcul si l'on peut évaluer commodément les coordonnées de la surface mécanique  $\theta$ . Or c'est possible en adoptant comme coordonnées paramétriques de  $\theta$  d'une part la courbure  $1/r$  et d'autre part  $E_b$  (raaccourcissement du béton relatif à la fibre la plus comprimée).

Connaissant un couple de ces deux coordonnées, on peut en déduire la position de l'axe neutre.

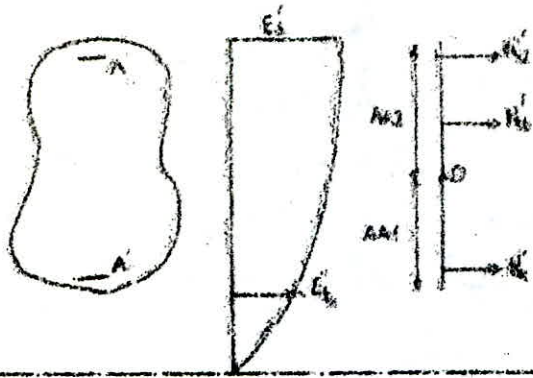
Les contraintes sont alors calculées à l'aide de l'une des 2 lois décrites précédemment. Puis par intégration, on détermine les efforts internes  $M_i$  et  $K_i$  et l'excentricité interne  $e_i (=M_i/n_i)$ .

La détermination de  $N_{cr}$  comporte le calcul de coordonnées pour une série de valeurs de la courbure. ces valeurs devront former une progression arithmétique de raison assez petite. L'excentricité interne est égale à l'excentricité externe (relativ  $e$ ) par approximation sur la valeur de  $E_b$ .

Le premier calcul des efforts internes se fait en pivot C.

Selon les itérations, la section peut être sollicitée en flexion composée entièrement ou partiellement comprimée. Les calculs des efforts internes sont alors différents :

ENTIEREMENT COMPRESSEE



$$N'_b = \int_{\epsilon_s}^{\epsilon_b} b(\epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon$$

$$M'_b = \int_{\epsilon_s}^{\epsilon_b} b(\epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot y(\epsilon) \cdot d\epsilon$$

$$N_1 = A \cdot \sigma_a$$

$$N_2 = A \cdot \sigma_a$$

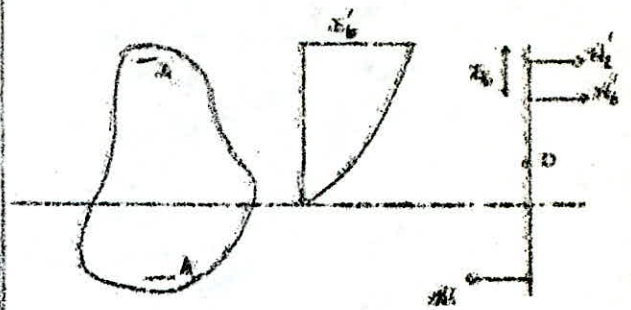
$$M'_1 = (AA1 \cdot D) \cdot N_1$$

$$M'_2 = (AA2 \cdot D) \cdot N_2$$

$$N_i = N'_1 + N'_2 + N'_b$$

$$M_i = M'_1 + M'_2 + M'_b$$

PARTIELLEMENT COMPRESSEE



$$N'_b = \int_{\epsilon'_s}^{\epsilon'_b} b(\epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot d\epsilon$$

$$M'_b = \int_{\epsilon'_s}^{\epsilon'_b} b(\epsilon) \cdot \sigma(\epsilon) \cdot y(\epsilon) \cdot d\epsilon$$

$$N_1 = A \cdot \sigma_a$$

$$N_2 = A \cdot \sigma_a$$

$$M'_1 = (AA1 \cdot D) \cdot N_1$$

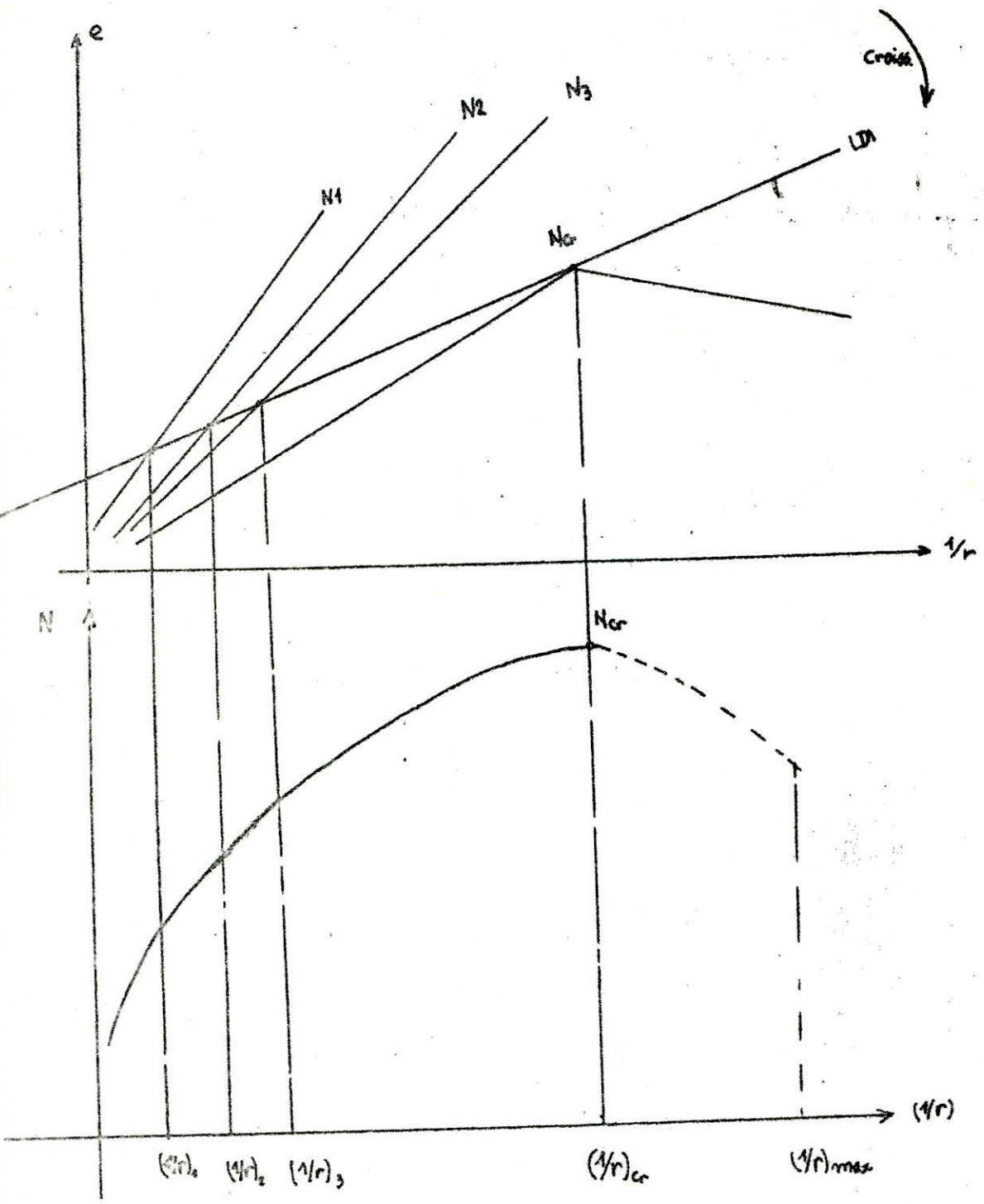
$$M'_2 = (AA2 \cdot D) \cdot N_2$$

$$N_i = N_1 + N_2 + N'_b$$

$$M_i = M_1 + M_2 + M'_b$$

Graphiquement, la méthode exposée précédemment se traduit comme

suit :

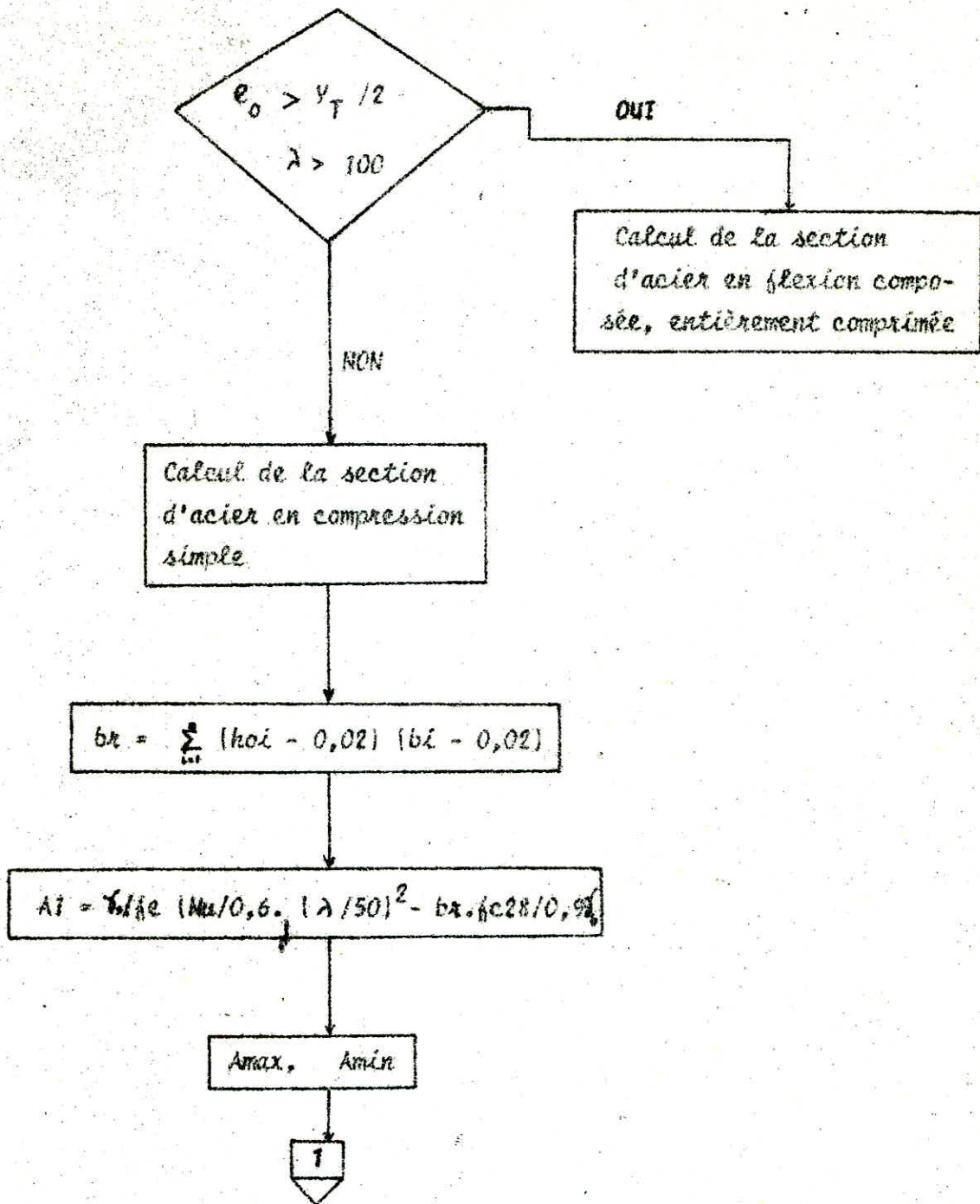


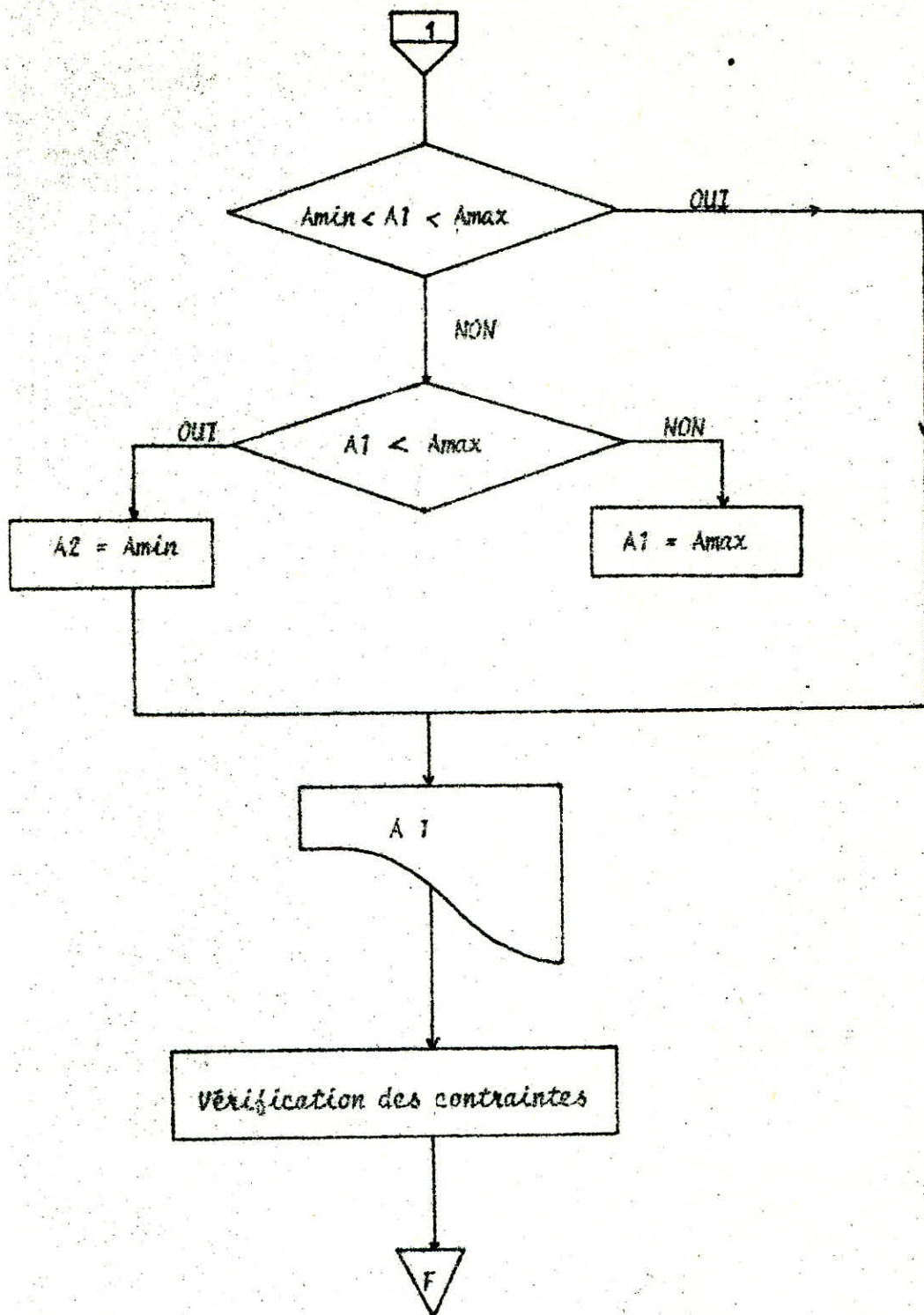
ND.1:  $N_i$  varie en sens inverse de  $\sigma_i$ , les courbes les plus hautes correspondent aux efforts normaux les plus faibles.



REMARQUES :

- Au début du programme, la machine demande à l'utilisateur s'il connaît la section d'acier. Si l'utilisateur répond par oui, il introduit ensuite la valeur de la section, sinon deux cas peuvent se présenter :
- Les aciers sont calculés en compression simple sur le règlement [BAEL, art. 57-210] stipule qu'il est conventionnellement admis de considérer comme "soumis à une compression centrée" tout poteau qui, en plus de l'effort normal  $N$  de compression, n'est sollicité que par des moments dont l'existence n'est pas prise en compte dans la justification de la stabilité de forme et de la résistance des éléments qui lui sont liés et qui ne conduisent par ailleurs qu'à de petites excentricités (de l'ordre de grandeur de la moitié de la dimension du noyau central.)
- Les aciers sont calculés en flexion composée entièrement comprimée.





Généralisation de la méthode :

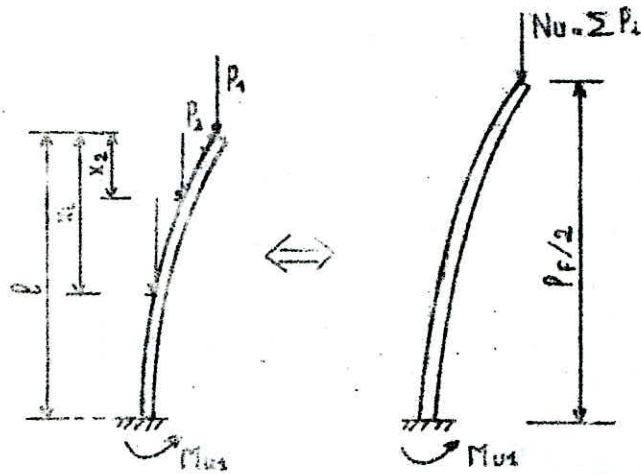
Pour pouvoir utiliser le programme quelque soit les conditions d'extrémités, il suffit de se ramener à "une colonne modèle".

Une colonne modèle est définie, comme un poteau :

- encasté en pied et libre en tête
- de hauteur égale à la moitié de la longueur de flambement du poteau
- fléchi en simple courbure

Cas d'application de la colonne modèle

a) Poteau chargé à plusieurs niveaux :

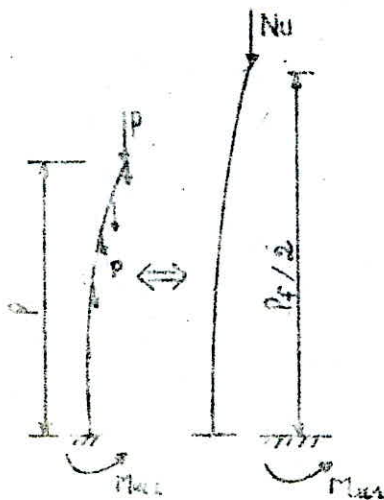


$$E\delta = 2l \sqrt{\frac{1}{Nu} \sum_{i=1}^n \frac{P_i}{l}} \cdot \frac{P_i}{2l} (1 - \sin \pi \frac{x_i}{2l})$$

$$c1 = \frac{M_{u1}}{Nu}$$

$M_{u1}$  = moment d'encastrement réel.

b) Effet du poids propre :

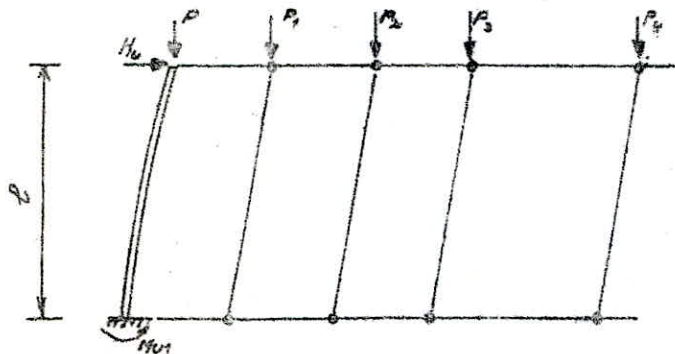


Le poteau est chargé en tête par  $r$ .

On tient compte du poids propre "P" par mètre linéaire. On se ramène au cas d'un poteau chargé en tête :

$$N_u = P + Pl \quad \text{avec } l_f = 2l \sqrt{1 - \frac{2pl}{\pi N_u}}$$

c) Poteau de contreventement



Le poteau de gauche assure la stabilité de  $n$  autres poteaux. Il est en outre soumis en tête à un effet horizontal  $H_u$  et à une charge verticale  $P$  excentrée de  $(e)$  :

$N_{u1}$  est le moment d'encastrement.

$$N_{u1} = H_u l + P \cdot e$$

On peut se ramener au cas d'un poteau parfaitement encasté dont la charge en tête vaut :  $N_u = P$ , et de longueur fictive  $\frac{l_f}{2}$  avec :

$$l_f = 2l \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n P_i}{N_u}}$$

Remarque :

Pour les élancements inférieurs à 100 ( $\lambda < 100$ ), la méthode de la colonne modèle va dans le sens de la sécurité.

Pour les élancements supérieurs à 100 ( $\lambda > 100$ ), la méthode de la colonne modèle ne va pas toujours dans le sens de la sécurité. Il peut être nécessaire d'utiliser la méthode générale ou tout au moins de conserver les armatures constantes sur toute la longueur.

Sorties:

Les données introduites (Caractéristiques géométriques et mécaniques, les lois de comportement des matériaux, les longueurs de flambement...) apparaissent sur l'imprimante.

En cours de résolution, sont imprimés:

- les déformations maximales et minimales de la section

Considérée,

- les efforts internes

- les excentricités internes et externes.

Et la fin de chaque boucle:

- la charge correspondant à un état d'équilibre /  $e = e_i$

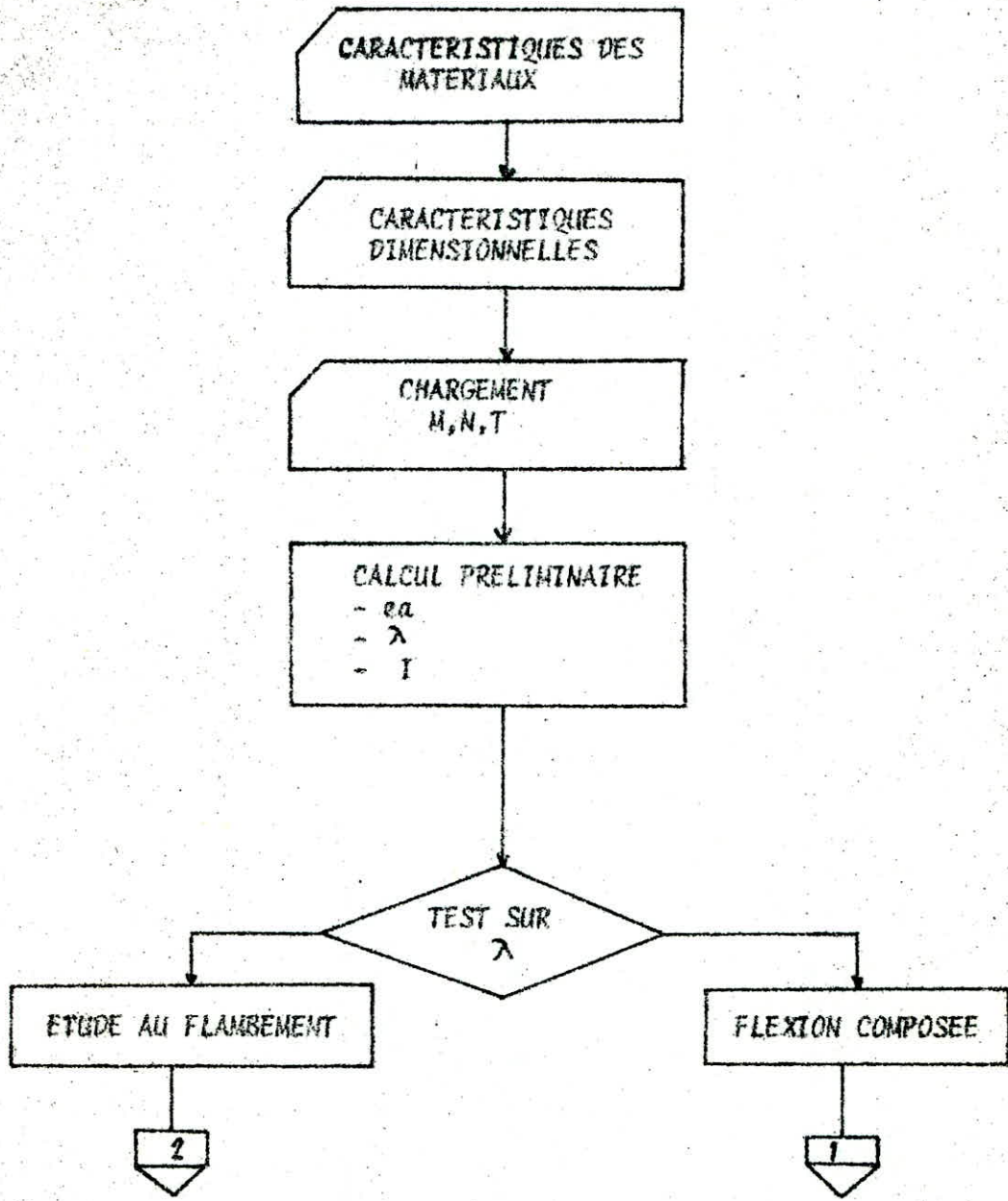
- la courbure du poteau.

Sont également imprimés:

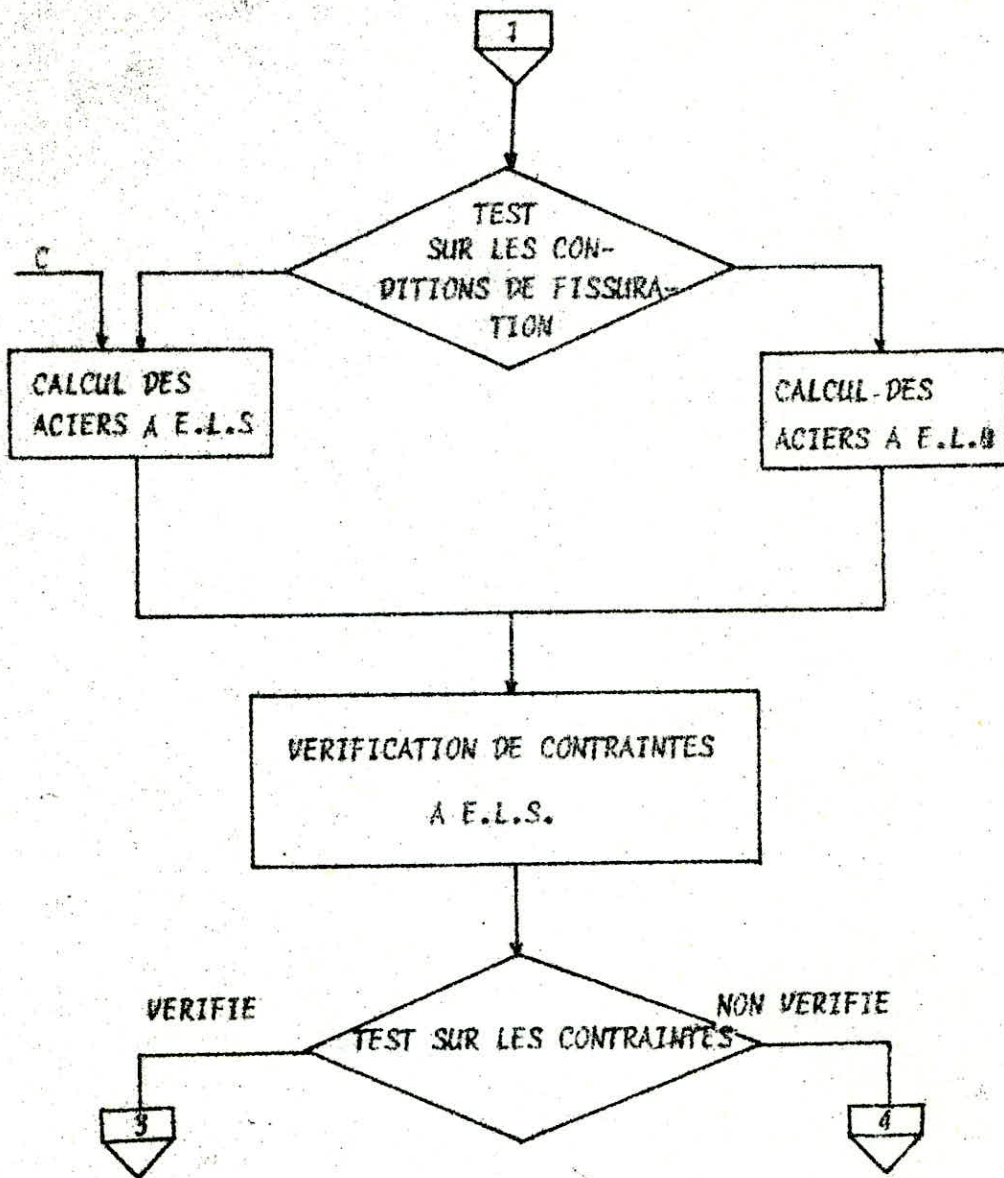
- la charge limite ultime ainsi que la flèche correspondante.

Si, le poteau est stable, la flèche correspondante à l'effort extérieur appliqué.

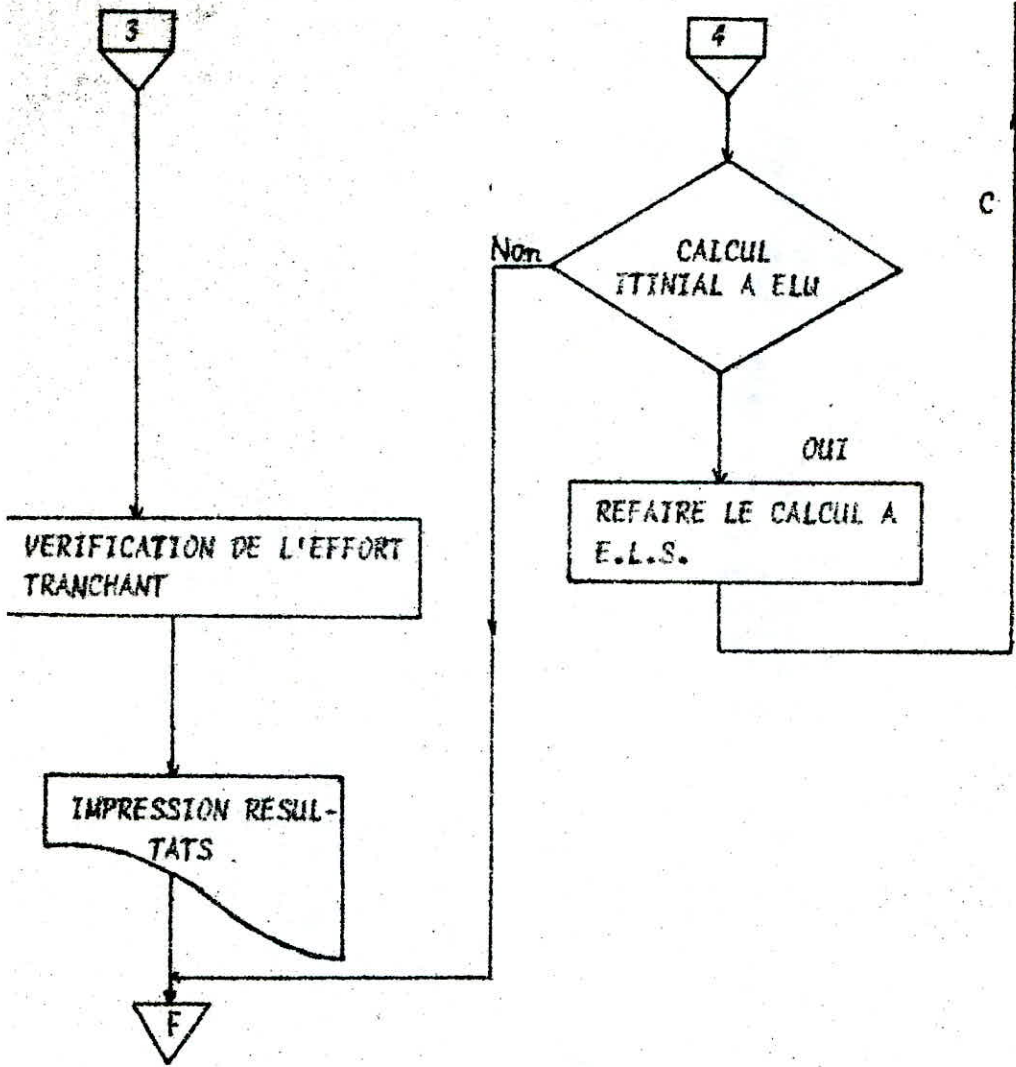
- ORGANIGRAMME GENERAL -



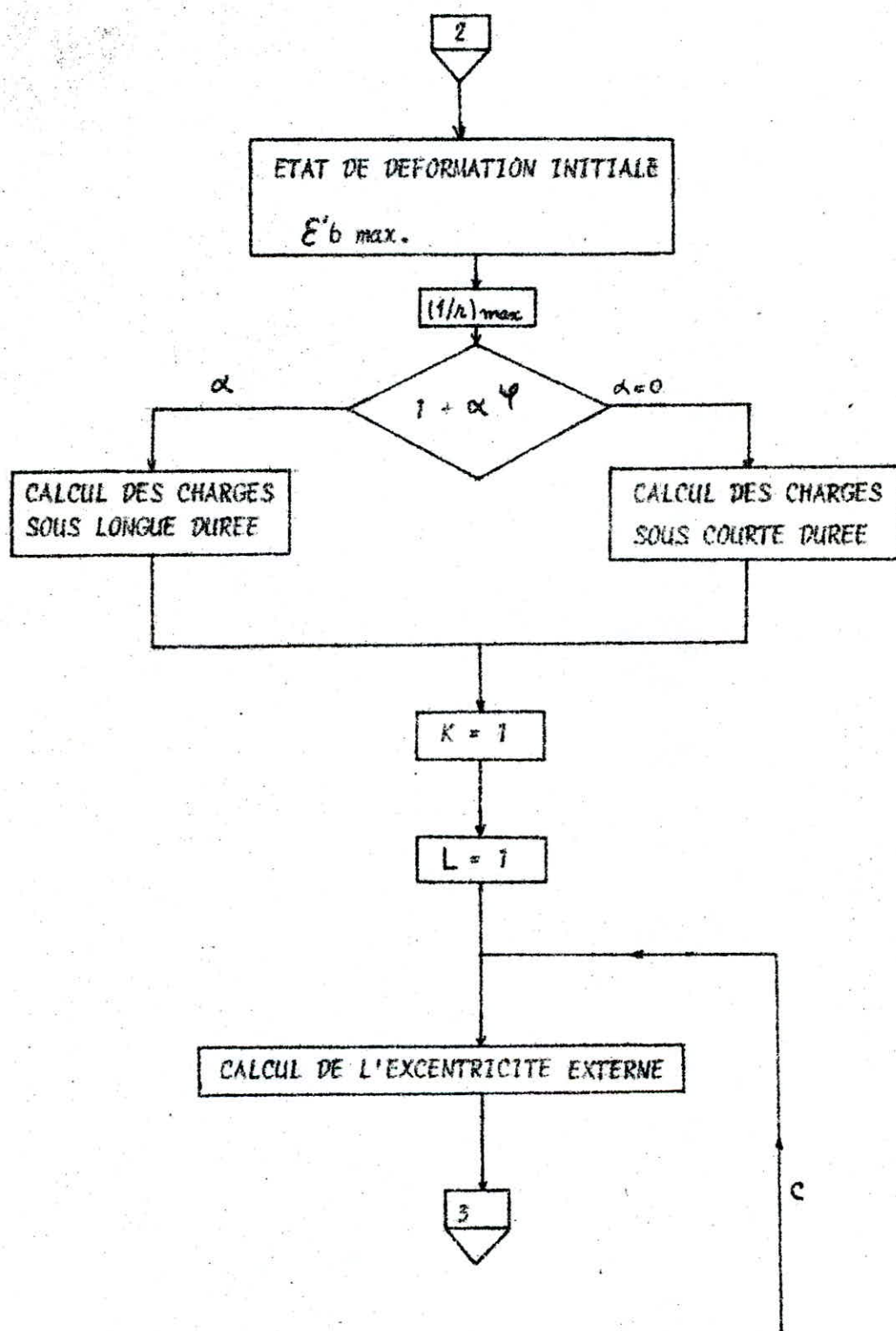
- FLEXION COMPOSEE -

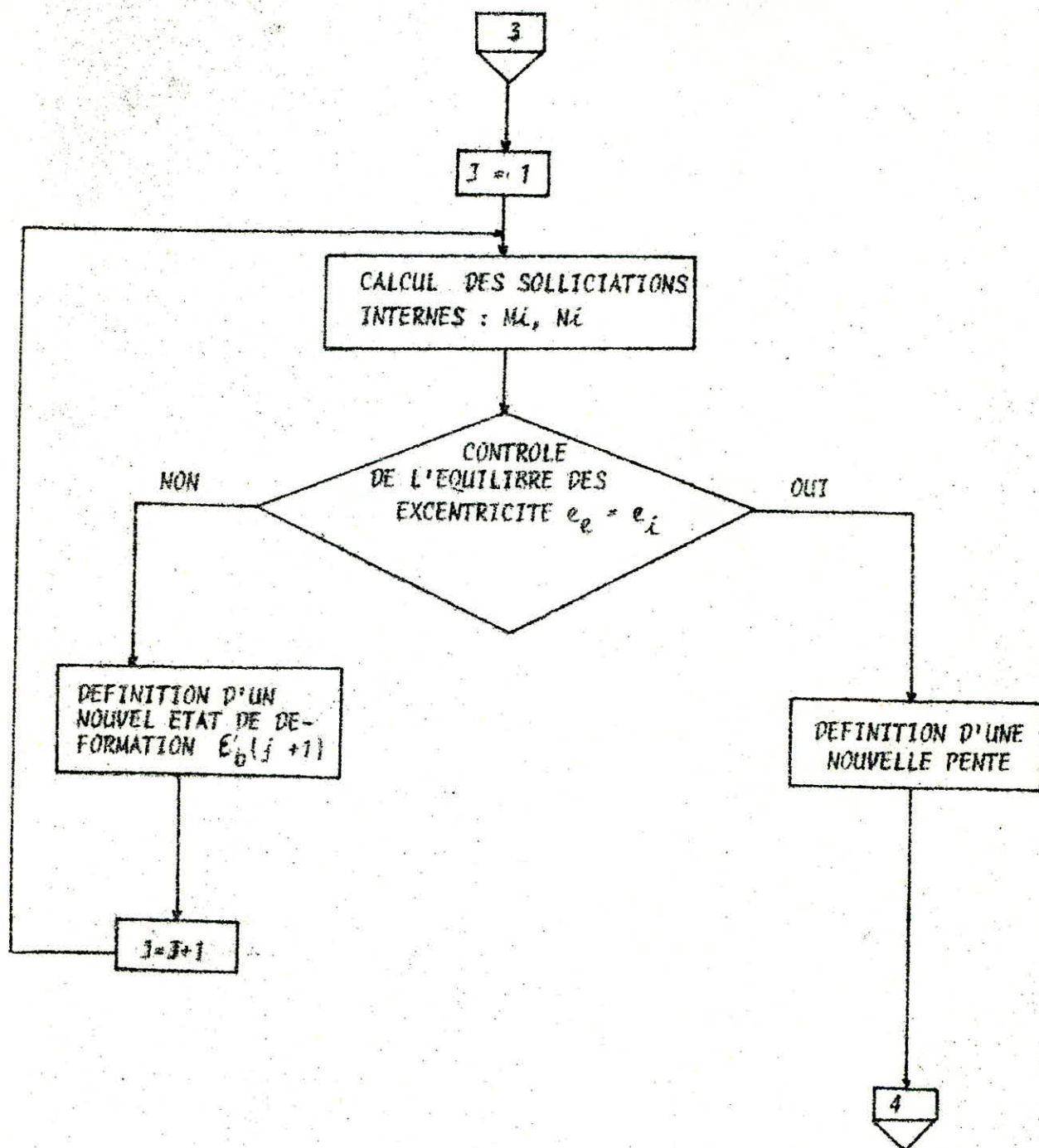


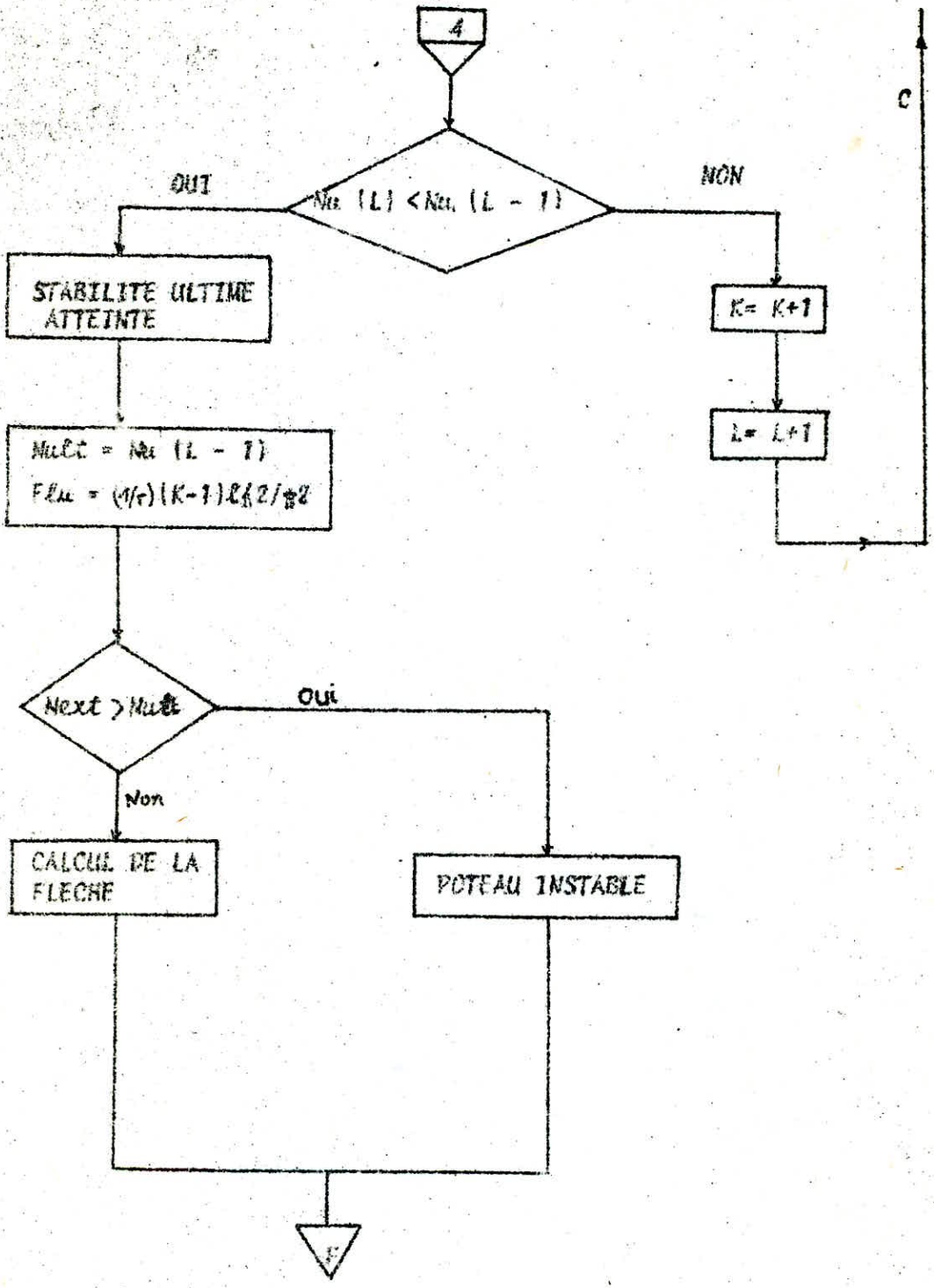




## ETUDE AU FLAMBEMENT







---

**COURBES D'INTERACTION**

I - INTRODUCTION :

Pour une section de forme donnée, dans laquelle la configuration et la nuance des armatures sont également données, comment peut-on résoudre l'un des problèmes suivants ?

1- Détermination des armatures

Pour une section soumise à un couple de sollicitations (N,M) : comment rechercher les quantités d'armatures optimales ?

2- Détermination des sollicitations

Comment trouver la valeur du plus grand moment que peut équilibrer une section lorsqu'elle est soumise à un effort normal de calcul donné ?, ou inversement.

La solution est tracer les courbes d'interaction, mais, qu'est-ce qu'une courbe d'interaction, et comment la tracer ?

II- DEFINITION D'UNE COURBE D'INTERACTION :

Lorsque la position de l'axe neutre définie par la variable x, varie, le moment évalué au centre de gravité du béton seul et l'effort normal sont deux fonctions de x, M1(x) et N1(x), pour une section quelconque mais possédant un plan moyen (desymétrie) et comportant des armatures A1, A2, ..., An situées, symétriquement par rapport au plan moyen, les expressions de M1(x), N1(x) sont les suivants :

pour -  $-\infty \leq x \leq 0$

$$N1(x) = \sum_{j=1}^n A_j \sigma_{aj}$$

$$M1(x) = \sum_{j=1}^n A_j \sigma_{aj} v_j$$

- pour -  $0 \leq x \leq ht$

$$N1(x) = \sum_{j=1}^n A_j \sigma_{aj} + \int_0^x b(y) \sigma(y) dy$$

$$M1(x) = \sum_{j=1}^n A_j \sigma_{aj} v_j + \int_0^x b(y) \sigma(y) (v - y) dy$$

- pour -  $ht \leq x \leq +\infty$

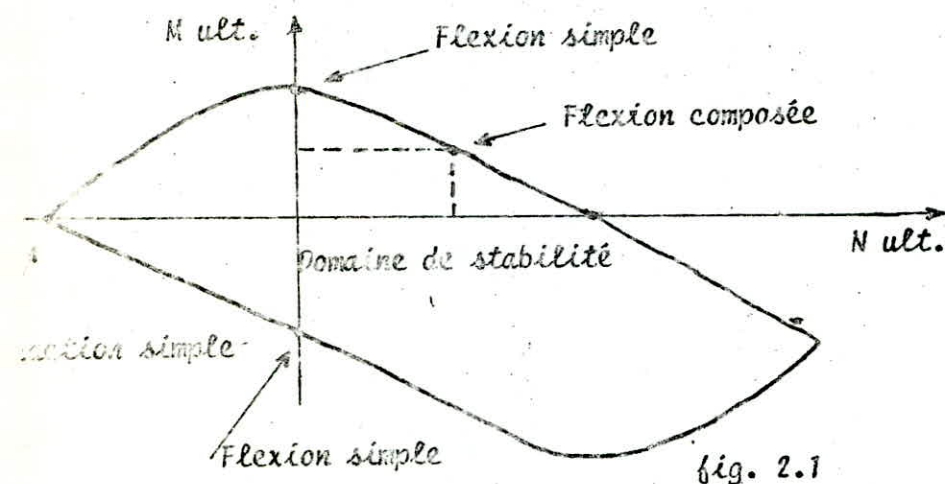
$$N1(x) = \sum_{j=1}^n A_j \sigma_{aj} + \int_{ht}^{ht} b(y) \sigma(y) dy$$

$$M1(x) = \sum_{j=1}^n A_j \sigma_{aj} v_j + \int_{ht}^{ht} b(y) \sigma(y) (v - y) dy$$

Dans le plan  $(M, N)$ , le point  $P1$  de coordonnées  $M1(x)$ ,  $N1(x)$  décrit un arc de courbe  $C1$

Si on change le sens de la flexion, les équations précédentes définissent l'arc de courbe  $C2$ .

En conclusion : les courbes d'interaction définissent le domaine de stabilité d'une section.



### III- COURBE D'INTERACTION DU BETON SEUL :

Lorsque la section n'est pas munie d'armatures, il existe une courbe d'interaction  $C_0$ , définie par les relations :

- pour  $-\infty \leq x \leq 0$

$$N_b(x) = 0$$

$$M_b(x) = 0$$

- pour  $0 \leq x \leq ht$

$$N_b(x) = \int_0^x b(y) \sigma(y) dy$$

$$M_b(x) = \int_0^x b(y) \sigma(y) (v - y) dy$$

- pour  $ht \leq x \leq -\infty$

Même expressions, mais intégration de 0 à  $ht$

### IV- TRACÉ DES DIAGRAMMES D'INTERACTION

Pour tracer les diagrammes d'interaction, il est commode de se référer à des quantités adimensionnelles telle que :

$$v = N_u / b_0 h t f_{bu}$$

$$u = M_u / b_0 h t^2 f_{bu}$$

$$p = \sum N_j f_c / b_0 h t f_{bu}$$

Qui permettent ainsi de donner une portée plus générale aux diagrammes.

Dans le plan de coordonnées  $(u, v)$  un diagramme d'interaction se compose de plusieurs courbes régulièrement espacées  $Co, Co 1, Co 2, \dots$  Correspondant respectivement à  $p = 0, p = 0,1, p = 0,2; \dots$

### 1- Présentation du programme

Le programme "INTR2", calcule la valeur du couple  $(v, u)$  en fonction de la position de l'axe neutre  $x$  ( $x$  varie de  $-\infty$  à  $+\infty$ ), le choix du pas de calcul est fixé par l'utilisateur, puis reporte ces points sur un graphe. On peut également avoir les graphes sur imprimante

Le programme est valable pour des sections composées de plusieurs rectangles. (section en L, en I, en T, U, ...) et une section circulaire ; Comme dans le programme de béton on assimile toutes ces sections à une section en I, en introduisant les rapports des hauteurs des tables supérieures et inférieures ( $ho1/ht$  et  $ho2/ht$ ) et les rapports de largeurs ( $bo/b1, bo/b2$ )

### 2- Entrées du programme

l'utilisateur introduit :

- la loi de comportement du béton (Madrid ou Parabole rectangle)
- la nuance et la contrainte limite d'acier
- la section du béton et les rapports des hauteurs et largeurs correspondant. (Le programme dessine la section choisie sur écran).
- le pas de calcul
- les pourcentages d'aciers

### 3- Sortie du programme

A la fin du programme, on obtient une série de courbes (sur écran, et sur imprimante), correspondant aux pourcentages d'aciers choisis.

## V- ETABLISSEMENT DES RELATIONS DE BASE

### a- Relations concernant les sections du béton seul

On détermine pour la section généralisée (en I), le centre de gravité du béton seul par rapport aux fibres supérieures et inférieures par les relations:

$$a1/h = \frac{1 + (b1/bo - 1)(ho1/ht)^2 - (b2/bo - 1)(ho2/ht)^2 + 2(b2/bo - 1)(ho1/ht)(ho2/ht)}{1 + (b1/bo - 1)(ho1/ht) + (b2/bo - 1)(ho2/ht)}$$

$$a2/ht = 1 - a1/ht$$



b- Résultante des efforts sur le béton

Les contraintes de compression dans le béton sont déterminées à partir du raccourcissement ( $\epsilon_{pc}$ ) selon deux lois :

- parabole rectangle (B.A.E.L 80)
- parabole de Madrid

Afin de pouvoir faire une étude comparative des deux lois du comportement du béton.

On pose :

$$v_b = N_b(x) / b_0 \cdot h_t \cdot f_{bu}$$

$$= x / h_t$$

$$u_b = M_b(x) / b_0 \cdot h_t \cdot f_{bu}$$

Dans un tel programme, on établit la valeur numérique de l'intégrale de

Les quantités adimensionnelles  $v_b$  et  $u_b$  sont connues et on peut tracer la courbe du béton seul ( $\epsilon_{pc}$ ).

c) Résultante des efforts sur les aciers

On pose :

$$\delta_1 = d_1 / h_t, \quad \delta_2 = d_2 / h_t \text{ et } X = A_1 / A_2$$

Avec

$d_1, d_2$  : positions du centre de gravité des aciers comprimés et tendus par rapport aux fibres les plus tendues et les plus comprimées.

$A_1, A_2$  : aciers tendus et comprimés

Les contraintes des aciers sont définies par les diagrammes simplifiés indiqués dans l'introduction du béton armé.

On détermine les valeurs adimensionnelles ( $v_a$  et  $u_a$ ) des aciers en fonction du pourcentage d'acier ( $p$ ) et rapport  $X$  des aciers par les expressions suivantes

Cas d'armatures en deux nappes :

$$\begin{aligned} u_{A1} + u_{A2} &= \frac{P}{\delta e (1 + X)} \left\{ X \sigma_{a1} (S_1 + a_1/ht) + \sigma_{a2} (a_2/ht - S_2) \right\} \\ v_{A1} + v_{A2} &= \frac{P}{\delta e (1 + X)} \left\{ X \sigma_{a1} + \sigma_{a2} \right\} \end{aligned}$$

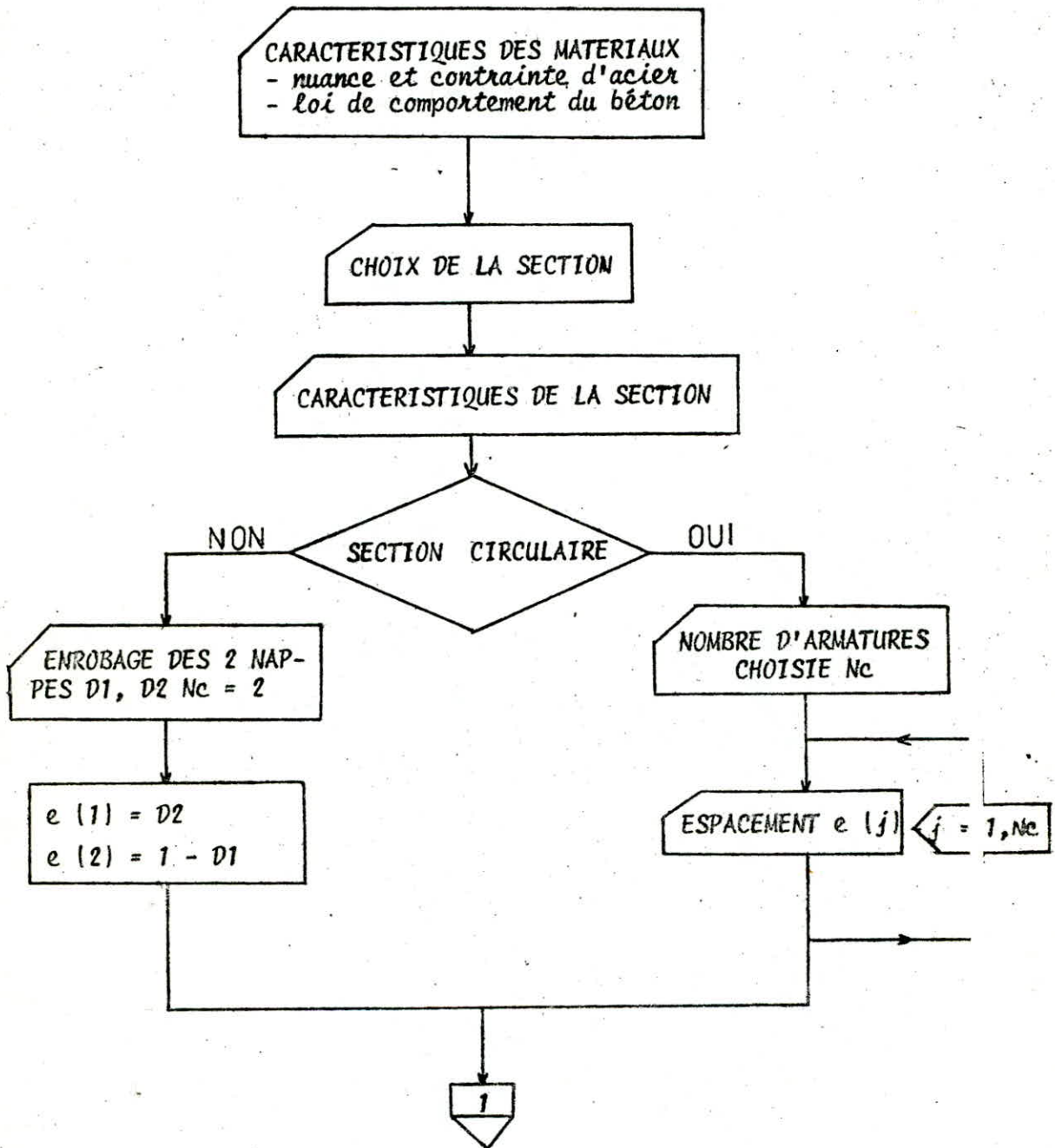
Cas de plusieurs armatures (N) :

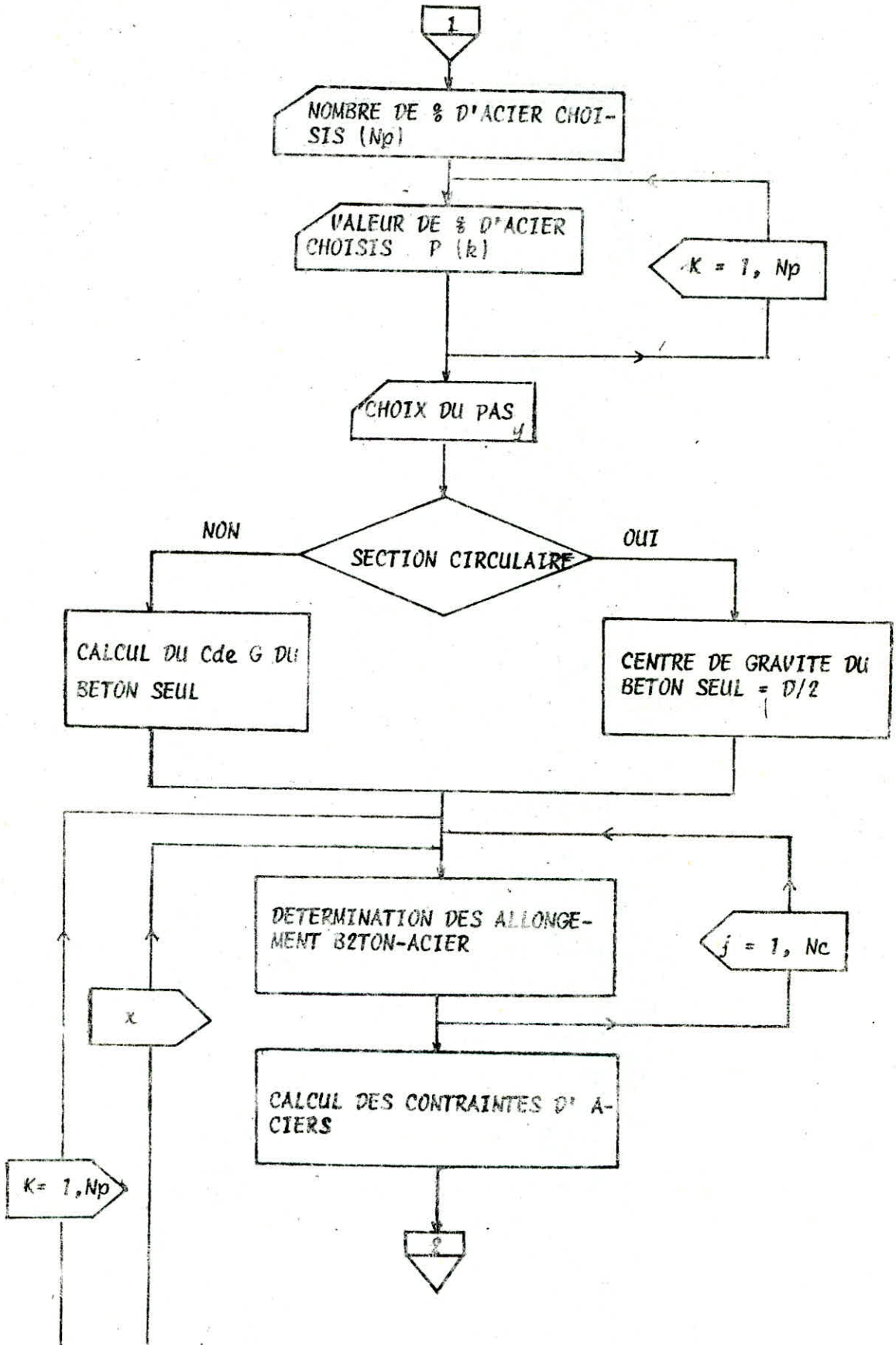
$$\begin{aligned} u_A &= \frac{PN}{\delta e} \sum_1^n \sigma_{aj} (0,5 - e_j) \\ v_A &= \frac{PN}{\delta e} \sum_1^n \sigma_{aj} \end{aligned}$$

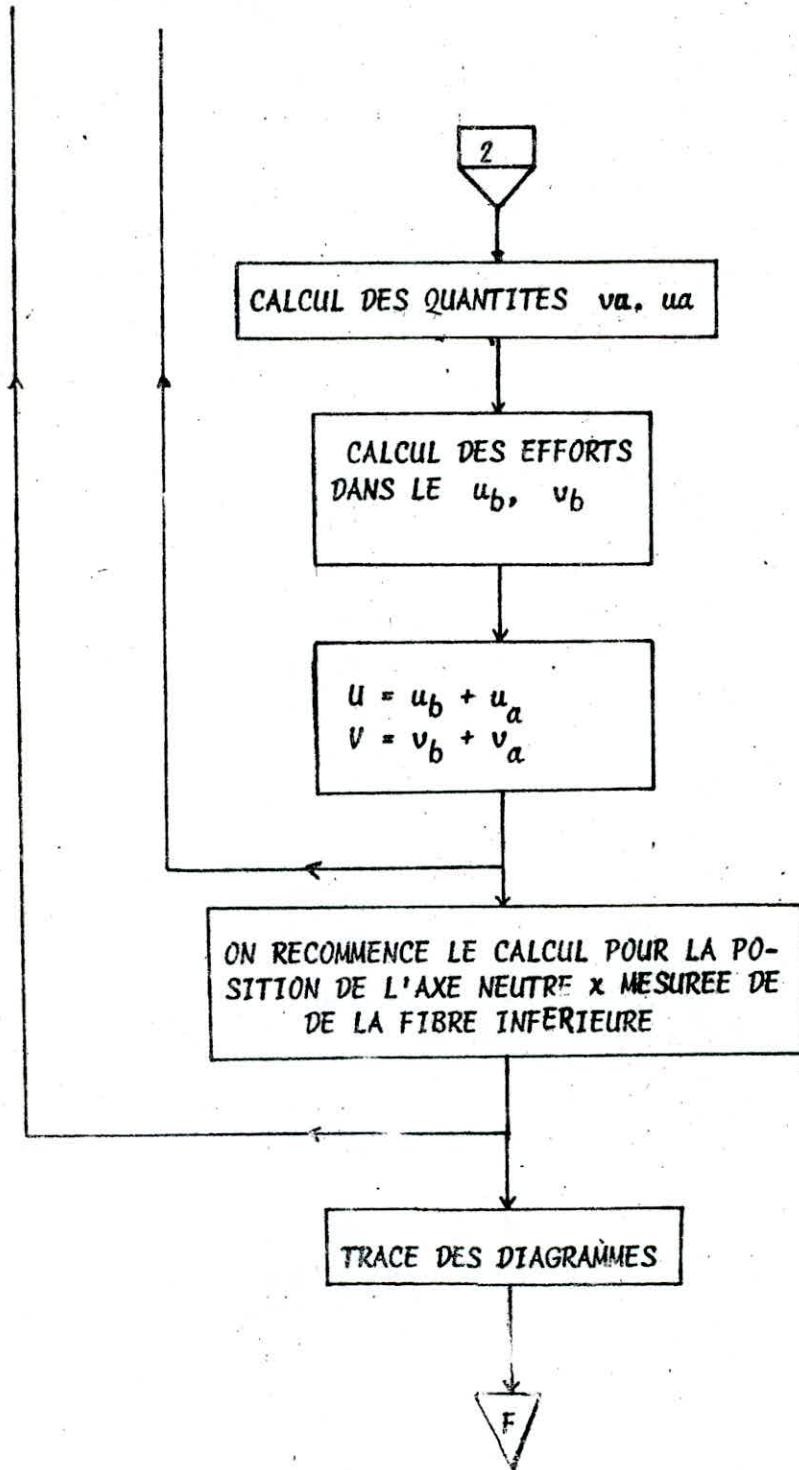
#### d) Détermination des allongements

En fonction du pivot, le raccourcissement  $\epsilon_{a2}$  des aciers comprimés ( $\epsilon_{a2} > 0$ ), l'allongement  $\epsilon_{a1}$  des aciers tendus ( $\epsilon_{a1} < 0$ ), le raccourcissement de la fibre la plus comprimée de béton  $\epsilon_{bc}$  ( $\epsilon_{bc} > 0$ ), sont déjà définis dans le chapitre du calcul de béton armé.

## - ORGANIGRAMME GENERAL -







**CALCUL DES DALLES  
RECTANGULAIRES**

**par la methode  
des differences finies**

NOTATIONS

- $M_x$  : moment de flexion dans le plan  $y$  en (t.m/me)  
 $M_y$  : moment de flexion dans le plan  $x$  (t.m/me)  
 $M_{xy}, M_{yx}$  : moment de torsion en (t.m)  $M_{xy} = M_{yx}$   
 $Q_x, Q_y$  : efforts tranchants dans les plans  $x, y$  (t/ml)  
 $\sigma_x, \sigma_y$  : Contraintes normales en (kg/m<sup>2</sup>)  
 $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  : contraintes de cisaillement en (kg/m<sup>2</sup>)  
 $q$  : densité de la charge en (t/m<sup>2</sup>)  
 $R_1$  : réaction d'appuis en (t/ml)  
 $E$  : module de déformation longitudinale en (t/m<sup>2</sup>)  
 $\nu$  : coefficient de poisson égal à :  
     - 0,15 pour le béton  
     - 0,3 pour l'acier  
 $D$  : rigidité de la plaque =  $\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  (t. m<sup>2</sup>/ml).  
 $w$  : déplacement selon une verticale appelé "fleché", (m)  
 $L_1$  : longueur de la plaque en (m)  
 $L_2$  : largeur de la plaque en (m)  
 $h$  : épaisseur de la plaque en (m)  
 $M, N$  : nombre d'intervalle  
 $\lambda$  : fraction de la dalle       $\lambda = L_1/N, L_2/M$   
 $K$  : nombre d'itération.

$\frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial}{\partial y}$  : dérivées partielles premières

$\frac{\partial^2}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2}{\partial xy}$ ,  $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$  : dérivées partielles secondes

$\Delta$  : Laplacien =  $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

$\Delta\Delta$  : Double Laplacien =  $\frac{\partial^4}{\partial x^4} + \frac{\partial^4}{\partial x^2 y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$

$E_m$  : Précision demandée



## CALCUL DES DALLES PAR LA METHODE DES DIFFERENCES

### FINIES

#### Présentation du programme :

Le programme détermine les valeurs des déformations et des efforts internes en chaque noeud d'une plaque rectangulaire isotrope. Le nombre et la position du noeud dépendent du choix de l'utilisateur quant au nombre d'intervalle dans les deux sens  $x$  et  $y$ .

Il est évident que plus le nombre d'intervalle sera élevé, et meilleure sera la précision.

#### Sorties :

Les données introduites (caractéristiques-géométriques, mécanique, nombre d'intervalle ...) apparaissent sur imprimante.

Le programme imprime les valeurs en chaque noeud de :

- moments fléchissants,
- efforts tranchants
- des flèches,
- des contraintes,

ainsi que leurs valeurs maximales.

Il imprime également les diagrammes des efforts et déformations dans le plan choisi par l'utilisateur.

## 1. INTRODUCTION

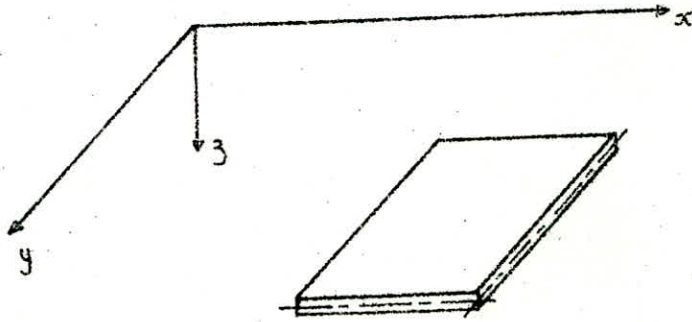
Les structures utilisées en construction peuvent être réparties en 4 classes :

- 1 - Les corps pleins
- 2 - Les plaques et enveloppes du type voute et coque
- 3 - Les pièces allongées pleines du type arc et poutre
- 4 - Les pièces allongées à parois minces.

Nous nous intéressons aux structures de seconde classe.

Cette classe est constituée par des voiles minces dont deux des trois dimensions dans l'espace sont de même ordre de grandeur ; la troisième étant petite vis à vis des deux autres.

Une plaque est un élément pour lequel il existe un plan moyen. Tout point de ce plan est équidistant des intersections avec la frontière de la plaque d'un axe parallèle à la direction de la plus faible dimension.



Le plan moyen est  $xoy$ .

Sous l'effet des charges, il y a déplacement de chaque point du plan moyen. Selon le mode de déformation, les plaques peuvent être définies en trois classes :

- a) plaques minces à petites flèches ( $h \ll R$ )
- b) plaques minces à grandes flèches
- c) plaques épaisses.

De ces trois classes, nous ne retiendront que les plaques minces à petites flèches dont les hypothèses sur le comportement sont les suivantes :

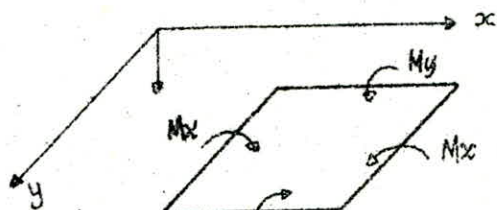
1) Il n'y a pas de déformation du plan moyen de la plaque sous l'effet des charges transversales

2) Les points de la plaque situés sur une normale restent sur cette normale après déformation. De plus, l'effort tranchant n'a pas d'influence sur la flèche qui est uniquement due à la flexion.

3) Les contraintes normales suivant une direction transversale à la plaque sont négligées.  
L'hypothèse de la non influence de l'effort tranchant sur  $w$ , permet d'utiliser les relations obtenues à partir de la flexion pure.

### Flexion pure des plaques

Considérons une plaque rectangulaire soumise à une flexion pure par des moments uniformes distribués le long des côtés.

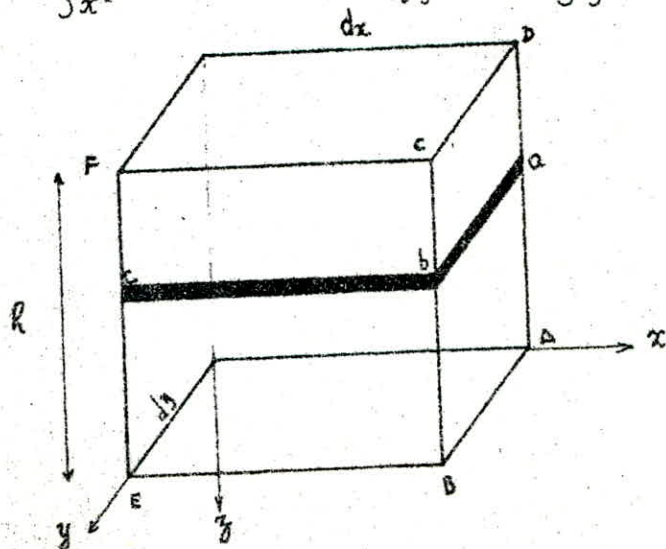


Equilibre d'un élément de plaque :  $\rightarrow$   $M_y$

L'hypothèse de la flexion pure demande comme dans les hypothèses des poutres que les sections planes restent planes après déformation. Elles tournent autour d'un axe qui ne subit pas de déplacement. Cet axe appartient donc à la surface moyenne fléchie.

Les courbures de cette surface sont :

$$\frac{1}{r_x} = - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{r_y} = - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}$$



L'allongement relatif de  $a-b$  est  $\epsilon_y = \frac{1}{1-\nu}$   
 de  $b-a$  est  $\epsilon_x = \frac{1}{1-\nu}$

on d'après la loi de Hooke :

$$\sigma_x = \frac{Ez}{(1-\nu^2)} \left[ \frac{1}{r_x} + \nu \frac{1}{r_y} \right]$$

$$\sigma_y = \frac{Ez}{(1-\nu^2)} \left[ \frac{1}{r_y} + \nu \frac{1}{r_x} \right]$$

La dalle étant en flexion pure :

$$\sigma_x \, dy = \int_{-h/2}^{h/2} E z \, dy \, dz$$

$$\sigma_y \, dx = \int_{-h/2}^{h/2} E y \, z \, dx \, dz$$

on introduisant des valeurs de  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$  et en remplaçant les courbures par la relation en fonction de  $\theta$ , on a :

$$M_x = -D \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right] \quad (17)$$

$$M_y = -D \left[ \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right] \quad (18)$$

$$\text{Avec } D = \frac{E h^3}{12(1-\nu^2)}$$

$D$  étant la rigidité de la plaque

- Expression des moments de flexion :

$$M_{xy} = M_{yx} = -D (1-\nu) \frac{\partial^2 \theta}{\partial x \partial y} \quad (19)$$

- Expression des efforts tranchants :

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} = -D \frac{\partial}{\partial x} \quad (20)$$

$$Q_y = \frac{\partial M_y}{\partial y} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} = -D \frac{\partial}{\partial y} \quad (21)$$

- Expression des contraintes :

$$\sigma_x = 12.M_x/h^3.z$$

$$\sigma_y = 12.M_y/h^3.z$$

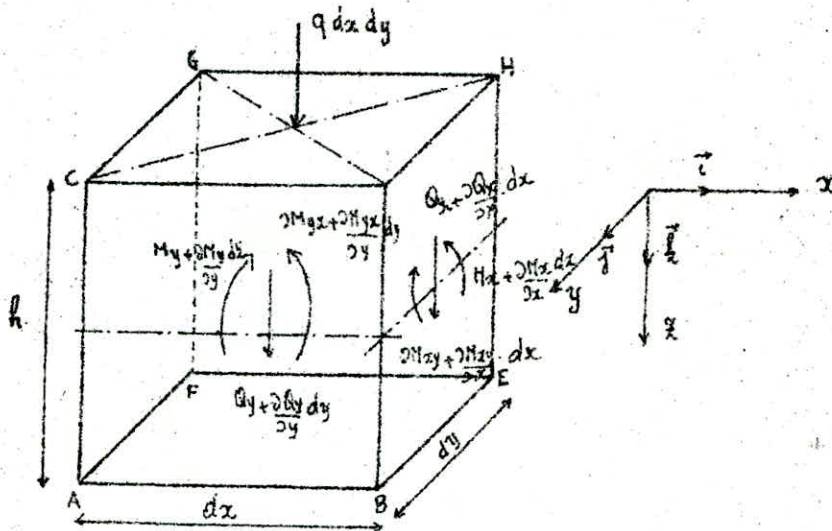
- Expressions des contraintes de cisaillement :

$$\tau_{xy} = 12.M_{xy}/h^2.z$$

$$\tau_{xz} = 3/2.Q_x/h(1 - z^2/h^2)$$

$$\tau_{yz} = 3/2.Q_y/h(1 - z^2/h^2)$$

Efforts appliqués sur un parallépipède élémentaire :



Face

Efforts

FEHG

$M_y // \vec{i}$  : moment fléchissant

$M_{yx} // \vec{j}$  : moment de torsion

$Q_y // \vec{k}$  : effort tranchant

ACFG

$M_x // \vec{j}$  : Moment fléchissant

$M_{xy} // \vec{i}$  : moment de torsion

$Q_x // \vec{k}$  : effort tranchant

Sur les faces A B C D et D B H E s'exercent les efforts :

A B C D :

$$M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy$$

$$M_{yx} + \frac{\partial M_{yx}}{\partial y} dy$$

$$Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy$$

D B H E :  $M_x + \frac{\partial M_x}{\partial x} dx$

$M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx$

$Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx$

Sur D C H G s'exerce une force verticale dont l'intensité est :  $q dx dy$ .

Projection des forces, sur OZ

Faces	Forces // à OZ
A B C D	$(Q_y + \partial Q_y / \partial y \cdot dy) dx$
F E G H	$- Q_y dx$
A F C G	$- Q_x dy$
B D H E	$(Q_x + \partial Q_x / \partial x \cdot dx) dy$ $q dx dy$

Bilan:  $+\partial Q_x / \partial x + \partial Q_y / \partial y + q = 0$  (a)

Equilibre des moments par rapport à ox :

$$\partial M_y / \partial x dx dy + \partial M_{xy} / \partial x dx dy - Q_y dx dy = 0$$

$$\partial M_{xy} / \partial x + \partial M_y / \partial y - Q_y = 0$$
 (b)

Equilibre des moments par rapport à o y :

$$\partial M_x / \partial x + \partial M_{xy} / \partial y - Q_x = 0$$
 (c)

Equation différentielle d'équilibre :

En portant (b), (c), en (a), on a :

$$\partial^2 M_x / \partial x^2 + 2 \partial^2 M_{xy} / \partial x \partial y + \partial^2 M_y / \partial y^2 = -q$$
 (g)

Ce qui revient à dire en fonction des déformations :

$$-q = -D \left[ \partial^4 w / \partial x^4 + \nu \partial^4 w / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 w / \partial y^4 + \nu \partial^4 w / \partial x^2 \partial y^2 + 2 \partial^4 w / \partial x^2 \partial y^2 - 2 \nu \partial^4 w / \partial x^2 \partial y^2 \right]$$

$$\partial^4 w / \partial x^4 + 2 \partial^4 w / \partial x^2 \partial y^2 + \partial^4 w / \partial y^4 = q / D$$

Si  $\Delta$  est le laplacien, cette équation s'écrit :

$$\Delta \Delta w = q / D$$

C'est à l'aide de cette équation d'équilibre appelée également équation générale que l'on peut trouver la valeur de la flèche  $w$  en chaque noeud de la plaque.

### Conditions d'appuis :

#### 1. compatibilité avec les hypothèses de déformation

Pour que l'hypothèse (1) soit vérifiée, il faut que les appuis puissent se rapprocher afin qu'il n'y ait pas de déformation du plan moyen.

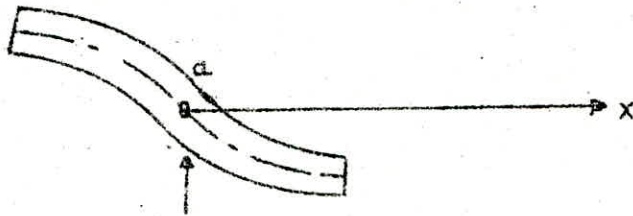
#### 1.2. Bords encastrés



Les bords sont caractérisés par :

- une flèche nulle  $(w)_{x=0} = 0$
- une tangente horizontale  $(\partial w / \partial x)_{x=0} = 0$

#### 1.3. Bords librement appuyés (articulés)



La flèche et le moment  $M_x$  sont nuls :

$$(w)_{x=0} = 0 \quad ; \quad (M_x)_{x=0} = 0$$

Ces conditions peuvent également s'exprimer par :

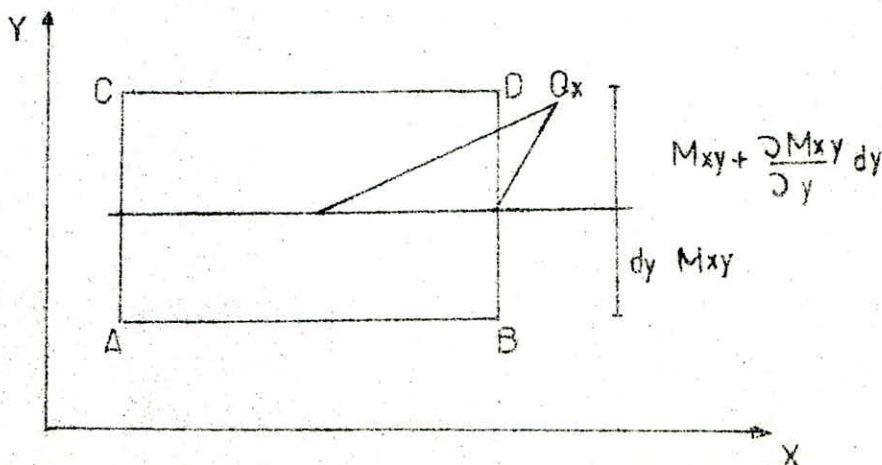
$$(M_x)_{x=0} = 0 \quad \partial^2 w / \partial x^2 + \nu \partial^2 w / \partial y^2 = 0$$

$$(w)_{x=0} = 0 \quad \partial^2 w / \partial y^2 = 0 \quad \text{d'où } \partial^2 w / \partial x^2 = 0 \text{ ou}$$

$$(\Delta w)_{x=0} = 0$$

#### 1.4. Réaction d'appui d'un bord appuyé simple

Considérons une plaque ABCD simplement appuyée sur ses bords, et calculons les réaction d'appui  $R_1$  par unité de longueur le long du côté BD :



1.  $Q_x$  est équilibré par une réaction d'appui  $R_1$

2. à l'abscisse  $y$  le moment de torsion est  $M_{xy}$

à " "  $y + dy$  le moment de torsion est  $M_{xy} + \partial M_{xy} / \partial y \cdot dy$

Puisqu'il y a variation du moment, c'est qu'il existe une force dont

le moment est :

$$\partial M_{xy} / \partial y \cdot dy = R' \cdot 2 \cdot dy$$

$$R_1 = R'_1 + R'_2$$

D'où

$$R_1 = Q_x + \partial M_{xy} / \partial y$$

$$R_1 = -D \left( \partial^3 w / \partial x^3 + (2-\nu) \partial^3 w / \partial x \partial y^2 \right)$$

1.5. Conditions aux limites d'un bord libre à  $oy$  :

Si, un bord est libre :

$$(M_x)_{x=a} = 0$$

$$(R_1)_{x=a} = 0$$

d'où les conditions :  $\partial^2 w / \partial x^2 + \nu \partial^2 w / \partial y^2 = 0$

et :  $\partial / \partial x (\partial^2 w / \partial x^2 + (2-\nu) \partial^2 w / \partial y^2) = 0$

Application des différences finies au calcul des plaques

1. Dictionnaire d'images

Cette représentation est déduite des formules de Taylor :

$$\begin{aligned} \partial / \partial x &= 1/2\lambda \begin{bmatrix} (-1) & (0) & (1) \\ (1) & (-2) & (1) \end{bmatrix} \\ \partial^2 / \partial x^2 &= 1/\lambda^2 \begin{bmatrix} (1) & (-2) & (1) \\ (1) & (-4) & (1) \end{bmatrix} \\ \Delta &= 1/\lambda^2 \begin{bmatrix} (1) & (0) & (-1) \\ (1) & (-4) & (1) \\ (1) & (0) & (1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad \Delta x = \Delta y = \lambda$$

$$\partial^2 / \partial x \partial y = 1/4\lambda^2 \begin{bmatrix} (1) & (0) & (-1) \\ (0) & (0) & (0) \\ (-1) & (0) & (1) \end{bmatrix}$$

$$\partial^3 / \partial x \partial y^2 = 1/2\lambda^3 \begin{bmatrix} (-1) & (0) & (1) \\ (2) & (0) & (-2) \\ (-1) & (0) & (1) \end{bmatrix}$$



$$\partial \Delta / \partial x = 1/2 \lambda^3$$

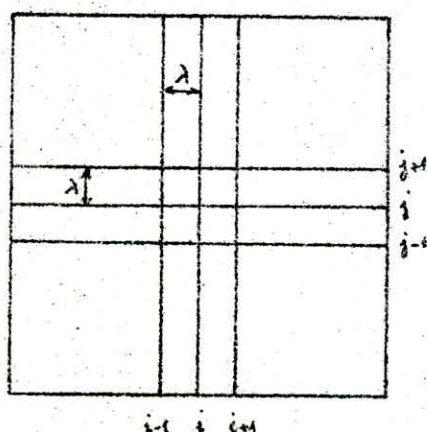
$$\begin{bmatrix} (-1) & (0) & (+1) \\ (-1) & (4) & (0) & (-4) \\ (1) & (0) & (0) & (1) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\Delta \Delta = 1/\lambda^4$$

$$\begin{bmatrix} (1) & (7) & (2) \\ (2) & (-8) & (2) \\ (1) & (-8) & (0) & (-8) & (1) \\ (2) & (-8) & (2) \\ (1) \end{bmatrix}$$

Application aux plaques :

### 1. Cas d'une plaque rectangulaire



- La densité de charge est :

$q(i, j)$  en chaque point

- La rigidité est  $D$

- En un point quelconque de la plaque, les flèches vérifient l'équation :

$$\Delta \Delta W = q/D$$

Ce qui traduit en utilisant l'image l'opérateur  $\Delta \Delta$  par :

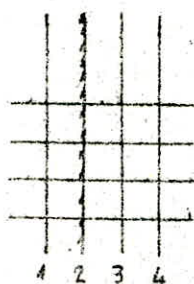
$$1/\lambda^4 [W(i-2, j) + W(i+2, j) + W(i, j+2) + W(i, j-2) + 2(W(i+1, j+1)$$

$$W(i-1, j+1) + W(i-1, j-1) + W(i+1, j-1)] - 8 [W(i, j+1) + W(i, j-1) + W(i+1, j)]$$

$$W(i-1, j) + 20 W(i, j)] = q(i, j)/D \quad (7)$$

L'application de cette équation sur le contour de la plaque nécessite la connaissance des conditions aux limites.

### 2. Bord encastré à $oy$



au point  $(3, j)$  on peut écrire l'équation (7)

au point  $(2, j)$  situé sur le bord, l'équation est :

$$W(2, j) = 0$$

au point  $(1, j)$  l'équation est donnée par la deuxième condition limite  $\partial W / \partial x = 0$

Ce qui se traduit par :

$$(\partial W / \partial x)_{2j} = 0 \Rightarrow W(1, j) - W(3, j) = 0$$

### 3. Bord appuyé simple // à $oy$

au point  $(2, j)$

$$W(2, j) = 0$$

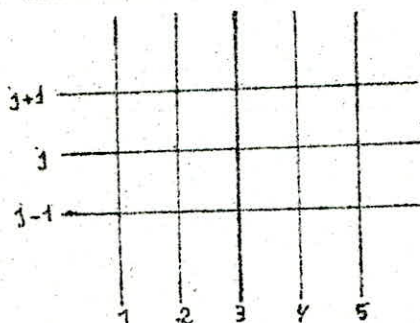
au point  $(1, j)$

on obtient l'équation à partir de  $(\partial^2 W / \partial x^2)_{2, j} = 0$

$$W(1, j) - 2W(2, j) + W(3, j) = 0 \text{ ce qui revient à écrire}$$

$$W(1, j) + W(3, j) = 0$$

### 4. Bord libre // à $oy$



1) on écrit l'opérateur  $\Delta \Delta$  sur la frontière

2) on doit ajouter deux conditions aux limites pour introduire deux séries d'équation correspondant aux deux colonnes extérieures

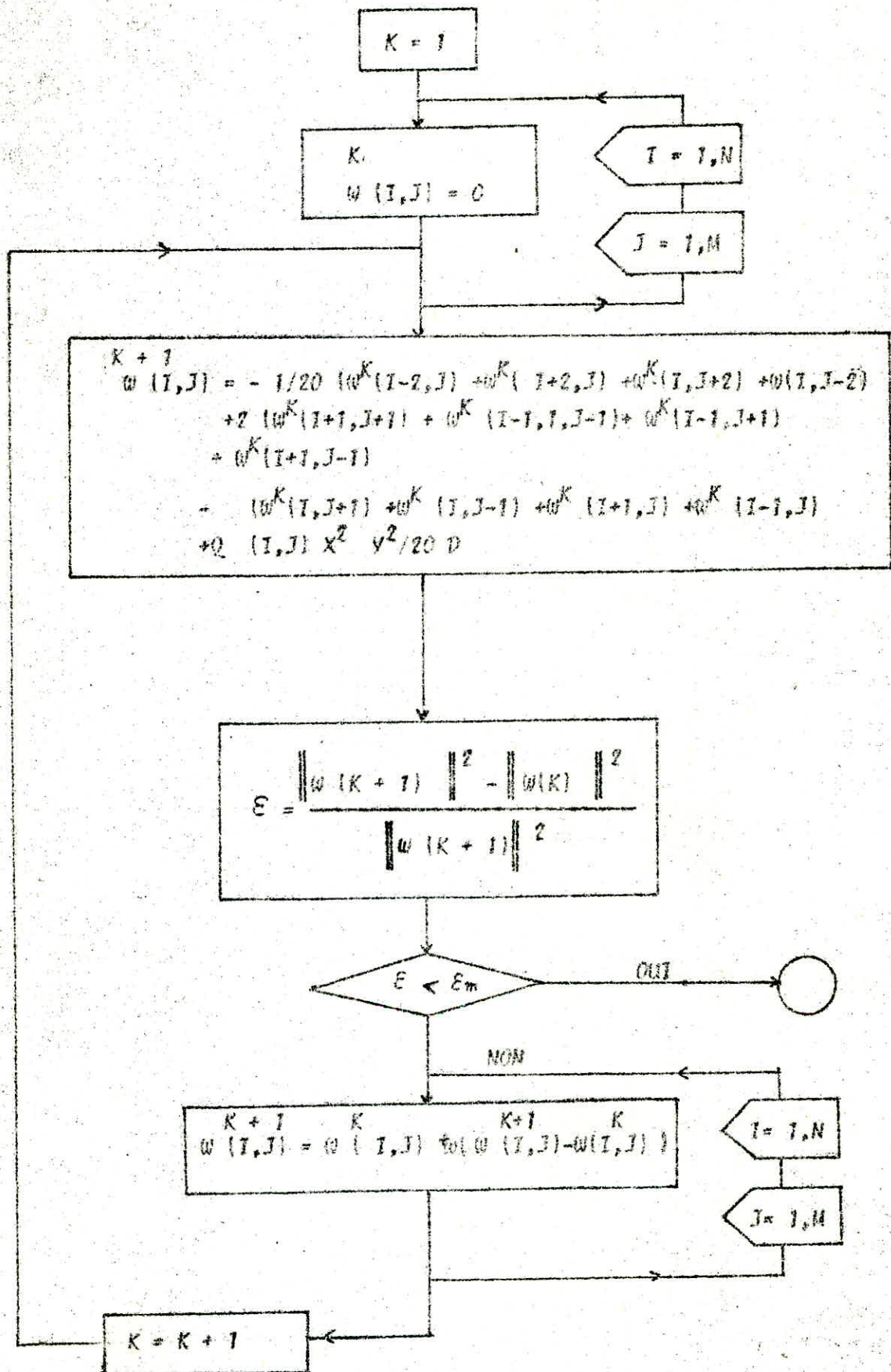
$$\boxed{(\partial^2 W / \partial x^2 + \nu \partial^2 W / \partial y^2) = 0} \Rightarrow W(2, j) + W(4, j) - 2W(3, j) + \nu [W(3, j-1) + W(3, j+1) - 2W(3, j)] = 0$$

$$\boxed{(\partial^3 W / \partial x^3 + (2-\nu) \partial^3 W / \partial x \partial y^2) = 0}$$

$$-W(j, j) + 2W(2, j) - 2W(4, j) + W(5, j) + (2-\nu) [2W(2, j) - 2W(4, j) - W(2, j-1) - W(2, j+1) + W(4, j-1) + W(4, j+1)] = 0$$

	OBSERVATIONS
Caractéristiques géométriques	<ul style="list-style-type: none"> <li>- long</li> <li>- longueur L1, largeur L2, épaisseur h</li> <li>- type d'appuis</li> </ul>
Caractéristiques mécaniques	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Coefficient de poisson</li> <li>- Coefficient de rigidité des plaques</li> </ul>
Décomposition de la dalle	<ul style="list-style-type: none"> <li>- en nombre pair :</li> <li>dans le sens des x : N</li> <li>dans le sens des y : M</li> </ul>
Conditions de symétrie	<ul style="list-style-type: none"> <li>- plaques à quatre côtés identiques : 1/4 de la plaque</li> <li>- plaque à deux côtés identiques : 1/4 de la plaque</li> <li>- plaque à 3 côtés identiques : 1/2 de la plaque</li> </ul>
Conditions aux limites	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Bord encastré <math>(\partial W / \partial x) = 0</math> ; <math>(\partial W / \partial y) = 0</math> ; <math>W = 0</math></li> <li>- Bord articulé <math>M_x = 0</math> ; <math>M_y = 0</math> ; <math>\partial^2 W / \partial x^2 = 0</math> ; <math>\partial^2 W / \partial y^2 = 0</math></li> <li>- Bord libre: réaction nulle <math>R_1 = 0</math> Moment nul <math>M = 0</math></li> </ul>

— Pour la détermination de la valeur des flèches en chaque Noeud de la plaque, nous avons utilisé la Méthode itérative ci-après :



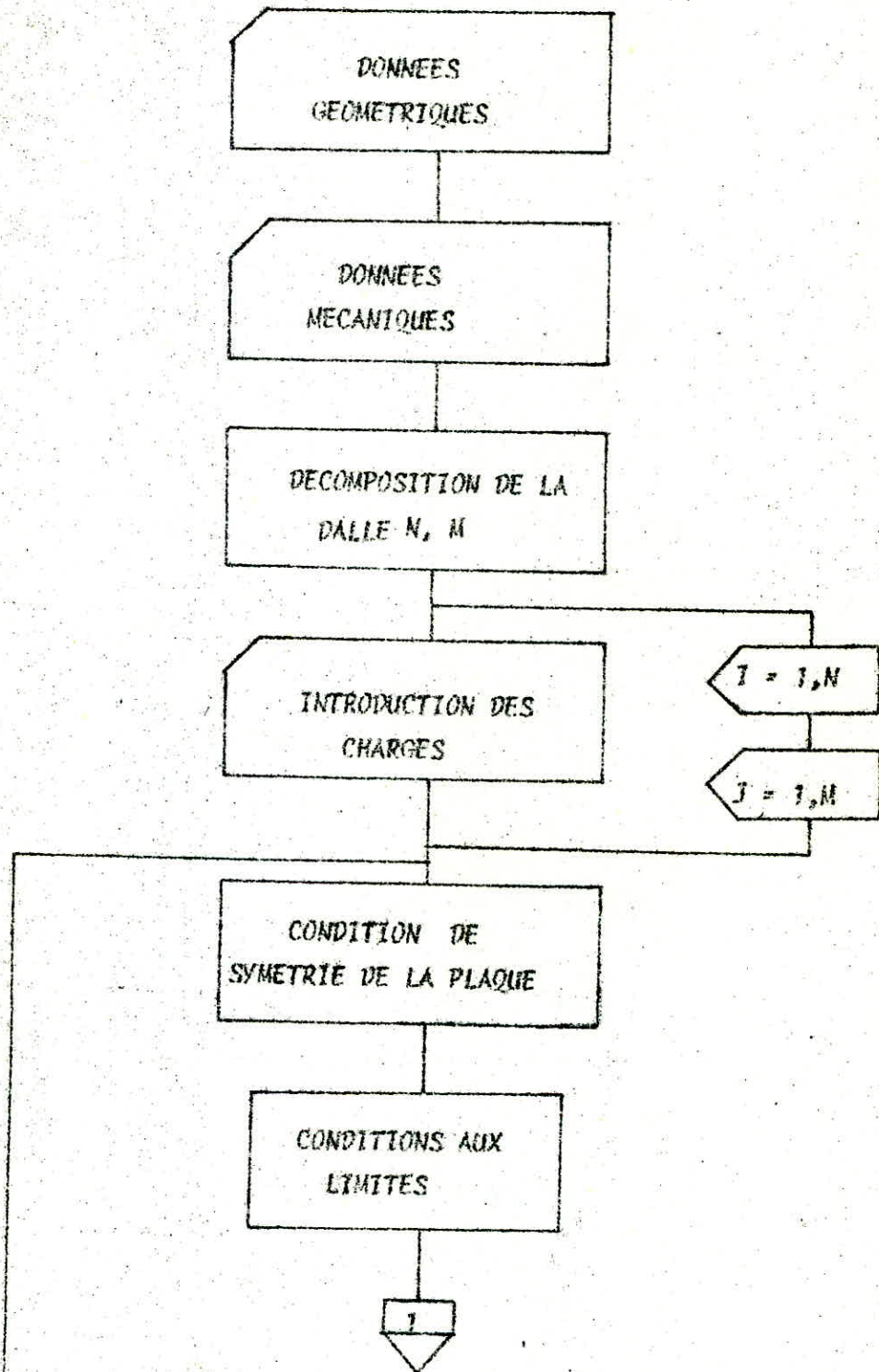
Pour accélérer la convergence, on remplace la flèche  $w(I, J)^{K+1}$  obtenu à la  $K+1$  e itération par :

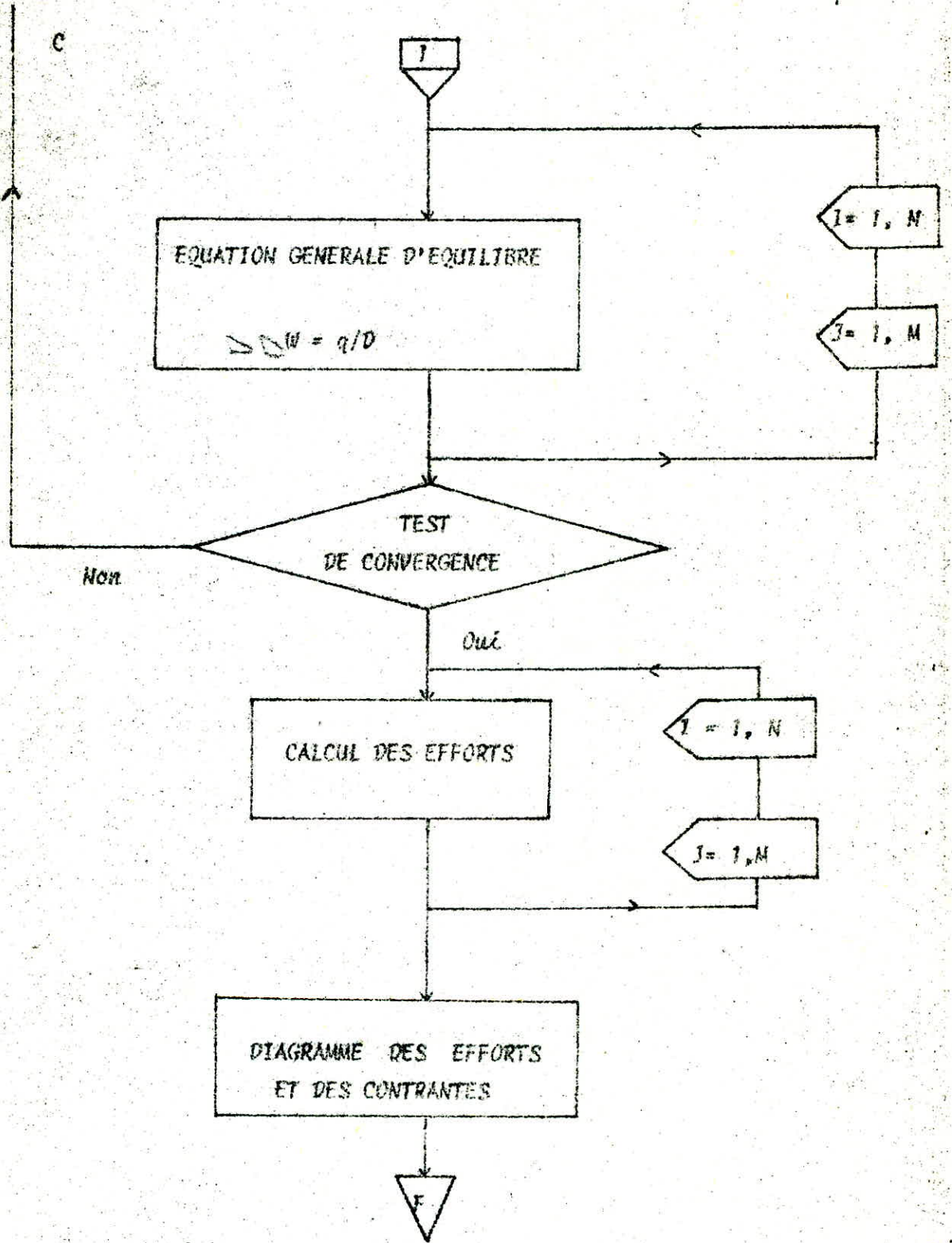
$$w(I, J)^{K+1} = w(I, J)^K + \omega (w(I, J)^{K+1} - w(I, J)^K)$$

où  $\omega$  est le facteur de surrelaxation toujours compris entre 0 et 2

Nous avons utilisé la surrelaxation de groupe.

Pour la détermination des efforts, il a suffit d'écrire les équations en fonction des flèches

ORGANIGRAMME GENERAL



---

A N N E X E



CE PROGRAMME FAIT LE CALCUL ET LES VERIFICATIONS NECESSAIRES  
POUR UN POTEAU EN FLEXION COMPOSEE ET VERIFIE SA STABILITE

**\*\* CALCUL DE BETON ARME \*\***

-----

**\*\* HYPOTHESES \*\***

-----

-REGLE B.A.E.L \*\*\* UNITES : MNm, MPa, m  
CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX

-----

-ACIER LONGITUDINAL : ECROUI

-ACIER TRANSVERSAL : ECROUI

fe	fet
400	400

Gamma-s
1.15

fc28
25

Gamma-b
1.5

-AVEC REPRISE DE BETONNAGE

-TYPE DE FISSURATION : PEU NUISIBLE

CONT. ADMISSIBLE D'ACIER SIGMA-S= 347.826

CONT. ADMISSIBLE DU BETON SIGMA-B= 15

CONTRAINTE ADMISSIBLE DE TRACTION DU BETON ft28= 2.1

**\*\* CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES \*\***

-----

-NATURE DE LA SECTION : RECTANGULAIRE

ht	b
.5	.22

**\*\* CHARGEMENT \*\***

-----

-ETAT ULTIME :

MOMENT Mu= .151

EFFORT NORMALE Nu= .185

EFFORT TRANCH.Vu= .1

-ETAT DE SERVICE :

MOMENT Mser= .103

EFFORT NORMALE Nser= .13

LE CALCUL SE FAIT A E.L.U.

MA0= 0            MAB= .118174    MBC= .305306    MC= .311667  
NA0= 0            NAB= .294352    NBC= 1.26151    NC= 1.55833

- SECTION PARTIELLEMENT COMPRIMEE  
SECTION D'ACIER TENDUE (cm2) A1= 9.42693

SECTION D'ACIER COMP. (cm2) A2= 0

SIG1= 350.445            SIG2= 0

-CHOIX DES ACIERS:

A1(cm2)	A2(cm2)
11.5	3.14

\*\* VERIFICATIONS DE CONTRAINTES \*\*

POSITION DE L'AXE NEUTRE PAR RAPPORT A LA FIBRE LA PLUS COMP. x(cm)= 23.335  
SIGMA-S1= 43.4324            SIGMA-S2= 38.7612            SIGMA-B= 3.11867

\*\* CALCUL ET VERIFICATIONS DE L'EFFORT TRANCHANT \*\*

- RAPPORT DE LA SECTION SUR L'ESPACEMENT At/t= 6.94445 cm2/ml  
IL FAUT CHOISIR L'UN DES DEUX At OU BIEN t

At= 6.15 cm2

LA SECTION ADMISSIBLE EST Atmin= 2.77778 cm2

At(cm2)	t(cm)
2.77778	40

V 3.-

LE PROGRAMME FAIT LE CALCUL ET LES VERIFICATIONS NECESSAIRES  
POUR UN POTEAU EN FLEXION COMPOSEE ET VERIFIE SA STABILITE

**\*\* CALCUL DE BETON ARME \*\***

**\*\* HYPOTHESES \*\***

-REGLE D.A.E.L \*\*\* UNITES : MNm, MPa, m  
CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX

-ACIER LONGITUDINAL : ECRUI  
-ACIER TRANSVERSAL : ECRUI

fe	ft	Gamma-s	fc28	Gamma-b
420	420	1.15	24	1.5

-AVEC REPRISE DE BETONNAGE  
-TYPE DE FISSURATION : PEU NUISIBLE  
CONT. ADMISSIBLE D'ACIER SIGMA-S= 365.217  
CONT. ADMISSIBLE DU BETON SIGMA-B= 14.4  
CONTRAINTES ADMISSIBLES DE TRACTION DU BETON ft28= 2.04

**\*\* CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES \*\***

-NATURE DE LA SECTION : EN CAISSON

ht	hv	b	bv
.55	.3	.25	.1

**\*\* CHARGEMENT \*\***

-ETAT ULTIME :  
MOMENT Mu= .111  
EFFORT NORMALE Nu= .2115  
EFFORT TRANCH. Vu= .15  
-ETAT DE SERVICE :  
MOMENT Mser= .08  
EFFORT NORMALE Nser= .15

LE CALCUL SE FAIT A E.L.U.

MA0= 0            MAB= .159012    MBC= .32205    MC= .32895  
 NAO= 0            NAB= .356405    NBC= 1.13694    NC= 1.462

- SECTION PARTIELLEMENT COMPRIMEE  
 SECTION D'ACIER TENDUE (cm2) A1= 5.22143

SECTION D'ACIER COMP. (cm2) A2= 0

-CHOIX DES ACIERS:

A1(cm2)	A2(cm2)
7	7

\*\* VERIFICATIONS DE CONTRAINTES \*\*

POSITION DE L'AXE NEUTRE PAR RAPPORT A LA FIBRE LA PLUS COMP. x(cm)= 23.6816  
 SIGMA-S1= 64.7263                      SIGMA-S2= 45.9448                      SIGMA-B= 3.88278

\*\* CALCUL ET VERIFICATIONS DE L'EFFORT TRANCHANT \*\*

- RAPPORT DE LA SECTION SUR L'ESPACEMENT At/t= 8.92857 cm2/ml  
 IL FAUT CHOISIR L'UN DES DEUX At OU BIEN t  
 t= 12 cm

LA SECTION EST At= 1.07143 cm2                      L'ESPACEMENT EST t= 12 cm

At(cm2)	t(cm)
1.07143	12



## \*\* CHARGEMENT \*\*

-ETAT ULTIME :

MOMENT Mu= .014

EFFORT NORMALE Nu= .7

ETUDE DU FLAMBEMENT D'UN POTEAU A ARMATURES SYMETRIQUES  
SUIVANT LA METHODE DE P.FAESSEL

CE PROGRAMME VERIFIE LA STABILITE DU POTEAU  
ET DETERMINE LA CHARGE ULTIME ADMISSIBLE

choix de la loi de deformation : Madrid=1, Bae1=2 2  
rap. des charges perm./rap. des charg. tot. .5  
E0= .04

connaissez vous les sections d'acier? OUI  
la section totale d'acier A(cm2)=12.0637  
SECT. D'ACIER SUP.= 6.03185 SECT. D'ACIER INF.= 6.03185  
voulez vous tenir compte du fluage? OUI

IEB2	IEB1	INI	IEI	I
! .007	! 0	! 1.38839	! .0231553	!
! .0065	! 0	! 1.08402	! .0528378	!
! .006	! 0	! .990763	! .0623831	!
! .0055	! 0	! .897506	! .0721308	!
! .005	! 0	! .804249	! .0821513	!
! .0045	! 0	! .710992	! .0925519	!
! .004	! 0	! .617734	! .103505	!
! 4.01667E-03	! 0	! .620843	! .103128	!
! 4.03333E-03	! 0	! .623952	! .102752	!
! .00405	! 0	! .62706	! .102378	!
! 4.06667E-03	! 0	! .630169	! .102004	!
! 4.08334E-03	! 0	! .633278	! .101631	!
! .0041	! 0	! .636386	! .101258	!
! 4.11667E-03	! 0	! .639495	! .100887	!
! 4.13333E-03	! 0	! .642603	! .100516	!

NU( 1 )= .642603

KI( 1 )= .0291667

! .0067	! 3.99999E-04	! 1.47334	! .0167685	!
! .0062	! 0	! 1.13948	! .0464331	!
! .0057	! 0	! 1.03586	! .056667	!
! .0052	! 0	! .932239	! .0670587	!
! .0047	! 0	! .82862	! .0776675	!
! .0042	! 0	! .725001	! .0885865	!
! .0037	! 0	! .621499	! .099975	!
! 3.71667E-03	! 0	! .624935	! .0995849	!
! 3.73333E-03	! 0	! .628372	! .0991957	!
! .00375	! 0	! .631812	! .0988073	!
! 3.76667E-03	! 0	! .635253	! .0984198	!
! 3.78333E-03	! 0	! .638696	! .0980331	!
! .0038	! 0	! .642141	! .0976471	!
! 3.81667E-03	! 0	! .645587	! .097262	!
! 3.83333E-03	! 0	! .649034	! .0968776	!
! .00385	! 0	! .652483	! .0964939	!
! 3.86667E-03	! 0	! .655932	! .096111	!
! 3.88333E-03	! 0	! .659383	! .0957289	!
! .0039	! 0	! .662834	! .0953474	!
! 3.91667E-03	! 0	! .666287	! .0949666	!
! 3.93333E-03	! 0	! .669739	! .0945865	!

NU( 2 )= .669739

KI( 2 )= .02625

! .00643	! 7.59999E-04	! 1.54554	! .0118868	!
! .00593	! 2.59999E-04	! 1.39743	! .0214663	!
! .00543	! 0	! 1.08374	! .0508489	!
! .00493	! 0	! .964745	! .0617903	!
! .00443	! 0	! .853472	! .073266	!
! .00393	! 0	! .738341	! .0847678	!
! .003905	! 0	! .732587	! .0853506	!
! .00388	! 0	! .726834	! .0859343	!
! .003855	! 0	! .721084	! .086519	!
! .00383	! 0	! .715336	! .0871047	!
! .003805	! 0	! .709592	! .0876915	!

NU( 3 )= .709592

KI( 3 )= .023625

! .006187	! .001084	! 1.60708	! 8.06805E-03	!
! .005687	! .000584	! 1.46645	! .0163859	!
! .005187	! 8.39997E-05	! 1.29852	! .0278533	!
! .004687	! 0	! 1.007	! .0568092	!
! .004187	! 0	! .879078	! .0688553	!
! .003687	! 0	! .751317	! .0810087	!
! .003662	! 0	! .744963	! .0816219	!
! .003637	! 0	! .738616	! .0822358	!
! .003612	! 0	! .732276	! .0828505	!

NU( 4 )= .732276

KI( 4 )= .0212625

! .0059683	! .0013756	! 1.65039	! 5.55977E-03	!
! .0054683	! .0008756	! 1.52577	! .0123846	!
! .0049683	! .0003756	! 1.36411	! .0223641	!
! .0044683	! 0	! 1.04786	! .0514454	!
! .0039683	! 0	! .905726	! .064346	!
! .0034683	! 0	! .764477	! .0772437	!
! .0034433	! 0	! .757502	! .0778922	!
! .0034183	! 0	! .750539	! .0785414	!

NU( 5 )= .750539

KI( 5 )= .0191363

! 5.77147E-03	! 1.63804E-03	! 1.67073	! .0044486	!
! 5.27147E-03	! 1.13804E-03	! 1.57688	! 9.17605E-03	!
! 4.77147E-03	! 6.3804E-04	! 1.42077	! .0180179	!
! 4.27147E-03	! 1.3804E-04	! 1.23147	! .0304192	!
! 3.77147E-03	! 0	! .933787	! .059654	!
! 3.27147E-03	! 0	! .778321	! .0734146	!
! 3.24647E-03	! 0	! .770696	! .0741043	!
! 3.22147E-03	! 0	! .763089	! .0747944	!

NU( 6 )= .763089

KI( 6 )= .0172226

! 5.59432E-03	! 1.87424E-03	! 1.6872	! 3.56818E-03	!
! 5.09432E-03	! 1.37424E-03	! 1.62103	! 6.56488E-03	!
! 4.59432E-03	! 8.74236E-04	! 1.46979	! .0145127	!
! 4.09432E-03	! 3.74236E-04	! 1.28426	! .0254323	!
! 3.59432E-03	! 0	! .963827	! .0547072	!
! 3.09432E-03	! 0	! .793291	! .0694658	!
! 3.06932E-03	! 0	! .784979	! .0702032	!
! 3.04432E-03	! 0	! .776693	! .0709407	!

NU( 7 )= .776693

KI( 7 )= .0155004

! 5.43489E-03	! 2.08681E-03	! 1.70055	! 2.86754E-03	!
! 4.93489E-03	! 1.58681E-03	! 1.64327	! 5.33257E-03	!
! 4.43489E-03	! 1.08681E-03	! 1.51227	! .0116419	!
! 3.93489E-03	! 5.86813E-04	! 1.32976	! .0213748	!
! 3.43489E-03	! 8.68127E-05	! 1.10713	! .0355117	!
! 2.93489E-03	! 0	! .809785	! .0653421	!
! 2.90989E-03	! 0	! .800743	! .0661345	!
! 2.88489E-03	! 0	! .791735	! .0669268	!
! 2.85989E-03	! 0	! .782761	! .0677191	!

NU( 8 )= .782761

KI( 8 )= .0139503

! .0052914	! 2.27813E-03	! 1.71136	! 2.30804E-03	!
! .0047914	! 1.77813E-03	! 1.65843	! 4.52292E-03	!
! .0042914	! 1.27813E-03	! 1.54912	! 9.25938E-03	!
! .0037914	! 7.78131E-04	! 1.36902	! .0180164	!
! .0032914	! 2.78131E-04	! 1.14834	! .0304885	!
! .0027914	! 0	! .828174	! .0609868	!
! .0022914	! 0	! .640621	! .0780412	!
! 2.30807E-03	! 0	! .646538	! .0774744	!
! 2.32474E-03	! 0	! .65248	! .0769074	!
! .0023414	! 0	! .658447	! .0763404	!
! 2.35807E-03	! 0	! .664439	! .0757732	!
! 2.37474E-03	! 0	! .670457	! .0752059	!
! .0023914	! 0	! .676498	! .0746386	!
! 2.40807E-03	! 0	! .682563	! .0740711	!
! 2.42474E-03	! 0	! .688653	! .0735036	!
! .0024414	! 0	! .694766	! .0729359	!
! 2.45807E-03	! 0	! .700903	! .0723682	!
! 2.47474E-03	! 0	! .707063	! .0718003	!
! .0024914	! 0	! .713246	! .0712323	!
! 2.50807E-03	! 0	! .719451	! .0706642	!
! 2.52474E-03	! 0	! .725679	! .070096	!
! .0025414	! 0	! .731929	! .0695277	!
! 2.55807E-03	! 0	! .738201	! .0689592	!
! 2.57474E-03	! 0	! .744495	! .0683907	!
! .0025914	! 0	! .750811	! .067822	!
! 2.60807E-03	! 0	! .757147	! .0672532	!
! 2.62474E-03	! 0	! .763504	! .0666843	!

NU( 9 )= .763504

KI( 9 )= .0125553

LA STABILITE ULTIME EST ATTEINTE  
 EFF. ULTIME MAX. = .782761  
 LA FLECHE ULT. MAX = .0286226  
 RECHERCHE DE LA FLECHE POUR NU



5.16226E-03	2.45032E-03	1.72011	1.85998E-03
4.66226E-03	1.95032E-03	1.67107	3.85827E-03
4.16226E-03	1.45032E-03	1.58113	7.25981E-03
3.66226E-03	9.50318E-04	1.40297	.0152012
3.16226E-03	4.50318E-04	1.18404	.0263346
2.66226E-03	0	.848817	.0563398
2.16226E-03	0	.640376	.074632
2.17893E-03	0	.648732	.0740674
.0021956	0	.657119	.0735049
2.21226E-03	0	.66547	.0729429
2.22893E-03	0	.671906	.072332
.0022456	0	.678372	.0717206
2.26226E-03	0	.684867	.071109
2.27893E-03	0	.691391	.0704971
.0022956	0	.697943	.0698848
2.31226E-03	0	.704524	.0692722
2.32893E-03	0	.711134	.0686594
.0023456	0	.717771	.0680462
2.36226E-03	0	.724436	.0674327
2.37893E-03	0	.731128	.066819
.0023956	0	.737848	.0662049
2.41226E-03	0	.744594	.0655905
2.42893E-03	0	.751367	.0649759
.0024456	0	.758166	.0643609
2.46226E-03	0	.764991	.0637457

NU( 10 )= .764991		KI( 10 )= .0112998	
5.04604E-03	2.60529E-03	1.72721	1.50043E-03
4.54604E-03	2.10529E-03	1.68164	3.30958E-03
4.04604E-03	1.60529E-03	1.6044	5.83124E-03
3.54604E-03	1.10529E-03	1.4324	.0128167
3.04604E-03	6.05287E-04	1.21505	.0228555
2.54604E-03	1.05287E-04	.956908	.038857
2.04604E-03	0	.637591	.0708871
.0020627	0	.646408	.0702777
2.07937E-03	0	.65526	.0696704
2.09604E-03	0	.664149	.0690651
.0021127	0	.673072	.0684617
2.12937E-03	0	.682031	.0678601
2.14604E-03	0	.691024	.0672603
.0021627	0	.700052	.0666621
2.17937E-03	0	.708927	.0660591
2.19604E-03	0	.716013	.065395
.0022127	0	.723131	.0647304
2.22937E-03	0	.730283	.0640653
2.24604E-03	0	.737468	.0633996
.0022627	0	.744685	.0627334
2.27937E-03	0	.751935	.0620668
2.29604E-03	0	.759217	.0613997

NU( 11 )= .759217

KI( 11 )= .0101698

4.94143E-03	2.74476E-03	1.73295	1.21133E-03
4.44143E-03	2.24476E-03	1.69048	2.85419E-03
3.94143E-03	1.74476E-03	1.61541	5.13493E-03
3.44143E-03	1.24476E-03	1.45798	.0107798
2.94143E-03	7.44758E-04	1.24206	.0199169
2.44143E-03	2.44758E-04	.985334	.0342463
1.94143E-03	0	.637403	.066863
.0019581	0	.646717	.066203
1.97477E-03	0	.656073	.0655449
1.99143E-03	0	.665471	.0648885
.0020081	0	.674911	.0642339
2.02477E-03	0	.684391	.0635809
2.04143E-03	0	.693912	.0629294
.0020581	0	.703474	.0622794
2.07477E-03	0	.713076	.0616308
2.09143E-03	0	.722718	.0609835
.0021081	0	.732399	.0603374
2.12477E-03	0	.742119	.0596925

NU( 12 )= .742119

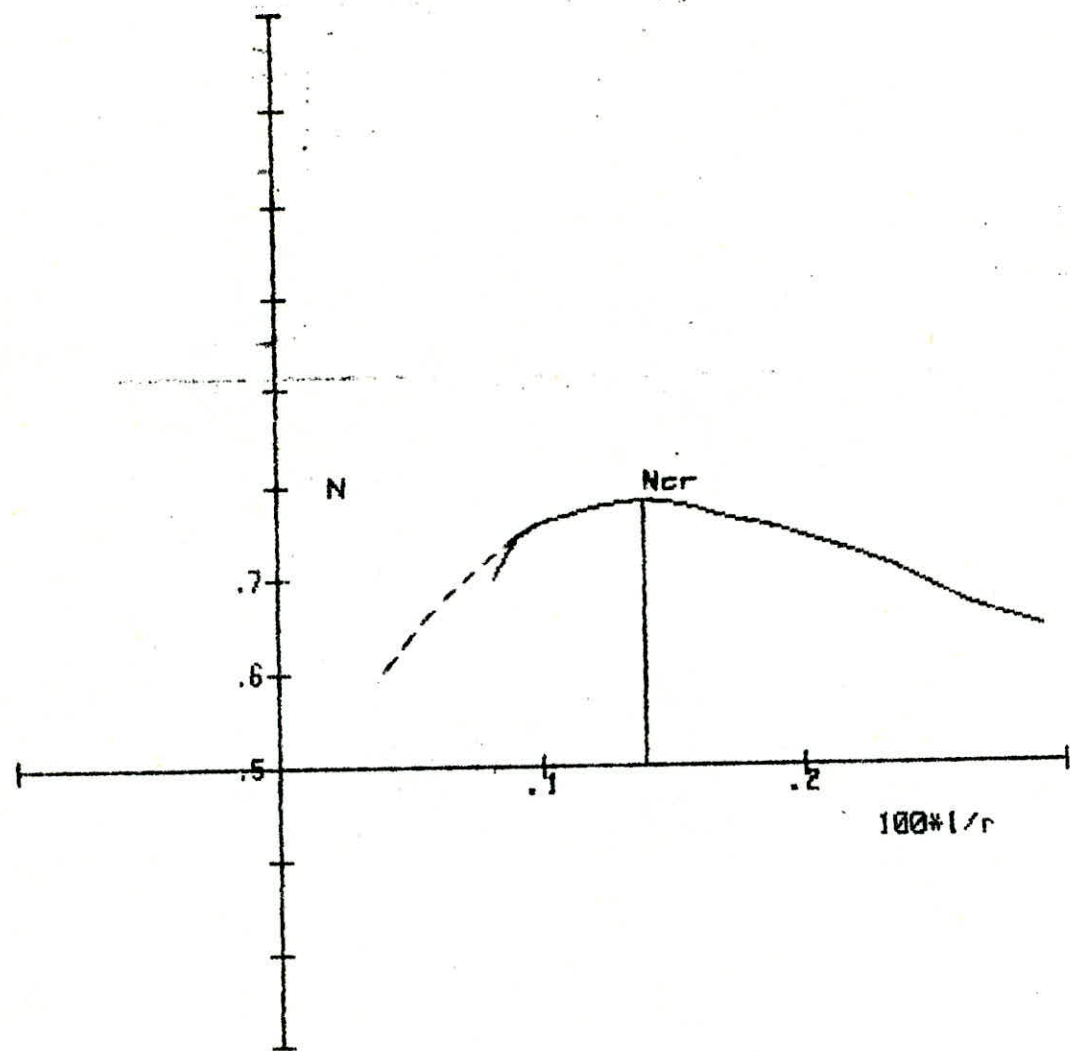
KI( 12 )= 9.15261E-03

4.84729E-03	2.87028E-03	1.7376	9.78547E-04
4.34729E-03	2.37028E-03	1.69789	2.47416E-03
3.84729E-03	1.87028E-03	1.62459	4.53304E-03
3.34729E-03	1.37028E-03	1.48026	.0090273
2.84729E-03	8.70282E-04	1.26562	.0173968
2.34729E-03	3.70282E-04	1.01018	.0303639
1.84729E-03	0	.639891	.0625177
1.86396E-03	0	.649745	.0618001
1.88062E-03	0	.659648	.0610842
1.89729E-03	0	.669599	.0603699
1.91396E-03	0	.679599	.0596571
1.93062E-03	0	.689646	.0589456
1.94729E-03	0	.699741	.0582355
1.96396E-03	0	.709883	.0575267

FS= .0169014 (fleche correspondant a l'effort normal exterieur)

NU= .7

EE(K)= .0569014



N	NU(L)	KI(K)
1	.642603	.0291667
2	.669739	.0262595
3	.709592	.023625
4	.732276	.0212625
5	.750539	.0191363
6	.763089	.0172226
7	.776693	.0155004
8	.782761	.0139503
9	.763504	.0125553
10	.764991	.0112998
11	.759217	.0101698
12	.742119	.00915281
13	.709883	.00800000

## EXERCICE N 2

Verification de la stabilite de forme d'un poteau  
encastre a sa base et libre en tete, soumis a un moment MU, et a un  
effort normal NU

cet exercice a ete pris sur le livre suivant

titre: COURS SUPERIEUR DE BETON ARME  
auteur: Paul Dinnequin  
a la page: 247

\*\*\* CALCUL DE BETON ARME \*\*\*

---

\*\*\* HYPOTHESES \*\*\*

---

-REGLE B.A.E.L \*\*\* UNITES : MNm, MPa, m

CARACTERISTIQUES DES MATERIAUX

---

-ACIER LONGITUDINAL : NATUREL

-ACIER TRANSVERSAL : NATUREL

$f_e$

400

$f_{ct}$

400

$\gamma_{s-s}$

1.15

$f_{ct28}$

30

$\gamma_{m-b}$

1.5

-SANS REPRISE DE BETONNAGE

-TYPE DE FISSURATION : PEU NUISIBLE

CONT. ADMISSIBLE D'ACIER  $\sigma_{s-s} = 347.826$

CONT. ADMISSIBLE DU BETON  $\sigma_{m-b} = 18$

CONTRAINTE ADMISSIBLE DE TRACTION DU BETON  $f_{ct28} = 2.4$

**\*\* CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES \*\***

Longueur réelle du poteau : L=6

ENCASTRE-LIBRE

NATURE DE LA SECTION : RECTANGULAIRE

ht .6  
b .8

**\*\* CHARGEMENT \*\***

-ETAT ULTIME :

MOMENT Mu= .467

EFFORT NORMALE Nu= 3.25

ETUDE DU FLAMBEMENT D'UN POTEAU A ARMATURES SYMETRIQUES  
SUIVANT LA METHODE DE P.FAESSEL

CE PROGRAMME VERIFIE LA STABILITE DU POTEAU  
ET DETERMINE LA CHARGE ULTIME ADMISSIBLE

choix de la loi de deformation : Madr id=1, Bae1=2 1  
rap. des charges perm./rapp. des charg. tot. .199  
EQU= .143692  
connaissiez vous les sections d'acier? 1001  
la section totale d'acier A(cm2)=64.3398  
SECT.D'ACIER SUP.= 32.1699 SECT.D'ACIER INF.= 32.1699  
voulez vous tenir compte du fluage? 1001

IEB2	IEB1	INI	IEI	
! .004893	! 0	! 7.91769	! .0613981	!
! .0045435	! 0	! 6.88174	! .106538	!
! .004194	! 0	! 6.35251	! .129294	!
! .0038445	! 0	! 5.8061	! .15179	!
! .003495	! 0	! 5.24428	! .174074	!
! .0031455	! 0	! 4.67013	! .196231	!
! .002796	! 0	! 4.08865	! .218403	!
! .0024465	! 0	! 3.50746	! .240818	!
! .002097	! 0	! 2.90549	! .263985	!
! 2.10865E-03	! 0	! 2.93165	! .26316	!
NU( 1 )= 2.93165		KIC( 1 )= .008155		
! .0046833	! .0002796	! 8.40765	! .0459952	!
! .0043338	! 0	! 7.22697	! .09348	!
! .0039843	! 0	! 6.62732	! .118235	!
! .0036348	! 0	! 6.00961	! .142634	!
! .0032853	! 0	! 5.37661	! .16672	!
! .0029358	! 0	! 4.73295	! .190575	!
! .0025863	! 0	! 4.08582	! .214344	!
! .0022368	! 0	! 3.44584	! .238261	!
! .0018873	! 0	! 2.68718	! .263347	!
! 1.89895E-03	! 0	! 2.71472	! .262438	!
! .0019106	! 0	! 2.7423	! .261936	!
! 1.92225E-03	! 0	! 2.76993	! .260641	!
! .0019339	! 0	! 2.7976	! .259753	!
! 1.94555E-03	! 0	! 2.82532	! .258871	!
! .0019572	! 0	! 2.85308	! .257996	!
! 1.96885E-03	! 0	! 2.88088	! .257127	!
! .0019805	! 0	! 2.90872	! .256265	!
! 1.99215E-03	! 0	! 2.9366	! .255408	!
! .0020038	! 0	! 2.96452	! .254557	!
! 2.01545E-03	! 0	! 2.99247	! .253712	!
! .0020271	! 0	! 3.02047	! .252872	!
! 2.03875E-03	! 0	! 3.0485	! .252038	!
! .0020504	! 0	! 3.07656	! .251209	!

NU( 2 )= 3.07656		KI( 2 )= .0073395	
! 4.49457E-03	! 5.3124E-04	! 8.81739	! .0344015
! 4.14507E-03	! 1.81739E-04	! 8.11598	! .0585137
! 3.79557E-03	! 0	! 6.92092	! .106328
! 3.44607E-03	! 0	! 6.2249	! .132849
! 3.09657E-03	! 0	! 5.51437	! .158942
! 2.74707E-03	! 0	! 4.7959	! .184687
! 2.39757E-03	! 0	! 4.07941	! .210225
! 2.04807E-03	! 0	! 3.36544	! .23573
! 1.69857E-03	! 0	! 2.47613	! .262842
! 1.71022E-03	! 0	! 2.50495	! .261839
! 1.72187E-03	! 0	! 2.53383	! .260845
! 1.73352E-03	! 0	! 2.56278	! .25986
! 1.74517E-03	! 0	! 2.59179	! .258883
! 1.75682E-03	! 0	! 2.62087	! .257914
! 1.76847E-03	! 0	! 2.65	! .256954
! 1.78012E-03	! 0	! 2.6792	! .256
! 1.79177E-03	! 0	! 2.70846	! .255055
! 1.80342E-03	! 0	! 2.73778	! .254116
! 1.81507E-03	! 0	! 2.76715	! .253185
! 1.82672E-03	! 0	! 2.79658	! .25226
! 1.83837E-03	! 0	! 2.82607	! .251341
! 1.85002E-03	! 0	! 2.85562	! .250429
! 1.86167E-03	! 0	! 2.88522	! .249524
! 1.87332E-03	! 0	! 2.91487	! .248624
! 1.88497E-03	! 0	! 2.94457	! .247729
! 1.89662E-03	! 0	! 2.97433	! .246841
! 1.90827E-03	! 0	! 3.00414	! .245958
! 1.91992E-03	! 0	! 3.03399	! .24508
! 1.93157E-03	! 0	! 3.0639	! .244207
! 1.94322E-03	! 0	! 3.09385	! .243339
! 1.95487E-03	! 0	! 3.12385	! .242476
! 1.96652E-03	! 0	! 3.1539	! .241618
! 1.97817E-03	! 0	! 3.18399	! .240764

NU( 3 )= 3.18399		KI( 3 )= 6.60555E-03	
! 4.32471E-03	! 7.57716E-04	! 9.15773	! .0255562
! 3.97521E-03	! 4.08216E-04	! 8.51033	! .0462619
! 3.62571E-03	! 5.87157E-05	! 7.6544	! .0746896
! 3.27621E-03	! 0	! 6.45504	! .122285
! 2.92671E-03	! 0	! 5.66016	! .150617
! 2.57721E-03	! 0	! 4.86127	! .178467
! 2.22771E-03	! 0	! 4.07163	! .205971
! 1.87821E-03	! 0	! 3.20805	! .23282
! 1.88986E-03	! 0	! 3.24025	! .231923
! 1.90151E-03	! 0	! 3.2725	! .231031

NU( 4 )= 3.2725		KI( 4 )= .005945	
-----------------	--	------------------	--

! 4.17184E-03	! 9.61544E-04	! 9.4399	! .0187086	!
! 3.82234E-03	! 6.12044E-04	! 8.84241	! .0367288	!
! 3.47284E-03	! 2.62544E-04	! 8.03013	! .0612948	!
! 3.12334E-03	! 0	! 6.70328	! .110789	!
! 2.77384E-03	! 0	! 5.81666	! .14162	!
! 2.42434E-03	! 0	! 4.93136	! .17182	!
! 2.07484E-03	! 0	! 4.06457	! .201515	!
! 1.72534E-03	! 0	! 3.05888	! .229767	!
! 1.73699E-03	! 0	! 3.09288	! .228795	!
! 1.74864E-03	! 0	! 3.12697	! .227827	!
! 1.76029E-03	! 0	! 3.16113	! .226863	!
! 1.77194E-03	! 0	! 3.19536	! .225903	!
! 1.78359E-03	! 0	! 3.22967	! .224947	!
! 1.79524E-03	! 0	! 3.26406	! .223996	!
! 1.80689E-03	! 0	! 3.29852	! .223048	!
! 1.81854E-03	! 0	! 3.33304	! .222104	!

RU( 5 )= 3.33304

KI( 5 )= .0053505

! 4.03426E-03	! 1.14499E-03	! 9.6742	! .0133269	!
! 3.68476E-03	! 7.9549E-04	! 9.12117	! .0292124	!
! 3.33526E-03	! 4.4599E-04	! 8.35072	! .0506867	!
! 2.98576E-03	! 9.64896E-05	! 7.33558	! .0810643	!
! 2.63626E-03	! 0	! 5.98664	! .131819	!
! 2.28676E-03	! 0	! 5.00843	! .164646	!
! 1.93726E-03	! 0	! 4.03275	! .19643	!
! 1.58776E-03	! 0	! 2.91886	! .226534	!
! 1.59941E-03	! 0	! 2.95467	! .225479	!
! 1.61106E-03	! 0	! 2.99058	! .224428	!
! 1.62271E-03	! 0	! 3.02659	! .223382	!
! 1.63436E-03	! 0	! 3.06271	! .222342	!
! 1.64601E-03	! 0	! 3.09892	! .221305	!
! 1.65766E-03	! 0	! 3.13523	! .220273	!
! 1.66931E-03	! 0	! 3.17164	! .219245	!
! 1.68096E-03	! 0	! 3.20815	! .21822	!
! 1.69261E-03	! 0	! 3.24475	! .2172	!
! 1.70426E-03	! 0	! 3.28145	! .216183	!
! 1.71591E-03	! 0	! 3.31823	! .215169	!
! 1.72756E-03	! 0	! 3.35511	! .21416	!

RU( 6 )= 3.35511

KI( 6 )= 4.81545E-03



! 3.91043E-03	! 1.31009E-03	! 9.86948	! 9.03427E-03	!
! 3.56093E-03	! 9.60591E-04	! 9.3551	! .0232066	!
! 3.21143E-03	! 6.11091E-04	! 8.62315	! .0421823	!
! 2.86193E-03	! 2.61591E-04	! 7.63876	! .0688204	!
! 2.51243E-03	! 0	! 6.17299	! .121079	!
! 2.16293E-03	! 0	! 5.09471	! .156845	!
! 1.81343E-03	! 0	! 3.96863	! .190389	!
! 1.46393E-03	! 0	! 2.78871	! .223081	!
! 1.47558E-03	! 0	! 2.82632	! .221936	!
! 1.48723E-03	! 0	! 2.86407	! .220797	!
! 1.49888E-03	! 0	! 2.90194	! .219662	!
! 1.51053E-03	! 0	! 2.93995	! .218533	!
! 1.52218E-03	! 0	! 2.97809	! .217408	!
! 1.53383E-03	! 0	! 3.01635	! .216288	!
! 1.54548E-03	! 0	! 3.05474	! .215173	!
! 1.55713E-03	! 0	! 3.09326	! .214061	!
! 1.56878E-03	! 0	! 3.13189	! .212954	!
! 1.58043E-03	! 0	! 3.17065	! .211851	!
! 1.59208E-03	! 0	! 3.20953	! .210751	!
! 1.60373E-03	! 0	! 3.24852	! .209655	!
! 1.61538E-03	! 0	! 3.28763	! .208563	!
! 1.62703E-03	! 0	! 3.32685	! .207473	!

NU( 7 )= 3.32685

KI( 7 )= .0043339

LA STABILITE ULTIME EST ATTEINTE

EFF. ULTIME MAX. = 3.35511

LA FLECHE ULT.MAX= .0702586

RECHERCHE DE LA FLECHE POUR NU

! 3.79899E-03	! 1.45868E-03	! 10.0331	! .0055609	!
! 3.44949E-03	! 1.10918E-03	! 9.55175	! .0183453	!
! 3.09999E-03	! 7.59682E-04	! 8.85425	! .0352836	!
! 2.75049E-03	! 4.10182E-04	! 7.89948	! .0588652	!
! 2.40099E-03	! 6.06816E-05	! 6.66409	! .0939033	!
! 2.05149E-03	! 0	! 5.19241	! .148307	!
! 1.70199E-03	! 0	! 3.91701	! .183844	!
! 1.35249E-03	! 0	! 2.66894	! .219373	!
! 1.36414E-03	! 0	! 2.70837	! .21813	!
! 1.37579E-03	! 0	! 2.74796	! .216894	!
! 1.38744E-03	! 0	! 2.78772	! .215663	!
! 1.39909E-03	! 0	! 2.82765	! .214437	!
! 1.41074E-03	! 0	! 2.86774	! .213217	!
! 1.42239E-03	! 0	! 2.90798	! .212001	!
! 1.43404E-03	! 0	! 2.94839	! .21079	!
! 1.44569E-03	! 0	! 2.98895	! .209584	!
! 1.45734E-03	! 0	! 3.02967	! .208382	!
! 1.46899E-03	! 0	! 3.07054	! .207184	!
! 1.48064E-03	! 0	! 3.11156	! .20599	!
! 1.49229E-03	! 0	! 3.15273	! .2048	!
! 1.50394E-03	! 0	! 3.19405	! .203613	!
! 1.51559E-03	! 0	! 3.23551	! .20243	!
! 1.52724E-03	! 0	! 3.27711	! .20125	!

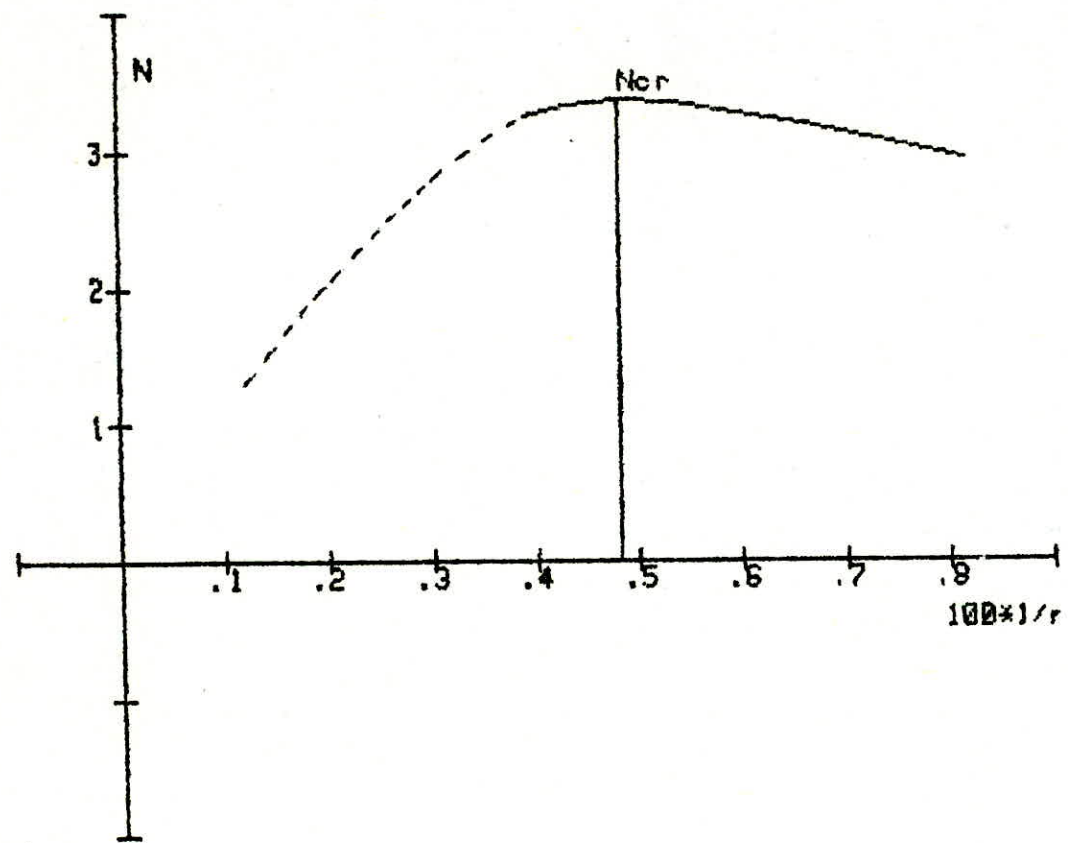
LA FLECHE CORRESPONDANT A L'EFFORT NORMAL EXTERIEUR EST

FS= .0569094

NU= 3.25

EE(K)= .200602

NU= .651956



N	NU(L)	KI(K)
1	2.93165	.008155
2	3.07656	.0073395
3	3.18399	.0066055
4	3.2725	.005945
5	3.33304	.0053505
6	3.35511	.0048154
7	3.32685	.0043339
8	3.27711	.003900

## Exemple 1

**\*\* COURBE D'INTERACTION \*\***

-----  
ce programme etablit les courbes d'interaction de sections composees de  
plusieurs rectangles et d'une section circulaire

-Contrainte limite de l'acier  $f_e$ (MPa),Gamma-S

400,1.15

NATUREL=1 ,ECROUI=2

1

-Choix du diagramme deformation-contrainte

1=Parabole de MADRID

2=Parabole-rectangle ( B.A.E.L. )

2

**\*\*CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES\*\***

-----  
donnez la forme de la section voulue

-1=SECTION RECTANGULAIRE

-2=SECTION EN Te

-3=SECTION EN U

-4=SECTION EN I

-5=SECTION EN L

-6=SECTION EN CAISSON

-7=SECTION CIRCULAIRE

repondez par le chiffre correspondant,6

V 20. -

donnez les rapports suivants

$$h_{o1}/h_t = .1$$

$$h_{o2}/h_t = .1$$

$$b_o/b_i = .3$$

$$b_o/b_2 = .3$$

$$d_1/h_t = .05$$

$$d_2/h_t = .05$$

$$K_{ap} = A_1/A_2 = 1$$

- choix du % d'acier (P)

- pour chaque valeur de (P), on

trace une courbe d'interaction

donnez le nombre de (p) choisi

- donnez maintenant, les valeurs de (P): 4

Valeur n° 1 =

0

Valeur n° 2 =

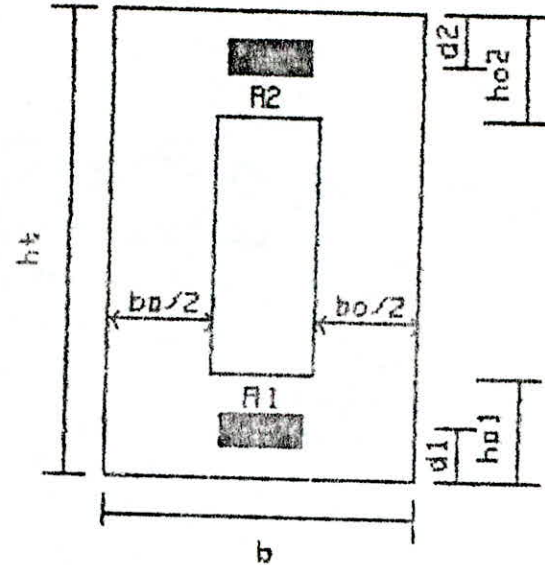
.2

Valeur n° 3 =

.3

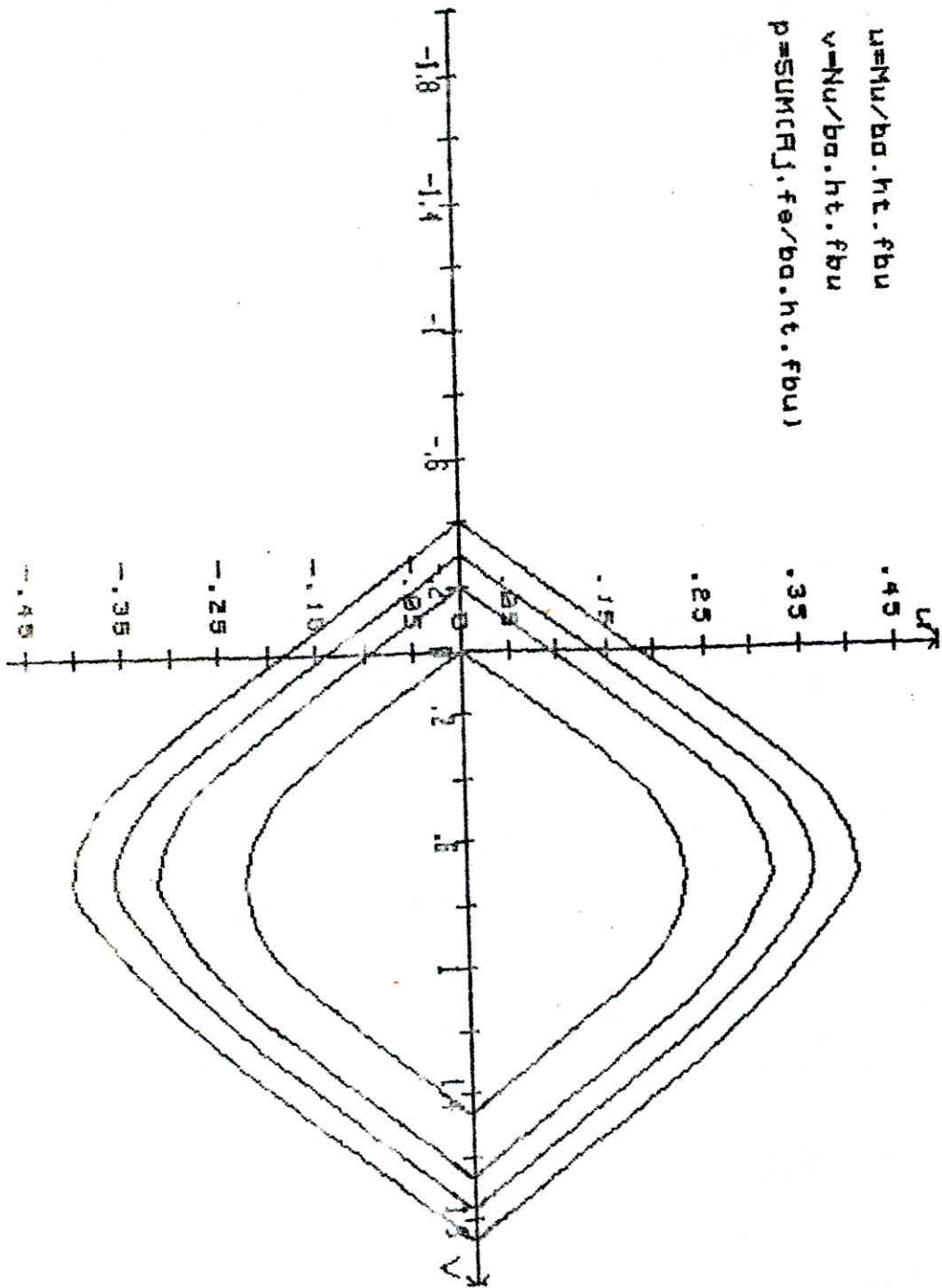
Valeur n° 4 =

.4



donnez le pas  $\gamma$   
attention! si la section a une table  
de compression, il faut que le pas  
soit un multiple de  $h_o/h_t$   
 $\gamma = .05$

$u = Mu/ba \cdot ht \cdot fb_u$   
 $v = Nu/ba \cdot ht \cdot fb_u$   
 $p = S u n c f J \cdot fa/ba \cdot ht \cdot fb_u$



## Exemple 2

**\*\* COURBE D'INTERACTION \*\***

-----  
ce programme etablit les courbes d'interaction de sections composees de  
plusieurs rectangles et d'une section circulaire

-Contrainte limite de l'acier  $f_e$ (MPa),Gamma-S

400,1.15

NATUREL=1 ,ECROUI=2

1

-Choix du diagramme deformation-contrainte

1=Parabole de MADRID

2=Parabole-rectangle ( B.A.E.L.)

1

**\*\*CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES\*\***

-----  
donnez la forme de la section voulue

-1=SECTION RECTANGULAIRE

-2=SECTION EN Te

-3=SECTION EN U

-4=SECTION EN I

-5=SECTION EN L

-6=SECTION EN CAISSON

-7=SECTION CIRCULAIRE

repondez par le chiffre correspondant,6

Y 23.-

donnez les rapports suivants

$$h_{o1}/h_t = .1$$

$$h_{o2}/h_t = .1$$

$$b_o/b_i = .3$$

$$b_o/b_2 = .3$$

$$d_1/h_t = .05$$

$$d_2/h_t = .05$$

$$K_{ap} = A_1/A_2 = 1$$

- choix du % d'acier (P)

- pour chaque valeur de (P), on

trace une courbe d'interaction

donnez le nombre de (p) choisi

- donnez maintenant, les valeurs de (P): 4

Valeur n3 1 =

0

Valeur n3 2 =

.2

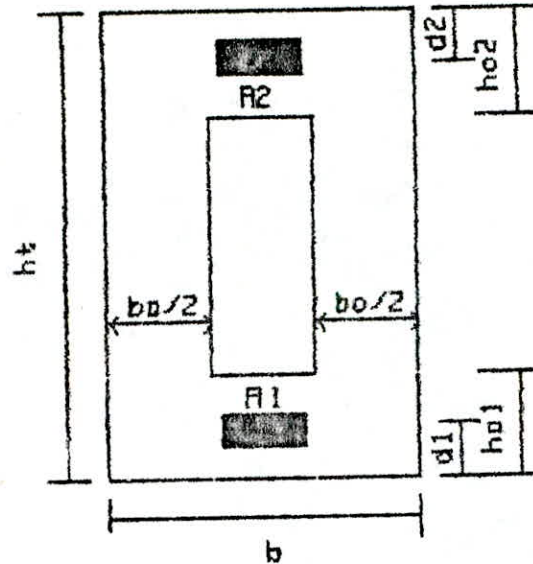
Valeur n3 3 =

.3

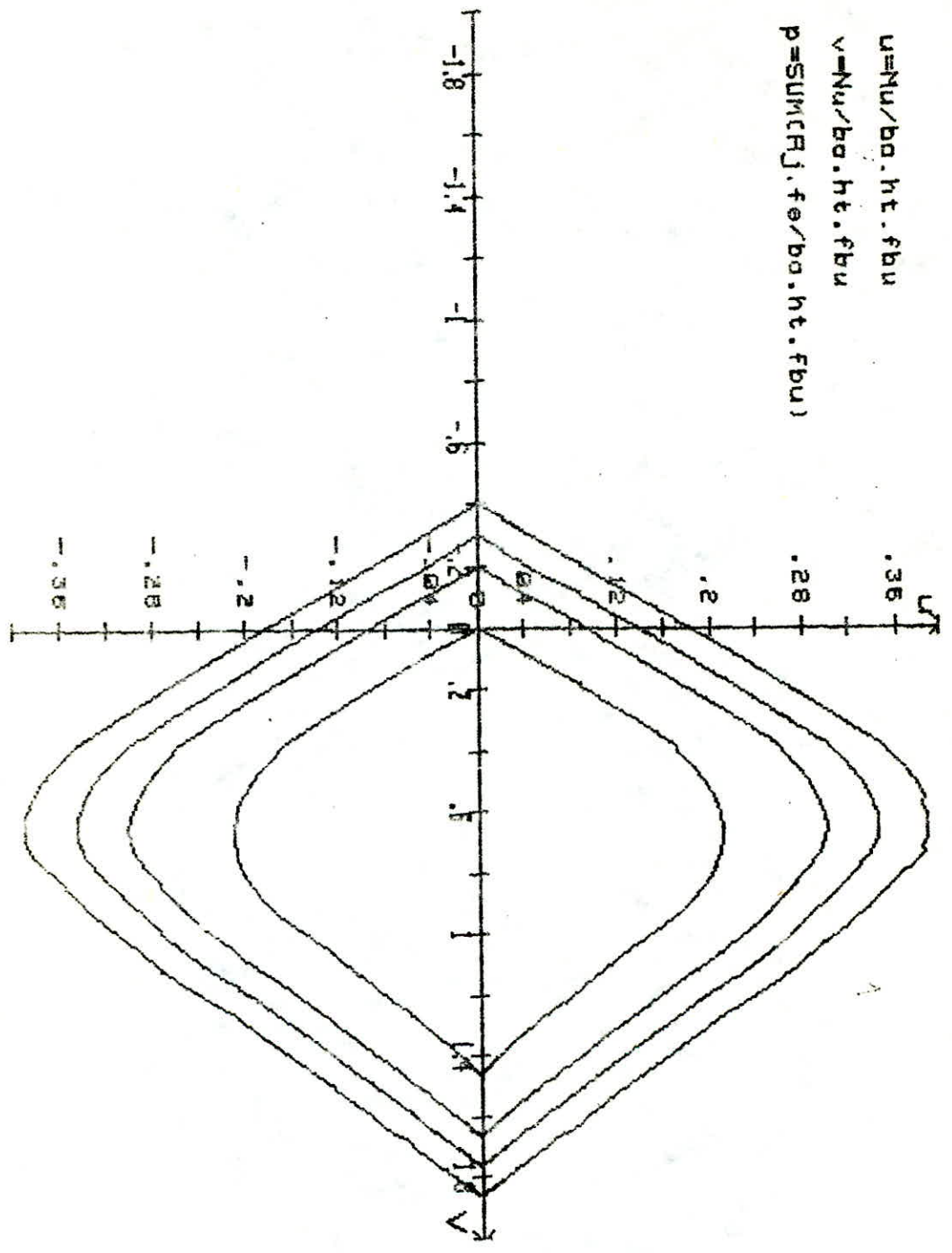
Valeur n3 4 =

.4

donnez le pas  $y$   
attention! si la section a une table  
de compression, il faut que le pas  
soit un multiple de  $h_o/h_t$   
 $y = .05$



$u = Nu/b_0 \cdot ht \cdot f_{bu}$   
 $v = Nu/b_0 \cdot ht \cdot f_{bv}$   
 $p = \sum_{i=1}^n (f_i / b_0 \cdot ht \cdot f_{bu})$





## Exemple 3

**\*\* COURBE D'INTERACTION \*\***

-----  
ce programme établit les courbes d'interaction de sections composées de  
plusieurs rectangles et d'une section circulaire

-Contrainte limite de l'acier  $f_e$ (MPa), Gamma-S  
400, 1.15

NATUREL=1 , ECROUI=2

1

-Choix du diagramme déformation-contrainte

1=Parabole de MADRID

2=Parabole-rectangle ( B.A.E.L.)

2

**\*\*CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES\*\***

-----  
donnez la forme de la section voulue

-1=SECTION RECTANGULAIRE

-2=SECTION EN Te

-3=SECTION EN U

-4=SECTION EN I

-5=SECTION EN L

-6=SECTION EN CAISSON

-7=SECTION CIRCULAIRE

repondez par le chiffre correspondant, 7

Y26.-

donnez les rapports suivants

$K_{\alpha} = A_i / A_T, .16667$

$d_i / D = .1$

le nombre de sections  $A_i = 6$

donnez e 1 / D =

.1

donnez e 2 / D =

.1

donnez e 3 / D =

.5

donnez e 4 / D =

.5

donnez e 5 / D =

.9

donnez e 6 / D =

.9

- choix du % d'acier (P)

- pour chaque valeur de (P), on trace une courbe d'interaction

donnez le nombre de (p) choisi: 4

- donnez maintenant, les valeurs de (P)

Valeur n° 1 =

0

Valeur n° 2 =

.2

Valeur n° 3 =

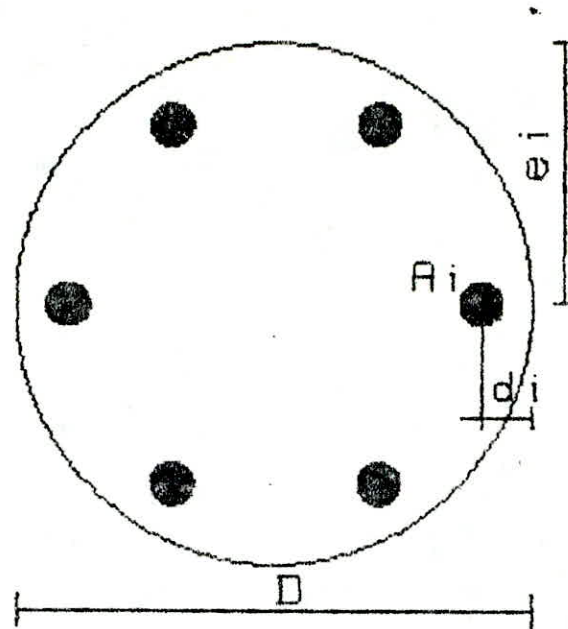
.3

Valeur n° 4 =

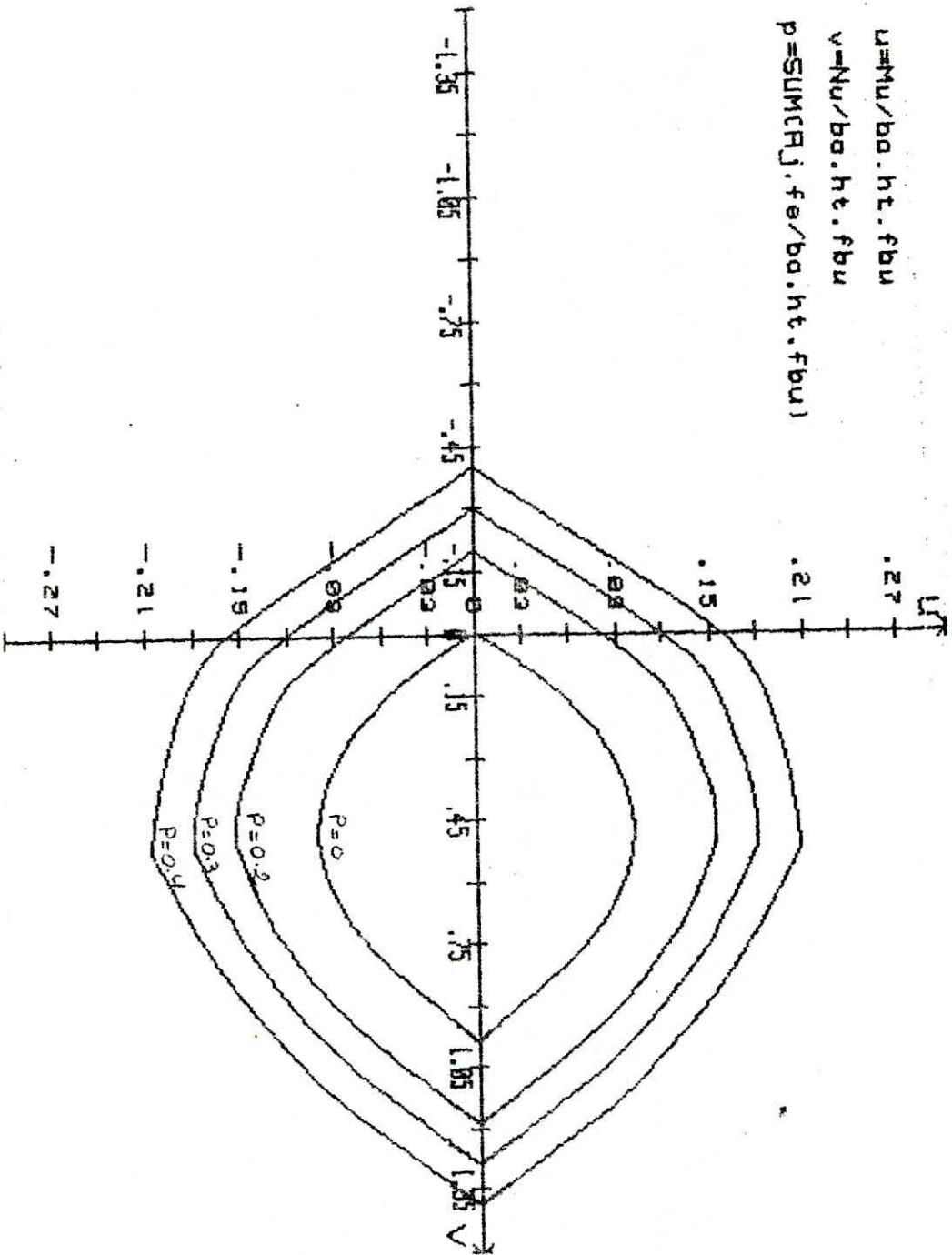
.4

donnez le pas y

$y = .05$



$u = Mu/ba \cdot ht \cdot fbv$   
 $v = Nu/ba \cdot ht \cdot fbv$   
 $p = \text{SUM}(R_j \cdot fe/ba \cdot ht \cdot fbv)$



## Exemple 4

**\*\* COURBE D'INTERACTION \*\***

ce programme établit les courbes d'interaction de sections composées de plusieurs rectangles et d'une section circulaire

-Contrainte limite de l'acier  $f_e$ (MPa),  $\Gamma-S$   
400, 1.15

NATUREL=1 , ECROUI=2

1

-Choix du diagramme déformation-contrainte

1=Parabole de MADRID

2=Parabole-rectangle ( B.A.E.L.)

1

**\*\*CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES\*\***

donnez la forme de la section voulue

-1=SECTION RECTANGULAIRE

-2=SECTION EN T<sub>e</sub>

-3=SECTION EN U

-4=SECTION EN I

-5=SECTION EN L

-6=SECTION EN CAISSON

-7=SECTION CIRCULAIRE

repondez par le chiffre correspondant, 7

V 29.-

donnez les rapports suivants

$K_{\rho} = A_i / A_T, .16667$

$d_i / D = .1$

le nombre de sections  $A_i = 6$

donnez  $e_1 / D =$

.1

donnez  $e_2 / D =$

.1

donnez  $e_3 / D =$

.5

donnez  $e_4 / D =$

.5

donnez  $e_5 / D =$

.9

donnez  $e_6 / D =$

.9

- choix du % d'acier (P)

- pour chaque valeur de (P), on

trace une courbe d'interaction

donnez le nombre de (p) choisi: 4

- donnez maintenant, les valeurs de (P)

Valeur n° 1 =

0

Valeur n° 2 =

.2

Valeur n° 3 =

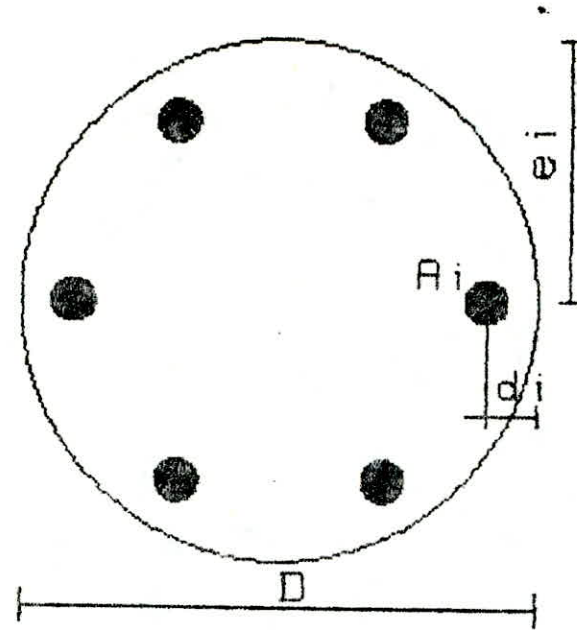
.3

Valeur n° 4 =

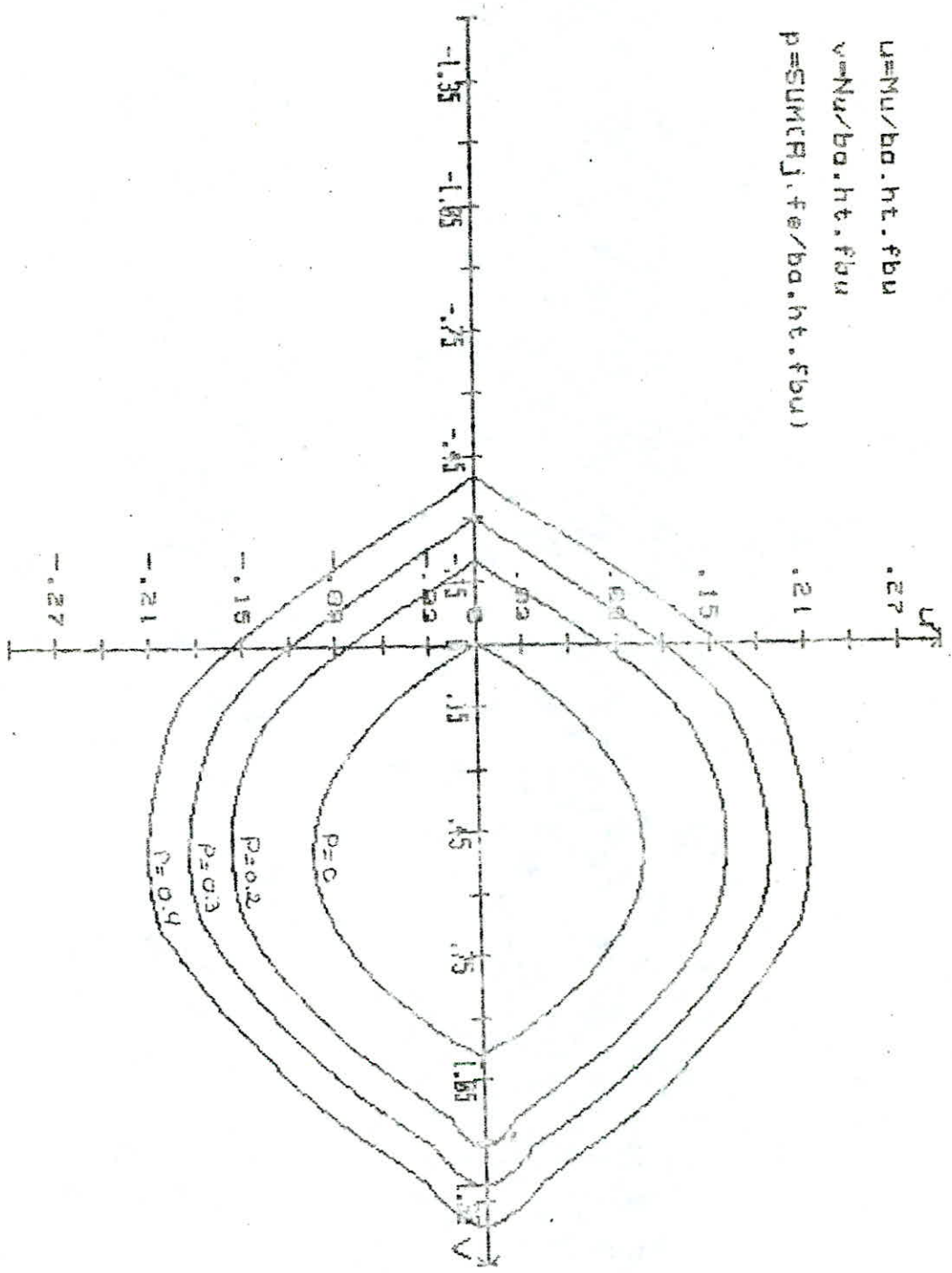
.4

donnez le pas  $y$

$y = .05$

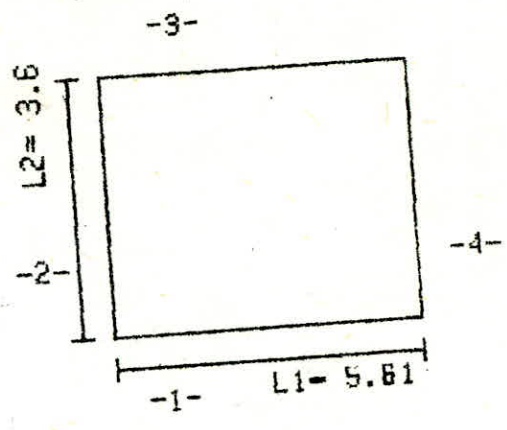


$u = Nu/b_0 \cdot ht \cdot f_{bu}$   
 $v = Nu/b_0 \cdot ht \cdot f_{bu}$   
 $p = \text{SUM}(R_j \cdot f_0/b_0 \cdot ht \cdot f_{bu})$



CALCUL D'UNE DALLE AUX DIFFERENCES FINIES

Longueur L1 et largeur L2 de la dalle en m  
5.61, 3.60  
Epaisseur de la dalle h en m  
.16



Introduire les conditions d'appuis:

- 1= CotE encastre
- 2= CotE simplement appuyE
- 3= CotE libre

Mettre le chiffre correspondant

- COTE N 1 : 2
- COTE N 2 : 2
- COTE N 3 : 2
- COTE N 4 : 2

Donnez le module de young de la dalle en t/m2

$E=3450000 \text{ t/m}^2$

Donnez le facteur de surrelaxation (w)

$w_a=1$

Donnez le coefficient de Poisson (v)

$v=.15$

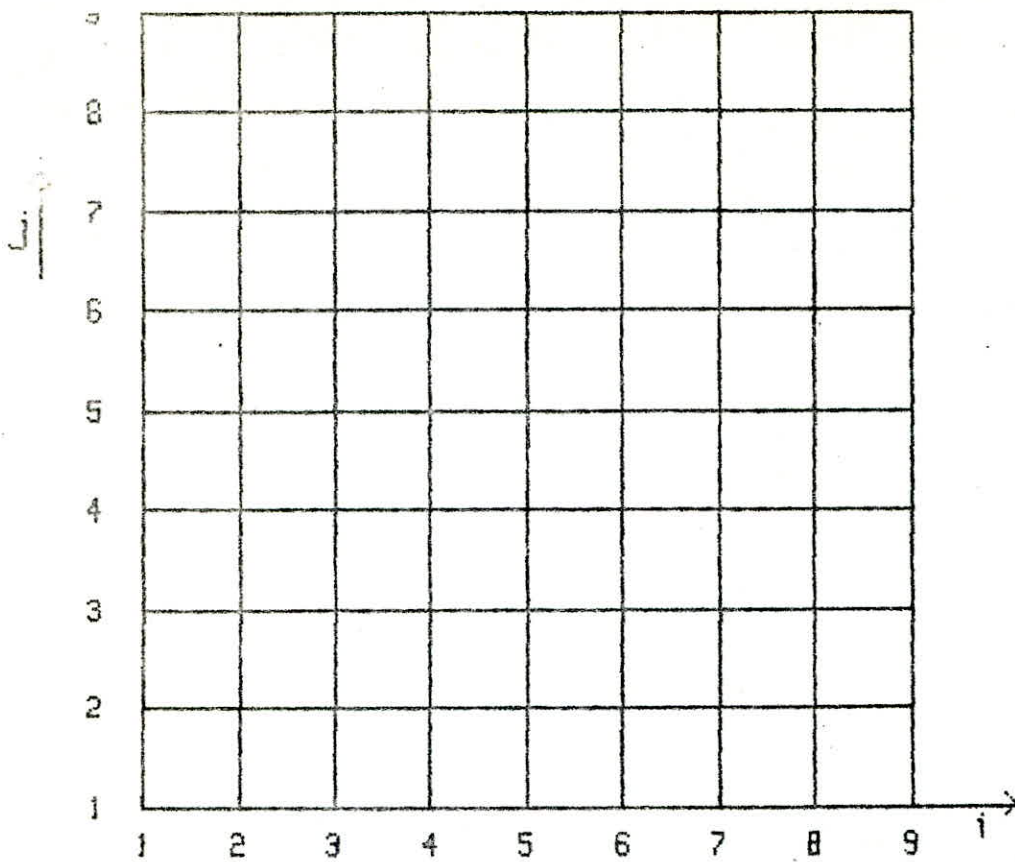
On dEcompose la dalle en nombre d'intervalles pair  
Donnez le nombre d'intervalles :

- Dans le sens de la longueur L1  
8

- Dans le sens de la largeur L2  
8

La dalle est-elle uniformEment chargEe ?  
OUI

Donnez la densitE de la charge (q) en t/m2  
 $q=.820 \text{ t/m}^2$



i= 1

j	Mx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0

i= 2

j	Mx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	.1288773	.2435741	.1366945	.3848840	30.20563	57.087683562
3	.2105307	.3463956	.2308387	.1616816	49.34314	81.186483181
4	.2558562	.3890875	.2855607	.0603734	59.96630	91.192405696
5	.2704143	.4007317	.3034837	0 5	63.37836	93.921500287
6	.2558562	.3890875	.2855607	-.0603734	59.96630	91.192405696
7	.2105307	.3463956	.2308387	-.1616816	49.34314	81.186483181
8	.1288773	.2435741	.1366945	-.3848840	30.20563	57.087683562
9	0	0	0	0	0	0



i= 3

j	Hx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	.1917140	.4138338	.0659264	.6798654	44.93298	96.992299550
3	.3237513	.6118789	.1201208	.3158369	75.87921	143.40912649
4	.4004989	.6980871	.1546979	.1223139	93.86694	163.61416654
5	.4256359	.7219615	.1664787	0 9	99.75842	169.20973376
6	.4004989	.6980871	.1546979	-.1223139	93.86694	163.61416654
7	.3237513	.6118789	.1201208	-.3158369	75.87921	143.40912649
8	.1917140	.4138338	.0659264	-.6798654	44.93298	96.992299550
9	0	0	0	0	0	0

i= 4

j	Hx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	.2213392	.5127957	.0273690	.8612654	51.87638	120.18649828
3	.3790002	.7751388	.0511597	.4231298	88.82818	181.67317930
4	.4728200	.8936125	.0671107	.1686849	110.8172	209.44044699
5	.5039008	.9269553	.0726848	-8.853689	118.1017	217.25516314
6	.4728200	.8936125	.0671107	-.1686849	110.8172	209.44044699
7	.3790002	.7751388	.0511597	-.4231298	88.82818	181.67317930
8	.2213392	.5127957	.0273690	-.8612654	51.87638	120.18649828
9	0	0	0	0	0	0

i= 5

j	Hx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	.2300991	.5452213	0 8	.9221786	53.92948	127.78625582
3	.3955028	.8299607	0	.4611031	92.69598	194.52205750
4	.4946218	.9602142	0 2	.1957085	115.9269	225.05021067
5	.5275764	.9970984	0 2	0	123.6507	233.69495040
6	.4946218	.9602142	0 2	-.1857085	115.9269	225.05021067
7	.3955028	.8299607	0	-.4611031	92.69598	194.52205750
8	.2300991	.5452213	0 8	-.9221786	53.92948	127.78625582
9	0	0	0	0	0	0

i= 6

j	Hx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	.2213392	.5127957	-.0273690	.8612654	51.87638	120.18649828
3	.3790002	.7751388	-.0511597	.4231298	88.82818	181.67317930
4	.4728200	.8936125	-.0671107	.1686849	110.8172	209.44044699
5	.5039008	.9269553	-.0726848	4.426844	118.1017	217.25516314
6	.4728200	.8936125	-.0671107	-.1686849	110.8172	209.44044699
7	.3790002	.7751388	-.0511597	-.4231298	88.82818	181.67317930
8	.2213392	.5127957	-.0273690	-.8612654	51.87638	120.18649828
9	0	0	0	0	0	0

i= 7

j	Mx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	.19171401	.41383381	-.06592641	.67986541	44.932981	96.9922995501
3	.32375131	.61187891	-.12012081	.31583691	75.879211	143.409126491
4	.40049891	.69808711	-.15469791	.12231391	93.866941	163.614166541
5	.42563591	.72196151	-.16647871	0 9	99.758421	169.209733761
6	.40049891	.69808711	-.15469791	-.12231391	93.866941	163.614166541
7	.32375131	.61187891	-.12012081	-.31583691	75.879211	143.409126491
8	.19171401	.41383381	-.06592641	-.67986541	44.932981	96.9922995501
9	0	0	0	0	0	0

i= 8

j	Mx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	.12887731	.24357411	-.13669451	.38488401	30.205631	57.0876835621
3	.21053071	.34639561	-.23083871	.16168161	49.343141	81.1864831811
4	.25585621	.38908751	-.28556071	.06037341	59.966301	91.1924056961
5	.27041431	.40073171	-.30348371	0 5	63.378361	93.9215002871
6	.25585621	.38908751	-.28556071	-.06037341	59.966301	91.1924056961
7	.21053071	.34639561	-.23083871	-.16168161	49.343141	81.1864831811
8	.12887731	.24357411	-.13669451	-.38488401	30.205631	57.0876835621
9	0	0	0	0	0	0

i= 9

j	Mx	My	Qx	Qy	Sigx	Sigy
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0

La fleche max est  $W = .0011256434429$  m en ( 5 , 5 )

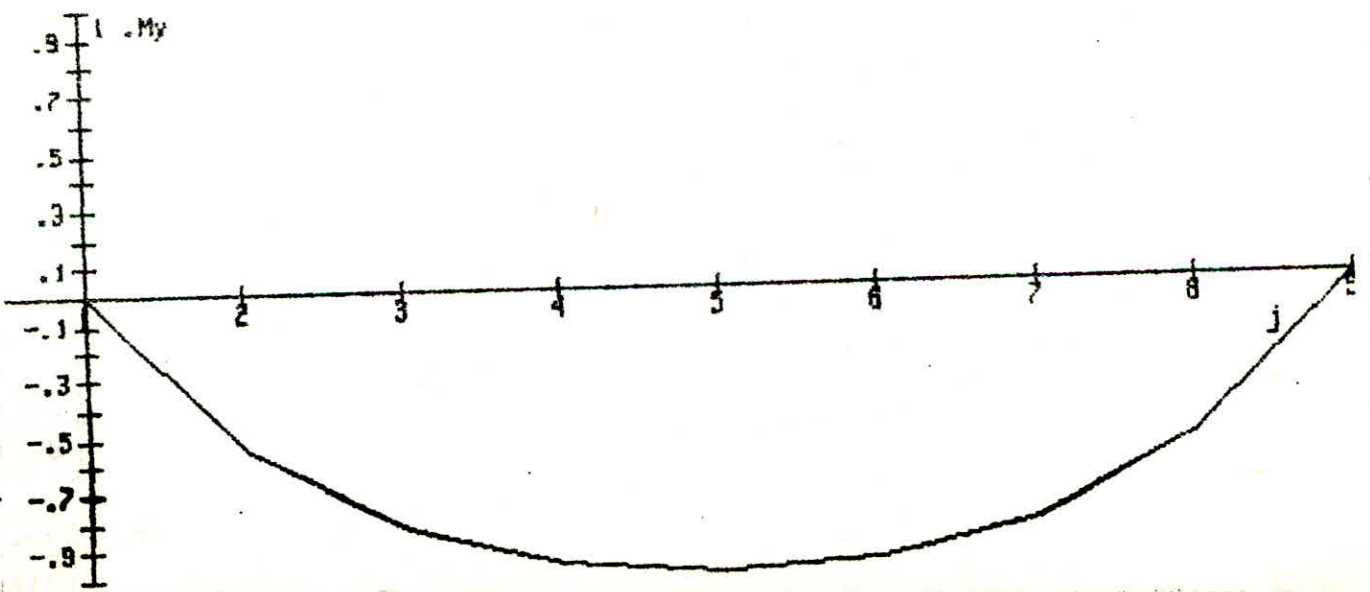
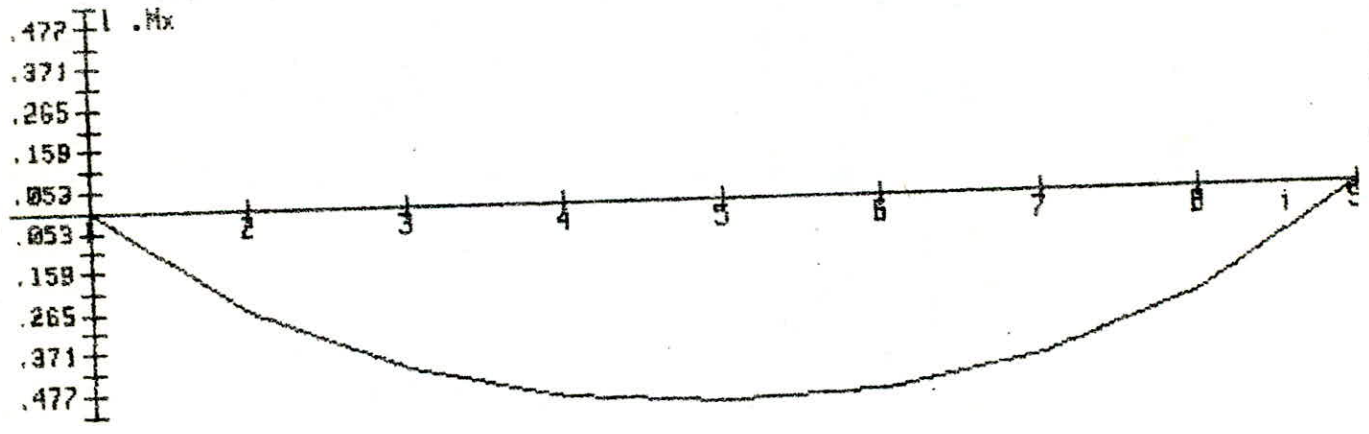
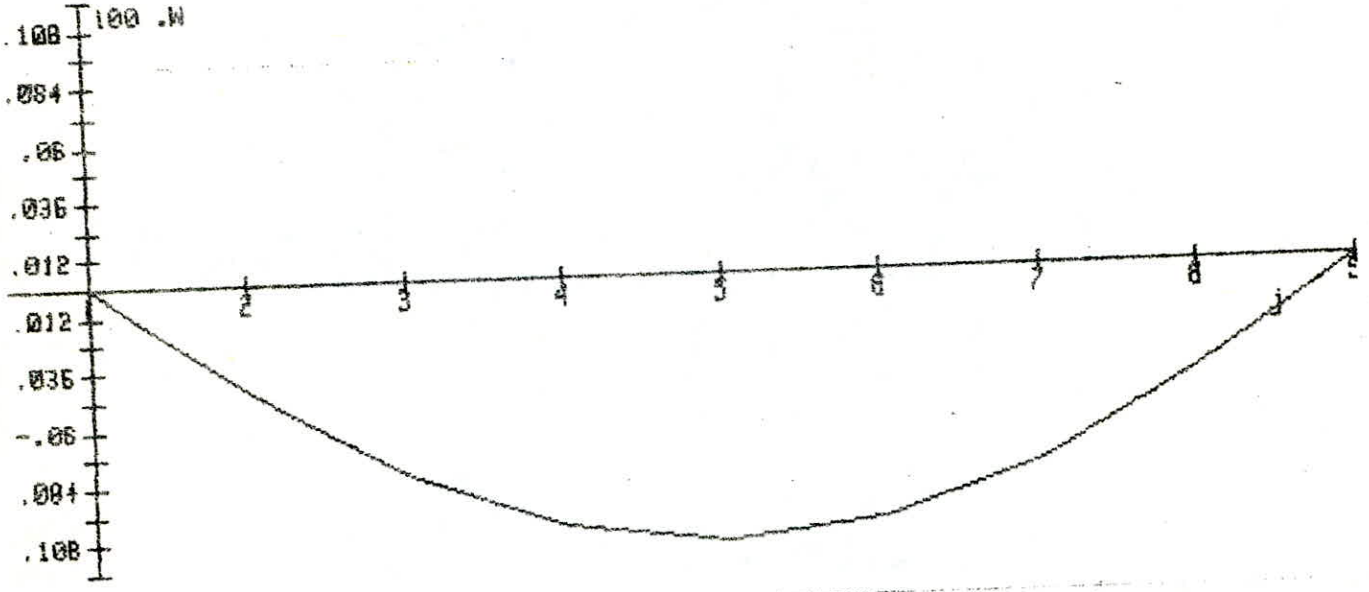
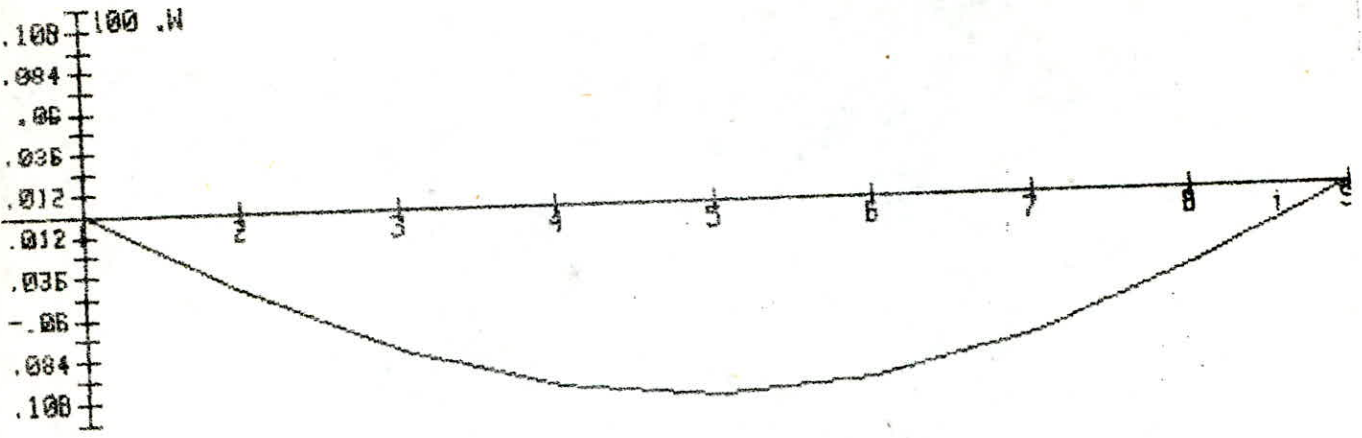
Les moments et les efforts tranchants max sont :

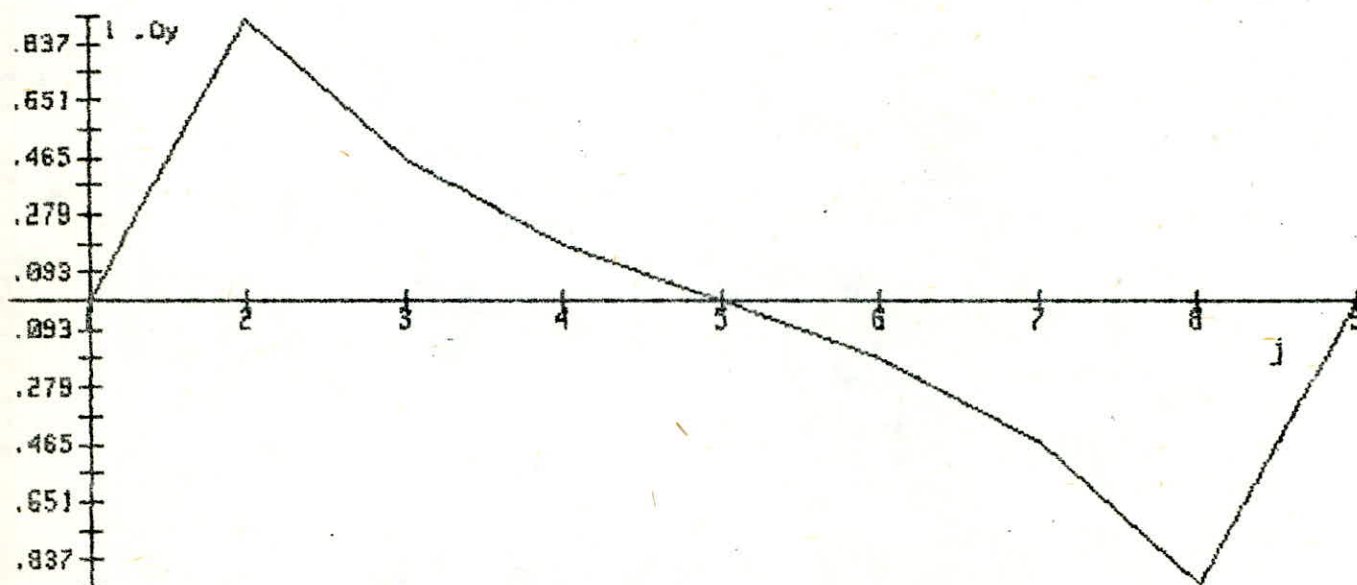
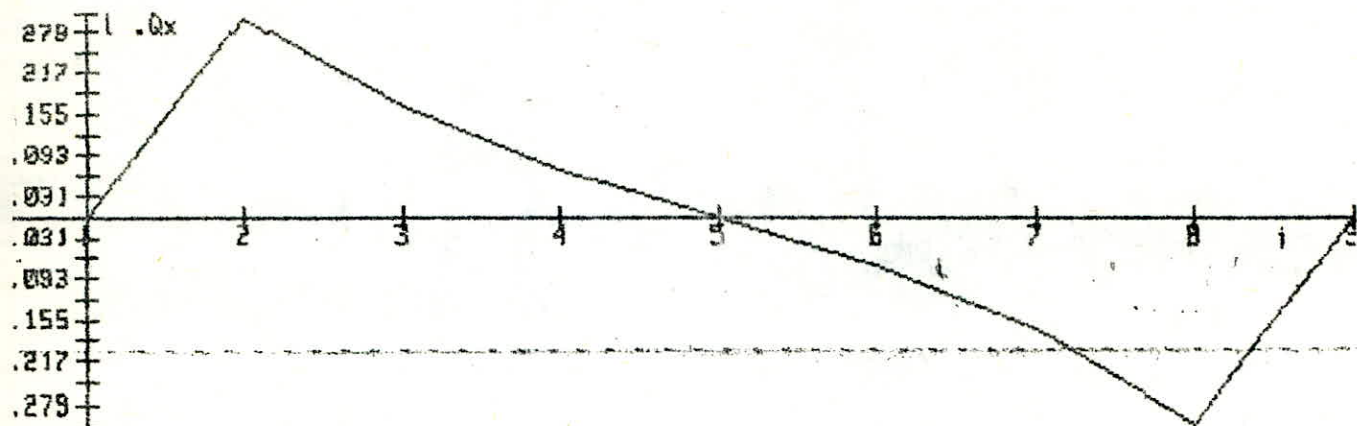
- Dans le sens des x  $M_x = .527576473633$  MNm en ( 5 , 5 )

$Q_x = .303483752525$  MN en ( 2 , 5 )

- Dans le sens des y  $M_y = .997098455072$  MNm en ( 5 , 5 )

$Q_y = .922178643$  MN en ( 5 , 8 )



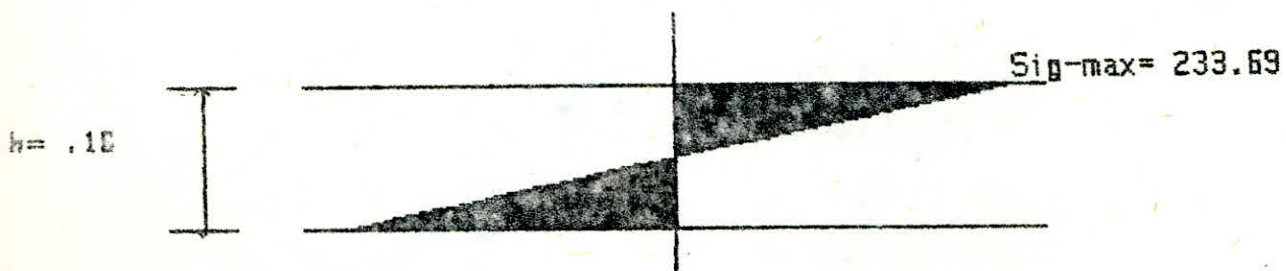
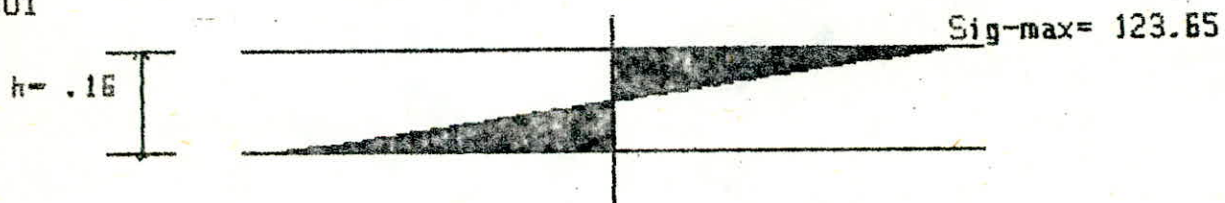


Voulez vous les diagrammes des efforts en un autre plan

NON

Voulez vous les diagrammes des contraintes

OUI



## Extension des programmes

Il serait intéressant d'étendre les programmes de calcul des poteaux et colonnes en flexion composée à une section circulaire, et d'établir à la fin des programmes le mètre (calcul des poids des aciers, du béton ...).

D'autre part, l'introduction du règlement parasismique Algérien pour la vérification des efforts tranchants serait souhaitable.

Pour le calcul des dalles, on pourrait étendre le programme à un système de charges quelconques, et à des dalles de forme circulaire.

L'élaboration d'un programme pour le calcul de la stabilité des plaques serait à envisager.

## BIBLIOGRAPHIE

- J. PERCHAT :  
*béton armé aux états limites*
- A. FUENTES :  
*traité de béton armé*
- P. CHARON :  
*calcul des ouvrages en béton armé suivant les règles B.A.E.L.80*
- M. ALBIGES, M. MINGASSON :  
*théorie et pratique du béton armé aux états limites*
- P. DINNEQUIN  
*cours supérieur de béton armé*
- Collection U.I.I :  
*Calcul du béton armé à l'état limite ultime*
- J.R ROBINSON :  
*béton armé tome I et II*
- Cours de M. BENSLIMAN (I.N.S.A LYON)
- S. TIMOSHENKO  
*Théorie des plaques et des coques*
- S. TIMOSHENKO  
*Théorie de la stabilité*
- *Annales de l'institut technique de bâtiment n° 249 de septembre 1968*
- M. LEMAIRE  
*Mécanique des solides (théorie des plaques).*

